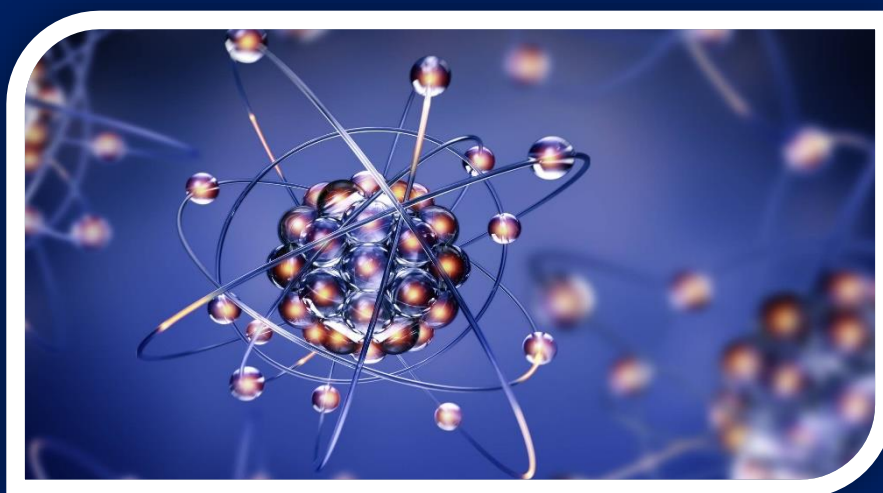


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

ФИЗИКА

Часть 3 КВАНТОВАЯ ОПТИКА И ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

*Учебно-методическое пособие
к выполнению лабораторных работ
по дисциплине «Физика»
для студентов всех специальностей и направлений
очного и заочного обучения*



Екатеринбург
Издательство УГГУ
2025

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО

Методической комиссией
факультета геологии и геофизики
16 июня 2025 г.

Председатель комиссии



К. В. Вандышева

ФИЗИКА

Часть 3

КВАНТОВАЯ ОПТИКА И ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Учебно-методическое пособие
к выполнению лабораторных работ
по дисциплине «Физика»
для студентов всех специальностей и направлений
очного и заочного обучения

Под общей редакцией канд. физ.-мат. наук, доц. В. И. Горбатова

Екатеринбург
Издательство УГГУ
2025

Авторы:

канд. физ.-мат. наук, доц. В. И. Горбатов,
канд. физ.-мат. наук, доц. С. А. Ильиных,
канд. физ.-мат. наук, доц. А. А. Куриченко,
канд. физ.-мат. наук, доц. В. Ф. Полев,
ст. преподаватель М. Е. Меженев

Под общей редакцией канд. физ.-мат. наук, доц. В. И. Горбатова

Рецензент – д-р физ.-мат. наук, проф. А. Д. Ивлиев, кафедра математических
и естественно-научных дисциплин УГПУ, г. Екатеринбург.

Учебно-методическое пособие рассмотрено на заседании кафедры физики
13 марта 2025 г. (протокол № 22) и рекомендовано для издания в УГГУ.

Физика. Часть 3. Квантовая оптика и физика твердого тела : учебно-методи-
Ф50 ческое пособие / В. И. Горбатов, С. А. Ильиных, А. А. Куриченко [и др.]; под общ.
ред. В. И. Горбатова. – Екатеринбург : Изд-во УГГУ, 2025. – 61 с.

Учебно-методическое пособие содержит краткие теоретические сведения
и практические рекомендации, необходимые для выполнения лабораторных работ,
а также описание приборов и лабораторных стендов.

Предназначено для студентов всех специальностей и направлений очного
и заочного обучения.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Лабораторная работа № 1 ИЗМЕРЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ТЕЛА МЕТОДОМ СПЕКТРАЛЬНЫХ ОТНОШЕНИЙ	4
Лабораторная работа № 2 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ ПЛАНКА С ПОМОЩЬЮ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ЛАЗЕРА.....	12
Лабораторная работа № 3 ЯВЛЕНИЕ ТЕРМОЭЛЕКТРОННОЙ ЭМИССИИ В ВАКУУМНЫХ ДИОДАХ.....	23
Лабораторная работа № 4 ИЗУЧЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ МЕТАЛЛОВ И ПОЛУПРОВОДНИКОВ.....	33
Лабораторная работа № 5 ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ДИОДОВ	46
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	60

ИЗМЕРЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ТЕЛА МЕТОДОМ СПЕКТРАЛЬНЫХ ОТНОШЕНИЙ

1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью работы является ознакомление с методом определения абсолютной температуры твердого тела с помощью регистрации теплового излучения на двух различных длинах волн.

2 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

2.1 Краткая теория по теплообмену излучением

Теплообмен, являясь формой передачи энергии между макроскопическими телами, осуществляется в природе как за счет теплопроводности тел, приведенных в контакт друг с другом, так и посредством теплового излучения тел. Электромагнитное излучение называется *тепловым*, если оно возникает и излучается телом за счет убыли его внутренней энергии. Любое другое излучение, например люминесценция, происходящее за счет иных источников энергии, не является тепловым. Всякое тело не только излучает, но и поглощает излучение других тел, вследствие чего его внутренняя энергия и, соответственно, температура получает некоторое приращение. В условиях «адиабатически изолированной системы» теплообмен излучением приводит к выравниванию температуры входящих в нее тел. В этих условиях тепловое излучение называется *равновесным*.

Тепловое излучение зависит от температуры тела, а его отдельные характеристики являются также функцией от длины волны (частоты) излучения. Для описания законов теплового излучения вводятся следующие величины:

E_T – тепловой поток, излучаемый телом при температуре T (энергия излучения любого спектрального состава в единицу времени), Вт;

$R(T) = \frac{dE_T}{dS}$ – энергетическая светимость (интегральная излучательная способность) тела при температуре T (здесь S – излучающая поверхность тела), Вт/м²;

$r(\lambda, T) = \frac{dR(T)}{d\lambda}$ – спектральная излучательная способность тела, равная отношению энергетической светимости тела $dR(T)$, приходящейся на узкий диапазон длин волн $[\lambda, \lambda + d\lambda]$, к величине этого диапазона $d\lambda$, Вт/м³;

$$\alpha(\lambda, T) = \frac{dE_T^{\text{полл}}}{dE_{\text{пад}}} - \text{поглощательная способность тела, равная отношению}$$

элементарных потоков поглощенного и падающего на тело излучения.

Исходя из законов термодинамики, Кирхгоф показал, что для равновесного теплового излучения в замкнутой системе отношение испускательной и поглощательной способностей тел не зависит от их природы и является для всех тел одинаковой функцией температуры и длины волны:

$$\left[\frac{r(\lambda, T)}{\alpha(\lambda, T)} \right]_1 = \left[\frac{r(\lambda, T)}{\alpha(\lambda, T)} \right]_2 = \dots = \left[\frac{r(\lambda, T)}{\alpha(\lambda, T)} \right]_N = f(\lambda, T). \quad (1.1)$$

Выражение (1.1) называется *законом Кирхгофа* и имеет большое практическое значение.

В теории теплового излучения большую роль играет идеализированная модель реальных тел, полностью соответствующая требованиям равновесного излучения. Эта модель получила название «абсолютно черного тела» (АЧТ). Под ним подразумевается тело, которое при любой температуре полностью поглощает падающий на него поток излучения любого спектрального состава, т. е. его поглощательная способность не зависит от температуры тела и длины волны поглощаемого излучения и равна единице. Абсолютно черное тело, как и всякое другое, подчиняется закону Кирхгофа, и для него справедливо равенство

$$\frac{r^*(\lambda, T)}{\alpha^*(\lambda, T)} = f(\lambda, T),$$

где $r^*(\lambda, T)$ и $\alpha^*(\lambda, T)$ – испускательная и поглощательная способность АЧТ. Учитывая, что $\alpha^*(\lambda, T) \equiv 1$, получим

$$f(\lambda, T) = r^*(\lambda, T). \quad (1.2)$$

Из выражения (1.2) следует важный вывод о том, что исследование теплового излучения тел в состоянии термодинамического равновесия можно осуществлять с помощью законов теплового излучения абсолютно черного тела. Согласно современной квантовой теории внутренняя энергия тела изменяется отдельными порциями (квантами). В излучении это реализуется испусканием тела особых частиц – фотонов, обладающих ярко выраженными волновыми свойствами и энергией

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda},$$

где $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка; ν – частота излучения, 1/с; c – скорость света в вакууме, м/с; λ – длина волны излучения, м.

Исходя из определения свойств абсолютно черного тела и на основе введения квантов излучения, Планком была получена теоретическая зависимость излучательной способности от длины волны

$$r^*(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \left[\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1 \right]^{-1},$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

Формула Планка согласуется с результатами исследований технических моделей АЧТ и экспериментально установленными законами, а именно: $r^*(\lambda, T) = aT^5$ – закон Вина, $\lambda_{\max} = bT$ – закон смещения Вина, $R^*(T) = \sigma T^4$ – закон Стефана – Больцмана, где $a = 1,3 \cdot 10^{-5}$ Вт/(м³К⁵); $b = 2,9 \cdot 10^{-3}$ м·К; $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²К⁴).

Для описания излучения реальных тел введено понятие спектральной степени черноты $\varepsilon(\lambda, T)$, которая характеризует отношение спектральной излучательной способности собственного излучения реального тела $r(\lambda, T)$ к спектральной излучательной способности абсолютно черного тела $r^*(\lambda, T)$:

$$\varepsilon(\lambda, T) = r(\lambda, T) / r^*(\lambda, T).$$

2.2 Теория метода измерения температуры

Рассмотрим излучение реального тела с температурой T , соответствующее двум различным диапазонам длин волн $[\lambda_1 \pm \Delta\lambda_1/2]$ и $[\lambda_2 \pm \Delta\lambda_2/2]$. Если диапазон длин волн узкий ($\Delta\lambda_1 \ll \lambda_1$ и $\Delta\lambda_2 \ll \lambda_2$), то излучательную способность и степень черноты в этом диапазоне можно считать постоянными величинами. В этом случае энергетические светимости $R_1(T)$ и $R_2(T)$ можно представить в виде

$$R_1(T) = \varepsilon(\lambda_1, T) \cdot r^*(\lambda_1, T) \Delta\lambda_1;$$

$$R_2(T) = \varepsilon(\lambda_2, T) \cdot r^*(\lambda_2, T) \Delta\lambda_2,$$

где $\varepsilon(\lambda_1, T)$ и $\varepsilon(\lambda_2, T)$ – спектральная степень черноты тела при длинах волн λ_1 и λ_2 соответственно.

Излучение, дошедшее до фотоприемника, составляет некоторую часть от общего излучения источника. Оно определяется размерами приемника, расстоянием от источника до приемника и наличием на пути излучения поглощающих сред, т. е. определяется такими параметрами измерительной системы, которые не изменяются в процессе опыта. Величины этих потоков можно определить как:

$$P_1 = K_1 \cdot R_1(T);$$

$$P_2 = K_2 \cdot R_2(T),$$

где K_1 и K_2 – коэффициенты использования потока излучения первым и вторым приемником соответственно. Следовательно, отношение потоков излучения, дошедших до двух фотоприемников, будет равно

$$\frac{P_1}{P_2} = Z \frac{r^*(\lambda_1, T) \Delta\lambda_1}{r^*(\lambda_2, T) \Delta\lambda_2}. \quad (1.3)$$

Величину $Z = K_1 \cdot \varepsilon(\lambda_1, T) / K_2 \cdot \varepsilon(\lambda_2, T)$ можно считать постоянной при условии, что зависимостью отношения спектральных степеней черноты от температуры можно пренебречь.

Оценки показывают, что для используемых в опытах температур $T < 3000$ К и длин волн $\lambda < 1$ мкм формула Планка (1.3) с высокой точностью преобразуется к виду (приближенная формула Вина):

$$r^*(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5} \exp\left(-\frac{C_2}{\lambda T}\right),$$

где $C_1 = 3,742 \cdot 10^{-16}$ Вт·м²; $C_2 = 1,439 \cdot 10^{-2}$ м·К.

Тогда формулу (1.3) можно записать как:

$$\frac{P_1}{P_2} = Z \frac{\lambda_2^5 \Delta \lambda_1}{\lambda_1^5 \Delta \lambda_2} \cdot \exp\left[\frac{C_2}{T} \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right)\right].$$

Прологарифмировав левую и правую части данного соотношения и выразив из него температуру T , получим

$$T = \frac{C_2 \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right)}{\ln \frac{P_1}{P_2} - \ln Z - 5 \cdot \ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1} - \ln \frac{\Delta \lambda_1}{\Delta \lambda_2}}. \quad (1.4)$$

Учтем, что в процессе опытов сохраняются значения Z , λ_1 , λ_2 , $\Delta \lambda_1$ и $\Delta \lambda_2$. Поэтому объединим члены, содержащие постоянные величины, в две новые константы L и Z_0 :

$$L = C_2 \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right); \quad (1.5)$$

$$Z_0 = \ln Z + 5 \cdot \ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1} + \ln \frac{\Delta \lambda_1}{\Delta \lambda_2}.$$

Тогда формула для определения температуры тела методом спектральных отношений примет окончательный вид

$$T = \frac{L}{\ln \frac{P_1}{P_2} - Z_0}. \quad (1.6)$$

Из формулы (1.5) видно, что, рассчитав значение L с помощью соотношения (1.4), установив из тарировочных опытов величину Z_0 и измерив P_1 и P_2 , можно определить соответствующую температуру излучающего тела.

Абсолютную температуру нагретого тела также можно вычислить, предположив, что вся подводимая к нему энергия идет на излучение (потери энергии за счет теплопроводности и конвекции малы). Тогда энергетическую светимость источника излучения можно выразить через мощность W , которая рассеивается на нем:

$$R(T) = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T_p^4 = W/S, \quad (1.7)$$

где S – площадь поверхности тела; ε – интегральная степень черноты материала нагретого тела. Из формулы (1.7) получим

$$T_p = \sqrt[4]{\frac{W}{\varepsilon \cdot \sigma \cdot S}}. \quad (1.8)$$

3 ОПИСАНИЕ РАБОЧЕЙ УСТАНОВКИ

Для выполнения лабораторной работы используются три блок-секции стенда «КВАНТОВАЯ ОПТИКА», вид которых представлен на рисунках 1.1–1.3.



Рисунок 1.1 – Блок-секция «БЛОК ПИТАНИЯ»

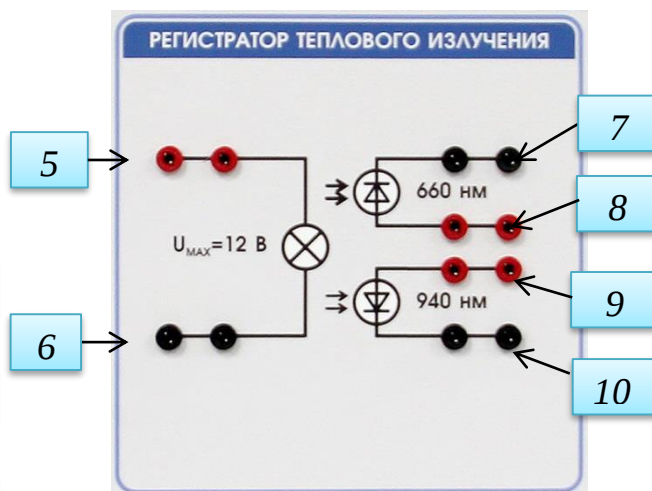


Рисунок 1.2 – Блок-секция «РЕГИСТРАТОР ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ»



Рисунок 1.3 – Блок-секция «ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ»

Источником излучения служит нагреваемая электрическим током вольфрамовая спираль галогенной лампы (площадь поверхности спирали $S = 6,34 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$, интегральная степень черноты $\varepsilon = 0,33$). Вольт-амперная характеристика используемой галогенной лампы (в измеряемом диапазоне температур) описывается функцией, А:

$$I = -0,0018 \cdot U^2 + 0,0783 \cdot U + 0,2328. \quad (1.9)$$

Температура спирали измеряется при различных значениях проходящего через неё тока и, следовательно, при различных значениях подводимой мощности. Изменение тока накала лампы производится посредством потенциометра (12).

Текущее напряжение контролируется с помощью цифрового вольтметра SM3D (13), вмонтированного в лабораторный стенд.

Световой поток от нагретой спирали попадает на два фотоприемника. Каждый из них воспринимает излучение в узком диапазоне длин волн (середины этих диапазонов лежат в различных частях спектра излучения: $\lambda_1 = 0,66$ мкм – в видимой области, а $\lambda_2 = 0,94$ мкм – в инфракрасной). Выходные напряжения с фотоприемников (пропорциональные мощности поглощённого излучения) регистрируются двумя настольными универсальными мультиметрами АВМ-4141.

4 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Подготовить настольные мультиметры АВМ-4141 для работы в режиме вольтметра (измерение напряжения постоянного тока):

- измерительные щупы (красный и черный) подсоединить соответственно к выходным разъёмам мультиметра (**V Ω Hz**) и (**COM**);

- включить мультиметры нажатием кнопки «**POWER**» и выбрать функцию измерения напряжения постоянного тока нажатием кнопки «**DCV**»;

- на обоих мультиметрах установить одинаковый диапазон измерения 20 В (нажать кнопку ▲ или ▼ несколько раз до появления нужного значения).

2. Подать электрическое напряжение на галогенную лампу накаливания. Для этого необходимо соединить проводами выходные гнезда генератора напряжения 1 и 2 секции «БЛОК ПИТАНИЯ» (рисунок 1.1) соответственно с гнездами лампы 5 и 6 секции «РЕГИСТРАТОР ТЕПЛООВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ» (рисунок 1.2).

3. Тумблер 3 выбора максимального выходного напряжения установить в положение «12 В». Регуляторы напряжения 4 «ГРУБО» и «ТОЧНО» установить в крайнее левое положение (см. рисунок 1.1).

4. Подключить вольтметр 13 секции «ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ» (рисунок 1.3) к свободным гнездам лампы накаливания, т. е. гнездо 11 соединяется со свободным гнездом 5, а гнездо 12 – с гнездом 6.

5. Подключить один мультиметр к гнездам 9 и 10 фотоприемника «940 нм», а другой мультиметр – к гнездам 7 и 8 фотоприемника «660 нм» (см. рисунок 1.2).

6. Предложить преподавателю проверить собранную цепь.

7. Включить блок питания, нажав кнопку «ВКЛ» на выключателе «СЕТЬ» (расположен в правом нижнем углу стенда).

8. Изменяя напряжение на лампе поворотом регуляторов 4 «ГРУБО» и «ТОЧНО» (см. рисунок 1.1), установить последовательно значения U , указанные в первом столбце таблицы 1.1, фиксируя при этом каждый раз показания U_1^* первого («940 нм») и U_2^* второго («660 нм») мультиметров.

9. По окончании работы отключить стенд с помощью выключателя «СЕТЬ».

5 ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Рассчитать логарифм отношения напряжений: $\ln(U_1^*/U_2^*)$.

2. С помощью выражения (1.5) вычислить значение константы L .

3. Рассчитать по формуле (1.6) температуру спирали галогенной лампы, соответствующую установленным значениям напряжения U , учитывая, что

$$\ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = \ln\left(\frac{U_1^*}{U_2^*}\right).$$

Численное значение константы Z_0 для указанных длин волн принять равной $Z_0 = -1,56$.

4. Используя вольт-амперную характеристику (1.9) галогенной лампы, определить ток I и мощность излучения W спирали, соответствующую установленным значениям напряжения U .

5. По формуле (1.8) рассчитать значения радиационной температуры T_p , соответствующие установленным значениям напряжения U .

6. Сравнить значения радиационной температуры T_p со значениями температур, определённых методом спектральных отношений.

Таблица 1.1 – Результаты измерений

U , В	U_1^* , мВ (940 нм)	U_2^* , мВ (660 нм)	$\ln(U_1^*/U_2^*)$	T , К	I , А	$W=U \cdot I$, Вт	T_p , К
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							

6 ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Согласно техническим характеристикам неопределенности прямого измерения напряжения и тока универсальным мультиметром АВМ-4141 составляют соответственно

$$\Delta U^* = \pm(3 \cdot 10^{-4} U + 2 \cdot 10^{-4} U_{\max});$$

$$\Delta I^* = \pm(3 \cdot 10^{-3} I + 2,5 \cdot 10^{-4} I_{\max}),$$

где $U_{\max}$ – максимальное значение диапазона напряжений, В; $I_{\max}$ – максимальное значение диапазона тока, А.

Неопределенность прямого измерения напряжения, встроенного в стенд цифрового вольтметра SM3D, составляет

$$\Delta U = \pm(2 \cdot 10^{-3} U_{\max} + 2 \cdot \text{е.м.р.}),$$

где $U_{\max}$ – максимальное значение диапазона напряжений, В; е.м.р. – единицы младшего разряда, В.

Относительная стандартная неопределенность температуры T , измеренной методом спектральных отношений, находится по формуле

$$\delta_T^* = 100 \% \cdot \frac{T}{L} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta U_1^*}{U_1^*}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U_2^*}{U_2^*}\right)^2}, \quad (1.10)$$

а относительная стандартная неопределенность радиационной температуры T_P – по формуле:

$$\delta_T = 100 \% \cdot \frac{1}{4} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I^*}{I}\right)^2}. \quad (1.11)$$

1. Используя формулы (1.10) и (1.11), рассчитать относительные неопределенности измерения температуры спирали двумя предложенными методами при напряжении на лампе $U = 10$ В.

2. Определить также границы стандартной неопределенности измерения температуры с помощью соотношений

$$\Delta T = \pm \frac{\delta_T^*}{100 \%} \cdot T \quad \text{и} \quad \Delta T_P = \pm \frac{\delta_T}{100 \%} \cdot T_P.$$

3. Сравнить границы стандартной неопределенности между собой.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение абсолютно черного тела.
2. Дайте определение энергетической светимости.
3. Дайте определение спектральной излучательной способности тела.
4. Сформулируйте закон Кирхгофа и поясните физический смысл величин, входящих в них.
5. Объясните особенности теплового излучения, его спектр.
6. Охарактеризуйте сущность метода спектральных отношений.
7. Что называется спектральным коэффициентом излучения (спектральной степенью черноты) тела?
8. Сформулируйте закон Стефана – Больцмана.
9. Сформулируйте закон смещения Вина.
10. **Задача.** Мощность излучения абсолютно черного тела равна 30 кВт. Найти температуру тела, если площадь поверхности 0,6 м².

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ ПЛАНКА С ПОМОЩЬЮ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ЛАЗЕРА

1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью работы является ознакомление с принципом работы полупроводниковых инжекционных лазеров, определение постоянной Планка на основе измерения напряжения включения полупроводникового лазера и длины волны излучаемого им света.

2 КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Лáзер (*Light Amplification by stimulated Emission of Radiation*) – прибор, генерирующий оптическое когерентное излучение на основе эффекта вынужденного (стимулированного) излучения. Для работы полупроводникового лазера (как и для любого другого) необходимо выполнение следующих основных требований: 1) создание инверсной заселённости на одном из оптических переходов; 2) превышение усиления над потерями; 3) наличие резонатора для обеспечения положительной обратной связи.

Прежде чем перейти к описанию метода получения инверсной населенности в полупроводниках, кратко рассмотрим основные положения об энергетических зонах полупроводников.

2.1 Основные сведения из зонной теории

Согласно квантовомеханическим представлениям, физические характеристики микрочастиц полностью описываются волновой ψ -функцией, представляющей собой амплитуду плотности вероятности состояния частицы. Волновую функцию электрона в кристалле можно записать в виде волновой функции Блоха:

$$\psi(r) = U(r) \cdot e^{ikr}, \quad (2.1)$$

где $U(r)$ – функция, обладающая теми же свойствами периодичности, что и кристаллическая решетка, а постоянная распространения k связана с импульсом электрона p известным соотношением $p = \hbar k$.

Если блоховскую волновую функцию (2.1) подставить в волновое уравнение Шрёдингера, описывающее движение электрона в кристалле, то окажется, что разрешенные значения энергии электронов $E=E(k)$ попадают в зоны, среди которых верхняя полностью заполненная зона называется валентной, а следующая, более высокая – зоной проводимости.

Для полупроводникового кристалла, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда с размерами L_x , L_y и L_z , вектор k квантуется и принимает значения

$$k_i = 2\pi n / L_i, \quad (2.2)$$

где $i = x, y, z$; n – целое число.

В пределах каждой зоны разрешенные значения энергии связаны с соответствующими значениями k выражением, которое в приближении параболической зоны записывается так же, как и в случае свободной частицы

$$E_C(k) = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_C} \text{ и } E_V(k) = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_V}, \quad (2.3)$$

где E_g – ширина запрещенной зоны; E_C и E_V – энергии электронов в зоне проводимости и в валентной зоне (энергия отсчитывается от вершины валентной зоны); m_C и m_V – эффективные массы электронов и дырок соответственно.

Равновесное состояние полупроводника характеризуется некоторым распределением носителей зарядов – электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне. Вероятность заселения соответствующих энергетических состояний электронами определяется функцией Ферми:

$$f(E) = \frac{1}{\exp[(E - E_F)/kT] + 1}, \quad (2.4)$$

где E_F – химический потенциал, называемый также энергией Ферми; k – постоянная Больцмана; T – температура.

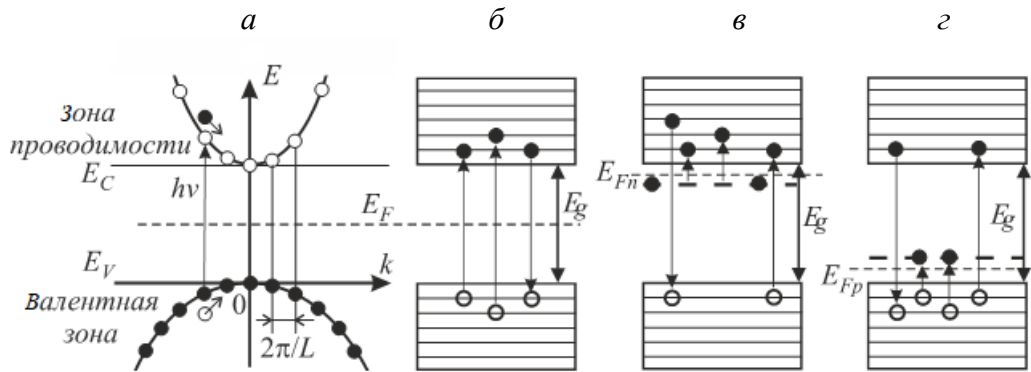


Рисунок 2.1 – Зависимость энергии от квазиимпульса и упрощенные энергетические диаграммы для электронных состояний:

a – закон дисперсии $E(k)$; b – собственный полупроводник;
 c – полупроводник n -типа; d – полупроводник p -типа

На рисунке 2.1а показаны кривые разрешенных значений энергии E в зависимости от k , реализуемые в чистых (собственных) полупроводниках. Поскольку при комнатной температуре $E_g \gg kT$, заполненность состояний в зоне проводимости очень маленькая. Для того чтобы подчеркнуть это обстоятельство, разрешенные состояния в валентной зоне обозначены заполненными окружностями, показывающими наличие электронов. Напротив, разрешенные состояния в зоне проводимости обозначены незаполненными окружностями,

показывающими отсутствие электронов. Незаполненные окружности в валентной зоне обозначают наличие дырок. Согласно выражению (2.2), разрешенные состояния разделены по оси k равными промежутками шириной $2\pi/L$. Заметим также, что ситуация, изображенная на рисунке 2.1а, соответствует *прямозонному* полупроводнику, в котором минимум зоны проводимости и максимум валентной зоны приходятся на одну и ту же точку в пространстве векторов k (квазиимпульсов).

Часто вместо закона дисперсии $E=E(k)$ приводят соответствующие ему энергетические диаграммы (изображены на рисунке 2.1, справа). На энергетических диаграммах обычно указывают только границы этих зон.

В собственных полупроводниках часть электронов, получая от кристаллической решетки или внешнего электромагнитного поля энергию, превышающую ширину запрещенной зоны, совершают переход в зону проводимости, покидая валентную зону. При этом образуются пары «электрон-дырка» (ЭДП) (рисунок 2.1б). Обратным по отношению к таким переходам является процесс рекомбинации (аннигиляции) электронно-дырочных пар, при котором электроны вновь возвращаются в валентную зону.

В состоянии термодинамического равновесия числа актов возбуждения и рекомбинации ЭДП в единицу времени равны, следовательно, концентрация электронов и дырок в зонах одинакова и постоянна. Согласно условию электронейтральности, уровень Ферми при $T = 0$ К лежит в середине запрещенной зоны и с ростом температуры движется в сторону зоны с меньшей эффективной массой электронов (см. рисунок 2.1б). Более сложная ситуация в примесных полупроводниках. Уровень Ферми полупроводника с донорными примесями (элементами более высокой валентности) располагается ближе к дну зоны проводимости, что соответствует увеличению концентрации электронов проводимости (рисунок 2.1в). Если полупроводник содержит акцепторные примеси (атомы с пониженной валентностью), уровень Ферми располагается вблизи потолка валентной зоны, и результирующая проводимость обусловлена движением положительных дырок (рисунок 2.1г). В сильнолегированных (вырожденных) полупроводниках примесные уровни сливаются в примесные зоны, перекрывающиеся с соответствующей основной зоной, что приводит к смещению уровня Ферми в одну из разрешенных зон: в валентную зону или в зону проводимости.

Рекомбинация может происходить самопроизвольно (спонтанно) и индуцировано (вынужденно) под действием внешнего электромагнитного поля. *Индукцированное излучение* – процесс, составляющий физическую основу работы всех лазеров. Существует важная особенность индуцированного излучения: вторичный фотон, возникающий в результате процесса, неотличим от стимулирующего первичного фотона. Оба фотона характеризуются одинаковыми параметрами: частотой, направлением распространения, поляризацией. Фазы вынуждающих и испускаемых фотонов жестко связаны. Отсюда следует, что благодаря неотделимости первичного и вторичного фотонов излучение лазеров приобретает свойства монохроматичности, когерентности и направленности.

2.2 Инверсия населенности в полупроводниках

Предположим теперь, что электроны возбуждаются (инжектируются) из валентной зоны в зону проводимости за счет какого-либо механизма накачки (например, наложением внешнего электрического поля). Будучи заброшенным в зону проводимости, электрон релаксирует путем безызлучательных переходов (взаимодействуя с фононами решетки) на дно этой зоны, а дырка, оставшаяся в валентной зоне (см. рисунок 2.1а), релаксирует к вершине валентной зоны. Так как время установления теплового равновесия внутри энергетических зон (10^{-13} – 10^{-15} с) на много меньше, чем время установления равновесия между зонами (10^{-9} – 10^{-11} с), то частоты прямых и обратных переходов «электрон-дырка» изменятся. Такое состояние полупроводника называют *термодинамически неравновесным*, и для него характерно накопление в зонах дополнительных неравновесных носителей заряда (рисунок 2.2). Теперь распределение электронов по энергетическим уровням в каждой зоне можно рассматривать независимо друг от друга. Это означает, что для каждой зоны вероятности заселения уровней $f_C(E)$ и $f_V(E)$ будут независимо выражаться соотношениями, общий вид которых аналогичен (2.4):

$$\begin{aligned} f_C(E) &= \frac{1}{\exp[(E - E_{Fn})/kT] + 1}; \\ f_V(E) &= \frac{1}{\exp[(E - E_{Fp})/kT] + 1}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

где E_{Fp} и E_{Fn} – энергии так называемых *квазиуровней* Ферми соответственно валентной зоны и зоны проводимости.

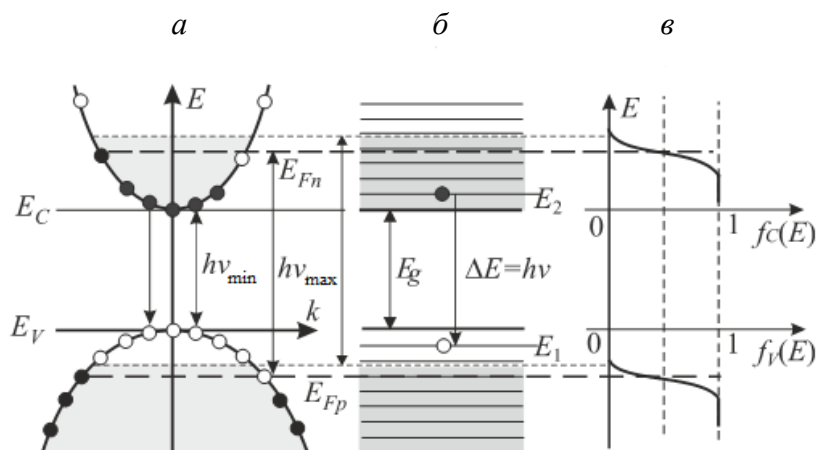


Рисунок 2.2 – Энергетические диаграммы (а и б) и вероятность заполнения электронных состояний внутри каждой из зон (в) в неравновесном полупроводнике при $T > 0$

Значения энергий Ферми E_{Fn} и E_{Fp} отвечают максимальным значениям энергии электронов и дырок при $T = 0$ К и зависят от количества электронов, заброшенных при накачке в зону проводимости. При заданных значениях E_{Fp} и E_{Fn} графики зависимостей $f_C(E)$ и $f_V(E)$ будут выглядеть так, как показано на

рисунке 2.2в. Затемненные области на рисунках 2.2а и 2.2б иллюстрируют заполнение эффективных состояний электронами при $T > 0$.

Анализ скоростей спонтанной рекомбинации, стимулированной рекомбинации и обратного процесса – скорости поглощения – показывает, что коэффициент усиления в полупроводниках с инверсной населенностью состояний определяется соотношением

$$g = \alpha_0 [f_c(E_2) - f_v(E_1)], \quad (2.6)$$

где E_2 и E_1 – *оптически связанные* между собой энергетические уровни, между которыми совершается переход; $\Delta E = E_2 - E_1 = h\nu$ – энергия перехода; α_0 – максимальный коэффициент поглощения, которым может обладать полупроводник на частоте ν . Термин «оптически связанные» означает, что переходы электрона между уровнями разрешены правилами отбора. Из формулы (2.6) следует, что усиление излучения полупроводниковой системой при любой температуре возможно лишь в тех случаях, когда в зоне проводимости имеются уровни, вероятность занятия которых электроном больше, чем вероятность пребывания электрона на каком-либо уровне в валентной зоне, т. е.:

$$f_c(E_2) > f_v(E_1).$$

С помощью соотношений (2.5) можно показать, что это неравенство эквивалентно условию

$$\Delta E < E_{Fn} - E_{Fp}.$$

Вынужденное излучение с частотой ν будет появляться при воздействии на полупроводник фотонов с энергией, заключенной в пределах от $h\nu_{\min} = E_g$ до $h\nu_{\max} = E_{Fn} - E_{Fp}$. Такие фотоны всегда есть в полупроводнике вследствие процесса рекомбинации электронов и дырок. Тогда окончательно условие для получения вынужденного излучения запишется в виде

$$E_g < h\nu < E_{Fn} - E_{Fp}. \quad (2.7)$$

Чтобы обеспечить выполнение этого условия, в зону проводимости должно быть заброшено некоторое критическое число электронов.

2.3 Накачка полупроводниковых лазеров

Накачку полупроводниковых лазеров можно осуществить различными путями. Однако наиболее удобным методом возбуждения является использование полупроводника в виде диода, в котором возбуждение происходит за счет тока, протекающего в прямом направлении. В этом случае инверсия населенностей (активная зона) достигается в узкой полоске между p - и n -областями перехода.

Выделяют два основных типа полупроводниковых лазерных диодов, а именно лазер на гомопереходе и лазер на двойном гетеропереходе.

В лазерах на гомопереходе p - и n -области выполнены из одного и того же полупроводникового материала (например, GaAs). Причем p - и n -области являются вырожденными полупроводниками (концентрация примесей $\sim 10^{18}$ атомов/см³). Следовательно, уровень Ферми E_{Fp} для p -области попадает в валентную зону, а уровень Ферми E_{Fn} для n -области – в зону проводимости. Когда

переход сформирован, а напряжение не прикладывается, оба уровня Ферми имеют одинаковые энергии, т. е. лежат на одной горизонтальной линии (рисунок 2.3а). Если к диоду прикладывается напряжение U в прямом направлении (понижается потенциальный барьер), то два уровня Ферми становятся разделенными промежутком $\Delta E = eU$ (рисунок 2.3б). Из рисунка видно, что в области перехода возникает инверсия населенностей. Если в этой области распространяется излучение с энергией квантов, удовлетворяющей условию (2.7), то оно может индуцировать только переходы, направленные вниз от заполненных состояний зоны проводимости на свободные состояния у потолка валентной зоны.

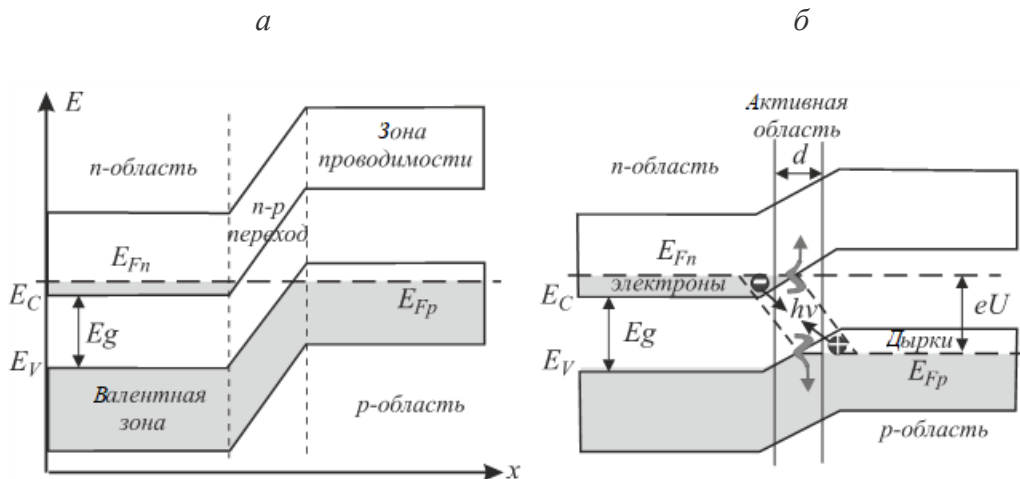


Рисунок 2.3 – Принцип действия полупроводникового лазера на основе p - n перехода:
 а – в отсутствие смещения; б – при смещении в прямом направлении

По существу, при смещении в прямом направлении происходит инжекция в активный слой электронов из зоны проводимости материала n -типа и дырок из валентной зоны материала p -типа. Как только электрон достигает материала p -типа, он становится неосновным носителем и диффундирует до тех пор, пока не рекомбинирует с дыркой в валентной зоне (см. рисунок 2.3б). Поэтому толщина активной области d приблизительно равна среднему расстоянию, проходимому электроном до рекомбинации с дыркой.

Минимальный ток, при котором усиление излучения за счет вынужденных переходов равно его потерям в кристалле полупроводника, называется *пороговым*. Условие инверсии в p - n переходе тем более выражено, чем выше электрическое поле в переходе, т. е. чем больший ток протекает через этот переход. Вначале при малых значениях тока наблюдается спонтанное излучение (рекомбинационная люминесценция), распространяющееся во всех направлениях. При увеличении смещения ток достигает порогового значения, при котором создаются условия для стимулированного излучения, и p - n переход испускает монохроматичный луч света, направленный в плоскости p - n перехода.

Существенным недостатком гомолазеров является то, что толщина d активного слоя существенно меньше толщины l области локализации лазерной моды. Так, например, для p - n перехода, приготовленного в кристалле GaAs, $d = 1$ мкм, $l = 3$ мкм. Поскольку $l > d$, то активный слой взаимодействует

только с центральной частью световой волны. Другая ее часть оказывается за пределами этого слоя и не только не усиливается, но, напротив, поглощается. В результате этого пороговый ток гомолазеров недопустимо высок, и их практическое использование затруднено.

Радикально улучшить характеристики полупроводниковых лазеров удалось при создании гетеропереходов. Структура гетероперехода (гетероструктура) сложнее, чем структура гомоперехода. Наилучшими характеристиками обладают лазеры на основе двойного гетероперехода. Такой переход состоит из p_w - и n_w -областей широкозонного полупроводника (с широкой запрещенной зоной), между которыми расположен тонкий слой полупроводника с узкой запрещенной зоной (рисунок 2.4а). Затемненные области на рисунке иллюстрируют заполнение эффективных состояний электронами.

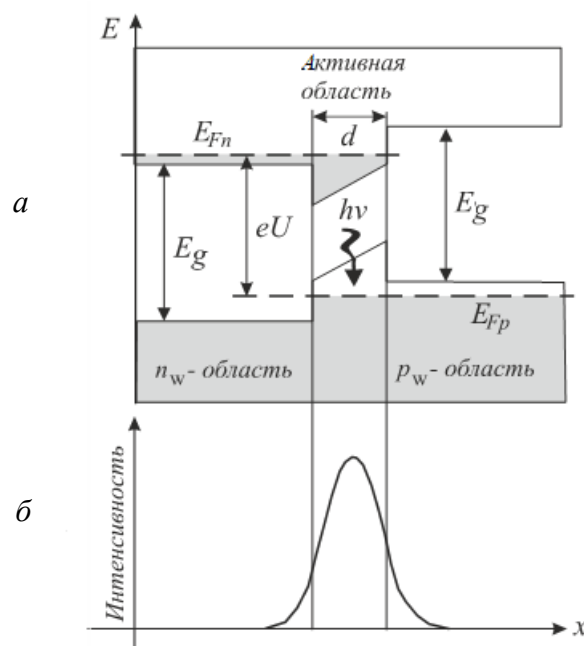


Рисунок 2.4 – Принцип действия полупроводникового лазера на гетероструктуре:
 а – структура энергетических уровней гетероперехода;
 б – поперечное сечение световой волны

Активная область в таком переходе совпадает со слоем узкозонного полупроводника. Именно в этой области накапливаются одновременно электроны зоны проводимости и дырки валентной зоны. Структура гетероперехода обеспечивает достижение более высокой концентрации электронов и дырок в активной области и, следовательно, более высокого коэффициента усиления. Кроме того, такая структура обладает свойствами волновода, так как показатель преломления узкозонного полупроводника выше, чем показатель преломления широкозонного полупроводника. Это обеспечивает ограничение поперечных размеров усиливаемой световой волны (рисунок 2.4б). Полупроводниковые лазеры на гетеропереходах позволяют осуществить непрерывный режим генерации при температурах до 350 К.

2.4 Использование лазера для определения постоянной Планка

Для того чтобы электрон мог совершить переход в разрешенное состояние с более высокой энергией, он должен приобрести в электрическом поле энергию, равную ширине запрещенной зоны, т. е.

$$\Delta E = eU.$$

Энергия фотона, излучаемого при обратном переходе электрона в нижнее энергетическое состояние, также приблизительно равна ширине запрещенной зоны

$$\Delta E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}.$$

Тогда для постоянной Планка можно записать

$$h = \frac{eU\lambda}{c}, \quad (2.8)$$

где $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд электрона; U – напряжение, приложенное к p - n переходу лазера; λ – длина волны света, излучаемого полупроводниковым лазером; $c = 2,998 \cdot 10^8$ м/с – скорость света в вакууме.

Таким образом, для определения постоянной Планка необходимо измерить длину волны излучаемого лазером света и измерить напряжение, при котором p - n переход начинает излучать световые кванты.

В данной работе длина волны излучения определяется с помощью дифракционной решетки. Если падающий луч света перпендикулярен поверхности решетки (угол падения равен нулю), то положение главных дифракционных максимумов задается условием

$$d \sin \varphi_n = n\lambda, \quad (2.9)$$

где d – период решетки; φ_n – угол дифракции; n – порядок дифракции.

Выразим длину волны излучения λ из (2.9), получим:

$$\lambda = d \sin \varphi_n / n. \quad (2.10)$$

Синус угла дифракции φ_n найдем, используя геометрическое соотношение:

$$\sin \varphi_n = \frac{a_n}{\sqrt{a_n^2 + b^2}}, \quad (2.11)$$

где a_n – расстояние от нулевого порядка дифракции до выбранного порядка дифракции на экране; b – расстояние от дифракционной решетки до экрана.

Подставив (2.11) в (2.10), получим

$$\lambda = \frac{a_n d}{n \sqrt{a_n^2 + b^2}}. \quad (2.12)$$

3 ОПИСАНИЕ РАБОЧЕЙ УСТАНОВКИ

Для выполнения лабораторной работы используются учебно-лабораторная установка, электрическая схема которой представлена на рисунке 2.5. Все элементы этой цепи, за исключением цифрового вольтметра и блока питания, смонтированы на лабораторном стенде. Лабораторный стенд содержит дифракционную решетку с периодом $d = 2 \cdot 10^{-5}$ м, полупроводниковый лазер, экран со шкалой и регулирующий резистор, с помощью которого изменяется напряжение на полупроводниковом лазере. Для измерения напряжения используется цифровой вольтметр. Напряжение измеряется с точностью $1 \cdot 10^{-4}$ В.

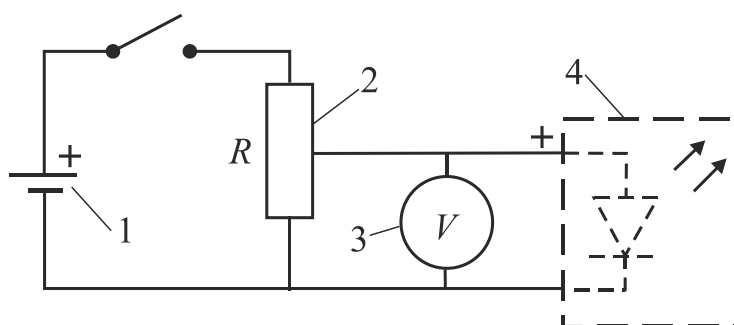


Рисунок 2.5 – Электрическая схема лабораторной установки:

1 – блок питания 5 В; 2 – регулирующий резистор;

3 – цифровой вольтметр; 4 – лабораторный стенд

Луч лазера направляется горизонтально. Линейка (шкала), предназначенная для измерения углов дифракции, закреплена на передней стенке стенда (экрана) на расстоянии $b = 44$ см от дифракционной решетки и ориентирована вертикально относительно основания стенда. Такое расположение обеспечивает перпендикулярность линейки направлению распространения луча лазера.

4 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Для выполнения работы в первую очередь включите цифровой вольтметр и дайте ему прогреться в течение 5 мин.
2. Затем включите блок питания, поставив переключатель на нем в положение «ВКЛ» (на блоке загорится сигнальный светодиод).
3. С помощью переменного резистора установите на лазерном диоде максимальное напряжение – 5 В. При этом на передней стенке со шкалой будет наблюдаться дифракционная картина в виде ряда светящихся точек – максимумов разных порядков.
4. Измерьте расстояния L_n по линейке от нулевого (самого яркого максимума – он расположен внизу шкалы экрана) до выбранного порядка дифракции и запишите полученные значения в таблицу 2.1 (столбец n – порядок дифракции).

5. Для определения постоянной Планка необходимо измерить пороговое напряжение включения лазерного диода. Для этого, вращая ручку переменного резистора (потенциометра), плавно уменьшайте напряжение питания до тех пор, пока пятно **первого** максимума на экране станет едва заметным. Показания вольтметра в этот момент можно считать равным пороговому напряжению включения лазера.

6. Проведите измерения порогового напряжения 5 (пять) раз. Результаты запишите в таблицу 2.2.

Таблица 2.1 – Измерение длины волны излучения лазера

n	L_n , мм	a_n , мм	$\sin\varphi_n$	λ , нм	$\Delta\lambda^2$, нм ²
0		—	—	—	—
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
				$\langle\lambda\rangle =$	$S_\lambda =$

Таблица 2.2 – Результаты измерения порогового напряжения

Номер, п/п	U , В	ΔU , В	ΔU^2 , В ²
1			
2			
3			
4			
5			
$\langle U \rangle =$		$S_U =$	

5 ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Рассчитайте расстояние от нулевого максимума до указанного в таблице 2.1 порядка дифракции по формуле:

$$a_n = L_n - L_0,$$

где $n = 1, 2, 3, \dots, 7$.

2. Используя соотношение (2.11), определите значения $\sin\varphi_n$.

3. Используя формулу (2.12), вычислите значения длины волны λ .

4. Рассчитайте средние значения длины волны и порогового напряжения по формулам

$$\langle\lambda\rangle = \frac{1}{N_1} \sum_{i=1}^{N_1} \lambda_i ;$$

$$\langle U \rangle = \frac{1}{N_2} \sum_{i=1}^{N_2} U_i,$$

где N_1 и N_2 – число экспериментальных точек для λ и U соответственно.

5. Определите границы стандартной неопределенности измерения λ и U с помощью соотношений

$$S_\lambda = \sqrt{\frac{1}{N_1(N_1-1)} \sum_{i=1}^{N_1} \Delta \lambda_i^2};$$

$$S_U = \sqrt{\frac{1}{N_2(N_2-1)} \sum_{i=1}^{N_2} \Delta U_i^2}.$$

6. Используя средние значения $\langle U \rangle$ и $\langle \lambda \rangle$, оцените постоянную Планка $\langle h \rangle$ по формуле (2.8).

7. Определите суммарную стандартную неопределенность результата измерения h с помощью соотношения

$$S_h = \frac{e}{c} \sqrt{\langle \lambda \rangle^2 \cdot S_U^2 + \langle U \rangle^2 \cdot S_\lambda^2}.$$

8. Запишите окончательный результат в виде:

$$h = \langle h \rangle \pm S_h.$$

9. Сравните его с табличным значением постоянной Планка и сделайте вывод.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте определение уровня Ферми.
2. Какой энергетический уровень считается вырожденным?
3. Что такое инверсная заселенность уровней?
4. Какие методы накачки применяются в полупроводниковых лазерах?
5. Чем характеризуется модовый состав лазерного излучения?
6. Как в работе определяется длина волны излучения лазерного диода?
7. Как устроена экспериментальная установка? Каково назначение ее отдельных узлов и блоков?
8. На каком принципе основан расчет постоянной Планка в данной работе?
9. Рассчитайте пороговое напряжение включения лазера, если генерируемая им длина волны равна $\lambda = 0,4$ мкм.

Лабораторная работа № 3

**ЯВЛЕНИЕ ТЕРМОЭЛЕКТРОННОЙ ЭМИССИИ
В ВАКУУМНЫХ ДИОДАХ**

1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью данной лабораторной работы является изучение особенностей вольтамперных характеристик (ВАХ) вакуумных диодов, определение работы выхода электрона из металла и проверка выполнения закона Богуславского – Ленгмюра.

2 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

2.1 Работа выхода электронов из металла

В металле имеется большое число свободных электронов. Это валентные электроны, которые под действием электрического поля соседних атомов в кристаллической решетке металла отрываются от атомов. Слово «свободных» не следует понимать буквально, так как в действительности электроны взаимодействуют как с ионами решетки, так и с остальными электронами, но равнодействующая всех сил, действующих на отдельный электрон, близка к нулю. В этом приближении электроны проводимости в металлах можно считать идеальным газом довольно высокой плотности – $10^{28} \dots 10^{29} \text{ м}^{-3}$ (концентрация молекул в газах при нормальных условиях составляет порядка 10^{25} м^{-3}).

Подобно молекулам идеального газа электроны проводимости совершают тепловое движение со средней квадратичной скоростью, которая при комнатной температуре ($T = 300 \text{ К}$) равна: $v_{\text{кв}} = \sqrt{3kT/m_e} \approx 10^5 \text{ м/с}$, где $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ – постоянная Больцмана; m_e – масса электрона. Этой скорости соответствует средняя кинетическая энергия: $E = 3kT/2 \approx 0,04 \text{ эВ}$.

При обычных температурах данной энергии недостаточно, чтобы покинуть пределы металла. Покинуть металл удастся только тем электронам, энергия которых оказывается достаточной для преодоления потенциального барьера, имеющегося на поверхности. Силы, обуславливающие потенциальный барьер, имеют следующее происхождение:

- если электрон по какой-то причине удаляется из металла, то в том месте, которое электрон покинул, возникает избыточный положительный заряд, и электрон притягивается силой Кулона F_1 к индуцированному им самим положительному заряду;
- отдельные электроны, покидая металл, удаляются от него на несколько межатомных расстояний и создают тем самым над поверхностью металла «электронное облако», которое вместе с наружным слоем положительных ионов решетки образует двойной электрический слой (электрическое поле

двойного слоя подобно полю плоского конденсатора). Сила F_2 , действующая на электрон в таком слое, как и сила F_1 , направлена в сторону металла. Работа, совершаемая против этих сил при переводе электрона из металла наружу, идет на увеличение потенциальной энергии электрона E_p .

Таким образом, если принять потенциальную энергию электрона в вакууме равной нулю, то электрон в металле находится в потенциальной яме, глубина E_{p0} которой определяется индивидуальностью материала.

Полная энергия электрона в металле складывается из потенциальной и кинетической энергий. Согласно квантовой теории, даже при абсолютном нуле энергия всех электронов не равна E_{p0} . Электроны распределяются по энергетическим уровням в соответствии с принципом Паули. На рисунке 3.1 энергетические уровни зоны проводимости вписаны в потенциальную яму (пунктиром изображены незанятые энергетические уровни при $T = 0$ К). Плоское «дно» потенциальной ямы свидетельствует о том, что никакого электрического поля внутри металла нет, и весь его объем эквипотенциален. Движение электронов внутри ящика ограничено только тем, что они не могут выйти за его пределы.

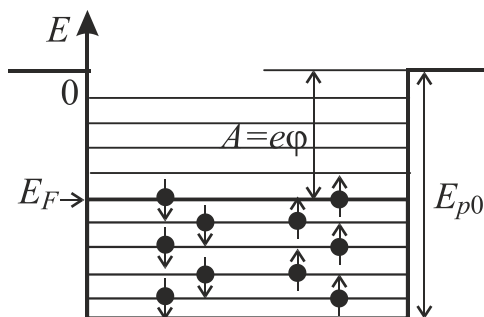


Рисунок 3.1 – Заполнение электронами уровней энергии

Наибольшая кинетическая энергия, которой обладает электрон на самом высоком занятом уровне при $T = 0$ К, называется энергией Ферми – E_F . Таким образом, для удаления электрона за пределы металла разным электронам нужно сообщить неодинаковую энергию. Электрону, находящемуся на самом нижнем уровне ямы, необходимо сообщить энергию E_{p0} , а для электрона, находящегося на уровне Ферми, достаточно энергии $E_{p0} - E_F$.

Наименьшая энергия, которую необходимо сообщить электрону для того, чтобы удалить его из металла в вакуум, называют **работой выхода**. Работу выхода принято обозначать через $e\phi$, где e – модуль заряда электрона, ϕ – величина, называемая потенциалом выхода. Тогда

$$A = e\phi = E_{p0} - E_F.$$

При температуре $T > 0$ К электроны находятся в тепловом равновесии, поэтому к энергии Ферми прибавляется еще некоторая тепловая энергия. С повышением температуры число электронов, кинетическая энергия теплового движения которых становится больше работы выхода, резко возрастает. Такое явление испускания электронов нагретым металлом называется **термоэлектронной эмиссией**.

Работа выхода является характеристикой поверхности тела. Например, для снижения работы выхода поверхность вольфрама покрывают тонким слоем тория, цезия, бария или окислов некоторых металлов (активированные катоды). Толщина слоя составляет несколько десятков тысяч межатомных расстояний.

Работа выхода очень чувствительна к состоянию поверхности, в частности, к ее чистоте. Подобрав надлежащим образом покрытие, можно сильно понизить работу выхода.

2.2 Термоэлектронная эмиссия и ее применение

Исследование закономерностей термоэлектронной эмиссии можно провести с помощью двухэлектродной лампы (электровакуумного диода), представляющего собой стеклянный или металлический баллон, из которого откачан воздух до давления 10^{-5} Па. На рисунке 3.2 изображена схема включения такого диода в электрическую цепь.

Внутри диода находятся два электрода – катод и анод. Катодом служит нить из тугоплавкого металла (обычно вольфрама), нагреваемая электрическим током. Часто, как и в данной работе, используются катоды косвенного накала. В них катод нагревается от отдельной нити накала, по которой пропускают ток.

Нагретый катод испускает электроны – имеет место термоэлектронная эмиссия. Ток в цепи появляется только в том случае, если положительный полюс источника тока соединен с анодом, а отрицательный – с катодом.

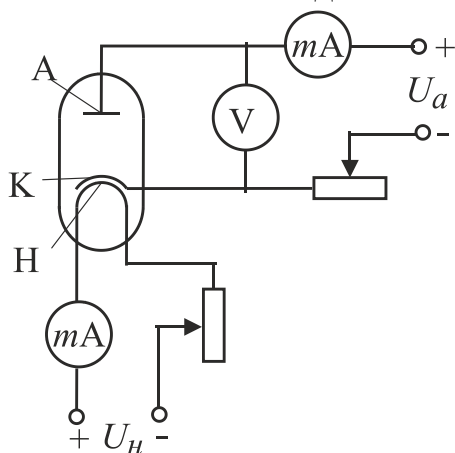


Рисунок 3.2 – Схема включения диода:
А – анод; К – катод; Н – нить накала

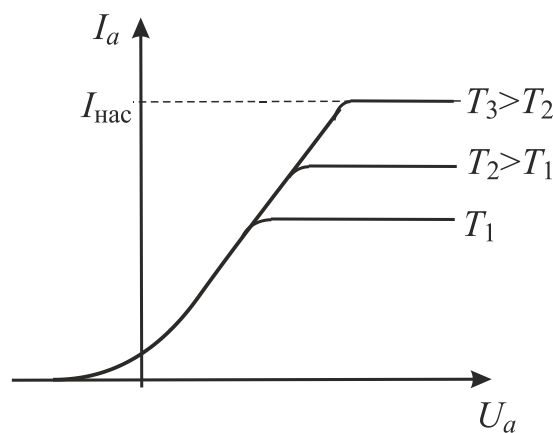


Рисунок 3.3 – Вольт-амперная характеристика
электровакуумного диода

Кривая, изображающая зависимость силы тока в диоде от анодного напряжения, называется вольт-амперной характеристикой (ВАХ). На рисунке 3.3 показана ВАХ диода при разных температурах катода. Видно, что зависимость является нелинейной, т. е. I_a не является прямо пропорциональной функцией анодного напряжения U_a . Следовательно, **для электровакуумного диода закон Ома не выполняется.**

При $U_a = 0$ анодный ток $I_a = I_0$ мал, но отличен от нуля. Наличие данного тока объясняется тем, что часть вылетевших в результате термоэлектронной

эмиссии из катода электронов обладают энергией, достаточной для преодоления потенциального барьера, обусловленного облаком пространственного заряда около катода. Такие электроны достигают анода даже без приложения электрического поля между анодом и катодом. Именно они и создают ток I_0 .

С увеличением анодного напряжения концентрация электронов в облаке пространственного заряда около катода уменьшается. Поэтому тормозящее действие пространственного заряда становится меньше, и анодный ток растет быстрее, чем в прямой зависимости от анодного напряжения. Теоретическая зависимость анодного тока от анодного напряжения на этом участке была получена русским физиком С. А. Богуславским и американским физиком И. Ленгмюром. Она называется «законом трех вторых»:

$$I_a = C \cdot U_a^n, \quad (3.1)$$

где $n = 3/2$ – показатель степени; C – коэффициент, зависящий от формы и размеров электродов, а также их взаимного расположения.

На практике точного совпадения с законом «трех вторых» не наблюдается. При малых напряжениях закон «трех вторых» дает заниженное значение термоэлектронного тока, так как при выводе закона не учитывался разброс тепловых скоростей электронов. При больших напряжениях наблюдается отклонение от закона «трех вторых», потому что эмиссионная способность катода не бесконечно велика. При больших напряжениях ток, в конце концов, достигает значения $I_{\text{нас}}$ (см. рисунок 3.3), называемого *током насыщения*, который существенно медленнее изменяется при дальнейшем росте анодного напряжения. Это означает, что электронное облако полностью рассеялось и не оказывает никакого тормозящего действия на электроны, эмитированные с катода. Поэтому все они достигают анода, и дальнейшее увеличение напряжения не может привести к увеличению силы тока. Плотность термоэmissionного тока насыщения $I_{\text{нас}}$ описывается уравнением Ричардсона – Дэшмана:

$$I_{\text{нас}} = B \cdot T^2 \cdot S \cdot \exp\left(-\frac{A}{kT}\right), \quad (3.2)$$

где A – работа выхода электрона из металла, Дж; B – эмиссионная постоянная, $A/(K^2 \cdot \text{м}^2)$; T – абсолютная температура катода, К; S – площадь поверхности катода, м^2 . Постоянные B и A характеризуют металл, из которого изготовлен катод, и не зависят от других факторов. Для вольфрама $A = 4,54$ эВ. Для оксидного катода она сравнительно мала и лежит в пределах $1 - 2,5$ эВ.

Формула (3.2) предсказывает квадратичную зависимость тока насыщения от температуры катода. Если ее прологарифмировать, то возникает возможность экспериментального определения работы выхода электронов из металла.

С увеличением температуры катода увеличивается число эмитированных в единицу времени электронов, и ток насыщения $I_{\text{нас}}$ возрастает. При этом увеличивается и значение анодного напряжения, при котором наступает насыщение (см. рисунок 3.3). Дальнейший рост анодного напряжения приводит сначала к слабому, а потом всё к большему увеличению анодного тока. Такое пове-

дение объясняется эффектом Шоттки – уменьшением работы выхода катода под действием электрического поля.

При отрицательном напряжении (потенциал катода выше потенциала анода) ток в анодной цепи быстро уменьшается и в дальнейшем прекращается, т. е. вакуумный диод обладает односторонней проводимостью, что позволяет применять его в качестве выпрямителя.

3 ОПИСАНИЕ РАБОЧЕЙ УСТАНОВКИ

Для выполнения лабораторной работы используются три блок-секции стенда «КВАНТОВАЯ ОПТИКА», вид которых представлен на рисунках 3.4 – 3.6.

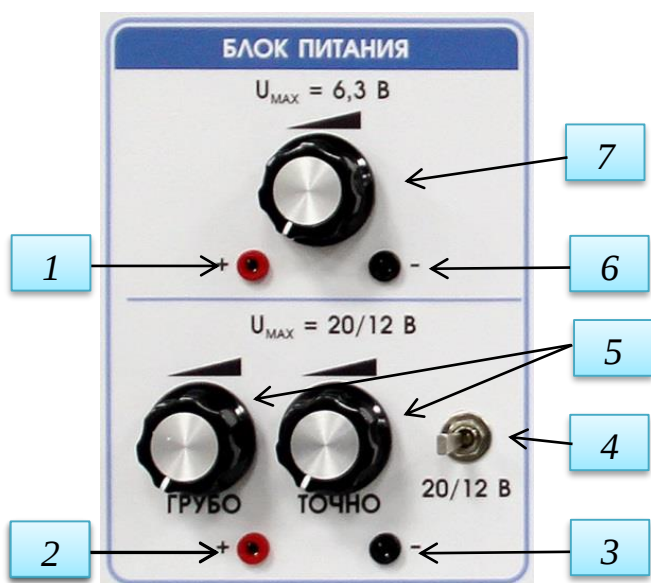


Рисунок 3.4 – Блок-секция «БЛОК ПИТАНИЯ»

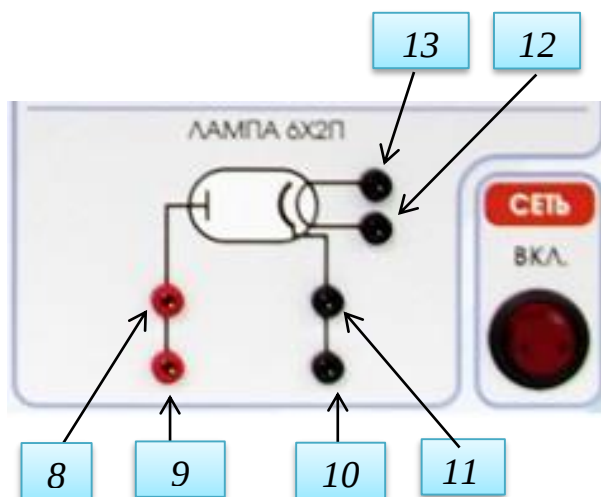


Рисунок 3.5 – Часть блок-секции «БЛОК С ОБЪЕКТАМИ ИССЛЕДОВАНИЯ»



Рисунок 3.6 – Блок-секция «ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ»

Принципиальная схема экспериментальной установки, в которой в качестве объекта исследования применяется лампа 6Х2П, приведена на рисунке 3.2.

Эта лампа имеет эффективный оксидный катод небольшой длины и нагревается от отдельной нити накала. Поэтому неравномерность его нагрева из-за дополнительного охлаждения концов за счёт отвода тепла по держателям выражена достаточно резко. В режиме насыщения у поверхности катода возникает ускоряющее поле и проявляется эффект Шоттки.

Электрическая цепь подключения лампы состоит из двух контуров – накального и анодного. В каждом из них есть свой источник питания и свои измерительные приборы.

Цепь накала включает в себя блок питания с регулируемым выходным напряжением U_n , цифровой амперметр SM3D-DA0.2 для измерения постоянного тока накала I_n и регулятор напряжения (от 0 до 6,3 В).

Анодная цепь состоит из генератора напряжения 20 В, цифрового вольтметра SM3D-DV20 для измерения анодного напряжения U_a , настольного универсального мультиметра АВМ-4141 (миллиамперметра) для измерения анодного тока I_a и регулятора напряжения (от 0 до 20 В).

Температура катода лампы 6Х2П и ток накала, выраженный в амперах, связаны между собой соотношением:

$$T = 114 + 2200 \cdot \sqrt{I_n}. \quad (3.3)$$

Цифровые электроизмерительные приборы SM3D-DA0.2 и SM3D-DV20 вмонтированы в измерительный стенд (см. рисунок 3.6).

4 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Подготовить настольный мультиметр АВМ-4141 для работы в режиме амперметра (измерение постоянного тока):

- измерительные щупы (красный и черный) подсоединить соответственно к входным разъёмам мультиметра (**500 мА**) и (**COM**);

- включить мультиметр нажатием кнопки «**POWER**» и выбрать функцию измерения постоянного тока нажатием кнопок «**Shift**», а затем «**DCV**»;

- установить диапазон измерения 200 мА (нажать кнопку **▲** или «**Auto**»).

2. В соответствии со схемой включения диода (см. рисунок 3.2) подать напряжение на катод лампы 6Х2П и измерить при этом ток накала. Для этого нужно соединить проводами выходное гнездо 6 секции «БЛОК ПИТАНИЯ» (см. рисунок 3.4) с гнездом 13 секции «БЛОК С ОБЪЕКТАМИ ИССЛЕДОВАНИЯ – лампа 6Х2П» (см. рисунок 3.5). Поскольку амперметр 14, расположенный в секции «ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ», включается в разрыв электрической цепи, то выходное гнездо блока питания 1 нужно вначале соединить с гнездом 15, а гнездо 16 соединить с гнездом 12 лампы 6Х2П.

3. Регуляторы напряжения 7 установить в крайнее левое положение (0 В).

4. Тумблер 4 выбора максимального выходного напряжения установить в положение «20 В». Регуляторы напряжения 5 «ГРУБО» и «ТОЧНО» установить в крайнее левое положение (0 В) (см. рисунок 3.4).

5. Подать прямое напряжение на анод и катод лампы 6Х2П. Для этого нужно соединить проводом выходное гнездо генератора напряжения 2 с гнездом лампы 8.

6. Поскольку амперметр для измерения анодного тока включается в разрыв цепи (см. рисунок 3.2), то измерительные щупы настольного мультиметра АВМ-4141 нужно подсоединить к гнездам 3 и 11.

7. Подключить вольтметр 19, расположенный в секции «ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ», к гнездам анода и катода лампы, т. е. гнездо 17 соединить проводом с гнездом 9, а гнездо 18 – с гнездом 10.

8. **Предложить преподавателю проверить собранную цепь.**

9. Включить блок питания, нажав кнопку «ВКЛ» на выключателе «СЕТЬ».

10. Регуляторы напряжения 7 установить в крайнее правое положение, т. е. подать на накал лампы максимальное напряжение. Дать прогреться лампе в течение 5 минут.

11. Изменяя напряжение между анодом и катодом поворотом регуляторов 5 «ГРУБО» и «ТОЧНО» (см. рисунок 3.4), установить по вольтметру 19 последовательно значения U_a , указанные в таблицы 3.1, фиксируя при этом каждый раз устойчивые показания мультиметра АВМ-4141 (ждать примерно 1 мин). Значения тока I_a записать в таблицу 3.1.

Таблица 3.1 – Результаты измерения параметров вольт-амперной характеристики

Номер п/п	U_a , В	I_a , мА	$x = \ln U_a$	$y = \ln I_a$	x^2	y^2	xy
1	0,25						
2	1,0						
3	2,0						
4	3,0						
5	4,0						
6	5,0						
7	6,0						
8	7,0						
9	8,0						
10	9,0						
11	10,0						
12	11,0						
13	12,0						
14	13,0						
Средние значения			$\langle x \rangle =$	$\langle y \rangle =$	$\langle x^2 \rangle =$	$\langle y^2 \rangle =$	$\langle xy \rangle =$

12. Построить вольт-амперную характеристику $I_a = f(U_a)$. Проверить, что при $U_a = 10$ В анодный ток выходит на насыщение. Если данное условие выполняется, то при понижении напряжения (температуры катода) всегда будет выполняться условие $I_a = I_{\text{нас}}$ (см. рисунок 3.3).

13. Поворотом регуляторов напряжения 5 (см. рисунок 3.4) установить на вольтметре 19 значение анодного напряжения $U_a = 10$ В.

14. Регулятором напряжения 7 установить последовательно значения тока накала I_n (показания амперметра 14) в пределах интервала, рекомендуемого в таблице 3.2, и измерить при этом ток насыщения $I_{нас}$ (показания настольного мультиметра). Результаты занести в таблицу 3.2.

15. Используя соотношение (3.3), рассчитать значения температуры катода для каждого значения тока $I_{нас}$.

16. По окончании работы отключить стенд с помощью выключателя «СЕТЬ».

Таблица 3.2 – Результаты измерения тока насыщения при разных температурах

Номер п/п	I_n , мА рекоменд.	I_n , мА факт.	$I_{нас}$, мА	T , К	$x = 1/T$	$y = \ln(I_{нас}/T^2)$	x^2	y^2	$x \cdot y$
1	86 – 80								
2	80 – 75								
3	75 – 70								
4	70 – 65								
5	65 – 60								
Средние значения					$\langle x \rangle =$	$\langle y \rangle =$	$\langle x^2 \rangle =$	$\langle y^2 \rangle =$	$\langle xy \rangle =$

4 ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

4.1 Проверка закона Богуславского – Ленгмюра

Возьмем десятичный логарифм от обеих частей формулы (3.1). Получим

$$\lg I_a = \lg C + n \cdot \lg U_a.$$

График этой функции представляет собой прямую линию $y = c + bx$, коэффициент b которой равен показателю степени при анодном напряжении n .

Значение коэффициента b определим с помощью метода наименьших квадратов.

1. Для этого нужно рассчитать значения $x = \lg I_a$ и $y = \lg U_a$. Результаты занести в таблицу 3.1.

2. Построить график зависимости $\lg I_a = f(\lg U_a)$ и выбрать границы его линейности.

3. В пределах границ линейности рассчитать значения x , x^2 , y^2 и занести их в таблицу 3.1.

4. В пределах границ линейности рассчитать средние значения $\langle x \rangle$, $\langle y \rangle$, $\langle x^2 \rangle$, $\langle y^2 \rangle$ и $\langle xy \rangle$.

5. Определить значение коэффициента b по формуле:

$$b = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}.$$

Это значение является оценкой показателя степени при анодном напряжении, т. е.

$$\langle n \rangle = b.$$

6. Вычислить неопределенность показателя степени n по формуле:

$$S_n = \sqrt{\frac{1}{(N-2)}} \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - \langle n \rangle^2},$$

где N – число экспериментальных точек в границах линейности графика.

7. Записать окончательный результат в виде:

$$n = \langle n \rangle \pm S_n.$$

8. Сравнить результат с теоретическим значением.

4.2 Определение работы выхода электрона из катода

Прологарифмируем формулу Ричардсона – Дэшмана (3.2):

$$\ln\left(\frac{I_{\text{нас}}}{T^2}\right) = \ln(B \cdot S) - \frac{A}{k} \frac{1}{T}.$$

График этой функции представляет собой прямую линию $y = a + bx$, угловой коэффициент которой b связан с работой выхода A соотношением

$$b = -A/k,$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

Значение коэффициента b определим с помощью метода наименьших квадратов.

1. Для этого нужно рассчитать значения $x = 1/T$ и $y = \ln(I_{\text{нас}}/T^2)$ и занести их в таблицу 3.2.

2. Построить график функции зависимости $y = f(x)$ и убедиться, что зависимость линейная или близкая к ней.

3. Рассчитать значения xy , x^2 , y^2 и найти средние значения каждого столбца $\langle x \rangle$, $\langle y \rangle$, $\langle x^2 \rangle$, $\langle y^2 \rangle$ и $\langle xy \rangle$. Результаты занести в таблицу 3.2.

4. Определить значение углового коэффициента b по формуле:

$$\langle b \rangle = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}.$$

5. Вычислить неопределенность углового коэффициента b – величину S_b :

$$S_b = \sqrt{\frac{1}{(N-2)}} \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - \langle b \rangle^2},$$

где N – число экспериментальных точек.

6. Рассчитать работу выхода по формуле

$$\langle A \rangle = -bk.$$

Для определения работы выхода в эВ принять значение $k = 0,862 \cdot 10^{-4}$ эВ/К.

7. Записать окончательный результат для работы выхода электрона из катода в виде:

$$A = \langle A \rangle \pm \frac{S_b}{\langle b \rangle} \langle A \rangle.$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какой процесс называется явлением термоэлектронной эмиссии?
2. Почему поверхность металла представляет для электронов потенциальную яму?
3. Какова должна быть кинетическая энергия электрона внутри металла, чтобы он мог покинуть металл?
4. Что такое уровень Ферми?
5. Дайте определение работы выхода электрона из металла.
6. Почему ток насыщения увеличивается с ростом температуры катода?
7. Выполняется ли закон Ома для тока термоэлектронной эмиссии? Объясните ход вольт-амперной характеристики вакуумного диода.
8. Нарисуйте эмиссионную характеристику термоэлектронного катода. Почему она начинается не из начала координат?
9. Как формулируются основные законы явления термоэлектронной эмиссии – закон «трех вторых» и Ричардсона – Дэшмана?
10. В основу принципа действия каких устройств положено явление термоэлектронной эмиссии?
11. Зачем в работе по снятию вольт-амперной характеристики диода измеряется также ток накала?
12. Какой прием используется в данной работе с целью определения работы выхода электрона из металла?

ИЗУЧЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ МЕТАЛЛОВ И ПОЛУПРОВОДНИКОВ

1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью данной лабораторной работы является исследование зависимостей сопротивления металла и полупроводника от температуры, определение температурного коэффициента сопротивления металла и ширины запрещенной зоны полупроводников.

2 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Электропроводность – способность тела пропускать электрический ток под действием электрического поля. Количественной характеристикой этого явления служит удельная электропроводность σ . Она входит в дифференциальный закон Ома

$$\vec{j} = \sigma \vec{E},$$

где j – плотность тока, А/м²; E – напряженность электрического поля, В/м.

В зависимости от значения σ все вещества делятся на проводники: $\sigma > 10^6$ (Ом·м)⁻¹, диэлектрики: $\sigma < 10^{-8}$ (Ом·м)⁻¹ и полупроводники с промежуточными значениями σ . Это деление в значительной мере условно, так как электропроводность меняется в широких пределах при изменении состояния вещества (например, температуры) и от внешних воздействий (например, напряженности электрического поля).

2.1 Элементы зонной теории

Наиболее последовательно существование твёрдых тел с различной степенью электропроводности объясняется с точки зрения зонной теории.

Зонная структура энергетических уровней получается непосредственно из решения уравнения Шрёдингера для электрона, движущегося в периодическом силовом поле.

Физически происхождение зонной структуры связано с образованием кристалла из N атомов, каждый из которых в свободном состоянии обладает дискретным электронным энергетическим спектром. При сближении атомов до расстояний, на которых они располагаются в твердом теле, взаимодействие между атомами достигнет значительной величины, и электроны каждого атома окажутся в электрическом поле не только своего ядра, но и во внешнем поле соседних ядер. Оказывается, что в результате такого взаимодействия первоначаль-

начально совпадающие N уровней энергии становятся различными. Эта совокупность теперь уже несовпадающих уровней энергии и есть разрешенная зона энергий.

Заметно расщепляются и расширяются уровни внешних (валентных) электронов, наиболее слабо связанных с ядром и имеющих наибольшую энергию, а также более высокие уровни, которые в основном состоянии атома вообще не заняты электронами. Уровни внутренних электронов либо совсем не расщепляются, либо расщепляются слабо. При этом ширина зон не зависит от размеров кристалла, а определяется степенью связи электронов с ядрами.

Заполнение энергетических зон электронами также различно. В соответствии с принципом Паули, на каждом уровне разрешенной зоны может находиться не более двух электронов. Если какой-то энергетический уровень свободного атома полностью заполнен, то образующаяся энергетическая зона также целиком заполнена. Зоны, образованные из энергетических уровней внутренних электронов атомов, заполнены полностью. Самая верхняя зона, целиком заполненная электронами, находящимися в основном состоянии (при $T = 0$ К), называется *валентной зоной*. Зона, образованная из пустых или частично заполненных энергетических уровней внешних электронов изолированных атомов, называется *зоной проводимости*. Каждая из зон ограничена снизу некоторой энергией E_C («дно» зоны) и сверху энергией E_V («потолок» зоны). Эти зоны отделены друг от друга полосами запрещенных энергий шириной ΔE . Так как электрические свойства твердых тел зависят от переходов электронов между валентной зоной и зоной проводимости, то именно они изображаются на энергетических диаграммах при обсуждении физических свойств твердого тела (рисунок 4.1).

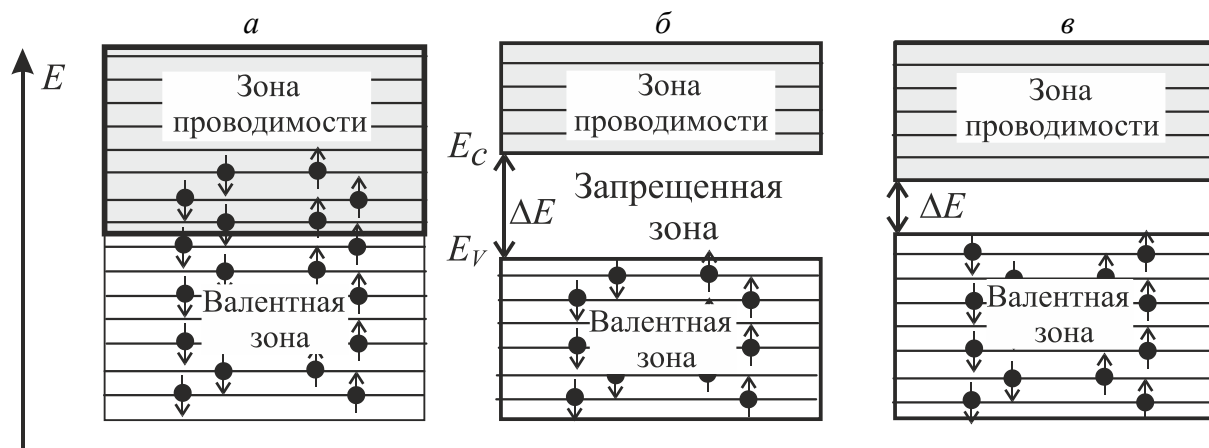


Рисунок 4.1 – Структура энергетических зон:
 а – металлы; б – диэлектрики; в – полупроводники

Приложим к кристаллу внешнее электрическое поле. Если в зоне есть свободные уровни энергии, то электроны, возбужденные внешним электрическим полем, будут переходить на них. Кристаллические тела с указанным характером заполнения зон хорошо проводят электрический ток, и называются *металлами* (рисунок 4.1а). К металлам (проводникам) относят также вещества, у которых валентная зона перекрывается с зоной проводимости.

Если валентная зона заполнена целиком, то изменение состояния системы электронов может произойти только при их переходе через запрещенную зону. Энергии внешнего электрического поля на такой переход может оказаться недостаточно. Перестановка электронов внутри полностью заполненной зоны не вызывает изменения квантового состояния системы, так как сами по себе электроны неразличимы. В таких кристаллах (рисунок 4.1б) внешнее электрическое поле (при котором ещё не происходит электрический пробой кристалла) не вызовет появления электрического тока, и они называются *диэлектриками*.

Из группы диэлектриков можно условно выделить те вещества, у которых ширина запрещенной зоны меньше $\Delta E < 2$ эВ ($1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$) (рисунок 4.1в). Переход электронов через запрещенную зону у таких веществ можно осуществить, например, посредством теплового возбуждения при повышении температуры (при комнатной температуре $kT \sim 0,03 \text{ эВ}$). При этом освобождается часть уровней валентной зоны, и частично заполняются уровни следующей за ней зоны проводимости. При наличии вакантных мест коллективное поведение электронов валентной зоны можно представить как поведение такого же числа положительно заряженных *квазичастиц*, получивших название *дырок*, т. е. частиц с положительным зарядом e , имеющих скорость отсутствующего электрона. В результате кристалл становится способным проводить электрический ток. Такие вещества называются *полупроводниками*.

2.2 Электропроводность металлов

Заполнение электронами энергетических уровней в зоне проводимости металла (рисунок 4.2а) происходит в соответствии со статистикой Ферми – Дирака, которая описывается функцией:

$$f(E) = \left[\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1 \right]^{-1}, \quad (4.1)$$

где E_F – уровень Ферми, эВ; T – температура, К; $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ – постоянная Больцмана.

Физический смысл этого распределения очевиден. По принципу Паули каждое состояние может быть занято только одним электроном. Поэтому все уровни валентной зоны до уровня E_F при $T = 0 \text{ К}$ являются занятыми, а выше лежащие уровни свободны. Минимальная энергия будет у электронов, находящихся у дна зоны. Следовательно, E_F есть не что иное, как максимальная энергия, которую могут иметь электроны проводимости в металле при $T = 0 \text{ К}$. Её величина определяется из условия нормировки.

Однако такое наглядное определение энергии Ферми имеет смысл лишь в применении к свободным электронам в металле. Например, в полупроводниках (рисунок 4.2б) энергия Ферми приходится примерно на середину запрещенной зоны, где заведомо нет электронов. Поэтому в общем случае *энергией Ферми* называется такая энергия, при которой функция распределения $f(E) = 1/2$.

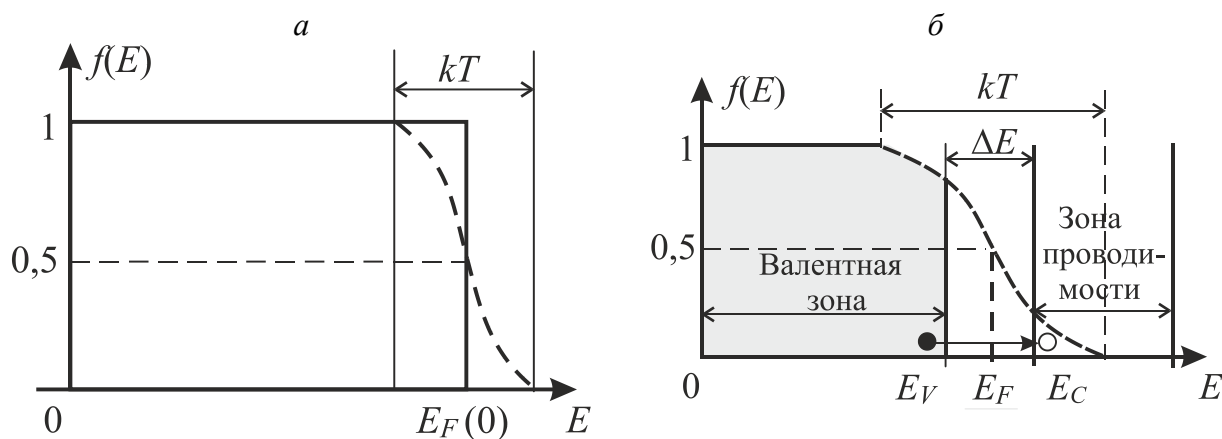


Рисунок 4.2 — График функции распределения электронов:
 a — в металле; b — в полупроводнике

С повышением температуры электроны подвергаются тепловому возбуждению и переходят на более высокие энергетические уровни. Поскольку энергия Ферми у металлов имеет значение примерно 5 эВ и значительно превосходит среднюю энергию теплового движения при обычных температурах, то пунктирный «хвост» графика функции $f(E)$ (см. рисунок 4.2а) занимает узкий энергетический промежуток шириной порядка kT . Поэтому вывод о малом изменении функций распределения при нагревании может быть распространён на всю область температур (вплоть до плавления), при которых мы имеем дело с металлами в твёрдом состоянии.

Когда проводник помещают в электрическое поле, каждый электрон проводимости получает приращение скорости, определяемое напряженностью поля. Это дополнительное к хаотическому движению электронов движение под действием электрического поля называется *дрейфом* электронов, а соответствующая скорость упорядоченного движения — *дрейфовой скоростью*. Приращение скорости с течением времени не будет увеличиваться до бесконечности, так как в кристалле всегда имеются процессы рассеяния электронов, стремящиеся вернуть распределение электронов по скоростям к хаотическому состоянию. При этом рассеивающими факторами являются не сами атомы проводника, а отклонения решётки от идеальной периодичности. Это могут быть дефекты решётки, различные примеси или нарушение периодичности потенциала решётки в результате тепловых колебаний (рассеяние на фононах). Процессы рассеяния стремятся вернуть электроны в равновесное состояние. Если внешнее электрическое поле постоянное, то между этими двумя процессами устанавливается динамическое равновесие со средней дрейфовой скоростью

$$\langle v_{др} \rangle = \frac{eE}{m^*} \tau,$$

где e — заряд электрона, Кл; E — напряженность электрического поля, В/м; m^* — эффективная масса электрона, движущегося в периодическом поле решетки, кг; τ — время свободного пробега, с.

Средняя дрейфовая скорость движения носителей зарядов в поле единичной напряженности называется *подвижностью*. Поэтому подвижность может быть определена как

$$u = \frac{\langle v_{др} \rangle}{E} = \frac{e}{m^*} \tau.$$

Ускоряться электрическим полем и рассеиваться могут только электроны, которые находятся вблизи уровня (поверхности) Ферми, так как любой такой акт сопровождается переходом электрона в свободное состояние с близкой энергией. Для электронов, находящимися глубоко под уровнем Ферми, такие состояния отсутствуют. Таким образом, электропроводность будет определяться свойствами электронов вблизи уровня E_F .

Расчет, основанный на квантовой статистике Ферми – Дирака, приводит к следующему выражению для удельной электропроводности:

$$\sigma = \frac{ne^2 \langle l_F \rangle}{m^* \langle v_F \rangle}, \quad (4.2)$$

где n – концентрация электронов с энергиями вблизи уровня Ферми, м^{-3} ; $\langle l_F \rangle$ – средняя длина свободного пробега электрона с энергией Ферми, м ; $\langle v_F \rangle$ – средняя скорость теплового движения такого электрона, м/с .

С учетом подвижности u формулу (4.2) можно переписать в виде:

$$\sigma = enu. \quad (4.3)$$

Таким образом, из соотношения (4.3) следует, что температурная зависимость удельной электропроводности $\sigma(T)$ обусловлена зависимостью от температуры концентрации свободных носителей заряда $n(T)$ и их подвижности $u(T)$.

Квантовомеханические расчеты показывают, что для металлов концентрация свободных электронов равна:

$$n = \frac{1}{3\pi^2} \left(\frac{2mE_F}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}},$$

где $\hbar = h/2\pi = 1,054 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – нормированная постоянная Планка; E_F – энергия Ферми. Так как E_F практически не зависит от температуры, то и концентрация носителей заряда также не зависит от температуры.

Температурная зависимость подвижности определяется тепловыми колебаниями атомов (фононами). При повышении температуры энергия тепловых колебаний возрастает пропорционально T , а следовательно, аналогично возрастает и амплитуда колебаний атомов в узлах кристаллической решетки. Чем больше амплитуда колебаний, тем больше отклонение от идеальности кристаллической решетки и тем меньше средняя длина свободного пробега электронов. В области средних и высоких температур $\langle l_F \rangle \sim T^{-1}$, поэтому, учитывая независимость $\langle v_F \rangle$ от температуры, получим

$$u(T) \sim \tau \sim \frac{\langle l_F \rangle}{\langle v_F \rangle} \sim \frac{1}{T}.$$

Таким образом, у металлов, где концентрация электронов не зависит от температуры, электропроводность с увеличением температуры уменьшается (см. формулу (4.3)).

На практике для оценки электропроводности чаще всего используется величина, обратная коэффициенту электропроводности $\rho = 1/\sigma$ – удельное сопротивление, которое с ростом температуры увеличивается. Для многих чистых металлов можно считать, что зависимость электрического сопротивления ($R = \rho l/S$) от температуры линейна и имеет вид:

$$R(T) = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)],$$

где R_0 – сопротивление однородного проводника при $T_0 = 273 \text{ К}$ ($t_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$), Ом; α – температурный коэффициент сопротивления, величина которого в разных металлах разная, $1/\text{К}$.

Если учесть, что температурные шкалы Кельвина и Цельсия связаны между собой соотношением $T = t + 273$ (t – температура в $^\circ\text{C}$), то эту формулу можно преобразовать к виду

$$R(t) = R_0 + \alpha R_0 t. \quad (4.4)$$

2.3 Электропроводность полупроводников

Главным признаком полупроводников является активационная природа проводимости, т. е. резко выраженная зависимость концентрации носителей от внешних воздействий (температуры, облучения и т. д.). Это объясняется узостью запрещенной зоны у собственных полупроводников и наличием дополнительных уровней в запрещенной зоне у примесных полупроводников.

Электропроводность химически чистых полупроводников называется *собственной проводимостью*. Собственная электропроводность полупроводников возникает в результате перехода электронов с верхних уровней валентной зоны в зону проводимости и, соответственно, образованием и движением дырок в валентной зоне:

$$\sigma = \sigma_e + \sigma_p = en_e u_e + en_p u_p, \quad (4.5)$$

где e – заряд электрона, Кл; n_e и n_p – концентрация электронов и дырок, $1/\text{м}^3$; u_e , u_p – подвижности электронов и дырок, $\text{м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$.

Количество электронов, перешедших в зону проводимости, а следовательно, и количество образовавшихся дырок, будет пропорционально вероятности нахождения электронов в различных энергетических состояниях (распределение Ферми – Дирака) при $T > 0$. На рисунке 4.2б схематически показано, что увеличение вероятности заполнения энергетических уровней в зоне проводимости ($f(E) > 0$) происходит за счет уменьшения вероятности заполнения энергетических уровней в валентной зоне ($f(E) < 1$) – возникновения незаполненных связей (дырок). При этом минимальная энергия активации образования пары электрон-дырка равна ширине запрещенной зоны, которая определяется как

$$\Delta E = E_C - E_V.$$

При комнатной температуре ($T = 300 \text{ K}$) тепловая энергия $kT \approx 0,026 \text{ эВ}$, поэтому при ширине запрещённой зоны $\Delta E \sim 0,1 - 1,5 \text{ эВ}$ можно считать, что для электронов в зоне проводимости выполняется сильное неравенство $(E - E_F) \gg kT$. В таком предельном случае функция распределения (4.1) для вероятности нахождения электрона в зоне проводимости и дырки в валентной зоне переходит в распределение Больцмана

$$f(E) = \exp\left(-\frac{E - E_F}{kT}\right).$$

Тогда концентрация электронов вблизи дна зоны *проводимости* и концентрация дырок вблизи верхнего края *валентной* зоны будут соответственно задаваться выражениями

$$\begin{aligned} n_e &= n_0 \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right); \\ n_p &= n_0 \exp\left(-\frac{E_V - E_F}{kT}\right), \end{aligned} \tag{4.6}$$

где n_0 – величина, зависящая от температуры и эффективной массы электронов и дырок.

В беспримесных полупроводниках в равновесном состоянии концентрация электронов в зоне *проводимости* и дырок в *валентной* зоне равны $n_e = n_p$, поэтому можно приближенно считать, что уровень Ферми не зависит от температуры и лежит посередине запрещенной зоны.

В полупроводниках подвижность носителей заряда вследствие их рассеяния на фононах с увеличением температуры уменьшаются по закону $\mu(T) \sim T^{-3/2}$. Однако по сравнению с более сильной зависимостью от температуры концентрации электронов и дырок $n(T)$ этой зависимостью $\mu(T)$ можно пренебречь.

Следовательно, в соответствии с формулами (4.5) и (4.6) температурная зависимость удельной электропроводности чистых полупроводников изменяется по закону:

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right), \tag{4.7}$$

где σ_0 – постоянная, характерная для данного полупроводника; ΔE – ширина запрещенной зоны.

На рисунке 4.3а приведен график зависимости логарифма электропроводности собственного полупроводника от обратной температуры: $\ln \sigma = f(1/T)$. График представляет собой прямую, по наклону которой можно определить ширину запрещенной зоны ΔE .

Определяя обратную величину $\rho = 1/\sigma$ как удельное сопротивление, получим для температурной зависимости сопротивления собственного полупроводника следующее выражение:

$$R(T) = R_0 \exp\left(\frac{\Delta E}{2kT}\right). \quad (4.8)$$

В отличие от проводника электрическое сопротивление полупроводника с ростом температуры падает.

Электропроводность легированных полупроводников обусловлена наличием в них примесей. Температурная зависимость таких полупроводников определяется не только концентрацией основных носителей, но и концентрацией носителей, поставляемых примесными атомами. На рисунке 4.3б приведены графики зависимости $\ln \sigma = f(1/T)$ для полупроводников с двумя степенями легирования ($n_1 < n_2$), где n – концентрация примесных атомов.

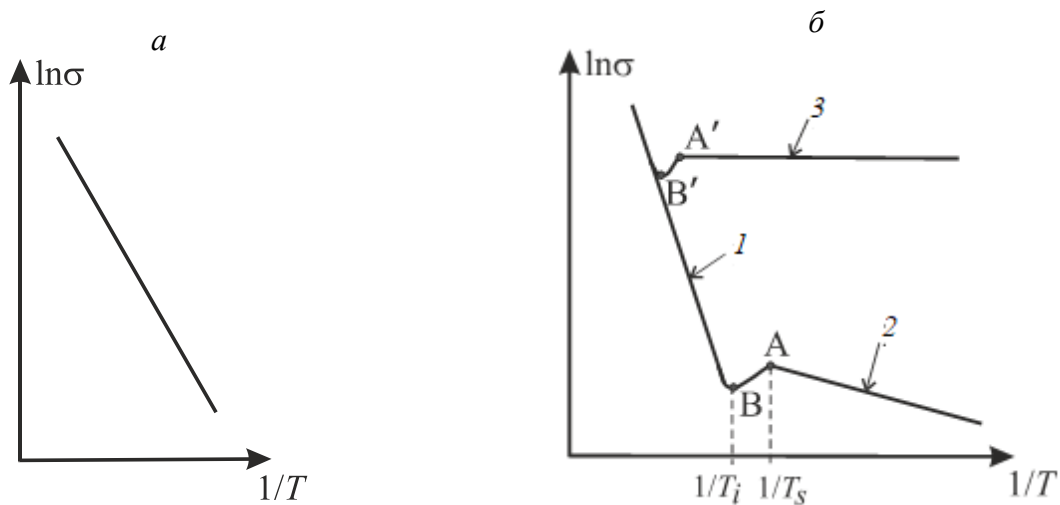


Рисунок 4.3 – Температурная зависимость электропроводности полупроводников:
а – чистый; б – примесный

Для слаболегированных полупроводников (концентрация n_1) в области низких температур преобладают переходы с участием примесных уровней. С повышением температуры растет концентрация носителей заряда, поставляемых примесными атомами, а значит, растет и примесная проводимость. При достижении точки А – температуры истощения примеси T_s – все примесные носители будут переведены в зону проводимости (рисунок 4.3б, кривая 2). В акцепторных полупроводниках все уровни примесей заполняются электронами из валентной зоны. В донорных полупроводниках все электроны с уровней примесей переходят в зону проводимости. Выше температуры T_s и до температуры перехода к собственной проводимости T_i (кривая 2, точка В) электропроводность падает, а сопротивление полупроводника растет. Выше температуры T_i преобладает собственная электропроводность (прямая 1), т. е. в зону проводимости вследствие теплового возбуждения переходят собственные носители заряда. В области собственной проводимости σ растет, а удельное электросопротивление ρ падает.

Для сильнолегированных полупроводников (концентрация n_2), у которых концентрация примеси $n \sim 10^{26} \text{ м}^{-3}$, т. е. соизмерима с концентрацией носителей

заряда в металлах (см. рисунок 4.3б, кривая 3), зависимость σ от температуры наблюдается только в области собственной проводимости.

Температурная зависимость удельной электропроводности примесных полупроводников, а следовательно, и зависимость от температуры их сопротивления, одинакова для полупроводников *n*- и *p*-типа.

3 ОПИСАНИЕ РАБОЧЕЙ УСТАНОВКИ

Для выполнения лабораторной работы используется учебно-лабораторная установка «Изучение температурной зависимости электропроводности металлов и полупроводников», вид которой представлен на рисунке 4.4.

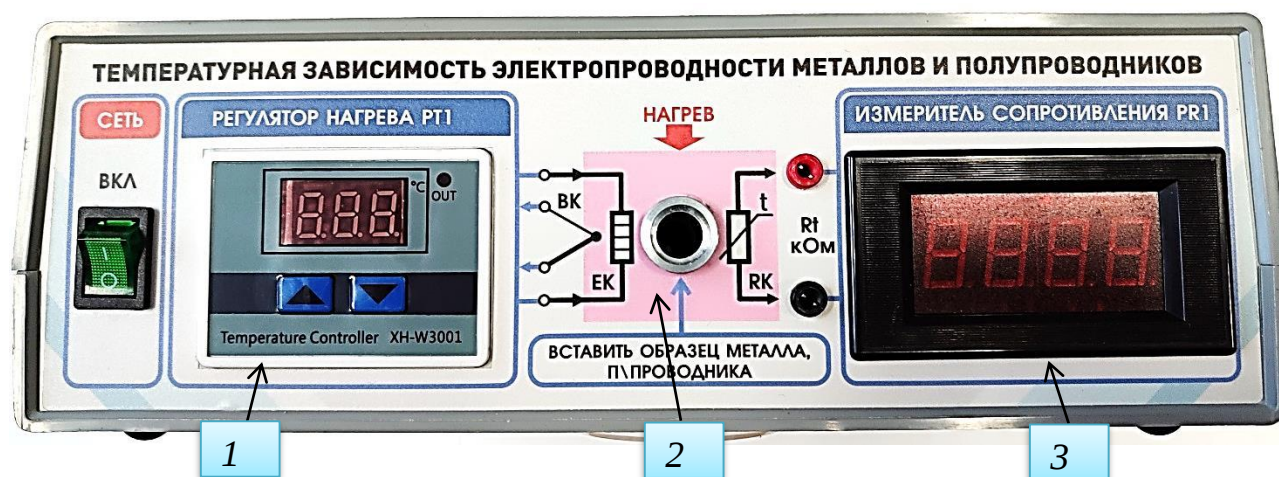


Рисунок 4.4 – Общий вид лабораторной установки

Внутри установки расположена электрическая печь 2 с датчиком температуры, используемая для нагрева исследуемых образцов, и вентилятор, необходимый для быстрого охлаждения печи по окончании каждого цикла измерений. Печка нагревает испытуемые образцы от комнатной температуры до 90 °С. При включении вентилятора становится слышен характерный шум его работы.

Терморегулятор 1 служит для установки и поддержания нужной температуры в испытательной камере – печи. Работает от блока питания 24 В (DC) с максимальной нагрузкой 60 Вт. На терморегуляторе имеются две кнопки управления: ▲ – «вверх» и ▼ – «вниз». Для того чтобы задать желаемые границы температур, необходимо нажать на нужную кнопку. Терморегулятор имеет энергонезависимую память, которая сохраняет установленные значения даже при отключении от сети.

Исследуемые образцы металла и полупроводника закреплены на двух узких пластинах из термостойкого изоляционного материала и могут с помощью соединительных проводов подключаться к гнездам измерителя сопротивления PR1. Отверстие для помещения образцов в печь находится в центре лицевой панели прибора и обозначено «ВСТАВИТЬ ОБРАЗЕЦ...».

Цифровой измеритель сопротивления постоянно производит замер величины электросопротивления исследуемого образца на клеммах «Rt» и выводит на дисплей 3 значения в кОм.

4 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Подключить прибор к сети 220 В.

2. Вставить до упора в отверстие печки образец № 1 (металл), а выводы вставить в измерительные гнезда.

3. Включить тумблер «СЕТЬ».

4. Выставить необходимую температуру для включения и выключения печки (нагревателя).

Для этого однократно нажмите на кнопку ▲ (вверх). Затем зажмите кнопку ▼ (вниз) (дисплей начнет мигать, и значение температуры будет уменьшаться). При достижении 24 °С просто отпустите кнопку, через 3 секунды значение сохранится. При этой температуре терморегулятор включится.

Теперь однократно нажмите на кнопку ▼ (вниз). Затем зажмите кнопку ▲ (вверх) (дисплей начнет мигать, и значение температуры будет увеличиваться). При достижении 110 °С просто отпустите кнопку, через 3 секунды значение сохранится. При этой температуре терморегулятор выключится.

Если пошло что-то не так – шаги по установке значений температуры следует повторить.

5. Дождаться установки первого значения температуры из рекомендуемых значений в таблице 4.1 и записать значение сопротивления образца (кОм).

6. Повторить измерения сопротивления при других значениях температуры. Результаты записать в таблицу 4.1.

7. При достижении температуры ~95 °С настроить терморегулятор на процесс охлаждения, т. е. включения вентилятора и выключения печки.

Для этого однократно нажмите на кнопку ▲ (вверх). Затем зажмите кнопку ▲ (вверх) (дисплей начнет мигать, и значение температуры будет возрастать). После достижения 90 °С просто отпустите кнопку, через 3 секунды значение сохранится. При этой температуре вентилятор включится.

Теперь однократно нажмите на кнопку ▼ (вниз). Затем зажмите кнопку ▼ (вниз) (дисплей начнет мигать, и значение температуры будет уменьшаться). После достижения 24 °С просто отпустите кнопку, через 3 секунды значение сохранится. При этой температуре терморегулятор выключится.

8. Выключить прибор и заменить образец № 1 на образец № 2.

9. Включить тумблер «СЕТЬ». При включении становится слышен характерный шум работы вентилятора. Температура в печи начинает уменьшаться.

10. Дождаться установки первого значения температуры из рекомендуемых значений в таблице 4.2 и произвести фиксацию значения сопротивления образца (кОм).

11. Повторить измерения сопротивления при других значениях температуры. Результаты записать в таблицу 4.2.

12. По окончании работы выключить прибор.

Таблица 4.1 – Результаты измерения температурного коэффициента сопротивления для металлического проводника

Номер п/п	$t, ^\circ\text{C}$	$R, \text{кОм}$	$t^2, ^\circ\text{C}^2$	$R^2, \text{кОм}^2$	$R \cdot t, \text{кОм} \cdot ^\circ\text{C}$
1	25				
2	30				
3	40				
4	50				
5	60				
6	70				
7	80				
8	90				
Сред. значен.	$\langle t \rangle =$	$\langle R \rangle =$	$\langle t^2 \rangle =$	$\langle R^2 \rangle =$	$\langle R \cdot t \rangle =$

Таблица 4.2 – Результаты измерения ширины запрещенной зоны для полупроводника

Номер п/п	$t, ^\circ\text{C}$	$R, \text{кОм}$	$T, \text{К}$	$x=1/T, 1/\text{К}$	$y=\ln(R)$	$x^2, 1/\text{К}^2$	y^2	$x \cdot y, 1/\text{К}$
1	80							
2	70							
3	60							
4	50							
5	40							
6	35							
7	30							
8	25							
Средние значения				$\langle x \rangle =$	$\langle y \rangle =$	$\langle x^2 \rangle =$	$\langle y^2 \rangle =$	$\langle xy \rangle =$

4 ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

4.1 Определение температурного коэффициента сопротивления металла

1. По результатам измерений (см. таблицу 4.1) необходимо построить график зависимости сопротивления металла от температуры по шкале Цельсия $R = f(t)$.

2. Так как предполагается, что зависимость $R(t)$ является линейной (формула (4.4)), то для определения температурного коэффициента сопротивления α будем искать коэффициенты a и b линейной функции $R(t) = a + bt$, которая наилучшим образом опишет полученные экспериментальные данные. Для этого воспользуемся методом наименьших квадратов (МНК).

3. Вначале следует рассчитать значения t^2 , R^2 , R , t и занести их в таблицу 4.1.

4. Затем рассчитать средние значения $\langle t \rangle$, $\langle R \rangle$, $\langle t^2 \rangle$, $\langle R^2 \rangle$ и $\langle R \cdot t \rangle$.

5. Рассчитать последовательно два коэффициента линейной функции:

$$b = \frac{\langle R \cdot t \rangle - \langle t \rangle \langle R \rangle}{\langle t^2 \rangle - \langle t \rangle^2};$$

$$a = \langle R \rangle - b \langle t \rangle.$$

6. Оценить среднее значение температурного коэффициента сопротивления с помощью соотношения

$$\langle \alpha \rangle = \frac{b}{a}.$$

7. Вычислить неопределенность коэффициентов аппроксимации a и b по формулам:

$$S_b = \sqrt{\frac{1}{(n-2)}} \sqrt{\frac{\langle R^2 \rangle - \langle R \rangle^2}{\langle t^2 \rangle - \langle t \rangle^2} - b^2};$$

$$S_a = S_b \sqrt{\langle t^2 \rangle},$$

где n – число экспериментальных точек.

8. Вычислить суммарную стандартную неопределенность измерения температурного коэффициента сопротивления:

$$S_\alpha = \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 S_b^2 + \left(\frac{b}{a^2}\right)^2 S_a^2}.$$

9. Записать окончательный результат в виде:

$$\alpha = \langle \alpha \rangle \pm S_\alpha.$$

4.2 Определение ширины запрещенной зоны полупроводника

Прологарифмируем левую и правую части формулы (4.8). Получим:

$$\ln R = \ln R_0 + \frac{\Delta E}{2k} \cdot \frac{1}{T}.$$

График этой функции $y = \ln R$ от $x = 1/T$ представляет собой прямую линию $y = a + bx$, коэффициент b которой связан с шириной запрещенной зоны полупроводника соотношением

$$b = \frac{\Delta E}{2k}.$$

1. Учитывая, что температурные шкалы Кельвина и Цельсия связаны между собой соотношением $T = t + 273$ (t – температура в $^{\circ}\text{C}$), рассчитать последовательно значения температуры T , $x = 1/T$ и $y = \ln R$. Результаты занести в таблицу 4.2.

2. Построить график функции зависимости $R(t) = f(1/T)$ и убедиться, что зависимость линейная или близка к ней.

3. Значение коэффициента b определим с помощью метода наименьших квадратов. Для этого нужно рассчитать значения x , x^2 , y^2 и найти средние значения каждого столбца $\langle x \rangle$, $\langle y \rangle$, $\langle x^2 \rangle$, $\langle y^2 \rangle$ и $\langle xy \rangle$ (см. таблицу 4.2).

4. Определить значение коэффициента b по формуле:

$$b = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}.$$

5. Вычислить неопределенность коэффициента b :

$$S_b = \sqrt{\frac{1}{(n-2)}} \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - b^2},$$

где n – число экспериментальных точек.

6. Рассчитать ширину запрещенной зоны полупроводника по формуле

$$\langle \Delta E \rangle = 2bk.$$

Для определения энергии ΔE в эВ принять значение $k = 0,862 \cdot 10^{-4}$ эВ/К.

7. Записать окончательный результат в виде:

$$\Delta E = \langle \Delta E \rangle \pm \frac{S_b}{b} \langle \Delta E \rangle.$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Каков механизм электропроводности металлов?
2. Каковы типичные значения удельного сопротивления для металлов, полупроводников и диэлектриков?
3. Как определяется физическая величина, называемая «подвижность носителей заряда»?
4. Объясните, почему удельное сопротивление металлов растет с повышением температуры?
5. Что такое температурный коэффициент сопротивления?
6. Что такое собственная проводимость полупроводника?
7. Каковы механизмы собственной проводимости?
8. Что такое примесная проводимость полупроводника?
9. Каковы механизмы примесной проводимости?
10. Объясните температурную зависимость удельного сопротивления полупроводников.
11. Чем объясняется различие температурных зависимостей сопротивления металла и полупроводника?
12. Что такое ширина запрещенной зоны и энергия активации примесного уровня?
13. Как по опытным данным находят в этой работе температурный коэффициент сопротивления металла? Как находят ширину запрещенной зоны для носителей тока в полупроводнике?

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ДИОДОВ

1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью данной лабораторной работы является изучение физических процессов при контакте двух полупроводников с различными типами проводимости, исследование вольт-амперных характеристик и выпрямляющего действия полупроводниковых диодов.

2 КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

2.1 Элементы зонной теории полупроводников

Удельная электропроводность твердых тел определяется концентрацией и подвижностью присутствующих в них свободных носителей заряда. *Полупроводником* называют вещество, которое по своей электрической проводимости является промежуточным между проводником и диэлектриком и отличается от проводника сильной зависимостью удельной электрической проводимости от температуры и концентрации примесей. Рассмотрим особенности формирования носителей тока в чистых полупроводниках.

Между двумя атомами полупроводника имеет место ковалентная связь, осуществляемая парой электронов, принадлежащих обоим этим атомам. При $T = 0$ К все ковалентные связи заполнены. Свободных электронов в кристалле нет, и следовательно, электропроводность такого кристалла будет равна нулю. При повышении температуры флуктуации теплового движения атомов могут привести к разрыву ковалентных связей в некоторых местах кристалла и освобождению свободных электронов, которые теперь могут участвовать в проводимости. Следовательно, чтобы валентный электрон стал электроном проводимости, ему надо сообщить некоторую *энергию активации* $\Delta E_{\text{акт}}$, равную энергии разрыва ковалентной связи.

После ухода электрона со связи, она остаётся незаполненной. В эту незаполненную связь могут перемещаться соседние связанные электроны. Движение связанных электронов в некотором направлении эквивалентно движению положительно заряженных незаполненных связей в противоположном направлении. Таким образом, при разрыве ковалентных связей в полупроводнике возникают два механизма электропроводности: проводимость *свободных электронов*, движущихся против электрического поля, и проводимость, которую можно эквивалентно описать как движение в направлении электрического поля положительно заряженных незаполненных связей («дырок»). Очевидно, что в чистых полупроводниках концентрации электронов и дырок будут одинаковыми.

Анализ движения электрона в кристалле, производимый на основе квантовой механики, показывает, что если число атомов, образующих кристаллическую решетку, равно N , то уровень слабо связанного с ядром валентного электрона расщепляется на N отдельных близко расположенных друг к другу уровней. Расщепляются также и более высокие уровни, которые в основном состоянии атома вообще не заняты электронами. В результате чего в кристалле возникают зоны дозволённых энергетических состояний шириной в единицы эВ.

Упрощённо энергетическую диаграмму электронов в твёрдом теле можно представить в виде трех зон, показанных на рисунке 5.1 (пунктирными линиями обозначены занятые электронами энергетические состояния).

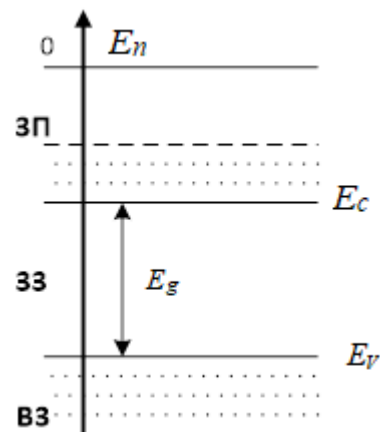


Рисунок 5.1 – Схема энергетических зон чистого полупроводника

Состояния электронов, находящихся в связанном состоянии с атомом, объединены в валентную зону (**ВЗ**). Максимальный энергетический уровень в этой зоне называется потолком валентной зоны (на рисунке обозначен E_v). Следующая энергетическая зона со значениями энергий, которые больше E_v , и определяемая решением уравнения Шредингера как интервал запрещённых значений энергии, называется запрещённой зоной (**ЗЗ**). Ширина этой зоны обозначена на рисунке E_g . Энергетические уровни, значения энергий которых больше высоты потенциального барьера, создаваемого соседними атомами, объединяются в зону проводимости (**ЗП**), которая может быть либо полностью пустой, либо частично заполненной. Наименьший энергетический уровень этой зоны называется дном зоны проводимости (на рисунке обозначен E_c). Электроны твёрдых тел, имеющие энергии со значениями больше E_c , становятся свободными, образуя так называемый электронный газ. При наличии внешнего электрического поля эти электроны создают в веществе ток проводимости.

Энергетические зонные диаграммы, исходя из критерия электропроводности вещества, позволяют ввести классификацию твёрдых тел на диэлектрики, проводники и полупроводники. В частности, зонная теория электронной подсистемы твёрдых тел позволяет корректно ввести определение полупроводникам. *Полупроводник* – это такое твёрдое тело, у которого при температуре $T = 0$ К над целиком заполненной **ВЗ** находится *пустая* **ЗП**, а ширина **ЗЗ** приблизительно равна $E_g \approx 1$ эВ. К полупроводникам относятся химические элементы германий Ge, кремний Si и селен Sc, а также интерметаллические соединения, оксиды и карбиды. Химически чистые полупроводники называются *собственными* полупроводниками.

У наиболее распространённых материалов в современной полупроводниковой электронике кремния и германия ширина запрещённой зоны соответственно равна $E_g = 1,12$ эВ и $E_g = 0,7$ эВ. Энергии теплового возбуждения при температуре $T = 300$ К, равной 0,025 эВ, недостаточно, чтобы связанный электрон (в валентной зоне) перешел в зону проводимости. Однако вследствие

хаотического теплового колебательного движения атомов незначительная доля электронов может получить энергию, равную E_g , и они становятся свободными. Действительно, опыт показывает, что электропроводность полупроводников увеличивается с ростом температуры. Ширина запрещённой зоны также определяет удельные сопротивления ρ полупроводников. Например, при комнатной температуре у кремния $\rho_{Si} = 0,23 \cdot 10^4$ Ом·м, а у германия $\rho_{Ge} = 0,47 \cdot 10^4$ Ом·м.

Практическое использование получили полупроводники с замечательными свойствами – с проводимостями преимущественно либо электронной, либо дырочной. Полупроводник с преимущественно электронной проводимостью за счёт движения отрицательно (*negative*) заряженных электронов называется полупроводником *n*-типа, а за счёт виртуального движения дырок (*positive*) называется полупроводником *p*-типа.

Полупроводник *n*-типа создаётся за счёт введения в собственный полупроводник, например, кремний, примеси при условии, что её концентрация существенно меньше концентрации атомов полупроводника, а атомарный уровень валентных электронов примеси (называемый *донорным* $E_{дон}$) попадает на зонной диаграмме в его запрещённую зону вблизи дна зоны проводимости (рисунок 5.2б).

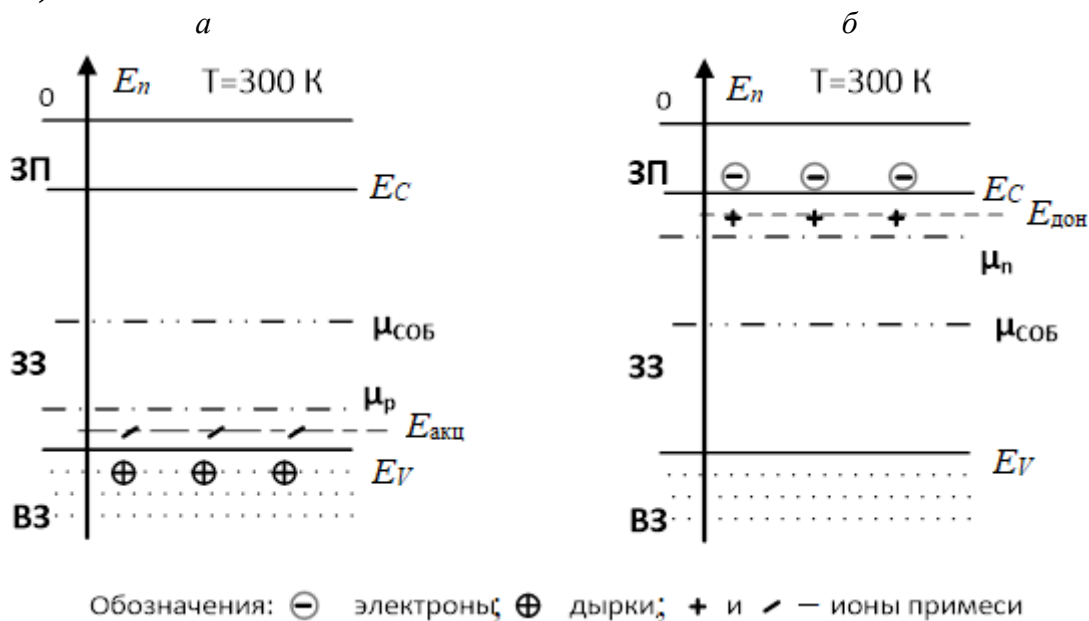


Рисунок 5.2 – Схема энергетических зон примесных полупроводников:
а – *p*-типа; б – *n*-типа

Пусть примесью будет мышьяк As, для которого энергия активации этих электронов $\Delta E_{акт} = E_C - E_{дон} < 0,05$ эВ и сравнима с энергией теплового возбуждения при температуре 300 К. В области рабочих температур от 270 до 340 К почти все валентные электроны атомов примеси будут возбуждены, формально перейдут в зону проводимости, благодаря чему концентрация свободных электронов будет значительно больше концентрации дырок. Такой материал обладает преимущественно проводимостью *n*-типа, свободные электроны которого являются основными носителями заряда, а дырки неосновными. Возбуждённые

атомы примеси создают в полупроводнике *неподвижные* положительно заряженные ионы.

Полупроводник *p*-типа создаётся за счёт введения в собственный полупроводник, например, кремний, примеси при условии, что её концентрация существенно меньше концентрации атомов полупроводника, а атомарный уровень валентных электронов примеси (называемый *акцепторным* $E_{акц}$) попадает на зонной диаграмме в его запрещённую зону вблизи потолка валентной зоны (рисунок 5.2а).

Пусть примесью будет индий In, у которого имеются свободные энергетические уровни валентных электронов. В этом случае возникает активация связанных электронов атомов кремния с энергиями $\Delta E_{акт} = E_{акц} - E_V < 0,05$ эВ, которые оказываются в связанном состоянии в примесном атоме индия. В результате появляются отрицательно заряженные ионы примеси и положительно заряженные ионы кремния – «дырки» как основные носители заряда. Ионы примеси неподвижны, так как волновые функции их электронов не перекрываются. В области рабочих температур от 270 до 340 К концентрация дырок значительно больше концентрации свободных электронов, активированных энергиями E_g , являющиеся неосновными носителями заряда. Следовательно, полученный материал обладает преимущественно проводимостью *p*-типа. В полупроводнике атомы примеси, захватившие электроны, создают *неподвижные* отрицательные ионы.

Чтобы понимать физику процессов в полупроводниковых приборах, следует рассмотреть контактные явления в неоднородных структурах, в которых процессы определяют электроны, дырки и ионы примесей. Поведение частиц в этом коллективе определяется термодинамическими параметрами состояния систем (ТПСС). Равновесное состояние системы, состоящей из подсистем (коллективов), определяется равенством термодинамических параметров состояния – их химических потенциалов μ . В технической литературе его называют уровнем Ферми.

В нашем случае рассматривается система – коллектив, состоящий из свободных электронов и/или дырок. У собственного полупроводника энергетический уровень химического потенциала $\mu_{соб}$ располагается в середине **ЗЗ**. У полупроводника *n*-типа при комнатной температуре μ_n ниже донорного уровня, а у полупроводника *p*-типа μ_p выше акцепторного уровня (см. рисунок 5.2).

2.2 Равновесное состояние электронно-дырочного перехода

Рассмотрим неоднородную структуру – контакт полупроводников *n*- и *p*-типов, созданных на основе кремния, то есть полупроводников с одинаковой шириной запрещённой зоны.

До контакта полупроводники электрически нейтральные. При контакте свободные электроны из полупроводника *n*-типа диффундируют в полупроводник *p*-типа, создавая *диффузионный* ток, «оголяя» неподвижные положительно заряженные ионы примеси в большом числе атомарных слоёв приконтактной области.

Ширина объёмного положительного заряда определяется концентрацией примеси. Перешедшие электроны в полупроводнике p -типа в приконтактной области рекомбинируют с дырками, «оголяя» в этой области ионы примеси, которые создают неподвижный объёмный отрицательный заряд. Ширина областей неподвижных зарядов значительно больше длины свободного пробега электронов (рисунок 5.3).

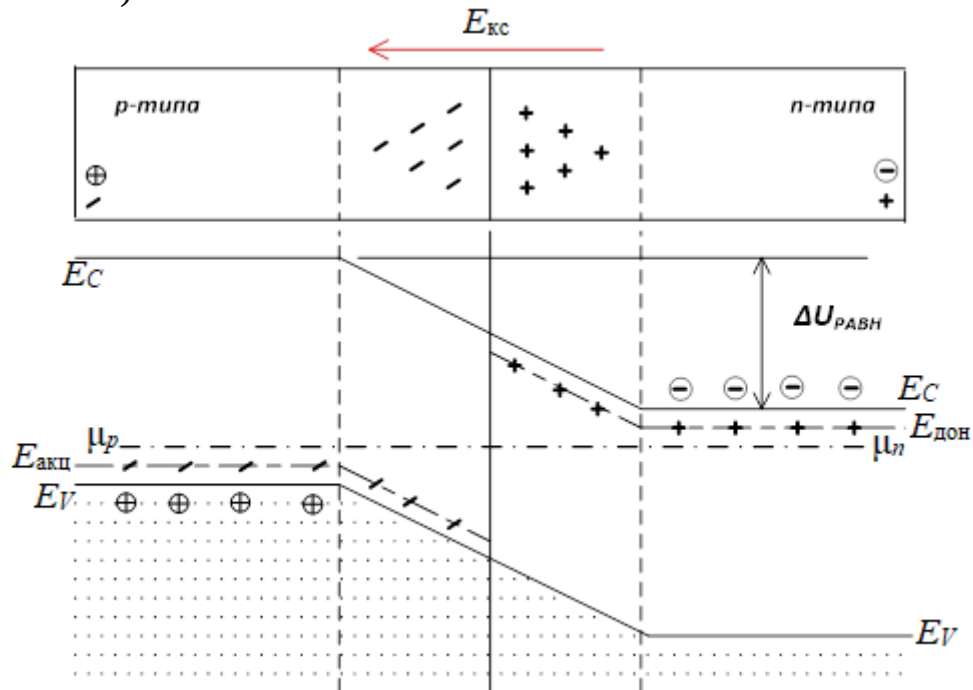


Рисунок 5.3 – Равновесное состояние p - n перехода

Эти процессы впоследствии создают термодинамическое равновесное состояние, определяемое равенством уровней химических потенциалов: $\mu_n = \mu_p$. Созданное неподвижными ионами примесей электростатическое поле с напряжённостью $E_{кc}$, как тормозящее для основных носителей зарядов, создаёт контактную разность потенциалов ($\Delta\phi_{кc}$) и потенциальный барьер (ΔU_{PABH}).

Отобразим энергетическую зонную диаграмму, начиная с того, что уровни химических потенциалов полупроводников одинаковые. В областях, где отсутствует электростатическое поле, характерные энергетические уровни сохраняются, а в приконтактной области предполагается изменение концентрации основных носителей заряда.

Величина потенциального барьера для основных носителей заряда равна

$$\Delta U_{PABH} = e\Delta\phi = \mu_n - \mu_p,$$

где e – заряд электрона, Кл; μ_n – химический потенциал (уровень Ферми) полупроводника n -типа, эВ; μ_p – химический потенциал полупроводника p -типа, эВ.

Кроме основных носителей заряда в приконтактных областях полупроводников возникают и неосновные носители заряда, для которых это поле является ускоряющим, и они создают дрейфовый ток ничтожно малой величины. Этот ток незначительно уменьшает потенциальный барьер основным носителям заряда. В результате создаётся термодинамическое равновесие. Пренебрегая

малым дрейфовым током, можно считать, что сопротивление этой области стремится к бесконечности, и такой слой называется запорным. Управлять электропроводностью этого слоя можно, изменяя величину контактной разности потенциала внешним электростатическим полем.

2.3 Вольт-амперная характеристика (ВАХ) p - n перехода

Рассмотрим подключение p - n перехода к источнику тока. Если у полупроводника n -типа будет положительный потенциал, а у p -типа отрицательный (вектора напряжённости электростатических полей от источника и контактного слоя имеют одно направление), то тормозящее поле для основных зарядов усилится, запорный слой расширится, и его ничтожно малая электропроводность будет определяться только дрейфовым током неосновных носителей. Такое включение перехода называется обратным смещённым, а сила обратного тока для кремниевых структур не превышает 10 мкА, обозначаемая как I_s , и описывается выражением (обратная ветвь ВАХ):

$$I_{\text{обр}} = I_s \left[\exp\left(-\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right],$$

где e – заряд электрона, Кл; U – напряжение на переходе, В; $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ – постоянная Больцмана, Дж/К; T – температура, К (для справки: численное значение отношения e/kT при $T = 300$ К велико и равно 40 1/В).

Переход смещается в прямом направлении при коммутации полярности источника тока. Электростатическое поле от источника тока ослабляет поле контактного слоя, в результате чего создаётся диффузионный ток, величина которого определяется изменяющимся потенциальным барьером и изменяющейся контактной разностью потенциалов. Потенциальный барьер практически исчезает при напряжениях на переходе от 0,3 до 0,8 В. Конкретное значение напряжения зависит от ширины **ЗЗ**, степени легирования полупроводников и температуры.

Прямая ветвь вольт-амперной характеристики описывается зависимостью:

$$I_{\text{прям}} = I_s \left[\exp\left(\frac{eU}{mkT}\right) - 1 \right],$$

где m – коэффициент, зависящий от материала полупроводника ($m = 1$ для Ge, $m = 2$ для Si).

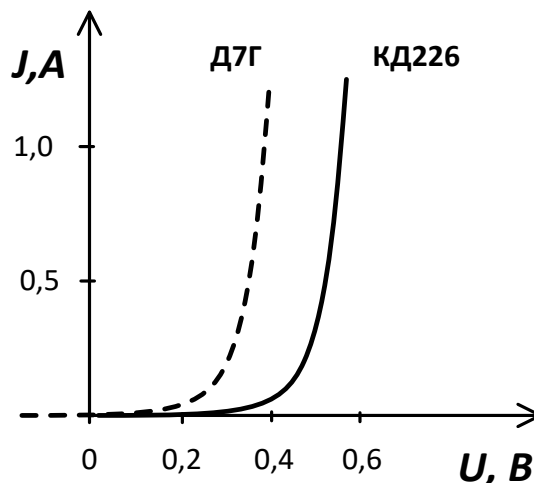


Рисунок 5.4 – Вольт-амперные характеристики полупроводниковых диодов

Вольт-амперная характеристика p - n переходов полупроводниковых диодов на основе кремния (КД226) и германия (Д7Г) показана на рисунке 5.4. Это замечательное устройство обладает односторонней проводимостью (вентильными свойствами) с широким применением в электронике.

2.4 Пробой в обратном смещённом переходе

Отдельное внимание заслуживает изучение физических процессов в обратном смещённом переходе, в котором возникает электрический пробой. Опыт показывает, что при увеличении обратного напряжения на переходе возникает электрический пробой – резкое увеличение силы тока. Электрические пробои подразделяются на тепловой, лавинный и туннельный (рисунок 5.5).

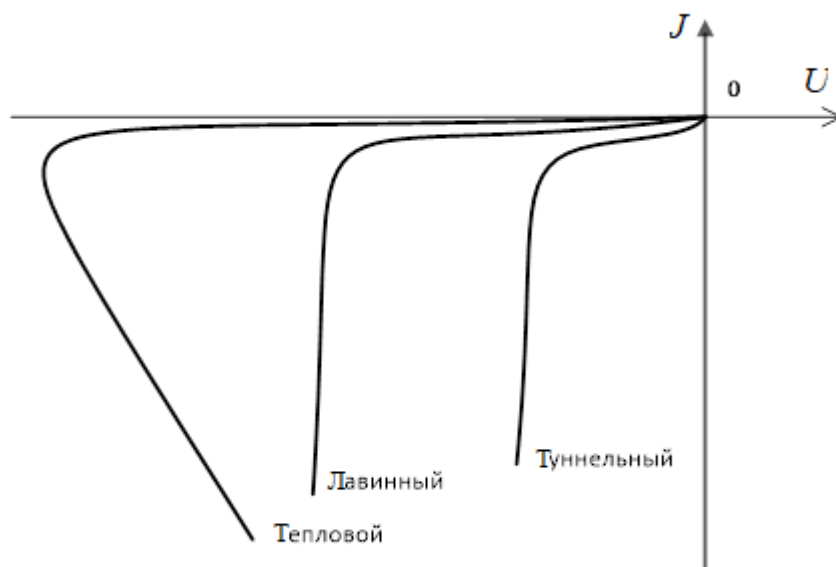


Рисунок 5.5 – ВАХ электрических пробоев p - n перехода

Тепловой пробой возникает тогда, когда энергия, выделяемая в p - n переходе при прохождении через него обратного тока, превышает энергию, которую способен рассеять p - n переход. Рост температуры приводит к дополнительному увеличению числа неосновных носителей заряда и, следовательно, к увеличению обратного тока. Этот процесс лавинообразный, бесконтрольный и приводит к разрушению диода.

Лавинный пробой возможен в слаболегированных полупроводниках, когда ширина приконтактной области обратного смещенного p - n перехода значительно превышает длину свободного пробега электрона.

Для того чтобы наблюдался пробой, необходимо иметь в области p - n перехода неизменную напряжённость поля как критическую величину, определяемую соотношением:

$$E_{\text{крит}} = U_{\text{проб}}/d,$$

где $U_{\text{проб}}$ – напряжение пробоя, В; d – ширина контактного слоя обратного смещённого перехода, м.

Электроны, как неосновные носители заряда в p - n переходе, ускоряются в поле с напряжённостью $E_{\text{крит}}$ и получают достаточную кинетическую энергию для ионизации решётки. Образовавшаяся при этом пара свободных носителей заряда (электрон-дырка) тоже примет участие в ударной ионизации. Процесс нарастает лавинообразно и приводит к резкому увеличению силы обратного тока.

Следует отметить, что при лавинном пробое с увеличением тока сопротивление p - n перехода резко уменьшается (до единиц Ома), однако напряжение на p - n переходе не может стать ниже значения напряжения пробоя, так как в противном случае напряжённость электрического поля станет меньше критической и процесс прекратится. Поэтому возрастание тока при лавинном пробое происходит при незначительном увеличении напряжения $U_{\text{проб}}$.

Туннельный пробой возникает в том случае, если длина свободного пробега электрона больше ширины обратно смещённого перехода (условие сильно легированного полупроводника). В этом случае ионизация атомов невозможна. При увеличении обратного напряжения, величина которого не превышает 5 В, свободные энергетические уровни в полупроводнике n -типа выравниваются с потолком **ВЗ** полупроводника p -типа, а поскольку *ширина* потенциального барьера уменьшается с ростом концентрации примесей, то создаются условия для туннельного эффекта (рисунок 5.6). Связанные электроны, являющиеся неосновными носителями заряда полупроводника p -типа, туннелируют через потенциальный барьер на свободные энергетические уровни в **ЗП** полупроводника n -типа, при этом обратный ток резко увеличивается.

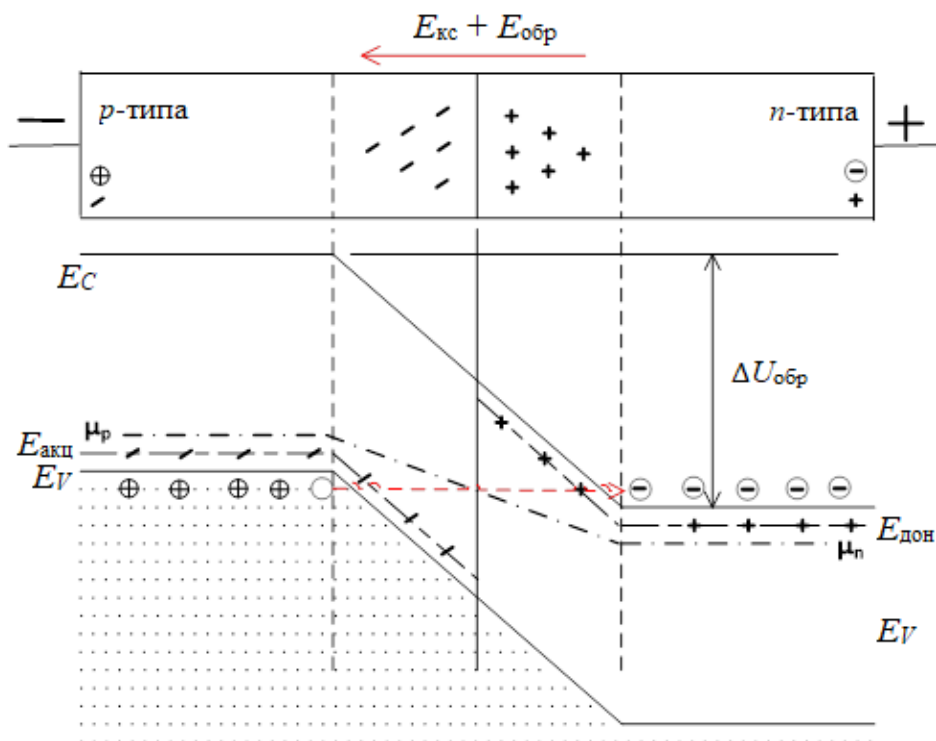


Рисунок 5.6 – Зонная диаграмма туннельного пробоя

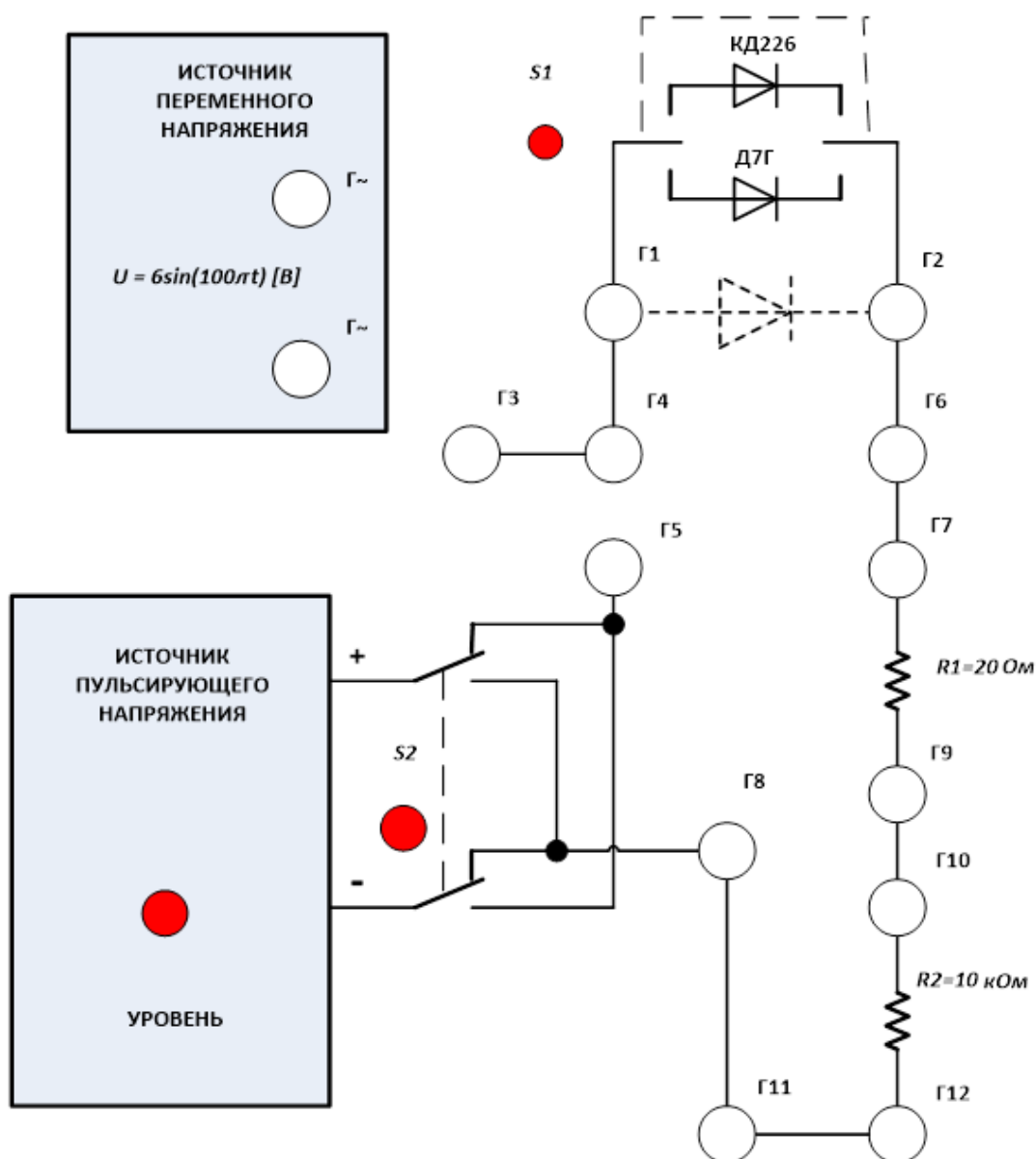
Полупроводниковые диоды, напряжение на которых в области пробоя слабо зависит от силы тока в его рабочем диапазоне, не допуская теплового про-

боя, называются *стабилитронами* и предназначены для стабилизации питающего напряжения нагрузки.

Требуемое значение напряжения стабилизации $U_{\text{стаб}} = U_{\text{проб}}$ достигается подбором необходимой концентрации примесей.

3 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Работа выполняется на лабораторном стенде, элементы которого показаны на рисунке 5.7. Уникальность результатов исследований заключается в том, что они визуализированы на экране осциллографа, который используется как измерительное устройство.



ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ДИОДОВ

Рисунок 5.7 – Лицевая панель стенда

3.1 Исследование вольт-амперной характеристики диодов

1. Для исследования ВАХ переведите осциллограф в режим наблюдения функциональных зависимостей $U_{2\text{кан}} = f(U_{1\text{кан}})$. Перевод осуществляется нажатием двух кнопок «X – Y», расположенных на лицевой панели.

2. Электронный луч осциллографа отклоняется по горизонтали пульсирующим напряжением частотой 100 Гц, создаваемым на диоде. Это напряжение подается на 1-й канал. Общий («земляной») провод кабеля осциллографа следует включить в гнездо Г6. Амплитуда пульсирующего напряжения регулируется ручкой «УРОВЕНЬ».

3. Сила тока в диоде измеряется косвенно по величине напряжения на последовательно включённом резисторе $R1$ при прямо смещённом переходе и на резисторе $R2$ при его обратном смещении. Это напряжение следует подать на 2-й канал осциллографа. «Земляной» провод 2-го канала включить в гнездо Г7.

4. На резисторах будет создаваться отрицательное напряжение. Чтобы оно отклоняло луч в положительном направлении, включите у 2-го канала инверсию напряжения. Оно отклоняет электронный луч по вертикали. Обратное смещение перехода создаётся при коммутации полярности источника пульсирующего напряжения тумблером $S2$.

5. Замкните электрическую цепь, соединив гнёзда Г3 и Г5. Переключатель $S1$ является трёхпозиционным: в верхнем положении исследуется кремниевый выпрямительный диод КД226, а в нижнем – германиевый Д7Г.

6. Чтобы исследовать прямые ветви ВАХ диодов (для создания больших токов), следует замкнуть перемычкой резистор $R2$. Тумблер $S2$ перевести в верхнее положение при исследовании прямо смещенного p - n перехода и в нижнее – для обратного смещенного перехода.

7. На стенде ручкой источника пульсирующего напряжения установите максимальную амплитуду. Атенюаторами 1-го и 2-го каналов осциллографа добейтесь наблюдаемого на экране такого изображения ВАХ, максимально занимающего экран, которое обеспечит измерения с минимальными погрешностями (рисунки 5.8 и 5.9).

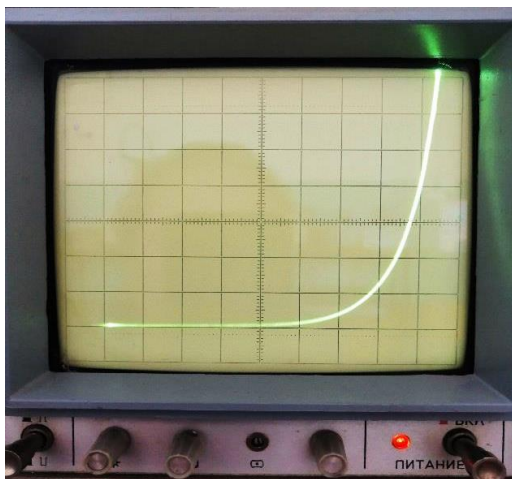


Рисунок 5.8 – Прямая ветвь ВАХ КД226

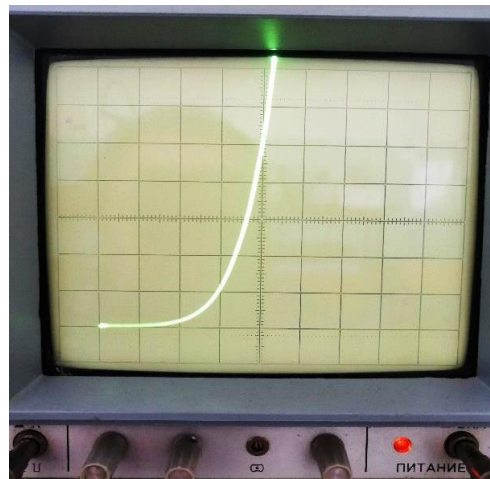


Рисунок 5.9 – Прямая ветвь ВАХ Д7Г

8. Результаты измерений для диодов КД226 и Д7Г запишите соответственно в две таблицы 5.1 и 5.2. В дальнейшем на одном графике отобразите вольт-амперные характеристики и сделайте вывод.

Таблица 5.1 – Вольт-амперная характеристика диода КД226

$U_{\text{прям}}, \text{В}$									
$I_{\text{прям}}, \text{А}$									

Таблица 5.2 – Вольт-амперная характеристика диода Д7Г

$U_{\text{прям}}, \text{В}$									
$I_{\text{прям}}, \text{А}$									

Обратная ветвь ВАХ малоинформативная. Однако сравнить величины сил токов кремниевого и германиевого диодов в обратном смещённом состоянии представляет интерес. Корректно их измерять следует на постоянном токе, а лучше доверять справочным данным.

Для исследования односторонней проводимости диодов соберите электрическую цепь однополупериодного выпрямителя, показанную на рисунке 5.10.

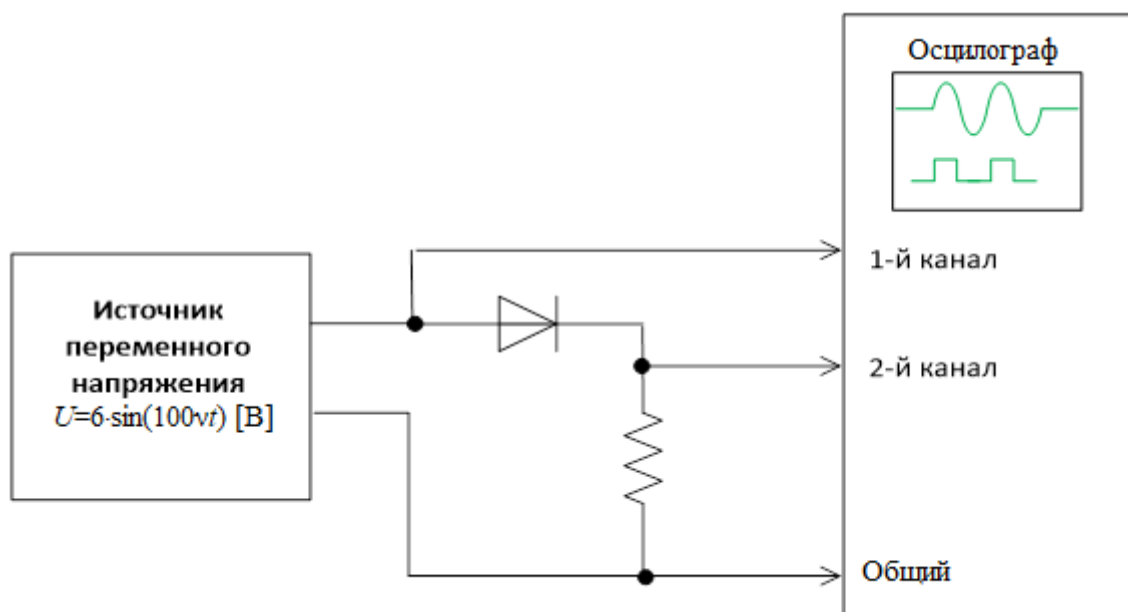


Рисунок 5.10 – Схема исследования односторонней проводимости диода

1. Источником гармонического колебания будет напряжение, гальванически развязанное от силовой сети: с частотой 50 Гц и амплитудой 6 В. На лицевой панели стенда этот источник выделен как источник переменного напряжения $U = 6 \cdot \sin(100\pi t)$ [В] с гнездами Г~.

2. Осциллограф переведите в режим наблюдения напряжений первого и второго каналов во временной зависимости.

3. Ручками «смещение» на осциллографе установите лучи обоих каналов по центру экрана (рисунок 5.11).

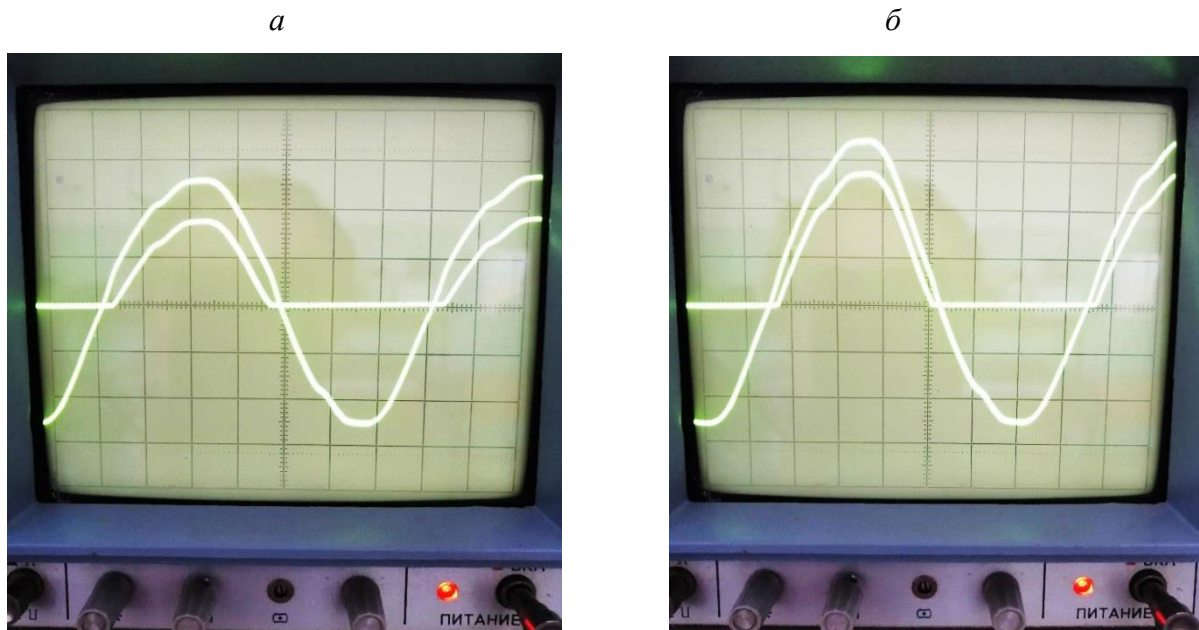


Рисунок 5.11 – Осциллограммы колебаний напряжений на входе и на выходе однополупериодного выпрямителя при нагрузках:
 $a - R1 = 20 \text{ Ом}$; $б - R2 = 10 \text{ кОм}$

4. С минимальной погрешностью измерьте амплитудные значения напряжений на входе и выходе однополупериодных выпрямителей для диодов Д7Г и КД226 при разных нагрузочных сопротивлениях – резисторах $R1$ и $R2$, и запишите в таблицу 5.3.

Таблица 5.3 – Амплитудное и эффективное напряжение

	Амплитуда напряжения (осциллограф) при нагрузке 10 кОм	Эффективное напряжение (вольтметр) при нагрузке 10 кОм	Амплитуда напряжения (осциллограф) при нагрузке 20 Ом	Эффективное напряжение (вольтметр) при нагрузке 20 Ом
На входе выпрямителя				
На выходе выпрямителя с диодом КД226				
На выходе выпрямителя с диодом Д7Г				

5. Занесите в таблицу 5.3 результаты измерений эффективных значений напряжений, полученных с помощью вольтметра.

6. По полученным результатам сделайте выводы.

3.2 Исследование вольт-амперной характеристики стабилитрона

1. Вставьте на стенде в гнезда Г1 и Г2 стабилитрон Д815Б согласно его маркировке.

2. Тумблер S1 установите в среднее положение.

3. Так как при обратном смещении $p-n$ перехода через стабилитрон протекает большой ток, то для измерения его величины следует использовать резистор $R1$, а $R2$ закоротить.

4. Порядок снятия ВАХ такой же, как для выпрямительных диодов (описан выше).

5. Добейтесь при максимальных токах осциллограмм, подобных рисункам 5.12.

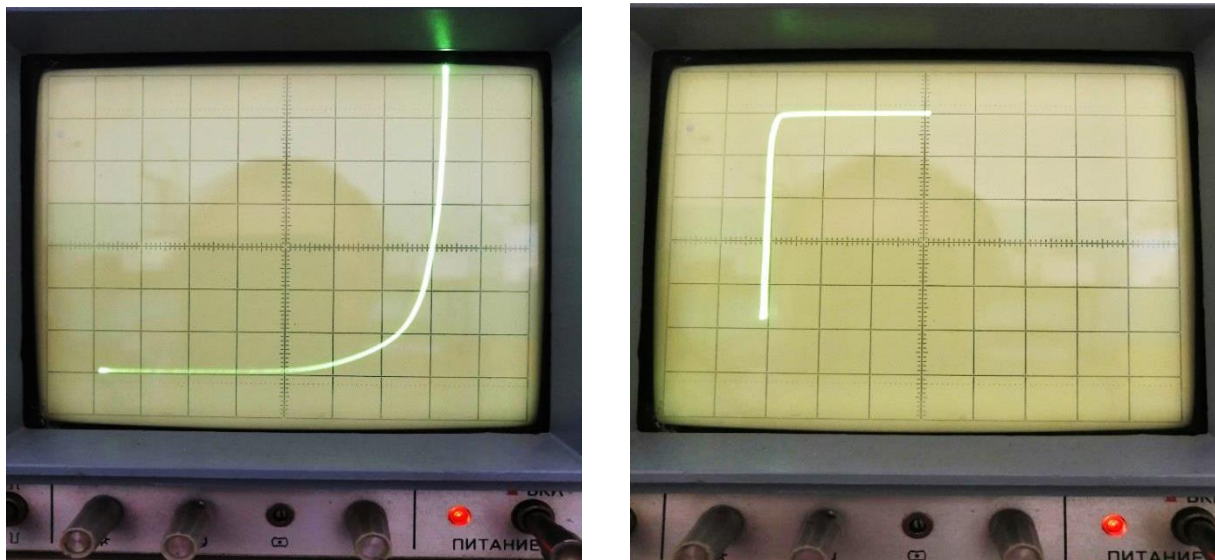


Рисунок 5.12 – Осциллограммы прямой и обратной ветвей ВАХ стабилитрона

6. По осциллограммам измерьте значения напряжений и сил токов в характерных точках ВАХ и запишите в таблицы 5.4 и 5.5.

Таблица 5.4 – Вольт-амперная характеристика стабилитрона Д815Б (прямая ветвь)

$U_{\text{прям}}, \text{В}$									
$I_{\text{прям}}, \text{А}$									

Таблица 5.5 – Вольт-амперная характеристика стабилитрона Д815Б (обратная ветвь)

$U_{\text{обрат}}, \text{В}$									
$I_{\text{обрат}}, \text{А}$									

7. Постройте график рабочей области ВАХ стабилитрона.

8. Определите диапазон напряжения стабилизации и токи, при которых оно создаётся.

9. Сделайте выводы и, в частности, какой пробой вы наблюдали.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое собственная проводимость полупроводника?
2. Каковы механизмы собственной проводимости?
3. Что такое примесная проводимость полупроводника?

4. Каковы механизмы примесной проводимости?
5. Что такое ширина запрещенной зоны и энергия активации примесного уровня?
6. Что такое полупроводниковый p - n переход?
7. Почему p - n переход часто называют запирающим слоем?
8. Какое напряжение называется прямым?
9. Какое из приведенных утверждений правильное:
 - а) электронно-дырочный переход – это слой, обеднённый носителями заряда;
 - б) электронно-дырочный переход – это слой, обогащённый носителями заряда.
10. Нарисуйте и объясните энергетическую диаграмму p - n перехода в равновесном состоянии.
11. Дайте характеристику обратимому и необратимому пробоем p - n перехода.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трофимова, Т. И. Курс физики : учеб. пособие для студ. учреждений высш. проф. образования. – 19-е изд., стер. / Т. И. Трофимова. – Москва : Издательский центр «Академия», 2012. – 560 с. – Текст : непосредственный.
2. Савельев, И. В. Курс общей физики. Т. 3. / И. В. Савельев. – Москва : Наука, 1989. – 304 с. – Текст : непосредственный.
3. Блох, А. Г. Теплообмен излучением (справочник) / А. Г. Блох, Ю. А. Журавлёв, Н. Л. Рожков. – Москва : Энергоиздат, 1991. – Текст : непосредственный
4. Елисеев, П. Г. Введение в физику инжекционных лазеров / П. Г. Елисеев. – Москва : Наука, 1983. – 234 с. – Текст : непосредственный.
5. Крылов, К. И. Основы лазерной техники / К. И. Крылов, В. Т. Прокопенко, В. А. Тарлыков. – Москва : Машиностроение, 1990. – 276 с. – Текст : непосредственный.
6. Епифанов, Г. И. Физика твёрдого тела / Г. И. Епифанов. – Москва : Высшая школа, 1977. – 288 с. – Текст : непосредственный.
7. Гальперин, М. В. Электронная техника : учебник / М. В. Гальперин. – Москва : ФОРУМ, 2003. – Текст : непосредственный.
8. Бикулин, И. М. Физика полупроводниковых приборов / И. М. Бикулин, В. И. Стафеев. – Москва : Радио и связь, 1990. – Текст : непосредственный.
9. Тутов, Н. М. Полупроводниковые приборы / Н. М. Тутов [и др.]. – Москва : Энергоатомиздат, 1990. – Текст : непосредственный.
10. Матвиенко, В. А. Электроника : учебное пособие / В. А. Матвиенко. – Екатеринбург : Издательство УМЦ УПИ, 2012. – 127 с. – Текст : непосредственный.
11. Комплект учебно-лабораторного оборудования «Квантовая оптика»: методические указания для проведения лабораторных работ. ООО «Производственное объединение Зарница», 2022 г.
12. Полуэктов, Н. П. Изучение явления термоэлектронной эмиссии : учебно-методическое пособие / Н. П. Полуэктов, И. И. Усатов. – Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2023. – 20 с. – Текст : непосредственный.
13. Черевко, А. Г. Расчет неопределенности результатов измерений в физическом эксперименте : учебное пособие / А. Г. Черевко. – Новосибирск : СибГУТИ, 2008 г. – 72 с. – Текст : непосредственный.
14. Попов, П.В. Обработка результатов учебного эксперимента / П. В. Попов, А. А. Нозик. – Текст : электронный // Электронное пособие : [сайт]. – URL : <http://npm.mipt.ru/books/lab-intro/> (дата обращения : 19.10.2018)

Учебное издание

Горбатов Владимир Иванович, Ильиных Сергей Алексеевич,
Куриченко Алексей Алексеевич, Меженев Максим Евгеньевич,
Полев Владимир Федорович

ФИЗИКА

Часть 3

КВАНТОВАЯ ОПТИКА И ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Учебно-методическое пособие
к выполнению лабораторных работ
по дисциплине «Физика»
для студентов всех специальностей и направлений
очного и заочного обучения

Электронное издание
Текст (визуализированный) : непосредственный

Редактор изд-ва *Сайгина Н. Л.*
Компьютерная вёрстка *Горбатова В. И., Меженева М. Е., Сайгиной Н. Л.*

Подписано к использованию 25.05.2025 г.
Объем данных 2,77 Мб
Держатель документа: научная библиотека УГГУ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Уральский государственный горный университет».
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30, www.ursmu.ru