

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО

Методической комиссией

факультета геологии и геофизики

13 ноября 2023 г.

Председатель комиссии


_____ К. В. Вандышева

ФИЗИКА

Часть 1

МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Учебное пособие

к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика»

для студентов всех специальностей и направлений

очного и заочного обучения

УДК 53.088

Ф 50

Рецензент: *П. Е. Панфилов*, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры физики конденсированного состояния и наноразмерных систем ИЕНиМ УрФУ, г. Екатеринбург.

Учебное пособие рассмотрено на заседании кафедры физики 28.09.2023 г. (протокол № 16) и рекомендовано для издания в УГГУ.

ФИЗИКА. Часть 1. Механика и молекулярная физика: учебное пособие к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика» / Д. В. Зайцев, В. И. Горбатов, С. А. Ильиных, А. А. Куклина, Ю. В. Глаголева, Б. Н. Тарасов, В. Ф. Полев, В. В. Мориллов, А. Н. Сафонов; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2024. – 122 с.

ISBN 978-5-8295-0910-1

Учебное пособие содержит краткие теоретические сведения и практические рекомендации, необходимые для выполнения лабораторных работ, а также описание приборов и лабораторных стендов.

Предназначено для студентов I курса Уральского государственного горного университета.

УДК 53.088

ISBN 978-5-8295-0910-1

© Зайцев Д. В., Горбатов В. И., Ильиных С. А.,
Куклина А. А., Глаголева Ю. В., Тарасов Б. Н.,
Полев В. Ф., Мориллов В. В., Сафонов А. Н., 2024

© Уральский государственный
горный университет, 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ ОТЧЕТА ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ.....	4
Лабораторная работа № 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ПОЛЁТА ПУЛИ ПРИ ПОМОЩИ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА (СТАЦИОНАРНАЯ УСТАНОВКА).....	6
Лабораторная работа № 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ПУЛИ С ПОМОЩЬЮ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА (СТЕНД).....	12
Лабораторная работа № 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ СИСТЕМЫ ТЕЛ (СТАЦИОНАРНАЯ УСТАНОВКА).....	19
Лабораторная работа № 4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ СИСТЕМЫ ТЕЛ МЕТОДОМ ВРАЩЕНИЯ С УЧЕТОМ СИЛ ТРЕНИЯ (СТЕНД).....	25
Лабораторная работа № 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ СДВИГА	35
Лабораторная работа № 6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ СДВИГА ПО КРУТИЛЬНЫМ КОЛЕБАНИЯМ.....	43
Лабораторная работа № 7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА	49
Лабораторная работа № 8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА	55
Лабораторная работа № 9. ДИНАМИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАССЫ С ПОМОЩЬЮ ИНЕРЦИОННЫХ ВЕСОВ	63
Лабораторная работа № 10. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УНИВЕРСАЛЬНОЙ ГАЗОВОЙ ПОСТОЯННОЙ.....	67
Лабораторная работа № 11. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТИ ГАЗА ПРИ ПОСТОЯННОМ ДАВЛЕНИИ К ТЕПЛОЕМКОСТИ ГАЗА ПРИ ПОСТОЯННОМ ОБЪЕМЕ C_p/C_v	74
Лабораторная работа № 12. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ ОТРЫВА КОЛЬЦА.....	88
Лабораторная работа № 13. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ДИНАМИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ ВОЗДУХА МЕТОДОМ ПУАЗЕЙЛЯ	94
Лабораторная работа № 14. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА И ЭФФЕКТИВНОГО ДИАМЕТРА МОЛЕКУЛ ВОЗДУХА.....	105
Лабораторная работа № 15. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ДИНАМИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ ПО МЕТОДУ СТОКСА	113
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	119
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	121

ВВЕДЕНИЕ

Студенты должны приходить на лабораторные занятия, изучив руководство к лабораторной работе, с заготовкой отчёта, содержащей пункты 1–7. Таблицы в заготовке отчёта заполняют после выполнения работы. Результаты измерения и расчёты, включая вычисление погрешностей, заполняются в черновик. По окончании выполнения задания черновик необходимо показать преподавателю, в котором он должен расписаться. В оставшееся время студенты заполняют отчёт.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ ОТЧЕТА ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ¹

Отчёт по лабораторной работе должен быть аккуратно оформлен и написан понятным русским языком. В отчёте не допускаются поправки и исправления. При оформлении отчёта в тетради, необходимо на её обложке или её обороте указать номер группы, фамилию и инициалы студента. В случае, когда отчёт оформлен на отдельных листах, необходимо на титульном листе указать номер группы, фамилию и инициалы студента, а также дату выполнения лабораторной работы. Текст отчёта должен быть написан ручкой (синей или черной), а таблицы, эскизы, схемы и графики начерчены карандашом. При работе с карандашом рекомендуется использовать линейку.

Отчёт по лабораторной работе должен состоят из следующих пунктов:

1. Номер и название лабораторной работы.

2. Цель работы.

3. Краткая теория, которая должна содержать в себе основные расчетные формулы и описание основных физических законов, которые изучаются в данной лабораторной работе. При написании краткой теории можно пользоваться как материалом из методического пособия по выполнению лабораторной работы, так и использовать другие учебные пособия.

4. Перечень приборов, используемых для выполнения лабораторной работы, с описанием их основных характеристик (пределы измерений, погрешность и т. д.). Помимо названия приборов необходимо указать их модель (если на приборе есть данные).

¹ Изменение правил оформления отчёта возможно при предварительном согласовании с преподавателем, который закреплён за вашей группой.

5. **Эскиз или схематическое изображение установки.** Электрическую цепь или оптическую схему при наличии. Схемы должны быть аккуратно выполнены и понятны. Все элементы на схеме должны быть подписаны.

6. **Порядок выполнения работы.** В этом разделе по пунктам указывается последовательность действий при выполнении лабораторной работы.

7. **Таблица,** содержащая результаты измерений. В таблицу обязательно заносятся все данные, полученные из измерений, а также расчётные величины по необходимости. Названия величины и единицы измерения записываются в «шапке» таблицы.

8. **Расчёт искомой величины.** Необходимо привести по крайней мере по одному примеру расчёта всех параметров, которые получают в этой работе. Вначале записываем формулу, а затем подставляем в формулу все численные величины с указанием их размерности. Записываем ответ.

В некоторых лабораторных работах предполагается выполнение нескольких видов измерений, каждый из которых заносится в отдельную таблицу. В этом случае рекомендуется после каждой таблицы производить расчёт искомой величины, чередуя пункты 7 и 8.

9. **Расчёт погрешностей.** Аналогично пункту 8 записываем формулы и численные величины с указанием их размерности. Записываем ответ.

10. **Построение графиков,** если это необходимо в лабораторной работе. Обязательно указать величины и их размерность на осях графиков.

11. **Запись окончательного результата с погрешностью.**

12. **Заключение.** В нём должны содержаться основные полученные величины с погрешностями, и если необходимо, то провести их сравнение с табличными значениями, которые необходимо выписать. При сравнении экспериментальных величин с табличными значениями необходимо учесть погрешность. В заключении необходимо кратко объяснить совпадение или несовпадение экспериментальных величин с табличными значениями, а также сделать выводы о достижении или недостижении цели работы.

Лабораторная работа № 1
ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ПОЛЁТА ПУЛИ
ПРИ ПОМОЩИ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА
(СТАЦИОНАРНАЯ УСТАНОВКА)

Цель работы. *Определение скорости полёта пули при помощи баллистического маятника.*

Краткая теория

Скорость полёта пули обычно достигает значительной величины: у пневматической винтовки она составляет 100–300 м/с, а у боевой винтовки – ~1000 м/с. Поэтому прямое измерение скорости, т. е. определение времени, за которое пуля проходит известное расстояние, требует специальной аппаратуры. Много проще измерить скорость пули косвенными методами, среди которых широко распространены методы, основанные на неупругом соударении, т. е. соударении, в результате которого сталкивающиеся тела соединяются вместе и продолжают движение как одно целое.

Пусть летящая пуля испытывает неупругий удар со свободным неподвижным телом значительно большей массы. После удара тело и пуля начинают двигаться вместе, причём их скорость во столько раз меньше скорости пули, во сколько раз масса пули меньше массы тела (этот результат легко получить с помощью закона сохранения количества движения). Если теперь определить сравнительно небольшую скорость тела с пулей, то легко можно вычислить и скорость полёта пули.

Используемый в настоящей работе баллистический маятник представляет собой небольшую цилиндрическую коробку, заполненную вязким веществом (глиной с глицерином или пластилином) и укреплённую на стержне длиной a , жёстко соединённом с осью, вокруг которой маятник может совершать свободные колебания.

Со стороны пушки коробка маятника открыта, и пуля, проникая внутрь, застревает в вязкой среде, теряя свою начальную скорость, сообщает маятнику импульс, под действием которого он отклоняется от исходного вертикального положения на угол α . Выстрел пулей производится из небольшой пружинной пушки: нажимая на рычаг, освобождают сжатую пружину, которая выбрасывает пулю в направлении коробки маятника.

В данной работе для определения скорости полёта пули используются два физических закона: закон сохранения импульса для замкнутых систем

(в замкнутой системе тел полный импульс системы не изменяется со временем) и закон сохранения энергии (полная энергия консервативной системы тел не изменяется со временем).

Для рассмотрения прямого центрального неупругого соударения двух тел запишем закон сохранения импульса:

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = m_1 \vec{V} + m_2 \vec{V}, \quad (1.1)$$

где m_1 – масса пули; m_2 – масса маятника; V_1 – скорость пули до соударения; V_2 – скорость маятника до соударения; V – скорость пули и маятника в первый момент после удара. Масса маятника складывается из массы коробки и массы стержня.

Так как до соударения маятник находился в покое ($V_2=0$), то слагаемое $m_2 V_2=0$ и уравнение (1.1) можно записать в виде:

$$m_1 \vec{V}_1 = (m_1 + m_2) \vec{V}. \quad (1.2)$$

С другой стороны, к пуле, застрявшей в маятнике, и маятнику может быть применён закон сохранения и превращения энергии. Для данной системы имеем:

$$\frac{(m_1 + m_2) \cdot V^2}{2} = (m_1 + m_2) gh, \quad (1.3)$$

где $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

Левая часть этого уравнения даёт выражение для кинетической энергии системы в первый момент после удара, а правая – для потенциальной энергии системы в момент достижения наибольшего отклонения маятника, где $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ означает ускорение свободного падения, а h – высоту подъёма центра тяжести маятника с пулей (рис. 1.1).

Решая совместно уравнения (1.2) и (1.3), выразим скорость полета пули до соударения:

$$V_1 = \frac{(m_1 + m_2)}{m_1} \sqrt{2gh}. \quad (1.4)$$

Между высотой h и углом отклонения α , как видно из рис. 1.1, существует простая связь:

$$h = a - a \cdot \cos \alpha = 2a \sin^2 \frac{\alpha}{2}. \quad (1.5)$$

Если принять во внимание малость величины угла отклонения α , то можно с некоторым приближением считать имеющим место равенство:

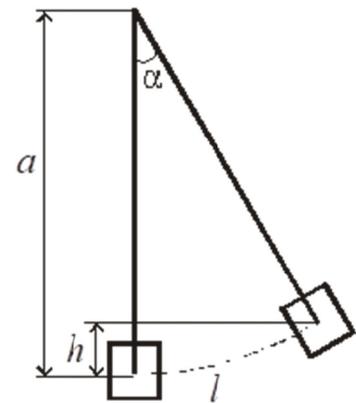


Рис. 1.1. Схема отклонения маятника

$$\sin \frac{\alpha}{2} \approx \frac{l}{2a}. \quad (1.6)$$

Высоту h можно представить, подставив уравнение (1.6) в (1.5), как

$$h = \frac{l^2}{2a}. \quad (1.7)$$

Если уравнение (1.7) подставить в уравнение (1.4), тогда выражение для скорости пули примет вид:

$$V_1 = \frac{(m_1 + m_2)}{m_1} l_0 \sqrt{\frac{g}{a}}, \quad (1.8)$$

где a – расстояние от оси вращения до центра тяжести маятника с пулей; l_0 – длина дуги, стягивающей угол α . В этой формуле не учитываются силы, которые делают колебания маятника затухающими, а именно сила трения в опорах маятника и сопротивление воздуха.

Для их учёта, сделав отсчёт максимальной амплитуды первого отклонения l_1 при выстреле, не останавливая маятник, дают ему сделать 10 полных колебаний ($n = 10$), и отсчитывают амплитуду последнего (десятого) колебания l_{10} .

Счёт полных колебаний производят с момента наибольшего отклонения, которое наблюдается вслед за выстрелом. Уменьшение амплитуды за n полных колебаний будет $(l_1 - l_{10})$, а поправка за четверть периода на трение будет:

$$k = \frac{l_1 - l_{10}}{4n}. \quad (1.9)$$

Отклонение маятника при выстреле с учётом поправки на трение будет равно:

$$l = l_1 + k. \quad (1.10)$$

Подставляя уравнения (1.10) в (1.8), получим окончательную формулу для определения скорости полёта пули:

$$V_1 = \frac{(m_1 + m_2)}{m_1} (l + k) \sqrt{\frac{g}{a}}. \quad (1.11)$$

Приборы и материалы:

- лабораторный стенд (рис. 1.2);
- весы МАССА-К ВК-600 0,01;
- пуля;
- шомпол.

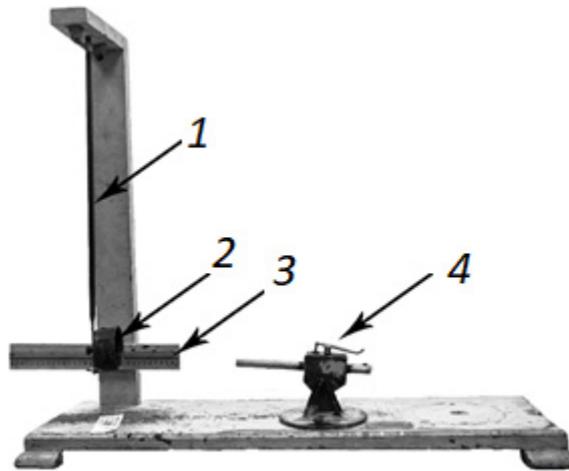


Рис. 1.2. Лабораторный стенд:
 1 – стержень; 2 – коробка; 3 – шкала; 4 – пушка

Порядок выполнения работы

1. На весах определяем массу пули (m_1). Масса коробки ($m_{\text{кор}}$) с вязким наполнителем и масса стержня ($m_{\text{ст}}$) указаны на стенде: $m_2 = m_{\text{кор}} + m_{\text{ст}}$.

2. Выравниваем поверхность наполнителя в коробке. Следим, чтобы у маятника в исходном положении указатель был напротив нулевого деления шкалы. Готовим пушку к выстрелу: сжимаем пружину, вставляем пулю с помощью шомпола, прицеливаемся в мишень/коробку и совершаем выстрел.

3. После того, как пуля застряла в коробке, один из наблюдателей должен записать значение максимального отклонения маятника l_1 (первое отклонение). Отсчёт отклонения маятника по шкале производят только в случае застревания в нём пули (если пуля отскочила или не попала в коробку, опыт следует повторить).

4. Даём возможность маятнику сделать десять полных колебаний, после чего записываем величину отклонения десятого колебания l_{10} . После этого извлекаем пулю из коробки, выравниваем поверхность наполнителя и повторяем опыт, предварительно вытерев пулю тряпочкой. Всего нужно произвести пять опытов (выстрелов), а результаты измерений занести в таблицу.

Результаты измерений

Номер п/п	l_1 , м	l_{10} , м	k , м	V_i , м/с	$(\bar{V} - V_i)^2$, м ² /с ²
1					
2					
3					
4					
5					
$m_1 =$		$m_2 =$		$\bar{V} =$	$\sum(\bar{V} - V_i)^2 =$

5. Вычисляем по формуле (1.9) величину поправки k .
6. Далее вычисляем по формуле (1.11) скорость полёта пули до соударения с препятствием.
7. Вычисляем погрешности измерений.
8. Записываем выводы.

Вычисление погрешностей

1. Определите среднее арифметическое значение скорости пули \bar{V} :

$$\bar{V} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n V_i,$$

где N – число опытов.

2. Вычислите квадраты случайных отклонений $(\bar{V} - V_i)^2$ и запишите их в таблицу.

3. Вычислите среднеквадратичное отклонение среднего арифметического:

$$S_{\bar{V}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{V} - V_i)^2}.$$

4. Определите по табл. 1 приложения коэффициент Стьюдента $t_{p,N}$, согласно выбранной доверительной вероятности p и числа опытов N в данной серии измерений (где $t_{p,N} = 2,78$ для $N = 5$ и $p = 0,95$).

5. Вычислите случайную погрешность скорости пули по формуле:

$$\Delta_{сл} = t_{p,N} \cdot S_{\bar{V}}.$$

6. Рассчитайте систематическую погрешность измерения скорости пули:

$$\Delta_c = \bar{V} \sqrt{\left(\left(\frac{1}{m_1 + m_2} \right) \left(\frac{m_2}{m_1} \cdot \Delta_{m_1} + \Delta_{m_{ст}} + \Delta_{m_{кор}} \right) \right)^2 + \left(\frac{\Delta_l}{l+k} \right)^2 + \left(\frac{\Delta_a}{2g} \right)^2},$$

где $\Delta_{m_{ст}}$ – погрешность измерения массы стержня; $\Delta_{m_{кор}}$ – погрешность измерения массы коробки. В качестве значений m_1, l, k – берем средние значения.

7. Вычислите полную погрешность:

$$\Delta_V = \sqrt{\Delta_c^2 + \Delta_{сл}^2}.$$

8. Запишите окончательный результат для каждой пули в виде:

$$V_{пули} = \bar{V} \pm \Delta_V.$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какая система тел называется замкнутой?
2. Сформулируйте закон сохранения импульса.
3. Какой удар называется упругим?
4. Какой удар называется неупругим?
5. Как выглядит запись закона сохранения импульса для каждого из них?
6. Сформулируйте закон сохранения и превращения энергии.
7. Как вычисляются погрешности измерений в данной работе?

Лабораторная работа № 2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ПУЛИ С ПОМОЩЬЮ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА (СТЕНД)

Цель работы. *Определение скорости полёта пули с помощью метода, основанного на неупругом соударении двух сталкивающихся тел.*

Краткая теория

Скорость \vec{v} – векторная физическая величина, определяемая первой производной радиус-вектора движущейся точки по времени:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Поскольку за бесконечно малое время dt точка проходит бесконечно малое расстояние dS , то *модуль мгновенной скорости* равен первой производной пути по времени:

$$v = \frac{dS}{dt}.$$

Вектор скорости направлен по касательной к траектории в сторону движения.

Прямое измерение скорости пули, т. е. определение времени, за которое пуля проходит известное расстояние, требует специальной аппаратуры. Много проще измерить скорость пули косвенными методами, среди которых широко распространены методы, основанные на неупругом соударении, т. е. соударении, в результате которого сталкивающиеся тела соединяются вместе и продолжают движение как одно целое.

В данной работе для определения скорости полёта пули используются два физических закона: закон сохранения импульса для замкнутых систем (в замкнутой системе тел полный импульс системы не изменяется со временем) и закон сохранения энергии (полная энергия консервативной системы тел не изменяется со временем).

Рассмотрим взаимодействие пули и баллистического маятника. Баллистический маятник представляет собой массивный цилиндр массой M , который подвешен на невесомых и нерастяжимых нитях длиной l так, что он может двигаться только поступательно. В цилиндр в горизонтальном направлении производят выстрел пульей массы m из пружинного пистолета, неподвижно закрепленного вблизи маятника. Пролетев небольшое расстояние между пистолетом и маятником, пуля входит в цилиндр, и за счет вязкого трения

быстро теряет скорость. При этом часть механической энергии пули расходуется на неупругую деформацию и превращается во внутреннюю энергию цилиндра и пули (цилиндр и пуля нагреваются).

Процесс удара является кратковременным. Если масса маятника достаточно велика по сравнению с массой пули ($M \gg m$), то за время удара он в силу своей инерционности не успевает выйти из положения равновесия. Это позволяет считать систему «маятник-пуля» в момент удара замкнутой в горизонтальном направлении, так как сила тяжести и сила натяжения подвеса направлены вертикально. Для такой замкнутой системы можно применить закон сохранения импульса:

$$m \cdot \vec{V}_1 + M \cdot \vec{V}_2 = (m + M) \cdot \vec{V}, \quad (2.1)$$

где m – масса пули; M – масса маятника; V_1 – скорость пули до соударения; V_2 – скорость маятника до соударения; V – скорость пули и маятника в первый момент после соударения.

Так как до соударения маятник находился в покое ($V_2 = 0$), то уравнение (1) примет вид:

$$m \cdot \vec{V}_1 = (m + M) \cdot \vec{V}. \quad (2.2)$$

Маятник вместе с пулей, получив за счет неупругого удара импульс, отклоняется от положения равновесия на угол α . Если пренебречь потерями энергии на трение в подвесе и на сопротивление воздуха, то работу при отклонении маятника совершает только сила тяжести. В таком случае, согласно закону сохранения и превращения энергии, для системы «маятник-пуля» можно записать:

$$\frac{(m + M) \cdot V^2}{2} = (m + M)gh, \quad (2.3)$$

где $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения; h – высота подъёма центра тяжести маятника с пулей. Левая часть этого уравнения представляет собой кинетическую энергию системы в первый момент после удара, а правая – потенциальную энергию системы в момент достижения ею наибольшего отклонения, т. е. в момент остановки на высоте h (рис. 2.1).

Решая совместно уравнения (2.2) и (2.3) относительно скорости полета пули до соударения, получим:

$$V_1 = \frac{(m + M)}{m} \sqrt{2gh}. \quad (2.4)$$

Неизвестную высоту h свяжем с длиной маятника l и углом отклонения α . Из рис. 2.1 видно, что эта связь имеет вид:

$$h = l - l \cdot \cos \alpha = 2l \sin^2 \frac{\alpha}{2}. \quad (2.5)$$

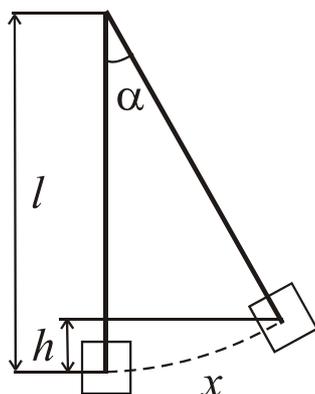


Рис. 2.1. Схема отклонения маятника

При небольших углах отклонения α имеет место равенство:

$$\sin \frac{\alpha}{2} \approx \frac{x}{2l}. \quad (2.6)$$

Подставим формулу (2.6) в соотношение (2.5). Получим:

$$h = \frac{x^2}{2l}. \quad (2.7)$$

После подстановки (2.7) в (2.4) формула для определения скорости пули примет окончательный вид:

$$V_1 = \frac{(m + M)}{m} x \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad (2.8)$$

где l – расстояние от оси вращения до центра тяжести маятника с пулей; x – длина дуги, стягивающей угол α .

Устройство лабораторной установки

Конструкция лабораторной установки представлена на рис. 2.2. Она состоит из трех основных частей: баллистического маятника, пружинного пистолета и набора пуль цилиндрической формы, изготовленных из разных металлов.

Внутренняя полость цилиндра баллистического маятника 1 заполнена мягким и легкодеформируемым материалом (пластилином). Поэтому пули 7 при попадании в торцевую стенку маятника будут испытывать абсолютно неупругий удар, застревая в ней. Получив за счет неупругого удара импульс, маятник вместе с пулей отклоняется от положения равновесия. За счет нитей и колец 2 цилиндр движется горизонтально, отклоняя планку указателя 5 от вертикальной оси на угол α . Величина данного отклонения регистрируется

в делениях шкалы 6. Отчет берется по положению правой стороны планки указателя.

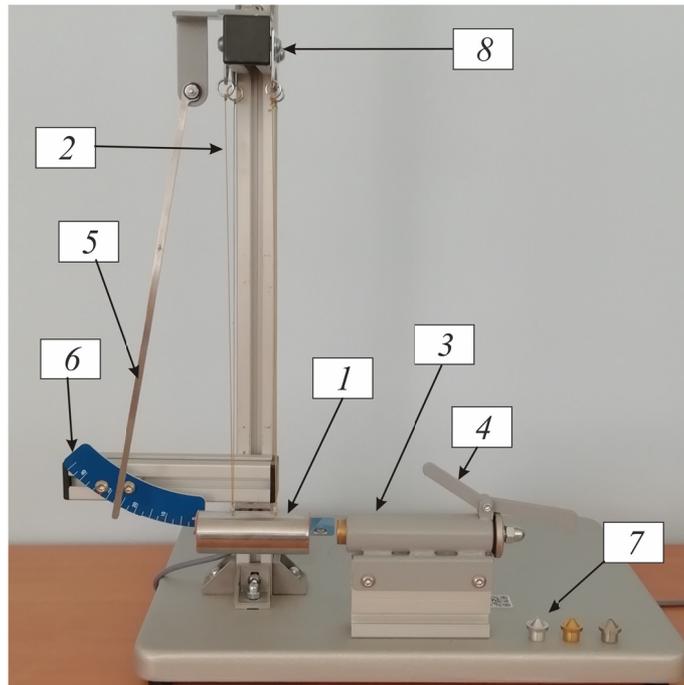


Рис. 2.2. Общий вид установки:

- 1 – цилиндр баллистического маятника; 2 – нити и кольца подвеса;
 3 – пружинный пистолет; 4 – спусковой рычаг; 5 – указательная планка;
 6 – шкала наблюдения отклонения цилиндра; 7 – набор пуль;
 8 – рама крепления баллистического маятника

При зарядке пистолета 3 пульей в сжатой пружине будет запасена потенциальная энергия

$$E_{\text{пруж}} = \frac{kb^2}{2},$$

где k – коэффициент упругости пружины; b – деформация пружины.

Геометрические размеры всех пуль одинаковы. Значит, при зарядке любой пули деформация пружины будет одинакова и, следовательно, одинакова запасаемая пружинной потенциальная энергия. Пренебрегая также потерями энергии на преодоление трения между пулей и стволом пистолета, можно предположить, что после нажатия на спусковой механизм 4 вся энергия сжатой пружины при выстреле полностью превращается в кинетическую энергию пули. Тогда из закона сохранения механической энергии следует, что зависимость скорости пули от ее массы после выстрела должна иметь вид:

$$V = b\sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (2.9)$$

Поскольку величины b и k для всех пуль одинаковы, то график ожидаемой зависимости $V = f(\sqrt{l/m})$ должен представлять собой прямую линию, проходящую через начало координат.

Порядок выполнения работы

1. Взвесить три пули, изготовленные из стали, латуни и алюминия, на электронных весах. Результаты записать в таблицу.

Результаты измерений

Пуля	m , г	Отклонение цилиндра, деления шкалы				\bar{x} , м	\bar{V} , м/с	$(\bar{V} - V_i)^2$, м ² /с ²	$\sqrt{l/m}$, кг ^{-1/2}
		x_1	x_2	x_3	\bar{x}				
1									
2									
3									
Масса маятника: $M = 68,5 \pm 0,01$ г						Длина маятника: $l = 316 \pm 1$ мм			

2. Зарядить пружинный пистолет наибольшей массой пули. Для этого необходимо оттянуть спусковой механизм до тех пор, пока будет возможным его фиксация держателем. Затем установить пулю.

3. Подготовить устройство к измерению горизонтального смещения цилиндра баллистического маятника. Для этого установить пластину указателя так, чтобы его правая сторона касалась торца цилиндра маятника.

4. Осуществить первый выстрел нажатием на пусковой рычаг пружинного пистолета.

5. Определить смещение указателя по шкале наблюдения в единицах шкалы.

6. Провести трехкратное измерение смещений для данной пули, начиная с п. 2. Результаты записать в таблицу.

7. Выполнить аналогичные измерения для двух других пуль.

8. По формуле (2.8) рассчитайте значения скоростей трёх пуль \bar{V} .

9. Вычислить погрешности измерений.

10. Постройте график зависимости $\bar{V} = f(\sqrt{l/m})$ для диапазона численных значений, соответствующего используемым в опытах массам пуль и полученным для них скоростям.

11. Запишите выводы. Сравните ход полученного графика с теоретически предсказанным графиком по формуле (2.9).

Вычисление погрешностей

1. Определите среднее арифметическое значение скорости пули \bar{V} :

$$\bar{V} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n V_i,$$

где N – число опытов.

2. Вычислите квадраты случайных отклонений $(\bar{V} - V_i)^2$ и запишите их в таблицу.

3. Вычислите среднеквадратичное отклонение среднего арифметического:

$$S_{\bar{V}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{V} - V_i)^2}.$$

4. Определите по табл. 1 приложения коэффициент Стьюдента $t_{p,N}$, согласно выбранной доверительной вероятности p и числа опытов N в данной серии измерений (где $t_{p,N} = 2,78$ для $N = 5$ и $p = 0,95$).

5. Вычислите случайную погрешность скорости пули по формуле:

$$\Delta_{сл} = t_{p,N} \cdot S_{\bar{V}}.$$

6. Рассчитайте систематическую погрешность измерения скорости пули:

$$\Delta_c = \bar{V} \sqrt{\left(\left(\frac{1}{m_1 + m_2} \right) \left(\frac{m_2}{m_1} \cdot \Delta_{m_1} + \Delta_{m_{ст}} + \Delta_{m_{кор}} \right) \right)^2 + \left(\frac{\Delta_l}{l+k} \right)^2 + \left(\frac{\Delta_a}{2g} \right)^2},$$

где $\Delta_{m_{ст}}$ – погрешность измерения массы стержня; $\Delta_{m_{кор}}$ – погрешность измерения массы коробки. В качестве значений m_1, l, k – берем средние значения.

7. Вычислите полную погрешность:

$$\Delta_V = \sqrt{\Delta_c^2 + \Delta_{сл}^2}.$$

8. Запишите окончательный результат для каждой пули в виде:

$$V_{пули} = \bar{V} \pm \Delta_V.$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое мгновенная скорость и как она определяется?
2. Что представляет собой баллистический маятник?
3. Какое взаимодействие тел называется ударом?
4. Какой удар называется упругим, а какой неупругим?

5. На каком этапе удара выполняется закон сохранения импульса системы «маятник–пуля»?
6. Дайте определение кинетической энергии.
7. Дайте определение потенциальной энергии.
8. Как определить долю кинетической энергии пули, перешедшей во внутреннюю энергию системы «маятник–пуля» после неупругого удара?
9. Что такое полная механическая энергия? Сформулируйте закон сохранения механической энергии.
10. В каком случае систему «маятник–пуля» можно считать замкнутой?
11. Какими факторами ограничивается точность измерения скорости полета пули в опыте?
12. Как связаны между собой высота подъема баллистического маятника и его горизонтальное отклонение?
13. Как вычисляются погрешности измерений в данной работе?

Лабораторная работа № 3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ СИСТЕМЫ ТЕЛ (СТАЦИОНАРНАЯ УСТАНОВКА)

Цель работы. Экспериментальное определение момента инерции системы тел и сравнение полученного результата с теоретически рассчитанным значением для этой же системы тел.

Краткая теория

При описании вращения твердых тел различной формы пользуются понятием – момент инерции (J). Моментом инерции системы (тела) относительно данной оси называется скалярная физическая величина, равная сумме произведений масс n материальных точек системы на квадрат расстояния до рассматриваемой оси.

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2, \quad (3.1)$$

где m_i – масса i -й частицы твердого тела; r_i – радиус-вектор вращения i -й частицы относительно оси вращения. В случае непрерывного распределения масс эта сумма сводится к интегралу: $J = \int r^2 dm$, где интегрирование производится по всему объему тела, величина J в этом случае есть функция положения точки с координатами x, y, z . Расчет моментов инерции для некоторых тел правильной геометрической формы дает следующие табличные выражения:

1. Сплошной цилиндр, диск:

$$J = \frac{1}{2} mr^2.$$

2. Шар:

$$J = \frac{2}{5} mr^2.$$

3. Полый, тонкостенный цилиндр:

$$J = mr^2.$$

Момент инерции (J) системы твердых тел – величина аддитивная, равная сумме моментов инерции отдельных тел ($J_1; J_2; \dots; J_n$) этой системы:

$$J = J_1 + J_2 + \dots + J_n = \sum_{i=1}^n J_n. \quad (3.2)$$

Воспользовавшись формулой (3.2), момент инерции для системы тел можно записать в виде:

$$J_{\text{системы}} = J_{\text{диска}} + J_{\text{вала}} + J_{\text{прилива}}, \quad (3.3)$$

$J_{\text{шкива}}$ в виду малости вклада не учитывается.

Теоретически момент инерции можно рассчитать, если тела имеют правильную геометрическую форму, именно так можно поступить в нашем случае:

$$J_{\text{системы}} = \frac{1}{2} m_{\text{диска}} r_{\text{диска}}^2 + \frac{1}{2} m_{\text{вала}} r_{\text{вала}}^2 + \frac{1}{2} m_{\text{прилива}} r_{\text{прилива}}^2. \quad (3.4)$$

Момент инерции можно определить и опытным путем, используя второй закон динамики для вращательного движения. В соответствии с этим законом угловое ускорение (ε), с которым тело вращается вокруг неподвижной оси, прямо пропорционально вращательному моменту сил, действующих на тело, и обратно пропорционально моменту инерции тела:

$$\varepsilon = \frac{M}{J}, \quad (3.5)$$

где ε – угловое ускорение; J – момент инерции; M – момент сил, действующей на систему тел.

При постоянном моменте сил ($M = \text{const}$) тело вращается равнопеременно ($\varepsilon = \text{const}$). Измерив величину углового ускорения, можно определить момент инерции системы тел.

$$J = \frac{M}{\varepsilon}. \quad (3.6)$$

Экспериментальная установка (рис. 3.1) состоит из массивного металлического диска A , который крепится на валу B при помощи прилива C . На деревянный шкив K наматывается нить, с закрепленным на ней сменным грузом массой $m_{\text{гр}}$.

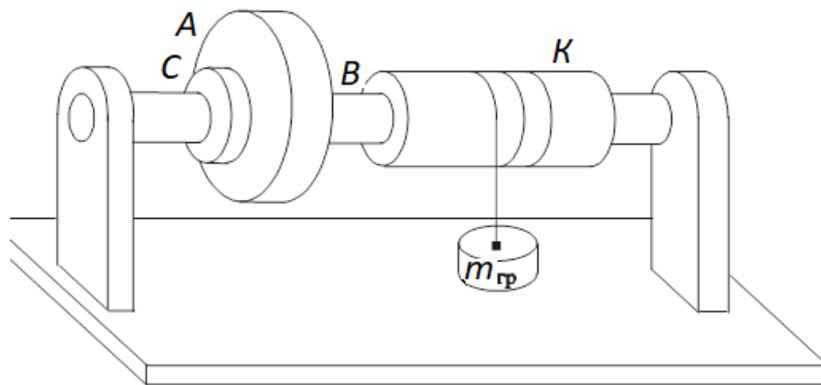


Рис. 3.1. Общий вид установки:

A – металлический диск; B – вал; C – прилив; K – нить

По третьему закону Ньютона реакция нити N по модулю равна силе F , действующей на нить со стороны груза (рис. 3.2). Под действием груза создается момент силы относительно оси вращения:

$$M = F \frac{D}{2}, \quad (3.7)$$

где F – модуль силы, приложенной посредством нити к шкиву; D – диаметр деревянного шкива.

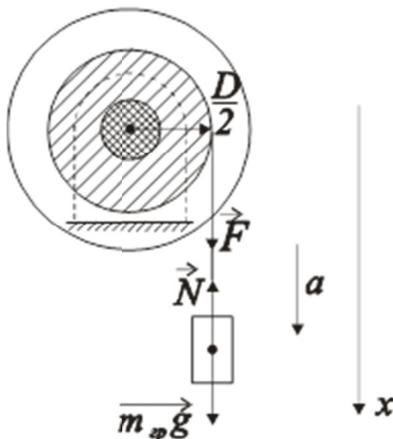


Рис. 3.2. Схема приложения сил

Для нахождения величины силы F рассмотрим движение груза. На груз действуют две силы: сила тяжести ($m_{\text{гр}}\vec{g}$) и сила реакции нити (\vec{N}). Согласно второму закону динамики для поступательного движения, спроецировав вектора на ось x , можно записать для данного случая равенство:

$$m_{\text{гр}}a = m_{\text{гр}}g - N, \quad (3.8)$$

где a – линейное ускорение движения груза; g – ускорение свободного падения ($g = 9,8 \text{ м/с}^2$). Отсюда выразим силу реакции нити:

$$N = m_{\text{гр}}(g - a). \quad (3.9)$$

Перепишем выражение (3.7) для момента силы, подставив вместо F выражение для N :

$$M = m_{\text{гр}}(g - a) \frac{D}{2}. \quad (3.10)$$

Подставив выражение для M (3.10) в формулу (3.6), получим выражение для момента инерции:

$$J = \frac{D}{2\varepsilon} m_{\text{гр}}(g - a). \quad (3.11)$$

Угловое ускорение вращающейся системы связано с линейным ускорением движения груза вниз соотношением:

$$\varepsilon = \frac{2a}{D}. \quad (3.12)$$

Линейное ускорение груза, опускающегося с высоты h , можно рассчитать из соотношения:

$$a = \frac{2h}{t^2}. \quad (3.13)$$

Подставив в формулу (3.11) для расчета момента инерции соотношение (3.12) и соотношение (3.13), получим искомую расчетную формулу для экспериментального определения момента инерции системы тел в окончательном виде:

$$J = \frac{D^2 t^2 m_{\text{гр}}}{8h} \left(g - \frac{2h}{t^2} \right). \quad (3.14)$$

Проведя расчеты и сравнив полученные значения момента инерции системы тел экспериментально и теоретически, мы сможем написать вывод о проделанной работе.

Приборы и материалы:

- лабораторная установка (см. рис. 3.1);
- секундомер KADIO KD-1069;
- штангенциркуль ШЦ-I-150 0,05;
- линейка;
- набор грузов (1, 2, 3 кг).

Порядок выполнения работы

1. Теоретически рассчитываем момент инерции системы тел. Для этого параметры диска, прилива и вала заносим в табл. 3.1. По этим данным рассчитываем моменты инерции отдельных тел по формуле для диска: $J = \frac{1}{2}mr^2$, их величины суммируем по формуле (3.3) и заносим в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Данные для теоретического расчета момента инерции системы тел

Тело	Масса, кг	Диаметр, м	Момент инерции, кг·м ²	
			отдельных тел	системы тел
Диск	11,00 ± 0,01	0,243 ± 0,001		
Прилив	0,40 ± 0,01			
Вал	0,90 ± 0,01			

2. Для экспериментального определения момента инерции этой же системы тел измеряем штангенциркулем диаметр деревянного шкива (табл. 3.2).

Данные для экспериментального определения момента инерции системы тел

Масса груза	Время падения груза					\bar{t} , с	J_i , кг·м ²	$(\bar{J} - J_i)^2$, кг ² ·м ⁴
	t , с							
$m_1 = 1$ кг								
$m_2 = 2$ кг								
$m_3 = 3$ кг								
Диаметр деревянного шкива $D =$							$\bar{J} =$	$\Sigma(\bar{J} - J_i)^2 =$

3. Прикрепляем конец нити к первому грузу m_1 . Вращая диск, наматываем нить на деревянный шкив, поднимая груз на высоту $h = 1,25$ м. Высоту подъема измеряем линейкой от пола до нижнего основания груза.

4. Отпускаем груз, предоставляя ему свободно опускаться на нити. Секундомером определяем время падения груза. Опыт повторяем пять раз. В табл. 3.2 заносим значения времени падения груза $m_1 = 1$ кг. Находим среднее время, заносим его в эту же таблицу.

5. Опыт повторяем с грузами $m_2 = 2$ кг и $m_3 = 3$ кг, полученные данные также заносим в табл. 3.2.

6. Используя средние значения времени падения грузов, по формуле (3.14) рассчитывают три раза (соответственно для трех значений груза) момент инерции системы тел. Затем находим среднее значение момента инерции. Результаты заносят в табл. 3.2. Момент инерции деревянного шкива не учитываем в виду его малости.

7. Вычисляем погрешности измерений.

8. Записываем выводы. Проводим сравнение значений момента инерции системы тел, определенных экспериментально и рассчитанных теоретически.

Вычисление погрешностей

1. Определите среднее арифметическое значение момента инерции \bar{J} :

$$\bar{J} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n J_i$$

где N – число опытов.

2. Вычислите квадраты случайных отклонений $(\bar{J} - J_i)^2$ и запишите их в табл. 3.2.

3. Вычислите среднеквадратичное отклонение среднего арифметического:

$$S_{\bar{J}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=0}^n (\bar{J} - J_i)^2}.$$

4. Определите по табл. 1 приложения коэффициент Стьюдента $t_{p,N}$, согласно выбранной доверительной вероятности p и числа опытов N в данной серии измерений (где $t_{p,N} = 4,30$ для $N = 3$ и $p = 0,95$).

5. Вычислите случайную погрешность момента инерции по формуле:

$$\Delta_{сл} = t_{p,N} \cdot S_{\bar{J}}.$$

6. Рассчитайте систематическую погрешность измерения момента инерции:

$$\Delta_c = \bar{J} \sqrt{\left(\frac{2\Delta_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_h}{h\left(g - \frac{2h}{t^2}\right)}\right)^2}.$$

Погрешностью измерения времени пренебрежем. В качестве значений t – берем среднее значение между средним временем для всех грузов.

7. Вычислите полную погрешность:

$$\Delta_J = \sqrt{\Delta_c^2 + \Delta_{сл}^2}.$$

8. Запишите окончательный результат для момента инерции:

$$J = \bar{J} \pm \Delta_J.$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Опишите установку, применяемую в данной работе.
2. Какие силы, приводящие систему в движение, действуют на груз?
3. Сформулируйте основной закон динамики поступательного движения.
4. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения и поясните физический смысл входящих в этот закон величин.
5. Сделайте вывод расчетной формулы для экспериментального определения момента инерции.
6. Как можно теоретически рассчитать момент инерции?
7. Выведите формулу относительной погрешности определения момента инерции диска при определении ее по формуле.
8. Изменится ли момент инерции системы при изменении массы подвешиваемых грузов?

Лабораторная работа № 4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ СИСТЕМЫ ТЕЛ МЕТОДОМ ВРАЩЕНИЯ С УЧЕТОМ СИЛ ТРЕНИЯ (СТЕНД)

Цель работы. Экспериментальное определение момента инерции системы тел и сравнение полученного результата с теоретически рассчитанным значением для этой же системы тел; оценка момента тормозящей силы, действующей на тело в процессе вращения.

Краткая теория

При описании вращения твердых тел различной формы пользуются понятием – момент инерции (J). Моментом инерции системы (тела) относительно данной оси называется скалярная физическая величина, равная сумме произведений масс n материальных точек системы на квадрат расстояния до рассматриваемой оси.

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2, \quad (4.1)$$

где m_i – масса i -й частицы твердого тела; r_i – радиус-вектор вращения i -й частицы относительно оси вращения.

В случае непрерывного распределения масс эта сумма сводится к интегралу:

$$J = \int r^2 dm,$$

где интегрирование производится по всему объему тела, а элементарная масса dm тела равна произведению плотности ρ тела в данной точке на элементарный объем dV . Под величиной элементарного объема dV понимают такой физически бесконечно малый элемент тела, в котором сохраняются свойства вещества, но и не проявляются его квантовые свойства.

Рассчитаем момент инерции J_0 однородного диска радиусом R и высотой H относительно оси, перпендикулярной к плоскости диска и проходящей через его центр инерции. Для этого мысленно разобьем цилиндр на очень большое число соосных тонкостенных цилиндров, толщиной dr . Выделим один из них. Пусть радиус этого цилиндра равен r (рис. 4.1). Все точки слоя расположены на одинаковом расстоянии от оси. Следовательно, этот слой обладает моментом инерции

$$dJ_0 = r^2 dm, \quad (4.2)$$

где $dm = \rho dV = \rho H dS = \rho H 2\pi r dr$ – масса выделенного слоя.

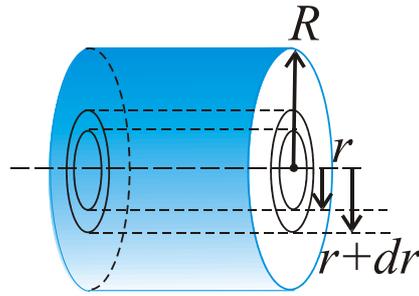


Рис. 4.1. Сплошной цилиндр

Проинтегрируем выражение (4.2) по радиусу r в пределах от 0 до R . Получим полный момент инерции диска в виде:

$$J_0 = \int_0^R r^3 2\pi\rho H dr = 2\pi\rho H \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{2} R^4 \pi\rho H.$$

Так как $m = \rho V = \rho\pi R^2 H$ – масса диска, то

$$J_0 = mR^2 / 2. \quad (4.3)$$

При вычислении момента инерции относительно произвольно расположенной в пространстве оси используют теорему Гюйгенса-Штейнера: момент инерции J относительно оси, не проходящей через центр инерции тела, равен сумме моментов инерции J_0 относительно оси, проходящей через этот центр, и произведению массы тела m на квадрат расстояния d между осями:

$$J = J_0 + md^2. \quad (4.4)$$

Расчет моментов инерции для некоторых тел правильной геометрической формы относительно оси, проходящей через его центр инерции, дает следующие табличные выражения:

1) полый, тонкостенный цилиндр радиусом R :

$$J_0 = mR^2;$$

2) шар радиусом R :

$$J_0 = \frac{2}{5} mR^2;$$

3) цилиндр с внешним радиусом R_1 и внутренним отверстием радиусом R_2 (муфта, колесо):

$$J_0 = \frac{1}{2} m(R_1^2 + R_2^2).$$

Момент инерции (J) системы твердых тел – величина аддитивная, равная сумме моментов инерции отдельных тел ($J_1; J_2; \dots; J_n$) этой системы:

$$J = J_1 + J_2 + \dots + J_n = \sum_{i=1}^n J_n. \quad (4.5)$$

Момент инерции можно определить и опытным путем, используя второй закон динамики для вращательного движения тела (системы тел) вокруг закрепленной оси.

Принципиальная схема экспериментальной установки показана на рис. 4.2. Она состоит из вертикально расположенного диска радиуса R , который может вращаться вокруг неподвижной горизонтальной оси O , перпендикулярной рисунку и проходящей через центр инерции диска. К боковой поверхности диска прикреплена нить. Нить наматывается на диск. Второй конец нити нагружается грузом массой m , обеспечивая в данной системе запас потенциальной энергии. Под действием силы тяжести груз может опускаться вниз на расстояние h за время t , вызывая при этом равноускоренное вращение диска.

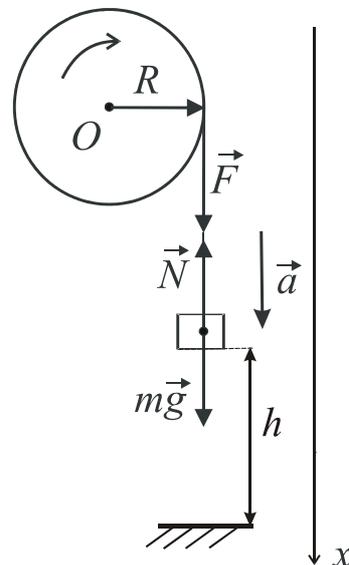


Рис. 4.2. Схема приложения сил

Рассмотрим движение груза и диска в отдельности. Поступательное движение груза описывается вторым законом Ньютона, который в проекции на ось x (см. рис. 4.2) запишется в виде:

$$N = m(g - a), \quad (4.6)$$

где N – сила натяжения нити; a – линейное ускорение движения груза; g – ускорение свободного падения ($g = 9,81 \text{ м/с}^2$).

По третьему закону Ньютона реакция нити N по модулю равна силе F , действующей на диск со стороны груза. Следовательно, сила натяжения создает вращательный момент M_0 относительно оси O , величина которого равна:

$$M_0 = F \cdot R = m(g - a) \cdot R, \quad (4.7)$$

где R – расстояние от точки закрепления нити до оси вращения.

Вращательное движение диска вокруг закрепленной оси O описывается уравнением:

$$\sum_{i=1}^n \vec{M}_i = J\vec{\epsilon}, \quad (4.8)$$

где $\sum_{i=1}^n \vec{M}_i$ – векторная сумма моментов всех сил относительно оси вращения;

$\vec{\epsilon}$ – вектор углового ускорения; J – момент инерции диска.

Если предположить, что ось вращения направлена от нас, то в проекциях всех векторных величин на данную ось уравнение (4.8) будет иметь вид:

$$M_0 - M_{\text{сопр}} = J\varepsilon, \quad (4.9)$$

где $M_{\text{сопр}}$ – момент силы трения, действующей на диск в направлении противоположном вращению.

Подставим в уравнение (4.9) выражение (4.7) и учтем, что линейное ускорение a , входящее в (4.7), связано с угловым ускорением ε соотношением

$$a = \varepsilon \cdot R. \quad (4.10)$$

В результате подстановки получим:

$$mgR - M_{\text{сопр}} = m\varepsilon R^2 + J\varepsilon. \quad (4.11)$$

В этом выражении, кроме искомого момента инерции J , неизвестными величинами также являются: угловое ускорение ε и момент силы трения $M_{\text{сопр}}$.

Для определения углового ускорения выразим его через измеряемые величины: время t и высоту h падения груза. Для этого опять воспользуемся соотношением (4.10) и кинематическим уравнением: $h = \frac{at^2}{2}$, записанным для равноускоренного падения тела с нулевой начальной скоростью с высоты h . После простых преобразований получим:

$$\varepsilon = \frac{2h}{Rt^2}. \quad (4.12)$$

Для определения момента силы трения представим уравнение (4.11) следующим образом:

$$\varepsilon = \frac{mgR - M_{\text{сопр}}}{mR^2 + J}.$$

В условиях эксперимента $mR^2 \ll J$, $M_{\text{сопр}} = \text{const}$ и $J = \text{const}$, что позволяет считать зависимость линейной функцией от массы падающего груза m (рис. 4.3).

$$\varepsilon = \frac{mgR - M_{\text{сопр}}}{J}. \quad (4.13)$$

Если эту зависимость экстраполировать до пересечения с осью абсцисс ($\varepsilon = 0$), то согласно уравнению

$$M_{\text{сопр}} = m_0 g R, \quad (4.14)$$

где m_0 – максимальная масса подвешенного груза, не вызывающая вращение диска.

Теперь, подставив в формулу (4.11) соотношения (4.12) и (4.14), получим искомую расчетную формулу для экспериментального определения момента инерции системы тел в окончательном виде:

$$J = \left[\frac{(m - m_0)gt^2}{2h} - m \right] \cdot R^2. \quad (4.15)$$

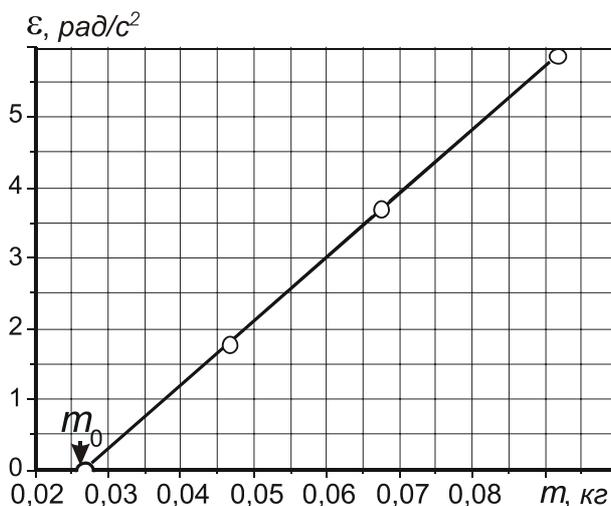


Рис. 4.3. Зависимость углового ускорения диска от массы падающего груза

Таким образом, для определения момента инерции диска и момента сил трения необходимо измерить время t опускания груза массой m на расстояние $x = h$.

Приборы и материалы

Конструкция лабораторной установки представлена на рис. 4.4. Она состоит из четырех основных частей: механического блока, фотодатчика, электронного блока и набора грузов цилиндрической формы.

Механический блок включает в себя горизонтальный вал, закрепленный на оси узла подшипников 2. К нему на одном конце присоединен шкив с массивным диском 1, а на другом конце вала расположен тормозной диск 4, вращение которого останавливает электромагнитный тормоз 5.

На боковую поверхность шкива намотана нить с T-образным металлическим подвесом на конце. Подвес служит основанием для размещения набора цилиндрических грузов 3.

Механический блок закреплен на верхнем конце цилиндрической стойки 7 с миллиметровой шкалой. Также на стойке установлены два визира, которые могут перемещаться по всей её длине. К нижнему визирю прикреплен фотодатчик 8, на верхнем визире находится кронштейн с полкой 6 для размещения наборного груза 3. Сама стойка закреплена на широком основании 14,

в нижней части которой имеются регулировочные винты для центровки Т-образного подвеса относительно U-образного фотодатчика.

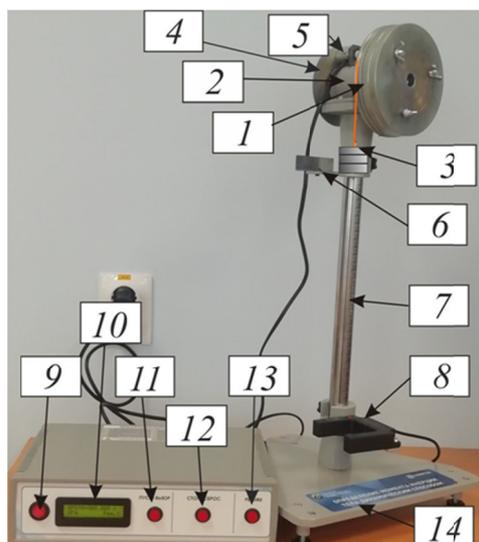


Рис. 4.4. Общий вид установки:

- 1 – шкив с диском; 2 – подшипниковый узел; 3 – подвес с набором грузов;
 4 – тормозной диск; 5 – электромагнитный тормоз; 6 – визир; 7 – стойка с линейкой;
 8 – фотодатчик; 9 – клавишный выключатель электронного блока;
 10 – цифровой индикатор; 11 – кнопка «ПУСК/ВЫБОР»; 12 – кнопка «СТОП/СБРОС»;
 13 – кнопка «РЕЖИМ»; 14 – основание

Электронный блок обеспечивает измерение временных интервалов, формирует постоянные напряжения для питания фотодатчика и электромагнита. Результаты измерений интервалов времени с точностью до миллисекунды отражаются на цифровом индикаторе 10.

Порядок выполнения работы

1. Измерить штангенциркулем диаметр шкива и взвесить грузы.
2. С помощью верхнего и нижнего визира установить высоту падения грузов.
3. Записать результаты измерений массы грузов m_1 , m_2 , высоту падения грузов h и радиус шкива R , необходимых для расчета момента инерции изучаемой системы тел по формуле (4.15), в табл. 4.1. Массу подвеса считать известной.

Таблица 4.1

Исходные данные для расчета момента инерции системы тел

$m_{\text{подвес}}, \text{Г}$	$m_1, \text{Г}$	$m_2, \text{Г}$	$h, \text{м}$	$R, \text{м}$
24,31				

4. Подготовить установку для измерений. Для этого в гнезда «ДАТЧИК 1» и «ДАТЧИК 2», расположенные на задней панели электронного блока, подключить соответственно разъемы от электромагнитного тормоза и фотодатчика.

5. С помощью сетевого кабеля подключить электронный блок к сети переменного тока. Клавишный выключатель питания «ВКЛ» перевести в положение «I – Включено». При этом на фотодатчике должен загореться светодиод красного цвета. На цифровом индикаторе появится мигающая надпись «Реж. 1».

6. Поместить груз на Т-образный подвес. Затем, вращая рукой шкив, поднять и установить подвес с грузом на полочку верхнего визира. Нажимая кнопку «ВЫБОР/ПУСК», перевести секундомер в «Режим 1». После выбора режима произойдет срабатывание электромагнита.

7. Снять подвес с грузом с полки верхнего визира. Затем снова нажать «ВЫБОР/ПУСК». После нажатия кнопки электромагнит отключится и одновременно включится секундомер. При попадании подвешенного груза в область срабатывания фотодатчика включится электромагнит, и подвес с грузом автоматически остановится. На экране секундомера отобразится время, за которое груз пройдет расстояние h . Полученное значение времени и суммарную массу груза с подвесом необходимо записать в табл. 4.2. Для обнуления секундомера необходимо нажать кнопку «СТОП/СБРОС».

Таблица 4.2

Данные для экспериментального определения момента инерции системы тел

Номер п/п	Масса m , кг	Время падения груза t , с			\bar{t} , с	ε , рад/с ²	J_i , кг·м ²	$(\bar{J} - J_i)^2$, кг ² ·м ⁴
1								
2								
3								
$\bar{J} =$								$\Sigma(\bar{J} - J_i)^2 =$

8. Повторить процесс измерения со вторым грузом. Для этого нужно нажать кнопку «РЕЖИМ». После нажатия кнопки электромагнит отключится и на цифровом индикаторе появится мигающая надпись «Реж. 1». Затем нужно выполнить действия, описанные в пп. 6–7.

9. Прodelать те же самые действия при помещении на подвес обоих грузов. Используя средние значения времени падения грузов и значения h и R из табл. 4.1, по формуле (4.12) рассчитать три значения углового ускорения ε для соответствующих значений масс грузов и подвеса. Записать результаты в табл. 4.2.

10. Построить зависимость $\varepsilon = f(m)$ (см. рис. 4.3). Определить из графика по точке его пересечения с осью абсцисс значение m_0 , при котором $\varepsilon = 0$. Рассчитать по формуле (4.14) величину момента сил сопротивления $M_{\text{сопр}}$.

11. Используя значение m_0 , по формуле (4.15) рассчитывают три раза (соответственно по трем значениям времени падения груза) момент инерции системы тел J_i .

12. По данным табл. 4.3 теоретически рассчитать момент инерции отдельных вращающихся элементов (тел), входящих в механический блок по формулам:

$$J_{\text{шкив}} = \frac{1}{2} m_{\text{ш}} R_{\text{ш}}^2;$$

$$J_{\text{диск}} = \frac{1}{2} m_{\text{д}} (R_{\text{внеш}}^2 + R_{\text{внутр}}^2);$$

$$J_{\text{вал}} = \frac{1}{2} m_{\text{в}} R_{\text{в}}^2;$$

$$J_{\text{тормоз диск}} = \frac{1}{2} m_{\text{тд}} R_{\text{тд}}^2;$$

$$J_{\text{болт}} = m_{\text{б}} d^2,$$

где d – расстояние от болта до центра вращения системы. Момент инерции самого болта относительно его оси симметрии не учитывается в виду малости диаметра.

Результаты расчета занести в табл. 4.3. Момент инерции данной системы тел можно найти по формуле:

$$J = J_{\text{шкив}} + J_{\text{диск}} + J_{\text{вал}} + J_{\text{тормоз диск}} + 3 \cdot J_{\text{болт}}.$$

Таблица 4.3

Данные для теоретического определения момента инерции системы тел

Элемент системы тел	Масса элемента, кг	Диаметр элемента, м	Момент инерции J , кг·м ²	
			отдельных тел	системы тел
Шкив	$m_{\text{ш}} = 1,083$	$D_{\text{ш}} = 0,132$		
Цилиндр с отверстием	$m_{\text{д}} = 2,093$	$D_{\text{внеш}} = 0,130$		
		$D_{\text{внутр}} = 0,015$		
Вал	$m_{\text{в}} = 0,080$	$D_{\text{в}} = 0,012$		
Тормозной диск	$m_{\text{тд}} = 0,061$	$D_{\text{тд}} = 0,100$		
Болт с барашком	$m_{\text{б}} = 0,010$	$d = 0,038$		

13. Вычисляем погрешности измерений.

14. Записываем выводы. Проводим сравнение значений момента инерции системы тел, определенных экспериментально и рассчитанных теоретически.

Вычисление погрешностей

1. Определите среднее арифметическое значение момента инерции \bar{J} :

$$\bar{J} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n J_i,$$

где N – число опытов.

2. Вычислите квадраты случайных отклонений $(\bar{J} - J_i)^2$ и запишите их в табл. 4.2.

3. Вычислите среднеквадратичное отклонение среднего арифметического:

$$S_{\bar{J}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{J} - J_i)^2}.$$

4. Определите по табл. 1 приложения коэффициент Стьюдента $t_{p,N}$, согласно выбранной доверительной вероятности p и числа опытов N в данной серии измерений (где $t_{p,N} = 4,30$ для $N = 3$ и $p = 0,95$).

5. Вычислите случайную погрешность момента инерции по формуле:

$$\Delta_{сл} = t_{p,N} \cdot S_{\bar{J}}.$$

6. Рассчитайте систематическую погрешность измерения момента инерции:

$$\Delta_c = \bar{J} \sqrt{\left(\frac{2\Delta_D}{R}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta_t}{t}\right)^2},$$

В качестве значений m и t – берем среднее значение для всех грузов.

7. Вычислите полную погрешность:

$$\Delta_J = \sqrt{\Delta_c^2 + \Delta_{сл}^2}.$$

8. Запишите окончательный результат для момента инерции:

$$J = \bar{J} \pm \Delta_J.$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Опишите установку, применяемую в данной работе.
2. Какие силы, приводящие систему в движение, действуют на груз?
3. Сформулируйте основной закон динамики поступательного движения.
4. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения и поясните физический смысл входящих в этот закон величин.

5. Сделайте вывод расчетной формулы для экспериментального определения момента инерции.
6. Из каких соображений в данной работе определяется момент сил сопротивления?
7. Как учитывается момент сил сопротивления в расчетной формуле?
8. Как можно теоретически рассчитать момент инерции? Изменится ли момент инерции системы при изменении массы подвешиваемых грузов?

Лабораторная работа № 5

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ СДВИГА

Цель работы. *Определение модуля сдвига материала пружины.*

Краткая теория

Сдвигом называется деформация, при которой все плоские слои твердого тела, параллельные некоторой неподвижной плоскости (плоскости сдвига), смещаются, не искривляясь и не изменяясь в размерах параллельно друг другу (рис. 5.1). Сдвиг происходит под действием касательной силы F , приложенной параллельно плоскости сдвига BC . Мерой деформации при этом является угол сдвига θ (относительный сдвиг). По закону Гука относительный сдвиг пропорционален касательному напряжению

$$\gamma = \frac{a}{b} = \frac{\Delta a}{\Delta b} = \operatorname{tg}\theta. \quad (5.1)$$

Относительный сдвиг γ одинаков для всех слоев тела. Угол θ называют углом сдвига. Для малых углов сдвига, что обычно наблюдается в реальных условиях, $\operatorname{tg}\theta \approx \theta$ и $\gamma \approx \theta$. Таким образом, угол сдвига θ характеризует относительный сдвиг γ . Введем понятие касательного (тангенциального) напряжения, которое определим как упругую силу, действующую на единицу площади сечения внутри тела и направленную по касательной к площади этого сечения

$$\sigma_{\tau} = \frac{F}{S}. \quad (5.2)$$

Опытным путем установлено, что для малых деформаций упругое касательное напряжение прямо пропорционально углу сдвига:

$$\sigma_{\tau} = G\gamma = G\theta. \quad (5.3)$$

Коэффициент пропорциональности G зависит только от свойств материала и называется модулем сдвига. Если $\gamma = \operatorname{tg}\theta = 1$, то

$$G = \sigma_{\tau}. \quad (5.4)$$

Таким образом, модуль сдвига G численно равен такому тангенциальному напряжению, при котором угол сдвига оказался бы равным 45° . В реальных случаях раньше наступает разрушение тела.

Модуль Юнга E , модуль сдвига G и коэффициент Пуассона μ связаны между собой следующим соотношением:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}. \quad (5.5)$$

На рис. 5.1: S – площадь $ABCD$, G – модуль сдвига, численно равный касательному напряжению, вызывающему относительный сдвиг, равный единице.

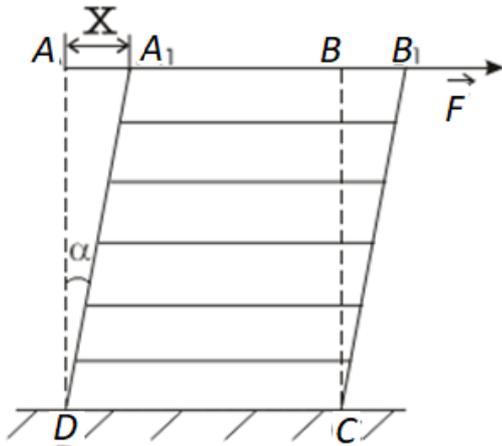


Рис. 5.1. Деформация

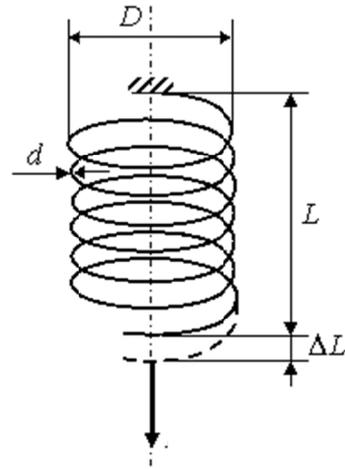


Рис. 5.2. Геометрия пружины

В данной работе определяется модуль сдвига материала, из которого изготовлена винтовая пружина (рис. 5.2). Основными геометрическими параметрами пружины являются: диаметр проволоки d , диаметр витка пружины D и число витков N . Под действием растягивающей силы F длина пружины L увеличивается согласно закону Гука на величину

$$\Delta L = \frac{F}{k}, \quad (5.6)$$

где k – жесткость пружины. Направление действия силы при этом перпендикулярно виткам, поэтому удлинение пружины определяется модулем сдвига и дается соотношением:

$$\Delta L = \frac{8FD^3N}{Gd^4}. \quad (5.7)$$

Под действием сил тяжести и упругости пружины выведенный из положения равновесия груз массой m совершает гармонические колебания с частотой $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, периодом $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, откуда для жесткости пружины получаем:

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}. \quad (5.8)$$

Таким образом, измерив период колебаний, и воспользовавшись формулами (5.6 – 5.8), и тем, что $F = mg$, можно найти модуль сдвига:

$$G = \frac{32\pi^2 D^3 Nm}{T^2 d^4}. \quad (5.9)$$

Приборы и материалы

Вид лабораторной установки с измерительным модулем приведен на рис. 5.3 и 5.4.

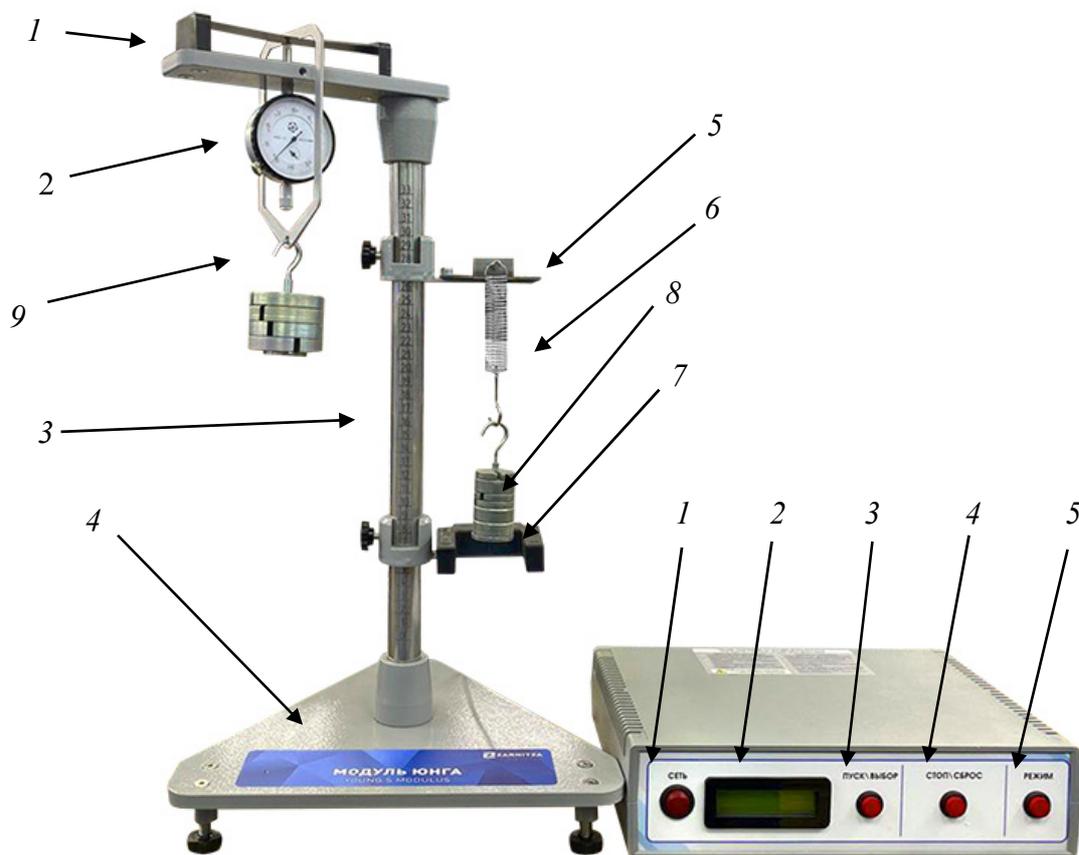


Рис. 5.3. Лабораторная установка

Рис. 5.4. Измерительный модуль

В состав оборудования лабораторной установки входит: 1 – призматические опоры; 2 – индикатор часового типа; 3 – стойка; 4 – основание; 5 – кронштейн; 6 – пружина; 7 – фотодатчик; 8 – набор грузов; 9 – крючок для подвешивания грузов.

В измерительном модуле используются: 1 – клавишный выключатель питания «ВКЛ»; 2 – цифровой индикатор показаний времени/число колебаний маятников; 3 – кнопка выбора режима, начала отсчета «ПУСК/ВЫБОР»; 4 – кнопка остановки измерения и сброса показания «СТОП/СБРОС»; 5 – кнопка выбора режима работы секундомера «РЕЖИМ».

Установка состоит из стойки 3, установленной на основании 4. В верхней части стойки крепится кронштейн 5 с гнездом для установки пластины и две призматические опоры 1.

На исследуемую пластину устанавливается нагружающее устройство – легкая рамка с призматической опорой и крючком для подвешивания груза. Деформация пластины измеряется с помощью индикатора часового типа 2.

В средней части стойки крепится кронштейн 5 с гнездом для установки исследуемых пружин 6. Ниже устанавливается кронштейн с фотодатчиком 7.

Электропитание фотодатчика, а также отсчет и индикация количества колебаний пружинного маятника и времени производится с помощью электронного блока.

Порядок проведения лабораторной работы

Задание 1. *Определение модуля сдвига с помощью пружинного маятника.*

1. Кронштейн 5 с вертикальной подвешенной пружиной 6 закрепить на вертикальной стойке 3 таким образом, чтобы наборный груз 8, подвешенный к пружине, своей нижней плоскостью совпадал с оптической осью фотодатчика 7 (оптическая ось совпадает с рисками на фотодатчике). Массу наборного груза с крючком определить с помощью весов и полученное значение записать в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Результаты измерений

Номер п/п	m , кг	D , м	d , м	N	n	t_1 , с	t_2 , с	t_3 , с	t_{cp} , с	T , °С	G_i , ГПа	$(\bar{G} - G_i)^2$, ГПа ²
1												
2												
3												
Среднее значение $\bar{G} =$												$\sum(G - G_i)^2 =$

2. Подключите фотодатчик в разъем, расположенный на задней панели модуля измерительного (датчик 3).

3. С помощью сетевого кабеля подключите модуль измерительный к сети переменного тока 220 В 50 Гц.

4. Клавишный выключатель питания «ВКЛ» перевести в положение «I–Включено», при этом загорится индикатор наличия сетевого напряжения «СЕТЬ», также загорится индикатор фотоэлемента.

5. Нажимая кнопку «РЕЖИМ», переведите секундомер в «РЕЖИМ 5» и нажмите «ВЫБОР/ПУСК». При выполнении эксперимента на индикаторе будет отображаться число (время – секунды), соответствующее 10 колебаниям маятника.

6. Поднимите вверх груз на минимальную высоту так, чтобы погас индикатор фотодатчика и отпустите. При этом груз начинает совершать колебательные движения на пружине. Нажмите пуск. Измерьте время t для $n = 10$ полных колебаний маятника. Остановка секундомера осуществляется фотоэлектрическим датчиком автоматически. Показания запишите в табл. 5.1. Для сброса показаний секундомера необходимо держать кнопки «ПУСК» и «СТОП» до полного «обнуления» результата.

7. Повторите опыт 3 раза. Найдите среднее значение t_{cp} (среднее арифметическое) 10 колебаний и рассчитайте период колебаний: $T = t_{\text{cp}} / n$.

8. Повторите задание пп. 6, 7, увеличивая массу груза и взвесив его. Всего провести измерений для трех значений m .

9. Внесите в табл. 5.1 измеренные параметры пружины: принять диаметр витка пружины $D = 16$ мм, диаметр проволоки пружины $d = 0,7$ мм, число витков $N = 28$.

10. Для каждого значения m вычислить модуль сдвига $G_{\text{ср}i}$ по формуле (5.5). Данные измерений и вычислений внесите в табл. 5.1.

11. Вычисляем погрешности измерений.

12. Записываем выводы. Результаты эксперимента сравните с табличным значением.

Вычисление погрешностей

1. Определите среднее арифметическое значение модуля сдвига \bar{J} :

$$\bar{G} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n G_i,$$

где N – число опытов.

2. Вычислите квадраты случайных отклонений $(\bar{G} - G_i)^2$ и запишите их в табл. 5.1.

3. Вычислите среднеквадратичное отклонение среднего арифметического:

$$S_{\bar{G}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=0}^n (\bar{G} - G_i)^2}.$$

4. Определите по табл. 1 приложения коэффициент Стьюдента $t_{p,N}$, согласно выбранной доверительной вероятности p и числа опытов N в данной серии измерений (где $t_{p,N} = 4,30$ для $N = 3$ и $p = 0,95$).

5. Вычислите случайную погрешность момента инерции по формуле:

$$\Delta_{\text{сл}} = t_{p,N} \cdot S_{\bar{G}}.$$

6. Рассчитайте систематическую погрешность измерения модуля сдвига:

$$\Delta_c = \bar{G} \sqrt{\left(\frac{\Delta_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta_t}{t}\right)^2}.$$

Погрешностью измерения времени пренебрежем. В качестве значений m и t – берем среднее значение для всех грузов.

7. Вычислите полную погрешность:

$$\Delta_G = \sqrt{\Delta_c^2 + \Delta_{\text{сл}}^2}.$$

8. Запишите окончательный результат для модуля сдвига:

$$G = \bar{G} \pm \Delta_G.$$

Задание 2. Определение модуля сдвига методом растяжения пружины.

1. Снимите кронштейн с фотодатчиком или поверните его вокруг стойки так, чтобы он не мешал дальнейшим действиям. Повесьте на пружину груз массой m_1 . При помощи линейки замерьте расстояние от основания 4 до нижней плоскости груза y_1 .

2. Повесьте на пружину груз массой m_2 . При помощи линейки замерьте расстояние расположения нижней плоскости груза y_2 относительно основания.

3. Определите удлинение пружины по формуле: $y = y_1 - y_2$.

4. Определите модуль сдвига по формуле:

$$G = \frac{64FR^3N}{yd^4}, \quad (5.13)$$

где $F = mg$ – сила, растягивающая пружину, $m = m_2 - m_1$. Принять $g = 9,8 \text{ м/с}^2$; $R = D/2$ – средний радиус пружины, равный 8 мм; $d = 0,7$ – мм диаметр проволоки пружины; $N = 28$ – число витков.

5. Результаты измерений и вычислений внесите в табл. 5.2.

Таблица 5.2

Результаты измерений

Номер п/п	R , м	d , м	m , кг	m_1 , кг	m_2 , кг	y_1 , м	y_2 , м	y , м	G_i , ГПа	$(\bar{G} - G_i)^2$, ГПа ²
1										
2										
3										
Среднее значение $\bar{G} =$										$\sum(G - G_i)^2 =$

6. Проведите измерения для двух других пар масс грузов m_1 и m_2 .
7. Вычисляем погрешности измерений.
8. Записываем выводы. Результаты эксперимента сравните с табличным значением.

Вычисление погрешностей

1. Определите среднее арифметическое значение модуля сдвига \bar{J} :

$$\bar{G} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n G_i,$$

где N – число опытов.

2. Вычислите квадраты случайных отклонений $(\bar{G} - G_i)^2$ и запишите их в табл. 5.2.

3. Вычислите среднеквадратичное отклонение среднего арифметического:

$$S_{\bar{G}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=0}^n (\bar{G} - G_i)^2}.$$

4. Определите по табл. 1 приложения коэффициент Стьюдента $t_{p,N}$, согласно выбранной доверительной вероятности p и числа опытов N в данной серии измерений (где $t_{p,N} = 4,30$ для $N = 3$ и $p = 0,95$).

5. Вычислите случайную погрешность модуля сдвига по формуле:

$$\Delta_{сл} = t_{p,N} \cdot S_{\bar{G}}.$$

6. Рассчитайте систематическую погрешность измерения модуля сдвига:

$$\Delta_c = \bar{G} \cdot \left(\frac{\Delta y}{y}\right).$$

В качестве значений y – берем среднее значение для всех грузов.

7. Вычислите полную погрешность:

$$\Delta_G = \sqrt{\Delta_c^2 + \Delta_{сл}^2}.$$

8. Запишите окончательный результат для модуля сдвига:

$$G = \bar{G} \pm \Delta_G.$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Расскажите о явлении деформации. Приведите примеры.
2. Какие бывают деформации? Чем они отличаются друг от друга?
3. Что называется абсолютной величиной деформации и относительной деформацией для различных видов деформаций?
4. Сформулируйте закон Гука. Связь между какими физическими величинами он дает? Физический смысл коэффициента упругости и модуля упругости.
5. Какие деформации называются упругими? Что называется пределом пропорциональности и пределом прочности? Нарисуйте диаграмму напряжений для какого-нибудь вещества и на нем покажите области, соответствующие пределу пропорциональности, пределу упругости, пределу текучести и пределу прочности.
6. Объясните явление деформации с точки зрения строения молекул.
7. Приведите примеры технического применения явления деформации.
8. Что называется деформацией сдвига?
9. Что называется касательным (тангенциальным) напряжением?
10. Как связаны между собой модуль Юнга, модуль сдвига и коэффициент Пуассона?

Лабораторная работа № 6

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ СДВИГА ПО КРУТИЛЬНЫМ КОЛЕБАНИЯМ

Цель работы. *Изучение деформации сдвига и кручения, определение модуля сдвига металлического стержня.*

Краткая теория

Модуль упругости E (модуль Юнга), G (модуль сдвига), K (модуль объемной упругости) определяют жесткость материалов, то есть интенсивность увеличения напряжения по мере увеличения упругой деформации.

Механизм упругой деформации металлов состоит в обратимых смещениях атомов из положения равновесия в кристаллической решетке. Величина упругих деформаций в металлах не может быть большой, так как атомы в узлах решетки способны смещаться на небольшую долю межатомных расстояний.

Физический смысл модуля упругости состоит в том, что он характеризует сопротивляемость металлов упругой деформации, то есть смещению атомов из положения равновесия.

В отсутствие деформации атомы колеблются в узлах решетки у положений равновесия.

Если деформация не совпадает по направлению с напряжением (например, при одноосном растяжении возникает трехосная деформация), элементарный закон Гука заменяется обобщенным. Он устанавливает линейную связь между деформацией и напряжением в любых направлениях, то есть между компонентами тензора напряжений и тензора деформаций.

В работе использован один из распространенных методов экспериментального определения модуля сдвига цилиндрического стержня. Этот метод основан на связи, существующей между модулем сдвига, линейными размерами цилиндрического стержня и модулем кручения:

$$f = G \frac{\pi d^4}{32L}, \quad (6.1)$$

где f – модуль кручения; G – модуль сдвига; d – диаметр стержня; L – длина стержня.

Если к верхнему основанию параллелепипеда $DABC$ (рис. 6.1), с закрепленным нижним основанием DC , приложить силу \vec{F} к верхнему основанию и направленную по касательной к плоскости AB , то произойдет деформация параллелепипеда, называемая сдвигом.

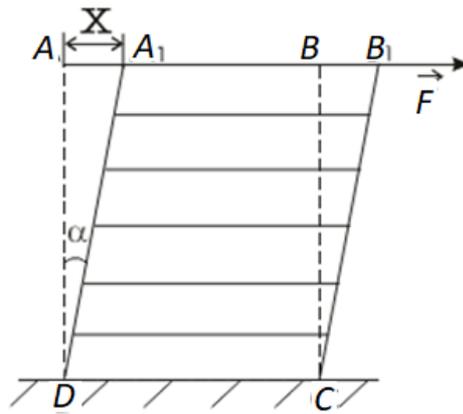


Рис. 6.1. Схема деформации сдвига

Рассмотрим кратко механизм деформаций сдвига и кручения.

При сдвиге отдельные горизонтальные тонкие слои, на которые мысленно разбивается параллелепипед, смещаются (сдвигаются) относительно друг друга в направлении действия силы. Отрезок AA_1 , обозначенный через x , называют абсолютным сдвигом. Отношение x/h называют относительным сдвигом (где h – высота параллелепипеда). Из рис. 6.1 видно, что $\frac{x}{h} = \operatorname{tg}\alpha$; ввиду малости величины относительного сдвига $\operatorname{tg}\alpha$ заменяют на величину угла α , который называется углом сдвига. Тогда величина относительного сдвига запишется таким образом: $\frac{x}{h} = \alpha$.

Согласно опыту величина относительного сдвига прямо пропорциональна силе \vec{F} и обратно пропорциональна площади основания S , то есть

$$\alpha = \frac{1}{G} \cdot \frac{F}{S}. \quad (6.2)$$

Величина G называется модулем сдвига. Экспериментально модуль сдвига G можно найти, определив модуль кручения f для исследуемого материала.

Деформация кручения стержня (цилиндра) сводится к сдвигам относительно друг друга бесконечно тонких сечений, на которые можно мысленно разбить закручиваемый стержень (рис. 6.2). Если один конец стержня жестко закрепить, то для закручивания другого конца на угол φ необходимо приложить к нему пару сил $\vec{F} - \vec{F}$ с моментом \vec{M} . По закону Гука можно записать:

$$M = f \cdot \varphi, \quad (6.3)$$

где f – модуль кручения, численно равный моменту пары сил, закручивающему стержень, деленному на единицу угла.

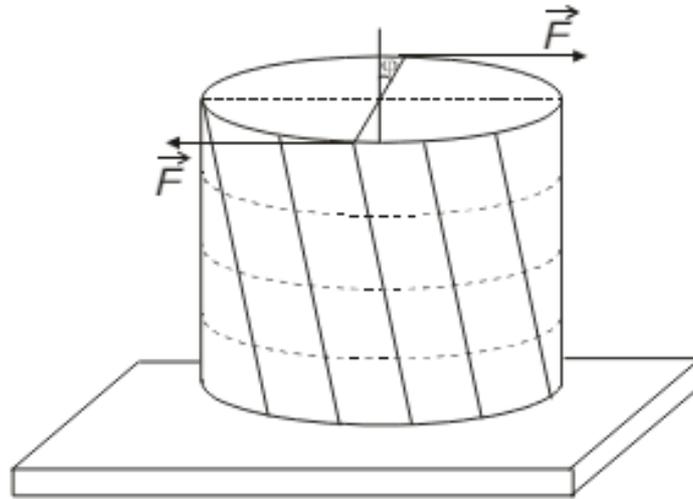


Рис. 6.2. Схема деформации кручения

Если известен модуль кручения данного материального тела, то, используя уравнение (6.1), можно рассчитать модуль сдвига.

Практически модуль кручения определяется по крутильным колебаниям исследуемого стержня, верхний конец которого жестко закреплен, а нижний соединен с диском, способным совершать крутильные колебания (рис. 6.3).

Диск поворачивается на некоторый угол φ и отпускается. Освобожденный диск совершает крутильные колебания, период которых, согласно теории, рассчитывается по формуле:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{f}}, \quad (6.4)$$

где J – момент инерции диска и стержня.

В данном случае момент инерции вычислить довольно трудно, но можно определить его изменение при нагружении диска дополнительным грузом-кольцом. Для этого обозначим через J_1 – момент инерции стержня с диском без нагрузки (крутильный маятник), а через $J_2 = (J_1 + mR^2)$ – момент инерции с грузом в виде кольца. Тогда разность $J_2 - J_1 = mR^2$ будет выражать момент инерции кольца (где R – средний радиус кольца, m – масса кольца).

Соответственно периоды колебаний маятника без кольца и с кольцом можно записать в виде:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_1}{f}}, \quad (6.5)$$

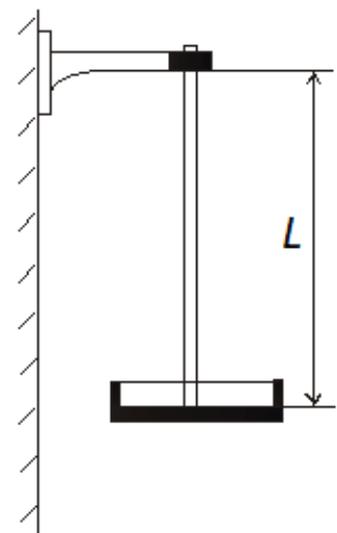


Рис. 3. Схема установки

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_2}{f}}. \quad (6.6)$$

Возведя в квадрат оба эти выражения, и взяв их разность, выразим модуль кручения f :

$$f = \frac{4\pi^2 mR^2}{T_2^2 - T_1^2}. \quad (6.7)$$

Подставив это выражение в формулу (6.1), получим для модуля сдвига:

$$G = \frac{8\pi \cdot L}{r^4} \cdot \frac{mR^2}{T_2^2 - T_1^2}, \quad (6.8)$$

где $r = \frac{d}{2}$ – радиус стержня.

Приборы и материалы:

- крутильный маятник (см. рис. 6.3);
- секундомер KADIO KD-1069;
- микрометр МК-25 0,01;
- линейка.

Порядок выполнения работы

1. Миллиметровой линейкой измеряем длину стержня (L) пять раз; микрометром измеряем диаметр стержня ($2r$) в пяти различных точках; измеряем пять раз средний диаметр кольца ($2R$).

2. Не нагружая маятник кольцом, приводим его в крутильные колебания, избегая качаний в стороны. Наблюдая за колебаниями маятника, запускаем секундомер с отсчетом «ноль», при прохождении метки на диске против стойки K . При каждом новом прохождении метки перед стойкой в одну и ту же сторону делаем отсчет – один, два, три...до 20. С последним отсчетом останавливаем секундомер.

3. Определяем период колебаний, деля время всех полных колебаний t_1 на их количество n_1 :

$$T_1 = \frac{t_1}{n_1}. \quad (6.9)$$

4. Далее нагружаем диск кольцом и тем же способом определяем T_2 .

5. В обоих случаях наблюдения проводим три раза и рассчитываем средние значения для T_1 и T_2 .

6. Результаты измерений заносим в табл. 6.1.

Результаты измерений

Номер п/п	L , см	r , мм	R , см	t_1 , с	t_2 , с	T_1 , с	T_2 , с	G_i , ГПа	$(\bar{G} - G_i)^2$, ГПа ²
1									
2									
3									
Среднее значение $\bar{G} =$									$\sum(G - G_i)^2 =$

7. По полученным данным с использованием формулы (6.8) рассчитываем величину модуля сдвига.

8. Вычисляем погрешности измерений.

9. Записываем вывод. Сравниваем полученный результат с табличными значениями.

Вычисление погрешностей

1. Определите среднее арифметическое значение модуля сдвига \bar{J} :

$$\bar{G} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n G_i,$$

где N – число опытов.

2. Вычислите квадраты случайных отклонений $(\bar{G} - G_i)^2$ и запишите их в табл. 6.1.

3. Вычислите среднеквадратичное отклонение среднего арифметического:

$$S_{\bar{G}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=0}^n (\bar{G} - G_i)^2}.$$

4. Определите по табл. 1 приложения коэффициент Стьюдента $t_{p,N}$, согласно выбранной доверительной вероятности p и числа опытов N в данной серии измерений (где $t_{p,N} = 4,30$ для $N = 3$ и $p = 0,95$).

5. Вычислите случайную погрешность модуля сдвига по формуле:

$$\Delta_{сл} = t_{p,N} \cdot S_{\bar{G}}.$$

6. Рассчитайте систематическую погрешность измерения модуля сдвига:

$$\Delta_c = \bar{G} \sqrt{\left(\frac{\Delta_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta_t}{t}\right)^2 + \left(\frac{4\Delta_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta_R}{R}\right)^2}.$$

В качестве значений m , L , r , R и t – берем среднее значение.

7. Вычислите полную погрешность:

$$\Delta_G = \sqrt{\Delta_c^2 + \Delta_{сл}^2}.$$

8. Запишите окончательный результат для модуля сдвига:

$$G = \bar{G} \pm \Delta_G.$$

Таблица 6.2

Константы упругости некоторых чистых металлов при комнатной температуре

Металл	E , ГПа	G , ГПа	K , ГПа	ν
Железо	217	89	172	0,28
Никель	205	78	187	0,31
Медь	125	46	142	0,34
Алюминий	72	27	75	0,34
Титан	108	41	127	0,34
Кобальт	204	76	187	0,31
Молибден	847	122	280	0,30

ν – коэффициент Пуассона, тогда

$$E = 2G(1 + \nu);$$

$$E = 3K(1 - 2\nu).$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется деформацией тела? Виды деформации.
2. Сформулируйте закон Гука.
3. Что такое модуль сдвига?
4. Какой физический смысл модуля кручения?
5. Когда справедлив закон Гука?
6. Что называется деформацией сдвига?

Лабораторная работа № 7

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА

Цель работы. *Определение модуля Юнга.*

Краткая теория

Всякое твердое тело под действием силы изменяет свою форму и размеры (деформируется). По прекращении действия силы тело принимает свою прежнюю форму и размеры, если сила была не слишком велика (не превзойден «предел упругости»). Упругие деформации могут быть самыми разнообразными: продольное удлинение, поперечное сжатие, нагиб, сдвиг, кручение и прочие. Если вызывающая деформацию сила не слишком велика, то выполняется закон Гука: относительная деформация в пределах упругости пропорциональна вызывающему ее усилию. Каждый вид деформации характеризуется своим коэффициентом, или модулем (величиной, обратной коэффициенту). Так как видов деформации может быть много, то столько же будет коэффициентов и модулей. Однако в теории упругости показано, что различные коэффициенты (модули) связаны между собой определенными соотношениями. При этом число соотношений на два меньше, чем число коэффициентов. Это значит, что любое тело всегда имеет два независимых коэффициента, характеризующих его упругие свойства. Физически это объясняется следующим образом. Всякая деформация представляет собой смещение молекул тела, а всякое движение может быть сведено к поступательному и вращательному движению. Так как два эти движения независимы, то и деформации, связанные с ними, например, удлинение и кручение, будут независимы. Все остальные деформации можно будет свести к этим двум.

Модуль упругости (модуль Юнга) и модуль жесткости (коэффициент упругости) – это два числа, которые используют для описания деформации материала. Главное отличие между модулем упругости и модулем жесткости является то, что модуль упругости описывает, как материал деформируется, когда сила прикладывается под прямым углом к поверхности объекта, в результате чего материал удлиняется или укорачивается. Модуль жесткости описывает, как материал деформируется, когда сила прикладывается параллельно поверхности объекта, вызывая смещение одной из поверхностей относительно другой поверхности того же объекта.

Деформация изгиба сводится к растяжениям и сжатиям в различных частях тела. Растяжение и сжатие тела зависят от модуля Юнга, поэтому

теоретически возможно связать деформацию при изгибе с модулем Юнга. Деформация частей стержня будет различна в зависимости от способа закрепления, поэтому величина изгиба («стрела прогиба») будет зависеть от способа закрепления. Если прямую пластину обоими концами свободно положить на твердые опоры и нагрузить в середине грузом весом $P = mg$, где $g = 9,8 \text{ м/с}^2$, то середина стержня опустится, т. е. пластина согнется. Верхние слои стержня при изгибе будут сжиматься, нижние – растягиваться, а некоторый средний слой, который называют нейтральным слоем, сохранит длину и только потеряет искривление. Перемещение d , которое получает середина стержня, называется **стрелой прогиба**. Стрела прогиба тем больше, чем больше нагрузка, и, кроме того, она должна зависеть от формы и размеров стержня и от его модуля упругости (модуля Юнга).

Найдем связь между стрелой прогиба и характеристиками упругого стержня. В данной работе используется пластина прямоугольного сечения размерами l (длина), h (высота), b (ширина), которая устанавливается на две неподвижные призмы с расстоянием L между острыми верхними гранями. Под воздействием внешней силы пластина искривляется, и ее форма может быть описана функцией $y(x)$. Возникающие в пластине силы упругости пропорциональны кривизне пластины, т. е. второй производной $y''(x)$. Условие равновесия имеет вид:

$$Ely''(x) = M(x), \quad (7.1)$$

где E – модуль Юнга; $I = \frac{bh^3}{12}$ – коэффициент, определяемый геометрией пластины, изгибающий момент:

$$M(x) = \frac{P}{2}x. \quad (7.2)$$

Таким образом, получаем дифференциальное уравнение для формы пластины:

$$y''(x) = \frac{P}{2EI}x. \quad (7.3)$$

Проинтегрируем данное уравнение.

$$y' = \int \frac{P}{2EI} \cdot x dx + c1 = \frac{Px^2}{4EI} + c1, \text{ при } x = \frac{L}{2}, y' = 0 \text{ (точка минимума)}.$$

$$\text{Тогда } \frac{PL^2}{16EI} + c1 = 0, \text{ отсюда следует, что } c1 = -\frac{PL^2}{16EI}, \text{ поэтому } y' = \frac{Px^2}{4EI} - \frac{PL^2}{16EI}.$$

Проинтегрируем полученное выражение:

$$y = \int \frac{Px^2}{4EI} dx - \int \frac{PL^2}{16EI} dx + c2 = \frac{Px^3}{12EI} - \frac{PL^2}{16EI} x + c2; \text{ при } x = 0, y = 0, \text{ то } c2 = 0.$$

После интегрирования находим:

$$y(x) = \frac{P}{12EI}x^3 - \frac{PL^2}{16EI}x. \quad (7.4)$$

где L – расстояние между упорами. Стрела прогиба d по модулю равна смещению середины пластины:

$$d = -y(L/2) = \frac{PL^3}{4Eh^3b}, \quad (7.5)$$

откуда окончательно модуль Юнга:

$$E = \frac{PL^3}{4dbh^3} \quad (7.6)$$

Приборы и материалы

Вид лабораторной установки с измерительным модулем приведен на рис. 7.3 и 7.4.

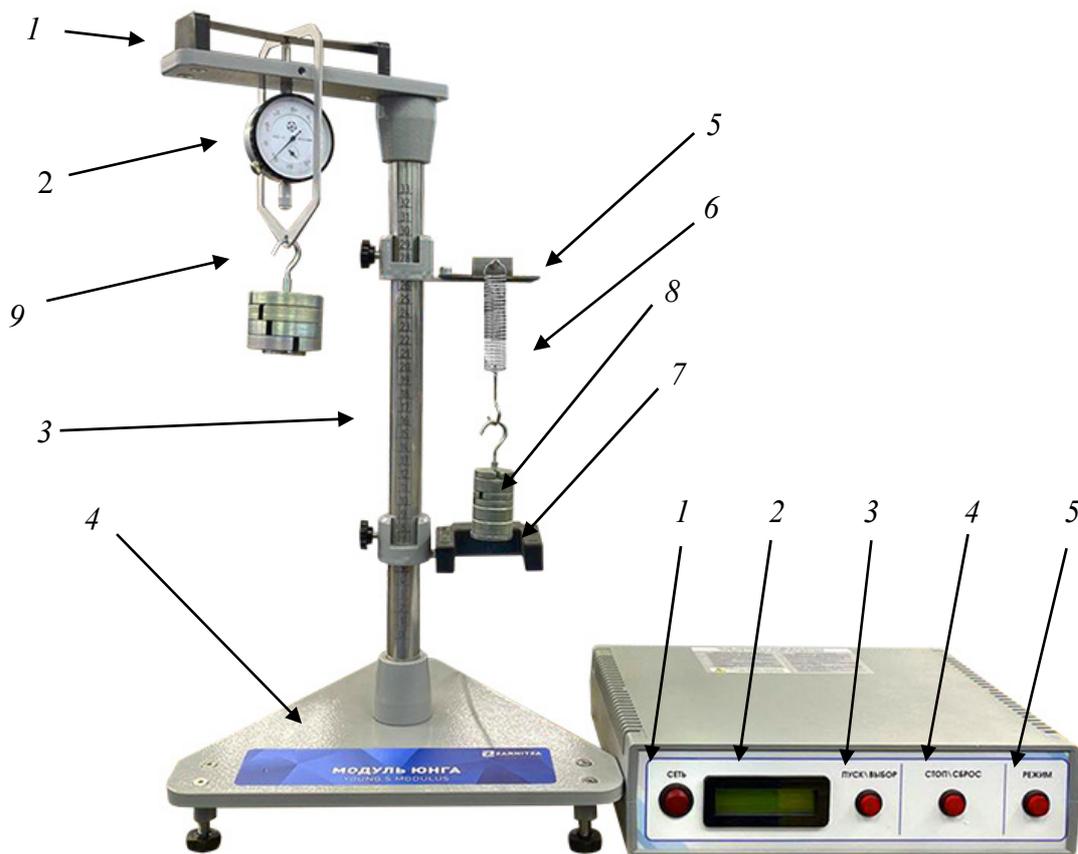


Рис. 7.3. Лабораторная установка

Рис. 7.4. Измерительный модуль

В состав оборудования лабораторной установки входит: 1 – призматические опоры; 2 – индикатор часового типа; 3 – стойка; 4 – основание; 5 – крон-

штейн; 6 – пружина; 7 – фотодатчик; 8 – набор грузов; 9 – крючок для подвешивания грузов.

В измерительном модуле используются: 1 – клавишный выключатель питания «ВКЛ»; 2 – цифровой индикатор показаний времени/число колебаний маятников; 3 – кнопка выбора режима, начала отсчета «ПУСК/ВЫБОР»; 4 – кнопка остановки измерения и сброса показания «СТОП/СБРОС»; 5 – кнопка выбора режима работы секундомера «РЕЖИМ».

Порядок проведения лабораторной работы

1. Измерьте расстояние L между призматическими опорами 1 с помощью линейки. С помощью штангенциркуля измерьте параметры исследуемой пластины: h (толщина), b (ширина).

2. Установите исследуемую пластину на призматические опоры 1 и настройте индикатор часового типа так, чтобы его наконечник немного касался пластины. На середину исследуемой пластины установите нагружающее устройство – легкую рамку с призматической опорой 4 и крючком для подвешивания груза 9. Выставьте на индикаторе часового типа нулевое положение (при затруднении, обратитесь за помощью к преподавателю).

3. Подвесьте сборный груз m_1 , предварительно взвесив его на весах, на крючок 9 и произведите измерение стрелы прогиба d по показаниям индикатора часового типа 2.

4. Увеличьте массу сборного груза до m_2 и повторите измерения пункта 3.

5. Повторите пункт 4 еще раз, увеличив массу сборного груза до m_3 .

6. Все измерения внесите в табл. 7.3.

Таблица 7.3

Результаты измерений

Номер пластины	m , гр	h , м	b , м	d , м	E_i , ГПа	$(\bar{E} - E_i)^2$, ГПа ²
1	$m_1=$					
	$m_2=$					
	$m_3=$					
2	$m_1=$					
	$m_2=$					
	$m_3=$					
Среднее значение $\bar{E}=$						$\sum(\bar{E} - E_i)^2 =$

7. Определите модуль Юнга для каждой массы груза, согласно формуле:

$$E = \frac{PL^3}{4dbh^3}.$$

8. Сменить пластину и повторить пункты 1–7.

9. Вычисляем погрешности измерений.

10. Записываем выводы, где проводим сравнение полученного значения плотности тела с табличными значениями.

Вычисление погрешностей

1. Определите среднее арифметическое значение модуля Юнга \bar{E} :

$$\bar{E} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n E_i,$$

где N – число опытов.

2. Вычислите квадраты случайных отклонений $(\bar{E} - E_i)^2$ и запишите их в табл. 7.1.

3. Вычислите среднеквадратичное отклонение среднего арифметического:

$$S_{\bar{E}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{E} - E_i)^2}.$$

4. Определите по табл. 1 приложения коэффициент Стьюдента $t_{p,N}$, согласно выбранной доверительной вероятности p и числа опытов N в данной серии измерений (где $t_{p,N} = 2,57$ для $N = 6$ и $p = 0,95$).

5. Вычислите случайную погрешность модуля Юнга по формуле:

$$\Delta_{сл} = t_{p,N} \cdot S_{\bar{E}}.$$

6. Рассчитайте систематическую погрешность измерения модуля Юнга:

$$\Delta_c = \bar{E} \sqrt{\left(\frac{3\Delta_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{3\Delta_h}{h}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_b}{b}\right)^2}.$$

В качестве значений m , L , r , R и t – берем среднее значение.

7. Вычислите полную погрешность:

$$\Delta_E = \sqrt{\Delta_c^2 + \Delta_{сл}^2}.$$

8. Запишите окончательный результат для модуля Юнга:

$$E = \bar{E} \pm \Delta_E.$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте закон Гука. Какая деформация называется упругой, а какая неупругой? Когда справедлив закон Гука?
2. Как зависит модуль Юнга от природы материала образца?
3. Каков физический смысл модуля Юнга?
4. Что называется стрелой прогиба и от чего она зависит?
5. Выведите формулу модуля Юнга в данной работе.
6. Каков физический смысл коэффициента упругости и модуля упругости? В чем их отличие?
7. Что называется деформацией твердого тела?

Лабораторная работа № 8

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

Цель работы. Экспериментальное определение момента инерции маятника Обербека и сравнение полученного результата с теоретически рассчитанным значением для данной конфигурации расположения грузов на стержнях.

Краткая теория

При описании вращения твердых тел различной формы пользуются понятием – момент инерции J . Моментом инерции системы (тела) относительно данной оси называется скалярная физическая величина, равная сумме произведений масс n материальных точек системы на квадрат расстояния до рассматриваемой оси.

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2, \quad (8.1)$$

где m_i – масса i -й частицы твердого тела; r_i – радиус-вектор вращения i -й частицы относительно оси вращения.

В случае непрерывного распределения масс эта сумма сводится к интегралу:

$$J = \int r^2 dm,$$

где интегрирование производится по всему объему тела, а элементарная масса dm тела равна произведению плотности ρ тела в данной точке на элементарный объем dV . Величина r в этом случае есть функция положения точки с координатами x, y, z .

При вычислении момента инерции относительно произвольно расположенной в пространстве оси используют теорему Гюйгенса-Штейнера: момент инерции J относительно оси, не проходящей через центр инерции тела, равен сумме моментов инерции J_0 относительно оси, проходящей через этот центр и произведению массы тела m на квадрат расстояния d между осями:

$$J = J_0 + md^2. \quad (8.2)$$

Момент инерции (J) системы твердых тел – величина аддитивная, равная сумме моментов инерции отдельных тел $J_1; J_2; \dots; J_n$ этой системы:

$$J = J_1 + J_2 + \dots + J_n = \sum_{i=1}^n J_n. \quad (8.3)$$

Маятник Обербека представляет собой крестовину, состоящую из четырёх стержней, прикреплённых к барабану с осью вращения O (рис. 8.1).

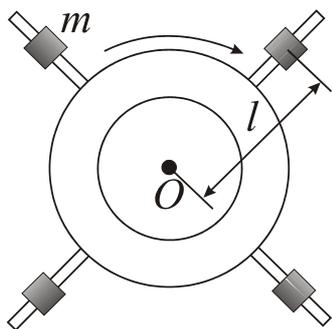


Рис. 8.1. Маятник Обербека

На стержни надеваются одинаковые цилиндры массой m , которые закрепляются на расстоянии l от оси вращения.

Момент инерции маятника Обербека представляет собой сумму моментов инерции барабана со стержнями (J_0) и моментов инерции четырех цилиндров, закрепленных на расстояниях l от оси вращения ($4J$). Если размеры этих цилиндров малы по сравнению с l , то их можно считать материальными точками. Для материальной точки момент инерции относительно оси вращения O равен $J = ml^2$. Тогда момент инерции маятника Обербека будет определяться как:

$$J = J_0 + 4ml^2. \quad (8.4)$$

Этот момент инерции можно изменять, передвигая цилиндры вдоль стержней.

Теоретические основы эксперимента

Момент инерции можно определить и опытным путем, используя закон сохранения полной механической энергии в консервативной системе.

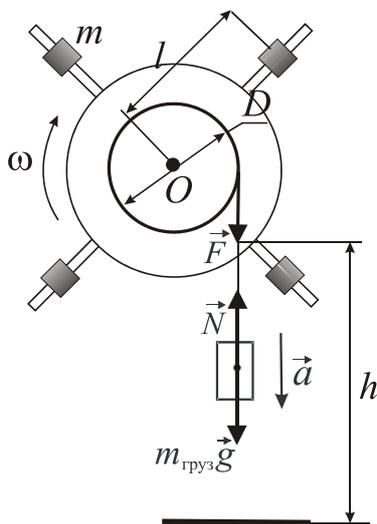


Рис. 8.2. Схема приложения сил

Принципиальная схема экспериментальной установки показана на рис. 8.2. Она состоит из вертикально расположенного маятника Обербека, который может вращаться вокруг неподвижной горизонтальной оси O , перпендикулярной рисунку. На его шкив диаметром D наматывается нить, к свободному концу которой прикрепляется груз массой $m_{\text{груз}}$, обеспечивая в данной системе запас потенциальной энергии. Под действием силы тяжести груз может опускаться вниз на расстояние h за время t , вызывая при этом равноускоренное вращение диска.

Полная механическая энергия данной системы складывается из кинетической и потенциальной энергии $W = W_{\text{п}} + W_{\text{к}}$ маятника и груза. При отсутствии сил трения и сопротивления эта энергия в любой момент времени остается неизменной величиной:

$$W_{\text{нач}} = W_{\text{кон}} = \text{const.} \quad (8.5)$$

В начальный момент движения кинетическая энергия груза и маятника равны нулю. Поэтому полная механическая энергия определяется только потенциальной энергией системы:

$$W_{\text{нач}} = m_{\text{груз}}gh. \quad (8.6)$$

В конце движения потенциальная энергия груза равна нулю. Следовательно, полная механическая энергия системы будет складываться из кинетической энергии вращательного маятника и кинетической энергии поступательного движения груза:

$$W_{\text{кон}} = J\omega^2/2 + m_{\text{груз}}v^2/2, \quad (8.7)$$

где J – момент инерции маятника; ω – угловая скорость вращения маятника; v – скорость поступательного движения груза.

По закону сохранения полной энергии (8.5) получим:

$$m_{\text{груз}}gh = J\omega^2/2 + m_{\text{груз}}v^2/2. \quad (8.8)$$

Для определения момента инерции маятника выразим ω и v через измеряемые величины: время t и высоту h падения груза. Для этого воспользуемся соотношением $v = \omega R$ и кинематическими уравнениями, записанными для равноускоренного падения груза с высоты h

$$v = at, \quad h = \frac{at^2}{2}. \quad (8.9)$$

После простых преобразований формулы (8.8) с учетом соотношений (8.9) получим искомую расчетную формулу для экспериментального определения момента инерции маятника Обербека:

$$J = m_{\text{груз}} \frac{D^2}{4} \cdot \left[\frac{gt^2}{2h} - 1 \right]. \quad (8.10)$$

Таким образом, для определения момента инерции маятника необходимо измерить время t опускания груза массой $m_{\text{груз}}$ на расстояние $x = h$.

Устройство лабораторной установки

Конструкция лабораторной установки представлена на рис. 8.3. Она состоит из четырех основных частей: маятника Обербека, фотодатчика, электронного блока и набора грузов.

Маятник Обербека включает в себя горизонтальный вал, закрепленный на оси подшипника. К нему на одном конце присоединен барабан со шкивом l , а на другом конце вала – тормозной диск, вращение которого в определенный момент останавливает электромагнитный тормоз (на рисунке они не видны). К барабану под углом 90° относительно друг друга крепятся четыре

стержня 2 с круговыми метками. На стержни надеваются четыре одинаковых груза цилиндрической формы с винтом 3, которые могут быть закреплены на расстоянии l от оси вращения.

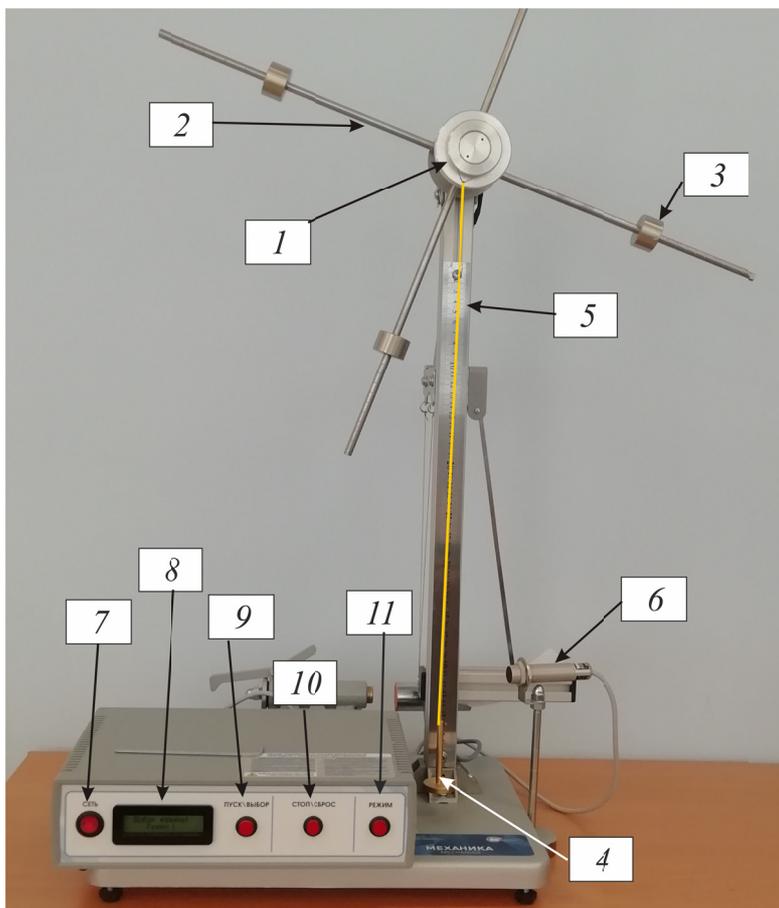


Рис. 8.3. Общий вид установки:

1 – барабан со шкивом; 2 – стержни (4 шт.); 3 – грузы (4 шт.); 4 – Т-образный подвес;
 5 – мерная линейка; 6 – оптический датчик; 7 – клавиша включения электронного блока;
 8 – цифровой индикатор; 9 – кнопка «ПУСК/ВЫБОР»; 10 – кнопка «СТОП/СБРОС»;
 11 – кнопка «РЕЖИМ»

На шкив наматывается нить с Т-образным металлическим подвесом 4 на конце. Подвес служит основанием для размещения набора дисковых грузов с прорезью.

Маятник закреплен на верхнем конце цилиндрической стойки, снабженной миллиметровой шкалой 5. По шкале определяется положение подвеса с набором грузов в момент срабатывания электромагнита. Сама стойка закреплена на широком основании, в нижней части которой имеются регулировочные винты для центровки Т-образного подвеса относительно мерной линейки.

Фотодатчик 6 размещается справа от основания установки в плоскости вращения маятника Обербека.

Электронный блок обеспечивает измерение временных интервалов, формирует постоянные напряжения для питания фотодатчика и электромагнита. Разъемы от электромагнита и фотодатчика подключаются соответственно в гнездо «ДАТЧИК 1» и «ДАТЧИК 2» электронного блока. Результаты измерений интервалов времени с точностью до миллисекунды отражаются на цифровом индикаторе δ .

Порядок выполнения работы

Работа состоит из двух частей. **В первой части определяется момент инерции маятника Обербека без цилиндров на стержнях.**

1. Если перед началом лабораторной работы цилиндры были установлены, то их необходимо снять со стержней, используя шестигранный ключ.

2. Измерить диаметр шкива D и взвесить три дисковых груза с прорезями. Результаты записать в табл. 8.1.

Таблица 8.1

Исходные данные для расчета момента инерции

m_1 , г	m_2 , г	m_3 , г	D , мм

3. С помощью сетевого кабеля подключить электронный блок к сети переменного тока. Клавишный выключатель питания «ВКЛ» перевести в положение «I – Включено». При этом на фотодатчике должен загореться светодиод красного цвета. На цифровом индикаторе появится мигающая надпись «Режим 1».

4. На Т-образный латунный подвес массой $m_0 = (48,65 \pm 0,01)$ г поместить дисковый груз массой m_1 .

5. На мерной линейке выбрать произвольную отметку (например, $x_0 = 15$ мм), от которой начнется ускоренное движение груза.

6. Вращением маятника поднять подвес с грузом на отметку x_0 . Отчет взять по нижней границе латунного подвеса.

7. Удерживая подвес с грузом в данном положении, нажать кнопку «ПУСК/ВЫБОР». При нажатии произойдет срабатывание электромагнита (характерный щелчок), секундомер перейдет в «Режим 1».

8. Успокоить вертикальные колебания подвеса с грузом. Снова нажать на кнопку «ПУСК/ВЫБОР». При этом отключится электромагнит тормозного устройства, удерживающий маятник, и одновременно запустится секундомер.

9. В момент прохождения подвесом нижней точки x (на уровне линии срабатывания фотодатчика) включится электромагнит. Подвес с грузом автоматически остановится.

10. Полученные значения времени падения t (см. табло секундомера), суммарную массу груза $m_{\text{груз}}$ и высоту падения груза $h = x - x_0$ записать в табл. 8.2.

Таблица 8.2

Экспериментальное определение момента инерции маятника Обербека без цилиндров на стержнях

Номер п/п	$m_{\text{груз}}, \text{Г}$	$t, \text{с}$	$h, \text{мм}$	$J_{0i}, \text{кг}\cdot\text{м}^2$	$\Delta J_{0i}, \text{кг}\cdot\text{м}^2$	$\frac{\Delta J_{0i}^2}{(\text{кг}\cdot\text{м}^2)^2}$
1	$m_0 + m_1 =$					
2	$m_0 + m_1 + m_2 =$					
3	$m_0 + m_1 + m_2 + m_3 =$					
Среднее значение $\langle J_0 \rangle =$						

Во второй части лабораторной работы определяется момент инерции маятника Обербека с цилиндрами на стержнях.

11. Нажатием кнопки «СТОП/СБРОС» обнулить секундомер. Добавить на подвес следующий дисковый груз.

12. Нажать кнопку «РЕЖИМ». При этом отключиться тормозное устройство, удерживающее маятник, а на табло секундомера появится мигающая надпись «Режим № 1».

13. Повторить эксперимент, начиная с пункта 5.

14. Закрепить цилиндры массой $m = (116 \pm 2)$ г каждый на стержнях маятника на равном расстоянии l от оси вращения, используя шестигранный ключ. Измерить это расстояние и записать в табл. 8.3.

Таблица 8.3

Экспериментальное и теоретическое определение момента инерции маятника Обербека с цилиндрами на стержнях

Номер п/п	$l, \text{мм}$	$m_{\text{груз}}, \text{Г}$	$h, \text{мм}$	$t, \text{с}$	$J_{\text{экспер}}, \text{кг}\cdot\text{м}^2$	$J_{\text{теор}}, \text{кг}\cdot\text{м}^2$
1						
2						
3						

15. Поместить на подвес один из дополнительных грузов (например, груз с массой m_1).

16. Провести однократные измерения времени t опускания одного и того же груза массой $m_{\text{груз}}$ для трёх разных положений цилиндров на стержнях от оси вращения, повторив последовательно пункты 5–13. В пункте 11 исключить добавления груза.

17. Результаты записать в табл. 8.3.

Обработка результатов измерений и вычисление погрешностей

1. Используя значения времени падения грузов t , высоты h и диаметр шкива D , рассчитать по формуле (8.10) значения момента инерции маятника Обербека J_0 без цилиндров на стержнях для соответствующих значений масс грузов. Результаты записать в табл. 8.2.

2. Определить среднее арифметическое значение момента инерции $\langle J_0 \rangle$:

$$\bar{J}_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n J_{0i},$$

где N – число опытов.

3. Вычислите квадраты случайных отклонений $(\bar{J}_0 - J_{0i})^2$ и запишите их в табл. 8.2.

4. Вычислить среднее квадратичное отклонение среднего арифметического:

$$S_{\bar{J}_0} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{J}_0 - J_{0i})^2}.$$

5. Определите по табл. 1 приложения коэффициент Стьюдента $t_{p,N}$, согласно выбранной доверительной вероятности p и числа опытов N в данной серии измерений (где $t_{p,N} = 4,30$ для $N = 3$ и $p = 0,95$).

6. Вычислить оценочное значение абсолютной погрешности момент инерции системы тел J_0 по формуле:

$$\Delta_{\text{сл}} = t_{p,N} \cdot S_{\bar{J}_0}.$$

7. Рассчитать систематическую погрешность измерения момента инерции:

$$\Delta_{\text{сист}} = J_0 \sqrt{\left(\frac{2\Delta D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m_{\text{груз}}}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2}.$$

В качестве значений $m_{\text{груз}}$, h и t – взять значения этих величин из первой строки табл. 8.2.

8. Вычислить полную погрешность:

$$\Delta_J = \sqrt{\Delta_{\text{сл}}^2 + \Delta_{\text{сист}}^2}.$$

9. Записать результат в виде:

$$J_0 = \bar{J}_0 \pm \Delta_{J_0}.$$

10. Вычислить моменты инерции маятника Обербека с цилиндрами на стержнях по формуле (8.10) при различных расстояниях l . Результаты записать в табл. 8.3.

11. Рассчитать теоретические значения момента инерции маятника Обербека по формуле (8.4) для соответствующих значений l .

12. Построить на одном рисунке графики экспериментально полученного $J_{\text{экспер}}$ и теоретически ожидаемого $J_{\text{теор}}$ момента инерции маятника в зависимости от l^2 .

13. Сделать выводы.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какая физическая величина называется моментом инерции материальной тела?

2. Сформулируйте теорему Штейнера.

3. Что представляет собой маятник Обербека?

4. Изменится ли момент инерции маятника Обербека при изменении массы грузов?

5. Как изменится момент инерции маятника, если изменить расстояния грузов от оси вращения?

6. Какой фундаментальный закон физики используется для опытного определения момента инерции маятника Обербека в данной работе?

7. Дайте определения и выведите формулы для известных видов механической энергии.

8. Необходимо ли условие замкнутости системы для выполнения закона сохранения механической энергии?

9. В чем заключается закон сохранения механической энергии? Для каких систем он выполняется?

10. Выведите расчетную формулу для экспериментального определения момента инерции.

11. Приведите примеры практического использования момента инерции.

Лабораторная работа № 9

ДИНАМИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАССЫ С ПОМОЩЬЮ ИНЕРЦИОННЫХ ВЕСОВ

Цель работы. *Определение массы тела динамическим методом.*

Краткая теория

Понятие о массе было введено Ньютоном при установлении им закона всемирного тяготения и законов динамики. В законе тяготения масса тел рассматривается как источник и объект тяготения (тяготеющая масса), а в законах динамики – как мера инертности тел (инертная масса).

Рассмотрим два метода определения массы: статический и динамический.

При статическом методе масса тела может быть определена путем взвешивания, сравнением с эталоном массы в поле силы тяжести. Про тела, уравновешивающие друг друга на равноплечных весах, говорят, что они имеют равные веса, а так как вес пропорционален массе, то, следовательно, и одинаковые массы (тяготеющие).

Массу тела можно определить и из динамического действия силы, зная величину силы и ускорение, приобретаемое при этом телом. По второму закону Ньютона:

$$m = \frac{F}{a}, \quad (9.1)$$

откуда следует, что при действии одной и той же силы на тела различной массы ускорение будет различным. Чем больше сопротивление тела изменению состояния, то есть, чем больше масса, тем меньше ускорение, приобретаемое телом.

Для определения массы динамическим методом служат инерционные весы. Инерционные весы (рис. 9.1) состоят из массивного основания и платформы, закрепленной на двух плоских пружинах. Платформа может перемещаться в горизонтальной плоскости всегда стремясь занять положение равновесия за счет жесткости плоских пружин. Роль возвращающей силы F играет реакция упруго деформированных пружин подвеса платформы.

При изменении массы платформы жесткость пружин не изменяется, следовательно, не изменяется величина возвращающей силы упругости F .

По закону Гука эта сила для упругих полос выражается уравнением:

$$F = -kx, \quad (9.2)$$

где x – величина смещения платформы от положения равновесия; k – коэффициент упругости пружины, выражающий величину силы, которая вызывает смещение, равное единице.

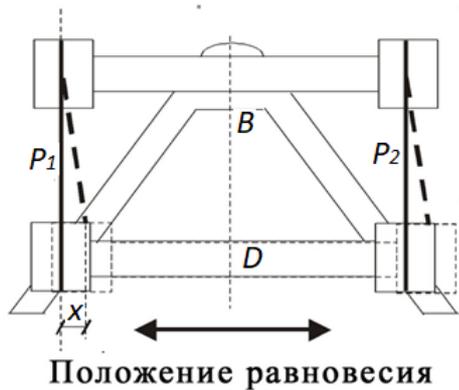


Рис. 9.1 Инерционные весы
(вид сверху)

Запишем уравнение гармонического колебательного движения для смещения в виде:

$$x = A \sin \omega \cdot t, \quad (9.3)$$

где A – амплитуда колебаний; ω – циклическая частота колебаний.

Скорость V и ускорение a при колебательном движении определяется по формулам:

$$V = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos \omega \cdot t; \quad (9.4)$$

$$a = \frac{dV}{dt} = -A\omega^2 \sin \omega \cdot t. \quad (9.5)$$

Учитывая, что $\omega = \frac{2\pi}{T}$, где T – период колебаний, т. е. время одного полного колебания, получим:

$$a = -\omega^2 x = -\frac{4\pi^2}{T^2} x. \quad (9.6)$$

Знак минус означает, что ускорение a и упругая сила F в колебательном движении всегда направлены противоположно смещению x . Подставив F и a в выражение для второго закона Ньютона (9.1), получим:

$$m = \frac{kT^2}{4\pi^2}. \quad (9.7)$$

Зная период колебаний T и коэффициент упругости k , который для данных пластин есть величина постоянная, можно определить массу платформы с находящимся на ней грузом.

Если массу m рассматривать как сумму масс платформы m_0 и груза m_x , то можно написать:

$$m_x = \frac{kT^2}{4\pi^2} - m_0. \quad (9.8)$$

В нашем случае величины k и m_0 неизвестны, поэтому определение массы данного нам груза проведем с помощью инерционных весов и тарировочного графика, построенного опытным путем (рис. 9.2).

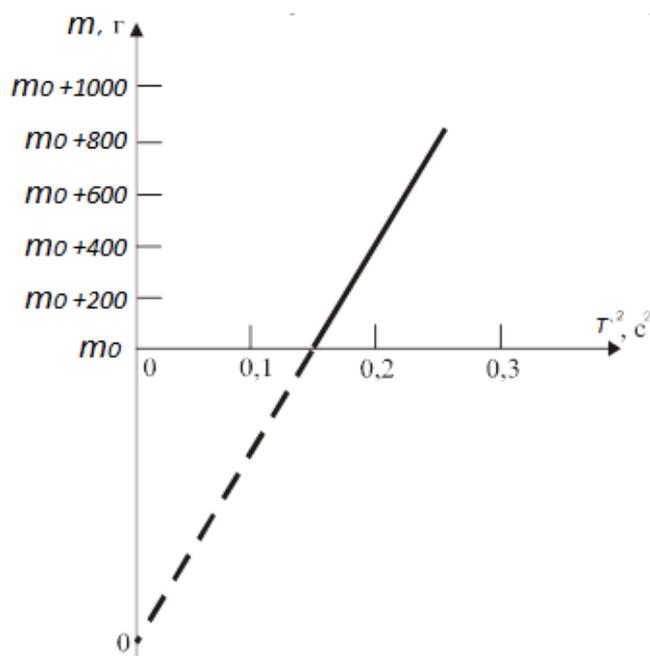


Рис. 9.2. График зависимости между квадратом периода колебаний и массой платформы

Приборы и материалы:

- инерционные весы (см. рис. 9.1);
- пластина неизвестной массы;
- секундомер KADIO KD-1069;
- набор грузов.

Порядок выполнения работы

1. Приводим в движение платформу весов с таким расчетом, чтобы амплитуда колебаний не превышала 1 см.

2. Наблюдая за колебаниями платформы, отсчитываем 50 колебаний. С последним отсчетом останавливаем секундомер.

3. Опыт повторяют пять раз, результаты записываем в табл. 9.1. Находим среднее время 50 колебаний (\bar{t}) и период колебаний:

$$T = \frac{\bar{t}}{n}, \quad (9.9)$$

где n – число колебаний.

4. Нагружая платформу последовательно грузами 200, 400, 600, 800, 1000 г, тем же способом определяем соответственно периоды колебаний платформы.

5. Убрав тарировочные грузы, нагружаем платформу грузом неизвестной массы и снова определяем период колебаний. Во всех случаях наблюде-

ния проводим не менее пяти раз, из которых находим среднее время 50 колебаний и значение периода колебаний для каждого груза на платформе.

Таблица 9.1

Результаты измерений

Масса платформы с грузами m , г	Время 50 колебаний t , с			\bar{t} , с	T , с	T^2 , с ²
	1	2	3			
Пустая (без грузов)						
+ 200						
+ 400						
+ 600						
+ 800						
+ 1000						
+ m_x						

6. По данным таблицы вычерчиваем тарировочный график, откладывая по оси ординат значения массы платформы с грузами m , а по оси абсцисс – значения квадрата периода колебаний платформы с грузами (см. рис. 9.2).

7. Массу неизвестного груза определяют по графику, используя найденное значение квадрата периода его колебаний вместе с платформой.

8. По графику определяем массу платформы m_0 . Для этого прямую, выражающую график, проводят до пересечения с осью ординат, что дает начало отсчета по оси масс. Измеряя отрезок от 0 до m_0 в масштабе, выбранном для массы, находим массу платформы.

9. Записываем выводы.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение массы и веса тела.
2. Есть ли разница между тяготеющей и инертной массой?
3. Сформулируйте второй закон Ньютона и закон Гука, поясните физический смысл коэффициента упругости.
4. Под действием какой силы получается колебательное движение платформы?
5. Чем характеризуется простое гармоническое колебание?
6. Укажите в каких точках пути при колебании платформы ускорение и скорость наибольшие по величине.
7. Что называют периодом колебания? Как он определяется в данной работе?
8. Запишите формулы для нахождения периодов математического, физического и пружинного маятников.
9. Как определяется масса тела с помощью инерционных весов?

Лабораторная работа № 10

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УНИВЕРСАЛЬНОЙ ГАЗОВОЙ ПОСТОЯННОЙ

Цель работы. Экспериментальное определение универсальной газовой постоянной и плотности воздуха при нормальных условиях.

Краткая теория

При комнатной температуре и атмосферном давлении воздух, с достаточной степенью точности, можно считать идеальным газом¹ и к нему можно применить уравнение Менделеева-Клапейрона, которое устанавливает связь между давлением² P , абсолютной температурой³ T и объёмом V :

$$P \cdot V = \frac{m}{\mu} RT, \quad (10.1)$$

где P – давление газа, Па; V – объём газа, м³; T – абсолютная температура газа, К; m – масса газа, кг; μ – молярная масса газа⁴, кг/моль; R – универсальная газовая постоянная⁵, Дж/(моль·К).

Для определения R с помощью уравнения Менделеева-Клапейрона необходимо измерить давление, объём, температуру и массу газа. Если первые три величины измеряются легко, то точное измерение массы газа сделать гораздо труднее. Для этого надо взвесить колбу, заполненную воздухом, затем откачать из неё воздух и снова взвесить. При этом не надо полностью удалять воздух из колбы, достаточно лишь изменить массу воздуха в ней путём откачки.

Естественно, что взвешивание газа возможно только вместе с колбой, в который он заключён, поэтому для определения массы необходимо исключить массу колбы. Это возможно, если реализовать два состояния одного и того же газа при неизменных: температуре T и объёме V . Пусть в первом состоянии масса газа m_1 , а во втором (после откачки) m_2 . Масса колбы с воздухом в первом состоянии: $m_1^* = m_k + m_1$, где m_k – масса колбы, а во втором: $m_2^* = m_k + m_2$. Видим, что разность этих масс даёт искомое изменение массы газа: $\Delta m = m_1^* - m_2^* = m_1 - m_2$.

Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона (10.1) для первого состояния:

$$P_1 V = \frac{m_1}{\mu} RT. \quad (10.2)$$

И для второго:

$$P_2 V = \frac{m_2}{\mu} RT. \quad (10.3)$$

Вычитая из уравнения (10.2) соотношение (10.3), после преобразований получим расчетную формулу для универсальной газовой постоянной R :

$$R = \frac{\mu V (P_1 - P_2)}{(m_1 - m_2)T} = \frac{\mu V \Delta P}{\Delta m T}, \quad (10.4)$$

где $\Delta P = P_1 - P_2$.

Плотность⁶ воздуха при нормальном⁷ атмосферном давлении P_0 и комнатной температуре вычисляется по формуле, которая следует из уравнения Менделеева-Клапейрона (10.1):

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{P_0 \mu}{RT}. \quad (10.5)$$

1. Идеальный газ – теоретическая модель, широко применяемая для описания свойств и поведения реальных газов при умеренных давлениях и температурах. Удовлетворяет следующим условиям:

- объём молекул пренебрежимо мал (материальные точки);
- молекулы находятся в постоянном хаотическом движении;
- между молекулами отсутствуют силы взаимодействия;
- столкновения молекул между собой и со стенками сосуда носят упругий характер;
- между столкновениями молекулы движутся равномерно и прямолинейно.

2. Давление – скалярная физическая величина, численно равная силе, действующей на единицу площади поверхности перпендикулярно этой поверхности. В данной точке давление определяется как отношение нормальной составляющей силы dF_n , действующей на малый элемент поверхности, к его площади dS : $P = \frac{dF_n}{dS}$, н/м² = [Па] – Паскаль в системе СИ. Среднее давление по всей поверхности есть отношение нормальной составляющей силы F_n , действующей на данную поверхность, к её площади S : $P_{\text{ср}} = \frac{F_n}{S}$.

3. Абсолютная температура – это температура по шкале Кельвина. За 0 градусов в этой шкале принимается температура, при которой все молекулы прекращают свое тепловое движение (абсолютный ноль, -273 °С). При этом изменение температуры на 1 градус Кельвина соответствует изменению температуры на 1 градус Цельсия. Чтобы перевести температуру из градусов Цельсия (С) в Кельвины (К), нужно воспользоваться формулой: $T, \text{К} = t, \text{°С} + 273$.

4. Моль – единица количества вещества (в системе единиц СИ), определяемая как количество вещества, содержащее столько же структурных единиц этого вещества (молекул, атомов, ионов), сколько содержится в 12 г изотопа углерода $^{12}_6\text{C}$, т. е. $6,02 \cdot 10^{23} = N_A$ [1/моль] – число Авогадро (постоянная Авогадро) – число частиц (молекул, атомов, ионов), содержащихся в одном моле любого вещества. Молярная масса μ численно равна массе одного моля вещества, то есть массе вещества, содержащего число частиц, равное числу Авогадро. Молярная масса, выраженная в г/моль, численно совпадает с молекуляр-

ной массой, выраженной в а. е. м. (атомная единица массы). Молярная масса воздуха – 29 г/моль.

5. Универсальная газовая постоянная – константа, численно равная работе расширения одного моля идеального газа в изобарном процессе при увеличении температуры на 1 К. Равна произведению постоянной Больцмана на число Авогадро: $R = k \cdot N_A = 8,314\ 462\ 618\ 153\ 24$ Дж/(моль·К).

6. Плотность ρ – скалярная физическая величина, определяемая как отношение массы тела к занимаемому этим телом объёму: $\rho = \frac{m}{V}$, кг/м³.

7. Нормальное атмосферное давление P_0 – это 760 мм ртутного столба или 101 325 Па, или 1,01325 бар.

Основные газовые законы представлены на рис. 10.1.

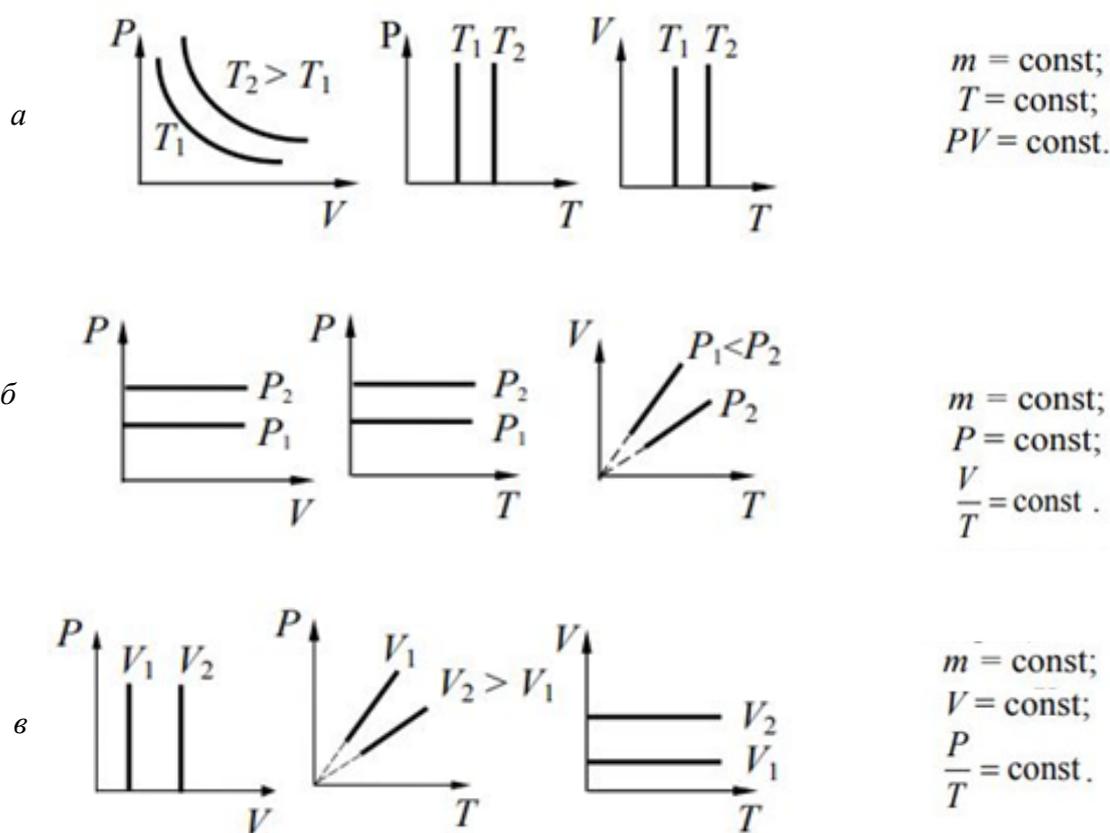


Рис. 10.1. Основные виды изопроцессов в газах:
 а – изотермический процесс (закон Бойля-Мариотта);
 б – изобарический процесс (закон Гей-Люссака);
 в – изохорный процесс (закон Шарля)

Приборы и материалы

Лабораторная установка (рис. 10.2) состоит из приборного модуля (1) с вакуумным насосом, цифровых лабораторных весов (2), стеклянной колбы объёмом 1 литр (3) с отводом для вакуумного крана (4).

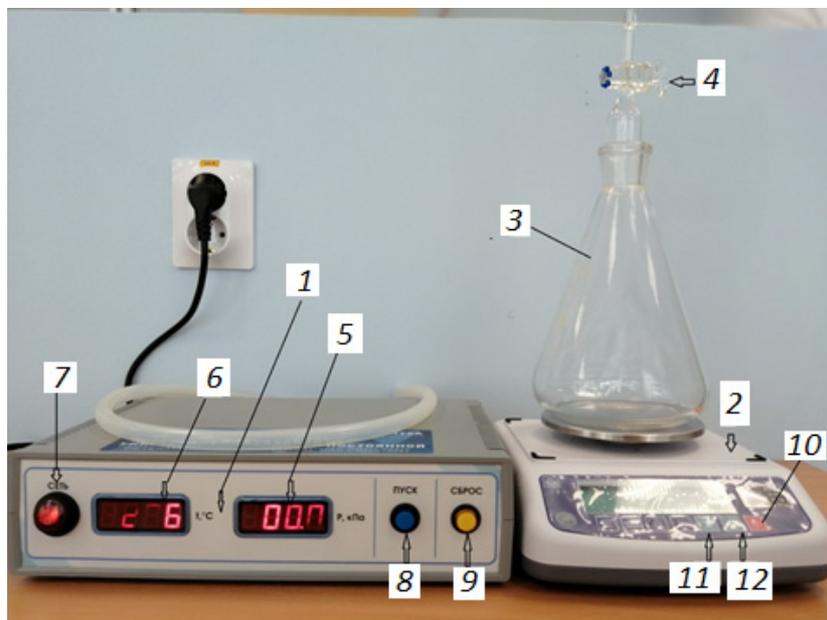


Рис. 10.2. Лабораторная установка

На лицевой панели приборного модуля расположены:

- цифровой прибор (5) для измерения давления внутри колбы, работающий с дифференциальным датчиком давления. Дифференциальный датчик давления измеряет разность давлений между колбой и атмосферой при откачке воздуха. Индикатор прибора отображает изменение давления в колбе ΔP (см. формулу (10.4));
- цифровой индикатор температуры воздуха (6) в °C;
- кнопка включения питания «СЕТЬ» (7);
- кнопка включения вакуумного насоса «ПУСК» (8);
- кнопка включения электромагнитного клапана «СБРОС» (9);
- управление весами (10, 11, 12).

На задней панели подсоединен силиконовый шланг насоса.

ВНИМАНИЕ! Аккуратно обращайтесь со стеклянной колбой.

Порядок выполнения работы

1. Включить приборный модуль кнопкой «СЕТЬ».
2. Присоединить силиконовый шланг к отводу колбы и установить кран вертикально.
3. Нажатием и удержанием кнопки «СБРОС» (5–10 сек) открыть клапан сброса давления в системе для выравнивания с атмосферным (показания измерителя давления 0 кПа).
4. Нажатием и удержанием кнопки «ПУСК» откачать воздух из колбы до значения, лежащего в диапазоне от –40кПа до –50кПа.
5. Выждать 2–3 минуты. Установившееся значение ΔP и t °С занести в табл. 10.1. Закрыть кран на отводе колбы, повернув его на 90°.

Таблица 10.1

Результаты измерений

Номер опыта	ΔP , кПа	Δm , г	T , °С	R_i , Дж/моль·К	$(\bar{R} - R_i)^2$, Дж ² /моль ² ·К ²
1					
2					
3					
4					
5					
Средние значения $\bar{R} =$					$\sum(\bar{R} - R_i)^2 =$

6. Нажатием и удержанием кнопки «СБРОС» (5–10 сек) выровнять давление в системе с окружающей средой. Аккуратно отсоединить шланг от отвода колбы.
7. Включить лабораторные весы переключателем «ВКЛ» (10). Дождаться установки нуля, при этом на экране появится «0,00g». Установить колбу с откачанным воздухом на весы по центру, выждать некоторое время до появления установившегося значения и нажать кнопку «Т» (11).
8. Аккуратно открыть кран на отводе колбы, повернув его на 90°.
9. Установившееся значение Δm занести в табл. 10.1
10. Обнулить весы, нажав кнопку «-0-» (12).
11. Провести опыт 5 раз, повторяя пункты 2–10.
12. По результатам измерений, пользуясь формулой (10.4), вычислить значение универсальной газовой постоянной R , абсолютную погрешность ΔR в каждом опыте и их средние значения.
13. Рассчитать плотность воздуха при нормальном атмосферном давлении P_0 и полученном экспериментально средним значениями \bar{R} и температуры.

14. Вычисляем погрешности измерений.
 15. Записать выводы. Сравнить полученный результат с теоретическим значением R и ρ .

Вычисление погрешностей

1. Определите среднее арифметическое значение универсальной газовой постоянной R :

$$\bar{R} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n R_i,$$

где N – число опытов.

2. Вычислите квадраты случайных отклонений $(\bar{R} - R_i)^2$ и запишите их в табл. 10.1.

3. Вычислите среднеквадратичное отклонение среднего арифметического:

$$S_{\bar{R}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{R} - R_i)^2}.$$

4. Определите по табл. 1 приложения коэффициент Стьюдента $t_{p,N}$, согласно выбранной доверительной вероятности p и числа опытов N в данной серии измерений (где $t_{p,N} = 2,78$ для $N = 5$ и $p = 0,95$).

5. Вычислите случайную погрешность универсальной газовой постоянной R по формуле:

$$\Delta_{сл} = t_{p,N} \cdot S_{\bar{R}}.$$

6. Рассчитайте систематическую погрешность измерения универсальной газовой постоянной R :

$$\Delta_c = \bar{R} \sqrt{\left(\frac{\Delta_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_P}{P}\right)^2}.$$

В качестве значений m , P и t – берем среднее значение.

7. Вычислите полную погрешность:

$$\Delta_R = \sqrt{\Delta_c^2 + \Delta_{сл}^2}.$$

8. Запишите окончательный результат для универсальной газовой постоянной R :

$$R = \bar{R} \pm \Delta_R.$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое идеальный газ? При каких условиях можно применять модель идеального газа к реальным?
2. Запишите уравнение Менделеева-Клапейрона и поясните все величины, входящие в него.
3. Запишите уравнение Менделеева-Клапейрона для одного моля газа.
4. Чему равна температура кипения воды в градусах Кельвина?
5. Температура 173 К соответствует температуре ____ в градусах Цельсия.
6. Что называется давлением газа? Единицы измерения давления газа. Давление $P = 380$ мм рт. ст. Чему равно это давление в паскалях, барах?
7. Что такое моль вещества?
8. Что такое молярная масса? Чему равна молярная масса газов: водорода, гелия, азота, кислорода?
9. Перечислите все изопроцессы. Сформулируйте газовые законы для всех изопроцессов и запишите соответствующие уравнения.
10. Какой процесс называется изотермическим? Нарисуйте график этого процесса в координатах $P-V$, $P-T$, $T-V$.
11. Какой процесс называется изобарическим? Нарисуйте график этого процесса в координатах $P-V$, $P-T$, $T-V$.
12. Какой процесс называется изохорным? Нарисуйте график этого процесса в координатах $P-V$, $P-T$, $T-V$.
13. Поясните физический смысл универсальной газовой постоянной и укажите единицы ее измерения.
14. Объём колбы, используемой в работе, 1 литр. Сколько это будет в м^3 , см^3 , дм^3 , мм^3 ?
15. Что такое плотность вещества и в каких единицах она измеряется?
16. Плотность вещества $1,6 \text{ г/см}^3$. Запишите эту величину в системе СИ.
17. Плотность вещества $2,7 \text{ мг/мм}^3$. Запишите эту величину в системе СИ.
18. Запишите формулу для расчёта среднеквадратичной ошибки измерений.
19. Выведите формулу для определения газовой постоянной в данной работе.
20. Какие факторы влияют на величину погрешности результата в данной работе?

Лабораторная работа № 11

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТИ ГАЗА ПРИ ПОСТОЯННОМ ДАВЛЕНИИ К ТЕПЛОЕМКОСТИ ГАЗА ПРИ ПОСТОЯННОМ ОБЪЕМЕ C_p/C_v

Цель работы. Изучение законов идеального газа, определение опытным путем величины показателя адиабаты для воздуха и сравнение полученного значения с теоретическим для двухатомного газа.

Краткая теория

Теплоемкость устанавливает связь между количеством теплоты, переданной телу, и изменением его температуры. Теплоемкость тела численно равна количеству теплоты в Дж, переданному произвольной массе вещества, для повышения его температуры на 1 Кельвин, Дж/К:

$$C_{\text{тела}} = \frac{\Delta Q}{\Delta T}. \quad (11.1)$$

Более точно, теплоёмкость – скалярная физическая величина, определяемая как отношение количества теплоты δQ , поглощаемой/выделяемой термодинамической системой при бесконечно малом изменении её температуры, к величине этого изменения dT , Дж/К:

$$C_{\text{тела}} = \frac{\delta Q}{dT}, \quad (11.2)$$

Малое количество теплоты обозначается δQ (а не dQ), чтобы подчеркнуть, что это не дифференциал параметра состояния (в отличие, например, от dT), а функция процесса. Поэтому и теплоёмкость – это характеристика процесса перехода между двумя состояниями термодинамической системы (газа), которая зависит и от характера процесса (например, от проведения его при постоянном объёме или постоянном давлении).

Для инженерных расчетов используются нормализованные значения теплоемкости веществ, с помощью которых можно рассчитать количество теплоты ΔQ , необходимое для нагрева/охлаждения тела в интервале температур ΔT .

Удельная теплоемкость – это количество теплоты, необходимое для нагревания единицы массы вещества (1 кг) на 1 Кельвин, Дж/К:

$$C_{\text{уд.}} = \frac{\delta Q}{m \cdot dT}, \quad (11.3)$$

где m – масса вещества.

Молярная теплоемкость численно равна количеству теплоты, которое необходимо сообщить одному молю² вещества для повышения его температуры на 1 Кельвин, Дж/(моль·К):

$$C_{\mu} = \frac{\delta Q}{\nu \cdot dT}, \quad (11.4)$$

где $\nu = \frac{m}{\mu}$ – количество молей вещества; μ – молярная масса вещества.

Удельная и молярная теплоемкости связаны между собой соотношением:

$$C_{\mu} = \mu C_{уд}. \quad (11.5)$$

Как уже говорилось выше, теплоемкость газа зависит от вида процесса, в котором нагревается/охлаждается газ. Для газов характерны два вида теплоемкости:

– теплоемкость при постоянном объеме C_{ν} , наблюдаемая в изохорном процессе³;

– теплоемкость при постоянном давлении C_p , характерная для изобарного процесса⁴.

Для вывода значений этих теплоемкостей запишем первое начало термодинамики (закон сохранения энергии в термодинамике):

$$dQ = dU + dA, \quad (11.6)$$

где dQ – количество тепла, подводимого к газу. Это тепло затрачивается на работу газа $dA = PdV$ и на изменение его внутренней энергии⁵ dU .

Пусть один моль газа ($\nu = 1$) нагревается при постоянном объеме ($dV = 0$), в этом случае работа не совершается ($dA = PdV = 0$), и первое начало термодинамики (11.6) принимает вид:

$$dQ = dU, \quad (11.7)$$

т. е. все подводимое тепло идет на изменение внутренней энергии газа. Соответственно, формула молярной теплоемкости (11.4) при постоянном объёме (изохорическом процессе) приобретает вид, Дж/(моль·К):

$$C_V^{\mu} = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_{V=\text{const}} = \frac{dU}{dT}. \quad (11.8)$$

Если один моль газа нагревается при постоянном давлении ($P = \text{const}$), то получаемое газом тепло идет на увеличение его внутренней энергии и на совершение газом работы. Формула молярной теплоёмкости при постоянном давлении (изобарном процессе) имеет вид, Дж/(моль·К):

$$C_P^{\mu} = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_{P=\text{const}} = \frac{dU+dA}{dT} = \frac{dU}{dT} + \frac{dA}{dT}. \quad (11.9)$$

Найдем связь между C_V^{μ} и C_P^{μ} . Для этого используем уравнение Менделеева-Клапейрона⁷, которое для одного моля вещества имеет вид: $PV = RT$. Продифференцируем⁸ его: $PdV + VdP = RdT$. Учтем, что $VdP = 0$, тогда для одного моля газа $PdV = RdT$. Соответственно:

$$\frac{d(PdV)}{dT} = R. \quad (11.10)$$

Подставляем (11.8) и (11.10) в уравнение (11.9) и получим для молярных теплоемкостей:

$$C_P^\mu = C_V^\mu + R - \text{Уравнение Майера.} \quad (11.11)$$

1. Молярная теплоемкость при постоянном давлении всегда больше теплоемкости при постоянном объеме: $C_P^\mu > C_V^\mu$.

2. Физический смысл универсальной газовой постоянной в том, что она показывает, какую работу совершает один моль идеального газа при изобарном расширении при нагревании на 1 К.

3. При рассмотрении термодинамических процессов важную роль играет отношение теплоемкостей C_P^μ к C_V^μ – постоянная Пуассона (показатель адиабаты γ – гамма), которая всегда больше единицы:

$$\gamma = \frac{C_P^\mu}{C_V^\mu} > 1. \quad (11.12)$$

Молярная теплоемкость идеального газа зависит от числа степеней свободы молекулы i ⁹. Число степеней свободы определяется числом атомов в молекуле и характером связи между ними. Для одноатомного газа $i = 3$, для двухатомного газа с жесткой связью $i = 5$, для трех и более атомов $i = 6$.

Согласно *закону равномерного распределения энергии по степеням свободы* на каждую степень свободы молекулы приходится энергия, равная $\frac{1}{2} kT$, где k – постоянная Больцмана¹⁰. Следовательно, энергия одной молекулы равна $\varepsilon_1 = i \frac{1}{2} kT$, а внутренняя энергия молекул одного моля вещества:

$$U = \varepsilon_1 N_A = i \frac{1}{2} kT N_A = \frac{i}{2} RT, \quad (11.13)$$

где $R = k \cdot N_A = 8,31 \left[\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \right]$ – универсальная газовая постоянная.

Из определения C_V^μ (11.8) следует:

$$C_V^\mu = \frac{dU}{dT} = \frac{d\left(\frac{i}{2} RT\right)}{dT} = \frac{i}{2} R. \quad (11.14)$$

Из уравнения Майера (11.11) следует значение молярной теплоёмкости при постоянном давлении C_P^μ :

$$C_P^\mu = C_V^\mu + R = \frac{i}{2} R + R = \frac{i+2}{2} R. \quad (11.15)$$

Следовательно, показатель адиабаты γ (постоянная Пуассона) равен:

$$\gamma = \frac{C_P^\mu}{C_V^\mu} = \frac{\frac{i+2}{2} R}{\frac{i}{2} R} = \frac{i+2}{i}. \quad (11.16)$$

Показатель адиабаты γ входит в уравнение Пуассона, которое описывает адиабатический процесс¹¹ в газах и имеет вид:

$$PV^\gamma = \text{const.} \quad (11.17)$$

Это уравнение может быть представлено также через параметры PT и TV с помощью уравнения Менделеева-Клапейрона⁷. Так, например, выразив V из него, и, подставив в (11.17), получим:

$$P^{1-\gamma} \cdot T^\gamma = \text{const.} \quad (11.18)$$

Выразив P , и, подставив в (11.1), получим:

$$T \cdot V^{\gamma-1} = \text{const.} \quad (11.19)$$

Адиабатическим процессом называется процесс, протекающий без теплообмена с окружающей средой. Если процесс протекает достаточно быстро (например, при быстром расширении или сжатии газа), то его можно считать практически адиабатическим и при отсутствии тепловой изоляции.

Рассмотрим принципиальную схему установки (рис. 11.1) для определения отношения теплоемкостей воздуха методом Клемана-Дезорма. Она состоит из стеклянного баллона 3, соединенного с U-образным¹² манометром 1 и компрессором 5. С помощью клапана 4 баллон может быть соединен с атмосферой.

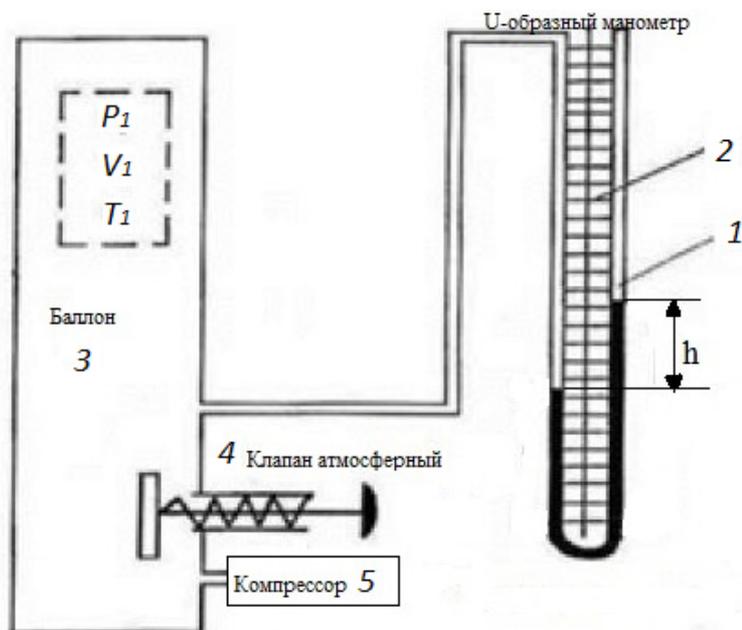


Рис. 11.1. Принципиальная схема установки

В исходном состоянии давление и температура в баллоне равны параметрам окружающей среды P_0 и T_0 (рис. 11.2, точка 0). Если компрессором накачать в баллон некоторое количество воздуха, то давление и температура в баллоне повысятся (см. рис. 11.2, точка А). В результате теплообмена с окружающей средой температура будет уменьшаться, пока не станет равной температуре среды (участок А-1 на рис. 11.2), при этом понижается давление.

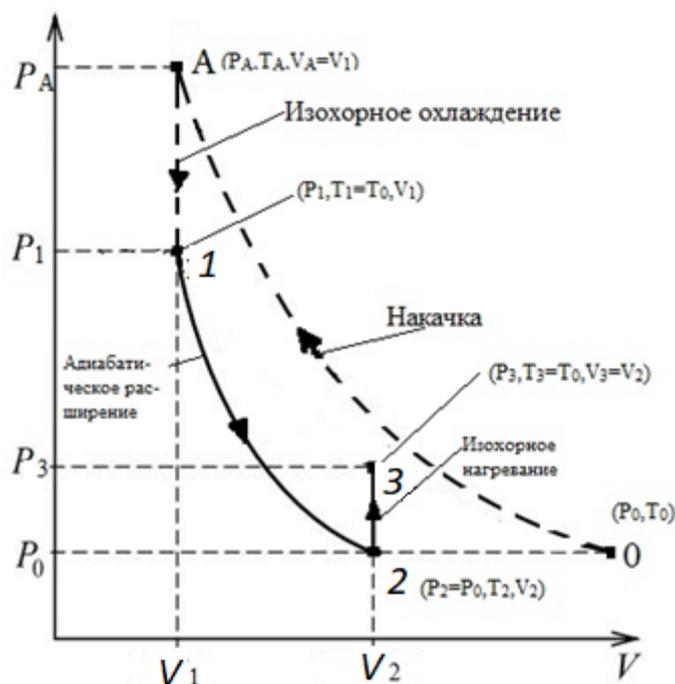


Рис. 11.2. График изменения параметров состояния в эксперименте (цикл Клемана-Дезорма)

В точке 1 установившееся давление равно:

$$P_1 = P_0 + \rho g h_1, \quad (11.20)$$

где P_0 – атмосферное давление; $\rho g h_1$ – избыточное давление, определяемое разностью уровней жидкости h в коленях U-образного манометра. Температура станет равной температуре окружающей среды $T_1 = T_0$. Единица массы газа при этом занимает объём V_1 .

Откроем на короткое время (до 2 с) клапан 4, соединяющий баллон с атмосферой. При этом воздух, находящийся в баллоне, быстро (адиабатически) расширится и вследствие этого охладится до температуры $T_2 < T_0$, а давление будет равно атмосферному $P_2 = P_0$. Единица массы газа займет объём V_2 . Это состояние соответствует точке 2 (см. рис. 11.2). Параметры данного состояния T_2, P_0, V_2 .

После закрытия клапана 4 температура (вследствие теплообмена) начинает повышаться до комнатной T_0 . Учитывая, что процесс изохорический, давление также повышается до P_3 . На U-образном манометре устанавливается разность давлений:

$$P_3 = P_0 + \rho g h_2, \quad (11.21)$$

где h_2 – высота столбика жидкости. Это состояние соответствует точке 3 (см. рис. 11.2). Параметры данного состояния: $P_3, T_3 = T_0, V_2$.

Переход из состояния 1 в состояние 2 (адиабатический процесс) описывается уравнением Пуассона. Воспользуемся соотношением (11.18) $P^{1-\gamma} \cdot T^\gamma = \text{const}$:

$$P_1^{1-\gamma} \cdot T_0^\gamma = P_0^{1-\gamma} \cdot T_2^\gamma \text{ или } \left(\frac{T_0}{T_2}\right)^\gamma = \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{1-\gamma}. \quad (11.22)$$

Переход из состояния 2 в состояние 3 – изохорный процесс⁶ ($\frac{P}{T} = \text{const}$). Параметры состояний 2 и 3 связаны следующим соотношением: $\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3}$. Учитывая, что $P_2 = P_0$ и $T_3 = T_0$, получим: $\frac{P_0}{T_2} = \frac{P_3}{T_0}$ или $\frac{T_0}{T_2} = \frac{P_3}{P_0}$. Возведем обе части этого уравнения в степень γ : $\left(\frac{T_0}{T_2}\right)^\gamma = \left(\frac{P_3}{P_0}\right)^\gamma$, и подставим правую часть в уравнение (11.22) вместо $\left(\frac{T_0}{T_2}\right)^\gamma$. Получим:

$$\left(\frac{P_3}{P_0}\right)^\gamma = \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{1-\gamma}. \quad (11.23)$$

Подставим в эту формулу значения P_1 (11.20) и P_3 (11.21):

$$\left(\frac{P_0 + \rho g h_2}{P_0}\right)^\gamma = \left(\frac{P_0 + \rho g h_1}{P_0}\right)^{1-\gamma} \text{ или } \left(1 + \frac{\rho g h_2}{P_0}\right)^\gamma = \left(1 + \frac{\rho g h_1}{P_0}\right)^{1-\gamma}. \quad (11.24)$$

Значение h в данной работе не превышает 0,2 м. Соответственно, избыточное давление для водного U-образного манометра $\rho g h = 1000 \cdot 9,8 \cdot 0,2 \approx \approx 2000$ Па значительно меньше атмосферного давления $P_0 \approx 10^5$ Па и отношения $\frac{\rho g h}{P_0} \approx 0,02 \ll 1$, что позволяет произвести разложение левой и правой части соотношения (11.24) в биномиальный ряд вида ($x = \frac{\rho g h}{P_0}$):

$(1+x)^m = 1 + \frac{m}{1!}x + \frac{m(m-1)}{2!}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3 + \dots$ и, ограничившись первыми двумя слагаемыми (вклад остальных незначителен $x = 0,02$, $x^2 = 0,0004$ и т. д.), получим $1 + \gamma \frac{\rho g h_2}{P_0} = 1 + (\gamma-1) \frac{\rho g h_1}{P_0}$ или $\gamma h_2 = (\gamma-1)h_1$, и расчетная формула для определения γ принимает вид:

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (11.25)$$

1. $\Delta Q = C_{\text{уд}} \cdot m \cdot \Delta T$ или $\Delta Q = C^{\text{м}} \cdot \nu \Delta T$, где $\Delta T = (T_2 - T_1)$ – изменение температуры тела.

2. **Моль** – единица количества вещества (в системе единиц СИ), определяемая как количество вещества, содержащее столько же структурных единиц этого вещества (молекул, атомов, ионов), сколько содержится в 12 г изотопа углерода $^{12}_6\text{C}$, т. е. $6,02 \cdot 10^{23} = N_{\text{А}}$ [1/моль] – число Авогадро (постоянная Авогадро) – число частиц (молекул, атомов, ионов), содержащихся в одном моле любого вещества.

3. Изохорный процесс – термодинамический изопроцесс, который происходит при постоянном объёме. Для осуществления изохорного процесса в газе или жидкости достаточно нагревать или охлаждать вещество в сосуде неизменного объёма. $V = \text{const}$.

4. Изобарический или изобарный процесс – термодинамический изопроцесс⁶, происходящий в системе при постоянных давлении и массе газа. $P = \text{const}$, $m = \text{const}$.

5. Внутренняя энергия – это сумма кинетической энергии хаотичного теплового движения молекул и потенциальной энергии их взаимодействия. Температура является мерой внутренней энергии вещества. Внутренняя энергия идеального газа пропорциональна его температуре.

6. Основные виды изопроцессов в газах.

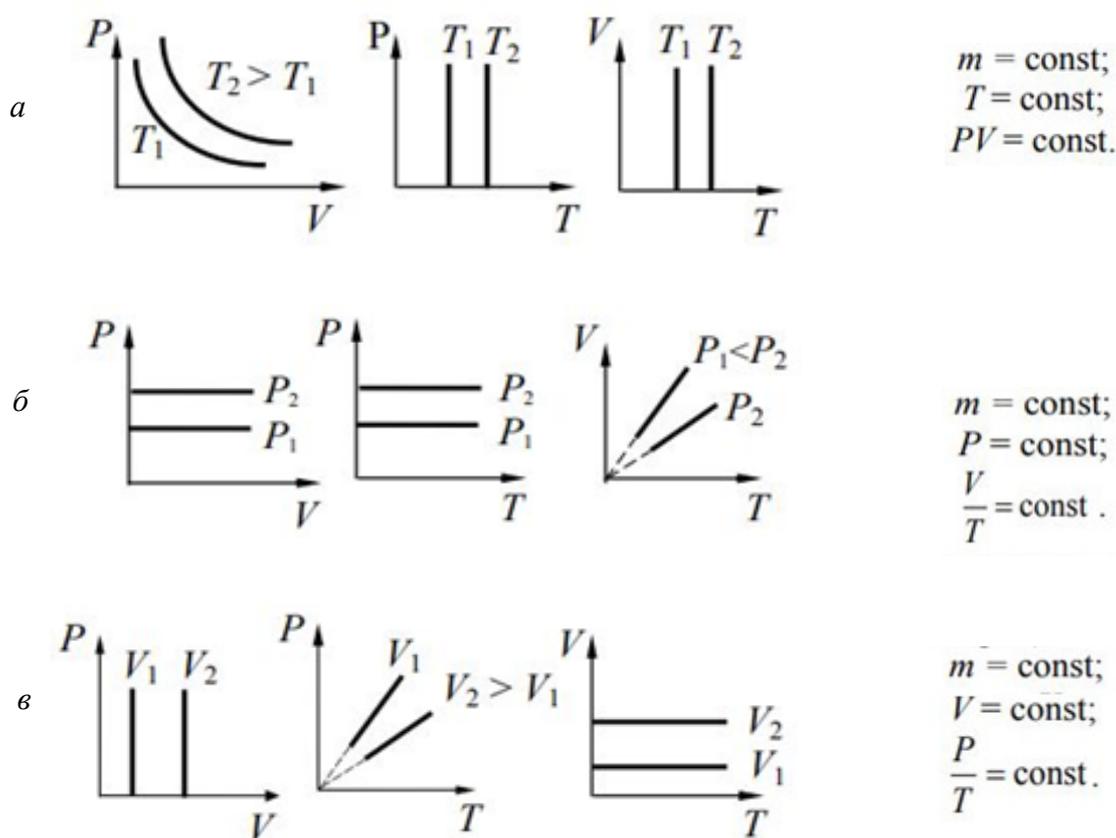


Рис. 11.3. Основные виды изопроцессов в газах:

а – изотермический процесс (закон Бойля-Мариотта);

б – изобарический процесс (закон Гей-Люссака); в – изохорный процесс (закон Шарля)

7. Уравнение Менделеева-Клапейрона (уравнение состояния идеального газа) – формула, устанавливающая зависимость между давлением, молярным

объёмом и абсолютной температурой идеального газа. Уравнение имеет вид: $PV = \nu RT$, где $R = 8,31 \left[\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \right]$ – универсальная газовая постоянная.

8. Правила дифференцирования произведения: $(uv)' = u'v + uv'$.

9. **Числом степеней свободы i** называется наименьшее число независимых параметров, которые полностью определяют положение молекулы в пространстве. Так, положение материальной точки в пространстве определяется заданием значений трех ее координат. В соответствии с этим одноатомная молекула имеет три степени свободы. В случае многоатомных газов нужно рассматривать молекулы как сложные системы, способные вращаться как целое, причем атомы в них могут совершать колебания вблизи своих положений равновесия. Общее число степеней свободы молекулы при этом возрастает (рис. 11.4).

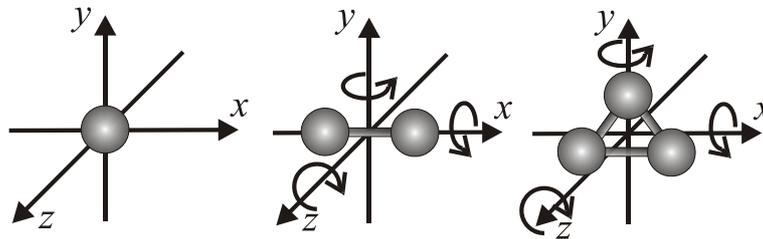


Рис. 11.4. Степени свободы молекул

Рассмотрим двухатомную молекулу. Ее можно представить себе в виде системы, состоящей из двух атомов, расположенных на некотором расстоянии друг от друга. Будем считать, что это жесткая молекула, т. е. расстояние между атомами не меняется. Вообще говоря, такая система имеет шесть степеней свободы: три степени свободы приходится на поступательное движение центра масс, и три – возможные вращательные движения вокруг осей x , y и z . Однако, вращение молекулы вокруг оси x неэффективно, так как энергия этого вращательного движения практически равна нулю, так как момент инерции $J = 0$. Поэтому для описания возможных вращений достаточно двух координат. Следовательно, число степеней свободы двухатомной молекулы с *жесткой связью* между атомами равно 5, из них три поступательные и две вращательные степени свободы. Если атомы в молекуле могут совершать колебательные движения, то это будет молекула с *упругой связью*. Представьте себе две материальные точки, соединенные пружиной. В этом случае появляются еще две степени свободы, которые обусловлены кинетической энергией движения и потенциальной энергией взаимодействия атомов. Эти степени свободы называются колебательными. Трехатомный и многоатомный газ имеет 6 степеней свободы, за исключением случая, когда атомы расположены на одной

прямой, – тогда вращательных степеней свободы только две. Таким образом, для расчета количества степеней свободы молекулы используется формула:

$$I = i_{\text{поступательное}} + i_{\text{вращательное}} + 2i_{\text{колебательное}}.$$

10. Постоянная Больцмана $k = 1,380\ 649 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – фундаментальная физическая постоянная, определяющая связь между температурой и энергией.

11. Адиабатический процесс – процесс, протекающий в закрытой термодинамической системе в отсутствие теплообмена с окружающей средой. Этот процесс описывается уравнением Пуассона:

$$PV^\gamma = \text{const} \quad \text{или} \quad P_1V_1^\gamma = P_2V_2^\gamma, \quad (11.26)$$

где $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{i+2}{i}$ – показатель адиабаты. Поскольку $\gamma > 1$, то кривая, изображающая уравнение *адиабаты*, *идет круче изотермы* (рис. 11.5). Уравнение Пуассона можно записать также в виде:

$$T^\gamma \cdot P^{1-\gamma} = \text{const} \quad (11.27)$$

или

$$PV^{\gamma-1} = \text{const}. \quad (11.28)$$

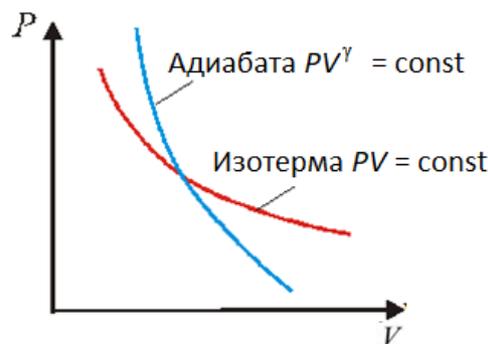


Рис. 11.5. Адиабата и изотерма в координатах P от V

Уравнение первого начала термодинамики в этом случае принимает вид: $dA = -dU$, т. е. *при адиабатическом процессе работа совершается только за счет убыли внутренней энергии газа*. Из определения внутренней энергии идеального газа следует, что

$$A = -\frac{m}{\mu} C_V (T_2 - T_1).$$

Поэтому *при адиабатическом расширении газ совершает работу, а его внутренняя энергия и температура падают. При адиабатическом сжатии работа газа отрицательна (внешняя среда производит работу над газом), внутренняя энергия и температура газа возрастают*.

Адиабатический процесс можно реализовать и при отсутствии хорошей теплоизоляции. Но тогда необходимо вести процесс столь быстро, чтобы за время его осуществления не произошел существенный теплообмен с окружающей средой.

Приборы и материалы

Лабораторная установка для определения отношения теплоемкостей воздуха выполнена в виде пространственной конструкции настольного типа закрытой кожухом (рис. 11.6). Внутри находятся: баллон 3 (см. рис. 11.1), объемом 20 литров, компрессор 5, клапан 4. На передней панели справа находится U-образный манометр. Управление компрессором и клапаном вынесено на пульт управления (рис. 11.7). Там же находится цифровой секундомер, синхронизированный с клапаном истечения воздуха для измерения времени открытия клапана. В левой верхней части установки находится панель с набором капилляров и кранов для другой лабораторной работы.



Рис. 11.6. Фото установки:
1 – U-образный манометр;
2 – пульт управления

ВНИМАНИЕ!

Категорически запрещается трогать эти капилляры и краны, а также кнопку «НАГРЕВ» на пульте управления!

U-образный манометр (см. рис. 11.6) состоит из U-образной стеклянной трубки 1, заполненной жидкостью, прямолинейной миллиметровой шкалы 2. К одному концу трубки по гибкой пластмассовой трубке подводится давление измеряемой среды. Под действием этого давления вода в одном колене трубки понижается, а в другом – повышается. Разность уровней, определяемая по шкале, показывает избыточное давление ΔP измеряемой среды, равное ρgh , где ρ – плотность жидкости, $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения, h – разность уровней.

Порядок выполнения лабораторной работы

1. Сделать заготовку таблицы «Результаты измерений».

Результаты измерений

Номер п/п	h ₁ , мм	h ₂ , мм	h ₁ – h ₂ , мм	γ _i	(γ̄ – γ _i) ²
1					
2					
3					
4					
5					
Среднее значение γ̄ =					Σ(γ̄ – γ _i) ² =

2. Включить установку переключателем «СЕТЬ».

3. Проверить уровень воды в коленах U-образного манометра, если разный, нажать кнопку «КЛАПАН» на 5–7 секунд.

4. Создайте давление в баллоне. Для этого включите компрессор, нажав и удерживая кнопку «КОМПРЕССОР» на пульте управления (рис. 11.7). При этом следите за разностью уровней жидкости *h* в манометре. Установите $h = 200 \div 230$ мм.



Рис. 11.7. Пульт управления:
 1 – переключатель «СЕТЬ»;
 2 – кнопка «КЛАПАН»;
 3 – кнопка «КОМПРЕССОР»;
 4 – кнопка «ПУСК/СТОП» секундомера;
 5 – кнопка «СБРОС» секундомера

ВНИМАНИЕ! Превышение уровня жидкости приведёт к её выбросу и попаданию на кожу и одежду.

5. Отключите компрессор, отпустив кнопку.

6. Подождите 3–5 мин., чтобы нагретый при сжатии воздух в баллоне охладился до комнатной температуры T_0 . Этому будет соответствовать установившийся уровень жидкости в манометре h_1 . Занесите это значение в таблицу. Контролировать время выдержки с помощью секундомера.

7. Нажмите кнопку «КЛАПАН» для соединения баллона с атмосферой на 2,5–2,8 сек, давление в сосуде станет равным атмосферному P_0 . Интервал времени контролировать по секундомеру. После этого секундомер обнулить кнопкой «СБРОС».

8. Выждите 3–5 мин., в течение которых газ нагреется до комнатной температуры T_0 . Установившиеся значение h_2 показаний манометра запишите в таблицу.

9. Прделайте 5 экспериментов, повторяя пп. 1–5.

10. Вычислите γ , используя формулу (11.25).

11. Вычислите погрешности измерений.

12. Запишите выводы. Сравните полученный результат с теоретическим рассчитанным для двухатомного идеального газа по формуле (11.16).

Вычисление погрешностей

1. Определите среднее арифметическое значение γ :

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \gamma_i,$$

где N – число опытов.

2. Вычислите квадраты случайных отклонений $(\bar{\gamma} - \gamma_i)^2$ и запишите их в таблицу.

3. Вычислите среднеквадратичное отклонение среднего арифметического:

$$S_{\bar{\gamma}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{\gamma} - \gamma_i)^2}.$$

4. Определите по табл. 1 приложения коэффициент Стьюдента $t_{p,N}$, согласно выбранной доверительной вероятности p и числа опытов N в данной серии измерений (где $t_{p,N} = 2,78$ для $N = 5$ и $p = 0,95$).

5. Вычислите случайную погрешность γ по формуле:

$$\Delta_{сл} = t_{p,N} \cdot S_{\bar{\gamma}}.$$

6. Рассчитайте систематическую погрешность измерения γ :

$$\Delta_c = \bar{\gamma} \sqrt{\left(\frac{\Delta h}{h_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h_2}\right)^2}.$$

В качестве значений h_1 и h_2 – берем среднее значение.

7. Вычислите полную погрешность:

$$\Delta_\gamma = \sqrt{\Delta_c^2 + \Delta_{\text{сл}}^2}.$$

8. Запишите окончательный результат для γ :

$$\gamma = \bar{\gamma} \pm \Delta_\gamma.$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое теплоемкость тела? В каких единицах она измеряется?
2. Что такое молярная теплоемкость газа? В каких единицах она измеряется?
3. Что такое удельная теплоемкость газа? В каких единицах она измеряется?
4. Какая связь между удельной и молярной теплоемкостями?
5. Какое количество теплоты потребуется, чтобы нагреть 640 грамм кислорода в баллоне от 0 °С до 100 °С.
6. От каких параметров зависит теплоемкость идеального газа?
7. Сформулируйте 1-е начало термодинамики и укажите его физический смысл.
8. Что такое изотермический процесс? Как выглядит уравнение изотермы и её графики в координатах P - V , P - T и V - T ?
9. Что такое изохорический процесс? Как выглядит уравнение изохоры и её графики в координатах P - V , P - T и V - T ?
10. Что такое изобарный процесс? Как выглядит уравнение изобары и её графики в координатах P - V , P - T и V - T ?
11. Что такое адиабатический процесс? Как выглядит уравнение адиабаты и её график в координатах P - V ? Как соотносятся графики изотермы и адиабаты? Почему?
12. Как можно реализовать адиабатический процесс в эксперименте?
13. Чему равна теплоемкость при изотермическом процессе?
14. Чему равна теплоемкость при адиабатическом процессе?
15. Запишите 1-е начало термодинамики для изотермического процесса. Поясните его.
16. Запишите 1-е начало термодинамики для адиабатического процесса. Поясните его.
17. Сформулируйте уравнение Майера. В чем физический смысл универсальной газовой постоянной?
18. Почему изобарная теплоемкость больше изохорной?
19. Что такое число степеней свободы молекулы? Как оно определяется для различных молекул?
20. Запишите формулы C_V^μ и C_P^μ для идеального газа.
21. Что такое γ ? Запишите формулу.

22. Показатель адиабаты некоторого газа равен $\frac{5}{3}$. Сколько атомов содержит его молекула?

23. Сопоставьте Ваши действия при выполнении работы на установке с графиком на рис. 11.2.

24. Поясните, какие термодинамические процессы изображены на графике рис. 11.2?

25. Зачем необходимо выждать 3–5 мин. после накачки баллона и после кратковременного открытия атмосферного клапана?

Лабораторная работа № 12

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ ОТРЫВА КОЛЬЦА

Цель работы. *Опытным путем определить значение коэффициента поверхностного натяжения воды и сравнить его с табличным значением.*

Краткая теория

На каждую молекулу жидкости со стороны окружающих молекул действуют силы взаимного притяжения, быстро убывающие с расстоянием. Силы притяжения между молекулами имеют электрическое происхождение и действуют на очень малых расстояниях (порядка 10^{-9} м), это расстояние называется радиусом молекулярного действия (r), а сфера радиусом r – сферой молекулярного действия.

Рассмотрим две молекулы: одна находится внутри жидкости, а другая – на поверхности (рис. 12.1). В сфере молекулярного действия первой молекулы соседние молекулы жидкости расположены равномерно. Силы межмолекулярного взаимодействия, действующие на неё со стороны таких же молекул, направлены в разные стороны и в среднем скомпенсированы. Поэтому результирующая сила равна нулю.

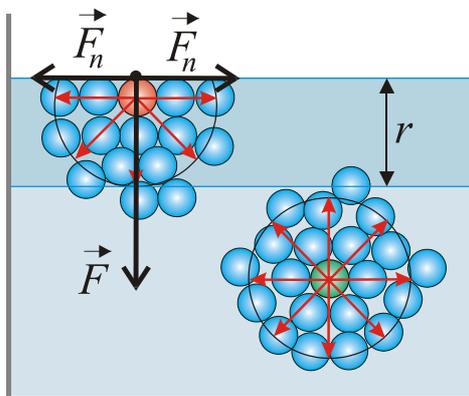


Рис. 12.1. Силы, действующие на поверхности и внутри жидкости

Иначе обстоит дело, если молекула расположена от поверхности на расстоянии, меньшем r . В этом случае сфера молекулярного действия лишь частично расположена внутри жидкости. Так как концентрация молекул в газе, расположенном над жидкостью, мала по сравнению с их концентрацией в жидкости, то равнодействующая сила \vec{F} , приложенная к каждой молекуле поверхностного слоя, не равна нулю и направлена внутрь жидкости. Таким

образом, результирующие силы притяжения всех молекул поверхностного слоя толщиной r оказывают на жидкость давление, называемое **молекулярным** (или внутренним).

С другой стороны, взаимное притяжение молекул, расположенных в поверхностном слое, создает силу, направленную по касательной к поверхности жидкости \vec{F}_n , которая стремится максимально уменьшить площадь поверхностного слоя. Эту силу называют **силой поверхностного натяжения**. Наличие сил поверхностного натяжения делает поверхность жидкости похожей на упругую растянутую пленку, с той только разницей, что упругие силы в пленке зависят от площади ее поверхности (то есть от того, как пленка деформирована), а силы поверхностного натяжения *не зависят* от площади поверхности жидкости. Так как равновесное состояние характеризуется минимумом потенциальной энергии, то жидкость при отсутствии внешних сил под действием силы поверхностного натяжения будет принимать такую форму, чтобы при заданном объеме она имела минимальную поверхность, то есть форму шара (сферы). Наблюдая мельчайшие капельки, взвешенные в воздухе, можно видеть, что они действительно имеют форму шариков, но несколько искаженную из-за действия силы земного тяготения. В условиях невесомости капля любой жидкости имеет сферическую форму.

Поверхностное натяжение характеризуется коэффициентом поверхностного натяжения α , который численно равен силе, действующей на единицу длины линии L , произвольно проведенной по поверхности жидкости и перпендикулярной этой линии. Из определения следует, что единицей измерения коэффициента поверхностного натяжения будет Н/м (Ньютон/метр).

В данной работе коэффициент поверхностного натяжения находится путем измерения силы F , необходимой для отрыва кольца от поверхности воды. Сила F равна силе поверхностного натяжения F_n , действующей по линии разрыва поверхностной пленки при отрыве кольца. Разрыв поверхностной пленки воды происходит по двум окружностям кольца – внешней и внутренней. Общая длина линии разрыва при этом равна

$$L = (2\pi R_1 + 2\pi R_2) = \pi(D_1 + D_2),$$

где D_1 – внешний диаметры кольца; D_2 – внутренний диаметры кольца.

Коэффициент поверхностного натяжения на границе с воздухом в этом случае рассчитывается по формуле:

$$\alpha = \frac{F}{\pi(D_1 + D_2)}. \quad (12.1)$$

Коэффициент поверхностного натяжения для дистиллированной воды при нормальных условиях равен 0,073 Н/м. С повышением температуры поверхностное натяжение уменьшается, так как увеличиваются средние расстояния между молекулами жидкости. Из-за увеличения их скоростей движения при $T = T_{\text{кипения}}$ величина коэффициента поверхностного натяжения равна 0. Величина поверхностного натяжения сильно зависит от примесей, присутствующих в жидкостях. Примеси (вещества), ослабляющие поверхностное натяжение жидкости, называются **поверхностно-активными**. Наиболее известными поверхностно-активными веществами для воды являются мыло, спирты и эфиры.

Существует и другая группа веществ, повышающих поверхностное натяжение жидкости, – это сахар, различные соли. Силы взаимодействия молекул этих веществ с молекулами воды больше, чем между собственно молекулами воды. Например, если посолить мыльный раствор, то в поверхностный слой выталкивается молекул мыла больше, чем в пресной воде. В мыловаренном производстве этот процесс называется «высаливанием» мыла.

Приборы и материалы

Лабораторный стенд представляет собой установку, изображенную на рис. 12.2. Она состоит из основания с вертикальным металлическим кронштейном 1, к которому на нитях 3 подвешено металлическое кольцо 2. Под кольцом располагается подъемный столик 6, свободно перемещающийся вверх и вниз с помощью регулировочного винта 7, вмонтированного в подъемный механизм 12. На столик устанавливается чаша с жидкостью 5. Если кольцо опустить в жидкость, а затем медленно поднимать его вверх, то наступит момент, когда кольцо оторвется от поверхности жидкости. Если бы в жидкости отсутствовала сила поверхностного натяжения, то отрыв кольца от поверхности жидкости произошел бы, как только плоскость основания кольца пересекла поверхность жидкости. Однако из-за наличия силы поверхностного натяжения жидкости наступает момент, когда нижняя плоскость кольца уже находится над поверхностью жидкости, а отрыв кольца не происходит. Это связано с тем, что сила поверхностного натяжения частично компенсирует силу, которая поднимает кольцо, т. е. силу натяжения нитей.

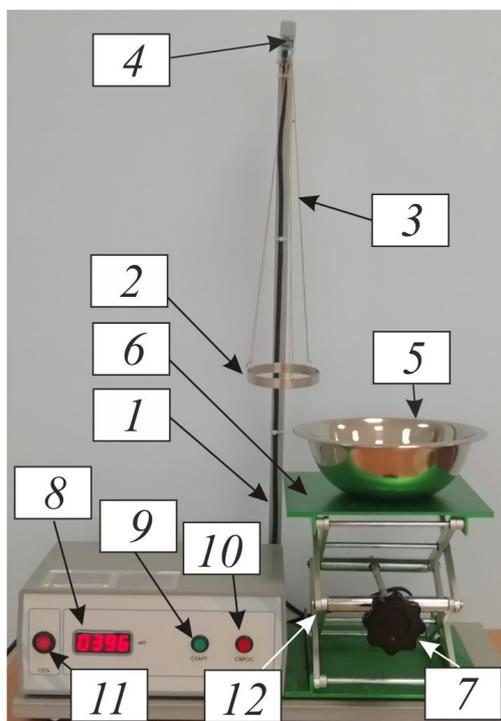


Рис. 12.2. Схема установки:

1 – кронштейн; 2 – кольцо; 3 – нить; 4 – датчик; 5 – чаша;
 6 – поверхность подъемного столика; 7 – регулировочный винт; 8 – дисплей динамометра;
 9 – кнопка «СТАРТ»; 10 – кнопка «СБРОС»; 11 – кнопка включения/выключения
 измерительного блока; 12 – подъемный механизм

Преобразование силы натяжения нитей в электрический сигнал осуществляется датчиком 4, который вмонтирован в верхнюю часть кронштейна. Сигнал поступает в измерительный блок и его значение отображается на дисплее 8 в миллиньютонах (мН).

Порядок выполнения работы

1. Используя штангенциркуль, измерить в 5-ти точках внешний (D_1) и внутренний (D_2) диаметры кольца. Результаты измерений занести в таблицу.

Результаты измерений

Номер п/п	F_i , Н	D_{1i} , мм	D_{2i} , мм	α_i , Н/м	$(\bar{\alpha} - \alpha_i)^2$, Н ² /м ²
1					
2					
3					
4					
5					
$\bar{F} =$		$\bar{D}_1 =$	$\bar{D}_2 =$	$\bar{\alpha} =$	$\sum(\bar{\alpha} - \alpha_i)^2 =$

2. Установить подъемный механизм под кольцом так, чтобы расстояние от кольца до поверхности подъемного столика было примерно 8 см.

3. Установить нижнюю поверхность кольца параллельно поверхности подъемного столика.

4. На поверхность подъемного столика установить чашу с водой.

5. Включить измерительный модуль динамометра нажатием на кнопку «СЕТЬ» (см. рис. 12.2, 11).

6. Запустить процесс измерения силы натяжения нити нажатием на кнопку «СТАРТ» (см. рис. 12.2, 9).

7. С помощью регулировочного винта медленно (без рывков) поднять лабораторный столик до погружения кольца на 1/3 уровня жидкости в чаше.

8. Затем медленно опустить лабораторный столик до отрыва кольца от поверхности жидкости.

9. Занести в таблицу значение тянущей силы, которое отображается на дисплее измерительного блока.

10. Обнулить результат нажатием на кнопку «СБРОС» (см. рис. 12.2, 10).

11. Повторить еще 4 раза процесс измерения, начиная с пункта 6.

12. Произвести расчёт коэффициента поверхностного натяжения с помощью формулы (12.1) для каждого значения показаний динамометра и занести полученные данные в таблицу. При вычислении коэффициента поверхностного натяжения использовать средние значения D_1 и D_2 .

13. Вычислить погрешности измерений.

14. Записать выводы. Сравнить значение полученного коэффициента поверхностного натяжения с табличным значением (коэффициент поверхностного натяжения для дистиллированной воды при нормальных условиях равен 0,073 Н/м), анализируя причины отклонений, если таковые имеются.

Вычисление погрешностей

1. Определите среднее арифметическое значение коэффициента поверхностного натяжения:

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \alpha_i,$$

где N – число опытов.

2. Вычислите квадраты случайных отклонений $(\bar{\alpha} - \alpha_i)^2$ и запишите их в таблицу.

3. Вычислите среднеквадратичное отклонение среднего арифметического:

$$S_{\bar{\alpha}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=0}^n (\bar{\alpha} - \alpha_i)^2},$$

4. Определите по табл. 1 приложения коэффициент Стьюдента $t_{p,N}$, согласно выбранной доверительной вероятности p и числа опытов N в данной серии измерений (где $t_{p,N} = 2,78$ для $N = 5$ и $p = 0,95$).

5. Вычислите случайную погрешность коэффициента поверхностного натяжения по формуле:

$$\Delta_{сл} = t_{p,N} \cdot S_{\bar{\alpha}}.$$

6. Рассчитайте систематическую погрешность измерения коэффициента поверхностного натяжения:

$$\Delta_c = \bar{\alpha} \sqrt{\left(\frac{\Delta_D}{D_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_D}{D_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_F}{F}\right)^2}.$$

В качестве значений D_1 , D_2 и F – берем среднее значение.

7. Вычислите полную погрешность:

$$\Delta_{\alpha} = \sqrt{\Delta_c^2 + \Delta_{сл}^2}.$$

8. Запишите окончательный результат для коэффициента поверхностного натяжения:

$$\alpha = \bar{\alpha} \pm \Delta_{\alpha}.$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Опишите характер взаимодействия молекул в жидкости.
2. Как возникает и как направлена сила поверхностного натяжения?
3. Что называется коэффициентом поверхностного натяжения? В каких единицах он измеряется?
4. Какими способами можно уменьшить поверхностное натяжение?
5. Объясните метод определения коэффициента поверхностного натяжения, используемый в данной работе.
6. Какие силы действуют на кольцо при его отрыве от поверхности жидкости?
7. В какой момент кольцо отрывается от жидкости?
8. Выведите формулу для относительной погрешности измерения E_{α} .

Лабораторная работа № 13

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ДИНАМИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ ВОЗДУХА МЕТОДОМ ПУАЗЕЙЛЯ

Цель работы. *Изучение явления внутреннего трения в газах (в воздухе), определение динамической вязкости воздуха.*

Краткая теория

Отличительной особенностью газов (жидкостей) является их текучесть, обусловленная малыми силами трения при относительном движении соприкасающихся слоев воздуха.

Внутренним трением (вязкостью) называется явление возникновения сил, препятствующих относительному перемещению соседних слоев газа либо жидкости. Силы внутреннего трения направлены по касательной к поверхности соприкасающихся слоев. Их величина зависит от относительных скоростей слоев воздуха при переходе от слоя к слою.

Причиной возникновения внутреннего трения в газах (жидкостях) является перенос молекулами газов (жидкостей) импульсов между соприкасающимися слоями. Когда соседние слои газов двигаются с различными скоростями, переход молекул из одного слоя в другой приводит к замедлению слоя, двигающегося быстрее, и увеличению скорости слоя, двигающегося медленнее.

Ламинарное течение принято называть «слоистым». Вдоль потока каждый выделенный тонкий кольцевой слой скользит относительно соседних, не перемешиваясь с ними. Ламинарное течение наблюдается при небольших скоростях движения. Внешний слой газа (жидкости), примыкающий к внутренней поверхности трубки из-за сил молекулярного взаимодействия, прилипает к ней и остается неподвижным. Скорости последующих слоев возрастают тем больше, чем больше их расстояние от внутренней поверхности трубки. Наибольшей скоростью обладает слой, движущийся вдоль оси трубки.

Турбулентное течение принято называть «вихревым». При турбулентном движении молекулы газа (жидкости) приобретают составляющие скоростей, перпендикулярных течению. Они могут переходить из одного слоя в другой. Скорость молекул быстро возрастает при удалении от внутренней поверхности трубы, а затем изменяется незначительно (рис. 13.1, б). Профиль усредненной скорости при турбулентном течении в трубках (см. рис. 13.1, б) отличается от параболического профиля при ламинарном течении (рис. 13.1, а). Характер течения зависит от безразмерной величины числа Рейнольдса:

$$Re = \frac{\rho \bar{v} D}{\eta} = \frac{\bar{v} D}{\nu},$$

где ρ – плотность жидкости; \bar{v} – средняя по сечению трубки скорость газа (жидкости); D – внутренний диаметр трубки; η – динамическая вязкость; единица вязкости – Паскаль-секунда (Па·с)/1; ν – кинематическая вязкость; $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ м²/с. Если $Re < 1000$, то течение ламинарное, $1000 < Re < 2000$, то происходит переход от ламинарного к турбулентному течению, если $Re > 2300$, – течение в тонких трубках турбулентное.



Рис. 13.1. Движение газов (жидкостей) в тонкой трубке:
а – ламинарное; б – турбулентное

Увидеть распределение скоростей можно на простом опыте (рис. 13.2). Для этого заполняют часть цилиндрической трубки вязкой жидкостью, например глицерином. Сверху осторожно наливают подкрашенный глицерин так, чтобы между слоями получилась резкая граница. Затем открывают кран, находящийся в нижней части трубки. Через некоторое время слой окрашенного глицерина в нижней своей части принимает форму параболической поверхности. Очевидно, что с наибольшей скоростью глицерин течет по оси трубки. С приближением к стенке скорость течения уменьшается до нуля. Быстрота изменения скорости слоев в направлении перпендикулярном оси трубки характеризуется величиной $\frac{dv}{dr} = \text{grad}v$.



Рис. 13.2 Распределение скорости

Метод Пуазейля. Ж. Л. М. Пуазейль, изучая ламинарное течение жидкости в круглой гладкой трубе, экспериментально установил зависимость объёма V вязкой жидкости, протекающей за время t по участку трубки длиной L и радиуса R от динамической вязкости η и разности давлений на её концах $\Delta p = p_1 - p_2$.

Формула Пуазейля: $V = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8 \eta L} t$. Эта формула лежит в основе капиллярных методов определения динамической вязкости жидкости. Разделив обе

части этого выражения на время истечения t , слева получим объемную скорость истечения Q . Теперь формулу можно представить: $Q = \frac{p_1 - p_2}{X}$. Эта форма записи уравнения Хагена-Пуазейля. Величина $X = \frac{8\eta L}{\pi R^4}$ – гидравлическое сопротивление, которое полностью идентично электрическому сопротивлению в законе Ома.

Для вывода формулы Пуазейля в жидкости, мысленно выделим цилиндрический объем, радиусом r , толщиной dr и длиной l (рис. 13.3).

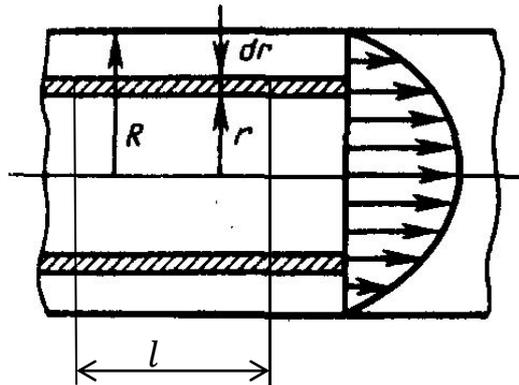


Рис. 13.3. Движение газов (жидкостей) в тонкой трубке

Сила внутреннего трения, действующая на боковую поверхность этого объема:

$$F = -\eta \frac{dv}{dr} dS = -\eta 2\pi r l \frac{dv}{dr}, \quad (13.1)$$

где dS – боковая поверхность цилиндрического слоя; знак « \rightarrow » означает, что при возрастании радиуса r скорость уменьшается $S = 2\pi r l$.

Для установившегося движения сила внутреннего трения, действующая на боковую поверхность цилиндра, уравновешивается силой давления, действующей на его основание:

$$-\eta 2\pi r l \frac{dv}{dr} = \Delta p \pi r^2, \quad dv = -\frac{\Delta p}{2\eta l} r dr.$$

Проинтегрируем с учетом, что скорость молекул жидкости у стенок трубы равна нулю.

$$v = -\frac{\Delta p}{4\eta l} (R^2 - r^2).$$

Анализ формулы показывает, что скорости молекул жидкости распределяются согласно параболическому закону движения, вершина параболы находится на оси трубки. За время t из трубки вытечет жидкость, объем которой можно рассчитать по формуле:

$$V = \int_0^R v t 2\pi r dr = \frac{2\pi t \Delta p}{4\eta l} \int_0^R r (R^2 - r^2) dr = \frac{\pi t \Delta p}{2\eta l} \left[\frac{r^2 R^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right]_0^R = \frac{\pi R^4 t \Delta p}{8\eta l}.$$

Определим объемный расход жидкости (газа):

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\eta L}.$$

Полученная формула используется для экспериментального определения коэффициента динамической вязкости η жидкости (газа). Определяя объемный расход газа и разность давлений Δp воздуха на концах капилляра длиной L и диаметром D , можно вычислить η по формуле:

$$\eta = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8QL},$$

где R – радиус капилляра.

Запишем уравнение состояния для воздуха в лабораторной установке (ресивере):

$$PV = \frac{m}{\mu} RT, \quad (13.2)$$

где P – давление в сосуде (ресивере); V – объем сосуда; m – масса воздуха в сосуде; μ – молярная масса воздуха; $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

При проведении эксперимента считаем температуру воздуха в сосуде постоянной. Переменными будут давление и масса воздуха в сосуде. Поделив уравнение (13.2) на V и продифференцировав по времени, получим:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{RT}{V\mu} \frac{dm}{dt} = -\frac{RT}{V\mu} Q. \quad (13.3)$$

Расход воздуха $Q = -\frac{dm}{dt}$ определяется по формуле:

$$Q = \frac{\pi \rho R^4 \Delta p}{8\eta \Delta L}, \quad (13.4)$$

где ρ – плотность воздуха; $\Delta p = p - p_0$ – разность давлений на концах капилляра; $\Delta L = L$ – длина капилляра; R – радиус капилляра. При небольших по сравнению с атмосферным давлением значениях Δp плотность воздуха $\rho = m/V$ можно считать постоянной и выразить ее из уравнения состояния:

$$\rho = \frac{\bar{P}\mu}{RT}, \quad (13.5)$$

где \bar{P} – среднее значение давления в сосуде за время эксперимента. Подставляя формулы (13.4) и (13.5) в соотношение (13.3), получаем линейное дифференциальное уравнение:

$$\frac{d(\Delta P)}{dt} = -\frac{\pi \bar{P} R^4}{8VL\eta} \Delta P. \quad (13.6)$$

Вместо производной $\frac{dP}{dt}$ записываем $\frac{d(\Delta p)}{dt}$, так как с течением времени t уменьшается разность Δp давления на концах капиллярной трубки. Разделим переменные и преобразуем уравнение:

$$\frac{d(\Delta p)}{\Delta P} = -\frac{\pi \bar{P} R^4}{8VL\eta} dt \quad \text{или} \quad d \ln(\Delta P) = A dt. \quad (13.7)$$

Постоянная A дается выражением: $A = -\frac{\pi \bar{P} R^4}{8VL\eta}$.

Интегрируя левую часть уравнения (13.7) в пределах от $\ln(\Delta P_{\text{нач}})$ до $\ln(\Delta P_{\text{к}})$, а правую – в пределах от 0 до t и, используя формулу для разности логарифмов, получим:

$$\ln\left(\frac{\Delta P_{\text{к}}}{\Delta P_{\text{нач}}}\right) = At.$$

Введем обозначения: $Y = \ln\left(\frac{\Delta P_{\text{к}}}{\Delta P_{\text{нач}}}\right)$, $X = t$.

Запишем уравнение прямой с угловым обозначением коэффициента A .

$$Y = AX. \quad (13.8)$$

Для определения значения углового коэффициента A (тангенса угла наклона прямой $Y = AX$) следует: $|A| = \text{tg}\alpha = \frac{\ln\left(\frac{\Delta P_{\text{к}}}{\Delta P_{\text{нач}}}\right)}{t}$.

Динамическая вязкость воздуха η рассчитывается с использованием значения $\text{tg}\alpha$ угла наклона прямой линейного участка зависимости $\ln\left(\frac{\Delta P_{\text{к}}}{\Delta P_{\text{нач}}}\right)$ от t .

$$\eta = \frac{\pi \bar{P} R^4}{8VL|A|}. \quad (13.9)$$

Приборы и материалы



Рис. 13.4. Фото установки:
1 – U-образный манометр; 2 – пульт управления

Лабораторная установка выполнена в виде пространственной конструкции настольного типа закрытой кожухом (рис. 13.4). Внутри находятся: баллон, объемом 20 литров, компрессор, клапан. На передней панели справа находится U-образный манометр. Управление компрессором и клапаном вынесено на пульт управления (рис. 13.5). Там же находится цифровой секундомер, синхронизированный с клапаном истечения воздуха для измерения времени открытия клапана. В левой верхней части установки находится панель с набором капилляров и кранов для другой лабораторной работы.

ВНИМАНИЕ! Категорически запрещается трогать эти капилляры и краны, а также кнопку «НАГРЕВ» на пульте управления!

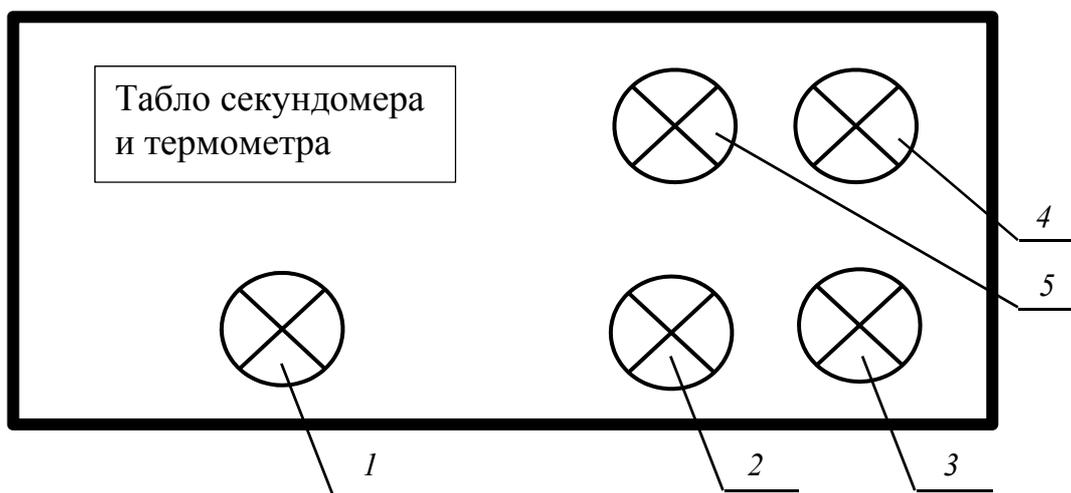


Рис. 13.5. Панель управления:

- 1 – включение прибора; 2 – включение/выключение компрессора;
 3 – включение/выключение Э. М. клапана и секундомера;
 4 – включение/выключение секундомера; 5 – сброс показаний секундомера

Порядок проведения измерений

Наполнение ресивера, выдержка для стабилизации давления ΔP , открытие крана, получение режима, установившегося расхода воздуха (при равномерном понижении верхнего уровня воды в колене манометра ≈ 10 мм до выбранного уровня $\Delta P_{\text{нач}} = H$), определение времени понижения уровня воды на мерном участке длиной 10 мм, определение $\Delta P_{\text{кон}} = h$, закрытие крана.

Повторение эксперимента.

Порядок выполнения работы

1. Проверить уровень воды в манометре. Закрыть все краны на лицевой панели стенда.
2. Включить лабораторный стенд.
3. Определить значение $P_{\text{атм}}$ атмосферного давления. Значение $P_{\text{атм}}$ определяется с помощью смартфона, в приложении «погода», в единицах – мм. рт. ст., и пересчитывается с использованием данных справочного раздела в системные единицы Па. Значение $P_{\text{атм}}$ занести в табл. 13.1.
4. Создать необходимое давление в ресивере (сосуде). Для этого нажать и удерживать кнопку «КОМПРЕССОР», наблюдая за показаниями водяного манометра. Рекомендуемый перепад уровней $\Delta P = 440$ мм.
5. Достигнув рекомендуемого значения, отключить компрессор, **отпустить** кнопку «КОМПРЕССОР».

6. При нагнетании воздух в ресивере сжимается, а его температура повышается. Чтобы температура воздуха внутри ресивера сравнялась с температурой окружающей среды перед проведением измерений, следует сделать выдержку 3–5 минут. При этом устанавливается постоянная разница уровней в коленах манометра ΔP , мм. вод. ст. При проведении измерений для достижений установившегося расхода через участок капилляра нужной длины L (L задается преподавателем), следует длину начального участка движения жидкости в водяном манометре принять порядка 10 мм до выбранного начала отчета мерного участка. Далее измеряют время прохождения уровнем воды мерного участка шкалы длиной 10 мм. В точке начала отчета сумма значений показаний манометра относительно «0» будет выбрано $\Delta P_{\text{нач}} = H$ мм. вод. ст. В точке окончания отчета будет значение $\Delta P_{\text{к}} = h$ мм. вод. ст. Оба значения для каждого опыта заносятся в табл. 13.1.

7. Выбрав длину капилляра, открыть нужный кран. Наблюдая за изменением уровня воды в коленах манометра, при установившемся режиме расхода воздуха « Q » и достижении выбранного значения « H », включить секундомер нажатием кнопки «ПУСК/СТОП».

8. При падении уровня водяного столба в колене водяного манометра на 10 мм зафиксировать показания секундомера повторным нажатием кнопки «ПУСК/СТОП». Занести в табл. 13.1 время $t_{\text{сек}}$ понижения уровня.

9. Повторить эксперимент 5 раз.

10. Рассчитать среднее давление \bar{P} за время $t_{\text{сек}}$ падения уровня. Определим начальное $P_{\text{нач}}$ и конечное $P_{\text{к}}$ давление в ресивере, Па:

$$P_{\text{нач}} = P_{\text{атм}} + \Delta P_{\text{нач}};$$

$$P_{\text{к}} = P_{\text{атм}} + \Delta P_{\text{к}};$$

$$\bar{P} = \frac{P_{\text{нач}} + P_{\text{к}}}{2}.$$

Значение $P_{\text{ср}}$ (Па) занести в табл. 13.1.

При приведении значений давления к системным единицам Па пользоваться справочным материалом.

11. Определить значение выражения

$$\ln \frac{\Delta P_{\text{к}}}{\Delta P_{\text{нач}}}.$$

Занести результаты в табл. 13.1.

12. Определить значение $|A|$:

$$|A| = \text{tg } \alpha = \frac{\ln \frac{\Delta P_{\text{к}}}{\Delta P_{\text{нач}}}}{t},$$

где t – время понижения уровня воды в колене водяного манометра на 10 мм на мерном участке. Занести результат в табл. 13.1.

13. Используя расчетную формулу, вычислить коэффициент динамической вязкости воздуха, Па·с:

$$\eta = \frac{\pi R^4 \bar{P}}{8VL|A|},$$

где R – радиус капилляра; V – объем ресивера; L – длина выбранного участка капилляра (L задается преподавателем). Эти данные размещены в справочном разделе.

Занести результат в табл. 13.1.

Таблица 13.1

Результаты измерений и расчетов

L , м	ΔP_H , мм. вод. ст.	ΔP_H , Па	ΔP_K , мм. вод. ст.	ΔP_K , Па	t , с	$\ln \frac{\Delta P_K}{\Delta P_H}$	$ A $	η_i , Па·с	$(\bar{\eta} - \eta_i)^2$, Па ² ·с ²
0,15									
0,30									
0,40									
0,50									
0,70									
Среднее значение $\bar{\eta} =$									$\sum(\bar{\eta} - \eta_i)^2 =$

$P_{\text{атм}} =$ мм. рт. ст. Температура воздуха °С.

$\bar{P}_{\text{атм}} =$ Па. –

$D_{\text{капилляра}} =$ м; $L_{\text{капилляра}} =$ м; $V_{\text{ресивера}} =$ м³.

14. Вычисляем погрешности.

15. Записываем выводы. Сравниваем величину $\bar{\eta}$ с табличным значением, с учетом температуры окружающей среды °С.

Вычисление погрешностей

1. Определите среднее арифметическое значение коэффициента динамической вязкости воздуха:

$$\bar{\eta} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \eta_i,$$

где N – число опытов.

2. Вычислите квадраты случайных отклонений $(\bar{\eta} - \eta_i)^2$ и запишите их в табл. 13.1.

3. Вычислите среднеквадратичное отклонение среднего арифметического:

$$S_{\bar{\eta}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=0}^n (\bar{\eta} - \eta_i)^2}.$$

4. Определите по табл. 1 приложения коэффициент Стьюдента $t_{p,N}$, согласно выбранной доверительной вероятности p и числа опытов N в данной серии измерений (где $t_{p,N} = 2,78$ для $N = 5$ и $p = 0,95$).

5. Вычислите случайную погрешность коэффициента динамической вязкости воздуха по формуле:

$$\Delta_{сл} = t_{p,N} \cdot S_{\bar{\eta}}.$$

6. Рассчитайте систематическую погрешность измерения коэффициента динамической вязкости воздуха:

$$\Delta_c = \bar{\eta} \sqrt{\left(\frac{\Delta P}{\Delta P_H}\right)^2 + \left(\frac{\Delta P}{\Delta P_K}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2}.$$

В качестве значений ΔP_H , ΔP_K и t – берем среднее значение.

7. Вычислите полную погрешность:

$$\Delta_{\eta} = \sqrt{\Delta_c^2 + \Delta_{сл}^2}.$$

8. Запишите окончательный результат для коэффициента динамической вязкости воздуха:

$$\eta = \bar{\eta} \pm \Delta_{\eta}.$$

Справочные данные (табл. 13.2–13.4)

Диаметр капилляра $D = 0,0069$ м; длина капилляра $L = (0,15; 0,30; 0,40; 0,50; 0,70)$ м, объем ресивера $V = 0,02$ м³.

1 мм. рт. ст. = 133,322 Па.

1 мм. вод. ст. = 9,807 Па.

Физическая атмосфера, атм.: $P = 101325$ Па.

Техническая атмосфера, кг/см² или атм.: $P = 98066,5$ Па.

1 бар = 10⁵ Па.

Нормальное атмосферное давление при температуре $t = 0$ °С; $P_{атм} = 101325$ Па.

Таблица 13.2

Плотность сухого воздуха при нормальном давлении

°С	-194 ж. в.	-50	0	10	20	30	100	1000
ρ , кг/м ³	861,00	1,5840	1,2928	1,2472	1,2046	1,1647	0,9458	0,2770

Таблица 13.3

Динамическая вязкость воздуха при нормальном давлении

°С	-183 ж. в.	0	5	10	15	20	25	30
$\eta \cdot 10^{-5}$, Па·с	15,80	1,710	1,743	1,767	1,789	1,814	1,837	1,861

Таблица 13.4

Давление P атмосферы и плотность воздуха на различной высоте h над Землей

h , м	0	10000	10000	15000	25000	50000	100000
P , Па	101325	89876	26500	12112	2549	79,80	0,032
P , мм. рт. ст.	760,00	674,13	198,76	90,85	19,12	0,60	2,410 ⁻⁴
ρ , кг/м ³	1,225	1,1120	0,4135	0,1948	0,0401	0,00103	0,000000555

Химический состав атмосферы

Атмосфера состоит из смеси газов. До высоты, примерно 80–100 км, состав атмосферы почти не изменяется, вследствие перемешивания воздуха вертикальными циркуляционными потоками и ветрами. Для высот свыше 100 км применяется понятие «космос». Состав воздуха: 78 % азот, 21 % кислород, прочие газы и пыль.

Состав сухого атмосферного воздуха

Азот (N) – 78,09 %	Криптон (Kr) – 0,0001 %
Кислород (O) – 20,95 %	Ксенон (Xe) – 0,000008 %
Аргон (Ar) – 0,93 %	Водород (H) – 0,00005 %
Оксид углерода (CO ₂) – 0,03 %	Оксид азота (NO ₂) – 0,00005 %
Неон (Ne) – 0,0018 %	Озон (O ₃) – 0,00004 %
Гелий (He) – 0,00053 %	

В атмосфере содержатся водяные пары массой 1,310¹³–1,510¹³ т, что составляет объемную долю атмосферы 0,1–2,8 %, а также пыль.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое воздух? Какой его состав?
2. Как выглядит эпюра скоростей при движении воздуха в круглых трубках малого диаметра?
3. Что такое градиент скорости?
4. Какие виды течения воздуха в трубках Вы знаете?
5. Объясните уравнение Ньютона, определяющее силу внутреннего трения.
6. Объясните понятие вязкости газов.
7. Как изменяется вязкость газов с увеличением температуры?
8. Объясните метод Пуазейля.
9. Напишите и объясните расчетную формулу для вычисления вязкости воздуха.
10. Что такое число Рейнольдса?
11. Постройте и объясните графики с использованием данных таблиц 13.2–13.4 справочного раздела.

Лабораторная работа № 14

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА И ЭФФЕКТИВНОГО ДИАМЕТРА МОЛЕКУЛ ВОЗДУХА

Цель работы. Экспериментальное определение средней длины свободного пробега молекул воздуха в лаборатории; определение эффективного диаметра молекул воздуха.

Молекулы газа, находясь в состоянии теплового хаотического движения, непрерывно сталкиваются друг с другом. Термин «столкновение» применительно к молекулам не следует понимать буквально и представлять себе этот процесс подобным соударению твердых шаров. Под столкновением молекул подразумевают процесс взаимодействия между молекулами, в результате которого молекулы изменяют направление своего движения.

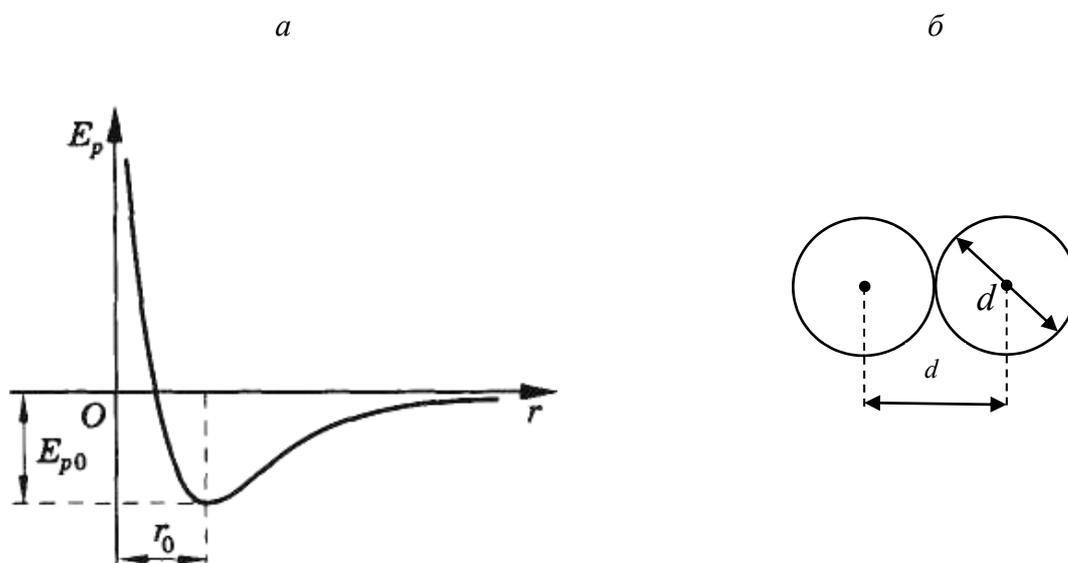


Рис. 14.1. Графики:

- a* – график зависимости потенциальной энергии E_p взаимодействия двух молекул от расстояния r между их центрами;
- б* – к определению эффективного диаметра молекулы

Рассмотрим с помощью графика (рис. 14.1) процесс сближения (соударения) молекул. Мысленно поместим центр одной из молекул в начало координат, а центр второй молекулы представим перемещающимся по оси r . Пусть вторая молекула летит по направлению к первой из бесконечности, имея начальный запас кинетической энергии. Приближаясь к первой молекуле, вторая под действием силы притяжения движется со всевозрастающей скоростью. В результате кинетическая энергия молекулы E_p также

растет. Однако полная энергия системы, равная $E = E_k + E_p$, остается неизменной (система двух молекул замкнута), так как одновременно уменьшается потенциальная энергия E_p . При прохождении молекулой точки с координатой r_0 силы притяжения сменяются силами отталкивания, вследствие чего молекула начинает быстро терять скорость (в области отталкивания кривая $E_p(r)$ идет очень круто). В момент, когда потенциальная энергия E_p становится равной полной энергии системы E , скорость молекулы обращается в нуль. В этот момент имеет место наибольшее сближение молекул друг с другом. После остановки молекулы все явления протекают в обратной последовательности: сначала молекула движется со всевозрастающей скоростью под действием силы отталкивания; миновав расстояние r_0 , молекула попадает под действие замедляющей ее движение силы притяжения и, наконец, удаляется на бесконечность, имея первоначальный запас кинетической энергии.

Минимальное расстояние, на которое сближаются при столкновении центры двух молекул, называется **эффективным диаметром молекулы d** (рис. 14.1, б). Величина

$$\sigma = \pi d^2 \quad (14.1)$$

называется **эффективным сечением молекулы**.

Значение d зависит от характера сил взаимодействия, от энергии сближающихся молекул, т. е. от температуры. С повышением температуры эффективный диаметр молекул уменьшается.

За секунду молекула проходит в среднем путь, равный средней скорости $\langle v \rangle$. Если за секунду она претерпевает в среднем Z столкновений, то средняя длина свободного пробега молекулы между двумя последовательными соударениями будет равна:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle Z \rangle}. \quad (14.2)$$

Для того чтобы подсчитать среднее число столкновений $\langle Z \rangle$, предположим, что все молекулы газа представляют собой упругие шарики радиуса r и все молекулы, кроме рассматриваемой, застыли неподвижно на своих местах. Пусть молекула A движется со средней скоростью $\langle v \rangle$ (рис. 14.2). За единицу времени она столкнется со всеми другими молекулами, центры которых окажутся внутри цилиндра диаметром D и высотой L , численно равной средней скорости $\langle v \rangle$. Так молекула A не столкнется с молекулой C , но испытает соударение с молекулой B . Так как средняя длина свободного пробега молекул газа много больше, чем эффективный диаметр молекул, то объем цилиндра можно считать равным:

$$V = \pi d^2 \langle v \rangle.$$

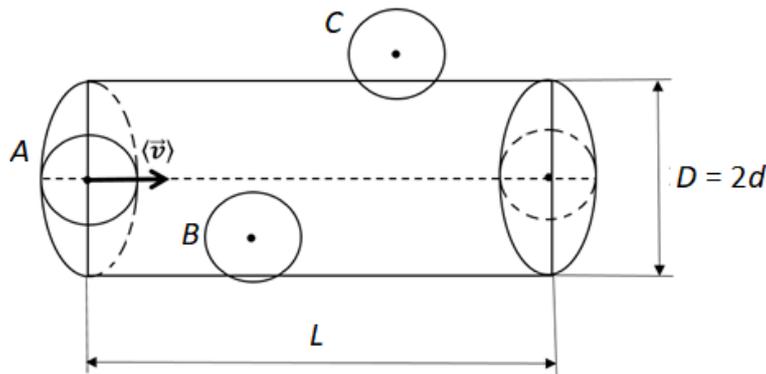


Рис. 14.2. Схематическое отображение движения молекул

Умножив этот объем на число молекул в единице объема n , получим среднее число столкновений за единицу времени движущейся молекулы с неподвижными молекулами:

$$Z = \pi d^2 \langle v \rangle n.$$

В действительности все молекулы движутся, вследствие чего число соударений определяется средней скоростью движения молекул по отношению друг к другу, а не средней скоростью $\langle v \rangle$ молекул относительно стенок сосуда:

$$\langle v_{\text{отн}} \rangle = \sqrt{2} \langle v \rangle.$$

Поэтому среднее число соударений должно быть увеличено в $\sqrt{2}$ раз:

$$Z = \sqrt{2} \pi d^2 \langle v \rangle n. \quad (14.3)$$

Из соотношений (14.2) и (14.3) получим для средней длины свободного пробега следующую формулу:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}. \quad (14.4)$$

Из уравнения состояния идеального газа $P = \frac{N}{V} kT = nkT$ следует, что концентрация молекул газа равна $n = \frac{P}{kT}$.

Тогда формулу (14.4) можно записать

$$\langle \lambda \rangle = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 P}, \quad (14.5)$$

где k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура; P – давление; d – эффективный диаметр молекул газа. Из формулы (14.5) видно, что при постоянной температуре с увеличением давления P средняя длина свободного пробега молекул газа уменьшается.

Оценим среднюю длину свободного пробега молекул газа. Молекулы имеют размеры порядка нескольких десятых нанометра. Примем эффективный диаметр молекулы равным:

$$d = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{2\pi n\lambda}}}.$$

Моль газа занимает при нормальных условиях (т. е. при 0°C и при $P = 1 \text{ атм} = 1,013 \times 10^5 \text{ Па}$) объем, равный $V_m = 22,41 \text{ л} = 22,41 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.

Число молекул в единице объема при этих условиях равно

$$n = \frac{N_A}{V_m} = \frac{6,02 \cdot 10^{23}}{22,4 \cdot 10^{-3}} \approx 3 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3},$$

где N_A – число Авогадро. Подстановка этих чисел в формулу (14.4) дает $\langle \lambda \rangle = 2 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ см}$.

Молекулярно-кинетическая теория позволила получить формулы, связывающие макроскопические параметры газа (давление, объем, температура) с его микроскопическими параметрами (размеры и масса молекулы, ее скорость, средняя длина свободного пробега). Пользуясь этими формулами, можно на основании измеренных макроскопических параметров газа найти его микроскопические параметры.

Для нахождения средней длины свободного пробега молекул газа $\langle \lambda \rangle$ используют формулу, выражающую зависимость коэффициента внутреннего трения (вязкости) η от $\langle \lambda \rangle$:

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle \lambda \rangle \langle v \rangle, \quad (14.6)$$

где ρ – плотность газа.

Из теории Максвелла следует, что средняя арифметическая скорость молекул газа равна:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}, \quad (14.7)$$

где R – молярная газовая постоянная; T – термодинамическая температура; μ – масса одного моля.

Состояние идеального газа описывается уравнением Клапейрона-Менделеева:

$$PV = \frac{m}{\mu} RT.$$

Из последнего уравнения плотность газа

$$\rho = \frac{m}{\mu} = \frac{P\mu}{RT}. \quad (14.8)$$

Подставив в формулу (14.6) значения $\langle v \rangle$ и ρ из формул (14.7) и (14.8), получим:

$$\eta = \frac{1}{3} \frac{\mu P}{RT} \langle \lambda \rangle \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}. \quad (14.9)$$

В данной работе используется зависимость коэффициента вязкости от радиуса r капиллярной трубки, через которую проходит газ, ее длины l

и разности давлений ΔP , возникающих на концах этой трубки. Эта зависимость выражается формулой Пуазейля:

$$\eta = \frac{\pi r^4}{8Vl} \Delta P \tau, \quad (14.10)$$

где V – объем газа, в данном случае воздуха, проходящего через трубку за время τ .

Из формул (14.9) и (14.10) следует, что средняя длина свободного пробега молекул воздуха равна:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{4\pi r^4}{16lP} \sqrt{\frac{\pi RT}{2\mu}} \frac{\Delta P \tau}{V}. \quad (14.11)$$

Из формулы (14.4) эффективный диаметр молекулы: $d = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2\pi n} \langle \lambda \rangle}}$.

Учитывая, что $n = P/kT$, получим:

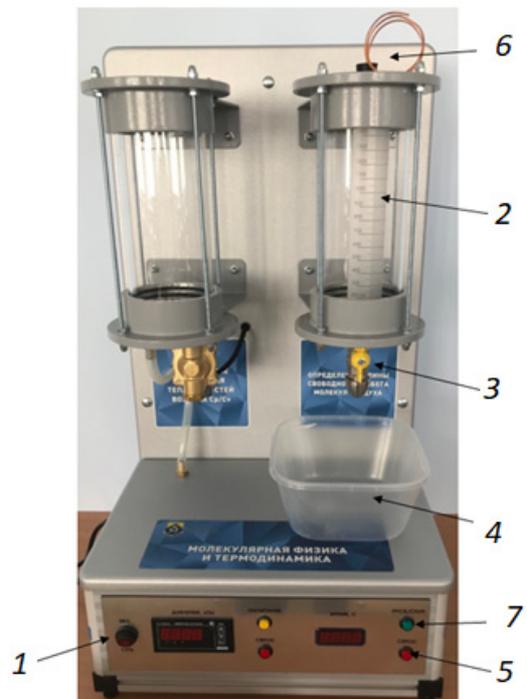
$$d = \sqrt{\frac{kT}{\sqrt{2\pi} \langle \lambda \rangle P}}, \quad (14.12)$$

где P и T – давление и температура, при которых проводится опыт (определяются по барометру и термометру, находящихся в лаборатории).

Материалы и методы

Лабораторная работа проводится на комплекте учебно-лабораторного оборудования «Молекулярная физика и термодинамика», представленной на рис. 14.3, с использованием колбы 2 (правой).

- Рис. 14.3. Состав оборудования:
- 1 – кнопка «СЕТЬ»;
 - 2 – колба с градуированной шкалой (правая; левая в работе не участвует);
 - 3 – кран; 4 – мерный стакан (мензурка);
 - 5 – кнопка «СБРОС»;
 - 6 – пробка с капилляром;
 - 7 – кнопка «ПУСК/СТОП»



Порядок выполнения работы

1. Включить лабораторную установку кнопкой «СЕТЬ» в положение «ВКЛ».
2. Наполнить колбу с градуированной шкалой на три четверти водой и плотно закрыть пробкой с капилляром *б*.
3. Заткнуть пальцем выход капилляра *б*.
4. Открыть кран *з* и дождаться окончания истекания воды.
5. По градуированной шкале определить первоначальный уровень воды h_1 .
6. Открыть отверстие капилляра и одновременно включить секундомер нажатием кнопки «ПУСК/СТОП» *7*.
7. Когда в мерном стакане (мензурке) *4* уровень воды достигнет 100–200 мл воды ($1 \text{ мл} = 10^{-6} \text{ м}^3$), остановить секундомер при помощи кнопки «ПУСК/СТОП» *7*.
8. Закрыть кран *з*.
9. По градуированной шкале определить уровень жидкости h_2 в колбе *2*. Объем воды, вытесненной из колбы *2*, в мерном стакане (мензурке) *4* будет равен объему воздуха V , вошедшего в колбу через капилляр *б*.
10. По формуле (14.11) рассчитать среднюю длину свободного пробега молекул воздуха. Разность давлений вычисляют по формуле:

$$\Delta P = \rho g \frac{h_1 + h_2}{2}, \quad (14.13)$$

где ρ – плотность воды. Расчет $\langle \lambda \rangle$ удобнее производить по формуле (14.11), записанной в виде:

$$\langle \lambda \rangle = A \frac{\Delta P \tau}{V}, \quad (14.14)$$

где A – постоянная величина для данного опыта, которая равна:

$$A = \frac{3\pi r^4}{16lP} \sqrt{\frac{\pi RT}{2\mu}}, \quad (14.15)$$

где длина капилляра $l = 0,4$ м, радиус отверстия $r = 0,5$ мм.

11. Повторить опыт 5 раз с одними и теми же значениями V и h_1 .
12. По формуле (14.12) рассчитать эффективный диаметр молекулы воздуха d . Давление P и температуру T воздуха в лаборатории берут из показаний барометра и термометра.
13. Данные измерений и вычислений занести в таблицу.
14. Вычисляем погрешности.
15. Записываем выводы.

Результаты измерений

Номер п/п	$T, ^\circ\text{C}$	$h_2, \text{м}$	$\Delta P, \text{Па}$	$\lambda_i, \text{м}$	$(\bar{\lambda} - \lambda_i)^2, \text{м}^2$	$E, \%$	$d_i, \text{м}$	$(\bar{d} - d_i)^2, \text{м}^2$
1								
2								
3								
4								
5								
$h_1, \text{м} =$			$\bar{\lambda} =$	$\Sigma(\bar{\lambda} - \lambda_i)^2 =$			$\bar{d} =$	$\Sigma(\bar{d} - d_i)^2 =$

Молярная масса молекул воздуха: $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль; плотность воды: $\rho = 10^3$ кг/м³; постоянная Больцмана: $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К; молярная газовая постоянная: $R = 8,31$ Дж/(моль · К).

Вычисление погрешностей

1. Определите среднее арифметическое значение средней длины свободного пробега молекул воздуха $\bar{\lambda}$ и эффективный диаметр молекулы воздуха \bar{d} :

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \lambda_i,$$

$$\bar{d} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n d_i,$$

где N – число опытов.

2. Вычислите квадраты случайных отклонений $(\bar{\lambda} - \lambda_i)^2$ и $(\bar{d} - d_i)^2$, запишите их в таблицу.

3. Вычислите среднеквадратичное отклонение среднего арифметического:

$$S_{\bar{\lambda}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=0}^n (\bar{\lambda} - \lambda_i)^2},$$

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=0}^n (\bar{d} - d_i)^2}.$$

4. Определите по табл. 1 приложения коэффициент Стьюдента $t_{p,N}$, согласно выбранной доверительной вероятности p и числа опытов N в данной серии измерений (где $t_{p,N} = 2,78$ для $N = 5$ и $p = 0,95$).

5. Вычислите случайную погрешность средней длины свободного пробега молекул воздуха λ и эффективный диаметр молекулы воздуха d по формулам:

$$\Delta_{c\lambda} = t_{p,N} \cdot S_{\bar{\lambda}} \text{ и } \Delta_{cd} = t_{p,N} \cdot S_{\bar{d}}.$$

6. Рассчитайте систематическую погрешность измерения средней длины свободного пробега молекул воздуха λ и эффективный диаметр молекулы воздуха d :

$$\Delta_{c\lambda} = \bar{\lambda} \sqrt{\left(\frac{\Delta h}{h_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2} \text{ и } \Delta_{cd} = \bar{d} \cdot \left(\frac{\Delta_{c\lambda}}{\lambda}\right).$$

В качестве значений h_1 , h_2 и T – берем среднее значение.

7. Вычислите полную погрешность:

$$\Delta_{\lambda} = \sqrt{\Delta_{c\lambda}^2 + \Delta_{сл\lambda}^2} \text{ и } \Delta_d = \sqrt{\Delta_{cd}^2 + \Delta_{слd}^2}.$$

8. Запишите окончательный результат для средней длины свободного пробега молекул воздуха λ и эффективный диаметр молекулы воздуха d :

$$\lambda = \bar{\lambda} \pm \Delta_{\lambda} \text{ и } d = \bar{d} \pm \Delta_d.$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что подразумевают под столкновением молекул?
2. Опишите зависимость потенциальной энергии E_p взаимодействия двух молекул от расстояния r между их центрами.
3. Что называют эффективным диаметром молекулы?
4. Напишите формулу для определения эффективного сечения диаметра молекулы?
5. От чего зависит эффективный диаметр молекулы?
6. Как определяется среднее число столкновений молекул?
7. Дайте определение длины свободного пробега молекул газа.
8. Приблизительно сколько молекул в единице объема при нормальных условиях? Запишите формулу.
9. Запишите формулу для определения средней длины свободного пробега молекулы $\langle \lambda \rangle$.
10. По теории Максвелла, чему равна средняя арифметическая скорость молекул газа?
11. Как изменится средняя длина свободного пробега молекул газа при постоянной температуре с увеличением давления P ?

Лабораторная работа № 15

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ДИНАМИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ ПО МЕТОДУ СТОКСА

Цель работы. Изучение явления внутреннего трения в жидкостях, определения динамической вязкости жидкости.

Краткая теория

Отличительной особенностью газов и жидкостей является их текучесть, которая обусловлена малыми силами трения при относительном движении соприкасающихся слоев.

Внутренним трением (вязкостью) называется явление возникновения сил, препятствующих относительному перемещению слоев жидкости либо газа. Силы внутреннего трения направлены вдоль соприкасающихся слоев. Их величина зависит от относительных скоростей слоев.

Причиной возникновения внутреннего трения в жидкостях (газах) является перенос молекулами жидкости импульсов между соприкасающимися слоями. Когда соседние слои жидкости двигаются с различными скоростями, переход молекул из одного слоя в другой приводит к замедлению слоя, движущегося быстрее, и увеличению скорости слоя, движущегося медленнее (рис. 15.1).

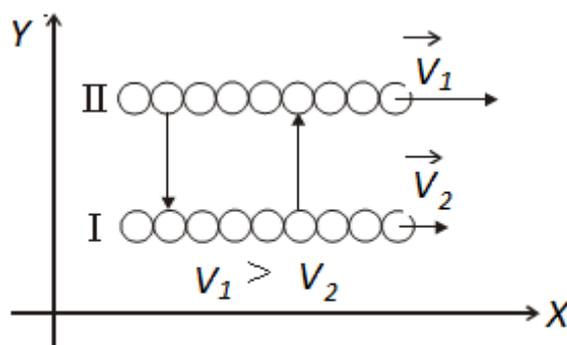


Рис. 15.1. Схема движения слоев жидкости

Очевидно, что сила трения для верхнего слоя будет направлена влево (против \vec{V}_1), а для нижнего слоя вправо (по \vec{V}_2). Аналогично объясняется механизм внутреннего трения в газах. Для поддержания течения вязкой жидкости работа сил давления должна превышать работу сил внутреннего трения.

Рассмотрим механизм возникновения вязкости на примере. Представим две плоскости, поверхности которых смачиваются жидкостью, причем 1-я поверхность подвижная, 2-я – неподвижная (рис. 15.2).

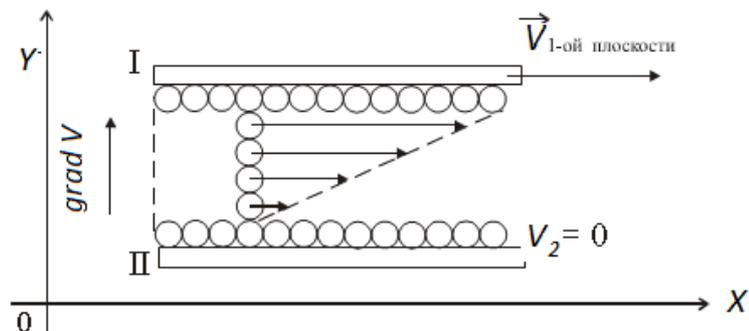


Рис. 15.2. Диаграмма скоростей слоев жидкости

Молекулы, соприкасающиеся с подвижной плоскостью, будут иметь $\vec{V} = \vec{V}_{1пл.}$, а соприкасающиеся с неподвижной плоскостью: $\vec{V} = \vec{V}_2 = 0$. Следовательно, поле скоростей слоев можно представить в виде рис. 15.2.

Градиент скорости будет направлен перпендикулярно 1-й плоскости в сторону возрастания функции. Очевидно, что сила внутреннего трения тем больше, чем больше площади рассматриваемых поверхностей S .

Величина $gradV$ показывает изменение скорости, которое приходится на единицу расстояния, отсчитываемого перпендикулярно скорости (того как быстро изменяется величина скорости \vec{V} от слоя к слою):

$$gradV = \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)_x. \quad (15.1)$$

Опытным путем Стокс установил, что при ламинарном течении жидкости модуль силы внутреннего трения (вязкости):

$$F = \eta \cdot \frac{\partial V}{\partial y} \cdot S, \quad (15.2)$$

где η – динамическая вязкость (коэффициент, зависящий от природы жидкости); $\frac{\partial V}{\partial y}$ – градиент скорости слоев.

При ламинарном режиме и градиенте скорости с модулем 1 м/сек на 1 м возникает сила внутреннего трения 1 Н на 1 м² поверхности касания слоев, следовательно, размерность величины η определяется как: Н·с/м² = Па·с.

Величина вязкости зависит от температуры. Для жидкостей с увеличением температуры вязкость уменьшается (в технике это приводит к ухудшению качества смазки трущихся поверхностей). Для газов с повышением температуры вязкость увеличивается.

В данной работе для определения вязкости используется метод Стокса. Этот метод основан на измерении скорости движущихся в жидкости небольших тел сферической формы.

Пусть небольшой шарик радиусом r падает в жидкости. На шарик, падающий в жидкости, действуют три силы:

1. Сила тяжести: $F_T = mg = \rho_{\text{ш}} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot g$, где $\rho_{\text{ш}}$ – плотность шарика; $g = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ – ускорение свободного падения.

2. Сила Архимеда: $F_A = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{ж}} g$, где $\rho_{\text{ж}}$ – плотность жидкости.

3. Сила сопротивления, эмпирически установленная Стоксом: $F_C = 6\pi\eta rV$, где V – скорость шарика.

На участке равномерного движения шарика: $\vec{F}_T + \vec{F}_A + \vec{F}_C = 0$, $F_T = F_A + F_C$ или $F_T - F_A = F_C$, т. е.

$$\frac{4}{3} \pi r^3 (\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}}) g = 6\pi\eta rV, \quad (15.3)$$

находим коэффициент вязкости

$$\eta = \frac{2}{9} \cdot \frac{(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})}{V} \cdot r^2 g. \quad (15.4)$$

Если заменить в формуле (15.4) значение скорости V через $\frac{L}{t}$ (путь, деленный на время падения), а радиус шарика r через половину его диаметра $\frac{d}{2}$, то формула примет вид:

$$\eta = \frac{d^2 (\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})}{18L} g t, \quad (15.5)$$

где d – диаметр шарика; L – длина участка равномерного падения шарика; t – время прохождения шариком мерного участка.

Очевидно, что для определения коэффициента вязкости жидкости необходимо на опыте определить значения величин, входящих в формулу (15.5).

Приборы и материалы:

- цилиндрический сосуд с вязкой жидкостью (рис. 15.3);
- шарики;
- весы МАССА-К ВК-600 0,01;
- микрометр МК-25 0,01;

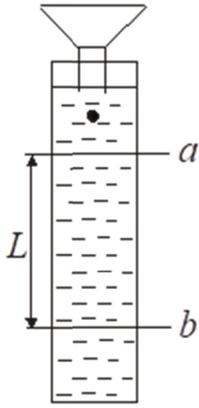


Рис. 15.3. Схема установки

- секундомер KADIO KD-1069;
- ареометр;
- термометр;
- линейка.

Цилиндрический сосуд с исследуемой жидкостью (касторовое масло, глицерин) прикреплен к деревянному штативу (рис. 15.3). Сосуд закрыт крышкой, в которую вставлена воронка, служащая для направления движения шарика по оси цилиндра. На штативе нанесены метки «а» и «b» на расстоянии L друг от друга.

Порядок выполнения работы

1. Взять 5 стальных шариков. Измеряем микрометром диаметр каждого шарика. Общую массу шариков Σm определяем путём взвешивания всех шариков одновременно. Измерение выполняем 5 раз. Для того чтобы шарики не скатывались с платформы весов, используйте тару. Вычисляем плотность шариков по формуле:

$$\rho_{ш} = \frac{6 \Sigma m}{5\pi \bar{d}^3}, \quad (15.6)$$

где \bar{d} – средний диаметр шариков.

2. Определяем ареометром плотность $\rho_{ж}$ исследуемой жидкости, находящейся в мензурке, которая наполнена той же жидкостью, что и сосуд Стокса. При этом следим, чтобы ареометр находился на оси сосуда, а не вблизи его стенок.

3. Длину L , пройденного шариком между метками «а» и «b», измеряем линейкой.

4. Измеряем время падения шариков на пути L . Для этого опускаем в цилиндр с жидкостью, через воронку, шарик и в момент прохождения его через метку «а» включаем секундомер. В момент прохождения шарика метки «b» секундомер останавливаем. Показания секундомера соответствуют времени t движения шарика по пути L . Скорость шарика значительна, поэтому необходимо тщательно подготовиться к наблюдениям, чтобы не упустить момент прохождения шарика через метки.

5. Температуру окружающей среды определяем по термометру.

Данные всех измерений записывают в таблицу.

Результаты измерений

Номер п/п	d , мм	Σm , г	t , с	$\rho_{ж}$, кг/м ³	η_i , Па·с	$(\bar{\eta} - \eta_i)^2$, Па ² ·с ²
1						
2						
3						
4						
5						
$\bar{d} =$		$\overline{\Sigma m} =$		$\overline{\rho_{ж}} =$	$\bar{\eta} =$	$\Sigma(\bar{\eta} - \eta_i)^2 =$

6. Коэффициент вязкости вычисляют по формуле (15.5) подстановкой средних значений измеренных величин и для каждого значения времени.

7. Вычисляем погрешности.

8. Записываем выводы и сравниваем полученный результат с табличными значениями.

Вычисление погрешностей

1. Определите среднее арифметическое значение коэффициента вязкости:

$$\bar{\eta} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \eta_i,$$

где N – число опытов.

2. Вычислите квадраты случайных отклонений $(\bar{\eta} - \eta_i)^2$ и запишите их в таблицу.

3. Вычислите среднеквадратичное отклонение среднего арифметического:

$$S_{\bar{\eta}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=0}^n (\bar{\eta} - \eta_i)^2}.$$

4. Определите по табл. 1 приложения коэффициент Стьюдента $t_{p,N}$, согласно выбранной доверительной вероятности p и числа опытов N в данной серии измерений (где $t_{p,N} = 2,78$ для $N = 5$ и $p = 0,95$).

5. Вычислите случайную погрешность коэффициента вязкости по формуле:

$$\Delta_{сл} = t_{p,N} \cdot S_{\bar{\eta}}.$$

6. Рассчитайте систематическую погрешность измерения коэффициента вязкости:

$$\Delta_c = \bar{\eta} \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{\Sigma m}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \rho_{жк}}{\rho_{жк}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2}.$$

В качестве значений Σm , d , $\rho_{жк}$, L и t – берем среднее значение.

7. Вычислите полную погрешность:

$$\Delta_{\eta} = \sqrt{\Delta_c^2 + \Delta_{сл}^2}.$$

8. Запишите окончательный результат для коэффициента вязкости:

$$\eta = \bar{\eta} \pm \Delta_{\eta}.$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется вязкостью?
2. Как возникает сила внутреннего трения в жидкости?
3. Дайте определение коэффициенту вязкости. В каких единицах он измеряется?
4. В чём сущность метода Стокса?
5. Какие силы действуют на шарик, падающий в жидкости?
6. Как изменяется с температурой коэффициент вязкости?
7. Как определяется плотность шариков и плотность жидкости?
8. Вывести расчётную формулу для вычисления вязкости.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

Коэффициенты Стьюдента

Количество измерений	P			Количество измерений	P		
	0,9	0,95	0,99		0,9	0,95	0,99
2	6,31	12,71	63,66	13	1,78	2,18	3,05
3	2,92	4,30	9,92	14	1,77	2,16	3,01
4	2,35	3,18	5,94	15	1,76	2,14	2,98
5	2,13	2,78	4,60	20	1,73	2,09	2,86
6	2,02	2,57	4,03	25	1,71	2,06	2,80
7	1,94	2,45	3,71	30	1,70	2,04	2,76
8	1,90	2,36	3,50	40	1,69	2,02	2,71
9	1,86	2,31	3,35	50	1,69	2,01	2,68
10	1,83	2,26	3,25	100	1,66	1,98	2,63
11	1,81	2,23	3,17	...			
12	1,80	2,20	3,11	∞	1,645	1,960	2,576

Таблица 2

Свойства газов

Вещество	Плотность ρ , кг/м ³	$\gamma = C_p/C_v$	Молярная масса μ , 10 ⁻³ кг/моль
Азот	1,25	1,40	28
Аргон	1,78	1,67	40
Водород	0,09	1,41	2
Воздух	1,29	1,40	29
Гелий	0,18	1,63	4
Кислород	1,43	1,40	32

Таблица 3

Свойства жидкостей

Вещество	Плотность ρ при 0 °С, кг/м ³	Коэффициент поверхностного натяжения α при 20 °С, н/м	Динамическая вязкость η при 20 °С, 10 ⁻³ Па·с
Ацетон	0,80	0,0233	0,325
Бензол	0,88	0,0289	0,652
Вода дистиллированная	1,00	0,0727	1,002
Глицерин	1,26	0,0657	1490
Масло касторовое	0,96	0,035	987
Ртуть	13,6	0,465	1,554
Этиловый спирт	0,79	0,0223	1,20
Эфир	0,72	0,0171	–

Таблица 4

Твердых тел

Вещество	Плотность ρ , 10 ³ кг/м ³	Модуль Юнга E , ГПа	Модуль сдвига G , ГПа
Алюминий	2,70	69	24
Вольфрам	19,3	380	140
Железо	7,87	200	82
Латунь	8,55	100	36
Медь	8,93	98	44
Платина	21,4	168	21
Свинец	11,3	16	5,6
Серебро	10,5	74	27
Стекло	2,5	50,0–60,0	30
Эбонит	1,15	32	–

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Трофимова Т. И.* Курс физики: учебное пособие для вузов. – 22-е изд., стереотип. – М.: Издательский центр «Академия», 2016. – 568 с.
2. *Никеров В. А.* Физика. Современный курс: учебник. – М.: Изд-во «Дашков и К^о», 2016. – 452 с.
3. *Гринкруг М. С., Вакулюк А. А.* Лабораторный практикум по физике. – Электронный ресурс. – СПб: Лань, 2012.
4. *Методические рекомендации* по выполнению лабораторных работ «Модуль сдвига». – ZARNITZA TECHNOLOGIES, 2022.
5. *Горбатов В. И., Полев В. Ф.* Физика. Часть 1. Механика, специальная теория относительности, молекулярная физика и термодинамика: курс лекций по общей физике / В. И. Горбатов, В. Ф. Полев; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2012. – 105 с.
6. *Коршунов И. Г.* Основы физики: учебное пособие / И. Г. Коршунов; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010. – 311 с.

Учебное издание

ЗАЙЦЕВ Дмитрий Викторович
ГОРБАТОВ Владимир Иванович
ИЛЬИНЫХ Сергей Алексеевич
КУКЛИНА Александра Александровна
ГЛАГОЛЕВА Юлия Владиславовна
ТАРАСОВ Борис Николаевич
ПОЛЕВ Владимир Федорович
МОРИЛОВ Владимир Васильевич
САФОНОВ Александр Николаевич

ФИЗИКА

Часть 1

МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Учебное пособие

к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика»
для студентов всех специальностей и направлений
очного и заочного обучения

Редактор изд-ва *Сайгина Н. Л.*

Компьютерная верстка *Ильиных С. А., Зайцева Д. В., Куклиной А. А., Сайгиной Н. Л.*

Подписано в печать 15.01.2024

Бумага офсетная. Формат 60×84 1/16. Гарнитура Times New Roman.

Печать офсетная. Печ. л. 7,625. Уч.-изд. л. 3,5. Тираж 150. Заказ

620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Отпечатано в типографии ООО «Издательство УМЦ УПИ»

620072, г. Екатеринбург, ул. Гагарина, 35а, оф. 2