МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Чистяков

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Б1.Б.01 ФИЛОСОФИЯ

Направление подготовки

21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 1

Геологическая съемка, поиски и разведка твердых полезных ископаемых

форма обучения: **очная, заочная**

Автор: Гладкова И. В., доцент, канд. филос. н.

Одобрены на заседании кафедры

Философии и культурологии
(название кафедры)

Зав. кафедрой _____
(подпись)
Беляев В.П.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 6 от 28.02.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

Факультета геологии и геофизики
(название факультета)

Председатель _____
(подпись)
Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по работе с текстом лекций	5
2	Методические рекомендации по подготовке к опросу	8
3	Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)	9
4	Методические рекомендации по написанию эссе	11
5	Методические рекомендации по подготовке к семинарским занятиям	14
6	Методические рекомендации по подготовке к дискуссии	15
7	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	17
	Заключение	20
	Список использованных источников	21

ВВЕДЕНИЕ

Инициативная самостоятельная работа студента есть неотъемлемая составная часть учебы в вузе. В современном формате высшего образования значительно возрастает роль самостоятельной работы студента. Правильно спланированная и организованная самостоятельная работа обеспечивает достижение высоких результатов в учебе.

Самостоятельная работа студента (СРС) - это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, при сохранении ведущей роли студентов.

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности. Ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровней. Самостоятельная работа студента – важнейшая составная часть учебного процесса, обязательная для каждого студента, объем которой определяется учебным планом. Методологическую основу СРС составляет деятельностный подход, при котором цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, т. е. на реальные ситуации, в которых студентам надо проявить знание конкретной дисциплины. Предметно и содержательно СРС определяется государственным образовательным стандартом, действующими учебными планами и образовательными программами различных форм обучения, рабочими программами учебных дисциплин, средствами обеспечения СРС: учебниками, учебными пособиями и методическими руководствами, учебно-программными комплексами и т.д.

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

Самостоятельная работа студента - это особым образом организованная деятельность, включающая в свою структуру такие компоненты, как:

- уяснение цели и поставленной учебной задачи;
- четкое и системное планирование самостоятельной работы;
- поиск необходимой учебной и научной информации;
- освоение информации и ее логическая переработка;

- использование методов исследовательской, научно-исследовательской работы для решения поставленных задач;
- выработка собственной позиции по поводу полученной задачи;
- представление, обоснование и защита полученного решения;
- проведение самоанализа и самоконтроля.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию: текущие консультации, коллоквиум, прием и разбор домашних заданий и другие.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия: подготовка презентаций, составление глоссария, подготовка к практическим занятиям, подготовка рецензий, аннотаций на статью, подготовка к дискуссиям, круглым столам.

СРС может включать следующие формы работ:

- изучение лекционного материала;
- работа с источниками литературы: поиск, подбор и обзор литературы и электронных источников информации по заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий, выдаваемых на практических занятиях: тестов, докладов, контрольных работ и других форм текущего контроля;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение; подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе или коллоквиуму;
- подготовка к зачету, экзамену, другим аттестациям;
- написание реферата, эссе по заданной проблем;
- выполнение расчетно-графической работы;
- выполнение выполнение курсовой работы или проекта;
- анализ научной публикации по определенной преподавателем теме, ее реферирование;
- исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения. Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

Подготовка к самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

.

1. Методические рекомендации по работе с текстом лекций

На лекционных занятиях необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на формулировки, определения, раскрывающие содержание тех или иных понятий, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском мастерстве. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента, и помогает усвоить учебный материал.

Желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений, фиксировать вопросы, вызывающие личный интерес, варианты ответов на них, сомнения, проблемы, спорные положения. Рекомендуется вести записи на одной стороне листа, оставляя вторую сторону для размышлений, разборов, вопросов, ответов на них, для фиксирования деталей темы или связанных с ней фактов, которые припоминаются самим студентом в ходе слушания.

Слушание лекций - сложный вид интеллектуальной деятельности, успех которой обусловлен *умением слушать*, и стремлением воспринимать материал, нужное записывая в тетрадь. Запись лекции помогает сосредоточить внимание на главном, в ходе самой лекции продумать и осмыслить услышанное, осознать план и логику изложения материала преподавателем.

Такая работа нередко вызывает трудности у студентов: некоторые стремятся записывать все дословно, другие пишут отрывочно, хаотично. Чтобы избежать этих ошибок, целесообразно придерживаться ряда правил.

1. После записи ориентирующих и направляющих внимание данных (тема, цель, план лекции, рекомендованная литература) важно попытаться проследить, как они раскрываются в содержании, подкрепляются формулировками, доказательствами, а затем и выводами.

2. Записывать следует основные положения и доказывающие их аргументы, наиболее яркие примеры и факты, поставленные преподавателем вопросы для самостоятельной проработки.

3. Стремиться к четкости записи, ее последовательности, выделяя темы, подтемы, вопросы и подвопросы, используя цифровую и буквенную нумерацию (римские и арабские цифры, большие и малые буквы), красные строки, выделение абзацев, подчеркивание главного и т.д.

Форма записи материала может быть различной - в зависимости от специфики изучаемого предмета. Это может быть стиль учебной программы (назывные предложения), уместны и свои краткие пояснения к записям.

Студентам не следует подробно записывать на лекции «все подряд», но обязательно фиксировать то, что преподаватели диктуют – это базовый конспект, содержащий основные положения лекции: определения, выводы, параметры, критерии, аксиомы, постулаты, парадигмы, концепции, ситуации, а также мысли-маяки (ими часто являются афоризмы, цитаты, остроумные изречения). Запись лекции лучше вести в сжатой форме, короткими и четкими фразами. Каждому студенту полезно выработать свою систему сокращений, в которой он мог бы разобраться легко и безошибочно.

Даже отлично записанная лекция предполагает дальнейшую самостоятельную работу над ней (осмысление ее содержания, логической структуры, выводов). С целью доработки конспекта лекции необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить описки, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополняя и исправляя свои записи. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект. Доработанный конспект и

рекомендуемая литература используется при подготовке к практическому занятию. Знание лекционного материала при подготовке к практическому занятию обязательно.

Особенно важно в процессе самостоятельной работы над лекцией выделить новый понятийный аппарат, уяснить суть новых понятий, при необходимости обратиться к словарям и другим источникам, заодно устранив неточности в записях. Главное - вести конспект аккуратно и регулярно, только в этом случае он сможет стать подспорьем в изучении дисциплины.

Работа над лекцией стимулирует самостоятельный поиск ответов на самые различные вопросы: над какими понятиями следует поработать, какие обобщения сделать, какой дополнительный материал привлечь.

Важным средством, направляющим самообразование, является выполнение различных заданий по тексту лекции, например, составление ее развернутого плана или тезисов; ответы на вопросы проблемного характера, (скажем, об основных тенденциях развития той или иной проблемы); составление проверочных тесты по проблеме, написание по ней реферата, составление графических схем.

По своим задачам лекции могут быть разных жанров: *установочная лекция* вводит в изучение курса, предмета, проблем (что и как изучать), а *обобщающая лекция* позволяет подвести итог (зачем изучать), выделить главное, усвоить законы развития знания, преемственности, новаторства, чтобы применить обобщенный позитивный опыт к решению современных практических задач. Обобщающая лекция ориентирует в истории и современном состоянии научной проблемы.

В процессе освоения материалов обобщающих лекций студенты могут выполнять задания разного уровня. Например: задания *репродуктивного* уровня (составить развернутый план обобщающей лекции, составить тезисы по материалам лекции); задания *продуктивного* уровня (ответить на вопросы проблемного характера, составить опорный конспект по схеме, выявить основные тенденции развития проблемы); задания *творческого* уровня (составить проверочные тесты по теме, защитить реферат и графические темы по данной проблеме). Обращение к ранее изученному материалу не только помогает восстановить в памяти известные положения, выводы, но и приводит разрозненные знания в систему, углубляет и расширяет их. Каждый возврат к старому материалу позволяет найти в нем что-то новое, переосмыслить его с иных позиций, определить для него наиболее подходящее место в уже имеющейся системе знаний.

.

2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента. При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии [1].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[2].

---

[1] Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

[2] Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. Объем временина на подготовку к устному опросу зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

3.Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)

Доклад – публичное сообщение по заданной теме, представляющее собой развернутое изложение на определенную тему, вид самостоятельной работы, который используется в учебных и внеаудиторных занятиях и способствует формированию навыков исследовательской работы, освоению методов научного познания, приобретению навыков публичного выступления, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить.

При подготовке доклада используется дополнительная литература, систематизируется материал. Работа над докладом не только позволяет учащемуся приобрести новые знания, но и способствует формированию важных научно-исследовательских навыков самостоятельной работы с научной литературой, что повышает познавательный интерес к научному познанию.

Приветствуется использование мультимедийных технологий, подготовка докладов-презентаций.

Доклад должен соответствовать следующим требованиям:

- тема доклада должна быть согласованна с преподавателем и соответствовать теме занятия;

- иллюстрации (слайды в презентации) должны быть достаточными, но не чрезмерными;

- материалы, которыми пользуется студент при подготовке доклада-презентации, должны тсоответствовать научно-методическим требованиям ВУЗа и быть указаны в докладе;

- необходимо соблюдать регламент: 7-10 минут выступления.

Преподаватель может дать тему сразу нескольким студентам одной группы, по принципу: докладчик и оппонент. Студенты могут подготовить два выступления с противоположными точками зрения и устроить дискуссию по проблемной теме. Докладчики и содокладчики во многом определяют содержание, стиль, активность данного занятия, для этого необходимо:

- использовать технические средства;
- знать и хорошо ориентироваться в теме всей презентации (семинара);
- уметь дискутировать и быстро отвечать на вопросы;
- четко выполнять установленный регламент: докладчик - 7-10 мин.; содокладчик - 5 мин.; дискуссия - 10 мин;
- иметь представление о композиционной структуре доклада.

После выступления докладчик и содокладчик, должны ответить на вопросы слушателей.

В подготовке доклада выделяют следующие этапы:

1. Определение цели доклада: информировать, объяснить, обсудить что-то (проблему, решение, ситуацию и т. п.)

2. Подбор литературы, иллюстративных примеров.

3. Составление плана доклада, систематизация материала, композиционное оформление доклада в виде печатного /рукописного текста и электронной презентации.

Общая структура доклада

Построение доклада включает три части: вступление, основную часть и заключение.

Вступление.

Вступление должно содержать:

- название презентации (доклада);
- сообщение основной идеи;
- обоснование актуальности обсуждаемого вопроса;

- современную оценку предмета изложения;
- краткое перечисление рассматриваемых вопросов;
- живую интересную форму изложения;
- акцентирование оригинальности подхода.

Основная часть.

Основная часть состоит из нескольких разделов, постепенно раскрывающих тему. Возможно использование иллюстрации (графики, диаграммы, фотографии, карты, рисунки) Если необходимо, для обоснования темы используется ссылка на источники с доказательствами, взятыми из литературы (цитирование авторов, указание цифр, фактов, определений). Изложение материала должно быть связным, последовательным, доказательным.

Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели и заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

Заключение.

Заключение - это ясное четкое обобщение, в котором подводятся итоги, формулируются главные выводы, подчеркивается значение рассмотренной проблемы, предлагаются самые важные практические рекомендации. Требования к оформлению доклада. Объем машинописного текста доклада должен быть рассчитан на произнесение доклада в течение 7 -10 минут (3-5 машинописных листа текста с докладом).

Доклад оценивается по следующим критериям:

Критерии оценки доклада, сообщения	*Количество баллов*
Содержательность, информационная насыщенность доклада	1
Наличие аргументов	1
Наличие выводов	1
Наличие презентации доклада	1
Владение профессиональной лексикой	1
Итого:	5

Электронные презентации выполняются в программе MS PowerPoint в виде слайдов в следующем порядке: • титульный лист с заголовком темы и автором исполнения презентации; • план презентации (5-6 пунктов - это максимум); • основная часть (не более 10 слайдов); • заключение (вывод). Общие требования к стилевому оформлению презентации: • дизайн должен быть простым и лаконичным; • основная цель - читаемость, а не субъективная красота; цветовая гамма должна состоять не более чем из двух-трех цветов; • всегда должно быть два типа слайдов: для титульных и для основного текста; • размер шрифта должен быть: 24–54 пункта (заголовок), 18–36 пунктов (обычный текст); • текст должен быть свернут до ключевых слов и фраз. Полные развернутые предложения на слайдах таких презентаций используются только при цитировании; каждый слайд должен иметь заголовок; • все слайды должны быть выдержаны в одном стиле; • на каждом слайде должно быть не более трех иллюстраций; • слайды должны быть пронумерованы с указанием общего количества слайдов

4. Методические рекомендации по написанию эссе

Эссе - это самостоятельная письменная работа на тему, предложенную преподавателем. Цель эссе состоит в развитии навыков самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных мыслей. Писать эссе чрезвычайно полезно, поскольку это позволяет автору научиться четко и грамотно формулировать мысли, структурировать информацию, использовать основные категории анализа, выделять причинно-следственные связи, иллюстрировать понятия соответствующими примерами, аргументировать свои выводы; овладеть научным стилем речи.

Эссе должно содержать: четкое изложение сути поставленной проблемы, включать самостоятельно проведенный анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария, рассматриваемого в рамках дисциплины, выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме. В зависимости от специфики дисциплины формы эссе могут значительно дифференцироваться. В некоторых случаях это может быть анализ имеющихся статистических данных по изучаемой проблеме, анализ материалов из средств массовой информации и использованием изучаемых моделей, подробный разбор предложенной задачи с развернутыми мнениями, подбор и детальный анализ примеров, иллюстрирующих проблему и т.д.

Построение эссе - это ответ на вопрос или раскрытие темы, которое основано на классической системе доказательств.

Структура эссе

1. *Титульный лист* (заполняется по единой форме);

2. *Введение* - суть и обоснование выбора данной темы, состоит из ряда компонентов, связанных логически и стилистически.

На этом этапе очень важно правильно *сформулировать вопрос, на который вы собираетесь найти ответ в ходе своего исследования.*

3. *Основная часть* - теоретические основы выбранной проблемы и изложение основного вопроса.

Данная часть предполагает развитие аргументации и анализа, а также обоснование их, исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. В этом заключается основное содержание эссе и это представляет собой главную трудность. Поэтому важное значение имеют подзаголовки, на основе которых осуществляется структурирование аргументации; именно здесь необходимо обосновать (логически, используя данные или строгие рассуждения) предлагаемую аргументацию/анализ. Там, где это необходимо, в качестве аналитического инструмента можно использовать графики, диаграммы и таблицы.

В зависимости от поставленного вопроса анализ проводится на основе следующих категорий:

Причина - следствие, общее - особенное, форма - содержание, часть - целое, постоянство - изменчивость.

В процессе построения эссе необходимо помнить, что один параграф должен содержать только одно утверждение и соответствующее доказательство, подкрепленное графическим и иллюстративным материалом. Следовательно, наполняя содержанием разделы аргументацией (соответствующей подзаголовкам), необходимо в пределах параграфа ограничить себя рассмотрением одной главной мысли.

Хорошо проверенный (и для большинства — совершено необходимый) способ построения любого эссе - использование подзаголовков для обозначения ключевых моментов аргументированного изложения: это помогает посмотреть на то, что предполагается сделать (и ответить на вопрос, хорош ли замысел). Такой подход поможет следовать точно определенной цели в данном исследовании. Эффективное использование подзаголовков - не только обозначение основных пунктов, которые необходимо осветить.

Их последовательность может также свидетельствовать о наличии или отсутствии логичности в освещении темы.

4. *Заключение* - обобщения и аргументированные выводы по теме с указанием области ее применения и т.д. Подытоживает эссе или еще раз вносит пояснения, подкрепляет смысл и значение изложенного в основной части. Методы, рекомендуемые для составления заключения: повторение, иллюстрация, цитата, впечатляющее утверждение. Заключение может содержать такой очень важный, дополняющий эссе элемент, как указание на применение (импликацию) исследования, не исключая взаимосвязи с другими проблемами.

Структура аппарата доказательств, необходимых для написания эссе

Доказательство - это совокупность логических приемов обоснования истинности какого-либо суждения с помощью других истинных и связанных с ним суждений. Оно связано с убеждением, но не тождественно ему: аргументация или доказательство должны основываться на данных науки и общественно-исторической практики, убеждения же могут быть основаны на предрассудках, неосведомленности людей в вопросах экономики и политики, видимости доказательности. Другими словами, доказательство или аргументация - это рассуждение, использующее факты, истинные суждения, научные данные и убеждающее нас в истинности того, о чем идет речь.

Структура любого доказательства включает в себя три составляющие: тезис, аргументы и выводы или оценочные суждения.

Тезис - это положение (суждение), которое требуется доказать. *Аргументы* - это категории, которыми пользуются при доказательстве истинности тезиса. *Вывод* - это мнение, основанное на анализе фактов. *Оценочные суждения* - это мнения, основанные на наших убеждениях, верованиях или взглядах. *Аргументы* обычно делятся на следующие группы:

1. *Удостоверенные факты* — фактический материал (или статистические данные).
2. *Определения* в процессе аргументации используются как описание понятий, связанных с тезисом.
3. *Законы* науки и ранее доказанные теоремы тоже могут использоваться как аргументы доказательства.

Требования к фактическим данным и другим источникам

При написании эссе чрезвычайно важно то, как используются эмпирические данные и другие источники (особенно качество чтения). Все (фактические) данные соотносятся с конкретным временем и местом, поэтому прежде, чем их использовать, необходимо убедится в том, что они соответствуют необходимому для исследований времени и месту. Соответствующая спецификация данных по времени и месту — один из способов, который может предотвратить чрезмерное обобщение, результатом которого может, например, стать предположение о том, что все страны по некоторым важным аспектам одинаковы (если вы так полагаете, тогда это должно быть доказано, а не быть голословным утверждением).

Всегда можно избежать чрезмерного обобщения, если помнить, что в рамках эссе используемые данные являются иллюстративным материалом, а не заключительным актом, т.е. они подтверждают аргументы и рассуждения и свидетельствуют о том, что автор умеет использовать данные должным образом. Нельзя забывать также, что данные, касающиеся спорных вопросов, всегда подвергаются сомнению. От автора не ждут определенного или окончательного ответа. Необходимо понять сущность фактического материала, связанного с этим вопросом (соответствующие индикаторы? насколько надежны данные для построения таких индикаторов? к какому заключению можно прийти на основании имеющихся данных и индикаторов относительно причин и следствий? и т.д.), и продемонстрировать это в эссе. Нельзя ссылаться на работы, которые автор эссе не читал сам.

Как подготовить и написать эссе?

Качество любого эссе зависит от трех взаимосвязанных составляющих, таких как:

1. Исходный материал, который будет использован (конспекты прочитанной литературы, лекций, записи результатов дискуссий, собственные соображения и накопленный опыт по данной проблеме).

2. Качество обработки имеющегося исходного материала (его организация, аргументация и доводы).

3. Аргументация (насколько точно она соотносится с поднятыми в эссе проблемами).

Процесс написания эссе можно разбить на несколько стадий: обдумывание - планирование - написание - проверка - правка.

Планирование - определение цели, основных идей, источников информации, сроков окончания и представления работы.

Цель должна определять действия.

Идеи, как и цели, могут быть конкретными и общими, более абстрактными. Мысли, чувства, взгляды и представления могут быть выражены в форме аналогий, ассоциации, предположений, рассуждений, суждений, аргументов, доводов и т.д.

Аналогии - выявление идеи и создание представлений, связь элементов значений.

Ассоциации - отражение взаимосвязей предметов и явлений действительности в форме закономерной связи между нервно - психическими явлениями (в ответ на тот или иной словесный стимул выдать «первую пришедшую в голову» реакцию).

Предположения - утверждение, не подтвержденное никакими доказательствами.

Рассуждения - формулировка и доказательство мнений.

Аргументация - ряд связанных между собой суждений, которые высказываются для того, чтобы убедить читателя (слушателя) в верности (истинности) тезиса, точки зрения, позиции.

Суждение - фраза или предложение, для которого имеет смысл вопрос: истинно или ложно?

Доводы - обоснование того, что заключение верно абсолютно или с какой-либо долей вероятности. В качестве доводов используются факты, ссылки на авторитеты, заведомо истинные суждения (законы, аксиомы и т.п.), доказательства (прямые, косвенные, «от противного», «методом исключения») и т.д.

Перечень, который получится в результате перечисления идей, поможет определить, какие из них нуждаются в особенной аргументации.

*Источники***.** Тема эссе подскажет, где искать нужный материал. Обычно пользуются библиотекой, Интернет-ресурсами, словарями, справочниками. Пересмотр означает редактирование текста с ориентацией на качество и эффективность.

Качество текста складывается из четырех основных компонентов: ясности мысли, внятности, грамотности и корректности.

Мысль - это содержание написанного. Необходимо четко и ясно формулировать идеи, которые хотите выразить, в противном случае вам не удастся донести эти идеи и сведения до окружающих.

Внятность - это доступность текста для понимания. Легче всего ее можно достичь, пользуясь логично и последовательно тщательно выбранными словами, фразами и взаимосвязанными абзацами, раскрывающими тему.

Грамотность отражает соблюдение норм грамматики и правописания. Если в чем-то сомневаетесь, загляните в учебник, справьтесь в словаре или руководстве по стилистике или дайте прочитать написанное человеку, чья манера писать вам нравится.

Корректность — это стиль написанного. Стиль определятся жанром, структурой работы, целями, которые ставит перед собой пишущий, читателями, к которым он обращается.

5. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой *дискуссию* в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие подведением итогоа обсуждения, заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия, демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Готовясь к конкретной теме занятия следует ознакомиться с новыми официальными документами, статьями в периодических журналах, вновь вышедшими монографиями.

6. Методические рекомендации по подготовке к дискуссии

Современная практика предлагает широкий круг типов семинарских занятий. Среди них особое место занимает *семинар-дискуссия,* где в диалоге хорошо усваивается новая информация, видны убеждения студента, обсуждаются противоречия (явные и скрытые) и недостатки. Для обсуждения берутся конкретные актуальные вопросы, с которыми студенты предварительно ознакомлены. Дискуссия является одной из наиболее эффективных технологий группового взаимодействия, обладающей особыми возможностями в обучении, развитии и воспитании будущего специалиста.

Дискуссия (от лат. discussio - рассмотрение, исследование) - способ организации совместной деятельности с целью интенсификации процесса принятия решений в группе посредством обсуждения какого-либо вопроса или проблемы.

Дискуссия обеспечивает активное включение студентов в поиск истины; создает условия для открытого выражения ими своих мыслей, позиций, отношений к обсуждаемой теме и обладает особой возможностью воздействия на установки ее участников в процессе группового взаимодействия. Дискуссию можно рассматривать как *метод интерактивного обучения* и как особую технологию, включающую в себя другие методы и приемы обучения: «мозговой штурм», «анализ ситуаций» и т.д.

Обучающий эффект дискуссии определяется предоставляемой участнику возможностью получить разнообразную информацию от собеседников, продемонстрировать и повысить свою компетентность, проверить и уточнить свои представления и взгляды на обсуждаемую проблему, применить имеющиеся знания в процессе совместного решения учебных и профессиональных задач.

Развивающая функция дискуссии связана со стимулированием творчества обучающихся, развитием их способности к анализу информации и аргументированному, логически выстроенному доказательству своих идей и взглядов, с повышением коммуникативной активности студентов, их эмоциональной включенности в учебный процесс.

Влияние дискуссии на личностное становление студента обусловливается ее целостно - ориентирующей направленностью, созданием благоприятных условий для проявления индивидуальности, самоопределения в существующих точках зрения на определенную проблему, выбора своей позиции; для формирования умения взаимодействовать с другими, слушать и слышать окружающих, уважать чужие убеждения, принимать оппонента, находить точки соприкосновения, соотносить и согласовывать свою позицию с позициями других участников обсуждения.

Безусловно, наличие оппонентов, противоположных точек зрения всегда обостряет дискуссию, повышает ее продуктивность, позволяет создавать с их помощью конструктивный конфликт для более эффективного решения обсуждаемых проблем.

Существует несколько видов дискуссий, использование того или иного типа дискуссии зависит от характера обсуждаемой проблемы и целей дискуссии.

Дискуссия- диалог чаще всего применяется для совместного обсуждения учебных и производственных проблем, решение которых может быть достигнуто путем взаимодополнения, группового взаимодействия по принципу «индивидуальных вкладов» или на основе согласования различных точек зрения, достижения консенсуса.

Дискуссия - спор используется для всестороннего рассмотрения сложных проблем, не имеющих однозначного решения даже в науке, социальной, политической жизни, производственной практике и т.д. Она построена на принципе «позиционного противостояния» и ее цель - не столько решить проблему, сколько побудить участников дискуссии задуматься над проблемой, уточнить и определить свою позицию; научить аргументировано отстаивать свою точку зрения и в то же время осознать право других иметь свой взгляд на эту проблему, быть индивидуальностью.

Условия эффективного проведения дискуссии:

- информированность и подготовленность студентов к дискуссии,

- свободное владение материалом, привлечение различных источников для аргументации отстаиваемых положений;

- правильное употребление понятий, используемых в дискуссии, их единообразное понимание;

- корректность поведения, недопустимость высказываний, задевающих личность оппонента; установление регламента выступления участников;

- полная включенность группы в дискуссию, участие каждого студента в ней.

Подготовка студентов к дискуссии: если тема объявлена заранее, то следует ознакомиться с указанной литературой, необходимыми справочными материалами, продумать свою позицию, четко сформулировать аргументацию, выписать цитаты, мнения специалистов.

В проведении дискуссии выделяется несколько этапов.

Этап 1-й, введение в дискуссию: формулирование проблемы и целей дискуссии;

определение значимости проблемы, совместная выработка правил дискуссии; выяснение однозначности понимания темы дискуссии, используемых в ней терминов, понятий.

Этап 2-й, обсуждение проблемы: обмен участниками мнениями по каждому вопросу. Цель этапа - собрать максимум мнений, идей, предложений, соотнося их друг с другом.

Этап 3-й, подведение итогов обсуждения: выработка студентами согласованного мнения и принятие группового решения.

Далее подводятся итоги дискуссии, заслушиваются и защищаются проектные задания. После этого проводится "мозговой штурм" по нерешенным проблемам дискуссии, а также выявляются прикладные аспекты, которые можно рекомендовать для включения в курсовые и дипломные работы или в апробацию на практике.

Семинары-дискуссии проводятся с целью выявления мнения студентов по актуальным и проблемным вопросам.

7. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь

на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На

консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон, иначе в день экзамена не будет чувства бодрости и уверенности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестное выполнение заданий;

3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

2. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

3. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ А.Узоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Б1.Б.1.02 ИСТОРИЯ

Направление подготовки
21.05.02 Прикладная геология

Специальность
Специализация №1 «Геологическая съемка, поиски и разведка твердых полезных ископаемых»

форма обучения: очная, заочная

Одобрена на заседании кафедры

Управления персоналом
(название кафедры)
Зав.кафедрой _____
(подпись)
Ветошкина Т.А
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 06.03.2020
(Дата)

Рассмотрена методической комиссией факультета

Геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий	4
2	Методические указания по подготовке к опросу	8
3	Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям	9
4	Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям	10
5	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	11
	Заключение	14
	Список использованных источников	15

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

Подразумевается несколько категорий видов самостоятельной работы студентов, значительная часть которых нашла отражения в данных методических рекомендациях:

- работа с источниками литературы и официальными документами (*использование библиотечно-информационной системы*);
- выполнение заданий для самостоятельной работы в рамках учебных дисциплин (*рефераты, эссе, домашние задания, решения практико-ориентированных заданий*);

- реализация элементов научно-педагогической практики (*разработка методических материалов, тестов, тематических портфолио*);
- реализация элементов научно-исследовательской практики (*подготовка текстов докладов, участие в исследованиях*).

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентовonline и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

1. Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий

Практико-ориентированные задания - метод анализа ситуаций. Суть его заключается в том, что студентам предлагают осмыслить реальную жизненную ситуацию, описание которой одновременно отражает не только какую-либо практическую проблему, но и актуализирует определенный комплекс знаний, который необходимо усвоить при разрешении данной проблемы. При этом сама проблема не имеет однозначных решений.

Использование метода практико-ориентированного задания как образовательной технологии профессионально-ориентированного обучения представляет собой сложный процесс, плохо поддающийся алгоритмизации[1]. Формально можно выделить следующие этапы:

- ознакомление студентовс текстом;
- анализ практико-ориентированного задания;
- организация обсуждения практико-ориентированного задания, дискуссии, презентации;
- оценивание участников дискуссии;
- подведение итогов дискуссии.

Ознакомление студентов с текстом практико-ориентированного задания и последующий анализ практико-ориентированного задания чаще всего осуществляются за несколько дней до его обсуждения и реализуются как самостоятельная работа студентов; при этом время, отводимое на подготовку, определяется видом практико-ориентированного задания, его объемом и сложностью.

Общая схема работы с практико-ориентированное заданием на данном этапе может быть представлена следующим образом: в первую очередь следует выявить ключевые проблемы практико-ориентированного задания и понять, какие именно из представленных данных важны для решения; войти в ситуационный контекст практико-ориентированного задания, определить, кто его главные действующие лица, отобрать факты и понятия,

[1] Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

необходимые для анализа, понять, какие трудности могут возникнуть при решении задачи; следующим этапом является выбор метода исследования.

Знакомство с небольшими практико-ориентированного заданиями и их обсуждение может быть организовано непосредственно на занятиях. Принципиально важным в этом случае является то, чтобы часть теоретического курса, на которой базируется практико-ориентированное задание, была бы прочитана и проработана студентами.

Максимальная польза из работы над практико-ориентированного заданиями будет извлечена в том случае, если аспиранты при предварительном знакомстве с ними будут придерживаться систематического подхода к их анализу, основные шаги которого представлены ниже:

1. Выпишите из соответствующих разделов учебной дисциплины ключевые идеи, для того, чтобы освежить в памяти теоретические концепции и подходы, которые Вам предстоит использовать при анализе практико-ориентированного задания.
2. Бегло прочтите практико-ориентированное задание, чтобы составить о нем общее представление.
3. Внимательно прочтите вопросы к практико-ориентированное задание и убедитесь в том, что Вы хорошо поняли, что Вас просят сделать.
4. Вновь прочтите текст практико-ориентированного задания, внимательно фиксируя все факторы или проблемы, имеющие отношение к поставленным вопросам.
5. Прикиньте, какие идеи и концепции соотносятся с проблемами, которые Вам предлагается рассмотреть при работе с практико-ориентированное заданием.

Организация обсуждения практико-ориентированного задания предполагает формулирование перед студентами вопросов, включение их в дискуссию. Вопросы обычно подготавливают заранее и предлагают студентам вместе с текстом практико-ориентированного задания. При разборе учебной ситуации преподаватель может занимать активную или пассивную позицию, иногда он «дирижирует» разбором, а иногда ограничивается подведением итогов дискуссии.

Организация обсуждения практико-ориентированных заданий обычно основывается на двух методах. Первый из них носит название традиционного Гарвардского метода - открытая дискуссия. Альтернативным методом является метод, связанный с индивидуальным или групповым опросом, в ходе которого аспиранты делают формальную устную оценку ситуации и предлагают анализ представленного практико-ориентированного задания, свои решения и рекомендации, т.е. делают презентацию. Этот метод позволяет некоторым студентам минимизировать их учебные усилия, поскольку каждый аспирант опрашивается один- два раза за занятие. Метод развивает у студентов коммуникативные навыки, учит их четко выражать свои мысли. Однако, этот метод менее динамичен, чем Гарвардский метод. В открытой дискуссии организация и контроль участников более сложен.

Дискуссия занимает центральное место в методе. Ее целесообразно использовать в том случае, когда аспиранты обладают значительной степенью зрелости и самостоятельности мышления, умеют аргументировать, доказывать и обосновывать свою точку зрения. Важнейшей характеристикой дискуссии является уровень ее компетентности, который складывается из компетентности ее участников. Неподготовленность студентов к дискуссии делает ее формальной, превращает в процесс вытаскивания ими информации у преподавателя, а не самостоятельное ее добывание.

Особое место в организации дискуссии при обсуждении и анализе практико-ориентированного задания принадлежит использованию метода генерации идей, получившего название «мозговой атаки» или «мозгового штурма».

Метод «мозговой атаки» или «мозгового штурма» был предложен в 30-х годах прошлого столетия А. Осборном как групповой метод решения проблем. К концу XX столетия этот метод приобрел особую популярность в практике управления и обучения не только как самостоятельный метод, но и как использование в процессе деятельности с целью усиления ее продуктивности. В процессе обучения «мозговая атака» выступает в

качестве важнейшего средства развития творческой активности студентов. «Мозговая атака» включает в себя три фазы.

Первая фаза представляет собой вхождение в психологическую раскованность, отказ от стереотипности, страха показаться смешным и неудачником; достигается созданием благоприятной психологической обстановки и взаимного доверия, когда идеи теряют авторство, становятся общими. Основная задача этой фазы - успокоиться и расковаться.

Вторая фаза - это собственно атака; задача этой фазы - породить поток, лавину идей. «Мозговая атака» в этой фазе осуществляется по следующим принципам:

- есть идея, - говорю, нет идеи, - не молчу;
- поощряется самое необузданное ассоциирование, чем более дикой покажется идея, тем лучше;
- количество предложенных идей должно быть как можно большим;
- высказанные идеи разрешается заимствовать и как угодно комбинировать, а также видоизменять и улучшать;
- исключается критика, можно высказывать любые мысли без боязни, что их признают плохими, критикующих лишают слова;
- не имеют никакого значения социальные статусы участников; это абсолютная демократия и одновременно авторитаризм сумасшедшей идеи;
- все идеи записываются в протокольный список идей;
- время высказываний - не более 1-2 минут.

Третья фаза представляет собой творческий анализ идей с целью поиска конструктивного решения проблемы по следующим правилам:

- анализировать все идеи без дискриминации какой-либо из них;
- найти место идее в системе и найти систему под идею;
- не умножать сущностей без надобности;
- не должна нарушаться красота и изящество полученного результата;
- должно быть принципиально новое видение;
- ищи «жемчужину в навозе».

В методе мозговая атака применяется при возникновении у группы реальных затруднений в осмыслении ситуации, является средством повышения активности студентов. В этом смысле мозговая атака представляется не как инструмент поиска новых решений, хотя и такая ее роль не исключена, а как своеобразное «подталкивание» к познавательной активности.

Презентация, или представление результатов анализа практико-ориентированного задания, выступает очень важным аспектом метода ***case-study***. Умение публично представить интеллектуальный продукт, хорошо его рекламировать, показать его достоинства и возможные направления эффективного использования, а также выстоять под шквалом критики, является очень ценным интегральным качеством современного специалиста. Презентация оттачивает многие глубинные качества личности: волю, убежденность, целенаправленность, достоинство и т.п.; она вырабатывает навыки публичного общения, формирования своего собственного имиджа.

Публичная (устная) презентация предполагает представление решений практико-ориентированного задания группе, она максимально вырабатывает навыки публичной деятельности и участия в дискуссии. Устная презентация обладает свойством кратковременного воздействия на студентов и, поэтому, трудна для восприятия и запоминания. Степень подготовленности выступающего проявляется в спровоцированной им дискуссии: для этого необязательно делать все заявления очевидными и неопровержимыми. Такая подача материала при анализе практико-ориентированного задания может послужить началом дискуссии. При устной презентации необходимо учитывать эмоциональный настрой выступающего: отношение и эмоции говорящего вносят существенный вклад в сообщение. Одним из преимуществ публичной (устной) презентации является ее гибкость. Оратор может откликаться на изменения окружающей обстановки, адаптировать свой стиль и материал, чувствуя настроение аудитории.

Непубличная презентация менее эффектна, но обучающая роль ее весьма велика. Чаще всего непубличная презентация выступает в виде подготовки отчета по выполнению задания, при этом стимулируются такие качества, как умение подготовить текст, точно и аккуратно составить отчет, не допустить ошибки в расчетах и т.д. Подготовка письменного анализа практико-ориентированного задания аналогична подготовке устного, с той разницей, что письменные отчеты-презентации обычно более структурированы и детализированы. Основное правило письменного анализа практико-ориентированного задания заключается в том, чтобы избегать простого повторения информации из текста, информация должна быть представлена в переработанном виде. Самым важным при этом является собственный анализ представленного материала, его соответствующая интерпретация и сделанные предложения. Письменный отчет - презентация может сдаваться по истечении некоторого времени после устной презентации, что позволяет студентам более тщательно проанализировать всю информацию, полученную в ходе дискуссии.

Как письменная, так и устная презентация результатов анализа практико-ориентированного задания может быть групповая и индивидуальная. Отчет может быть индивидуальным или групповым в зависимости от сложности и объема задания. Индивидуальная презентация формирует ответственность, собранность, волю; групповая - аналитические способности, умение обобщать материал, системно видеть проект.

Оценивание участников дискуссии является важнейшей проблемой обучения посредством метода практико-ориентированного задания. При этом выделяются следующие требования к оцениванию:

- объективность - создание условий, в которых бы максимально точно выявлялись знания обучаемых, предъявление к ним единых требований, справедливое отношение к каждому;
- обоснованность оценок - их аргументация;
- систематичность - важнейший психологический фактор, организующий и дисциплинирующий студентов, формирующий настойчивость и устремленность в достижении цели;
- всесторонность и оптимальность.

Оценивание участников дискуссии предполагает оценивание не столько набора определенных знаний, сколько умения студентов анализировать конкретную ситуацию, принимать решение, логически мыслить.

Следует отметить, что оценивается содержательная активность студента в дискуссии или публичной (устной) презентации, которая включает в себя следующие составляющие:

- выступление, которое характеризует попытку серьезного предварительного
- анализа (правильность предложений, подготовленность,
- аргументированность и т.д.);
- обращение внимания на определенный круг вопросов, которые требуют углубленного обсуждения;
- владение категориальным аппаратом, стремление давать определения, выявлять содержание понятий;
- демонстрация умения логически мыслить, если точки зрения, высказанные раньше, подытоживаются и приводят к логическим выводам;
- предложение альтернатив, которые раньше оставались без внимания;
- предложение определенного плана действий или плана воплощения решения;
- определение существенных элементов, которые должны учитываться при анализе практико-ориентированного задания;
- заметное участие в обработке количественных данных, проведении расчетов;
- подведение итогов обсуждения.

При оценивании анализа практико-ориентированного задания, данного студентами при непубличной (письменной) презентации учитывается:

- формулировка и анализ большинства проблем, имеющихся в практико-ориентированное задание;
- формулировка собственных выводов на основании информации о практико-ориентированное задание, которые отличаются от выводов других студентов;
- демонстрация адекватных аналитических методов для обработки информации;
- соответствие приведенных в итоге анализа аргументов ранее выявленным проблемам, сделанным выводам, оценкам и использованным аналитическим метода

2. Методические указанияпо подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

В соответствии с технологической картой письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента по данной дисциплине. При подготовке к письменному опросу студент должен внимательно изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются дляосвещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии[2].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубинаответа.
3. Сознательность ответа(учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложенияматериала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).

[2]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[3].

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. В среднем, подготовка к устному опросу по одному семинарскому занятию занимает от 2 до 4 часов в зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

3.Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

На практических занятиях необходимо стремиться к самостоятельному решению задач, находя для этого более эффективные методы. При этом студентам надо приучить себя доводить решения задач до конечного «идеального» ответа. Это очень важно для будущих специалистов. Практические занятия вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

Практическое занятие – активная форма учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помощь обучающимся освоиться в «пространстве» (тематике) дисциплины, самостоятельно прооперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале.

Продолжительность одного практического занятия – от 2 до 4 академических часов. Общая доля практических занятий в учебном времени на дисциплину – от 10 до 20 процентов (при условии, что все активные формы займут в учебном времени на дисциплину от 40 до 60 процентов).

Для практического занятия в качестве темы выбирается обычно такая учебная задача, которая предполагает не существенные эвристические и аналитические напряжения и продвижения, а потребность обучающегося «потрогать» материал, опознать в конкретном то общее, о чем говорилось в лекции. Например, при рассмотрении вопросов оплаты труда, мотивации труда и проблем безработицы в России имеет смысл провести практические занятия со следующими сюжетами заданий: «Расчет заработной платы работников предприятия». «Разработка механизма мотивации труда на предприятии N». «В чем причины и особенности безработицы в России?». Последняя тема предполагает уже некоторую аналитическую составляющую. Основная задача первой из этих тем - самим посчитать заработную плату для различных групп работников на примере заданных параметров для конкретного предприятия, т. е. сделать расчеты «как на практике»; второй – дать собственный вариант мотивационной политики для предприятия, учитывая особенности данного объекта, отрасли и т.д.; третьей – опираясь на теоретические знания в области проблем занятости и безработицы, а также статистические материалы, сделать

[3]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

авторские выводы о видах безработицы, характерных для России, и их причинах, а также предложить меры по минимизации безработицы.

Перед проведением занятия должен быть подготовлен специальный материал – тот объект, которым обучающиеся станут оперировать, активизируя свои теоретические (общие) знания и тем самым, приобретая навыки выработки уверенных суждений и осуществления конкретных действий.

Дополнительный материал для практического занятия лучше получить у преподавателя заранее, чтобы у студентов была возможность просмотреть его и подготовить вопросы.

Условия должны быть такими, чтобы каждый мог работать самостоятельно от начала до конца. В аудитории должны быть «под рукой» необходимые справочники и тексты законов и нормативных актов по тематике занятия. Чтобы сделать практическое занятие максимально эффективным, надо заранее подготовить и изучить материал по наиболее интересным и практически важным темам.

Особенности практического занятия с использованием компьютера

Для того чтобы повысить эффективность проведения практического занятия, может использоваться компьютер по следующим направлениям:

- поиск информации в Интернете по поставленной проблеме: в этом случае преподаватель представляет обучающимся перечень рекомендуемых для посещения Интернет-сайтов;
- использование прикладных обучающих программ;
- выполнение заданий с использованием обучающимися заранее установленных преподавателем программ;
- использование программного обеспечения при проведении занятий, связанных с моделированием социально-экономических процессов.

4.Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой дискуссию в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной

дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия (от доски смелом до самых современных технических средств), демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Во время лекций, связанных с темой семинарского занятия, следует обращать внимание на то, что необходимо дополнительно изучить при подготовке к семинару (новые официальные документы, статьи в периодических журналах, вновь вышедшие монографии и т.д.).

5.Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения

воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины, Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальным сон. Подготовка к экзамену не должна идти в ущерб сну, иначе в день экзамена не будет чувства свежести и бодрости, необходимых для хороших ответов. Вечер накануне экзамена рекомендуем закончить небольшой прогулкой.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;

- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестное выполнение заданий;

3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брандес М. П. Немецкий язык. Переводческое реферирование: практикум. М.: КДУ, 2008. – 368с.

2. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

3. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

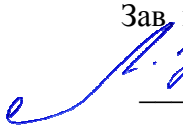
4. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности: Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

5. Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа:http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой, к.п.н., доцент



_____Л.Г. Юсупова

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

по дисциплине
Б1.Б.1.03 ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация №1
Геологическая съемка, поиски и разведка месторождений твердых полезных ископаемых

форма обучения: очная, заочная

Автор: Безбородова С. А., к.п.н.

Одобрен на заседании кафедры
Иностранных языков и деловой коммуникации
(название кафедры)
Протокол № 6 от 17.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Содержание

Цели и задачи дисциплины …….…….....3
Требования к оформлению контрольной работы ……..……..4
Содержание контрольной работы…….....4
Выполнение работы над ошибками……...…8
Критерии оценивания контрольной работы ……9
Образец титульного листа ……..…10

Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины: повышение исходного уровня владения иностранным языком, достигнутого на предыдущей ступени образования, и достижение уровня иноязычной коммуникативной компетенции достаточного для общения в социально-бытовой, культурной и профессиональной сферах, а также для дальнейшего самообразования.

Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины:

общекультурные:

- способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-6);

общепрофессиональные:

- готовностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач профессиональной деятельности (ОПК-2).

Для достижения указанной цели необходимо (задачи курса):

- владение иностранным языком как средством коммуникации в социально-бытовой, культурной и профессиональной сферах;
- развитие когнитивных и исследовательских умений с использованием ресурсов на иностранном языке;
- развитие информационной культуры;
- расширение кругозора и повышение общей гуманитарной культуры студентов;
- воспитание толерантности и уважения к духовным ценностям разных стран и народов.

Методические указания по выполнению контрольной работы предназначены для студентов очной и заочной формы обучения, обучающихся по специальности *21.05.02 Прикладная геология*.

Письменная контрольная работа является обязательной формой *промежуточной аттестации*. Она отражает степень освоения студентом учебного материала по дисциплине Б1.Б.1.03 Иностранный язык. А именно, в результате освоения дисциплины студент должен:

Знать:

- особенности фонетического строя иностранного языка;
- лексические единицы социально-бытовой и академической тематики, основы терминосистемы соответствующего направления подготовки;
- основные правила грамматической системы иностранного языка;
- особенности построения устных высказываний и письменных текстов разных стилей речи;
- правила речевого этикета в соответствии с ситуациями межличностного и межкультурного общения в социально-бытовой, академической и деловой сферах;
- основную страноведческую информацию о странах изучаемого языка;
- лексико-грамматические явления иностранного языка профессиональной сферы для решения задач профессиональной деятельности;

Уметь:

- вести диалог/полилог и строить монологическое высказывание в пределах изученных тем;
- понимать на слух иноязычные тексты монологического и диалогического характера с различной степенью понимания в зависимости от коммуникативной задачи;
- читать аутентичные тексты прагматического, публицистического, художественного и научного характера с целью получения значимой информации;
- передавать основное содержание прослушанного/прочитанного текста;

- записывать тезисы устного сообщения, писать эссе по изученной тематике, составлять аннотации текстов, вести личную и деловую переписку;

- использовать компенсаторные умения в процессе общения на иностранном языке;

- пользоваться иностранным языком в устной и письменной формах, как средством профессионального общения;

Владеть:

- основными приёмами организации самостоятельной работы с языковым материалом с использованием учебной и справочной литературы, электронных ресурсов;

- навыками выполнения проектных заданий на иностранном языке в соответствии с уровнем языковой подготовки;

- умением применять полученные знания иностранного языка в своей будущей профессиональной деятельности.

Требования к оформлению контрольной работы

Контрольные задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, номер контрольной работы и фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Контрольные задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в контрольной работе.

Выполненную контрольную работу необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если контрольная работа выполнена без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «Иностранный язык (английский)» представлено три варианта контрольной работы.

Номер варианта контрольной работы определяется для студентов в соответствии с начальными буквами их фамилий в алфавитном порядке. Например, студенты, у которых фамилии начинаются с букв А, выполняют контрольную работу № 1 и т.д. (см. таблицу №1).

Таблица №1

начальная буква фамилии студента	***№ варианта контрольной работы***
А, Г, Ж, К, Н, Р, У, Ц, Щ	№1
Б, Д, З, Л, О, С, Ф, Ч, Э, Я	№2
В, Е, И, М, П, Т, Х, Ш, Ю	№3

Содержание контрольной работы

Контрольная работа проводится по теме *1. Бытовая сфера общения (Я и моя семья)* и *теме 2. Учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование)* и направлена на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Контрольная работа также направлена на проверку сформированности грамматического навыка в рамках тем: порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях, порядок слов в вопросительном предложении, безличные предложения, местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные), имя существительное, артикли (определенный, неопределенный, нулевой), функции и спряжение глаголов *to be* и *to have*, *о*борот *there+be*, имя прилагательное и наречие, степени сравнения, сравнительные конструкции, имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат), образование видовременных форм глагола в активном залоге.

Распределение выше указанных тем в учебнике:

- Агабекян И. П. Английский язык для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов / И. П. Агабекян. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. - 384 с.: ил. - (Высшее образование) (200 экз. в библиотеке УГГУ) и учебнике:

- Журавлева Р.И. Английский язык: учебник: для студентов горно-геологических специальностей вузов / Р. И. Журавлева. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. - 508 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 502 (192 экз. в библиотеке УГГУ) представлено в таблице №2:

Таблица №2

Название темы	***Страницы учебников***	
	Агабекян И. П.	*Журавлева Р.И.*
Порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях	148	9
Порядок слов в вопросительном предложении	163-170	10, 24
Безличные предложения	149	440
Местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные)	41-55	101, 439
Имя существительное	66-78	435
Артикли (определенный, неопределенный, нулевой)	78-84	433
Функции и спряжение глаголов *to be* и *to have*	102-104	6-8
Оборот *there+be*	105-107	100
Имя прилагательное и наречие	115	83
Степени сравнения, сравнительные конструкции	115-121	143
Имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат)	261-271	-
Образование видовременных форм глагола в активном залоге	193-209	10, 36, 69

АНГЛИЙСКИЙ ЯЗЫК

Вариант №1

Задание 1. Заполните пропуски в предложениях, выбрав один ответ.

Пример: Michael _____ everyone he meets because he is very sociable and easygoing. He has five brothers and two sisters, so that probably helped him learn how to deal with people.

A. gets divorced; **B. gets along well with;** C. gets married;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Задание 2. Заполните пропуски местоимениями some, any, no или их производными.

Пример: A: Is ***anything*** the matter with Dawn? She looks upset.

B: She had an argument with her friend today.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «неопределённые местоимения».

Задание 3. Заполните пропуски личными местоимениями (I, we, you, he, she, it, they, me, us, him, her, them).

Пример: My teacher is very nice. I like … . – I like **him**.

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «личные и притяжательные местоимения».

Задание 4. Поставьте в правильную форму глагол, представленный в скобках, обращая при этом внимание на использованные в предложениях маркеры.

Пример: Every morning George **eats** (to eat) cereals, and his wife only **drinks** (to drink) a cup of coffee.

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

Задание 5. Составьте вопросительные предложения и дайте краткие ответы на них.

Пример: Paul was tired when he got home. – ***Was Paul tired when he got home? Yes, he was.***

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

Контрольная работа
Вариант №2

Задание 1. Заполните пропуск, выбрав один вариант ответа.

Пример: A British university year is divided into three _____.

1) conferences; 2) sessions; **3) terms**; 4) periods;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Задание 2. Выберите правильную форму глагола.

Пример: A: I have a Physics exam tomorrow.

B: Oh dear. Physics **is**/are a very difficult subject.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «имя существительное, функции и спряжение глаголов to be и to have».

Задание 3. Раскройте скобки, употребив глагол в форме Present Continuous, Past Continuous или Future Continuous.

Пример: I **shall be studying** (study) Japanese online from 5 till 6 tomorrow evening.

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

Задание 4. Составьте вопросы к словам, выделенным жирным шрифтом.

Пример: **The Petersons** have bought a dog. – *Who has bought a dog?*

The Petersons have bought **a dog. –** *What have the Petersons bought?*

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

Задание 5. Подчеркните правильный вариант ответа.

Пример: A: You haven't seen my bag anywhere, haven't you/**have you**?

B: No. You didn't leave it in the car, **did you**/didn't you?

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

Контрольная работа
Вариант № 3

Задание 1. Заполните пропуски, выбрав один вариант ответа.

Пример: The University accepts around 2000 new ____ every year.

1) students; 2) teachers; 3) pupils; 4) groups;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках

заданных тем.

Задание 2. Поставьте в предложения подходящие по смыслу фразы:

as red as a beet (свекла), as slow as a turtle, as sweet as honey, as busy as a bee, as clumsy as a bear (неуклюжий), as black as coal, as cold as ice, as slippery as an eel (изворотливый как угорь), as free as a bird, as smooth as silk (гладкий)

Пример: Your friend is so unemotional, he is **as cold as ice**.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «имя прилагательное и наречие».

Задание 3. Переведите следующие предложения на английский язык.

Пример: Это самая ценная картина в Русском музее. **This is the most valuable picture in Russian Museum.**

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «степени сравнения имени прилагательного и наречий».

Задание 4. Раскройте скобки, употребив глагол в форме Present Perfect, Past Perfect или Future Perfect.

Пример: Sam **has lost** (lose) his keys. So he can't open the door.

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

Задание 5. Задайте вопросы к предложениям.

Пример: There are two books. The one on the table is Sue's.

a) 'Which *book is Sue's*?' 'The one on the table.'

b) 'Whose *book is on the table*?' 'Sue's.'

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

НЕМЕЦКИЙ ЯЗЫК

Задание 1. Заполните пропуски в предложениях, выбрав один ответ.

Пример: Mein Bruder ... Arzt geworden

A. hat; **B. ist**; C. wird;

Задание 1 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Пассивный залог».

Задание 2. Вставьте подходящее вопросительное слово.

Пример: **Was** machen Sie am Wochenende?

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Вопросительные местоимения».

Задание 3. Заполните пропуски возвратными местоимениями в нужной форме.

Пример: Wo wohnen d**eine** Eltern?

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Притяжательные местоимения».

Задание 4. Поставьте в правильную форму глагол, представленный в скобках.

Пример: **Kannst** du mir bitte die Marmelade geben? (können)

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Модальные глаголы».

Задание 5. Составьте вопросительные предложения и дайте краткие ответы на них.

Пример: Sie wohnen in Berlin.

Ответ: Wo wohnen Sie? Wer wohnt in Berlin?

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Вопросительные предложения».

ФРАНЦУЗСКИЙ ЯЗЫК

Задание 1. Заполните пропуски в предложениях следующими предлогами: de, à, chez, dans, pour, depuis. vers, avec, devant. en.

Пример: **Monsieur Dupont est en mission**.

Задание 1 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Предлоги».

Задание 2. Заполните пропуски, выберите правильно указательное прилагательное:

Пример: **Peux-tu me passer ces dictionnaires?**

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Указательные прилагательные».

Задание 3. Поставьте нужный артикль или предлог там, где это необходимо:

Пример: **C'est la salle des études**.

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Употребление слитного артикля».

Задание 4. Выберите правильную форму глагола:

Пример: **Tous les matins, il s'est levé à 7 heures depuis un an.**

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Спряжение глаголов 1,2,3 группы в Présent».

Задание 5. Ответьте на следующие вопросы:

Пример: **Où passez-vous vos vacances d'été? - Je les passe en Crimée.**

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Личные местоимения le, la, les».

Проблемные и сложные вопросы, возникающие в процессе изучения курса и выполнения контрольной работы, необходимо решать с преподавателем на консультациях.

Выполнению контрольной работы должно предшествовать самостоятельное изучение студентом рекомендованной литературы.

Студент получает проверенную контрольную работу с исправлениями в тексте и замечаниями. В конце работы выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно». Работа с оценкой «неудовлетворительно» должна быть доработана и представлена на повторную проверку.

Выполнение работы над ошибками

При получении проверенной контрольной работы необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данной контрольной работы. Контрольные работы являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

Критерии оценивания контрольной работы

Оценка за контрольную работу определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 1 балл. Максимум 44 балла.

Результат контрольной работы

Контрольная работа оценивается на «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»:

40-44 балла (90-100%) - оценка «отлично»;

31-39 балла (70-89%) - оценка «хорошо»;

22-30 баллов (50-69%) - оценка «удовлетворительно»;

0-21 балла (0-49%) - оценка «неудовлетворительно».

Образец оформления титульного листа

Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Кафедра иностранных языков и деловой коммуникации

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

по дисциплине
ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация №1
Геологическая съемка, поиски и разведка месторождений твердых полезных ископаемых

формы обучения: очная, заочная

Выполнил: Иванов Иван Иванович
Группа РМ-18

Преподаватель: Петров Петр Петрович,
к.т.н, доцент

Екатеринбург
2018

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ Е. А. Осипов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Б1.Б.1.03 ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК

Специальность
21.05.02 Прикладная геология

Специализация №1
Геологическая съемка, поиски и разведка месторождений твердых полезных ископаемых

Автор: Безбородова С. А., к.п.н.

Одобрена на заседании кафедры

Иностранных языков и деловой коммуникации
(название кафедры)

Зав.кафедрой _____
(подпись)

к.п.н., доц. Юсупова Л. Г.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 6 от 17.03.2020
(Дата)

Рассмотрена методической комиссией

факультета геологии и геофизики
(название факультета)

Председатель _____
(подпись)

д.г-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕМА 1. Бытовая сфера общения (Я и моя семья)……..... 3
1.1 Лексические единицы, необходимые для освоения темы ……..... 3
1.2 Устные темы для развития коммуникативной компетенции ……..... 5
1.3 Систематизация грамматического материала: теория и упражнения ……... 6

ТЕМА 2. Учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование) ……..... 35
2.1 Лексические единицы, необходимые для освоения темы ……..... 35
2.2 Устные темы для развития коммуникативной компетенции ……..... 36
2.3 Систематизация грамматического материала: теория и упражнения ……... 38

ТЕМА 3. Социально-культурная сфера общения (Я и моя страна. Я и мир) ……..... 53
3.1 Лексические единицы, необходимые для освоения темы ……..... 53
3.2 Устные темы для развития коммуникативной компетенции ……..... 54
3.3 Систематизация грамматического материала: теория и упражнения ……... 58

ТЕМА 4. Профессиональная сфера общения (Я и моя будущая специальность) ……..... 74
4.1 Лексические единицы, необходимые для освоения темы ……..... 74
4.2 Устные темы для развития коммуникативной компетенции ……..... 82
4.3 Систематизация грамматического материала: теория и упражнения ……... 82

ТЕМА 1. Бытовая сфера общения (Я и моя семья)

Тематика общения:

1. Я и моя семья.
2. Дом, жилищные условия.
3. Мой рабочий день.
4. Досуг и развлечения.

Проблематика общения:

1. Взаимоотношения в семье, семейные традиции.
2. Устройство квартиры/загородного дома.
3. Рабочий день студента.
4. Досуг в будние и выходные дни, активный и пассивный отдых.

1.1 Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

родственник relative, relation
родители parents
мать (мама) mother (mom, mum, mama, mamma, mummy, ma)
отец (папа) father (dad, daddy, papa, pa)
жена wife
муж husband
супруг(а) spouse
ребенок, дети child, children
дочь daughter
сын son
сестра sister
брат brother
единственный ребенок only child
близнец twin
близнецы, двойняшки twins
брат-близнец twin brother
сестра-близнец twin sister
однояйцевые близнецы identical twins
тройняшки triplets
бабушка и дедушка grandparents
бабушка grandmother (grandma, granny, grandmamma)
дедушка grandfather (grandpa, granddad, grandpapa, grandad)
внуки grandchildren
внучка granddaughter
внук grandson
прабабушка great-grandmother
прадедушка great-grandfather
прабабушка и прадедушка great-grandparents
правнуки great-grandchildren
тётя aunt
дядя uncle
крестный (отец) godfather
крестная (мать) godmother
отчим, приемный отец stepfather
мачеха, приемная мать stepmother
сводный брат stepbrother
сводная сестра stepsister
брат по одному из родителей half-brother
сестра по одному из родителей half-sister

приемный, усыновленный сын adopted son
приемная, удочеренная дочь adopted daughter
приемный ребенок adopted child
патронатная семья, приемная семья foster family
приемный отец foster father
приемная мать foster mother
приемные родители foster parents
приемный сын foster son
приемная дочь foster daughter
приемный ребенок foster child
неполная семья (с одним родителем) single-parent family
родня the kin, the folks
племянница niece
племянник nephew
двоюродный брат cousin (male)
двоюродная сестра cousin (female)
двоюродный брат (сестра), кузен (кузина) first cousin
троюродный брат (сестра) second cousin
четвероюродный брат (сестра) third cousin
родня со стороны мужа или жены in-laws
свекровь mother-in-law (husband's mother)
свёкор father-in-law (husband's father)
тёща mother-in-law (wife's mother)
тесть father-in-law (wife's father)
невестка, сноха daughter-in-law
зять son-in-law
шурин, свояк, зять, деверь brother-in-law
свояченица, золовка, невестка sister-in-law
семейное положение marital status
холостой, неженатый, незамужняя single
женатый, замужняя married
брак marriage
помолвка engagement
помолвленный, обрученный engaged
развод divorce
разведенный divorced
бывший муж ex-husband
бывшая жена ex-wife
расставшиеся, не разведенные, но не проживающие одной семьей separated
вдова widow
вдовец widower
подружка, невеста girlfriend
друг, парень, ухажер boyfriend
любовник, любовница lover
ухажер, жених, подружка, невеста, обрученный fiance
свадьба wedding
невеста на свадьбе bride
жених на свадьбе (bride)groom
медовый месяц honeymoon

1.2 Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My family

My name is Vladimir Petrov. I am … years old. I was born in 19… in Nizhniy Tagil. I went to school when I was 7. In 20… I finished school number 10 in Ekaterinburg. This year I entered the Ural State Mining University. In five years I shall graduate from this University.

I live in the center of Ekaterinburg. I work at the Ministry of Foreign Trade. I'm an engineer & I am also a student. Many engineers in our Ministry learn foreign languages.

My family is not large. I have a wife & two children. My wife's name is Ann & children's names are Nick & Natalie.

My wife is an economist. My wife is a young woman. She is twenty – nine years old. She works at the Ministry of Foreign Trade, too. She goes to the office every day. My wife doesn't learn English. She already knows English very well. She reads many English books, magazines & newspapers. My wife is also a student. She learns German. She likes languages very much & is going to learn French next year.

My daughter is a girl of ten. She goes to school. She has a lot of subjects at school. She also learns English. She also helps her mother at home.

My son is a little boy. He was born five years ago. I take him to the kindergarten every morning.

My parents are not old. My father is 53. He is an engineer. He graduated from The Ural Polytechnical Institute. He works at a big plant. My mother is 51. She is a teacher. She teaches Russian at school. She graduated from the Leningrad Teachers' Training University.

My sister's name is Katya. She works at an office. Besides she studies at an Evening Department. She is married. Her husband is a doctor. He works at a hospital. They have a little son. He is only six months old.

My elder brother, Boris by name, does not stay with us. He lives in Gorky in a large two-roomed flat. He is a designer. He has also a family of his own. He has a wife & two children: a boy & a girl. Their son is already a pupil. My brother & his family often come to see us. We also visit them sometimes.

I also have a grandfather & a grandmother. They are pensioners. My grandmother looks after the house & does the cooking. We usually take our children to the country in summer to stay with their grandparents. They love their grandchildren very much.

My student's life

I'm a student of The Ural State Mining University. I have been a student only one month. I can't speak English very well yet. I am just a beginner. I live in a hostel. It is rather a long way from the University. In fact, it takes me about an hour to get to the University. But it gives me no trouble at all, as I like to get up early. I don't need an alarm-clock to wake me up. I am an early - riser.

Though the hostel is far from the University it is very comfortable & has all modern conveniences.

As a rule I get up at 6.30, do morning exercises & have shower. I don't have a bath in the morning; I have a bath before I go to bed.

For breakfast I have a boiled egg & a cup of coffee in order not to waste the time. At about 7.30 I am quite ready to go. It is about 5 minutes walk from the hostel to the stop. I usually take the 7.40. bus. I walk to the stop as I have plenty of time to catch my bus.

I come to the University 5 minutes before the lesson begins. So I can have a chat with my friends. The majority of my group mates are from Ekaterinburg the others either come from different towns of our country. We usually have a lot of things to talk about.

We don't go out to the lunch. There is a good canteen at the University. It is on the ground floor. But I should say that you have to stand in a queue to have lunch.

I come to the hostel from the University at about 3 o'clock. I live in a single room & have nobody to speak with. In the evening I sometimes go out with my friends. We go to the cinema if there is something new or to the club if there is a dancing party there. But often I stay in, watch TV

programs or listen to the music. Then I read a book for half an hour or so & go to sleep. That doesn't take me long, as a rule.

My flat

I live in Ekaterinburg in a sixteen-storied dwelling house in the center of the city.
Five years ago our old wooden house was pulled down & we moved here into three-room flat with all modern conveniences.

Now we have running water, gas, electricity, central heating & a refuse chute. We live on the top floor & from the balcony we have a good view of the park. Besides we needn't mount the staircase because there is a lift to take us up.

The entrance hall is rather small. There is a hallstand & a mirror-stand there.

The sitting-room is a spacious simply furnished room. The floor spacious is about 15 square meters. It is not overcrowded with furniture. Everything fits in well. Nothing is out of place here. Next to the window there is a sofa with a stand – lamp. The bookcase in the corner of the room is full of books. On the left there are two comfortable arm-chairs opposite the TV-set & leaf – table.

In the bedroom we have dark brown suite of furniture of the latest model & thick carpet. Near the wall there is a divan-bed. In the built-in-wardrobe we keep our clothes & bed linen.
The adjoining room is the children's room. The bright pattern of the curtains & of wall paper makes the room look gay. There is a writing desk with a desk lamp, a small sofa & a lot of toys there.

In the kitchen there is a fridge, a cupboard, a kitchen table & a gas-stove. Over the sink there is a plate-rack. All kitchen utensils are close at hand.

In the corridor there is a built-in-closet, where we keep our vacuum-cleaner, electric iron & other household objects.

In the bathroom there is a bath-tub & a shower, a towel-rack & a wash-basin with a shelf above it. There tooth-brushes, a cake of soap & some shaving articles on it. Near the bath-room there is a lavatory.

There is nothing special about our flat, no rich decorations but we are accustomed to it & cannot compare it to the old one.

1.3 Систематизация грамматического материала:

1. Порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях. Порядок слов в вопросительном предложении. Безличные предложения.
2. Местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные).
3. Имя существительное. Артикли (определенный, неопределенный, нулевой).
4. Функции и спряжение глаголов *to be* и *to have*. Оборот *there+be*.
5. Имя прилагательное и наречие. Степени сравнения. Сравнительные конструкции.
6. Имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат).

Порядок слов в английском предложении

В русском языке, благодаря наличию падёжных окончаний, мы можем переставлять члены предложения, не меняя основного смысла высказывания. Например, предложения Студенты изучают эти планы и Эти планы изучают студенты совпадают по своему основному смыслу. Подлежащее в обоих случаях - студенты, хотя в первом предложении это слово стоит на первом месте, а во втором предложении - на последнем.

По-английски такие перестановки невозможны. Возьмём предложение The students study these plans Студенты изучают эти планы. Если подлежащее и дополнение поменяются местами, то получится бессмыслица: These plans study the students Эти планы изучают студентов. Произошло это потому, что слово plans, попав на первое место, стало подлежащим.

Английское предложение имеет твёрдый порядок слов.

Порядок слов в английском предложении показан в этой таблице:

I	II	III Дополнение	IV

					Обстоятельство
Подлежащее	**Сказуемое**	**Косвенное без предлога**	**Прямое**	**Косвенное с предлогом**	
We Мы	study изучаем		math математику		
He Он	gives дает	us нам	lessons уроки		in this room. в этой комнате
She Она	reads читает		her notes свои заметки	to Peter Петру	every day. каждый день

Вопросительное предложение

Общее правило построения вопросов в английском языке таково: Все вопросы (кроме специальных вопросов к подлежащему предложения) строятся путем инверсии. Инверсией называется нарушение обычного порядка слов в английском предложении, когда сказуемое следует за подлежащим.

В тех случаях, когда сказуемое предложения образовано без вспомогательных глаголов (в Present и Past Indefinite) используется вспомогательный глагол to do в требуемой форме - do/does/did.

Общие вопросы

Общий вопрос задается с целью получить подтверждение или отрицание высказанной в вопросе мысли. На общий вопрос обычно дается краткий ответ: "да" или "нет".

Для построения общего вопроса вспомогательный или модальный глагол, входящий в состав сказуемого, ставится в начале предложения перед подлежащим.

а) Примеры сказуемого с одним вспомогательным глаголом: Is he speaking to the teacher? - Он говорит с учителем?

б) Примеры сказуемого с несколькими вспомогательными глаголами:

You will be writing letters to us. – Ты будешь писать нам письма.

Will you be writing letters to us? – Будешь ли ты писать нам письма?

Примеры с модальными глаголами:

She can drive a car. – Она умеет водить машину.

Can she drive a car? - Она умеет водить машину? (Yes, she can.; No, she cannot)

Когда в составе сказуемого нет вспомогательного глагола (т.е. когда сказуемое выражено глаголом в Present или Past Indefinite), то перед подлежащим ставятся соответственно формы do / does или did; смысловой же глагол ставится в форме инфинитива без to (словарная форма) после подлежащего.

С появлением вспомогательного глагола do на него переходит вся грамматическая нагрузка - время, лицо, число: в Present Indefinite в 3-м лице ед. числа окончание -s, -es смыслового глагола переходит на глагол do, превращая его в does; а в Past Indefinite окончание прошедшего времени -ed переходит на do, превращая его в did.

Do you go to school? – Ходишь ли ты в школу?

Do you speak English well? - Ты хорошо говоришь по-английски?

Ответы на общие вопросы

Общий вопрос требует краткого ответа "да" или "нет", которые в английском языке образуются следующим образом:

а) Положительный состоит из слова Yes за которым (после запятой) идет подлежащее, выраженное личным местоимением в им. падеже (никогда не используется существительное) и тот вспомогательный или модальный глагол, который использовался в вопросе (вспомогательный глагол согласуется с местоимением ответа);

б) Отрицательный ответ состоит из слова No, личного местоимения и вспомогательного (или модального) глагола с последующей частицей not

Например: Are you a student? - Ты студент?

Yes, I am. - Да.; No, I am not. - Нет.

Do you know him? – Ты знаешь его?
Yes, I do. – Да (знаю).; No, I don't. – Нет (не знаю).

Специальные вопросы

Специальный вопрос начинается с вопросительного слова и задается с целью получения более подробной уточняющей информации. Вопросительное слово в специальном вопросе заменяет член предложения, к которому ставится вопрос.

Специальные вопросы могут начинаться словами:

who? – кто? whom? – кого? whose? - чей? what? – что? какой? which? – который?

when? – когда? where? – где? куда? why? – почему? how? – как?

how much? – сколько? how many? – сколько? how long? – как долго? сколько времени?

how often? – как часто?

Построение специальных вопросов:

1) Специальные вопросы ко всем членам предложения, кроме подлежащего (и его определения) строятся так же, как и общие вопросы – посредством инверсии, когда вспомогательный или модальный глагол ставится перед подлежащим.

Специальный вопрос (кроме вопроса к подлежащему) начинается с вопросительного слова или группы слов за которым следуют вспомогательный или модальный глагол, подлежащее и смысловой глагол (сохраняется структура общего вопроса).

Вопрос к прямому дополнению:

What are you reading? Что ты читаешь?

What do you want to show us? Что вы хотите показать нам?

Вопрос к обстоятельству

Обстоятельства бывают разного типа: времени, места, причины, условия, образа действия и др.

He will come back tomorrow. – Он вернется завтра.

When will he come back? – Когда он вернется?

What did he do it for? Зачем он это сделал?

Where are you from?

Вопрос к определению

Вопрос к определению начинается с вопросительных слов what какой, which (of) который (из), whose чей, how much сколько (с неисчисляемыми существительными), how many сколько (с исчисляемыми существительными). Они ставятся непосредственно перед определяемым существительным (или перед другим определением к этому существительному), а затем уже идет вспомогательный или модальный глагол.

What books do you like to read? Какие книги вы любите читать?

Which books will you take? Какие книги (из имеющихся) вы возьмете?

Вопрос к сказуемому

Вопрос к сказуемому является типовым ко всем предложениям: "Что он (она, оно, они, это) делает (делал, будет делать)?", например:

What does he do? Что он делает?

Специальные вопросы к подлежащему

Вопрос к подлежащему (как и к определению подлежащего) не требует изменения прямого порядка слов, характерного для повествовательного предложения. Просто подлежащее (со всеми его определениями) заменяется вопросительным местоимением, которое исполняет в вопросе роль подлежащего. Вопросы к подлежащему начинаются с вопросительных местоимений:

who – кто (для одушевленных существительных)

what - что (для неодушевленных существительных)

The teacher read an interesting story to the students yesterday.

Who read an interesting story to the students yesterday?

Сказуемое в таких вопросах (после who, what в роли подлежащего) всегда выражается глаголом в 3-м лице единственного числа (не забудьте про окончание -s в 3-м лице ед. числа в Present Indefinite. Правила образования -s форм см. здесь.):
Who is reading this book? Кто читает эту книгу?
Who goes to school?

Альтернативные вопросы

Альтернативный вопрос задается тогда, когда предлагается сделать выбор, отдать чему-либо предпочтение.

Альтернативный вопрос может начинаться со вспомогательного или модального глагола (как общий вопрос) или с вопросительного слова (как специальный вопрос) и должен обязательно содержать союз or - или. Часть вопроса до союза or произносится с повышающейся интонацией, после союза or - с понижением голоса в конце предложения.

Например вопрос, представляющий собой два общих вопроса, соединенных союзом or:
Is he reading or is he writing?
Did he pass the exam or did he fail?

Вторая часть вопроса, как правило, имеет усеченную форму, в которой остается (называется) только та часть, которая обозначает выбор (альтернативу):
Is he reading or writing?

Разделительные вопросы

Основными функциями разделительных вопросов являются: проверка предположения, запрос о согласии собеседника с говорящим, поиски подтверждения своей мысли, выражение сомнения.

Разделительный (или расчлененный) вопрос состоит из двух частей: повествовательной и вопросительной.

Первая часть - повествовательное утвердительное или отрицательное предложение с прямым порядком слов.

Вторая часть, присоединяемая через запятую, представляет собой краткий общий вопрос, состоящий из местоимения, заменяющего подлежащее, и вспомогательного или модального глагола. Повторяется тот вспомогательный или модальный глагол, который входит в состав сказуемого первой части. А в Present и Past Indefinite, где нет вспомогательного глагола, употребляются соответствующие формы do/ does/ did.

В второй части употребляется обратный порядок слов, и она может переводится на русский язык: не правда ли?, не так ли?, верно ведь?

1. Если первая часть вопроса утвердительная, то глагол во второй части стоит в отрицательной форме, например:
You speak French, don’t you? You are looking for something, aren’t you? Pete works at a plant, doesn’t he?

2. Если первая часть отрицательная, то во второй части употребляется утвердительная форма, например:
It is not very warm today, is it? John doesn’t live in London, does he?

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Write questions and answers for the following statements, as in the example.

1 Paul was tired when he got home.
…Was Paul tired when he got home? Yes, he was…
2 They live in London.
3 She can't play the piano.
4 The film starts at nine o'clock.
5 You had an English lesson last night.
6 She has got blue eyes.
7 We didn't want to go to the beach.
8 He should follow the doctor's advice.

2. Write the short form of the following negative questions

1 Can they not decide where to go on holiday?

…Can't they decide where to go on holiday?...

2 Did Claire not invite you to her party?

3 Do you not enjoy watching horror films?

4 Have you not finished your homework yet?

5 Can she not go to town on her own?

6 Does he not know where we live?

7 Has Sue not done the shopping for you?

8 Did he not give you any details?

3. Fill in the gaps with the correct question word(s).

A: Now for the general knowledge part of the quiz.

1) ...*What*... is the capital of Egypt?

B: Cairo.

A: That's correct. 2) … can you see the Mona Lisa?

B: In the Louvre, in Paris.

A: Well done, that's right. 3) … wrote 'Romeo and Juliet'?

B: Charles Dickens.

A: No, that's incorrect. It was Shakespeare. 4) … are the Olympic Games held?

B: Every four years.

A: Correct. 5) … did the Second World War begin?

B: I think it was in 1939.

A: Yes, you're right. And the final question in this round is: 6) … players are there in a hockey team?

B: Eleven.

A: Correct. Well, at the end of that round, Contestant 2 has the most points, so he goes through to the final round to play for our star prize.

4. Fill in who, whose, what, which, where, when, how long, how often, what time, why, how much or how many.

is your jacket?' 'It's the red one.'

1. '…*Which*… is your jacket?' 'It's the red one.'
2. '…is your birthday?' 'It's next week.'
3. '… is Mary?' 'She's in her bedroom.'
4. '… have you been waiting?' Only five minutes.'
5. '… do you go shopping?' Once a week.'
6. '… are you doing at the moment?' I'm watching TV.'
7. ' … are you writing to?' 'Uncle Tom.'
8. '…do you start work?' At nine o'clock in the morning.'
9. '… pieces of toast do you want?' Two, please.'
10. '… isn't she at work today?' Because she's ill.'
11. '… did you spend last month?' About £500.'
12. ' … party are you going tonight?' 'Alison's'

5. Fill in the gaps with what, which or how.

1 A: ...*What*... do you want to do when you leave school?
B: I'm not really sure. I'd like to be a vet.

2 A: … bag do you prefer - the black one or the brown one?
B: I like the black one best.

3 A: … old are you?
B: It was my birthday last week. Now I'm fifteen.

4 A: … did you get my telephone number?
B: I looked in the staff address book.

5 A: … shall we do on Saturday?
B: Let's just stay at home and watch a video.

6 A: … house did you prefer — the one we saw first or second?
B: I didn't like either. We'll have to keep looking.
7 A: … many pairs of shoes did you buy last year?
B: Only two. One in the summer and one in the winter.
8 A: … is your favourite food?
B: Roast chicken.

6. Write questions to which the words in bold are the answers.

1 **The tiger** is the largest member of the cat family.
…Which is the largest member of the cat family?...
2 A mature male tiger weighs **between 160 and 230 kg**.
3 Tigers are usually **orange with black stripes**.
4 Tigers live **in Russia, China, India and South-East Asia.**
5 **The Javan tiger, the Bali tiger and the Caspian tiger** are extinct.
6 Tigers eat **a variety of smaller animals, including deer.**
7 Tigers can produce young **at any time of year.**
8 Tigers usually have **two or three** cubs at a time.
9 Tigers live **for an average of eleven years.**
10 Tigers are hunted **for sport or for their fur**.

7. Write questions to which the words in bold are the answers.

Claudette is **32 years old**. She lives **in Paris, France**, and has lived there **since she was 5 years old.** Claudette works as **a lawyer** for a successful law firm, and she travels to work **by car** every day. Claudette is married. Her husband's name is **Jean**. They have **two** dogs. She loves **to take the dogs for long walks** every evening **after work.** Claudette has several hobbies, such as **reading and playing the piano**, but her **favourite hobby is cooking**. Jean thinks this is good, too, **because he gets to eat the wonderful meals she makes.**

8. Write questions to which the words in bold are the answers.

1 **The Petersons** have bought a dog.
…Who has bought a dog?...
2 The Petersons have bought **a dog.**
…What have the Petersons bought?...
3 Rachel is writing **a letter**.
4 **Rachel** is writing a letter.
5 **Brian** likes this car.
6 Brian likes **this car**.
7 Dad broke **the window**.
8 **Dad** broke the window.
9 **Mother** will make a birthday cake.
10 Mother will make **a birthday cake**.
11 **Robin** is going to bake some biscuits.
12 Robin is going to bake **some biscuits**.

9. Write questions to which the words in bold are the answers.

1 Wendy doesn't agree with **her friend's decision**.
…What doesn't Wendy agree with?...
2 James is listening to **some old records**.
3 Sharon is waiting for **the bus**.
4 The boys were talking about **football**.
5 She has got a letter from **her pen-friend**.
6 Martin is thinking about **his holiday**.
7 This jacket belongs to **Stacey.**
8 Pauline was married to **Nigel.**

10. Complete the questions.

1 There are two books. The one on the table is Sue's.

a) 'Which …*book is Sue's*...?' 'The one on the table.'
b) 'Whose …*book is on the table*…?' 'Sue's.'
2 Steven wrote four letters.
a) 'Who … ?' 'Steven.'
b) 'How many … ?' 'Four.'
3 Teresa is going to wash the car.
a) 'Who … ?' Teresa.'
b) 'What … ?' 'The car.'
4 Kate visited John in hospital yesterday.
a) 'Who … ?' 'Kate.'
b) 'Who … ?' 'John.'
5 David has taken Frank's new CD.
a) 'Whose …?' 'Frank's.'
b) 'Who …?' 'David.'
6 Alice is going to the cinema tonight.
a) 'Who …?' 'Alice.'
b) 'Where …?'The cinema.'

Безличные предложения

Поскольку в английском языке подлежащее является обязательным элементом предложения, в безличных предложениях употребляется формальное подлежащее, выраженное местоимением it. Оно не имеет лексического значения и на русский язык не переводится.

Безличные предложения используются для выражения:

1. Явлений природы, состояния погоды: It is/(was) winter. (Была) Зима. It often rains in autumn. Осенью часто идет дождь. It was getting dark. Темнело. It is cold. Холодно. It snows. Идет снег.

2. Времени, расстояния, температуры: It is early morning. Ранее утро. It is five o'clock. Пять часов. It is two miles to the lake. До озера две мили. It is late. Поздно.

3. Оценки ситуации в предложениях с составным именным (иногда глагольным) сказуемым, за которым следует подлежащее предложения, выраженное инфинитивом, герундием или придаточным предложением: It was easy to do this. Было легко сделать это.
It was clear that he would not come. Было ясно, что он не придет.

4. С некоторыми глаголами в страдательном залоге в оборотах, соответствующих русским неопределенно-личным оборотам: It is said he will come. Говорят, он придет.

Местоимение. The Pronoun.
Классификации местоимений.

1	**personal**	личные
2	**possessive**	притяжательные
3	**demonstrative**	указательные
4	**indefinite and negative**	неопределенные и отрицательные
5	**quantifiers**	количественные
6	**reflexive**	возвратные
7	**reciprocal**	взаимные
8	**relative**	относительные
9	**defining**	определительные
10	**interrogative**	вопросительные

I. Личные (personal) местоимения

Общий падеж		**Объектный падеж**	
I	я	**me**	мне, меня
he	он	**him**	его, ему

she	она	**her**	ей, о ней
it	оно, это	**it**	ей, ему, этому
we	мы	**us**	нам, нас
they	они	**them**	им, их
you	ты, вы	**you**	тебе, вам

Внимание! He (он) и **she (она)** в английском языке можно говорить только про людей. Все остальные английские существительные (предметы, животные, явления природы, чувства и т. д.) - обозначаются – it (оно, это).

he	**she**	**it**
a boy – мальчик **a man –** мужчина **brother –** брат **father –** отец **Nick –** Николай **Mr Grey –** мистер Грей	**a girl –** девочка **a woman –** женщина **sister – с**естра **motherч–** мама **Kate –** Катя **Mrs Grey –** миссис Грей	**a cat –** кот **a wall –** стена **rain –** дождь **love –** любовь **a hand –** рука **an apple -** яблоко

Англичане говорят <u>It's me</u>, а не It's I (это я).

II. Притяжательные (possessive) местоимения

Притяжательные местоимения выражают принадлежность и имеют в английском языке **две формы - основную** (после этой формы обязательно требуется существительное).
Whose pen is it? - *Чья это ручка?* - **It's my pen**. - *Это моя ручка*.
И **абсолютную** (существует самостоятельно, без существительного) - **It's mine.** - *Это моя.*

Личное местоимение	**Основная форма**	**Абсолютная форма**
I – я **he –** он **she –** она **it – оно,** это **we –** мы **you –** ты, вы **they -** они	**my (toy) -** моя (игрушка) **his (toy) -** его (игрушка) **her (toy) -** ее (игрушка) **its (toy) -** его (не о человеке) **our (toy) -** наша (игрушка) **your (toy) -** ваша, твоя (игрушка) **their (toy) -** их (игрушка)	**his -** его **hers -** ее **its -** его (этого) **ours -** наша **yours -** ваша, твоя **theirs -** их

III. Указательные (demonstrative) местоимения

this (это, эта, этот) **– these** (эти) **that** (то, та, тот) **- those** (те)

IV. Неопределенные (indefinite) и отрицательные (negative) местоимения

Местоимения some, any, every, и их производные

• Если у вас есть, например, яблоки и вы знаете, сколько их, вы говорите:
I have/l have got three apples. *У меня есть 3 яблока,*
• Если вы не знаете точное количество, то используйте неопределенное местоимение **some: I have/1 have got apples.** *У меня есть несколько яблок (некоторое количество).*

Производные от неопределенных местоимений

Слово **"think"** обозначает **"вещь"** (не обязательно материальная).
Слово **"body"** обозначает **"тело".** Эти слова являются основой для целого ряда словообразований.

Thing используется для неодушевленных (что-то):

some **something –** *что-то, что-нибудь*

any	**anything -** *что-то, что-нибудь*
thing	
no	**nothing -** *ничего, ничто*
every	**everything -** *все*
Body/one - для одушевленных (кто-то):	
some	**somebody/someone –** *кто-то, кто-нибудь*
any	**anybody/anyone -** *кто-то, кто-нибудь*
body/one	
no	**nobody / no one -** *никого, никто*
every	**everybody /everyone –** *все, каждый*

Местоимение **some** и основа **body** должны произноситься и писаться слитно, в противном случае вместо **somebody** – *кто-то*, получится **some body** - *какое-то тело*, **Something/somebody/someone** - в утвердительных предложениях, **anything/anybody/anyone** - в отрицательных и вопросительных предложениях**, nothing/nobody/no one** – в отрицательных. **Anything/anybody/anyone** - также используются в утвердительных предложениях, но в значении *что угодно/кто угодно*

somewhere - *где-нибудь, куда-нибудь*	**anywhere -** *где угодно*
nowhere - *нигде*	**everywhere -** *везде*

V. Количественные (quantifiers) местоимения

Many и much - оба слова обозначают **" много"**, С **исчисляемыми** существительными (теми, которые можно посчитать, можно образовать множественное число) используется слово **many**, а с **неисчисляемыми** - слово **much**.

many girls - *много девочек*	**much snow -** *много снега*
many boys - *много мальчиков*	**much money -** *много денег*
many books - *много книжек*	**much time -** *много времени*

How many? } **сколько?**
How much? }

How many girls? - *Сколько девочек?*
How much sugar? - *Сколько сахара?*
How much sugar? - *Сколько сахара?*

a lot of... - много - используется и с исчисляемыми, и с неисчисляемыми существительными a lot без (of) используется и без существительного.

girls – много девочек
a lot of
sugar - много сахара

Сравните: He writes **a lot** of funny stories**.** *Он пишет много забавных рассказов.*
He writes **a lot.** *Он много пишет.*

<u>В утвердительных</u> предложениях используйте **a lot of.**
<u>В отрицательных</u> и в вопросительных **many/much,**

Сравните:

(+) My grandmother often cooks **a lot of** tasty things. *Моя бабушка часто готовит много вкусного*.
(-) But we don't eat **much.** *Но мы не едим много*. (?) Do you eat much? *Вы много едите?*
Иногда слова **much** и **a lot** являются синонимами слова **"часто":**
Do you ski **much**? *Вы много (часто) катаетесь на лыжах?* No, not much (= not often).Нет, не часто.

Few, little, a few, a little
С неисчисляемыми существительными используйте слово little (мало), а с исчисляемыми - few (мало).

few books - мало книг	**little time -** мало времени
few girls - мало девочек	**little money -** мало денег
few boys - мало мальчиков	**little snow -** мало снега
little } **мало (т.е. надо еще)**	**a little** } **немного (т.е. пока хватает)**

few	a few

VI. Возвратные (reflexive) местоимения

Возвратные местоимения образуются от личных местоимений в объектном падеже и притяжательных местоимений прибавлением **- self** в единственном числе и **- selves** во множественном числе. Возвратные местоимения используются для того, чтобы показать, что объект, названный подлежащим предложения сам совершает действие.

Личное местоимение	Возвратное местоимение	Пример	Перевод
I	myself	I did it myself.	Я сделал это сам
he	himself	He did it himself.	Он сделал это сам.
she	herself	She did it herself.	Она сделала это сама
you	yourself	You did it yourself.	Вы сделали это сами.
they	themselves	They did it themselves.	Они сделали это сами.
we	ourselves	We did it ourselves.	Мы сделали это сами.

VII. Взаимные (reciprocal) местоимения

Each other - друг друга (относится к двум лицам или предметам).
One another - друг друга (относится к большему количеству лиц или предметов).
They spoke to <u>each other</u> rather friendly. *Они разговаривали друг с другом довольно дружелюбно.*
They always help <u>one another</u>. *Они всегда помогают друг другу.*

VIII. Относительные (relative) местоимения

Who (whom), whose, which, that

who	**Именительный падеж <u>who</u> (подлежащее)** **The girl <u>who</u> is playing the piano is my sister.** *Девочка, которая играет на пианино, - моя сестра.*
	Объектный падеж <u>whom</u> (дополнение) **The man <u>whom</u> I love the best is your brother.** *Человек, которого я люблю больше всех, - твой брат.*
which	**Для неодушевленных предметов и животных** **The flowers <u>which</u> you brought me were pretty nice.** *Цветы, которые ты мне принес, очень милые.*
whose	**Для одушевленных существительных** **This is the man <u>whose</u> book we read yesterday.** *Это человек, книгу которого мы читали вчера.*
	Для неодушевленных существительных **We saw the tree <u>whose</u> leaves were absolutely yellow.** *Мы увидели дерево, листья которого были абсолютно желтыми.*
that	**Для одушевленных существительных** **This is the man <u>that</u> we saw yesterday.** *Это мужчина, которого мы видели вчера.*
	Для неодушевленных существительных **This is the film <u>that</u> we saw yesterday.** *Это фильм, который мы видели вчера.*

IX. Определительные (defining) местоимения

all

Употребление	Примеры	Перевод
определяет неисчисляемые существительные	He spent **all his** time fishing on the lake**.**	Он провел все свое время, ловя рыбу на озере.
определяет исчисляемые существительные	**All the** boys like football. **(the после all!)**	Все мальчишки любят футбол.
all = everything	I know **all/everything.**	Я знаю всё.
all = everybody	**All** were hungry. **Everybody** was hungry.	Все были голодны. Все были голодны.
we all = ail of us you all = all of you they all = ail of them	We **all** love you very much = **All** of us love you very much.	Мы все тебя очень любим

both

Употребление	Примеры	Перевод
определяет существительные	**Both (the/my) friends like football.**	Оба моих друга любят футбол
допускается использование артикля вместо указательных местоимений после both	**Both these/the men are Russian.**	Оба (эти) мужчины - русские.
употребляется вместо существительного	**He gave me two apples. Both were sweet.**	Он дал мне два яблока. Оба были сладкими.
they both = both of them you both = both of you we both = both of us	**They both (both of them) came to visit us.**	Они оба пришли навестить нас.
в устойчивой конструкции **both...and.**	**Both mother father were at home**	И мама, и папа были дома.
в отрицательных предложениях **вместо both** используется **neither**	**Both of them know English. Neither of them know English.**	Они оба знают английский. Ни один из них не знает английского.

either/neither

	Употребление	Примеры	Перевод
either	любой из двух (артикль не ставится)	**I’ve got 2 cakes. Take either cake.**	У меня 2 пирожных. Возьми любое.
	каждый, оба, и тот, и другой	**There are windows on either side of the house.**	С обеих сторон дома есть окна.
	заменяет существительное (глагол в ед. числе)	**Either of dogs is always hungry.**	Любая из собак вечно голодная.
neither	отрицательное местоимение-определение (ни тот, ни другой)	**Neither of examples is correct.**	Ни один из примеров не верен.
	в констр. neither.. .nor (ни.. .ни)	**I like neither tea, nor coffee.**	Я не люблю ни чай, ни кофе.

other, another, the other, the others (другой, другие)

	Употребление	Примеры	Перевод
the other	другой (второй), другой из двух	**You’ve got 2 balls: one and the other.**	У тебя 2 мяча: один и другой.
another	другой из многих, еще один	**Take another ball.**	Возьми другой мяч.

			(Любой, но не этот.)
other	другие (любые), не последние	**Take other 2 balls.**	Возьми другие 2 мяча. (Из многих.)
the others	другие (определенные)	**There are 4 balls: 2 balls are red and the others are blue.**	Есть 4 мяча: 2 красных, а другие 2 - синие.

X. Вопросительные (interrogative) местоимения

what	что	**What's this?**	Что это?
which	который	**Which of them?**	Который из них?
who	кто, кого	**Who was that?**	Кто это был?
whom	кого	**Whom did you meet?**	Кого ты встретил?
whose	чей	**Whose book is it?**	Чья это книга?

Имя существительное. The Noun

Категории	Существительное в русском языке	Существительное в английском языке
Число	**Изменяется**	**Изменяется**
Падеж	**Изменяется**	**Не изменяется**

Выполните упражнения на закрепление материала:

. Fill in the gaps with the correct subject or object pronoun.

1 A: Do your brothers play football?
B: Yes, ...*they*... play … all the time … think …'s a brilliant game.
2 A: Does Susan eat chocolate?
B: Yes … eats … all the time … says …'s her favourite food.
3 A: Do your parents know Mr. Jones?
B: Yes, … know … very well … lives next door to … .
4 A: Does Claire like David?
B: No, … doesn't like … very much. … says …'s too noisy.
5 A: Do you listen to rock music?
B: Yes, … listen to … all the time. … think …'s fantastic.
6 A: Does Tony enjoy fishing?
B: Oh, yes … enjoys … very much. .... says … relaxes him.

2. Fill in the gaps with there or it.

1 By the time I got home, ...*it*… was nearly ten o'clock.
2 'Is … your birthday today?" No, … was last week.'
3 Come here, Simon … is someone here to see you. I think … is your friend, Rod.
4 … wasn't warm enough to go to the beach, so we went to the cinema.
5 … wasn't very much money left after I had paid for the shopping.

3. Fill in the gaps with one or it.

1 A: I need a loaf of bread.
B: I'll buy ...*one*... this afternoon.
2 A: Is the phone ringing?
B: I can't hear … .
3 A: 'Titanic' is an amazing film.
B: I know. I've seen … twice.
4 A: When was the last time you read a book?
B: I haven't read … for months.

5 A: Have you got a car?
B: No. I can't afford … .
6 A: Do you like the new Rolling Stones CD?
B: I haven't heard … yet.
7 A: I need a dress for the party.
B: I'll lend you … .

4. Fill in the correct possessive adjective or pronoun.

1 A: Have you met ...*your*... new neighbours yet?
B: No. I've seen … children in the garden, though.
2 A: You took … coat home last night.
B: I know, I'm sorry. I thought it was … because they're both black.
3 A: What's wrong with Rosie?
B: Oh, she's been having problems with … back recently.
4 A: James is doing well at school.
B: I know … teacher says he's very advanced for his age.
5 A: Is this bag … ?
B: Oh, yes, thank you. I nearly forgot it.
6 A: Julie and Frank are so lucky … house is beautiful.
B: Yes, and it's so much bigger than … I envy them.
7 A: I like … shirt. It's like Sandra's.
B: Actually, it is … I borrowed it from her yesterday.
8 A: Why did you lend Tom … car?
B: Because … is being repaired at the moment.

5. Fill in its or it's.

1 The car is nice to drive, but I don’t like ...its... colour.
2 This town is wonderful … got lots of shops!
3 I'm staying at home today because … cold outside.
4 Let's go in here … my favourite restaurant.
5 A bird has built … nest in our garden.
6 The company I work for has changed … name.

6. Fill in a possessive adjective or the.

1 A dog bit him on ...*the*... leg.
2 I banged … head on the cupboard door.
3 Karen put … arm around Jane's shoulder.
4 Don't put … feet on the tablel
5 You shouldn't have punched Tom in … stomach.
6 Paul patted Lisa on … shoulder.

7. Fill in the gaps with of where necessary, and my, your, etc. own.

1 John doesn't live with his parents any more. He's got a flat ...*of his own*...
2 She doesn't travel by bus any more because she's got … car.
3 I don't need to borrow your umbrella. I've got one … .
4 Haven't you got … pen? You're always borrowing mine.
5 My job includes doing research in … time.
6 Sam is tired of using his friend's computer, so he is going to buy one… .
7 The couple moved into … house after they got married.
8 Don't let the dog sleep on your bed. It's got a bed … .

8. Connect the nouns using -'s, -' or ...of…

1 car/Helen ...*Helen's car*…
2 the manager/the restaurant
3 shoes/women
4 the results/the test
5 bicycles/my daughters

6 secretary/the assistant manager
7 the corner/the room
8 house/their parents
9 the back/the classroom
10 shoes/William
11 walk/an hour
12 partner/Jim
13 Rome/the streets
14 UN/headquarters

9. Rewrite the sentences using the correct possessive form.

1 Nobody went to **the meeting last week**.

...Nobody went to last week's meeting....

2 The **drive** to the airport takes **two hours**.
3 They will get their exam results **six weeks from now**.
4 I look after **James - Karen — children**.
5 I received the letter in **the post - yesterday**.
6 It's autumn. **The tree - the leaves** are falling off.
7 Graham never listens to **his doctor - the advice.**
8 Are you going to **Jane - Paula - the party**?
9 He has never done a hard **day of work** in his life.
10 At the moment I'm staying with **a friend - my**.
11 I think I'll order **the special of today**.
12 The man knocked on **the house - the door**.
13 The ticket inspector looked at **the people – the tickets.**
14 **Mrs Jones - Miss Smith - cars** are being serviced.
15 **The sales target this month** is two million pounds.

10. Fill in the gaps with the correct reflexive pronoun.

1 The girl has hurt … *herself*… .
2 He put the fire out by …
3 She is looking at … in the mirror.
4 They are serving …
5 He cooked the food by …
6 They bought this house for …
7 They are enjoying …
8 He introduced …

The Plural Form of Nouns

Образование множественного числа у английских существительных

Способ образования	Примеры	Перевод
после глухих согласных	**a book - books** **a cup - cups**	**книга - книги** **чашка - чашки**
после звонких согласных и гласных -	a name - names a girl - girls	**имя - имена** **девочка - девочки**
после шипящих, свистящих звуков -ch, -sh, -x, -s, -z: -es	a palace - palaces a bush - bushes a box - boxes a church - churches	дворец - дворцы куст - кусты коробка - коробки церковь - церкви
слово заканчивается на -y: 1) гласная +y	**a toy - toys** **a boy - boys**	игрушка - игрушки мальчик - мальчики

2) согласная + y	**a family - families** **a story - stories**	**семья - семьи** **история - истории**
слово заканчивается на *-file*	**a leaf - leaves** **a shelf - shelves**	лист - листья полка - полки

Особые случаи образования множественного числа

Ед. число	**Мн. число**	**Перевод**
man	men	мужчина - мужчины
woman	women	женщина - женщины
foot	feet	нога (стопа) - ноги (стопы)
child	children	ребенок - дети
goose	geese	гусь - гуси
mouse	mice	мышь - мыши
ox	oxen	**бык - быки**
tooth	teeth	**зуб - зубы**

Слова - заместители существительных **Substitutions: one/ones**

При повторном использовании одного и того же существительного в одном предложении, вместо него следует использовать one (в единственном числе) и ones (во множественном числе):
This table is bigger that that one - Этот стол больше, чем тот (стол).
These table are bigger than those ones. - Эти столы больше, чем те (столы).

Со словами one/ones **может быть использован артикль, если перед ними стоит прилагательное.**	
What apple do you want? **Какое ты хочешь яблоко?** **The red one. Красное.**	**What apples do you want?** **Какие яблоки ты хочешь?** **The red ones. Красные.**

Английские существительные не имеют падежных окончаний традиционно выделяют два падежа -общий и притяжательный.

Общий падеж

И. п. Эта девочка хорошо говорит по-английски.	This girl speaks English well.
Р. п. Это собака той девочки.	It’s a dog of that girl.
Д. п. Я дал яблоко той девочке. .	I gave an apple to that girl.
В. п. Я вижу маленькую девочку. .	1 can see a little girl.
Т. п. Я люблю гулять с этой девочкой.	1 like to play with this girl.
П. п. Я часто думаю об этой девочке.	1 often think about this girl.

Притяжательный падеж. The Possessive Case

Образование притяжательного падежа

	Образование	**Примеры**	**Перевод**
существительные в единственном числе	**’s**	**bird’s house** **child’s ball**	домик птички мячик ребенка
существительные во множественном числе (группа исключений}	**’s**	**children’s bail** **women’s rights**	мячик детей права женщин
существительное во множественном числе	**’**	**girls’ toy** **birds’ house**	игрушка девочек домик птичек

Формула притяжательного падежа обычно имеют лишь одушевленные существительные, обозначающие живое существо, которому что-то принадлежит,

my mother’s book - мамина книга,

this girl’s bail - мячик девочки,

the bird’s house - домик птички

Для того, чтобы показать принадлежность объекта неодушевленному предмету, используется предлог of:

the handle of the door (ручка (от) двери), но чаще образуется составное существительное door-handle,

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Fill in the gaps with an appropriate noun + of to indicate quantity.

1 a ... carton/glass/jug of ... orange juice
2 a … cheese
3 a … bread
4 a … coffee
5 a … water
6 a … wine
7 a … chocolate
8 a … crisps
9 a … honey
10 a … meat
11 a … spaghetti
12 a … flour

2. Fill the gaps with a, an, or some where necessary.

1 a) We had ...some... delicious food last night,
b) We had ...a... delicious meal last night.
2 a) There is … beautiful furniture in that shop,
b) There is … beautiful table in that shop.
3 a) I'm thirsty. I need … drink.
b) I'm thirsty. I need … water.
4 a) She's just bought … expensive clothes.
b) She's just bought … expensive dress.
5 a) They booked … room in advance.
b) They booked … accommodation in advance
6 a) The band played … lovely song.
b) The band played … lovely music.
7 a) We had … heatwave last week.
b) We had … hot weather last week.
8 a) I can't do this job alone. I need … assistant
b) I can't do this job alone. I need … help.
9 a) He has got … heavy luggage to carry.
b) He has got … heavy suitcase to carry.
10 a) I need … cutlery to eat this food with.
b) I need … knife and fork to eat this food with.
11 a) She has got … important job to do.
b) She has got … important work to do.
12 a) He found … coin on the ground.
b) He found … money on the ground.

3. Complete the sentences using the noun in brackets in the singular or plural form and a/an where necessary.

1. He gave me a box' of my favourite ...chocolates.... (chocolate)
2. His favourite food is … . (chocolate)
3. She bought … on her way to work. (paper)
4. He placed all the important … in his briefcase. (paper)
5. I need some … to write this message on. (paper)
6. Hurry up! We don't have much …. (time)
7. She has visited us several … this month. (time)
8. He has no … but he is keen to learn. (experience)
9. She had a lot of exciting … during her travels. (experience)
10. We went far a walk in the … after lunch. (wood)
11. His desk is made of ……. . (wood)
12. Jane is in her… reading a book. (room)
13. We have got plenty of … for a party in here. (room)
14. I am going to have my … cut tomorrow. (hair)
15. There was …in my soup. (hair)
16. I'm thirsty. I need … of water. (glass)
17. Susan only wears her … when she reads. (glass)
18. This ornament is made of coloured …. . (glass)
19. Helen bought … in the sale at the electrical store. (iron)
20. The old gate was made of … .(iron)

4. Cross out the expressions which cannot be used with the nouns, as in the example.

1 There are **several, many, <u>much,</u> plenty of, <u>too little</u>** things you can do to help.
2 He has met **a couple of, a few, very little, plenty of, too much** interesting people.
3 She earns **few, hardly any, plenty of, several, a great deal** of money.
4 We have got **no, many, lots of, a great deal of, a few** work to do.
5 Don't worry, there's **a little, plenty of, a couple of, many, a lot of** time.
6 **Both, Several, A large quantity of, Plenty of, Too much** students applied for the course.
7 He's got **no, hardly any, a little, some, a small amount of** qualifications.
8 She's got **hardly any, several, a little, a few, a lot of** experience in dealing with customers.
9 There is **too much, a lot of, hardly any, few, several** salt in this soup.
10 There is **a little, many, too much, a great number of, some** traffic on the roads today.

5. Underline the correct word.

1 A: I have a Physics exam tomorrow.
B: Oh dear. Physics **<u>is</u>/are** a very difficult subject.
2 A: My office is three miles from my house.
B: Three miles **is/are** a long way to walk to work.
3 A: My little brother has got measles.
B: Oh dear. Measles **is/are** quite a serious illness.
4 A: Jane looked nice today, didn't she?
B: Yes. Her clothes **were/was** very smart.
5 A: I've got two pounds. I'm going to buy a CD.
B: Two pounds **is/are** not enough to buy a CD.
6 A: The classroom was empty when I walked past.
B: Yes. The class **was/were** all on a school outing.
7 A: Have you just cleaned the stairs?
B: Yes, so be careful. They **is/are** very slippery.
8 A: Did you ask John to fix your car?
B: Yes. His advice **was/were** that I take it to a garage.

9 A: Did you enjoy your holiday?
B: Yes, thank you. The weather **was/were** wonderful.
10 A: These trousers **is/are** very old.
B: You should buy a new pair.
11 A: How **is/are** the company doing lately?
B: Great. We opened up two more branches.
12 A:' I am going to travel for two years when I finish school.
B: Two years **is/are** a long time to be away from home.

6. Finish the sentences, as in the example.

1 You need a lot of experience to do this job. A lot of experience ...is needed to do this job...
2 They gave us some interesting information. The information …
3 She likes Maths more than any other subject. Maths …
4 We had mild weather this winter. The weather …
5 We called the police immediately. The police …
6 I told them some exciting news. The news …
7 He was irritated because of the bad traffic. He was irritated because the …
8 I stayed in very luxurious accommodation. The accommodation …
9 The driver took the luggage out of the car. The luggage …
10 She gave me very sensible advice. The advice she gave me …
11 These shorts are too big for me. This pair of shorts …
12 The hotel is in magnificent surroundings. The hotel surroundings …
13 She's got long blonde hair. Her hair …

Артикль. The Article

1. Неопределенный a/an (используется перед исчисляемыми существительными в единственном числе)

a cat –кот a dog –собака a boy – мальчик a girl -девочка
a teacher - учитель

2. Определенный the (может использоваться с любыми существительными)

the cat -кот the houses –дома the water -вода the weather –погода
the flowers - цветы

Если слово начинается с гласной буквы, к артиклю "a" добавляется буква "n", для того, чтобы две гласные не сливались: an apple (яблоко), an orange (апельсин), an author (автор) и т, д. Слово “an hour” (час) начинается с согласной буквы “h”, но в слове эта буква не читается, т.е. слово начинается с гласного звука, поэтому к артиклю “a” также добавляется n = an

Упоминая объект впервые, перед ним ставят неопределенный артикль a/an при вторичном с упоминании того же самого объекта, перед ним ставят определенный артикль the

I see a cat, Я вижу кота (одного). The cat is black. (этот) Кот – черный.

This is a kitten. Это - котенок. (Один из многих) The kitten is hungry. (этот) Котенок - голодный.

I have a book- У меня есть книга. The book is interesting. (эта) Книга - интересная.

Неопределенный артикль a/an опускается перед исчисляемыми существительными и существительными во множественном числе.

a pen - pens (ручка - ручки) a dog - dogs (собака - собаки) a book - books (книга -книги)
- water (вода) - snow (снег) - meat (мясо)

Использование неопределенного артикля a

один из множества (любой)	This is a cat.
первое упоминание в тексте	I see a bird.
при упоминании профессии	My brother is a pilot.
в восклицательных предложениях	What a good girl! What a surprise!

	Such a fine room!
вместо слова один	She is coming for a weak.
в определенных конструкциях there is a... I have a… he has a... I see a... this is a... that is a… It is a... Iama… he/she is a…	There is a book here. I have got a nice coat. He has a kind smile. I see a wolf. This is a dog. That is a doctor. It is a red pen. I am a good swimmer. He/she is a tourist
в ряде устойчивых словосочетаний at a quarter.., in a loud, (a low, an angry voice) to have a good time a lot of to go for a walk such a... after a while in a day (a month, a week, a year)	Come at a quarter to 8. Don't speak to him in an angry voice. We had a good time in the country. She has got a lot of presents. Let's go for a walk. He is such a clever boy. You'll see them after a while. We are living in a day.

Использование определенного артикля the

если речь идет о конкретном лице или предмете	The pen is on the table.
при повторном упоминании того же самого объекта	I see a cat. The cat is black.
если слово обозначает нечто, существующее в единственном лице, с частями света	the sun, the moon, the Earth
со словами: only (только), main (главный), central (центральный), left (левый), right (правый), wrong (неправильный), next (следующий), last (последний), final (заключительный)	The only man I love the main road to the left, to the right It was the right answer. the final test
с порядковыми числительными	the first, the tenth
с прилагательными в превосходной степени	the kindest, the most interesting the best
с музыкальными инструментами и танцами	to play the piano, to dance the tango
с обобщающими существительными (класс людей» животных, термины, жанры)	The Britons keep their traditions.
с названиями музеев, кинотеатров, кораблей, галерей, газет, журналов	the Hermitage the Tretyakov Gallery the Avrora the Seasame Street
с названиями океанов, рек, морей, каналов, пустынь, групп, островов, штатов, горных массивов, наименований с of	the Atlantic ocean the Neva river the Black sea Changing of the Guard

Использование определенного артикля в ряде устойчивых словосочетаний

in the middle, in the corner in the morning, In the evening, in the afternoon what’s the use? to the cinema, to the theatre, to the shop, to the market	The table is in the middle of the room. I never drink coffee in the evening. What's the use of going there so late? Do you like going to the theatre? He works at the shop.

at the cinema, at the theatre, at the shop, at the market the fact is (was) that... where is the…? in the country, to the country	The fact is that I have no money at all. Where is the doctor? We always spend summer in the country.

Сколько бы прилагательных-определений ни стояло перед существительным, все эти определения ставятся между артиклем и существительным: A big, black, fat cat большой, черный, толстый кот.

Случаи, когда артикль не употребляется

если, перед существительным стоит притяжательное местоимение	a pen - my pen a dog - his dog the teacher - our teacher the apple - her apple
если перед существительным стоит указательное местоимение	the cats - those cats the books - these books a mouse - this mouse
если стоит другое существительное в притяжательном падеже	a car - father's car the horse - farmer's horse a bike - brother's bike the doll - sister's doll
если перед существительным стоит, количественное числительное	5 balls, 7 bananas, 2 cats
если перед существительным стоит отрицание “no”	She has no children. I see no birds.
перед именами	Mike, Kate, Jim, etc
с названиями дней недели	Sunday, Monday, etc.
с названиями месяцев	May, December, etc.
с названиями времен года	in spring, in winter
с названиями цветов	white, etc. I like green
с названиями спортивных игр	football, chess, etc.
с названиями блюд, напитков	tea, coffee, soup, etc,
с названиями праздников	Easter, Christmas, etc.
с названиями языков, если нет слова (язык). Если есть, нужен артикль the	English, etc. I learn English, the English language
с названиями стран	Russia, France, etc HO: the USA, the United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland, the Netheriands, the Ukraine, the Congo
с названиями городов	Moscow, Paris, etc.
с названиями улиц, площадей	Trafalgar Square
с названиями парков	St James’ Park, Hyde Park
с названиями мостов	Tower Bridge
с названиями одиночных гор	Kilimanjaro
с названиями озер	Loch Ness
с названиями континентов	Asia, Australia, etc.
с названиями одиночных островов	Cyprus
если перед существительными стоит вопросительное или отрицательное	what animals can swim? I know what thing you have lost!

местоимение	

ГЛАГОЛ (THE VERB)

Глаголом называется часть речи, обозначающая действие или состояние предмета или лица.

В английском языке признаком глагола в неопределенной форме (инфинитиве) является частица to.

По своей структуре глаголы делятся на:

1. Простые, состоящие только из одного корня:

to fire - стрелять; зажигать
to order - приказывать
to read - читать
to play - играть

2. Производные, состоящие из корня и префикса, из корня и суффикса или из корня, префикса и суффикса:

to unpack - распаковывать
to dismiss - увольнять, отпускать
to realize - представлять себе
to shorten - укорачивать (ся)
to encounter - встречать (ся), наталкивать (ся)
to regenerate - перерождаться, возрождаться

3. Сложные, состоящие из двух основ (чаще всего основы существительного или прилагательного и основы глагола):

to broadcast (broad + cast) - передавать по радио
to whitewash (white + wash) - белить

4. Составные, состоящие из глагольной основы и наречия или предлога:

to carry out - выполнять
to sit down - садиться

По значению глаголы делятся на смысловые и служебные.

1. Смысловые глаголы имеют самостоятельное значение, выражают действие или состояние: Lomonosov as a poet and scientist played a great role in the formation of the Russian literary language. Как поэт и ученый Ломоносов сыграл огромную роль в создании русского литературного языка.

2. Служебные глаголы не имеют самостоятельного значения и употребляются для образования сложных форм глагола или составного сказуемого. Они являются спрягаемым элементом сказуемого и в его формах выражается лицо, число и время. К ним относятся:

1. Глаголы-связки to be быть, to become становиться, to remain оставаться, to grow становиться, to get, to turn становиться, to look выглядеть, to keep сохраняться.

Every man is the maker of his own fortune. Каждый человек-творец своей судьбы.

2. Вспомогательные глаголы to be, to do, to have, to let, shall, will (should, would):

The kitchen was supplied with every convenience, and there was even a bath-room, a luxury the Gerhardts had never enjoyed before. На кухне имелись все удобства; была даже ванная комната- роскошь, какой Герхардты никогда до сих пор не обладали.

3. Модальные глаголы can, may, must, ought, need: He that would eat the fruit must climb the tree. Кто любит фрукты, должен влезть на дерево (чтобы сорвать). (Любишь кататься-люби и саночки возить.)

Все формы глагола в английском языке делятся на личные и неличные.

Личные формы глагола выражают время, лицо, число, наклонение. Они выполняют в предложении функцию сказуемого. К личным формам относятся все формы времен действительного и страдательного залога (изъявительного и сослагательного наклонения):

As you leave the Kremlin by Spassky Gate you come out on the Red Square. Если вы выходите из Кремля мимо Спасских Ворот, вы оказываетесь на Красной площади.

Неличные формы глагола не различаются по лицам и числам. Они не могут самостоятельно выполнять в предложении функцию сказуемого, но могут входить в его состав. К неличным формам относятся: инфинитив, причастие и герундий. Every step towards eliminating nuclear weapons is in the interests of every nation. Любой шаг в направлении уничтожения ядерного оружия служит интересам каждого государства.

Личные формы глагола в английском языке имеют три наклонения: изъявительное (the Indicative Mood), повелительное (the Imperative Mood) и сослагательное (the Subjunctive Mood).

Глаголы в изъявительном наклонении выражают реальное действие, передают факты: His son goes to school. Его сын учится в школе.
She has written an interesting article. Она написала интересную статью.
A new building of the theatre was built in this street. На этой улице построили новое здание театра.

Глаголы в повелительном наклонении выражают приказание, просьбу, совет, запрещение, команду:
"Don't buy them", warned our cautious driver. "Не покупайте их", - предупредил наш осторожный шофер.
Undertake not what you cannot perform but be careful to keep your promise. Не беритесь за то, что не сможете выполнить, но старайтесь сдержать обещание.

Глаголы в сослагательном наклонении выражают действие не реальное, а желательное или предполагаемое: If there were no bad people, there would be no good lawyers. Если бы не было плохих людей, не было бы хороших адвокатов.

Как личные, так и неличные формы глагола имеют **два залога**: действительный (the Active Voice) и страдательный (the Passive Voice).

Глаголы в действительном залоге выражают действие, которое производится подлежащим: I inform you that I have carried out the mission. Сообщаю, что я выполнил задание.

Глаголы в страдательном залоге выражают действие, которое испытывает на себе подлежащее: I was informed that the mission had been carried out. Мне сообщили, что задание было выполнено.

Формы глагола могут выражать отношение между действием и временем. В русском языке бывают глаголы **совершенного и несовершенного вида**. **Глаголы совершенного вида** обозначают действие, которое закончено, и есть его результат:
Он прочитал эту статью с интересом.

Глаголы несовершенного вида обозначают действие, указывая на его повторяемость, длительность, незаконченность: Вчера он читал эту статью с интересом. (Но он мог и не прочитать ее).

Вид глагола в русском языке выражается либо изменением его формы, либо с помощью суффиксов и приставок. Видовые значения глагола в английском языке выражаются сочетанием вспомогательного глагола с причастием настоящего или прошедшего времени смыслового глагола.

В английском языке четыре видо-временных группы глагола: неопределенные времена (Indefinite Tenses), продолженные времена (Continuous Tenses), совершенные времена (Perfect Tenses), и совершенные продолженные времена (Perfect Continuous Tenses). В каждой временной группе три времени: настоящее (Present), прошедшее (Past), будущее (Future).

Глагол “to be”

A: Are you from England?
B: No, we aren't. We're from China.

He's Tom and she's Helen. They are friends.

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма	Краткая форма	Полная форма	Краткая форма	Am I?

I am	I'm	I am not	I'm not	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Is he?
He is	He's	He is not	He isn't	Is she?
She is	She's	She is not	She isn't	Is it?
It is	It's	It is not	It isn't	Are we?
We are	We're	We are not	We aren't	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Are they?
They are	They're	They are not	They aren't	

Краткими ответами называются ответы на вопросы, начинающиеся с глагольной формы is /are; в кратком ответе содержание вопроса не повторяется. Употребляется только Yes или No, далее личное местоимение в именительном падеже и глагольная форма is (isn't) / are (aren't). Например: Are you British? No, I'm not.
Yes, I am /we are. No, I'm not/we aren't.
Yes, he/she/it is. No, he/she/it isn't.
Yes, they are. No, they aren't.

WAS/WERE

Bob is eighty. He's old and weak.
Mary, his wife is seventy-nine. She's old too.
Fifty years ago they were young. Bob was strong. He wasn't weak. Mary was beautiful. She wasn't old.
В прошедшем простом времени (past simple) глагол "to be" с личными местоимениями в именительном падеже имеет следующие формы: was для I, he, she, it и –were для –we, you, they. В вопросахwas/were ставятся перед личным местоимением в именительном падеже (I, you, he и т.д.) или существительным. Например: She was ill yesterday. -> Was she ill yesterday? Отрицания образуются путем постановки not после was/were. Например: She was not ill yesterday. She wasn't ill yesterday.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
I was	I was not	I wasn’t	Was I?
You were	You were not	You weren’t	Were you?
He was	He was not	He wasn’t	Was he?
She was	She was not	She wasn’t	Was she?
It was	It was not	It wasn’t	Was it?
We were	We were not	We weren’t	Were we?
You were	You were not	You weren’t	Were you?
They were	They were not	They weren’t	Were they?

ОБОРОТ THERE IS/THERE ARE

There is a sofa in the room. There are two pictures on the wall. There isn't a TV in the room. What else is there in the room?

Мы употребляем конструкцию there is/there are, чтобы сказать, что кто-то или что-то существует или находится в определенном месте. Краткая форма there is – there’s. There are не имеет краткой формы. Например: There is (There's) a sofa in the room. There are four children in the garden.

Вопросительная форма: Is there? Are there? Например: Is there a restaurant in the town? Are there any apples in the basket?

Отрицательная форма: There isn’t …/There aren’t … Например: There is not / isn't a man in the room. There are not/aren't any cars in the street.

Краткие ответы строятся с помощью Yes, there is/are или No, there isn't / aren't. Содержание вопроса не повторяется.

Yes, there is. No, there isn't.
Yes, there are. No, there aren't.

Мы употребляем there is / there are, чтобы сказать, что что-то существует или находится в определенном месте, it is / they are - когда уже упоминали об этом. Например: There is a house in the picture.

It is a big house. (Но не: It's a house in the picture.)
There are three books on the desk.
They are history books. (Но не: They are three books on the desk.)

Конструкция There was/There were

This is a modern town today.
There are a lot of tall buildings and shops. There are cars and there isn't much peace and quiet.
This is the same town fifty years ago.
There weren't any tall buildings. There were some old houses. There weren't many cars and there wasn't much noise.

Конструкция There was/There were - это There is / There are в форме past simple. There was употребляется с существительными в единственном числе. Например: There was a post office in the street thirty years ago. There were употребляется с существительными во множественном числе. Например: There were a few houses in the street thirty years ago.

В вопросах was/were ставятся перед there. Например: Was there a post office in the street thirty years ago? Were there any houses in the street thirty years ago?

Отрицания строятся путем постановки not после was / were. Например: There was not / wasn't a post office in the street thirty years ago. There were not / weren't any houses in the street thirty years ago.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
There was	There was not	There wasn't	Was there?
There were	There were not	There weren't	Were there?

Краткие ответы строятся с помощью Yes или No и there was/there were. Содержание вопроса не повторяется.

Was there a book on the desk? Yes, there was. No, there wasn't.

Were there any people in the shop? Yes, there were. No, there weren't.

Глагол Have got

A bird has got a beak, a tail and wings.
Has she got long hair? No, she hasn't. She's got short hair.
What have they got? They've got roller blades. They haven't got skateboards.
She has got a headache.

Have (got) используется:

а) чтобы показать, что что-то принадлежит кому-то. Например: He's got a ball.

б) при описании людей, животных или предметов. Например: She's got blue eyes.

в) в следующих высказываниях: I’ve got a headache. I’ve got a temperature. I’ve got a cough, I’ve got a toothache, I’ve got a cold, I’ve got a problem.

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма	Краткая форма	Полная форма	Краткая форма	Have I (got)?
I have (got)	I've (got)	I have not (got)	I haven't (got)	Have you (got)?
You have (got)	You've (got)	You have not (got)	You haven't (got)	Has he (got)?
He has (got)	He's (got)	He has not (got)	He hasn't (got)	Has she (got)?
She has (got)	She's (got)	She has not (got)	She hasn't (got)	Has it (got)?
It has (got)	It's (got)	It has not (got)	It hasn't (got)	Have we (got)?
We have (got)	We've (got)	We have not (got)	We haven't (got)	Have you (got)?

You have (got) They have (got)	You've (got) They've (got)	You have not (got) They have not (got)	You haven't (got) They haven't (got)	Have they (got)?

Had

Grandpa, did you have a TV when you were five?
No, I didn't. People didn't have TV's then. They had radios.

Have (had) в past simple имеет форму Had для всех лиц.

Вопросы строятся с помощью вспомогательного глагола did, личного местоимения в именительном падеже и глагола - have. Например: Did you have many toys when you were a child? Отрицания строятся с помощью did not и have. Например: I did not / didn't have many toys when I was a child.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
I had	I did not have	I didn't have	Did I have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
He had	He did not have	He didn't have	Did he have?
She had	She did not have	She didn't have	Did she have?
It had	It did not have	It didn't have	Did it have?
We had	We did not have	We didn't have	Did we have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
They had	They did not have	They didn't have	Did they have?

Имя прилагательное. The Adjective

Категории	**Прилагательное в русском языке**	**Прилагательное в английском языке**
Число	изменяется	не изменяется
Род	изменяется	не изменяется
Падеж	изменяется	не изменяется

Образование имен прилагательных

Имена прилагательные бывают: **простые и производные**

К **простым** именам прилагательным относятся прилагательные, не имеющие в своем составе **ни приставок, ни суффиксов: small** - *маленький*, **long** - *длинный*, **white** - *белый*.

К **производным** именам прилагательным относятся прилагательные, имеющие в своем составе **суффиксы** или **приставки**, или одновременно и те, и другие.

Суффиксальное образование имен прилагательных

Суффикс	**Пример**	**Перевод**
- ful	use**ful** doubt**ful**	**полезный** **сомневающийся**
- less	help**less** use**less**	**беспомощный** **бесполезный**
- ous	fam**ous** danger**ous**	**известный** **опасный**
- al	form**al** centr**al**	**формальный** **центральный**
- able	eat**able** cap**able**	**съедобный** **способный**

Приставочный способ образования имен прилагательных

Приставка	Пример	Перевод
un -	**un**cooked **un**imaginable	**невареный** **невообразимый**
in -	**in**capable **in**human	**неспособный** **негуманный**
il -	**il**legal **il**liberal	**нелегальный** **необразованный**
im -	**im**possible **im**practical	**невозможный** **непрактичный**
dis -	**dis**honest **dis**agreeble	**бесчестный** **неприятный**
ir -	**ir**regular **ir**responsible	**неправильный** **безответственный**
Некоторые имена прилагательные являются составными и образуются из двух слов, составляющих одно понятие: **light-haired –** светловолосый, **snow-white –** белоснежный.		

Прилагательные, оканчивающиеся на – ed и на - ing

- ed	**- ing**
Описывают чувства и состояния	**Описывают предметы, вещи, занятия, вызывающие эти чувства**
interested – интересующийся, заинтересованный	**interesting -** интересный
bored - скучающий	**boring -** скучный
surprised - удивленный	**surprising -** удивительный

Степени сравнения прилагательных

Английские прилагательные не изменяются ни по числам, ни по родам, но у них есть **формы степеней сравнения.**

Имя прилагательное в английском языке имеет **три формы** степеней сравнения:

- положительная степень сравнения **(Positive Degree);**

- сравнительная степень сравнения **(Comparative Degree);**

- превосходная степень сравнения **(Superlative Degree).**

Основная форма прилагательного - положительная степень. Форма сравнительной и превосходной степеней обычно образуется от формы положительной степени одним из следующих способов:

1. -er. -est

Односложные прилагательные образуют **сравнительную степень** путем прибавления **к форме прилагательного в положительной степени** суффикса **- er.** Примерно, тоже самое мы делаем и в русском языке - добавляем “е” (большой - больше, холодный - холоднее).

Превосходная степень образуется путем прибавления суффикса **- est. Артикль the обязателен!!!**

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
cold - холодный	cold**er -** холоднее	the cold**est -** самый холодный
big - большой	bigg**er -** больше	the bigg**est -** самый большой
kind - добрый	kind**er -** добрее	the kind**est -** самый добрый

По этому же способу образуются степени сравнения двусложных прилагательных оканчивающихся на **-y, -er, -ow, -ble:**

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень

clever — умный **easy -** простой **able -** способный **busy -** занятой	clever**er - умнее** eas**ier - проще** abl**er - способнее** bus**ier - более занятой**	**the** clever**est - самый умный** **the** easi**est - самый простой** **the** abl**est - самый способный** **the** busi**est - самый занятой**

При образовании степеней сравнения посредством суффиксов **– er и – est** соблюдаются следующие **правила орфографии:**

Если прилагательное заканчивается на немое **“e” ,** то при прибавлении **– er и – est немое “e” опускается:**

larg**e – larg**er - **the** larg**est /** большой – больше – самый большой

brav**e – brav**er **– the** brav**est /** смелый – смелее – самый смелый

Если прилагательное заканчивается **на согласную с предшествующим кратким гласным звуком,** то в сравнительной и превосходной степени **конечная согласная буква удваивается:**

big – big**ger –** big**gest /** большой – больше – самый большой

hot – hot**ter –** hot**test /** горячий – горячее – самый горячий

thin – thin**ner –** thin**nest /** тонкий – тоньше – самый тонкий

Если прилагательное **заканчивается на “y” с предшествующей согласной,** то в сравнительной и превосходной степени **“y” переходит в “i”:**

busy – bus**ier – bus**iest / **занятой – более занятой – самый занятой**

easy – eas**ier –** eas**iest / простой – проще – самый простой**

2. more, the most

Большинство двусложных прилагательных и прилагательных, состоящих из трех и более слогов, образуют сравнительную степень при помощи слова **more**, а **превосходную** – при помощи слова **most**.

Эти слова ставятся перед именами прилагательными в положительной степени:

Положительная степень	**Сравнительная степень**	**Превосходная степень**
beautiful - красивый **interesting – интересный** **important - важный**	**more beautiful -** красивее **more interesting -** интереснее **more important -** важнее	**the most beautiful -** самый красивый **the most interesting -** самый интересный **the most important -** самый важный

Особые формы

Положительная степень	**Сравнительная степень**	**Превосходная степень**
good - хороший **bad -** плохой **little -** маленький **much/many -** много **far -** далекий/далеко **old -** старый	**better -** лучше **worse -** хуже **less -** меньше **more -** больше **farther/further -** дальше **older/elder -** старше	**the best -** самый лучший **the worst -** самый плохой **the least -** самый маленький, меньше всего **the most -** больше всего **the farthest/furthest -** самый дальний **the oldest/eldest -** самый старый

3. less. the least

Для выражения **меньшей** или **самой низкой степени** качества предмета по сравнению с другими предметами употребляются соответствующие слова **less** – менее и **the least** – наименее, которые ставятся перед прилагательными в форме положительной степени.

Положительная степень	**Сравнительная степень**	**Превосходная степень**
beautiful – красивый **interesting -** интересный	**less beautiful -** менее красивый	**the least beautiful –** самый некрасивый

important - важный	**less interesting –** менее интересный **less important** - менее важный	**the least interesting –** самый неинтересный **the least important –** самый неважный

Другие средства сравнения двух предметов или лиц

Конструкция	Комментарий	Примеры
As…as (такой же, так же)	**Для сравнения двух объектов одинакового качества**	He is **as** a strong **as** a lion Он такой же сильный, как лев. She is **as** clever **as** an owl**.** Она такая же умная, как сова.
Not so…as (не такой, как)	**в отрицательных предложениях**	He is **not so** strong **as** a lion. Он не такой сильный, как лев**.** She is **not so** clever **as** an owl. Она не такая умная, как сова.
The…the (с двумя сравнительными степенями)	**показывает зависимость одного действия от другого**	**The more** we are together **the happier** we are. Чем больше времени мы проводим вместе, тем счастливее мы становимся. **The more** I learn this rule **the less** I understand it. Чем больше я учу это правило, тем меньше я его понимаю.

Особые замечания об употреблении сравнительных и превосходных степеней имен прилагательных:

- Сравнительная степень может быть усилена употреблением перед ней слов со значением **«гораздо, значительно»:**

His new book is **much more** interesting than previous one. *Его новая книга гораздо более интересная, чем предыдущая.*

This table **is more** comfortable than **that one**. *Этот стол более удобный чем тот.*

- После союзов **than** и **as** используются либо личное местоимение в именительном падеже с глаголом, либо личное местоимение в объектном падеже:

I can run **as** fast **as** him **(as he can).** *Я могу бегать так же быстро, как он.*

Числительное. The numeral

Перед **сотнями, тысячами, миллионами** обязательно называть их количество, даже если всего одна сотня или одна тысяча:

126 – one hundred twenty six

1139 – one thousand one hundred and thirty nine

В составе числительных – сотни, тысячи и миллионы не имеют окончания множественного числа: **two hundred – 200, three thousand – 3000, и т.д.**

НО: окончание множественного числа добавляется hundred, thousand, million, когда они выражают неопределенное количество сотен, тысяч, миллионов. В этом случае после них употребляется существительное с предлогом **“of”:**

hundreds <u>of</u> children – сотни детей

thousands <u>of</u> birds- тысячи птиц

millions <u>of</u> insects – миллионы насекомых

Начиная с 21, числительные образуются так же как в русском языке:

20+1=21 (twenty + one = **twenty one**)

60+7=67 (sixty + seven = **sixty seven**) и т.д.

Как читать даты

1043	ten forty-three
1956	nineteen fifty-six
1601	sixteen o one
2003	two thousand three
В 2003 году	in two thousand three
1 сентября	the first of September
23 февраля	the twenty-third of February

ДРОБНЫЕ ЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ (FRACTIONAL NUMERALS)

В простых дробях (Common Fractions) числитель выражается количественным числительным, а знаменатель порядковым:

1/7- one seventh одна седьмая

При чтении простых дробей, если числитель их больше единицы, к знаменателю прибавляется окончание множественного числа -s:

2/4 - two fourths - две четвертых

2/3 -two thirds - две третьих

3 1/5 - three and one fifth - три целых и одна пятая

1/2 - one second, a second, one half, a half - одна вторая, половина

1/4 -one fourth, a fourth, one quarter, a quarter - одна четвертая, четверть

В десятичных дробях (Decimal Fractions) целое число отделяется точкой, и каждая цифра читается отдельно. Нуль читается nought [no:t] (в США - zero ['zierou]).

4.25 four point twenty-five; four point two five

0.43 nought point forty-three; nought point four three

Существительные, следующие за дробью, имеют форму единственного числа, и перед ними при чтении ставится предлог -of:

2/3 metre- two thirds of a metre

две третьих метра

0.05 ton - nought point nought five of a ton

ноль целых пять сотых тонны

Существительные, следующие за смешанным числом, имеют форму множественного числа и читаются без предлога of:

35 1 /9 tons -thirty-five and one ninth tons

14.65 metres -one four (или fourteen) point six five (или sixty-five) metres

В обозначениях номеров телефонов каждая цифра читается отдельно, нуль здесь читается [ou]:

224-58-06 ['tu:'tu:'fo:'faiv'eit'ou'siks]

ТЕМА 2. Учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование)

Тематика общения:

1. Высшее образование в России и за рубежом.
2. Мой вуз.
3. Студенческая жизнь.

Проблематика общения:

1. Уровни высшего образования.
2. Уральский государственный горный университет.
3. Учебная и научная работа студентов.
4. Культурная и спортивная жизнь студентов.

2.1 Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

The Ural State Mining University

Mining University – Горный университет; **higher educational institution** - высшее учебное заведение; **to provide** - зд. Предоставлять; **full-time education** - очное образование; **extramural education** - заочное образование; **to award** – награждать; **post-graduate courses** – аспирантура;	**scientific research centre** - центр научных исследований; **master of science** - кандидат наук; **capable** – способный; **to take part in** - принимать участие; **graduate** – выпускник; **to dedicate** – посвящать; **to carry out scientific work** - выполнять научную работу;

Faculty of Mining Technology - горно – технологический; **Faculty of Engineering and Economics** - инженерно-экономический; **Institute of World Economics** – Институт мировой экономики; **Faculty of Mining Mechanics** - горно-механический; **Faculty of Civil Protection** – гражданской защиты; **Faculty of City Economy** – городского хозяйства;	**Faculty of Geology & Geophysics** – геологии и геофизики; **Faculty of extramural education** – заочный; **department** – кафедра; **dean** – декан; **to train specialists in** - готовить специалистов; **to consist of** - состоять из; **preparatory** – подготовительный; **additional** – дополнительный; **to offer** – предлагать;

to house - размещать /ся/; **building** – здание; **Rector's office** – ректорат; **Dean's office** – деканат; **department** – кафедра; **library** – библиотека; **reading hall** - читальный зал; **assembly hall** - актовый зал; **layout** - расположение, план; **administrative offices** - административные отделы;	**computation centre** - вычислительный центр; **canteen** – столовая; **to have meals** – питаться; **hostel** – общежитие; **to go in for sports** - заниматься спортом; **wrestling** – борьба; **weight lifting** - тяжелая атлетика; **skiing** - катание на лыжах; **skating** - катание на коньках; **chess** – шахматы;

academic work - учебный процесс; **academic year** - учебный год; **to consist of** - состоять из; **bachelor's degree** - степень бакалавра;	**general geology** - общая геология; **foreign language** - иностранный язык; **to operate a computer** - работать на компьютере;

course of studies - курс обучения; **to last** - длиться; **term** - семестр; **to attend lectures and classes** - посещать лекции и занятия; **period** - пара, 2 – х часовое занятие; **break** - перерыв; **subject** - предмет; **descriptive geometry** - начертательная геометрия;	**to take a test (an exam)** - сдавать зачет, экзамен; **to pass a test (an exam)** - сдать зачет, экзамен; **to fail a test (an exam)** - не сдать зачет, экзамен; **to fail in chemistry** - не сдать химию; **holidays, vacations** - каникулы; **to present graduation paper** - представлять дипломные работы; **for approval** - к защите;

The Faculty of Mining Technology trains specialists in: mine surveying - маркшейдерская съемка; underground mining of mineral deposits - подземная разработка месторождений полезных ископаемых; mine and underground construction - шахтное и подземное строительство; surface mining (open-cut mining) - открытые горные работы; physical processes of mining, oil and gas production - физические процессы горного и нефтегазового производства; placer mining - разработка россыпных месторождений; town cadastre - городской кадастр.

The Institute of World Economics trains specialists in: land improvement, recultivation and soil protection - мелиорация, рекультивация и охрана земель; engineer protection of environment in mining - инженерная защита окружающей среды в горном деле; computer systems of information processing and control - автоматизированные системы обработки информации и управления; economics and management at mining enterprises - экономика и управление на предприятиях горной промышленности.

The Faculty of Mining Mechanics trains specialists in: electromechanical equipment of mining enterprises - электромеханическое оборудование горных предприятий; designing & production of mining, oil and gas machinery - конструирование и производство горных и нефтегазопромысловых машин; technological and service systems of exploitation and maintenance of machines and equipment - технологические и сервисные системы эксплуатации и ремонта машин и оборудования; motorcars and self-propelled mining equipment - автомобили и самоходное горное оборудование; electric drive and automation or industrial units and technological complexes - электопривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов; automation of technological processes and industries - автоматизация технологических процессов и производств; mineral dressing - обогащение полезных ископаемых.

The Faculty of Geology & Geophysics trains specialists in: geophysical methods of prospecting and exploring mineral deposits - геофизические мет оды поисков и разведки месторождений полезных ископаемых; according to some specializations: geoinformatics – геоинформатика; applied geophysics - прикладная геофизика; structural geophysics - структурная геофизика; geological surveying and exploration or mineral deposits - геологическая съемка и поиски МПИ; geology and mineral exploration - геология и разведка МПИ; prospecting and exploration or underground waters and engineering - geological prospecting - поиски и разведка подземных вод и инженерно-геологические изыскания; applied geochemistry, petrology and mineralogy - прикладная геохимия, петро логия и минералогия; drilling technology - технология и техника разведки МПИ.

2.2 Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

This text is dedicated to the history of the Ural State Mining University formerly called the Sverdlovsk Mining Institute. It was founded in 1917. It is the oldest higher technical educational institution in the Urals. In 1920 the Mining Institute became a faculty of the Ural State University and in 1925 of the Ural Polytechnical Institute. In 1930 this faculty was reorganized into the Mining Institute. The Institute was named after V.V. Vakhrushev the USSR Coal Industry Minister in 1947. It was awarded the Order of the Red Banner of Labour in 1967.

In 1993 the Sverdlovsk Mining Institute was reorganized into The Ural State Academy of Wining and Geology. In 2004 The Ural State Academy of Mining and Geology was reorganized into The Ural State Mining University. The University provides full-time and extramural education in many specialities. There are post graduate courses at the University as well.

The University is an important scientific research center. Many doctors and masters of Science teach and carry out scientific work at the University. Capable students take part in research projects. The graduates of the University work all over the country.

There are six faculties at the Ural State Mining University: Faculty of Mining Technology; Faculty of Mining Mechanics; Faculty of Geology & Geophysics; Faculty of Civil Protection; Faculty of City Economy; Faculty of Extramural Education; and The Institute of World Economics.

Besides there is a Preparatory faculty where young people get special training before taking entrance exams. The Faculty of Additional Education offers an opportunity to get the second higher education.

Each faculty trains mining engineers in different specialities.

There are many specialities at the Faculty of Extramural Education where students have to combine work with studies. Very often the Ural State Mining University organizes training specialists in new modern specialities.

Faculties consist of Departments. Each faculty is headed by the Dean. The head of the Academy is the Rector.

The University is housed in four buildings. Building, One houses - the Rector's office, the Deans' offices, number of administrative offices, Faculty of City Economy, the Faculty or Mining Mechanics with its numerous departments and laboratories (labs).

Building Two houses the Faculty of Mining Technology, Faculty of Civil Protection, the Deans' offices, many departments, labs and the computation centre.

Building Three houses the Faculty of Geology & of Geophysics, the Faculty of Extramural Education, the Dean's offices, many departments and labs. The Ural Geological Museum, the Museum of the History of the Ural State Mining University and some administrative offices are also housed in this building.

Building Four houses The Institute of World Economics, the Dean's office, departments and labs, the library, reading halls, the Assembly hail, the students cultural centre and a large canteen where students can have their meals.

The library and the reading halls provide students with all kinds of reading: textbooks, reference books / справочники/ dictionaries, magazines and fiction/ художественная литература/.

Besides not far from the University there are four five-storied buildings of the student hostel, where most students live. Near the hostels there is a House of Sports. There students can go in for- different kinds of sports: chess, badminton, table tennis, boxing, wrestling, weight lifting, basketball, volleyball, handball.

The Ural State Mining University offers students three different programs of higher education such as: Bachelors, Diplomate Engineers and Magisters.

The course of studies for a bachelor's degree lasts four years. The academic year begins in September and ends in June. It consists of two terms - September to January and February to June. Students attend lectures and practical classes. As a rule, there are three or four periods of lectures and Classes a day with 20 minutes break between them.

During their first two years students take the following subjects: higher mathematics, physics, chemistry, theoretical air-mechanics, descriptive geometry, general geology, mineralogy, geodesy, history, a foreign language (English, French or German). Besides all the students learn to operate a computer.

Students take their tests and exams at the end of each term. After exams students have their holidays or vacations. At the end of the academic year the students of the academy have practical work at mines, mineral dressing plants, geological & geophysical parties. At the end of the final year students present their graduation papers for approval. After getting the Bachelor's degree the graduates have a possibility to continue their education. They can enter a Diplomate Engineer's course or studies

which lasts one academic year or the graduates can take a two-year program of Magister's degree. After defending final papers these graduates can enter the post-graduate courses.

2.3 Систематизация грамматического материала:

1. Образование видовременных форм глагола в активном залоге.

Образование видовременных форм глагола в активном залоге

Present Simple употребляется для выражения:

1. постоянных состояний,

2. повторяющихся и повседневных действий (часто со следующими наречиями: always, never, usually и т.д.). Mr Gibson is a businessman. He lives in New York, (постоянное состояние) He usually starts work at 9 am. (повседневное действие) He often stays at the office until late in the evening, (повседневное действие)

3. непреложных истин и законов природы, The moon moves round the earth.

4. действий, происходящих по программе или по расписанию (движение поездов, автобусов и т.д.). The bus leaves in ten minutes.

Маркерами present simple являются: usually, always и т.п., every day / week / month / year и т.д., on Mondays I Tuesdays и т.д., in the morning / afternoon / evening, at night / the weekend и т.д.

Present Continuous употребляется для выражения:

1. действий, происходящих в момент речи He is reading a book right now.

2. временных действий, происходящих в настоящий период времени, но не обязательно в момент речи She is practising for a concert these days. (В данный момент она не играет. Она отдыхает.)

3. действий, происходящих слишком часто и по поводу которых мы хотим высказать раздражение или критику (обычно со словом "always") "You're always interrupting me!"(раздражение)

4. действии, заранее запланированных на будущее. He is flying to Milan in an hour. (Это запланировано.)

Маркерами present continuous являются: now, at the moment, these days, at present, always, tonight, still и т.д.

Во временах **группы Continuous** обычно **не употребляются** глаголы:

1. выражающие восприятия, ощущения (see, hear, feel, taste, smell), Например: This cake tastes delicious. (Но не: This cake is tasting delicious)

2. выражающие мыслительную деятельность [know, think, remember, forget, recognize(ze), believe, understand, notice, realise(ze), seem, sound и др.],

Например: I don't know his name.

3. выражающие эмоции, желания (love, prefer, like, hate, dislike, want и др.), Например: Shirley loves jazz music.

4. include, matter, need, belong, cost, mean, own, appear, have (когда выражает принадлежность) и т.д. Например: That jacket costs a tot of money. (Но не: That jacket is costing a lot of money.)

Present perfect употребляется для выражения:

1. действий, которые произошли в прошлом в неопределенное время. Конкретное время действия не важно, важен результат, Kim has bought a new mobile phone. (Когда она его купила? Мы это не уточняем, поскольку это не важно. Важного, что у нее есть новый мобильный телефон.)

2. действий, которые начались в прошлом и все еще продолжаются в настоящем, We has been a car salesman since /990. (Он стал продавцом автомобилей в 1990 году и до сих пор им является.)

3. действий, которые завершились совсем недавно и их результаты все еще ощущаются в настоящем. They have done their shopping. (Мы видим, что они только что сделали покупки, поскольку они выходят из супермаркета с полной тележкой.)

4. Present perfect simple употребляется также со словами "today", "this morning / afternoon" и т.д., когда обозначенное ими время в момент речи еще не истекло. He has made ten photos this morning. (Сейчас утро. Указанное время не истекло.)

К маркерам present perfect относятся: for, since, already, just, always, recently, ever, how long, yet, lately, never, so far, today, this morning/ afternoon / week / month / year и т.д.

Present perfect continuous употребляется для выражения:

1. действий, которые начались в прошлом и продолжаются в настоящее время He has been painting the house for three days. (Он начал красить дом три дня назад и красит его до сих пор.)

2. действий, которые завершились недавно и их результаты заметны (очевидны) сейчас. They're tired. They have been painting the garage door all morning. (Они только что закончили красить. Результат их действий очевиден. Краска на дверях еще не высохла, люди выглядят усталыми.)

Примечание.

1. С глаголами, не имеющими форм группы Continuous, вместо present perfect continuous употребляется present perfect simple. Например: I've known Sharon since we were at school together. (А не: I've been knowing Sharon since we were at school together.)

2. С глаголами live, feel и work можно употреблять как present perfect continuous, так и present perfect simple, при этом смысл предложения почти не изменяется.
Например: He has been living/has lived here since 1994.

К маркерам present perfect continuous относятся: for. since. all morning/afternoon/week/day и т.д., how long (в вопросах).

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Put the verbs in brackets into the present simple or the present continuous.

1 A: *Do you know* (you/know) that man over there?
B: Actually, I do. He's Muriel's husband.

2 A: Are you doing anything tomorrow evening?
B: Yes. I … (see) Jack at nine o'clock.

3 A: I … (see) you're feeling better.
B: Yes, I am, thank you.

4 A: What's that noise?
B: The people next door … (have) a party.

5 A: Graham … (have) a new computer.
B: I know. I've already seen it.

6 A: This dress …. (not/fit) me any more.
B: Why don't you buy a new one?

7 A: Your perfume … (smell) nice. What is it?
B: It's a new perfume called Sunshine.

8 A: What is Jane doing?
B: She … (smell) the flowers in the garden.

9 A: What … (you/look) at?
B: Some photos I took during my holidays. They aren't very good, though.

10 A: You … (look) very pretty today.
B: Thank you. I've just had my hair cut.

11 A: I … (think) we're being followed.
B: Don't be silly! It's just your imagination.

12 A: Is anything wrong?
B: No. I … (just/think) about the party tonight.

13 A: This fabric … (feel) like silk.
B: It is silk, and it was very expensive.

14 A: What are you doing?

B: I … (feel) the radiator to see if it's getting warm.

15 A: She … (be) generous, isn't she?
B: Yes, she has never been a mean person.

16 A: He … (be) very quiet today, isn't he?
B: Yes, I think he has some problems.

17 A: Would you like some cherries?
B: Yes, please. I … (love) cherries. They're my favourite fruit.

18 A: I'm sorry, but I … (not understand) what you mean.
B: Shall I explain it again?

19 A: The children are making lots of noise today.
B: I know, but they … (have) fun.

20 A: This cake … (taste) awful.
B: I think I forgot to put the sugar in it!

2. Fill in the gaps with recently, how long, yet, for, always, ever, already, since, so far or just. Sometimes more than one answer is possible.

1 A: Has Tom finished his exams ...yet...?
B: No. He finishes them next Thursday.

2 A: … has Janet been working at the hospital?
B: She has been working there … she left school.

3 A: How are you finding your new job?
B: Great. I haven't had any problems … .

4 A: Is John at home, please?
B: No, I'm afraid he's … gone out.

5 A: Have you been waiting long?
B: Yes, I've been here … two hours.

6 A: Has Martin … been to Spain?
B: No. I don't think so.

7 A: Have you spoken to Matthew … ?
B: Yes. I phoned him last night.

8 A: Can you do the washing-up for me, please?
B: Don't worry. Mike has … done it.

9 A: Lucy has … been musical, hasn't she?
B: Yes, she started playing the piano when she was five years old.

10 A: Shall we go to that new restaurant tonight?
B: Yes. I have … been there. It's really nice.

11 A: Your dog's been barking … three hours!
B: I'm sorry. I'll take him inside.

12 A: Have you finished reading that bodk yet?
B: No. I've … started it.

3. Put the verbs in brackets into the present perfect or continuous, using short forms where appropriate.

1 A: How long ...*have you known*... (you/know) Alison?
B: We ... (be) friends since we were children.

2 A: Who … (use) the car?
B: I was. Is there a problem?

3 A: What are Andrew and David doing?
B: They … (work) in the garden for three hours.

4 A: Why is Sally upset?
B: She … (lose) her bag.

5 A: I … (always/believe) that exercise is good for you.

B: Of course, it's good to keep fit.

6 A: Emily … (teach) maths since she left university.
B: Yes, and she's a very good teacher, too.

7 A: Fred … (open) a new shop.
B: Really? Where is it?

8 A: This pie is delicious.
B: Is it? I … (not/taste) it yet.

9 A: Have you found your umbrella yet?
B: No, I … (look) for it for an hour now.

10 A: You look exhausted.
B: Well, I … (clean) the windows since 8 o'clock this morning.

11 A: Can I have some more lemonade, please?
B: Sorry, your brother … (just/drink) it all.

12 A: Have you got new neighbours?
B: Yes, they … (just/move) to the area.

4. Put the verbs in brackets into the present perfect or the present perfect continuous.

Dear Connie,

I hope you are enjoying yourself at university. I'm sure you 1)...*'ve been studying*... (study) hard. Everything is fine here at home. Billly 2) … (just/receive) his school report. It was bad, as usual. He 3) … (decide) to leave school next year and find a job. Fiona 4) … (go) to the gym every day for the past two weeks. She 5) … (try) to get in shape for the summer. She 6) … (already/plan) her holiday in the sun. Your father 7) … (sell) the old car and he 8) … (buy) a new one. It's lovely — much nicer than the old one.

Anyway, write soon.

Love, Mum

5. Fill in the gaps with have/has been (to) or have/has gone (to).

Jack: Hi, Jill. Where's Paul?

Jill: Oh, he 1) ...*has gone to*... London for a few days.

Jack: Really! I 2) … London recently. I came back yesterday. 3) … you … there?

Jill: No, I haven't. Paul 4) … twice before, though. Where's Sarah?

Jack: She 5) … Spain for two weeks with her parents. They 6) … there to visit some friends.

Jill: When is she coming back?

Jack: They'll all be back next weekend.

6. Choose the correct answer.

1 'What time does the train leave?'
'I think it ..*A*... at 2 o'clock.'
A leaves
B has been leaving
C has left

2 'Where are Tom and Pauline?'
They … e supermarket.'
A have just gone
B have been going
C go

3 What is Jill doing these days?'
She … for a job for six months.'
A is looking
B has been looking
C looks

4 Is Mandy watching TV?'
No. She … her homework right now.'
A is always doing
B is doing
C does

5 'Have you been for a walk?'
'Yes. I often … for walks in the evenings.'
A have gone
B am going
C go

6 'Have you seen any films lately?'
'Yes. Actually, I … two this week.'
A have seen
B am seeing
C see

7 'What … ?'
'It's a piece of cherry pie. Mum made it yesterday.'
A are you eating
B do you eat
C have you eaten

8 'Are you going on holiday this summer?'
'Yes. I … enough money.'
A am saving
B have already saved
C save

9 'Is Todd reading the newspaper?'
'No. He … dinner at the moment.'
A has been making
B makes
C is making

10 'Have you bought any new CDs recently?'
'Yes. Actually, I … two this week.'
A have bought
B have been buying
C am buying

11 'What time does the play start?'
'I think it … at 8 o'clock.'
A has been starting
B starts
C has started

12 'Where is Mark?'
'He … to the library to return some books.'
A has gone
B has been
C is going

13 'What … ?'
'It's a letter to my pen-friend. I'm telling her my news.'
A have'you written
B do you write
C are you writing

7. Underline the correct tense.

1. Liz and I are good friends. We **know/<u>have known</u>** each other for four years.
2. Sarah is very tired. She **has been working / is working** hard all day.
3. Where is John?' 'He's upstairs. He **does/is doing** his homework.'
4. I can't go to the party on Saturday. I **am leaving/ have been leaving** for Spain on Friday night.
5. Jane **has finished/is finishing** cleaning her room, and now she is going out with her friends.
6. I didn't recognise Tom. He **looks/is looking** so different in a suit.
7. I don't need to wash my car. Jim **washes/has washed** it for me already.
8. Ian **has been talking/is talking** to his boss for an hour now.
9. Claire's train **arrives/has arrived** at 3 o'clock. I must go and meet her at the station.
10. 'Would you like to borrow this book?' 'No, thanks. I **have read/have been reading** it before.'
11. 'Where **are you going/do you go**?' To the cinema. Would you like to come with me?'
12. Have you seen my bag? I **am searching/have been searching** for it all morning.
13. 'Is Colin here?' 'I don't know. I **haven't seen/ haven't been seeing** him all day.'
14. Sophie is very clever. She **is speaking/speaks** seven different languages.
15. We **are moving/have moved** house tomorrow. Everything is packed.

8. Put the verbs in brackets into the correct tense.

1 Who …*has been using* … (use) my toothbrush?
2 'What … (you/do)?' 'I … (write) a letter.'
3 Samantha … (play) tennis with friends every weekend.
4 Tim and Matilda … (be) married since 1991.
5 Uncle Bill … (just/decorate) the bathroom.
6 Pauline and Tom … (sing) in the school choir twice a week.
7 Who … (you/speak) to?
8 Sarah is very happy. She … (win) a poetry competition.
9 He … (drink) two cups of coffee this morning.
10 My friend … (live) in America at the moment.
11 They … (usually/change) jobs every five years.
12 I … (normally/cut) my hair myself.
13 Linda … (study) in the library for three hours.
14 We … (play) in a concert next weekend.
15 Who … (read) my diary?
16 Tim … (leave) the house at 7 o'clock every morning.
17 … (your mother/work) in a bank?
18 … (you/drink) coffee with your breakfast every day?
19 We … (make) plans for our summer holidays right now.
20 They… (move) house in September.

9. Put the verbs in brackets into the correct tense.

1 A: What ...*are you doing*... (you/do)?
B: Nothing. I … (just/finish) my lunch.
2 A: Where … (you/be) all morning?
B: I … (clean) my house since 8 o'clock.
3 A: … (you/do) anything next weekend?
B: No, I … (not/make) any plans yet.
4 A: Jane looks great. … (she/lose) weight?
B: Yes, she … (exercise) a lot recently.
5 A: … (be/you) busy right now?
B: Yes, I … (just/start) typing this report.
6 A: Where is Peter?
B: He … (wash) the car at the moment.
7 A: Who … (be) your favourite actor?

B: I … (like) Sean Connery since I was a child.

8 A: … (you/do) your homework yet?

B: Almost; I … (do) it now.

10. Put the verbs in brackets into the correct tense.

Dear Nick,

This is just a short note to tell you I 1) ...*'m arriving/arrive*... (arrive) at the airport at 5 pm on Saturday, 10th December. I 2) … (be) very busy recently, and that's why I 3) … (not/write) to you for a while. I 4) … (plan) this trip for months, so now I 5) … (look forward) to spending some time with you and your family. I 6) … (hope) you will be able to meet me at the airport. Please give my love to your wife and the children.

See you soon,
James

Past simple употребляется для выражения:

1. действий, произошедших в прошлом в определенное указанное время, то есть нам известно, когда эти действия произошли, They graduated four years ago. (Когда они закончили университет? Четыре года назад. Мы знаем время.)

2. повторяющихся в прошлом действий, которые более не происходят. В этом случае могут использоваться наречия частоты (always, often, usually и т.д.), He often played football with his dad when he was five. (Но теперь он уже не играет в футбол со своим отцом.) Then they ate with their friends.

3. действий, следовавших непосредственно одно за другим в прошлом.

They cooked the meal first.

4. Past simple употребляется также, когда речь идет о людях, которых уже нет в живых. Princess Diana visited a lot of schools.

Маркерами past simple являются: yesterday, last night / week / month / year I Monday и т.д., two days I weeks I months I years ago, then, when, in 1992 и т.д.

People used to dress differently in the past. Women used to wear long dresses. Did they use to carry parasols with them? Yes, they did. They didn't use to go out alone at night.

• **Used to** (+ основная форма глагола) употребляется для выражения привычных, повторявшихся в прошлом действий, которые сейчас уже не происходят. Эта конструкция не изменяется по лицам и числам. Например: Peter used to eat a lot of sweets. (= Peter doesn't eat many sweets any more.) Вопросы и отрицания строятся с помощью did / did not (didn't), подлежащего и глагола "use" без -d.

Например: Did Peter use to eat many sweets? Mary didn’t use to stay out late.

Вместо "used to" можно употреблять past simple, при этом смысл высказывания не изменяется. Например: She used to live in the countryside. = She lived in the countryside.

Отрицательные и вопросительные формы употребляются редко.

Past continuous употребляется для выражения:

1. временного действия, продолжавшегося в прошлом в момент, о котором мы говорим. Мы не знаем, когда началось и когда закончилось это действие, At three o'clock yesterday afternoon Mike and his son were washing the dog. (Мы не знаем, когда они начали и когда закончили мыть собаку.)

2. временного действия, продолжавшегося в прошлом (longer action) в момент, когда произошло другое действие (shorter action). Для выражения второго действия (snorter action) мы употребляем past simple, He was reading a newspaper when his wife came, (was reading = longer action: came = shorter action)

3. двух и более временных действий, одновременно продолжавшихся в прошлом. The people were watching while the cowboy was riding the bull.

4. Past continuous употребляется также для описания обстановки, на фоне которой происходили события рассказа (повествования). The sun was shining and the birds were singing. Tom was driving his old truck through the forest.

Маркерами past continuous являются: while, when, as, all day / night / morning и т.д.
when/while/as + past continuous (longer action) when + past simple (shorter action)

Past perfect употребляется:

1. для того, чтобы показать, что одно действие произошло раньше другого в прошлом. При этом то действие, которое произошло раньше, выражается past perfect simple, а случившееся позже - past simple,

They had done their homework before they went out to ptay yesterday afternoon. (=They did their homework first and then they went out to ptay.)

2. для выражения действий, которые произошли до указанного момента в прошлом,

She had watered all the flowers by five o'clock in the afternoon.
(=She had finished watering the flowers before five o'clock.)

3. как эквивалент present perfect simple в прошлом. То есть, past perfect simple употребляется для выражения действия, которое началось и закончилось в прошлом, а present perfect simple - для действия, которое началось в прошлом и продолжается (или только что закончилось) в настоящем. Например: Jill wasn't at home. She had gone out. (Тогда ее не было дома.) ЛИ isn 't at home. She has gone out. (Сечас ее нет дома.)

К маркерам past perfect simple относятся: before, after, already, just, till/until, when, by, by the time и т.д.

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Put the verbs in brackets into the past simple or the past continuous. Which was the longer action in each sentence?

1. They ...*were cleaning*... (clean) the windows when it …*started*... (start) to rain.
Cleaning the windows was the longer action.
2. As he … (drive) to work, he … (remember) that his briefcase was still at home.
3. Melanie … (cook) dinner when her husband … (come) home.
4. I … (hear) a loud crash as I … (sit) in the garden.
5. She … (type) a letter when her boss … (arrive).
6. While the dog … (dig) in the garden, it … (find) a bone.
7. Mary … (ride) her bicycle when she … (notice) the tiny kitten.
8. While I … (do) my homework, the phone … (ring).

2. A policeman is asking Mrs Hutchinson about a car accident she happened to see yesterday. Put the verbs in brackets into the past simple or the past continuous.

P: What 1) ...*were you doing*... (you/do) when you 2) … (see) the accident, madam?
H: I … (walk) down the street.
P: What exactly 4) … (you/see)?
H: Well, the driver of the car 5)… (drive) down the road when suddenly the old man just 5) … (step) in front of him! It 6) … (be) terrible!
P: 8) … (the driver/speed)?
H: No, not really, but the old man 9) … (not/look) both ways before he ... (try) to cross the road.
P: 11) ... (anyone else/see) the accident?
H: Yes, the lady in the post office.
P: Thank you very much.

3. Put the verbs in brackets into the past simple or the past continuous.

A As soon as Margaret 1) ...*got*... (get) off the train, she 2) … (pull) her coat around her. Rain 3) … (fall) heavily and a cold wind 4) … (blow) across the platform. She 5) … (look) around, but no one 6)

… (wait) to meet her. She 7) … (turn) to leave when she 8) … (hear) footsteps. A man 9) … (walk) towards her. He 10) … (smile) at her, then he 11) … (say), 'You're finally here.'

B George 1) … (pick) up his bag then, 2) … (throw) it over his shoulder. It 3) … (get) dark and he 4) … (have) a long way to go. He wished that he had let someone know that he was coming. It 5) … (start) to rain, and he was feeling cold and tired from the long journey. Suddenly, he 6) … (hear) a noise, then he 7) … (see) two bright lights on the road ahead. A car 8) … (head) towards him. It slowed down and finally 9) … (stop) beside him. A man 10) … (sit) at the wheel. He 11) … (open) the door quickly and 12) … (say) 'Get in, George.'

C Andy 1) … (step) into the house and 2) … (close) the door behind him. Everything 3) … (be) quiet. His heart 4) … (beat) fast and his hands 5) … (shake) as he crept silently into the empty house, but he was trying not to panic. He soon 6) … (find) what he 7) … (look) for. He smiled with relief as he put on the clothes. The men who 8) … (follow) him would never recognise him now.

4. Imagine that you were present when these things happened, then, in pairs, ask and answer questions, as in the example.

SA: What were you doing when the burglar broke in?
SB: I was watching TV.
SA: What did you do?
SB: I called for help.

1 The burglar broke in.
2 The storm broke.
3 The lights went out.
4 The boat overturned.
5 The earthquake hit.
6 The building caught fire.

5. Rewrite each person's comment using used to or didn't use to.

1 Sally - 'I don't walk to work any more.'
I used to walk to work.
2 Gordon - 'I've got a dog now.'
3 Lisa - 'I don't eat junk food any more.'
4 Jane - 'I go to the gym every night now.'
5 Paul - 'I'm not shy any more.'
6 Edward - 'I live in a big house now.'
7 Helen - 'I haven't got long hair any more.'
8 Frank - 'I eat lots of vegetables now.'

6. Choose the correct answer.

1 'I find it hard to get up early.'
'You ...*3*... to getting up early once you start working.'
A are used
B will get used
C were used

2 'Do you often exercise now?'
'No, but I … to exercise a lot when I was at school.'
A used
B will get used
C am used

3 'Aren't you bothered by all that noise?'
'No, we … to noise. We live in the city centre.'
A were used
B will get used

C are used

4 'Does your sister travel a lot?'
'No, but she … to before she got married.'
A didn't use
B used
C wasn't used

5 'I don't like wearing a suit every day.'
'Don't worry, you … to it very soon.'
A are used
B will get used
C were used

6 'Sandra … to using a computer, but now she enjoys it.'
'It's a lot easier for her now.'
A isn't used
B will get used
C wasn't used

7 'Do you remember the things we … to do when we were kids?'
'Of course I do. How could I forget what fun we had!'
A used
B were used
C got used

8 'Do you like living in the city?'
'Well, I … to it yet, but it's okay.'
A am not used
B wasn't used
C am used

7. Fill in the gaps with one of the verbs from the list in the correct form. Use each verb twice.

wash, walk, play, work

1 I used to ...*work*... in a shop, but now I work in an office.
2 I can't concentrate. I'm not used to … in such a noisy office.
3 Tom lived in the country for years. He used to … miles every day.
4 I'm exhausted. I'm not used to … such long distances.
5 Mary used to … her clothes by hand, but now she uses a washing machine.
6 We haven't got a washing machine, so we're used to … our clothes by hand.
7 The children are bored with the bad weather. They're used to … outside.
8 When we were younger, we used to … cowboys and Indians.

8. Put the verbs in brackets into the past simple or the present perfect.

1. A: Do you know that man?
B: Oh yes. He's a very good friend of mine. I 1) ...*'ve known*... (know) him for about ten years.
A: I think I 2) … (meet) him at a business meeting last month.

2. A: Mum 1) … (lose) her purse.
B: Where 2) … (she/lose) it?
A: At the supermarket while she was shopping.

3. A: Who was on the telephone?
B: It 1) … (be) Jane.
A: Who is Jane?
B: Someone who 2) … (work) in my office for a few years. She's got a new job now, though.

4. A: Who is your favourite singer?
B: Freddie Mercury. He 1) … (have) a wonderful voice.
A: Yes, I agree. He 2) … (enjoy) performing live, too.

9. Fill in the gaps with one of the verbs from the list in the past perfect continuous.

read, scream, argue, try, eat, watch

1. Emily was angry. She ...*had been arguing*… with her parents for an hour.
2. Hannah felt sick. She … chocolates all afternoon.
3. Allan had a headache. His baby sister … for half an hour.
4. Emily was frightened. She … a horror film for half an hour.
5. Simon was confused. He … to win the game for hours.
6. John was very tired. He … all night.

10. Put the verbs in brackets into the correct past tense.

A: On Monday morning, Jo 1) ... *missed*... (miss) the bus and had to walk to school. When she 2) … (arrive), the bell 3) … (already/ring)', and lessons 4) … (start). The children 5) … (work) quietly when Jo 6) … (walk) into the'classroom.

B: When Jamie 1) … (get) to the party, a lot of people 2) … (dance) to pop music. Everyone 3) … (wear) jeans and T-shirts. Jamie 4) … (buy) a new suit for the party and he 5) … (wear) that. He 6) … (feel) quite silly because everyone 7) … (look) at him.

Future simple употребляется:

1. для обозначения будущих действий, которые, возможно, произойдут, а возможно, и нет, We'll visit Disney World one day.

2. для предсказаний будущих событий (predictions), Life will be better fifty years from now.

3. для выражения угроз или предупреждений (threats / warnings), Stop or I'll shoot.

4. для выражения обещаний (promises) и решений, принятых в момент речи (on-the-spot decisions), I'll help you with your homework.

5. с глаголами hope, think, believe, expect и т.п., с выражениями I'm sure, I'm afraid и т.п., а также с наречиями probably, perhaps и т.п. / think he will support me. He will probably go to work.

К маркерам future simple относятся: tomorrow, the day after tomorrow, next week I month / year, tonight, soon, in a week / month year и т.д.

ПРИМЕЧАНИЕ

Future simple не употребляется после слов while, before, until, as soon as, after, if и when в придаточных предложениях условия и времени. В таких случаях используется present simple. Например: I'll make a phone call while I wait for you. (А не:... whilo I will wait for you.) Please phone me when you finish work.

В дополнительных придаточных предложениях после "when" и "if" возможно употребление future simple. Например: I don't know when I if Helen will be back.

He is going to throw the ball.

Be going to употребляется для:

1. выражения заранее принятых планов и намерений на будущее,

Например: Bob is going to drive to Manchester tomorrow morning.

2. предсказаний, когда уже есть доказательства того, что они сбудутся в близком будущем. Например: Look at that tree. It is going to fall down.

We use the **future continuous**:

a) for an action which will be in progress at a stated for an action which will be future time. *This time next week, we'll be cruising round the islands.*

b) for an action which will definitely happen in the future as the result of a routine or arrangement. *Don't call Julie. I'll be seeing her later, so I'll pass the message on.*

c) when we ask politely about someone's plans for the near future (what we want to know is if our wishes fit in with their plans.) *Will you be using the photocopier for long?*
No. Why?
I need to make some photocopies.

We use the **future perfect**:

1. For an action which will be finished before a stated future time. *She will have delivered all the newspapers by 8 o'clock.*

2. The future perfect is used with the following time expressions: before, by, by then, by the time, until/till.

We use the **future perfect continuous**:

1. to emphasize the duration of an action up to a certain time in the future. *By the end of next month, she will have been teaching for twenty years.*

The future perfect continuous is used with: by... for.

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Tanya Smirnoff is a famous astrologer. She's been invited on a TV show to give her astrological predictions for next year. Using the prompts below, make sentences, as in the example.
e.g. An eartyhquake will strike Asia.

1 earthquake/strike/Asia
2 Tom Murray/win/elections
3 economy/not improve/significantly
4 number of road accidents/increase
5 America/establish/colony/on Mars
6 scientists/not discover/cure for common cold

2. In pairs, ask and answer questions using the prompts below, as in the examples.
SA: Are you going to pay the bill?
SB: Yes, that's what I'm going to do.
SA: Are you going to complain to the manager?
SB: No, that's not what I'm going to do.

1. pay the bill (√)
2. complain to the manager (X)
3. take the skirt back to the shop (√)
4. buy the jumper (√)
5. ask the bank manager for a loan (X)
6. order the food (√)
7. book the airline tickets (X)

3. Fill in the gaps with the correct form of will or be going to and the verb in brackets.

1 A: Why are you buying flour and eggs?
B: Because I ...*'m going to make*... (make) a cake.
2 A: I have decided what to buy Mum for her birthday.
B: Really. What … (you/buy) for her?
3 A: Did you ask Jackie to the party?
B: Oh no! I forgot! I … (ask) her tonight.
4 A: Could I speak to Jim, please?
B: Wait a minute. I … (get) him for you.
5 A: What are your plans for the weekend?

B: I … (spend) some time with my friends.

6 A: What are you doing on Friday night?
B: Oh, I … (probably/stay) at home with my family.

7 A: Have you tidied your room yet?
B: No, but I promise I … (do) it this afternoon.

8 A: Look at that boy!
B: Oh yes! He … (climb) the tree.

9 A: Jason is very clever for his age.
B: Yes. He says he … (become) a doctor when he grows up.

10 A: I'm too tired to cut the grass.
B: Don't worry! I (cut) it for you.

4. Fill in the gaps with shall, will or the correct form of be going to.

1 A: It's too hot in here.
B: You're right. I ...*will*... open a window.

2 A: … I put the baby to bed, now?
B: Yes, he looks a little tired.

3 A: Have you seen Lucy recently?
B: No, but I … meet her for lunch later today.

4 A: Have you done the shopping yet?
B: No, but I … probably do it tomorrow, after work.

5 A: … we ask Mr Perkins for help with the project?
B: That's a good idea. Let's ask him now.

5. Replace the words in bold with will/won't or shall I/we, as in the example.

1 I've asked Paul to talk to the landlord, but he **refuses to** do it.
I've asked Paul to talk to the landlord, but he won't do it.

2 **Do you want me** to make a reservation for you?

3 **Can** you call Barry for me, please?

4 **Why don't we** try this new dish?

5 Where **do you want me** to put these flowers?

6. In pairs, ask and answer questions using the prompts below, as in the example.

SA: *When will you do the gardening?*
SB: *I'll do it after I've done the shopping.*

1 do the gardening / do the shopping
2 post the letters / buy the stamps
3 iron the clothes / tidy the bedroom
4 water the plants / make the bed
5 do your homework / have my dinner
6 pay the bills / take the car to the garage

7. Put the verbs in brackets into the present simple or the future simple.

1 A: I'm going to the gym tonight.
B: Well, while you ...*are*... (be) there, I … (do) the shopping.

2 A: … (you/call) me when you … (get) home?
B: Yes, of course.

3 A: As soon as John … (come) in, tell him to come to my office.
B: Certainly, sir.

4 A: I'm exhausted.
B: Me too. I wonder if David … (come) to help tonight.

5 A: Are you going to visit Aunt Mabel this afternoon?

B: Yes, I ... (visit) her before I … (do) the shopping.

6 A: Is George going to eat dinner with us?
B: No, by the time he … (get) home it … (be) very late.

7 A: When … (you/pay) the rent?
B: When I … (get) my pay cheque.

8 A: What are your plans for the future?
B: I want to go to university after I … (finish) school.

9 A: If you … (pay) for dinner, I … (pay) for the theatre.
B: Okay, that's a good idea.

10 A: Can you give this message to Mike, please?
B: Well, I'll try, but I doubt if I … (see) him today.

8. Put the verbs in brackets into the future simple, the present simple or the present continuous.

1 A: I ...*am seeing*... (see) Roger at seven o'clock tonight.
B: Really? I thought he was out of town.

2 A: … (you/do) anything on Friday morning?
B: No, I'm free.

3 A: I … (go) to the cinema. There's a new film on. Do you want to come with me?
B: What time … (the film/start)?

4 A: Helen … (have) a party the day after tomorrow. … (you/go)?
B: As a matter of fact, I haven't been invited.

5 A: The new exhibition … (open) on April 3rd and … (finish) on May 31st.
B: I know. I … (go) on the first day.

6 A: Aunt Maggie … (come) to visit us tomorrow.
B: I know. What time … (she/arrive)?

7 A: Excuse me, what time … (the train/leave)?
B: At half past three, madam.

8 A: Michael Jackson … (give) a concert at the Olympic Stadium next week.
B: I know. I … (want) to get a ticket.

9 A: I'm really thirsty.
B: I … (get) you a glass of water.

10 A: Are you looking forward to your party?
B: Yes. I hope everyone … (enjoy) it.

11 A: How old is your sister?
B: She .. (be) twelve next month.

12 A: What are you doing tonight?
B: I … (probably/watch) TV after dinner.

9. A) Cliff Turner has his own business and it is doing well. He has already decided to expand. Look at the prompts and say what he is going to do, as in the example.

1. employ more staff

He's going to employ more staff.

2. advertise in newspapers and magazines
3. equip the office with computers
4. increase production
5. move to bigger premises
6. open an office abroad

B) Cliff is always busy. Look at his schedule and say what his arrangements are for the next few days. Make sentences, as in the example.

Wednesday 12th: fly to Montreal

He is flying to Montreal on Wednesday.
Thursday 13th: give an interview to The Financial Times
Friday 14th: have lunch with sales representatives
Saturday 15th: have a meeting with Japanese ambassador
Sunday 16th: play tennis with Carol

10. ln Pairs, ask and answer the following questions using I (don't) think/expect I will or I hope /'m sure/'m afraid I will/won't, as in the example.
SA: *Do you think you will pass your exams?*
SB: *I hope I will/I'm afraid I won't.*
1 pass/exams
2 move house
3 take up / new hobby
4 make / new friends
5 start having music lessons
6 have / party on / birthday
7 learn/drive

ТЕМА 3. Социально-культурная сфера общения (Я и моя страна. Я и мир)

Тематика общения:

1. Екатеринбург – столица Урала.
2. Общее и различное в национальных культурах.

Проблематика общения:

1. Мой родной город.
2. Традиции и обычаи стран изучаемого языка.
3. Достопримечательности стран изучаемого языка.

3.1 Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

My town

a building – здание
downtown – деловой центр города
town outskirts – окраина города
a road – дорога
an avenue – проспект
a pavement/a sidewalk - тротуар
a pedestrian – пешеход
a pedestrian crossing – пешеходный переход
traffic lights – светофор
a road sign – дорожный знак
a corner – угол
a school - школа
a kindergarten – детский сад
a university - университет
an institute – институт
an embassy - посольство
a hospital - больница
a shop/a store/a shopping centre/a supermarket – магазин, супермаркет
a department store – универмаг
a shopping mall/centre – торговый центр
a food market – продуктовый рынок
a greengrocery – фруктово-овощной магазин
a chemist's/a pharmacy/a drugstore - аптека
a beauty salon – салон красоты
a hairdressing salon/a hairdresser's - парикмахерская
a dental clinic/a dentist's – стоматологическая клиника
a vet clinic – ветеринарная клиника
a laundry – прачечная
a dry-cleaner's – химчистка
a post-office – почтовое отделение
a bank – банк
a cash machine/a cash dispenser - банкомат
a library – библиотека
a sight/a place of interest - достопримечательность
a museum – музей
a picture gallery – картинная галерея
a park – парк
a fountain – фонтан
a square – площадь
a monument/a statue – памятник/статуя
a river bank – набережная реки

a beach – пляж
a bay - залив
a café – кафе
a restaurant – ресторан
a nightclub – ночной клуб
a zoo - зоопарк
a cinema/a movie theatre - кинотеатр
a theatre – театр
a circus - цирк
a castle - замок
a church – церковь
a cathedral – собор
a mosque - мечеть
a hotel – отель, гостиница
a newsagent's – газетный киоск
a railway station – железнодорожный вокзал
a bus station - автовокзал
a bus stop – автобусная остановка
an underground (metro, subway, tube) station – станция метро
a stadium – стадион
a swimming-pool – плавательный бассейн
a health club/a fitness club/a gym – тренажерный зал, фитнесс клуб
a playground – игровая детская площадка
a plant/a factory – завод/фабрика
a police station – полицейский участок
a gas station/a petrol station – заправочная автостанция, бензоколонка
a car park/a parking lot - автостоянка
an airport - аэропорт
a block of flats – многоквартирный дом
an office block – офисное здание
a skyscraper - небоскреб
a bridge – мост
an arch – арка
a litter bin/a trash can – урна
a public toilet – общественный туалет
a bench - скамья

3.2 Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

Ekaterinburg – an Industrial Centre

Ekaterinburg is one of the leading industrial centres of Russia. There are over 200 industrial enterprises of all-Russia importance in it. The key industry is machine-building. The plants of our city produce walking excavators, electric motors, turbines, various equipment for industrial enterprises.

During the Great Patriotic War Sverdlovsk plants supplied the front with arms and munitions and delivered various machinery for restoration of Donbass collieries and industrial enterprises of the Ukraine.

The biggest plants of our city are the Urals Heavy Machine Building Plant (the Uralmash), the Urals Electrical Engineering Plant (Uralelectrotyazhmash), the Torbomotorny Works (TMZ), the Chemical Machinery Building Works (Chimmash), the Verkh Iset Metallurgical Works (VIZ) and many others.

The Urals Heavy Machinery Building Plant was built in the years of the first five-year plan period. It has begun to turn out production in 1933. The machines and equipment produced by the Uralmash have laid the foundation for the home iron and steel, mining and oil industries. The plant

produces walking excavators and draglines, drilling rigs for boring super-deep holes, crushing and milling equipment for concentrators. The plant also produces rolling-mills, highly efficient equipment for blast furnaces, powerful hydraulic presses and other machines. The trade mark of the Uralmash is well-known all over the world.

The Electrical Engineering plant was put into operation in 1934. At the present time it is a great complex of heavy electrical machine-building. It produces powerful hydrogenerators, transformers, air and oil switches, rectifiers & other electrical equipment. Besides, it is one of the main producers of high-voltage machinery.

The Turbo-Motorny Works produces turbines & diesel motors for powerful trucks. The turbines manufactured by this plant are widely known not only in our country, but also abroad. The plant turned out its first turbines in 1941.

The Urals Chemical Works, the greatest plant in the country, produces machinery for the chemical industry. It also produces vacuum- filters used in different branches of oil industry.

The Verkh-Iset Metallurgical Works the oldest industrial enterprise in Ekaterinburg is now the chief producer of high grade transformer steel in the country.

Now complex mechanization & automation of production processes are being used at all industrial enterprises of Ekaterinburg. Its plants make great contribution to the development of our country’s national economy.

The History of Ekaterinburg

The famous Soviet poet V. Mayakovsky called out city "A Worker and a Fighter" and these words most fully reflect the features of Ekaterinburg.

Ekaterinburg is nowadays one of the leading industrial cities of Russia, an administrative & cultural centre of the Sverdlovsk region. It is the capital of the Urals.

Ekaterinburg has sprung up in the upper reaches of the Iset River in the middle part of the Urals Mountains near the border of Europe and Asia. It stretches from North to South for 25 km. and 15 km. from East to West.

The history of our city is very interesting. It was founded at the beginning of the XVIII century as a fortress-factory in connection with the construction of the Urals iron works. The works was constructed under the supervision of Tatishchev, a mining engineer, who was sent to the Urals by Peter the first. It was put into operation in November 1723. This date is considered to be the date of the birthday of city. It was named Ekaterinburg. On the place of the first works there is the Historical Square now.

The town grew and developed as the centre of an important mining area where the mining administration office was located. Ekaterinburg was an ordinary provincial town like many others in Russia before the October Revolution. It had only one theatre, four hospitals, one mining school and not a single higher school.

At the end of the XIX century Ekaterinburg became one of the centres of the revolutionary struggle. Many squares, streets and houses of the city keep the memory of the revolutionary events and the Civil War in the Urals. They are: the 1905 Square, a traditional place of the revolutionary demonstrations of the working people, the rocks "Kamenniye Palatki", a memorial park now, which was the place of illegal meetings of Ekaterinburg workers, the Opera House where the Soviet power was proclaimed in November 8, 1917 and many others.

Ekaterinburg is closely connected with the life and activities of many famous people. Here Y.M. Sverdlov, the leader of the Urals Party organization before the Revolution and the first President of the Soviet state, carried out his revolutionary work. In 1924 Ekaterinburg was renamed in his memory.

The name of such a famous scientist and inventor of the radio as Popov, and the names of such writers as Mamin-Sibiriyak and Bazhov are also connected with Ekaterinburg.

After the October Socialist Revolution the town has changed beyond recognition. It grew quickly in the years of the first five-year plan periods. Nowadays our city is constantly growing and

developing. Modern Ekaterinburg is a city of wide straight streets, multistoried blocks of flats, big shops, beautiful palaces of culture, cinemas, fine parks and squares.

The centre of the city is 1905 Square with the monument to V.I. Lenin and the building of the City Soviet. The main street is Lenin Avenue. The total area of the city is over 400 sq. km. The population is about two million.

In connection with its 250th anniversary and for its outstanding achievements in the development of the national economy of our country Ekaterinburg was awarded the Order of Lenin.

Ekaterinburg – a Center of Science & Education

Ekaterinburg is one of the largest & most important centers of science & education in our country. The city has 15 higher schools. The oldest of them are the Mining & the Polytechnical Institutes, the Urals State University founded in 1920, the Medical & Pedagogical & many others. Ekaterinburg higher schools train specialists for practically all branches of industry, economy, education & science. The city has a student population of about 80 thousand. Besides, there are many secondary and vocational schools and over 50 technical schools (colleges). The oldest of them is the Mining Metallurgical College named after Polzunov, founded in 1847.

Much important scientific research work is carried on in Ekaterinburg. The Urals Branch of Sciences, now called the Urals Scientific Centre (UNZ), was founded in 1932. Its first chairman was the famous Soviet scientist, mineralogist and geochemist A.E. Fersman. UNZ is the main centre of scientific work now. It contains nine institutes which solve the most important theoretical and practical problems in the field of geology, mining, metallurgy, biology, economy and others.

The city has more than 120 research and designing institutions, among them Uralmechanobr, Unipromed, Nipigormash and others. It is worth mentioning that important scientific and research work is also carried on in educational establishments and at the industrial enterprises of the city, such as the Uralmash, Uralelectrotyazmash and others.

Thousands of research workers, among them 5 academicians, 10 Corresponding members of the Russian Academy of Sciences, many Doctors and Masters of Science are engaged in scientific and research work. Ekaterinburg has contributed greatly to the development of Russian science.

Ekaterinburg - a Cultural Centre

Ekaterinburg is not only an industrial and educational, but also a large cultural centre. There is a lot to be seen in the city. There are many theatres, cinemas, museums, clubs, libraries, palaces of culture, the Art Gallery and the Circus in it.

The Art Gallery houses a splendid collection of paintings of Russian and Soviet artists such as Repin, Polenov, Levitan, Perov, Slusarev, Burak, Pimenov and many others. Here you will see one of the world famous collections of metal castings made in Kasli and especially a cast Iron pavilion. It was shown in Paris at the World Exhibition and awarded the Highest Prize.

Ekaterinburg is famous for its theaters. They are the Opera & Ballet House, the Drama Theatre, the Musical Comedy, the Children’s and Puppet Theatres, the Cinema and Concert Hall "Cosmos". The Opera House was built in 1912. Many famous singers such as S. Lemeshev, I. Koslovsky, I. Arkhipova, B. Shtokolov and many others sang in that theatre. Ekaterinburg has a Philharmonic Society, film and television studios, the Urals Russian Folk Choir which is well known both at home and abroad.

There are many museums in the city: the Museum of Local Studies, the Sverdlov Museum, the Museum of Mamin-Sibiriyak, the Bazhov Museum, the Museum of Architecture. But the Urals Geological Museum is the most famous one. It is a real treasure-house of the Urals riches. The museum was opened in 1937.

Ekaterinburg is a green city with its squares, gardens and parks. The largest and the best of the parks is the Central Park of Culture and Rest. The Central Square of the City is the 1905 Square. Besides, there are some others: the Labor Square, one of the oldest of the city, located in front of the House of Trade Unions, the Komsomolskaya Square with the monument to the Urals Komsomol, the Paris Commune Square with the monument to Y.M. Sverdlov.

There are lots of monuments in the city. They are: the monument dedicated to the students and teachers of the Urals Polytechnical Institute who perished in the Great Patriotic War, the monument to the Urals Tank Corps, the monuments to Bazhov, Popov, Ordjonikidze, Malishev and many others.

There are a lot of places of interest in our city. Any visitor who comes to our city is invited to take sightseeing around it. We will be shown the historical places such as the rocks "Kamenniye Palatki", the Pupils' Creation Palace, the Historical Square, the 1905 Square.

There are several memorials to those who gave their lives in the struggle against fascism, the obelisk in the Square of Communards with the eternal flame. Such famous places of interest at the city pond with granite-lined embankment, the Palace of Youth, the lake Shartash, the Uktus Mountains and some others are most popular with the citizens of Ekaterinburg as well as with its visitors.

Ekaterinburg is a city of sports. There are a lot of sports grounds, stadiums, sports halls and a beautiful Palace of Sport in it. Ekaterinburg is often called the Winter Sports Capital. All sorts of important skiing & skating events are held in the Uktus Mountains.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland (the UK) occupies most of the territory of the British Isles. It consists of four main parts: England, Scotland, Wales and Northern Ireland. London is the capital of England. Edinburgh is the capital of Scotland, Cardiff— of Wales and Belfast — of Northern Ireland. The UK is a small country with an area of some 244,100 square kilometres. It occupies only 0.2 per cent of the world's land surface. It is washed by the Atlantic Ocean in the north-west, north and south-west and separated from Europe by the Severn, but the most important waterway is the Thames.

The climate is moderate and mild. But the weather is very changeable. The population of the United Kingdom is over 57 million people. Foreigners often call British people "English", but the Scots, the Irish and the Welsh do not consider themselves to be English. The English are Anglo-Saxon in origin, but the Welsh, the Scots and the Irish are Celts, descendants of the ancient people, who crossed over from Europe centuries before the Norman Invasion. It was this people, whom the Germanic Angles and Saxons conquered in the 5th and 6th centuries AD. These Germanic conquerors gave England its name — "Angle" land. They were conquered in their turn by the Norman French, when William the Conqueror of Normandy landed near Hastings in 1066. It was from the union of Norman conquerors and the defeated Anglo-Saxons that the English people and the English language were born. The official language of the United Kingdom is English. But in western Scotland some people still speak Gaelic, and in northern and central parts of Wales people often speak Welsh.

The UK is a highly developed industrial country. It is known as one of the world's largest producers and exporters of machinery, electronics, textile, aircraft, and navigation equipment. One of the chief industries of the country is shipbuilding.

The UK is a constitutional monarchy. In law, Head of the State is Queen. In practice, the country is ruled by the elected government with the Prime Minister at the head. The British Parliament consists of two chambers: the House of Lords and the House of Commons. There are three main political parties in Great Britain: the Labour, the Conservative and the Liberal parties. The flag of the United Kingdom, known as the Union Jack, is made up of three crosses. The big red cross is the cross of Saint George, the patron saint of England. The white cross is the cross of Saint Andrew, the patron saint of Scotland. The red diagonal cross is the cross of Saint Patrick, the patron saint of Ireland.

The United Kingdom has a long and exciting history and a lot of traditions and customs. The favorite topic of conversation is weather. The English like to drink tea at 5 o'clock. There are a lot of high daysin Great Britain. They celebrate Good Friday, Christmastide, Christmas, Valentine`s day and many others. It is considered this nation is the most conservative in Europe because people attach greater importance to traditions; they are proud of them and keep them up. The best examples are their money system, queen, their measures and weights. The English never throw away old things and don't like to have changes.

Great Britain is a country of strong attraction for tourists. There are both ancient and modern

monuments. For example: Hadrian Wall and Stonehenge, York Cathedral and Durham castle. It is no doubt London is the most popular place for visiting because there are a lot of sightseeing like the Houses of Parliament, Buckingham Palace, London Bridge, St Paul's Cathedral, Westminster Abbey, the Tower of London. Also you can see the famous Tower Clock Big Ben which is considered to be the symbol of London. Big Ben strikes every quarter of an hour. You will definitely admire Buckingham Palace. It's the residence of the royal family. The capital is famous for its beautiful parks: Hyde Park, Regent's Park. The last one is the home of London Zoo.

3.3 Систематизация грамматического материала:

1. Модальные глаголы и их эквиваленты.
2. Образование видовременных форм глагола в пассивном залоге.
3. Основные сведения о согласовании времён, прямая и косвенная речь.

Модальные глаголы

Глаголы	**Значение**	**Примеры**
CAN	физическая или умственная возможность/умение	I can swim very well. – Я очень хорошо умею плавать.
	возможность	You can go now. — Ты можешь идти сейчас.You cannot play football in the street. – На улице нельзя играть в футбол.
	вероятность	They can arrive any time. – Они могут приехать в любой момент.
	удивление	Can he have said that? – Неужели он это сказал?
	сомнение, недоверчивость	She can't be waiting for us now. – Не может быть, чтобы она сейчас нас ждала.
	разрешение	Can we go home? — Нам можно пойти домой?
	вежливая просьба	Could you tell me what time it is now? – Не могли бы вы подсказать, который сейчас час?
MAY	разрешение	May I borrow your book? – Я могу одолжить у тебя книгу?
	предположение	She may not come. – Она, возможно, не придет.
	возможность	In the museum you may see many interesting things. – В музее вы можете увидеть много интересных вещей.
	упрек – только **MIGHT (+ perfect infinitive)**	You might have told me that. – Ты мог бы мне это сказать.
MUST	обязательство, необходимость	He must work. He must earn money. – Он должен работать. Он должен зарабатывать деньги.
	вероятность (сильная степень)	He must be sick. — Он, должно быть, заболел.
	запрет	Tourists must not feed animals in the zoo. — Туристы не должны кормить животных в зоопарке.
SHOULD OUGHT TO	моральное долженствование	You ought to be polite. – Вы должны быть любезными.
	совет	You should see a doctor. – Вам следует сходить к врачу.
	упрек, запрет	You should have taken the umbrella. – Тебе следовало взять с собой зонт.
SHALL	указ, обязанность	These rules shall apply in all circumstances. – Эти правила будут действовать при любых

		обстоятельствах.
	угроза	You shall suffer. — Ты будешь страдать.
	просьба об указании	Shall I open the window? – Мне открыть окно?
WILL	готовность, нежелание/отказ	The door won't open. — Дверь не открывается.
	вежливая просьба	Will you go with me? – Ты сможешь пойти со мной?
WOULD	готовность, нежелание/отказ	He would not answer this question. – Он не будет отвечать на этот вопрос.
	вежливая просьба	Would you please come with me? — Не могли бы вы пройти со мной.
	повторяющееся/привычное действие	We would talk for hours. – Мы беседовали часами.
NEED	необходимость	Do you need to work so hard? – Тебе надо столько работать?
NEEDN'T	отсутствие необходимости	She needn't go there. — Ей не нужно туда идти.
DARE	Посметь	How dare you say that? – Как ты смеешь такое говорить?

Модальные единицы эквивалентного типа		
to be able (to) = can	Возможность соверш-я конкрет-го дей-ия в опред. момент	She **was able** to change the situation then. (Она тогда была в состоянии (могла) изменить ситуацию).
to be allowed (to) = may	Возмож-ть совер-ия дей-ия в наст.-м, прош-ом или буд-ем + оттенок разрешения	My sister **is allowed to** play outdoors. (Моей сестре разрешается играть на улице).
to have (to)= ought, must, should	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом или буд-ем при опред-х об-вах	They **will have to** set up in business soon. (Им вскоре придется открыть свое дело).
to be (to)= ought, must, should	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом при наличии опред. планов, распис-ий и т.д.	We **are to** send Nick about his business. (Мы должны (= планируем) выпроводить Ника

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Rephrase the following sentences using must, mustn't, needn't, has to or doesn't have to.

1 **You aren't allowed** to park your car in the college car park.

...You mustn't park your car in the college car park...

2 **I strongly advise** you to speak to your parents about your decision.

3 **It isn't necessary** for Emma to attend tomorrow's staff meeting.

4 **Jack is obliged** to wear a suit and a tie at work because the manager says so.

5 **I'm sure** Antonio is from Milan.

6 **It's necessary** for Roger to find a job soon.

7 **It's forbidden** to use mobile phones inside the hospital.

8 Susan **is obliged to** work overtime because her boss says so.

2. Rephrase the following sentences using didn't need to or needn't have done.

1 It wasn't necessary for him to wash the car. It wasn't dirty.

…He didn't need to wash the car…

2 It wasn't necessary for her to buy so many oranges, but she did.

3 It wasn't necessary for us to take an umbrella. It wasn't raining.

4 It wasn't necessary for us to turn on the light. It wasn't dark.

5 It wasn't necessary for him to call me today, but he did.
6 It wasn't necessary for you to make sandwiches for me, but you did.
7 It wasn't necessary for them to make reservations at the restaurant, but they did.

3. Rewrite the sentences using the word in bold.

1 It isn't necessary for Mark to buy new clothes for the reception.
need *...Mark doesn't need to/needn't buy new clothes for the reception.…*
2 You aren't allowed to pick these flowers. **must**
3 Sarah is obliged to type her compositions at university. **has**
4 It wasn't necessary for Paula to make the beds. **need**
5 It is your duty to obey the law. **must**
6 It wasn't necessary for Bob to wait for me, but he did. **need**
7 It is forbidden to throw litter on the beach. **must**
8 I'm sure Ronald is at home. **must**
9 It wasn't necessary for Alice to bake a cake for the party. **need**
10 It wasn't necessary for George to stay at work late last night, but he did. **have**

4. Fill in the gaps with an appropriate modal verb.

1 A: ... *May/Can/Could*... I borrow your pen, please?
B: No, you … .I'm using it.
2 A: I'm bored. What shall we do?
B: We … go for a walk.
A: No, we … because it's raining.
B: Let's watch a video, then.
3 A: My parents told me I … go to the party tonight.
B: Never mind, I … go either. We … stay at home together, though.
4 A: Sir, … .I speak to you for a moment, please?
B: Certainly, but later today; I'm busy now.
5 A: Excuse me?
B: Yes?
A: … you tell me where the post office is, please?
B: Certainly. It's on the main road, next to the school.
6 A: Is anyone sitting on that chair?
B: No, you … take it if you want to.

5. Choose the correct answer.

1 " Todd was a very talented child.'
I know. He ..*B*... play the piano well when he was seven.'
A couldn't B could C can
2 I've just taken a loaf out of the oven.
Oh, that's why I … smell fresh bread when I came home.
A was able to B can't C could
3 'How was the test?'
Easy. All the children … pass it.'
A were able to B could C can't
4 What are you doing this summer?'
'I hope I'll … go on holiday with my friends.'
A could B be able to C can

6 Rewrite the sentences using the words in bold.

1 Do you mind if I leave the door open for a while?
can *...Can I leave the door open for a while?...*

2 You're obliged to take notes during the lecture. **have**
3 I'm sorry, but you aren't allowed to enter this room. **must**
4 Jack managed to unlock the door. **able**
5 It wasn't necessary for Ann to cook dinner, but she did. **need**
6 Let's play a game of chess. **could**
7 I'm certain Sarah is bored with her work. **must**
8 I strongly advise you to take up sport. **must**
9 I'm certain Liz isn't interested in your ideas. **can**
10 You may take the car tonight if you want. **can**

7. Study the situations and respond to each one using an appropriate modal verb.

1 You want to go on holiday with your friends this year. Ask your parents for **permission.**
...Can I go on holiday with my friends this year?...
2 You are at a job interview. You type fast, you use computers and you speak two foreign languages. Tell the interviewer about your **abilities**.
3 Your brother is trying to decide what to buy your mother for her birthday. You **suggest** a box of chocolates.
4 Your jacket is dirty and you want to wear it next week. It is **necessary** to take it to the dry cleaner's.
5 You want to have a day off work next week. Ask for your boss' **permission.**
6 You are in the car with your uncle. It's hot and you want him to open the window. Make a **request.**
7 Your mother is going to the shops. She asks you if you want anything. You tell her it **isn't necessary** to get anything for you.

8. Complete the sentences using must or can't.

1 I'm certain they go to bed early on Sunday nights. They …*must go to bed early on Sunday nights…*
2 I'm sure John didn't stay late at the office. John ...*can't have stayed late at the office…*
3 I'm certain he hasn't arrived yet. He …
4 I'm certain they are working together. They …
5 I'm sure Amy hasn't finished her homework. Amy …
6 I'm certain she was having a bath when I rang. She …
7 I'm sure he hasn't won the prize. He …
8 I'm sure she is looking for a new house. She …
9 I'm certain Paul didn't invite Linda to the party. Paul …
10 I'm certain you have been planning the project. You …
11 I'm sure she was writing a letter. She …
12 I'm certain they hadn't paid the bill. They …
13 I'm sure he had been fixing the pipe. He …

9. Rephrase the following sentences in as many ways as possible.

1 Perhaps Laura has left the phone off the hook. ...*Laura may/might/could have left the phone off the hook…*
2 Surgeons are obliged to scrub their hands before operating on patients.
3 Do you mind if I open the window?
4 It wasn't necessary for Peter to wash the dog, so he didn't.
5 Emily managed to reach the top shelf, even though she didn't have a ladder.
6 It's forbidden to copy files without the manager's permission.
7 Why don't we spend this evening at home?
8 I'm certain Patrick misunderstood my instructions.
9 I'm sure Helen didn't know about her surprise party.

10. Rephrase the following sentences in as many ways as possible.

1 Perhaps they are at work.

They ...*may/might/could be at work*…

2 Perhaps he is waiting outside. He …

3 It's possible she will work late tonight. She …

4 It's likely he was driving too fast. He …

5 It's possible they made a mistake. They …

6 Perhaps he has missed the bus. He …

7 It's possible she has been playing in the snow. She …

8 It's likely we will be leaving tomorrow. We …

9 It's likely he will stay there. He …

10 Perhaps she had been trying to call you. She …

11 It's likely they had seen the film already. They …

12 It's possible he is studying in the library. He …

Страдательный залог (Passive Voice)

образуется при помощи вспомогательного глагола to be в соответствующем времени, лице и числе и причастия прошедшего времени смысл. глагола – Participle II (III –я форма или ed-форма).

В страдательном залоге не употребляются:

1) Непереходные глаголы, т.к. при них нет объекта, который испытывал бы воздействие, то есть нет прямых дополнений которые могли бы стать подлежащими при глаголе в форме Passive.

Переходными в англ. языке называются глаголы, после которых в действительном залоге следует прямое дополнение; в русском языке это дополнение, отвечающее на вопросы винительного падежа – кого? что?: to build строить, to see видеть, to take брать, to open открывать и т.п.

Непереходными глаголами называются такие глаголы, которые не требуют после себя прямого дополнения: to live жить, to come приходить, to fly летать, cry плакать и др.

2) Глаголы-связки: be – быть, become – становиться/стать.

3) Модальные глаголы.

4) Некоторые переходные глаголы не могут использоваться в страдательном залоге. В большинстве случаев это глаголы состояния, такие как:

to fit годиться, быть впору to have иметь to lack не хватать, недоставать to like нравиться
to resemble напоминать, быть похожим to suit годиться, подходить и др.

При изменении глагола из действительного в страдательный залог меняется вся конструкция предложения:

- дополнение предложения в Active становится подлежащим предложения в Passive;
- подлежащее предложения в Active становится предложным дополнением, которое вводится предлогом by или вовсе опускается;
- сказуемое в форме Active становится сказуемым в форме Passive.

Особенности употребления форм Passive:

1. Форма Future Continuous не употребляется в Passive, вместо нее употребляется Future Indefinite:

At ten o'clock this morning Nick will be writing the letter. –At ten o'clock this morning the letter will be written by Nick.

2. В Passive нет форм Perfect Continuous, поэтому в тех случаях, когда нужно передать в Passive действие, начавшееся до какого-то момента и продолжающееся вплоть до этого момента, употребляются формы Perfect:

He has been writing the story for three months. The story has been written by him for three months.

3. Для краткости, во избежание сложных форм, формы Indefinite (Present, Past, Future) часто употребляются вместо форм Perfect и Continuous, как в повседневной речи так и в художественной литературе. Формы Perfect и Continuous чаще употребляются в научной литературе и технический инструкциях.

This letter has been written by Bill. (Present Perfect)

This letter is written by Bill. (Present Indefinite – более употребительно)

Apples are being sold in this shop. (Present Continuous)

Apples are sold in this shop. (Present Indefinite – более употребительно)

4. Если несколько однотипных действий относятся к одному подлежащему, то вспомогательные глаголы обычно употребляются только перед первым действием, например: The new course will be sold in shops and ordered by post.

Прямой пассив (The Direct Passive)

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует прямому дополнению предложения в Active. Прямой пассив образуется от большинства переходных глаголов.

I gave him a book. Я дал ему книгу. A book was given to him. Ему дали книгу. (или Книга была дана ему)

The thief stole my watch yesterday. Вор украл мои часы вчера.

My watch was stolen yesterday. Мои часы были украдены вчера.

В английском языке имеется ряд переходных глаголов, которые соответствуют непереходным глаголам в русском языке. В английском они могут употребляться в прямом пассиве, а в русском – нет. Это:to answer отвечать кому-л.

to believe верить кому-л. to enter входить (в) to follow следовать (за) to help помогать кому-л.

to influence влиять (на) to join присоединяться to need нуждаться to watch наблюдать (за)

Так как соответствующие русские глаголы, являясь непереходными, не могут употребляться в страдательном залоге, то они переводятся на русский язык глаголами в действительном залоге:

Winter is followed by spring.

А при отсутствии дополнения с предлогом by переводятся неопределенно-личными предложениями: Your help is needed.

Косвенный пассив (The Indirect Passive)

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует косвенному дополнению предложения в Active. Она возможна только с глаголами, которые могут иметь и прямое и косвенное дополнения в действительном залоге. Прямое дополнение обычно означает предмет (что?), а косвенное – лицо (кому?).

С такими глаголами в действительном залоге можно образовать две конструкции:

а) глагол + косвенное дополнение + прямое дополнение;

б) глагол + прямое дополнение + предлог + косвенное дополнение:

а) They sent Ann an invitation.- Они послали Анне приглашение.

б) They sent an invitation to Ann. - Они послали приглашение Анне.

В страдательном залоге с ними также можно образовать две конструкции – прямой и косвенный пассив, в зависимости от того, какое дополнение становится подлежащим предложения в Passive. К этим глаголам относятся:to bring приносить

to buy покупать to give давать to invite приглашать to leave оставлять

to lend одалживать to offer предлагать to order приказывать to pay платить

to promise обещать to sell продавать to send посылать to show показывать

to teach учить to tell сказать и др.

Например: Tom gave Mary a book. Том дал Мэри книгу.

Mary was given a book. Мэри дали книгу. (косвенный пассив – более употребителен)

A book was given to Mary. Книгу дали Мэри. (прямой пассив – менее употребителен)

Выбор между прямым или косвенным пассивом зависит от смыслового акцента, вкладываемого в последние, наиболее значимые, слова фразы:

John was offered a good job. (косвенный пассив) Джону предложили хорошую работу.

The job was offered to John. (прямой пассив) Работу предложили Джону.

Глагол to ask спрашивать образует только одну пассивную конструкцию – ту, в которой подлежащим является дополнение, обозначающее лицо (косвенный пассив):

He was asked a lot of questions. Ему задали много вопросов.

Косвенный пассив невозможен с некоторыми глаголами, требующими косвенного дополнения (кому?) с предлогом to. Такое косвенное дополнение не может быть подлежащим в Passive, поэтому в страдательном залоге возможна только одна конструкция – прямой пассив, то есть вариант: Что? объяснили, предложили, повторили…Кому? Это глаголы:to address адресовать

to describe описывать to dictate диктовать to explain объяснять to mention упоминать

to propose предлагать to repeat повторять to suggest предлагать to write писать и др.

Например: The teacher explained the rule to the pupils. – Учитель объяснил правило ученикам. The rule was explained to the pupils. – Правило объяснили ученикам. (Not: The pupils was explained…)

Употребление Страдательного залога

В английском языке, как и в русском, страдательный залог употр. для того чтобы:

1. Обойтись без упоминания исполнителя действия (70% случаев употребления Passive) в тех случаях когда:

а) Исполнитель неизвестен или его не хотят упоминать:

He was killed in the war. Он был убит на войне.

б) Исполнитель не важен, а интерес представляет лишь объект воздействия и сопутствующие обстоятельства:

The window was broken last night. Окно было разбито прошлой ночью.

в) Исполнитель действия не называется, поскольку он ясен из ситуации или контекста:

The boy was operated on the next day. Мальчика оперировали на следующий день.

г) Безличные пассивные конструкции постоянно используются в научной и учебной литературе, в различных руководствах: The contents of the container should be kept in a cool dry place. Содержимое упаковки следует хранить в сухом прохладном месте.

2. Для того, чтобы специально привлечь внимание к тому, кем или чем осуществлялось действие. В этом случае существительное (одушевленное или неодушевленное.) или местоимение (в объектном падеже) вводится предлогом by после сказуемого в Passive.

В английском языке, как и в русском, смысловой акцент приходится на последнюю часть фразы. He quickly dressed. Он быстро оделся.

Поэтому, если нужно подчеркнуть исполнителя действия, то о нем следует сказать в конце предложения. Из-за строгого порядка слов английского предложения это можно осуществить лишь прибегнув к страдательному залогу. Сравните:

The flood broke the dam. (Active) Наводнение разрушило плотину. (Наводнение разрушило что? – плотину)

The dam was broken by the flood. (Passive) Плотина была разрушена наводнением. (Плотина разрушена чем? – наводнением)

Чаще всего используется, когда речь идет об авторстве:

The letter was written by my brother. Это письмо было написано моим братом.

И когда исполнитель действия является причиной последующего состояния:

The house was damaged by a storm. Дом был поврежден грозой.

Примечание: Если действие совершается с помощью какого-то предмета, то употребляется предлог with, например:

He was shot with a revolver. Он был убит из револьвера.

Перевод глаголов в форме Passive

В русском языке есть три способа выражения страдательного залога:

1. При помощи глагола "быть" и краткой формы страдательного причастия, причем в настоящем времени "быть" опускается:

I am invited to a party.

Я приглашён на вечеринку.

Иногда при переводе используется обратный порядок слов, когда русское предложение начинается со сказуемого: New technique has been developed. Была разработана новая методика.

2. Глагол в страдательном залоге переводится русским глаголом, оканчивающимся на –ся(-сь):

Bread is made from flour. Хлеб делается из муки.

Answers are given in the written form. Ответы даются в письменном виде.

3. Неопределенно-личным предложением (подлежащее в переводе отсутствует; сказуемое стоит в 3-м лице множественного числа действительного залога). Этот способ перевода возможен только при отсутствии дополнения с предлогом by (производитель действия не упомянут):

The book is much spoken about. Об этой книге много говорят.

I was told that you’re ill. Мне сказали, что ты болен.

4. Если в предложении указан субъект действия, то его можно перевести личным предложением с глаголом в действительном залоге (дополнение с by при переводе становится подлежащим). Выбор того или иного способа перевода зависит от значения глагола и всего предложения в целом (от контекста):

They were invited by my friend. Их пригласил мой друг.(или Они были приглашены моим другом.)

Примечание 1: Иногда страдательный оборот можно перевести двумя или даже тремя способами, в зависимости от соответствующего русского глагола и контекста:

The experiments were made last year.

1) Опыты были проведены в прошлом году.

2) Опыты проводились в прошлом году.

3) Опыты проводили в прошлом году.

Примечание 2: При переводе нужно учитывать, что в английском языке, в отличие от русского, при изменении залога не происходит изменение падежа слова, стоящего перед глаголом (например в английском she и she, а переводим на русский - она и ей):

Примечание 3: Обороты, состоящие из местоимения it с глаголом в страдательном залоге переводятся неопределенно-личными оборотами:

It is said… Говорят… It was said… Говорили…

It is known… Известно… It was thought…Думали, полагали…

It is reported… Сообщают… It was reported…Сообщали…и т.п.

В таких оборотах it играет роль формального подлежащего и не имеет самостоятельного значения: It was expected that he would return soon. Ожидали, что он скоро вернется.

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. What happens to a car when it is taken for a service? Look at the prompts and make sentences using the present simple passive, as in the example.

1. the oil / change

The oil is changed.

2. the brakes / test
3. the filters / replace
4. air / put / in the tyres
5. the battery / check

6. the lights / test
7. broken parts / repair
8. it / take / for a test drive
9. the radiator / fill / with water

2. Mr Sullivan, who is a director, is preparing a scene for his new film. Read the orders and respond using the present continuous passive, as in the example.

1. Move that scenery, please.
It's being moved now, Mr Sullivan.
2. Put those props in place, please.
3. Call the actors, please.
4. Check their costumes, please.
5. Turn on the lights, please.

3. Detective Maguire is talking to a police officer about a burglary which happened early yesterday morning. In pairs, ask and answer questions using the prompts below, as in the example

1. Have you dusted the house for fingerprints yet?
the house / dust / for fingerprints yesterday
Yes, the house was dusted for fingerprints yesterday.
2. Have you found any evidence yet?
a piece of material / find / this morning
3. Have you interviewed the house owners yet?
they / interview / last night
4. Have you questioned the neighbours yet?
they / question / this morning
5. Have you arrested any suspects yet?
two men / arrest / yesterday evening
6. Have you interrogated the suspects yet?
they / interrogate / last night
7. Have you recovered the stolen goods yet?
they / recover / this morning
8. Have you written your report yet?
it / complete / an hour ago

4. Helen and Chris moved house two years ago. Yesterday, they drove past their old house and saw that it looked very different. Describe the changes using the present perfect simple passive, as in the example.

1. the outside walls / paint
The outside walls have been painted.
2. new windows / put in
3. a garden pond / make
4. the trees / cut down
5. a lot of flowers / plant
6. the old gate / replace

5. A young actress is hoping to star in a new film. Her friend is asking her what is going to happen. Respond to her questions using the passive infinitive, as in the example.

1. Will they audition you for the new film?
Well, I hope to be auditioned.
2. Will they give you a leading role?
3. Will they pay you a lot of money?
4. Will they send you to Hollywood?

5. Will they introduce you to all the stars?
6. Will they ask you to give a TV interview?
7. Will they give you an award?

6. Put the verbs in brackets into the correct passive tense.

1. A: Who looks after your garden for you?
B: It ...*is looked after*... (look after) by my brother.
2. A: That's a beautiful dress. Where did you buy it?
B: Actually, it … (make) for me by my aunt.
3. A: Have you typed that letter yet, Miss Brown?
B: It … (type) right now, sir.
4. A: Did you make the coffee when you got to work this morning?
B: No, it …. (already/make) by the time I got there.
5. A: Are you going to pick up the children today?
B: No, they … (pick up) by Roger. I've already arranged it.
6. A: Where is your watch?
B: I broke it. It … (repair) at the moment.
7. A: Has the new furniture for my bedroom arrived?
B: No, it … (not/deliver) yet.
8. A: They are building a new sports centre in town.
B: I know. It … (open) by the mayor next month.

7. Rewrite the sentences in the passive, where possible.

1. John opened the door.
...*The door was opened by John.*
2. They didn't come home late last night.
...*It cannot be changed.*
3. Their nanny takes them to the park every day.
4. I left very early yesterday afternoon.
5. Meg asked the policeman for directions.
6. Charles is moving house next month.
7. The letter arrived two days ago.
8. Sam took these photographs.

8. Fill in by or with.

1. The lock was broken ...*with*... a hammer.
2. This book was written … my favourite author.
3. The cake was decorated… icing.
4. The tiger was shot … a gun.
5. Claire was shouted at … her teacher.
6. He was hit on the head … an umbrella.

9. Rewrite the sentences in the passive.

1. Someone is repairing the garden fence.
...*The garden fence is being repaired*....
2. Do they teach Latin at this school?
3. I don't like people pointing at me.
4. She hit him on the head with a tennis racquet.
5. Michael has made the preparations.
6. Is Tim cleaning the house?
7. Who built the Pyramids?
8. The boss is going to give us a pay rise.

9. I expect they will deliver my new car soon.
10. The police are questioning the suspects.
11. Did your next door neighbours see the thieves?
12. Paul remembers his teacher asking him to star in the school play.
13. A lot of children use computers nowadays.
14. Who smashed the kitchen window?
15. They won't have completed the work by the end of the month.
16. The children will post the letters.
17. People make wine from grapes.
18. Had Helen closed the windows before she left the house?
19. Jill hasn't done the housework yet.
20. They may not deliver the parcel today.

10. Put the verbs in brackets into the correct passive tense.

A: Do you still work at Browns and Co?
B: Yes, I do. I 1) ...*have been employed*... (employ) by Mr Brown for five years now, you know.
A: Oh. Do you still enjoy it?
B: Oh yes! I 2) … (give) a promotion last year and I'm very happy.
A: A promotion? So, what is your job now?
B: I 3) … (make) Head of European Sales.
A: So, what do you do?
B: Well, sometimes I 4) … (send) to other countries on business.
A: I see. Do they pay you well?
B: Well, I 5) … (pay) quite well and I expect I 6) … (give) a pay rise soon.
A: Good for you!

Согласование времен (Sequence of Tenses)

Если в главном предложении сказуемое выражено глаголом в одной из форм прошедшего времени, то в придаточном предложении употребление времен ограничено. Правило, которому в этом случае подчиняется употребление времен в придаточном предложении, называется согласованием времен.

Правило 1: Если глагол главного предложения имеет форму настоящего или будущего времени, то глагол придаточного предложения будет иметь любую форму, которая требуется смыслом предложения. То есть никаких изменений не произойдет, согласование времен здесь в силу не вступает.

Правило 2: Если глагол главного предложения имеет форму прошедшего времени (обычно Past Simple), то глагол придаточного предложения должен быть в форме одного из прошедших времен. То есть в данном случае время придаточного предложения изменится. Все эти изменения отражены в нижеследующей таблице:

Переход из одного времени в другое	Примеры	
Present Simple » Past Simple	He **can speak** French – Он говорит по-французски.	Boris said that he **could speak** French – Борис сказал, что он говорит по-французски.
Present Continuous » Past Continuous	They **are listening** to him – Они слушают его	I **thought** they **were listening** to him – Я думал, они слушают его.
Present Perfect » Past Perfect	Our teacher **has asked** my parents to help him – Наш учитель попросил моих родителей помочь ему.	Mary **told** me that our teacher **had asked** my parents to help him – Мария сказала мне, что наш учитель попросил моих родителей помочь ему.

Past Simple » Past Perfect	I **invited** her – Я пригласил ее.	Peter **didn't know** that I **had invited** her – Петр не знал, что я пригласил ее.
Past Continuous » Past Perfect Continuous	She **was crying** – Она плакала	John **said** that she **had been crying** – Джон сказал, что она плакала.
Present Perfect Continuous » Past Perfect Continuous	It **has been raining** for an hour – Дождь идет уже час.	He **said** that it **had been raining** for an hour – Он сказал, что уже час шел дождь.
Future Simple » Future in the Past	She **will show** us the map – Она покажет нам карту.	I **didn't expect** she **would show** us the map – Я не ожидал, что она покажет нам карту.

Изменение обстоятельств времени и места при согласовании времен.

Следует запомнить, что при согласовании времен изменяются также некоторые слова (обстоятельства времени и места).

this » that
these » those
here » there
now » then
yesterday » the day before
today » that day
tomorrow » the next (following) day
last week (year) » the previous week (year)
ago » before
next week (year) » the following week (year)

Перевод прямой речи в косвенную в английском языке

Для того чтобы перевести прямую речь в косвенную, нужно сделать определенные действия. Итак, чтобы передать чьи-то слова в английском языке (то есть перевести прямую речь в косвенную), мы:

1. ***Убираем кавычки и ставим слово that***

Например, у нас есть предложение:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы передать кому-то эти слова, так же как и в русском, мы убираем кавычки и ставим слово that – «что».

She said that ….. Она сказала, что….

2. ***Меняем действующее лицо***

В прямой речи обычно человек говорит от своего лица. Но в косвенной речи мы не может говорить от лица этого человека. Поэтому мы меняем «я» на другое действующее лицо. Вернемся к нашему предложению:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Так как мы передаем слова девушки, вместо «я» ставим «она»:

She said that she ….. Она сказала, что она….

3. Согласовываем время

В английском языке мы не можем использовать в одном предложении прошедшее время с настоящим или будущим. Поэтому, если мы говорим «сказал» (то есть используем прошедшее время), то следующую часть предложения нужно согласовать с этим прошедшем временем. Возьмем наше предложение:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы согласовать первую и вторую части предложения, меняем will на would. *см. таблицу выше.*

She said that she would buy a dress. Она сказала, что она купит платье.

4. Меняем некоторые слова

В некоторых случаях мы должны согласовать не только времена, но и отдельные слова. Что это за слова? Давайте рассмотрим небольшой пример.

She said, “I am driving now”. Она сказала: «Я за рулем сейчас».

То есть она в данный момент за рулем. Однако, когда мы будем передавать ее слова, мы будем говорить не про данный момент (тот, когда мы говорим сейчас), а про момент времени в прошлом (тот, когда она была за рулем). Поэтому мы меняем now (сейчас) на then (тогда) *см. таблицу выше.*

She said that she was driving then. Она сказала, что она была за рулем тогда.

Вопросы в косвенной речи в английском языке

Вопросы в косвенной речи, по сути, не являются вопросами, так как порядок слов в них такой же, как в утвердительном предложении. Мы не используем вспомогательные глаголы (do, does, did) в таких предложениях.

He asked, “Do you like this cafe?” Он спросил: «Тебе нравится это кафе?»

Чтобы задать вопрос в косвенной речи, мы убираем кавычки и ставим if, которые переводятся как «ли». Согласование времен происходит так же, как и в обычных предложениях. Наше предложение будет выглядеть так:

He asked if I liked that cafe. Он спросил, нравится ли мне то кафе.

Давайте рассмотрим еще один пример:

She said, “Will he call back?” Она сказала: «Он перезвонит?»

She said if he would call back. Она сказала, перезвонит ли он.

Специальные вопросы в косвенной речи

Специальные вопросы задаются со следующими вопросительными словами: what – что when – когда how – как why - почему where – где which – который

При переводе таких вопросов в косвенную речь мы оставляем прямой порядок слов (как в утвердительных предложениях), а на место if ставим вопросительное слово.

Например, у нас есть вопрос в прямой речи:

She said, “When will you come?”. Она сказала: «Когда ты придешь?»

В косвенной речи такой вопрос будет выглядеть так:

She said when I would come. Она сказала, когда я приду.

He asked, “Where does she work?” Он спросил: «Где она работает?»

He asked where she worked. Он спросил, где она работает.

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Fill in the gaps with the correct pronoun or possessive adjective.

1. James said, 'My boss wants me to go to London tomorrow.'
James said ...*his*... boss wanted to go to London the following day.
2. Mary said, 'I'm waiting for my son to come out of school.'
Mary said that … was waiting for … son to come out of school.
3. George said, 'I've bought a new car for my mum.'
George said … had bought a new car for … mum.
4. Julie said to me, 'I need you to help me with the shopping.'
Julie told me that … needed … to help … with the shopping.
5. John said, 'I'd like to take you out to dinner.'
John said … 'd like to take … out to dinner.
6. Helen said to Jane, 'I think your new haircut is lovely.'
Helen told Jane that … thought … new haircut was lovely.

2. Turn the following sentences into reported speech.

1. Robin said, These biscuits taste delicious.' ...
Robin said (that) the biscuits tasted delicious....

2. “I can't see you this afternoon because I've got a lot to do,' Ann told me.
3. She came into the room holding some letters in her hand and said, 'I found these while I was tidying the desk drawers.'
4. Fiona said, That picture was painted by my great-grandfather.'
5. “Those were good times for my family,' Jack said.
6. 'I received a parcel this morning, but I haven't opened it yet,' Tom said.
7. "You mustn't do that again,' Mum said to Bob.
8. “These shoes are worn out. You'd better throw them away,' Mum said to me.

3. Turn the following sentences into reported speech.

1 He said, 'I'm going to the station.'

...He said (that) he was going to the station....

2 Tina said, 'You should exercise regularly.'
3 They said, 'We had booked the room before we left.'
4 Tom said, This meal is delicious.'
5 'I've written you a letter,' she said to her friend.
6 'We've decided to spend our holidays in Jordan,' they told us.
7 Jill said, “I’ll go to the bank tomorrow.'
8 She said to him, 'We've been invited to a wedding.'
9 She told me, 'You must leave early tomorrow.'
10 They've gone out for the evening,' Jessie said to me.
11 They said, 'We may visit Joe tonight.'
12 She said, 'I can meet you on Tuesday.'
13 Keith said, There is a letter for you on the table.'
14 'We won't be visiting Tom this evening,' Sam told us.
15 Eric said, They had been talking on the phone for an hour before I interrupted them.'
16 'I haven't spoken to Mary since last week,' Gloria said.
17 They delivered the letters this morning,' she said.
18 He said, 'I'd like to buy this jumper.'
19 They aren't going on holiday this year,' he said.
20 Jane said, 'I haven't finished my homework yet.'
21 'I'm going to bed early tonight,' Caroline said.
22 'My mother is coming to visit us,' I said.
23 'We don't want to watch a film tonight,' the children said.
24 'He's playing in the garden now,' his mother said.
25 She said, 'You must do your homework now.'

4. Turn the sentences into reported speech. In which of the following sentences do the tenses not change? In which do they not have to be changed? Why?

1 The article says, “The artist only uses oil paints.'

...The article says (that) the artist only uses oil paints....

... The tenses do not change because the introductory verb is in the present simple....

2 'They are working hard today,' he said.
3 'I've done the things you asked me to do,' Mary said.
4 The sun rises in the east,' she said.
5 'He broke the window,' they said.
6 'We've never been on holiday abroad,' they said.
7 Mum says, 'Dinner is ready.'
8 “I’ll start cooking at six o'clock,' she said.
9 'We went to the supermarket yesterday,' he said.
10 Mrs Jones says, 'My daughter is going to have a baby.'
11 'You're never going to get a job,' Dad always says.

12 'Fish live in water,' he said.
13 'We went to the beach last weekend,' they said.
14 'He showed me his photographs,' she said.
15 'I'm working on my project now,' Billy said.

5. Turn the following sentences into reported speech.

1 'Seaweed grows in the sea,' the teacher said to the students.

...The teacher said to the students/told the students (that) seaweed grows/grew in the sea....

2 'I saw Amanda at the cinema,' she said, (up-to-date reporting)
3 They don't live here any more,' he said to me. (out-of-date reporting)
4 "Canada is a large country,' he said.
5 The Statue of Liberty is in America,' she said to us
6 “I’ll help you with your homework,' he said, (out-of-date reporting)
7 'I would go on holiday if I had enough money,' Bill said, (up-to-date reporting)
8 'If I'm free, I'll call you,' Tom said, (up-to-date reporting)
9 'You should make a decision,' he said to us.
10 'You can ask John for advice,' she said, (up-to-date reporting)

6. Turn the following into reported questions.

1 'Where do you live?' I asked her.

...I asked her where she lived....

2 'How old will you be on your next birthday?" he asked me.
3 'Where is your umbrella?' she asked her daughter.
4 'Do you like playing football?' John asked us.
5 The boss asked, 'What time are you going home today?'
6 'Will you take the children to school today?' he asked.
7 'Who called you today?' she asked.
8 'When will you decorate the kitchen?' Martha asked.
9 'Who broke my vase?' I asked.
10 Father asked, 'Will you help me lift these boxes, please?'
11 'Can you speak a foreign language?' she asked her.
12 'Where is the tourist information centre?' we asked.

7. Yesterday, Marion met a couple who were on holiday in London. They were looking at a map. She asked them some questions. Turn them into reported questions.

1 'Are you lost?'

...Marion asked them if/whether they were lost....

2 'Can you speak English?'
3 'Where are you from?'
4 'Is your hotel near here?'
5 'Where do you want to go?'
6 'Were you looking for Big Ben?'
7 'Have you been to the British Museum?'
8 'Have you visited Buckingham Palace?'
9 'Do you like London?'

8. Fill in the gaps with the introductory verbs in the list in the correct form.

order, tell, ask, beg, suggest

1 'Please visit me in hospital,' Joan said to Colin.

Joan *...asked...* Colin to visit her in hospital.

2 'Let's eat out this evening,' Paul said to her.

Paul … eating out that evening.

3 'Please, please be careful,' she said to him.
She … him to be careful.
4 'Don't go near the fire,' Dad said to us.
Dad … us not to go near the fire.
5 'Be quiet!' the commander said to the troops.
The commander … the troops to be quiet

9. Turn the following sentences into reported speech.

1 'Let's try the exercise again.'
The ballet teacher suggested trying the exercise again.
2 'Lift your leg higher please, Rachel.'
3 'Turn your head a little more.'
4 'Don't lean back.'

10. Turn the following sentences into reported speech.

1 The doctor said to the patient, 'Come back to see me again next week.'
... The doctor told the patient to go back and see him again the following week/the week after.
2 The guard said to the driver, 'Stop!'
3 He said, 'Shall we go for a walk?'
4 She said to him, 'Please, please don't leave me!'
5 Jenny said to Dave, 'Please help me with this
6 She said to him, 'Open the window, please.'
7 Mother said, 'How about going for a drive?'
8 She said, 'Let's eat now.'

ТЕМА 4. Профессиональная сфера общения (Я и моя будущая специальность)

Тематика общения:

1. Избранное направление профессиональной деятельности.

4.1 Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

My speciality

The Earth's Crust and Useful Minerals

cause - v заставлять; вызывать; влиять; причинять; *n* причина, основание; дело; общее дело; *syn* **reason**

clay - *n* глина; глинозем

consolidate - v твердеть, затвердевать, уплотнять(ся); укреплять; *syn* **solidify**

crust - *n* кора; *геол.* земная кора

decay - v гнить, разлагаться; *n* выветривание *(пород);* распад, разложение

derive - v (from) происходить, вести свое происхождение *(от);* наследовать

destroy - v разрушать; уничтожать; **destructive** *a* разрушительный

dissolve v растворять

expose - v выходить *(на поверхность);* обнажаться; **exposure** - *n* обнажение

external - *a* внешний

extrusive - *a* эффузивный, излившийся *(о горной породе)*

force - v заставлять, принуждать; ускорять движение; *n* сила; усилие

glacier - *n* ледник, глетчер

grain - *n* зерно; **angular grains** - угловатые зерна *(минералов);* **grained** - *a* зернистый

gravel - *n* гравий, крупный песок

internal - *a* внутренний

intrusive - *a* интрузивный, плутонический

iron - *n* железо

layer - *n* пласт

like - *a* похожий, подобный; *syn* **similar;** *ant* **unlike;** *adv* подобно

lime - *n* известь; **limestone** - *n* известняк

loose - *a* несвязанный, свободный; рыхлый

make up - v составлять; *n* состав *(вещества)*

particle - *n* частица; включение

peat - *n* торф; торфяник

represent - v представлять собою; означать; быть представителем; **representative** - представитель; **representative** - *a* характерный, типичный

rock – *n* горная порода; **igneous** - изверженная порода; **sedimentary** - осадочная порода

sand - *n* песок

sandstone - *n* песчаник; **fine-grained (medium-grained, coarse-grained)** - мелкозернистый (среднезернистый, грубозернистый) песчаник

sediment - *n* отложение; осадочная порода; **sedimentary** - *a* осадочный; **sedimentation** - *n* образование осадочных пород

schist - *n (кристаллический)* сланец; **schistose** - *a* сланцеватый, слоистый

shale - *n* сланец, сланцевая глина, глинистый сланец; **clay** - глинистый сланец; **combustible …, oil …** - горючий сланец

siltstone - *n* алеврит

stratification - *n* напластование, залегание

stratify - v напластовываться; отлагаться пластами; **stratified** *a* пластовый; *syn* **layered, bedded**

substance - *n* вещество, материал; сущность

thickness - *n* толщина, мощность

value - *n* ценность; важность; величина; значение; **valuable** - *a* ценный *(о руде)*

vary - v изменять(ся); отличать(ся); *syn* **differ, change (from); variable** - *a* переменный; непостоянный; **various** *a* различный; *syn* **different**

contain - v содержать *(в себе),* вмещать

crack - *n* трещина; щель; v давать трещину; трескаться, раскалываться

contract - v сжиматься; сокращаться

dust - *n* пыль

expand - v расширяться); увеличивать(ся) в объеме; **expansion** *n* расширение; *ant* **contract**

fissure - *n* трещина *(в породе, угле);* расщелина; щель

fracture - *n* трещина; излом; разрыв; v ломать(ся); раздроблять *(породу)*

freeze - *v* замерзать; замораживать; застывать

gradual - *a* постепенный; **gradually** *adv* постепенно

hard - *a* твердый, жесткий; *ant* **soft;** тяжелый (о *работе); adv* сильно, упорно; **hardly** *adv* едва, с трудом

hole - *n* отверстие; скважина; шпур; шурф

influence - *n* влияние; v **(on, upon)** влиять (не *что-л.)*

lateral - *a* боковой

occur - *v* залегать; случаться; происходить; *syn* **take place, happen; occurrence** - *n* залегание; **mode of occurrence** - условия залегания

penetrate - *v* проникать *(внутрь),* проходить через *(что-л.)*

phenomenon - *n* явление; *pi* **phenomena**

pressure - *n* давление; **lateral pressure** боковое *(горизонтальное)* давление; **rock pressure** горное давление, давление породы

rate - *n* степень, темп; скорость, норма; производительность; сорт; *syn* **speed, velocity**

refer - v (to) ссылаться *(на что-л.);* относиться *(к периоду, классу)*

resist - *v* сопротивляться; противостоять; противодействовать; **resistance** - *n* сопротивление; **resistant** - *a* стойкий; прочный; сопротивляющийся

size - *n* размер; величина; класс *(угля)*

solution – *n* раствор; **soluble** - *a* растворимый; **solvent** - растворитель; *a* растворяющий

succession – *n* последовательность, непрерывный ряд; **in succession** последовательно

undergo (underwent, undergone) - *v* испытывать *(что-л.),* подвергаться *(чему-л.)*

uniform – *a* однородный; одинаковый

weathering - *n* выветривание; эрозия *(воздействию, влиянию и т.д.)*

to be subjected to подвергаться

Rocks of Earth's Crust

abyssal - *a* абиссальный, глубинный; **hypabissal** - *a* гипабиссальный

adjacent - *a* смежный, примыкающий

ash - *n* зола

belt - *n* пояс; лента; ремень

body - *n* тело, вещество; **solid (liquid, gaseous) bodies** твердые (жидкие, газообразные) вещества; породная масса; массив; месторождение; пласты

common - *a* обычный; общий; *syn* **general;** *ant* **uncommon**

cool - v охлаждать(ся); остывать; прохладный; *ant* **heat** нагревать(ся)

dimension - *n* измерение; *pl* размеры; величина; *syn* **measurement, size**

dust - *n* пыль

dyke – *n* дайка

extrusion - *n* вытеснение; выталкивание; *ant* **intrusion** вторжение; *геол.* интрузия *(внедрение в породу изверженной массы)*

fine - *a* тонкий, мелкий; мелкозернистый; высококачественный; тонкий; прекрасный, ясный (о *погоде);* изящный; **fine-graded (fine-grained)** мелкозернистый, тонкозернистый; **fines** - *n pl* мелочь; мелкий уголь

flow - v течь; литься; *n* течение; поток; **flow of lava** поток лавы
fragmentary - *a* обломочный, пластический
glass - *n* стекло; **glassy** - *a* гладкий, зеркальный; стеклянный
gold - *n* золото
inclined - *a* наклонный
mica - *n* слюда
permit - *v* позволять, разрешать; *syn* **allow, let; make possible**
probably - *adv* вероятно; *syn* **perhaps, maybe**
shallow - *a* мелкий; поверхностный; *ant* **deep** глубокий
sill - *n* силь, пластовая интрузия
stock - *n* шток, небольшой батолит
vein - *n* жила, прожилок, пропласток
band - *n* слой; полоса; прослоек *(породы); syn* **layer**
cleave - *v* расщепляться; трескаться, отделяться по кливажу; **cleavage** *n* кливаж
constituent - *n* составная часть, компонент
define - *v* определять, давать определение
distribute - v **(among)** распределять (между); раздавать;
disturb - *v* нарушать; смещать
excess - *n* избыток, излишек; *ant* **deficiency**
flaky - *a* слоистый; похожий на хлопья
fluid - *n* жидкость; жидкая или газообразная среда
foliate - *v* расщепляться на тонкие слои; **foliated** - *a* листоватый, тонкослоистый; *syn* **flaky**
marble - *n* мрамор
mention - *v* упоминать, ссылаться; *n* упоминание
plate - *n* пластина; полоса *(металла)*
pressure - *n* давление; **rock pressure (underground pressure)** горное давление, давление горных пород
relate - *v* относиться; иметь отношение; **related** *a* родственный; **relation** - *n* отношение; **relationship** - *n* родство; свойство; **relative** - *a* относительный; соответственный
run (ran, run) - *v* бегать, двигаться; течь; работать (о *машине);* тянуться, простираться; управлять *(машиной);* вести *(дело, предприятие)*
schistose - *a* сланцеватый; слоистый
sheet - *n* полоса
slate - *n* сланец; *syn* **shale**
split (split) - *v* раскалываться, расщепляться, трескаться; *syn* **cleave**
trace - *n* след; **tracing –** *n* прослеживание
at least по крайней мере
to give an opportunity (of) давать возможность *(кому-л., чему-л.)*
in such a way таким образом

Fossil Fuels

accumulate - v накапливать; скопляться
ancient - *a* древний, старинный; *ant* **modern**
associate - v связывать, соединять, ассоциироваться; *syn* **connect, link**
burn (burnt) - v сжигать; гореть; жечь
charcoal - *n* древесный уголь
convenient - *a* удобный, подходящий
crude - *a* сырой, неочищенный
dig (dug) - v добывать; копать; **digger** - n угольный экскаватор; землеройная машина
divide - v делить; (from) отделять; разделять
evidence - *n* доказательство; очевидность; признак(и)
fossil - *a* окаменелый, ископаемый; *n* ископаемое *(органического происхождения);* окаменелость

heat - v нагревать; *n* теплота

liquid - *a* жидкий; n жидкость; *ant* **solid**

manufacture - *v* изготовлять, производить; *syn* **produce**

mudstone - *n* аргиллит

purpose - *n* цель; намерение; *syn* **aim, goal**

shale - *n* глинистый сланец

the former … the latter - первый *(из вышеупомянутых)* последний *(из двух названных)*

bench - *n* слой, пачка *(пласта)*

blend - v смешивать(ся); вклинивать(ся)

combustion - *n* горение, сгорание; **spontaneous combustion** самовоспламенение, самовозгорание

continuity - *n* непрерывность, неразрывность

domestic - *a* внутренний; отечественный

estimate - v оценивать; *n* оценка; смета

fault - *n* разлом, сдвиг *(породы);* сброс; **faulting** *n* образование разрывов или сбросов

fold - *n* изгиб, складка, флексура; **foulding** - *n* складчатость, смешение *(пласта)* без разрыва

inflame - v воспламеняться; загорать(ся); **inflammable** - *a* воспламеняющийся, горючий, огнеопасный; **flame** - *n* пламя

intermediate - *a* промежуточный; вспомогательный

liable - *a* (to) подверженный; подлежащий *(чему-л.)*

luster - *n* блеск *(угля, металла);* **lustrous** - *a* блестящий

matter - *n* вещество; материя

moisture - *n* влажность, сырость; влага

parting - *n* прослоек

plane - *n* плоскость; **bedding plane** плоскость напластования

rank - *n* класс, тип; **coal rank** группа угля, тип угля

regular - *a* правильный; непрерывный; *ant* **irregular** неправильный; неравномерный; **regularity** *n* непрерывность; правильность

similar - *a* похожий, сходный; подобный; *syn* **alike, the same as**

smelt - v плавить *(руду);* выплавлять *(металл)*

store - v запасать, хранить на складе; вмещать

strata - *n pl от* **stratum** пласты породы; свита *(пластов);* формация, напластования породы; *syn* **measures**

thickness - *n* мощность *(пласта, жилы)*

uniform - *a* однородный; равномерный; **uniformity** *n* однородность; единообразие

utilize - v использовать; *syn* **use, apply, employ**

volatile - *a* летучий, быстро испаряющийся

Prospecting and Exploration

aerial - *a* воздушный; надземный

certain - *a* определенный; некоторый; **certainly** *adv* конечно

cost - (cost) v стоить; *n* цена; стоимость

crop - v (out) обнажать(ся), выходить на поверхность *(о пласте, породе); syn* **expose;** засевать, собирать урожай

dredging - *n* выемка грунта; драгирование

drill - v бурить, сверлить; *n* бурение, сверление; бурильный молоток; **drilling** - *n* бурение, сверление; **core-drilling** колонковое (керновое) бурение

drive (drore, **driven**) - v проходить *(горизонтальную выработку);* приводить в движение; управлять *(машиной); n* горизонтальная выработка; привод; передача

evidence – *n* основание; признак(и); свидетельства

expect - v ожидать; рассчитывать; думать; предлагать

explore - v разведывать месторождение полезного ископаемого с попутной добычей; **exploratory** - *a* разведочный; **exploration** - *n* детальная разведка; разведочные горные работы по месторождению

galena - *n* галенит, свинцовый блеск

indicate - v указывать, показывать; служить признаком; означать

lead - *n* свинец

look for - v искать

open up - v вскрывать *(месторождение);* нарезать *(новую лаву, забой);* **opening** - *n* горная выработка; подготовительная выработка; вскрытие месторождения

panning - *n* промывка *(золотоносного песка в лотке)*

processing - *n* обработка; - **industry** обрабатывающая промышленность

prove - v разведывать *(характер месторождения или залегания);* доказывать; испытывать, пробовать; **proved** - *a* разведанный, достоверный; **proving** - *n* опробование, предварительная разведка

search - v исследовать; (for) искать *(месторождение); n* поиск; *syn* **prospecting**

sign - *n* знак, символ; признак, примета

store - v хранить, накапливать *(о запасах)*

work - v работать; вынимать, извлекать *(уголь, руду);* вырабатывать; **workable** - *a* подходящий для работы, пригодный для разработки, рабочий *(о пласте);* рентабельный; **working** - *n* разработка, горная выработка

adit - *n* горизонтальная подземная выработка, штольня

angle - *n* угол

approximate - *a* приблизительный

bit - *n* режущий инструмент; буровая коронка, коронка для алмазного бурения; головка бура, сверло; **carbide bit** армированная коронка, армированный бур; **diamond bit** - алмазная буровая коронка

borehole - *n* скважина, буровая скважина

crosscut - *n* квершлаг

dip - *n* падение *(залежи);* уклон, откос; v падать

enable - v давать возможность или право *(что-л. сделать)*

exploit - v разрабатывать *(месторождение);* эксплуатировать; **exploitation** - *n* разработка; эксплуатация

measure - *n* мера; мерка; критерий; степень; *pl* свита, пласты; v измерять

overburden - *n* покрывающие породы, перекрывающие породы; верхние отложения, наносы; вскрыша

pit - *n* шахта; карьер, разрез; шурф

reliable - *a* надежный; достоверный

rig - *n* буровой станок, буровая вышка; буровая каретка; буровое оборудование

sample - *n* образец; проба; v отбирать образцы; опробовать, испытывать

section - *n* участок, секция, отделение, отрезок, разрез, профиль, поперечное сечение; **geological** ~ геологический разрез *(пород)*

sequence - *n* последовательность; порядок следования; ряд

sink (sank, sunk) - v проходить *(шахтный ствол, вертикальную выработку);* углублять; погружать; опускать; **sinking** - *n* проходка *(вертикальных или наклонных выработок);* **shaft sinking** - проходка ствола

slope - *n* наклон; склон; бремсберг; уклон; v клониться, иметь наклон; **sloping** - *a* наклонный; **gently sloping** - с небольшим наклоном

steep - *a* крутой, крутопадающий, наклонный

strike - *n зд.* простирание; v простираться; **across the strike** - вкрест простирания; **along (on) the strike** по простиранию

trench - *n* траншея, канава; котлован; v копать, рыть, шурфовать

to make use (of) использовать, применять

to take into consideration принимать во внимание; *syn* **take into account**

General Information on Mining

access - *n* доступ

affect - v воздействовать *(на что-л.);* влиять; *syn* **influence**

barren - *a* непродуктивный; пустой *(о породе)*

chute - *n* скат, спуск; углеспускная выработка; жёлоб

compare - v (with) сравнивать, проводить параллель

contribute - v способствовать, содействовать; делать вклад *(в науку);* **make a (one's) ~ to smth.** сделать вклад во что-л.

cross-section - *n* поперечное сечение, поперечный разрез, профиль

develop - v разрабатывать *(месторождение);* развивать *(добычу);* производить подготовительные работы; **development** - *n* подготовительные работы; развитие добычи; развитие

drift - *n* штрек, горизонтальная выработка

ensure - v обеспечивать, гарантировать; *syn* **guarantee**

face - *n* забой; лава

floor - л почва горной выработки, почва пласта (жилы); **quarry** ~ подошва карьера; пол, настил

govern - v править, управлять; руководить; определять, обусловливать

inclination - *n* уклон, скат, наклон *(пластов);* наклонение; **seam** ~ падение *(пласта);* наклон *(пласта)*

incline - *n* уклон, бремсберг, скат; наклонный ствол; **gravity** ~ бремсберг

inclined - *a* наклонный; **flatly** ~ слабо наклонный; **gently ~** наклонного падения; **medium** ~ умеренно наклонный *(о пластах);* **steeply** ~ крутопадающий

level - *n* этаж, горизонт, горизонтальная горная выработка; штольня; уровень *(инструмент);* нивелир; ватерпас; горизонтальная поверхность

recover - v извлекать *(целики);* выбирать, очищать; добывать *(уголь и т.п.);* восстанавливать

remove - v удалять; убирать; устранять; перемещать; **removal** - *n* вскрыша; выемка; уборка *(породы);* извлечение *(крепи);* перемещение; **overburden** - удаление вскрыши

rib - *n* ребро; выступ; узкий целик, предохранительный целик; грудь забоя

roof - *n* крыша; кровля выработки; кровля пласта *(или* жилы); перекрытие; ~ **support** - крепление кровли

shaft - *n* шахтный ствол; **auxiliary** ~ вспомогательный ствол; **hoisting** ~ подъемный ствол; главный шахтный ствол

tabular - *a* пластовый (о *месторождении);* пластообразный; плоский; линзообразный; *syn* **bedded, layered**

waste - *n* пустая порода; отходы; *syn* **barren rock**

well - *n* буровая скважина; колодец, источник; водоем; зумф

capital investment - капитальные вложения

gate road - промежуточный штрек

in bulk - навалом, в виде крупных кусков

metal-bearing - содержащий металл

production face/working - очистной забой

productive mining - эксплуатационные работы

in view of - ввиду чего-л., принимая во внимание что-л.

with a view to - с целью

advantage - *n* преимущество; превосходство; выгода; польза; **advantageous** - *a* выгодный; благоприятный, полезный; **to take advantage of smth** воспользоваться чём-л.

caving - *n* обрушение *(кровли);* разработка с обрушением

deliver - v доставлять, подавать; питать; нагнетать; произносить *(речь);* читать *(лекцию)*

entry - *n* штрек; выработка горизонтальная; *pl* подготовительные выработки; нарезные выработки; штреки

giant - *n* гидромонитор

gravity - *n* сила тяжести; вес, тяжесть; **by ~** самотеком, под действием собственного веса

haul - v доставлять; откатывать; подкатывать; перевозить; **haulage** - *n* откатка; доставка; транспортировка *(по горизонтали)*

longwall - *n* лава; выемка лавами; сплошной забой, сплошная или столбовая система разработки; *syn* **continuous mining; ~ advancing on the strike** выемка лавами прямым ходом по простиранию; сплошная система разработки по простиранию; **~ advancing to the rise** сплошная система разработки с выемкой по восстанию; ~ to **the dip** сплошная система разработки с выемкой по падению; ~ **retreating** выемка лавами обратным ходом; столбовая система разработки лавами

lose (lost) - v терять; **loss** - *n* потеря, убыток

pillar - *n* целик; столб; **shaft** ~ околоствольный целик; ~ **method** столбовая система разработки; ~ **mining** выемка целиков

predominate - v преобладать, превалировать; превосходить; господствовать, доминировать

protect - v охранять, защищать

reach - v простираться, доходить до; добиваться, достигать

satisfy - v удовлетворятъ(ся)

shield - *n* щит; ~ **method** щитовой метод проходки, щитовой способ

room - *n* камера; очистная камера; **room-and-pillar method** камерно-столбовая система разработки

stowing - *n* закладка *(выработанного пространства)*

method of working система разработки

the sequence of working the seams - последовательность отработки пластов

goaf — завал; обрушенное пространство

double-ended drum bearer — комбайн с двойным барабаном

to identify — опознавать

appraisal — оценка

susceptibility — чувствительность

concealed — скрытый, не выходящий на поверхность

crusher — дробилка

concentration — обогащение

blending — смешивание; составление шихты

screen — сортировать (обыден. уголь); просеивать

froth floatation — пенная флотация

core drilling — колонковое бурение

to delineate — обрисовывать, описывать

lender — заимодавец

feasibility — возможность

in situ mining — повторная разработка месторождения в массиве

screening — просеивание; грохочение

processing — обработка, разделение минералов

Mining and Environment

break v **(broke**, **broken**) отбивать *(уголь или породу),* обрушивать кровлю; разбивать; ломать; л отбойка, обрушение; **break out** отбивать, производить выемку

(руды .или породы); расширять забой; **breakage** л разрыхление, дробление

drill - *n* бур; .перфоратор; бурильный молоток; сверло; v бурить; car ~ буровая тележка; **mounted** ~ перфоратор на колонке; колонковый бурильный молоток; **drilling** - *n* бурение

dump -*n* отвал *(породы);* склад угля; опрокид; **external** ~ внешний отвал; **internal** ~ внутренний отвал; v сваливать (в *отвал);* разгружать; отваливать; опрокидывать *(вагонетку);*

dumper опрокид; самосвал; отвалообразователь; **dumping** л опрокидывание; опорожнение; опрокид; *syn* **tip**

environment - *n* окружение; окружающая обстановка/среда

explode - v взрывать, подрывать; **explosion** - *n* взрыв; **explosive** - *n* взрывчатое вещество; *a* взрывчатый

friable - *a* рыхлый; хрупкий; рассыпчатый; слабый (о *кровле)*

handle - v перегружать; доставлять; транспортировать; управлять машиной; *n* ручка; рукоять; скоба; **handling** - *n* подача; погрузка; перекидка, доставка; транспортировка; обращение с машиной

heap - v наваливать; нагребать; *n* породный отвал, терриконик; *syn* **spoil ~, waste ~**

hydraulicklng - *n* гидродобыча; гидромеханизированная разработка

load - v нагружать, грузить, наваливать; *n* груз; нагрузка; **loader** - *n* погрузочная машина, навалочная машина, перегружатель; грузчик; **cutter-loader** - комбайн, комбинированная горная машина

lorry - *n* грузовик; платформа; *syn* **truck**

mention - v упоминать

overcasting - *n* перелопачивание *(породы)*

pump - *n* насос; **gravel** ~ песковый насос; **sludge** ~ шламовый насос; v качать; накачивать; откачивать

reclamation - *n* восстановление; осушение; извлечение крепи; ~ **of land** восстановление участка *(после открытых работ)*

sidecastiag - *n* внешнее отвалообразование

site - *n* участок, место; **building** ~ строительная площадка

slice - *n* слой; **slicing** - *n* выемка слоями, разработка слоями

strip - v производить вскрышные работы; разрабатывать; очищать *(лаву);* вынимать породу или руду; *n* полоса; **stripper** - *n* забойщик; вскрышной экскаватор; **stripping** - *n* открытая разработка, открытые горные работы; вскрыша; вскрытие наносов

unit - *n* агрегат; установка; устройство; прибор; узел; секция; деталь; машина; механизм; единица измерения; участок

washery - *n* углемойка; рудомойка; моечный цех

to attract smb's attention привлекать чье-л. внимание

backhoe - *n* обратная лопата

blast - *n* взрыв; v взрывать; дуть; продувать; **blasting** - *n* взрывание; взрывные работы; взрывная отбойка

block out - v нарезать залежь на блоки; нарезать столбы

clearing - *n* выравнивание почвы; планировка грунта

crash - v дробить; разрушать; обрушать(ся)

earth-mover - *n* землеройное оборудование; *syn* **excavator**

excavator - *n* экскаватор; **bucket-wheel** - роторный экскаватор; **multi-bucket** ~ многочерпаковый экскаватор; **single-bucket** - одночерпаковый экскаватор

grab - *n* грейфер, ковш, черпак; экскаватор; v захватывать;

grabbing - погрузка грейфером; захватывание

hoist - *n* подъемное установка (машина); подъемник; лебедка; v поднимать; **hoisting** шахтный подъем

plough - *n* струг

power shovel - *n* механическая лопата; экскаватор типа механической лопаты

range - *n* колебание в определенных пределах

rate - *n* норма; скорость, темп; коэффициент; степень; разрез; сорт; мощность; расход *(воды)*

remote - *a* отдаленный; ~ **control** дистанционное управление

result - v (in) приводить (к); иметь своим результатом; (from) следовать (из), происходить в результате

safety - *n* безопасность; техника безопасности

slope - *n* забой, сплошной забой, очистной забой; v очищать забой, вынимать породу, уголь; *syn* **face; sloping** очистные работы; очистная выемка; **open sloping** выемка с открытым забоем; **shrinkage sloping** выемка системой с магазинированием *(руды)*

support - v крепить; поддерживать; подпирать; *n* стойка; опора; поддержание; крепление; *syn* **timbering; powered roof** - механизированная крепь; **self-advancing powered roof** - передвижная механизированная крепь

4.2 Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My speciality is Geology

I am a first year student of the Ural State Mining University. I study at the geological faculty. The geological faculty trains geologic engineers in three specialities: mineral prospecting and exploration, hydrogeology and engineering geology, drilling technology.

Geology is the science which deals with the lithosphere of our planet. Geology studies the composition of the Earth's crust, its history, the origin of rocks, their distribution and many other problems.

That is why the science of geology is commonly divided into several branches, such as:

1. General Geology which deals with the composition arid the structure of the Earth and with various geological processes going on below the Earth’s surface and on its surface.
2. Petrology which studies the rocks of the Earth.
3. Mineralogy which investigates the natural chemical compounds of the lithosphere.
4. Paleontology which deals with fossil remains of ancient animals and plants found in rocks.
5. Historic Geology which treats of the Earth's history.
6. Structural Geology which deals with the arrangement of rocks due to the Earth's movements.
7. Economic Geology which deals with occurrence, origin and distribution of mineral deposits valuable to man.

All these branches of geology are closely related to each other.

Geology is of great practical importance because .it supplies industry with all kinds of raw materials, such as ore, coal, oil, building materials, etc.

Geology deals with the vital problem of water supply. Besides, many engineering projects, such as tunnels, canals, dams, irrigation systems, bridges etc. need geological knowledge in choosing construction sites and materials.

The practical importance of geology has greatly increased nowadays. It is necessary to provide a rapid growth of prospecting mineral deposits, such as ores of iron, copper, lead, uranium and others, as well as water and fossil fuels (oil, gas and coal). They are badly needed for further development of all the branches of the national Economy of our country and for creating a powerful economic foundation of the society. The graduates of the geological faculty of the Ural State Mining University work all over the country in mines, geological teams and expeditions of the Urals, Siberia, Kasakhstan, in the North and Far East, etc. as well as abroad.

Very often geologists have to work under hard climatic and geological conditions. They must be courageous, strong and purposeful people, ready to overcome any hardships which nature has put in their way to its underground treasure-house.

4.3 Систематизация грамматического материала:

1. Неличные формы глагола: инфинитив, причастия, герундий.
2. Основные сведения о сослагательном наклонении.

Инфинитив. The Infinitive

Инфинитив - это неличная глагольная форма, которая только называет действие и выполняет функции как глагола, так и существительного. Инфинитив отвечает на вопрос что делать?, что сделать?

Формальным признаком инфинитива является частица **to**, которая стоит перед ним, хотя в некоторых случаях она опускается. Отрицательная форма инфинитива образуется при помощи частицы not, которая ставится перед ним: It was difficult not to speak. *Было трудно не говорить.*

Формы инфинитива

	Active Voice	Passive Voice
Simple	to write	to be written
Continuous	to be writing	
Perfect	to have written	to have been written
Perfect Continuous	to have been writing	

Глаголы, после которых используется инфинитив:

to agree - соглашаться
to arrange - договариваться
to ask – (по)просить
to begin – начинать
to continue – продолжать
to decide – решать
to demand - требовать
to desire – желать
to expect – надеяться
to fail – не суметь
to forget – забывать
to hate - ненавидеть
to hesitate – не решаться
to hope - надеяться
to intend – намереваться
to like – любить, нравиться
to love – любить, желать
to manage - удаваться
to mean - намереваться
to prefer - предпочитать
to promise - обещать
to remember – помнить
to seem - казаться
to try – стараться, пытаться
to want – хотеть

Например:
He asked to change the ticket. *Он попросил поменять билет.*
She began to talk. *Она начала говорить.*

Значение разных форм инфинитива в таблице

Формы инфинитива	**Чему я рад?**	
Simple	I am glad **to speak** to you.	Рад поговорить с вами. (Всегда радуюсь, когда говорю с вами).
Continuous	I am glad **to be speaking** to you.	Рад, что сейчас разговариваю с вами.
Perfect	I am glad **to have spoken** to you.	Рад, что поговорил с вами.
Perfect Continuous	I am glad **to have been speaking** to you.	Рад, что уже давно (все это время) разговариваю с вами.
Simple Passive	I am (always) glad **to be told** the news.	Всегда рад, когда мне рассказывают новости.

Perfect Passive	I am glad **to have been told** the news.	Рад, что мне рассказали новости.

Причастие. Participle

В английском языке причастие — это неличная форма глагола, которая сочетает в себе признаки глагола, прилагательного и наречия.

Формы причастия

		Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Participle I (Present Participle)	Simple	**writing**	**being written**
	Perfect	**having written**	**having been written**
Participle II (Past Participle)			**written**

Отрицательные формы причастия образуются с помощью частицы **not**, которая ставится перед причастием: not asking — не спрашивая,not broken — не разбитый.

Как переводить разные формы причастия на русский язык

Формы причастия	причастием	деепричастием
reading	читающий	читая
having read		прочитав
being read	читаемый	будучи читаемым
having been read		будучи прочитанным
read	прочитанный	
building	строящий	строя
having built		построив
being built	строящийся	будучи строящимся
having been built		будучи построенным
built	построенный	

Герундий. Gerund

Герундий — это неличная форма глагола, которая выражает название действия и сочетает в себе признаки глагола и существительного. Соответственно, на русский язык герундий обычно переводится существительным или глаголом (чаще неопределенной формой глагола). Формы, подобной английскому герундию, в русском языке нет.

My favourite occupation is reading. *Мое любимое занятие — чтение.*

Формы герундия

	Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Simple	**writing**	**being written**
Perfect	**having written**	**having been written**

Запомните глаголы, после которых употребляется только герундий!

admit (признавать), advise (советовать), avoid (избегать),
burst out (разразиться), delay (задерживать), deny (отрицать),
dislike (не нравиться), enjoy (получать удовольствие), escape (вырваться, избавиться),
finish (закончить), forgive (прощать), give up (отказываться, бросать),
keep on (продолжать), mention (упоминать), mind (возражать - только в “?”и “-“),
miss (скучать), put off (отложить), postpone (откладывать),
recommend (рекомендовать), suggest (предлагать), understand (понимать).

Герундий после глаголов с предлогами

accuse of (обвинять в), agree to (соглашаться с), blame for (винить за),
complain of (жаловаться на), consist in (заключаться в), count on /upon (рассчитывать на),
congratulate on (поздравлять с), depend on (зависеть от), dream of (мечтать о),
feel like (хотеть, собираться), hear of (слышать о), insist on (настаивать на),

keep from (удерживать(ся) от), look forward to (с нетерпением ждать, предвкушать),
look like (выглядеть как), object to (возражать против),
persist in (упорно продолжать), praise for (хвалить за), prevent from (предотвращать от),
rely on (полагаться на), result in (приводить к), speak of, succeed in (преуспевать в),
suspect of (подозревать в), thank for (благодарить за), think of (думать о)

He has always dreamt of visiting other countries. — *Он всегда мечтал о том, чтобы побывать в других странах.*

to be + прилагательное / причастие + герундий

be afraid of (бояться чего-либо), be ashamed of (стыдиться чего-либо),
be engaged in (быть занятым чем-либо), be fond of (любить что-либо, увлекаться чем-либо),
be good at (быть способным к), be interested in (интересоваться чем-либо),
be pleased at (быть довольным), be proud of (гордиться чем-либо),
be responsible for (быть ответственным за), be sorry for (сожалеть о чем-либо),
be surprised at (удивляться чему-либо), be tired of (уставать от чего-либо),
be used to (привыкать к).

I'm tired of waiting. — *Я устал ждать.*

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Complete the sentences with the correct infinitive tense.

1 She has grown taller. She seems *...to have grown taller*.
2 He is getting used to his new job. He appears
3 Kate makes friends easily. She tends
4 He has finished the report. He claims
5 It is raining over there. It seems
6 He is on a diet. He appears
7 They have sailed round the world. They claim
8 She is feeling better. She seems

2. Fill in the correct infinitive tense.

1 A: What would you like *...to do...* (do) tonight?
B: Let's … (go) to an Italian restaurant.
2 A: What's Liz doing?
B: She seems … (look) for something in her bag.
3 A: Alan has been offered a new job!
B: No, he hasn't. He just pretended … (offer) a new job.
4 A: Colin claims … (meet) lots of famous people.
B: I know, but I don't believe him.
5 A: Look at those two men outside. What are they doing?
B: They appear … (empty) the rubbish bins.
6 A: Would you like to go to the cinema tonight?
B: Not really. I would prefer … (go) to the theatre.
7 A: Tara seems … (work) hard all morning.
B: Yes, she hasn't even stopped for a cup of coffee.
8 A: Why is Tom at work so early this morning?
B: He wants … (finish) early so that he can go to the concert tonight.

3. Rephrase the following sentences, as in the example.

1 He must wash the car. I want *...him to wash the car…*
2 You mustn't be late for work. I don't want …
3 Claire must tidy her bedroom. I want …

4 She mustn't go to the disco. I don't want …
5 They must go to school tomorrow. I want …
6 Gary mustn't make so much noise. I don't want …
7 You mustn't make a mess. I don't want …
8 He must mend his bike. I want …

4. Complete the sentences with too or enough and the adjective in brackets.

1 A: Would you like to come to the disco?
B: Oh no. I'm ...*too tired*... to go to a disco, (tired)
2 A: Can you reach that top shelf?
B: No, I'm not … to reach it. (tall)
3 A: Did they go on a picnic yesterday?
B: No. It was … to go on a picnic, (cold)
4 A: Did Jane enjoy the horror film?
B: No. She was … to enjoy it. (scared)
5 A: Does Tom go to school?
B: No. He isn't … to go to school yet. (old)
6 A: Will you go to London by bus?
B: No. The bus is … . I'll take the train, (slow)
7 A: Did she like the dress you bought?
B: Yes, but it was … .(big)
8 A: Take a photograph of me!
B: I can't. It isn't … in here, (bright)

5. Rewrite the sentences using too.

1 This music is so slow that I can't dance to it.
...This music, is too slow for me to dance to…
2 The bird is so weak that it can't fly.
3 She's so busy that she can't come out with us.
4 The car was so expensive that he couldn't buy it.
5 These shoes are so small that they don't fit me.
6 The book is so boring that she can't read it.
7 I was so tired that I couldn't keep my eyes open.
8 The coffee was so strong that he couldn't drink it.

6. Underline the correct preposition and fill in the gaps with the -ing form of the verb in brackets.

1 He is ill. He is complaining **with/<u>about</u>** ...*having*... (have) a headache.
2 Marcus went out instead **for/of** … (do) his homework.
3 Tracy was very excited **with/about** … (go) to the party.
4 I hope you have a good excuse **of/for** … (be) so late.
5 Sam is interested **in/for** … (take up)French lessons.
6 You can't stop him **to/from** … (take)the job if he wants to.
7 Susie ran because she was worried **about/of** … (miss) the bus.
8 Thank you **to/for** … (help) me with my homework.
9 She felt tired because she wasn't used **to/with** … (work) so hard.
10 His boss blamed him **for/of** … (lose) the deal.
11 I am in charge **in/of** … (make) the Christmas deliveries.
12 We are thinking **of/from** … (buy) a new car next month.
13 Sandra apologised **for/about** … (ruin) the performance.
14 Ian was talking **with/about** … (open) a shop in York.

7. Put the verbs in brackets into the correct infinitive form or the -ing form.

1 It's no use ...*talking*… (talk) to Bob; he won't change his mind.
2 She will … (return) the books next weekend.
3 It was good of you … (help) me fix my bicycle.
4 The man suggested … (call) the police in, to investigate.
5 I can't get used to … (live) in such a hot country.
6 He admitted … (rob) the bank.
7 You had better … (hurry), or you'll be late for work.
8 They refused … (give) me my money back.
9 She is too short … (become) a fashion model.
10 My parents let me … (stay) up late at weekends.
11 Our teacher makes us … (do) homework every evening.
12 The kitchen windows need … (clean).
13 They have begun … (make) preparations for the party.
14 He advised her … (speak) to her boss.
15 I dislike … (go) to the theatre alone.
16 Mr. Roberts was seen … (leave) his house at 12:15 last night.
17 My sister can't stand … (watch) horror films. She gets terribly scared.
18 Can you imagine … (spend) your holidays on the moon?
19 There's no point in … (call) again. There's no one at home.
20 I don't allow people … (smoke) in my house.
21 It was silly of you … (forget) to lock the door.
22 He risks … (lose) his wallet when he leaves it on his desk.

8. Put the verbs in brackets into the correct infinitive form or the -ing form.

1 A: Is Anne in the room?
B: Yes. I can see her ...dancing... (dance) with her husband over there.
2 A: Did you see the robber?
B: Yes. I saw him … (get) into the car and drive away.
3 A: Is John here today?
B: Yes. I heard him … (talk) on the phone as I walked past his office.
4 A: Colin is good at speaking in public, isn't he?
B: Yes. I heard him … (make) a speech last month. It was excellent.
5 A: I walked past the sports centre today.
B: So did I, and I stopped for a moment to watch some boys … (play) football.
6 A: Your hair looks great today.
B: Thanks. I watched the hairdresser … (dry) it so I could learn how to do it myself.
7 A: That's a music school, isn't it?
B: That's right. I often hear the students … (sing) as I walk past.
8 A: Did you stay until the end of the contest?
B: Yes. I listened to the chairman … (announce) the results before I went home.
9 A: How do you know Tim is at home?
B: I saw him … (cut) the grass as I was driving home.
10 A: How do you know that man stole the watch?
B: I saw him … (put) it in his pocket and leave the shop without paying.

9. Put the verbs in brackets into the correct infinitive form or the -ing form.

1 I'll never forget ...*sailing*... (sail) down the Danube on that warm spring night last year.
2 Please don't forget … (pay) the bill.
3 John said he remembers … (buy) the newspaper, but now he can't find it.
4 Did you remember … (post) my letters today?
5 Gloria regrets … (shout) at her sister.
6 I regret … (inform) you that we cannot give you your money back.

7 The students went on … (write) for another hour.
8 After cleaning the windows, he went on … (wash) the car.
9 We are sorry … (announce) that the 7:15 train to Liverpool has been cancelled.
10 I'm sorry for … (miss) your birth day party; I'll make it up to you.
11 She stopped … (go) to the gym after she had got back into shape.
12 They stopped … (have) a rest before they continued their journey.
13 They tried … (open) the door, but it was stuck.
14 You should try … (make) your own clothes. It's much cheaper.
15 I'm sorry. I didn't mean … (break) your vase.
16 Being a teacher means … (correct) a lot of homework.
17 I like … (tidy) my room at week ends because I don't have time during the week.
18 They like … (play) in the sea on hot days.

10. Put the verbs in brackets into the correct infinitive form or the -ing form.

My neighbour, Mr. Mason, loves 1) …*spending*… (spend) time in his garden. He would rather 2) … (work) outside than stay indoors, even when it is snowing! Early in the morning, you can 3) … (see) Mr. Mason 4) … (eat) breakfast in his garden, and late at night he is there again, with a cup of cocoa in his hand. I'd like 5) … (help) sometimes when there is lots of work to do, but Mr. Mason prefers 6) … (do) everything himself. He doesn't mind 7) … (get) cold and wet in the winter, and his wife says it's no use 8) … (try) to make him wear a waterproof jacket because he hates 9) … (wear) them! Mr. Mason says he will go on 10) … (garden) until he is too old 11) … (do) it!

Основные сведения о сослагательном наклонении

Conditionals are clauses introduced with if. There are three types of conditional clause: Type 1, Type 2 and Type 3. There is also another common type, Type 0.

Type 0 Conditionals: They are used to express something which is always true. We can use when (whenever) instead of it. *If/When the sun shines, snow melts.*

Type 1 Conditionals: They are used to express real or very probable situations in the present or future. *If he doesn't study hard, he won't pass his exam.*

Type 2 Conditionals: They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the present and, therefore, are unlikely to happen in the present or future. *Bob is daydreaming. If I won the lottery, I would buy an expensive car and I would go on holiday to a tropical island next summer.*

Type 3 Conditionals: They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the past. They are also used to express regrets or criticism. *John got up late, so he missed the bus. If John hadn't got up late, he wouldn't have missed the bus.*

	If-clause (hypothesis)	Main clause (result)	Use
Type 0 general truth	if + present simple	present simple	something which is always true
	If the temperature falls below 0 °C, water turns into ice.		
Type 1 real present	if + present simple, present continuous, present perfect or present perfect continuous	future/imperative can/may/might/must/should/ could + bare infinitive	real - likely to happen in the present or future
	If he doesn't pay the fine, he will go to prison. If you need help, come and see me. If you have finished your work, we can have a break. If you're ever in the area, you should come and visit us.		
Type 2 unreal present	if + past simple or past continuous	would/could/might + bare infinitive	imaginary situation contrary

			to facts in the present; also used to give advice
	If I had time, I would take up a sport. (but I don't have time - untrue in the present) If I were you, I would talk to my parents about it. (giving advice)		
Type 3 unreal past	if + past perfect or past perfect continuous	would/could/might + have + past participle	imaginary situation contrary to facts in the past; also used to express regrets or criticism
	If she had studied harder, she would have passed the test. If he hadn't been acting so foolishly, he wouldn't have been punished.		

Conditional clauses consist of two parts: the if -clause (hypothesis) and the main clause (result). When the if - clause comes before the main clause, the two clauses are separated with a comma. When the main clause comes before the if - clause, then no comma is necessary.

e.g. a) If I see Tim, I'll give him his book.

b) I'll give Tim his book if I see him.

We do not normally use will, would or should in an if - clause. However, we can use will or would after if to make a polite request or express insistence or uncertainty (usually with expressions such as / don't know, I doubt, I wonder, etc.).

We can use should after if to talk about something which is possible, but not very likely to happen.

e.g. a) If the weather is fine tomorrow, will go camping. (NOT: If the weather will be fine...)

b) If you will fill in this form, I'll process your application. (Will you please fill in... - polite request)

c) If you will not stop shouting, you'll have to leave. (If you insist on shouting... - insistence)

d) I don't know if he will pass his exams, (uncertainty)

e) If Tom should call, tell him I'll be late. (We do not think that Tom is very likely to call.)

We can use unless instead of if... not in the if -clause of Type 1 conditionals. The verb is always in the affirmative after unless.

e.g. Unless you leave now, you'll miss the bus. (If you don't leave now, you'll miss the bus.) (NOT: Unless you don't leave now, ...)

We can use were instead of was for all persons in the if - clause of Type 2 conditionals.

e.g. If Rick was/were here, we could have a party.

We use If I were you ... when we want to give advice.

e.g. If I were you, I wouldn't complain about it.

The following expressions can be used instead of if: provided/providing that, as long as, suppose/supposing, etc.

e.g. a) You can see Mr. Carter provided you have an appointment. (If you have an appointment...)

b) We will all have dinner together providing Mary comes on time. (... if Mary comes ...)

c) Suppose/Supposing the boss came now, …

We can omit if in the if - clause. When if is omitted, should (Type 1), were (Type 2), had (Type 3) and the subject are inverted.

e.g. a) Should Peter come, tell him to wait. (If Peter should come,...)

b) Were I you, I wouldn't trust him. (If I were you, ...)

c) Had he known, he would have called. (If he had known, ...)

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Look at the prompts and make Type 1 conditional sentences, as in the example.
e.g. If we cut down all the forests, the world's climate will change.
1 cut down/ all forests / world's climate / change
2 not stop/use / aerosols /destroy / ozone layer
3 find / alternative sources of energy / solve / some of our environmental problems
4 temperatures / go up / by a few degrees /sea levels / rise
5 recycle / waste / save / natural resources
6 population / continue to increase / not be enough food for everyone

2. Lisa is trying to decide where to go on holiday. She would like to go to one of these places. In pairs, ask and answer questions using the prompts below, as in the example.
A) SPAIN FOR A WEEK
£180 Inclusive!!
2-star hotel beach
Free water sports

B) A TWO WEEK CAMPING HOLIDAY IN THE SOUTH OF FRANCE
ONLY £280 per person
Self-catering

1. How long / be away / choose / Spain?
SA: How long will she be away if she chooses Spain?
SB: If she chooses Spain, she'll be away for a week.
2. Where / go / like / camping?
3. How much / pay / go to / France?
4. What / do / go to / Spain?
5. Where / go / want / cheap holiday?

3. Study the situations, then make Type 2 conditional sentences, as in the example.
I don't have a car, so I have to wait for the bus every day.
1. If I ...had... (have) a car, I ...wouldn't have to... (not/have to) wait for the bus every day.
I never do my homework, so my teacher always gets angry with me.
2. If I … (do) my homework, my teacher … (not/get) angry with me.
I live in a small house, so I can't invite friends over.
3. If I … (live) in a bigger house, I … (be able to) invite friends over.
I never get up early, so I y am always late for school.
4. If I … (get up) earlier, I … (not/be) late for school.

4. Complete the sentences to make Type 3 conditional sentences, as in the example.
1. If he ...hadn't noticed... (not/notice) the mould in one of his glass dishes, Alexander Fleming ...would never have discovered... (never/discover) penicillin.
2. If he … (sell) some of his paintings, Van Gogh … (get) some recognition during his lifetime.
3. If Barbara Streisand … (change) the shape of her nose, her career … (never/be) the same.
4. If Anne Sullivan … (not/teach) her, Helen Keller … (not/be able to) communicate.
5. If Naomi Campbell … (not/be) so beautiful, she … (never/become) a supermodel.

5. Read the story below and make Type 3 conditional sentences, as in the example.
e.g. 1) ...if Sally hadn't been in a hurry, she would nave left some important notes at home....
Sally had a terrible day yesterday. She was in a hurry, so she left some important notes at home. She wasn't prepared for her meeting with a new client, so the meeting was a disaster. The client was

disappointed, and as a result he refused to do business with the company. The boss shouted at Sally, so she got upset.

6. Match the items in column A with those in column B in order to make correct Type 0 conditional sentences, as in the example.

e.g. 1 - c ...if you add sugar to a cup of coffee, the coffee tastes sweeter...

A

1. Add sugar to a cup of coffee.
2. Throw salt onto snow.
3. Put an apple in a bowl of water.
4. Water plants regularly.
5. Lie in the sun too long.
6. Take regular exercise.

B

a The apple floats.
b Your skin turns red.
c The coffee tastes sweeter.
d You feel healthy.
e The plants grow.
f The snow melts.

7. Put the verbs in brackets into the correct tense.

1 A: What time will you be home tonight?
B: I'm not sure. If I ...have to... (have to) work late. I ...'ll call... (call) you.
2 A: I felt very tired at work today.
B: Well, if you … (not/watch) the late film, you … (not/feel) so tired
3 A: Should I buy that car?
B: Why not? If I … (have) the money, I … (buy) it myself.
4 A: If you … (pass) a chemist's, … (you/get) me some cough medicine?
B: Yes, certainly.
5 A: My sister seems very upset at the moment.
B: Were I you, I … (talk) to her about it.
6 A: Unless you … (hurry), you … (be) late again.
B: No, I won't. There's plenty of time.
7 A: Oh! I forgot to ask Sarah over for dinner.
B: If I … (speak) to her today, I … (ask) her for you.
8 A: May I join the club, please?
B: Provided you … (be) over eighteen, you can join the club.
9 A: What a lovely restaurant! I'm glad we came here.
B: If you … (not/burn) the dinner, we … (not/come) here!
10 A: Just think. If I … (not/move) to York, I … (never/meet) you.
B: I know, wasn't it lucky?
11 A: Jo doesn't spend enough time with me.
B: Well, if she … (have) the time, I'm sure she … (try), but she's very busy.
12 A: Did you give Bill the message?
B: No, but when I … (see) him, I … (tell) him the news.

8. Choose the correct answer.

1 'If you ...C... that plate, you'll burn your fingers.'

'Why? Has it been in the oven?'
A would touch
B will touch
C touch
2 ‘ … you're busy, we'll talk now.'
‘That's fine. I'm not busy at the moment.'
A If
B Provided
C Unless
3 'If you watch the news, you … a lot.'
'I know. I watch it every day.'
A learn
B were learning
C would learn
4 '… you wear warm clothes, you won't get cold.'
'I'll wear an extra jumper.'
A Unless
B Providing
C Supposing
5 'Shall I invite John to the party?'
'Well, were I you, I … him.'
A would invite
B will invite
C am inviting
6 '… the teacher comes back now, what will you do?'
'I don't know.'
A When
B Providing
C Supposing
7 'Could I see the menu, please?'
'Yes, sir. If you … a seat, I will fetch it for you.'
A take
B had taken
C have taken
8 'Don't cry. Everything will be alright.'
'Yes, but if I … the bus, I wouldn't have been late for school.'
A didn't miss
B hadn't missed
C don't miss
9 'When water boils, it … steam.'
'Yes, I know; and the steam is hot, too.'
A would produce
B produce
C produces
10 'Can you help me, please?'
'Well, if I wasn't studying, I … you.'
A would help
B help
C will help
11 'John crashed his car yesterday.'
'I know, but if he hadn't been changing the cassette, he …'
A won't crash

B wouldn't crash
C wouldn't have crashed
12 'Can I have some chocolate, please?'
'If you behave yourself, I you some later.'
A would buy
B might buy
C buy
13 'Should you see Colin … and tell me.'
'I will.'
A come
B to come
C will come
14 'If we were rich, we … expensive clothes.'
'Well, unfortunately we aren't rich!'
A could afford
B can afford
C afford

9. Put the verbs in brackets into the correct tense.

1 If I ...were... (be) you, I wouldn't drive in the snow.
2 Peter … (be able to) help you if he was here.
3 If I had closed the window, the cat … (not/jump) out.
4 I … (call) for help if I got stuck in a lift.
5 Had I known him, I … (talk) to him.
6 John … (may/lose) his job if he is rude to the boss.
7 If you … (save) some money, you would have been able to go on holiday last year.
8 You may win if you … (take) part in the contest.
9 If I had toothache, I … (go) to the dentist.
10 They would have helped us move house if we … (ask) them.
11 If Jane … (be) older, she could live by herself.
12 We would have changed our plans if we … (hear) the weather forecast.
13 Emma … (send) a card if she had remembered it was their anniversary.
14 Robert … (feel) better if you talked to him.
15 If Sam was still living nearby, you … (can/invite) him for dinner.
16 If you … (put) your money in your wallet, you will not lose it.
17 If you … (like) chocolate, you will love this cake.
18 If Bill … (come) home early, he will eat dinner with us.
19 Sandra will join us later unless she … (have) a lot of work to do.

10. Fill in the gaps using when or if.

1 A: Have you phoned Paul yet?
B: No, I'll phone him ...when... I get home.
2 A: … I get a new job soon, I may have a party.
B: That's a good idea.
3 A: I really liked that dress we saw.
B: Well, you can buy it … you get paid.
4 A: Shall we go somewhere this weekend?
B: Yes … it's sunny, we could go to the beach.
5 A: Did you make this cake yourself?
B: Yes … you like it, I'll give you the recipe.
6 A: Is Jane still asleep?
B: Yes … she wakes up, I'll tell her you're here.

7 A: Have you done your homework?
B: No. I'll do it … we've finished dinner.
8 A: We've run out of milk.
B: Well, … I go to the shops, I'll buy some more.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ А.А. Устюгов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Б1.Б.1.03 ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК

Специальность
21.05.02 Прикладная геология

Специализация №1
Геологическая съемка, поиски и разведка месторождений твердых полезных ископаемых

квалификация выпускника: **специалист**

Автор: Безбородова С. А., к.п.н.

Одобрена на заседании кафедры
Иностранных языков и деловой коммуникации
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
Юсупова Л. Г.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 6 от 17.03.2020
(Дата)

Рассмотрена методической комиссией
Факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
д.г-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

СОДЕРЖАНИЕ

I. Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям…….. 3
1.1 Повторение материала практических занятий……..... 3
1.2 Чтение и перевод учебных текстов……. 42
1.3 Подготовка к практическим занятиям (запоминание иноязычных лексических единиц и грамматических конструкций) ..……..... 60
1.4 Самостоятельное изучение тем курса (для заочной формы обучения) ……. 73
1.5 Подготовка к контрольной работе 73

II. Другие виды самостоятельной работы……. 73
2.1 Выполнение самостоятельного письменного домашнего задания:
2.1.1 Подготовка к ролевой игре…….. 73
2.1.2 Подготовка к практико-ориентированному заданию ……. 74
2.1.3 Подготовка к опросу ……. 75
2.2 Дополнительное чтение профессионально ориентированных текстов и выполнение заданий на проверку понимания прочитанного……. 75
2.3 Подготовка доклада…….. 94
2.4 Подготовка к тесту……..... 95
2.5 Подготовка к экзамену…….. 99

I. Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям

1. Повторение материала практических занятий

Практические занятия направлены на развитие умений иноязычного говорения в рамках заданных РПД тем: бытовая сфера общения (Я и моя семья); учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование); социально-культурная сфера общения (Я и моя страна. Я и мир); профессиональная сфера общения (Я и моя будущая специальность).

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My family

My name is Vladimir Petrov. I am … years old. I was born in 19… in Nizhniy Tagil. I went to school when I was 7. In 20… I finished school number 10 in Ekaterinburg. This year I entered the Ural State Mining University. In five years I shall graduate from this University.

I live in the center of Ekaterinburg. I work at the Ministry of Foreign Trade. I'm an engineer & I am also a student. Many engineers in our Ministry learn foreign languages.

My family is not large. I have a wife & two children. My wife's name is Ann & children's names are Nick & Natalie.

My wife is an economist. My wife is a young woman. She is twenty – nine years old. She works at the Ministry of Foreign Trade, too. She goes to the office every day. My wife doesn't learn English. She already knows English very well. She reads many English books, magazines & newspapers. My wife is also a student. She learns German. She likes languages very much & is going to learn French next year.

My daughter is a girl of ten. She goes to school. She has a lot of subjects at school. She also learns English. She also helps her mother at home.

My son is a little boy. He was born five years ago. I take him to the kindergarten every morning.

My parents are not old. My father is 53. He is an engineer. He graduated from The Ural Polytechnical Institute. He works at a big plant. My mother is 51. She is a teacher. She teaches Russian at school. She graduated from the Leningrad Teachers' Training University.

My sister's name is Katya. She works at an office. Besides she studies at an Evening Department. She is married. Her husband is a doctor. He works at a hospital. They have a little son. He is only six months old.

My elder brother, Boris by name, does not stay with us. He lives in Gorky in a large two-roomed flat. He is a designer. He has also a family of his own. He has a wife & two children: a boy & a girl. Their son is already a pupil. My brother & his family often come to see us. We also visit them sometimes.

I also have a grandfather & a grandmother. They are pensioners. My grandmother looks after the house & does the cooking. We usually take our children to the country in summer to stay with their grandparents. They love their grandchildren very much.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My student's life

I'm a student of The Ural State Mining University. I have been a student only one month. I can't speak English very well yet. I am just a beginner. I live in a hostel. It is rather a long way from the University. In fact, it takes me about an hour to get to the University. But it gives me no trouble at all, as I like to get up early. I don't need an alarm-clock to wake me up. I am an early - riser.

Though the hostel is far from the University it is very comfortable & has all modern conveniences.

As a rule I get up at 6.30, do morning exercises & have shower. I don't have a bath in the morning; I have a bath before I go to bed.

For breakfast I have a boiled egg & a cup of coffee in order not to waste the time. At about 7.30 I am quite ready to go. It is about 5 minutes walk from the hostel to the stop. I usually take the 7.40. bus. I walk to the stop as I have plenty of time to catch my bus.

I come to the University 5 minutes before the lesson begins. So I can have a chat with my friends. The majority of my group mates are from Ekaterinburg the others either come from different towns of our country. We usually have a lot of things to talk about.

We don't go out to the lunch. There is a good canteen at the University. It is on the ground floor. But I should say that you have to stand in a queue to have lunch.

I come to the hostel from the University at about 3 o'clock. I live in a single room & have nobody to speak with. In the evening I sometimes go out with my friends. We go to the cinema if there is something new or to the club if there is a dancing party there. But often I stay in, watch TV programs or listen to the music. Then I read a book for half an hour or so & go to sleep. That doesn't take me long, as a rule.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

Ekaterinburg – an Industrial Centre

Ekaterinburg is one of the leading industrial centres of Russia. There are over 200 industrial enterprises of all-Russia importance in it. The key industry is machine-building. The plants of our city produce walking excavators, electric motors, turbines, various equipment for industrial enterprises.

During the Great Patriotic War Sverdlovsk plants supplied the front with arms and munitions and delivered various machinery for restoration of Donbass collieries and industrial enterprises of the Ukraine.

The biggest plants of our city are the Urals Heavy Machine Building Plant (the Uralmash), the Urals Electrical Engineering Plant (Uralelectrotyazhmash), the Torbomotorny Works (TMZ), the Chemical Machinery Building Works (Chimmash), the Verkh Iset Metallurgical Works (VIZ) and many others.

The Urals Heavy Machinery Building Plant was built in the years of the first five-year plan period. It has begun to turn out production in 1933. The machines and equipment produced by the Uralmash have laid the foundation for the home iron and steel, mining and oil industries. The plant produces walking excavators and draglines, drilling rigs for boring super-deep holes, crushing and milling equipment for concentrators. The plant also produces rolling-mills, highly efficient equipment for blast furnaces, powerful hydraulic presses and other machines. The trade mark of the Uralmash is well-known all over the world.

The Electrical Engineering plant was put into operation in 1934. At the present time it is a great complex of heavy electrical machine-building. It produces powerful hydrogenerators, transformers, air and oil switches, rectifiers & other electrical equipment. Besides, it is one of the main producers of high-voltage machinery.

The Turbo-Motorny Works produces turbines & diesel motors for powerful trucks. The turbines manufactured by this plant are widely known not only in our country, but also abroad. The plant turned out its first turbines in 1941.

The Urals Chemical Works, the greatest plant in the country, produces machinery for the chemical industry. It also produces vacuum- filters used in different branches of oil industry.

The Verkh-Iset Metallurgical Works the oldest industrial enterprise in Ekaterinburg is now the chief producer of high grade transformer steel in the country.

Now complex mechanization & automation of production processes are being used at all industrial enterprises of Ekaterinburg. Its plants make great contribution to the development of our country's national economy.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland (the UK) occupies most of the territory of the British Isles. It consists of four main parts: England, Scotland, Wales and Northern

Ireland. London is the capital of England. Edinburgh is the capital of Scotland, Cardiff— of Wales and Belfast — of Northern Ireland. The UK is a small country with an area of some 244,100 square kilometres. It occupies only 0.2 per cent of the world's land surface. It is washed by the Atlantic Ocean in the north-west, north and south-west and separated from Europe by the Severn, but the most important waterway is the Thames.

The climate is moderate and mild. But the weather is very changeable. The population of the United Kingdom is over 57 million people. Foreigners often call British people "English", but the Scots, the Irish and the Welsh do not consider themselves to be English. The English are Anglo-Saxon in origin, but the Welsh, the Scots and the Irish are Celts, descendants of the ancient people, who crossed over from Europe centuries before the Norman Invasion. It was this people, whom the Germanic Angles and Saxons conquered in the 5th and 6th centuries AD. These Germanic conquerors gave England its name — "Angle" land. They were conquered in their turn by the Norman French, when William the Conqueror of Normandy landed near Hastings in 1066. It was from the union of Norman conquerors and the defeated Anglo-Saxons that the English people and the English language were born. The official language of the United Kingdom is English. But in western Scotland some people still speak Gaelic, and in northern and central parts of Wales people often speak Welsh.

The UK is a highly developed industrial country. It is known as one of the world’s largest producers and exporters of machinery, electronics, textile, aircraft, and navigation equipment. One of the chief industries of the country is shipbuilding.

The UK is a constitutional monarchy. In law, Head of the State is Queen. In practice, the country is ruled by the elected government with the Prime Minister at the head. The British Parliament consists of two chambers: the House of Lords and the House of Commons. There are three main political parties in Great Britain: the Labour, the Conservative and the Liberal parties. The flag of the United Kingdom, known as the Union Jack, is made up of three crosses. The big red cross is the cross of Saint George, the patron saint of England. The white cross is the cross of Saint Andrew, the patron saint of Scotland. The red diagonal cross is the cross of Saint Patrick, the patron saint of Ireland.

The United Kingdom has a long and exciting history and a lot of traditions and customs. The favorite topic of conversation is weather. The English like to drink tea at 5 o’clock. There are a lot of high daysin Great Britain. They celebrate Good Friday, Christmastide, Christmas, Valentine`s day and many others. It is considered this nation is the most conservative in Europe because people attach greater importance to traditions; they are proud of them and keep them up. The best examples are their money system, queen, their measures and weights. The English never throw away old things and don’t like to have changes.

Great Britain is a country of strong attraction for tourists. There are both ancient and modern monuments. For example: Hadrian Wall and Stonehenge, York Cathedral and Durham castle. It is no doubt London is the most popular place for visiting because there are a lot of sightseeing like the Houses of Parliament, Buckingham Palace, London Bridge, St Paul’s Cathedral, Westminster Abbey, the Tower of London. Also you can see the famous Tower Clock Big Ben which is considered to be the symbol of London. Big Ben strikes every quarter of an hour. You will definitely admire Buckingham Palace. It’s the residence of the royal family. The capital is famous for its beautiful parks: Hyde Park, Regent’s Park. The last one is the home of London Zoo.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My speciality is Geology

I am a first year student of the Ural State Mining University. I study at the geological faculty. The geological faculty trains geologic engineers in three specialities: mineral prospecting and exploration, hydrogeology and engineering geology, drilling technology.

Geology is the science which deals with the lithosphere of our planet. Geology studies the composition of the Earth's crust, its history, the origin of rocks, their distribution and many other problems.

That is why the science of geology is commonly divided into several branches, such as:

1. General Geology which deals with the composition arid the structure of the Earth and with various geological processes going on below the Earth’s surface and on its surface.

2. Petrology which studies the rocks of the Earth.

3. Mineralogy which investigates the natural chemical compounds of the lithosphere.

4. Paleontology which deals with fossil remains of ancient animals and plants found in rocks.

5. Historic Geology which treats of the Earth's history.

6. Structural Geology which deals with the arrangement of rocks due to the Earth's movements.

7. Economic Geology which deals with occurrence, origin and distribution of mineral deposits valuable to man.

All these branches of geology are closely related to each other.

Geology is of great practical importance because .it supplies industry with all kinds of raw materials, such as ore, coal, oil, building materials, etc.

Geology deals with the vital problem of water supply. Besides, many engineering projects, such as tunnels, canals, dams, irrigation systems, bridges etc. need geological knowledge in choosing construction sites and materials.

The practical importance of geology has greatly increased nowadays. It is necessary to provide a rapid growth of prospecting mineral deposits, such as ores of iron, copper, lead, uranium and others, as well as water and fossil fuels (oil, gas and coal). They are badly needed for further development of all the branches of the national Economy of our country and for creating a powerful economic foundation of the society. The graduates of the geological faculty of the Ural State Mining University work all over the country in mines, geological teams and expeditions of the Urals, Siberia, Kasakhstan, in the North and Far East, etc. as well as abroad.

Very often geologists have to work under hard climatic and geological conditions. They must be courageous, strong and purposeful people, ready to overcome any hardships which nature has put in their way to its underground treasure-house.

Практические занятия направлены также на формирование грамматического навыка по темам: порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях, порядок слов в вопросительном предложении, безличные предложения, местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные), имя существительное, артикли (определенный, неопределенный, нулевой), функции и спряжение глаголов *to be* и *to have, о*борот *there+be,* имя прилагательное и наречие, степени сравнения, сравнительные конструкции, имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат), образование видовременных форм глагола в активном залоге.

Распределение выше указанных тем в учебнике:

- Агабекян И. П. Английский язык для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов / И. П. Агабекян. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. - 384 с.: ил. - (Высшее образование) (200 экз. в библиотеке УГГУ) и учебнике:

- Журавлева Р.И. Английский язык: учебник: для студентов горно-геологических специальностей вузов / Р. И. Журавлева. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. - 508 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 502 (192 экз. в библиотеке УГГУ) представлено в таблице №1:

Таблица №1

Название темы	***Страницы учебников***	
	Агабекян И. П.	*Журавлева Р.И.*
Порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях	148	9
Порядок слов в вопросительном предложении	163-170	10, 24
Безличные предложения	149	440
Местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные)	41-55	101, 439
Имя существительное	66-78	435

Артикли (определенный, неопределенный, нулевой)	78-84	433
Функции и спряжение глаголов *to be* и *to have*	102-104	6-8
Оборот *there+be*	105-107	100
Имя прилагательное и наречие	115	83
Степени сравнения, сравнительные конструкции	115-121	143
Имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат)	261-271	-
Образование видовременных форм глагола в активном залоге	193-209	10, 36, 69

Повторите материал практических занятий!

Порядок слов в английском предложении

В русском языке, благодаря наличию падёжных окончаний, мы можем переставлять члены предложения, не меняя основного смысла высказывания. Например, предложения Студенты изучают эти планы и Эти планы изучают студенты совпадают по своему основному смыслу. Подлежащее в обоих случаях - студенты, хотя в первом предложении это слово стоит на первом месте, а во втором предложении - на последнем.

По-английски такие перестановки невозможны. Возьмём предложение The students study these plans Студенты изучают эти планы. Если подлежащее и дополнение поменяются местами, то получится бессмыслица: These plans study the students Эти планы изучают студентов. Произошло это потому, что слово plans, попав на первое место, стало подлежащим.

Английское предложение имеет твёрдый порядок слов.

Порядок слов в английском предложении показан в этой таблице:

I	**II**	**III Дополнение**			**IV Обстоятельство**
Подлежащее	**Сказуемое**	**Косвенное без предлога**	**Прямое**	**Косвенное с предлогом**	
We Мы	study изучаем		math математику		
He Он	gives дает	us нам	lessons уроки		in this room. в этой комнате
She Она	reads читает		her notes свои заметки	to Peter Петру	every day. каждый день

Вопросительное предложение

Общее правило построения вопросов в английском языке таково: Все вопросы (кроме специальных вопросов к подлежащему предложения) строятся путем инверсии. Инверсией называется нарушение обычного порядка слов в английском предложении, когда сказуемое следует за подлежащим.

В тех случаях, когда сказуемое предложения образовано без вспомогательных глаголов (в Present и Past Indefinite) используется вспомогательный глагол to do в требуемой форме - do/does/did.

Общие вопросы

Общий вопрос задается с целью получить подтверждение или отрицание высказанной в вопросе мысли. На общий вопрос обычно дается краткий ответ: "да" или "нет".

Для построения общего вопроса вспомогательный или модальный глагол, входящий в состав сказуемого, ставится в начале предложения перед подлежащим.

а) Примеры сказуемого с одним вспомогательным глаголом: Is he speaking to the teacher? - Он говорит с учителем?

б) Примеры сказуемого с несколькими вспомогательными глаголами:

You will be writing letters to us. – Ты будешь писать нам письма.
Will you be writing letters to us? – Будешь ли ты писать нам письма?
Примеры с модальными глаголами:
She can drive a car. – Она умеет водить машину.
Can she drive a car? - Она умеет водить машину? (Yes, she can.; No, she cannot)

Когда в составе сказуемого нет вспомогательного глагола (т.е. когда сказуемое выражено глаголом в Present или Past Indefinite), то перед подлежащим ставятся соответственно формы do / does или did; смысловой же глагол ставится в форме инфинитива без to (словарная форма) после подлежащего.

С появлением вспомогательного глагола do на него переходит вся грамматическая нагрузка - время, лицо, число: в Present Indefinite в 3-м лице ед. числа окончание -s, -es смыслового глагола переходит на глагол do, превращая его в does; а в Past Indefinite окончание прошедшего времени -ed переходит на do, превращая его в did.
Do you go to school? – Ходишь ли ты в школу?
Do you speak English well? - Ты хорошо говоришь по-английски?

Ответы на общие вопросы

Общий вопрос требует краткого ответа "да" или "нет", которые в английском языке образуются следующим образом:

а) Положительный состоит из слова Yes за которым (после запятой) идет подлежащее, выраженное личным местоимением в им. падеже (никогда не используется существительное) и тот вспомогательный или модальный глагол, который использовался в вопросе (вспомогательный глагол согласуется с местоимением ответа);

б) Отрицательный ответ состоит из слова No, личного местоимения и вспомогательного (или модального) глагола с последующей частицей not
Например: Are you a student? - Ты студент?
Yes, I am. - Да.; No, I am not. - Нет.
Do you know him? – Ты знаешь его?
Yes, I do. – Да (знаю).; No, I don't. – Нет (не знаю).

Специальные вопросы

Специальный вопрос начинается с вопросительного слова и задается с целью получения более подробной уточняющей информации. Вопросительное слово в специальном вопросе заменяет член предложения, к которому ставится вопрос.
Специальные вопросы могут начинаться словами:
who? – кто? whom? – кого? whose? - чей? what? – что? какой? which? – который?
when? – когда? where? – где? куда? why? – почему? how? – как?
how much? – сколько? how many? – сколько? how long? – как долго? сколько времени?
how often? – как часто?

Построение специальных вопросов:

1) Специальные вопросы ко всем членам предложения, кроме подлежащего (и его определения) строятся так же, как и общие вопросы – посредством инверсии, когда вспомогательный или модальный глагол ставится перед подлежащим.

Специальный вопрос (кроме вопроса к подлежащему) начинается с вопросительного слова или группы слов за которым следуют вспомогательный или модальный глагол, подлежащее и смысловой глагол (сохраняется структура общего вопроса).

Вопрос к прямому дополнению:
What are you reading? Что ты читаешь?
What do you want to show us? Что вы хотите показать нам?

Вопрос к обстоятельству

Обстоятельства бывают разного типа: времени, места, причины, условия, образа действия и др.

He will come back tomorrow. – Он вернется завтра.
When will he come back? – Когда он вернется?
What did he do it for? Зачем он это сделал?
Where are you from?

Вопрос к определению

Вопрос к определению начинается с вопросительных слов what какой, which (of) который (из), whose чей, how much сколько (с неисчисляемыми существительными), how many сколько (с исчисляемыми существительными). Они ставятся непосредственно перед определяемым существительным (или перед другим определением к этому существительному), а затем уже идет вспомогательный или модальный глагол.

What books do you like to read? Какие книги вы любите читать?
Which books will you take? Какие книги (из имеющихся) вы возьмете?

Вопрос к сказуемому

Вопрос к сказуемому является типовым ко всем предложениям: ”Что он (она, оно, они, это) делает (делал, будет делать)?”, например:
What does he do? Что он делает?

Специальные вопросы к подлежащему

Вопрос к подлежащему (как и к определению подлежащего) не требует изменения прямого порядка слов, характерного для повествовательного предложения. Просто подлежащее (со всеми его определениями) заменяется вопросительным местоимением, которое исполняет в вопросе роль подлежащего. Вопросы к подлежащему начинаются с вопросительных местоимений:

who – кто (для одушевленных существительных)
what - что (для неодушевленных существительных)
The teacher read an interesting story to the students yesterday.
Who read an interesting story to the students yesterday?

Сказуемое в таких вопросах (после who, what в роли подлежащего) всегда выражается глаголом в 3-м лице единственного числа (не забудьте про окончание -s в 3-м лице ед. числа в Present Indefinite. Правила образования -s форм см. здесь.):
Who is reading this book? Кто читает эту книгу?
Who goes to school?

Альтернативные вопросы

Альтернативный вопрос задается тогда, когда предлагается сделать выбор, отдать чему-либо предпочтение.

Альтернативный вопрос может начинаться со вспомогательного или модального глагола (как общий вопрос) или с вопросительного слова (как специальный вопрос) и должен обязательно содержать союз or - или. Часть вопроса до союза or произносится с повышающейся интонацией, после союза or - с понижением голоса в конце предложения.

Например вопрос, представляющий собой два общих вопроса, соединенных союзом or:
Is he reading or is he writing?
Did he pass the exam or did he fail?

Вторая часть вопроса, как правило, имеет усеченную форму, в которой остается (называется) только та часть, которая обозначает выбор (альтернативу):
Is he reading or writing?

Разделительные вопросы

Основными функциями разделительных вопросов являются: проверка предположения, запрос о согласии собеседника с говорящим, поиски подтверждения своей мысли, выражение сомнения.

Разделительный (или расчлененный) вопрос состоит из двух частей: повествовательной и вопросительной.

Первая часть - повествовательное утвердительное или отрицательное предложение с прямым порядком слов.

Вторая часть, присоединяемая через запятую, представляет собой краткий общий вопрос, состоящий из местоимения, заменяющего подлежащее, и вспомогательного или модального глагола. Повторяется тот вспомогательный или модальный глагол, который входит в состав сказуемого первой части. А в Present и Past Indefinite, где нет вспомогательного глагола, употребляются соответствующие формы do/ does/ did.

В второй части употребляется обратный порядок слов, и она может переводится на русский язык: не правда ли?, не так ли?, верно ведь?

1. Если первая часть вопроса утвердительная, то глагол во второй части стоит в отрицательной форме, например:

You speak French, don't you? You are looking for something, aren't you? Pete works at a plant, doesn't he?

2. Если первая часть отрицательная, то во второй части употребляется утвердительная форма, например:

It is not very warm today, is it? John doesn't live in London, does he?

Безличные предложения

Поскольку в английском языке подлежащее является обязательным элементом предложения, в безличных предложениях употребляется формальное подлежащее, выраженное местоимением it. Оно не имеет лексического значения и на русский язык не переводится.

Безличные предложения используются для выражения:

1. Явлений природы, состояния погоды: It is/(was) winter. (Была) Зима. It often rains in autumn. Осенью часто идет дождь. It was getting dark. Темнело. It is cold. Холодно. It snows. Идет снег.

2. Времени, расстояния, температуры: It is early morning. Ранее утро. It is five o'clock. Пять часов. It is two miles to the lake. До озера две мили. It is late. Поздно.

3. Оценки ситуации в предложениях с составным именным (иногда глагольным) сказуемым, за которым следует подлежащее предложения, выраженное инфинитивом, герундием или придаточным предложением: It was easy to do this. Было легко сделать это.
It was clear that he would not come. Было ясно, что он не придет.

4. С некоторыми глаголами в страдательном залоге в оборотах, соответствующих русским неопределенно-личным оборотам: It is said he will come. Говорят, он придет.

Местоимение. The Pronoun.
Классификации местоимений.

1	**personal**	личные
2	**possessive**	притяжательные
3	**demonstrative**	указательные
4	**indefinite and negative**	неопределенные и отрицательные
5	**quantifiers**	количественные
6	**reflexive**	возвратные
7	**reciprocal**	взаимные
8	**relative**	относительные
9	**defining**	определительные
10	**interrogative**	вопросительные

I. Личные (personal) местоимения

Общий падеж		**Объектный падеж**	
I	я	**me**	мне, меня
he	он	**him**	его, ему
she	она	**her**	ей, о ней
it	оно, это	**it**	ей, ему, этому
we	мы	**us**	нам, нас

they	они	**them**	им, их
you	ты, вы	**you**	тебе, вам

Внимание! He (он) и **she (она)** в английском языке можно говорить только про людей. Все остальные английские существительные (предметы, животные, явления природы, чувства и т. д.) - обозначаются – it (оно, это).

he	**she**	**it**
a boy – мальчик **a man –** мужчина **brother –** брат **father –** отец **Nick –** Николай **Mr Grey –** мистер Грей	**a girl –** девочка **a woman –** женщина **sister – с**естра **motherч–** мама **Kate –** Катя **Mrs Grey –** миссис Грей	**a cat –** кот **a wall –** стена **rain –** дождь **love –** любовь **a hand –** рука **an apple -** яблоко

Англичане говорят <u>It's me</u>, а не It's I (это я).

II. Притяжательные (possessive) местоимения

Притяжательные местоимения выражают принадлежность и имеют в английском языке **две формы - основную** (после этой формы обязательно требуется существительное).
Whose pen is it? - *Чья это ручка?* **- It's my pen**. - *Это моя ручка*.
И **абсолютную** (существует самостоятельно, без существительного) **- It's mine.** - *Это моя.*

Личное местоимение	**Основная форма**	**Абсолютная форма**
I – я **he –** он **she –** она **it – оно,** это **we –** мы **you –** ты, вы **they -** они	**my (toy) -** моя (игрушка) **his (toy) -** его (игрушка) **her (toy) -** ее (игрушка) **its (toy) -** его (не о человеке) **our (toy) -** наша (игрушка) **your (toy) -** ваша, твоя (игрушка) **their (toy) -** их (игрушка)	**his -** его **hers -** ее **its -** его (этого) **ours -** наша **yours -** ваша, твоя **theirs -** их

III. Указательные (demonstrative) местоимения

this (это, эта, этот) **– these** (эти) **that** (то, та, тот) **- those** (те)

IV. Неопределенные (indefinite) и отрицательные (negative) местоимения

Местоимения some, any, every, и их производные

• Если у вас есть, например, яблоки и вы знаете, сколько их, вы говорите:
I have/l have got three apples. *У меня есть 3 яблока,*
• Если вы не знаете точное количество, то используйте неопределенное местоимение **some: I have/1 have got apples.** *У меня есть несколько яблок (некоторое количество).*

Производные от неопределенных местоимений

Слово **"think"** обозначает **"вещь"** (не обязательно материальная).
Слово **"body"** обозначает **"тело".** Эти слова являются основой для целого ряда словообразований.

Thing используется для неодушевленных (что-то):

some	**something –** *что-то, что-нибудь*
any	**anything -** *что-то, что-нибудь*
thing	
no	**nothing -** *ничего, ничто*

every	**everything** - *все*
Body/one - для одушевленных (кто-то):	
some	**somebody/someone –** *кто-то, кто-нибудь*
any	**anybody/anyone -** *кто-то, кто-нибудь*
body/one	
no	**nobody / no one -** *никого, никто*
every	**everybody /everyone –** *все, каждый*
Местоимение **some** и основа **body** должны произноситься и писаться слитно, в противном случае вместо **somebody** – *кто-то*, получится **some body** - *какое-то тело*, **Something/somebody/someone** - в утвердительных предложениях, **anything/anybody/anyone** - в отрицательных и вопросительных предложениях**, nothing/nobody/no one** – в отрицательных. **Anything/anybody/anyone** - также используются в утвердительных предложениях, но в значении *что угодно/кто угодно*	

somewhere - *где-нибудь, куда-нибудь*	**anywhere** - *где угодно*
nowhere - *нигде*	**everywhere** - *везде*

V. Количественные (quantifiers) местоимения

Many и much - оба слова обозначают **" много"**, С **исчисляемыми** существительными (теми, которые можно посчитать, можно образовать множественное число) используется слово **many**, а с **неисчисляемыми** - слово **much**.	
many girls - *много девочек* **many boys** - *много мальчиков* **many books** - *много книжек*	**much snow** - *много снега* **much money** - *много денег* **much time** - *много времени*
How many? } **сколько?** **How much?** } **сколько?**	**How many girls?** - *Сколько девочек?* **How much sugar?** - *Сколько сахара?* **How much sugar?** - *Сколько сахара?*
a lot of... - много - используется и с исчисляемыми, и с неисчисляемыми существительными a lot без (of) используется и без существительного.	girls – много девочек **a lot of** sugar - много сахара
Сравните: He writes **a lot** of funny stories**.** *Он пишет много забавных рассказов.* He writes **a lot.** *Он много пишет.*	
В утвердительных предложениях используйте **a lot of.** В отрицательных и в вопросительных **many/much,** **Сравните:** (+) My grandmother often cooks **a lot of** tasty things. *Моя бабушка часто готовит много вкусного*. (-) But we don't eat **much.** *Но мы не едим много*. (?) Do you eat much? *Вы много едите?* Иногда слова **much** и **a lot** являются синонимами слова **"часто":** Do you ski **much**? *Вы много (часто) катаетесь на лыжах?* No, not much (= not often).Нет, не часто.	

Few, little, a few, a little

С неисчисляемыми существительными используйте слово little (мало), а с исчисляемыми - few (мало).

few books - мало книг **few girls** - мало девочек **few boys** - мало мальчиков	**little time** - мало времени **little money** - мало денег **little snow** - мало снега
little } **мало (т.е. надо еще)** **few** } **мало (т.е. надо еще)**	**a little** } **немного (т.е. пока хватает)** **a few** } **немного (т.е. пока хватает)**

VI. Возвратные (reflexive) местоимения

Возвратные местоимения образуются от личных местоимений в объектном падеже и притяжательных местоимений прибавлением **- self** в единственном числе и **- selves** во множественном числе. Возвратные местоимения используются для того, чтобы показать, что объект, названный подлежащим предложения сам совершает действие.

Личное местоимение	**Возвратное местоимение**	**Пример**	**Перевод**
I	myself	I did it myself.	Я сделал это сам
he	himself	He did it himself.	Он сделал это сам.
she	herself	She did it herself.	Она сделала это сама
you	yourself	You did it yourself.	Вы сделали это сами.
they	themselves	They did it themselves.	Они сделали это сами.
we	ourselves	We did it ourselves.	Мы сделали это сами.

VII. Взаимные (reciprocal) местоимения

Each other - друг друга (относится к двум лицам или предметам).
One another - друг друга (относится к большему количеству лиц или предметов).
They spoke to <u>each other</u> rather friendly. *Они разговаривали друг с другом довольно дружелюбно.*
They always help <u>one another</u>. *Они всегда помогают друг другу.*

VIII. Относительные (relative) местоимения

Who (whom), whose, which, that

who	**Именительный падеж <u>who</u> (подлежащее)** **The girl <u>who</u> is playing the piano is my sister.** *Девочка, которая играет на пианино, - моя сестра.*
	Объектный падеж <u>whom</u> (дополнение) **The man <u>whom</u> I love the best is your brother.** *Человек, которого я люблю больше всех, - твой брат.*
which	**Для неодушевленных предметов и животных** **The flowers <u>which</u> you brought me were pretty nice.** *Цветы, которые ты мне принес, очень милые.*
whose	**Для одушевленных существительных** **This is the man <u>whose</u> book we read yesterday.** *Это человек, книгу которого мы читали вчера.*
	Для неодушевленных существительных **We saw the tree <u>whose</u> leaves were absolutely yellow.** *Мы увидели дерево, листья которого были абсолютно желтыми.*
that	**Для одушевленных существительных** **This is the man <u>that</u> we saw yesterday.** *Это мужчина, которого мы видели вчера.*
	Для неодушевленных существительных **This is the film <u>that</u> we saw yesterday.** *Это фильм, который мы видели вчера.*

IX. Определительные (defining) местоимения

all

Употребление	**Примеры**	**Перевод**
определяет неисчисляемые	He spent **all his** time fishing on the	Он провел все свое время,

существительные	lake**.**	ловя рыбу на озере.
определяет исчисляемые существительные	**All the** boys like football. **(the после all!)**	Все мальчишки любят футбол.
all = everything	I know **all/everything.**	Я знаю всё.
all = everybody	**All** were hungry. **Everybody** was hungry.	Все были голодны. Все были голодны.
we all = ail of us you all = all of you they all = ail of them	We **all** love you very much = **All** of us love you very much.	Мы все тебя очень любим

both

Употребление	Примеры	Перевод
определяет существительные	**Both (the/my) friends like football.**	Оба моих друга любят футбол
допускается использование артикля вместо указательных местоимений после both	**Both these/the men are Russian.**	Оба (эти) мужчины - русские.
употребляется вместо существительного	**He gave me two apples. Both were sweet.**	Он дал мне два яблока. Оба были сладкими.
they both = both of them you both = both of you we both = both of us	**They both (both of them) came to visit us.**	Они оба пришли навестить нас.
в устойчивой конструкции **both...and.**	**Both mother father were at home**	И мама, и папа были дома.
в отрицательных предложениях **вместо both** используется **neither**	**Both of them know English. Neither of them know English.**	Они оба знают английский. Ни один из них не знает английского.

either/neither

	Употребление	Примеры	Перевод
either	любой из двух (артикль не ставится)	**I’ve got 2 cakes. Take either cake.**	У меня 2 пирожных. Возьми любое.
	каждый, оба, и тот, и другой	**There are windows on either side of the house.**	С обеих сторон дома есть окна.
	заменяет существительное (глагол в ед. числе)	**Either of dogs is always hungry.**	Любая из собак вечно голодная.
neither	отрицательное местоимение-определение (ни тот, ни другой)	**Neither of examples is correct.**	Ни один из примеров не верен.
	в констр. neither.. .nor (ни.. .ни)	**I like neither tea, nor coffee.**	Я не люблю ни чай, ни кофе.

other, another, the other, the others (другой, другие)

	Употребление	Примеры	Перевод
the other	другой (второй), другой из двух	**You’ve got 2 balls: one and the other.**	У тебя 2 мяча: один и другой.
another	другой из многих, еще один	**Take another ball.**	Возьми другой мяч. (Любой, но не этот.)
other	другие (любые), не последние	**Take other 2 balls.**	Возьми другие 2 мяча. (Из многих.)

the others	другие (определенные)	**There are 4 balls: 2 balls are red and the others are blue.**	Есть 4 мяча: 2 красных, а другие 2 - синие.

X. Вопросительные (interrogative) местоимения

what	что	**What's this?**	Что это?
which	который	**Which of them?**	Который из них?
who	кто, кого	**Who was that?**	Кто это был?
whom	кого	**Whom did you meet?**	Кого ты встретил?
whose	чей	**Whose book is it?**	Чья это книга?

Имя существительное. The Noun

Категории	Существительное в русском языке	Существительное в английском языке
Число	**Изменяется**	**Изменяется**
Падеж	**Изменяется**	**Не изменяется**

The Plural Form of Nouns

Образование множественного числа у английских существительных

Способ образования	Примеры	Перевод
после глухих согласных	**a book - books** **a cup - cups**	**книга - книги** **чашка - чашки**
после звонких согласных и гласных -	a name - names a girl - girls	**имя - имена** **девочка - девочки**
после шипящих, свистящих звуков -ch, -sh, -x, -s, -z: -es	a palace - palaces a bush - bushes a box - boxes a church - churches	дворец - дворцы куст - кусты коробка - коробки церковь - церкви
слово заканчивается на -y: 1) гласная +y	**a toy - toys** **a boy - boys**	игрушка - игрушки мальчик - мальчики
2) согласная + y	**a family - families** **a story - stories**	**семья - семьи** **история - истории**
слово заканчивается на *-file*	**a leaf - leaves** **a shelf - shelves**	лист - листья полка - полки

Особые случаи образования множественного числа

Ед. число	**Мн. число**	**Перевод**
man	men	мужчина - мужчины
woman	women	женщина - женщины
foot	feet	нога (стопа) - ноги (стопы)
child	children	ребенок - дети
goose	geese	гусь - гуси
mouse	mice	мышь - мыши
ox	oxen	**бык - быки**
tooth	teeth	**зуб - зубы**

Слова - заместители существительных **Substitutions: one/ones**

При повторном использовании одного и того же существительного в одном предложении, вместо него следует использовать one (в единственном числе) и ones (во множественном числе):

This table is bigger that that one - Этот стол больше, чем тот (стол).
These table are bigger than those ones. - Эти столы больше, чем те (столы).

Со словами one/ones **может быть использован артикль, если перед ними стоит прилагательное.**	
What apple do you want? **Какое ты хочешь яблоко?** **The red one. Красное.**	**What apples do you want?** **Какие яблоки ты хочешь?** **The red ones. Красные.**

Английские существительные не имеют падежных окончаний традиционно выделяют два падежа -общий и притяжательный.

Общий падеж

И. п. Эта девочка хорошо говорит по-английски.	This girl speaks English well.
Р. п. Это собака той девочки.	It's a dog of that girl.
Д. п. Я дал яблоко той девочке. .	I gave an apple to that girl.
В. п. Я вижу маленькую девочку. .	1 can see a little girl.
Т. п. Я люблю гулять с этой девочкой.	1 like to play with this girl.
П. п. Я часто думаю об этой девочке.	1 often think about this girl.

Притяжательный падеж. The Possessive Case
Образование притяжательного падежа

	Образование	**Примеры**	**Перевод**
существительные в единственном числе	**'s**	**bird's house** **child's ball**	домик птички мячик ребенка
существительные во множественном числе (группа исключений}	**'s**	**children's bail** **women's rights**	мячик детей права женщин
существительное во множественном числе	**'**	**girls' toy** **birds' house**	игрушка девочек домик птичек

Формула притяжательного падежа обычно имеют лишь одушевленные существительные, обозначающие живое существо, которому что-то принадлежит,

my mother's book - мамина книга,

this girl's bail - мячик девочки,

the bird's house - домик птички

Для того, чтобы показать принадлежность объекта неодушевленному предмету, используется предлог of:

the handle of the door (ручка (от) двери), но чаще образуется составное существительное door-handle,

Артикль. The Article

1. Неопределенный a/an (используется перед исчисляемыми существительными в единственном числе)

a cat –кот a dog –собака a boy – мальчик a girl -девочка
a teacher - учитель

2. Определенный the (может использоваться с любыми существительными)

the cat -кот the houses –дома the water -вода the weather –погода
the flowers - цветы

Если слово начинается с гласной буквы, к артиклю "a" добавляется буква "n", для того, чтобы две гласные не сливались: an apple (яблоко), an orange (апельсин), an author (автор) и т, д. Слово "an hour" (час) начинается с согласной буквы "h", но в слове эта буква не читается, т.е. слово начинается с гласного звука, поэтому к артиклю "a" также добавляется n = an

Упоминая объект впервые, перед ним ставят неопределенный артикль a/an при вторичном с упоминании того же самого объекта, перед ним ставят определенный артикль the

I see a cat, Я вижу кота (одного). The cat is black. (этот) Кот – черный.

This is a kitten. Это - котенок. (Один из многих) The kitten is hungry. (этот) Котенок - голодный.

I have a book- У меня есть книга. The book is interesting. (эта) Книга - интересная.

Неопределенный артикль a/an опускается перед исчисляемыми существительными и существительными во множественном числе.

a pen - pens (ручка - ручки) a dog - dogs (собака - собаки) a book - books (книга -книги)
- water (вода) - snow (снег) - meat (мясо)

Использование неопределенного артикля a

один из множества (любой)	This is a cat.
первое упоминание в тексте	I see a bird.
при упоминании профессии	My brother is a pilot.
в восклицательных предложениях	What a good girl! What a surprise! Such a fine room!
вместо слова один	She is coming for a weak.
в определенных конструкциях there is a... I have a… he has a... I see a... this is a... that is a… It is a... Iama… he/she is a…	There is a book here. I have got a nice coat. He has a kind smile. I see a wolf. This is a dog. That is a doctor. It is a red pen. I am a good swimmer. He/she is a tourist
в ряде устойчивых словосочетаний at a quarter.., in a loud, (a low, an angry voice) to have a good time a lot of to go for a walk such a... after a while in a day (a month, a week, a year)	Come at a quarter to 8. Don't speak to him in an angry voice. We had a good time in the country. She has got a lot of presents. Let's go for a walk. He is such a clever boy. You'll see them after a while. We are living in a day.

Использование определенного артикля the

если речь идет о конкретном лице или предмете	The pen is on the table.
при повторном упоминании того же самого объекта	I see a cat. The cat is black.
если слово обозначает нечто, существующее в единственном лице, с частями света	the sun, the moon, the Earth
со словами: only (только), main (главный), central (центральный), left (левый), right (правый), wrong (неправильный), next (следующий), last (последний), final (заключительный)	The only man I love the main road to the left, to the right It was the right answer. the final test
с порядковыми числительными	the first, the tenth

с прилагательными в превосходной степени	the kindest, the most interesting the best
с музыкальными инструментами и танцами	to play the piano, to dance the tango
с обобщающими существительными (класс людей» животных, термины, жанры)	The Britons keep their traditions.
с названиями музеев, кинотеатров, кораблей, галерей, газет, журналов	the Hermitage the Tretyakov Gallery the Avrora the Seasame Street
с названиями океанов, рек, морей, каналов, пустынь, групп, островов, штатов, горных массивов, наименований с of	the Atlantic ocean the Neva river the Black sea Changing of the Guard

Использование определенного артикля в ряде устойчивых словосочетаний

in the middle, in the corner	The table is in the middle of the room.
in the morning, In the evening, in the afternoon	I never drink coffee in the evening.
what’s the use?	What's the use of going there so late?
to the cinema, to the theatre, to the shop, to the market	Do you like going to the theatre? He works at the shop.
at the cinema, at the theatre, at the shop, at the market	The fact is that I have no money at all. Where is the doctor?
the fact is (was) that...	We always spend summer in the country.
where is the…?	
in the country, to the country	

Сколько бы прилагательных-определений ни стояло перед существительным, все эти определения ставятся между артиклем и существительным: A big, black, fat cat большой, черный, толстый кот.

Случаи, когда артикль не употребляется

если, перед существительным стоит притяжательное местоимение	a pen - my pen a dog - his dog the teacher - our teacher the apple - her apple
если перед существительным стоит указательное местоимение	the cats - those cats the books - these books a mouse - this mouse
если стоит другое существительное в притяжательном падеже	a car - father's car the horse - farmer's horse a bike - brother's bike the doll - sister's doll
если перед существительным стоит, количественное числительное	5 balls, 7 bananas, 2 cats
если перед существительным стоит отрицание “no”	She has no children. I see no birds.
перед именами	Mike, Kate, Jim, etc
с названиями дней недели	Sunday, Monday, etc.
с названиями месяцев	May, December, etc.
с названиями времен года	in spring, in winter
с названиями цветов	white, etc. I like green
с названиями спортивных игр	football, chess, etc.
с названиями блюд, напитков	tea, coffee, soup, etc,
с названиями праздников	Easter, Christmas, etc.

с названиями языков, если нет слова (язык). Если есть, нужен артикль the	English, etc. I learn English, the English language
с названиями стран	Russia, France, etc НО: the USA, the United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland, the Netheriands, the Ukraine, the Congo
с названиями городов	Moscow, Paris, etc.
с названиями улиц, площадей	Trafalgar Square
с названиями парков	St James' Park, Hyde Park
с названиями мостов	Tower Bridge
с названиями одиночных гор	Kilimanjaro
с названиями озер	Loch Ness
с названиями континентов	Asia, Australia, etc.
с названиями одиночных островов	Cyprus
если перед существительными стоит вопросительное или отрицательное местоимение	what animals can swim? I know what thing you have lost!

ГЛАГОЛ (THE VERB)

Глаголом называется часть речи, обозначающая действие или состояние предмета или лица.

В английском языке признаком глагола в неопределенной форме (инфинитиве) является частица to.

По своей структуре глаголы делятся на:

1. Простые, состоящие только из одного корня:

to fire - стрелять; зажигать
to order - приказывать
to read - читать
to play - играть

2. Производные, состоящие из корня и префикса, из корня и суффикса или из корня, префикса и суффикса:

to unpack - распаковывать
to dismiss - увольнять, отпускать
to realize - представлять себе
to shorten - укорачивать (ся)
to encounter - встречать (ся), наталкивать (ся)
to regenerate - перерождаться, возрождаться

3. Сложные, состоящие из двух основ (чаще всего основы существительного или прилагательного и основы глагола):

to broadcast (broad + cast) - передавать по радио
to whitewash (white + wash) - белить

4. Составные, состоящие из глагольной основы и наречия или предлога:

to carry out - выполнять
to sit down - садиться

По значению глаголы делятся на смысловые и служебные.

1. Смысловые глаголы имеют самостоятельное значение, выражают действие или состояние: Lomonosov as a poet and scientist played a great role in the formation of the Russian literary language. Как поэт и ученый Ломоносов сыграл огромную роль в создании русского литературного языка.

2. Служебные глаголы не имеют самостоятельного значения и употребляются для образования сложных форм глагола или составного сказуемого. Они являются спрягаемым элементом сказуемого и в его формах выражается лицо, число и время. К ним относятся:

1. Глаголы-связки to be быть, to become становиться, to remain оставаться, to grow становиться, to get, to turn становиться, to look выглядеть, to keep сохраняться.

Every man is the maker of his own fortune. Каждый человек-творец своей судьбы.

2. Вспомогательные глаголы to be, to do, to have, to let, shall, will (should, would):

The kitchen was supplied with every convenience, and there was even a bath-room, a luxury the Gerhardts had never enjoyed before. На кухне имелись все удобства; была даже ванная комната- роскошь, какой Герхардты никогда до сих пор не обладали.

3. Модальные глаголы can, may, must, ought, need: He that would eat the fruit must climb the tree. Кто любит фрукты, должен влезть на дерево (чтобы сорвать). (Любишь кататься-люби и саночки возить.)

Все формы глагола в английском языке делятся на личные и неличные.

Личные формы глагола выражают время, лицо, число, наклонение. Они выполняют в предложении функцию сказуемого. К личным формам относятся все формы времен действительного и страдательного залога (изъявительного и сослагательного наклонения):

As you leave the Kremlin by Spassky Gate you come out on the Red Square. Если вы выходите из Кремля мимо Спасских Ворот, вы оказываетесь на Красной площади.

Неличные формы глагола не различаются по лицам и числам. Они не могут самостоятельно выполнять в предложении функцию сказуемого, но могут входить в его состав. К неличным формам относятся: инфинитив, причастие и герундий. Every step towards eliminating nuclear weapons is in the interests of every nation. Любой шаг в направлении уничтожения ядерного оружия служит интересам каждого государства.

Личные формы глагола в английском языке имеют три наклонения: изъявительное (the Indicative Mood), повелительное (the Imperative Mood) и сослагательное (the Subjunctive Mood).

Глаголы в изъявительном наклонении выражают реальное действие, передают факты:

His son goes to school. Его сын учится в школе.

She has written an interesting article. Она написала интересную статью.

A new building of the theatre was built in this street. На этой улице построили новое здание театра.

Глаголы в повелительном наклонении выражают приказание, просьбу, совет, запрещение, команду:

"Don't buy them", warned our cautious driver. "Не покупайте их", - предупредил наш осторожный шофер.

Undertake not what you cannot perform but be careful to keep your promise. Не беритесь за то, что не сможете выполнить, но старайтесь сдержать обещание.

Глаголы в сослагательном наклонении выражают действие не реальное, а желательное или предполагаемое: If there were no bad people, there would be no good lawyers. Если бы не было плохих людей, не было бы хороших адвокатов.

Как личные, так и неличные формы глагола имеют **два залога**: действительный (the Active Voice) и страдательный (the Passive Voice).

Глаголы в действительном залоге выражают действие, которое производится подлежащим: I inform you that I have carried out the mission. Сообщаю, что я выполнил задание.

Глаголы в страдательном залоге выражают действие, которое испытывает на себе подлежащее: I was informed that the mission had been carried out. Мне сообщили, что задание было выполнено.

Формы глагола могут выражать отношение между действием и временем. В русском языке бывают глаголы **совершенного и несовершенного вида**. **Глаголы совершенного вида** обозначают действие, которое закончено, и есть его результат:

Он прочитал эту статью с интересом.

Глаголы несовершенного вида обозначают действие, указывая на его повторяемость, длительность, незаконченность: Вчера он читал эту статью с интересом. (Но он мог и не прочитать ее).

Вид глагола в русском языке выражается либо изменением его формы, либо с помощью суффиксов и приставок. Видовые значения глагола в английском языке выражаются сочетанием вспомогательного глагола с причастием настоящего или прошедшего времени смыслового глагола.

В английском языке четыре видо-временных группы глагола: неопределенные времена (Indefinite Tenses), продолженные времена (Continuous Tenses), совершенные времена (Perfect Tenses), и совершенные продолженные времена (Perfect Continuous Tenses). В каждой временной группе три времени: настоящее (Present), прошедшее (Past), будущее (Future).

Глагол “to be”

A: Are you from England?
B: No, we aren't. We're from China.

He's Tom and she's Helen. They are friends.

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма	Краткая форма	Полная форма	Краткая форма	Am I?
I am	I'm	I am not	I'm not	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Is he?
He is	He's	He is not	He isn't	Is she?
She is	She's	She is not	She isn't	Is it?
It is	It's	It is not	It isn't	Are we?
We are	We're	We are not	We aren't	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Are they?
They are	They're	They are not	They aren't	

Краткими ответами называются ответы на вопросы, начинающиеся с глагольной формы is /are; в кратком ответе содержание вопроса не повторяется. Употребляется только Yes или No, далее личное местоимение в именительном падеже и глагольная форма is (isn't) / are (aren't). Например: Are you British? No, I'm not.

Yes, I am /we are. No, I'm not/we aren't.
Yes, he/she/it is. No, he/she/it isn't.
Yes, they are. No, they aren't.

WAS/WERE

Bob is eighty. He's old and weak.
Mary, his wife is seventy-nine. She's old too.
Fifty years ago they were young. Bob was strong. He wasn't weak. Mary was beautiful. She wasn't old.

В прошедшем простом времени (past simple) глагол "to be" с личными местоимениями в именительном падеже имеет следующие формы: was для I, he, she, it и –were для –we, you, they. В вопросахwas/were ставятся перед личным местоимением в именительном падеже (I, you, he и т.д.) или существительным. Например: She was ill yesterday. -> Was she ill yesterday? Отрицания образуются путем постановки not после was/were. Например: She was not ill yesterday. She wasn't ill yesterday.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
I was	I was not	I wasn’t	Was I?
You were	You were not	You weren’t	Were you?
He was	He was not	He wasn’t	Was he?

She was	She was not	She wasn’t	Was she?
It was	It was not	It wasn’t	Was it?
We were	We were not	We weren’t	Were we?
You were	You were not	You weren’t	Were you?
They were	They were not	They weren’t	Were they?

ОБОРОТ THERE IS/THERE ARE

There is a sofa in the room. There are two pictures on the wall. There isn't a TV in the room. What else is there in the room?

Мы употребляем конструкцию there is/there are, чтобы сказать, что кто-то или что-то существует или находится в определенном месте. Краткая форма there is – there’s. There are не имеет краткой формы. Например: There is (There's) a sofa in the room. There are four children in the garden.

Вопросительная форма: Is there? Are there? Например: Is there a restaurant in the town? Are there any apples in the basket?

Отрицательная форма: There isn’t …/There aren’t … Например: There is not / isn't a man in the room. There are not/aren't any cars in the street.

Краткие ответы строятся с помощью Yes, there is/are или No, there isn't / aren't. Содержание вопроса не повторяется.

Yes, there is. No, there isn't.

Yes, there are. No, there aren't.

Мы употребляем there is / there are, чтобы сказать, что что-то существует или находится в определенном месте, it is / they are - когда уже упоминали об этом. Например: There is a house in the picture.

It is a big house. (Но не: It's a house in the picture.)

There are three books on the desk.

They are history books. (Но не: They are three books on the desk.)

Конструкция There was/There were

This is a modern town today.

There are a lot of tall buildings and shops. There are cars and there isn't much peace and quiet.

This is the same town fifty years ago.

There weren't any tall buildings. There were some old houses. There weren't many cars and there wasn't much noise.

Конструкция There was/There were - это There is / There are в форме past simple. There was употребляется с существительными в единственном числе. Например: There was a post office in the street thirty years ago. There were употребляется с существительными во множественном числе. Например: There were a few houses in the street thirty years ago.

В вопросах was/were ставятся перед there. Например: Was there a post office in the street thirty years ago? Were there any houses in the street thirty years ago?

Отрицания строятся путем постановки not после was / were. Например: There was not / wasn't a post office in the street thirty years ago. There were not / weren't any houses in the street thirty years ago.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
There was	There was not	There wasn't	Was there?
There were	There were not	There weren't	Were there?

Краткие ответы строятся с помощью Yes или No и there was/there were. Содержание вопроса не повторяется.

Was there a book on the desk? Yes, there was. No, there wasn't.

Were there any people in the shop? Yes, there were. No, there weren't.

Глагол Have got

A bird has got a beak, a tail and wings.
Has she got long hair? No, she hasn't. She's got short hair.
What have they got? They've got roller blades. They haven't got skateboards.
She has got a headache.

Have (got) используется:

а) чтобы показать, что что-то принадлежит кому-то. Например: He's got a ball.
б) при описании людей, животных или предметов. Например: She's got blue eyes.
в) в следующих высказываниях: I've got a headache. I've got a temperature. I've got a cough, I've got a toothache, I've got a cold, I've got a problem.

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма	Краткая форма	Полная форма	Краткая форма	Have I (got)?
I have (got)	I've (got)	I have not (got)	I haven't (got)	Have you (got)?
You have (got)	You've (got)	You have not (got)	You haven't (got)	Has he (got)?
He has (got)	He's (got)	He has not (got)	He hasn't (got)	Has she (got)?
She has (got)	She's (got)	She has not (got)	She hasn't (got)	Has it (got)?
It has (got)	It's (got)	It has not (got)	It hasn't (got)	Have we (got)?
We have (got)	We've (got)	We have not (got)	We haven't (got)	Have you (got)?
You have (got)	You've (got)	You have not (got)	You haven't (got)	Have they (got)?
They have (got)	They've (got)	They have not (got)	They haven't (got)	

Had

Grandpa, did you have a TV when you were five?
No, I didn't. People didn't have TV's then. They had radios.

Have (had) в past simple имеет форму Had для всех лиц.

Вопросы строятся с помощью вспомогательного глагола did, личного местоимения в именительном падеже и глагола - have. Например: Did you have many toys when you were a child? Отрицания строятся с помощью did not и have. Например: I did not / didn't have many toys when I was a child.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
I had	I did not have	I didn't have	Did I have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
He had	He did not have	He didn't have	Did he have?
She had	She did not have	She didn't have	Did she have?
It had	It did not have	It didn't have	Did it have?
We had	We did not have	We didn't have	Did we have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
They had	They did not have	They didn't have	Did they have?

Имя прилагательное. The Adjective

Категории	**Прилагательное в русском языке**	**Прилагательное в английском языке**
Число	изменяется	не изменяется
Род	изменяется	не изменяется
Падеж	изменяется	не изменяется

Образование имен прилагательных

Имена прилагательные бывают: **простые и производные**

К **простым** именам прилагательным относятся прилагательные, не имеющие в своем составе

ни приставок, ни суффиксов: small - *маленький*, **long** - *длинный*, **white** - *белый*.
К **производным** именам прилагательным относятся прилагательные, имеющие в своем составе **суффиксы** или **приставки**, или одновременно и те, и другие.

Суффиксальное образование имен прилагательных

Суффикс	Пример	Перевод
- ful	use**ful** doubt**ful**	**полезный** **сомневающийся**
- less	help**less** use**less**	**беспомощный** **бесполезный**
- ous	fam**ous** danger**ous**	**известный** **опасный**
- al	form**al** centr**al**	**формальный** **центральный**
- able	eat**able** cap**able**	**съедобный** **способный**

Приставочный способ образования имен прилагательных

Приставка	Пример	Перевод
un -	**un**cooked **un**imaginable	**невареный** **невообразимый**
in -	**in**capable **in**human	**неспособный** **негуманный**
il -	**il**legal **il**liberal	**нелегальный** **необразованный**
im -	**im**possible **im**practical	**невозможный** **непрактичный**
dis -	**dis**honest **dis**agreeble	**бесчестный** **неприятный**
ir -	**ir**regular **ir**responsible	**неправильный** **безответственный**
Некоторые имена прилагательные являются составными и образуются из двух слов, составляющих одно понятие: **light-haired –** светловолосый, **snow-white –** белоснежный.		

Прилагательные, оканчивающиеся на – ed и на - ing

- ed	**- ing**
Описывают чувства и состояния	**Описывают предметы, вещи, занятия, вызывающие эти чувства**
interested – интересующийся, заинтересованный	**interesting** - интересный
bored - скучающий	**boring** - скучный
surprised - удивленный	**surprising** - удивительный

Степени сравнения прилагательных

Английские прилагательные не изменяются ни по числам, ни по родам, но у них есть **формы степеней сравнения.**
Имя прилагательное в английском языке имеет **три формы** степеней сравнения:
- положительная степень сравнения **(Positive Degree);**
- сравнительная степень сравнения **(Comparative Degree);**
- превосходная степень сравнения **(Superlative Degree).**

Основная форма прилагательного - положительная степень. Форма сравнительной и

превосходной степеней обычно образуется от формы положительной степени одним из следующих способов:

1. -er. -est

Односложные прилагательные образуют **сравнительную степень** путем прибавления **к форме прилагательного в положительной степени** суффикса **- er.** Примерно, тоже самое мы делаем и в русском языке - добавляем “е” (большой - больше, холодный - холоднее).

Превосходная степень образуется путем прибавления суффикса **- est. Артикль the обязателен!!!**

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
cold - холодный	cold**er** - холоднее	the cold**est** - самый холодный
big - большой	bigg**er** - больше	the bigg**est** - самый большой
kind - добрый	kind**er** - добрее	the kind**est** - самый добрый

По этому же способу образуются степени сравнения двусложных прилагательных оканчивающихся на **-y, -er, -ow, -ble:**

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
clever — умный	clever**er - умнее**	**the** clever**est - самый умный**
easy - простой	eas**ier - проще**	**the** easi**est - самый простой**
able - способный	abl**er - способнее**	**the** abl**est - самый способный**
busy - занятой	bus**ier - более занятой**	**the** busi**est - самый занятой**

При образовании степеней сравнения посредством суффиксов **– er и – est** соблюдаются следующие **правила орфографии:**

Если прилагательное заканчивается на немое **“e” ,** то при прибавлении **– er и – est немое “e” опускается:**

larg**e – larg**er - **the** larg**est /** большой – больше – самый большой

brav**e – brav**er **– the** brav**est /** смелый – смелее – самый смелый

Если прилагательное заканчивается **на согласную с предшествующим кратким гласным звуком,** то в сравнительной и превосходной степени **конечная согласная буква удваивается:**

big – bigg**er –** bigg**est /** большой – больше – самый большой

hot – hott**er –** hott**est /** горячий – горячее – самый горячий

thin – thinn**er –** thinn**est /** тонкий – тоньше – самый тонкий

Если прилагательное **заканчивается на “y” с предшествующей согласной,** то в сравнительной и превосходной степени **“y” переходит в “i”:**

busy – bus**ier – bus**iest **/ занятой – более занятой – самый занятой**

easy – eas**ier – eas**iest **/ простой – проще – самый простой**

2. more, the most

Большинство двусложных прилагательных и прилагательных, состоящих из трех и более слогов, образуют сравнительную степень при помощи слова **more**, а **превосходную** – при помощи слова **most**.

Эти слова ставятся перед именами прилагательными в положительной степени:

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
beautiful - красивый	**more beautiful** - красивее	**the most beautiful** - самый красивый
interesting – интересный	**more interesting** - интереснее	**the most interesting** - самый интересный
important - важный	**more important** - важнее	**the most important** - самый важный

Особые формы

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень

good - хороший **bad** - плохой **little** - маленький **much/many** - много **far** - далекий/далеко **old** - старый	**better** - лучше **worse** - хуже **less** - меньше **more** - больше **farther/further** - дальше **older/elder** - старше	**the best** - самый лучший **the worst** - самый плохой **the least** - самый маленький, меньше всего **the most** - больше всего **the farthest/furthest** - самый дальний **the oldest/eldest** - самый старый

3. less. the least

Для выражения **меньшей** или **самой низкой степени** качества предмета по сравнению с другими предметами употребляются соответствующие слова **less** – менее и **the least** – наименее, которые ставятся перед прилагательными в форме положительной степени.

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
beautiful – красивый **interesting** - интересный **important** - важный	**less beautiful** - менее красивый **less interesting –** менее интересный **less important** - менее важный	**the least beautiful –** самый некрасивый **the least interesting –** самый неинтересный **the least important –** самый неважный

Другие средства сравнения двух предметов или лиц

Конструкция	Комментарий	Примеры
As…as (такой же, так же)	**Для сравнения двух объектов одинакового качества**	He is **as** a strong **as** a lion Он такой же сильный, как лев. She is **as** clever **as** an owl**.** Она такая же умная, как сова.
Not so…as (не такой, как)	**в отрицательных предложениях**	He is **not so** strong **as** a lion. Он не такой сильный, как лев**.** She is **not so** clever **as** an owl. Она не такая умная, как сова.
The…the (с двумя сравнительными степенями)	**показывает зависимость одного действия от другого**	**The more** we are together **the happier** we are. Чем больше времени мы проводим вместе, тем счастливее мы становимся. **The more** I learn this rule **the less** I understand it. Чем больше я учу это правило, тем меньше я его понимаю.

Особые замечания об употреблении сравнительных и превосходных степеней имен прилагательных:

- Сравнительная степень может быть усилена употреблением перед ней слов со значением **«гораздо, значительно»:**

His new book is **much more** interesting than previous one. *Его новая книга гораздо более интересная, чем предыдущая.*

This table **is more** comfortable than **that one**. *Этот стол более удобный чем тот.*

- После союзов **than** и **as** используются либо личное местоимение в именительном падеже с глаголом, либо личное местоимение в объектном падеже:

I can run **as** fast **as** him **(as he can).** *Я могу бегать так же быстро, как он.*

Числительное. The numeral

Перед **сотнями, тысячами, миллионами** обязательно называть их количество, даже если всего одна сотня или одна тысяча:

126 – one hundred twenty six

1139 – one thousand one hundred and thirty nine

В составе числительных – сотни, тысячи и миллионы не имеют окончания множественного числа: **two hundred – 200, three thousand – 3000, и т.д.**

НО: окончание множественного числа добавляется hundred, thousand, million, когда они выражают неопределенное количество сотен, тысяч, миллионов. В этом случае после них употребляется существительное с предлогом **“of”:**

hundreds of children – сотни детей

thousands of birds- тысячи птиц

millions of insects – миллионы насекомых

Начиная с 21, числительные образуются так же как в русском языке:

20+1=21 (twenty + one = **twenty one**)

60+7=67 (sixty + seven = **sixty seven**) и т.д.

Как читать даты

1043	ten forty-three
1956	nineteen fifty-six
1601	sixteen o one
2003	two thousand three
В 2003 году	in two thousand three
1 сентября	the first of September
23 февраля	the twenty-third of February

ДРОБНЫЕ ЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ (FRACTIONAL NUMERALS)

В простых дробях (Common Fractions) числитель выражается количественным числительным, а знаменатель порядковым:

1/7- one seventh одна седьмая

При чтении простых дробей, если числитель их больше единицы, к знаменателю прибавляется окончание множественного числа -s:

2/4 - two fourths - две четвертых

2/3 -two thirds - две третьих

3 1/5 - three and one fifth - три целых и одна пятая

1/2 - one second, a second, one half, a half - одна вторая, половина

1/4 -one fourth, a fourth, one quarter, a quarter - одна четвертая, четверть

В десятичных дробях (Decimal Fractions) целое число отделяется точкой, и каждая цифра читается отдельно. Нуль читается nought [no:t] (в США - zero ['zierou]).

4.25 four point twenty-five; four point two five

0.43 nought point forty-three; nought point four three

Существительные, следующие за дробью, имеют форму единственного числа, и перед ними при чтении ставится предлог -of:

2/3 metre- two thirds of a metre

две третьих метра

0.05 ton - nought point nought five of a ton

ноль целых пять сотых тонны

Существительные, следующие за смешанным числом, имеют форму множественного числа и читаются без предлога of:

35 1 /9 tons -thirty-five and one ninth tons

14.65 metres -one four (или fourteen) point six five (или sixty-five) metres

В обозначениях номеров телефонов каждая цифра читается отдельно, нуль здесь читается [ou]:
224-58-06 ['tu:'tu:'fo:'faiv'eit'ou'siks]

Образование видовременных форм глагола в активном залоге

Present Simple употребляется для выражения:

1. постоянных состояний,

2. повторяющихся и повседневных действий (часто со следующими наречиями: always, never, usually и т.д.). Mr Gibson is a businessman. He lives in New York, (постоянное состояние) He usually starts work at 9 am. (повседневное действие) He often stays at the office until late in the evening, (повседневное действие)

3. непреложных истин и законов природы, The moon moves round the earth.

4. действий, происходящих по программе или по расписанию (движение поездов, автобусов и т.д.). The bus leaves in ten minutes.

Маркерами present simple являются: usually, always и т.п., every day / week / month / year и т.д., on Mondays I Tuesdays и т.д., in the morning / afternoon / evening, at night / the weekend и т.д.

Present Continuous употребляется для выражения:

1. действий, происходящих в момент речи He is reading a book right now.

2. временных действий, происходящих в настоящий период времени, но не обязательно в момент речи She is practising for a concert these days. (В данный момент она не играет. Она отдыхает.)

3. действий, происходящих слишком часто и по поводу которых мы хотим высказать раздражение или критику (обычно со словом "always") "You're always interrupting me!"(раздражение)

4. действии, заранее запланированных на будущее. He is flying to Milan in an hour. (Это запланировано.)

Маркерами present continuous являются: now, at the moment, these days, at present, always, tonight, still и т.д.

Во временах **группы Continuous** обычно **не употребляются** глаголы:

1. выражающие восприятия, ощущения (see, hear, feel, taste, smell), Например: This cake tastes delicious. (Но не: This cake is tasting delicious)

2. выражающие мыслительную деятельность [know, think, remember, forget, recognize(ze), believe, understand, notice, realise(ze), seem, sound и др.],
Например: I don't know his name.

3. выражающие эмоции, желания (love, prefer, like, hate, dislike, want и др.), Например: Shirley loves jazz music.

4. include, matter, need, belong, cost, mean, own, appear, have (когда выражает принадлежность) и т.д. Например: That jacket costs a tot of money. (Но не: That jacket is costing a lot of money.)

Present perfect употребляется для выражения:

1. действий, которые произошли в прошлом в неопределенное время. Конкретное время действия не важно, важен результат, Kim has bought a new mobile phone. (Когда она его купила? Мы это не уточняем, поскольку это не важно. Важного, что у нее есть новый мобильный телефон.)

2. действий, которые начались в прошлом и все еще продолжаются в настоящем, We has been a car salesman since /990. (Он стал продавцом автомобилей в 1990 году и до сих пор им является.)

3. действий, которые завершились совсем недавно и их результаты все еще ощущаются в настоящем. They have done their shopping. (Мы видим, что они только что сделали покупки, поскольку они выходят из супермаркета с полной тележкой.)

4. Present perfect simple употребляется также со словами "today", "this morning / afternoon" и т.д., когда обозначенное ими время в момент речи еще не истекло. He has made ten photos this morning. (Сейчас утро. Указанное время не истекло.)

К маркерам present perfect относятся: for, since, already, just, always, recently, ever, how long, yet, lately, never, so far, today, this morning/ afternoon / week / month / year и т.д.

Present perfect continuous употребляется для выражения:

1. действий, которые начались в прошлом и продолжаются в настоящее время He has been painting the house for three days. (Он начал красить дом три дня назад и красит его до сих пор.)

2. действий, которые завершились недавно и их результаты заметны (очевидны) сейчас. They're tired. They have been painting the garage door all morning. (Они только что закончили красить. Результат их действий очевиден. Краска на дверях еще не высохла, люди выглядят усталыми.)

Примечание.

1. С глаголами, не имеющими форм группы Continuous, вместо present perfect continuous употребляется present perfect simple. Например: I've known Sharon since we were at school together. (А не: I've been knowing Sharon since we were at school together.)

2. С глаголами live, feel и work можно употреблять как present perfect continuous, так и present perfect simple, при этом смысл предложения почти не изменяется.

Например: He has been living/has lived here since 1994.

К маркерам present perfect continuous относятся: for. since. all morning/afternoon/week/day и т.д., how long (в вопросах).

Past simple употребляется для выражения:

1. действий, произошедших в прошлом в определенное указанное время, то есть нам известно, когда эти действия произошли, They graduated four years ago. (Когда они закончили университет? Четыре года назад. Мы знаем время.)

2. повторяющихся в прошлом действий, которые более не происходят. В этом случае могут использоваться наречия частоты (always, often, usually и т.д.), He often played football with his dad when he was five. (Но теперь он уже не играет в футбол со своим отцом.) Then they ate with their friends.

3. действий, следовавших непосредственно одно за другим в прошлом.

They cooked the meal first.

4. Past simple употребляется также, когда речь идет о людях, которых уже нет в живых. Princess Diana visited a lot of schools.

Маркерами past simple являются: yesterday, last night / week / month / year I Monday и т.д., two days I weeks I months I years ago, then, when, in 1992 и т.д.

People used to dress differently in the past. Women used to wear long dresses. Did they use to carry parasols with them? Yes, they did. They didn't use to go out alone at night.

• **Used to** (+ основная форма глагола) употребляется для выражения привычных, повторявшихся в прошлом действий, которые сейчас уже не происходят. Эта конструкция не изменяется по лицам и числам. Например: Peter used to eat a lot of sweets. (= Peter doesn't eat many sweets any more.) Вопросы и отрицания строятся с помощью did / did not (didn't), подлежащего и глагола "use" без -d.

Например: Did Peter use to eat many sweets? Mary didn't use to stay out late.

Вместо "used to" можно употреблять past simple, при этом смысл высказывания не изменяется. Например: She used to live in the countryside. = She lived in the countryside.

Отрицательные и вопросительные формы употребляются редко.

Past continuous употребляется для выражения:

1. временного действия, продолжавшегося в прошлом в момент, о котором мы говорим. Мы не знаем, когда началось и когда закончилось это действие, At three o'clock yesterday

afternoon Mike and his son were washing the dog. (Мы не знаем, когда они начали и когда закончили мыть собаку.)

2. временного действия, продолжавшегося в прошлом (longer action) в момент, когда произошло другое действие (shorter action). Для выражения второго действия (snorter action) мы употребляем past simple, He was reading a newspaper when his wife came, (was reading = longer action: came = shorter action)

3. двух и более временных действий, одновременно продолжавшихся в прошлом. The people were watching while the cowboy was riding the bull.

4. Past continuous употребляется также для описания обстановки, на фоне которой происходили события рассказа (повествования). The sun was shining and the birds were singing. Tom was driving his old truck through the forest.

Маркерами past continuous являются: while, when, as, all day / night / morning и т.д.
when/while/as + past continuous (longer action) when + past simple (shorter action)

Past perfect употребляется:

1. для того, чтобы показать, что одно действие произошло раньше другого в прошлом. При этом то действие, которое произошло раньше, выражается past perfect simple, а случившееся позже - past simple,
They had done their homework before they went out to ptay yesterday afternoon. (=They did their homework first and then they went out to ptay.)

2. для выражения действий, которые произошли до указанного момента в прошлом,
She had watered all the flowers by five o'clock in the afternoon.
(=She had finished watering the flowers before five o'clock.)

3. как эквивалент present perfect simple в прошлом. То есть, past perfect simple употребляется для выражения действия, которое началось и закончилось в прошлом, а present perfect simple - для действия, которое началось в прошлом и продолжается (или только что закончилось) в настоящем. Например: Jill wasn't at home. She had gone out. (Тогда ее не было дома.) ЛИ isn 't at home. She has gone out. (Сечас ее нет дома.)

К маркерам past perfect simple относятся: before, after, already, just, till/until, when, by, by the time и т.д.

Future simple употребляется:

1. для обозначения будущих действий, которые, возможно, произойдут, а возможно, и нет, We'll visit Disney World one day.

2. для предсказаний будущих событий (predictions), Life will be better fifty years from now.

3. для выражения угроз или предупреждений (threats / warnings), Stop or I'll shoot.

4. для выражения обещаний (promises) и решений, принятых в момент речи (on-the-spot decisions), I'll help you with your homework.

5. с глаголами hope, think, believe, expect и т.п., с выражениями I'm sure, I'm afraid и т.п., а также с наречиями probably, perhaps и т.п. / think he will support me. He will probably go to work.

К маркерам future simple относятся: tomorrow, the day after tomorrow, next week I month / year, tonight, soon, in a week / month year и т.д.

ПРИМЕЧАНИЕ

Future simple не употребляется после слов while, before, until, as soon as, after, if и when в придаточных предложениях условия и времени. В таких случаях используется present simple. Например: I'll make a phone call while I wait for you. (А не:... whilo I will wait for you.) Please phone me when you finish work.

В дополнительных придаточных предложениях после "when" и "if" возможно употребление future simple. Например: I don't know when I if Helen will be back.

He is going to throw the ball.

Be going to употребляется для:

1. выражения заранее принятых планов и намерений на будущее,
Например: Bob is going to drive to Manchester tomorrow morning.

2. предсказаний, когда уже есть доказательства того, что они сбудутся в близком будущем. Например: Look at that tree. It is going to fall down.

We use the **future continuous**:

a) for an action which will be in progress at a stated for an action which will be future time. *This time next week, we'll be cruising round the islands.*

b) for an action which will definitely happen in the future as the result of a routine or arrangement. *Don't call Julie. I'll be seeing her later, so I'll pass the message on.*

c) when we ask politely about someone's plans for the near future (what we want to know is if our wishes fit in with their plans.) *Will you be using the photocopier for long?*
No. Why?
I need to make some photocopies.

We use the **future perfect**:

1. For an action which will be finished before a stated future time. *She will have delivered all the newspapers by 8 o'clock.*

2. The future perfect is used with the following time expressions: before, by, by then, by the time, until/till.

We use the **future perfect continuous**:

1. to emphasize the duration of an action up to a certain time in the future. *By the end of next month, she will have been teaching for twenty years.*

The future perfect continuous is used with: by... for.

Практическая работа также направлена на проверку сформированности грамматического навыка в рамках тем: модальные глаголы и их эквиваленты, образование видовременных форм глагола в пассивном залоге, основные сведения о согласовании времён, прямая и косвенная речь, неличные формы глагола: инфинитив, причастия, герундий, основные сведения о сослагательном наклонении.

Распределение выше указанных тем в учебнике:

- Агабекян И. П. Английский язык для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов / И. П. Агабекян. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. - 384 с.: ил. - (Высшее образование) (200 экз. в библиотеке УГГУ) и учебнике:

- Журавлева Р.И. Английский язык: учебник: для студентов горно-геологических специальностей вузов / Р. И. Журавлева. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. - 508 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 502 (192 экз. в библиотеке УГГУ) представлено в таблице:

Название темы	***Страницы учебников***	
	Агабекян И. П.	*Журавлева Р.И.*
Модальные глаголы и их эквиваленты	295	47
Образование видовременных форм глагола в пассивном залоге	236	71, 115
Основные сведения о согласовании времён	323-328	269
Прямая и косвенная речь	324	268
Неличные формы глагола: инфинитив, причастия, герундий	311-322	132, 162, 173, 192, 193
Основные сведения о сослагательном наклонении	329	224

Модальные глаголы

Глаголы	**Значение**	**Примеры**
CAN	физическая или умственная возможность/умение	I can swim very well. – Я очень хорошо умею плавать.
	возможность	You can go now. — Ты можешь идти сейчас.You cannot play

		football in the street. – На улице нельзя играть в футбол.
	вероятность	They can arrive any time. – Они могут приехать в любой момент.
	удивление	Can he have said that? – Неужели он это сказал?
	сомнение, недоверчивость	She can't be waiting for us now. – Не может быть, чтобы она сейчас нас ждала.
	разрешение	Can we go home? — Нам можно пойти домой?
	вежливая просьба	Could you tell me what time it is now? – Не могли бы вы подсказать, который сейчас час?
MAY	разрешение	May I borrow your book? – Я могу одолжить у тебя книгу?
	предположение	She may not come. – Она, возможно, не придет.
	возможность	In the museum you may see many interesting things. – В музее вы можете увидеть много интересных вещей.
	упрек – только **MIGHT (+ perfect infinitive)**	You might have told me that. – Ты мог бы мне это сказать.
MUST	обязательство, необходимость	He must work. He must earn money. – Он должен работать. Он должен зарабатывать деньги.
	вероятность (сильная степень)	He must be sick. — Он, должно быть, заболел.
	запрет	Tourists must not feed animals in the zoo. — Туристы не должны кормить животных в зоопарке.
SHOULD OUGHT TO	моральное долженствование	You ought to be polite. – Вы должны быть любезными.
	совет	You should see a doctor. – Вам следует сходить к врачу.
	упрек, запрет	You should have taken the umbrella. – Тебе следовало взять с собой зонт.
SHALL	указ, обязанность	These rules shall apply in all circumstances. – Эти правила будут действовать при любых обстоятельствах.
	угроза	You shall suffer. — Ты будешь страдать.
	просьба об указании	Shall I open the window? – Мне открыть окно?
WILL	готовность, нежелание/отказ	The door won't open. — Дверь не открывается.
	вежливая просьба	Will you go with me? – Ты сможешь пойти со мной?
WOULD	готовность, нежелание/отказ	He would not answer this question. – Он не будет отвечать на этот вопрос.
	вежливая просьба	Would you please come with me? — Не могли бы вы пройти со мной.
	повторяющееся/привычное действие	We would talk for hours. – Мы беседовали часами.
NEED	необходимость	Do you need to work so hard? – Тебе надо столько работать?
NEEDN'T	отсутствие необходимости	She needn't go there. — Ей не нужно туда идти.
DARE	Посметь	How dare you say that? – Как ты смеешь такое говорить?

Модальные единицы эквивалентного типа		
to be able (to) = can	Возможность соверш-я конкрет-го дей-ия в опред. момент	She **was able** to change the situation then. (Она тогда была в состоянии (могла) изменить ситуацию).
to be allowed (to) = may	Возмож-ть совер-ия дей-ия в наст.-м, прош-ом или буд-ем + оттенок разрешения	My sister **is allowed to** play outdoors. (Моей сестре разрешается играть на улице).
to have (to)= ought, must, should	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом или буд-ем при опред-х об-вах	They **will have to** set up in business soon. (Им вскоре придется открыть свое дело).
to be (to)= ought, must, should	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом при наличии опред. планов, распис-ий и т.д.	We **are to** send Nick about his business. (Мы должны (= планируем) выпроводить Ника)

Страдательный залог (Passive Voice)

образуется при помощи вспомогательного глагола to be в соответствующем времени, лице и числе и причастия прошедшего времени смысл. глагола – Participle II (III –я форма или ed-форма).

В страдательном залоге не употребляются:

1) Непереходные глаголы, т.к. при них нет объекта, который испытывал бы воздействие, то есть нет прямых дополнений которые могли бы стать подлежащими при глаголе в форме Passive.

Переходными в англ. языке называются глаголы, после которых в действительном залоге следует прямое дополнение; в русском языке это дополнение, отвечающее на вопросы винительного падежа – кого? что?: to build строить, to see видеть, to take брать, to open открывать и т.п.

Непереходными глаголами называются такие глаголы, которые не требуют после себя прямого дополнения: to live жить, to come приходить, to fly летать, cry плакать и др.

2) Глаголы-связки: be – быть, become – становиться/стать.

3) Модальные глаголы.

4) Некоторые переходные глаголы не могут использоваться в страдательном залоге. В большинстве случаев это глаголы состояния, такие как:

to fit годиться, быть впору to have иметь to lack не хватать, недоставать to like нравиться
to resemble напоминать, быть похожим to suit годиться, подходить и др.

При изменении глагола из действительного в страдательный залог меняется вся конструкция предложения:

- дополнение предложения в Active становится подлежащим предложения в Passive;
- подлежащее предложения в Active становится предложным дополнением, которое вводится предлогом by или вовсе опускается;
- сказуемое в форме Active становится сказуемым в форме Passive.

Особенности употребления форм Passive:

1. Форма Future Continuous не употребляется в Passive, вместо нее употребляется Future Indefinite:

At ten o'clock this morning Nick will be writing the letter. –At ten o'clock this morning the letter will be written by Nick.

2. В Passive нет форм Perfect Continuous, поэтому в тех случаях, когда нужно передать в Passive действие, начавшееся до какого-то момента и продолжающееся вплоть до этого момента, употребляются формы Perfect:

He has been writing the story for three months. The story has been written by him for three months.

3. Для краткости, во избежание сложных форм, формы Indefinite (Present, Past, Future) часто употребляются вместо форм Perfect и Continuous, как в повседневной речи так и в художественной литературе. Формы Perfect и Continuous чаще употребляются в научной литературе и технический инструкциях.

This letter has been written by Bill. (Present Perfect)
This letter is written by Bill. (Present Indefinite – более употребительно)
Apples are being sold in this shop. (Present Continuous)
Apples are sold in this shop. (Present Indefinite – более употребительно)

4. Если несколько однотипных действий относятся к одному подлежащему, то вспомогательные глаголы обычно употребляются только перед первым действием, например: The new course will be sold in shops and ordered by post.

Прямой пассив (The Direct Passive)

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует прямому дополнению предложения в Active. Прямой пассив образуется от большинства переходных глаголов.

I gave him a book. Я дал ему книгу. A book was given to him. Ему дали книгу. (или Книга была дана ему)

The thief stole my watch yesterday. Вор украл мои часы вчера.
My watch was stolen yesterday. Мои часы были украдены вчера.

В английском языке имеется ряд переходных глаголов, которые соответствуют непереходным глаголам в русском языке. В английском они могут употребляться в прямом пассиве, а в русском – нет. Это:to answer отвечать кому-л.
to believe верить кому-л. to enter входить (в) to follow следовать (за) to help помогать кому-л.
to influence влиять (на) to join присоединяться to need нуждаться to watch наблюдать (за)

Так как соответствующие русские глаголы, являясь непереходными, не могут употребляться в страдательном залоге, то они переводятся на русский язык глаголами в действительном залоге:
Winter is followed by spring.

А при отсутствии дополнения с предлогом by переводятся неопределенно-личными предложениями: Your help is needed.

Косвенный пассив (The Indirect Passive)

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует косвенному дополнению предложения в Active. Она возможна только с глаголами, которые могут иметь и прямое и косвенное дополнения в действительном залоге. Прямое дополнение обычно означает предмет (что?), а косвенное – лицо (кому?).

С такими глаголами в действительном залоге можно образовать две конструкции:

а) глагол + косвенное дополнение + прямое дополнение;

б) глагол + прямое дополнение + предлог + косвенное дополнение:

а) They sent Ann an invitation.- Они послали Анне приглашение.
б) They sent an invitation to Ann. - Они послали приглашение Анне.

В страдательном залоге с ними также можно образовать две конструкции – прямой и косвенный пассив, в зависимости от того, какое дополнение становится подлежащим предложения в Passive. К этим глаголам относятся:to bring приносить
to buy покупать to give давать to invite приглашать to leave оставлять
to lend одалживать to offer предлагать to order приказывать to pay платить
to promise обещать to sell продавать to send посылать to show показывать
to teach учить to tell сказать и др.
Например: Tom gave Mary a book. Том дал Мэри книгу.
Mary was given a book. Мэри дали книгу. (косвенный пассив – более употребителен)
A book was given to Mary. Книгу дали Мэри. (прямой пассив – менее употребителен)

Выбор между прямым или косвенным пассивом зависит от смыслового акцента, вкладываемого в последние, наиболее значимые, слова фразы:
John was offered a good job. (косвенный пассив) Джону предложили хорошую работу.
The job was offered to John. (прямой пассив) Работу предложили Джону.

Глагол to ask спрашивать образует только одну пассивную конструкцию – ту, в которой подлежащим является дополнение, обозначающее лицо (косвенный пассив):
He was asked a lot of questions. Ему задали много вопросов.

Косвенный пассив невозможен с некоторыми глаголами, требующими косвенного дополнения (кому?) с предлогом to. Такое косвенное дополнение не может быть подлежащим в Passive, поэтому в страдательном залоге возможна только одна конструкция – прямой пассив, то есть вариант: Что? объяснили, предложили, повторили…Кому? Это глаголы:to address адресовать
to describe описывать to dictate диктовать to explain объяснять to mention упоминать
to propose предлагать to repeat повторять to suggest предлагать to write писать и др.

Например: The teacher explained the rule to the pupils. – Учитель объяснил правило ученикам. The rule was explained to the pupils. – Правило объяснили ученикам. (Not: The pupils was explained…)

Употребление Страдательного залога

В английском языке, как и в русском, страдательный залог употр. для того чтобы:

1. Обойтись без упоминания исполнителя действия (70% случаев употребления Passive) в тех случаях когда:

а) Исполнитель неизвестен или его не хотят упоминать:
He was killed in the war. Он был убит на войне.

б) Исполнитель не важен, а интерес представляет лишь объект воздействия и сопутствующие обстоятельства:
The window was broken last night. Окно было разбито прошлой ночью.

в) Исполнитель действия не называется, поскольку он ясен из ситуации или контекста:
The boy was operated on the next day. Мальчика оперировали на следующий день.

г) Безличные пассивные конструкции постоянно используются в научной и учебной литературе, в различных руководствах: The contents of the container should be kept in a cool dry place. Содержимое упаковки следует хранить в сухом прохладном месте.

2. Для того, чтобы специально привлечь внимание к тому, кем или чем осуществлялось действие. В этом случае существительное (одушевленное или неодушевленное.) или местоимение (в объектном падеже) вводится предлогом by после сказуемого в Passive.

В английском языке, как и в русском, смысловой акцент приходится на последнюю часть фразы. He quickly dressed. Он быстро оделся.

Поэтому, если нужно подчеркнуть исполнителя действия, то о нем следует сказать в конце предложения. Из-за строгого порядка слов английского предложения это можно осуществить лишь прибегнув к страдательному залогу. Сравните:
The flood broke the dam. (Active) Наводнение разрушило плотину. (Наводнение разрушило что? – плотину)
The dam was broken by the flood. (Passive) Плотина была разрушена наводнением. (Плотина разрушена чем? – наводнением)

Чаще всего используется, когда речь идет об авторстве:
The letter was written by my brother. Это письмо было написано моим братом.

И когда исполнитель действия является причиной последующего состояния:
The house was damaged by a storm. Дом был поврежден грозой.

Примечание: Если действие совершается с помощью какого-то предмета, то употребляется предлог with, например:
He was shot with a revolver. Он был убит из револьвера.

Перевод глаголов в форме Passive

В русском языке есть три способа выражения страдательного залога:

1. При помощи глагола "быть" и краткой формы страдательного причастия, причем в настоящем времени "быть" опускается:
I am invited to a party.
Я приглашён на вечеринку.

Иногда при переводе используется обратный порядок слов, когда русское предложение начинается со сказуемого: New technique has been developed. Была разработана новая методика.

2. Глагол в страдательном залоге переводится русским глаголом, оканчивающимся на –ся(-сь):
Bread is made from flour. Хлеб делается из муки.
Answers are given in the written form. Ответы даются в письменном виде.

3. Неопределенно-личным предложением (подлежащее в переводе отсутствует; сказуемое стоит в 3-м лице множественного числа действительного залога). Этот способ перевода возможен только при отсутствии дополнения с предлогом by (производитель действия не упомянут):

The book is much spoken about. Об этой книге много говорят.
I was told that you're ill. Мне сказали, что ты болен.

4. Если в предложении указан субъект действия, то его можно перевести личным предложением с глаголом в действительном залоге (дополнение с by при переводе становится подлежащим). Выбор того или иного способа перевода зависит от значения глагола и всего предложения в целом (от контекста):
They were invited by my friend. Их пригласил мой друг.(или Они были приглашены моим другом.)

Примечание 1: Иногда страдательный оборот можно перевести двумя или даже тремя способами, в зависимости от соответствующего русского глагола и контекста:
The experiments were made last year.
1) Опыты были проведены в прошлом году.
2) Опыты проводились в прошлом году.
3) Опыты проводили в прошлом году.

Примечание 2: При переводе нужно учитывать, что в английском языке, в отличие от русского, при изменении залога не происходит изменение падежа слова, стоящего перед глаголом (например в английском she и she, а переводим на русский - она и ей):

Примечание 3: Обороты, состоящие из местоимения it с глаголом в страдательном залоге переводятся неопределенно-личными оборотами:
It is said… Говорят… It was said… Говорили…
It is known… Известно… It was thought…Думали, полагали…
It is reported… Сообщают… It was reported…Сообщали…и т.п.

В таких оборотах it играет роль формального подлежащего и не имеет самостоятельного значения: It was expected that he would return soon. Ожидали, что он скоро вернется.

Согласование времен (Sequence of Tenses)

Если в главном предложении сказуемое выражено глаголом в одной из форм прошедшего времени, то в придаточном предложении употребление времен ограничено. Правило, которому в этом случае подчиняется употребление времен в придаточном предложении, называется согласованием времен.

Правило 1: Если глагол главного предложения имеет форму настоящего или будущего времени, то глагол придаточного предложения будет иметь любую форму, которая требуется смыслом предложения. То есть никаких изменений не произойдет, согласование времен здесь в силу не вступает.

Правило 2: Если глагол главного предложения имеет форму прошедшего времени (обычно Past Simple), то глагол придаточного предложения должен быть в форме одного из прошедших времен. То есть в данном случае время придаточного предложения изменится. Все эти изменения отражены в нижеследующей таблице:

Переход из одного времени в другое	Примеры	
Present Simple » Past Simple	He **can speak** French – Он говорит по-французски.	Boris said that he **could speak** French – Борис сказал, что он говорит по-французски.
Present Continuous » Past Continuous	They **are listening** to him – Они слушают его	I **thought** they **were listening** to him – Я думал, они слушают его.
Present Perfect » Past Perfect	Our teacher **has asked** my parents to help him – Наш учитель попросил моих родителей помочь ему.	Mary **told** me that our teacher **had asked** my parents to help him – Мария сказала мне, что наш учитель попросил моих родителей помочь ему.
Past Simple » Past Perfect	I **invited** her – Я пригласил ее.	Peter **didn't know** that I **had invited** her – Петр не знал, что я

		пригласил ее.
Past Continuous » Past Perfect Continuous	She **was crying** – Она плакала	John **said** that she **had been crying** – Джон сказал, что она плакала.
Present Perfect Continuous » Past Perfect Continuous	It **has been raining** for an hour – Дождь идет уже час.	He **said** that it **had been raining** for an hour – Он сказал, что уже час шел дождь.
Future Simple » Future in the Past	She **will show** us the map – Она покажет нам карту.	I **didn't expect** she **would show** us the map – Я не ожидал, что она покажет нам карту.

Изменение обстоятельств времени и места при согласовании времен.

Следует запомнить, что при согласовании времен изменяются также некоторые слова (обстоятельства времени и места).

this » that
these » those
here » there
now » then
yesterday » the day before
today » that day
tomorrow » the next (following) day
last week (year) » the previous week (year)
ago » before
next week (year) » the following week (year)

Перевод прямой речи в косвенную в английском языке

Для того чтобы перевести прямую речь в косвенную, нужно сделать определенные действия. Итак, чтобы передать чьи-то слова в английском языке (то есть перевести прямую речь в косвенную), мы:

1. ***Убираем кавычки и ставим слово that***

Например, у нас есть предложение:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы передать кому-то эти слова, так же как и в русском, мы убираем кавычки и ставим слово that – «что».

She said that ….. Она сказала, что….

2. ***Меняем действующее лицо***

В прямой речи обычно человек говорит от своего лица. Но в косвенной речи мы не может говорить от лица этого человека. Поэтому мы меняем «я» на другое действующее лицо. Вернемся к нашему предложению:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Так как мы передаем слова девушки, вместо «я» ставим «она»:

She said that she ….. Она сказала, что она….

3. Согласовываем время

В английском языке мы не можем использовать в одном предложении прошедшее время с настоящим или будущим. Поэтому, если мы говорим «сказал» (то есть используем прошедшее время), то следующую часть предложения нужно согласовать с этим прошедшем временем. Возьмем наше предложение:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы согласовать первую и вторую части предложения, меняем will на would. *см. таблицу выше.*

She said that she would buy a dress. Она сказала, что она купит платье.

4. Меняем некоторые слова

В некоторых случаях мы должны согласовать не только времена, но и отдельные слова. Что это за слова? Давайте рассмотрим небольшой пример.

She said, “I am driving now”. Она сказала: «Я за рулем сейчас».

То есть она в данный момент за рулем. Однако, когда мы будем передавать ее слова, мы будем говорить не про данный момент (тот, когда мы говорим сейчас), а про момент времени в прошлом (тот, когда она была за рулем). Поэтому мы меняем now (сейчас) на then (тогда) *см. таблицу выше.*

She said that she was driving then. Она сказала, что она была за рулем тогда.

Вопросы в косвенной речи в английском языке

Вопросы в косвенной речи, по сути, не являются вопросами, так как порядок слов в них такой же, как в утвердительном предложении. Мы не используем вспомогательные глаголы (do, does, did) в таких предложениях.

He asked, “Do you like this cafe?” Он спросил: «Тебе нравится это кафе?»

Чтобы задать вопрос в косвенной речи, мы убираем кавычки и ставим if, которые переводятся как «ли». Согласование времен происходит так же, как и в обычных предложениях. Наше предложение будет выглядеть так:

He asked if I liked that cafe. Он спросил, нравится ли мне то кафе.

Давайте рассмотрим еще один пример:

She said, “Will he call back?” Она сказала: «Он перезвонит?»

She said if he would call back. Она сказала, перезвонит ли он.

Специальные вопросы в косвенной речи

Специальные вопросы задаются со следующими вопросительными словами: what – что when – когда how – как why - почему where – где which – который

При переводе таких вопросов в косвенную речь мы оставляем прямой порядок слов (как в утвердительных предложениях), а на место if ставим вопросительное слово.

Например, у нас есть вопрос в прямой речи:

She said, “When will you come?”. Она сказала: «Когда ты придешь?»

В косвенной речи такой вопрос будет выглядеть так:

She said when I would come. Она сказала, когда я приду.

He asked, “Where does she work?” Он спросил: «Где она работает?»

He asked where she worked. Он спросил, где она работает.

Инфинитив. The Infinitive

Инфинитив - это неличная глагольная форма, которая только называет действие и выполняет функции как глагола, так и существительного. Инфинитив отвечает на вопрос что делать?, что сделать?

Формальным признаком инфинитива является частица **to**, которая стоит перед ним, хотя в некоторых случаях она опускается. Отрицательная форма инфинитива образуется при помощи частицы not, которая ставится перед ним: It was difficult not to speak. *Было трудно не говорить.*

Формы инфинитива

	Active Voice	Passive Voice
Simple	to write	to be written
Continuous	to be writing	
Perfect	to have written	to have been written
Perfect Continuous	to have been writing	

Глаголы, после которых используется инфинитив:

to agree - соглашаться
to arrange - договариваться
to ask – (по)просить
to begin – начинать
to continue – продолжать

to decide – решать
to demand - требовать
to desire – желать
to expect – надеяться
to fail – не суметь
to forget – забывать
to hate - ненавидеть
to hesitate – не решаться
to hope - надеяться
to intend – намереваться
to like – любить, нравиться
to love – любить, желать
to manage - удаваться
to mean - намереваться
to prefer - предпочитать
to promise - обещать
to remember – помнить
to seem - казаться
to try – стараться, пытаться
to want – хотеть
Например:
He asked to change the ticket. *Он попросил поменять билет.*
She began to talk. *Она начала говорить.*

Значение разных форм инфинитива в таблице

Формы инфинитива	**Чему я рад?**	
Simple	I am glad **to speak** to you.	Рад поговорить с вами. (Всегда радуюсь, когда говорю с вами).
Continuous	I am glad **to be speaking** to you.	Рад, что сейчас разговариваю с вами.
Perfect	I am glad **to have spoken** to you.	Рад, что поговорил с вами.
Perfect Continuous	I am glad **to have been speaking** to you.	Рад, что уже давно (все это время) разговариваю с вами.
Simple Passive	I am (always) glad **to be told** the news.	Всегда рад, когда мне рассказывают новости.
Perfect Passive	I am glad **to have been told** the news.	Рад, что мне рассказали новости.

Причастие. Participle

В английском языке причастие — это неличная форма глагола, которая сочетает в себе признаки глагола, прилагательного и наречия.

Формы причастия

		Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Participle I (Present Participle)	Simple	**writing**	**being written**
	Perfect	**having written**	**having been written**
Participle II (Past Participle)			**written**

Отрицательные формы причастия образуются с помощью частицы **not**, которая ставится перед причастием: not asking — не спрашивая,not broken — не разбитый.

Как переводить разные формы причастия на русский язык

Формы причастия	причастием	деепричастием
reading	читающий	читая

having read		прочитав
being read	читаемый	будучи читаемым
having been read		будучи прочитанным
read	прочитанный	
building	строящий	строя
having built		построив
being built	строящийся	будучи строящимся
having been built		будучи построенным
built	построенный	

Герундий. Gerund

Герундий — это неличная форма глагола, которая выражает название действия и сочетает в себе признаки глагола и существительного. Соответственно, на русский язык герундий обычно переводится существительным или глаголом (чаще неопределенной формой глагола). Формы, подобной английскому герундию, в русском языке нет.

My favourite occupation is reading. *Мое любимое занятие — чтение.*

Формы герундия

	Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Simple	**writing**	**being written**
Perfect	**having written**	**having been written**

Запомните глаголы, после которых употребляется только герундий!

admit (признавать), advise (советовать), avoid (избегать),
burst out (разразиться), delay (задерживать), deny (отрицать),
dislike (не нравиться), enjoy (получать удовольствие), escape (вырваться, избавиться),
finish (закончить), forgive (прощать), give up (отказываться, бросать),
keep on (продолжать), mention (упоминать), mind (возражать - только в “?”и “-“),
miss (скучать), put off (отложить), postpone (откладывать),
recommend (рекомендовать), suggest (предлагать), understand (понимать).

Герундий после глаголов с предлогами

accuse of (обвинять в), agree to (соглашаться с), blame for (винить за),
complain of (жаловаться на), consist in (заключаться в), count on /upon (рассчитывать на),
congratulate on (поздравлять с), depend on (зависеть от), dream of (мечтать о),
feel like (хотеть, собираться), hear of (слышать о), insist on (настаивать на),
keep from (удерживать(ся) от), look forward to (с нетерпением ждать, предвкушать),
look like (выглядеть как), object to (возражать против),
persist in (упорно продолжать), praise for (хвалить за), prevent from (предотвращать от),
rely on (полагаться на), result in (приводить к), speak of, succeed in (преуспевать в),
suspect of (подозревать в), thank for (благодарить за), think of (думать о)

He has always dreamt of visiting other countries. — *Он всегда мечтал о том, чтобы побывать в других странах.*

to be + прилагательное / причастие + герундий

be afraid of (бояться чего-либо), be ashamed of (стыдиться чего-либо),
be engaged in (быть занятым чем-либо), be fond of (любить что-либо, увлекаться чем-либо),
be good at (быть способным к), be interested in (интересоваться чем-либо),
be pleased at (быть довольным), be proud of (гордиться чем-либо),
be responsible for (быть ответственным за), be sorry for (сожалеть о чем-либо),
be surprised at (удивляться чему-либо), be tired of (уставать от чего-либо),
be used to (привыкать к).

I’m tired of waiting. — *Я устал ждать.*

Основные сведения о сослагательном наклонении

Conditionals are clauses introduced with if. There are three types of conditional clause: Type 1, Type 2 and Type 3. There is also another common type, Type 0.

Type 0 Conditionals: They are used to express something which is always true. We can use when (whenever) instead of it. *If/When the sun shines, snow melts.*

Type 1 Conditionals: They are used to express real or very probable situations in the present or future. *If he doesn't study hard, he won't pass his exam.*

Type 2 Conditionals: They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the present and, therefore, are unlikely to happen in the present or future. *Bob is daydreaming. If I won the lottery, I would buy an expensive car and I would go on holiday to a tropical island next summer.*

Type 3 Conditionals: They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the past. They are also used to express regrets or criticism. *John got up late, so he missed the bus. If John hadn't got up late, he wouldn't have missed the bus.*

	If-clause (hypothesis)	Main clause (result)	Use
Type 0 general truth	if + present simple	present simple	something which is always true
	If the temperature falls below 0 °C, water turns into ice.		
Type 1 real present	if + present simple, present continuous, present perfect or present perfect continuous	future/imperative can/may/might/must/should/ could + bare infinitive	real - likely to happen in the present or future
	If he doesn't pay the fine, he will go to prison. If you need help, come and see me. If you have finished your work, we can have a break. If you're ever in the area, you should come and visit us.		
Type 2 unreal present	if + past simple or past continuous	would/could/might + bare infinitive	imaginary situation contrary to facts in the present; also used to give advice
	If I had time, I would take up a sport. (but I don't have time - untrue in the present) If I were you, I would talk to my parents about it. (giving advice)		
Type 3 unreal past	if + past perfect or past perfect continuous	would/could/might + have + past participle	imaginary situation contrary to facts in the past; also used to express regrets or criticism
	If she had studied harder, she would have passed the test. If he hadn't been acting so foolishly, he wouldn't have been punished.		

Conditional clauses consist of two parts: the if -clause (hypothesis) and the main clause (result). When the if - clause comes before the main clause, the two clauses are separated with a comma. When the main clause comes before the if - clause, then no comma is necessary.

e.g. a) If I see Tim, I'll give him his book.

b) I'll give Tim his book if I see him.

We do not normally use will, would or should in an if - clause. However, we can use will or would after if to make a polite request or express insistence or uncertainty (usually with expressions such as / don't know, I doubt, I wonder, etc.).

We can use should after if to talk about something which is possible, but not very likely to happen.

e.g. a) If the weather is fine tomorrow, will go camping. (NOT: If the weather will be fine...)

b) If you will fill in this form, I'll process your application. (Will you please fill in... - polite request)

c) If you will not stop shouting, you'll have to leave. (If you insist on shouting... - insistence)

d) I don't know if he will pass his exams, (uncertainty)

e) If Tom should call, tell him I'll be late. (We do not think that Tom is very likely to call.)

We can use unless instead of if... not in the if -clause of Type 1 conditionals. The verb is always in the affirmative after unless.

e.g. Unless you leave now, you'll miss the bus. (If you don't leave now, you'll miss the bus.) (NOT: Unless you don't leave now, ...)

We can use were instead of was for all persons in the if - clause of Type 2 conditionals.

e.g. If Rick was/were here, we could have a party.

We use If I were you ... when we want to give advice.

e.g. If I were you, I wouldn't complain about it.

The following expressions can be used instead of if: provided/providing that, as long as, suppose/supposing, etc.

e.g. a) You can see Mr. Carter provided you have an appointment. (If you have an appointment...)

b) We will all have dinner together providing Mary comes on time. (... if Mary comes ...)

c) Suppose/Supposing the boss came now, …

We can omit if in the if - clause. When if is omitted, should (Type 1), were (Type 2), had (Type 3) and the subject are inverted.

e.g. a) Should Peter come, tell him to wait. (If Peter should come,...)

b) Were I you, I wouldn't trust him. (If I were you, ...)

c) Had he known, he would have called. (If he had known, ...)

2. Чтение и перевод учебных текстов (по 2 текста на тему)

№1

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

appear - v появляться; казаться; *ant* **disappear** - исчезать

bed - *n* пласт, слой, подстилающие породы; *syn* **layer, seam; bedded** - *a* пластовый

call for - v требовать; *syn* **demand, require**

carry out - v проводить *(исследование, эксперимент);* выполнять *(план);* завершать; *syn* **conduct, make**

colliery - каменноугольная шахта

concentration (dressing) plant - обогатительная фабрика, обогатительная установка

department - *n* отделение, факультет, кафедра; *syn* **faculty**

direct - v руководить; направлять; управлять; *a* прямой, точный; **directly** - *adv* прямо, непосредственно

education - *n* образование; просвещение; **get an education** получать образование

establish - v основывать, создавать, учреждать; *syn* **found, set up**

ferrous metals - чёрные металлы **(non-ferrous metals** цветные металлы)

iron - *n* железо; **pig iron** чугун; **cast iron** чугун, чугунная отливка

open-cast mines - открытые разработки

ore - *n* руда; **iron ore** - железная руда; **ore mining –** разработка рудных месторождений

process - v обрабатывать; *syn* **work, treat; processing** - n обработка; разделение минералов

rapid - *a* быстрый

research - *n* научное исследование

technique - *n* техника, способ, метод, технический прием; **mining technique** - горная техника, методы ведения горных работ

train - v обучать, готовить *(к чему-л.);***training** - обучение; подготовка

to be in need of - нуждаться в

to take part in - участвовать в

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 1: The First Mining School in Russia

The Moscow Mining Academy was established in 1918. The main task of the Academy was to train mining engineers and technicians, to popularize technological achievements among miners, to work on important problems of mining and metallurgical engineering arid to direct scientific research.

There were three departments in the Academy: mining, geological prospecting and metallurgy. The Moscow Mining Academy introduced a new course in coal mining mechanization which provided the basis for the development of mining engineering. The two scientists A.M. Terpigorev and M.M. Protodyakonov wrote the first textbook on machinery for mining bedded deposits.

Much credit for the establishment of the Moscow Mining Academy and the development of co-operation among outstanding scientists and educators is due to Academician I.M. Gubkin, a prominent geologist and oil expert.

In 1925 the Moscow Mining Academy was one of the best-known educational institutions in Russia. It had well-equipped laboratories, demonstration rooms and a library which had many volumes of Russian and foreign scientific books and journals.

The Academy established close contacts with the coal and ore mining industries. The scientists carried out scientific research and worked on important mining problems.

The rapid growth of the mining industry called for the training of more highly-qualified specialists and the establishment of new educational institutions.

New collieries and open-cast mines, concentration plants, metallurgical works and metal-working factories for processing non-ferrous and ferrous metals appeared in the country. The people took an active part in the construction of new industrial enterprises.

The Academy alone could not cope with the problem of training specialists. In 1930 the Moscow Mining Academy was transformed into six independent institutes. Among the new colleges which grew out of the Academy's departments were the Moscow Mining Institute and the Moscow Institute of Geological Prospecting. Later, the scientific research Institute of Mining appeared near Moscow.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. There were four departments in the Academy.
2. The Academy introduced a new course in coal mining mechanization.
3. In 1925 the Academy had only several well-equipped laboratories, demonstration rooms and a library which had many volumes of books.
4. The Academy established close contacts with the coal industry.
5. In 1930 the Academy was transformed into six independent institutes.
6. The Moscow Mining Institute and the Moscow Institute of Geological Prospecting were among the new colleges which grew out of the Academy's departments.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What was the main task of the Academy?
2. What new course did the Academy introduce?
3. Were there three or four departments at the Academy?
4. What industries did the Academy establish contacts with?
5. Who wrote the first textbook on machinery' for mining bedded deposits?
6. Why was the Academy transformed into six independent institutes?
7. Why was the Academy transformed?

3. Переведите следующие сочетания слов.

а) обогатительная фабрика
б) подготовка горных инженеров
в) разведка нефти
г) обработка цветных металлов

д) техническое образование
е) новый (учебный) курс по
ж) принимать активное участие
з) проводить исследования
и) направлять научную деятельность
к) горное оборудование
л) пластовые месторождения

№2

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

change - v изменяться, менять(ся); *syn.* **transform, alter;** *n* изменение, перемена; превращение

determine - v определить, устанавливать

engineering - *n* техника; технология; машиностроение**;** *syn.* **technics, technology, technique; machinery**

composition - *n* структура, состав

connect - v соединяться; *syn* **combine, link**

enterprise - *n* предприятие; предприимчивость

deal (dealt) v **(with) -** иметь дело с; рассматривать

environment - *n* окружающая обстановка**,** среда

demand - *n* спрос

field - *n* область, сфера деятельности; поле, участок, месторождение; бассейн; *syn* **basin, branch**

design - *n* проект; план, чертеж; конструкция; v проектировать, планировать; конструировать

graduate - v окончить (высшее учебное заведение), *амер.* окончить любое учебное заведение; *n* лицо, окончившее высшее учебное заведение; **undergraduate (student) -** студент последнего курса; **postgraduate (student) -** аспирант; **graduation paper -** дипломная работа

hardware - *n* аппаратура, (аппаратное) оборудование, аппаратные средства; техническое обеспечение

hydraulic - *a* гидравлический, гидротехнический

introduction - *n* введение, вступление

management - *n* управление, заведование; *syn.* **administration; direction**

offer - *v* предлагать *(помощь, работу);* предоставлять; *n* предложение

property - *n* свойство

protection - *n* защита, охрана

range - *n* область, сфера; предел; диапазон; радиус действия; ряд; серия

recreation - *n* отдых, восстановление сил; развлечение

reveal - v показывать, обнаруживать

rock - *n* горная порода

shape - *n* форма

software - *n* программное обеспечение; программные средства

skill - *n* мастерство; умение; **skilled -** *a* квалифицированный; опытный; умелый

survey - *n* съемка, маркшейдерская съемка; v производить маркшейдерскую или топографическую съемку, производить изыскания; *n* **surveying** съемка, маркшейдерские работы

value - *n* ценность, стоимость; величина; v ценить, оценивать; **valuable** *a* ценный

workshop - *n* мастерская, цех; семинар

to be of importance - иметь значение

to give an opportunity of - дать возможность

to meet the requirements - удовлетворять требованиям (потребности)

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 2: Mining and Geological Higher Education in Russia

In Russia young people get mining education at special institutes which train geologists and mining engineers for coal and ore mining. The total number of students of an institute includes full-time students, part-time students and postgraduate students.

Russian higher educational establishments offer different specializations for the students. Thus, at the geological institutes, the students specialize in geology, the science which deals with different problems connected with the Earth, its history, the study of rocks, their physical and chemical properties. One of the main tasks of geology is to prospect, discover and study the deposits of useful minerals.

Geology is both a theoretical and an applied science. Mining geology is of great importance to the mining engineer. As a rule, mining geology includes economic geology.

The outstanding Russian geologist V.A. Obruchev says that geology is the science of the Earth which reveals to us how the Earth took shape, its composition and its changes. Geology helps prospect for ores, coal, oil, salt and other useful minerals.

Higher mining schools (universities, academies, institutes and colleges) develop a wide range of courses and programmes that meet the requirements of the society .They offer courses in mining technology, machinery and transport, hydraulic engineering, electrical engineering, industrial electronics, automation, surveying, geodesy, information technology, etc.

The main trend in the development of higher mining education is the introduction of courses in environmental protection, management (environmental human resources), economics and management of mining enterprises, marketing studies, computer-aided design (CAD) and others.

Computer science is also of great importance. The course aims at providing students with understanding how software and hardware technology helps solving problems.

Laboratory work is an important part in training specialists. Experiments in laboratories and workshops will help students to develop their practical skills. They have a short period of field work to gain working experience.

The students go through practical training at mines, plants and other industrial enterprises.. They become familiar with all stages of production and every job from worker to engineer. Here they get practical knowledge and experience necessary for their diploma (graduation) papers.

A lot of students belong to students' scientific groups. They take part in the research projects which their departments usually conduct. Postgraduates carry out research in different fields of science and engineering.

Sport centres give the students opportunities to play different sports such as tennis, football, basketball, volleyball, swimming, ' skiing, water polo, boxing, wrestling and others.

Students graduate from mining and geological higher schools as mining engineers, mining mechanical engineers, ecologists, mining electrical engineers, geologists, economists and managers for mining industry.

1. Переведите следующие сочетания слов.

а) широкий круг проблем
б) денные месторождения полезных ископаемых
в) горный инженер-механик
г) вести научно-исследовательскую работу
д) принимать форму
е) техническое и программное обеспечение
ж) студенты (последнего курса)
з) дипломная работа
и) физические и химические свойства
к) месторождение полезных ископаемых

1. оканчивать институт
2. поступать в университет
3. получать образование

4. готовить геологов и горних инженеров
5. высшие горные учебные заведения
6. приобретать опыт
7. студенческие научные общества
8. заниматься различными видами спорта

№3

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

accurate - *a* точный, правильный; **accuracy** - *n* точность

archive - *n* архив

attend - v посещать *(лекции, практические занятия, собрания)*

comprehensive - *a* всесторонний, исчерпывающий

concern - v касаться, относиться; иметь отношение к чему-л.; *n* дело, отношение; важность; **concerning** *prep* относительно, касательно

consider - v рассматривать; считать; **considerable** - значительный, важный; **consideration** - *n* рассмотрение; обсуждение

draw (drew, **drawn**) - v *зд,* чертить, рисовать; **draw the conclusion** делать вывод; *syn* **come to the conclusion**

employ - v применять, использовать; предоставлять *(работу); syn* **use, utilize, apply; employment** - *n* служба; занятие; применение, использование

familiarize - v знакомить; осваивать

fundamental - *n pl* основы *(наук)*

levelling - *n* нивелирование, сглаживание *(различий);* выравнивание

number - *n* число, количество, большое количество; *(порядковый)* номер, ряд

observe - v наблюдать, следить *(за чём-л.),* соблюдать *(правило, обычаи)*

obtain - v получать; достигать; добывать; *syn* **get, receive**

present - v преподносить, дарить; подавать, представлять; **presentation** - *n* изложение; предъявление

proximity - *n* близость, соседство; **in proximity to** поблизости, вблизи от *(чего-л.)*

require - v требовать; *syn* **call for; demand; meet the requirements** удовлетворять требованиям

traversing - *n* горизонтальная съемка

to keep in close touch with - поддерживать связь с

to touch upon (on) затрагивать, касаться вкратце *(вопроса)*

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 3: Mining Education in Great Britain

In Great Britain the students get mining education at special colleges and at mining departments of universities.

For example, the Mining Department at the University of Nottingham ranks as one of the foremost teaching and research mining schools in Great Britain. The students come to the University from all parts of the country and from abroad. The close proximity of Nottingham to mines extracting coal and different metals makes it possible for the University to keep in close touch with new achievements in mining.

The aim of training at the University is to give the student an understanding of applied science based on lectures, tutorial system, laboratory work and design classes. The laboratory work trains the student in accurate recording of observations, drawing of logical conclusions and presentation of scientific reports. Besides, it gives the student an understanding of experimental methods and familiarizes him (or her) with the characteristics of engineering materials, equipment and machines.

At Nottingham there are two types of laboratories, general and Specialized. General laboratories deal with the fundamentals of engineering science and specialized ones1 study the more specialized problems in different branches of engineering.

During the final two years of his course the student gets a comprehensive training in surveying. Practical work both in the field and in drawing classes forms an important part of this course. Besides, the students have practical work in survey camps during two weeks. The equipment available for carrying out traversing, levelling, tacheometric and astronomical surveying is of the latest design.

The practical and laboratory work throughout the three or four years of study forms a very important part of the course, so the students obtain the required standard in their laboratory course work before they graduate.

British educational system is fee-paying. The annual fee includes registration, tuition, examination, graduation and, in the case of full-time students, membership of the Union of Students.

Students from all over the world (nearly 100 countries) study at the University of Nottingham. For many years the University has had a thriving community of international students.

The University pays much attention to learning foreign languages. For individual study there is a 16-place self-access tape library with a tape archive of 3,000 tapes in 30 languages. There are also 16 video work stations where the students play back video tapes or watch TV broadcasts in a variety of languages.

1. Определите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. In Great Britain the students can get mining education only at special colleges.
2. The training at universities is based on tutorial system.
3. The laboratory work familiarizes the student with modern equipment.
4. There are three types of laboratories at the University of Nottingham.
5. When the students study surveying, they have practical work both in the field and in drawing classes.
6. The students from abroad don't study at Nottingham.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. Where can one get mining education in Great Britain?
2. Is the Mining Department at the University of Nottingham one of the foremost research mining schools in Great Britain?
3. What makes it possible for the University to keep in close touch with the, achievements in mining?
4. What are the students supposed to do in the laboratories?
5. Will the students have practical work in survey camps or in the laboratories?
6. What do the students use surveying equipment for?
7. What can you say about studying foreign languages at the University?

№4

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

advance - *n* прогресс, успех; продвижение вперед; v делать успехи, развиваться, продвигаться вперед; **advanced courses** курсы по расширенной программе

authority - *n* администрация; начальство

differ - v (from) отличаться (от); **difference** *n* различие; разница; **different** *a* различный; *syn* **various**

excavate - v добывать *(уголь);* вырабатывать полезное ископаемое открытым способом; вынимать *(грунт);* **excavation** - *n* открытая разработка карьером; разрез, карьер; **surface excavation** открытая разработка; *syn* **open-cast (opencast)**

experience - *n* жизненный опыт; опыт работы; стаж

found - v основывать**; *syn* establish, set up; foundation** - *n* основание; учреждение; основа; **lay the foundation** положить начало чему-л , заложить основу чего-л.

manage - v управлять, заведовать, справляться, уметь обращаться; **management** - *n* управление, заведование; правление, дирекция; **management studies** - наука об управлении

mean (meant) - *v* значить, иметь значение, подразумевать; намереваться, иметь в виду; **means** - *n, pl* средства, **meaning** - *n* значение, **by means of** посредством (чего-л)

metalliferous – *a* содержащий металл, рудоносный

preliminary - *a* предварительный**; preliminary course** подготовительные курсы

realize - v представлять, себе; понимать *(во всех деталях); **syn*** **understand**

recognize - *v* признавать; узнавать

work out -v разрабатывать *(план);* решать задачу

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 4: Mining Education in Great Britain (continued)

At present in Great Britain there are a number of universities and colleges which give instruction in mechanical engineering, mining, metallurgy, etc. These institutions provide full-time and part-time education. It should be noted that technical colleges confer diplomas' on college graduates.

A university graduate leaves with the degree of Bachelor of Arts or Bachelor of Science, which is an academic qualification awarded by universities.

For example, the University in Cardiff has become one of the largest in Wales. It is one of the four colleges which together with the Welsh National School of Medicine form the University of Wales. There is the Mining Engineering Department in the University of Wales. The Department deals with the whole range of extractive industries such as coal and metalliferous mining, quarrying and oil technology.

After graduating from the college a student can be recommended for entry to the university by a college authority and he can apply for admission to the university.

At the Mining Department students may take several courses such as geology, mining engineering, mine surveying, quarrying, management studies and others. It has become a tradition that the courses are based on an intensive tutorial system. It means that students are allotted to members of the teaching staff for individual tuition separately in mining, in quarrying and in mine surveying. The system is founded on that of the older universities of Great Britain.

At the Department of Mining Engineering of the Newcastle University mining has now become a technically advanced profession. The Department of Mining Engineering trains industrially experienced engineers through various advanced courses in rock mechanics and surface excavation. For many years the Mining Engineering Department at Newcastle has recognized the need for highly-qualified engineers and realized that the courses in rock mechanics and surface excavation are of great importance for mining engineers.

At the University a student studies for three or four years. The organization of the academic year is based on a three-term system which usually runs from about the beginning of October to the middle of December, from the middle of January to the end of March and from the middle of April to the end of June or the beginning of July.

Students course is designed on a modular basis. Modules are self-contained 'units' of study, which are taught and assessed independently of each other. When a student passes a module, he (she) gains a credit. All modules carry a number of credits. At the end of the term, the number of credits a student gets, determines the award he (she) receives. Each module is continuously assessed by coursework and/or end-of-term examinations.

Admission to the British universities is by examination and selection. The minimum age for admission to the four-year course is normally 18 years. Departments usually interview all the candidates. The aim of the interview is to select better candidates.

Just over half of all university students live in colleges, halls of residence, or other accommodation provided by their university, another third lives in lodgings or privately rented accommodation; and the rest live at home.

1. Определите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. At present there are about a hundred technical institutions in Great Britain.
2. It should be noted that British colleges confer degrees.
3. As a rule a college authority recommends the graduates for entry to the university.
4. At the Mining Engineering Department of the University of Wales the students study only metalliferous mining.
5. At the Mining Engineering Department the courses are based on an intensive tutorial system.
6. The Mining Engineering Department at the Newcastle University has recognized the importance of teaching rock mechanics and surface excavation (open-cast mining).

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. Are there many technical institutions in Great Britain?
2. What is the difference between colleges and universities?
3. Is the Mining Engineering Department the only one in the University of Wales?
4. Does the Mining Engineering Department deal only with metalliferous mining?
5. Can a student enter the university after he has graduated from the college?
6. What courses are of special importance for mining engineers?
7. What do you know about the organization of the academic year at British universities?
8. When do the students take their examinations?

3. Переведите следующие сочетания слов.

а) курсы по расширенной программе
б) рудоносные отложения
в) средства производства
г) горный факультет
д) открытые горные работы
е) опытный инженер
ж) администрация колледжа
з) поощрять студентов
и) отвечать требованиям университета
к) наука об управлении

1. зависеть от условий
2. значить, означать
3. признать необходимость (чего-л.)
4. ежегодная производительность (шахты)
5. начальник шахты
6. добывающая промышленность
7. представлять особую важность
8. механика горных пород
9. единственный карьер
10. основывать факультет (школу, систему и т.д.)

№5

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

abyssal - *a* абиссальный, глубинный; **hypabissal** - *a* гипабиссальный
adjacent - *a* смежный, примыкающий
ash - *n* зола
belt - *n* пояс; лента; ремень
body - *n* тело, вещество; **solid (liquid, gaseous) bodies** твердые (жидкие, газообразные) вещества; породная масса; массив; месторождение; пласты
common - *a* обычный; общий; *syn* **general;** *ant* **uncommon**
cool - v охлаждать(ся); остывать; прохладный; *ant* **heat** нагревать(ся)

dimension - *n* измерение; *pl* размеры; величина; *syn* **measurement, size**
dust - *n* пыль
dyke – *n* дайка
extrusion - *n* вытеснение; выталкивание; *ant* **intrusion** вторжение; *геол.* интрузия *(внедрение в породу изверженной массы)*
fine - *a* тонкий, мелкий; мелкозернистый; высококачественный; тонкий; прекрасный, ясный (о *погоде);* изящный; **fine-graded (fine-grained)** мелкозернистый, тонкозернистый; **fines** - *n pl* мелочь; мелкий уголь
flow - v течь; литься; *n* течение; поток; **flow of lava** поток лавы
fragmentary - *a* обломочный, пластический
glass - *n* стекло; **glassy** - *a* гладкий, зеркальный; стеклянный
gold - *n* золото
inclined - *a* наклонный
mica - *n* слюда
permit - *v* позволять, разрешать; *syn* **allow, let; make possible**
probably - *adv* вероятно; *syn* **perhaps, maybe**
shallow - *a* мелкий; поверхностный; *ant* **deep** глубокий
sill - *n* силь, пластовая интрузия
stock - *n* шток, небольшой батолит
vein - *n* жила, прожилок, пропласток

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 5: Igneous Rocks

Igneous rocks have crystallized from solidified magma.

Igneous rocks can be classified in a number of ways and one of (hem is based on mode of occurrence. They occur either as intrusive (below the surface) bodies or as extrusive masses solidified at the Earth's surface. The terms "intrusive" and "extrusive" refer to the place where rocks solidified.

The grain size of igneous rocks depends on their occurrence. The intrusive rocks generally cool more slowly than the extrusive rocks and crystallize to a larger grain size. The coarser-grained intrusive rocks with grain size of more than 0.5 mm called plutonic or abyssal are referred to as intrusive igneous rocks because they are intruded into older pre-existing rocks. Extrusive or volcanic rocks have even finer grains, less than 0.05 mm and are glassy.

Exposed igneous rocks are most numerous in mountain zones for two reasons. First, the mountain belts have been zones of major deformation. Second, uplifts in mountain belts have permitted plutonic masses to be formed.

The largest bodies of igneous rocks are called batholiths. Batholiths cooled very slowly. This slow cooling permitted large mineral grains to form. It is not surprising that batholiths are composed mainly of granitic rocks with large crystals called plutons. As is known, granites and diorites belong to the group of intrusive or plutonic rocks formed by solidification of igneous mass under the Earth's crust. Granites sometimes form smaller masses called stocks, when the occurrence has an irregular shape but smaller dimensions than the batholiths.

Laccoliths and sills, which are very similar, are intruded between sedimentary rocks. Sills are thin and they may be horizontal, inclined or vertical. Laccoliths are thicker bodies and in some cases they form mountains.

Dykes are also intrusive bodies. They range in thickness from a few inches to several thousand feet. Dykes are generally much longer than they are wide. Most dykes occupy cracks and have straight parallel walls. These bodies cool much more rapidly and are commonly fine-grained. For example, granite may occur in dykes that cut older rocks.

Pegmatites (quartz, orthoclase and mica) also belong to the group of plutonic or intrusive rocks. They occur in numerous veins which usually cut through other plutonites, most often granite, or adjacent rocks.

Extrusive igneous rocks have been formed from lava flows which come from fissures to the surface and form fields of volcanic rocks such as rhyolite, andesite, basalt, as well as volcanic ashes and dust, tuff, etc. As a rule, these rocks of volcanic origin cool rapidly and are fine-grained. It is interesting to note that basalt is the most abundant of all lavatypes. It is the principal rock type of the ocean floor.

Igneous rocks are rich in minerals that are important economically or have great scientific value. Igneous rocks and their veins are rich in iron, gold, zinc, nickel and other ferrous metals.

1). Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Igneous rocks have been formed by sedimentation.
2. Intrusive rocks have been formed by the cooling of rocks of the Earth's crust.
3. Extrusive rocks have been formed the same way.
4. The grain size of igneous rocks depends on mode of occurrence.
5. Exposed igneous rocks are numerous in mountain zones.
6. Granites and diorites belong to the group of extrusive rocks.
7. As a rule, granite may occur in dykes.
8. Pegmatites do not belong to the group of plutonic or intrusive rocks.

2). Ответьте на вопросы:

1. Have igneous rocks crystallized from magma or have they been formed by sedimentation?
2. Which types of igneous rocks do you know?
3. What does the grain size of igneous rocks depend on?
4. Can you give an example of intrusive or plutonic rocks?
5. Are diorites intrusive or extrusive formations?
6. What do you know about batholiths?
7. Do pegmatites belong to the group of plutonic or volcanic rocks?
8. How do pegmatites occur?
9. What minerals are igneous rocks rich in?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов в сочетаний слов:

1.	adjacent layers	а) способ залегания
2.	abyssal rocks	б) крупнозернистый
3.	dimensions of crystals	в) зоны крупных нарушений
4.	valuable minerals	г) абиссальные (глубинные) породы
5.	shape and size of grains	д) смежные пласты (слои)
6.	mode of occurrence	е) размеры кристаллов
7.	coarse-grained	ж) взбросы
8.	uplifts	з) форма и размер зерен
9.	zones of major deformation	и) ценные минералы

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих сочетаний слов:

1.	затвердевшие массы	а) irregular shape
2.	обломочные породы	б) at a certain depth
3.	медленно остывать	в) economically important
4.	мелкозернистый	г) solidified masses
5.	многочисленные трещины	д) scientific value
6.	неправильная форма	е) to cool slowly
7.	на определенной глубине	ж) existing types of rocks
8.	экономически важный	з) fine-grained
9.	научная ценность	и) fragmentary rocks

10. существующие типы пород к) numerous cracks or fissures

№6

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

band - *n* слой; полоса; прослоек *(породы); syn* **layer**
cleave - *v* расщепляться; трескаться, отделяться по кливажу; **cleavage** *n* кливаж
constituent - *n* составная часть, компонент
define - *v* определять, давать определение
distribute - v **(among)** распределять (между); раздавать;
disturb - *v* нарушать; смещать
excess - *n* избыток, излишек; *ant* **deficiency**
flaky - *a* слоистый; похожий на хлопья
fluid - *n* жидкость; жидкая или газообразная среда
foliate - *v* расщепляться на тонкие слои; **foliated** - *a* листоватый, тонкослоистый; *syn* **flaky**
marble - *n* мрамор
mention - *v* упоминать, ссылаться; *n* упоминание
plate - *n* пластина; полоса *(металла)*
pressure - *n* давление; **rock pressure (underground pressure)** горное давление, давление горных пород
relate - *v* относиться; иметь отношение; **related** *a* родственный; **relation** - *n* отношение; **relationship** - *n* родство; свойство; **relative** - *a* относительный; соответственный
run (ran, run) - *v* бегать, двигаться; течь; работать (о *машине);* тянуться, простираться; управлять *(машиной);* вести *(дело, предприятие)*
schistose - *a* сланцеватый; слоистый
sheet - *n* полоса
slate - *n* сланец; *syn* **shale**
split (split) - *v* раскалываться, расщепляться, трескаться; *syn* **cleave**
trace - *n* след; **tracing –** *n* прослеживание
at least по крайней мере
to give an opportunity (of) давать возможность *(кому-л., чему-л.)*

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 6: Metamorphic Rocks

The problem discussed concerns metamorphic rocks which compose the third large family of rocks. "Metamorphic" means "changed from". It shows that the original rock has been changed from its primary form to a new one. Being subjected to pressure, heat and chemically active fluids beneath the Earth's surface, various rocks in the Earth's crust undergo changes in texture, in mineral composition and structure and are transformed into metamorphic rocks. The process described is called metamorphism.

As is known, metamorphic rocks have been developed from earlier igneous and sedimentary rocks by the action of heat and pressure.

Gneisses, mica schists, phyllites, marbles, slate, quartz, etc. belong to the same group of rocks. Having the same mineral composition as granite, gneisses consist chiefly of quartz, orthoclase and mica. However unlike granite, they have a schistose structure. It means that their constituents are distributed in bands or layers and run parallel to each other in one direction. If disturbed the rock cleaves easily into separate plates.

The role of water in metamorphism is determined by at least four variable geologically related parameters: rock pressure, temperature, water pressure, and the amount of water present.

During a normal progressive metamorphism rock pressure and temperature are interdependent, and the amount of water and the pressure of water are related to the sediments and to the degree of metamorphism in such a way that, generally speaking, the low-grade metamorphic rocks are

characterized by the excess of water. The medium-grade rocks defined by some deficiency of water and the high-grade metamorphic rocks are characterized by the absence of water.

Many of the metamorphic rocks mentioned above consist of flaky materials such as mica and chlorite. These minerals cause the rock to split into thin sheets, and rocks become foliated.

Slate, phyllite, schist and gneiss belong to the group of foliated metamorphic rocks. Marble and quartzite are non-foliated metamorphic rocks.

The structure of metamorphic rocks is of importance because it shows the nature of pre-existing rocks and the mechanism of metamorphic deformation. Every trace of original structure is of great importance to geologists. It gives an opportunity of analysing the causes of its metamorphism.

Being often called crystalline schists, metamorphic rocks such as gneisses and mica have a schistose structure. Metamorphic rocks represent the oldest portion of the Earth's crust. They are mostly found in the regions of mountain belts where great dislocations on the Earth once took place.

1). Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Generally speaking, metamorphic rocks have been developed from ores.
2. Marble, slate and phyllite belong to the group of metamorphic rocks.
3. As is known, unlike granite metamorphic rocks have a schistose structure.
4. It is quite obvious that the role of water in metamorphism is great.
5. As a rule, low-grade metamorphic rocks are characterized by the absence of water.
6. Flaky materials cause the rock to split into thin sheets.
7. It should be noted that marble and quartzite are foliated metamorphic rocks.
8. The structure of metamorphic rocks shows the nature of older preexisting rocks and the mechanism of metamorphic deformation as well.
9. All metamorphic rocks are non-foliated.

2). Ответьте на вопросы:

1. Do you know how metamorphic rocks have been formed?
2. Which rocks belong to the group of metamorphic?
3. Does gneiss have the same structure as granite?
4. Is the role of water great in metamorphism?
5. What rocks do we call foliated? What can you say about non-foliated metamorphic rocks?
6. How can geologists trace the original structure of metamorphic rocks?
7. Why are metamorphic rocks often called crystalline schists?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. as a result of the chemical and physical changes
2. constituents of rocks
3. to be subjected to constant development
4. to undergo changes
5. excess of water
6. low-grade ores
7. coal band
8. to cleave into separate layers
9. traces of original structure
10. generally speaking

а) полоса (или прослоек) угля
б) составляющие пород
в) расщепляться на отдельные слои
г) вообще говоря

д) в результате химических и физических изменений
е) избыток воды
ж) изменяться
з) находиться в постоянном развитии
и) низкосортные руды
к) следы первоначальной структуры

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. иметь значение
2. упомянутые выше
3. сланцеватая структура
4. в отличие от гранита
5. недостаток воды
6. существовавшие ранее породы
7. слоистые породы
8. мрамор и сланец
9. гнейс
10. давать возможность
11. определять структуру

а) unlike granite
б) to be of importance
в) pre-existing rocks
г) mentioned above
д) schistose structure
е) to give an opportunity (of doing smth)
ж) to define (determine) rock texture
з) deficiency of water
и) flaky rocks
к) marble and slate
л) gneiss

№7

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

aerial - *a* воздушный; надземный

certain - *a* определенный; некоторый; **certainly** *adv* конечно

cost - (cost) v стоить; *n* цена; стоимость

crop - v (out) обнажать(ся), выходить на поверхность *(о пласте, породе); syn* **expose;** засевать, собирать урожай

dredging - *n* выемка грунта; драгирование

drill - v бурить, сверлить; *n* бурение, сверление; бурильный молоток; **drilling** - *n* бурение, сверление; **core-drilling** колонковое (керновое) бурение

drive (drore, **driven**) - v проходить *(горизонтальную выработку);* приводить в движение; управлять *(машиной); n* горизонтальная выработка; привод; передача

evidence – *n* основание; признак(и); свидетельства

expect - v ожидать; рассчитывать; думать; предлагать

explore - v разведывать месторождение полезного ископаемого с попутной добычей; **exploratory** - *a* разведочный; **exploration** - *n* детальная разведка; разведочные горные работы по месторождению

galena - *n* галенит, свинцовый блеск

indicate - v указывать, показывать; служить признаком; означать

lead - *n* свинец

look for - v искать

open up - v вскрывать *(месторождение);* нарезать *(новую лаву, забой);* **opening** - *n* горная выработка; подготовительная выработка; вскрытие месторождения

panning - *n* промывка *(золотоносного песка в лотке)*

processing - *n* обработка; - **industry** обрабатывающая промышленность

prove - v разведывать *(характер месторождения или залегания);* доказывать; испытывать, пробовать; **proved** - *a* разведанный, достоверный; **proving** - *n* опробование, предварительная разведка

search - v исследовать; (for) искать *(месторождение); n* поиск; *syn* **prospecting**

sign - *n* знак, символ; признак, примета

store - v хранить, накапливать *(о запасах)*

work - v работать; вынимать, извлекать *(уголь, руду);* вырабатывать; **workable** - *a* подходящий для работы, пригодный для разработки, рабочий *(о пласте);* рентабельный; **working** - *n* разработка, горная выработка

country rock коренная (основная) порода

distinctive properties отличительные свойства

malleable metal ковкий металл

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 7: Prospecting

Mining activities include prospecting and exploration for a mineral deposit through finding, proving, developing, extracting and processing the ore. That is why it is possible to divide the mining activity into three major phases: 1) before mining which involves prospecting and exploration required to locate, characterize and prove a potential ore body; 2) mining which refers to actual coal or ore extraction. Extraction processes include underground or surface mining and dredging; 3) after mining which involves processing and preparing the raw ore for the end product.

As has already been said, before a mineral deposit can be worked, that is, before it can be extracted from the Earth for use by man, it must first be found. The search for economically useful mineral deposits is called prospecting. To establish the quality and quantity of a mineral deposit, the type of country rock, etc. means to prove it and this process is called proving. Prospecting and proving are only two different stages of mining geological exploration, the latter includes drilling and driving of openings.

Last century prospectors looked for visible evidence of mineralization on the surface of the Earth. To recognize valuable minerals it was necessary to know their various distinctive physical properties. For example, gold occurs in nature as a heavy malleable yellow metal. -Galena, the most important mineral containing lead, is dark grey, heavy and lustrous. The first ores of iron to be mined were deposits of magnetite, a black heavy mineral capable of attracting a piece of iron.

As the deposits of mineral that cropped out at the surface were mined, the search for additional supplies of minerals took place. The science of geology was used to explain the occurrence of ore deposits.

The aim of geological prospecting is to provide information on a preliminary estimation of the deposit and the costs of the geological investigations to be made. It also indicates whether it is available to continue the exploration or not.

Prospecting work includes three stages: 1) finding signs of the mineral; 2) finding the deposit; 3) exploring the deposit.

General indications of the possibility of exposing this or that mineral in a locality can be obtained by studying its general topographical relief, the type of ground and its general natural conditions. Thus, in mountainous regions where fissures were formed during the process of mountain formation, ore minerals could be expected in the fissure fillings. In hilly regions, sedimentary deposits would be expected.

Certain deposits are found only in a particular type of ground. Coal seams, for example, are found in sedimentary formations mainly consisting of sandstones and shales. Veins, on the other hand,

are found in crystalline (igneous) rocks, and the type of country rock usually determines the type of minerals.

At present, prospecting methods to be used are as follows:

1. Surface geological and mineralogical prospecting such as panning.
2. Geophysical, geochemical, geobotanical prospecting.
3. Aerial photography with geological interpretation of the data to be obtained is highly effective from aircraft or helicopter. Besides, successful development of space research has made it possible to explore the Earth's resources from space by satellites.

In modern prospecting the methods mentioned above are used together with the study of geological maps.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The search for economically useful mineral deposits is called proving.
2. Last century prospectors looked for visible evidence of mineral deposits.
3. The first ores of iron to be mined were deposits of galena.
4. The science of geology can explain the mode of occurrence of ore deposits.
5. As a rule prospecting includes four stages.
6. The study of general topographical relief and the type of ground makes it possible to expose this or that deposit.
7. Geologists know that certain deposits are only found in a particular type of ground.
8. As is known, veins are found in metamorphic rocks.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What is prospecting?
2. What is proving?
3. How did prospectors find mineral deposits in the 19th century?
4. Does gold occur in nature as a heavy malleable yellow metal or as a heavy dark-grey one?
5. What metal is capable of attracting a piece of iron?
6. What does prospecting work provide?
7. What are the three main stages of prospecting?
8. Is it enough to know only the topographical relief of a locality for exposing this or that mineral?
9. What methods of prospecting do you know?
10. What are the most effective aerial methods of prospecting now?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. country rock	а) залегание рудных месторождений
2. panning	б) блестящий металл
3. the search for commercially useful deposits	в) коренная (основная) порода
4. geological exploration	г) дополнительные запасы минералов
5. to look for evidence of mineralization	д) промывка (золотоносного песка в лотке)
6. distinctive properties	е) геологическая разведка (с попутной добычей)
7. lustrous metal	ж) искать доказательства наличия месторождения
8. capable of attracting a piece of iron	з) отличительные свойства
9. additional supplies of minerals	и) поиски экономически полезных месторождений
10. the occurrence of ore deposits	к) способный притягивать кусок металла

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1.	стоимость геологических исследований	а) the data obtained
2.	выходить на поверхность (обнажаться)	б) galena, sandstones and shales
3.	произвести предварительную оценку (месторождения)	в) the cost of geological investigations
4.	визуальные наблюдения с воздуха	г) to crop out
5.	полученные данные	д) certain ore deposits
6.	галенит, песчаники и сланцы	е) to make a preliminary estimation (of a deposit)
7.	общие показания	ж) visual aerial observations
8.	находить признаки месторождения	з) to find the signs of a deposit
9.	определенные рудные месторождения	и) general indications

№8

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

adit - *n* горизонтальная подземная выработка, штольня

angle - *n* угол

approximate - *a* приблизительный

bit - *n* режущий инструмент; буровая коронка, коронка для алмазного бурения; головка бура, сверло; **carbide bit** армированная коронка, армированный бур; **diamond bit** - алмазная буровая коронка

borehole - *n* скважина, буровая скважина

crosscut - *n* квершлаг

dip - *n* падение *(залежи);* уклон, откос; v падать

enable - v давать возможность или право *(что-л. сделать)*

exploit - v разрабатывать *(месторождение);* эксплуатировать; **exploitation** - *n* разработка; эксплуатация

measure - *n* мера; мерка; критерий; степень; *pl* свита, пласты; v измерять

overburden - *n* покрывающие породы, перекрывающие породы; верхние отложения, наносы; вскрыша

pit - *n* шахта; карьер, разрез; шурф

reliable - *a* надежный; достоверный

rig - *n* буровой станок, буровая вышка; буровая каретка; буровое оборудование

sample - *n* образец; проба; v отбирать образцы; опробовать, испытывать

section - *n* участок, секция, отделение, отрезок, разрез, профиль, поперечное сечение; **geological** ~ геологический разрез *(пород)*

sequence - *n* последовательность; порядок следования; ряд

sink (sank, sunk) - v проходить *(шахтный ствол, вертикальную выработку);* углублять; погружать; опускать; **sinking** - *n* проходка *(вертикальных или наклонных выработок);* **shaft sinking** - проходка ствола

slope - *n* наклон; склон; бремсберг; уклон; v клониться, иметь наклон; **sloping** - *a* наклонный; **gently sloping** - с небольшим наклоном

steep - *a* крутой, крутопадающий, наклонный

strike - *n зд.* простирание; v простираться; **across the strike** - вкрест простирания; **along (on) the strike** по простиранию

trench - *n* траншея, канава; котлован; v копать, рыть, шурфовать

to make use (of) использовать, применять

to take into consideration принимать во внимание; *syn* **take into account**

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 8: Exploration of Mineral Deposits

Exploration is known to include a whole complex of investigations carried out for determining the industrial importance of a deposit. The main task is to determine the quality and quantity of mineral and the natural and economic conditions in which it occurs. The exploration of the deposit is divided into three stages, namely preliminary exploration, detailed exploration and exploitation exploration.

The aim of preliminary exploration is to establish the general size of a deposit and to obtain an approximate idea of its shape, dimensions and quality. At this stage the geological map of the deposit is corrected and a detailed survey of its surface is completed.

The information on the preliminary exploration is expected to give an all-round description of the deposit which will enable the cost of its detailed exploration to be estimated.

The following points should be taken into consideration: 1) the shape and area of the deposit; 2) its depth and angles of dip and strike; 3) its thickness; 4) the properties of the surrounding rock and overburden; 5) the degree of uniformity of distribution of the mineral within the deposit and the country rock, etc.

Preliminary explorations can make use of exploratory openings such as trenches, prospecting pits, adits, crosscuts and boreholes. They are planned according to a definite system, and some are driven to a great depth.

All the exploratory workings are plotted on the plan. These data allow the geologist to establish the vertical section of the deposit.

The quality of the mineral deposit is determined on the basis of analyses and tests of samples taken from exploratory workings.

The method of exploration to be chosen in any particular case depends on the thickness of overburden, the angle of dip, the surface relief, the ground water conditions and the shape of the mineral deposit.

The task of the detailed exploration is to obtain reliable information on the mineral reserves, their grades and distribution in the different sectors of the deposit. Detailed exploration data provide a much more exact estimate of the mineral reserves.

Mine or exploitation exploration is known to begin as soon as mining operations start. It provides data for detailed estimates of the ore reserves of individual sections. It facilitates the planning of current production and calculating the balance of reserves and ore mined.

The searching and discovering of new mineralized areas are based on geological survey and regional geophysical prospecting. The results of these investigations provide data on iron-bearing formations and new deposits for commercial extraction.

In detailed exploration both underground workings and borehole survey are used. Core drilling with diamond and carbide bits is widely used. Non-core drilling is also used in loose rocks in combination with borehole geophysical survey.

One of the main methods to explore coal deposits is also core-drilling. Modern drilling equipment makes it possible to accurately measure bed thickness and determine structure of beds, faults and folds. Recording control instruments are attached to drilling rigs which allow the geologists to get reliable samples good for nearly all parameters of coal quality to be determined.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The purpose of preliminary exploration is to determine the mineral reserves and their distribution in the different sectors of the deposit.
2. The properties of the surrounding rock and overburden should be taken into consideration during the preliminary exploration.
3. The purpose of the detailed exploration is to find out the quantity (reserves) of the deposit.
4. Exploitation exploration facilitates the planning of current production.
5. Both core drilling and non-core drilling are widely used.

6. Recording control instruments allow geologists to get reliable ore samples.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What stages does exploration include?
2. What is the main purpose of preliminary exploration?
3. What should be taken into consideration by geologists during preliminary exploration?
4. What exploratory openings do you know?
5. Do you know how the quality of the mineral deposit is determined?
6. What is the aim of a detailed exploration?
7. Is core drilling used in prospecting for loose rocks?
8. What is drilling equipment used for?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих сочетаний слов:

1. bedded deposits
2. core drilling
3. the angle of dip of the seam
4. the thickness of overburden
5. exploratory workings
6. composition of minerals
7. pits and crosscuts
8. to exploit new oil deposits
9. sampling
10. geological section

а) мощность наносов
б) разрабатывать новые месторождения нефти
в) шурфы и квершлаги
г) пластовые месторождения
д) опробование (отбор) образцов
е) угол падения пласта
ж) колонковое бурение
з) геологический разрез (пород)
и) состав минералов
к) разведочные выработки

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих сочетаний слов:

1. буровые скважины
2. по простиранию пласта
3. равномерность распределения минерала в залежи
4. водоносность пород
5. карбидные и алмазные коронки
6. детальная разведка
7. использовать новые поисковые методы
8. проникать в залежь
9. коренная порода
10. свойства окружающих пород

а) ground water conditions
б) detailed exploration
в) boreholes
г) along the strike of the bed (seam)
д) carbide and diamond bits
е) the uniformity of mineral distribution in the deposit
ж) the properties of surrounding rocks
з) to make use of new prospecting methods
и) country rock
к) to penetrate into the deposit

3. Подготовка к практическим занятиям (запоминание иноязычных лексических единиц и грамматических конструкций)

Грамматические конструкции представлены на стр. 6 – 40.

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

Семья. Family

родственник relative, relation
родители parents
мать (мама) mother (mom, mum, mama, mamma, mummy, ma)
отец (папа) father (dad, daddy, papa, pa)
жена wife
муж husband
супруг(а) spouse
ребенок, дети child, children
дочь daughter
сын son
сестра sister
брат brother
единственный ребенок only child
близнец twin
близнецы, двойняшки twins
брат-близнец twin brother
сестра-близнец twin sister
однояйцевые близнецы identical twins
тройняшки triplets
бабушка и дедушка grandparents
бабушка grandmother (grandma, granny, grandmamma)
дедушка grandfather (grandpa, granddad, grandpapa, grandad)
внуки grandchildren
внучка granddaughter
внук grandson
прабабушка great-grandmother
прадедушка great-grandfather
прабабушка и прадедушка great-grandparents
правнуки great-grandchildren
тётя aunt
дядя uncle
крестный (отец) godfather
крестная (мать) godmother
отчим, приемный отец stepfather
мачеха, приемная мать stepmother
сводный брат stepbrother
сводная сестра stepsister
брат по одному из родителей half-brother
сестра по одному из родителей half-sister
приемный, усыновленный сын adopted son
приемная, удочеренная дочь adopted daughter
приемный ребенок adopted child
патронатная семья, приемная семья foster family
приемный отец foster father
приемная мать foster mother
приемные родители foster parents

приемный сын foster son
приемная дочь foster daughter
приемный ребенок foster child
неполная семья (с одним родителем) single-parent family
родня the kin, the folks
племянница niece
племянник nephew
двоюродный брат cousin (male)
двоюродная сестра cousin (female)
двоюродный брат (сестра), кузен (кузина) first cousin
троюродный брат (сестра) second cousin
четвероюродный брат (сестра) third cousin
родня со стороны мужа или жены in-laws
свекровь mother-in-law (husband's mother)
свёкор father-in-law (husband's father)
тёща mother-in-law (wife's mother)
тесть father-in-law (wife's father)
невестка, сноха daughter-in-law
зять son-in-law
шурин, свояк, зять, деверь brother-in-law
свояченица, золовка, невестка sister-in-law
семейное положение marital status
холостой, неженатый, незамужняя single
женатый, замужняя married
брак marriage
помолвка engagement
помолвленный, обрученный engaged
развод divorce
разведенный divorced
бывший муж ex-husband
бывшая жена ex-wife
расставшиеся, не разведенные, но не проживающие одной семьей separated
вдова widow
вдовец widower
подружка, невеста girlfriend
друг, парень, ухажер boyfriend
любовник, любовница lover
ухажер, жених, подружка, невеста, обрученный fiance
свадьба wedding
невеста на свадьбе bride
жених на свадьбе (bride)groom
медовый месяц honeymoon

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

The Ural State Mining University

Mining University – Горный университет; **higher educational institution** - высшее учебное заведение; **to provide** - зд. Предоставлять; **full-time education** - очное образование; **extramural education** - заочное	**scientific research centre** - центр научных исследований; **master of science** - кандидат наук; **capable** – способный; **to take part in** - принимать участие; **graduate** – выпускник; **to dedicate** – посвящать;

образование; **to award** – награждать; **post-graduate courses** – аспирантура;	**to carry out scientific work** - выполнять научную работу;

Faculty of Mining Technology - горно – технологический; **Faculty of Engineering and Economics** - инженерно-экономический; **Institute of World Economics** – Институт мировой экономики; **Faculty of Mining Mechanics** - горно-механический; **Faculty of Civil Protection** – гражданской защиты; **Faculty of City Economy** – городского хозяйства;	**Faculty of Geology & Geophysics** – геологии и геофизики; **Faculty of extramural education** – заочный; **department** – кафедра; **dean** – декан; **to train specialists in** - готовить специалистов; **to consist of** - состоять из; **preparatory** – подготовительный; **additional** – дополнительный; **to offer** – предлагать;

to house - размещать /ся/; **building** – здание; **Rector's office** – ректорат; **Dean's office** – деканат; **department** – кафедра; **library** – библиотека; **reading hall** - читальный зал; **assembly hall** - актовый зал; **layout** - расположение, план; **administrative offices** - административные отделы;	**computation centre** - вычислительный центр; **canteen** – столовая; **to have meals** – питаться; **hostel** – общежитие; **to go in for sports** - заниматься спортом; **wrestling** – борьба; **weight lifting** - тяжелая атлетика; **skiing** - катание на лыжах; **skating** - катание на коньках; **chess** – шахматы;

academic work - учебный процесс; **academic year** - учебный год; **to consist of** - состоять из; **bachelor's degree** - степень бакалавра; **course of studies** - курс обучения; **to last** - длиться; **term** - семестр; **to attend lectures and classes** - посещать лекции и занятия; **period** - пара, 2 – х часовое занятие; **break** - перерыв; **subject** - предмет; **descriptive geometry** - начертательная геометрия;	**general geology** - общая геология; **foreign language** - иностранный язык; **to operate a computer** - работать на компьютере; **to take a test (an exam)** - сдавать зачет, экзамен; **to pass a test (an exam)** - сдать зачет, экзамен; **to fail a test (an exam)** - не сдать зачет, экзамен; **to fail in chemistry** - не сдать химию; **holidays, vacations** - каникулы; **to present graduation paper** - представлять дипломные работы; **for approval** - к защите;

The Faculty of Mining Technology trains specialists in: mine surveying - маркшейдерская съемка; underground mining of mineral deposits - подземная разработка месторождений полезных ископаемых; mine and underground construction - шахтное и подземное строительство; surface mining (open-cut mining) - открытые горные работы; physical processes of mining, oil and gas production - физические процессы горного и нефтегазового производства; placer mining - разработка россыпных месторождений; town cadastre - городской кадастр.

The Institute of World Economics trains specialists in: land improvement, recultivation and soil protection - мелиорация, рекультивация и охрана земель; engineer protection of environment in mining - инженерная защита окружающей среды в горном деле; computer systems of information processing and control - автоматизированные системы обработки информации и управления; economics and management at mining enterprises - экономика и управление на предприятиях горной промышленности.

The Faculty of Mining Mechanics trains specialists in: electromechanical equipment of mining enterprises - электромеханическое оборудование горных предприятий; designing & production of mining, oil and gas machinery - конструирование и производство горных и нефтегазопромысловых машин; technological and service systems of exploitation and maintenance of machines and equipment - технологические и сервисные системы эксплуатации и ремонта машин и оборудования; motorcars and self-propelled mining equipment - автомобили и самоходное горное оборудование; electric drive and automation or industrial units and technological complexes - электопривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов; automation of technological processes and industries - автоматизация технологических процессов и производств; mineral dressing - обогащение полезных ископаемых.

The Faculty of Geology & Geophysics trains specialists in: geophysical methods of prospecting and exploring mineral deposits - геофизические мет оды поисков и разведки месторождений полезных ископаемых; according to some specializations: geoinformatics – геоинформатика; applied geophysics - прикладная геофизика; structural geophysics - структурная геофизика; geological surveying and exploration or mineral deposits - геологическая съемка и поиски МПИ; geology and mineral exploration - геология и разведка МПИ; prospecting and exploration or underground waters and engineering - geological prospecting - поиски и разведка подземных вод и инженерно-геологические изыскания; applied geochemistry, petrology and mineralogy - прикладная геохимия, петро логия и минералогия; drilling technology - технология и техника разведки МПИ.

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

My town

a building – здание
downtown – деловой центр города
town outskirts – окраина города
a road – дорога
an avenue – проспект
a pavement/a sidewalk - тротуар
a pedestrian – пешеход
a pedestrian crossing – пешеходный переход
traffic lights – светофор
a road sign – дорожный знак
a corner – угол
a school - школа
a kindergarten – детский сад
a university - университет
an institute – институт
an embassy - посольство
a hospital - больница
a shop/a store/a shopping centre/a supermarket – магазин, супермаркет
a department store – универмаг
a shopping mall/centre – торговый центр
a food market – продуктовый рынок
a greengrocery – фруктово-овощной магазин
a chemist’s/a pharmacy/a drugstore - аптека

a beauty salon – салон красоты
a hairdressing salon/a hairdresser’s - парикмахерская
a dental clinic/a dentist’s – стоматологическая клиника
a vet clinic – ветеринарная клиника
a laundry – прачечная
a dry-cleaner’s – химчистка
a post-office – почтовое отделение
a bank – банк
a cash machine/a cash dispenser - банкомат
a library – библиотека
a sight/a place of interest - достопримечательность
a museum – музей
a picture gallery – картинная галерея
a park – парк
a fountain – фонтан
a square – площадь
a monument/a statue – памятник/статуя
a river bank – набережная реки
a beach – пляж
a bay - залив
a café – кафе
a restaurant – ресторан
a nightclub – ночной клуб
a zoo - зоопарк
a cinema/a movie theatre - кинотеатр
a theatre – театр
a circus - цирк
a castle - замок
a church – церковь
a cathedral – собор
a mosque - мечеть
a hotel – отель, гостиница
a newsagent’s – газетный киоск
a railway station – железнодорожный вокзал
a bus station - автовокзал
a bus stop – автобусная остановка
an underground (metro, subway, tube) station – станция метро
a stadium – стадион
a swimming-pool – плавательный бассейн
a health club/a fitness club/a gym – тренажерный зал, фитнесс клуб
a playground – игровая детская площадка
a plant/a factory – завод/фабрика
a police station – полицейский участок
a gas station/a petrol station – заправочная автостанция, бензоколонка
a car park/a parking lot - автостоянка
an airport - аэропорт
a block of flats – многоквартирный дом
an office block – офисное здание
a skyscraper - небоскреб
a bridge – мост
an arch – арка
a litter bin/a trash can – урна

a public toilet – общественный туалет
a bench - скамья

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

My speciality

The Earth's Crust and Useful Minerals

cause - v заставлять; вызывать; влиять; причинять; *n* причина, основание; дело; общее дело; *syn* **reason**

clay - *n* глина; глинозем

consolidate - v твердеть, затвердевать, уплотнять(ся); укреплять; *syn* **solidify**

crust - *n* кора; *геол.* земная кора

decay - v гнить, разлагаться; *n* выветривание *(пород);* распад, разложение

derive - v (from) происходить, вести свое происхождение *(от);* наследовать

destroy - v разрушать; уничтожать; **destructive** *a* разрушительный

dissolve v растворять

expose - v выходить *(на поверхность);* обнажаться; **exposure** - *n* обнажение

external - *a* внешний

extrusive - *a* эффузивный, излившийся *(о горной породе)*

force - v заставлять, принуждать; ускорять движение; *n* сила; усилие

glacier - *n* ледник, глетчер

grain - *n* зерно; **angular grains** - угловатые зерна *(минералов);* **grained** - *a* зернистый

gravel - *n* гравий, крупный песок

internal - *a* внутренний

intrusive - *a* интрузивный, плутонический

iron - *n* железо

layer - *n* пласт

like - *a* похожий, подобный; *syn* **similar;** *ant* **unlike;** *adv* подобно

lime - *n* известь; **limestone** - *n* известняк

loose - *a* несвязанный, свободный; рыхлый

make up - v составлять; *n* состав *(вещества)*

particle - *n* частица; включение

peat - *n* торф; торфяник

represent - v представлять собою; означать; быть представителем; **representative** - представитель; **representative** - *a* характерный, типичный

rock – *n* горная порода; **igneous** - изверженная порода; **sedimentary** - осадочная порода

sand - *n* песок

sandstone - *n* песчаник; **fine-grained (medium-grained, coarse-grained)** - мелкозернистый (среднезернистый, грубозернистый) песчаник

sediment - *n* отложение; осадочная порода; **sedimentary** - *a* осадочный; **sedimentation** - *n* образование осадочных пород

schist - *n (кристаллический)* сланец; **schistose** - *a* сланцеватый, слоистый

shale - *n* сланец, сланцевая глина, глинистый сланец; **clay** - глинистый сланец; **combustible …**, **oil …** - горючий сланец

siltstone - *n* алеврит

stratification - *n* напластование, залегание

stratify - v напластовываться; отлагаться пластами; **stratified** *a* пластовый; *syn* **layered, bedded**

substance - *n* вещество, материал; сущность

thickness - *n* толщина, мощность

value - *n* ценность; важность; величина; значение; **valuable** - *a* ценный *(о руде)*

vary - v изменять(ся); отличать(ся); *syn* **differ, change (from); variable** - *a* переменный; непостоянный; **various** *a* различный; *syn* **different**

contain - v содержать *(в себе),* вмещать

crack - *n* трещина; щель; v давать трещину; трескаться, раскалываться

contract - v сжиматься; сокращаться

dust - *n* пыль

expand - v расширяться); увеличивать(ся) в объеме; **expansion** *n* расширение; *ant* **contract**

fissure - *n* трещина *(в породе, угле);* расщелина; щель

fracture - *n* трещина; излом; разрыв; v ломать(ся); раздроблять *(породу)*

freeze - *v* замерзать; замораживать; застывать

gradual - *a* постепенный; **gradually** *adv* постепенно

hard - *a* твердый, жесткий; *ant* **soft;** тяжелый (о *работе); adv* сильно, упорно; **hardly** *adv* едва, с трудом

hole - *n* отверстие; скважина; шпур; шурф

influence - *n* влияние; v **(on, upon)** влиять (не *что-л.)*

lateral - *a* боковой

occur - *v* залегать; случаться; происходить; *syn* **take place, happen; occurrence** - *n* залегание; **mode of occurrence** - условия залегания

penetrate - *v* проникать *(внутрь),* проходить через *(что-л.)*

phenomenon - *n* явление; *pi* **phenomena**

pressure - *n* давление; **lateral pressure** боковое *(горизонтальное)* давление; **rock pressure** горное давление, давление породы

rate - *n* степень, темп; скорость, норма; производительность; сорт; *syn* **speed, velocity**

refer - v (to) ссылаться *(на что-л.);* относиться *(к периоду, классу)*

resist - *v* сопротивляться; противостоять; противодействовать; **resistance** - *n* сопротивление; **resistant** - *a* стойкий; прочный; сопротивляющийся

size - *n* размер; величина; класс *(угля)*

solution – *n* раствор; **soluble** - *a* растворимый; **solvent** - растворитель; *a* растворяющий

succession – *n* последовательность, непрерывный ряд; **in succession** последовательно

undergo (underwent, undergone) - *v* испытывать *(что-л.),* подвергаться *(чему-л.)*

uniform – *a* однородный; одинаковый

weathering - *n* выветривание; эрозия *(воздействию, влиянию и т.д.)*

to be subjected to подвергаться

Rocks of Earth's Crust

abyssal - *a* абиссальный, глубинный; **hypabissal** - *a* гипабиссальный

adjacent - *a* смежный, примыкающий

ash - *n* зола

belt - *n* пояс; лента; ремень

body - *n* тело, вещество; **solid (liquid, gaseous) bodies** твердые (жидкие, газообразные) вещества; породная масса; массив; месторождение; пласты

common - *a* обычный; общий; *syn* **general;** *ant* **uncommon**

cool - v охлаждать(ся); остывать; прохладный; *ant* **heat** нагревать(ся)

dimension - *n* измерение; *pl* размеры; величина; *syn* **measurement, size**

dust - *n* пыль

dyke – *n* дайка

extrusion - *n* вытеснение; выталкивание; *ant* **intrusion** вторжение; *геол.* интрузия *(внедрение в породу изверженной массы)*

fine - *a* тонкий, мелкий; мелкозернистый; высококачественный; тонкий; прекрасный, ясный (о *погоде);* изящный; **fine-graded (fine-grained)** мелкозернистый, тонкозернистый; **fines** - *n pl* мелочь; мелкий уголь

flow - v течь; литься; *n* течение; поток; **flow of lava** поток лавы

fragmentary - *a* обломочный, пластический

glass - *n* стекло; **glassy** - *a* гладкий, зеркальный; стеклянный
gold - *n* золото
inclined - *a* наклонный
mica - *n* слюда
permit - *v* позволять, разрешать; *syn* **allow, let; make possible**
probably - *adv* вероятно; *syn* **perhaps, maybe**
shallow - *a* мелкий; поверхностный; *ant* **deep** глубокий
sill - *n* силь, пластовая интрузия
stock - *n* шток, небольшой батолит
vein - *n* жила, прожилок, пропласток
band - *n* слой; полоса; прослоек *(породы); syn* **layer**
cleave - *v* расщепляться; трескаться, отделяться по кливажу; **cleavage** *n* кливаж
constituent - *n* составная часть, компонент
define - *v* определять, давать определение
distribute - v **(among)** распределять (между); раздавать;
disturb - *v* нарушать; смещать
excess - *n* избыток, излишек; *ant* **deficiency**
flaky - *a* слоистый; похожий на хлопья
fluid - *n* жидкость; жидкая или газообразная среда
foliate - *v* расщепляться на тонкие слои; **foliated** - *a* листоватый, тонкослоистый; *syn* **flaky**
marble - *n* мрамор
mention - *v* упоминать, ссылаться; *n* упоминание
plate - *n* пластина; полоса *(металла)*
pressure - *n* давление; **rock pressure (underground pressure)** горное давление, давление горных пород
relate - *v* относиться; иметь отношение; **related** *a* родственный; **relation** - *n* отношение; **relationship** - *n* родство; свойство; **relative** - *a* относительный; соответственный
run (ran, run) - *v* бегать, двигаться; течь; работать (о *машине);* тянуться, простираться; управлять *(машиной);* вести *(дело, предприятие)*
schistose - *a* сланцеватый; слоистый
sheet - *n* полоса
slate - *n* сланец; *syn* **shale**
split (split) - *v* раскалываться, расщепляться, трескаться; *syn* **cleave**
trace - *n* след; **tracing –** *n* прослеживание
at least по крайней мере
to give an opportunity (of) давать возможность *(кому-л., чему-л.)*
in such a way таким образом

Fossil Fuels

accumulate - v накапливать; скопляться
ancient - *a* древний, старинный; *ant* **modern**
associate - v связывать, соединять, ассоциироваться; *syn* **connect, link**
burn (burnt) - v сжигать; гореть; жечь
charcoal - *n* древесный уголь
convenient - *a* удобный, подходящий
crude - *a* сырой, неочищенный
dig (dug) - v добывать; копать; **digger** - n угольный экскаватор; землеройная машина
divide - v делить; (from) отделять; разделять
evidence - *n* доказательство; очевидность; признак(и)
fossil - *a* окаменелый, ископаемый; *n* ископаемое *(органического происхождения);* окаменелость
heat - v нагревать; *n* теплота
liquid - *a* жидкий; n жидкость; *ant* **solid**

manufacture - *v* изготовлять, производить; *syn* **produce**

mudstone - *n* аргиллит

purpose - *n* цель; намерение; *syn* **aim, goal**

shale - *n* глинистый сланец

the former … the latter - первый *(из вышеупомянутых)* последний *(из двух названных)*

bench - *n* слой, пачка *(пласта)*

blend - v смешивать(ся); вклинивать(ся)

combustion - *n* горение, сгорание; **spontaneous combustion** самовоспламенение, самовозгорание

continuity - *n* непрерывность, неразрывность

domestic - *a* внутренний; отечественный

estimate - v оценивать; *n* оценка; смета

fault - *n* разлом, сдвиг *(породы);* сброс; **faulting** *n* образование разрывов или сбросов

fold - *n* изгиб, складка, флексура; **foulding** - *n* складчатость, смешение *(пласта)* без разрыва

inflame - v воспламеняться; загорать(ся); **inflammable** - *a* воспламеняющийся, горючий, огнеопасный; **flame** - *n* пламя

intermediate - *a* промежуточный; вспомогательный

liable - *a* (to) подверженный; подлежащий *(чему-л.)*

luster - *n* блеск *(угля, металла);* **lustrous** - *a* блестящий

matter - *n* вещество; материя

moisture - *n* влажность, сырость; влага

parting - *n* прослоек

plane - *n* плоскость; **bedding plane** плоскость напластования

rank - *n* класс, тип; **coal rank** группа угля, тип угля

regular - *a* правильный; непрерывный; *ant* **irregular** неправильный; неравномерный; **regularity** *n* непрерывность; правильность

similar - *a* похожий, сходный; подобный; *syn* **alike, the same as**

smelt - v плавить *(руду);* выплавлять *(металл)*

store - v запасать, хранить на складе; вмещать

strata - *n pl от* **stratum** пласты породы; свита *(пластов);* формация, напластования породы; *syn* **measures**

thickness - *n* мощность *(пласта, жилы)*

uniform - *a* однородный; равномерный; **uniformity** *n* однородность; единообразие

utilize - v использовать; *syn* **use, apply, employ**

volatile - *a* летучий, быстро испаряющийся

Prospecting and Exploration

aerial - *a* воздушный; надземный

certain - *a* определенный; некоторый; **certainly** *adv* конечно

cost - (cost) v стоить; *n* цена; стоимость

crop - v (out) обнажать(ся), выходить на поверхность *(о пласте, породе); syn* **expose;** засевать, собирать урожай

dredging - *n* выемка грунта; драгирование

drill - v бурить, сверлить; *n* бурение, сверление; бурильный молоток; **drilling** - *n* бурение, сверление; **core-drilling** колонковое (керновое) бурение

drive (drore, **driven**) - v проходить *(горизонтальную выработку);* приводить в движение; управлять *(машиной); n* горизонтальная выработка; привод; передача

evidence – *n* основание; признак(и); свидетельства

expect - v ожидать; рассчитывать; думать; предлагать

explore - v разведывать месторождение полезного ископаемого с попутной добычей; **exploratory** - *a* разведочный; **exploration** - *n* детальная разведка; разведочные горные работы по месторождению

galena - *n* галенит, свинцовый блеск

indicate - v указывать, показывать; служить признаком; означать

lead - *n* свинец

look for - v искать

open up - v вскрывать *(месторождение);* нарезать *(новую лаву, забой);* **opening** - *n* горная выработка; подготовительная выработка; вскрытие месторождения

panning - *n* промывка *(золотоносного песка в лотке)*

processing - *n* обработка; - **industry** обрабатывающая промышленность

prove - v разведывать *(характер месторождения или залегания);* доказывать; испытывать, пробовать; **proved** - *a* разведанный, достоверный; **proving** - *n* опробование, предварительная разведка

search - v исследовать; (for) искать *(месторождение); n* поиск; *syn* **prospecting**

sign - *n* знак, символ; признак, примета

store - v хранить, накапливать *(о запасах)*

work - v работать; вынимать, извлекать *(уголь, руду);* вырабатывать; **workable** - *a* подходящий для работы, пригодный для разработки, рабочий *(о пласте);* рентабельный; **working** - *n* разработка, горная выработка

adit - *n* горизонтальная подземная выработка, штольня

angle - *n* угол

approximate - *a* приблизительный

bit - *n* режущий инструмент; буровая коронка, коронка для алмазного бурения; головка бура, сверло; **carbide bit** армированная коронка, армированный бур; **diamond bit** - алмазная буровая коронка

borehole - *n* скважина, буровая скважина

crosscut - *n* квершлаг

dip - *n* падение *(залежи);* уклон, откос; v падать

enable - v давать возможность или право *(что-л. сделать)*

exploit - v разрабатывать *(месторождение);* эксплуатировать; **exploitation** - *n* разработка; эксплуатация

measure - *n* мера; мерка; критерий; степень; *pl* свита, пласты; v измерять

overburden - *n* покрывающие породы, перекрывающие породы; верхние отложения, наносы; вскрыша

pit - *n* шахта; карьер, разрез; шурф

reliable - *a* надежный; достоверный

rig - *n* буровой станок, буровая вышка; буровая каретка; буровое оборудование

sample - *n* образец; проба; v отбирать образцы; опробовать, испытывать

section - *n* участок, секция, отделение, отрезок, разрез, профиль, поперечное сечение; **geological** ~ геологический разрез *(пород)*

sequence - *n* последовательность; порядок следования; ряд

sink (sank, sunk) - v проходить *(шахтный ствол, вертикальную выработку);* углублять; погружать; опускать; **sinking** - *n* проходка *(вертикальных или наклонных выработок);* **shaft sinking** - проходка ствола

slope - *n* наклон; склон; бремсберг; уклон; v клониться, иметь наклон; **sloping** - *a* наклонный; **gently sloping** - с небольшим наклоном

steep - *a* крутой, крутопадающий, наклонный

strike - *n зд.* простирание; v простираться; **across the strike** - вкрест простирания; **along (on) the strike** по простиранию

trench - *n* траншея, канава; котлован; v копать, рыть, шурфовать

to make use (of) использовать, применять

to take into consideration принимать во внимание; *syn* **take into account**

General Information on Mining

access - *n* доступ

affect - v воздействовать *(на что-л.);* влиять; *syn* **influence**

barren - *a* непродуктивный; пустой *(о породе)*

chute - *n* скат, спуск; углеспускная выработка; жёлоб

compare - v (with) сравнивать, проводить параллель

contribute - v способствовать, содействовать; делать вклад *(в науку);* **make a (one's) ~ to smth.** сделать вклад во что-л.

cross-section - *n* поперечное сечение, поперечный разрез, профиль

develop - v разрабатывать *(месторождение);* развивать *(добычу);* производить подготовительные работы; **development** - *n* подготовительные работы; развитие добычи; развитие

drift - *n* штрек, горизонтальная выработка

ensure - v обеспечивать, гарантировать; *syn* **guarantee**

face - *n* забой; лава

floor - л почва горной выработки, почва пласта (жилы); **quarry** ~ подошва карьера; пол, настил

govern - v править, управлять; руководить; определять, обусловливать

inclination - *n* уклон, скат, наклон *(пластов);* наклонение; **seam** ~ падение *(пласта);* наклон *(пласта)*

incline - *n* уклон, бремсберг, скат; наклонный ствол; **gravity** ~ бремсберг

inclined - *a* наклонный; **flatly** ~ слабо наклонный; **gently ~** наклонного падения; **medium** ~ умеренно наклонный *(о пластах);* **steeply** ~ крутопадающий

level - *n* этаж, горизонт, горизонтальная горная выработка; штольня; уровень *(инструмент);* нивелир; ватерпас; горизонтальная поверхность

recover - v извлекать *(целики);* выбирать, очищать; добывать *(уголь и т.п.);* восстанавливать

remove - v удалять; убирать; устранять; перемещать; **removal** - *n* вскрыша; выемка; уборка *(породы);* извлечение *(крепи);* перемещение; **overburden** - удаление вскрыши

rib - *n* ребро; выступ; узкий целик, предохранительный целик; грудь забоя

roof - *n* крыша; кровля выработки; кровля пласта *(или* жилы); перекрытие; ~ **support** - крепление кровли

shaft - *n* шахтный ствол; **auxiliary** ~ вспомогательный ствол; **hoisting** ~ подъемный ствол; главный шахтный ствол

tabular - *a* пластовый (о *месторождении);* пластообразный; плоский; линзообразный; *syn* **bedded, layered**

waste - *n* пустая порода; отходы; *syn* **barren rock**

well - *n* буровая скважина; колодец, источник; водоем; зумф

capital investment - капитальные вложения

gate road - промежуточный штрек

in bulk - навалом, в виде крупных кусков

metal-bearing - содержащий металл

production face/working - очистной забой

productive mining - эксплуатационные работы

in view of - ввиду чего-л., принимая во внимание что-л.

with a view to - с целью

advantage - *n* преимущество; превосходство; выгода; польза; **advantageous** - *a* выгодный; благоприятный, полезный; **to take advantage of smth** воспользоваться чём-л.

caving - *n* обрушение *(кровли);* разработка с обрушением

deliver - v доставлять, подавать; питать; нагнетать; произносить *(речь);* читать *(лекцию)*

entry - *n* штрек; выработка горизонтальная; *pl* подготовительные выработки; нарезные выработки; штреки

giant - *n* гидромонитор

gravity - *n* сила тяжести; вес, тяжесть; **by ~** самотеком, под действием собственного веса

haul - v доставлять; откатывать; подкатывать; перевозить; **haulage** - *n* откатка; доставка; транспортировка *(по горизонтали)*

longwall - *n* лава; выемка лавами; сплошной забой, сплошная или столбовая система разработки; *syn* **continuous mining; ~ advancing on the strike** выемка лавами прямым ходом по простиранию; сплошная система разработки по простиранию; **~ advancing to the rise** сплошная система разработки с выемкой по восстанию; ~ to **the dip** сплошная система разработки с выемкой по падению; ~ **retreating** выемка лавами обратным ходом; столбовая система разработки лавами

lose (lost) - v терять; **loss** - *n* потеря, убыток

pillar - *n* целик; столб; **shaft** ~ околоствольный целик; ~ **method** столбовая система разработки; ~ **mining** выемка целиков

predominate - v преобладать, превалировать; превосходить; господствовать, доминировать

protect - v охранять, защищать

reach - v простираться, доходить до; добиваться, достигать

satisfy - v удовлетворятъ(ся)

shield - *n* щит; ~ **method** щитовой метод проходки, щитовой способ

room - *n* камера; очистная камера; **room-and-pillar method** камерно-столбовая система разработки

stowing - *n* закладка *(выработанного пространства)*

method of working система разработки

the sequence of working the seams - последовательность отработки пластов

goaf — завал; обрушенное пространство

double-ended drum bearer — комбайн с двойным барабаном

to identify — опознавать

appraisal — оценка

susceptibility — чувствительность

concealed — скрытый, не выходящий на поверхность

crusher — дробилка

concentration — обогащение

blending — смешивание; составление шихты

screen — сортировать (обыден. уголь); просеивать

froth floatation — пенная флотация

core drilling — колонковое бурение

to delineate — обрисовывать, описывать

lender — заимодавец

feasibility — возможность

in situ mining — повторная разработка месторождения в массиве

screening — просеивание; грохочение

processing — обработка, разделение минералов

Mining and Environment

break v **(broke**, **broken**) отбивать *(уголь или породу),* обрушивать кровлю; разбивать; ломать; л отбойка, обрушение; **break out** отбивать, производить выемку

(руды .или породы); расширять забой; **breakage** л разрыхление, дробление

drill - *n* бур; .перфоратор; бурильный молоток; сверло; v бурить; car ~ буровая тележка; **mounted** ~ перфоратор на колонке; колонковый бурильный молоток; **drilling** - *n* бурение

dump -*n* отвал *(породы);* склад угля; опрокид; **external** ~ внешний отвал; **internal** ~ внутренний отвал; v сваливать (в *отвал);* разгружать; отваливать; опрокидывать *(вагонетку);*

dumper опрокид; самосвал; отвалообразователь; **dumping** л опрокидывание; опорожнение; опрокид; *syn* **tip**

environment - *n* окружение; окружающая обстановка/среда

explode - v взрывать, подрывать; **explosion** - *n* взрыв; **explosive** - *n* взрывчатое вещество; *a* взрывчатый

friable - *a* рыхлый; хрупкий; рассыпчатый; слабый (о *кровле)*

handle - v перегружать; доставлять; транспортировать; управлять машиной; *n* ручка; рукоять; скоба; **handling** - *n* подача; погрузка; перекидка, доставка; транспортировка; обращение с машиной

heap - v наваливать; нагребать; *n* породный отвал, терриконик; *syn* **spoil ~, waste ~**

hydraulicklng - *n* гидродобыча; гидромеханизированная разработка

load - v нагружать, грузить, наваливать; *n* груз; нагрузка; **loader** - *n* погрузочная машина, навалочная машина, перегружатель; грузчик; **cutter-loader** - комбайн, комбинированная горная машина

lorry - *n* грузовик; платформа; *syn* **truck**

mention - v упоминать

overcasting - *n* перелопачивание *(породы)*

pump - *n* насос; **gravel** ~ песковый насос; **sludge** ~ шламовый насос; v качать; накачивать; откачивать

reclamation - *n* восстановление; осушение; извлечение крепи; ~ **of land** восстановление участка *(после открытых работ)*

sidecastiag - *n* внешнее отвалообразование

site - *n* участок, место; **building** ~ строительная площадка

slice - *n* слой; **slicing** - *n* выемка слоями, разработка слоями

strip - v производить вскрышные работы; разрабатывать; очищать *(лаву);* вынимать породу или руду; *n* полоса; **stripper** - *n* забойщик; вскрышной экскаватор; **stripping** - *n* открытая разработка, открытые горные работы; вскрыша; вскрытие наносов

unit - *n* агрегат; установка; устройство; прибор; узел; секция; деталь; машина; механизм; единица измерения; участок

washery - *n* углемойка; рудомойка; моечный цех

to attract smb's attention привлекать чье-л. внимание

backhoe - *n* обратная лопата

blast - *n* взрыв; v взрывать; дуть; продувать; **blasting** - *n* взрывание; взрывные работы; взрывная отбойка

block out - v нарезать залежь на блоки; нарезать столбы

clearing - *n* выравнивание почвы; планировка грунта

crash - v дробить; разрушать; обрушать(ся)

earth-mover - *n* землеройное оборудование; *syn* **excavator**

excavator - *n* экскаватор; **bucket-wheel** - роторный экскаватор; **multi-bucket** ~ многочерпаковый экскаватор; **single-bucket** - одночерпаковый экскаватор

grab - *n* грейфер, ковш, черпак; экскаватор; v захватывать;

grabbing - погрузка грейфером; захватывание

hoist - *n* подъемное установка (машина); подъемник; лебедка; v поднимать; **hoisting** шахтный подъем

plough - *n* струг

power shovel - *n* механическая лопата; экскаватор типа механической лопаты

range - *n* колебание в определенных пределах

rate - *n* норма; скорость, темп; коэффициент; степень; разрез; сорт; мощность; расход *(воды)*

remote - *a* отдаленный; ~ **control** дистанционное управление

result - v (in) приводить (к); иметь своим результатом; (from) следовать (из), происходить в результате

safety - *n* безопасность; техника безопасности

slope - *n* забой, сплошной забой, очистной забой; v очищать забой, вынимать породу, уголь; *syn* **face; sloping** очистные работы; очистная выемка; **open sloping** выемка с открытым забоем; **shrinkage sloping** выемка системой с магазинированием *(руды)*

support - v крепить; поддерживать; подпирать; *n* стойка; опора; поддержание; крепление; *syn* **timbering; powered roof** - механизированная крепь; **self-advancing powered roof** - передвижная механизированная крепь

1.4 Самостоятельное изучение тем курса (для заочной формы обучения)

Самостоятельное изучение тем курса предполагает изучение тем практических занятий, представленных в разделе 1, 2, 3 данных методических указаний студентами заочной формы обучения в межсессионный период.

1.5 Подготовка к контрольной работе и 1.6 Написание контрольной работы

Для выполнения контрольной работы студентами кафедрой подготовлены *Методические рекомендации и задания к контрольной работе для студентов данной специальности.*

II. Другие виды самостоятельной работы

2.1 Выполнение самостоятельного письменного домашнего задания (Подготовка к ролевой игре, к практико-ориентированным заданиям, опросу)

2.1.1 Подготовка к ролевой игре

Студенты получают ролевые карточки. Им необходимо обдумать свою роль, стратегию своей роли, вопросы и ответы.

Role card 1

Sasha

The worst thing about your house is lack of privacy. You share your room with a younger sister. You think she goes through all your stuff. She asks you ambarrassing questions about boys, makes little nasty comments about you.

Your parents treat you like a baby. Your father is too much interested in your studying and homework. Your mother makes you do the work about the house alone. You are going to leave home as soon as you are old enough.

- Collect all the arguments to explain your attitude to your family.
- Listen to what the members of your family are saying.
- Don't interrupt them.
- Don't forget that both parents and children are to blame in conflict situations.
- Be polite and friendly

Role card 2

Mother

Your daughter has written a letter of complaint to the youth magazine. She is not satisfied with your attitude to her. You have read this letter. You are worried about the situation in the family and have decided to discuss the problems with a family therapist.

- Say why you have invited the therapist
- Try to explain Sasha's attitude to you and the whole family.
- Think of your questions to Sasha
- Be objective to her problems – you might have never taken them seriously!
- Try to analyse the situation, don't criticize Sasha

- Follow the therapist's advice
- Be polite and friendly

Role card 3

Father

Your daughter is complaining that you treat her like a baby. You don't let her out at night during the week. You always ask her about the boys. You don't believe her when she says she doesn't have any homework to do. Your wife has invited a family therapist to discuss the problems of your family.

- Say what your attitude to the problem is
- Try to explain Sasha's attitude to you and the whole family.
- Think of your questions to Sasha
- Be objective to her problems – you might have never taken them seriously!
- Try to analyse the situation, don't criticize Sasha
- Follow the therapist's advice
- Be polite and friendly

Role card 4

Sister

Sasha is complaining that you don't help her with the work about the house. She also says that she can't keep anything secret in her room, you go through all her stuff. She is irritated by your behaviour. She is going to leave your home as soon as she is old enough.

- Say what your attitude to the problem is
- Try to explain Sasha's attitude to you and the whole family.
- Think of your questions to Sasha
- Be objective to her problems – you might have never taken them seriously!
- Try to analyse the situation, don't criticize Sasha
- Follow the therapist's advice
- Be polite and friendly

Role card 5

Family therapist

- Encourage all the members of the family to speak
- Take notes
- Ask questions
- Summarize what you have heard from all the members of the family
- Try to analyse the situation in a short report

2.1.2 Подготовка к практико-ориентированному заданию

Подготовьте устные высказывания по темам:

1. From the history of the Ural State Mining University.
2. Faculties and specialities of the University.
3. The layout of the Ural State Mining University.
4. Student's academic work.

Подготовьте письменные ответы на вопросы:

1. Where do you study?
2. What faculty do you study at?
3. How many faculties are there at the Ural State Mining University?
4. What year are you in?
5. What is your future speciality?
6. What specialities are there at your faculty?
7. When did you enter the University?

8. When was the Sverdlovsk Mining Institute founded?
9. When was it reorganized into the University?
10. In how many buildings is the Ural State Mining University housed?
11. In what building is your faculty housed?
12. Who is the dean of your faculty?
13. What books do you take from the library?
14. Where do you live?
15. Where do you usually have your meals?
16. How long does the course of studies for a bachelor's degree last?
17. How long do the students study for a Diplomate Engineer's course and a Magister's degree?
18. What subjects do you study this term?
19. What lectures and practical classes do you like to attend?
20. Where do the students have their practical work?
21. When do the students present their graduation papers for approval?
22. What graduates can enter the post-graduate courses?
23. What kind of sport do yon like?
24. Where do you go in for sports?

2.1.3 Подготовка к опросу

Ответьте на вопросы на иностранном языке:

1. What specialities does the geological faculty train geologic engineers in?
2. What problems does Geology study?
3. What branches is Geology divided into?
4. What does Economic Geology deal with?
5. What does mineralogy investigate?
6. What does paleontology deal with?
7. What is the practical importance of Geology?
8. Where do graduates of the geological faculty of the Mining University work?
9. What is your future speciality?
10. What kind of work do geologists-prospectors conduct?
11. What do geologists explore during the early stages of geological exploration?
12. What work do geologists conduct while working in. the field?
13. When do geologists start exploratory work?
14. What is the purpose of the exploratory work?
15. How is exploratory work conducted?
16. What contribution do geologists make to the development of the National Economy of our country?
17. What does hydrogeology deal with?
18. Where are ground waters used?
19. Where is thermal (hot) water used?
20. What must hydrogeologists do with ground waters which complicate construction work or mineral extraction?

2.2 Дополнительное чтение профессионально ориентированных текстов и выполнение заданий на проверку понимания прочитанного (по 2 текста на тему)

Text 1: A.M. Terpigorev (1873-1959)

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

to defend graduation paper (thesis) - защищать дипломную работу (диссертацию)

to pass an entrance examination - сдать вступительный экзамен

to get a higher education - получить высшее образование

to do one's best (one's utmost, all one can, everything in one's power) - сделать все возможное, не жалеть сил

to make contribution (to) - вносить вклад в *(науку, технику* и т.д.)

choose (chose, **chosen**) - v выбирать; **choice -** *n* выбор

collect - v собирать, коллекционировать

dangerous - *a* опасный

deposit - *n* месторождение, залежь; **bedded deposits -** пластовые месторождения

describe - v описывать, изображать; **description** - *n* описание; **descriptive** - *a* описательный

facility - *n (pl* **facilities)** средства; возможности; оборудование; устройства

fire damp - *n* рудничный газ, метан

harm - *n* вред; *v* вредить; **harmful -** *a* вредный

relate - v относиться, иметь отношение

safety - *n* безопасность; **mine safety** безопасность труда при горных работах; техника безопасности; **safety measures** меры безопасности; **safe -** *a* безопасный; надежный

seam - *n* пласт *(угля); syn* **bed, layer; flat seam** горизонтальный, пологопадающий пласт; **inclined seam** наклонный пласт; **steep seam** крутопадающий пласт; **thick seam** мощный пласт; **thin seam** тонкий пласт

state - *n* состояние; государство; штат; *a* государственный; v заявлять; констатировать; излагать

success - *v* успех; удача; **be a success** иметь успех; **successful** *a* успешный

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

Academician A.M. Terpigorev is a well-known mining engineer who successfully combined his practical experience with scientific research. He was bom in 1873 in Tambov. In 1892 he finished school with honours1 and decided to get a higher education. He chose the Mining Institute in St. Petersburg, passed all the entrance examinations successfully and became a student of the Mining Institute.

At the Institute he studied the full range of subjects2 relating to metallurgy, mining and mining mechanics.

At that time students' specialization was based on descriptive courses and elementary practical training. One of the best lecturers was A. P. Karpinsky. His lectures on historical geology were very popular.

During his practical training Terpigorev visited mines and saw that the miners' work was very difficult. While he was working in the Donbas he collected material for his graduation paper which he soon defended. The Mining of flat seams in the Donbas was carefully studied and described in it.

In 1897 Terpigorev graduated from the Institute with a first-class diploma of a mining engineer.

His first job as a mining engineer was at the Sulin mines where he worked for more than three years first as Assistant Manager and later as Manager.

From 1900 till 1922 Terpigorev worked at the Yekaterinoslav Mining Institute (now the Mining Institute in Dnepropetrovsk).

In 1922 he accepted an offer to take charge of the mining chair at the Moscow Mining Academy and moved to Moscow. From 1930 he headed the chairs5 of Mining Transport and Mining of Bedded Deposits at the Moscow Mining Institute.

Academician Terpigorev took a particular interest in mine safety. As a result of his investigations a series of safety measures in gassy collieries was worked out. For some time he was working on the problem of fire damp, the most harmful and dangerous of all the gases in mines.

His two-volume work Coal Mining and Mine Transport Facilities is a full description of the state of mechanization and the economy of the Donbas. His other works are about mining transport facilities, mechanization of coal mining and mining machinery. He is one of the pioneers in scientific methods of coal gasification.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. After school Terpigorev decided to work in a mine.
2. Terpigorev collected material for his graduation paper which dealt with mining thick seams in the Donbas.
3. For more than three years Terpigorev worked at the Sulin mines.
4. In 1922 Terpigorev accepted an offer to take charge of the mining chair at the Moscow Mining Institute.
5. He investigated the problems of mine safety.
6. He was one of the first to work on the problem of gasification of coal.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. When and where was Terpigorev born?
2. What institute did he graduate from?
3. What material did he collect while he was working in the Donbas?
4. Where did Terpigorev work from 1900 till 1922?
5. At what institute did Terpigorev head the chair of Mining Bedded Deposits?
6. What did Terpigorev take a particular interest in?
7. What works by Terpigorev do you know?
8. What problems do Terpigorev's works deal with?
9. What was the result of his investigations on mine safety?

3. Переведите следующие сочетания слов.

а) охрана труда в шахтах
б) подтверждать
в) добыча угля
г) эксплуатация месторождений
д) метан
е) принять предложение
ж) выполнить задачу, задание
з) горизонтальный пласт
и) собирать материал

1. поступить в институт
2. решать важные проблемы
3. выдающиеся исследователи
4. успешно провести эксперименты
5. выбрать профессию
6. описательный курс
7. происхождение железной руды
8. начальник шахты
9. мероприятия по охране труда

Text 2: A.P. Karpinsky (1847-1936)

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

abroad - *adv* за рубежом
confirm - v подтверждать; утверждать
consider - v считать, полагать, рассматривать
contribute - v вносить вклад; **contribution** вклад
crust - *n* земная кора
detailed - a подробный, детальный
elect - v избирать, выбирать *(голосованием);* назначать *(на должность)*
embrace - v охватывать; обнимать
entire - *a* весь, целый; полный; *syn* **whole**
exist – *v* существовать, быть, жить
foreign - *a* иностранный
former - *a* прежний

investigate - v исследовать; изучать

prominent - *a* знаменитый, выдающийся, известный; *syn* **remarkable, outstanding**

regularity - *n* закономерность

significant - *a* значительный; **significance -** *n* значение, важность; **exhaust the significance** исчерпывать значение

society – *n* общество

staff - *n* персонал; личный состав; штат

various - *a* различный, разный, разнообразный

to advance the view - высказывать мнение *(точку зрения)*

to be interested in - быть заинтересованным *(чём-л.),* интересоваться

to take (an) interest in - заинтересоваться *(чём-л.)*

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

V.A. Obruchev, I.M. Gubkin, A.Y. Fersman, V.I. Vernadsky and A. P. Karpinsky were the prominent Russian scientists who laid the foundation1 of the Russian school of geology and mining.

An entire epoch in the history of Russian geology is connected with Karpinsky's name. One of the greatest Russian geologists, he was a member and for some time President of the Academy of Sciences of the former USSR and a member of several Academies abroad. The Geological Society of London elected him a foreign member in 1901. His greatest contribution to geology was a new detailed geological map of the European part of Russia and the Urals.

For many years he headed the Russian Geological Committee the staff of which was made up of his pupils. He was one of those geologists who embraced the whole of geological science. He created the new stratigraphy of Russia. He studied the geological systems in various regions of the country and was the first to establish3 the regularity of the Earth's crust movement. His paleontological studies are of no less importance, especially those on palaeozoic ammonoids. He also took an interest in deposits of useful minerals and gave a classification of volcanic rocks. He advanced the view that petroleum deposits existed in Russian, which was confirmed later. He studied some ore and platinum deposits and may be justly considered5 the founder of practical geology of the Urals. He was the first Russian scientist who introduced microscope in the study of petrographic slides.

Karpinsky was a prominent scientist, an excellent man and citizen. He was one of the best lecturers at the Mining Institute in his time. He was also one of the greatest Russian scientists who later became the first elected President of the Academy of Sciences of the USSR. Students were attracted to him not only because he was a great scientist but also because of his charming personality and gentle manner.

Every geologist and every geology student knows very well Karpinsky's most significant work An Outline of the Physical and Geographical Conditions in European Russia in Past Geological Periods.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Karpinsky was the first President of the Academy of Sciences.
2. He worked at the Mining Institute in St.Petersburg.
3. Karpinsky was a member of many Academies abroad.
4. Karpinsky made up a detailed map of the Asian part of our country.
5. He headed the Russian Geological Committee.
6. Karpinsky created a new branch of geology, namely stratigraphy.
7. He only tried to establish the regularity of the Earth's crust movement.
8. Karpinsky may be justly considered the founder of the practical geology of the Urals.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What society elected Karpinsky a foreign member and when?
2. Did he head the Russian Geological Committee or was he a member of that Committee?

3. Did Karpinsky investigate various regions of the Russian territory?
4. Which of his works are the most remarkable?
5. What can you say about Karpinsky's investigations in petrology?

3. Переведите следующие сочетания слов.

а) земная кора
б) составить подробную карту
в) замечательные работы
г) выдающийся ученый
д) залежи полезных ископаемых
е) научное общество
ж) избирать председателя (президента)
з) заложить основы школы
и) интересоваться геологией
к) высказать точку зрения
л) возглавлять комитет

Text 3: Sedimentary Rocks

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

cause - v заставлять; вызывать; влиять; причинять; *n* причина, основание; дело; общее дело; *syn* **reason**
clay - *n* глина; глинозем
consolidate - v твердеть, затвердевать, уплотнять(ся); укреплять; *syn* **solidify**
crust - *n* кора; *геол.* земная кора
decay - v гнить, разлагаться; *n* выветривание *(пород);* распад, разложение
derive - v (from) происходить, вести свое происхождение *(от);* наследовать
destroy - v разрушать; уничтожать; **destructive** *a* разрушительный
dissolve v растворять
expose - v выходить *(на поверхность);* обнажаться; **exposure** - *n* обнажение
external - *a* внешний
extrusive - *a* эффузивный, излившийся *(о горной породе)*
force - v заставлять, принуждать; ускорять движение; *n* сила; усилие
glacier - *n* ледник, глетчер
grain - *n* зерно; **angular grains** - угловатые зерна *(минералов);* **grained** - *a* зернистый
gravel - *n* гравий, крупный песок
internal - *a* внутренний
intrusive - *a* интрузивный, плутонический
iron - *n* железо
layer - *n* пласт
like - *a* похожий, подобный; *syn* **similar;** *ant* **unlike;** *adv* подобно
lime - *n* известь; **limestone** - *n* известняк
loose - *a* несвязанный, свободный; рыхлый
make up - v составлять; *n* состав *(вещества)*
particle - *n* частица; включение
peat - *n* торф; торфяник
represent - v представлять собою; означать; быть представителем; **representative** - представитель; **representative** - *a* характерный, типичный
rock – *n* горная порода; **igneous** - изверженная порода; **sedimentary** - осадочная порода
sand - *n* песок
sandstone - *n* песчаник; **fine-grained (medium-grained, coarse-grained)** - мелкозернистый (среднезернистый, грубозернистый) песчаник
sediment - *n* отложение; осадочная порода; **sedimentary** - *a* осадочный; **sedimentation** - *n* образование осадочных пород

schist - *n (кристаллический)* сланец; **schistose** - *a* сланцеватый, слоистый
shale - *n* сланец, сланцевая глина, глинистый сланец; **clay** - глинистый сланец; **combustible …**, **oil …** - горючий сланец
siltstone - *n* алеврит
stratification - *n* напластование, залегание
stratify - v напластовываться; отлагаться пластами; **stratified** *a* пластовый; *syn* **layered, bedded**
substance - *n* вещество, материал; сущность
thickness - *n* толщина, мощность
value - *n* ценность; важность; величина; значение; **valuable** - *a* ценный *(о руде)*
vary - v изменять(ся); отличать(ся); *syn* **differ, change (from); variable** - *a* переменный; непостоянный; **various** *a* различный; *syn* **different**

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

The rocks of the Earth's crust are divided into three main groups: sedimentary rocks, which consist of fragments or particles of pre-existing rocks; igneous rocks which have solidified from magma and metamorphic rocks. Metamorphic rocks have been derived from either igneous or sedimentary rocks.

Sedimentary rocks represent one of the three major groups of rocks that make up the crust of the Earth. Most sedimentary rocks have originated by sedimentation. They are layered or stratified. Thus, stratification is the most important characteristic of sediments and sedimentary rocks. It is necessary to note that the processes which lead to the formation of sedimentary rocks are going on around us.

Sediments are formed at or very near the surface of the Earth by the action of heat, water (rivers, glaciers, seas and lakes) and organisms.

It should be noted that 95 per cent of the Earth's crust is made up of igneous rocks and that only 5 per cent is sedimentary. In contrast, the amount of sedimentary rocks on the Earth's surface is three times that of igneous rocks.

Strictly speaking, sedimentary rocks form a very small proportion by volume of the rocks of the Earth's crust. On the contrary, about three quarters of the Earth's surface is occupied by sedimentary rocks. It means that most of sedimentary rocks are formed by sediments, accumulations of solid material on the Earth's surface.

The thickness of the layers of sedimentary rocks can vary greatly from place to place. They can be formed by the mechanical action of water, wind, frost and organic decay. Such sediments as gravel, sand and clay can be transformed into conglomerates, sandstones and clay schists as a result of the accumulation of materials achieved by the destructive mechanical action of water and wind.

Mechanical sediments can be unconsolidated and consolidated. For example, gravel, sand and clay form the group of unconsolidated mechanical sediments, because they consist of loose uncemented particles (grains).

On the Earth's surface we also find consolidated rocks, which are very similar to the loose sediments whose particles are firmly cemented to one another by some substance. The usual cementing substances are sand, clay, calcium carbonate and others. Thus sandstones are consolidated rocks composed of round or angular sand grains, more or less firmly consolidated. Like sand, sandstones can be divided into fine-grained, medium-grained and coarse-grained.

On the other hand, chemical sediments are the result of deposits or accumulations of substances achieved by the destructive chemical action of water. The minerals such as rock salt, gypsum and others are formed through sedimentation of mineral substances that are dissolved in water.

Sediments can also be formed by the decay of the remains of organisms, by the accumulation of plant relics.1 They are called organic sediments. Limestones, peat, coal, mineral oil and other sediments may serve as an example of organic sediments.

The most principal kinds of sedimentary rocks are conglomerate, sandstone, siltstone, shale, limestone and dolomite. Many other kinds with large practical value include common salt, gypsum, phosphate, iron oxide and coal.

As is known, water, wind and organisms are called external forces, because their action depends on the energy which our planet receives from the Sun.

1). Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The rocks of the Earth's crust are divided into two main groups.
2. Igneous rocks are composed of particles of pre-existing rocks.
3. Sedimentary rocks are stratified.
4. Sediments are formed by the action of glaciers.
5. Igneous rocks make up 75 per cent of exposed rocks.
6. Conglomerates are formed as a result of the accumulation of materials caused by the destructive mechanical action of water.
7. Sandstones are consolidated rocks.
8. Clays are unconsolidated mechanical sediments.
9. Chemical sediments are formed by the destructive chemical action of water.
10. Peat and coal are the organic sediments which are of great practical value.
11. Clay schist was formed at the beginning of the sedimentation period and clay was formed later.

2). Ответьте на вопросы:

1. What main groups of rocks do you know?
2. Do sedimentary rocks consist of particles of pre-existing rocks?
3. How were igneous rocks formed?
4. Do you know how sedimentary rocks have originated?
5. What is the most important characteristic feature of sediments?
6. Do sedimentary rocks account for 10 per cent of the Earth's crust?
7. Is gravel consolidated mechanical sediment? And what about sand and clay?
8. What are cementing substances? Can calcium carbonate be used as a cementing substance?
9. Are there only fine-grained sandstones?
10. What can you say about chemical sediments?
11. Can you give an example of organic sediments? How are they formed?

3) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов.

1.	земная кора	а) sandstone
2.	растворяться в воде	б) fine-grained sand
3.	песчаник	в) the Earth's crust
4.	уплотненные осадки	г) exposed rocks
5.	изверженные породы	д) to dissolve in water
6.	мелкозернистый песок	е) like gypsum
7.	затвердевать	ж) consolidated sediments
8.	подобно гипсу	з) igneous rocks
9.	обнаженные породы	и) to solidify, to consolidate

б) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих сочетаний слов.

1.	coarse-grained sand	а) разрушительная сила воды
2.	siltstone and shale	б) пластовые месторождения
3.	the destructive action of water	в) доледниковый период

4.	existing rocks	г) крупнозернистый (грубо- зернистый) песок
5.	chemical decay	д) частицы вещества
6.	sedimentary rocks	е) алеврит и сланец
7.	stratified deposits	ж) существующие породы
8.	pre-glacial period	з) осадочные породы
9.	particles of a substance	и) химический распад

Text 4: Weathering of Rocks

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

contain - v содержать *(в себе),* вмещать
crack - *n* трещина; щель; v давать трещину; трескаться, раскалываться
contract - v сжиматься; сокращаться
dust - *n* пыль
expand - v расширяться); увеличивать(ся) в объеме; **expansion** *n* расширение; *ant* **contract**
fissure - *n* трещина *(в породе, угле);* расщелина; щель
fracture - *n* трещина; излом; разрыв; v ломать(ся); раздроблять *(породу)*
freeze - *v* замерзать; замораживать; застывать
gradual - *a* постепенный; **gradually** *adv* постепенно
hard - *a* твердый, жесткий; *ant* **soft;** тяжелый (о *работе); adv* сильно, упорно; **hardly** *adv* едва, с трудом
hole - *n* отверстие; скважина; шпур; шурф
influence - *n* влияние; v **(on, upon)** влиять (не *что-л.)*
lateral - *a* боковой
occur - *v* залегать; случаться; происходить; *syn* **take place, happen; occurrence** - *n* залегание; **mode of occurrence** - условия залегания
penetrate - *v* проникать *(внутрь),* проходить через *(что-л.)*
phenomenon - *n* явление; *pi* **phenomena**
pressure - *n* давление; **lateral pressure** боковое *(горизонтальное)* давление; **rock pressure** горное давление, давление породы
rate - *n* степень, темп; скорость, норма; производительность; сорт; *syn* **speed, velocity**
refer - v (to) ссылаться *(на что-л.);* относиться *(к периоду, классу)*
resist - *v* сопротивляться; противостоять; противодействовать; **resistance** - *n* сопротивление; **resistant** - *a* стойкий; прочный; сопротивляющийся
size - *n* размер; величина; класс *(угля)*
solution – *n* раствор; **soluble** - *a* растворимый; **solvent** - растворитель; *a* растворяющий
succession – *n* последовательность, непрерывный ряд; **in succession** последовательно
undergo (underwent, undergone) - *v* испытывать *(что-л.),* подвергаться *(чему-л.)*
uniform – *a* однородный; одинаковый
weathering - *n* выветривание; эрозия *(воздействию, влиянию и т.д.)*
to be subjected to подвергаться

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

All rocks which are exposed on the Earth's surface (high mountain peaks, deserts) are decomposed to a certain degree. The process of rock disintegration by the direct influence of local atmospheric conditions on the Earth's surface is called weathering. This phenomenon is often referred to in geology because weathering is an active process. It takes place in the upper layers of the Earth's crust.

The main cause of physical weathering is the change in temperature that takes place with the succession of day and night. This phenomenon can best be observed in the deserts and high mountains where the changes in temperature are common.

During the day under the influence of heat, rocks expand whereas at night they begin to contract. As rocks are generally composed of different minerals, their expansion and contraction do not occur uniformly. As a result of this rocks crack. At the beginning these cracks or fissures are hardly noticeable but gradually they become wider and deeper until the whole surface of rock is finally transformed into gravel, sand or dust.

In the regions of a moderate or cold climate, where the temperature in winter goes down to below 0 (zero), the decomposition of rocks is greatly facilitated by the action of water. When water freezes it increases in volume and develops enormous lateral pressure. Under the action of water, rocks decompose to pieces of varied forms and sizes.

The decomposition of rocks under the direct influence of heat and cold is called physical weathering.

Rocks are subjected not only to physical decomposition but also to chemical weathering, i.e. to the action of chemical agents, such as water, carbon dioxide and oxygen. In a general way, chemical weathering is an acid attack on the rocks of the Earth's crust, in particular an attack on the most abundant minerals — quartz (sand) and aluminosilicates (clays). Only few minerals and rocks are resistant to the action of natural waters. The solvent action of water is stronger when it contains carbon dioxide. Water causes more complex and varied changes. With the participation of oxygen and carbon dioxide up to 90 per cent of rocks is transformed into soluble minerals, which are carried away by the waters.

Organisms and plants also take part in the disintegration of rocks. Certain marine organisms accelerate the destruction of rocks by making holes in them to live in. The action of plants can often be even more destructive. Their roots penetrate into the fissures of rocks and develop the lateral pressure which fractures and destroys rocks.

1. Укажите, какие предложены соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The process of sedimentation is called weathering.
2. The change in temperature causes physical weathering.
3. As a rule during the night rocks expand.
4. When freezing water decreases in volume and develops enormous lateral pressure.
5. The decomposition of rocks is due to the influence of heat and cold.
6. As a rule water contains dissolved mineral substances.
7. The solvent action of water is stronger when it does not contain carbon dioxide.
8. It should be noticed that the action of organisms and plants is destructive.
9. Certain marine organisms accelerate the destruction of rocks.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What process is called weathering?
2. What process is called physical weathering?
3. Where can the phenomenon of physical weathering be best observed?
4. What process is called chemical weathering?
5. What substances can act as solvents?
6. Are all minerals and rocks resistant to the action of natural waters or only few minerals and rocks can resist the action of water?
7. How do organisms act on the destruction of rocks?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. the Earth's surface
2. to be composed of different minerals
3. the expansion of rocks
4. changes in temperature

5. under the influence of heat
6. weathering
7. destructive forces
8. a great number of fractures
9. to penetrate into fissures

а) под влиянием тепла
б) разрушительные силы
в) выветривание
г) большое количество трещин
д) состоять из различных минералов
е) расширение пород
ж) проникать в трещины
з) изменения температуры
и) поверхность земли

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. увеличиваться в объеме
2. развивать боковое давление
3. способствовать разрушению пород
4. подвергаться гниению
5. растворять вещества
6. сопротивляться (чему-л.)
7. некоторые органические вещества
8. ускорять процесс выветривания
9. куски породы различных размеров

а) to facilitate the decomposition of rocks
б) to increase in volume
в) to resist (smth)
г) rock pieces of varied (different) sizes
д) to accelerate the process of weathering
е) to be subjected to decay
ж) to dissolve substances
з) to develop lateral pressure
и) certain organic substances

Text 5: Fossil Fuels

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

accumulate - v накапливать; скопляться
ancient - *a* древний, старинный; *ant* **modern**
associate - v связывать, соединять, ассоциироваться; *syn* **connect, link**
burn (burnt) - v сжигать; гореть; жечь
charcoal - *n* древесный уголь
convenient - *a* удобный, подходящий
crude - *a* сырой, неочищенный
dig (dug) - v добывать; копать; **digger** - n угольный экскаватор; землеройная машина
divide - v делить; (from) отделять; разделять
evidence - *n* доказательство; очевидность; признак(и)
fossil - *a* окаменелый, ископаемый; *n* ископаемое *(органического происхождения);* окаменелость
heat - v нагревать; *n* теплота
liquid - *a* жидкий; n жидкость; *ant* **solid**

manufacture - *v* изготовлять, производить; *syn* **produce**
mudstone - *n* аргиллит
purpose - *n* цель; намерение; *syn* **aim, goal**
shale - *n* глинистый сланец
the former … the latter - первый *(из вышеупомянутых)* последний *(из двух названных)*

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

The chief sources of energy available to man today are oil, natural gas, coal, water power and atomic energy. Coal, gas and oil represent energy that has been concentrated by the decay of organic materials (plants and animals) accumulated in the geologic past. These fuels-are often referred to as fossil fuels.

The word fossil (derived from the Latin fodere "to dig up") originally referred to anything that was dug from the ground, particularly a mineral. Today the term fossil generally means any direct evidence of past life, for example, the footprints of ancient animals. Fossils are usually found in sedimentary rocks, although sometimes they may be found in igneous and metamorphic rocks as well. They are most abundant in mudstone, shale and limestone, but fossils are also found in sandstone, dolomite and conglomerate.

Most fuels are carbon-containing substances that are burned in air. In burning fuels give off heat which is used for different purposes.

Fuels may be solid, liquid and gaseous. Solid fuels may be divided into two main groups, natural and manufactured. The former category includes coal, wood, peat and other plant products. The latter category includes coke and charcoal obtained by heating coal in the absence of air.

Liquid fuels are derived almost from petroleum. In general, natural petroleum, or crude oil, as it is widely known, is the basis of practically all industrial fuels. Petroleum is a mixture of hundreds of different hydrocarbons — compounds composed of hydrogen and carbon — together with the small amount of other elements such as sulphur, oxygen and nitrogen. Petroleum is usually associated with water and natural gas. It is found in porous sedimentary rocks where the geological formation allowed the oil to collect from a wide area. Petroleum is one of the most efficient fuels and raw materials.

Of gaseous fuels the most important are those derived from natural gas, chiefly methane or petroleum. Using gaseous fuels makes it possible to obtain high thermal efficiency, ease of distribution and control. Gas is the most economical and convenient type of fuels. Today gas is widely utilized in the home and as a raw material for producing synthetics.

Scientists consider that a most promising source of natural resources may be the floor of the sea, a subject which now has become an important field of research.

Generally speaking, all types of fossil fuels described in the text are of great economic importance as they represent the sources of energy the man uses today.

1. Укажете, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Coal, water power and atomic energy are the only sources of energy available to man today.
2. Coal, wood and peat represent natural group of solid fuels.
3. As a rule fossil fuels are found in sedimentary rocks.
4. Crude oil is widely used for producing solid fuels.
5. Petroleum can be found in porous sedimentary rocks.
6. Gas is used to produce synthetic materials.
7. Not all types of fossil fuels burn.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What fuels are often referred to as fossil fuels?
2. What does the word fossil mean?
3. What rocks are most abundant hi fossil fuels?

4. What types of fossil fuels do you know?
5. Is coke a natural or manufactured solid fuel? And what can you say about coal and peat?
6. How are coke and charcoal produced?
7. What rocks is petroleum usually associated with?
8. What are the advantages of gaseous fuels?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов сочетаний слов.

1.	fossil fuel	а) дерево и торф
2.	raw material	б) небольшое количество аргиллита
3.	crude oil	в) органическое топливо
4.	the chief sources of energy	г) сланец и известняк
5.	to refer to	д) сырье
6.	any direct or indirect evidence of the deposit	е) материалы, содержащие углерод
7.	shale and limestone	ж) главные источники энергии
8.	carbon-containing materials	з) любые прямые или косвенные признаки месторождения
9.	wood and peat	и) сырая (неочищенная) нефть
10.	the small amount of mudstone	к) относиться к (чему-л.); ссылаться на (что-л.)

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов.

1.	древесный уголь и кокс	а) to collect data
2.	жидкое топливо	б) charcoal and coke
3.	накапливать	в) to be composed of limestones
4.	собирать данные	г) liquid fuel
5.	происходить от	д) to accumulate
6.	получать хорошие результаты	е) to derive from
7.	богатый горючими сланцами	ж) to obtain good results
8.	состоять из известняков	з) abundant in oil shales

Text 6: Coal and Its Classification

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

bench - *n* слой, пачка *(пласта)*
blend - v смешивать(ся); вклинивать(ся)
combustion - *n* горение, сгорание; **spontaneous combustion** самовоспламенение, самовозгорание
continuity - *n* непрерывность, неразрывность
domestic - *a* внутренний; отечественный
estimate - v оценивать; *n* оценка; смета
fault - *n* разлом, сдвиг *(породы);* сброс; **faulting** *n* образование разрывов или сбросов
fold - *n* изгиб, складка, флексура; **foulding** - *n* складчатость, смешение *(пласта)* без разрыва
inflame - v воспламеняться; загорать(ся); **inflammable** - *a* воспламеняющийся, горючий, огнеопасный; **flame** - *n* пламя
intermediate - *a* промежуточный; вспомогательный
liable - *a* (to) подверженный; подлежащий *(чему-л.)*
luster - *n* блеск *(угля, металла);* **lustrous** - *a* блестящий
matter - *n* вещество; материя
moisture - *n* влажность, сырость; влага
parting - *n* прослоек
plane - *n* плоскость; **bedding plane** плоскость напластования
rank - *n* класс, тип; **coal rank** группа угля, тип угля
regular - *a* правильный; непрерывный; *ant* **irregular** неправильный; неравномерный; **regularity** *n* непрерывность; правильность

similar - *a* похожий, сходный; подобный; *syn* **alike, the same as**
smelt - v плавить *(руду);* выплавлять *(металл)*
store - v запасать, хранить на складе; вмещать
strata - *n pl от* **stratum** пласты породы; свита *(пластов);* формация, напластования породы; *syn* **measures**
thickness - *n* мощность *(пласта, жилы)*
uniform - *a* однородный; равномерный; **uniformity** *n* однородность; единообразие
utilize - v использовать; *syn* **use, apply, employ**
volatile - *a* летучий, быстро испаряющийся

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

Coal is the product of vegetable matter that has been formed by the action of decay, weathering, the effects of pressure, temperature and time millions of years ago.

Although coal is not a true mineral, its formation processes are similar to those of sedimentary rocks.

Structurally coal beds are geological strata characterized by the same irregularities in thickness, uniformity and continuity as other strata of sedimentary origin. Coal beds may consist of essentially uniform continuous strata or like other sedimentary deposits may be made up of different bands or benches of varying thickness.

You can see a seam limited by two more or less parallel planes, a shape which is typical of sedimentary rocks. The benches may be separated by thin layers, of clay, shale, pyrite or other mineral matter, commonly called partings. Like other sedimentary rocks coal beds may be structurally disturbed by folding and faulting.

According to the amount of carbon coals are classified into: brown coals, bituminous coals and anthracite. Brown coals are in their turn subdivided into lignite and common brown coal. Although carbon is the most important element in coal, as many as 72 elements have been found in some coal deposits, including lithium, chromium, cobalt, copper, nickel, tungsten and others.

Lignite is intermediate in properties between peat and bituminous coal, containing when dry about 60 to 75 per cent of carbon and a variable proportion of ash. Lignite is a low-rank brown-to-black coal containing 30 to 40 per cent of moisture. Developing heat it gives from 2,500 to 4,500 calories. It is easily inflammable but burns with a smoky flame. Lignite is liable to spontaneous combustion. It has been estimated that about 50 per cent of the world's total coal reserves are lignitic.

Brown coal is harder than lignite, containing from 60 to 65 per cent of carbon and developing greater heat than lignite (4,000-7,000 calories). It is very combustible and gives a brown powder. Bituminous coal is the most abundant variety, varying from medium to high rank. It is a soft, black, usually banded coal. It gives a black powder and contains 75 to 90 per cent of carbon. It weathers only slightly and may be kept in open piles with little danger of spontaneous combustion if properly stored. Medium-to-low volatile bituminous coals may be of coking quality. Coal is used intensively in blast furnaces for smelting iron ore. There are non-coking varieties of coal.

As for the thickness, the beds of this kind of coal are not very thick (1-1.5 meters). The great quantities of bituminous coal are found in the Russian Federation.

Anthracite or "hard" coal has a brilliant lustre containing more than 90 per cent of carbon and low percentage of volatile matter. It is used primarily as a domestic fuel, although it can sometimes be blended with bituminous grades of coal to produce a mixture with improved coking qualities. The largest beds of anthracite are found in Russia, the USA and Great Britain.

Coal is still of great importance for the development of modern industry. It may be used for domestic and industrial purposes. Being the main source of coke, coal is widely used in the iron and steel industry. Lignite, for example either in the raw state or in briquetted form, is a source of industrial carbon and industrial gases.

There is a strong tendency now for increased research into new technologies to utilize coal. No doubt, coal will be used as a raw material for the chemical industry and petrochemical processes. All

these processes involve coal conversion which include gasification designed to produce synthetic gas from coal as the basis for hydrogen manufacture, liquefaction (разжижение) for making liquid fuel from coal and other processes.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Anthracite coals may be divided into lignite and common brown coal.
2. Coals are ranked according to the percentage of carbon they contain.
3. Peat, with the least amount of carbon is the lowest rank, then comes lignite or brown coal.
4. Brown coal is hard and it is not liable to spontaneous combustion.
5. Bituminous coal weathers rapidly and one cannot keep it in open piles.
6. Being intensively used in the iron and steel industry bituminous coal varies from medium to high rank.
7. Anthracite or hard coal, the highest in percentage of carbon, can be blended with bituminous grades of coal.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What is the classification of coal based on?
2. Is carbon the only element in coal? (Prove it.)
3. Is lignite intermediate in properties between peat and bituminous coal?
4. What heat value does lignite develop when burnt?
5. What coals are liable to spontaneous combustion?
6. What is the difference between lignite and brown coal?
7. Is bituminous coal high- or low-volatile?
8. Does anthracite contain 90 per cent of carbon?
9. Where are the largest deposits of anthracite found? And what can you say about bituminous coal?
10. What do you know about the utilization of coal?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1.	spontaneous combustion	а) легковоспламеняющийся газ
2.	moisture and ash content	б) высокосортный уголь
3.	the most abundant variety	в) плавить железную руду
4.	in its turn	г) самовозгорание
5.	the amount of volatile matter	д) содержание влаги и золы
6.	easily inflammable gas	е) дымное пламя
7.	brilliant lustre	ж) наиболее широко распространенные угли
8.	to smelt iron ore	з) яркий блеск
9.	high-rank coal	и) в свою очередь
10.	a smoky flame	к) количество летучих веществ

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов н сочетаний слов:

1.	тип угля	а) heat value
2.	некоксующийся уголь	б) amount of carbon
3.	доменная печь	в) coal rank
4.	содержание углерода	г) to store coal
5.	смешиваться с другими углями	д) to weather rapidly
6.	улучшенного качества	е) non-coking coal
7.	складировать уголь	ж) blast furnace
8.	теплотворная способность	з) of improved quality
9.	быстро выветриваться	и) to blend with other coals

Text 7: General Information on Mining

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

access - *n* доступ

affect - v воздействовать *(на что-л.);* влиять; *syn* **influence**

barren - *a* непродуктивный; пустой *(о породе)*

chute - *n* скат, спуск; углеспускная выработка; жёлоб

compare - v (with) сравнивать, проводить параллель

contribute - v способствовать, содействовать; делать вклад *(в науку);* **make a (one's) ~ to smth.** сделать вклад во что-л.

cross-section - *n* поперечное сечение, поперечный разрез, профиль

develop - v разрабатывать *(месторождение);* развивать *(добычу);* производить подготовительные работы; **development** - *n* подготовительные работы; развитие добычи; развитие

drift - *n* штрек, горизонтальная выработка

ensure - v обеспечивать, гарантировать; *syn* **guarantee**

face - *n* забой; лава

floor - л почва горной выработки, почва пласта (жилы); **quarry** ~ подошва карьера; пол, настил

govern - v править, управлять; руководить; определять, обусловливать

inclination - *n* уклон, скат, наклон *(пластов);* наклонение; **seam** ~ падение *(пласта);* наклон *(пласта)*

incline - *n* уклон, бремсберг, скат; наклонный ствол; **gravity** ~ бремсберг

inclined - *a* наклонный; **flatly** ~ слабо наклонный; **gently ~** наклонного падения; **medium** ~ умеренно наклонный *(о пластах);* **steeply** ~ крутопадающий

level - *n* этаж, горизонт, горизонтальная горная выработка; штольня; уровень *(инструмент);* нивелир; ватерпас; горизонтальная поверхность

recover - v извлекать *(целики);* выбирать, очищать; добывать *(уголь и т.п.);* восстанавливать

remove - v удалять; убирать; устранять; перемещать; **removal** - *n* вскрыша; выемка; уборка *(породы);* извлечение *(крепи);* перемещение; **overburden** - удаление вскрыши

rib - *n* ребро; выступ; узкий целик, предохранительный целик; грудь забоя

roof - *n* крыша; кровля выработки; кровля пласта *(или* жилы); перекрытие; ~ **support** - крепление кровли

shaft - *n* шахтный ствол; **auxiliary** ~ вспомогательный ствол; **hoisting** ~ подъемный ствол; главный шахтный ствол

tabular - *a* пластовый (о *месторождении);* пластообразный; плоский; линзообразный; *syn* **bedded, layered**

waste - *n* пустая порода; отходы; *syn* **barren rock**

well - *n* буровая скважина; колодец, источник; водоем; зумф

capital investment - капитальные вложения

gate road - промежуточный штрек

in bulk - навалом, в виде крупных кусков

metal-bearing - содержащий металл

production face/working - очистной забой

productive mining - эксплуатационные работы

in view of - ввиду чего-л., принимая во внимание что-л.

with a view to - с целью

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

As has been said, mining refers to actual ore extraction. Broadly speaking, mining is the industrial process of removing a mineral-bearing substance from the place of its natural occurrence in the Earth's crust. The term "mining" includes the recovery of oil and gas from wells; metal, non-metallic minerals, coal, peat, oil shale and other hydrocarbons from the earth. In other words, the work done to extract mineral, or to prepare for its extraction is called mining.

The tendency in mining has been towards the increased use of mining machinery so that modern mines are characterized by tremendous capacities. This has contributed to: 1) improving working conditions and raising labour productivity; 2) the exploitation of lower-grade metal-bearing substances and 3) the building of mines of great dimensions.

Mining can be done either as a surface operation (quarries, opencasts or open pits) or by an underground method. The mode of occurrence of the sought-for metallic substance governs to a large degree the type of mining that is practised. The problem of depth also affects the mining method. If the rock containing the metallic substance is at a shallow site and is massive, it may be economically excavated by a pit or quarry-like opening on the surface. If the metal-bearing mass is tabular, as a bed or vein, and goes to a great distance beneath the surface, then it will be worked by some method of underground mining.

Working or exploiting the deposit means the extraction of mineral. With this point in view a number of underground workings is driven in barren (waste) rock and in mineral. Mine workings vary in shape, dimensions, location and function.

Depending on their function mine workings are described as exploratory, if they are driven with a view to finding or proving mineral, and as productive if they are used for the immediate extraction of useful mineral. Productive mining can be divided into capital investment work, development work, and face or production work. Investment work aims at ensuring access to the deposit from the surface. Development work prepares for the face work, and mineral is extracted (or produced) in bulk.

The rock surfaces at the sides of workings are called the sides, or hi coal, the ribs. The surface above the workings is the roof in coal mining while in metal mining it is called the back. The surface below is called the floor.

The factors such as function, direct access to the surface, driving in mineral or in barren rock can be used for classifying mine workings:

I. Underground workings:

a) Long or deep by comparison with their cross-section may be: 1) vertical (shaft, blind pit); 2) sloping (slopes, sloping drifts, inclines); 3) horizontal (drifts, levels, drives, gate roads, adits, crosscuts).

b) Large openings having cross dimensions comparable with their length.

c) Production faces, whose dimensions depend on the thick ness of the deposit being worked, and on the method of mining it.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. As a rule, the term "mining" includes the recovery of oil and gas from wells as well as coal, iron ores and other useful minerals from the earth.
2. The increased use of mining machinery has greatly contributed to raising labour productivity and improving working conditions.
3. It is quite obvious that the problem of depth is not always taken into consideration in choosing the mining method.
4. Productive workings are usually used for the immediate extraction of useful mineral.
5. Underground workings are driven in barren rock or in mineral.
6. A shaft is a vertical underground working which is long and deep in comparison with its cross-section.
7. The surface above the mine working is usually called the floor.
8. The rock surfaces at the sides of mine workings arc called the ribs.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What is mining?
2. What has contributed to the better working conditions of the miners?
3. What factors influence the choice of the mining method?
4. In what case is useful mineral worked by open pits?
5. Are exploratory workings driven with a view to finding and proving mineral or are they driven for immediate extraction of mineral?
6. What is the difference between development and production work?
7. What main factors are used for classifying mine workings?
8. What do the dimensions of production faces depend on?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. direct access to the surface
2. open-cast mining
3. tabular (or bedded) deposits
4. oil well
5. underground workings
6. cross-section of a working
7. production face
8. the roof of the mine working
9. to drive mine workings in barren rock
10. to affect the mining method

а) нефтяная скважина
б) проходить горные выработки по пустой породе
в) влиять на метод разработки
г) прямой доступ к поверхности
д) пластовые месторождения
е) открытая разработка
ж) поперечное сечение выработки
з) подземные выработки
и) очистной забой
к) кровля горной выработки

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов сочетаний слов:

1. способствовать чему-л.
2. размер ствола
3. извлекать, добывать (уголь)
4. штреки и квершлаги
5. пустая порода
6. вообще говоря
7. удалять, перемещать (крепь, вскрышу и др.)
8. с целью ...
9. подготовительные работы
10. мощность пласта

а) thickness of a seam
б) shaft dimension
в) with a view to
г) to contribute to smth.
д) development work
е) to remove (timber, overburden, etc.)
ж) drifts (gate roads) and crosscuts
з) generally speaking

и) to recover (coal)
к) waste (barren) rock

Text 8: Methods of Working Bedded Deposits Underground

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

advantage - *n* преимущество; превосходство; выгода; польза; **advantageous** - *a* выгодный; благоприятный, полезный; **to take advantage of smth** воспользоваться чём-л.

caving - *n* обрушение *(кровли);* разработка с обрушением

deliver - v доставлять, подавать; питать; нагнетать; произносить *(речь);* читать *(лекцию)*

entry - *n* штрек; выработка горизонтальная; *pl* подготовительные выработки; нарезные выработки; штреки

giant - *n* гидромонитор

gravity - *n* сила тяжести; вес, тяжесть; **by ~** самотеком, под действием собственного веса

haul - v доставлять; откатывать; подкатывать; перевозить; **haulage** - *n* откатка; доставка; транспортировка *(по горизонтали)*

longwall - *n* лава; выемка лавами; сплошной забой, сплошная или столбовая система разработки; *syn* **continuous mining; ~ advancing on the strike** выемка лавами прямым ходом по простиранию; сплошная система разработки по простиранию; **~ advancing to the rise** сплошная система разработки с выемкой по восстанию; ~ to **the dip** сплошная система разработки с выемкой по падению; ~ **retreating** выемка лавами обратным ходом; столбовая система разработки лавами

lose (lost) - v терять; **loss -** *n* потеря, убыток

pillar - *n* целик; столб; **shaft** ~ околоствольный целик; ~ **method** столбовая система разработки; ~ **mining** выемка целиков

predominate - v преобладать, превалировать; превосходить; господствовать, доминировать

protect - v охранять, защищать

reach - v простираться, доходить до; добиваться, достигать

satisfy - v удовлетворятъ(ся)

shield - *n* щит; ~ **method** щитовой метод проходки, щитовой способ

room - *n* камера; очистная камера; **room-and-pillar method** камерно-столбовая система разработки

stowing - *n* закладка *(выработанного пространства)*

method of working система разработки

the sequence of working the seams - последовательность отработки пластов

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

The method of working (or method of mining) includes a definite sequence and organization of development work of a deposit, its openings and its face work in certain geological conditions. It depends on the mining plan and machines and develops with their improvements. A rational method of working should satisfy the following requirements in any particular conditions: 1) safety of the man; 2) maximum output of mineral; 3) minimum development work (per 1,000 tons output); 4) minimum production cost and 5) minimum losses of mineral.

Notwithstanding the considerable number of mining methods in existence, they can be reduced to the following main types: 1. Methods of working with long faces (continuous mining); 2. Methods of working with short faces (room-and-pillar). The characteristic feature of the continuous mining is the absence of any development openings made in advance of production faces. The main advantage of long continuous faces is that they yield more mineral. Besides, they allow the maximum use of combines (shearers), cutting machines, powered supports and conveyers. The longwall method permits an almost 100 per cent recovery of mineral instead of 50 to 80 per cent obtainable in room-and-pillar methods.

The basic principle of room-and-pillar method is that rooms from 4 to 12 meters wide (usually 6-7) are driven from the entries, each room is separated from each other by a rib pillar. Rib pillars are recovered or robbed after the rooms are excavated. The main disadvantage of shortwall work is a considerable loss of mineral and the difficulty of ventilation. In working bedded deposits methods of mining mentioned above may be used either with stowing or with caving.

In Russia, Germany (the Ruhr coal-field), France and Belgium nearly all the faces are now long ones. In Britain longwall faces predominate.

The USA, Canada, Australia and to some extent India are developing shortwall faces and creating the machines for them. In these countries shortwall faces are widely used.

In Russia the thick seams are taken out to full thickness up to 4.5 m thick if they are steep, and up to 3.5 m thick if they are gently sloping or inclined. In the Kuznetsk coal-field long faces are worked to the dip with ashield protection, using a method proposed by N.Chinakal. In shield mining coal is delivered to the lower working by gravity so that additional haulage is not required.

It should also be noted that in Russia hydraulic mining is widely used as it is one of the most economic and advantageous methods of coal getting. New hydraulic mines are coming into use in a number of coal-fields. Hydraulic mining is developing in other countries as well.

The aim of hydraulic mining is to remove coal by the monitors (or giants) which win coal and transport it hydraulically from the place of work right to the surface. It is quite obvious that the choice of the method of mining will primarily depend on the depth and the shape and the general type of the deposit.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. A definite sequence and organization of development work is called mining.
2. Mining methods in existence can be reduced to the two main types.
3. The depth and the shape of the deposit influence the choice of the method of working.
4. As is known, in Belgium all the faces are short now, in Great Britain they amount to 84 per cent.
5. In Australian collieries shortwall faces are widely used.
6. The room-and-pillar method is characterized by the absence of any development openings.
7. High-capacity monitors win coal and transport it hydraulically right to the surface.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What factors does mining depend on?
2. What is mining?
3. What are the most important factors which affect the choice of the method of working?
4. Do short faces or long faces predominate in Russia? What can you say about the Ruhr coal-field?
5. Is Canada developing shortwall faces or longwall faces?
6. What are the main disadvantages of shortwall faces?
7. What are the two main methods of working?
8. What is the main advantage of long continuous faces?
9. What methods of mining long faces do you know?
10. What method of mining is characterized by the absence of development openings?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов в сочетаний слов:

1.	development face	а) сплошная система разработки
2.	great losses	б) выемка целиков
3.	shield method of mining	в) подготовительный забой
4.	continuous mining	г) большие потери
5.	longwall advancing to the dip	д) удовлетворять требованиям
6.	the room-and-pillar method of mining	е) зависеть от геологических условий
7.	to open up a deposit	ж) выемка лавами прямым ходом по падению

8. pillar mining з) щитовая система разработки
9. to satisfy the requirements и) вскрывать месторождение
10. to depend upon the geological conditions к) камерно-столбовая система разработки

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. включать (в себя) а) safety
2. выемка лавами обратным ходом б) annual output
3. достигать 50% в) to involve
4. превышать 60% г) to propose a new method of mining
5. безопасность д) long wall retreating
6. годовая добыча е) in connection with difficulties
7. основной недостаток системы разработки ж) to exceed 60 per cent
8. под-этаж з) notwithstanding (in spite of)
9. крутопадающий пласт и) to reach 50 per cent
10. щитовая система разработки к) the main disadvantage of the method of mining
11. предложить новый способ разработки л) sublevel
12. в связи с трудностями м) the shield method of mining
13. несмотря на н) open up a deposit
14. вскрывать месторождение о) steep seam

2.3 Подготовка доклада

Подготовьте доклад по одной из предложенных тем.

1. Inigo Jones (1573-1652)
2. Christopher Wren (1632-1723)
3. Geoffrey Chaucer (1340-1400)
4. Samuel Johnson (1709-1784)
5. Alfred Tennyson (1809-1892)
6. Thomas Hardy (1840-1928)
7. John Milton (1608-1674)
8. William Makepeace Thackeray (1811-1863)
9. Henry Wadsworth Longfellow (1807 – 1882)
10. Joshua Reynolds (1723-1792)
11. Thomas More (1478 – 1535)
12. J.M.W. Turner (1775-1851)
13. Thomas Gainsborough (1727 – 1788)
14. Henry Moor (1898-1986)
15. Henry Irving (1838-1905)
16. William Gilbert (1836-1911)
17. Arthur Sullivan (1842-1900)
18. James Watt (1736 - 1819)
19. Thomas Telford (1757 - 1834)
20. Isambard Kingdom Brunel (1806 – 1859)
21. George Stephenson (1781 – 1848)
22. David Livingstone (1813 – 1873)
23. Tony Blair (1953)
24. Winston Churchill (1874 - 1965)
25. Margaret Hilda Thatcher (1925)
26. Sir Isaac Newton (1642 – 1727
27. Alexander Graham Bell (1847 - 1922)

28. Robert Burns (1759 – 1796)

Правила предоставления информации в докладе

Размер	**А4**
Шрифт	Текстовый редактор Microsoft Word, шрифт Times New Roman 12
Поля	слева – 2 см., сверху и справа – 1 см., снизу – 1
Абзацный отступ	1 см устанавливается автоматически
Стиль	Примеры выделяются курсивом
Интервал	межстрочный интервал – 1
Объем	1 -2 страницы (до 7 минут устного выступления)
Шапка доклада	***Иванова Мария Ивановна*** Екатеринбург, Россия ФГБОУ ВПО УГГУ, МД-13 НАЗВАНИЕ ДОКЛАДА
	Список использованной литературы

Краткое содержание статьи должно быть представлено на 7-10 слайдах, выполненных в PowerPoint.

2.4 Подготовка к тесту

Тест направлен на проверку страноведческих знаний и знаний межкультурной коммуникации. Для этого студентам необходимо повторить материал, представленный в *Социально-культурной сфере общения* по теме «Страны изучаемого языка» (Я и мир). Для успешного написания теста изучите следующий материал:

THE GEOGRAPHICAL POSITION OF GREAT BRITAIN

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland covers an area of some 244 thousand square miles. It is situated on the British Isles. The British Isles are separated from Europe by the Strait of Dover and the English Channel. The British Isles are washed by the North Sea in the east and the Atlantic Ocean in the west.

England is in the southern and central part of Great Britain. Scotland is in the north of the island. Wales is in the west. Northern Ireland is situated in the north-eastern part of Ireland.

England is the richest, the most fertile and most populated part in the country. There are mountains in the north and in the west of England, but all the rest of the territory is a vast plain. In the northwestern part of England there are many beautiful lakes. This part of the country is called Lake District.

Scotland is a land of mountains. The Highlands of Scotland are among the oldest mountains in the world. The highest mountain of Great Britain is in Scotland too. The chain of mountains in Scotland is called the Grampians. Its highest peak is Ben Nevis. It is the highest peak not only in Scotland but in the whole Great Britain as well. In England there is the Pennine Chain. In Wales there are the Cumbrian Mountains.

There are no great forests on the British Isles today. Historically, the most famous forest is Sherwood Forest in the east of England, to the north of London. It was the home of Robin Hood, the famous hero of a number of legends.

The British Isles have many rivers but they are not very long. The longest of the English rivers is the Severn. It flows into the Irish Sea. The most important river of Scotland is the Clyde. Glasgow stands on it. Many of the English and Scottish rivers are joined by canals, so that it is possible to travel by water from one end of Great Britain to the other.

The Thames is over 200 miles long. It flows through the rich agricultural and industrial districts of the country. London, the capital of Great Britain, stands on it. The Thames has a wide mouth, that's

why the big ocean liners can go up to the London port. Geographical position of Great Britain is rather good as the country lies on the crossways of the see routes from Europe to other parts of the world. The sea connects Britain with most European countries such as Belgium, Holland, Denmark, Norway and some other countries. The main sea route from Europe to America also passes through the English Channel.

United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland occupies the territory of the British Isles. They lie to the north-west of Europe.

Once upon a time the British Isles were an integral part of the mainland. As a result of sinking of the land surface they became segregated. Great Britain is separated from the continent by the English Channel. The country is washed by the waters of the Atlantic Ocean. Great Britain is separated from Belgium and Holland by the North Sea, and from Ireland — by the Irish Sea.

There are several islands along the coasts. The total area of the British Isles is 325 000 km2. The main islands are Great Britain and Ireland.

The surface of the country is much varied. Great Britain is the country of valleys and plains.

The insular geographical position of Great Britain promoted the development of shipbuilding, different trading contacts with other countries. It has also allowed the country to stay independent for quite a long period of time.

THE BRITISH PARLIAMENT

The British Parliament is the oldest in the world. It originated in the 12th century as Witenagemot, the body of wise councillors whom the King needed to consult pursuing his policy. The British Parliament consists of the House of Lords and the House of Commons and the Queen as its head.

The House of Commons plays the major role in law-making. It consists of Members of Parliament (called MPs for short). Each of them represents an area in England, Scotland, Wales and Ireland.

MPs are elected either at a general election or at a by-election following the death or retirement. Parliamentary elections are held every 5 years and it is the Prime Minister who decides on the exact day of the election. The minimum voting age is 18. And the voting is taken by secret ballot.

The election campaign lasts about 3 weeks, The British parliamentary system depends on political parties.

The party which wins the majority of seats forms the government and its leader usually becomes Prime Minister. The Prime Minister chooses about 20 MPs from his party to become the cabinet of ministers. Each minister is responsible for a particular area in the government. The second largest party becomes the official opposition with its own leader and «shadow cabinet». The leader of the opposition is a recognized post in the House of Commons.

The parliament and the monarch have different roles in the government and they only meet together on symbolic occasions, such as coronation of a new monarch or the opening of the parliament. In reality, the House of Commons is the one of three which has true power.

The House of Commons is made up of six hundred and fifty elected members, it is presided over by the speaker, a member acceptable to the whole house. MPs sit on two sides of the hall, one side for the governing party and the other for the opposition. The first 2 rows of seats are occupied by the leading members of both parties (called «front benches»). The back benches belong to the rank-and-life MPs.

Each session of the House of Commons lasts for 160-175 days. Parliament has intervals during his work. MPs are paid for their parliamentary work and have to attend the sittings.

As mention above, the House of Commons plays the major role in law making. The procedure is the following: a proposed law («a bill») has to go through three stages in order to become an act of Parliament; these are called «readings».

The first reading is a formality and is simply the publication of the proposal. The second reading involves debate on the principles of the bill; it is examination by parliamentary committee.

And the third reading is a report stage, when the work of the committee is reported on to the house. This is usually the most important stage in the process.

When the bill passes through the House of Commons, it is sent to the House of Lords for discussion, when the Lords agree it, the bill is taken to the Queen for royal assent, when the Queen sings the bill, it becomes act of the Parliament and the Law of the Land.

The House of Lords has more than 1000 members, although only about 250 take an active part in the work in the house. Members of this Upper House are not elected; they sit there because of their rank. The chairman of the House of Lords is the Lord Chancellor. And he sits on a special seat, called «Woolsack».

The members of the House of Lords debate the bill after it has been passed by the House of Commons. Some changes may be recommended and the agreement between the two houses is reached by negotiations.

BRITISH TRADITIONS AND CUSTOMS

British nation is considered to be the most conservative in Europe. It is not a secret that every nation and every country has its own customs and traditions. In Great Britain people attach greater importance to traditions and customs than in other European countries. Englishmen are proud of their traditions and carefully keep them up. The best examples are their queen, money system, their weights and measures.

There are many customs and some of them are very old. There is, for example, the Marble Championship, where the British Champion is crowned; he wins a silver cup known among folk dancers as Morris Dancing. Morris Dancing is an event where people, worn in beautiful clothes with ribbons and bells, dance with handkerchiefs or big sticks in their hands, while traditional music-sounds.

Another example is the Boat Race, which takes place on the river Thames, often on Easter Sunday. A boat with a team from Oxford University and one with a team from Cambridge University hold a race.

British people think that the Grand National horse race is the most exciting horse race in the world. It takes place near Liverpool every year. Sometimes it happens the same day as the Boat Race takes place, sometimes a week later. Amateur riders as well as professional jockeys can participate. It is a very famous event.

There are many celebrations in May, especially in the countryside.

Halloween is a day on which many children dress up in unusual costumes. In fact, this holiday has a Celtic origin. The day was originally called All Halloween's Eve, because it happens on October 31, the eve of all Saint's Day. The name was later shortened to Halloween. The Celts celebrated the coming of New Year on that day.

Another tradition is the holiday called Bonfire Night. On November 5, 1605, a man called Guy Fawkes planned to blow up the Houses of Parliament where the king James 1st was to open Parliament on that day. But Guy Fawkes was unable to realize his plan and was caught and later, hanged. The British still remember that Guy Fawkes' Night. It is another name for this holiday. This day one can see children with figures, made of sacks and straw and dressed in old clothes. On November 5th, children put their figures on the bonfire, burn them, and light their fireworks.

In the end of the year, there is the most famous New Year celebration. In London, many people go to Trafalgar Square on New Year's Eve. There is singing and dancing at 12 o'clock on December 31st.

A popular Scottish event is the Edinburgh Festival of music and drama, which takes place every year. A truly Welsh event is the Eisteddfod, a national festival of traditional poetry and music, with a competition for the best new poem in Welsh. If we look at English weights and measures, we can be convinced that the British are very conservative people. They do not use the internationally accepted measurements. They have conserved their old measures. There are nine essential measures. For general use, the smallest weight is one ounce, then 16 ounce is equal to a pound. Fourteen pounds is one stone.

The English always give people's weight in pounds and stones. Liquids they measure in pints, quarts and gallons. There are two pints in a quart and four quarts or eight pints are in one gallon. For length, they have inches: foot, yards and miles.

LONDON

As well as being the capital of England, London is the capital of the United Kingdom. London was founded by the Romans in 43 A.D. and was called Londinium. In 61 A.D. the town was burnt down and when it was rebuilt by the Romans it was surrounded by a wall. That area within the wall is now called the City of London. It is London's commercial and business centre. It contains the Bank of England, the Stock Exchange and the head offices of numerous companies and corporations. Here is situated the Tower of London.

The Tower was built by William the Conqueror who conquered England in 1066. He was crowned at Westminster Abbey. Now most of the Government buildings are located there.

During the Tudor period (16th century) London became an important economic and financial centre. The Londoners of the Elizabethan period built the first theatres. Nowadays the theatre land is stretched around Piccadilly Circus. Not far from it one can see the British Museum and the «Covent Garden» Opera House.

During the Victorian period (19th century) London was one of the most important centers of the Industrial Revolution and the centre of the British Empire. Today London is a great political centre, a great commercial centre, a paradise for theatre-goers and tourists, but it is also a very quiet place with its parks and its ancient buildings, museums and libraries.

LONDON

London is the capital of Great Britain, its political, economic and commercial center. It`s one of the largest cities in the world and the largest city in Europe. Its population is about 9 million. London is one of the oldest and most interesting cities in the world. Traditionally it`s divided into several parts: the City, Westminster, the West End and the East End.

They are very different from each other and seem to belong to different towns and epochs. The heart of London is the City, its financial and business center. Numerous banks, offices and firms are situated there, including the Bank of England, the Stock Exchange and the Old Bailey. Few people live here, but over a million people come to the City to work. There are some famous ancient buildings within the City. Perhaps the most striking of them in St. Paul`s Cathedral, the greatest of British churches. St. Paul`s Cathedral has always dominated the center of London. It stands on the site of former Saxon and Norman churches. They latter were destroyed in the Great Fire and the present building, completed in 1710, is the work of the eminent architect Sir Christopher Wren. It is an architectural masterpiece.

Londoners have a particular affection for St. Paul`s, which is the largest Protestant Church in England. Its high dome, containing the remarkable Whispering Gallery, is a prominent landmark towering above the multistoried buildings which line the river-bank.

The Tower of London was one of the first and most impressive castles built after the Norman invasion of England in 1066. Since the times of William I various kings have built and extended the Tower of London and used it for many purposes. The Tower has been used as a royal palace, an observatory, an arsenal, a state prison, and many famous and infamous people have been executed within its walls. It is now a museum. For many visitors the principal attraction is the Crown Jewels, the finest precious stones of the nation. A fine collection of armour is exhibited in the keep. The security of the Tower is ensured by a military garnison and by the Yeoman Warders or Beefeaters, who still wear their picturesque Tudor uniform.

Westminster is the historic, the governmental part of London. Westminster Abbey is a national shrine where the kings and queens are crowned and famous people are buried. Founded by Edward the Confessor in 1050, the Abbey was a monastery for along time. The present building dates largely from the times of Henry 3, who began to rebuild the church, a task which lasted nearly 300 years. The West towers were added in the eighteenth century. Since William I almost every English monarch has been

crowned in this great church, which contains the tombs and memorials of many of Britain`s most eminent citizens: Newton, Darwin, Chaucer, Dickens, Tennyson, Kipling and etc. One of the greatest treasures of the Abbey is the oaken Coronation Chair made in 1300. The Abbey is also known for its Poet`s Corner. Graves and memorials to many English poets and writers are clustered round about.

Across the road from Westminster Abbey is Westminster Palace, or the Houses of Parliament, the seat of the British Parliament. The Parliament of Great Britain and Northern Ireland consists of the House of Lords and the House of Commons. The House of Lords consists of just over 1,000 members of the different grades of nobility — dukes, marquises, earls, viscounts and barons.

The House of Commons consists of 650 members. They are elected by secret ballot by men and women aged 18 and over. Every Parliament is divided into Sessions. Each of these may last a year and usually begins early in November. The Clock Tower, which contains the hour-bell called Big Ben, is known over the world. The bell is named after Sir Benjamin Hall.

Buckingham Palace is the official residence of the Queen. The West End is the richest and most beautiful part of London. It is the symbol of wealth and luxury. The best hotels, shops, restaurants, clubs, and theatres are situated there. There are splendid houses and lovely gardens belonging to wealthy people.

Trafalgar Square is the geographical center of London. It was named in memory of Admiral Nelson`s victory in the battle of Trafalgar in 1805. The tall Nelson`s Column stands in the middle of the square. On the north side of Trafalgar Square is the National Gallery and the National Portrait Gallery.

Not far away is the British Museum — the biggest museum in London. It contains a priceless collection of ancient manuscripts, coins, sculptures, est., and is famous for its library.

The East End is the poorest district of London. There are a lot of factories, workshops and docks here. The streets are narrow, the buildings are unimpressive. The East End is densely populated by working class families.

PLACES OF INTERESTS IN GREAT BRITAIN

Britain is rich in its historic places which link the present with the past. The oldest part of London is Lud Hill, where the city is originated. About a mile west of it there is Westminster Palace, where the king lived and the Parliament met, and there is also Westminster Abby, the coronation church. Liverpool, the «city of ships», is England’s second greatest port, ranking after London. The most interesting sight in the Liverpool is the docks. They occupy a river frontage of seven miles.

The University of Liverpool, established in 1903, is noted for its School of Tropical Medicine. And in the music world Liverpool is a well-known name, for it’s the home town of «The Beatles».

Stratford-on-Avon lies 93 miles north-west of London. Shakespeare was born here in 1564, and here he died in 1616.

Cambridge and Oxford Universities are famous centers of learning. Stonehenge is a prehistoric monument, presumably built by Druids, members of an order of priests in ancient Britain. Tintagel Castle is King Arthur’s reputed birthplace. Canterbury Cathedral is the seat of the Archbishop of Canterbury, head of the Church of England.

The British Museum is the largest and richest museum in the world. It was founded in 1753 and contains one of the world’s richest collections of antiquities. The Egyptian Galleries contain human and animal mummies. Some parts of Athens’ Parthenon are in the Greek section.

Madam Tussaud’s Museum is an exhibition of hundreds of life-size wax models of famous people of yesterday and today. The collection was started by Madam Tussaud, a French modeller in wax, in the 18th century. Here you can meet Marilyn Monroe, Elton John, Picasso, the Royal Family, the Beatles and many others: writers, movie stars, singers, politicians, sportsmen, etc.

5. Подготовка к экзамену

Подготовка к экзамену включает в себя повторение всех изученных тем курса.

Билет на экзамен включает в себя тест и практико-ориентированное задание.

Наименование оценочного средства	*Характеристика оценочного средства*	*Методика применения оценочного средства*	*Наполнение оценочного средства в КОС*	*Составляющая компетенции, подлежащая оцениванию*
Экзамен:				
Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Тест состоит из 20 вопросов.	КОС - тестовые задания	Оценивание уровня знаний, умений, владений
Практико-ориентированное задание	Задание, в котором обучающемуся предлагают осмыслить реальную профессионально-ориентированную ситуацию	Количество заданий в билете – 1. Предлагаются задания по изученным темам в виде практических ситуаций.	КОС- Комплект заданий	Оценивание уровня знаний, умений и навыков

Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВПО
«Уральский государственный горный университет»

Е. М. Суднева

БЕЗОПАСНОСТЬ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Сборник заданий к практическим и самостоятельным работам
по курсу «Безопасность жизнедеятельности»
для студентов направления 130300
«Прикладная геология»

Екатеринбург
2013

УДК 796.00
С 89

Рецензент. *А.В. Морозова*, доцент кафедры Геологии Уральского государственного горного университета

Сборник заданий рассмотрен на заседании кафедры геологии и защиты в чрезвычайных ситуациях 29 апреля 2016 г. (протокол № 8) и рекомендован для издания в УГГУ.

Сулнева Е.М.

С 89

Безопасность жизнедеятельности: сборник заданий к практическим и самостоятельным работам по курсу «Безопасность жизнедеятельности» / Е. М. Сулнева. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. – 35 с.

Данный сборник составлен в полном соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования с учетом особенностей профессиональной деятельности будущих специалистов.

Сборник включает в себя задания для самостоятельной подготовки студентов к лабораторным и практическим работам.

Данный сборник поможет студентам освоить материал изучаемой дисциплины, необходимый для успешной работы в любой области их деятельности.

Для студентов всех специальностей направления 130300 – «Прикладная геология».

© Сулнева Е. М., 2013

© Уральский государственный горный университет, 2013

ОГЛАВЛЕНИЕ

Практикум по теме: Здоровье и окружающая среда 6
Практикум по теме: Чрезвычайные ситуации 17
Практикум по теме: Поведенческие реакции человека
в экстремальных ситуациях 25
Акт обследования объекта и предписание 26
Образец оформления рабочей тетради по БЖД 28
Темы рефератов 29
Приложение 31

1. Практикум по теме: Здоровье и окружающая среда

В *Уставе Всемирной организации здравоохранения* говорится о высшем уровне здоровья как об одном из основных прав человека. Не менее важно право человека на информацию о тех факторах, которые определяют здоровье человека или являются факторами риска, то есть их воздействие может привести к развитию болезни.

Здоровье – это первая и важнейшая потребность человека, определяющая способность его к труду и обеспечивающая гармоническое развитие личности. Оно является важнейшей предпосылкой к познанию окружающего мира, к самоутверждению и счастью человека. Активная долгая жизнь – это важное слагаемое человеческого фактора.

Здоровье – такое состояние организма человека, когда функции всех его органов и систем уравновешены с внешней средой и отсутствуют какие-либо болезненные изменения.

Само понятие *«здоровье»* является условным и объективно устанавливается на основе антропометрических, клинических, физиологических и биохимических показателей.

По определению Всемирной организации здравоохранения (ВОЗ) "*здоровье* – это состояние физического, духовного и социального благополучия, а не только отсутствие болезней и физических дефектов".

Вообще, можно говорить о трех видах здоровья: о здоровье физическом, психическом и нравственном (социальном):

Физическое здоровье - это естественное состояние организма, обусловленное нормальным функционированием всех его органов и систем. Если хорошо работают все органы и системы, то и весь организм человека (система саморегулирующаяся) правильно функционирует и развивается.

Психическое здоровье зависит от состояния головного мозга, оно характеризуется уровнем и качеством мышления, развитием внимания и памяти, степенью эмоциональной устойчивости, развитием волевых качеств.

Нравственное здоровье определяется теми моральными принципами, которые являются основой социальной жизни человека, т.е. жизни в определенном человеческом обществе. Отличительными признаками нравственного здоровья человека являются, прежде

всего, сознательное отношение к труду, овладение сокровищами культуры, активное неприятие нравов и привычек, противоречащих нормальному образу жизни. Физически и психически здоровый человек может быть нравственным уродом, если он пренебрегает нормами морали. Поэтому социальное здоровье считается высшей мерой человеческого здоровья. Нравственно здоровым людям присущ ряд общечеловеческих качеств, которые и делают их настоящими гражданами.

Целостность человеческой личности проявляется, прежде всего, во взаимосвязи и взаимодействии психических и физических сил организма.

Состояние здоровья определяется функцией физиологических систем организма с учётом их возрастных и половых факторов, а также зависит от географических и климатических условий.

На основе этих критериев даётся формальное заключение о состоянии здоровья при наборе в армию, приёме на работу и в учебные заведения.

Состояние здоровья не исключает уже имеющегося в организме, но ещё не обнаруженного болезнетворного начала; оно не исключает также колебаний в самочувствии человека. Следовательно, хотя понятие «здоровье» и противопоставлено понятию «болезнь», но может быть связано с ним многочисленными переходными состояниями

Динамические наблюдения и периодические обследования могут констатировать границы здоровья и болезни в стартовых условиях, когда явная патология отсутствует.

Отсюда возникают понятия об объективном и субъективном здоровье, когда, с одной стороны, при плохом самочувствии отсутствуют объективные подтверждающие его данные, с другой – когда эти данные отличаются, а самочувствие остаётся до определённого времени хорошим.

Отсюда также возникает понятие *«практически здоровый человек»* – состояние, при котором объективно имеются патологические изменения, не отражающиеся на жизненном восприятии и работоспособности человека.

В понятие здоровья вкладываются не только абсолютные качественные, но и количественные признаки, т.к. существует понятие степени здоровья.

Степень здоровья – широта адаптивных возможностей организма, определяемая социальной средой, физической тренировкой, перенесёнными заболеваниями, трудовым навыком и т.д.

Важную роль в понятии здоровья играют и *социальные факторы*, т.к. в него входят и социальная полноценность человека. Однако социальный фактор не следует считать абсолютным, потому что социальная полноценность и общественная значимость человека далеко не всегда являются тождественными понятиями.

Индивидуальное здоровье не является точно детерминируемым, что связано с большой широтой индивидуальных колебаний важнейших показателей жизнедеятельности организма, а также с многообразием факторов, влияющих на него.

Здоровье населения – статистическое понятие, характеризующееся комплексом демографических показателей: рождаемость, смертность, детская смертность, уровень физического развития, заболеваемость, средняя продолжительность жизни и др.

Здоровье населения обеспечивает условия для роста производительности труда, улучшает качественные характеристики воспроизводства населения и трудовых ресурсов. В то же время имеет место и обратное влияние – прогресс в области экономики, науки и культуры способствует улучшению здоровья населения и страны.

Большое значение для сохранения жизни и здоровья населения имеет повышение качества оказания *медицинской помощи*. В этих целях проводится укрупнение и развитие больниц и поликлиник, совершенствование профилактических форм работы.

Одной из важных форм профилактики является *диспансеризация* населения. Это активный метод

систематического наблюдения за состоянием здоровья как практически здорового населения, так и больных, страдающих длительно протекающими хроническими заболеваниями, составляющий основу профилактического направления отечественного здравоохранения.

Одним из важнейших приобретенных по наследству свойств здорового организма является постоянство внутренней среды. Это понятие ввел французский ученый *Клод Бернар* (1813 – 1878), считавший постоянство внутренней среды условием свободной и независимой жизни человека. Внутренняя среда образовалась в процессе эволюции. Она определяется в первую очередь составом и свойствами крови и лимфы.

Постоянство внутренней среды – замечательное свойство организма, которое в какой-то мере освободило его от физических и химических влияний внешней среды. Однако это постоянство – оно называется гомеостазом – имеет свои границы, определяемые наследственностью. А потому, наследственность является одним из важнейших факторов здоровья.

Организм человека приспособлен к определенным физическим (температура, влажность, атмосферное давление), химическим (состав воздуха, воды, пищи), биологическим (разнообразные живые существа) показателям окружающей среды.

Если человек длительно находится в условиях, значительно отличающихся от тех, к которым он приспособлен, нарушается постоянство внутренней среды организма, что может повлиять на здоровье и нормальную жизнь.

В наш век человек, как и все живые организмы, подвержен внешним воздействиям, которые приводят к изменениям наследственных свойств. Эти изменения называются мутационными (мутациями). Особенно возросло количество мутаций за последнее время. Отклонения от определенных, привычных свойств окружающей среды можно отнести к факторам риска заболевания. Итак, заболеваемость и смертность связаны, прежде всего, с условиями среды и образом жизни людей.

Здоровье и окружающая среда.

Немаловажное значение оказывает на здоровье и состояние

окружающей среды. Каждый из нас имеет право знать обо всех экологических изменениях, происходящих и в местности, где он живет, и во всей стране. Мы должны знать все о пище, которую употребляем, о состоянии воды, которую пьем, а медики обязаны объяснить опасность жизни в зонах, зараженных радиацией.

Вмешательство человека в регулирование природных процессов не всегда приносит желаемые положительные результаты. Нарушение хотя бы одного из природных компонентов приводит, в силу существующих между ними взаимосвязей, к перестройке сложившейся структуры природно-территориальных компонентов. Загрязнение поверхности суши, гидросферы, атмосферы и Мирового океана, в свою очередь, сказывается на состоянии здоровья людей, эффект "озоновой дыры" влияет на образование злокачественных опухолей, загрязнение атмосферы на состояние дыхательных путей, а загрязнение вод – на пищеварение, резко ухудшает общее состояние здоровья человечества, снижает продолжительность жизни.

В настоящее время хозяйственная деятельность человека все чаще становится основным источником загрязнения биосферы. В природную среду во все больших количествах попадают газообразные, жидкие и твердые отходы производств. Различные химические вещества, находящиеся в отходах, попадая в почву, воздух или воду, переходят по экологическим звеньям из одной цепи в другую, попадая, в конце концов, в организм человека.

На земном шаре практически невозможно найти место, где бы не присутствовали в той или иной концентрации загрязняющие вещества. Даже во льдах Антарктиды, где нет никаких промышленных производств, а люди живут только на небольших научных станциях, ученые обнаружили различные токсичные (ядовитые) вещества современных производств. Они заносятся сюда потоками атмосферы с других континентов.

Вещества, загрязняющие природную среду, очень разнообразны. В зависимости от своей природы, концентрации, времени действия на организм человека они могут вызвать различные неблагоприятные последствия. Кратковременное воздействие небольших концентраций таких веществ может вызвать головокружение, тошноту, першение в горле, кашель. Попадание в организм человека больших концентраций токсических веществ может привести к потере

сознания, острому отравлению и даже смерти. Примером подобного действия могут являться смоги, образующиеся в крупных городах в безветренную погоду, или аварийные выбросы токсичных веществ промышленными предприятиями в атмосферу.

Реакции организма на загрязнения зависят от индивидуальных особенностей: возраста, пола, состояния здоровья. Как правило, более уязвимы дети, пожилые и престарелые, больные люди.

Кроме химических загрязнителей в природной среде встречаются и биологические, вызывающие у человека различные заболевания. Это болезнетворные микроорганизмы, вирусы, гельминты, простейшие. Они могут находиться в атмосфере, воде, почве, в теле других живых организмов, в том числе и в самом человеке.

Специфика среды обитания человека заключается в сложнейшем переплетении социальных и природных факторов. На заре человеческой истории природные факторы играли решающую роль в эволюции человека. На современного человека воздействие природных факторов в значительной степени нейтрализуется социальными факторами. В новых природных и производственных условиях человек в настоящее время нередко испытывает влияние весьма необычных, а иногда чрезмерных и жестких факторов среды, к которым эволюционно он еще не готов.

Человек, как и другие виды живых организмов, способен адаптироваться, то есть приспосабливаться к условиям окружающей среды. Адаптацию человека к новым природным и производственным условиям можно охарактеризовать как совокупность социально-биологических свойств и особенностей, необходимых для устойчивого существования организма в конкретной экологической среде.

В настоящее время значительная часть болезней человека связана с ухудшением экологической обстановки в нашей среде обитания: загрязнением атмосферы, воды и почвы, недоброкачественными продуктами питания, возрастанием шума.

Приспосабливаясь к неблагоприятным экологическим условиям, организм человека испытывает состояние напряжения, утомления.

Напряжение – мобилизация всех механизмов, обеспечивающих определенную деятельность организма человека. В зависимости от величины нагрузки, степени подготовки организма, его функционально-структурных и энергетических ресурсов снижается возможность функционирования организма на заданном уровне, то есть наступает утомление.

Кроме этого, необходимо учитывать еще объективный фактор воздействия на здоровье – *наследственность*. Это присущее всем организмам свойство повторять в ряду поколений одинаковые признаки и особенности развития, способность передавать от одного поколения к другому материальные структуры клетки, содержащие программы развития из них новых особей.

Влияют на наше здоровье и биологические ритмы. Одной из важнейших особенностей процессов, протекающих в живом организме, является их ритмический характер.

В настоящее время установлено, что свыше трехсот процессов, протекающих в организме человека, подчинены суточному ритму.

Наследственные болезни, вызванные плохой экологической обстановкой:

Влияние солей тяжелых металлов на наследственность.

Тяжелые металлы – высокотоксичные вещества, долго сохраняющие свои ядовитые свойства. По данным Всемирной Организацией Здравоохранения, они уже сейчас занимают второе место по степени опасности, уступая пестицидам и значительно опережая такие широко известные загрязнители, как двуокись углерода и серы. В прогнозе же они должны стать самыми опасными, более опасными, чем отходы АЭС (второе место) и твердые отходы (третье место).

Отравление солями тяжелых металлов начинается еще до рождения человека. Соли тяжелых металлов проходят через плаценту, которая вместо того, чтобы оберегать плод, день за днем его отравляет. Нередко концентрация вредных веществ у плода даже выше, чем у матери. Младенцы появляются на свет с пороками развития мочеполовой системы, до 25 процентов малышей – с

отклонениями от нормы при формировании почек. Зачатки внутренних органов появляются уже на пятой неделе беременности и с этого момента испытывают на себе влияние солей тяжелых металлов, а поскольку они влияют и на организм матери, выводя из строя почки, печень, нервную систему, не стоит удивляться, что сейчас практически не встретишь нормальных физиологических родов, а малыши приходят в эту жизнь с недостатком веса, с физическими и психическими пороками развития.

И с каждым годом жизни соли тяжелых металлов, растворенные в воде, прибавляют им болезней или усугубляют врожденные заболевания, прежде всего органов пищеварения и почек. Нередко у одного ребенка страдают 4-6 систем в организме. Мочекаменная и желчекаменная болезни – своего рода индикатор неблагополучия, а они теперь встречаются даже у дошколят. Есть и другие тревожные сигналы. Так, превышение уровня свинца приводит к снижению интеллекта. Психологическое обследование показало, что таких детей у нас до 12 процентов.

Какие же мероприятия должны обеспечить сегодня охрану здоровья человека и среды его обитания от вредного влияния техногенных металлов? Можно обозначить два основных пути: санитарно-технический – уменьшение содержания металлов в объектах внешней среды до предельно допустимых (безопасных) уровней путем внедрения архитектурно-планировочных, технологических, технических и других мероприятий; гигиенический – научная разработка допустимых уровней содержания их во внешней среде, требований и рекомендаций в сочетании с постоянным контролем состояния и качества этой среды.

Профилактика хронических интоксикаций металлами и их соединениями должна обеспечиваться прежде всего их заменой, где это возможно, на безвредные или менее токсичные вещества. В случаях же, когда не представляется реальным исключить их применение, необходима разработка таких технологических схем и конструкций, которые бы резко ограничивали возможность загрязнения ими воздуха производственных помещений и наружной атмосферы. В отношении транспорта, являющегося, как об этом было сказано выше, одним из значительных источников выброса свинца в атмосферу, следует повсеместно внедрять экологически чистое

горючее. Весьма радикальным средством является создание безотходных или малоотходных технологий.

Наряду с указанными выше мероприятиями необходимо постоянное осуществление эффективного контроля над уровнем содержания металлов в организме. С этой целью при медицинском обследовании работающих и населения в случаях их контакта с техногенными металлами должно проводиться определение их в биологических средах организма крови, моче, волосах.

Краткая характеристика экологической обстановки в России

Из всех предприятий России, выбрасывающих вредные вещества в атмосферу и водоемы – 33% дают предприятия металлургии, 29% – энергетические объекты, 7% – химические, 8% – угольной промышленности. Более половины выбросов приходится на транспорт. Особенно тяжелая обстановка складывается в городах, где велика концентрация населения. В России определены 55 городов, в которых уровень загрязнения очень велик. Ежегодно в нашей стране улавливается и обезвреживается лишь около 76 % общего количества вредных веществ, выбрасываемых в атмосферу. Значительно хуже дело обстоит с очисткой сточных вод: 82% сбрасываемых вод не подвергается очистке. Реки Волга, Дон, Енисей, Лена, Кубань, Печора загрязнены органикой, соединениями азота, тяжелыми металлами, фенолами, нефтепродуктами. В настоящее время свыше 70 миллионов человек дышат воздухом, насыщенным опасными для здоровья веществами, в пять и более раз превышающими предельно допустимые концентрации (ПДК). В окружающую среду человеком введено около 4 миллионов химических соединений, из которых лишь немногие изучены на токсическое воздействие.

В России имеется около 30 тысяч предприятий и объектов, использующих радиоактивные вещества и изделия на их основе.

Большой урон экосистемам на территории России нанесен ядерными испытаниями. На полигонах Новой Земли произвели 118 поверхностных и подземных ядерных взрывов – их последствия выяснены не до конца.

Санитарно-эпидемиологическая обстановка в РФ

XX век породил неоправданный оптимизм в отношении того,

что с инфекционными болезнями в скором времени будет покончено. Однако события последних десятилетий показали, что в мире резко активизировались такие инфекции, как туберкулёз, малярия, которые становятся основной причиной смертности; как в России, так и в других странах вновь заявляет о себе дифтерия.

Эпидемиологическая ситуация, сложившаяся в последние годы, остаётся напряжённой. Ежегодно в РФ регистрируется от 33 до 44 миллионов случаев инфекционных заболеваний.

Одной из самых актуальных медицинских и социально-экономических проблем остаётся грипп и ОРВИ.

В РФ (в отличие от ведущих стран мира) до настоящего времени отсутствует производство отечественной вакцины против краснухи. В этих условиях краснуха остаётся неуправляемой инфекцией с возникновением каждые 10 - 12 лет эпидемий. Во время эпидемий краснуха может стать причиной уродств более чем у 2% детей, родившихся живыми.

Динамика заболеваемости почти по всей группе кишечных инфекций в истекшем году имела тенденцию к снижению. Стабилизировалась заболеваемость сальмонеллёзом, острой кишечной инфекцией неустановленной этиологии, ротовирусным инфекционным кампиллобактериозом. Однако ежегодно в стране регистрируется до 100 вспышек кишечных инфекций пищевого и водного характера.

Серьёзной проблемой здравоохранения продолжают оставаться вирусные гепатиты, наносящие ущерб как здоровью населения, так и экономике страны.

Особенно тяжёлое положение складывается по социально обусловленным заболеваниям. Стремительность нарастания масштабов пандемии заболевания, вызываемого вирусом иммунодефицита человека (ВИЧ-инфекции), в мире, отсутствие надёжных средств профилактики и лечения позволяет отнести эту проблему к одной из самых острых

Состояние здоровья детей, проживающих в городах и населённых пунктах с высоким уровнем загрязнения

атмосферного воздуха (Подольск, Ярославль, Воскресенск, Новокузнецк, Салават, Пермь, Казань, Мончегорск) характеризуется значительным снижением неспецифической сопротивляемости организма к развитию инфекционных и других заболеваний.

Проблема многих населенных пунктов – наличие многочисленных мобильных и стационарных источников шума. Более 30% жителей городов РФ подвержены действию сверхнормативных уровней шума и вибрации.

Безопасность и качество пищевых продуктов и продовольственного сырья является одним из основных факторов, определяющих здоровье населения и сохранение его генофонда. Более 5% продукции не отвечает гигиеническим требованиям по содержанию антибиотиков, что влияет также на аллергизацию населения, прежде всего детей.

Негативное влияние на состояние здоровья оказывают также неблагоприятные условия труда, повышающие риск появления профессиональной патологии.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ ДОКЛАДА:

Здоровье населения России.

Здоровье населения Свердловской области.

Здоровье жителей города Екатеринбурга.

План:

1.Месторасположение населенного пункта

2. Демография

3. Состояние техносферной, природной, социальной среды области (города)

4. Здравоохранение (заболеваемость взрослых и детей)

2. Практикум по теме: Чрезвычайные ситуации

Чрезвычайная ситуация (ЧС) – обстановка на определенной

территории, акватории, сложившаяся в результате аварии, катастрофы, стихийного бедствия, эпидемии, эпизоотии, эпифитотии, которая может повлечь или повлекла за собой человеческие жертвы, ущерб здоровью людей или окружающей среде, значительные материальные потери и нарушение жизнедеятельности людей.

Эпидемия – распространение какой-либо инфекционной болезни человека, значительно превышающее уровень обычной (спорадической) заболеваемости на данной территории.

Эпизоо́тия – широкомасштабное распространение инфекционной болезни среди одного или многих видов животных на определённой территории, значительно превышающее уровень заболеваемости, обычно регистрируемый на данной территории.

Эпифитотия – массовое развитие инфекционной болезни растений на значительной территории в определённый период.

«О классификации чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера» от 21 мая 2007 года № 304 г. Москва.

Во исполнение Федерального закона «О защите населения и территорий от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера» Правительство Российской Федерации постановляет:

1. Установить, что чрезвычайные ситуации природного и техногенного характера подразделяются на:

а) чрезвычайную ситуацию локального характера, в результате которой территория, на которой сложилась чрезвычайная ситуация и нарушены условия жизнедеятельности людей (далее – *зона чрезвычайной ситуации*), не выходит за пределы территории объекта, при этом количество людей, погибших или получивших ущерб здоровью (далее – *количество пострадавших*), составляет не более 10 человек, либо размер ущерба окружающей природной среде и материальных потерь (далее – *размер материального ущерба*) составляет не более 100 тыс. рублей;

б) чрезвычайную ситуацию муниципального характера, в результате которой зона чрезвычайной ситуации не выходит за пределы территории одного поселения или внутригородской территории города федерального значения, при этом количество

пострадавших составляет не более 50 человек либо размер материального ущерба составляет не более 5 млн. рублей, а также данная чрезвычайная ситуация не может быть отнесена к чрезвычайной ситуации локального характера;

в) чрезвычайную ситуацию межмуниципального характера, в результате которой зона чрезвычайной ситуации затрагивает территорию двух и более поселений, внутригородских территорий города федерального значения или межселенную территорию, при этом количество пострадавших составляет не более 50 человек либо размер материального ущерба составляет не более 5 млн. рублей;

г) чрезвычайную ситуацию регионального характера, в результате которой зона чрезвычайной ситуации не выходит за пределы территории одного субъекта Российской Федерации, при этом количество пострадавших составляет свыше 50 человек, но не более 500 человек либо размер материального ущерба составляет свыше 5 млн. рублей, но не более 500 млн. рублей;

д) чрезвычайную ситуацию межрегионального характера, в результате которой зона чрезвычайной ситуации затрагивает территорию двух и более субъектов Российской Федерации, при этом количество пострадавших составляет свыше 50 человек, но не более 500 человек либо размер материального ущерба составляет свыше 5 млн. рублей, но не более 500 млн. рублей;

е) чрезвычайную ситуацию федерального характера, в результате которой количество пострадавших составляет свыше 500 человек либо размер материального ущерба составляет свыше 500 млн. рублей».

Задание: выбрать чрезвычайную ситуацию техногенного, природного или биолого-социального характера, данные внести в таблицу № 1. Код ЧС смотреть приложении № 1.

Таблица № 1

Формы статистического учета данных о чрезвычайных ситуациях.

Техногенные чрезвычайные ситуации (форма № 7/ЧС)

№ п/п	Наименование показателей	Показатели
1	Классификация ЧС	
2	Код ЧС	
3	Дата возникновения ЧС	
	Дата ликвидации ЧС	
4	Время возникновения ЧС:	
	московское (час, мин.)	
	местное (час, мин.)	
5	Место: страна	
	субъект Федерации	
	город	
	населенный пункт	
6	Общая площадь зоны ЧС (кв.км.)	
7	Объект экономики (наименование)	
	отрасль	
	министерство (ведомство)	
	форма собственности	
8	Номер лицензии, дата и кем выдана	
	Дата утверждения декларации, кем утверждена	
	Номер страхового документа, дата, кем выдан	
9	Метеоданные: температура (град)	
	направление и скорость ветра (м/с)	
	влажность (%)	
	осадки (вид, количество)	
10	Причины возникновения ЧС	
11	Поражающие факторы источника ЧС	
12	Основные характеристики ЧС	
13	Мероприятия по ликивдации ЧС:	
	аварийно-спасательные работы (перечень/длительность, час)	
	аварийно-восстановительные работы (перечень/длительность час)	
14	Силы и средства, задействованные в ликвидации ЧС:	
	личный состав РСЧС наименование/количество чел.	
	техника наименование/количество ед.	
	материальные ресурсы перечень/количество	
15	Работы по организации защиты населения:	
	инженерная защита:	
	укрытие в защитных сооружениях различных типов, (чел.)	
	радиационно-химическая защита:	
	выдано средств индивидуальной защиты (чел.)	
	медицинская защита:	

	население которому была оказана медицинская помощь (чел.)	
	госпитализировано (чел.)	
	в т.ч. детей до 14 лет, (чел.)	
	эвакуационные мероприятия:	
	всего эвакуировано из зоны ЧС, (чел.)	
	в том числе:	
	автомобильным транс-ом (чел.)	
	железнодорожным транс-ом (чел.)	
	авиационным транс-ом (чел.)	
	морским (речным) транс-ом (чел.)	
	транспортные средства эвакуации, кол-во единиц, по видам	
	расчетное время на проведение эвакуации (час, мин.)	
	районы размещения эвакуируемого населения	
16	Состояние зданий и сооружений, ед.:	
	разрушено всего	
	повреждено всего	
	уничтожено всего	
17	Нанесенный материальный ущерб, (тыс. (млн.) руб.)	
18	Потери, чел. пострадавшие/пораженные/погибшие	
	население:	
	дети до 14 лет	
	взрослые от 14 до 60 лет	
	старше 60 лет	
	промперсонал	
	личный состав сил РСЧС	
19	Дополнительная текстовая информация	
20	Мероприятия по предупреждению ЧС	

«_____»_____20____ г._____
_____

(фамилия, И.**О**. № телефона и и подпись исполнителя)

(фамилия, И., О., № телефона и подпись руководителя)

Природные чрезвычайные ситуации (форма № 8/ЧС)

№ п/п	Наименование показателей	Показатели
1	Классификация ЧС	
2	Код ЧС	
3	Дата возникновения ЧС	
	Дата ликвидации ЧС	
4	Время возникновения ЧС:	
	московское (час, мин.)	
	местное (час, мин.)	
5	Место: страна	
	субъект Федерации	
	город	
	населенный пункт	
6	Общая площадь зоны ЧС (кв.км.)	
7	Метеоданные: температура (град)	
	направление и скорость ветра (м/с)	
	влажность (%)	
	осадки (вид, количество)	
8	Причины возникновения ЧС	
9	Поражающие факторы источника ЧС	
10	Основные характеристики ЧС	
11	Мероприятия по ликвидации ЧС:	
	аварийно-спасательные работы (перечень/длительность, час)	
	аварийно-восстановительные работы (перечень/длительность час)	
12	Силы и средства, задействованные в ликвидации ЧС:	
	личный состав РСЧС (наименование/количество чел.)	
	техника (наименование/количество ед.)	
	расход материальных ресурсов (перечень/количество израсходованных)	
13	Работы по организации защиты населения:	
	инженерная защита:	
	укрытие в защитных сооружениях различных типов, (чел.)	
	радиационно-химическая защита:	
	выдано средств индивидуальной защиты чел.)	
	медицинская защита:	
	население которому была оказана медицинская помощь (чел.)	
	госпитализировано (чел.)	

	в т.ч. детей до 14 лет, (чел.)	
	эвакуационные мероприятия:	
	всего эвакуировано из зоны ЧС, (чел.)	
	в том числе:	
	автомобильным транспортом (чел.)	
	железнодорожным транспортом (чел.)	
	авиационным транспортом (чел.)	
	морским (речным) транспортом (чел.)	
	транспортные средства эвакуации, кол-во единиц, по видам	
	расчетное время на проведение эвакуации (час, мин.)	
	районы размещения эвакуируемого населения	
14	Состояние зданий и сооружений, ед.:	
	разрушено всего	
	повреждено всего	
	уничтожено огнем всего	
15	Нанесенный материальный ущерб, (тыс. (млн.) руб.)	
16	Потери, чел. пострадавшие/пораженные/погибшие	
	население:	
	дети до 14 лет	
	взрослые от 14 до 60 лет	
	старше 60 лет	
	промперсонал	
	личный состав сил РСЧС	
17	Сельскохозяйственные животные:	
	погибло (тыс. голов)	
	эвакуировано из опасных зон (тыс. голов)	
	вынужденный забой (тыс. голов)	
18	Уничтожено сельскохозяйственных угодий (тыс.га)	
19	Дополнительная текстовая информация	
20	Мероприятия по предупреждению ЧС	

«_____»_____200____ г.

_____ _____

(фамилия, И. О., № телефона и и подпись исполнителя)

(фамилия, И. О., № телефона и подпись руководителя)

Биолого-социальные чрезвычайные ситуации (форма № 9 ЧС)

№ п/п	Наименование показателей	Показатели
1	Классификация ЧС	
2	Код ЧС	
3	Дата возникновения ЧС	
	Дата ликвидации ЧС	
4	Место, страна	
	субъект Федерации	
	город	
	населенный пункт	
5	Общая площадь зоны ЧС (кв. км.)	
6	Метеоданные: температура (град)	
	направление и скорость ветра (м/с)	
	влажность (%)	
	осадки (вид, количество)	
7	Причины возникновения ЧС	
8	Вид бактериального средства, возбудитель	
9	Основные характеристики ЧС:	
9.1	эпидемия:	
	выявлено заболевших (чел.)	
	в том числе детей до 14 лет	
	госпитализировано (чел.)	
	в том числе детей до 14 лет	
	умерло (чел.)	
	в том числе детей до 14 лет	
9.2	эпизоотия:	
	всего по учету (тыс.голов)	
	выявлено заболевших (тыс. голов)	
	из них погибло (тыс. голов)	
9.3	эпифитотия:	
	всего по учету (тыс. га)	
	потери всего (тыс. га)	
10	Мероприятия по ликвидации ЧС:	
10.1	противоэпидемические:	
	эвакуировано из опасных зон (чел.)	
	организована обсервация	
	введен карантин	
10.2	противоэпизоотические:	
	эвакуировано из опасных зон (тыс. голов)	
	оказана ветеринарная помощь (тыс. голов)	
10.3	противоэпифитотические:	
	обработано зараженных с/х культур (мест скопления вредителей) (тыс. га)	
11	Силы и средства, участвовавшие в ликвидации ЧС:	
	личный состав РСЧС наименование/количество чел.)	

	техника (наименование количество ед.)	
	расход материальных ресурсов (перечень/количество израсходованных)	
12	Нанесенный материальный ущерб, (тыс. млн.) руб.)	
13	Дополнительная текстовая информация	
14	Мероприятия по предупреждению ЧС	

«_____»_____200____ г.

_____ _____

(фамилия, И., О., № телефона и и подпись исполнителя)

(фамилия, И., О., № телефона и подпись руководителя)

3. Практикум по теме: Поведенческие реакции человека в экстремальных ситуациях

Экстремальная ситуация – это такое усложнение условий жизни и деятельности, которое приобрело для личности, группы особую значимость. Любая ситуация предполагает включенность в нее субъекта. Поэтому экстремальная ситуация воплощает в себе единство объективного и субъективного. Объективное — это крайне усложненные внешние условия и процесс деятельности; субъективное — психологическое состояние, установки, способы действий в резко изменившихся обстоятельствах. Экстремальная ситуация может иметь разные формы проявления: а) понижение организованности поведения; б) – торможение действий и движения; в) повышение эффективности деятельности. Экстремальная ситуация может быть скоропреходящей или длительной. При определении пригодности человека к той или иной профессии необходимо определить и учитывать, наряду с особенностями психических процессов и свойств личности, его потенциальную возможность вырабатывать и сохранять готовность к активным действиям в экстремальных ситуациях.

Задание по Экстремальной ситуации:

План (на примере прохождения практики в окрестностях города Сухой Лог):

1. Инструктаж по технике безопасности.
2. Адаптационный синдром (место, условия проживания).
3. Воздействие окружающей среды на биохимическое состояние человека.
4. Физиологическое состояние (заболевание индивида и окружающих, какое было заболевание, чем лечились, какова была реакция на укус клеща).
5. Умственная и физическая работоспособность.
6. Отъезд.

4. Акт обследования объекта и предписание

Образец

Акт-предписание N _____

_____
(наименование проверяемой организации
или индивидуального предпринимателя и
вышестоящей организации)

_____

_____
(должность, Ф.И.О. представителя
юридического лица или представителя
индивидуального предпринимателя)

Мною, государственным инспектором по энергетическому надзору Управления государственного энергетического надзора _____комиссией в составе:_____
(фамилия, имя, отчество, должность)

_____

_____

на основании распоряжения (приказа) органа государственного энергетического надзора
_____ от_____ 20__ г N _____

_____

в присутствии_____
(должность, фамилия, имя, отчество)

в период с _____ по _____200 г. проведена проверка

_____
(вид проверки)

_____
(наименование проверяемой организации)

по теме_____

Краткая характеристика установленного оборудования, характеристика сетей:

_____

_____

В результате проведенной проверки установлено:
1._____
2._____
3._____

Предписание

В порядке государственного энергетического надзора предлагается выполнить
следующие мероприятия по устранению выявленных нарушений:

_____
_____

Срок исполнения_____

Выводы:

1._____
2._____

Информацию о выполнении настоящего акта-предписания представлять

_____
(Куда, кому, срок и порядок представления)

Инспектор
(старший группы, председатель комиссии,
члены комиссии)
(личный штамп) _____
_____
(подпись) (Ф.И.О.)

При проверке присутствовали:

_____ _____
(должность) (подпись) (Ф.И.О.)

Акт-предписание (_____ экз.) для исполнения получил:

_____ _____ _____
(руководитель проверяемой организации) (подпись) (Ф.И.О.)

Рег. N _____

5. Образец оформления титульного листа рабочей тетради по БЖД

Практика:

ЧС	тэс	коп	Риск р	Риск п	Отравления	Термические поражения	Десмургия	пмп	Акт обследования	ГОЧС	отчеты				реферат
											город	чс	эс		

Теория:

Медицина, БЖД	ЧС	Риск, несчастные случаи, ошибки	Техногенные опасности	Природные опасности

ТЕМЫ РЕФЕРАТОВ

1. Автономное выживание человека в природной среде
2. Обеспечение безопасности в геологии
3. Обеспечение безопасности на предприятии горно-добывающей промышленности
4. Обеспечение безопасности на промышленно опасных объектах
5. Психология поведения людей в мультипликативных ЧС (на примере природных и техногенных ЧС)
6. Методы психофизиологической коррекции пострадавших в ЧС
7. Поведенческие реакции человека в ЧС (на примере стихийных бедствий)
8. Психология выживания в ЧС (на примере природных и техногенных ЧС)
9. Обеспечение безопасности жизнедеятельности на предприятии по обогащению урана
10. Научно-технический прогресс и безопасность труда
11. Производственный травматизм в России
12. Радиоактивные излучения как источник информации о предприятиях атомной промышленности и их продукции
13. Расследование и учет нарушений при обращении с радиационными источниками и радиоактивными веществами в России
14. Влияние электромагнитных излучений на организм человека и способы борьбы с ними
15. Вопросы совершенствования оценки травмобезопасности рабочих мест при их аттестации по условиям труда
16. Обеспечение пожарной безопасности на производственном объекте
17. Обеспечение пожарной безопасности на геологическом предприятии
18. Назначение и классификация защитных сооружений
19. Влияние изменений окружающей среды на здоровье человека
20. Обеспечение безопасности Жизнедеятельности на ЖД транспорте

21. Безопасность жизнедеятельности на предприятиях повышенной опасности
22. Инженерная психология
23. Защита окружающей среды от подвижных источников выбросов
24. Выживание в экстремальных ситуациях
25. Разработка стандарта рабочего места
26. Поведение человека в аварийных ситуациях
27. Обеспечение безопасности жизнедеятельности при эпизоотии, эпидемии, эпифитотии
28. Последствия техногенного последствия на биосферу
29. Воздействие производственных вибрации и шума на организм человека
30. Законодательное и нормативно-правовое обеспечение безопасности жизнедеятельности
31. Информационно- психологическая безопасность
32. Основные угрозы экономической безопасности РФ
33. Психологические свойства личности и воздействие различных видов трудовой деятельности на исполнителей

Приложение 1

Перечень чрезвычайных ситуаций, подлежащих государственному статистическому учету

Наименование источника ЧС	Код ЧС
I.Техногенные чрезвычайные ситуации	10000
1.1. Транспортные аварии (катастрофы)	10100
1.1.1. Аварии грузовых поездов	10101
1.1.2. Аварии пассажирских поездов и поездов метрополитена	10102
1.1.3. Аварии грузовых судов и флота рыбной промышленности	10103
1.1.4 Аварии (катастрофы) пассажирских судов	10104
1.1.5. Авиационные катастрофы в аэропортах и населенных пунктах	10105
1.1.6. Авиационные катастрофы вне аэропортов и населенных пунктов	10106
1.1.7 Аварии (катастрофы) на автодорогах (крупные автомобильные катастрофы)	10107
1.1.8. Аварии транспорта на мостах, в тоннелях, горных выработках, на железнодорожных переездах.	10108
1.1.9. Аварии на магистральных трубопроводах	10109
1.1.10. Аварии на внутрипромысловых нефтепроводах	10110
1.1.11. Аварии с плавучими буровыми установками и буровыми судами	10111
1.2. Пожары и взрывы (с возможным последующим горением)	10200
1.2.1. Пожары (взрывы) в зданиях, на коммуникациях и технологическом оборудовании промышленных объектов	10201
1.2.2. Пожары (взрывы) на объектах добычи, переработки и хранения легковоспламеняющихся, горючих и взрывчатых веществ.	10202
1.2.3. Пожары (взрывы) на транспорте и судах рыбной промышленности	10203
1.2.4. Пожары (взрывы) в шахтах, подземных и горных выработках, метрополитенах.	10204
1.2.5. Пожары (взрывы) в зданиях и сооружениях жилого, социально-бытового, культурного назначения.	10205
1.2.6. Обнаружение неразорвавшихся боеприпасов	10206
1.2.7. Обнаружение, утрата взрывчатых веществ (боеприпасов)	10207
1.2.8. Пожары (взрывы) на магистральных газонефтепродуктопроводах	10208

1.3. Аварии с выбросом (угрозой выброса (аварийно химически опасных веществ (АХОВ)	10300
1.3.1. Аварии с выбросом (угрозой выброса) АХОВ при их производстве, переработке или хранении (захоронении)	10301
1.3.2. Аварии на транспорте с выбросом (угрозой выброса) АХОВ	10302
1.3.3. Образование и распространение АХОВ в процессе химических реакций, начавшихся в результате аварии	10303
1.3.4. Аварии с боевыми отравляющими веществами	10304
1.3.5. Обнаружение (утрата) источников АХОВ	10305
1.3.6. Внезапные выбросы метана, углекислого газа и других ядовитых веществ и газов	10306
1.3.7. Выбросы на нефтяных и газовых месторождениях (открытые фонтаны нефти и газа)	10307
1.4. Аварии с выбросом (угрозой выброса) радиоактивных веществ (РВ)	10400
1.4.1. Аварии на АЭС, атомных энергетических установках производственного и научно-исследовательского назначения с выбросом (угрозой выброса) РВ	10401
1.4.2. Аварии с выбросом (угрозой выброса) РВ на предприятиях ядерно-топливного цикла	10402
1.4.3. Аварии транспортных средств и космических аппаратов с ядерными установками или грузом РВ на борту	10403
1.4.4. Аварии при промышленных и испытательных ядерных взрывах с выбросом (угрозой выброса) РВ	10404
1.4.5. Аварии с ядерными боеприпасами в местах их хранения, эксплуатации, уничтожения или при транспортировке.	10405
1.4.6. Обнаружение (утрата) источников ионизирующих излучений	10406
1.5.Аварии с выбросом (угрозой выброса) опасных биологических веществ (ОБВ)	10500
1.5.1. Аварии с выбросом (угрозой выброса) ОБВ на предприятиях и в научно-исследовательских учреждениях (лабораториях)	10501
1.5.2. Аварии на транспорте с выбросом (угрозой выброса) ОБВ	10502
1.5.3. Обнаружение (утрата) ОБВ	10503
1.6. Внезапное обрушение зданий, сооружений, пород	10600
1.6.1.Обрушение элементов транспортных коммуникаций	10601
1.6.2. Обрушение производственных зданий и сооружений	10602
1.6.3. Обрушение зданий и сооружений жилого, социально-бытового и культурного назначения	10603
1.6.4. Обрушение пород и полезных ископаемых в горных выработках, включая карьеры.	10604

1.6.5. Авария на подземном сооружении	10605
1.7. Аварии в электроэнергетических системах	10700
1.7.1. Аварии на автономных электростанциях с долговременным перерывом электроснабжения потребителей	10701
1.7.2. Аварии в электроэнергетических системах (сетях) с долговременным перерывом электроснабжения основных потребителей или обширных территорий	10702
1.7.3. Выход из строя транспортных электрических контактных сетей	10703
1.8. Аварии на коммунальных системах жизнеобеспечения	10800
1.8.1. Аварии на канализационных системах с массовым выбросом загрязняющих веществ	10801
1.8.2. Аварии в системах снабжения населения питьевой водой	10802
1.8.3. Аварии на тепловых сетях (системах горячего водоснабжения) в холодное время года	10803
1.8.4. Аварии на коммунальных газопроводах	10804
1.9. Аварии на очистных сооружениях	10900
1.9.1. Аварии на очистных сооружениях сточных вод промышленных предприятий с массовым выбросом загрязняющих веществ	10901
1.9.2. Аварии на промышленных установках по очистке газов (массовый выброс загрязняющих веществ)	10902
1.10. Гидродинамические аварии	11000
1.10.1. Прорывы плотин (дамб, шлюзов, перемычек, др) с образованием волн прорыва и катастрофических затоплений	11001
1.10.2. Прорывы плотин (дамб, шлюзов, перемычек и др) с образованием прорывного паводка	11002
1.10.3. Прорывы плотин (дамб, шлюзов, перемычек и др), повлекшие смыв плодородных почв или отложение наносов на обширных территориях	11003
1.10.4. Прорывы плывунов, пульпы и глинистой массы, а также затопление водой действующих горных выработок при разработке полезных ископаемых	11004
1.10.5. Размыв береговой полосы штормовыми нагонами	11005
2.Природные чрезвычайные ситуации	20000
2.1. Опасные геофизические явления	20100
2.1.1. Землетрясения	20101
2.1.2. Извержения вулканов	20102
2.2. Опасные геологические явления	20103
2.2.1. Оползни	20201
2.2.2. Сели	20202
2.2.3. Обвалы,осыпи	20203
2.2.4. Склоновой смыв	20204

2.2.5. Просадка лессовых пород	20205
2.2.6. Каретовая просадка (провал) земной поверх-ности	20206
2.2.7. Абразия, эрозия	20207
2.2.8. Лурумы	20208
2.2.9. Повышение уровня грунтовых вод	20209
2.3. Опасные метеорологические (агрометеороло-гические) явления	20300
2.3.1. Бури (9-11 баллов)	20301
2.3.2. Ураганы (12-15 баллов)	20302
2.3.3. Смерчи, торнадо	20303
2.3.4. Шквалы	20304
2.3.5. Вертикальные вихри	20305
2.3.6. Крупный град	20306
2.3.7. Сильный дождь (ливень)	20307
2.3.8. Сильный снегопад	20308
2.3.9. Сильный гололед	20309
2.3.10. Сильный мороз	20310
2.3.11. Сильная метель	20311
2.3.12. Сильная жара	20312
2.3.13. Сильный туман	20313
2.3.14. Засуха	20314
2.3.15. Суховей	20315
2.3.16. Заморозки	20316
2.3.17. Лавины	20317
2.3.18. Пыльные бури	20318
2.4. Морские опасные гидрологические явления	20400
2.4.1. Тропические циклоны (тайфуны)	20401
2.4.2. Цунами	20402
2.4.3. Сильное волнение (5 балов и более)	20403
2.4.4. Сильное колебание уровня моря	20404
2.4.5. Сильный тягун в портах	20405
2.4.6. Ранний ледяной покров и припай	20406
2.4.7. Напор льдов, интенсивный дрейф льдов	20407
2.4.8. Непроходимый (труднопроходимый) лед	20408
2.4.9. Обледенение судов и портовых сооружений	20409
2.4.10. Отрыв прибрежных льдов	20410
2.4.11. Затирание плавсредств и их гибель напором льда	20411
2.5. Опасные гидрологические явления	20500
2.5.1. Высокие уровни воды (наводнения, половодье, дождевые паводки, заторы, ветровые нагоны)	20501
2.5.2. Низкие уровни вод	20502
2.5.3. Ранний ледостав	20503
2.6. Природные пожары	20600

2.6.1. Лесные пожары	20601
2.6.2. Пожары степных и хлебных массивов	20602
2.6.3. Торфяные пожары	20603
2.6.4. Подземные пожары горючих ископаемых	20604
3. Биолого-социальные чрезвычайные ситуации	30000
3.1. Инфекционная заболеваемость людей	30100
3.1.1. Единичные случаи экзотических и особо опасных инфекционных заболеваний	30101
3.1.2. Групповые случаи опасных инфекционных заболеваний	30102
3.1.3. Эпидемическая вспышка особо опасных инфекционных заболеваний	30103
3.1.4.Эпидемия	30104
3.1.5.Пандемия	30105
3.1.6.Инфекционные заболевания людей невыявленной этиологии	30106
3.2.Инфекционная заболеваемость сельскохозяйственных животных	30200
3.2.1.Единичные случаи экзотических и особо опасных инфекционных заболеваний	30201
3.2.2.Энзоотия	30202
3.2.3.Эпизоотии	30203
3.2.4.Панзоотии	30204
3.2.5.Инфекционные заболевания сельскохозяйственных животных и водных организмов (гидробионтов) невыявленной этиологии	30205
3.2.6.Инфекционные заболевания водных животных и гидробионтов	30206
3.3.Поражение сельскохозяйственных растений болезнями и вредителями	30300
3.3.1.Прогрессирующая эпифитотия	30301
3.3.2.Панфитотия	30302
3.3.3.Болезни сельскохозяйственных растений невыявленной этиологии	30303
3.3.4.Массовое распространение вредителей растений	30304

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой,

Д.Ф. Шулиманов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

по дисциплине

ФИЗИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА И СПОРТ

Автор: Шулиманов Д.Ф.

Одобрен на заседании кафедры

Физической культуры

(название кафедры)

Протокол № 8 от 03.03.2020

(Дата)

Екатеринбург
2020

Содержание

Цели и задачи дисциплины …….....3
Место дисциплины в структуре основной образовательной программы …….3
Требования к оформлению контрольной работы ……..……..3
Содержание контрольной работы…….....3
Выполнение работы над ошибками……...……....9
Критерии оценивания контрольной работы ……9
Образец титульного листа ……..……...10

1. Цели и задачи дисциплины

Цель: формирование физической культуры личности и способности направленного использования разнообразных средств физической культуры, спорта и туризма для сохранения и укрепления здоровья, психофизической подготовки и самоподготовки к будущей жизни и профессиональной деятельности.

Задачи:

- формирование осознания социальной значимости физической культуры и её роли в развитии личности и подготовке к профессиональной деятельности;
- изучение научно-биологических, педагогических и практических основ физической культуры и здорового образа жизни;
- формирование мотивационно-ценностного отношения к физической культуре, установки на здоровый стиль жизни, физическое совершенствование и самовоспитание привычки к регулярным занятиям физическими упражнениями и спортом;

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Дисциплина «Физическая культура и спорт» относится к разделу «Блок 1. Базовая часть».

3. Требования к оформлению контрольной работы

Контрольные задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, номер контрольной работы и фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Контрольные задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в контрольной работе.

Выполненную контрольную работу необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если контрольная работа выполнена без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «физическая культура и спорт» представлен 1 вариант контрольной работы.

Содержание контрольной работы

№ п/п	Вопросы	Варианты ответов
1	Физическая культура представляет собой:	А) учебный предмет в школе Б) выполнение физических упражнений В) процесс совершенствования возможностей человека Г) часть общей культуры общества
2	Физическая подготовленность, приобретаемая в процессе физической подготовки к трудовой или иной деятельности, характеризуется:	А) высокой устойчивостью к стрессовым ситуациям, воздействию неблагоприятных условий внешней среды и различным заболеваниям Б) уровнем работоспособности и запасом двигательных умений и навыков В) хорошим развитием систем дыхания, кровообращением, достаточным запасом надежности, эффективности и экономичности Г) высокими результатами в учебной, трудовой и спортивной деятельности
3	Под физическим развитием понимается:	А) процесс изменения морфофункциональных свойств организма на протяжении жизни Б) размеры мускулатуры, формы тела, функциональные возможности дыхания и

		кровообращения, физическая работоспособность В) процесс совершенствования физических качеств при выполнении физических упражнений Г) уровень, обусловленный наследственностью и регулярностью занятий физической культурой и спортом
4	Физическая культура ориентирована на совершенствование	А) физических и психических качеств людей Б) техники двигательных действий В) работоспособности человека Г) природных физических свойств человека
5	Отличительным признаком физической культуры является:	А) развитие физических качеств и обучение двигательным действиям Б) физическое совершенство В) выполнение физических упражнений Г) занятия в форме уроков
6	В иерархии принципов в системе физического воспитания принцип всестороннего развития личности следует отнести к:	А) общим социальным принципам воспитательной стратегии общества Б) общим принципам образования и воспитания В) принципам, регламентирующим процесс физического воспитания Г) принципам обучения
7	Физическими упражнениями называются:	А) двигательные действия, с помощью которых развивают физические качества и укрепляют здоровье Б) двигательные действия, дозируемые по величине нагрузки и продолжительности выполнения В) движения, выполняемые на уроках физической культуры и во время утренней гимнастики Г) формы двигательных действий, способствующие решению задач физического воспитания
8	Нагрузка физических упражнений характеризуется:	А) подготовленностью занимающихся в соответствии с их возрастом, состоянием здоровья, самочувствием во время занятия Б) величиной их воздействия на организм В) временем и количеством повторений двигательных действий Г) напряжением отдельных мышечных групп
9	Величина нагрузки физических упражнений обусловлена:	А) сочетанием объема и интенсивности двигательных действий Б) степенью преодолеваемых при их выполнении трудностей В) утомлением, возникающим при их выполнении Г) частотой сердечных сокращений
10	Если ЧСС после выполнения упражнения восстанавливается за 60 сек до уровня, который был в начале урока, то это свидетельствует о том, что нагрузка	А) мала и ее следует увеличить Б) переносится организмом относительно легко В) достаточно большая и ее можно повторить Г) чрезмерная и ее нужно уменьшить
11	Интенсивность выполнения упражнений можно определить по ЧСС. Укажите, какую частоту пульса вызывает большая интенсивность упражнений	А) 120-130 уд/мин Б) 130-140 уд/мин В) 140-150 уд/мин Г) свыше 150 уд/мин
12	Регулярные занятия физическими упражнениями способствуют повышению работоспособности, потому что:	А) во время занятий выполняются двигательные действия, содействующие развитию силы и выносливости Б) достигаемое при этом утомление активизирует процессы восстановления и адаптации В) в результате повышается эффективность и

		экономичность дыхания и кровообращения. Г) человек, занимающийся физическими упражнениями, способен выполнить большой объем физической работы за отведенный отрезок времени.
13	Что понимают под закаливанием:	А) купание в холодной воде и хождение босиком Б) приспособление организма к воздействию внешней среды В) сочетание воздушных и солнечных ванн с гимнастикой и подвижными играми Г) укрепление здоровья
14	Во время индивидуальных занятий закаливающими процедурами следует соблюдать ряд правил. Укажите, какой из перечисленных ниже рекомендаций придерживаться не стоит:	А) чем ниже температура воздуха, тем интенсивней надо выполнять упражнение, т.к. нельзя допускать переохлаждения Б) чем выше температура воздуха, тем короче должны быть занятия, т.к. нельзя допускать перегревания организма В) не рекомендуется тренироваться при активном солнечном излучении Г) после занятия надо принять холодный душ
15	Правильное дыхание характеризуется:	А) более продолжительным выдохом Б) более продолжительным вдохом В) вдохом через нос и выдохом через рот Г) ровной продолжительностью вдоха и выдоха
16	При выполнении упражнений вдох не следует делать во время:	А) вращений и поворотов тела Б) наклонах туловища назад В) возвращение в исходное положение после наклона Г) дыхание во время упражнений должно быть свободным, рекомендации относительно времени вдоха и выдоха не нужны
17	Что называется осанкой?	А) качество позвоночника, обеспечивающее хорошее самочувствие и настроение Б) пружинные характеристики позвоночника и стоп В) привычная поза человека в вертикальном положении Г) силуэт человека
18	Правильной осанкой можно считать, если вы, стоя у стены, касаетесь ее:	А) затылком, ягодицами, пятками Б) лопатками, ягодицами, пятками В) затылком, спиной, пятками Г) затылком, лопатками, ягодицами, пятками
19	Соблюдение режима дня способствует укреплению здоровья, потому, что:	А) он обеспечивает ритмичность работы организма Б) он позволяет правильно планировать дела в течение дня В) распределение основных дел осуществляется более или менее стандартно в течение каждого дня Г) он позволяет избегать неоправданных физических напряжений
20	Замена одних видов деятельности другими, регулируема режимом дня, позволяет поддержать работоспособность в течение дня, потому что:	А) это положительно сказывается на физическом и психическом состоянии человека Б) снимает утомление нервных клеток организма В) ритмическое чередование работы с отдыхом предупреждает возникновение перенапряжения Г) притупляется чувство общей усталости и повышает тонус организма

21	Систематические и грамотно организованные занятия физическими упражнениями укрепляют здоровье, так как	А) хорошая циркуляция крови во время упражнений обеспечивает поступление питательных веществ к органам и системам организма Б) повышается возможность дыхательной системы, благодаря чему в организм поступает большее количество кислорода, необходимого для образования энергии В) занятия способствуют повышению резервных возможностей организма Г) при достаточном энергообеспечении организм легче противостоит простудным и инфекционным заболеваниям
22	Почему на уроках физической культуры выделяют подготовительную, основную и заключительную части?	А) так учителю удобнее распределять различные по характеру упражнения Б) это обусловлено необходимость управлять динамикой работоспособности занимающихся. В) выделение частей в уроке требует Министерство образовании России Г) потому, что перед уроком, как правило, ставятся задачи, и каждая часть урока предназначена для решения одной из них
23	Укажите, в какой последовательности должны выполняться в комплексе утренней гимнастикой перечисленные упражнения: 1. Дыхательные. 2. На укрепление мышц и повышение гибкости. 3. Потягивания. 4 бег с переходом на ходьбу. 5. Ходьба с постепенным повышение частоты шагов. 6. Прыжки. 7.Поочередное напряжение и расслабление мышц. 8. Бег в спокойном темпе.	А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 Б) 7, 5, 8, 6, 2, 3, 2, 1, 4 В) 3, 7, 5, 8, 1, 2, 6, 4 Г) 3, 1, 2, 4, 7, 6, 8, 4
24	Под силой как физическим качеством понимается:	А) способность поднимать тяжелые предметы Б) свойство человека противодействовать внешним силам за счет мышечных напряжений В) свойство человека воздействовать на внешние силы за счет внешних сопротивлений Г) комплекс свойств организма, позволяющих преодолевать внешнее сопротивление либо противодействовать ему.
25	Выберите правильное распределение перечисленных ниже упражнений в занятии по общей физической подготовке. 1. Ходьба или спокойный бег в чередовании с дыхательными упражнениями. 2. Упражнения, постепенно включающие в работу все большее количество мышечных групп. 3. Упражнения на развитие выносливости. 4. Упражнения на развитие быстроты и гибкости. 5. упражнения на развитие силы. 6. Дыхательные упражнения.	А) 1, 2, 5, 4, 3, 6 Б) 6, 2, 3, 1, 4, 5 В) 2, 6, 4, 5, 3, 1 Г) 2,1, 3, 4, 5, 6
26	Основная часть урока по общей физической подготовке отводится развитию физических качеств. Укажите, какая последовательность воздействий на физические качества наиболее эффективна. 1. Выносливость. 2. Гибкость. 3. быстрота. 4. Сила.	А) 1, 2, 3, 4 Б) 2,3,1,4 В) 3, 2, 4, 1 Г) 4,2 ,3, 1

27	Какие упражнения неэффективны при формировании телосложения	А) упражнения, способствующие увеличению мышечной массы Б) упражнения, способствующие снижению массы тела В) упражнения, объединенные в форме круговой тренировки Г) упражнения, способствующие повышению быстроты движений
28	И для увеличения мышечной массы, и для снижения веса тела можно применять упражнения с отягощением. Но при составлении комплексов упражнений для увеличения мышечной массы рекомендуется:	А) полностью проработать одну группу мышц и только затем переходит к упражнениям, нагружающим другую группу мышц Б) чередовать серии упражнений, включающие в работу разные мышечные группы В) использовать упражнения с относительно небольшим отягощением и большим количеством повторений Г) планировать большое количество подходов и ограничивать количество повторений в одном подходе
29	Под быстротой как физическим качеством понимается:	А) комплекс свойств, позволяющих передвигаться с большой скоростью Б) комплекс свойств, позволяющий выполнять работу в минимальный отрезок времени В) способность быстро набирать скорость Г) комплекс свойств, позволяющий быстро реагировать на сигналы и выполнять движения с большой частотой
30	Для развития быстроты используют:	А) подвижные и спортивные игры Б) упражнения в беге с максимальной скоростью на короткие дистанции В) упражнения на быстроту реакции и частоту движений Г) двигательные действия, выполняемые с максимальной скоростью
31	Лучшие условия для развития быстроты реакции создаются во время:	А) подвижных и спортивных игр Б) челночного бега В) прыжков в высоту Г) метаний
32	Под гибкостью как физическим качеством понимается:	А) комплекс морфофункциональных свойств опорно-двигательного аппарата, определяющий глубину наклона Б) способность выполнять упражнения с большой амплитудой за счет мышечных сокращений. В) комплекс свойств двигательного аппарата, определяющих подвижность его звеньев Г) эластичность мышц и связок
33	Как дозируются упражнения на развитие гибкости, т.е. сколько движений следует делать в одной серии:	А) Упражнение выполняется до тех пор, пока не начнет уменьшаться амплитуда движений Б) выполняются 12-16 циклов движения В) упражнения выполняются до появления пота Г) упражнения выполняются до появления болевых ощущений
34	Для повышения скорости бега в самостоятельном занятии после разминки рекомендуется выполнять перечисленные ниже упражнения.	А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Б) 7, 5, 4, 3, 2, 6, 1 В) 2, 1, 3, 7, 4, 5, 6 Г) 3, 6, 2, 7, 5, 4, 1

	Укажите их целесообразную последовательность: 1. Дыхательные упражнения. 2. Легкий продолжительный бег. 3. Прыжковые упражнения с отягощением и без них. 4. дыхательные упражнения в интервалах отдыха. 5. Повторный бег на короткие дистанции. 6.Ходьба. 7. Упражнения на частоту движений.	
35	При развитии гибкости следует стремиться	А) гармоничному увеличению подвижности в основных суставах Б) достижению максимальной амплитуды движений в основных суставах В) оптимальной амплитуде движений в плечевом, тазобедренном, коленом суставах Г) восстановлению нормальной амплитуды движений суставов
36	Под выносливостью как физическим качеством понимается:	А) комплекс свойств, обуславливающий возможность выполнять разнообразные физические нагрузки Б) комплекс свойств, определяющих способность противостоять утомлению В) способность длительно совершать физическую работу, практически не утомляясь Г) способность сохранять заданные параметры работы
37	Выносливость человека не зависит от:	А) функциональных возможностей систем энергообеспечения Б) быстроты двигательной реакции В) настойчивости, выдержки, мужественности, умения терпеть Г) силы мышц
38	При развитии выносливости не применяются упражнения, характерными признаками которых являются:	А) максимальная активность систем энергообеспечения Б) умеренная интенсивность В) максимальная интенсивность Г) активная работа большинства звеньев опорно-двигательного аппарата
39	Техникой физических упражнений принято называть	А) способ целесообразного решения двигательной задачи Б) способ организации движений при выполнении упражнений В) состав и последовательность движений при выполнении упражнений Г) рациональную организацию двигательных действий
40	При анализе техники принято выделять основу, ведущее звено и детали техники. Что понимают под основой (ведущим звеном и деталями техники).	А) набор элементов, характеризующий индивидуальные особенности выполнения целостного двигательного действия Б) состав и последовательность элементов, входящих в двигательное действие В) совокупность элементов, необходимых для решения двигательной задачи Г) наиболее важная часть определенного способа решения двигательной задачи
41	В процессе обучения двигательным действиям используют методы целостного или расчлененного	А) возможности расчленения двигательного действия на относительно самостоятельные элементы Б) сложности основы техники

	упражнения. Выбор метода зависит от	В) количества элементов, составляющих двигательное действие Г) предпочтения учителя
42	Процесс обучения двигательному действию рекомендуется начинать с освоения	А) основы техники Б) ведущего звена техники В) подводящих упражнений Г) исходного положения
43	Физкультминутку, как одну из форм занятий физическими упражнениями следует отнести к:	А) урочным формам занятий физическими упражнениями Б) «малым» неурочным формам В) «крупным» неурочным формам Г) соревновательным формам
44	Какой раздел комплексной программы по физическому воспитанию для общеобразовательных школ не является типовым?	А) уроки физической культуры Б) внеклассная работа В) физкультурно-массовые и спортивные мероприятия Г) содержание и организация педагогической практики
45	Измерение ЧСС сразу после пробегания отрезка дистанции следует отнести к одному из видов контроля:	А) оперативному Б) текущему В) предварительному Г) итоговому

Проблемные и сложные вопросы, возникающие в процессе изучения курса и выполнения контрольной работы, необходимо решать с преподавателем на консультациях.

Выполнению контрольной работы должно предшествовать самостоятельное изучение студентом рекомендованной литературы.

Студент получает проверенную контрольную работу с исправлениями в тексте и замечаниями. В конце работы выставляется оценка «зачтено», «не зачтено». Работа с оценкой «не зачтено» должна быть доработана и представлена на повторную проверку.

Выполнение работы над ошибками

При получении проверенной контрольной работы необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данной контрольной работы. Контрольные работы являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

Критерии оценивания контрольной работы

Оценка за контрольную работу определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 2 балл. Максимум 90 баллов.

Результат контрольной работы

Контрольная работа оценивается на «зачтено», «не зачтено»:

46-90 балла (50-100%) - оценка «зачтено»;

0-44 балла (0-49%) - оценка «не зачтено»;

Образец оформления титульного листа

Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Кафедра физической культуры

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

по дисциплине
ФИЗИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА И СПОРТ

Выполнил: Иванов Иван Иванович
Группа _____

Преподаватель: Петров Петр Петрович

Екатеринбург
2018

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу

_____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

ФИЗИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА И СПОРТ

Автор: Шулиманов Д.Ф.

Одобрены на заседании кафедры

Физической культуры

(название кафедры)

Зав. кафедрой _____

(подпись)

Шулиманов Д.Ф.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 8 от 03.03.2020

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель _____

(подпись)

Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020

(Дата)

Екатеринбург
2020

Содержание

Цели и задачи дисциплины …….....3
Место дисциплины в структуре основной образовательной программы …….3
Требования к оформлению теста ……..…….....3
Содержание теста…….....3
Содержание опроса…….....9
Выполнение работы над ошибками……...……..11

Цели и задачи дисциплины

Цель: формирование физической культуры личности и способности направленного использования разнообразных средств физической культуры, спорта и туризма для сохранения и укрепления здоровья, психофизической подготовки и самоподготовки к будущей жизни и профессиональной деятельности.

Задачи:

- формирование осознания социальной значимости физической культуры и её роли в развитии личности и подготовке к профессиональной деятельности;
- изучение научно-биологических, педагогических и практических основ физической культуры и здорового образа жизни;
- формирование мотивационно-ценностного отношения к физической культуре, установки на здоровый стиль жизни, физическое совершенствование и самовоспитание привычки к регулярным занятиям физическими упражнениями и спортом;

Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Дисциплина «Физическая культура и спорт» относится к разделу «Блок 1. Базовая часть».

Требования к оформлению теста

Задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в тесте.

Выполненный тест необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если тест выполнен без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «физическая культура и спорт» представлен, тест, вопросы для проведения опроса.

Содержание теста

№ п/п	Вопросы	Варианты ответов
1	Физическая культура представляет собой:	А) учебный предмет в школе Б) выполнение физических упражнений В) процесс совершенствования возможностей человека Г) часть общей культуры общества
2	Физическая подготовленность, приобретаемая в процессе физической подготовки к трудовой или иной деятельности, характеризуется:	А) высокой устойчивостью к стрессовым ситуациям, воздействию неблагоприятных условий внешней среды и различным заболеваниям Б) уровнем работоспособности и запасом двигательных умений и навыков В) хорошим развитием систем дыхания, кровообращением, достаточным запасом надежности, эффективности и экономичности Г) высокими результатами в учебной, трудовой и спортивной деятельности
3	Под физическим развитием понимается:	А) процесс изменения морфофункциональных свойств организма на протяжении жизни Б) размеры мускулатуры, формы тела, функциональные возможности дыхания и кровообращения, физическая работоспособность

		В) процесс совершенствования физических качеств при выполнении физических упражнений Г) уровень, обусловленный наследственностью и регулярностью занятий физической культурой и спортом
4	Физическая культура ориентирована на совершенствование	А) физических и психических качеств людей Б) техники двигательных действий В) работоспособности человека Г) природных физических свойств человека
5	Отличительным признаком физической культуры является:	А) развитие физических качеств и обучение двигательным действиям Б) физическое совершенство В) выполнение физических упражнений Г) занятия в форме уроков
6	В иерархии принципов в системе физического воспитания принцип всестороннего развития личности следует отнести к:	А) общим социальным принципам воспитательной стратегии общества Б) общим принципам образования и воспитания В) принципам, регламентирующим процесс физического воспитания Г) принципам обучения
7	Физическими упражнениями называются:	А) двигательные действия, с помощью которых развивают физические качества и укрепляют здоровье Б) двигательные действия, дозируемые по величине нагрузки и продолжительности выполнения В) движения, выполняемые на уроках физической культуры и во время утренней гимнастики Г) формы двигательных действий, способствующие решению задач физического воспитания
8	Нагрузка физических упражнений характеризуется:	А) подготовленностью занимающихся в соответствии с их возрастом, состоянием здоровья, самочувствием во время занятия Б) величиной их воздействия на организм В) временем и количеством повторений двигательных действий Г) напряжением отдельных мышечных групп
9	Величина нагрузки физических упражнений обусловлена:	А) сочетанием объема и интенсивности двигательных действий Б) степенью преодолеваемых при их выполнении трудностей В) утомлением, возникающим при их выполнении Г) частотой сердечных сокращений
10	Если ЧСС после выполнения упражнения восстанавливается за 60 сек до уровня, который был в начале урока, то это свидетельствует о том, что нагрузка	А) мала и ее следует увеличить Б) переносится организмом относительно легко В) достаточно большая и ее можно повторить Г) чрезмерная и ее нужно уменьшить
11	Интенсивность выполнения упражнений можно определить по ЧСС. Укажите, какую частоту пульса вызывает большая интенсивность упражнений	А) 120-130 уд/мин Б) 130-140 уд/мин В) 140-150 уд/мин Г) свыше 150 уд/мин
12	Регулярные занятия физическими упражнениями способствуют повышению работоспособности, потому что:	А) во время занятий выполняются двигательные действия, содействующие развитию силы и выносливости Б) достигаемое при этом утомление активизирует процессы восстановления и адаптации В) в результате повышается эффективность и экономичность дыхания и кровообращения.

		Г) человек, занимающийся физическими упражнениями, способен выполнить большой объем физической работы за отведенный отрезок времени.
13	Что понимают под закаливанием:	А) купание в холодной воде и хождение босиком Б) приспособление организма к воздействию внешней среды В) сочетание воздушных и солнечных ванн с гимнастикой и подвижными играми Г) укрепление здоровья
14	Во время индивидуальных занятий закаливающими процедурами следует соблюдать ряд правил. Укажите, какой из перечисленных ниже рекомендаций придерживаться не стоит:	А) чем ниже температура воздуха, тем интенсивней надо выполнять упражнение, т.к. нельзя допускать переохлаждения Б) чем выше температура воздуха, тем короче должны быть занятия, т.к. нельзя допускать перегревания организма В) не рекомендуется тренироваться при активном солнечном излучении Г) после занятия надо принять холодный душ
15	Правильное дыхание характеризуется:	А) более продолжительным выдохом Б) более продолжительным вдохом В) вдохом через нос и выдохом через рот Г) ровной продолжительностью вдоха и выдоха
16	При выполнении упражнений вдох не следует делать во время:	А) вращений и поворотов тела Б) наклонах туловища назад В) возвращение в исходное положение после наклона Г) дыхание во время упражнений должно быть свободным, рекомендации относительно времени вдоха и выдоха не нужны
17	Что называется осанкой?	А) качество позвоночника, обеспечивающее хорошее самочувствие и настроение Б) пружинные характеристики позвоночника и стоп В) привычная поза человека в вертикальном положении Г) силуэт человека
18	Правильной осанкой можно считать, если вы, стоя у стены, касаетесь ее:	А) затылком, ягодицами, пятками Б) лопатками, ягодицами, пятками В) затылком, спиной, пятками Г) затылком, лопатками, ягодицами, пятками
19	Соблюдение режима дня способствует укреплению здоровья, потому, что:	А) он обеспечивает ритмичность работы организма Б) он позволяет правильно планировать дела в течение дня В) распределение основных дел осуществляется более или менее стандартно в течение каждого дня Г) он позволяет избегать неоправданных физических напряжений
20	Замена одних видов деятельности другими, регулируема режимом дня, позволяет поддержать работоспособность в течение дня, потому что:	А) это положительно сказывается на физическом и психическом состоянии человека Б) снимает утомление нервных клеток организма В) ритмическое чередование работы с отдыхом предупреждает возникновение перенапряжения Г) притупляется чувство общей усталости и повышает тонус организма
21	Систематические и грамотно	А) хорошая циркуляция крови во время упражнений

	организованные занятия физическими упражнениями укрепляют здоровье, так как	обеспечивает поступление питательных веществ к органам и системам организма Б) повышается возможность дыхательной системы, благодаря чему в организм поступает большее количество кислорода, необходимого для образования энергии В) занятия способствуют повышению резервных возможностей организма Г) при достаточном энергообеспечении организм легче противостоит простудным и инфекционным заболеваниям
22	Почему на уроках физической культуры выделяют подготовительную, основную и заключительную части?	А) так учителю удобнее распределять различные по характеру упражнения Б) это обусловлено необходимость управлять динамикой работоспособности занимающихся. В) выделение частей в уроке требует Министерство образовании России Г) потому, что перед уроком, как правило, ставятся задачи, и каждая часть урока предназначена для решения одной из них
23	Укажите, в какой последовательности должны выполняться в комплексе утренней гимнастикой перечисленные упражнения: 1. Дыхательные. 2. На укрепление мышц и повышение гибкости. 3. Потягивания. 4 бег с переходом на ходьбу. 5. Ходьба с постепенным повышение частоты шагов. 6. Прыжки. 7.Поочередное напряжение и расслабление мышц. 8. Бег в спокойном темпе.	А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 Б) 7, 5, 8, 6, 2, 3, 2, 1, 4 В) 3, 7, 5, 8, 1, 2, 6, 4 Г) 3, 1, 2, 4, 7, 6, 8, 4
24	Под силой как физическим качеством понимается:	А) способность поднимать тяжелые предметы Б) свойство человека противодействовать внешним силам за счет мышечных напряжений В) свойство человека воздействовать на внешние силы за счет внешних сопротивлений Г) комплекс свойств организма, позволяющих преодолевать внешнее сопротивление либо противодействовать ему.
25	Выберите правильное распределение перечисленных ниже упражнений в занятии по общей физической подготовке. 1. Ходьба или спокойный бег в чередовании с дыхательными упражнениями. 2. Упражнения, постепенно включающие в работу все большее количество мышечных групп. 3. Упражнения на развитие выносливости. 4. Упражнения на развитие быстроты и гибкости. 5. упражнения на развитие силы. 6. Дыхательные упражнения.	А) 1, 2, 5, 4, 3, 6 Б) 6, 2, 3, 1, 4, 5 В) 2, 6, 4, 5, 3, 1 Г) 2,1, 3, 4, 5, 6
26	Основная часть урока по общей физической подготовке отводится развитию физических качеств. Укажите, какая последовательность воздействий на физические качества наиболее эффективна. 1. Выносливость. 2. Гибкость. 3. быстрота. 4. Сила.	А) 1, 2, 3, 4 Б) 2,3,1,4 В) 3, 2, 4, 1 Г) 4,2 ,3, 1

27	Какие упражнения неэффективны при формировании телосложения	А) упражнения, способствующие увеличению мышечной массы Б) упражнения, способствующие снижению массы тела В) упражнения, объединенные в форме круговой тренировки Г) упражнения, способствующие повышению быстроты движений
28	И для увеличения мышечной массы, и для снижения веса тела можно применять упражнения с отягощением. Но при составлении комплексов упражнений для увеличения мышечной массы рекомендуется:	А) полностью проработать одну группу мышц и только затем переходит к упражнениям, нагружающим другую группу мышц Б) чередовать серии упражнений, включающие в работу разные мышечные группы В) использовать упражнения с относительно небольшим отягощением и большим количеством повторений Г) планировать большое количество подходов и ограничивать количество повторений в одном подходе
29	Под быстротой как физическим качеством понимается:	А) комплекс свойств, позволяющих передвигаться с большой скоростью Б) комплекс свойств, позволяющий выполнять работу в минимальный отрезок времени В) способность быстро набирать скорость Г) комплекс свойств, позволяющий быстро реагировать на сигналы и выполнять движения с большой частотой
30	Для развития быстроты используют:	А) подвижные и спортивные игры Б) упражнения в беге с максимальной скоростью на короткие дистанции В) упражнения на быстроту реакции и частоту движений Г) двигательные действия, выполняемые с максимальной скоростью
31	Лучшие условия для развития быстроты реакции создаются во время:	А) подвижных и спортивных игр Б) челночного бега В) прыжков в высоту Г) метаний
32	Под гибкостью как физическим качеством понимается:	А) комплекс морфофункциональных свойств опорно-двигательного аппарата, определяющий глубину наклона Б) способность выполнять упражнения с большой амплитудой за счет мышечных сокращений. В) комплекс свойств двигательного аппарата, определяющих подвижность его звеньев Г) эластичность мышц и связок
33	Как дозируются упражнения на развитие гибкости, т.е. сколько движений следует делать в одной серии:	А) Упражнение выполняется до тех пор, пока не начнет уменьшаться амплитуда движений Б) выполняются 12-16 циклов движения В) упражнения выполняются до появления пота Г) упражнения выполняются до появления болевых ощущений
34	Для повышения скорости бега в самостоятельном занятии после разминки рекомендуется выполнять перечисленные ниже упражнения. Укажите их целесообразную	А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Б) 7, 5, 4, 3, 2, 6, 1 В) 2, 1, 3, 7, 4, 5, 6 Г) 3, 6, 2, 7, 5, 4, 1

	последовательность: 1. Дыхательные упражнения. 2. Легкий продолжительный бег. 3. Прыжковые упражнения с отягощением и без них. 4. дыхательные упражнения в интервалах отдыха. 5. Повторный бег на короткие дистанции. 6.Ходьба. 7. Упражнения на частоту движений.	
35	При развитии гибкости следует стремиться	А) гармоничному увеличению подвижности в основных суставах Б) достижению максимальной амплитуды движений в основных суставах В) оптимальной амплитуде движений в плечевом, тазобедренном, коленом суставах Г) восстановлению нормальной амплитуды движений суставов
36	Под выносливостью как физическим качеством понимается:	А) комплекс свойств, обуславливающий возможность выполнять разнообразные физические нагрузки Б) комплекс свойств, определяющих способность противостоять утомлению В) способность длительно совершать физическую работу, практически не утомляясь Г) способность сохранять заданные параметры работы
37	Выносливость человека не зависит от:	А) функциональных возможностей систем энергообеспечения Б) быстроты двигательной реакции В) настойчивости, выдержки, мужественности, умения терпеть Г) силы мышц
38	При развитии выносливости не применяются упражнения, характерными признаками которых являются:	А) максимальная активность систем энергообеспечения Б) умеренная интенсивность В) максимальная интенсивность Г) активная работа большинства звеньев опорно-двигательного аппарата
39	Техникой физических упражнений принято называть	А) способ целесообразного решения двигательной задачи Б) способ организации движений при выполнении упражнений В) состав и последовательность движений при выполнении упражнений Г) рациональную организацию двигательных действий
40	При анализе техники принято выделять основу, ведущее звено и детали техники. Что понимают под основой (ведущим звеном и деталями техники).	А) набор элементов, характеризующий индивидуальные особенности выполнения целостного двигательного действия Б) состав и последовательность элементов, входящих в двигательное действие В) совокупность элементов, необходимых для решения двигательной задачи Г) наиболее важная часть определенного способа решения двигательной задачи
41	В процессе обучения двигательным действиям используют методы целостного или расчлененного упражнения. Выбор метода зависит от	А) возможности расчленения двигательного действия на относительно самостоятельные элементы Б) сложности основы техники В) количества элементов, составляющих двигательное

		действие Г) предпочтения учителя
42	Процесс обучения двигательному действию рекомендуется начинать с освоения	А) основы техники Б) ведущего звена техники В) подводящих упражнений Г) исходного положения
43	Физкультминутку, как одну из форм занятий физическими упражнениями следует отнести к:	А) урочным формам занятий физическими упражнениями Б) «малым» неурочным формам В) «крупным» неурочным формам Г) соревновательным формам
44	Какой раздел комплексной программы по физическому воспитанию для общеобразовательных школ не является типовым?	А) уроки физической культуры Б) внеклассная работа В) физкультурно-массовые и спортивные мероприятия Г) содержание и организация педагогической практики
45	Измерение ЧСС сразу после пробегания отрезка дистанции следует отнести к одному из видов контроля:	А) оперативному Б) текущему В) предварительному Г) итоговому

Критерии оценивания теста

Оценка за тест определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 2 балл. Максимум 90 баллов.

Результат теста

Тест оценивается на «зачтено», «не зачтено»:

46-90 балла (50-100%) - оценка «зачтено»;

0-44 балла (0-49%) - оценка «не зачтено»;

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ОПРОСА

1. Определение понятий в области физической культуры
2. Понятие «здоровье» и основные его компоненты
3. Факторы, определяющие здоровье человека.
4. Образ жизни и его составляющие.
5. Разумное чередование труда и отдыха, как компонент ЗОЖ.
6. Рациональное питание и ЗОЖ.
7. Отказ от вредных привычек и соблюдение правил личной и общественной гигиены.
8. Двигательная активность — как компонент ЗОЖ.
9. Выполнение мероприятий по закаливанию организма.
10. Физическое самовоспитание и самосовершенствование как необходимое условие реализации мероприятий ЗОЖ.
11. Врачебный контроль как обязательная процедура для занимающихся физической культурой.
12. Самоконтроль — необходимая форма контроля человека за физическим состоянием.
13. Методика самоконтроля физического развития.
14. Самостоятельное измерение артериального давления и частоты сердечных сокращений.
15. Проведение функциональных проб для оценки деятельности сердечно-сосудистой системы.
16. Проведение функциональных проб для оценки деятельности дыхательной системы.
17. Самоконтроль уровня развития физических качеств: быстроты, гибкости, ловкости, силы и выносливости
18. Ведение дневника самоконтроля.
19. Цель и задачи физического воспитания в вузе.

20. Специфические функции физической культуры.
21. Социальная роль и значение спорта.
22. Этапы становления физической культуры личности студента.
23. Понятия физическая культура, физическое воспитание, физическое развитие, физическое совершенство.
24. Реабилитационная физическая культура, виды, краткая характеристика.
25. Разделы учебной программы дисциплины «Физическая культура».
26. Комплектование учебных отделений студентов для организации и проведения занятий по физическому воспитанию.
27. Преимущества спортивно-ориентированной программы дисциплины «Физическая культура» для студентов.
28. Особенности комплектования студентов с различным характером заболеваний в специальном учебном отделении.
29. Зачетные требования по учебной дисциплине «Физическая культура».
30. Формирование двигательного навыка.
31. Устойчивость организма к воздействию неблагоприятных факторов.
32. Мотивация и направленность самостоятельных занятий.
33. Утренняя гигиеническая гимнастика.
34. Мотивация выбора видов спорта или систем физических упражнений.
35. Самостоятельные занятия оздоровительным бегом.
36. Самостоятельные занятия атлетической гимнастикой.
37. Особенности самостоятельных занятий женщин.
38. Мотивация и направленность самостоятельных занятий. Утренняя гигиеническая гимнастика.
39. Физические упражнения в течение учебного дня: физкультминутки, физкультпаузы.
40. Самостоятельные тренировочные занятия: структура, требования к организации и проведению.
41. Мотивация выбора видов спорта или систем физических упражнений.
42. Самостоятельные занятия оздоровительным бегом.
43. Самостоятельные занятия атлетической гимнастикой.
44. Особенности самостоятельных занятий женщин.
45. Роль физической культуры в профессиональной деятельности бакалавра и специалиста.
46. Производственная физическая культура, ее цели и задачи.
47. Методические основы производственной физической культуры.
48. Производственная физическая культура в рабочее время.
49. Физическая культура и спорт в свободное время.
50. Профилактика профессиональных заболеваний и травматизма средствами физической культуры.
51. Понятие ППФП, её цель, задачи. Прикладные знания, умения и навыки.
52. Прикладные психические качества.
53. Прикладные специальные качества.
54. Факторы, определяющие содержание ППФП: формы труда, условия труда.
55. Факторы, определяющие содержание ППФП: характер труда, режим труда и отдыха.
56. Дополнительные факторы, определяющие содержание ППФП.
57. Средства ППФП.
58. Организация и формы ППФП в вузе.
59. Понятия общей и специальной физической подготовки.
60. Отличия понятий спортивная подготовка и спортивная тренировка.
61. Стороны подготовки спортсмена.
62. Средства спортивной подготовки.
63. Структура отдельного тренировочного занятия.
64. Роль подготовительной части занятия в тренировочном процессе.
65. Понятие «физическая нагрузка», эффект ее воздействия на организм.
66. Внешние признаки утомления.
67. Виды и параметры физических нагрузок.
68. Интенсивность физических нагрузок.
69. Психофизиологическая характеристика умственной деятельности.
70. Работоспособность: понятие, факторы, периоды
71. Физические упражнения в течение учебного дня для поддержания работоспособности.
72. Бег как самое эффективное средство восстановления и повышения работоспособности.
73. Плавание и работоспособность.
74. Методические принципы физического воспитания, сущность и значение.
75. Принципы сознательности и активности, наглядности в процессе физического воспитания.
76. Принципы доступности и индивидуализации, систематичности и динамичности.
77. Средства физической культуры.
78. Общепедагогические методы физического воспитания.
79. Методы обучения технике двигательного действия.
80. Этапы обучения двигательного действия.

81. Методы развития физических качеств: равномерный, повторный, интервальный.
82. Метод круговой тренировки, игровой и соревновательный методы.
83. Сила как физическое качество, общая характеристика силовых упражнений.
84. Методы развития силы.
85. Выносливость — виды выносливости, особенности развития выносливости.
86. Развитие физических качеств: быстроты, гибкости, ловкости.
87. Понятие «спорт». Его принципиальное отличие от других видов занятий физическими упражнениями.
88. Массовый спорт: понятие, цель, задачи.
89. Спорт высших достижений: понятие, цель, задачи.
90. Студенческий спорт, его организационные особенности.
91. Студенческие спортивные соревнования.
92. Студенческие спортивные организации.
93. Всероссийский физкультурно-спортивный комплекс «ГТО» (Готов к труду и обороне).

Выполнение работы над ошибками

При получении проверенного теста необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данного теста. Тесты, тесты являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ ПО ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЕ И СПОРТУ

Автор: Шулиманов Д.Ф.

Одобрены на заседании кафедры

Физической культуры

(название кафедры)

Зав. кафедрой _____

(подпись)

Шулиманов Д.Ф.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 8 от 03.03.2020

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель _____

(подпись)

Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020

(Дата)

Екатеринбург
2020

СОДЕРЖАНИЕ

1. Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к практическим занятиям физической культурой и спортом ……..……..3
1.1. Планирование, формы и организация самостоятельных занятий ……...3
1.1.1. Утренняя физическая гимнастика……3
1.1.2. Упражнения в течение учебного дня……4
1.1.3. Самостоятельные тренировочные занятия……..4
1.1.4. Методика самостоятельных тренировочных занятий……5
1.1.5. Особенности самостоятельных занятий для женщин……6
1.2 Самоконтроль занимающихся за состоянием своего организма……..7
1.2.1 Оценка физического развития……...9
1.2.2. Оценка функционального состояния (подготовленности)..…….10
2. Другие виды самостоятельной работы
2.1 Самостоятельная подготовка к сдаче обязательных тестов оценки общей физической подготовленности…….……12
2.1.1 Тест на скоростно-силовую подготовленность (бег на 100 м)……12
2.1.2 Техника выполнения упражнения……...12
2.1.3 Методы самостоятельной тренировки…….....13
2.1.4. Средства тренировки быстроты……..13
2.1.5. Подготовка и сдача контрольного норматива……...14
2.2. Тест на силовую подготовленность для женщин ……..……...15
2.2.1. Техника выполнения упражнения……..15
2.3. Тест на силовую подготовленность для мужчин……..……...15
2.3.1. Техника выполнения упражнения……..15
2.3.2. Методы развития силы……16
2.4. Тест на общую выносливость (бег 2000 и 3000 м)……..17
2.4.1. Техника бега на длинные дистанции……..17
2.4.3. Возможные ошибки и осложнения в ходе проведения Самостоятельных тренировок……..18
3.Актуальность задачи повышения уровня готовности обучающихся к зачетным занятиям, на основе управляемой адаптации к смене видов учебно-познавательной деятельности……..……..….....21

1. Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к практическим занятиям физической культурой и спортом

1.1. Планирование, формы и организация самостоятельных занятий

Планирование самостоятельных занятий осуществляется студентами при консультации преподавателей и должно быть направлено на достижение единой цели – сохранение хорошего здоровья, поддержание высокого уровня физической и умственной работоспособности, достижение поставленной задачи.

Существуют три формы самостоятельных занятий:

1. Утренняя физическая гимнастика (УФГ).

2. Упражнения в течение учебного (рабочего) дня.

3. Самостоятельные тренировочные занятия.

1.1.1. Утренняя физическая гимнастика

Выполняется ежедневно. В комплекс УФГ следует включать упражнения для всех групп мышц, упражнения на гибкость и дыхание, бег, бег (прыжковые упражнения).

Не рекомендуется выполнять:

- упражнения статического характера;

- со значительными отягощениями;

- упражнения на выносливость.

При выполнении УФГ рекомендуется придерживаться определенной последовательности выполнения упражнений:

- медленный бег, ходьба (2-3 мин.);

- потягивающие упражнения в сочетании с глубоким дыханием;

- упражнение на гибкость и подвижность для мышц рук, шеи, туловища и ног;

- силовые упражнения без отягощений или с небольшими отягощениями для рук, туловища, ног (сгибание-разгибание рук в упоре лежа, упражнения с легкими гантелями, с эспандерами);

- различные наклоны в положении стоя, сидя, лежа, приседания на од-ной и двух ногах и др.;

- легкие прыжки или подскоки (например, со скалкой) – 20-30 с.;

- упражнения на расслабление с глубоким дыханием.

При составлении комплексов УФГ рекомендуется физиологическую нагрузку на организм повышать постепенно, с максимумом во второй половине комплекса. К концу выполнения комплекса нагрузка снижается и организм приводится в спокойное состояние.

Между сериями из 2-3 упражнений (а при силовых – после каждого) выполняется упражнение на расслабление или медленный бег (20-30с.).

УФГ должна сочетаться с самомассажем и закаливанием организма. Сразу же после выполнения комплекса УФГ рекомендуется сделать самомассаж основных мышечных групп ног, туловища, рук (5-7 мин.) и выполнить водные процедуры с учетом правил и принципов закаливания.

1.1.2. Упражнения в течение учебного дня

Выполняются в перерывах между учебными и самостоятельными занятиями.

Они обеспечивают предупреждение наступающего утомления, способствуют поддержанию высокой работоспособности на длительное время без перенапряжения.

При выполнении этих упражнений следует придерживаться следующих правил:

1. Проводить в хорошо проветренных помещениях или на открытом воздухе.

2. Растягивать и расслаблять мышцы, испытывающие статическую нагрузку.

3. Нагружать неработающие мышцы.

1.1.3. Самостоятельные тренировочные занятия

Можно проводить индивидуально или в группе из 3-5 человек и более. Групповая тренировка более эффективна, чем индивидуальная. Заниматься рекомендуется 3-4 раза в неделю по 1,5 -2 часа. Заниматься менее двух раз в неделю нецелесообразно, т.к. это не способствует повышению уровня тренированности организма. Тренировочные занятия должны носить комплексный характер, т.е. способствовать развитию всего комплекса физических качеств, а также укреплению здоровья и повышению общей работоспособности организма.

Каждое самостоятельное тренировочное занятие состоит из трех частей:

1. Подготовительная часть (разминка) (15-20 мин. для одночасового занятия): ходьба (2-3 мин.), медленный бег (8-10 мин.), общеразвивающие упражнения на все группы мышц, соблюдая последовательность «сверху вниз», затем выполняются специально-подготовительные упражнения, выбор которых зависит от содержания основной части.

2. В основной части (30-40 мин.) изучаются спортивная техника и тактика, осуществляется тренировка развития физических, волевых качеств. При выполнении упражнений в основной части занятия необходимо придерживаться следующей последовательности:

После разминки выполняются упражнения, направленные на изучение и совершенствование техники, и упражнения на быстроту, затем упражнения для развития силы и в конце основной части занятия – для развития выносливости.

3. В заключительной части (5-10 мин.) выполняются медленный бег (3-8 мин.), переходящий в ходьбу (2-6 мин.), упражнения на расслабление в сочетании с глубоким дыханием, которые обеспечивают постепенное снижение тренировочной нагрузки и приведение организма в сравнительно спокойное состояние.

1.1.4. Методика самостоятельных тренировочных занятий

Методические принципы, которыми необходимо руководствоваться при проведении самостоятельных тренировочных занятий, следующие:

- принцип сознательности и активности предполагает углубленное изучение занимающимися теории и методики спортивной тренировки, осознанное отношение к тренировочному процессу, понимание целей и задач занятий, рациональное применение средств и методов тренировки в каждом занятии, учет объема и интенсивности выполняемых упражнений и физических нагрузок, умение анализировать и оценивать итоги тренировочных занятий;

- принцип систематичности требует непрерывности тренировочного процесса, рационального чередования физических нагрузок и отдыха, преемственности и последовательности тренировочных нагрузок от занятия к занятию. Эпизодические занятия или занятия с большими перерывами (более 4-5 дней) неэффективны и приводят к снижению достигнутого уровня тренированности;

- принцип доступности и индивидуализации обязывает планировать и включать в каждое тренировочное занятие физические упражнения, по своей сложности и интенсивности доступные для выполнения занимающимися. При определении содержания тренировочных занятий необходимо соблюдать правила: от простого – к сложному, от легкого – к трудному, от известного – к неизвестному, а также осуществлять учет индивидуальных особенностей занимающихся: пол, возраст, физическую подготовленность, уровень здоровья, волевые качества, трудолюбие, тип высшей нервной деятельности и т.п. Подбор упражнений, объем и интенсивность тренировочных нагрузок нужно осуществлять в соответствии с силами и возможностями организма занимающихся;

- принцип динамичности и постепенности определяет необходимость повышения требований к занимающимся, применение новых, более сложных физических упражнений, увеличение тренировочных нагрузок по объему и интенсивности. Переход к более высоким тренировочным нагрузкам должен проходить постепенно с учетом функциональных возможностей и индивидуальных особенностей занимающихся.

Если в тренировочных занятиях был перерыв по причине болезни, то начинать занятия следует после разрешения врача при строгом соблюдении принципа постепенности. Вначале тренировочные нагрузки значительно снижаются и постепенно доводятся до занимающегося в тренировочном плане уровня.

Все выше перечисленные принципы находятся в тесной взаимосвязи. Это различные стороны единого, целостного повышения функциональных возможностей занимающихся.

1.1.5. Особенности самостоятельных занятий для женщин

Организм женщины имеет анатомо-физиологические особенности, которые необходимо учитывать при проведении самостоятельных занятий физическими упражнениями или спортивной тренировки. В отличие от мужского, у женского организма менее прочное строение костей, ниже общее развитие мускулатуры тела, более широкий тазовый пояс и мощнее мускулатура тазового дна. Для здоровья женщины большое значение имеет развитие мышц брюшного пресса, спины и тазового дна. От их развития зависит нормальное положение внутренних органов. Особенно важно развитие мышц тазового дна.

Одной из причин недостаточного развития этих мышц у студенток и работниц умственного труда является малоподвижный образ жизни. При положении сидя мышцы тазового дна не противодействуют внутрибрюшному давлению и растягиваются от тяжести лежащих над ними органов. В связи с этим мышцы теряют свою эластичность и прочность, что может привести к нежелательным изменениям положения внутренних органов и к ухудшению их функциональной деятельности.

Ряд характерных для организма женщины особенностей имеется и в деятельности сердечно-сосудистой, дыхательной, нервной и других систем. Все это выражается более продолжительным периодом восстановления организма после физической нагрузки, а также более быстрой потерей состояния тренированности при прекращении тренировок.

Особенности женского организма должны строго учитываться в организации, содержании, методике проведения самостоятельных занятий. Подбор физических упражнений, их характер и интенсивность должны соответствовать физической подготовленности, возрасту, индивидуальным возможностям студенток. Необходимо исключать случаи форсирования тренировок для того, чтобы быстро достичь высоких результатов. Разминку следует проводить более тщательно и более продолжительно, чем при занятиях мужчин. Рекомендуется остерегаться резких сотрясений, мгновенных напряжений и усилий, например, при занятиях прыжками и в упражнениях с отягощением. Полезны упражнения, в положении сидя, и лежа на спине с подниманием, отведением, приведением и круговыми движениями ног, с подниманием ног и таза до положения «березка», различного рода приседания.

Даже для хорошо физически подготовленных студенток рекомендуется исключить упражнения, вызывающие повышение внутрибрюшного давления и затрудняющие деятельность органов брюшной полости и малого таза. К таким упражнениям относятся прыжки в глубину, поднимание больших тяжестей и другие, сопровождающиеся задержкой дыхания и натуживанием.

При выполнении упражнений на силу и быстроту движений следует более постепенно увеличивать тренировочную нагрузку, более плавно доводить ее до оптимальных пределов, чем при занятиях мужчин.

Упражнения с отягощениями применяются с небольшими весами, сериями по 8-12 движений с вовлечением в работу различных мышечных групп. В интервалах между сериями выполняются упражнения на расслабление с глубоким дыханием и другие упражнения, обеспечивающие активный отдых.

Функциональные возможности аппарата кровообращения и дыхания у девушек и женщин значительно ниже, чем у юношей и мужчин, поэтому нагрузка на выносливость для девушек и женщин должна быть меньше по объему и повышаться на более продолжительном отрезке времени.

Женщинам при занятиях физическими упражнениями и спортом следует особенно внимательно осуществлять самоконтроль. Необходимо наблюдать за влиянием занятий на течение овариально-менструального цикла и характер его изменения. Во всех случаях неблагоприятных отклонений необходимо обращаться к врачу.

Женщинам противопоказаны физические нагрузки, спортивная тренировка и участие в спортивных соревнованиях в период беременности. После родов к занятиям физическими упражнениями и спортом рекомендуется приступать не ранее чем через 8-10 месяцев.

1.2. Самоконтроль занимающихся за состоянием своего организма

Данные самоконтроля записываются в дневник, они помогают контролировать и регулировать правильность подбора средств, методику проведения учебно-тренировочных занятий. У отдельных занимающихся количество показателей самоконтроля в дневнике и порядок записи могут быть различными, но одинаково важно для всех правильно оценивать отдельные показатели, лаконично фиксировать их в дневнике.

В дневнике самоконтроля рекомендуется регулярно регистрировать:

- субъективные данные (самочувствие, сон, аппетит, болевые ощущения);

- объективные данные (частота сердечных сокращений (ЧСС), масса тела, тренировочные нагрузки, нарушения режима, спортивные результаты).

Субъективные данные:

Самочувствие - отмечается как хорошее, удовлетворительное или плохое. При плохом самочувствии фиксируется характер необычных ощущений.

Сон - отмечается продолжительность и глубина сна, его нарушения (трудное засыпание, беспокойный сон, бессонница, недосыпание и др.).

Аппетит - Отмечается как хороший, удовлетворительный, пониженный и плохой. Различные отклонения состояния здоровья быстро отражаются, поэтому его ухудшение, как правило, является результатом переутомления или заболевания.

Болевые ощущения - фиксируются по месту их локализации, характеру (острые, тупые, режущие и т.п.) и силе проявления.

Объективные данные:

ЧСС – важный показатель состояния организма. Его рекомендуется подсчитывать регулярно, в одно и то же время суток, в покое. Лучше всего утром, лежа, после пробуждения, а также до тренировки (за 3-5 мин) и сразу после спортивной тренировки.

Нормальными считаются следующие показатели ЧСС в покое:

- мужчины (тренированные/не тренированные) 50-60/70-80;

- женщины (тренированные/не тренированные) 60-70/75-85.

С увеличением тренированности ЧСС понижается.

Интенсивность физической нагрузки также определяться по ЧСС, которая измеряется сразу после выполнения упражнений.

При занятиях физическими упражнениями рекомендуется придерживаться следующей градации интенсивности:

- малая интенсивность – ЧСС до 130 уд/мин. При этой интенсивности эффективного воспитания выносливости не происходит, однако создаются предпосылки для этого, расширяется сеть кровеносных сосудов в скелетных мышцах и в сердечной мышце (целесообразно применять при выполнении разминки);

- средняя интенсивность от 130 до 150 уд/мин.;

- большая интенсивность – ЧСС от 150 до 180 уд/мин. В этой тренировочной зоне интенсивности к аэробным механизмам подключаются анаэробные механизмы энергообеспечения, когда энергия образуется при распаде энергетических веществ в условиях недостатка кислорода;

- предельная интенсивность – ЧСС 180 уд/мин. и больше. В этой зоне интенсивности совершенствуются анаэробные механизмы энергообеспечения.

Существенным моментом при использовании ЧСС для дозирования нагрузки является ее зависимость от возраста.

Известно, что по мере старения уменьшается возможность усиления сердечной деятельности за счет учащения сокращения сердца во время мышечной работы. Оптимальную ЧСС с учетом возраста при продолжительных упражнениях можно определить по формулам:

- для начинающих: ЧСС (оптимальная) = 170 – возраст (в годах)

- для занимающихся регулярно в течении 1-2 лет:

- ЧСС (оптимальная) = 180 – возраст (в годах)

Зависимость максимальной величины ЧСС от возраста при тренировке на выносливость можно определить по формуле:

- ЧСС (максимальная) = 220 – возраст (в годах)

Например, для занимающихся в возрасте 18 лет максимальная ЧСС будет равна 220-18=202 уд/мин.

Важным показателем приспособленности организма к нагрузкам является скорость восстановления ЧСС сразу после окончания нагрузки. Для этого определяется ЧСС в первые 10 секунд после окончания нагрузки, пересчитывается на 1 мин. и принимается за 100%. Хорошей реакцией восстановления считается:

- снижение через 1 мин. на 20%;

- через 3 мин. – на 30%;

- через 5 мин. – на 50%,

- через 10 мин. – на 70 – 75%. (отдых в виде медленной ходьбы).

Масса тела должна определяться периодически (1-2 раза в месяц) утром натощак, на одних и тех же весах. В первом периоде тренировки масса обычно снижается, а затем стабилизируется и в дальнейшем за счет прироста мышечной массы несколько увеличивается. При резком снижении массы тела следует обратиться к врачу.

Тренировочные нагрузки в дневник самоконтроля записываются коротко, вместе с другими показателями самоконтроля они дают возможность объяснить различные отклонения в состоянии организма.

Спортивные результаты показывают, правильно ли применяются средства и методы тренировочных занятий. Их анализ может выявить дополнительные резервы для роста физической подготовленности и спортивного мастерства.

В процессе занятий физическими упражнениями рекомендуется периодически оценивать уровень своего физического развития и физической (функциональной) подготовленности.

1.2.1. Оценка физического развития

Проводится с помощью антропометрических измерений: рост стоя и сидя, масса тела, окружность грудной клетки, жизненная емкость легких (ЖЁЛ) и сила кисти сильнейшей руки, которые дают возможность определить:

- уровень и особенности физического развития;

- степень его соответствия полу и возрасту;

- имеющиеся отклонения;

- улучшение физического развития под воздействием занятий физическими упражнениями.

Применяются следующие антропометрические индексы:

- Весо-ростовой показатель

- ВРП= масса тела (грамм.)/длина тела (см.)

Хорошая оценка:

- для женщин 360-405 г/см.;

- для мужчин 380-415 г/см.

Индекс Брока

Оптимальная масса тела для людей ростом от 155 до 165 см. равна длине тела в сантиметрах минус 100. При росте 165-175 см. вычитают 105, при росте более 175 см. – 110.

Силовой показатель (СП)

Показывает соотношение между массой тела и мышечной силой. Обычно, чем больше мышечная масса, тем больше сила. Силовой показатель определяется по формуле и выражается в процентах:

$$\frac{\text{сила (кг)}}{\text{общая масса тела (кг)}} \times 100$$

Для сильнейшей руки:

- для мужчин - 65-80%

- для женщин - 48-50%.

1.2.2. Оценка функционального состояния (подготовленности)

Определение резервных возможностей организма

Осуществляется с помощью физиологических проб сердечно-сосудистой (ССС) и дыхательной (ДС) систем.

Общее требования:

1. Проводить в одно и то же время суток.

2. Не ранее чем через 2 часа после приема пищи.

3. При температуре 18-20 градусов, влажности менее 60%.

Функциональная проба с приседанием

Проверяемый отдыхает стоя 3 мин., на 4-й мин. подсчитывается ЧСС за 15 с. с пересчетом на 1 мин. (исходная частота). Далее выполняется 20 приседаний за 40 с., поднимая руки вперед. Сразу после приседаний подсчитывается ЧСС в течение первых 15 с. с пересчетом на 1 мин. Определяется увеличение ЧСС после приседаний сравнительно с исходной в процентах.

Оценка:

- отлично – до 20%;

- хорошо – 20-40%;

- удовлетворительно – 40-65%;

- плохо – 66-75%;

- более 75%.

Ортостатическая проба

Применяется для оценки сосудистого тонуса.

Отдых 5 минут в положении лежа, подсчитывают ЧСС в положении лежа за 1 мин. (исходная ЧСС), после чего занимающийся встает, и снова подсчитывает пульс за 1 мин.

Оценка:

- «хорошо» - не более 11 ударов (чем меньше разница, тем лучше);

- «удовлетворительно» - от 12 до 18 ударов (потливость);

- «неудовлетворительно» - более 19 ударов (потливость, шум в ушах).

Проба Штанге (задержка дыхания на вдохе),

проба Генча (задержка дыхания на вдохе)

Оценивается устойчивость организма к недостатку кислорода, а также общий уровень тренированности.

После 5 мин. отдыха сидя, сделать 2-3 глубоких вдоха и выдоха, затем сделать полный вдох (выдох) и задержать дыхание. Отмечается время от момента задержания дыхания до ее прекращения.

Оценка	Юноши	Девушки
Отлично	90 сек	80 сек
Хорошо	80-89 сек	70-79 сек
Удовлетворительно	50-79 сек	40-69 сек
Неудовлетворительно	50 и ниже	40 и ниже

Проба Генча

Оценка	Юноши	Девушки
Отлично	45 сек	35 сек
Хорошо	40-44 сек	30-34 сек
Удовлетворительно	30-39 сек	20-29 сек
Неудовлетворительно	30 и ниже	20 и ниже

С нарастанием тренированности время задержания дыхания возрастает, при снижении или отсутствии тренированности – снижается.

Самоконтроль прививает занимающимся грамотное и осмысленное отношение к своему здоровью и к знаниям физической культурой и спортом, имеет большое воспитательное значение.

2. Другие виды самостоятельной работы

2.1. Самостоятельная подготовка к сдаче обязательных тестов оценки общей физической подготовленности

2.1.1 Тест на скоростно-силовую подготовленность (бег на 100 метров)

Нормативы:

- у студенток нормативы в беге на 100 метров следующие: 15.7 сек - 5 очков; 16,0 - 4; 17,0 -3; 17,9 - 2; 18,7 - 1.

- студенты должны показать результаты в следующих пределах: 13,2 сек - 5 очков; 13,8 - 4; 14,0 - 3; 14,3 - 2; 14,6 - 1.

2.1.2. Техника выполнения упражнения

При анализе бега на 100 м. принято выделять следующие основные фазы:

- старт и стартовый разгон;

- бег по дистанции;

- финиширование.

Старт и стартовый разгон

Существует два вида старта: низкий и высокий. Экспериментальные данные показывают, что новичкам и спортсменам 2-го разряда лучше применять высокий старт. Такая закономерность наблюдается до результата 11,4-11,6 с. и объясняется технической сложностью низкого старта. Поэтому следует ограничиться только овладением техникой высокого старта.

По команде «На старт» занимающийся подходит к стартовой линии, ставит сильнейшую (толчковую ногу) вплотную к линии, маховая нога располагается на 1,5-2 стопы назад на носок, расстояние между ними 15-20 см. Туловище выпрямлено, руки опущены, вес тела распределяется равномерно на обе ноги.

По команде «Внимание» вес тела переносится на впереди согнутую стоящую ногу, разноименная рука вперед. Проекция плеч находится за стартовой линией на расстоянии 5-8 см. Взгляд направлен вперед - вниз.

По команде «Марш» бегун мощно разгибает толчковую ногу и стремится максимально быстро вынести маховую ногу вперед с постановкой ее сверху вниз на дорожку. Руки работают максимально активно, плечевой пояс не закрепощен, кисти расслаблены. Стартовый разгон характеризуется постепенным увеличением длины шагов, уменьшением наклона туловища и приближением стоп к средней линии.

Бег по дистанции

Перед бегущим стоит задача удержать развитую горизонтальную скорость до финиша. Этому будет способствовать сохранение длины и частоты шагов.

Во время бега маховая нога ставится с носка спереди проекции общего центра тяжести тела (ОЦТТ) сверху вниз. Взаимодействие маховой ноги с грунтом называется передним толчком. Задний толчок выполняется мощным разгибанием бедра и сгибанием стопы. Голова держится прямо. Руки согнуты (угол сгибания в локтевых суставах примерно 90 град.).

При движении руки вперед кисть поднимается до уровня плеч. Назад рука отводится до «отказа» и угол сгибания в локтевом суставе увеличивается. Пальцы рук слегка согнуты.

Финиширование

Наклон туловища увеличивается. На последних метрах дистанции необходимо стремиться не потерять свободы движений и пробегать финиш без снижения скорости.

2.1.3. Методы самостоятельной тренировки

- Повторный метод - повторное выполнение упражнений с около-предельной и предельной скоростью. Отдых продолжается до восстановления. Упражнения повторяются до тех пор, пока скорость не начнет снижаться.

- Переменный метод - когда пробегаются дистанции, например, с варьированием скорости и ускорения. Цель - исключить стабилизацию скорости («скоростной барьер»).

- Соревновательный метод - предполагает выполнение упражнений на быстроту в условиях соревнований. Эмоциональный подъем на соревнованиях способствует мобилизации на максимальные проявления быстроты, позволяет выйти на новый рубеж скорости.

2.1.4. Средства тренировки быстроты

Частоту движений, а вместе с ней и быстроту циклических движений развивают с помощью упражнений, которые можно выполнять с максимальной скоростью, а также с помощью скоростно-силовых упражнений для ациклических движений. При этом упражнения должны отвечать следующим требованиям:

- техника упражнений должна обеспечивать выполнение движений на предельных скоростях;

- упражнения должны быть хорошо освоены, чтобы не требовалось волевого усилия для их выполнения;

- продолжительность упражнений должна быть такой, чтобы скорость не снижалась вследствие утомления - 20-22 с.

Основным средством отработки бега по дистанции является бег с максимальной скоростью. Такой бег выполняется 5-6 раз по 30-40 метров. В тренировке можно чередовать бег в обычных, облегченных (с горки, угол 4-5 град.) и затрудненных (в горку или с сопротивлением) условиях.

Для развития скоростной выносливости рекомендуется пробегать большую дистанцию (120-150 м), когда очередная пробежка начинается при пульсе 120 уд/мин.

Для тренировки в беге на 100 метров следует использовать кроссы (6 км, 30 мин), повторный бег на отрезках 200 м в 3/4 силы. Спортивные игры (баскетбол, футбол) также приносят пользу в развитии быстроты.

Можно рекомендовать и упрощенную методику, обеспечивающую минимально необходимый уровень подготовленности:

- повторный метод - в одном занятии 3-4 пробегания по 20-30 метров с максимальной скоростью и интервалами отдыха для восстановления пульса до 110-120 уд/мин;

- переменный метод - пробегание 2-х отрезков по 30 метров с максимальной скоростью и последующим переходом на спокойный бег 150--200 метров. Выполняется 3-4 подхода.

Для ощутимого сдвига в подготовленности такие тренировки рекомендуется проводить 3-4 раза в неделю.

2.1.5. Подготовка и сдача контрольного норматива

При подготовке к сдаче бега на 100 метров следует учитывать общие требования по питанию при занятиях физическими упражнениями:

1. По времени - прием пищи не менее чем за 2-3 часа.

2. По составу - не есть тяжелой пищи (мясо, яйца, масло, молочные продукты, жирную, долго перевариваемую пищу).

Не рекомендуется выходить на старт с переполненным желудком.

Непосредственно перед сдачей норматива необходимо провести разминку с использованием специальных упражнений:

1. Бег с высоким подниманием бедра.

2. Бег с «захлестыванием» голеней назад.

3. Семенящий бег.

4. Прыжки с ноги на ногу (шаги).

5. Бег в упоре стоя у гимнастической стенки.

6. Бег с ускорением с высокого старта с подачей стартовых команд (2-3 ускорения по 10-15 метров).

Разминка заканчивается за 10 минут до старта.

Непосредственно перед стартом нельзя отдыхать лежа, сидя, необходимо постоянно находиться в движении (прохаживаться, выполнять упражнения на растяжку). Частота сердечных сокращений непосредственно перед стартом должна быть 110 – 120 уд/мин.

Психологическая подготовка заключается в мысленном «прокручивании» в голове этапов преодоления дистанции: старта, стартового разбега, бега по дистанции, финиширования с концентрацией внимания на технике выполнения каждого этапа.

При выполнении теста не разрешается:

- наступать на линию старта (стартовая линия входит в дистанцию);

- перебегать на соседние дорожки.

2.2. Тест на силовую подготовленность для женщин

(поднимание (сед) и опускание туловища из положения лежа, ноги закреплены, руки за головой)

Нормативы: 60 раз - 5 очков, 50 - 4, 40 - 3, 30 - 2, 20 - 1.

Это упражнение используется для оценки развития мышц живота (брюшного пресса).

О мышцах брюшного пресса следует сказать особо. Эта группа мышц участвует в большинстве движений. Она создает хороший «мышечный корсет», охватывающий брюшную полость и способствующий нормальному функционированию внутренних органов, что положительно влияет на состояние здоровья.

2.2.1. Техника выполнения упражнения

И.п. (исходное положение) – лежа на спине, ноги согнуты в коленях, стопы прижаты к полу, руки в замок за головой, локти разведены.

Это силовое упражнение состоит из 4-х фаз:

- поднимание туловища;

- фиксация его в вертикальном положении;

- опускание;

- пауза в горизонтальном положении.

Голова держится прямо, локти в стороны, дыхание ритмично.

2.3. Тест на силовую подготовленность для мужчин (подтягивание на перекладине)

Учебной программой по физической культуре предусмотрено тестирование студентов для определения уровня их силового развития. Нормативы следующие: 15 раз - 5 очков, 12 - 4, 9 - 3, 7 - 2, 5 - 1;

2.3.1. Техника выполнения упражнения

Каждый цикл подтягивания в висе на перекладине включает:

- исходное положение - вис на вытянутых руках хватом сверху (большими пальцами внутрь);

- подъем до пересечения подбородком линии перекладины;

- опускание в исходное положение.

При выполнении теста разрешается сгибание, разведение ног, запрещаются рывковые движения туловищем и руками, хлестовые движения ногами. Выполнение засчитывается только при полном выпрямлении рук в локтевых суставах.

Наиболее экономично подтягивание при хвате рук на ширине плеч. Если кисти рук расположены ближе друг к другу, то положение тела становится менее устойчивым и отклонения придется компенсировать за счет дополнительных мышечных усилий, что будет увеличивать энерготраты и снижать результат. Возрастают энерготраты и при широком хвате (шире плеч). Это связано с тем, что для фиксации лопаток при широком хвате требуется большая, чем при хвате на ширине плеч, сила мышц, приближающих лопатки к позвоночному столбу.

Опускание в вис (в исходное положение) после подтягивания должно выполняться спокойно. Дыхание не задерживается.

2.3.2. Методы развития силы

На практике распространены следующие методы силовой подготовки:

- метод максимальных усилий;
- метод повторных усилий;
- метод динамических усилий.

Согласно методу максимальных усилий выполнение упражнений организуется таким образом, чтобы занимающийся смог подтянуться 1-3 раза в одном подходе (при условии, что он способен самостоятельно подтянуться как минимум 2-3 раза). Такое достигается за счет применения дополнительного внешнего отягощения. Делается 5-6 подходов с перерывами 2-4 минуты.

По методу повторных усилий подтягивания в одном подходе выполняются до «отказа». Если занимающийся имеет максимальный индивидуальный показатель 10-15 подтягиваний и более, то следует применять отягощение весом 30-70% от максимального. Например, занимающийся может подтянуться 1 раз с максимальным отягощением 10 кг. Значит, для тренировки по методу повторных усилий следует подобрать вес отягощения 3-7 кг. Выполняется 3-6 подходов с отдыхом между ними 2-4 мин.

Разнообразить упражнения можно, применяя метод динамических усилий. Если занимающийся легко выполняет 10-15 подтягиваний, то следует применять отягощения до 30% от максимального. В одном подходе 10-15 повторений. Темп - максимально быстрый. Всего 3-6 подходов. Во время отдыха следует добиваться наиболее полного восстановления, чтобы в следующем подходе выполнить упражнение без существенной потери скорости.

Сравнивая динамический и статический методы развития силы, необходимо отметить следующее:

- При динамическом режиме работы мышц происходит достаточное кровоснабжение. Мышца функционирует как насос - при расслаблении наполняется кровью и получает кислород и питательные вещества.

- Во время статического усилия мышца постоянно напряжена и непрерывно давит на кровеносные сосуды. В результате она не получает кислород и питательные вещества. Это ограничивает продолжительность работы мышц.

2.4. Тест на общую выносливость - бег 2000 и 3000 метров

Нормативы:

- студентки - бег 2000 метров - 10 мин.15 сек. - 5 очков; 10.50 - 4; 11.15 - 3; 11.50 - 2; 12.15 - 1;

- студенты - бег 3000 метров - 12.00 - 5; 12.35 - 4; 13.10 - 3; 13.50 - 2; 14.00 - 1.

2.4.1. Техника бега на длинные дистанции

Бег на средние и длинные дистанции начинается с высокого старта. По команде «На старт!» бегун ставит у линии более сильную ногу, а другую отставляет назад на носок (на 30 – 50 см), немного сгибает ноги, туловище наклоняет вперед и тяжесть тела переносит на впереди стоящую ногу. По команде «Марш!» бегун начинает бег, делая первые шаги в большом наклоне, который постепенно уменьшается. Длина шагов увеличивается, бег ускоряется, бегун набирает скорость и в короткое время переходит к свободному бегу на дистанции. Бег на дистанции. Во время бега на дистанции туловище вертикально или слегка наклонено вперед (5-7°). Небольшой наклон туловища вперед позволяет лучше использовать силы отталкивания и быстрее продвигаться вперед. Слишком большой наклон приводит к «падающему» бегу, при котором труднее выносить вперед согнутую ногу, в связи с чем уменьшается длина шага, а следовательно, и скорость бега. Кроме того, при большом наклоне постоянно напряжены мышцы, удерживающие туловище от увеличивающегося наклона. Отсутствие наклона ухудшает условия отталкивания, однако улучшает возможность выноса вперед согнутой в коленном суставе свободной ноги. При правильном положении туловища создаются благоприятные условия для работы мышц и внутренних органов. Наклон туловища у бегунов изменяется в пределах 2-3°: увеличивается к моменту отталкивания и уменьшается в полетной фазе. Положение головы существенно влияет на положение туловища. Надо держать голову прямо и смотреть вперед. В фазе отталкивания таз подается вперед, что является важной особенностью техники бега на длинные дистанции и позволяет полнее использовать силу реакции опоры. В технике бега на длинные дистанции важнее всего движения ног. Нога, немного согнутая, ставится на грунт упруго и эластично с передней части стопы, а затем касается его всей стопой. Постановка ноги на переднюю часть стопы позволяет эффективнее использовать эластические свойства мышц голени, активно участвующие в отталкивании.

Следы стоп на дорожке у бегунов находятся на одной линии, носки почти не разворачиваются в стороны. Эффективное отталкивание характеризуется выпрямлением ноги во всех суставах. Угол отталкивания в беге на средние дистанции примерно равен 50-55°. При правильном отталкивании таз подан вперед, голень маховой согнутой ноги параллельна бедру толчковой ноги. Быстрый вынос маховой ноги вперед облегчает отталкивание. Бегуны на длинные дистанции меньше поднимают бедро маховой ноги вверх, чем бегуны на средние и короткие дистанции. Длина шага на длинные дистанции не постоянна даже у одних и тех же бегунов. Колебания зависят от наступившего утомления, неравномерности пробегания отдельных участков дистанции, качества беговой дорожки, ветра и состояния бегуна. Обычно шаг с сильнейшей ноги на несколько сантиметров больше, чем шаг со слабейшей ноги. Длина шага равна 160 – 215 см. Повышение скорости бега за счет увеличения длины шага ограничено, так как слишком длинный шаг требует очень больших затрат сил. Кроме того, длина шага в основном зависит от индивидуальных данных бегуна. Поэтому скорость бега повышают за счет увеличения частоты шагов, которая зависит от тренированности бегуна. Движения плечевого пояса и рук связаны с движениями ног. Выполнять их надо легко, не напряженно. Это во многом зависит от умения расслаблять мышцы плечевого пояса. Движения рук помогают бегуну сохранять равновесие тела во время бега. Амплитуда движения рук зависит от скорости бега. Кисти при движении вперед не пересекают средней линии тела и поднимаются примерно до уровня ключицы. При движении рук назад кисти доходят до задней линии туловища (если смотреть на бегуна сбоку). Руки двигаются маятникообразно, пальцы рук свободно сложены, предплечья не напряжены, плечи не поднимаются вверх. При финишировании, длина которого зависит от дистанции и оставшихся сил бегуна, движения руками делаются быстрее, наклон тела увеличивается, а угол отталкивания уменьшается. Спортсмен переходит на скоростной бег, при котором скорость повышается главным образом за счет увеличения частоты шагов. К концу дистанции вследствие утомления некоторые бегуны наклоняют туловище назад. Такое положение туловища не способствует эффективности бега, так как усилия отталкивания направляются больше вверх. Техника бега на вираже имеет некоторые особенности: туловище немного наклонено влево, к бровке, правая рука движется несколько размашистей левой, причем правый локоть дальше отводится в сторону, а правая стопа ставится с некоторым поворотом внутрь. Ритм дыхания зависит от индивидуальных особенностей и скорости бега (с увеличением скорости бега увеличивается и частота дыхания). Бегун не должен задерживать дыхание. Дышать следует одновременно через нос и полуоткрытый рот, при этом важно следить за полным выдохом.

2.4.3. Возможные ошибки и осложнения в ходе проведения самостоятельных тренировок

В некоторых случаях тренировка может стать причиной различных осложнений, включая травмы опорно-двигательного аппарата.

Основная причина травматизма опорно-двигательного аппарата - перенапряжение. Слишком быстрое увеличение тренировочных нагрузок является чрезмерным для детренированных мышц, связок и суставов. К дополнительным факторам, способствующим повреждению опорно-двигательного аппарата, можно отнести:

- бег по твердому грунту;
- избыточную массу тела;
- обувь, не пригодную для бега;
-грубые ошибки в технике.

Следовательно, меры по профилактике травм должны быть направлены на устранение или ослабление воздействия этих факторов:

- Во время кроссового бега часто болит в правом боку (печень), либо в левом боку (селезенка). Печень важный орган в жизнедеятельности нашего организма (синтез жиров и углеводов, обмен белков и витаминов) является кровяным депо. Так вот в результате переполнения кровью печени возникают колики. Глубокое дыхание снижает приток крови к правому предсердию, уменьшает болевые ощущения. Бег не надо прекращать, необходимо снизить скорость передвижения и стараться дышать глубже.

- В процессе тренировок после значительного перерыва (отдыха) или при резком увеличении нагрузок могут появляться боли в мышцах, как правило, на другой день. Во время физической работы в организме образуются продукты распада, часть которых выводится из организма через мочевыделительную систему, а другая часть, в том числе, молочная кислота задерживается в мышечных тканях. Чтобы избавиться от нее, необходимо мышцу непосредственно после физической нагрузки заставить растянуться (с помощью упражнений на растяжение), а на следующий день выполнять какую-либо физическую работу, т.е. сокращаться. Эти меры помогут ускорить вывод молочной кислоты из мышц. Боли могут длиться несколько дней и если не предпринимать никаких мер, мышца теряет эластичность, становиться твердой. В этом случае могут помочь: массаж, банные процедуры, применение согревающих мазей и гелей.

- При выполнении напряженной физической работы длительное время, например, кроссовый бег, возникают такие состояния, которые получили название «мертвая точка» и «второе дыхание». Уже через некоторое время бега в организме начинаются изменения, которые заставляют нас прекратить мышечную деятельность. Такое временное снижение работоспособности получило название «мертвая точка». Механизм возникновения такого состояния недостаточно изучен. Предполагают, что он обусловлен временным нарушением

деятельности скелетных мышц и органов, обеспечивающих доставку кислорода в организм. Эти нарушения приводят к изменениям в работе нервных центров, что, в свою очередь, приводит к нарушениям в работе отдельных физиологических систем. Время возникновения и продолжительность этого состояния зависит от многих факторов, в частности от длительности и интенсивности физической нагрузки (например, при беге на 5-10 км и более возникает через 5-6 мин бега), от тренированности. Чем лучше тренирован человек, тем позже возникает это состояние и протекает менее тяжело (почти незаметно). Преодоление этого состояния требует значительного волевого усилия. В процессе проведения учебных и тренировочных занятий необходимо приучать себя преодолевать это неприятное ощущение, возникающее при кислородной недостаточности и накоплении продуктов кислотно-щелочного распада при обмене веществ. Наступлению «второго дыхания» способствуют усиленные дыхательные упражнения, глубокие выдохи, освобождающие организм от накопившейся углекислоты, что способствует наступлению кислотно-щелочного баланса в организме. Преодолеть состояние «мертвой точки» можно, если снизить интенсивность физической нагрузки, но это нежелательно, т.к. не будет адаптации организма к такого рода деятельности.

- При занятиях физическими упражнениями могут возникнуть отклонения в деятельности сердца - учащенное сердцебиение. Оно может быть следствием стенокардии, ссоры, неурядицы в быту, семье, боязни, страха, дистрофий миокарда. Возникновение болей - сигнал опасности, в этих случаях необходимо прекратить занятия и обратиться к врачу.

- Существует состояние, называемое гравитационным шоком. Часто возникает при внезапной остановки после относительно интенсивного бега (чаще после финиша) в связи с прекращением действия «мышечного насоса». Большая масса крови застаивается в раскрытых капиллярах и венах мышц нижних конечностей, на периферии. Возникает анемия (обескровливание) мозга, недостаточное снабжение его кислородом. Появляется резкое побледнение, слабость, головокружение, тошнота, потеря сознания, исчезновение пульса. Пострадавшего необходимо уложить на спину, поднять вверх ноги (выше головы), обеспечив отток венозной крови к сердцу, улучшив снабжение головного мозга кислородом, поднести к носу ватку смоченную нашатырным спиртом. Основная профилактика гравитационного шока - исключение внезапной остановки, постепенное замедление бега.

- Гипогликемическое состояние - следствие недостаточного количества в организме сахара, нарушение углеводного обмена в результате длительной физической нагрузки. Ощущается сильный голод, головокружение, иногда потеря сознания. Профилактика – легко усваиваемые углеводы до начала длительной физической нагрузки (немного сахара, меда и т.п.) или специальные питательные смеси.

- Солнечный и тепловой удары - возникают при длительной работе под действием солнечных лучей на обнаженную голову или тело. Тепловой удар - остро развивающееся болезненное состояние, обусловленное перегреванием организма. Его признаками являются: усталость, головная боль, слабость, боли в ногах, спине, тошнота, шум в ушах, повышение температуры, потемнение в глазах, ухудшение дыхания (прерывистое), потеря сознания.

Первая помощь: пострадавшего поместить в прохладное место, снять одежду, приподнять голову, охладить область сердца (холодный компресс), напоить. Дать понюхать нашатырный спирт, сердечные средства. При нарушении дыхания сделать искусственное дыхание.

При обморожениях на охлажденном участке вначале чувствуется легкое пощипывание, затем чувствительность теряется. Особенно поддаются ему пальцы рук, ног, нос, уши. Если произошло обморожение нельзя растирать пораженные места снегом, это только повредит кожу. Необходимо поместить обмороженный участок в тепло не растирать, а согревать при комнатной температуре. Обмороженные места смазать жиром (вазелином).

3. Актуальность задачи повышения уровня готовности обучающихся к зачетным занятиям, на основе управляемой адаптации к смене видов учебно-познавательной деятельности

Выполнение контрольных нормативов требует от студента мобилизации всех своих сил и здесь следует принимать во внимание и учитывать все что может повлиять на конечный результат, в том числе характер учебно-познавательной деятельности предшествующий зачетному занятию.

В течение учебного дня, занимаясь то одним видом учебно-познавательной деятельности, то другим, обучающиеся должны переключаться с выполнения одного вида задач на другой, и каждый раз проходит какое-то время, пока будет достигнуто оптимальное соответствие состояния личности и организма обучающегося к условиям проведения определенного вида учебно-познавательной деятельности – период адаптации.

Можно говорить о том, что к каждому учебному занятию кроме практической и теоретической подготовленности, определенного уровня умений и навыков по предмету, от студентов требуется некоторая психофизиологическая и физическая готовность. В этом случае под ней подразумевается готовность психических, физиологических и обеспечивающих двигательные действия систем человека к выполнению определенного рода учебно-познавательной деятельности.

Многообразие видов учебно-познавательной деятельности определяет многообразие психофизиологических и физических состояний обучающихся. Под психофизиологическим и физическим состоянием предлагается понимать целостные психофизиологические и

физические реакции обучаемого на внешние и внутренние факторы, направленные на достижение полезного результата.

Параметром психофизиологического и физического состояния является величина, характеризующая какую-либо из реакций организма обучаемого на внешние или внутренние факторы.

Уровень психофизиологической и физической готовности к предстоящему занятию, зависит от индивидуальных особенностей личности обучаемого и определенных внешних факторов, воздействующих на него на предыдущем занятии. Эти факторы можно разделить на три вида:

- санитарно-гигиенические условия;
- временные условия;
- организация предыдущего вида учебно-познавательной деятельности.

К санитарно-гигиеническим условиям относятся температура и влажность воздуха, освещенность, содержание кислорода в воздухе, эргономичность учебных мест, запыленность, загазованность места проведения занятия. К временным условиям относятся: время дня, день недели, месяц семестра, время года, а также время, прошедшее после последнего приема пищи.

Вышеперечисленные факторы оказывают существенное влияние на психофизиологическую и физическую готовность. Второй фактор заставляет учитывать объективные закономерности колебания уровня работоспособности студентов в течение учебного дня, учебной недели, семестра. Как известно, в течение учебного дня объективно наблюдается два периода подъема работоспособности: один в первой половине дня, второй – в послеобеденное время. Каждому периоду характерны три фазы: врабатывание, повышенная работоспособность, снижение работоспособности. В течение недели те же фазы распределяются следующим образом: понедельник, вторник – врабатывание; среда, четверг – повышенная работоспособность; пятница, суббота – снижение работоспособности. Исследования показали, что и семестровый цикл разделяется на те же фазы.

Влияние фактора «организация предыдущего вида учебно-познавательной деятельности» в данном случае рассматривается, как влияние особенностей психофизиологической и физической деятельности обучаемых на предыдущем занятии на их психофизиологическую и физическую готовность к последующему виду учебно-познавательной деятельности, в нашем случае к зачету. Психофизиологическая деятельность характеризуется напряженностью и характером мыслительной деятельности, а также нервно-эмоциональной напряженностью учебной деятельности.

Физическая деятельность характеризуется интенсивностью, видом мышечных действий и работой обеспечивающих эту деятельность физиологических систем. Мышечные действия

могут носить статический и динамический характер: поддержание рабочей позы «сидя», «стоя», выполнение чертежной, письменной работы, настройка и обслуживание аппаратуры, выполнение гимнастических упражнений и т.п. При этом используются, в той или иной степени, основные физические качества: сила, быстрота, выносливость, ловкость.

Влияние всех вышеперечисленных факторов преломляется через индивидуальные особенности личности, такие как типологические свойства нервной системы и темперамента, возрастные, морфологические, биохимические особенности организма, уровень физической подготовленности, состояние здоровья и другие, выливаясь, в итоге, в психофизиологическую и физическую готовность студента к предстоящему виду учебно-познавательной деятельности.

Следует отметить, что особенно явно эти проблемы проявляются при чередовании занятий по общенаучным, общеинженерным и специальным дисциплинам с практическими занятиями по физической культуре. В этом случае происходит смена видов деятельности, в одном из которых доминирующую роль играет умственная работа с пониженной двигательной активностью и сохранением определенной рабочей позы, в другом – разнообразная активная двигательная деятельность с сопровождающей ее мыслительной работой.

Методика проведения занятий предусматривает проведение вводной (подготовительной) части для организации обучающихся, приведения их в состояние готовности к решению задач основной части, в нашем случае к сдаче контрольного норматива, и заключительной – для подведения итогов, приведения организма в относительно спокойное состояние (для занятий по физической культуре), но при проведении этих частей занятий, как правило, не учитывается характер предыдущей и последующей деятельности студентов. Неучтение этого факта отрицательно влияет на скорость адаптации к виду учебно-познавательной деятельности, что особенно наглядно проявляется при чередовании практических занятий по физической культуре с занятиями по общеинженерным и специальным дисциплинам.

Складывается противоречие между имеющим место в практике обучения несоответствием уровня психофизиологической и физической готовности обучающихся, объективно складывающейся в ходе проведения предшествующего занятия, видом учебно-познавательной деятельности последующего занятия и неучтением этого факта в общепринятых методиках проведения вводных (подготовительных) и заключительных частей занятий, в том числе, по дисциплине «физическая культура»

Это противоречие можно устранить, обеспечив управление процессом адаптации студентов к смене видов учебно-познавательной деятельности в ходе проведения вводных (подготовительных) и заключительных частей занятий.

Для каждой темы занятия по физической культуре в зависимости от педагогической ситуации, складывающейся из контекстной пары - вид предшествующего и вид последующего

занятия, можно установить наиболее предпочтительные адаптирующие, предметно-ориентированные варианты проведения подготовительной и заключительной частей, оперативно поддерживающие достаточно высокий уровень психофизиологической и физической готовности при чередовании этих занятий с занятиями по другим дисциплинам.

Видится актуальной задача управления процессом адаптации обучаемых к смене видов учебно-познавательной деятельности с целью сокращения времени врабатывания и повышения эффективности как занятий, так и сдачи контрольных нормативов. Для решения этой задачи представляется наиболее целесообразным использовать проведение подготовительной (разминки) и заключительной частей занятий с адаптирующим, предметно-ориентированным содержанием.

В этом случае под управлением адаптацией следует понимать процесс педагогического воздействия с целью установления оптимального соответствия личности обучаемого и условий осуществления учебной деятельности в ходе осуществления им познавательной деятельности, которое позволяет индивидууму более эффективно удовлетворять актуальные познавательные потребности, и реализовывать связанные с ними значимые цели.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой,

Д.Ф. Шулиманов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

по дисциплине

ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ ПО ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЕ И СПОРТУ

Автор: Шулиманов Д.Ф.

Одобрен на заседании кафедры

Физической культуры

(название кафедры)

Протокол № 8 от 03.03.2020

(Дата)

Екатеринбург
2020

Содержание

Цели и задачи дисциплины …….....3
Место дисциплины в структуре основной образовательной программы …….3
Требования к оформлению контрольной работы ……..……..3
Содержание контрольной работы…….....3
Выполнение работы над ошибками……...……..10
Критерии оценивания контрольной работы ……...10
Образец титульного листа ……..……...11

1. Цели и задачи дисциплины

Цель: формирование физической культуры личности и способности направленного использования разнообразных средств физической культуры, спорта и туризма для сохранения и укрепления здоровья, психофизической подготовки и самоподготовки к будущей жизни и профессиональной деятельности.

Задачи:

- формирование осознания социальной значимости физической культуры и её роли в развитии личности и подготовке к профессиональной деятельности;
- изучение научно-биологических, педагогических и практических основ физической культуры и здорового образа жизни;
- формирование мотивационно-ценностного отношения к физической культуре, установки на здоровый стиль жизни, физическое совершенствование и самовоспитание привычки к регулярным занятиям физическими упражнениями и спортом;

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Дисциплина «Элективные курсы по физической культуре и спорту» относится к разделу «Блок 1. Базовая часть».

3. Требования к оформлению контрольной работы

Контрольные задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, номер контрольной работы и фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Контрольные задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в контрольной работе.

Выполненную контрольную работу необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если контрольная работа выполнена без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «элективные курсы по физической культуре и спорту» представлено 2 варианта контрольной работы.

Содержание контрольной работы

Вопросы для групповой дискуссии

1 .Что можно отнести к средствам физического воспитания?
2. Влияние климатогеографического фактора на здоровье и работоспособность человека
3. Чем отличается спорт от физической культуры?
4. Что мы относим к материальным ценностям физической культуры, а что – к духовным?
5. В чем состоит взаимосвязь физической и умственной деятельности человека?
6. Причины возникновения таких явлений как гипокинезия и гиподинамия
7. Для чего нужна адаптивная физическая культура?
8. При выборе вида спорта на какие аспекты и характеристики необходимо обратить основное внимание.

Контрольная работа №1

Вариант 1

ДЕ-1: Физическая культура в общекультурной и профессиональной подготовке обучающихся.

1. Часть общечеловеческой культуры, специфический процесс и результат человеческой деятельности, средство и способ физического совершенствования личности – это:

а) физическая культура; б) спорт; в) туризм; г) физическое развитие.

2. Физическое воспитание – это:

а) педагогический процесс, направленный на формирование физической культуры личности в результате педагогического воздействия и самовоспитания;
б) приобщение человека к физической культуре;
в) биологический процесс становления, изменения естественных морфологических и функциональных свойств организма в течение жизни человека;
г) процесс формирования определенных физических и психических качеств.

3. Чем спорт отличается от физической культуры:

а) наличием специального оборудования; б) присутствием зрителей; в) наличием соревновательного момента; г) большой физической нагрузкой.

4 Какой из ниже перечисленных принципов не относится к основным принципам физического воспитания:

а) сознательности и активности; б) наглядности; в) последовательности;
г) систематичности;

5 Под физическим развитием понимается:

а) процесс изменения морфофункциональных свойств организма на протяжении жизни;
б) размеры мускулатуры, форма тела, функциональные возможности дыхания и кровообращения, физическая работоспособность;
в) процесс совершенствования физических качеств, при выполнении физических упражнений;
г) уровень, обусловленный наследственностью и регулярностью занятий физической культурой и спортом.

ДЕ-2: Основы здорового образа жизни обучающегося.

1. Определение понятия «Здоровье» Всемирной организации здравоохранения. Здоровье это:

а) естественное состояние организма без болезней и недомоганий;
б) состояние полного физического, умственного и социального благополучия;
в) состояние отсутствия каких-либо заболеваний;
г) все перечисленное.

2. Состояние здоровья обусловлено:

а) резервными возможностями организма; б) образом жизни;
в) уровнем здравоохранения; г) отсутствием болезней.

3. Что не относятся к внешним факторам, влияющим на человека:

а) природные факторы; б) факторы социальной среды; в) генетические факторы;
г) биологические факторы.

4. Сколько времени необходимо нормальному человеку для ночного сна:

а) 5 – 6 часов; б) 6 – 7 часов; в) 7 – 8 часов; г) 8 – 9 часов.

5. К активному отдыху относится:

а) сон; б) отдых сидя; в) занятия двигательной деятельностью; г) умственная деятельность.

ДЕ-3: Средства и методы физической культуры.

1. Физическими упражнениями называются:

а) двигательные действия, используемые для формирования техники движений;
б) двигательные действия, используемые для развития физических качеств и укрепления здоровья;
в) двигательные действия, выполняемые на занятиях по физической культуре и самостоятельно;
г) двигательные действия, направленные на реализацию задач физического воспитания.

2. Занятия физическими упражнениями отличаются от трудовых действий:

а) интенсивностью; б) задачами; в) местом проведения; г) все ответы верны.

3. Физические упражнения являются:

а) принципом физического воспитания; б) методом физического воспитания;
в) средством физического воспитания; г) функцией физического воспитания.

4. Что не относится к методам физического воспитания:

а) игровой; б) регламентированного упражнения; в) словесный и сенсорный;
г) самостоятельный.

5. Метод в физической культуре – это

а) основное положение, определяющее содержание учебного процесса по физической культуре;
б) руководящее положение, раскрывающее принципы физической культуры;
в) конкретная причина, заставляющая человека выполнять физические упражнения;
г) способ применения физических упражнений.

ДЕ-4: Общая физическая и специальная подготовка в системе физического воспитания.

1. Физическая подготовка – это:

а) педагогический процесс, направленный на формирование физической культуры личности в результате педагогического воздействия и самовоспитания;
б) приобщение человека к физической культуре, в процессе которой он овладевает системой знаний, ценностей, позволяющих ему осознанно и творчески развивать физические способности;

в) биологический процесс становления, изменения естественных морфологических и функциональных свойств организма в течение жизни человека;
г) процесс формирования определенных физических и психических качеств, умений и навыков человека посредством направленных занятий с применением средств физической культуры.

2. К основным физическим качествам относятся:

а) рост, вес, объем бицепсов, становая сила; б) бег, прыжки, метания, лазания;
в) сила, выносливость, быстрота, ловкость, гибкость; г) взрывная сила, прыгучесть, меткость.

3. Различают гибкость:

а) абсолютную и относительную; б) общую и специальную; в) активную и пассивную;
г) простую и сложную.

4. Какие виды спорта развивают преимущественно выносливость:

а) спортивные единоборства; б) циклические; в) спортивные игры; г) ациклические.

5. Скоростно-силовые качества преимущественно развиваются:

а) в тяжелой атлетике; б) в акробатике; в) в конькобежном спорте; г) в лыжном спорте.

Вариант 2

ДЕ-1: Физическая культура в общекультурной и профессиональной подготовке обучающихся.

1. На что преимущественно влияют занятия по физической культуре:

а) на интеллектуальные способности;
б) на удовлетворение социальных потребностей;
в) на воспитание лидерских качеств;
г) на полноценное физическое развитие.

2. Физическая культура – это:

а) часть общечеловеческой культуры, специфический процесс и результат человеческой деятельности, средство и способ физического совершенствования личности;
б) часть наука о природе двигательной деятельности человека
в) вид воспитательного процесса, специфика которого заключена в обучении двигательным актам и управлением развитием и совершенствованием физических качеств человека;
г) процесс физического образования и воспитания, выражающий высокую степень развития индивидуальных физических способностей.

3. Что не относиться к компонентам физической культуры:

а) физическое развитие; б) спорт высших достижений; в) оздоровительно-реабилитационная физическая культура;
г) гигиеническая физическая культура.

4. Выбрать правильное определение термина «Физическое развитие»:

а) физическое развитие – это педагогический процесс, направленный на формирование физической культуры личности в результате педагогического воздействия и самовоспитания;
б) физическое развитие – это приобщение человека к физической культуре, в процессе которой он овладевает системой знаний, ценностей, позволяющих ему осознанно и творчески развивать физические способности;
в) физическое развитие – это биологический процесс становления, изменения естественных морфологических и функциональных свойств организма в течение жизни человека;
г) физическое развитие – это процесс формирования определенных физических и психических качеств, умений и навыков человека посредством направленных занятий с применением средств физической культуры.

5. Теоретический материал учебного предмета «Физическая культура и спорт» в высших учебных заведениях включает в себя:

а) фундаментальные знания общетеоретического характера;
б) инструктивно-методические знания;
в) знания о правилах выполнения двигательных действий;
г) все вышеперечисленное.

ДЕ-2: Основы здорового образа жизни обучающегося.

1. Что понимается под закаливанием:

а) купание в холодной воде и хождение босиком;
б) приспособление организма к воздействиям внешней среды;
в) сочетание воздушных и солнечных ванн с гимнастикой и подвижными играми;
г) укрепление здоровья.

2. Определение понятия «Здоровье» Всемирной организации здравоохранения. Здоровье это:

а) естественное состояние организма без болезней и недомоганий;
б) состояние полного физического, умственного и социального благополучия;
в) состояние отсутствия каких-либо заболеваний;
г) все перечисленное.

3. Какое понятие не относится к двигательной активности человека:

а) гипоксия; б) гиподинамия; в) гипокинезия; г) гипердинамия.

4. Какая из перечисленных функций не относится к функции кожи:

а) защита внутренней среды организма; б) теплорегуляция; в) выделение из организма продуктов обмена веществ; г) звукоизоляция.

5. Соблюдение режима дня способствует укреплению здоровья, потому что:

а) обеспечивает ритмичность работы организма;
б) позволяет правильно планировать дела в течение дня;
в) распределение основных дел осуществляется более или менее стандартно в течение каждого дня;
г) позволяет избегать неоправданных физических напряжений.

ДЕ-3: Средства и методы физической культуры.

1. Физическое упражнение - это:

а) двигательные действия, используемые для формирования техники движений;
б) двигательные действия, используемые для развития физических качеств и укрепления здоровья;
в) двигательные действия, выполняемые на занятиях по физической культуре и самостоятельно;
г) двигательные действия, направленные на реализацию задач физического воспитания.

2. Положительное влияние физических упражнений на развитие функциональных возможностей организма будет зависеть:

а) от технической и физической подготовленности занимающихся;
б) от особенностей реакций систем организма в ответ на выполняемые упражнения;
г) от состояния здоровья и самочувствия занимающихся во время выполнения упражнений;
г) от величины физической нагрузки и степени напряжения в работе определенных мышечных групп.

3. Что не относиться к средствам физического воспитания:

а) физические упражнения;
б) подвижные игры;
в) соревнования;
в) спортивные игры.

4. Что относится к методическим принципам физического воспитания:

а) сознательность и активность;
б) наглядность и доступность;
в) систематичность и динамичность;
г) все вышеперечисленное.

5. Регулярные занятия физическими упражнениями способствует повышению работоспособности, потому что:

а) во время занятий выполняются двигательные действия, содействующие развитию силы и выносливости;
б) достигаемое при этом утомление активизирует процессы восстановления и адаптации;
в) в результате повышается эффективность и экономичность дыхания и кровообращения;
г) человек, занимающийся физическими упражнениями, способен выполнять больший объем физической работы за отведенный отрезок времени.

ДЕ-4: Общая физическая и специальная подготовка в системе физического воспитания.

1. Степень владения техникой действий, при которой повышена концентрация внимания на составные операции (части), наблюдается нестабильное решение двигательной задачи – это

а) двигательное умение; в) массовый спорт; в) двигательный навык;
г) спорт высших достижений.

2. Для воспитания быстроты используются:

а) упражнения в беге с максимальной скоростью на короткие дистанции;
б) подвижные и спортивные игры;
в) упражнения на быстроту реакции и частоту движений;
г) двигательные упражнения, выполняемые с максимальной скоростью.

3. Различают два вида выносливости:

а) абсолютная и относительная; б) общая и специальная; в) активная и пассивная;
г) динамическую и статическую.

4. Процесс воспитания физических качеств, обеспечивающих преимущественное развитие тех двигательных способностей, которые необходимы для конкретной спортивной дисциплины - это

а) общая физическая подготовка; б) двигательное умение; в) специальная физическая подготовка; г) двигательный навык.

5. Различают силу:

а) абсолютную и относительную; б) общую и специальную; в) активную и пассивную;
г) статическую и динамическую.

Контрольная работа №2

Вариант 1

ДЕ-1: Основы методики самостоятельных занятий физическими упражнениями.

1. В комплекс утренней гимнастики следует включать:

а) упражнения с отягощением; б) упражнения статического характера;
в) упражнения на гибкость и дыхательные упражнения; г) упражнения на выносливость.

2. К объективным показателям самоконтроля относится:

а) частота сердечных сокращений; б) самочувствие; в) аппетит; г) сон.

3. При нагрузке интенсивности выше средней частота пульса достигает:

а) 100 – 130 уд/мин; б) 130 – 150 уд/мин; в) 150 – 170 уд/мин; г) более 170 уд/мин.

4. Самостоятельные тренировочные занятия рекомендуется выполнять:

а) после приема пищи; б) после сна натощак; в) во второй половине дня, через 2-3 часа после обеда; г) перед сном.

ДЕ-2: Спорт. Индивидуальный выбор видов спорта или систем физических упражнений.

1. Регулярные занятия доступным видом спорта, участия в соревнованиях с целью укрепления здоровья, коррекции физического развития и телосложения, активного отдыха, достижение физического совершенствования – это:

а) спорт высших достижений;
б) лечебная физическая культура;
в) профессионально-прикладная физическая культура;
в) массовый спорт.

2. Какой вид спорта наиболее эффективно развивает гибкость и ловкость:

а) фехтование;
б) баскетбол;
в) фигурное катание;
г) художественная гимнастика.

3. Количество игроков одной команды в волейболе на площадке:

а) 7; б) 6; в) 5; г) 8.

4. Как осуществляется контроль за влиянием физических нагрузок на организм во время занятий физическими упражнениями:

а) по частоте дыхания;
б) по частоте сердечно-сосудистых сокращений;
в) по объему выполненной работы.

ДЕ-3: Особенности занятий избранным видом спорта или системой физических упражнений.

1. Степень владения техникой действия, при которой управление движением происходит автоматически, и действия отличаются надежностью – это:

а) двигательное умение;
б) массовый спорт;
в) двигательный навык;
г) спорт высших достижений.

2. Как дозируются упражнения на гибкость:

а) до появления пота;
б) до снижения амплитуды движений;
в) по 12-16 циклов движений;
г) до появления болевых ощущений.

3. При воспитании силы применяются специальные упражнения с отягощениями. Их отличительная особенность заключается в том, что:

а) в качестве отягощения используется собственный вес человека;
б) они выполняются до утомления;
в) они вызывают значительное напряжение мышц;
г) они выполняются медленно.

4. В каком из перечисленных видов спорта преимущественно развивается выносливость:

а) в фигурном катании;
б) в пауэрлифтинге;
в) в художественной гимнастике;
г) в лыжном спорте.

ДЕ-4: Самоконтроль занимающихся физическими упражнениями и спортом.

1. Регулярные занятия физическими упражнениями способствуют повышению работоспособности, потому что:

а) обеспечивают усиленную работу мышц;
б) обеспечивают выполнение большого объема мышечной работы с разной интенсивностью;
в) обеспечивают усиленную работу систем дыхания и кровообращения;
г) обеспечивают усиленную работу системы энергообеспечения.

2. Меры профилактики переутомления:

а) посидеть 3-4 минуты;
б) сменить вид деятельности;
в) прекратить выполнение действий, пройти обследование у врачей, выполнить их рекомендации;
г) достаточно 2 дней полноценного отдыха для восстановления.

3. При нагрузке средней интенсивности частота пульса достигает:

а) 100 – 130 уд/мин;
б) 130 – 150 уд/мин;
в) 150 – 170 уд/мин;
г) более 170 уд/мин

4. Что называется «разминкой», проводимой в подготовительной части занятия:

а) чередование легких и трудных общеразвивающих упражнений;
б) чередование беговых и общеразвивающих упражнений;
в) подготовка организма к предстоящей работе;
г) чередование беговых упражнений и ходьбы.

ДЕ-5: Профессионально-прикладная физическая подготовка (ППФП) обучающихся.

Специально направленное и избирательное использование средств физической культуры и спорта для подготовки человека к определенной профессиональной деятельности – это:

а) спорт высших достижений;
б) лечебная физическая культура;
в) производственная физическая культура;
г) массовый спорт.

1. ППФП строится на основе и в единстве с:

а) физической подготовкой; б) технической подготовкой; в) тактической подготовкой;
г) психологической подготовкой.

3. Какая из нижеперечисленных задач не является задачей ППФП:

а) развитие физических способностей, специфических для данной профессии;
б) формирование профессионально-прикладных сенсорных умений и навыков;
в) сообщение специальных знаний для успешного освоения практических навыков трудовой деятельности;
г) повышение функциональной устойчивости организма к неблагоприятному воздействию факторов окружающей среды.

4. Что не является формой занятий по ППФП:

а) спортивно-прикладные соревнования; б) учебные занятия; в) занятия в период учебной практики; г) рекреационные занятия.

Вариант 2

ДЕ-1: Основы методики самостоятельных занятий физическими упражнениями.

1. Определение повседневных изменений в подготовке занимающихся – это:

а) педагогический поэтапный контроль;
б) педагогический текущий контроль;
в) педагогический оперативный контроль;
г) педагогический двигательный контроль.

1. В комплекс утренней гимнастики не рекомендуется включать:

а) упражнения на гибкость;
б) дыхательные упражнения;
в) упражнения с отягощением;
г) упражнения для всех групп мышц.

2. Самостоятельные тренировочные занятия не рекомендуется выполнять:

а) за час до приема пищи;
б) после сна натощак;
в) во второй половине дня, через 2-3 часа после обеда;
г) за 3 часа до отхода ко сну.

4. Дневник самоконтроля нужен для:

а) коррекции содержания и методики занятий физическими упражнениями;
б) контроля родителей;
в) лично спортсмену;
г) лично тренеру.

ДЕ-2: Спорт. Индивидуальный выбор видов спорта или систем физических упражнений.

1. К циклическим видам спорта не относится:

а) волейбол;
б) стайерский бег;
в) плавание;
г) спортивная ходьба.

2. Какой из перечисленных видов спорта преимущественно развивает координацию движений:

а) спортивная гимнастика;
б) лыжный спорт;
в) триатлон;
г) атлетическая гимнастика.

3. Систематическая плановая многолетняя подготовка и участие в соревнованиях в избранном виде спорта с целью достижения максимальных спортивных результатов – это:

а) спорт высших достижений;
б) лечебная физическая культура;
в) профессионально-прикладная физическая культура;
в) массовый спорт.

4. Какие упражнения включаются в разминку почти во всех видах спорта:

а) упражнения на развитие выносливости;
б) упражнения на развитие гибкости и координации движений;
в) бег и общеразвивающие упражнения.

ДЕ-3: Особенности занятий избранным видом спорта или системой физических упражнений.

1. Какая из представленных способностей не относится к группе координационных:

а) способность сохранять равновесие;
б) способность точно дозировать величину мышечных усилий;
в) способность быстро реагировать на стартовый сигнал;
г) способность точно воспроизводить движения в пространстве.

2. Почему на занятиях по «физической культуре» выделяют подготовительную, основную и заключительную части:

а) так удобнее распределять различные по характеру упражнения;
б) выделение частей занятий связано с необходимостью управлять динамикой работоспособности занимающихся;
в) выделение частей в занятии требует Министерство науки и образования;
г) перед занятием, как правило, ставятся 3 задачи, и каждая часть предназначена для них.

3. Величина нагрузки физических упражнений обусловлена:

а) сочетанием объема и интенсивности двигательных действий;
б) степень преодолеваемых при их выполнении трудностей;
в) утомлением, возникающим в результате их выполнения;
г) частотой сердечных сокращений.

4. Назовите количество игроков на волейбольной площадке:

а) 4; б) 5; в) 6; г) 7.

ДЕ-4: Самоконтроль занимающихся физическими упражнениями и спортом.

1. К объективным показателям самоконтроля относится:

а) частота сердечных сокращений; б) самочувствие; в) аппетит; г) сон.

2. При нагрузке интенсивности выше средней частота пульса достигает:

а) 100 – 130 уд/мин; б) 130 – 150 уд/мин; в) 150 – 170 уд/мин; г) более 170 уд/мин.

3. Самостоятельные тренировочные занятия рекомендуется выполнять:

а) после приема пищи; б) после сна натощак; в) во второй половине дня, через 2-3 часа после обеда; г) перед сном.

4. Меры профилактики переутомления:

а) посидеть 3-4 минуты;
б) сменить вид деятельности;
в) прекратить выполнение действий, пройти обследование у врачей, выполнить их рекомендации;
г) достаточно 2 дней полноценного отдыха для восстановления.

ДЕ-5: Профессионально-прикладная физическая подготовка (ППФП) обучающихся.

1. Система методически обоснованных физических упражнений, физкультурно-оздоровительных и спортивных мероприятий, направленных на повышение и сохранение устойчивой и профессиональной дееспособности – это:

а) физкультурная пауза;
б) производственная физическая культура;
в) спорт высших достижений;

г) массовый спорт.

2. Профессионально-прикладная физическая подготовка - это

а) специализированный вид физического воспитания, осуществляемый в соответствии с особенностями и требованиями данной профессии;

б) система профессиональных мероприятий, осуществляемая в соответствии с особенностями данной профессии;

в) процесс формирования специализированных знаний, умений и навыков;

г) целенаправленное воздействие на развитие физических качеств человека посредством нормированных нагрузок.

3. Какой вид спорта наиболее эффективно развивает координационные способности монтажников-высотников:

а) фехтование; б) баскетбол; в) мото-спорт; г) гимнастика.

4. Что не является формой занятий по ППФП:

а) спортивно-прикладные соревнования; б) учебные занятия; в) занятия в период учебной практики; г) рекреационные занятия.

Проблемные и сложные вопросы, возникающие в процессе изучения курса и выполнения контрольной работы, необходимо решать с преподавателем на консультациях.

Выполнению контрольной работы должно предшествовать самостоятельное изучение студентом рекомендованной литературы.

Студент получает проверенную контрольную работу с исправлениями в тексте и замечаниями. В конце работы выставляется оценка «зачтено», «не зачтено». Работа с оценкой «не зачтено» должна быть доработана и представлена на повторную проверку.

Выполнение работы над ошибками

При получении проверенной контрольной работы необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данной контрольной работы. Контрольные работы являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

Критерии оценивания контрольной работы

Оценка за контрольную работу определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 2 балл. Максимум 40 баллов.

Результат контрольной работы

Контрольная работа оценивается на «зачтено», «не зачтено»:

20-40 балла (50-100%) - оценка «зачтено»;

0-19 балла (0-49%) - оценка «не зачтено»;

Образец оформления титульного листа

Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Кафедра физической культуры

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

по дисциплине
ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ ПО ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЕ И СПОРТУ

Выполнил: Иванов Иван Иванович
Группа _____

Преподаватель: Петров Петр Петрович

Екатеринбург
2018

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С. А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Б1.Б.1.09 РУССКИЙ ЯЗЫК И КУЛЬТУРА РЕЧИ

Специальность
21.05.02. Прикладная геология

Специализация № 1
Геологическая съемка, поиски и разведка твердых полезных ископаемых

квалификация выпускника: специалист

формы обучения: очная, заочная

Автор: Меленскова Е. С., канд. филол. наук, доц.

Одобрены на заседании кафедры

Иностранных языков и деловой коммуникации
(название кафедры)
Зав. кафедрой
(подпись)
Юсупова Л. Г.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 6 от 17.03.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

Факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель
(подпись)
д.г-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Методические рекомендации к практическим занятиям

Значительную роль в изучении предмета выполняют практические занятия, которые призваны, прежде всего, закреплять теоретические знания, полученные в ходе лекций, ознакомления с учебной литературой, а также выполнения самостоятельных заданий. Тем самым практические занятия способствуют более качественному усвоению знаний, помогают приобрести навыки самостоятельной работы.

Приступая к подготовке к практическому занятию необходимо изучить соответствующие конспекты лекций по заданной теме, главы учебников или учебных пособий, разобрать примеры, ознакомиться с дополнительной литературой (например, словарями). Конспектирование дополнительных источников также способствует более плодотворному усвоению учебного материала. Следует обращать внимание на основные понятия и классификации, актуальные для темы практического занятия.

Записи имеют первостепенное значение для самостоятельной работы студента. Они помогают понять построение изучаемого материала, выделить основные положения и проследить их логику. Ведение записей способствует превращению чтения в активный процесс, мобилизует, наряду со зрительной, и моторную память. Следует помнить: у студента, систематически ведущего записи, создается свой индивидуальный фонд подсобных материалов для быстрого повторения прочитанного, для мобилизации накопленных знаний. Все это находит свое отражение в процессе выполнения итогового зачетного теста.

Очевидны три структурные части практического занятия: предваряющая (подготовка к занятию), непосредственно само практического занятия (обсуждение вопросов темы в группе, выполнение упражнений по теме) и завершающая часть (последующая работа студентов по устранению обнаружившихся пробелов). Не только само практическое занятие, но и предваряющая, и заключающая части его являются необходимыми звеньями целостной системы усвоения вынесенной на обсуждение темы.

Перед очередным практическим занятием целесообразно выполнить все задания, предназначенные для самостоятельного рассмотрения, изучить лекцию, соответствующую теме практического занятия. В процессе подготовки к практическому занятию закрепляются и уточняются уже известные и осваиваются новые знания. Столкнувшись в ходе подготовки с недостаточно понятными моментами темы, необходимо найти ответы самостоятельно или зафиксировать свои вопросы для постановки и уяснения их на самом практическом занятии.

В начале занятия следует задать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и освоении, поскольку всегда сначала студенты под руководством преподавателя более глубоко осмысливают теоретические положения по теме занятия.

В ходе практического занятия каждый должен опираться на свои конспекты, сделанные на лекции или по учебникам и учебным пособиям, на самостоятельно выполненные упражнения по данной теме.

В процессе подготовки к занятиям рекомендуется взаимное обсуждение материала, во время которого закрепляются знания, а также приобретается практика в изложении и разъяснении полученных знаний, развивается речь/

Значительную роль в изучении предмета выполняют практические занятия, которые призваны, прежде всего, закреплять теоретические знания, полученные в ходе прослушивания и запоминания лекционного материала, ознакомления с учебной и научной литературой, а также выполнения самостоятельных заданий. Тем самым практические занятия способствуют получению наиболее качественных знаний, помогают приобрести навыки самостоятельной работы. Планы практических занятий состоят из отдельных тем, расположенных в соответствии с рабочей программой изучаемой дисциплины. Каждая тема включает следующие элементы:

- цель проведения занятия;
- теоретические вопросы, необходимые для усвоения темы;
- задания;
- список литературы по теме для подготовки к практическому занятию.

Работа на практических занятиях направлена на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам изучаемой дисциплины;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- развитие интеллектуальных умений (например, аналитических).

В ходе занятий у студентов формируются практические умения и навыки, отраженный в РУП.

Методические материалы к практическим занятиям

ТЕМА 1. СЛОВАРИ И СПРАВОЧНИКИ ПО КУЛЬТУРЕ РЕЧИ. СИСТЕМА СЛОВАРНЫХ ПОМЕТ

Цель – вспомнить классификацию словарей и проверить у студентов умение работать с ними (лексикографическая грамотность).

Основные понятия темы:

Лексикография – раздел науки о языке, занимающийся теорией и практикой составления словарей.
Энциклопедический словарь – книга, содержащая описание научных понятий и терминов, исторических событий, характеристику персоналий из разных областей или определенной области знания.
Лингвистический словарь – книга, содержащая собрание слов (морфем, фразеологизмов и т. д.), расположенных по определённому принципу (как правило, по алфавиту), и дающая сведения об их значениях, употреблении, происхождении, переводе на другой язык и т. п.
Словарная статья – отдельный текст, посвященный языковой единице (слову, морфеме и т. п.) или их группе (лексической группе, гнезду слов и т. п.).
Помета – применяемое в словарях сокращенное указание на какие-либо характерные признаки слова или его употребления.

Задание 1. *Прочитайте и сравните словарные статьи, взятые из разных словарей. Найдите общую и различающую их дополнительную информацию. Объясните, чем вызвано различие.*

ФАЗА – 1. В геохимии: совокупность однородных частей системы, одинаковых по термодинамическим свойствам (тем, которые не зависят от количества вещества) и отграниченных от других частей поверхностью раздела. В природных процессах минералообразования могут принимать участие газовая Ф., жидкие Ф. и твердые Ф. – металлы. Системы, состоящие из одной Ф., называются однофазными, или гомогенными (напр., раствор различных солей в воде; кристалл кварца без включений; мономинеральная горная порода); состоящие из нескольких Ф. – многофазными, или гетерогенными (напр., раствор вместе с твердым осадком; кристалл кварца с газово-жидким включением; полиминеральная порода). **2.** В исторической геологии: термин, иногда употребляющийся для обозначения времени, соответствующего длительности накопления отложений, составляющих зону как часть яруса. Термин был условно принят в этом значении VIII сессией МГК в Париже в 1900 г., но не стал общепринятым. При изучении четвертичного периода иногда фазой называют время каждого отдельного оледенения и промежутков между ними (*Геологический толковый словарь*[1]).

ФА́ЗА, -ы, *ж*. [нем. Phase < греч. phasis появление (о небесных светилах)]. **1.** Момент, отдельная стадия в ходе развития и изменения чего-н., а также само положение, форма чего-н. в данный момент; то же, что фазис. *Новая ф. в развитии общества. Луна в первой фазе.* **2.**

[1] Геологический толковый словарь [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://www.edudic.ru/geo/

физ. Величина, характеризующая состояние какого-н. процесса в каждый момент времени. *Ф. колебания маятника. Газообразная ф. вещества.* **Фа́зовый** – относящийся к фазе (в 1-м и 2-м знач.), фазам. **3.** *эл.* Отдельная группа обмоток генератора. **Фа́зный** – относящийся к фазе, фазам. (Крысин Л. П. Толковый словарь иноязычных слов. М., 2001. С. 810).

ФА́ЗА, -ы, *ж.* **1.** Момент, отдельная стадия в ходе развития и изменения чего-н. (напр. положения планеты, формы или состояния вещества, периодического явления, общественного процесса), а также само положение, форма в этот момент (книжн.). *Первая ф. Луны. Жидкая ф. Газообразная ф. Ф. колебания маятника. Вступить в новую ф. развития.* **2.** Отдельная группа обмоток генератора (спец.). || *прил.* **фа́зовый**, -ая, -ое (к 1 знач.) *и* **фа́зный**, -ая, -ое (ко 2 знач.). ♦ **Фазовые глаголы** – в лингвистике: глаголы со значением начала, продолжения или окончания действия. (Ожегов С. И. и Шведова Н. Ю. Толковый словарь русского языка. М., 2005. С. 847).

Задание 2. *Познакомьтесь с типами помет, используемых в толковых словарях. Объясните значение всех помет, приведенных в качестве примера.*

ТИПЫ ПОМЕТ ТОЛКОВОГО СЛОВАРЯ

Типы помет	**Примеры помет**	**Значение отсутствия помет**
1. Помета, указывающая на принадлежность к функциональному стилю	*науч., газет., публиц., оф.-дел., разг., книжн.* и др.	Слово межстилевое
2. Помета, указывающая на сферу употребления слова	*обл., прост., жарг., спец.* и др.	Слово общеупотребительное
3. Помета, указывающая на принадлежность к активному / пассивному запасу	*устар., ист., арх., нов.* и др.	Слово принадлежит к активному запасу
4. Помета, указывающая на эмоционально-экспрессивную окраску слова	*ласк., ирон., шутл., унич., бран., пренебр., высок., неодобр.* и др.	Слово нейтральное

Задание 3. *Прочитайте словарные статьи, извлеченные из толкового словаря современного русского языка. Укажите пометы и объясните, что они означают.*

Аборигéн, -а, *м.* (книжн.) – коренной житель страны, местности. || *ж.* **аборигéнка** (разг.)

Грамотéй, -я, *м.* (устар. и ирон.) – грамотный человек.

Деяние, -я, *ср.* (высок. и спец.) – действие, поступок, свершение.

Женáтик, -а, *м.* (прост. шутл.) – женатый человек (обычно о молодожене).

Иждивéнчество, -а, *ср.* (неодобр.) – стремление во всем рассчитывать не на свои силы, а на помощь других, вообще жить за чужой счет.

Карапýз, -а, *м.* (разг. шутл.) – толстый, пухлый малыш.

Кляча, -и, *ж.* (разг. пренебр.) – плохая (обычно старая) лошадь.

Лéнчик, -а, *м.* (спец.) – деревянная основа седла.

Матéрщина, -ы, *ж., собират.* (прост. груб.) – неприличная брань.

Мúшка, -и, *м.* (разг. ласк.) – то же, что медведь.

Небезызвéстный, -ая, -ое; -тен, -тна (обычно ирон.) – достаточно, хорошо известный.

Неулыба, -ы, *м.* и *ж.* (обл. и прост.) – человек, который редко улыбается, неулыбчив.

Новоде́л, -а, *м.* (разг.) – здание, сооружение, построенное на месте уничтоженного, исчезнувшего и воспроизводящее его прежний внешний вид.

Нувори́ш, -а, *м.* (книжн. презр.) – богач, наживший свое состояние на социальных переменах или бедствиях, на разорении других.

Общепи́т, -а, *м.* (офиц.) – сокращение: общественное питание – отрасль народного хозяйства, занимающаяся производством и продажей готовой пищи и полуфабрикатов. || *прил.* **общепи́товский**, -ая, -ое (разг.).

Остоло́п, -а, *м.* (прост. бран.) – глупец, болван.

Отчи́зна, -ы, *ж.* (высок.) – отечество, родина.

Побо́ры, -ов. **1.** Чрезмерные, непосильные налоги или сборы (устар.). **2.** *перен*. Неофициальные сборы средств на что-нибудь (разг. неодобр.).

Предуве́домить, -млю, -мишь; -мленный; *сов.*, *кого-что* (устар. и офиц.) – заранее уведомить.

Риста́лище, -а, *ср.* (стар.) – площадь для гимнастических, конных и других состязаний, а также само такое состязание.

Сва́ра, -ы, *ж.* (прост.) – шумная перебранка, ссора.

Торга́ш, -а, *м.* **1.** То же, что торговец (устар. неодобр.). **2.** *перен*. Человек, который выше всего ставит свою выгоду, корысть, личный интерес (презр.).

Умка, -и, *м.* (обл.) – белый медведь.

Упова́ние, -а, *ср.* (книжн., часто ирон.) – то же, что надежда.

Ха́м, -а, *м.* (презр. и бран.) – грубый, наглый человек.

Задание 4. *Познакомьтесь с пометами, используемыми в орфоэпических словарях, словарях грамматических трудностей и т. п. Какие пометы указывают на императивную норму, а какие на диспозитивную? Запишите их в предложенную ниже таблицу.*

НОРМАТИВНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА СЛОВ[2]

Словарь является не просто нормативным, а ставит своей задачей показать литературную норму во всем многообразии ее проявлений. В отличие от большинства нормативных словарей, словарь отражает и такие факты речи, которые считаются неверными с точки зрения литературной нормы. Все запретительные пометы, которые характеризуют неверные варианты, снабжаются значком «восклицательный знак» (!). В Словаре используются ясные и общедоступные способы нормативной оценки вариантов.

1. Равноправные варианты соединяются союзом *и*:

ба́рхатка *и* барха́тка;

ведёрцев *и* ведёрец.

При этом на первом месте помещается обычно традиционный вариант, более частотный в употреблении.

2. Помета «допустимо» (*и доп.*) свидетельствует о том, что оба варианта соответствуют нормам литературного языка. Естественно, что предпочтителен вариант, помещённый на первом месте. Такая помета используется, как правило, применительно к

[2] Орфоэпический словарь русского языка для школьников / Сост. О. А. Михайлова. Екатеринбург: У-Фактория, 2002. С. 6-8.

новым, входящим в норму вариантам ударения, произношения и грамматическим формам. Например:

бредо́вый *и доп.* бредово́й;

белёсый *и доп.* беле́сый;

ма́шет *и доп.* маха́ет.

3. Помета «допустимо устаревшее» (*доп. устар.*) означает, что второй вариант, хотя и находится в пределах литературной нормы, всё реже встречается в речевой практике, постепенно утрачивается, переходя в пассивный языковой фонд. Например:

ворва́лся *и доп. устар.* ворвался́

вспе́ненный, -ая, -ое, *кратк. ф.* вспе́нен, вспе́нена *и доп. устар.* вспенённый, вспенён, вспенена́

бу́до[чн]ик *и доп. устар.* бу́до[шн]ик.

4. Помета «не рекомендуется» (*не рек.*) применяется в тех случаях, когда отмеченный ею вариант в данное время не признаётся нормативным. Однако его широкое употребление в современной речи и соответствие общим тенденциям языкового развития не исключают возможности признания этого варианта литературной нормой в будущем. Например:

бало́ванный ! *не рек.* ба́лованный;

вручу́т ! *не рек.* вру́чит;

гру́фели, -ей ! *не рек.* грифеля́, -е́й.

5. Помета «не рекомендуется устаревшее» (*не рек. устар.*) означает, что снабжённый ею вариант, ныне находящийся за пределами нормы, представляет собой бывшую норму. Например:

горшо́чек, горшо́чка ! *не рек. устар.* горше́чек;

да́рит ! *не рек. устар.* дару́т.

6. Помета «неправильно» (*неправ.*) служит для предупреждения распространённых речевых ошибок. Например:

вы́боры, вы́боров ! неправ. выбора́, выборо́в;

компромету́ровать, -рую, -рует ! неправ. компроме[н]ту́ровать

Рекомендательные пометы	Запретительные пометы

ТЕМА 2. ОРФОГРАФИЧЕСКИЕ И ПУНКТУАЦИОННЫЕ НОРМЫ

Цель – повторить основные правила орфографии и пунктуации русского языка.

Основные понятия темы:

Орфографические нормы – это правила написания слов.
Пунктуационные нормы – это правила расстановки знаков препинания.

Задание 1. *Повторите правописание гласных (безударных и чередующихся) и согласных в корне слова. Перепишите текст, вставив пропущенные буквы. Расставьте знаки препинания. Объясните свой выбор.*

Я р…шил в…рнуться д…мой. Быстрыми шагами я прошел зар…сли кустов. У моих ног т…нулась р…внина а дальше ст…ной возвышался мрачный лес. Я осм…трел окрес…ность и спустился с х…лма. Высокая тр…ва на дне д…лины б…лела р…вной скат…ртью. Я вышел на опушку и пошел полем. Трудно было проб…раться по у…кой тр…пинке. Кругом р…сла высокая ро…ь. Н…чная птица промчалась и к…снулась меня св…им крылом. В т…шине глухо разд…вались мои шаги. Но вот на в…чернем небе стали заж…гаться звезды. Забл…стел серп м…л…дого мес…ца. Теперь я узнал д…рогу и предпол…гал что через час буду дома.

Задание 2. *Повторите правописание приставок. Перепишите предложения, вставив пропущенные буквы. Расставьте недостающие знаки препинания при однородных членах предложения.*

Перед самым селом п…р…езжаем речку вброд. На спуске перед церковью ра…ливается море сарафанов мужицких голосов. Народ все пр…бывает мужики в пиджаках ребятишки со свистульками, на ра…пряженных телегах сидят пр…старелые пр…езжие. Над колокольнями белеют верхи палаток, а над ними – облака, и падают вьются стрелами свищут в воздухе стрижи.

Медленно пр…бираясь в ра(с, сс)тупившейся толпе, по…ъезжаем к ограде пр…вязываем лошадей. На дощатом пр…лавке ра…ложены картинки и книги, и мещанин-пр…давец по…совывает календари и книги с з…манчивыми названиями. Всё смех и ржанье лошадей крик бабы, ругающей мужика, (с, з)ливается в один ярмарочный гул. За время работы ярмарки хочется успеть (с, з)делать многое пр…смотреть липового меда п…дешевле п…торговаться в свое удовольствие пр…купить гостинцев родным.

В обед негаданно с…бирается туча, и дождь, по…нимая пыль, барабанит по усыпанной по…солнечной шелухой дороге. Но летний дождь быстро пр…ходит, и яркая радуга, упершись в реку, широким полотенцем ра…кидывается над ярмаркой. С ярмарки народ ра…ъезжается только после обеда. (По И. Соколову-Микитову)

Задание 3. *Повторите правописание Ъ и Ь (учтите разные функции Ь). Перепишите, вставив, где необходимо, пропущенные буквы.*

Пред…юбилейное мероприятие, обжеч…ся огнем, решил удалит…ся проч…, кофе был горяч…, достан…те багаж…, чувствовать гореч… неудач…, выть по-волч…и, любител…ская кинос…емка, должность камен…щика, выйти замуж… осен…ю, береч… здоров…е, сроч…ный заказ, лечить кон…юнктивит, уловить фал…ш… в голосе, трех…этажный павил…он, заменить мед…ю, назнач…те время трех встреч…, с…еш… во время лан…ча, следить за своей реч…ю, купает…ся в реке, оформиш… пен…сию, остав…те антиквару старинную брош…, четырех…ядерный процессор, волосы до плеч…, сер…езный компан…он, умнож…те полученный резул…тат, он хорош… собой, выявить из…ян, декабр…ские морозы, с…агитировать на выборы, коротко стрич…ся, сверх…естественный об…ект, боиш…ся ос…минога, неб…ющаяся вещ…, об…емный текст п…есы, не забуд…те плащ…, невтерпеж… ждать, раз…яренный бык, разрабатывать кар…ер.

Задание 4. *Повторите правописание Н и НН в причастиях, прилагательных и образованных от них формах. Перепишите текст, вставив пропущенные буквы и расставив недостающие знаки препинания при причастных оборотах. Причастные обороты подчеркните.*

Было нестерпимо холодн…о, и даже не верилось, что днем придется жариться в раскален…ом пекле. Среди потрескавшихся от зноя пород обнаруживаются словно бы отполирован…ые плиты гранита. В этом заброшен…ом неповторимом уголке необозримой пустыни существование человека – никогда не прекращающееся сражение с природой. Палатки кочевников соседствуют с домами сложен…ыми из обожжен…ого кирпича.

Снаружи жилище покрывает сетка сплетен…ая из жесткой травы. Узор наносится и на пленку, которой палатка скрепляется изнутри.

Все палатки украшен…ы под цвет камен…ых глыб. Комнаты соединен…ы переходами из плетен…ых циновок. Все разложен…о аккуратн…о, повсюду чистота. Сбоку вышел мужчина в незаменимом традицион…ом облачении. На нем накидка казавшаяся накрахмален…ой. Бросался в глаза и меч повеш…н…ый к поясу.

Геолог подходит к карте разукрашен…ой цветными пометками. Все, что нанесен…о на нее, – плод трудн…ых поисков в горах прокален…ых солнцем. Новые месторождения открывают разведчики недр. (По Б. Фетисову)

Задание 5. *Повторите правописание НЕ и НИ с разными частями речи. Перепишите текст, вставив пропущенные буквы и раскрыв скобки.*

Нет (н…)чего лучше Невского проспекта, по крайней мере в Петербурге. Чем (н…)блестит эта улица – красавица нашей столицы! Я знаю, что (н…)один из бедных чиновных ее жителей (н…)променяет на все блага Невского проспекта. Да и кому же он (н…)приятнен? Здесь единствен…ое место, где показываются люди (н…)по(н…)обходимости, куда загнала их надобность и меркантильный интерес, об…емлющий весь Петербург. Здесь житель Петербургской или Выборгской части, (н…)сколько лет (н…)бывавший у своего приятеля в Песках или у Московской заставы, может быть уверен, что встретится с ним (н…)пр…мен…о.

Можно сказать решительно, что в это время, то есть до двенадцати часов, Невский проспект (н…)составляет (н…)(для)кого цели, он служит только средством: он постепен…о заполняется лицами, имеющими свои занятия, свои заботы, свои досады, но вовсе (н…)думающими о нем. В это время, что бы вы на себя (н…)надели, хотя бы даже вместо шляпы был картуз у вас на голове, хотя воротнички слишком высунулись из вашего галстука, – (н…)кто этого (н…)заметит. (по Н. В. Гоголю)

Задание 6. *Повторите правописание наречий и частиц. Перепишите текст, вставив пропущенные буквы и раскрыв скобки. Вставьте недостающие знаки при деепричастных оборотах. Деепричастия подпишите.*

Лето выдалось знойное и сокрушило все. Земля иссохла, прокалилась до того, что ящерицы (не)боясь (ни)кого прибегали на порог с отчаянно колотящимися глотками, лиш…(бы) куда(нибудь) спрятаться. А коршуны забирались (в)высь и (на)долго умолкали в горящем мареве.

И ребят непоседливых сморила (не)померная жара. Они прятались от нее под стенами домов выглядывая (из)редк… (от)туда на проходящие мимо них пассажирские и товарные поезда. Когда у разъезда составы сбавляли ход, детям казалось, что уж… этот(то) поезд

притормозит и остановится. Они бежали за ним (в)догонку заслоняясь ручонками от солнца и (по)детски наивно надеясь укатить из пекла.

Тяжко было смотреть, с какой завистью и печалью малыши глядели (в)след уходящим в неизвестность, (на)стеж… раскрытым вагонам. Пассажиры выглядывали из открытых окон, то(же) сходили с ума от духоты и мечтали о том, что(бы) (на)утро очутиться там, где прохладные реки и зеленые леса. Вряд(ли) они задумывались о том, что жара может задержаться… (По Ч. Айтматову)

Задание 7. *Повторите правила постановки знаков препинания в сложных предложениях. Перепишите предложения, расставив знаки препинания. Обратите особое внимание на пунктуацию при однородных и обособленных членах предложения. Подчеркните грамматические основы.*

1. Сначала соседи смеялись между собою над высокомерием Троекурова и каждый день ожидали чтоб незваные гости посетили Покровское где было им чем поживиться но наконец принуждены были с ним согласиться и сознаться что и разбойники оказывали ему непонятное уважение. (А. С. Пушкин)
2. Раза три в год Финский залив и покрывающее его серое небо нарядятся в голубой цвет и млеют любуясь друг другом и северный человек едучи из Петербурга в Петергоф не насмотрится на редкое чудо млеет в непривычном зное и все заликует дерево цветок и животное. (И. А. Гончаров)
3. Я писал вам как мы гонимые бурным ветром дрожа от холода пробежали мимо берегов Европы как в первый раз пал на нас у подошвы гор Мадейры ласковый луч солнца и заплескали голубые волны засияли синие небеса как мы жадно бросились к берегу погреться горячим дыханием земли. (И. А. Гончаров)
4. Иногда бывает что облака в беспорядке толпятся на горизонте а солнце прячась за них красит их и небо во всевозможные цвета в багряный оранжевый золотой лиловый грязно-розовый. (А. П. Чехов)
5. Направо темнели холмы налево все небо было запито багровым заревом и трудно было понять был ли то пожар или же собиралась всходить луна. (А. П. Чехов)
6. Живя здесь я реже попадался на глаза отцу и его гостям и мне казалось что если я живу не в настоящей комнате и не каждый день хожу в дом то слова отца что я сижу у него на шее звучат уже как будто не так обидно. (А. П. Чехов)
7. Он пел и от каждого звука его голоса веяло чем-то родным и необозримо широким словно знакомая степь раскрывалась перед нами уходя в бесконечную даль. (И. С. Тургенев)
8. Большая низкая лампа с непрозрачным абажуром стоящая на письменном столе горела ясно но освещала только поверхность стола да часть потолка образуя на нем дрожащее круглое пятно света в остальной комнате все было в полумраке в нем можно было разглядеть только шкаф с книгами большой диван еще кое-какую мебель. (В. Гаршин)
9. Куда ни обращаешь взор всюду как будто встречаешь быстро удаляющийся образ лета которое время от времени оборачивается назад и бросает прощальную меланхолически-задумчивую улыбку. (Д. Григорович)
10. А на него посмотришь и кажется что вся эта земная деятельность для него только лишь забава и ею занят он пока а настоящие его заботы где-то впереди куда порою устремлялись его бойкие но как бы неживые оловянного блеска глаза. (Ф. Сологуб)

11. На седом фоне тумана ближайшие сосны однотонно плоско и неясно вырисовываются своими прямыми и голыми стволами и в их неподвижности среди этой голубой тишины и среди этого холодного тумана чувствуется что-то суровое печальное и покорное. (А. И. Куприн)

ТЕМА 3. АКЦЕНТОЛОГИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – повторить характеристику русского языка, составить собственный акцентологический словарь при выполнении упражнений[3].

Основные понятия темы:

Акцентологические нормы – это правила постановки ударения в слове.
Омонимы – слова, у которых от постановки ударения зависит значение.

Задание 1. *Расставьте ударения в следующих словах. Укажите варианты постановки ударения (например, ста́ртер и стартёр):*

1) Асимметрия, блага, кулинария, столяр, добыча, плато, диоптрия, творог, средства, шофер, туфля, эксперт, кремень, страховщик, нефтепровод, маркетинг, шасси, христианин, рассредоточение, досуг, жалюзи, танцовщица, шарфы, торты, искра, бармен, вероисповедание, квартал, симметрия, диспансер, обеспечение, склады, таможня, щебень, баржа, алкоголь, индустрия, приговор, генезис, договор, свекла, бижутерия, каталог, ходатайство, километр, пережитое, хвоя, полиграфия, ортопедия, пиццерия, стюард, овен, упрочение (*имена существительные*).

2) Асбестовый, совестливый, мизерный, оптовый, мастерски, украинский, втридорога, важно, тотчас, просмотровый, завидно, правы, давнишний, стары, одновременный, красивее, красивейший, равны, семестровый, счастливо, досыта, иначе, поутру, начерно, зубчатый (*имена прилагательные и наречия*).

3) Аранжировать, заржаветь, нормировать, убыстрить, заплесневеть, новорожденный, опошлить, баловать, балованный, расклешенный, дарит, включишь, включенный, копировать, повторишь, понял, звонит, закупорить, начался, начатый, положить, положил, вручит, врученный, доложишь, облегчить, осведомиться, премировать, черпать, ободрить, пломбировать, вогнутый, вскружит, буксировать, скрещенный, разрыхлить, плодоносить, наклоненный, окислить (*глагольные формы*).

Задание 2. *Поясните, как зависит значение от постановки ударения в следующих словах (омонимах):*

Глазки, замок, рожки, выкупать, ирис, характерный, полки, хлопок, мука, вычитать, орган, видение, острота, трусить, свойство, гвоздики, бронировать, кредит, угольный, правило, провидение, полнить, лавровый, электрик.

Например: пла́чу (1 лицо ед. число от глагола «плакать») – плачу́ (1 лицо ед. число от глагола «платить»).

[3] При выполнении заданий пользуйтесь орфоэпическим словарем или словарем трудностей при постановке ударения.

Задание 3. *Прочитайте предложения, обращая внимание на постановку ударения в подчёркнутых словах. Составьте по аналогии свои предложения, использовав любые слова из* ***задания 1*** *и / или* ***2****.*

1. В последнем квартале этого года эксперты одной из фирм заключили выгодный договор на прокладку газопровода**,** за что были премированы. 2. Для обеспечения здорового образа жизни исключите из своего рациона арахис, торты и алкоголь, а включите в него творог, свеклу и щавель. 3. В мебельном отделе нашего торгового центра вы можете приобрести красивейшие кухонные гарнитуры по оптовым ценам.

ТЕМА 4. ОРФОЭПИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – повторить правила транскрибирования слов, выявить основные трудности в плане произношения, составить собственный орфоэпический словарь при выполнении упражнений[4].

Основные понятия темы:

Орфоэпические нормы – это правила произношения слов. **Транскрипция** – графическая запись того, как произносится слово (всегда в квадратных скобках).

Задание 1. *Отметьте правильное произношение сочетания ЧН в следующих словах. Распределите слова на три группы:*

[шн]	**[шн]** и **[чн]**	**[чн]**

1) Шуточный, копеечный, отличник, девичник, будничный, булочная, очечник, полуночник, нарочно, прачечная, скучно, скворечник, горчичник, Фоминична, яичница, достаточно, порядочный, горничная, Никитична, двоечник, пустячный, Ильинична, конечно, спичечный, подсвечник, Кузьминична.

2) Шапочный мастер – шапочное знакомство, сердечные капли – друг сердечный, подаренная перечница – чертова перечница.

Задание 2. *Отметьте правильное произношение согласного перед Е в следующих словах. Распределите слова на три группы:*

Твёрдое произношение	**Варианты**	**Мягкое произношение**

Автосервис, дефис, агрессия, дендрарий, бухгалтер, депрессия, гарем, термин, шинель, термос, патент, сессия, тенденция, рейд, газель, дезодорант, фанера, Одесса, академия, бизнесмен, деградация, менеджер, музей, деканат, темперамент, тезис, аксессуары, протекция, бандероль, гипотеза, детектив, кредо, бассейн, экспресс, дедукция, декада, темп, терапевт, дефицит, интервал, дебаты, рельсы, ниппель, компетентный, дезинформация, пресса, цистерна, стратегия, тренинг, сенсорный, сейф, портмоне.

---

[4] При выполнении заданий пользуйтесь орфоэпическим словарем или словарем трудностей произношения.

Задание 3. *Прочитайте слова, обращая внимание на произношение ударного звука, обозначенного буквой Е:*

1) Острие, поблекший, афера, хребет, оседлый, одноименный, маневренный, опека, жернов, желчь, блеклый, желоб, безнадежный, бытие, повлекший, жердочка, никчемный, гладкошерстный, гашеный, недоуменный.

2) Именительный падеж – падеж скота;

Истекший срок – истекший кровью;

Кричит как оглашенный – оглашенный приговор;

Совершенные пропорции – совершенные поступки;

Крестный ход – крестный отец.

Задание 4. *Прочитайте слова, обращая внимание на произношение выделенных согласных:*

1) Ма**сс**а, су**рр**огат, гру**пп**а, гри**пп**, те**рр**аса, а**тт**естат, ко**лл**ега, мета**лл**, су**мм**а, а**нн**отация, криста**лл**, оди**нн**адцать, и**лл**юзия, ва**нн**а, апе**лл**яция, ка**сс**а, га**лл**юцинация, не**тт**о.

2) Дро**жж**и, бу**хг**алтер, по**зж**е, во**жж**и, и**зж**арить, вы**жж**енный, пе**сч**аный, и**зж**ить, ра**зж**ать, же**стч**е, ни**зш**ий, до**жд**и, ре**зч**е, ви**зж**ать, и**зж**ога, ма**сш**таб, мо**жж**евельник, бе**зж**изненный, ра**сч**ет, съе**зж**у, прие**зж**ай.

Задание 5*. *Прочитайте следующий текст, обращая внимание на правильное произношение и постановку ударения в подчёркнутых словах:*

Примером успешного ведения бизнеса в различных отраслях экономики является деятельность фирмы «Mihail-tur». За 11 лет ее существования удалось сформировать коллектив профессионалов из высококвалифицированных менеджеров, компетентных экспертов, торговых агентов. Компании принадлежат две трети долей уставного фонда АО «Лейбл-мастер», владельца одного из крупнейших торговых центров города. Занимаясь оптовым поставкам подростковой одежды, фирма поддерживает связи с модельными агентствами, что позволяет обновлять коллекции на 15 процентов каждый квартал. С ассортиментом одежды можно познакомиться по объемному каталогу, размещенному на корпоративном интернет-сайте. Руководство фирмы заявило о намерении углубить это направление, для чего налаживаются связи с другими поставщиками, проводятся маркетинговые исследования с целью изучения конъюнктуры рынка в трех крупнейших областях региона. В планы компании входит также сосредоточение средств в области дорожного строительства. Начата подготовка к тендерным торгам, намеченным на первую декаду ноября, к участию в которых приглашаются компании, заинтересованные в строительстве современного путепровода.

ТЕМА 5. СЛОВООБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ НОРМЫ

Цель – вспомнить состав слова, научиться находить в предложениях ошибки, связанные с неверным образованием слова.

Основные понятия темы:

Словообразовательные нормы – это правила образования новых слов.

Задание 1. *Найдите в предложениях слова, в которых нарушена словообразовательная норма, запишите их. Выделите неправильно выбранную часть слова (приставку, суффикс). Исправьте допущенные ошибки.*

1. Завесьте, пожалуйста, килограмм помидоров с витрины. **2.** Студенты в очередной раз немного запоздали на лекцию. **3.** Уважаемые пассажиры, проходите по-быстрому в середину вагона или садитесь взади. **4.** Он был коренным курчанином и после учебы в Москве вернулся в родной Курск. **5.** Чтобы сдать зачет, важно завсегда посещать занятия. **6.** Одна из самых актуальных проблем современной России – это взятничество в государственных учреждениях. **7.** После концерта микрофоны со сцены надо будет перенести взад. **8.** Многие кавказские народы отличает их гостеприимчивость. **9.** Моя жизнь в этом году была наполнена заботами о заканчивании школы и поступлении в университет. **10.** Сегодня у первого курса была лекция по химии заместо высшей математики.

ТЕМА 6. ЛЕКСИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – вспомнить основные типы речевых ошибок, связанных со значением слова.

Основные понятия темы:

Лексические нормы – это правила употребления слова в точном значении, которое закрепилось в литературном языке и зафиксировано в толковых словарях.

Паронимы – это слова однокоренные, близкие по форме, но абсолютно разные по значению.

Речевая избыточность – это употребление лишних слов (тавтология, плеоназм).

Лексическая сочетаемость – это способность слова соединяться с другими словами по значению.

Жаргонизм – слово, свойственные для речи той или иной социальной, профессиональной группы людей.

Фразеологизм – устойчивое словосочетание, смысл которого не определяется значением отдельно взятых слов

Задание 1. *Объясните разницу в значении приведенных ниже паронимов. Составьте с каждым из них словосочетание, подобрав подходящее по смыслу слово.*

Осудить – обсудить, удачливый – удачный, соседний – соседский, жилой – жилищный, поступок – проступок, опечатки – отпечатки, командированный – командировочный, усвоить – освоить, эффектность – эффективность, невежа – невежда, представить – предоставить, цельный – целый, искусный – искусственный, практический – практичный; гуманный – гуманистический – гуманитарный; плодовитый – плодовый – плодотворный, экономический – экономичный – экономный.

Задание 2. *Найдите в следующих предложениях избыточные словосочетания, выпишите их. Объясните причину избыточности, указав на лишнее слово (или лишние слова).*

1. При входе в «Копирус» висит прейскурант цен на предлагаемые услуги. **2.** Уезжая из Москвы, мы купили памятные сувениры в киоске у вокзала. **3.** Для преподавателя важно то, какие взаимоотношения друг с другом сложились между студентами в группе. **4.**

Неприятно резал слух голос, доносившийся из конференц-зала. **5.** Депутату приходится встречаться со всеми социальными слоями общества.

Задание 3. *Найдите в следующих предложениях иноязычные по происхождению слова, которые употреблены в неточном значении. Запишите свой вариант исправления.*

1. Рабочий станка допустил целый ряд дефектов при изготовлении деталей. **2.** Пейзаж Екатеринбурга за последние десять лет обогатился современными постройками, хотя многие памятники архитектуры и были реконструированы до основания. **3.** В целях профилактики основное внимание уделяется ранним проявлениям, т. е. дебюту гриппа. **4.** Для окон актового зала мы долго искали гардины длиной 4 метра, а уже потом подбирали шторы в тон стен. **5.** В январе состоялся бенефис талантливого исполнителя: он впервые выступал на профессиональной сцене.

Задание 4. *Найдите в следующих предложениях нарушения правил лексической сочетаемости слов. Запишите свой вариант исправления.*

1. Грамотный руководитель должен показывать образец своим подчиненным. **2.** Нововведения сыграли важное значение в развитии горного комбината. **3.** Красочное оформление детских книг издательства «Эгмонт» должно вызвать внимание и заинтересовать покупателей. **4.** Новогодний спектакль в Театре кукол оказал на детей большое впечатление. **5.** Первую лекцию по геологии в этом году провел молодой преподаватель.

Задание 5. *Найдите в предложениях жаргонные, просторечные, разговорные слова, замените их литературным вариантом и запишите исправленный вариант.*

1. Несколько студентов до сих пор не отнесло хвостовки в деканат. **2.** В центре Екатеринбурга забабахали очередную свечку. **3.** Я считаю, что необходимо избавляться от любой нецензурщины в нашей речи. **4.** После окончания вуза мы решили замутить свой бизнес, решив, что в этом деле нам по-любому повезет. **5.** Работяги привыкли вкалывать на заводе от зари до зари.

Задание 6. *Исправьте в следующих предложениях речевые ошибки, вызванные неправильным употреблением фразеологизма.*

1. Михаил на публике говорит очень убедительно, язык у него хорошо подвязан. **2.** Туристам кинулась в глаза красота уральской природы. **3.** Его обещания рубля ломаного не стоят. **4.** Об умельцах у нас говорят: «Они в своем деле коня подковали». **5.** К сожалению, студенты редко сейчас грызут камень науки по-настоящему.

Задание 7*. *Найдите и исправьте в следующих предложениях речевые ошибки. Запишите правильный вариант.*

1. Норвежские спортсмены по-прежнему остаются нашими самыми серьезными оппонентами в биатлоне. **2.** В своей работе руководители горных предприятий руководствуются новейшей научной и методической литературой. **3.** Многодетным семьям, чтобы жить достойно, приходится искать несколько истоков доходов. **4.** Обычно мы общаемся, не придавая важности невербальным средствам коммуникации. **5.** Екатеринбургская Епархия активно распространяет душевную литературу. **6.** Продукты Черкашинского мясокомбината пользуются авторитетом у покупателей. **7.** Исправьте

ошибки в контрольной работе так, чтобы было правильно. **8.** Все места на парковке были заняты, и поэтому много машин толпилось на обочине. **9.** К маю ветераны ВОВ получили очередную добавку к пенсии. **10.** После собеседования она сказала, что на должность промоутера брали только смазливых молодых людей. **11.** В прошлом году выдался неурожайный год в плане картошки. **12.** Ребенок с рождения имитирует поведение родителей. **13.** На Неделе первокурсника нам сразу выдали студики и зачётки. **14.** Команда нашего факультета заняла первенство в смотре художественной самодеятельности. **15.** После первых же дней изнурительной работы на Севере очень хотелось вернуться назад домой.

ТЕМА 7. МОРФОЛОГИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – вспомнить правила определения рода у существительных и аббревиатур, особенности несклоняемых существительных, образования некоторых грамматических форм разных частей речи и научиться исправлять ошибки, связанные с их неверным образованием (все это с опорой на учебную литературу и словари[5]).

Основные понятия темы:

Морфологические нормы – это правила образования грамматических форм слова.

Задание 1. *Определите род у следующих существительных и аббревиатур. Подберите к ним подходящие по смыслу прилагательные (или причастия), учитывая правила синтаксического согласования.*

1) Атташе, авеню, адвокат, амплуа, ассорти, аэрозоль, белоручка, бра, безе, боа, боди, бродяга, видео, визави, врач, выскочка, гну, гуру, денди, доцент, евро, жалюзи, жюри, зануда, иваси, какаду, кантри, каре, кашне, кенгуру, киви, кимоно, колибри, коллега, колли, кольраби, кофе, крупье, кутюрье, лама, левша, манго, мартини, маэстро, меню, миледи, монпансье, недоросль, непоседа, ниндзя, пани, пари, педагог, пенальти, пенсне, пони, преподаватель, протеже, профессор, растяпа, резюме, рефери, сабо, салями, сирокко, спагетти, табу, такси, тамада, танго, толь, торнадо, турне, тюль, фламинго, фрау, хачапури, хиппи, цеце, цунами, шасси (*склоняемые и несклоняемые существительные*).

2) Айдахо, Бали, Борнео, Гоби, Дели, Калахари, Капри, Килиманджаро, Колорадо, Лимпопо, Мехико, Миссисипи, Онтарио, Сорренто, Тбилиси, Толедо, Чили (*имена собственные*).

3) АО, АТС, БАМ, бомж, ВТО, вуз, ГАЗ, ГОК, ГУМ, ДК, дот, ДСП, ДТП, жэк, колхоз, КПП, ЛДПР, МВД, МИД, НИИ, НХЛ, НЭП, общепит, ООН, ПК, полпред, СЕ, СМУ, СНГ, СССР, ТАУ, ТВ, ТРЦ, УЗТМ, ФГБОУ, ФМС, ФСБ, ЦУМ (*аббревиатуры*).

Задание 2. *Определите род у следующих сложносоставных существительных. Составьте с ними словосочетания* ***прил. + сущ.***

Диван-кровать, музей-квартира, генерал-губернатор, плащ-палатка, идея-фикс, конференц-зал, жар-птица, кафе-столовая, чудо-человек, матч-реванш, салон-парикмахерская, программа-максимум, женщина-космонавт, альфа-излучение, ракета-носитель, премьер-министр, кофе-пауза.

---

[5] При выполнении заданий пользуйтесь орфоэпическим словарем или словарем грамматических трудностей.

Задание 3. *Определите, какие фамилии при заполнении бланка письма или заявления будут склоняться, а какие нет. Обращайте внимание на пол человека. Запишите эти имена и фамилии в нужном падеже.*

Кому:

Сергей Левченко, Александр Живаго, Елена Сверчук, Анна Шевченко, Константин Ярош, Татьяна Чубинец, Вероника Лежава, Андрей Горенко, Борис Станкевич, Виталий Воробей, Ирина Шевчук, Иван Миклухо-Маклай, Виктор Доброво, Владислав Карамыш, Анна Диоп, Андрей Кожемяк, Мария Мицкевич, Петр Галаган, Маргарита Венда, Вадим Черных.

От кого:

Николай Черныш, Наталья Седых, Светлана Карась, Семен Фоменко, Лев Щерба, Сергей Соловьев-Седой, Александр Максимаджи, Екатерина Франюк, Леонид Березняк, Юлия Родных, Максим Жук, Алёна Ремесло, Николай Стрижак, Наталия Черных, Марат Ардзинба, Вера Ноздреватых, Виктория Приходько, Евгений Столпнер, Кирилл Шапиро, Станислав Горбачевич.

Задание 33. *Заполните таблицу следующими существительными, в зависимости от того, как у них образуется форма именительного падежа множественного числа.*

Окончание **–а/ –я**	Окончание **–ы/ –и**	Варианты **–а/ –я** и **–ы/ –и**

*Отдельно укажите существительные, у которых от выбора окончания в этой форме зависит значение (например, ордер**а** – «документы» и ордер**ы** – «элементы в архитектуре»).*

1) Брелок, бухгалтер, ветер, вексель, возраст, герб, год, директор, договор, жемчуг, инженер, инспектор, клин, колос, купол, лектор, медвежонок, небо, окорок, офицер, отпуск, пандус, паспорт, плинтус, почерк, прииск, прожектор, профессор, ребенок, редактор, сектор, семя, слесарь, столяр, сторож, табель, токарь, тополь, трактор, хозяин, цех, чудо, шило, шофёр, штемпель.

2) Корпус, лагерь, образ, повод, полоз, полутон, провод, пропуск, прут, тормоз, хлеб.

Задание 4. *Образуйте форму родительного падежа множественного числа от следующих существительных. Отметьте наличие вариантов (например, ла́сты – ла́ст**ов** и ла́ст□).*

Армяне, апельсины, басни, блюдца, болгары, ботинки, брызги, буряты, валенки, гардемарины, гектары, граммы, грузины, дела, деньги, джинсы, заморозки, казахи, калории, кастрюли, килограммы, клавиши, комментарии, макароны, мандарины, мечты, микроны, мокасины, носки, осетины, партизаны, перила, перипетии, петли, плечи, полотенца, поместья, помидоры, просьбы, развилки, рельсы, русла, сани, сапоги, сбои, свадьбы, сваи, свечи, серьги, солдаты, тапочки, тиски, турки, туфли, цыгане, чукчи, чулки, южане, юнги, яблоки, ясли.

Задание 5. *Раскройте скобки, заменяя цифровые обозначения словами, правильно определяя падеж числительных и существительных.*

1. Выборы в Государственную Думу состоялись в (358 округов). **2.** Появилась серия вспомогательных пособий с (5 735 чертежей). **3.** Теплоход с (657 отдыхающих) плыл вниз по Волге. **4.** За время последней экспедиции мы прошли свыше (2 580 километров). **5.** Нарушения техники безопасности были выявлены на (4 893 предприятия).

Задание 6. *Исправьте неверное употребление числительных в следующих предложениях:*

1. Лекция по философии будет прочитана для обоих студенческих групп. **2.** Мать-героиня воспитала семерых сыновей и четверых дочерей. **3.** Забор тянулся по обоим сторонам улицы и ограничивал движение. **4.** Двоих подруг она уже встретила по приезде в родной город. **5.** Главные достопримечательности Санкт-Петербурга расположены по обеим берегам Невы.

Задание 7. *Выпишите из предложений неправильно образованные грамматические формы. Запишите исправленный вариант.*

1. Всем стало понятно, что ейное предложение по реконструкции здания не будет одобрено. **2.** После второго матча наша команда оказалась в более лучшем положении. **3.** Староста пожаловалась преподавателю, что наша группа не влазиет в аудиторию 3519. **4.** Съездя в другой город, она поняла, как хорошо на родине. **5.** Ремонтники уже второй месяц не могли сменить треснутое стекло в окне. **6.** Он схватился за канат двумями руками. **7.** Хозяйка встретила гостей в бигудях и халате. **8.** Наши альпинисты покорили самые высочайшие вершины мира. **9.** Я надеялся, что к началу сессии выздоровлю. **10.** В этот раз студенты справились с заданием еще более хуже.

Задание 8. *Найдите нарушения морфологических норм. Запишите исправленный вариант предложений.*

1. Новый преподаватель кажется более образованнее. **2.** Студенческое общежитие находится в полтора километрах от здания университета. **3.** ФНС был создан как федеральный орган исполнительной власти. **4.** В магазине «Лео-строй» разнообразные варианты цветных жалюзей. **5.** Куратор совсем не интересовался ихними проблемами в учебе. **6.** МВФ выделило очередной транш в 1,5 миллиарда долларов. **7.** В столовой нельзя пользоваться лопнутыми стаканами. **8.** Эту сумму мы добавим к тысяче двести сорокам рублям. **9.** На конференцию молодых ученых пригласили самых умнейших студентов старших курсов. **10.** Вскоре Сергей Исаев стал популярной тамадой на свадьбах и других торжествах. **11.** На вновь открытое предприятие требуются бухгалтера, сторожи и инженера АСУП. **12.** Южнее Сочи находится солнечное Сухуми. **13.** На дипломную практику горный комбинат принял троих девушек с нашего курса. **14.** Мама традиционно купила пять килограмм мандарин и апельсин для праздничного новогоднего стола. **15.** Увидя раздраженное состояние преподавателя, студентка решила с ним не спорить.

ТЕМА 8. СИНТАКСИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – повторить основные правила построения словосочетаний и предложений

Основные понятия темы:

Синтаксические нормы – это правила, регулирующие порядок и связь слов в

словосочетании и предложении.

Задание 1. *Раскройте скобки, правильно определив падеж зависимого слова. При необходимости используйте предлоги. Запишите получившиеся словосочетания.*

Согласно (устав университета), точка зрения (события), благодаря (поддержка друга), анонс (предстоящие гастроли), вопреки (мнение большинства), наперекор (судьба), вклад (развитие науки), жажда (слава), заведующий (кафедра), по (возвращение) из отпуска, отзыв (курсовая работа), рецензия (новый фильм), оплачивать (проезд), свидетельствовать (необходимость перемен), доказывать (новая теория), поделиться (результаты исследования), апеллировать (здравый смысл), по (прибытие) поезда; предостеречь (опасность) – предупредить (опасность), обращать внимание (недостатки) – уделять внимание (подготовка к экзаменам), уверенность (свои силы) – вера (победа).

Задание 2. *Найдите предложения, в которых неверно употреблен деепричастный оборот. Предложите свой вариант исправления.*

Образец: Подводя итог проделанной работы, мною был вдвинут ряд предложений по модернизации ***(действие, названное деепричастием, не относится к подлежащему)****.*

Варианты исправления: 1) Подводя итог проделанной работы, я выдвинул ряд предложений по модернизации. 2) Когда я подвел итог проделанной работы, мною был вдвинут ряд предложений по модернизации. 3) После подведения ряда итогов проделанной работы мною был вдвинут ряд предложений по модернизации.

1. Будучи ребенком, Дмитрия всегда интересовали вопросы, связанные с техникой. **2.** Читая произведения русской классики, меня охватывает чувство гордости за отечественную литературу. **3.** Не чувствуя ни усталости, ни голода, наш путь к вершине продолжался. **4.** Узнав эту прекрасную новость, радости студентов не было предела. **5.** Первым, слегка хромая, из автобуса вышел седой старик. **6.** Записываясь на практику, у студентов были очень ограничены возможности выбора места ее прохождения. **7.** Вспоминая родные места, мне видится наш маленький кирпичный домик в тени тополей. **8.** Глядя на ярко освещенные стены Зимнего дворца, у меня возникло желание приехать сюда еще раз. **9.** Позвонив в третий раз, он с грустью понял, что никого нет дома. **10.** Произведя ряд расчетов, задача была решена студентами в течение 15 минут.

Задание 3. *Найдите предложения, в которых неправильно согласовано подлежащее со сказуемым. Запишите исправленный вариант.*

1. Много знаменитых людей закончили наш университет. **2.** Немало средств были потрачены на восстановление полуразрушенного памятника архитектуры. **3.** Несколько важных дат будут отмечены в календаре помимо официальных государственных праздников. **4.** На собрание по поводу летней практики явились лишь 31 студент. **5.** Часть студентов не справились с итоговой контрольной работой. **6.** Множество горожан приняли участие в шествии «Бессмертного полка». **7.** Ряд важных вопросов не были решены во время последнего заседания Ученого совета. **8.** Половина участников соревнований были размещены в студенческом общежитии. **9.** Тысяча периодических изданий имеются в открытом доступе в электронной библиотеке. **10.** Газета «Екатеринбургские новости» опубликовали интересную статью о творчестве молодых поэтов и писателей Урала.

Задание 4. *Найдите нарушения синтаксических норм. Запишите исправленный вариант предложений.*

1. Согласно распоряжения ректора всем студентам и сотрудникам необходимо пройти флюорографический осмотр. **2.** Открыв дверь в аудиторию, перед моими глазами предстала странная картина. **3.** Важно изучать условия жизни человека и как они связаны с процессами, происходящими сегодня в нашем обществе. **4.** Молодежь всегда принимали участие в студенческой самодеятельности и спортивных мероприятиях. **5.** В своей новой статье автор исследует и размышляет о возможностях искусственного интеллекта. **6.** Приказ был подписан ректором университета, устанавливающий обязательное посещение занятий, и доведен до сведения сотрудников вуза, преподавателей и студентов. **7.** Несколько членов Ученого совета не присутствовали на очередном заседании. **8.** В район приехал инструктор для подготовки специалистов по борьбе с сельскохозяйственными вредителями из местных жителей. **9.** Ученики горного лицея поступают в престижные учебные заведения, родители которых гордятся их успехами в учебе. **10.** Можно было согласиться лишь с теми положениями доклада, где приводились статистические данные для подтверждения гипотезы. **11.** Сдав нормативы ГТО, большинству из нас был вручен золотой значок. **12.** Учебное пособие не только предназначено для преподавателей, а также и для студентов и аспирантов. **13.** Скоро будет заселен многоквартирный дом, выросший на глазах за несколько месяцев и который уже приняла комиссия. **14.** Нам предложили поселиться в номере-люкс новой гостиницы для туристов с видом на море. **15.** Преподаватель попросил студентов, чтобы они ему напомнили на следующем занятии, чтобы он им распечатал раздаточный материал к семинарскому занятию.

ТЕМА 9. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ СТИЛЕЙ

Цель – повторить систему функциональных стильных стилей русского языка, научиться определять стиль текста и доказывать свою точку зрения в этом вопросе.

КОНСПЕКТ следующего материала к занятию (основные понятия выделены в тексте):

Функциональный стиль – это исторически сложившаяся и социально осознанная разновидность языка, функционирующая в определенной сфере человеческой деятельности и общения, создаваемая особенностями употребления в этой сфере языковых средств и их специфической организацией.

В основе классификации стилей лежат экстралингвистические факторы: сфера применения языка, обусловленная ею тематика и цели общения. Сферы применения языка соотносятся с видами деятельности человека, соответствующими формам общественного сознания: наука, идеология, право, искусство, религия. Выделяются стили официальной речи (книжные): **научный**, **официально-деловой**, **публицистический**, **литературно-художественный**, **церковно-религиозный**. Им противопоставлен стиль неофициальной речи – **разговорный**, экстралингвистической основой которого является сфера бытовых отношений и общения (быт как область отношений людей вне их непосредственной производственной и общественно-политической деятельности).

Сферы применения языка в значительной мере влияют на тематику и содержание высказывания. Каждая из них имеет свои актуальные темы. Например, в научной сфере обсуждаются проблемы научного познания мира, в сфере бытовых отношений – бытовые

вопросы. Однако в разных сферах может обсуждаться одна и та же тема, но цели преследуются неодинаковые, вследствие чего высказывания различаются и по содержанию, и по форме (см. **Задание 1**).

Каждый стиль обладает определёнными языковыми особенностями (прежде всего лексическими и грамматическими). Можно говорить лишь об относительной замкнутости функциональных стилей: большинство языковых средств в каждом стиле нейтральные, межстилевые. Однако ядро каждого стиля образуют присущие именно ему языковые средства с соответствующей стилистической окраской и едиными нормами употребления.

Следует отбирать слова и конструкции в соответствии с выбранным стилем, особенно в письменной речи. Употребление разностилевых языковых средств в рамках одного текста ведет к появлению стилистических ошибок. Часто встречаются ошибки, связанные с неуместным употреблением канцеляризмов, а также злоупотреблением специальными терминами в ненаучном тексте и использованием разговорной и просторечной лексики в книжных текстах (см. **Задание 2**).

Можно сделать вывод, что **стилистические нормы** – это 1) правила употребления языковых средств в соответствии с выбранным стилем и 2) правила выбора стиля, соответствующего условиям общения.

Таким образом, специфические черты каждого функционального стиля можно описать, ориентируясь на целый ряд признаков, которые обознаются как **стилеобразующие факторы**, а также на его стилевые и языковые особенности. Кроме того, каждый стиль включает в себя тексты разных жанров (см. **Задание 3**).

Функциональный стиль	Стилеобразующий фактор						Жанры
	Доминирующая языковая функция	Форма общественного сознания	Основная форма речи	Типичный вид речи	Тон речи	Тип адресата	
Научный	Сообщение	Научное сознание	Письменная	Монолог	Нейтральный	Массовый (подготовленный к восприятию научной информации)	Учебник, монография лекция, научная статья, аннотация, реферат, конспект, тезисы, курсовая работа, выпускная работа, диссертация, доклад
Официально-деловой	Сообщение / воздействие	Правовое сознание	Письменная	Монолог	Нейтральный / императивный	Массовый	Конституция, закон, приказ, указ, распоряжение, положение, регламент, заявление, автобиография, резюме, характеристика
Публицистический	Сообщение + воздействие	Идеологическое сознание	Письменная и устная	Монолог и диалог	Обусловленный содержательно	Массовый	Репортаж, интервью, очерк, дискуссионное выступление, статья, информационная заметка
Литературно-художественный	Воздействие	Эстетическое сознание	Письменная	Обусловленный родом и жанром литературы	Обусловленный эстетической задачей	Массовый (подготовленный к восприятию классических произведений)	Роман, повесть, рассказ, новелла, стихотворение, поэма, баллада
Церковно-религиозный	Воздействие	Религиозное сознание	Письменная и устная	Монолог	Обусловленный ситуативно	Массовый	Исповедь, проповедь, житие, молитва
Разговорный	Общение	Обыденное сознание	Устная	Диалог и полилог	Обусловленный ситуативно	Личный (конкретный собеседник)	Дружеская беседа, семейная беседа, бытовой спор, байка

Задание 1. *Прочитайте тексты, посвященные одной теме. Определите функционально-стилевую принадлежность текстов, опираясь на стилеобразующие факторы и языковые особенности каждого из них.*

Текст 1

Гроза – атмосферное явление, заключающееся в электрических разрядах между так называемыми кучево-дождевыми (грозовыми) облаками или между облаками и земной поверхностью, а также находящимися над ней предметами. Эти разряды – молнии – сопровождаются осадками в виде ливня, иногда с градом и сильным ветром (иногда до шквала). Гроза наблюдается в жаркую погоду при бурной конденсации водяного пара над перегретой сушей, а также в холодных воздушных массах, движущихся на более теплую подстилающую поверхность.

Текст 2

Как передает наш корреспондент, вчера над центральными районами Пензенской области прошла небывалой силы гроза. В ряде мест были повалены телеграфные столбы, порваны провода, с корнем вырваны столетние деревья. В двух деревнях возникли пожары в результате удара молнии. К этому прибавилось еще одно стихийное бедствие: ливневый дождь вызвал сильное наводнение. Нанесен значительный ущерб сельскому хозяйству. Временно было прервано железнодорожное и автомобильное сообщение между соседними районами.

Текст 3

Доводим до Вашего сведения, что вчера после полуночи над районным центром – городом Нижний Ломов и прилегающей к нему сельской местностью – пронеслась сильная гроза, продолжавшаяся около получаса. Скорость ветра достигала 30-35 метров в секунду. Причинен значительный материальный ущерб жителям деревень Ивановка, Щепилово и Вязники, исчисляемый, по предварительным данным, сотнями тысяч рублей. Имели место пожары, возникшие вследствие удара молнии. Сильно пострадало здание школы в деревне Курково, для его восстановления понадобится капитальный ремонт. Вышедшая из берегов в результате проливного дождя река Вад затопила значительную площадь. Человеческих жертв нет. Образована специальная комиссия для выяснения размеров причиненного стихийным бедствием ущерба и оказания помощи пострадавшему местному населению. О принятых мерах будет незамедлительно доложено.

Текст 4

Ты не поверишь, какая гроза прошла вчера над нами! Я человек не робкого десятка, и то испугался насмерть.

Сначала все было тихо, нормально, я уже собирался было лечь, да вдруг как сверкнет молния, бабахнет гром! И с такой силищей, что весь наш домишко задрожал. Я уже подумал, не разломалось ли небо над нами на куски, которые вот-вот обрушатся на мою несчастную голову. А потом разверзлись хляби небесные... В придачу ко всему наша безобидная речушка вздулась, распухла и ну заливать своей мутной водицей все вокруг. А совсем рядом, что называется – рукой подать, загорелась школа. И стар и млад – все повысыпали из изб, толкутся, орут, скотина ревет – вот страсти какие! Здорово я перепугался в тот час, да, слава Богу, все скоро кончилось.

Текст 5

При Крещении священник крестообразно помазывает лоб христианина святым миром, говоря: «Печать дара Духа Святаго». Впоследствии всякий раз, когда христианин осеняет себя крестным знамением, он поклоняется спасительной Страсти Господней и призывает

крестную силу, иже есть сила крестной смерти нашего Христа. Говоря: «Кресте Христов, спаси нас силою твоею», мы призываем силу крестной жертвы Господа. Поэтому крест обладает великой силой. Например, началась гроза. Сверкают молнии, и в большой железный крест на колокольне тоже может ударить молния. Однако, если стоящий под этим железным крестом христианин имеет на себе вот такой маленький крестик и говорит: «Кресте Христов, спаси мя силою твоею», то молния ему не повредит. В первом случае действуют природные законы: молния попадает в крест и сбивает его на землю. Во втором случае такой вот малюсенький крестик хранит верующего человека, призвавшего на помощь силу Креста.

Текст 6

Между далью и правым горизонтом мигнула молния, и так ярко, что осветила часть степи и место, где ясное небо граничило с чернотой. Страшная туча надвигалась не спеша, сплошной массой; на ее краю висели большие, черные лохмотья; точно такие же лохмотья, давя друг друга, громоздились на правом и на левом горизонте. Этот оборванный, разлохмаченный вид тучи придавал ей какое-то пьяное, озорническое выражение. Явственно и не глухо проворчал гром. Егорушка перекрестился и стал быстро надевать пальто.

Вдруг рванул ветер и со свистом понесся по степи, беспорядочно закружился и поднял с травою такой шум, что из-за него не было слышно ни грома, ни скрипа колес. Он дул с черной тучи, неся с собой облака пыли и запах дождя и мокрой земли. Лунный свет затуманился, стал как будто грязнее, звезды еще больше нахмурились, и видно было, как по краю дороги спешили куда-то назад облака пыли и их тени.

Чернота на небе раскрыла рот и дыхнула белым огнем; тотчас же опять загремел гром.

Дождь почему-то долго не начинался... Было страшно темно. А молнии в потемках казались белее и ослепительнее, так что глазам было больно.

Вдруг над самой головой его [Егорушки] со страшным, оглушительным треском разломалось небо; он нагнулся и притаил дыхание, ожидая, когда на его затылок и спину посыпятся обломки... Раздался новый удар, такой же сильный и ужасный. Небо уже не гремело, не грохотало, а издавало сухие, трескучие, похожие на треск сухого дерева звуки. (*А. П. Чехов. Степь*)

Задание 2. *Найдите в следующих предложениях стилистические ошибки и запишите исправленный вариант.*

1. Некоторым министрам необходимо включить мозги, чтобы до них дошло, что на прожиточный минимум люди в России могут только существовать. **2.** В статье сообщается, что левые лекарства отследят по аптекам и конфискуют. **3.** Мэр города рассказал, что в настоящее время ведется возведение двух бюджетных высоток в Пионерском поселке. **4.** Новый сотрудник редакции сумел нарыть некий компромат на верхушку министерства, но опубликовать материалы ему не дали. **5.** Директор гимназии был в ауте, когда ему сообщили, что гимназия получила-таки грант в размере 1 млн. рублей. **6.** Бытие в хрущевках и интенсивные трудовые затраты скрашивала душевная атмосфера, царившая в те годы в коллективе. **7.** Благополучие родных деревень отстаивает наш председатель, который по восемнадцать часов в сутки мотается по полям, фермам, частит по делам в Екатеринбург. **8.** Трудно понять, почему ученый допустил такую промашку в расчетах. **9.** Семь школ, которые дислоцируются в нашем районе, переполнены, поэтому некоторым детям приходится ездить за тридевять земель. **10.** Избранников народа одолевает такое количество проблем, что у некоторых уже крыша поехала.

Задание 3. *Определите, к какому стилю принадлежит каждый из предложенных текстов*[6]*. Попытайтесь обосновать свою точку зрения.*

Текст 1

В психологии и этике делового общения речь пойдет не столько об абстрактных общепсихологических категориях и принципах, сколько о профессиональных психологических и в то же время практически ориентированных знаниях, которые могут обеспечить успех той или иной деятельности. Под **деловым** понимается общение, обеспечивающее успех какого-то общего дела, создающее условия для сотрудничества людей, чтобы осуществить значимые для них цели. Деловое общение содействует установлению и развитию отношений сотрудничества и партнерства между коллегами по работе, руководителями и подчиненными, партнерами, соперниками и конкурентами. Оно предполагает такие способы достижения общих целей, которые не только не исключают, но, наоборот, предполагают также и достижение лично значимых целей, удовлетворение личных интересов.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 2

Веруем в Единого Бога Отца Всемогущего, Творца неба и земли.

Веруем также в Иисуса Христа, Его Единородного Сына и Господа нашего, Который был зачат Духом Святым, рожден девой Марией, Который страдал во времена Понтия Пилата, был распят, умер и был погребен, сошел в царство смерти, на третий день воскрес из мертвых, вознесся на Небо и воссел одесную Всемогущего Бога Отца, откуда вернется судить живых и мертвых.

Веруем также во Святого Духа, Святую Соборную Церковь, собрание святых, в прощение грехов, воскресение мертвых и жизнь вечную.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 3

В Горном университете прошел День открытых дверей. На площадке перед Большим актовым залом – Залом УГМК развернулся настоящий наукоград: кроме презентации различных направлений подготовки, школьников ждали специализированные мастер-классы.

Об основах робототехники будущим абитуриентам рассказывали сотрудники кафедры горных машин и комплексов и робот Герман. О далеких экспедициях и романтике походов – студенты-геологоразведчики. У стенда **Уральского геологического музея** ребята рассматривали минералы под микроскопом, а вместе с инструкторами **студенческого патриотического центра «Святогор»** учились основам безопасного обращения с оружием.

[6] Задание может быть выполнено как тестовое.

Всего на **День открытых дверей** в **Горный университет** пришли около тысячи школьников. Многие из них уже серьезно задумались о том, чтобы стать частью дружной семьи горняков.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 4

В соответствии с Федеральным законом от 18.06.2001 N 77-ФЗ «О предупреждении распространения туберкулеза в Российской Федерации», Постановлением Правительства РФ от 25.12.2001 N 892 «О реализации Федерального закона «О предупреждении распространения туберкулеза в Российской Федерации», санитарно-эпидемиологическими правилами СП 3.1.2.3114-13 «Профилактика туберкулеза» и в целях раннего выявления заболеваний органов грудной клетки среди студентов и сотрудников университета

ПРИКАЗЫВАЮ:

Организовать с 10 апреля по 12 мая 2017 года флюорографический профилактический осмотр студентов и сотрудников университета в передвижном цифровом флюорографическом кабинете, установленном во дворе I учебного здания, с предъявлением каждым студентом и сотрудником копии полиса обязательного медицинского страхования.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 5

Страны, которые являются участниками процесса торговли минеральным сырьем, решают разные задачи, что отражается на структуре их экономики, влияет на характер воспроизводственных процессов, порождает специфические для каждой страны проблемы. Взаимодействие экспортеров и импортеров сырья накладывает отпечаток на международные отношения, являясь причиной возникновения конфликтов, создания экономических и военно-политических союзов. Стремление к поддержанию и расширению экспорта вызывает дополнительные потребности в производстве сырья внутри страны, в развитии минерально-сырьевой базы. Импорт сырья следует рассматривать как источник удовлетворения потребностей и стимулирование развития несырьевых отраслей.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 6

Отец наш шибко тада заболел // У него было очень больное сердце // А что такое больное сердце в те годы / это же неизлечимая болячка! Он работал у нас мастером в заводе / в формовочном цехе / где делались изделия для сталелитейного завода / для нижнетагильского // Ковшовые кирпичи / розетки / воронки всякие / сифоны / вообщем / всякая всячина // Всё было для фронта / всё для победы // Щас этого никто не понимает / особенно нынешняя молодёжь // Какие же тяжёлые дни пережило наше поколение! И не дай

вам Бог узнать / что такое война! Да даже твои родители ещё воспитывались в этом послевоенном духе // Ну да ладно / всё равно меня трудно понять…

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 7

Реклама работает на подсознательном уровне, обращается к иррациональному в природе человека. Ее влияние и глубже и сильнее, чем мы думаем, потешаясь над каким-нибудь слабоумным персонажем вроде пропагандиста бытовой техники. Кого и в чем может убедить этот шут гороховый? Оказалось – нас. Но не в том, что его товары дешевле и лучше, а совсем в другом – в преимуществе нового образа жизни.

От рекламы не требуется реализма. Задавая высокие нравственные стандарты, она порождает особое позитивное мышление. Задача рекламы состоит в том, чтобы потребитель подсознательно стремился отождествить себя с героем «коммершелз». Тогда он купит сковородку не для того, чтобы жарить яичницу, а для того, чтобы стать участником идеальной экранной жизни.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 8

Наутро поднявшееся яркое солнце быстро съело тонкий ледок, подернувший воды, и весь теплый воздух задрожал от наполнивших его испарений отжившей земли. Зазеленела старая и вылезающая иглами молодая трава, надулись почки калины, смородины и липкой спиртовой березы, и на обсыпанной золотым светом лозине загудела выставленная облетавшаяся пчела. Залились невидимые жаворонки над бархатом зеленей и обледеневшим жнивьем, заплакали чибисы над налившимися бурою неубравшеюся водой низами и болотами, и высоко пролетели с весенним гоготаньем журавли и гуси. Заревела на выгонах облезшая, только местами еще не перелинявшая скотина, заиграли кривоногие ягнята вокруг теряющих волну блеющих матерей, побежали быстроногие ребята по просыхающим, с отпечатками босых ног тропинкам, затрещали на пруду веселые голоса баб с холстами, и застучали по дворам топоры мужиков, налаживающих сохи и бороны. Пришла настоящая весна.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 9

К нашему большому сожалению, мы должны сообщить Вам, что партия лакокрасочных материалов, отгруженных Вами на судне «Ленинград» по контракту 27-005/40289, не соответствует по качеству нашим спецификациям, на основании которых был заключен контракт.

Согласно параграфу № 03 в договоре, мы имеем право отказаться от приемки этой партии товара. Однако, принимая во внимание наши длительные деловые отношения и то

обстоятельство, что предыдущие поставки лакокрасочных материалов в счет данного контракта были произведены в соответствии с условиями договора и надлежащего качества, мы согласны принять эту партию товара, если Вы предоставите нам скидку в 10 %.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 10

Человек должен быть широк. Из универсализма вытекает креативность, а ЕГЭ не обеспечивает ни того, ни другого. Даже те ребята, которые прекрасно сдали тесты по выбранным предметам, далеко не всегда в состоянии объяснить, откуда взялись все эти ответы, вывести их самостоятельно. А предложение «докрутить» чуть дальше и глубже вообще ставит в тупик: «Почему вы у нас спрашиваете то, что вы нам не рассказали?» Но креативность как раз и состоит в умении давать такие ответы. Учащийся – это же не шляпа, в которую положили кролика, чтобы его же и достать. Это неинтересно.

Убрать ЕГЭ нельзя. Но если оставить все как есть, мы обречены на дальнейшее отставание в науке, в любых творческих профессиях. Поэтому необходимо уточнить функционал ЕГЭ. А для этого надо все же назвать кошку кошкой и понять, что такое образование.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 11

На религию после революции 1917 года было наложено так называемое табу. Христианское вероисповедание и все реалии, связанные с ним, воспринимались только как культурное наследие и пережиток царского режима. Соборы и церкви были лишь памятниками архитектуры, жития святых – памятниками литературы, иконы и фрески – памятниками художественного творчества. Очень многие храмы были разрушены или применялись не по своему прямому назначению; они становились складами, конторами, монастыри превращались в тюрьмы и колонии. Люди, особенно священнослужители, преследовались за свою веру. Как следствие, лексика религиозного характера со временем стала постепенно переходить в пассивный состав языка, используясь в основном в составе фразеологизмов и афоризмов (как Бог на душу положит; как у Христа за пазухой; человек предполагает, а Бог располагает). Некоторые слова изменили свою семантику (воскресение, братия), многие приобрели в современном русском языке отрицательную окраску (вертеп).

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

ТЕМА 10. НАУЧНЫЙ СТИЛЬ

Цель – познакомиться со спецификой научного стиля, научиться определять основные стилевые и языковые особенности научных текстов.

КОНСПЕКТ следующего материала к занятию (основные понятия выделены в тексте):

Научный стиль – один из важнейших функциональных стилей литературного языка, относящийся к письменно-книжному типу речи и обслуживающий сферу науки и производства. Цель текста научного стиля может заключаться в передаче объективной информации о природе, человеке и обществе, доказательстве ее новизны, истинности или ценности.

Основные стилевые черты научного стиля:

– **объективность**, которая проявляется в изложении разных точек зрения на рассматриваемую проблемы, в отсутствии субъективных оценок при передаче содержания, в безличности языкового выражения, в сосредоточенности на предмете высказывания;

– **логичность**, которая проявляется в последовательности и непротиворечивости изложения научной теории и создается с помощью особых синтаксических конструкций (сложные предложения с придаточными причины, условия, следствия; предложения с вводными словами *во-первых*, *во-вторых*, *наконец*, *итак*, *следовательно* и др.);

– **доказательность**, которая проявляется в цепочке рассуждений, аргументации определенных положений и гипотез;

– **точность**, которая достигается благодаря использованию терминов (т. е. слов и словосочетаний, обозначающих понятия особой области знания или деятельности), однозначных слов; четким оформлением синтаксических связей;

– **обобщенность** и **отвлеченность**, которые проявляются в отборе слов (преобладание имен существительных над глаголом, общенаучные слова, имена существительные с абстрактным значением, конкретные существительные в обобщенном значении), в употреблении грамматических форм (глаголы настоящего времени во «вневременном» значении, возвратные и безличные глаголы, преобладание форм 3-го лица, форм несовершенного вида), в использовании синтаксических конструкций (неопределенно-личные предложения, страдательные обороты), в существовании авторского «мы», характерного только для научного стиля;

– **насыщенность фактической информацией**;

– **отсутствие выражения эмоций** (отсутствуют разговорные элементы, эмоционально-экспрессивная лексика, неполные конструкции и т. п.).

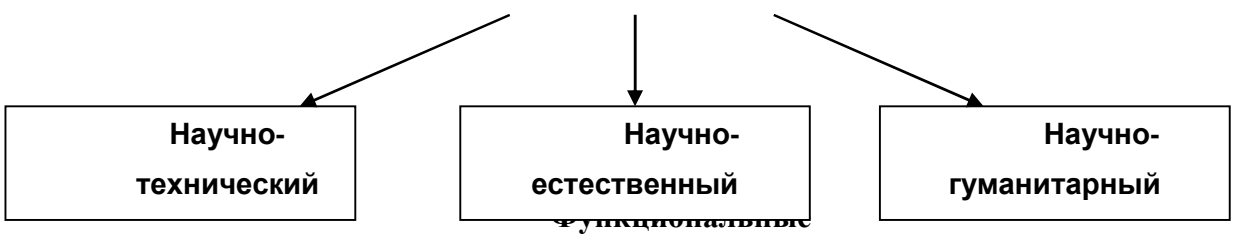
Основные языковые особенности научного стиля:

Языковые особенности	Примеры
Лексические	
1) термины	*обогащение полезных ископаемых, месторождение, осадочные породы, смешанослойный минерал, рудное тело* и др.
2) общенаучная лексика	*закон, теория, аспект, носитель, конструкция* и др.
3) книжная лексика абстрактного значения	*применение, явление, замедление, обязательство, подготовка* и др.
Морфологические	
1) частотность существительных	(Примерно 40 % существительных на единицу текста)
2) частотность форм родительного	*попадание в водоемы масло-*

падежа существительных	*смазывающих продуктов* (род. п.) *отдельных узлов* (род. п.) *механического оборудования* (род. п.) *гидротехнических сооружений* (род. п.) и т. п.
3) широкое использование существительных среднего рода	*отношение, употребление, дело, доказательство, заполнение* и др.
4) преобладание глаголов несовершенного вида настоящего времени	*равняется, оказывается, возрастает, наблюдается, составляет* и др.
5) полузнаменательные глаголы-связки	*есть, быть, являться*
6) употребление причастий и деепричастий	*подчеркнутый, обрабатываемый, соответствующий; замечая, решая, сменив* и др.
Синтаксические	
1) вводные слова и конструкции	*вероятно, возможно, таким образом; по словам ученых, по мнению большинства исследователей* и др.
2) бессубъектные конструкции	*карьер был разработан; оборудование было закуплено; проект был одобрен* и др.
3) безличные предложения	*необходимо отметить; следует подчеркнуть; можно сделать ряд выводов* и др.
4) обобщенно-личные предложения	*подчеркнем следующие положения; выделим важные особенности; отметим ряд недостатков* и др.
5) цепочки однородных членов	*Хорошие каталоги Интернета обеспечивают разнообразный дополнительный сервис: поиск по ключевым словам в базе данных, списки последних поступлений, списки наиболее интересных из них, выдачу случайной ссылки, автоматическое оповещение по электронной почте о свежих поступлениях.*
6) многокомпонентные сложные предложения с союзной связью	*Если эксперимент оправдывает надежды, то гипотеза детализируется и конкретизируется, а затем ставится новый эксперимент.*

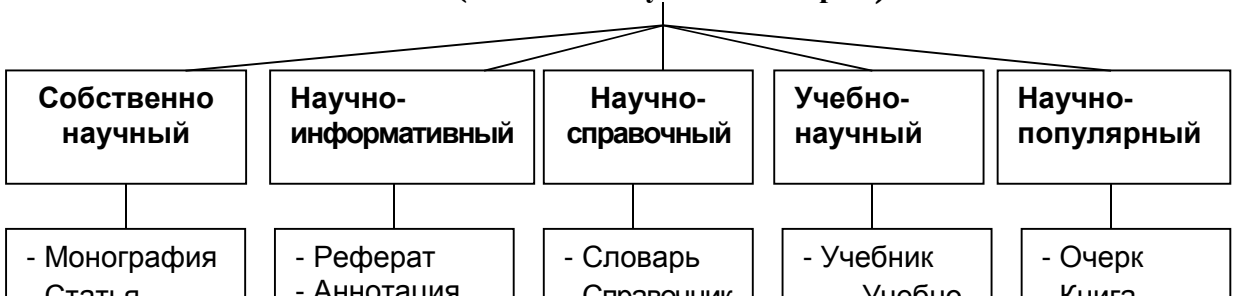
Подстили научной речи:

Тематические



Функциональные

(с соответствующим жанром)



Задание 1. *Проанализируйте текст по следующей схеме:*

1. *Охарактеризуйте текст по стилеобразующим факторам научного стиля.*

2. *Докажите принадлежность текста к научному стилю с опорой на основные стилевые черты.*

3. *Определите отнесенность текста к тематическому и функциональному подстилю научного стиля.*

4. *Составьте план текста и сформулируйте главную мысль.*

5. *Выделите в тексте языковые особенности научного стиля.*

Вариант 1: ПРИКЛАДНАЯ ГЕОЛОГИЯ[7]

В геологии существует более ста различных специальностей и специализаций. Одни из них тесно связаны с химией (геохимическое направление), другие – с физикой (геофизическое направление), третьи – с биологией (палеонтологическое и палеобиологическое направления), четвертые – с математикой и кибернетикой (компьютерное моделирование геологических процессов), пятые – с астрономией и астрофизикой (космическая геология) и т. д.

В недрах Земли находятся залежи полезных ископаемых, вопросами поиска и разведки которых занимается геология. На земной поверхности протекают разнообразные геологические процессы, люди возводят здания и различные инженерные сооружения, строят транспортные магистрали. Задачей геологов является обеспечение их устойчивости и безопасного функционирования. Правильное решение этих двух основных практических задач немыслимо без глубокого знания общих закономерностей строения и развития отдельных геосфер. Раскрытие данных закономерностей и познание лежащих в их основе причин невозможны без изучения всей Земли, так как наша планета представляет собой единую природную среду и развивается так же, как и все планеты Солнечной системы.

Знание происхождения и эволюции Земли, условий образования и развития земной коры, ее строения и состава во взаимодействии с внешними оболочками – водной (гидросферой) и воздушной (атмосферой), а также с внутренними оболочками – земным ядром и мантией – составляет необходимое звено мировоззрения. Оно позволяет понять, как осуществляется постепенный переход от неживого неорганического мира к органическому, как эволюционируют живые существа и вместе с ними изменяются геологические процессы.

Велико и познавательно значение геологии как науки о Земле, ее строении, происхождении и развитии. Она затрагивает проблемы происхождения и эволюции жизни и природных условий. Геология всегда стояла в центре ожесточенной борьбы научных воззрений и научных школ против религиозных предрассудков.

---

[7] Геология: учебник для студ. высш. учеб. заведений / Н. В. Короновский, Н. А. Ясаманов. – 7-е изд., перераб. – М.: Издательский центр «Академия», 2011. С. 6-7.

Практическое значение геологии огромно и разнообразно. Весь арсенал современной науки и техники основан на использовании продуктов земных недр – нефти, угля, различных металлов, строительных материалов, подземных вод и др. Воды минеральных источников используют в лечебных и бальнеологических целях. Для поисков, разведки и извлечения разнообразного минерального сырья из земных недр требуется прежде всего разработка методов обнаружения залежей полезных ископаемых, которые необходимы для промышленности, сельского хозяйства и строительства.

Среди полезных ископаемых различают рудные, или металлические, из которых добывают различные металлы, и нерудные, или неметаллические. Из последних добывают удобрения, каменную соль, серу, строительные материалы, драгоценные (алмаз, рубин, сапфир, изумруд), полудрагоценные (аметист, циркон, топаз, цитрин, нефрит, малахит и др.) и поделочные камни (яшма, кварциты и др.), а также горючие полезные ископаемые (нефть, каменный и бурый уголь, горючие сланцы, газ). Подземные воды (пресные и минеральные) также являются полезными ископаемыми. Поисками залежей подземных вод и практическим их использованием занимается специальная отрасль геологии – гидрогеология. В особые научные дисциплины выделились геология рудных и геология нерудных месторождений, геология горючих полезных ископаемых. Без знания геологического строения территории не обходится ни одно строительство промышленных и гражданских зданий, транспортных магистралей, трубопроводов и средств связи. Эта особая отрасль геологии именуется инженерной геологией. Работами, проводимыми в районах развития многолетней мерзлоты, занимается такая наука, как мерзлотоведение.

Все перечисленные специальные научные дисциплины образуют самостоятельный раздел геологии, который называется *практической*, или *прикладной*, геологией.

ВАРИАНТ 2: ГЕОЛОГИЯ И РАЗВЕДКА МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ[8]

Современная мировая экономика характеризуется неуклонным ростом потребления минерального сырья, расширением круга используемых в промышленности элементов, вовлечением в производство новых типов месторождений полезных ископаемых. Укрепление и совершенствование минерально-сырьевой базы России – основная задача геологической службы.

Обеспечение ресурсами и запасами не только действующих отраслей горнодобывающей промышленности, но и ее перспективных направлений требует оперативного решения проблемы освоения новых видов полезных ископаемых. Успешное осуществление геолого-разведочных работ возможно лишь при условии постоянного совершенствования теории и методов поисков и разведок месторождений полезных ископаемых. Результативность геолого-разведочной отрасли определяется уровнем научных и методических разработок, степенью использования современных поисково-разведочных средств.

Научные основы поисков и разведок месторождений полезных ископаемых созданы трудами нескольких поколений отечественных геологов, среди которых в первую очередь необходимо назвать Г. Д. Ажгирея, Я. Н. Белевцева, А. Г. Бетехтина, Ю. А. Билибина,

---

[8] Геология и разведка месторождений полезных ископаемых: учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / [В. В. Авдонин, В. В. Мосейкин, Г. В. Ручкин и др.]; под ред. В. В. Авдонина. – М.: Издательский центр «Академия», 2011. С. 5-6.

П. П. Бурова, А. Б. Каждана, В. М. Крейтера, В. А. Обручева, А. П. Прокофьева, В. И. Смирнова, С. С. Смирнова, А. А. Якжина и др.

Многими ведущими учеными были написаны замечательные учебники и методические руководства по поискам и разведкам месторождений, не утратившие своего значения до настоящего времени. Тем не менее в последние годы произошли существенные изменения в самой структуре минерально-сырьевой базы, оценке перспектив использования природных ресурсов и методов их вовлечения в промышленное использование.

В геолого-разведочной отрасли можно отметить несколько областей, в которых наблюдаются наиболее значимые изменения.

Во-первых, это касается совершенствования теории и методики поисковых работ. Во-вторых, широкое внедрение компьютерных технологий во все направления геолого-разведочного процесса качественно изменило методику подсчета запасов и оценки месторождений на всех стадиях их освоения.

Существенные изменения происходят и в методике добычных работ, в особенности в связи с требованиями экологической безопасности.

Наконец, необходимо учитывать еще одно важное обстоятельство. Наряду с неуклонно возрастающей потребностью в различных видах минерального сырья отчетливо проявляется тенденция истощения минерально-сырьевой базы, снижения открываемости новых месторождений, вовлечения в промышленное производство неблагоприятных по геологической позиции месторождений и руд более низкого качества. Эти причины стимулируют повышенный интерес к минерально-сырьевому потенциалу Мирового океана. Вследствие интенсификации научно-исследовательских и поисково-разведочных работ в океане в последние годы сложилась качественно новая ситуация – возникла необходимость решения проблем освоения минерально-сырьевых ресурсов океана в практической плоскости, что ознаменовалось интенсивными усилиями по разработке теоретических основ, методики и технических средств морских геолого-разведочных работ.

Авторский коллектив настоящего учебника постарался отразить в нем все важнейшие достижения, касающиеся поисков, разведки и эксплуатации месторождений и характеризующие современное состояние геолого-разведочной отрасли.

Вариант 3: ОСНОВЫ ГОРНОГО ДЕЛА[9]

Полезные ископаемые, располагающиеся в земной коре в пределах территории страны, образуют ее минерально-сырьевую базу. Эти природные ресурсы называют богатством недр государства.

Добычу полезных ископаемых обеспечивают горно-добывающие отрасли промышленности, перспективы развития которых зависят прежде всего от состояния природных ресурсов. Их освоение играет важнейшую роль в развитии экономики России.

В нашей стране выявлены в промышленных концентрациях все виды минерального сырья, используемого в мировой практике.

Оценка прогнозных ресурсов, которую сегодня осуществляют в основном до глубины освоенных промышленностью недр, составляющей для твердых полезных ископаемых около 1 км, свидетельствует о том, что в России в обозримом будущем исчерпания минеральных

[9] Городниченко В. И., Дмитриев А. П. Основы горного дела: учебник для вузов. М.: Издательство «Горная Книга», Издательство московского государственного горного университета, 2008. С. 7-8.

ресурсов не предвидится, тем более что результаты исследований сверхглубоких скважин подтверждают наличие промышленных концентраций полезных компонентов на глубинах до 10 км.

По данным Министерства природных ресурсов России, в нашей стране 60–70 % запасов важнейших видов полезных ископаемых сосредоточено в ограниченном числе крупных месторождений. В настоящее время сохраняют свое значение освоенные крупные месторождения полезных ископаемых и имеют большие перспективы развития месторождения в регионах Сибири, Дальнего Востока и Севера.

В Сибири находится около 84 % разведанных запасов угля России (категории А, В, Сi), из них бурых и каменных углей примерно поровну. В этих запасах сосредоточено до 90 % коксующихся углей России и около 85 % особо ценных для коксования углей марок ГЖ, Ж, КЖ, К, ОС.

В настоящее время в Сибири, включая республику Саха, добывается около 70 % углей России. Как считают эксперты, этот показатель будет возрастать в связи с сокращением добычи угля в европейской части страны, а также на Урале и Дальнем Востоке. Можно предположить, что основная роль в обеспечении потребностей страны в углях в будущем будет принадлежать Кузбассу.

Повышение эффективности производства имеет особое значение для горно-добывающих отраслей промышленности, которые обеспечивают топливом, минеральным сырьем и материалами многие отрасли экономики страны: черную и цветную металлургию, энергетику, химическую, строительных материалов, сельское хозяйство и др.

Результаты работы горных предприятий в значительной степени определяют уровень эффективности производства во всех других отраслях, потребляющих их продукцию.

Так, в общих затратах на производство цветных металлов затраты на добычу руды составляют более 50 %. В затратах на производство электроэнергии 60–70 % составляют затраты на топливо.

Повышение эффективности горного производства должно осуществляться путем его технического перевооружения, обеспечивающего снижение затрат на производство продукции, повышение качества продукции, экономное и рациональное использование трудовых и материальных ресурсов, комплексное освоение богатства земных недр.

Задание 2. *Отредактируйте предложения таким образом, чтобы они соответствовали научному стилю, запишите исправленный вариант. Определите, с чем связаны допущенные ошибки.*

1. В своей курсовой работе я хотел бы ответить на очень актуальные в наше нелегкое время вопросы. **2.** Авторы этих статей абсолютно неправильно думают, что только их точка зрения имеет право на существование. **3.** Выводы оказались неожиданными, на первый взгляд просто сумасшедшими. **4.** Однако вначале необходимо разобраться, есть ли угроза энергетического голода. **5.** Мне кажется, что первый способ решения проблемы более целесообразный. **6.** Стоит представить, а какой будет польза от этого изобретения. **7.** Компьютерный вирус – это сильный паразит! **8.** Современное состояние экономики, энергетики и экологии выдвигает необходимость проведения интердисциплинарных исследований. **9.** Это приводит к необходимости изыскания и выделения огромных усилий общества, чтобы противостоять результатам экологически опасных действий. **10.** В настоящее время сетевые технологии претерпевают бурное развитие. **11.** Свобода в современной России – это не столько свобода сотрудничества и доброжелательного диалога,

как своевольное навязывание своего понимания свободы ради сокрушения чужой. **12.** Математическая модель включала в себя систему уравнений, описывающая течение газа около криволинейной поверхности. **13.** Земля должна рассматриваться как некая квазизамкнутая система, ресурс жизнеобеспечения которой большой, но ограничен. **14.** Изучение новых материалов дает свои плоды. **15.** Используя метод аналогий, на кафедре систем управления разработан комплекс программных средств для изучения систем путем их моделирования.

ТЕМА 11. ОФИЦИАЛЬНО-ДЕЛОВОЙ СТИЛЬ

Цель – познакомиться со спецификой официально-делового стиля, научиться определять основные стилевые и языковые особенности документов, их жанр, видеть реквизиты.

КОНСПЕКТ следующего материала к занятию (основные понятия выделены в тексте):

Официально-деловой стиль – это стиль, который обслуживает правовую и административно-общественную сферы деятельности. Он используется при написании документов, деловых бумаг и писем в государственных учреждениях, суде, а также в разных видах делового устного общения.

Среди книжных стилей официально-деловой стиль выделяется относительной устойчивостью и замкнутостью. С течением времени он, естественно, подвергается некоторым изменениям, но многие его черты: исторически сложившиеся жанры, специфическая лексика, морфология, синтаксические обороты – придают ему в целом консервативный характер.

Основные стилевые черты официально-делового стиля:

– **объективный**, **абстрагированный (неличный) характер изложения**, который проявляется в отсутствии субъективных оценок при передаче содержания, в безличности языкового выражения (отсутствуют местоименные и глагольные формы 2-го лица, ограничены – 1-го лица);

– **точность и детальность изложения**, которые не допускают каких-либо разночтений; быстрота понимания не является важной, так как заинтересованный человек в случае необходимости прочитает документ несколько раз, стремясь к полному пониманию;

– **стандартизированность**, **стереотипность изложения**, которая проявляется в том, что разнородные явления жизни в официально-деловом стиле укладываются в ограниченное количество стандартных форм (*анкета*, *справка*, *инструкция*, *заявление*, *деловое письмо* и т. д.);

– **долженствующе-предписующий характер изложения**, т. е. **волюнтативность** (выражение воли), которая в текстах выражается семантически (подбором слов) и грамматически (формы первого лица глагола – *предлагаю*, *приказываю*, *поздравляю*; формами долженствования – *надлежит*, *необходимо*, *следует*, *предлагается*);

– **отсутствие выражения эмоций и оценок** (не употребляются эмоционально-экспрессивные средства).

Эти черты находят свое выражение 1) в отборе языковых средств (лексических, морфологических и синтаксических); 2) в оформлении деловых документов.

Основные языковые особенности официально-делового стиля:

Языковые особенности	Примеры
Лексические	
1) языковые штампы (канцеляризмы, клише)	*ставить вопрос, на основании решения, по собственному желанию, по семейным обстоятельствам, входящие-исходящие документы, контроль за исполнением возложить, по истечении срока* и др.
2) профессиональная терминология	*недоимка, алиби, черный нал, теневой бизнес, жилищный найм, прокурорский надзор, единовременное пособие* и др.
3) архаизмы	*оным удостоверяю, сей документ, в надлежащем виде, во избежание* и др.
4) тяготение к использованию родовых понятий с широкой и бедной семантикой	*прибыть* (вместо *приехать, прилететь, прийти* и т. д.), *транспортное средство* (вместо *автобус, самолет, «Волга»* и т. д.), *населенный пункт* (вместо *деревня, город, село* и т. д.), *помещение (вместо: квартира, цех, ангар, вестибюль, кров, обитель, апартаменты и т. д.)*
Морфологические	
1) существительные-названия людей по признаку, обусловленному действием	*налогоплательщик, ответчик, арендатор, свидетель* и др.
2) существительные, обозначающие должности и звания в форме мужского рода	*сержант полиции Ушакова, инспектор Неверова, ответчик Прошина* и др.
3) отглагольные существительные с частицей *не-*	*нелишение, неявка, несоблюдение, непризнание* и др.
4) производные предлоги	*в связи, в течение, за счет, в силу, по мере, в отношении, на основании* и др.
5) инфинитивные конструкции	*провести осмотр, оказать помощь, доказать невиновность* и др.
6) глаголы настоящего времени в значении обычно производимого действия	*обвиняемому обеспечивается право на защиту, за неуплату взимается штраф* и др.
7) сложные слова, образованные от двух и более основ	*бракосочетание, правонарушение, налогообложение, землепользование, пассажироперевозки, дачевладелец, нетрудоспособность, работодатель, квартиросъемщик, материально-технический, осенне-зимний, ремонтно-эксплуатационный, вышеуказанный, нижепоименованный* и др.

8) нанизывание существительных с суффиксом *-ние*	*Приготовлением к преступлению признается приискание и приспособление средств или орудий или умышленное создание условий для совершения преступлений....*
9) гигантский пласт официальных наименований номенклатуре учреждений, профессий, должностей и т. п.	*Российское акционерное общество «Единая энергетическая система России», Открытое акционерное общество «Нефтяная компания «Лукойл», Всероссийский научно-исследовательский институт документоведения и архивного дела, главный научный сотрудник, заместитель командира полка по инженерной службе, главный специалист сектора делопроизводства компании, председатель Военной коллегии Верховного Суда Российской Федерации, депутат Государственной Думы РФ и др.*
10) широкое использование аббревиатур	*РФ, МИД, МЧС, ФСБ, РЖД, Сбербанк, МОК, СМИ, РПЦ, УГГУ, ЕГЭ, ОСАГО, ТРЦ, ТК, УФМС, МОУ, ФГБОУ, ГТО, ГОСТ, ФГОС, КамАЗ, Роспечать и др.*
11) употребление цепочки имен существительных в родительном падеже	*Для применения (род. п.) мер (род. п.) общественного воздействия (род. п.); в целях широкой гласности (род. п.) работы (род. п.) Министерства (род. п.) высшего образования (род. п.); результаты деятельности (род. п.) органов (род. п.) налоговой полиции (род. п.)* и др.
Синтаксические	
1) употребление простых предложений с однородными членами, причем ряды этих однородных членов могут быть весьма распространенными (до 8–10)	*Объектами общей собственности крестьянского хозяйства является имущество: земельный участок, насаждения, хозяйственные или иные постройки, мелиоративные и другие сооружения, продуктивный и рабочий скот, птица, сельскохозяйственная и иная техника, оборудование, транспортные средства, инвентарь и другое имущество* и др.
2) наличие пассивных конструкций	*платежи вносятся в указанное время, сроки выплат установлены на год* и др.
3) преобладание сложных предложений, в особенности сложноподчиненных, с придаточными	*При наличии спора о размерах причитающихся уволенному работнику сумм администрация обязана уплатить указанное*

условия	*в настоящей статье возмещение в том случае, если спор решен в пользу работника.*

Документ – зафиксированная на материальном носителе информация с реквизитами, позволяющими её идентифицировать.

Форма документа (схема, отражающая семантико-информативную структуру текста) предоставляет в распоряжение его составителя определенный набор **реквизитов** (необходимые элементы оформления документа) и определенную их **композицию** (последовательность и порядок их размещения в тексте). Состав реквизитов, требования к реквизитам и бланкам документов устанавливаются ГОСТом. В настоящее время это ГОСТ Р 6.30-2003 «Унифицированные системы документации. Унифицированная система организационно-распорядительной документации. Требования к оформлению документов».

	Состав реквизитов документа
1.	Государственный герб Российской Федерации
2.	Герб субъекта Российской Федерации
3.	Эмблема организации или товарный знак
4.	Код организации
5.	Основной государственный регистрационный номер юридического лица (ОГРН)
6.	Идентификационный номер налогоплательщика / код причины постановки на учет (ИНН / КПП)
7.	Код формы документа
8.	Наименование организации
9.	Справочные данные об организации
10.	Наименование вида документа (жанр документа)
11.	Дата составления документа
12.	Регистрационный номер документа
13.	Ссылка на регистрационный номер или дату документа
14.	Место составления или издания документа
15.	Адресат
16.	Гриф утверждения документа
17.	Резолюция
18.	Заголовок к тексту
19.	Отметка о контроле
20.	Текст документа
21.	Отметка о наличии приложения
22.	Подпись
23.	Гриф согласования документа
24.	Визы согласования документа
25.	Оттиск печати
26.	Отметка о заверении копии
27.	Отметка об исполнителе
28.	Отметка об исполнении документа и направлении его в дело
29.	Отметка о поступлении документа в организацию

30.	Идентификатор электронной копии документа

Состав реквизитов конкретного документа определяется его видом и назначением. К наиболее частотным реквизитам можно отнести: **адресата**, **адресанта**, **название жанра документа**, **основной текст документа**, **список приложений**, **дату** и **подпись**. Логическому делению текста способствует его рубрикация, деление на части с помощью внутренних заголовков, подзаголовков, нумерация или графически единообразное выделение всех однотипных частей.

Способы классификации документов:

1. ***По месту составления***: *внутренние* и *внешние* документы. **Внутренний** документ создаётся в рамках одной организации, где работают и составитель, и адресат текста (*приказы администрации предприятия, служебные записки, должностные инструкции* и др). **Внешние** документы предназначаются адресатам, работающим на других предприятиях (*все виды деловых писем, приказы и распоряжения вышестоящих организаций* и др.).

2. ***По содержанию***: *простые* и *сложные*. **Простые** документы посвящены решению одного вопроса (*заявление, объяснительная записка* и другие виды личной документации), **сложные** – двух и более (*приказы, письма, инструкции*).

3. ***По форме***: *индивидуальные* и *типовые*. **Индивидуальные** документы предполагают некоторую самостоятельность текста и элементы творческого подхода, что не исключает их стандартизованности (*отдельные виды писем, служебных и докладных записок*). **Типовые** документы строятся на базе заранее заданного текста путём видоизменения его отдельных элементов; чаще всего эти документы одинаковы для групп однородных предприятий (*штатное расписание, положение о персонале* и др.). Если в типовом документе постоянные элементы отпечатаны типографским способом, а для переменных предусмотрены пробелы, которые заполняются при его составлении, то такой документ называют **трафаретным** (*анкеты, некоторые виды справок, трудовые договоры*).

4. ***По срокам исполнения***: *срочные* и *бессрочные*. В **срочных** документах содержится указание на выполнение некоторых действий в ограниченный временной период (*распоряжения, указания* и др.). Действие **бессрочных** документов не ограничено временными рамками (*указы, законы, некоторые виды инструкций*).

5. ***По происхождению***: *служебные* и *личные*. **Служебные** документы направлены на реализацию интересов организации (*приказы, деловые письма, контракты*). **Личные** документы, как правило, отражают взаимодействие отдельного физического лица с официальными органами или другими лицами (*заявление, доверенность, расписка, объяснительная записка* и др.).

6. ***По виду оформления***: *подлинник* (подписанный и надлежащим образом оформленный экземпляр документа, составленный в первый раз), *копия* (абсолютно точно воспроизводит подлинник, но имеет ограниченную юридическую силу, за исключением нотариально заверенных.), *дубликат* (копия, имеющая одинаковую силу с подлинником, выдающаяся в случае его утери) и *выписки* (воспроизведение только одной из частей подлинника).

7. ***По функции***: **организационные** документы, направленные на регламентацию деятельности организации или предприятия (*устав, положение, штатное расписание, положение о персонале, должностную инструкцию*), **распорядительные** документы,

содержащие конкретные распоряжения (*приказы*, *распоряжения*, *указания*, *решения*)., **информационно-справочные** документы, документы **по персоналу предприятия** (*трудовой договор*, *личные карточки*, *учётные карточки*, *анкеты*), **письма**, **договоры**.

Задание 1. *Проанализируйте текст официально-делового стиля:*

1. *Укажите характеристику данного текста с точки зрения классификации документов.*

2. *Обозначьте реквизиты и композиционные элементы государственного документа.*

3. *Опишите стилевые и языковые особенности текста*[10].

Федеральный закон от 1 июня 2005 г. N 53-ФЗ
«О государственном языке Российской Федерации»

С изменениями и дополнениями от: 2 июля 2013 г., 5 мая 2014 г.

Принят Государственной Думой 20 мая 2005 года

Одобрен Советом Федерации 25 мая 2005 года

Настоящий Федеральный закон направлен на обеспечение использования государственного языка Российской Федерации на всей территории Российской Федерации, обеспечение права граждан Российской Федерации на пользование государственным языком Российской Федерации, защиту и развитие языковой культуры.

Статья 1. Русский язык как государственный язык Российской Федерации

1. В соответствии с Конституцией Российской Федерации государственным языком Российской Федерации на всей ее территории является русский язык.

2. Статус русского языка как государственного языка Российской Федерации предусматривает обязательность использования русского языка в сферах, определенных настоящим Федеральным законом, другими федеральными законами, Законом Российской Федерации от 25 октября 1991 года N 1807-I «О языках народов Российской Федерации» и иными нормативными правовыми актами Российской Федерации, его защиту и поддержку, а также обеспечение права граждан Российской Федерации на пользование государственным языком Российской Федерации.

3. Порядок утверждения норм современного русского литературного языка при его использовании в качестве государственного языка Российской Федерации, правил русской орфографии и пунктуации определяется Правительством Российской Федерации.

4. Государственный язык Российской Федерации является языком, способствующим взаимопониманию, укреплению межнациональных связей народов Российской Федерации в едином многонациональном государстве.

5. Защита и поддержка русского языка как государственного языка Российской Федерации способствуют приумножению и взаимообогащению духовной культуры народов Российской Федерации.

6. При использовании русского языка как государственного языка Российской Федерации не допускается использование слов и выражений, не соответствующих нормам современного русского литературного языка (в том числе нецензурной брани), за

[10] Возможна работа по вариантам: 1 вариант – анализ Статьи 1; 2 вариант – анализ Статьи 3; 3 вариант – анализ статьи 4.

исключением иностранных слов, не имеющих общеупотребительных аналогов в русском языке.

7. Обязательность использования государственного языка Российской Федерации не должна толковаться как отрицание или умаление права на пользование государственными языками республик, находящихся в составе Российской Федерации, и языками народов Российской Федерации.

<…>

Статья 3. Сферы использования государственного языка Российской Федерации

1. Государственный язык Российской Федерации подлежит обязательному использованию:

1) в деятельности федеральных органов государственной власти, органов государственной власти субъектов Российской Федерации, иных государственных органов, органов местного самоуправления, организаций всех форм собственности, в том числе в деятельности по ведению делопроизводства;

2) в наименованиях федеральных органов государственной власти, органов государственной власти субъектов Российской Федерации, иных государственных органов, органов местного самоуправления, организаций всех форм собственности;

3) при подготовке и проведении выборов и референдумов;

4) в конституционном, гражданском, уголовном, административном судопроизводстве, судопроизводстве в арбитражных судах, делопроизводстве в федеральных судах, судопроизводстве и делопроизводстве у мировых судей и в других судах субъектов Российской Федерации;

5) при официальном опубликовании международных договоров Российской Федерации, а также законов и иных нормативных правовых актов;

6) во взаимоотношениях федеральных органов государственной власти, органов государственной власти субъектов Российской Федерации, иных государственных органов, органов местного самоуправления, организаций всех форм собственности и граждан Российской Федерации, иностранных граждан, лиц без гражданства, общественных объединений;

7) при написании наименований географических объектов, нанесении надписей на дорожные знаки;

8) при оформлении документов, удостоверяющих личность гражданина Российской Федерации, за исключением случаев, предусмотренных законодательством Российской Федерации, изготовлении бланков свидетельств о государственной регистрации актов гражданского состояния, оформлении документов об образовании и (или) о квалификации установленного в соответствии с Федеральным законом от 29 декабря 2012 года N 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» образца, а также других документов, оформление которых в соответствии с законодательством Российской Федерации осуществляется на государственном языке Российской Федерации, при оформлении адресов отправителей и получателей телеграмм и почтовых отправлений, пересылаемых в пределах Российской Федерации, почтовых переводов денежных средств;

9) в продукции средств массовой информации;

9.1) при показах фильмов в кинозалах;

9.2) при публичных исполнениях произведений литературы, искусства, народного творчества посредством проведения театрально-зрелищных, культурно-просветительных, зрелищно-развлекательных мероприятий;

10) в рекламе;

11) в иных определенных федеральными законами сферах.

1.1. В сферах, указанных в пунктах 9, 9.1, 9.2 и 10 части 1 настоящей статьи, и в иных предусмотренных федеральными законами случаях наряду с государственным языком Российской Федерации могут использоваться государственные языки республик, находящихся в составе Российской Федерации, другие языки народов Российской Федерации, а в случаях, предусмотренных законодательством Российской Федерации, также иностранные языки.

<…>

Статья 4. Защита и поддержка государственного языка Российской Федерации

В целях защиты и поддержки государственного языка Российской Федерации федеральные органы государственной власти в пределах своей компетенции:

1) обеспечивают функционирование государственного языка Российской Федерации на всей территории Российской Федерации;

2) разрабатывают и принимают федеральные законы и иные нормативные правовые акты Российской Федерации, разрабатывают и реализуют направленные на защиту и поддержку государственного языка Российской Федерации соответствующие федеральные целевые программы;

3) принимают меры, направленные на обеспечение права граждан Российской Федерации на пользование государственным языком Российской Федерации;

4) принимают меры по совершенствованию системы образования и системы подготовки специалистов в области русского языка и преподавателей русского языка как иностранного языка, а также осуществляют подготовку научно-педагогических кадров для образовательных организаций с обучением на русском языке за пределами Российской Федерации;

5) содействуют изучению русского языка за пределами Российской Федерации;

6) осуществляют государственную поддержку издания словарей и грамматик русского языка;

7) осуществляют контроль за соблюдением законодательства Российской Федерации о государственном языке Российской Федерации, в том числе за использованием слов и выражений, не соответствующих нормам современного русского литературного языка, путем организации проведения независимой экспертизы;

8) принимают иные меры по защите и поддержке государственного языка Российской Федерации.

<…>

Президент Российской Федерации В. Путин

Задание 2. *Проанализируйте следующий текст*[11]*:*

1. *Обозначьте реквизиты и структурно-содержательные элементы документа.*

2. *Опишите стилевые и языковые особенности.*

3. *Имеются ли в тексте документа средства, не соответствующие требованиям официально-делового стиля? Докажите свою точку зрения.*

[11] Текст Регламента приводится без изменений и исправлений.

УТВЕРЖДАЮ:
Ректор УГГУ, профессор
_____ Н.П. Косарев

РЕГЛАМЕНТ
ношения форменной одежды преподавателями,
сотрудниками и студентами УГГУ

1. Общие положения

Форменная одежда УГГУ – важнейший наряду с флагом и гербом символ корпоративной чести и достоинства, принадлежности преподавателей, сотрудников и студентов к высшему учебному заведению – Уральскому государственному горному университету.

Ношение форменной одежды в установленных случаях является почетным правом и обязанностью (моральным долгом) всех преподавателей, сотрудников и студентов УГГУ, облегченных этим доверием. По решению ректора почетное право ношения форменной одежды предоставляется заслуженным выпускникам.

Отказ от форменной одежды рассматривается как пренебрежение горняцким единством и неуважение к корпоративной символике Уральского государственного горного университета.

2. Руководящий состав университета: члены Ученого совета, включая ректорат, деканов, заведующих кафедрами, представителей студенческого, ветеранского и профсоюзного актива, а также руководителя управления отделов и служб, не входящие в Ученый совет, обязаны носить форму в следующих случаях:

- на всех рабочих совещаниях, проводимых ректором, первым проректором и проректором по научной работе;
- на заседаниях Ученого совета и Президиума Ученого совета университета, ученых советах факультетов;
- на торжественных собраниях сотрудников и студентов, митингах, конференциях, проводимых по планам ректората и деканатов;
- при участии в совещаниях, конференциях, торжественных собраниях и других официальных мероприятиях, проводимых органами власти, а также политическими, общественными и научными организациями.

3. Преподаватели университета, имеющие форму, обязаны быть в форменной одежде в следующих случаях:

- во время лекционных занятий;
- при участии в собраниях студентов, преподавателей, конференциях и митингах;
- при посещениях ректората и деканатов.

4. Сотрудники из числа административно-управленческого персонала (помощники ректора, проректоров, референты, секретари) обязаны быть в форменной одежде в следующих случаях:

- при нахождении на рабочем месте в дни проведения крупных общеуниверситетских мероприятий, при приеме делегаций, гостей и в иных случаях по распоряжению ректора;
- при участии, в том числе при орг. техническом обеспечении заседании Ученого совета и ректорских совещаний;

– при сопровождении ректора, проректоров во время официальных мероприятий вне университета.

5. Студенты – представители студенческого актива, имеющие форму, обязаны быть в форменной одежде:

– при посещении ректората, деканатов;
– на всех официальных мероприятиях, проводимых в университете;
– при участии в официальных мероприятиях, проводимых вне стен университета органами власти, политическими, общественными, научными и образовательными учреждениями.

6. По собственной инициативе студенты, сотрудники и преподаватели университета могут находиться в форменной одежде во всех случаях, если это не наносит ущерба почетному статусу формы и ее функциональному назначению.

Ученый секретарь совета, профессор О. В. Ошкордин
28.09.2005 г.

Задание 3. *Проанализируйте текст[12] с точки зрения использованных языковых средств, характерных для официально-делового стиля. Опишите средства, с помощью которых в тексте реализуется такая стилевая черта, как волюнтативность.*

Есть ли в Правилах отступления от требований официально-делового стиля? Подтвердите свою точку зрения, опираясь на текст документа.

Правила внутреннего распорядка обучающихся
в ФГБОУ ВПО «Уральский государственный горный университет»

Дата введения 01 сентября 2014 года

<…>

5. Основные права и обязанности обучающихся

5.1 Права обучающихся

Обучающиеся в университете имеют право:

– получать образование в соответствии с ГОС и ФГОС (в т. ч. актуализированными ФГОС) обучаться в пределах этих стандартов по индивидуальным учебным планам, ускоренным курсам обучения;

– бесплатно пользоваться библиотечно-информационными ресурсами, получать дополнительные (в том числе платные) образовательные услуги;

– участвовать в управлении университетом;

– свободно выражать собственные мнения и убеждения;

[12] Текст Правил внутреннего распорядка приводится без изменений и исправлений.

– выбирать факультативные (необязательные для данного направления подготовки (специальности) и элективные (избираемые в обязательном порядке) курсы, предлагаемые факультетом и кафедрой;

– участвовать в формировании содержания своего образования при условии соблюдения требований ГОС и ФГОС (в т. ч. актуализированными ФГОС) среднего профессионального и высшего образования; указанное право может быть ограничено условиями договора, заключенного между студентом и физическим или юридическим лицом, оказывающим ему содействие в получении образования и последующем трудоустройстве;

– осваивать помимо учебных дисциплин по избранным направлениям подготовки (специальностям) любые другие учебные дисциплины, преподаваемые в университете, в порядке, предусмотренном Уставом, а также преподаваемые в других высших учебных заведениях (по согласованию между их руководителями);

– определять по согласованию с деканатом и кафедрами набор дисциплин по специальности в пределах, установленных учебным планом, а также посещать дополнительно любые виды учебных занятий, проводимых в университете;

– ставить перед деканом и ректором, руководителем территориально обособленного учебного подразделения вопрос о замене преподавателей, не обеспечивающих должное качество учебного материала, нарушающих расписание занятий, иные правила организации учебно-воспитательного процесса;

– участвовать в обсуждении и решении важнейших вопросов деятельности университета и его обособленных структурных подразделений, в том числе через общественные организации и органы управления;

– бесплатно пользоваться услугами учебных, научных, лечебных и других подразделений университета в порядке, установленном Уставом;

– принимать участие во всех видах научно-исследовательских работ, конференциях, симпозиумах;

– совмещать учебу с профессиональной деятельностью и иной работой;

– представлять свои работы для публикации, в том числе в изданиях университета;

– обжаловать приказы и распоряжения администрации высшего учебного заведения в установленном законодательством РФ порядке;

– переходить с платного договорного обучения на бесплатное обучение в порядке, предусмотренном Уставом университета;

– получать от университета информацию о положении дел в сфере занятости населения и возможностях трудоустройства по специальности в соответствии с заключенными договорами и законодательством о занятости выпускников образовательных учреждений.

Обучающиеся в университете по заочной форме, выполняющие учебный план, имеют право на дополнительный оплачиваемый и не оплачиваемый отпуск по месту работы, на сокращенную рабочую неделю и на другие льготы, которые предоставляются в порядке, устанавливаемом законодательством РФ (ст. 173-176 ТК РФ).

Обучающиеся в университете имеют право на свободное посещение мероприятий, не предусмотренных учебным планом.

Обучающиеся в университете имеют право на перевод в другое образовательное учреждение, реализующее образовательную программу соответствующего уровня, при согласии этого образовательного учреждения и успешном прохождении ими аттестации.

Обучающиеся в университете по очной форме обучения имеют право на получение отсрочки от призыва на военную службу в соответствии с Федеральным законом «О воинской обязанности и военной службе».

5.2 Обязанности обучающихся

Обучающиеся в университете обязаны:

– добросовестно посещать учебные занятия, глубоко овладевать теоретическими знаниями, практическими навыками и современными методами для работы по избранной специальности;

– выполнять в установленные сроки все виды заданий, предусмотренных соответствующими учебными планами и программами обучения;

– постоянно повышать общую культуру, нравственность и физическое совершенство;

– нетерпимо относиться к недостаткам в учебно-воспитательном процессе и быту;

– бережно и аккуратно относиться к учебным и иным помещениям, оборудованию, учебным пособиям, литературе, приборам, другому имуществу университета; без соответствующего разрешения студентам запрещается выносить предметы и оборудование из лабораторий, кабинетов, аудиторий, учебных, бытовых корпусов и других помещений;

– нести материальную ответственность за ущерб, причиненный имуществу университета в соответствии с нормами действующего законодательства;

– незамедлительно сообщать в администрацию университета о возникновении ситуации, представляющей угрозу жизни и здоровью людей, сохранности имущества университета;

– соблюдать требования Устава университета, настоящие Правила и Правила проживания в общежитиях;

– поддерживать деловую репутацию, честь и престиж университета.

Обучающиеся в территориально обособленном учебном подразделении университета (филиале) помимо указанных выше правомочий пользуются правами и исполняют обязанности, предусмотренные Положением о соответствующем структурном подразделении или договорами о профессиональной подготовке, включая договоры на индивидуальную подготовку специалиста.

При неявке на занятия по уважительным причинам обучающийся ставит об этом в известность декана факультета, руководителя (уполномоченного работника) иного учебного структурного подразделения и в первый день явки на учебу представляет данные о причине неявки и документы установленного образца (справки, письма, телеграммы и т. п.), содержащие сведения оправдательного характера.

5.3 Требования к ношению формы

Обучающиеся в университете должны быть дисциплинированными и опрятными, вести себя достойно в университете, на улице, в общественном месте и в быту. В соответствии с решением Ученого совета университета от 25.06.2004 года, обучающиеся обязаны носить форменную одежду в ниже перечисленных случаях:

– на всех совещаниях, проводимых ректором, проректорами и деканами факультетов;

– на торжественных собраниях коллектива, митингах и конференциях;

– при участии в совещаниях, конференциях, торжественных собраниях и иных официальных мероприятиях, проводимых органами власти, а также общественными и

научными организациями, на которых обучающиеся университета являются его представителями;

– при участии, в т. ч. организационно-техническом обеспечении заседаний Ученого совета университета и ректорских совещаний; при сопровождении ректора, проректоров во время официальных мероприятий вне университета.

– в иных случаях по распоряжению ректора.

По собственной инициативе обучающиеся университета могут находиться в форменной одежде в иных случаях, если это не наносит ущерба почетному статусу формы и её функциональному назначению.

Запрещается ношение предметов формы одежды измененных или неустановленных образцов, а также знаков различия, не предусмотренных Положением о форменной одежде.

<…>

ТЕМА 12. ОФОРМЛЕНИЕ ДЕЛОВЫХ БУМАГ

Цель – научиться оформлять основные жанры деловых бумаг.

КОНСПЕКТ следующего материала к занятию (требуется записать определение, основные реквизиты и образец):

Заявление – это документ, содержащий просьбу, предложение или жалобу какого-либо лица.

Заявление, как и большинство деловых бумаг, составляется в произвольной форме от руки или печатается на листе бумаги формата А4.

Основные реквизиты заявления:

1. Сведения об адресате (должность, фамилия, инициалы).

2. Сведения об адресате (должность, ФИО полностью, в некоторых случаях адрес или другая контактная информация).

3. Наименование жанра документа.

4. Основной текст заявления с точным изложением просьбы, предложения или жалобы.

5. Опись приложений к документу, если они имеются.

6. Дата.

7. Подпись.

Образец оформления заявления

Декану ФГиГ
проф. Талалаю А. Г.
от студента группы МПГ-16
Волкова Михаила Владимировича

Заявление

Прошу отпустить меня с занятий на 3 дня с 25 по 27 октября 2018 года в связи с участием в областных соревнованиях по футболу.

Копию справки-вызова прилагаю.

01.10.2018 г.

Доверенность – это документ, выдаваемый одним лицом (доверителем) другому лицу (доверенному) для представительства перед третьими лицами и дающий право доверенному лицу действовать от имени доверителя.

Доверенность предоставляет полномочия доверенному лицу предпринимать за доверителя какое-либо действие. В зависимости от вида полномочий различают три вида доверенности: 1) **разовая** (дает право на совершение одного конкретного действия), 2) **специальная** (дает право на совершение однородных действий), 3) **генеральная** (дает право на общее управление имуществом доверителя).

Основные реквизиты разовой доверенности:

1. Наименование жанра документа.

2. Наименование доверителя (ФИО полностью, должность, паспортные данные, адрес регистрации или проживания).

3. Наименование доверенного лица (ФИО полностью, должность, паспортные данные, адрес регистрации или проживания).

4. Формулировка доверяемой функции.

5. Дата.

6. Подпись.

Образец оформления разовой доверенности

Доверенность

Я, Зорянова Евгения Михайловна, студентка группы ВД-16 (паспорт: серия 3209 № 345177, выдан Отделом УФМС России по Свердловской области в Чкаловском районе гор. Екатеринбурга 09.06.2009 г., проживающая по адресу: г. Екатеринбург, ул. 8 марта, д. 104, кв. 190), доверяю Соловчуку Сергею Станиславовичу, студенту группы ГМО-17 (паспорт: серия 5404 № 654321, выдан Железнодорожным РУВД г. Ульяновска 13.09. 2008 г., проживающему по адресу: г. Екатеринбург, ул. Сулимова, д. 63, кв. 77), получить в кассе УГГУ мою стипендию за март 2017 года.

25.02.2017 г.

Расписка – это документ, подтверждающий произведенное кем-либо определенное действие (получение ценных предметов).

Расписка всегда составляется от руки. Если она имеет особо важное значение, ее необходимо заверить.

Основные реквизиты расписки:

1. Наименование жанра документа.

2. Наименование лица, получившего ценности (ФИО полностью, должность, паспортные данные, адрес регистрации или проживания).

3. Наименование лица, выдавшего ценности (ФИО полностью, должность, паспортные данные, адрес регистрации или проживания).

4. Точное наименование полученных ценностей с указанием количества (цифрами и прописью).

5. Дата, до которой необходимо вернуть полученные ценности.

6. Дата.

7. Подпись.

Образец оформления расписки

Расписка

Я, Воробьева Наталия Александровна, студентка группы УП-17 (паспорт: серия 5009 № 2435672, выдан отделом УФМС Ленинского района г. Новосибирска 25.09.2005 г., проживающая по адресу: Свердловская область, г. Первоуральск, ул. Горького, д. 7, кв. 5), получила от Штиппеля Артемия Павловича, инженера кафедры ГД (паспорт: серия 6507 № 575849, выдан Отделом УФМС России по Свердловской области в Кировском районе г. Екатеринбурга 05.10.2004 г., проживающего по адресу: г. Екатеринбург, пер. Красный, д. 34, кв. 33), 10 000 (десять тысяч) рублей.

Обязуюсь вернуть указанную сумму до 31 декабря 2017 г.

07 ноября 2017 г.

Докладная записка – это документ, информирующий адресата о сложившейся ситуации, а также содержащий выводы и предложения составителя.

Основной текст докладной записки делится на две части:

- в первой излагаются причины, послужившие поводом для ее написания;
- во второй анализируется сложившаяся ситуация, содержатся выводы и предложения о действиях, которые необходимо предпринять.

Основные реквизиты докладной записки:

1. Сведения об адресате (должность, фамилия, инициалы).

2. Наименование жанра документа.

3. Основной текст, состоящий из двух смысловых частей.

4. Опись приложений к документу, если они имеются.

5. Подпись автора документа, состоящая из трех частей (должность, собственно личная подпись и расшифровка подписи).

6. Дата.

Образец оформления докладной записки

Ректору УГТУ
проф. Душину А. В.

Докладная записка

24 декабря 2018 г. примерно в 12.30 я сдал свой пуховик в гардероб 4 учебного корпуса. Через два часа (после окончания праздничных мероприятий) я попытался получить пуховик по бирке, но его не оказалось на вешалке. Студенты, дежурившие в гардеробе в тот день, отказались объяснять, что произошло и куда пропала моя одежда.

Прошу разобраться в сложившейся ситуации и помочь с поисками пуховика.

Описание прилагается.

Студент группы ТБ-17 */Вутенко Б. Н./*

25 декабря 2018 г.

Объяснительная записка – это документ, объясняющий причины какого-либо события, факта, поступка (нарушения трудовой или учебной дисциплины, невыполнение задания, поручения и т. д.).

Основной текст объяснительной записки делится на две части:

- в первой излагаются, констатируются факты нарушения;
- во второй объясняются причины нарушения.

Основные реквизиты объяснительной записки:

1. Сведения об адресате (должность, фамилия, инициалы).

2. Наименование жанра документа.

3. Основной текст, состоящий из двух смысловых частей.

4. Опись приложений к документу, если они имеются.

5. Подпись автора документа, состоящая из трех частей (должность, собственно личная подпись и расшифровка подписи).

6. Дата.

Образец оформления объяснительной записки

Зав. кафедрой ИЯДК
доц. Юсуповой Л. Г.

Объяснительная записка

05.03.2018 г. я опоздала на практическое занятие по иностранному языку по причине транспортной аварии на перекрестке улиц Малышева и Гагарина.

Выданную транспортным предприятием справку прилагаю.

Студентка группы МЭ-15 */Вайслер Ю. М./*

07.03.2018 г.

Задание 1. *Напишите от своего имени следующие жанры деловых бумаг:*

а) заявление с просьбой продлить Вам сессию на неделю;

б) заявление с просьбой принять Вас на работу;

в) доверенность на получение Вашей стипендии в этом месяце;

г) расписку в получении Вами образцов минералов для выполнения лабораторной работы;

д) докладную записку о пропаже Ваших личных вещей из аудитории;

е) объяснительную записку о пропуске Вами занятий в течение недели;

ж) объяснительную записку о неявке на экзамен.

Задание 2. *Исправьте допущенные ошибки в оформлении и содержании следующих документов. Обратите внимание на нарушение разного типа языковых норм (орфографических, пунктуационных, лексических и грамматических). Запишите исправленный вариант.*

Текст 1

Декану УГТУ
От студента III курса очной формы
обучения факультета гражданской защиты
Волк Василия Васильевича

заявление

В связи с отъездом на лидерские сборы очень прошу разрешить не посещать мне занятия на следующей неделе.

09.09.18 г.

Текст 2

Ректору УГТУ

Н. П. Косареву

доверенность.

Я, Задорин Виктор, студент УГТУ, даю право на получение получаемой мной стипендии студенту Гудину Александру Геннадьевичу (паспорт 6509 номер 124338, ул. Мира, 90-1).

1.5.18 г. */Задорин В. З./*

Текст 3

Кафедре ИЯДК

расписка

Я – Пустник Валентин Тимурович, прошу выдать мне учебные пособия для практических занятий. Автор – Мясникова Юлия Марковна в размере одной штуки. Паспортные данные – серия 6102, номер 879521, УФМС России, дата рождения – 19.02.2000 года, проживаю в городе Лангепас на улице Парковая, 7.

Обязуюсь вернуть в срок.

25 сентября

Текст 4

Декану ГМФ
Козину Владимиру
Зиновьевичу

Докладная

Уважаемый Владимир Зиновьевич!

Сегодня я, Курпатова Вера, студентка ГМФ, оставила без присмотра свои вещи в учебной аудитории 2240. При возвращении моих вещей в аудитории не было. Я очень расстроилась.

Пропали: куртка черная кожанная, красная сумка в цветочек, белый платок.

1 октября 2018 года

Текст 5

Зав. кафедры ТТФ Волкову М. Н.
От студента Хлебникова Семена.

Объяснительная о прогуле

Я, Семен Хлебников, отсутствовал на занятиях два месяца всвязи болезни. Справку из 6 городской больницы прилогаю.

01.11.18 *Хлебников С.*

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

1. *Голуб И. Б.* Русский язык и культура речи [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. Б. Голуб. – Электрон. текстовые данные. – М.: Логос, 2014. – 432 с. – 978-5-98704-534-3. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/39711.html
2. *Культура устной и письменной речи делового человека*: Справочник. Практикум. М.: Флинта: Наука, 2012 (и другие издания).
3. *Меленскова Е. С.* Культура речи и деловое общение: тестовые задания для студентов всех специальностей. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. 78 с.
4. *Федосюк М. Ю., Ладыженская Т. А., Михайлова О. А., Николина Н. А.* Русский язык для студентов-нефилологов: учебное пособие. М.: Флинта: Наука, 2014 (и другие стереотипные издания).

Дополнительная литература

1. *Введенская Л. А., Павлова Л. Г., Кашаева Е. Ю.* Русский язык и культура речи: учебное пособие для вузов. Ростов-на-Дону: Феникс, 2004. – 544 с. (и другие стереотипные издания)
2. *Введенская Л. А., Павлова Л. Г., Кашаева Е. Ю.* Русский язык и культура речи для инженеров: учебное пособие. Ростов-на-Дону: Феникс, 2003. 384 с.
3. *Веселкова Т. В.* Культура устной и письменной коммуникации [Электронный ресурс]: учебное пособие / Т. В. Веселкова, И. С. Выходцева, Н. В. Любезнова. – Электрон. текстовые данные. – Саратов: Вузовское образование, 2016. – 268 с. – 2227-8397. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/54473.html
4. *Гавриленко Р. И., Меленскова Е. С., Шалина И. В.* Русский язык и культура речи: учебное пособие. 4-е изд., стереотип. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. 84 с.
5. *Голуб И. Б.* Русский язык и культура речи: учебное пособие. М.: Логос, 2005. 432 с. (и другие стереотипные издания)
6. *Данцев А. А., Нефёдова Н. В.* Русский язык и культура речи для технических вузов. Ростов-на-Дону: Феникс, 2001. 320 с. (и другие стереотипные издания)
7. Дускаева Л. Р., Протопопова. О. В. Стилистика официально-деловой речи: учебное пособие. М.: Академия, 2012. 272 с.
8. *Карякина М. В.* Русский язык и культура речи. Подготовка к контрольному тестированию. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 71 с.
9. *Кореньков Е. В., Пушкарева Н. В.* Русский язык и культура речи: учебник. М.: Проспект, 2013. 376 с.
10. *Котюрова М. П.* Стилистика научной речи: учебное пособие для студентов учреждений высшего профессионального образования. М.: Академия, 2012. 240 с.
11. *Лапынина Н. Н.* Русский язык и культура речи [Электронный ресурс]: курс лекций / Н. Н. Лапынина. — Электрон. текстовые данные. – Воронеж: Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2012. – 161 с. – 978-5-89040-431-2. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/22667.html
12. *Лыткина О. И.* Теоретический курс культуры речи [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. И. Лыткина. – Электрон. текстовые данные. – М.: Московская государственная академия водного транспорта, 2009. – 105 с. – 2227-8397. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/46332.html

13. *Меленскова Е. С.* Русский язык делового общения: учебное пособие для студентов всех специальностей и направлений подготовки. Екатеринбург: УГГУ, 2018. 80 с.

14. *Меленскова Е. С.* Русский язык и культура речи: учебное пособие с упражнениями и контрольными работами для студентов всех специальностей очной и заочной форм обучения. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 80 с.

15. *Меленскова Е. С.* Стилистика русского языка: учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 86 с.

16. *Миняева В. И.* Репетитор по русскому языку. Орфография. Пунктуация. Культура речи: учебное пособие. 5-е изд., испр. и доп. Екатеринбург: УГГУ, 2007. 239 с.

17. *Петрова Ю. А.* Культура и стиль делового общения [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю. А. Петрова. – Электрон. текстовые данные. – М.: ГроссМедиа, 2007. – 190 с. – 5-476-003-476. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/1129.html

18. *Скворцов Л. И.* Большой толковый словарь правильной русской речи [Электронный ресурс]/ Скворцов Л. И. – Электрон. текстовые данные. – М.: Мир и Образование, Оникс, 2009. – 1104 с. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/14555.html

19. *Словарь-справочник по культуре речи*: для школьников и студентов / Отв. ред. А. А. Евтюгина. - Екатеринбург: У-Фактория, 2004. 334 с.

20. *Усанова О. Г.* Культура профессионального речевого общения [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / О. Г. Усанова. – Электрон. текстовые данные. – Челябинск: Челябинский государственный институт культуры, 2008. – 93 с. – 5-94839-062-4. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/56426.html

ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. *ГОСТ 6.30-2003.* «Унифицированные системы документации. Унифицированная система организационно-распорядительной документации. Требования к оформлению документов» (электронная публикация http://docs.cntd.ru/document/1200031361).
2. *Грамота (сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://www.gramota.ru.
3. *Колтунова М. В.* Язык и деловое общение. Нормы. Риторика. Этикет. М.: Экономика, 2000. [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://bibliotekar.ru/delovoe-obschenie/index.htm
4. *Культура письменной речи (сайт)* [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://www.gramma.ru.
5. *Русский язык и культура речи/* под ред. Максимова В. И. М., 2001 [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://www.bibliotekar.ru/russkiy-yazyk/
6. *Русский язык*: *энциклопедия русского языка (сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://russkiyyazik.ru.
7. *Стилистический энциклопедический словарь русского языка (сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://stylistics.academic.ru.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу

_____ Т. Ф. Тупоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Б2.Б.1.09 РУССКИЙ ЯЗЫК И КУЛЬТУРА РЕЧИ

Специальность
21.05.02. Прикладная геология

Специализация № 1
Геологическая съемка, поиски и разведка твердых полезных ископаемых

квалификация выпускника: специалист

формы обучения: очная, заочная

Автор: Меленскова Е. С., канд. филол. наук, доц.

Одобрены на заседании кафедры

Иностранных языков
и деловой коммуникации
(название кафедры)

Зав. кафедрой _____
(подпись)

к. п. н., доц. Юсупова Л. Г.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 6 от 17.03.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

Факультета геологии и геофизики
(название факультета)

Председатель _____
(подпись)

д. г.-м. н., проф. Бондарев В. И.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Контрольная работа по дисциплине «Русский язык и культура речи» является оценочным средством по Разделу 2. «Современный русский язык. Типология языковых норм».

Её задания направлены на оценку уровня умений и навыков, формирующих компетенции *ОК-6* (*способность к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия); ОПК-2 (готовность к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач профессиональной деятельности).*

уметь	– узнавать диалектизмы, жаргонизмы, профессионализмы, просторечные слова и давать им верную для конкретной речевой ситуации оценку; – фиксировать в устной речи нарушения акцентологических, орфоэпических норм и исправлять допущенные ошибки; – находить речевые и грамматические ошибки в устной и письменной речи, устранять их; – соблюдать орфографические и пунктуационные нормы в своей письменной речи.
владеть	– навыками работы с ортологическими словарями; – навыками эффективного общения с соблюдением всех языковых и этических норм.

Для выполнения студентам может быть предложена 1) контрольная работа по орфографическим и пунктуационным нормам и 2) контрольная работа на разные типы языковых норм. Можно их рассматривать как две части одной большой контрольной работы по языковым нормам.

Контрольная работа по орфографическим и пунктуационным нормам

В данной контрольной работе студентам предлагается списать текст научного стиля, вставив пропущенные буквы, раскрыв скобки и расставив знаки препинания.

Пример варианта данной контрольной работы:

Контрольная работа по орфографическим и пунктуационным нормам
Вариант 1

<u>Задание</u>: пишите текст, вставив пропущенные буквы, раскрыв скобки и расставив знаки препинания.

Горные п…роды сл…гают поверхность (З, з)емли и уходят (в)глубь на десятки кил…ометров. Их изучением занимает…ся геология. (З, с)десь нужно ут…чнить пр…дмет этой одной из др…внейших естествен…ых наук. Геология в широком смысле слова наука о (З, з)емле. Но это определение слишком общее так как (З, з)емля являет…ся пр…дметом изучения ряда других наук астрономии геодезии (поч…во)ведения географии и т. д. (По)этому прав…льнее сказать что геология изучает верхнюю ч…сть нашей планеты называ…мую з…мной корой и…следуя ее состав стр…ение и процес…ы прот…кающие на ней с момента обр…зования до наш…х дней.

З…мная кора состоит из камней или горных п…род. Од…наковое ли зн…чение имеют эти н…звания? Камень это бытовое или т…хническое понятие и в геологии оно не прим…няет…ся. Геологи пользуют…ся понятием «горная п…рода». Что(же) представляют собой горные п…роды? Это твердые мя…кие рыхлые и сыпучие мас…ивы из которых с…стоит верхняя об…лоч…ка (З, з)емли т…лщиной до 40-60 кил…ометров. Таким образом горная п…рода (в)отличи… от ж…тейского понимания слова «камень» вовсе (не)об…зательно твердая. (По)этому к горным п…родам относят…ся (не)только гранит извес…няк и другие крепкие п…роды но и пл…стич…ная глина и рыхлый п…сок. От горных п…род нужно отл…чать м…нералы природные химические соед…нения и (само)родные химические эл…менты. Они своего рода «кирпичи» из которых построен…о «(з, с)дание» горной п…роды.

О со…тношении между горными п…родами и м…нералами очень хорошо писал выд…ющийся (петро)граф Ф. Ю. Левинсон-Лессинг *если(бы) можно было сравнивать з…мную кору по сложности ее стр…ения и с…става с (не)которым сложным организмом можно было(бы) ск…зать что горные п…роды это ткани из которых построе(н, нн) наш организм а м…нералы сл…гающие его клетки*.

Перед контрольной работой рекомендуется в качестве тренировки выполнить упражнения с целью повторения основных правил орфографии и пунктуации:

Меленскова Е. С. КУЛЬТУРА РЕЧИ И СТИЛИСТИКА РУССКОГО ЯЗЫКА: учебное пособие для студентов специальностей 21.05.02 – «Прикладная геология», 21.05.03 – «Технология геологической разведки», 21.05.04 – «Горное дело». – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – 88 с.

Зад. 5-12 стр. 10-19

В случае возникновения трудностей при выполнении упражнений можно обратиться к следующим учебным пособиям:

Культура устной и письменной речи делового человека: Справочник. Практикум. М.: Флинта: Наука, 2012 (и другие издания). Раздел «Трудные случаи орфографии и пунктуации» стр. 135-148.

Миняева В. И. Репетитор по русскому языку. Орфография. Пунктуация. Культура речи. Екатеринбург: УГГУ, 2007. 239 с. (и другие издания)

Контрольная работа на разные типы языковых норм

В данную контрольную работу включены задания, нацеленные на проверку владения акцентологическими, орфоэпическими, лексическими и грамматическими (словообразовательными, морфологическими, синтаксическими) нормами.

Пример варианта данной контрольной работы:

Контрольная работа по акцентологическим, орфоэпическим, лексическим и грамматическим нормам
Вариант 1

1. Расставьте ударения в следующих словах:

Асимметрия, важно, диспансер, звонит, ирис, обеспечение, откупорить, пуловер, склады, по средам.

2. Укажите произношение выделенного сочетания:

*Ал**чн**ый, ар**те**рия, двое**чн**ик, **де**дукция, **де**када, кое-**чт**о, Вера Кузьмини**чн**а, **те**мп, **те**ра**пе**вт, шапо**чн**ое знакомство.*

3. Найдите в следующих предложениях нарушения лексических норм. Запишите исправленный вариант:

1. В коллективе бригадир пользовался особым приоритетом. 2. Все герои романа Булгакова имеют свои индивидуальные черты. 3. Студенты долго не могли сдать «хвосты» за первую сессию. 4. Первая премьера этого фильма состоялась на «Четвертом канале». 5. В последнем письме к родителям сын выразил свои мысли более понятливо. 6. В последний раз на экзамене Стасу подфартило как никогда. 7. В моей жизни поступление в университет стало самым памятливым событием. 8. Религия вновь возродилась в нашей стране после распада СССР. 9. Чистота улиц Екатеринбурга в целом не прогрессировала от предпринимаемых администрацией города мер. 10. К четвергу нам задали написать эссе по отечественной истории и две письменные работы по химии и геодезии.

4. Найдите существительные, у которых неправильно определен род. Запишите словосочетания в исправленном виде.

Очередное НЛО, хрустальная бра, симпатичное колли, неудавшийся НЭП, далекое Мехико, упрямая недоросль, современный ТВ, сильный цунами, молодой коллега, серьезная завкафедрой, ответственные жюри, страшная зануда, индийский раджа, освещенное авеню, известная адвокат.

5. Образуйте форму родительного падежа множественного числа от следующих существительных:

Беляши, джинсы, гетры, кочерги, мечты, носки, татары, полотенца, чулки, яблоки, болгары, граммы, цыгане, сани, вафли.

6. Запишите прописью числительные в следующих предложениях:

1. В ходе проверки нарушения техники безопасности были выявлены на 3 545 предприятиях. 2. К августу мы гарантируем доставку товара на сумму 6 247 900 рублей. 3. В этом месяце прививки от гриппа были сделаны 283 сотрудникам и 534 студентам.

7. Найдите и исправьте нарушения грамматических норм в следующих предложениях:

1. Деревья росли по обоим сторонам улицы. 2. Руководство комбината потребовало доложить годовые итоги работы. 3. Выросло целое поколение, для которых Советский Союз является историей. 4. Окончив школу, мне захотелось пойти работать, а не продолжать учебу. 5. ООН принял к рассмотрению предложенный Россией документ. 6. Им руководила жажда к деятельности. 7. Говорят, что много лет потребуются на восстановление заповедника после пожара. 8. К концу соревнований в более лучшем положении оказалась команда «Москва». 9. Алёна не ответила ему, задумчиво следя за игрой волн, колыхая тяжелый баркас. 10. Перед нами новая интересная игрушка для детей из пластмассы.

Комментарии по заданиям.

1. В задании № 1 необходимо расставить ударения в предложенных словах или найти слова, в которых ударение поставлено неверно, и исправить.
2. В задании № 2 необходимо указать произношение выделенных сочетаний или найти слова, в которых неверно указано произношение, и исправить.

3. В задании № 3 проверяется владение лексическими нормами и умение исправлять речевые ошибки.
4. В задании № 4 проверяется умение студента определять род у существительных и аббревиатур: необходимо либо определить род у предложенных слов, либо найти словосочетания, в которых род определен неправильно, и исправить.
5. В задании № 5 проверяется умение студента образовывать две формы существительных: либо форму именительного падежа множественного числа, либо родительного падежа множественного числа. От студента требуется образовать необходимую форму или справить допущенные при образовании определенной формы ошибки.
6. В задании № 6 проверяются различные умения студентов в плане морфологических или синтаксических норм (образование той или иной части речи, склонение числительных, построение словосочетаний по типу управление, построение предложения с деепричастным оборотом и др.).
7. В задании № 7 необходимо найти в предложении допущенную синтаксическую или грамматическую ошибку и записать исправленный вариант.

Перед контрольной работой рекомендуется в качестве тренировки выполнить упражнения, на основе которых данная работа составлена:

Меленскова Е. С. КУЛЬТУРА РЕЧИ И СТИЛИСТИКА РУССКОГО ЯЗЫКА: учебное пособие для студентов специальностей 21.05.02 – «Прикладная геология», 21.05.03 – «Технология геологической разведки», 21.05.04 – «Горное дело». – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – 88 с.

Зад. 13-15 стр. 19-20 (акцентологические нормы)

Зад. 16-20 стр. 20-23 (орфоэпические нормы)

Зад. 21 стр. 23 (словообразовательные нормы)

Зад. 22-29 стр. 23-26 (лексические нормы)

Зад. 30-40 стр. 27-31 (морфологические нормы)

Зад. 41-44 стр. 31-34 (синтаксические нормы)

При выполнении заданий рекомендуется обращаться к словарям и справочникам. В указанном учебном пособии есть отсылки к необходимой литературе.

Обе контрольных работы выполняются на отдельных листах и сдаются на проверку ведущему преподавателю. Критерии оценивания указаны в КОМ дисциплины «Русский язык и культура речи» для данной специальности и специализации.

Автор-составитель: Меленскова Е. С., кандидат филологических наук, доцент

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу

_____ А. Г. Топоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Б2.Б.1.09 РУССКИЙ ЯЗЫК И КУЛЬТУРА РЕЧИ

Специальность
21.05.02. Прикладная геология

Специализация № 1
Геологическая съемка, поиски и разведка твердых полезных ископаемых

формы обучения: очная, заочная

Автор: Меленскова Е. С., канд. филол. наук, доц.

Одобрена на заседании кафедры

Иностранных языков
и деловой коммуникации
(название кафедры)

Зав. кафедрой _____
(подпись)

к. п. н., доц. Юсупова Л. Г.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 6 от 17.03.2020
(Дата)

Рассмотрена методической комиссией

Факультета геологии и геофизики
(название факультета)

Председатель _____
(подпись)

д. г.-м. н., проф. Бондарев В. И.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Самостоятельная работа обучающегося в образовательном процессе рассматривается как форма организации обучения, которая способна обеспечивать самостоятельный поиск необходимой информации, творческое восприятие и осмысление учебного материала в ходе аудиторных занятий, разнообразные формы познавательной деятельности студентов на занятиях и во внеаудиторное время, развитие аналитических способностей, навыков контроля и планирования учебного времени, выработку умений и навыков рациональной организации учебного труда.

Самостоятельная работа – форма организации образовательного процесса, стимулирующая активность, самостоятельность, познавательный интерес студентов.

Основные виды аудиторных занятий по дисциплине «Русский язык и культура речи» – лекция и практическое занятие.

Формы контроля самостоятельной работы студентов – опрос, дискуссия, проверка на практическом занятии, контрольная работа, разноуровневые задания, зачет.

Обоснование затрат времени на самостоятельную работу обучающихся (СРО)

Суммарный объем часов на СРО *очной формы обучения* составляет 76 часов.

№ п/п	*Виды самостоятельной работы*	*Единица измерения*	*Норма времени, час*	*Расчетная трудоемкость СРО по нормам, час.*	*Принятая трудоемкость СРО, час.*
Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям					56
1	Повторение материала лекций	1 час	0,1-4,0	1,0 х 16	16
2	Самостоятельное изучение тем курса	1 тема	1,0-8,0	2,0 х 3	6
3	Ответы на вопросы для самопроверки (самоконтроля)	1 тема	0,5-1,0	1,0 х 3	3
4	Подготовка к практическим (семинарским) занятиям	1 занятие	0,3-2,0	2,0 х 8	16
5	Подготовка к дискуссии	1 занятие	1,0-4,0	4,0 х 1	4
6	Подготовка к контрольной работе и ее выполнение	1 работа	1,0-25,0	19,0 х 1	19
Другие виды самостоятельной работы					12
7	Выполнение самостоятельного письменного домашнего задания (разноуровневые задания)	1 задание	1,0-25,0	1,0 х 12	12
	Итого:				**76**

Суммарный объем часов на СРО заочной формы обучения составляет 100 часов.

№ п/п	*Виды самостоятельной работы*	*Единица измерения*	*Норма времени, час*	*Расчетная трудоемкость СРО по нормам, час.*	*Принятая трудоемкость СРО, час.*
Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям					89
1	Самостоятельное изучение тем курса	1 тема	1,0-8,0	3,0 х 11	33
2	Ответы на вопросы для самопроверки (самоконтроля)	1 тема	1,0-5,0	3,0 х 11	33
3	Подготовка к практическим (семинарским) занятиям	1 занятие	0,3-2,0	1,0 х 4	4
4	Подготовка к контрольной работе и ее выполнение	1 работа	1,0-25,0	19,0 х 1	19

Другие виды самостоятельной работы					11
5	Выполнение самостоятельного письменного домашнего задания (разноуровневые задания)	1 задание	1,0-25,0	1,0 х 7	7
6	Подготовка к зачету	1 зачет	1,0-25,0	4,0 х 1	4
	Итого:				**100**

Подготовка к лекции и опросу

Необходимость самостоятельной работы по подготовке к лекции или опросу определяется тем, что изучение любой дисциплины строится по определенной логике освоения ее разделов, представленных в РУП данной дисциплины.

Перечень примерных вопросов для самоконтроля.

Раздел 1. Культура речи и деловое общение

1. Каковы основные отличия общения в официальной и неофициальной обстановке?
2. Какие функции общения реализуются в ситуации занятия? Каких функций необходимо избегать?
3. Какие основные требования предъявляются к деловому общению?
4. По каким аспектам мы оцениваем культуру речи каждого человека?
5. Почему наши тексты должны соответствовать коммуникативным качествам речи?

Раздел 2. Современный русский язык. Типология языковых норм

1. Как соотносятся понятия «язык» и «речь»?
2. Как можно охарактеризовать современный русский язык?
3. Какие разновидности выделяются в национальном русском языке?
4. Что такое литературный язык? Как это понятие соотносится с литературно-художественным стилем?
5. Перечислите типы языковых норм. Что такое императивная и диспозитивная норма?

Раздел 3. Стилистика русского языка. Официально-деловой стиль

1. Перечислите функциональные стили, которые выделяются в современном русском языке. Дайте им краткую характеристику.
2. Каковы основные стилевые и языковые особенности официально-делового стиля?
3. Какие требования предъявляются к оформлению документов?

Часть тем дается на самостоятельное изучение с опорой на список предложенной литературы. Перечень и тем их количество определяется формой обучения.

Очная форма

1. Общая характеристика функциональных стилей
2. Научный стиль русского языка
3. Стилевая, языковая и жанровая специфика научного стиля

Заочная форма

1. Общая характеристика общения и делового общения
2. Язык как знаковая система
3. Разновидности национального русского языка и их характеристика

4. Литературный язык и его признаки
5. Система функциональных стилей русского языка
6. Общая характеристика функциональных стилей
7. Научный стиль русского языка
8. Стилевая, языковая и жанровая специфика научного стиля
9. Официально-деловой стиль русского языка
10. Стилевые и языковые особенности официально-делового стиля
11. Классификация документов и правила их оформления

Подготовка к практическому занятию

Подготовка к практическому занятию нередко требует подбора материала, с которым предстоит работа на занятии, или отработку навыков, проверка которых состоится непосредственно в аудитории (например, выполнение аналогичных, однотипных заданий). Здесь же можно отметить еще один вид СРО – это **выполнение самостоятельного письменного домашнего задания.**

К практическим занятиям студенты самостоятельно готовят задания, посвященные лексикографии:

Меленскова Е. С. Культура речи и стилистика русского языка: учебное пособие для студентов специальностей 21.05.02 – «Прикладная геология», 21.05.03 –«Технология геологической разведки», 21.05.04 – «Горное дело». – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – С. 4-10.

Особое внимание при подготовке уделяется заданию 4, которое выполняется письменно.

К Разделу 3 по указанному пособию необходимо сделать следующую работу самостоятельно:

Стр. 35-37 – конспект

Зад. 45 стр. 38-40, зад. 47 стр. 41-47 (в качестве подготовки к тестированию)

Стр. 47-50 – конспект

Зад. 48 стр. 50-56 (по вариантам в сильных группах)

Стр. 77-82 – конспект

Зад. 53 стр. 82-83, зад. 54 стр. 83-84 (в качестве подготовки к разноуровневым заданиям)

Подготовка к дискуссии

Дискуссия – это целенаправленное обсуждение конкретного вопроса, сопровождающееся обменом мнениями, идеями между двумя и более лицами. Задача дискуссии – обнаружить различия в понимании вопроса и в споре попытаться установить истину. Обсуждение проблемы (нравственной, политической, научной, профессиональной и другой, которая не имеет общепринятого, однозначного решения) происходит в аудитории коллективно. Дискуссия позволяет включить обучающихся в процесс обсуждения спорного вопроса в рамках актуальной проблематики, оценить их умение формулировать и аргументировать собственную точку зрения.

При подготовке к дискуссии необходимо выбрать актуальную тему, разбиться на три группы 1) те, кто будет отстаивать точку зрения «ЗА», 2) те, кто будет приводить контраргументы и отстаивать позицию «ПРОТИВ», и 3) сторонние наблюдатели, которые будут оценивать происходящее и объяснять, почему они склоняются в итоге к мнению

первой или второй команды. Первые две группы готовят тексты своих выступлений заранее. Также заранее можно сформулировать вопросы, которые будут корректироваться по ходу дискуссии.

Подготовка к контрольной работе

Самостоятельная подготовка к контрольной работе включает в себя:

- изучение конспектов лекций, посвященных темам Раздела 2;
- повторение учебного материала, полученного при подготовке к практическим занятиям и во время их проведения;
- изучение дополнительной литературы, в которой конкретизируется содержание проверяемых умений и навыков;
- выполнение упражнений, по аналогии с которыми составлены задания в контрольной работе.

Перед контрольной работой по орфографии и пунктуации рекомендуется в качестве тренировки выполнить упражнения по пособию:

Меленскова Е. С. Культура речи и стилистика русского языка: учебное пособие для студентов специальностей 21.05.02 – «Прикладная геология», 21.05.03 –«Технология геологической разведки», 21.05.04 – «Горное дело». – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – 88 с.

Зад. 5-12 стр. 10-19

В случае возникновения трудностей при выполнении упражнений можно обратиться к следующим учебным пособиям:

Культура устной и письменной речи делового человека: Справочник. Практикум. М.: Флинта: Наука, 2012 (и другие издания). Раздел «Трудные случаи орфографии и пунктуации» стр. 135-148.

Миняева В. И. Репетитор по русскому языку. Орфография. Пунктуация. Культура речи. Екатеринбург: УГГУ, 2007. 239 с. (и другие издания)

Перед контрольной работой на разные типы языковых норм рекомендуется в качестве тренировки выполнить упражнения, на основе которых данная работа составлена:

Меленскова Е. С. Культура речи и стилистика русского языка: учебное пособие для студентов специальностей 21.05.02 – «Прикладная геология», 21.05.03 –«Технология геологической разведки», 21.05.04 – «Горное дело». – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – 88 с.

Зад. 13-15 стр. 19-20 (акцентологические нормы)

Зад. 16-20 стр. 20-23 (орфоэпические нормы)

Зад. 21 стр. 23 (словообразовательные нормы)

Зад. 22-29 стр. 23-26 (лексические нормы)

Зад. 30-40 стр. 27-31 (морфологические нормы)

Зад. 41-44 стр. 31-34 (синтаксические нормы)

При выполнении заданий рекомендуется обращаться к словарям и справочникам. В указанном учебном пособии есть отсылки к необходимой литературе.

Часть этих упражнений преподаватель на свое усмотрение предлагает в качестве самостоятельного письменного домашнего задания.

Подготовка к зачету

Зачет является традиционной формой проверки знаний, умений и навыков, сформированных у студентов в процессе освоения всего содержания изучаемой дисциплины.

Самостоятельная подготовка к зачету должна осуществляться в течение всего семестра. Подготовка включает следующие действия: прежде всего нужно перечитать все лекции, конспекты, а также просмотреть материалы, которые самостоятельно готовились к лекциям или практическим занятиям. Поскольку зачет проходит в форме теста, можно предварительно потренироваться выполнять тестовые задания по дисциплине «Русский язык и культура речи».

Для подготовки к тесту рекомендуется использовать учебное пособие:

Меленскова Е. С. Культура речи и деловое общение: Тестовые задания для студентов всех специальностей очной и заочной формы обучения. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011.

Тестовые задания позволяют обобщить полученные теоретические знания (часть заданий нацелена на проверку знания теории курса) и практические навыки (часть тестовых заданий составлена с опорой на упражнения, которые студенты выполняют при подготовке к занятиям).

ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Основная литература

№ п/п	*Наименование*	*Кол-во экз.*
1	*Голуб И. Б.* Русский язык и культура речи [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. Б. Голуб. – Электрон. текстовые данные. – М.: Логос, 2014. – 432 с. – 978-5-98704-534-3. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/39711.html	Электронный ресурс
2	*Культура устной и письменной речи делового человека*: Справочник. Практикум. М.: Флинта: Наука, 2012 (и другие издания).	166
3	*Меленскова Е. С.* Культура речи и деловое общение: тестовые задания для студентов всех специальностей. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. 78 с.	98
4	*Меленскова Е. С.* Русский язык делового общения: учебное пособие для студентов всех специальностей и направлений подготовки. Екатеринбург: УГГУ, 2018. 80 с.	101

2. Дополнительная литература

№ п/п	*Наименование*	*Кол-во экз.*
1.	*Введенская Л. А., Павлова Л. Г., Кашаева Е. Ю.* Русский язык и культура речи: учебное пособие для вузов. Ростов-на-Дону: Феникс, 2004. – 544 с. (и другие стереотипные издания)	216
2.	*Введенская Л. А., Павлова Л. Г., Кашаева Е. Ю.* Русский язык и культура речи для инженеров: учебное пособие. Ростов-на-Дону: Феникс, 2003. 384 с.	19
3.	*Веселкова Т. В.* Культура устной и письменной коммуникации [Электронный ресурс]: учебное пособие / Т. В. Веселкова, И. С. Выходцева, Н. В. Любезнова. – Электрон. текстовые данные. – Саратов: Вузовское образование, 2016. – 268 с. – 2227-8397. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/54473.html	Электронный ресурс
4.	*Карякина М. В.* Русский язык и культура речи. Подготовка к контрольному тестированию. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 71 с.	40
5.	*Лапынина Н. Н.* Русский язык и культура речи [Электронный ресурс]: курс лекций / Н. Н. Лапынина. — Электрон. текстовые данные. – Воронеж: Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2012. – 161 с. – 978-5-89040-431-2. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/22667.html	Электронный ресурс
6.	*Лыткина О. И.* Теоретический курс культуры речи [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. И. Лыткина. – Электрон. текстовые данные. – М.: Московская государственная академия водного транспорта, 2009. – 105 с. – 2227-8397. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/46332.html	Электронный ресурс
7.	*Меленскова Е. С.* Русский язык и культура речи: учебное пособие с упражнениями и контрольными работами для студентов всех специальностей очной и заочной форм обучения. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 80 с.	38
8.	*Меленскова Е. С.* Стилистика русского языка: учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 86 с.	27
9.	*Миняева В. И.* Репетитор по русскому языку. Орфография. Пунктуация. Культура речи: учебное пособие. 5-е изд., испр. и доп. Екатеринбург: УГГУ, 2007. 239 с.	20
10.	*Петрова Ю. А.* Культура и стиль делового общения [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю. А. Петрова. – Электрон. текстовые данные. – М.: ГроссМедиа, 2007. – 190 с. – 5-476-003-476. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/1129.html	Электронный ресурс
11.	*Скворцов Л. И.* Большой толковый словарь правильной русской речи [Электронный ресурс]/ Скворцов Л. И. – Электрон. текстовые данные. – М.: Мир и Образование, Оникс, 2009. – 1104 с. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/14555.html. – ЭБС «IPRbooks».	Электронный ресурс
12.	*Усанова О. Г.* Культура профессионального речевого общения [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / О. Г. Усанова. – Электрон. текстовые	Электронный ресурс

	данные. – Челябинск: Челябинский государственный институт культуры, 2008. – 93 с. – 5-94839-062-4. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/56426.html	
13.	*Федосюк М. Ю., Ладыженская Т. А., Михайлова О. А., Николина Н. А.* Русский язык для студентов-нефилологов: учебное пособие. М.:Флинта: Наука, 2014 (и другие стереотипные издания)	169

ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. *ГОСТ 6.30-2003.* «Унифицированные системы документации. Унифицированная система организационно-распорядительной документации. Требования к оформлению документов» (электронная публикация http://docs.cntd.ru/document/1200031361).
2. *Грамота (сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://www.gramota.ru.
3. *Культура письменной речи (сайт)* [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://www.gramma.ru.
4. *Русский язык*: *энциклопедия русского языка (сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://russkiyyazik.ru.
5. *Стилистический энциклопедический словарь русского языка (сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://stylistics.academic.ru.

Автор-составитель: Меленскова Е. С., кандидат филологических наук, доцент

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу

_____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Б1.Б.1.10 ПСИХОЛОГИЯ ДЕЛОВОГО ОБЩЕНИЯ

Специальность:

21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 1

Геологическая съемка, поиски и разведка твердых полезных ископаемых

Автор: Полянок О.В., к.психол.н.

Одобрены на заседании кафедры

Управления персоналом

(название кафедры)

Зав. кафедрой _____

(подпись)

к.ф.н., доц. Ветошкина Т.А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 6.03.2020

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель _____

(подпись)

д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020

(Дата)

Екатеринбург
2020

Методические указания по дисциплине Психология делового общения согласованы с выпускающей кафедрой **геологии, поисков и разведки месторождений полезных ископаемых**

Заведующий кафедрой В.А. Душин

подпись *Ф. И.О. Фамилия*

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	4
1	Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий	5
2	Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям	10
3	Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям	11
4	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	12
	Заключение	15
	Список использованных источников	16

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитияисследовательскихумений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

Подразумевается несколько категорий видов самостоятельной работы студентов, значительная часть которых нашла отражения в данных методических рекомендациях:

- работа с источниками литературы и официальными документами (*использование библиотечно-информационной системы*);
- выполнение заданий для самостоятельной работы в рамках учебных дисциплин (*рефераты, эссе, домашние задания, решения практико-ориентированных заданий*);

- реализация элементов научно-педагогической практики (*разработка методических материалов, тестов, тематических портфолио*);
- реализация элементов научно-исследовательской практики (*подготовка текстов докладов, участие в исследованиях*).

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентовonline и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

1. Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий

Практико-ориентированные задания - метод анализа ситуаций. Суть его заключается в том, что студентам предлагают осмыслить реальную жизненную ситуацию, описание которой одновременно отражает не только какую-либо практическую проблему, но и актуализирует определенный комплекс знаний, который необходимо усвоить при разрешении данной проблемы. При этом сама проблема не имеет однозначных решений.

Использование метода практико-ориентированного задания как образовательной технологии профессионально-ориентированного обучения представляет собой сложный процесс, плохо поддающийся алгоритмизации [1]. Формальноможновыделитьследующиеэтапы:

- ознакомлениестудентовстекстом;
- анализпрактико-ориентированного задания;
- организация обсуждения практико-ориентированного задания, дискуссии, презентации;
- оцениваниеучастниковдискуссии;
- подведениеитоговдискуссии.

Ознакомление студентов с текстом практико-ориентированного задания и последующий анализ практико-ориентированного задания чаще всего осуществляются за несколько дней до его обсуждения и реализуются как самостоятельная работа студентов; при этом время, отводимое на подготовку, определяется видом практико-ориентированного задания, его объемом и сложностью.

Общая схема работы с практико-ориентированное заданием на данном этапе может быть представлена следующим образом: в первую очередь следует выявить ключевые проблемы практико-ориентированного задания и понять, какие именно из представленных данных важны для решения; войти в ситуационный контекст практико-ориентированного задания, определить, кто его главные действующие лица, отобрать факты и понятия,

[1] Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

необходимые для анализа, понять, какие трудности могут возникнуть при решении задачи; следующим этапом является выбор метода исследования.

Знакомство с небольшими практико-ориентированного заданиями и их обсуждение может быть организовано непосредственно на занятиях. Принципиально важным в этом случае является то, чтобы часть теоретического курса, на которой базируется практико-ориентированное задание, была бы прочитана и проработана студентами.

Максимальная польза из работы над практико-ориентированного заданиями будет извлечена в том случае, если аспиранты при предварительном знакомстве с ними будут придерживаться систематического подхода к их анализу, основные шаги которого представлены ниже:

1. Выпишите из соответствующих разделов учебной дисциплины ключевые идеи, для того, чтобы освежить в памяти теоретические концепции и подходы, которые Вам предстоит использовать при анализе практико-ориентированного задания.
2. Бегло прочтите практико-ориентированное задание, чтобы составить о нем общее представление.
3. Внимательно прочтите вопросы к практико-ориентированному заданию и убедитесь в том, что Вы хорошо поняли, что Вас просят сделать.
4. Вновь прочтите текст практико-ориентированного задания, внимательно фиксируя все факторы или проблемы, имеющие отношение к поставленным вопросам.
5. Прикиньте, какие идеи и концепции соотносятся с проблемами, которые Вам предлагается рассмотреть при работе с практико-ориентированное заданием.

Организация обсуждения практико-ориентированного задания предполагает формулирование перед студентами вопросов, включение их в дискуссию. Вопросы обычно подготавливают заранее и предлагают студентам вместе с текстом практико-ориентированного задания. При разборе учебной ситуации преподаватель может занимать активную или пассивную позицию, иногда он «дирижирует» разбором, а иногда ограничивается подведением итогов дискуссии.

Организация обсуждения практико-ориентированных заданий обычно основывается на двух методах. Первый из них носит название традиционного Гарвардского метода - открытая дискуссия. Альтернативным методом является метод, связанный с индивидуальным или групповым опросом, в ходе которого аспиранты делают формальную устную оценку ситуации и предлагают анализ представленного практико-ориентированного задания, свои решения и рекомендации, т.е. делают презентацию. Этот метод позволяет некоторым студентам минимизировать их учебные усилия, поскольку каждый аспирант опрашивается один- два раза за занятие. Метод развивает у студентов коммуникативные навыки, учит их четко выражать свои мысли. Однако, этот метод менее динамичен, чем Гарвардский метод. В открытой дискуссии организация и контроль участников более сложен.

Дискуссия занимает центральное место в методе. Ее целесообразно использовать в том случае, когда аспиранты обладают значительной степенью зрелости и самостоятельности мышления, умеют аргументировать, доказывать и обосновывать свою точку зрения. Важнейшей характеристикой дискуссии является уровень ее компетентности, который складывается из компетентности ее участников. Неподготовленность студентов к дискуссии делает ее формальной, превращает в процесс вытаскивания ими информации у преподавателя, а не самостоятельное ее добывание.

Особое место в организации дискуссии при обсуждении и анализе практико-ориентированного задания принадлежит использованию метода генерации идей, получившего название «мозговой атаки» или «мозгового штурма».

Метод «мозговой атаки» или «мозгового штурма» был предложен в 30-х годах прошлого столетия А. Осборном как групповой метод решения проблем. К концу XX столетия этот метод приобрел особую популярность в практике управления и обучения не только как самостоятельный метод, но и как использование в процессе деятельности с целью усиления ее продуктивности. В процессе обучения «мозговая атака» выступает в

качестве важнейшего средства развития творческой активности студентов. «Мозговая атака» включает в себя три фазы.

Первая фаза представляет собой вхождение в психологическую раскованность, отказ от стереотипности, страха показаться смешным и неудачником; достигается созданием благоприятной психологической обстановки и взаимного доверия, когда идеи теряют авторство, становятся общими. Основная задача этой фазы - успокоиться и расковаться.

Вторая фаза - это собственно атака; задача этой фазы - породить поток, лавину идей. «Мозговаяатака» в этойфазеосуществляетсяпоследующимпринципам:

- есть идея, - говорю, нет идеи, - не молчу;
- поощряется самое необузданное ассоциирование, чем более дикой покажется идея, тем лучше;
- количество предложенных идей должно быть как можно большим;
- высказанные идеи разрешается заимствовать и как угодно комбинировать, а также видоизменять и улучшать;
- исключается критика, можно высказывать любые мысли без боязни, что их признают плохими, критикующих лишают слова;
- не имеют никакого значения социальные статусы участников; это абсолютная демократия и одновременно авторитаризм сумасшедшей идеи;
- все идеи записываются в протокольный список идей;
- время высказываний - не более 1-2 минут.

Третья фаза представляет собой творческий анализ идей с целью поиска конструктивного решения проблемы по следующим правилам:

- анализировать все идеи без дискриминации какой-либо из них;
- найти место идее в системе и найти систему под идею;
- не умножать сущностей без надобности;
- не должна нарушаться красота и изящество полученного результата;
- должно быть принципиально новое видение;
- ищи «жемчужину в навозе».

В методе мозговая атака применяется при возникновении у группы реальных затруднений в осмыслении ситуации, является средством повышения активности студентов. В этом смысле мозговая атака представляется не как инструмент поиска новых решений, хотя и такая ее роль не исключена, а как своеобразное «подталкивание» к познавательной активности.

Презентация, или представление результатов анализа практико-ориентированного задания, выступает очень важным аспектом метода ***case-study***. Умение публично представить интеллектуальный продукт, хорошо его рекламировать, показать его достоинства и возможные направления эффективного использования, а также выстоять под шквалом критики, является очень ценным интегральным качеством современного специалиста. Презентация оттачивает многие глубинные качества личности: волю, убежденность, целенаправленность, достоинство и т.п.; она вырабатывает навыки публичного общения, формирования своего собственного имиджа.

Публичная (устная) презентация предполагает представление решений практико-ориентированного задания группе, она максимально вырабатывает навыки публичной деятельности и участия в дискуссии. Устная презентация обладает свойством кратковременного воздействия на студентов и, поэтому, трудна для восприятия и запоминания. Степень подготовленности выступающего проявляется в спровоцированной им дискуссии: для этого необязательно делать все заявления очевидными и неопровержимыми.Такая подача материала при анализе практико-ориентированного задания может послужить началом дискуссии. При устной презентации необходимо учитывать эмоциональный настрой выступающего: отношение и эмоции говорящего вносят существенный вклад в сообщение. Одним из преимуществ публичной (устной) презентации является ее гибкость. Оратор может откликаться на изменения окружающей обстановки, адаптировать свой стиль и материал, чувствуя настроение аудитории.

Непубличная презентация менее эффектна, но обучающая роль ее весьма велика. Чаще всего непубличная презентация выступает в виде подготовки отчета по выполнению задания, при этом стимулируются такие качества, как умение подготовить текст, точно и аккуратно составить отчет, не допустить ошибки в расчетах и т.д. Подготовка письменного анализа практико-ориентированного задания аналогична подготовке устного, с той разницей, что письменные отчеты-презентации обычно более структурированы и детализированы. Основное правило письменного анализа практико-ориентированного задания заключается в том, чтобы избегать простого повторения информации из текста, информация должна быть представлена в переработанном виде. Самым важным при этом является собственный анализ представленного материала, его соответствующая интерпретация и сделанные предложения. Письменный отчет - презентация может сдаваться по истечении некоторого времени после устной презентации, что позволяет студентам более тщательно проанализировать всю информацию, полученную в ходе дискуссии.

Как письменная, так и устная презентация результатов анализа практико-ориентированного задания может быть групповая и индивидуальная. Отчет может быть индивидуальным или групповым в зависимости от сложности и объема задания. Индивидуальная презентация формирует ответственность, собранность, волю; групповая - аналитические способности, умение обобщать материал, системно видеть проект.

Оценивание участников дискуссии является важнейшей проблемой обучения посредством метода практико-ориентированного задания. При этом выделяются следующие требования к оцениванию:

- объективность - создание условий, в которых бы максимально точно выявлялись знания обучаемых, предъявление к ним единых требований, справедливое отношение к каждому;
- обоснованностьоценок - ихаргументация;
- систематичность - важнейший психологический фактор, организующий и дисциплинирующий студентов, формирующий настойчивость и устремленность в достижении цели;
- всесторонность и оптимальность.

Оценивание участников дискуссии предполагает оценивание не столько набора определенных знаний, сколько умения студентов анализировать конкретную ситуацию, принимать решение, логически мыслить.

Следует отметить, что оценивается содержательная активность студента в дискуссии или публичной (устной) презентации, которая включает в себя следующие составляющие:

- выступление, которое характеризует попытку серьезного предварительного
- анализа (правильность предложений, подготовленность,
- аргументированность и т.д.);
- обращение внимания на определенный круг вопросов, которые требуют углубленного обсуждения;
- владение категориальным аппаратом, стремление давать определения, выявлять содержание понятий;
- демонстрация умения логически мыслить, если точки зрения, высказанные раньше, подытоживаются и приводят к логическим выводам;
- предложение альтернатив, которые раньше оставались без внимания;
- предложение определенного плана действий или плана воплощения решения;
- определение существенных элементов, которые должны учитываться при анализе практико-ориентированного задания;
- заметное участие в обработке количественных данных, проведении расчетов;
- подведениеитоговобсуждения.

При оценивании анализа практико-ориентированного задания, данного студентами при непубличной (письменной) презентации учитывается:

- формулировка и анализ большинства проблем, имеющихся в практико-ориентированное задание;

- формулировка собственных выводов на основании информации о практико-ориентированное задание, которые отличаются от выводов других студентов;

- демонстрация адекватных аналитических методов для обработки информации;

- соответствие приведенных в итоге анализа аргументов ранее выявленным проблемам, сделанным выводам, оценкам и использованным аналитическим метода

3.Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

На практических занятиях необходимо стремиться к самостоятельному решению задач, находя для этого более эффективные методы. При этом студентам надо приучить себя доводить решения задач до конечного «идеального» ответа. Это очень важно для будущих специалистов. Практические занятия вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

Практическое занятие – активная форма учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помощь обучающимся освоиться в «пространстве» (тематике) дисциплины, самостоятельно прооперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале.

Продолжительность одного практического занятия – от 2 до 4 академических часов. Общая доля практических занятий в учебном времени на дисциплину – от 10 до 20 процентов (при условии, что все активные формы займут в учебном времени на дисциплину от 40 до 60 процентов).

Для практического занятия в качестве темы выбирается обычно такая учебная задача, которая предполагает не существенные эвристические и аналитические напряжения и продвижения, а потребность обучающегося «потрогать» материал, опознать в конкретном то общее, о чем говорилось в лекции. Например, при рассмотрении вопросов оплаты труда, мотивации труда и проблем безработицы в России имеет смысл провести практические занятия со следующими сюжетами заданий: «Расчет заработной платы работников предприятия». «Разработка механизма мотивации труда на предприятии N». «В чем причины и особенности безработицы в России?». Последняя тема предполагает уже некоторую аналитическую составляющую. Основная задача первой из этих тем - самим посчитать заработную плату для различных групп работников на примере заданных параметров для конкретного предприятия, т. е. сделать расчеты «как на практике»; второй – дать собственный вариант мотивационной политики для предприятия, учитывая особенности данного объекта, отрасли и т.д.; третьей – опираясь на теоретические знания в области проблем занятости и безработицы, а также статистические материалы, сделать авторские выводы о видах безработицы, характерных для России, и их причинах, а также предложить меры по минимизации безработицы.

Перед проведением занятия должен быть подготовлен специальный материал – тот объект, которым обучающиеся станут оперировать, активизируя свои теоретические (общие) знания и тем самым, приобретая навыки выработки уверенных суждений и осуществления конкретных действий.

Дополнительный материал для практического занятия лучше получить у преподавателя заранее, чтобы у студентов была возможность просмотреть его и подготовить вопросы.

Условия должны быть такими, чтобы каждый мог работать самостоятельно от начала до конца. В аудитории должны быть «под рукой» необходимые справочники и тексты законов и нормативных актов по тематике занятия. Чтобы сделать практическое занятие максимально эффективным, надо заранее подготовить и изучить материал по наиболее интересным и практически важным темам.

Особенности практического занятия с использованием компьютера

Для того чтобы повысить эффективность проведения практического занятия, может использоваться компьютер по следующим направлениям:

- поиск информации в Интернете по поставленной проблеме: в этом случае преподаватель представляет обучающимся перечень рекомендуемых для посещения Интернет-сайтов;
- использование прикладных обучающих программ;
- выполнение заданий с использованием обучающимися заранее установленных преподавателем программ;
- использование программного обеспечения при проведении занятий, связанных с моделированием социально-экономических процессов.

4.Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой дискуссию в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия (от доски смелом до самых современных технических

средств), демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Во время лекций, связанных с темой семинарского занятия, следует обращать внимание на то, что необходимо дополнительно изучить при подготовке к семинару (новые официальные документы, статьи в периодических журналах, вновь вышедшие монографии и т.д.).

5.Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не

вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала.кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины, Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были

неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальным сон. Подготовка к экзамену не должна идти в ущерб сну, иначе в день экзамена не будет чувства свежести и бодрости, необходимых для хороших ответов. Вечер накануне экзамена рекомендуем закончить небольшой прогулкой.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указанияможет в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическаясамостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестноевыполнение заданий;

3) выяснениеи уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брандес М. П. Немецкий язык. Переводческое реферирование: практикум. М.: КДУ, 2008. – 368с.

2. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

3. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

4. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности: Учеб.пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

5. Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа:http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет геологии и геофизики

Кафедра “Математики”

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Решебник задач по высшей математике

Екатеринбург 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

Часть 1. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА С ЭЛЕМЕНТАМИ ОБЩЕЙ АЛГЕБРЫ **6**

1. ВВЕДЕНИЕ В ОБЩУЮ АЛГЕБРУ

Практическое занятие 1 6

Множества, операции, отношения 6

Практическое занятие 2 12

Комплексные числа 12

Задания для самостоятельной работы 15

2. ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ 20

Практическое занятие 1 20

Метод координат, векторы 20

Практическое занятие 2 31

Векторное и смешанное произведения 31

Прямая линия и плоскость, взаимное расположение прямой линии и плоскости 33

Практическое занятие 3 37

Абстрактные векторные пространства 37

Практическое занятие 4 58

Операторы, матрицы, определители и СЛАУ 58

Практическое занятие 5 73

Ядро и ранг линейного оператора. Критерии совместности СЛАУ 73

Задания для самостоятельной работы 82

Векторная алгебра 82

Прямые линии и плоскости 84

Операторы, матрицы 85

Часть 2. ОПЕРАТОРЫ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ 93

Практическое занятие 1 93

Собственные и инвариантные подпространства. Самосопряжённые и ортогональные операторы 93

Практическое занятие 2 114

Наклонная, перпендикуляр, проекция, оператор проектирования 114

Практическое занятие 3 121

Квадратичные формы. Поверхности второго порядка 121

Задания для самостоятельной работы 131

Собственные значения и собственные векторы 131

Инвариантные подпространства 132

Геометрия пространства E^n 134

ЧАСТЬ 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ФУНКЦИЙ ОДНОГО И НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ 138

Практическое занятие 1 138

Определение предела последовательности 138

Вычисление предела последовательности 140

Непрерывность и предел функции 146

Практическое занятие 2 150

Дифференцируемость функции одного переменного 150

Логарифмическое дифференцирование 155

Дифференцирование функций, заданных неявно 156

Дифференцирование функций, заданных параметрически 158

Понятие дифференциала функции. Приближённые вычисления 159

Практическое занятие 3. Основные теоремы дифференциального исчисления 161

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши 161

Правила Лопиталя 165

Формула Тейлора и формула Маклорена 166

Практическое занятие 4. Исследование функций одного переменного 170

Промежутки монотонности функции 170

Схема исследования функции на локальные экстремумы с помощью первой производной 172

Полное исследование функции 177

Практическое занятие 5. Интегрируемость функций одного переменного 178

Непосредственное интегрирование 178
Подведение под дифференциал 178
Методы подстановки (замены переменной интегрирования) и интегрирования по частям 180
Формула Ньютона-Лейбница, вычисление определённого интеграла мето дом замены переменной и интегрирования по частям 181
Практическое занятие 6. Дифференцируемость функций нескольких переменных 183
Первые частные производные функций нескольких переменных 183
Частные производные функций нескольких переменных высших порядков 189
Дифференцируемость функций нескольких переменных 191
Дифференциалы высших порядков 193
Производные сложных и неявно заданных функций 194
Практическое занятие 7 197
Градиент функции и производная по направлению 197
Экстремум функции двух переменных 198
Практическое занятие № 8 200
Непосредственное вычисление суммы числового ряда 200
Необходимый признак сходимости 201
Признак сравнения 202
Признак Даламбера 203
Знакопеременные ряды 204
Практическое занятие 9 206
Функциональные ряды 206
Ряд Тейлора (Маклорена) 210
Задания для самостоятельной работы 212
Предел и дифференцируемость функций одного переменного 212
Дифференцируемость функций нескольких переменных. 218
Интегрируемость функции одного переменного 218
Числовые ряды 225
Функциональные ряды 227

ЧАСТЬ 4. ТЕОРИЯ ПОЛЯ. ВЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ 230

Практическое занятие 1 230

Базисные векторные поля 230

Практическое занятие 2 240

Вычисление криволинейных интегралов 240

Практическое занятие 3 243

Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах 243

Вычисление площади, объёма и массы 245

Вычисление двойного интеграла в полярных координатах 246

Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах 250

Вычисление тройного интеграла в цилиндрических и сферических координатах 251

Практическое занятие 4 253

Приложения криволинейных и кратных интегралов 253

Практическое занятие 5 259

Поверхностные интегралы первого и второго рода 259

Практическое занятие 6 262

Векторный анализ 262

Практическое занятие 7 271

Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными 271

Дифференциальные уравнения с однородной правой частью 273

Линейные дифференциальные уравнения первого порядка 274

Неполные обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка 276

Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка 279

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Метод Лагранжа 281

Примеры из механики 283

Практическое занятие 8 286

Линейные системы ОДУ, методы Эйлера и Лагранжа 286

Задания для самостоятельной работы 293

Интегрирование и теория поля 293

Обыкновенные дифференциальные уравнения 298

ЧАСТЬ 1. Линейная алгебра с элементами общей алгебры

1. ВВЕДЕНИЕ В ОБЩУЮ АЛГЕБРУ

Практическое занятие 1

Множества, операции, отношения

Задача 1.1.1. Найти все подмножества множества $M = \{4, 7, 9\}$.

Р е ш е н и е. Подмножествами данного множества являются: пустое множество $\varnothing$; само множество M; одноэлементные множества $\{4\}, \{7\}, \{9\}$; двухэлементные множества $\{4, 7\}, \{4, 9\}, \{7, 9\}$. $\otimes$

Задача 1.1.2. Найти пересечение, объединение и разность множеств $A = \{a, b, c, d, e, f\}, B = \{b, e, f, k\}$.

Р е ш е н и е. Пересечение множеств $A \cap B$ содержит три элемента

$$A \cap B = \{b, e, f\},$$

объединение множеств содержит семь элементов

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, k\},$$

разность

$$A - B = \{a, c, d\}. \otimes$$

Задача 1.1.3. Найти пересечение множеств решений неравенств

$$2x - 3 > x + 1,\ 3x - 8 < 2x + 1,$$

полагая, что $x \in R^1$.

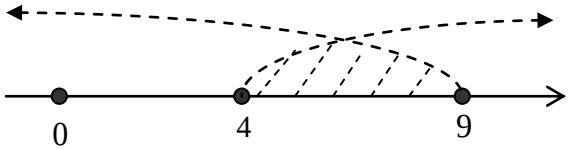


Рис. 1.

Р е ш е н и е. Решением первого неравенства является множество действительных чисел $x > 4$, решением второго неравенства является множество действительных чисел $x < 9$. Их пересечением (рисунок 1.1.1) является множество $M = \{x \in R^1 : 4 < x < 9\}$. $\otimes$

Задача 1.1.4. Найти произведение $A \times B$ множеств

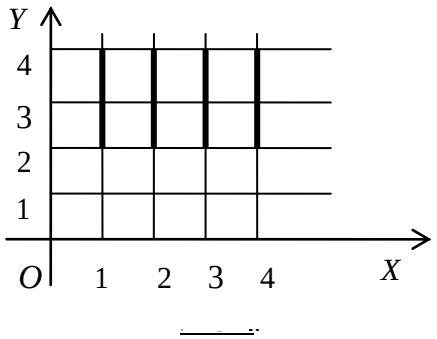
$A = \{m, p\}, B = \{e, f, k\}$.

Р е ш е н и е. Составляем, согласно определению, всевозможные упорядоченные пары, первой компонентой которых является элемент множества A, а второй – элемент множества B:

$$A \times B = \{(m, e), (m, f), (m, k), (p, e), (p, f), (p, k)\}. \otimes$$

Задача 1.1.5. Изобразить на координатной плоскости произведение $A \times B$ множеств $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x \in R^1 : 2 \le y \le 4\}$.

Р е ш е н и е. Множество A конечно, а множество B – бесконечно, поэтому произведение множеств состоит из бесконечного множества упорядоченных пар, первым компонентом которых являются числа 1, 2, 3 или 4, а вторым – любое действительное число из замкнутого промежутка $[2, 4]$. Множество пар координатной плоскости изобразится



в виде четырёх отрезков, параллельных оси ординат (рисунок 2). $\otimes$

Задача 1.1.6. Доказать транзитивность отношения равенства для произвольных множеств.

Р е ш е н и е. Пусть X, Y и Z – произвольные множества. Покажем, что из $X = Y$ и $Y = Z \Rightarrow X = Z$.

Пусть $x \in X$. Тогда, так как $X = Y$, имеем $x \in Y$. Но так как $Y = Z$, получаем $x \in Z$. Обратно, из $x \in Z$ следует, что $x \in X$. По закону тождества получаем $X = Z$. $\otimes$

Задача 1.1.7. Доказать, что для произвольных множеств A, B и C справедливо равенство: $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.

Р е ш е н и е. Покажем, что

$$A \setminus (B \cap C) \subseteq (A \setminus B) \cup (A \setminus C).$$

Пусть $x \in A \setminus (B \cap C)$. Откуда следует, что $x \in A$ и $x \notin B \cap C$. То есть, $x \in A$ и $x \notin B$, или $x \in A$ и $x \notin C$. Поэтому

$$x \in A \setminus B, \text{ или } x \in A \setminus C,$$

то есть

$$x \in (A \setminus B) \cup (A \setminus C).$$

Следовательно, в соответствие с определением части множества включение

$$A \setminus (B \cap C) \subseteq (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$$

доказано.

Включение $(A \setminus B) \cup (A \setminus C) \subseteq A \setminus (B \cap C)$ доказывается аналогично.

Из доказанных включений с учётом закона тождества получаем требуемое равенство $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$. ⊗

Задача 1.1.8. Проверить непосредственно, что для множеств

$$X = \{5, 7\}, Y = \{7, 9\}, Z = \{0, 1\}$$

выполняется следующее равенство: $(X \cup Y) \times Z = (X \times Z) \cup (Y \times Z)$.

Р е ш е н и е. Для левой части равенства непосредственно получаем $X \cup Y = \{5, 7, 9\}$ и далее имеем:

$$(X \cup Y) \times Z = \{5, 7, 9\} \times \{0, 1\}$$

$$= \{(5, 0), (7, 0), (9, 0), (5, 1), (7, 1), (9, 1)\}$$

Для правой части получаем аналогично:

$$(X \times Z) \cup (Y \times Z) = \{5, 7\} \times \{0, 1\} \cup \{7, 9\} \times \{0, 1\}$$

$$= \{(5, 0), (7, 0), (5, 1), (7, 1)\} \cup \{(7, 0), (9, 0), (7, 1), (9, 1)\}$$

$$= \{(5, 0), (5, 1), (7, 0), (7, 1), (9, 0), (9, 1)\}$$

Сравнивая полученные равенства, видим, что оба множества состоят из одних и тех же элементов, то есть, равны друг другу. ⊗

Задача 1.1.9. Выяснить, является ли на подмножестве

$$R^+ = \{x \in R^1 : x > 0\}$$

множества действительных чисел R^1 алгебраической операция $x * y = x^2$ и указать, обладает ли эта операция свойствами коммутативности и ассоциативности.

Р е ш е н и е. Пусть x, y, z – любые элементы из R^+. Тогда, очевидно, $\forall x \in R^+ \; x^2 \in R^+$, то есть операция $*$ является бинарной алгебраической операцией. Так как по определению операции имеем

$$\forall x \neq y \; x * y = x^2 \neq y * x = y^2,$$

то операция $*$ не является коммутативной. Далее, так как

$$\forall x \neq y \neq z \in R^+ \; x * (y * z) = x^2 \neq (x * y) * z = (x * y)^2 = x^4,$$

то операция $*$ не является ассоциативной. $\otimes$

Задача 1.1.10. Ассоциативна ли на множестве действительных чисел R^1 операция $x * y = \sin x \cdot \sin y$.

Р е ш е н и е. Для определённой операции имеем:

$$\forall x, y, z \in R \; (x * y) * z = \sin(\sin x \cdot \sin y) \cdot \sin z,$$

$$x * (y * z) = \sin x \cdot \sin(\sin y \cdot \sin z).$$

Очевидно, что $(x * y) * z = x * (y * z)$ выполняется не для всех x, y, z, следовательно, операция $*$ свойством ассоциативности не обладает. $\otimes$

Задача 1.1.11. На множестве $M = \{2, 4, 6, 8\}$ задано отношение «***меньше***». Изобразить это отношение: 1) выписав все упорядоченные пары; 2) построив граф отношения.

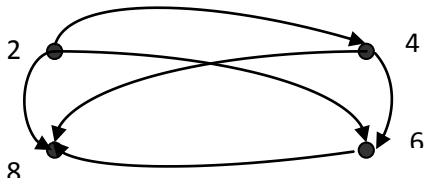


Рис. 1.8.3.

Р е ш е н и е. Отношение имеет вид:

$$2 < 4, 2 < 6, 2 < 8, 4 < 6, 4 < 8, 6 < 8.$$

Запишем отношение в виде подмножества $\Re \subset M \times M$ произведения множества M на себя, то есть в виде множества упорядоченных пар:

$$\{\langle 2, 4\rangle, \langle 2, 6\rangle, \langle 2, 8\rangle, \langle 4, 6\rangle, \langle 4, 8\rangle, \langle 6, 8\rangle\}.$$

Граф отношения приведён на рисунке 3. $\otimes$

Задача 1.1.12. Пусть $M = \{p, q\}$ и задано подмножество $\Re$ множества $M \times M$

$$\Re = \{(p, p), (p, q), (p, f), (f, f), (q, f), (q, p), (q, q)\}.$$

Обладает ли определяемое этим подмножеством отношение свойствами рефлексивности, симметричности и транзитивности?

Р е ш е н и е. Очевидно, что для элементов множества $\Re$ истинны следующие высказывания:

1) $(p, f) \notin \Re$;

2) $(p, p) \in \Re$, $(p, q) \in \Re$, $(f, f) \in \Re$, $(q, q) \in \Re$;

3) $(p, p) \in \Re \wedge (p, q) \in \Re \Rightarrow (p, q) \in \Re$,
$(p, q) \in \Re \wedge (q, p) \in \Re \Rightarrow (p, p) \in \Re$,
$(f, f) \in \Re \wedge (p, q) \in \Re \Rightarrow (f, q) \in \Re$.

Поэтому отношение $\Re$ на множестве M, заданное множеством упорядоченных пар элементов M, рефлексивно, симметрично и транзитивно. $\otimes$

Задача 1.1.13. Показать, что отношение включения $\subset$ является отношением порядка.

Р е ш е н и е. 1) Пусть X – произвольное множество. Так как всегда $X \subset X$, то отношение $\subset$ рефлексивно. 2) Пусть X, Y, Z – произвольные множества, для которых выполняются включения $X \subset Y$ и $Y \subset Z$. Если $x \in X$, то в силу $X \subset Y$ имеем $x \in Y$, а так как $Y \subset Z$, то и $x \in Z$. Поэтому $(X \subset Y \wedge Y \subset Z) \Rightarrow X \subset Z$, то есть отношение $\subset$ транзитивно. 3) Так как по закону тождества имеем

$$(X \subset Y \wedge Y \subset X) \Leftrightarrow X = Y,$$

то отношение $\subset$ антисимметрично.

Отношение $\subset$ рефлексивно, транзитивно и антисимметрично и, следовательно, является отношением порядка. $\otimes$

Задача 1.1.14. Пусть функция $f : M_1 \to M_2$, где $M_1 \subset R^1$ и $M_2 \subset R^1$, задана формулой $y = \pm\sqrt{1 - x^2}$. Требуется: найти множество определения M_1 и множество значений M_2 этой функции; выяснить, является ли данная функция отображением или преобразованием; выяснить, является ли f инъективной, сюръективной или биективной.

Р е ш е н и е. Множеством определения функции f является множество $M_1 = \{x \in R^1 : -1 \le x \le 1\}$, а множеством значений – множество $M_2 = M_1$, следовательно f осуществляет отображение M_1 на M_1, то есть является преобразованием. Так как $(\exists x \in M_1) : f(x) = f(-x)$, то преобразование f не является инъективным, но очевидно, что f – сюръективно. Следовательно, отображение f не является биективным. $\otimes$

Задача 1.1.15. Доказать, что множество натуральных чисел N с операцией $(*) : x * y = \min\{x, y\}$ является полугруппой.

Р е ш е н и е. Исходя из определения полугруппы, нужно проверить, что операция $(*)$ является алгебраической и ассоциативной. Так как

$$(\forall x, y \in N) \; x * y = \min\{x, y\} \in N,$$

то операция $(*)$ является алгебраической. Проверим её на ассоциативность, имеем:

$$(\forall x, y, z \in N) \; (x * y) * z = \min\{\min\{x, y\}, z\} = \min\{x, \min\{y, z\}\}.$$

Операция $(*)$ ассоциативна. Поэтому $(N, *)$ – полугруппа. $\otimes$

Задача 1.1.16. Доказать, что множество положительных действительных чисел $R^+ = \{x \in R^1 : x > 0\}$, в котором операции «сложения» и «умножения на число» введены по правилам

$$(\forall x, y \in R^+ \wedge \forall \alpha \in R) \; x + y \overset{def}{=} x \cdot y \wedge \alpha \cdot x \overset{def}{=} x^{\alpha},$$

является векторным пространством.

Р е ш е н и е. Согласно определению векторного пространства, в множестве R^+ должны выполняться две группы аксиом.

Аксиомы сложения:

1) $(\forall x, y \in A) \; x + y = y + x$ (**коммутативность**);
2) $(\forall x, y, z \in A) \; (x + y) + z = x + (y + z)$ (**ассоциативность**);
3) $(\exists 0 \in A) : (\forall x \in A) \; x + 0 = x$ (существование нулевого элемента);
4) $(\forall x \in A)(\exists (-x) \in A) : x + (-x) = 0$ (существование противоположного элемента).

Аксиомы умножения на число:

5) $(\forall x \in A \wedge \forall \alpha, \beta \in R) \; (\alpha + \beta) \cdot x = \alpha \cdot x + \beta \cdot x$;
6) $(\forall x, y \in A \wedge \forall \alpha \in R) \; \alpha \cdot (x + y) = \alpha \cdot x + \alpha \cdot y$;
7) $(\forall x \in A) \; 1 \cdot x = x$;
8) $(\forall x \in A \wedge \forall \alpha, \beta \in R) \; (\alpha \cdot \beta) \cdot x = \alpha \cdot (\beta \cdot x)$.

Во множестве R^+ операция «сложения» является бинарной алгебраической операцией, а операция «умножения на число» является внешней бинарной операцией, так как

$$\forall x,\ y \in R^+ \wedge \forall \alpha \in R^1 \Rightarrow x \cdot y \in R^+ \wedge x^{\alpha} \in R^+.$$

Проверим выполнение аксиом.

1) Коммутативность операции «сложения» выполняется, так как

$$\forall x,\ y \in R^+ \Rightarrow x \cdot y = y \cdot x.$$

2) Ассоциативность операции «сложения» выполняется, так как

$$\forall x,\ y,\ z \in R^+ \Rightarrow (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z).$$

3) В качестве нулевого элемента выбираем единицу, так как

$$\forall x \in R^+ \Rightarrow 1 \cdot x = x \cdot 1 = x.$$

4) Противоположный элемент

$$-x = \frac{1}{x},$$

так как $\forall x \in R^+ \Rightarrow x \cdot \frac{1}{x} = 1.$

5) Так как $x^{\alpha+\beta} = x^{\alpha} \cdot x^{\beta}$, то

$$(\alpha + \beta) \cdot x = \alpha \cdot x + \beta \cdot x.$$

6) Так как $(x \cdot y)^{\alpha} = x^{\alpha} \cdot y^{\alpha}$, то

$$\alpha \cdot (x + y) = \alpha \cdot x + \alpha \cdot y.$$

7) Так как $x^1 = x$, то

$$1 \cdot x = x.$$

8) Так как $x^{\alpha \cdot \beta} = (x^{\beta})^{\alpha}$, то

$$(\alpha \cdot \beta) \cdot x = \alpha \cdot (\beta \cdot x).$$

Все аксиомы векторного пространства выполняются, следовательно, множество R^+ с введёнными операциями является векторным пространством над полем действительных чисел R^1. ⊗

Практическое занятие 2

Комплексные числа

Задача 1.2.1. Построить точку, изображающую комплексное число $z = -3 - 4i$.

Р е ш е н и е. В данной задаче $z = a + bi = -3 - 4i$. Так как на комплексной плоскости $a = x$ и $b = y$, то точка, изображающая на комплексной плоскости число z, имеет координаты $x = -3$ и $y = -4$. ⊗

Задача 1.2.2. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -4 - 4\sqrt{3}i$.

Р е ш е н и е. Модуль числа $|z| = \sqrt{(-4)^2 + (4\sqrt{3})^2} = 8$. Точка z лежит в третьей четверти, поэтому $\arg z = arctg\sqrt{3} = -\frac{2\pi}{3}$. $\otimes$

Задача 1.2.3. Выполнить указанные действия:

$$\frac{(3-4i)(2-i)}{2+i} - \frac{(3+4i)(2+i)}{2-i}.$$

Р е ш е н и е. Выполняем действия, раскрывая скобки и учитывая свойство мнимой единицы $i^2 = -1$. $\otimes$

Задача 1.2.4. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие: $-2 < \operatorname{Im} z \le 3$.

Р е ш е н и е. Так как на комплексной плоскости $\operatorname{Im} z = y$, то искомое множество точек является полосой, заключённой между прямыми линиями с уравнениями $y = -2$ и $y = 3$, причём точки первой прямой этому множеству не принадлежат, а точки второй прямой принадлежат. $\otimes$

Задача 1.2.5. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие: $|z-1| < 3$.

Р е ш е н и е. Положим $z = x + iy$. Тогда имеем $z - 1 = (x-1) + iy$, откуда получаем

$$|z-1| = \sqrt{(x-1)^2 + y^2} < 3,$$

или

$$(x-1)^2 + y^2 < 9.$$

Искомое множество точек комплексной плоскости является внутренностью круга радиуса 3 с центром в точке $(1; 0)$. $\otimes$

Задача 1.2.6. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие: $\log_3 |z - 3i| < 1$.

Р е ш е н и е. Положим $z = x + iy$. Тогда для числа $z - 3i$ имеем

$$z - 3i = x + i(y-3),$$

откуда получаем

$$|z - 3i| = \sqrt{x^2 + (y-3)^2}.$$

Решая неравенство

$$\log_3 \sqrt{x^2 + (y-3)^2} < 1,$$

получаем $x^2 + (y-3)^2 < 9$. Искомое множество точек является внутренностью круга радиуса 3 с центром в точке с координатами $(0; 3)$. $\otimes$

Задача 1.2.7. Представить комплексное число

$$z = -\cos\vartheta + i\sin\vartheta$$

в тригонометрической форме.

Р е ш е н и е. Стандартная запись комплексного числа в тригонометрической форме имеет вид $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$. По формулам приведения имеем $-\cos\vartheta = \cos(\pi - \vartheta)$. Поэтому, полагая $r = 1$ и $\varphi = \pi - \vartheta$, получаем стандартную запись комплексного числа в тригонометрической форме

$$z = \cos(\pi - \vartheta) + i\sin(\pi - \vartheta). \otimes$$

Задача 1.2.8. Представить комплексное число $z = 4 - 4\sqrt{3}\cdot i$ в тригонометрической форме.

Р е ш е н и е. 1) Находим модуль: $|z| = \sqrt{4^2 + (-4\sqrt{3})^2} = 8.$

2) Находим аргумент. Так как $\cos\varphi = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$, $\sin\varphi = \frac{-4\sqrt{3}}{8} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, то $\varphi = -\frac{\pi}{3}$.

Следовательно, $z = 8\left[\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right]. \otimes$

Задача 1.2.9. Выполнить умножение комплексных чисел:

$$8\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)\cdot\frac{1}{16}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

Р е ш е н и е. Используя формулу умножения, получаем:

$$8\cdot\frac{1}{16}\left(\cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right)\right) = \frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}i. \otimes$$

Задача 1.2.10. Выполнить деление комплексных чисел:

$$2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right) : 4\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right).$$

Р е ш е н и е. Используем формулу деления комплексных чисел, получаем:

$$\frac{2}{4}\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right)\right) = \frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4}i. \otimes$$

Задача 1.2.11. Возвести комплексное $2\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right)$ число в седьмую степень.

Р е ш е н и е. По формуле возведения комплексного числа в степень имеем:

$$\left[2\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right)\right]^7 = 2^7\left(\cos\left(-\frac{21\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{21\pi}{4}\right)\right) =$$

$$= -64\sqrt{2} + 64\sqrt{2}\,i. \otimes$$

Задания для самостоятельной работы

1. Пусть $M = \{4, 8, 11, 22\}$. Образовать всевозможные подмножества этого множества и указать их число.

2. Пусть

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \quad Y = \{2, 4, 6, 8, 10\}.$$

Найти $X \cap Y$, $X \cup Y$, $X - Y$, $Y - X$.

3. Пусть $X = [1, 3) \cup (6, 7]$ и $Y = [2, 6]$. Найти $X \cap Y$, $X \cup Y$, $X - Y$, $Y - X$.

4. Найти пересечение и объединение множеств решений неравенств:

$$3x + 4 \geq 7x - 16, \quad |x - 3| < 1.$$

5. Изобразить на декартовой плоскости произведение множеств:

а) $X = \{x : 2 \leq x \leq 6\}$, $Y = \{y : 3 < y \leq 5\}$;

б) $X = R$, $Y = \{y : -2 < y \leq 3\}$;

в) $[0, 1] \times [0, 1]$;

г) $[1, 2] \times (-\infty, +\infty)$;

д) $(0, +\infty) \times [-2, -3]$.

6. Доказать, что для произвольных множеств X, Y, Z справедливы равенства:

а) $X \cup (X \cap Y) = X$;

б) $X \cap (X \cup Y) = X$

в) $(X \cup Y) \setminus (X \cap Y) = (X \setminus Y) \cup (Y \setminus X)$;

г) $(X \setminus Y) \setminus Z = (X \setminus Z) \setminus Y$;

д) $Y \cup (X \setminus Y) = X \cup Y$;

е) $(X \cup Y) \times Z = (X \times Z) \cup (Y \times Z)$;

ж) $(X \cap Y) \times Z = (X \times Z) \cap (Y \times Z)$;

з) $(X - Y) \times Z = (X \times Z) - (Y \times Z)$;

и) $X \cup Y \subset Z \Rightarrow X \times Y = (X \times Z) \cap (Z \times Y)$.

7. Слушатели потока в 100 человек изучают английский, немецкий и французский языки. Причём, 28 слушателей изучают английский язык, 30 - немецкий, 42 - французский, 8 - английский и немецкий, 10 - английский и французский, 5 - немецкий и французский. Сколько слушателей

изучают только один язык? (проиллюстрировать решение задачи геометрически, используя диаграммы Эйлера).

8. Истинны или ложны для любых X, Y, Z следующие высказывания:

а) $(X \subset Y \wedge Y \subset Z) \Rightarrow X \subset Z$;

б) $(X \neq Y \wedge Y \neq Z) \Rightarrow X \neq Z$.

9. Найти множество истинности предиката: $\left\langle \dfrac{x^2-5x+6}{x^3-1} < 0 \right\rangle$.

10. Найти множество истинности предиката:

$$\left\langle \begin{array}{c} \textit{Корни системы} \\ \textit{уравнений} \end{array} \begin{cases} x-y=m-1 & \textit{одновременно} \\ 2x-y=3-m & \textit{положительны.} \end{cases} \right\rangle$$

11. Найти множество истинности предиката: $\langle x \cdot (x-2) : (x+3) \geq 0 \rangle$.

12. Записать высказывания, используя логические символы:

1) «существует такое число x, что для любого числа y справедливо равенство $x+y=0$»;

2) «если число больше 6, то его квадрат больше 36».

13. Выяснить, являются ли алгебраическими операции сложения, вычитания, умножения и деления на указанных подмножествах множества R действительных чисел и указать, какие из алгебраических операций обладают свойствами коммутативности и ассоциативности:

а) N; б) $N_{2k} = \{2k : k \in N\}$; в) $N_{2k-1} = \{2k-1 : k \in N\}$;

г) Z; д) $Z_{2k} = \{2k : k \in Z\}$; е) R; ж) $R - \{0\}$;

з) $R^+ = \{x \in R : x > 0\}$; и) $R - Q$; к) $\{0, 1\}$.

14. Выяснить, являются ли алгебраическими указанные операции на подмножестве $R^+ = \{x \in R : x > 0\}$ множества действительных чисел R, и указать, какие из алгебраических операций обладают свойствами коммутативности и ассоциативности:

1) $x * y = \dfrac{x+y}{2}$; 2) $x * y = x + y - 1$; 3) $x * y = x^2 y$;

4) $x * y = \sqrt{xy}$; 5) $x * y = |x - y|$; 6) $x * y = x^y$;

7) $x * y = x^2 + y^2$; 8) $x * y = x \cdot y^{\frac{x}{|x|}}$.

15. На множестве $X = \{2, 4, 6, 8\}$ рассматриваются отношения «x равно y», «x кратно y» и «x больше y на 2». Какое из приведённых ниже подмножеств множества $X \times X$ задаёт соответствующее отношение?

а) $\{(2,2), (6,2), (8,2), (6,4), (8,4), (8,6), (2,2), (4,4), (6,6), (8,8)\}$;

б) $\{(2,2), (6,4), (8,6)\}$;

в) $\{(2,2), (4,4), (6,6), (8,8)\}$.

16. Доказать, что:

а) множество натуральных чисел N с операциями $(x; x * y = x)$ и $(x; x \circ y = 1)$ является полугруппой;

б) множества всех целых чисел Z, всех рациональных чисел Q и всех действительных чисел R являются аддитивными группами, если в качестве групповой операции выбрано сложение чисел.

17. Найти действительные числа x и y, если:

а) $\dfrac{5x + 2xi - 3y - 3yi}{3 + 4i} = 2$; б) $\dfrac{2u + 4i}{2x + y} - \dfrac{y}{x - i} = 0$.

18. Найти $\operatorname{Re} z$ и $\operatorname{Im} z$, если:

а) $z = \dfrac{(-2i)^3}{i} + 4i^{16}$; б) $z = \dfrac{3 - 2i}{1 - 4i} + i^9$;

в) $z = \dfrac{5i - 2}{3i + 1} + i + \dfrac{8i - 3}{2 - i}$; г) $z = \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{17 + 31i}{7 + i} + \dfrac{12}{(+i)^4}\right) + i$.

19. Выполнить указанные действия:

1) $(+2i)^6$;

2) $(2 + 3i)(4 - 5i) + (2 - 3i)(4 + 5i)$;

3) $(x - 1 - i)(x - 1 + i)(x + 1 + i)(x + 1 - i)$;

4) $(+2i)^5 - (-2i)^5$;

5) $\left(-\dfrac{1}{2} + \dfrac{i \cdot \sqrt{3}}{2}\right)^2$;

6) $\dfrac{(-i)^5-1}{(+i)^5+1}$;

7) $\dfrac{(+2i)^2-(-i)^3}{(-i)^3+(+i)^2}$;

8) $\dfrac{(+2i)^3+(-2i)^3}{(-i)^2-(+i)^2}$;

9) $\dfrac{(3-4i)(-i)}{2+i}-\dfrac{(3+4i)(+i)}{2-i}$;

10) $\dfrac{5+12i}{8-6i}+\dfrac{(+2i)^2}{2+i}$;

11) $\left[\dfrac{1}{3}\left((-i)^4+\dfrac{7-24i}{4-3i}\right)+i\right]\dfrac{8}{(+i)^2}$.

20. Найти такие вещественные числа x и y, что следующие пары комплексных чисел будут комплексно-спряжёнными:

а) $z_1=y^2-2y+xy-x+y+(x+y)i$, $z_2=-y^2+2y+11-4i$;

б) $z_1=x+y^2+1+4i$, $z_2=ixy^2+iy^2-3$.

21. Решить уравнения:

1) $|z|+z=1+2i$;

2) $2|z|-4az+1+ai=0$ $(a\in R)$;

3) $|z|+z=2-i$;

4) $3z^2-(4-8i)z+8(-3i)=0$;

5) $2(-i)z^2+(-i)z+5(+i)=0$;

6) $(+4i)z^2+2z+6-6i=0$;

7) $z^4-12z^2+64=0$.

22. Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases} (-i)x-(3+i)y=4, \\ 5x-(4+2i)y=4i; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} (-i)x+3iy=5, \\ 2x-(3-3i)y=6. \end{cases}$

23. Построить точки, изображающие комплексные числа:

1) $z_1=-3+3i$; 2) $z_2=5-i$; 3) $z_3=2i$; 4) $z_4=-\sqrt{2}i$.

24. Найти модуль и аргумент комплексных чисел:

1) $z_1=-3+3i$; 2) $z_2=-2i$; 3) $z_3=5-\sqrt{2}$.

25. Найти множество точек комплексной плоскости, для которых:

1) $-\frac{\pi}{6}<\arg z<\frac{\pi}{4}$; 2) $1\le|z+1|<3$; 3) $|z+i|=1$;

4) $\frac{\pi}{4}\le\arg(-2+i)\le\pi$; 5) $\begin{cases} \frac{\pi}{4}<\arg z<\pi, \\ |1-2i-z|=2; \end{cases}$

6) $|z-1-i|\ge|z-2+i|$; 7) $|z-1+2i|\ge3$; 8) $|z-2i|+|z-i|=1$.

26. Представить комплексные числа в тригонометрической форме:

1) $z=16-16\sqrt{3}i$; 2) $z=-6\sqrt{3}-6i$; 3) $z=(\sqrt{5}-2i)$.

27. Представить комплексные числа в алгебраической форме:

1) $z=5\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$;

2) $z=4\left(\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)\right)$.

28. Представив комплексные числа в тригонометрической форме, выполнить указанные действия:

$\left(\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)\right)(-3+\sqrt{3}i)$;

$4\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right):(\sqrt{3}-i)$;

$\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}i\right)(+i)$; $(-\sqrt{5}+\sqrt{5}i)^3(+i)^2$; $\frac{2\sqrt{3}-2i}{(-1+i)(\sqrt{2}+\sqrt{6}i)}$.

29. Извлечь корни из комплексных чисел, предварительно представив их в тригонометрической форме:

1) $\sqrt{-6+6\sqrt{3}i}$;

2) $\sqrt[3]{-13{,}5\sqrt{2}--13{,}5\sqrt{2}i}$;

3) $\sqrt[4]{-8-8\sqrt{3}i}$.

30. Представив комплексные числа

$$z_1=-1-i,\ z_2=\sqrt{2}-\sqrt{2}i,\ z_3=1+\sqrt{3}i$$

в тригонометрической форме, вычислить выражение $\dfrac{z_1 z_3}{z_2}$.

2. ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ

Практическое занятие 1

Метод координат, векторы

Пример 2.1.1. В декартовой системе координат задана точка $A(5;3)$. Найти координаты точки B, расположенной симметрично точке $A(5;3)$ относительно координатной плоскости X^1OX^2.

Р е ш е н и е. Координаты точки B по осям OX^1 и OX^2 такие же, как и уточки A, а координата по оси OX^3 имеет противоположный знак. Следовательно, $B(5;-3)$. ⊗

Пример 2.1.2. В декартовой системе координат своими разложениями по каноническому базису заданы векторы

$$\vec{x}=\vec{e}_1+3\vec{e}_2-2\vec{e}_3,\ \vec{y}=2\vec{e}_2+5\vec{e}_3,\ \vec{z}=3\vec{e}_1+13\vec{e}_2+4\vec{e}_3.$$

Найти значение линейной комбинации

$$\vec{u}=3\vec{x}+2\vec{y}-\vec{z}$$

этих векторов и сделать вывод о линейной зависимости, или линейной независимости системы $\left\{\vec{x},\ \vec{y},\ \vec{z}\right\}$ и взаимном расположении векторов.

Р е ш е н и е. Находим линейную комбинацию:

$$3\vec{x}+2\vec{y}-\vec{z}=$$

$$=3\left(\vec{e}_1+3\vec{e}_2-2\vec{e}_3\right)+2\left(2\vec{e}_2+5\vec{e}_3\right)-\left(3\vec{e}_1+13\vec{e}_2+4\vec{e}_3\right)=$$

$$=0\vec{e}_1+0\vec{e}_2+0\vec{e}_3=\vec{0}.$$

Значением линейной комбинации трёх векторов с ненулевыми коэффициентами является нуль-вектор. Поэтому система векторов линейно зависима. Так как векторы заданы в пространстве R^3, заключаем, что они компланарны, то есть лежат в одной плоскости. $\otimes$

Пример 2.1.3. В декартовой системе координат заданы векторы

$$\vec{x}=\vec{e}_1+2\vec{e}_2+3\vec{e}_3,\ \vec{y}=4\vec{e}_1+6\vec{e}_3.$$

Найти норму вектора $\vec{z}=2\vec{x}-5\vec{y}$.

Р е ш е н и е. Находим вектор

$$\vec{z}=2\vec{x}-5\vec{y}=2\left(\vec{e}_1+2\vec{e}_2+3\vec{e}_3\right)-5\left(4\vec{e}_1+6\vec{e}_3\right)=$$

$$=-18\vec{e}_1+4\vec{e}_2-24\vec{e}_3.$$

Находим норму вектора $\vec{z}$: $\left\|\vec{z}\right\|=\sqrt{(-18)^2+4^2+(-24)^2}=\sqrt{916}$. $\otimes$

Пример 2.1.4. На плоскости R^2 задан параллелограмм, три вершины которого имеют, соответственно, координаты $O(0;\ 0),\ B(-2;\ 2),\ D(6;\ 0)$ (рисунок 1.1). Найти:

1) координаты вершины C;

2) косинус угла между сторонами OB и OD;

3) длины диагоналей и косинус угла между ними.

Р е ш е н и е. 1) По определению координаты вершины C равны координатам вектора $\vec{OC}$ (рисунок 1.1), который равен сумме векторов

$$\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}.$$

Так как $\vec{OB} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$, а $\vec{OD} = 5\vec{e}_1$, то $\vec{OC} = 6\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$.

2) Вычисляем скалярное произведение векторов $\vec{OB}$ и $\vec{OD}$:

$$\left(\vec{OB}, \vec{OD}\right) = 5.$$

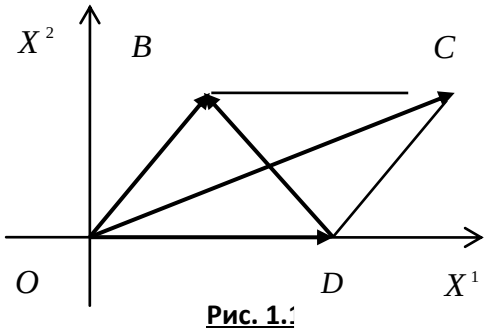


Рис. 1.1

3) Вычисляем длины векторов: $\vec{OB}$ и $\vec{OD}$:

$$\left\|\vec{OB}\right\| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \approx 2{,}236;$$

$$\left\|\vec{OD}\right\| = \sqrt{5^2 + 0^2} = \sqrt{25} = 5.$$

4) Находим $\cos\left\{\vec{OB}, \vec{OD}\right\}$: $\cos\left\{\vec{OB}, \vec{OD}\right\} = \dfrac{5}{5 \cdot 2{,}236} \approx 0{,}447.$

5) Находим диагональ $\vec{DB}$:

$$\vec{DB} = \vec{OB} - \vec{OD} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 5\vec{e}_1 = -4\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2.$$

6) Далее, $\left\|\vec{OC}\right\| = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}$; $\left\|\vec{DB}\right\| = \sqrt{(-4)^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}.$

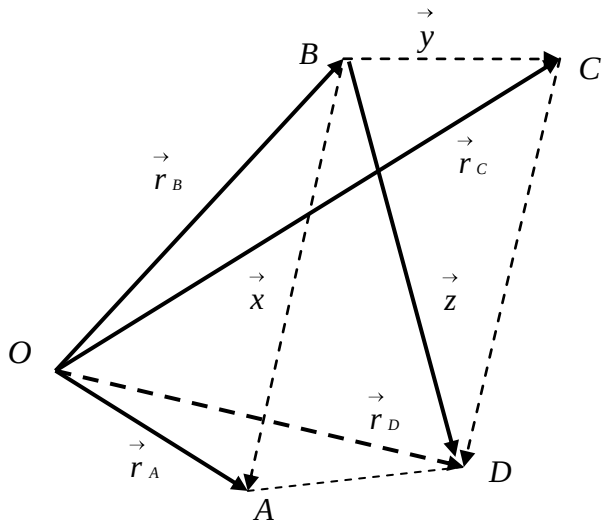
7) Находим косинус угла между диагоналями:

$$\cos\left\{\vec{OC},\vec{DB}\right\}=\frac{\left(\vec{OC},\vec{DB}\right)}{\left\|\vec{OC}\right\|\cdot\left\|\vec{DB}\right\|}=\frac{-4+6+2\cdot 2}{2\sqrt{10}\cdot 2\sqrt{5}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}.\otimes$$

Пример 2.1.5. Даны радиус-векторы трёх последовательных вершин параллелограмма $ABCD$. Найти радиус-вектор четвёртой вершины и косинусы углов между диагоналями параллелограмма, если известно, что:

$$\vec{r}_A=\vec{e}_1+\vec{e}_2+\vec{e}_3,\ \vec{r}_B=\vec{e}_1+3\vec{e}_2+5\vec{e}_3,\ \vec{r}_C=-7\vec{e}_1+2\vec{e}_2-10\vec{e}_3;$$

Р е ш е н и е. Изобразим ситуацию на рисунке, не заботясь о точности изображения. Главное, чтобы рисунок отображал ситуацию качественно.



Из рисунка видно, что:

$$\vec{r}_A-\vec{r}_B=\vec{x},\ \vec{r}_C-\vec{r}_B=\vec{y},\ \vec{x}+\vec{y}=\vec{z},$$

$$\vec{r}_D=\vec{r}_B+\vec{z}=\vec{r}_B+\vec{r}_A-\vec{r}_B+\vec{r}_C-\vec{r}_B=\vec{r}_A+\vec{r}_C-\vec{r}_B.$$

Подставляя разложения векторов в полученную формулу, вычисляем все требуемые в задаче величины. $\otimes$

Пример 2.1.6. В пространстве R^2 своими координатами заданы векторы

$$\vec{x}=3\vec{e}_1+\sqrt{7}\,\vec{e}_2,\ \vec{y}=\vec{e}_1+\sqrt{24}\,\vec{e}_2.$$

Найти какой-либо вектор $\vec{z}$, направленный по биссектрисе угла $\left\{\vec{x},\vec{y}\right\}$.

Р е ш е н и е. 1) Находим длины векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$:

$$\left\|\vec{x}\right\| = \sqrt{3^2 + \left(\sqrt{7}\right)^2} = 4;$$

$$\left\|\vec{y}\right\| = \sqrt{1^2 + \left(\sqrt{24}\right)^2} = 5.$$

2) Находим орты векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$:

$$\vec{e}_{\vec{x}} = \frac{1}{\left\|\vec{x}\right\|} \cdot \vec{x} = \frac{3}{4}\vec{e}_1 + \frac{\sqrt{7}}{4}\vec{e}_2;\ \vec{e}_{\vec{y}} = \frac{1}{\left\|\vec{y}\right\|} \cdot \vec{y} = \frac{1}{5}\vec{e}_1 + \frac{\sqrt{24}}{5}\vec{e}_2.$$

3) Находим диагональ ромба, построенного на ортах $\vec{e}_x$ и $\vec{e}_y$:

$$\vec{z} = \vec{e}_x + \vec{e}_y = \frac{19}{20}\vec{e}_1 + \frac{5\sqrt{7} + 8\sqrt{6}}{20}\vec{e}_2.$$

Диагональ ромба направлена по биссектрисе угла, образованного его сторонами, поэтому найденный вектор $\vec{z}$ является искомым вектором. $\otimes$

Пример 2.1.7. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами задан вектор

$$\vec{x} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3.$$

Найти направляющие косинусы данного вектора.

Р е ш е н и е. 1) Находим длину вектора:

$$\left\|\vec{x}\right\| = \sqrt{1^2 + \left(-2\right)^2 + 4^2} = \sqrt{21}.$$

2) Находим орт вектора: $\vec{e}_x = \frac{1}{\sqrt{21}}\vec{e}_1 + \frac{-2}{\sqrt{21}}\vec{e}_2 + \frac{4}{\sqrt{21}}\vec{e}_3.$

3) Направляющие косинусы вектора равны координатам его орта, поэтому имеем:

$$\cos\left\{\vec{x}, \vec{e}_1\right\} = \frac{1}{\sqrt{21}},\ \cos\left\{\vec{x}, \vec{e}_2\right\} = -\frac{2}{\sqrt{21}},\ \cos\left\{\vec{x}, \vec{e}_3\right\} = \frac{4}{\sqrt{21}}. \otimes$$

Пример 2.1.8. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами заданы векторы

$$\vec{x} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3,\ \vec{y} = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Найти скалярное произведение $\left(\vec{x} - 2\vec{y}, 3\vec{x} + \vec{y}\right)$ двумя способами.

Р е ш е н и е. 1. Находим линейные комбинации $\vec{x} - 2\vec{y}$ и $3\vec{x} + \vec{y}$:

$$\vec{x} - 2\vec{y} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3 - 2\left(\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3\right) = -\vec{e}_1 - 10\vec{e}_2 + 8\vec{e}_3,$$

$$3\vec{x} + \vec{y} = 3\left(\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3\right) + \left(\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3\right) = 4\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 10\vec{e}_3.$$

Находим скалярное произведение $\left(\vec{x} - 2\vec{y}, 3\vec{x} + \vec{y}\right)$:

$$\left(-\vec{e}_1 - 10\vec{e}_2 + 8\vec{e}_3, 4\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 10\vec{e}_3\right) =$$

$$= -4 + 20 + 80 = 96.$$

2. Используем свойства скалярного произведения:

$$\left(\vec{x} - 2\vec{y}, 3\vec{x} + \vec{y}\right) = \left(\vec{x}, 3\vec{x}\right) + \left(\vec{x}, \vec{y}\right) + \left(-2\vec{y}, 3\vec{x}\right) + \left(-2\vec{y}, \vec{y}\right) =$$

$$= 3\left(\vec{x}, \vec{x}\right) + \left(\vec{x}, \vec{y}\right) - 6\left(\vec{y}, \vec{x}\right) - 2\left(\vec{y}, \vec{y}\right) =$$

$$= 3\left\|\vec{x}\right\| - 5\left\|\vec{x}\right\|\left\|\vec{y}\right\|\cos\left\{\vec{x}, \vec{y}\right\} - 2\left\|\vec{y}\right\|.$$

Теперь можно произвести вычисления, используя данные задачи. $\otimes$

Пример 2.1.9. Дано: $\left\|\vec{x}\right\| = 3,\ \left\|\vec{y}\right\| = 2\sqrt{5},\ \left\{\vec{x}, \vec{y}\right\} = \frac{\pi}{4}$. Найти

$$\left(\vec{x} + 3\cdot\vec{y}, 3\cdot\vec{x} - \vec{y}\right).$$

Р е ш е н и е. Используя свойства скалярного произведения, получаем:

$$\left(\vec{x}+3\vec{y},\,3\vec{x}-\vec{y}\right)=3\left\|\vec{x}\right\|^2-\left(\vec{x},\,\vec{y}\right)+9\left(\vec{y},\,\vec{x}\right)-3\left\|\vec{y}\right\|^2=$$

$$=3\left\|\vec{x}\right\|^2+8\left\|\vec{x}\right\|\cdot\left\|\vec{y}\right\|\cos\left\{\vec{x},\,\vec{y}\right\}-3\left\|\vec{y}\right\|^2=-33+24\sqrt{10}\,.\otimes$$

Пример 2.1.10. В пространстве R^3 своими координатами относительно канонического базиса заданы три вектора:

$$\vec{a}_1=\vec{e}_1+2\vec{e}_2-3\vec{e}_3,\ \vec{a}_2=5\vec{e}_1-3\vec{e}_2+\vec{e}_3,\ \vec{a}_3=-2\vec{e}_1+4\vec{e}_2+\vec{e}_3.$$

1) Показать, что векторы $\left\{\vec{a}_1,\,\vec{a}_2,\,\vec{a}_3\right\}$ образуют новый базис в пространстве R^3.

2) Найти координаты вектора $\vec{x}=3\vec{e}_1+\vec{e}_2+6\vec{e}_3$ относительно базиса $\left\{\vec{a}_1,\,\vec{a}_2,\,\vec{a}_3\right\}$.

Р е ш е н и е. 1) Исходя из определения линейной независимости, составляем систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases}\alpha_1+5\alpha_2-2\alpha_3=0,\\ 2\alpha_1-3\alpha_2+4\alpha_3=0,\\ -3\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=0.\end{cases}$$

Решая эту СЛАУ методом Гаусса, получаем $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=0$. Следовательно, система векторов линейно независима и, так как число векторов совпадает с размерностью пространства, является одним из базисов в пространства R^3.

2) Для нахождения координат вектора $\vec{x}$ относительно нового базиса записываем разложение вектора $\vec{x}$ по векторам этого базиса и СЛАУ, следующую из этого разложения и инвариантности вектора как геометрического объекта:

$$\vec{x} = x^1 \vec{a}_1 + x^2 \vec{a}_2 + x^3 \vec{a}_3 \Rightarrow \begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ 2x^1 - 3x^2 + 4x^3 = 1, \\ -3x^1 + x^2 + x^3 = 6. \end{cases}$$

Решаем СЛАУ методом Гаусса.

1) Из первого уравнения $x^1 = 3 - 5x^2 + 2x^3$. Подставляя во второе и третье уравнения, получаем:

$$\begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ -13x^2 + 8x^3 = -5, \\ 16x^2 - 5x^3 = 15. \end{cases}$$

2) Из второго уравнения $x^2 = \frac{8}{13}x^3 + \frac{15}{13}$. Подставляя в третье уравнение, получаем:

$$\begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ -13x^2 + 8x^3 = -5, \\ 63x^3 = 115. \end{cases}$$

Обратный ход: из третьего уравнения

$$x^3 = \frac{115}{63}.$$

Подставляя во второе уравнение, находим

$$x^2 = \frac{95}{63}.$$

Подставляя найденные значения в первое уравнение, получаем

$$x^1 = -\frac{56}{63}. \otimes$$

Пример 2.1.11. В пространстве R^3 своими координатами относительно канонического базиса заданы радиус-векторы

$$\vec{x} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3, \ \vec{y} = 10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3, \ \vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

Найти расстояние между конечными точками векторов

$$\vec{u} = \left(\vec{x}, 2\vec{z}\right)\vec{x} + \vec{y},$$

$$\vec{v} = \vec{x} + \left(2\vec{x}, \vec{z}\right)\vec{y}.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим скалярное произведение $\left(\vec{x}, 2\vec{z}\right)$:

$$\left(\vec{x}, 2\vec{z}\right) = \left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3,\ 2\left(\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3\right)\right) = 2\cdot 2 + 1\cdot 4 + (-3)\cdot 2 = 2.$$

2) находим вектор $\vec{u} = \left(\vec{x}, 2\vec{z}\right)\vec{x} + \vec{y}$:

$$\vec{u} = \left(\vec{x}, 2\vec{z}\right)\vec{x} + \vec{y} = 2\left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3\right) + \left(10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3\right) =$$

$$= 14\vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 10\vec{e}_3.$$

3) Находим скалярное произведение $\left(2\cdot\vec{x}, \vec{z}\right)$:

$$\left(2\cdot\vec{x}, \vec{z}\right) = \left(2\left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3\right), \left(\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3\right)\right) =$$

$$= \left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3,\ \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3\right) = 4 + 4 - 6 = 2.$$

4) Находим вектор $\vec{v} = \vec{x} + \left(2\vec{x}, \vec{z}\right)\vec{y}$:

$$\vec{v} = \vec{x} + \left(2\vec{x}, \vec{z}\right)\vec{y} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 + 2\left(10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3\right) =$$

$$= 22\vec{e}_1 - 5\vec{e}_2 - 11\vec{e}_3.$$

5) Находим расстояние между векторами $\vec{u}$ и $\vec{v}$:

$$\rho\left(\vec{u},\vec{v}\right)=\left\|\vec{u}-\vec{v}\right\|=\sqrt{(-8)^2+4^2+1^2}=\sqrt{81}=9.\otimes$$

Пример 2.1.12. В пространстве R^3 своими координатами относительно канонического базиса заданы три точки $A(-2;4;6)$, $B(-3;3;5)$, $C(0;2;3)$. Найти длины сторон треугольника ABC, косинусы углов при вершинах треугольника и проекцию вектора $\vec{AB}+\vec{AC}$ на направление вектора $\vec{z}=\vec{e}_1+2\vec{e}_2-5\vec{e}_3$.

Р е ш е н и е. 1) Находим векторы, определяющие стороны треугольника:

$$\vec{AB}=-\vec{e}_1-\vec{e}_2-\vec{e}_3;$$

$$\vec{AC}=-2\vec{e}_1-2\vec{e}_2-3\vec{e}_3;$$

$$\vec{BC}=-\vec{e}_1-\vec{e}_2-2\vec{e}_3.$$

2) Находим длины сторон треугольника ΔABC:

$$\left\|\vec{AB}\right\|=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2+(-1)^2}=\sqrt{3};$$

$$\left\|\vec{AC}\right\|=\sqrt{(-2)^2+(-2)^2+(-3)^2}=\sqrt{17};$$

$$\left\|\vec{BC}\right\|=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2+(-2)^2}=\sqrt{6}.$$

3) Находим косинусы углов при вершинах треугольника по формуле

$$\cos\vartheta=\frac{\left(\vec{x},\vec{y}\right)}{\left\|\vec{x}\right\|\cdot\left\|\vec{y}\right\|}=\frac{x^1y^1+x^2y^2+x^3y^3}{\sqrt{(x^1)^2+(x^2)^2+(x^3)^2}\sqrt{(y^1)^2+(y^2)^2+(y^3)^2}};$$

$$\cos\left\{\vec{AB},\vec{AC}\right\}=\frac{\left(\vec{AB},\vec{AC}\right)}{\left\|\vec{AB}\right\|\cdot\left\|\vec{AC}\right\|}=\frac{7}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{17}}=\frac{7}{\sqrt{51}};$$

$$\cos\left\{\vec{BA},\ \vec{BC}\right\} = \frac{\left(\vec{BA},\ \vec{BC}\right)}{\left\|\vec{AB}\right\| \cdot \left\|\vec{BC}\right\|} = \frac{-4}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}} = -\frac{4}{\sqrt{18}};$$

$$\cos\left\{\vec{CA},\ \vec{CB}\right\} = \frac{\left(\vec{CA},\ \vec{CB}\right)}{\left\|\vec{CA}\right\| \cdot \left\|\vec{CB}\right\|} = \frac{10}{\sqrt{17}\cdot\sqrt{6}} = \frac{10}{\sqrt{102}}.$$

4) Находим проекцию вектора $\vec{AB} + \vec{AC}$ на направление вектора $\vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 5\vec{e}_3$:

$$\Pr_{\vec{z}}\left\{\vec{AB} + \vec{AC}\right\} = \frac{(-3)\cdot 1 + (-3)\cdot 2 + (-4)\cdot(-5)}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-5)^2}} = \frac{11}{\sqrt{30}}. \otimes$$

Пример 2.1.13. Пусть на плоскости X^1OX^2 даны две точки $A_1(x_1^1;\ x_1^2)$ и $A_2(x_2^1;\ x_2^2)$. Найти координаты точки $A(x^1;\ x^2)$, делящей отрезок A_1A_2 в отношении $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \lambda$.

Р е ш е н и е. Предположим, что отрезок A_1A_2 не параллелен оси OX^1. Точки A_1, A, A_2 спроектируем на оси OX^1, и OX^2 (рисунок).

Имеем по условию задачи

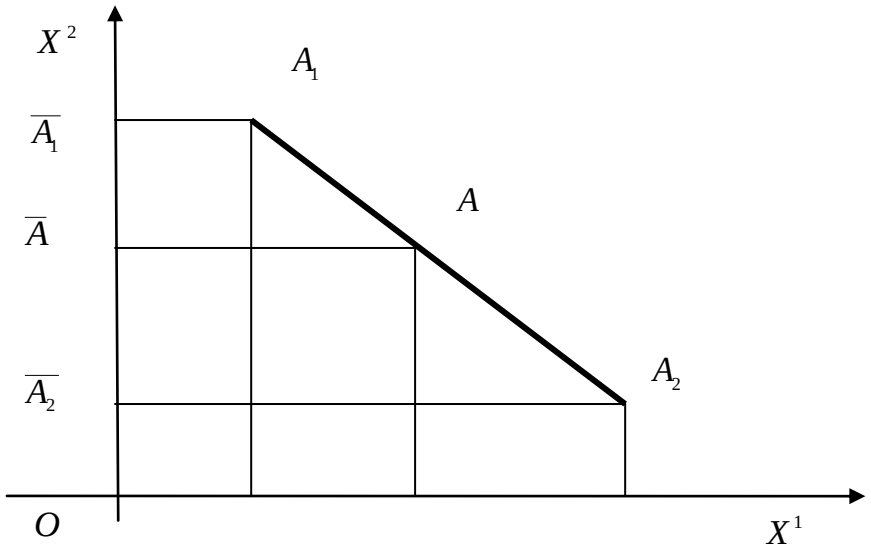
$$\frac{A_1A}{AA_2} = \frac{\overline{A_1A}}{\overline{AA_2}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \lambda.$$

Далее получаем, что

$$\overline{A_1A} = \left|x_1^2 - x^2\right|,\ \overline{AA_2} = \left|x^2 - x_2^2\right|.$$

Откуда

$$\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\left|x_1^2 - x^2\right|}{\left|x^2 - x_2^2\right|}.$$



Точка $\overline{A}$ лежит между точками A_1 и A_2, поэтому

$$\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\left|x_1^2 - x^2\right|}{\left|x^2 - x_2^2\right|} = \frac{x_1^2 - x^2}{x^2 - x_2^2}.$$

Из последнего равенства находим

$$x^2 = \frac{\lambda_2 x_1^2 + \lambda_1 x_2^2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\lambda_2\left(x_1^2 + \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} x_2^2\right)}{\lambda_2\left(\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} + 1\right)} = \frac{x_1^2 + \lambda x_2^2}{\lambda + 1}.$$

Аналогично находим первую координату точки A:

$$x^1 = \frac{\lambda_2 x_1^1 + \lambda_1 x_2^1}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\lambda_2\left(x_1^1 + \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} x_2^1\right)}{\lambda_2\left(\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} + 1\right)} = \frac{x_1^1 + \lambda x_2^1}{\lambda + 1}. \otimes$$

Практическое занятие 2

Векторное и смешанное произведения

Пример 2.2.1. Вычислить площадь треугольника, построенного на приведённых к общему началу векторах

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3,\ \vec{y} = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 6\vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Если в некоторой декартовой системе координат векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$ заданы своими разложениями

$$\vec{x} = x^1\vec{e}_1 + x^2\vec{e}_2 + x^3\vec{e}_3,\ \vec{y} = y^1\vec{e}_1 + y^2\vec{e}_2 + y^3\vec{e}_3,$$

то справедлива формула

$$\left[\vec{x}, \vec{y}\right] = \left(x^2y^3 - x^3y^2\right)\vec{e}_1 + \left(x^3y^1 - x^1y^3\right)\vec{e}_2 + \left(x^1y^2 - x^2y^1\right)\vec{e}_3.$$

Применим эту формулу для решения задачи.

1) Вычисляем векторное произведение:

$$\left[\vec{x}, \vec{y}\right] = \left(2\cdot(-6) - (-1)\cdot 1\right)\vec{e}_1 + \left((-1)\cdot(-2) - 3\cdot(-6)\right)\vec{e}_2 +$$

$$+ \left(3\cdot 1 - (-2)\cdot(-2)\right)\vec{e}_3 = 13\vec{e}_1 + 20\vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

2) Площадь треугольника

$$S = \frac{1}{2}\left\|\left[\vec{x}, \vec{y}\right]\right\|.$$

Вычисляем площадь треугольника:

$$S = \frac{1}{2}\left\|\left[\vec{x}, \vec{y}\right]\right\| = \frac{1}{2}\sqrt{13^2 + 20^2 + (-1)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{169 + 400 + 1} = \frac{1}{2}\sqrt{570}.\ \otimes$$

Пример 2.2.2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{x} = \vec{a} + 3\vec{b},\ \vec{y} = 3\vec{a} + \vec{b},$$

если

$$\left\|\vec{a}\right\| = \left\|\vec{b}\right\| = 1 \text{ и } \left\{\vec{a}, \vec{b}\right\} = \frac{\pi}{6}.$$

Р е ш е н и е. Вычисляем векторное произведение, используя его свойства:

$$\left[\vec{x}, \vec{y}\right] = \left[\vec{a} + 3\vec{b}, 3\vec{a} + \vec{b}\right] = 3\left[\vec{a}, \vec{a}\right] + \left[\vec{a}, \vec{b}\right] +$$

$$+9\left[\vec{b},\vec{a}\right]+3\left[\vec{b},\vec{b}\right]=-8\left[\vec{a},\vec{b}\right].$$

По определению площадь параллелограмма равна:

$$S=\left\|\left[\vec{x},\vec{y}\right]\right\|=8\left\|\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right\|=8\left\|\vec{a}\right\|\cdot\left\|\vec{b}\right\|\cdot\sin\left\{\vec{a},\vec{b}\right\}=8\cdot1\cdot1\cdot\frac{1}{2}=4.\otimes$$

Пример 2.2.3. Найти орт вектора, перпендикулярного векторам

$$\vec{x}=\vec{e}_1+\vec{e}_2+3\vec{e}_3,\ \vec{y}=4\vec{e}_1+\vec{e}_2+\vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Предлагается решить задачу самостоятельно. $\otimes$

Прямая линия и плоскость, взаимное расположение прямой линии и плоскости

Пример 2.2.4. Получить уравнение плоскости $H^2\subset R^3$, проходящей через начало координат O и через две точки $M_1(4;-2;1)$, $M_2(2;4;-3)$.

Р е ш е н и е. Радиус-векторы точек M_1 и M_2

$$\vec{x}\equiv\vec{OM}_1=4\vec{e}_1-2\vec{e}_2+\vec{e}_3,\ \vec{y}\equiv\vec{OM}_2=2\vec{e}_1+4\vec{e}_2-3\vec{e}_3.$$

Нормальный вектор плоскости находим как векторное произведение, используя формулу

$$\vec{N}=\left[\vec{OM}_1,\vec{OM}_2\right]\equiv\left[\vec{x},\vec{y}\right]=$$

$$=(x^2y^3-x^3y^2)\vec{e}_1+(x^3y^1-x^1y^3)\vec{e}_2+(x^1y^2-x^2y^1)\vec{e}_3=:$$

$$=(-2)\cdot(-3)-1\cdot4)\vec{e}_1+(1\cdot2-4\cdot(-3))\vec{e}_2+(1\cdot4-(-2)\cdot2)\vec{e}_3=$$

$$=2\vec{e}_1+14\vec{e}_2+20\vec{e}_3.$$

Из условия ортогональности радиус-вектора

$$\vec{OM}=x^1\vec{e}_1+x^2\vec{e}_2+x^3\vec{e}_3$$

текущей точки M плоскости её нормальному вектору

$$\left(\vec{N}, \vec{OM}\right) = 0,$$

получаем уравнение плоскости в неявном виде:

$$x^1 + 7x^2 + 10x^3 = 0. \otimes$$

Пример 2.2.5. Найти угол между плоскостями, определяемыми уравнениями:

$$3x^1 - x^2 + 3 = 0,\ x^1 - 2x^2 + 5x^3 - 10 = 0.$$

Р е ш е н и е. Угол между плоскостями равен углу между их нормальными векторами

$$\vec{N}_1 = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2,\ \vec{N}_2 = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3.$$

Поэтому имеем:

$$\cos\left\{\vec{N}_1, \vec{N}_2\right\} = \frac{\left(\vec{N}_1, \vec{N}_2\right)}{\left\|\vec{N}_1\right\| \cdot \left\|\vec{N}_2\right\|} = \frac{3 \cdot 1 + (-1) \cdot (-2) + 0 \cdot 5}{\sqrt{3^2 + (-1)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 5^2}} =$$

$$= \frac{5}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{30}} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Следовательно, $\varphi = \arccos\frac{\sqrt{3}}{6}. \otimes$

Пример 2.2.6. Написать канонические уравнения прямой линии, заданной пересечением двух плоскостей с уравнениями

$$x^1 + x^2 + x^3 - 2 = 0,\ x^1 - x^2 - 3x^3 + 6 = 0.$$

Р е ш е н и е. Проверяем, что плоскости не параллельны (то есть их нормальные векторы не коллинеарны), для чего проверяем пропорциональны или нет координаты нормальных векторов:

$$\frac{1}{1} \neq \frac{1}{-1} \neq \frac{1}{-3}.$$

Координаты не пропорциональны, следовательно, нормальные векторы неколлинеарны, то есть плоскости не параллельны.

Так как прямая линия принадлежит обеим плоскостям, её направляющий вектор ортогонален нормальным векторам плоскостей, поэтому находим его как векторное произведение нормальных векторов плоскостей:

$$\vec{a} = \left[\vec{N}_1, \vec{N}_2\right] = (x^2 y^3 - x^3 y^2)\vec{e}_1 + (x^3 y^1 - x^1 y^3)\vec{e}_2 + (x^1 y^2 - x^2 y^1)\vec{e}_3 =$$

$$= \begin{vmatrix} \cdot & -3 \\ -1 & \cdot \end{vmatrix} \vec{e}_1 + \begin{vmatrix} \cdot & 1 \\ -1 & \cdot \end{vmatrix} \vec{e}_2 + \begin{vmatrix} \cdot & -1 \\ 1 & \cdot \end{vmatrix} \vec{e}_3 =$$

$$= -2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Направляющий вектор прямой не параллелен ни одной из координатных плоскостей, поэтому прямая линия пересекает все три координатные плоскости. Найдём, например, точку пересечения прямой и плоскости X^1OX^3, для чего решаем систему трёх уравнений

$$\begin{cases} x^1 + x^3 = 2, \\ x^1 - 3x^3 = -6 \\ x^2 = 0. \end{cases}$$

Получаем решение $x_0^1 = 0,\ x_0^2 = 0,\ x_0^3 = 2.$

Подставляя найденные координаты направляющего вектора и точки в канонические уравнения прямой линии, получаем канонические уравнения

$$\frac{x^1}{-2} = \frac{x^2}{4} = \frac{x^3 - 2}{-2}. \otimes$$

Пример 2.2.7. Найти точку пересечения прямой линии с уравнениями

$$\frac{x^1 - 2}{1} = \frac{x^2 - 3}{1} = \frac{x^3 + 1}{-4},$$

и плоскости с уравнением $x^1 + x^2 + 2x^3 - 9 = 0.$

Р е ш е н и е. Проверяем, пересекается ли прямая линия с плоскостью, для чего находим скалярное произведение нормального вектора плоскости и направляющего вектора прямой линии:

$$\left(\vec{N}, \vec{l}\right) = \left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 2\vec{e}_3,\ \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 4\vec{e}_3\right) = -6 \neq 0.$$

Векторы не ортогональны, а следовательно, прямая линия и плоскость не параллельны. Параметрические уравнения прямой линии имеют вид:

$$\begin{cases} x^1 = 2 + t, \\ x^2 = 3 + t, \\ x^3 = -1 - 4t. \end{cases}$$

Найдём значение параметра t_0, соответствующее точке пересечения прямой линии и плоскости, для чего подставим x^1, x^2, x^3 из параметрических уравнений прямой линии в уравнение плоскости. Решая получившееся уравнение, найдём $t_0 = -1$. Подставляя найденное значение параметра в параметрические уравнения прямой линии, находим координаты точки пересечения:

$$x_0^1 = 1,\ x_0^2 = 2,\ x_0^3 = 3. \otimes$$

Пример 2.2.8. Найти расстояние от точки $M(0;0;1)$ до плоскости H^2 с уравнением $4x^1 + 6x^2 + 4x^3 - 25 = 0.$

Р е ш е н и е. Расстояние от точки M до плоскости – это длина вектора $\vec{M_0M}$ с начальной точкой M и конечной точкой M_0 – проекцией точки M на плоскость H^2.

Проекция точки на плоскость – это основание перпендикуляра, опущенного из данной точки на плоскость. Поэтому следует составить уравнение прямой линии, проходящей через точку $M(0;0;1)$ перпендикулярно плоскости с уравнением

$$4x^1 + 6x^2 + 4x^3 - 25 = 0,$$

и найти точку её пересечения с плоскостью.

Если в качестве направляющего вектора прямой линии выбрать нормальный вектор плоскости $\vec{l} = \vec{N} = 4\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$, то канонические уравнения прямой линии примут вид

$$\frac{x^1 - 1}{4} = \frac{x^2}{6} = \frac{x^3 - 1}{4},$$

откуда получаем параметрические уравнения

$$\begin{cases} x^1 = 1 + 4t, \\ x^2 = \quad 6t, \\ x^3 = 1 + 4t. \end{cases}$$

Подставляя общее выражение для координат текущей точки прямой линии из параметрических уравнений в уравнение плоскости, получаем уравнение для параметра, решение которого даёт для параметра значение

$$t_0 = \frac{1}{4},$$

соответствующее искомой точке пересечения прямой линии и плоскости.

Подставляя это значение параметра в параметрические уравнения прямой линии, получаем находим искомые координаты проекции M_0 точки $M(-1; 0; 1)$ на плоскость H^2:

$$x^1 = 2,\ x^2 = \frac{3}{2},\ x^3 = 2.$$

Вектор

$$\vec{M_0M} = (-1)\vec{e}_1 + \left(\frac{3}{2} - 0\right)\vec{e}_2 + (-1)\vec{e}_3 = \vec{e}_1 + \frac{3}{2}\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

Расстояние

$$\rho(M, H^2) = \sqrt{1 + \frac{9}{4} + 1} = \frac{\sqrt{17}}{2}. \otimes$$

Практическое занятие 3

Абстрактные векторные пространства

Пример 2.3.1. Пусть P – числовое поле. На множестве объектов

$$P^n = \left\{ |a\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix},\ a_k \in P \right\},$$

которые назовём вектор-столбцами, определим операции сложения вектор-столбцов и умножения вектора-столбца на числа из поля P:

1) $\forall |a\rangle, |b\rangle \in P^n \Rightarrow |a\rangle + |b\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{pmatrix} \in$

2) $\forall |a\rangle \in P^n \Rightarrow$ и $\forall \alpha \in P \Rightarrow \alpha \cdot |a\rangle = \alpha \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \cdot a_1 \\ \alpha \cdot a_2 \\ \dots \\ \alpha \cdot a_n \end{pmatrix}$.

Показать, что множество P^n является n-мерным векторным пространством.

Р е ш е н и е. Для доказательства требуется проверить выполнение всех аксиом векторного пространства и построить хотя бы один базис из вектор-столбцов.

Аксиомы сложения.

1) Аксиома ассоциативности выполняется в силу ассоциативности операции сложения в поле P, действительно

$$|a\rangle + |b\rangle + |c\rangle = \left[\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}\right] + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (a_1 + b_1) + c_1 \\ (a_2 + b_2) + c_2 \\ \dots \\ (a_n + b_n) + c_n \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a_1 + (b_1 + c_1) \\ a_2 + (b_2 + c_2) \\ \dots \\ a_n + (b_n + c_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 + c_1 \\ b_2 + c_2 \\ \dots \\ b_n + c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix}\right] = |a\rangle + |b\rangle + |c\rangle$$

.

2) Аксиома коммутативности выполняется в силу коммутативности операции сложения в поле P, действительно

$$|a\rangle+|b\rangle=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\dots\\a_n\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\\dots\\b_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1+b_1\\a_2+b_2\\\dots\\a_n+b_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}b_1+a_1\\b_2+a_2\\\dots\\b_n+a_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\\dots\\b_n\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\dots\\a_n\end{pmatrix}=|b\rangle+|a\rangle.$$

3) Вектор-нуль определим так

$$|0\rangle=\begin{pmatrix}0\\0\\\dots\\0\end{pmatrix}.$$

Очевидно, что аксиома о нейтральном элементе выполняется, действительно имеем:

$$\forall|a\rangle\in P^n\;|a\rangle+|0\rangle=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\dots\\a_n\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\0\\\dots\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1+0\\a_2+0\\\dots\\a_n+0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\dots\\a_n\end{pmatrix}.$$

4) Противоположный вектор-столбец определим так

$$\forall|a\rangle\in P^n\;-|a\rangle=\begin{pmatrix}-a_1\\-a_2\\\dots\\-a_n\end{pmatrix}.$$

Очевидно, что аксиома об обратном (противоположном элементе) выполняется, действительно имеем:

$$|a\rangle+\left(-|a\rangle\right)=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\dots\\a_n\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-a_1\\-a_2\\\dots\\-a_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1-a_1\\a_2-a_2\\\dots\\a_n-a_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\\dots\\0\end{pmatrix}.$$

Аксиомы умножения вектор-столбца на числа. Аналогично показывается, что выполняются аксиомы умножения вектор-столбца на числа:

1) $\forall|a\rangle\in P^n$ и $\forall\alpha\in P$

$$\alpha(|a\rangle + |b\rangle) = \alpha\left[\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} \alpha(a_1 + b_1) \\ \alpha(a_2 + b_2) \\ \dots \\ \alpha(a_n + b_n) \end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \alpha\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix};$$

2) $\forall \alpha, \beta \in P$

$$(\alpha + \beta)|a\rangle = (\alpha + \beta)\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\alpha + \beta)a_1 \\ (\alpha + \beta)a_2 \\ \dots \\ (\alpha + \beta)a_n \end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \alpha|a\rangle + \beta|b\rangle;$$

3) $1 \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix};$

4) $(\alpha\beta)|a\rangle = (\alpha\beta)\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\alpha\beta)a_1 \\ (\alpha\beta)a_2 \\ \dots \\ (\alpha\beta)a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha(\beta a_1) \\ \alpha(\beta a_2) \\ \dots \\ \alpha(\beta a_n) \end{pmatrix} = \dots = \alpha(\beta|a\rangle),$

Таким образом, все аксиомы векторного пространства выполняются и, следовательно, множество P^n является векторным пространством.

Рассмотрим следующее тождественное преобразование:

$$|a\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ a_2 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} = a_1\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + a_2\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \dots + a_n\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Из этого разложения видно, что в силу произвольности вектор-столбца $|a\rangle$, он представлен разложением по вектор-столбцам специального вида

$$|e_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, |e_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, \dots, |e_n\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Система этих вектор-столбцов образует простейший, или ***канонический*** базис в векторном пространстве P^n.

Теперь очевидно, что множество P^n является n-мерным векторным пространством. $\otimes$

Пример 2.3.2. Показать, что если система векторов $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_n \right\}$ линейно независима, то и любая её подсистема также линейно независима.

Р е ш е н и е. Пусть $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\}$ – подсистема данной системы, то есть $m < n$. Предположим, что условие задачи неверно, то есть подсистема $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\}$ линейно зависима. Тогда можно подобрать такие числа $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$, не все равные нулю одновременно, что справедливо тождество

$$\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 + \dots + \alpha_m \vec{x}_m = \vec{0}.$$

Учитывая свойство нуль вектора

$$\left(\forall \vec{x} \in X \right) \vec{x} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{x} = \vec{x},$$

добавим его в обе части последнего тождества, представив его в виде линейной комбинации оставшихся векторов исходной системы с нулевыми коэффициентами

$$\vec{0} = 0\vec{x}_{m+1} + \dots + 0\vec{x}_n.$$

Получаем

$$\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 + \dots + \alpha_m \vec{x}_m + 0\vec{x}_{m+1} + \dots + 0\vec{x}_n = \vec{0},$$

то есть линейная комбинация векторов исходной системы с коэффициентами, не все из которых равны нулю одновременно, даёт нулевой вектор. По определению это означает линейную зависимость векторов системы $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_n \right\}$, что противоречит условию задачи.

Следовательно, предположение о линейной зависимости ***произвольной*** подсистемы $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_m \right\}$ линейно независимой системы $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_n \right\}$ не верно. $\otimes$

Пример 2.3.3. Показать, что система из двух векторов линейно зависима в том и только в том случае, если векторы коллинеарны.

Р е ш е н и е. *Необходимость.* Если из двух векторов $\left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\}$ хотя бы один равен нуль вектору, то векторы коллинеарны. Поэтому предположим, что векторы $\vec{x} \neq \vec{0}$, $\vec{y} \neq \vec{0}$. Пусть система $\left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\}$ линейно зависима. Покажем, что векторы коллинеарны. По определению найдутся такие числа $\alpha, \beta \in R$, что

$$\alpha \vec{x} + \beta \vec{y} = \vec{0},$$

причём эти числа неравны нулю одновременно.

Пусть $\beta \neq 0$. Тогда получаем:

$$\vec{y} = \left(-\frac{\alpha}{\beta} \right) \vec{x}.$$

Обозначая $\lambda = -\frac{\alpha}{\beta}$, получим

$$\vec{y} = \lambda \vec{x},$$

то есть по определению векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$ коллинеарны.

Достаточность. Пусть теперь векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$ коллинеарны, покажем, что система $\left\{\vec{x},\ \vec{y}\right\}$ линейно зависима. По определению коллинеарности имеем, например:

$$\vec{y} = \lambda \vec{x}.$$

Пусть $\nu \neq 0$, тогда можем записать

$$\vec{y} = \frac{\lambda}{\nu}\nu \vec{x},$$

откуда получаем

$$\nu \vec{y} = \lambda \nu \vec{x},$$

или

$$\mu \vec{x} + \nu \vec{y} = \vec{0},$$

где $\mu = -\lambda\nu$. Так как $\lambda \neq 0$ и $\nu \neq 0$, то система векторов $\left\{\vec{x},\ \vec{y}\right\}$ линейно зависима. $\otimes$

Пример 2.3.4. Показать, что система трёх векторов пространства R^3 линейно зависима в том и только в том случае, если векторы компланарны.

Р е ш е н и е. Предположим, что никакие два вектора из тройки векторов $\vec{x},\ \vec{y},\ \vec{z}$ не коллинеарны (в противном случае система векторов заведомо будет линейно зависимой).

Необходимость. Пусть система $\left\{\vec{x},\ \vec{y},\ \vec{z}\right\}$ линейно зависима, покажем, что векторы системы компланарны. В силу линейной зависимости системы, можно подобрать три неравных одновременно нулю числа $\alpha,\ \beta,\ \gamma \in R$ так, чтобы выполнялось равенство

$$\alpha \vec{x} + \beta \vec{y} + \gamma \vec{z} = \vec{0}.$$

Пусть, например, $\gamma \neq 0$. Тогда имеем:

$$\vec{z} = \left(-\frac{\alpha}{\gamma}\right)\vec{x} + \left(-\frac{\beta}{\gamma}\right)\vec{y}.$$

Приложив векторы $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ к общей точке O, легко видеть, что вектор $\vec{z}$ равен диагонали параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{a} = \left(-\frac{\alpha}{\gamma}\right)\vec{x},\ \vec{b} = \left(-\frac{\beta}{\gamma}\right)\vec{y},$$

а это и означает, что они лежат в одной плоскости, то есть компланарны.

Достаточность. Пусть векторы $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ компланарны, покажем, что система $\left\{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\right\}$ линейно зависима. Доказательство почти очевидно. Действительно, компланарность векторов означает, что справедливо, например, равенство

$$\vec{x} = \mu\,\vec{y} + \lambda\,\vec{z}.$$

Следовательно, один из векторов системы линейно выражается через два других. Тогда из свойств линейно зависимых систем векторов следует линейная зависимость системы векторов $\left\{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\right\}$.$\otimes$

Пример 2.3.5. Выяснить вопрос о линейной зависимости или линейной независимости следующей системы вектор-столбцов:

$$|a_1\rangle = \begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix},\ |a_2\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\\1\\1\end{pmatrix},\ |a_3\rangle = \begin{pmatrix}0\\0\\1\\1\end{pmatrix},\ |a_4\rangle = \begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Составим линейную комбинацию векторов системы с произвольными коэффициентами и потребуем, чтобы её значением был нуль вектор-столбец:

$$\alpha_1|a_1\rangle + \alpha_2|a_2\rangle + \alpha_3|a_3\rangle + \alpha_4|a_4\rangle = |0\rangle \Rightarrow$$

$$\alpha_1\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix} + \alpha_2\begin{pmatrix}0\\1\\1\\1\end{pmatrix} + \alpha_3\begin{pmatrix}0\\0\\1\\1\end{pmatrix} + \alpha_4\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\end{pmatrix}.$$

Используя правила выполнения операций с вектор-столбцами, получаем

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_1+\alpha_2 \\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3 \\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ \alpha_1+\alpha_2 = 0, \\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3 = 0, \\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4 = 0. \end{cases}$$

Совершая последовательные подстановки из первого уравнения во второе, из второго в третье и так далее, получаем, что

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0,$$

что и доказывает линейную независимость данной системы вектор-столбцов. $\otimes$

Пример 2.3.6. Пусть

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m, \vec{a}_{m+1}, \ldots, \vec{a}_{n-1}, \vec{a}_n \right\}$$

– некоторая система векторов векторного пространства и пусть

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m \right\},$$

– её максимальная по числу векторов линейно независимая подсистема.

Показать, что любой из векторов $\vec{a}_{m+1}, \ldots, \vec{a}_{n-1}, \vec{a}_n$ можно выразить в виде разложения по векторам подсистемы $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m \right\}$.

Р е ш е н и е. Так как подсистема $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m \right\}$ – максимальная по числу векторов линейно независимая система, то добавляя к ней любой из оставшихся векторов, например, вектор $\vec{a}_{m+1}$, получим уже линейно зависимую систему

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m, \vec{a}_{m+1} \right\}.$$

Следовательно, можно подобрать такие неравные одновременно нулю числа $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m, \alpha_{m+1}$, что выполняется равенство

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{a}_m + \alpha_{m+1} \vec{a}_{m+1} = \vec{0}.$$

В этом равенстве $\alpha_{m+1} \neq 0$ так как в противном случае имели бы равенство

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{a}_m = \vec{0},$$

в котором не все коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ одновременно равны нулю. Но тогда система векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m \right\}$ будет линейно зависимой, что противоречит условию задачи.

Из равенства

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{a}_m + \alpha_{m+1} \vec{a}_{m+1} = \vec{0}$$

следует, что

$$\vec{a}_{m+1} = -\frac{\alpha_1}{\alpha_{m+1}} \vec{a}_1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_{m+1}} \vec{a}_2 - \ldots - \frac{\alpha_m}{\alpha_{m+1}} \vec{a}_m.$$

Вводя обозначения

$$\beta_1 = -\frac{\alpha_1}{\alpha_{m+1}}, \ \beta_2 = -\frac{\alpha_2}{\alpha_{m+1}}, \ \ldots, \ \beta_m = -\frac{\alpha_m}{\alpha_{m+1}},$$

получаем

$$\vec{a}_{m+1} = \beta_1 \vec{a}_1 + \beta_2 \vec{a}_2 + \ldots + \beta_m \vec{a}_m,$$

что и доказывает сформулированное утверждение. $\otimes$

Пример 2.3.7. Дана система функций

$$\left\{ e^t, e^{2t}, e^{3t} \right\}.$$

Показать, что эта система функций является линейно независимой в пространстве функций, непрерывных на промежутке $(-\infty, +\infty)$.

Р е ш е н и е. По определению линейной независимости условие

$$\alpha_1 e^t + \alpha_2 e^{2t} + \alpha_3 e^{3t} = 0 \ \ (\forall t \in (-\infty, +\infty))$$

влечёт за собой выполнение условия $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.$

Составим СЛАУ для коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. Для этого положим в тождестве $t = 0$, получим

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0.$$

Дифференцируя тождество по t и полагая $t = 0$, получим

$$\alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3 = 0.$$

Дифференцируя тождество ещё раз и, снова полагая $t = 0$, получим

$$\alpha_1 + 4\alpha_2 + 9\alpha_3 = 0.$$

Объединяя полученные равенства в систему уравнений для неизвестных коэффициентов, получим

$$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0, \\ \alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3 = 0, \\ \alpha_1 + 4\alpha_2 + 9\alpha_3 = 0. \end{cases}$$

Это однородная СЛАУ, применяя метод Гаусса, получаем единственное решение

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.$$

Таким образом, система функций $\{e^t, e^{2t}, e^{3t}\}$ является базисом подмножества функций, непрерывных на промежутке $(-\infty, +\infty)$. Поэтому множество функций вида

$$f(t) = \alpha e^t + \beta e^{2t} + \lambda e^{3t}$$

образует подпространство в пространстве таких функций. $\otimes$

Пример 2.3.8. Используя процедуру ортогонализации Шмидта, ортонормировать систему векторов $\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3\right\} \subset E^4$, заданных в некотором ортонормированном базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\} \subset E^4$ своими разложениями:

$$\vec{g}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$

$$\vec{g}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 - 3\vec{e}_4,$$

$$\vec{g}_3 = 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 0\vec{e}_3 - \vec{e}_4.$$

Р е ш е н и е. Для ортогонализации системы векторов

$$\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3\right\} \subset E^4$$

воспользуемся формулами процедуры ортогонализации Шмидта.

Для этого положим

$$\vec{a}_1 = \vec{g}_1,$$

то есть

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Далее имеем:

$$\vec{a}_2 = \vec{g}_2 - \frac{\left(\vec{a}_1, \vec{g}_2\right)}{\left\|\vec{a}_1\right\|^2}\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 - 3\vec{e}_4 -$$

$$-\frac{1}{4}\cdot 4\left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right) = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4;$$

$$\vec{a}_3 = \vec{g}_3 - \frac{\left(\vec{a}_1, \vec{g}_3\right)}{\left\|\vec{a}_1\right\|^2}\vec{a}_1 - \frac{\left(\vec{a}_2, \vec{g}_3\right)}{\left\|\vec{a}_2\right\|^2}\vec{a}_2 =$$

$$= 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_4 - \frac{3}{2}\left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right) -$$

$$-\left(2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4\right) = \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \frac{1}{2}\vec{e}_3 - \frac{1}{2}\vec{e}_4.$$

Для получения ортонормированной системы, векторы системы нормируем:

$$\vec{e}_{a1} = \frac{1}{2}\left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right);$$

$$\vec{e}_{a2} = \frac{1}{4}\left(2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4\right);$$

$$\vec{e}_{a3} = \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \frac{1}{2}\vec{e}_3 - \frac{1}{2}\vec{e}_4.$$

Прямой проверкой убеждаемся, что система векторов $\left\{\vec{e}_{a1},\ \vec{e}_{a2},\ \vec{e}_{a3}\right\}$ ортонормированная. $\otimes$

Пример 2.3.9. Показать, что линейная оболочка $L\left\{\vec{g}_1,\ \vec{g}_2\right\}$, где элементы L вычисляются по формулам

$$\vec{g}_1 = \alpha_1 \cdot \sin x + \beta_1 \cdot \cos x,\ \vec{g}_2 = \alpha_2 \cdot \sin x + \beta_2 \cdot \cos x,$$

а скалярное произведение определено формулой

$$\left(\vec{g}_1, \vec{g}_2\right) = \alpha_1 \cdot \alpha_2 + \beta_1 \cdot \beta_2 + \frac{1}{2} \cdot \left(\alpha_1 \cdot \beta_2 + \alpha_2 \cdot \beta_1\right),$$

является двумерным линейным многообразием с ортонормированным базисом

$$\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sin x + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \cos x,\ \vec{e}_2 = \sin x - \cos x.$$

Р е ш е н и е. Находим скалярное произведение и скалярные квадраты векторов предполагаемого базиса:

$$\left(\vec{e}_1, \vec{e}_1\right) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1;$$

$$\left(\vec{e}_1, \vec{e}_2\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 0;$$

$$\left(\vec{e}_2, \vec{e}_2\right) = 1 + 1 + \frac{1}{2} \cdot \left(-1 - 1\right) = 2 - 1 = 1.$$

Видим, что система векторов $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$ является ортонормированной и, следовательно, её можно принять за один из базисов линейного многообразия L. $\otimes$

Пример 2.3.10. Пусть X – множество ведущих радиус-векторов точек прямой линии. Операции в этом множестве введены обычным образом. Выяснить, является ли это множество векторным подпространством евклидова пространства R^2.

Р е ш е н и е. 1) Пусть прямая не проходит через начало системы координат (рисунок 3.1).

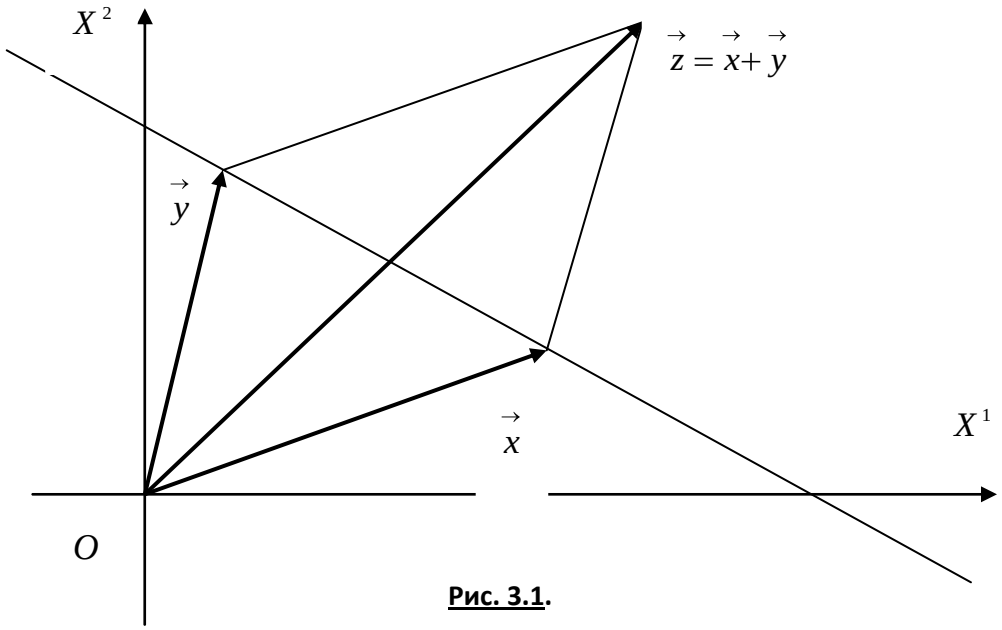


Рис. 3.1.

Очевидно, что сумма двух произвольных ведущих векторов точек прямой линии не принадлежит множеству X, так как конечная точка радиус-вектора их суммы не лежит на данной прямой линии. Следовательно, операция сложения векторов в данном случае не является алгебраической. Множество X не является векторным подпространством пространства R^2.

2) Если прямая линия проходит через начало системы координат, то очевидно, что сумма двух произвольных ведущих векторов точек прямой линии принадлежит множеству X и, следовательно, операция сложения векторов в данном случае является алгебраической. Множество X является векторным подпространством пространства R^2. $\otimes$

Пример 2.3.11. Дана система функций

$$\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}.$$

Показать, что множество функций вида

$$f(t) = \alpha \cos t + \beta \sin t + \lambda \sin 2t,$$

где $\alpha, \beta, \lambda \in R^1$, является подпространством векторного пространства функций, непрерывных на промежутке $[-\pi, \pi]$.

Р е ш е н и е. Покажем сначала, что система функций

$$\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}$$

является линейно независимой на промежутке $[-\pi, \pi]$.

В соответствие с определением линейной независимости потребуем выполнения условия

$$\alpha_1 \cos t + \alpha_2 \sin t + \alpha_3 \sin 2t = 0.$$

При различных значениях $t \in (-\pi, \pi)$ получаем бесконечное множество систем линейных алгебраических уравнений. Положим, например,

$$t = 0,\ t = \frac{\pi}{6},\ t = \frac{\pi}{4}.$$

Тогда имеем систему уравнений

$$\begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ \frac{\sqrt{3}}{2}\alpha_1 + \frac{1}{2}\alpha_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\alpha_3 = 0, \\ \frac{\sqrt{2}}{2}\alpha_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\alpha_2 + \alpha_3 = 0. \end{cases}$$

Это однородная система уравнений. Решая СЛАУ методом Гаусса, получаем

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.$$

Поэтому система функций $\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}$ линейно независима на промежутке $(-\pi, \pi)$.

Легко видеть, что любая функция вида

$$f(t) = \alpha \cos t + \beta \sin t + \lambda \sin 2t$$

является линейной комбинацией функций системы $\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}$, что и доказывает требуемой. $\otimes$

Пример 2.3.12. Показать, что система векторов

$$\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\} \subset E^4,$$

заданных в некотором ортонормированном базисе евклидова пространства E^4

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\} \subset E^4$$

разложениями

$$\begin{aligned}\vec{a}_1 &= a_1^1\vec{e}_1 + a_1^2\vec{e}_2 + a_1^3\vec{e}_3 + a_1^4\vec{e}_4 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4,\\ \vec{a}_2 &= a_2^1\vec{e}_1 + a_2^2\vec{e}_2 + a_2^3\vec{e}_3 + a_2^4\vec{e}_4 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,\end{aligned} \qquad (1)$$

линейно независима. Дополнить систему до ортонормированного базиса всего пространства E^4.

Р е ш е н и е. Находим значение скалярного произведения:

$$\left(\vec{a}_1, \vec{a}_2\right) = \left(\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right) = 0.$$

Следовательно, система векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ ортогональна.

Для того чтобы дополнить эту систему до ортогонального базиса пространства евклидова E^4, найдём векторы

$$\vec{x} = x^1\vec{e}_1 + x^2\vec{e}_2 + x^3\vec{e}_3 + x^4\vec{e}_4$$

такие, чтобы выполнялись условия

$$\begin{cases}\left(\vec{x}, \vec{a}_1\right) = 0,\\ \left(\vec{x}, \vec{a}_2\right) = 0.\end{cases} \qquad (2)$$

Из условий (2) получаем СЛАУ:

$$\begin{cases}x^1 - x^2 + x^3 - x^4 = 0,\\ x^1 + x^2 + x^3 + x^4 = 0.\end{cases} \qquad (3)$$

Решаем СЛАУ (3) методом Гаусса, принимая x^3 и x^4 за свободные неизвестные, то есть, например, полагая $x^3 = a$ и $x^4 = b$. Полученное решение СЛАУ (3) записывается в виде

$$|x\rangle = \begin{pmatrix}x^1\\ x^2\\ x^3\\ x^4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-a\\ -b\\ a\\ b\end{pmatrix} = a\begin{pmatrix}-1\\ 0\\ 1\\ 0\end{pmatrix} + b\begin{pmatrix}0\\ -1\\ 0\\ 1\end{pmatrix}, \qquad (4)$$

или

$$\vec{x} = a\vec{a}_3 + b\vec{a}_4,$$

где векторы фундаментальной системы решений

$$\vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 0\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_4 = 0\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 0\vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Легко проверяется, что фундаментальная система $\left\{\vec{a}_3, \vec{a}_4\right\}$ ортогональна и в совокупности с векторами $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ также образует ортогональную систему $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4\right\}$. Для получения ортонормированного базиса пространства E^4 нормируем векторы этой системы:

$$\vec{h}_1 = \frac{\vec{a}_1}{\left\|\vec{a}_1\right\|} = \frac{1}{2}\left(\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4\right);$$

$$\vec{h}_2 = \frac{\vec{a}_2}{\left\|\vec{a}_2\right\|} = \frac{1}{2}\left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right);$$

$$\vec{h}_3 = \frac{\vec{a}_3}{\left\|\vec{a}_3\right\|} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\vec{e}_1 + \vec{e}_3\right);$$

$$\vec{h}_4 = \frac{\vec{a}_4}{\left\|\vec{a}_4\right\|} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\vec{e}_2 + \vec{e}_4\right).$$

Прямой проверкой убеждаемся, что система векторов $\left\{\vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3, \vec{h}_4\right\}$ ортонормирована. $\otimes$

Пример 2.3.13. В евклидовом пространстве E^4 в некотором ортонормированном базисе

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\} \subset E^4$$

задана система векторов:

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 + \vec{e}_4,\ \vec{a}_2 = -3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 - 5\vec{e}_4.$$

1) Выяснить, можно ли на векторах этой системы как на направляющих векторах построить подпространство H^2 пространства E^4. Если это возможно, то написать параметрические уравнения подпространства H^2.

2) Найти базис $\left\{\vec{a}_3, \vec{a}_4\right\}$ и построить ортогональное дополнение $H^{2\perp}$ к подпространству H^2, записать параметрические уравнения ортогонального дополнения $H^{2\perp}$.

Р е ш е н и е. 1) Координаты векторов системы $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ непропорциональны – векторы неколлинеарны. Следовательно, система векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ линейно независимая. Векторы системы могут служить одним из базисов (быть направляющими векторами) линейного двумерного многообразия. Векторное параметрическое уравнение такого многообразия в общем случае имеет вид

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + t_1\vec{a}_1 + t_2\vec{a}_2,$$

где $\vec{x}_0$ – вектор сдвига многообразия. Если $\vec{x}_0 = \vec{0}$, то многообразие превращается в подпространство. В последнем случае ведущий вектор точек этого многообразия превращается в текущий вектор подпространства и представляется в виде:

$$\vec{x} = t_1\vec{a}_1 + t_2\vec{a}_2.$$

Откуда имеем параметрические уравнения подпространства:

$$\begin{cases} x^1 = t_1 - 3t_2, \\ x^2 = 2t_1 + 4t_2, \\ x^3 = -3t_1 + 3t_2, \\ x^4 = t_1 - 5t_2. \end{cases}$$

Таким образом, подпространство является, очевидно, двумерной плоскостью, проходящей через начало системы координат.

2) Пусть

$$\vec{x} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3 + x^4 \vec{e}_4$$

– произвольный вектор из ортогонального дополнения $H^{\perp}$. Так как система $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$ – базис подпространства H, то должны выполняться условия

$$\begin{cases} \left(\vec{a}_1, \vec{x} \right) = 0, \\ \left(\vec{a}_2, \vec{x} \right) = 0. \end{cases}$$

Эти условия приводят к СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 3x^3 + x^4 = 0, \\ -3x^1 + 4x^2 + 3x^3 - 5x^4 = 0. \end{cases}$$

Применение метода Гаусса приводит к следующему результату: СЛАУ совместна и неопределённа, а множество её решений выражается следующей формулой

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{9}{5}a - \frac{7}{5}b \\ \frac{3}{5}a + \frac{1}{5}b \\ a \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} \frac{9}{5} \\ \frac{3}{5} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} -\frac{7}{5} \\ \frac{1}{5} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

где a и b – свободные неизвестные. Следовательно, имеем векторное подпространство с направляющими векторами

$$\vec{a}_3 = \frac{9}{5}\vec{e}_1 + \frac{3}{5}\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \; \vec{a}_4 = -\frac{7}{5}\vec{e}_1 + \frac{1}{5}\vec{e}_2 + \vec{e}_4.$$

Нетрудно проверить, что полученные векторы $\left\{\vec{a}_3, \vec{a}_4\right\}$ образуют линейно независимую систему, а любая их линейная комбинация ортогональна любой линейной комбинации векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$.

Следовательно, на этих векторах можно построить ортогональное дополнение $H^{2\perp}$, параметрические уравнения которого имеют вид, аналогичный параметрическим уравнениям подпространства H^2:

$$\begin{cases} x^1 = \dfrac{9}{5}\tau_1 - \dfrac{7}{5}\tau_2, \\ x^2 = \dfrac{3}{5}\tau_1 + \dfrac{1}{5}\tau_2, \otimes \\ x^3 = \tau_1, \\ x^4 = \tau_2. \end{cases}$$

Пример 2.3.14. В аффинном пространстве A^4 координатами относительно репера $\left\{O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\}$ заданы четыре точки:

$$A_1(4; 2; 0), A_2(7; 3; 2), A_3(6; 3; -1), A_4(4; 5; 2).$$

Получить уравнения гиперплоскости, проходящей через заданные точки.

Р е ш е н и е. Обозначим точку A_1 через $O^* \equiv A_1$ и примем её за начало репера на гиперплоскости $H^3 \subset A^4$.

Рассмотрим векторы:

$$\begin{aligned} \vec{a}_1 &= \vec{O^*A_2} = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 &= \vec{O^*A_3} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \\ \vec{a}_3 &= \vec{O^*A_4} = 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4. \end{aligned} \qquad (1)$$

Требуя, чтобы для линейной комбинации этих векторов выполнялось условие

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \alpha_3 \vec{a}_3 = \vec{0},$$

решая вытекающую из этого условия СЛАУ для неопределённых коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ методом Гаусса, выясняем, что данное условие выполняется только при $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$.

Из этого результата заключаем, что система векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$ линейно независима и её можно выбрать в качестве базиса репера

$$\left\{ O^*, \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$$

на гиперплоскости $H^3 \subset A^4$.

Пусть $M(x^1; x^2; x^3; x^4)$ – текущая точка гиперплоскости, координаты которой определены относительно репера $\left\{ O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\}$ вмещающего пространства A^4.

Тогда её радиус-векторы $\vec{OM}$ относительно репера $\left\{ O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\}$ пространства A^4 и $\vec{O^*M}$ относительно репера $\left\{ O^*, \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$ гиперплоскости $H^3 \subset A^4$ могут быть, соответственно, представлены в виде разложений:

$$\begin{aligned} \vec{x} \equiv \vec{OM} &= x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3 + x^4 \vec{e}_4, \\ \vec{O^*M} &= t_1 \vec{a}_1 + t_1 \vec{a}_2 + t_1 \vec{a}_3. \end{aligned} \qquad (2)$$

Векторное уравнение гиперплоскости имеет вид:

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{O^*M}, \qquad (3)$$

где

$$\vec{x}_0 \equiv \vec{OO^*} = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3. \qquad (4)$$

Подставляя (1), (2) и (4) в (3), получаем ***параметрические уравнения***

$$\begin{cases} x^1 = 1 + 2t_1 + t_2, \\ x^2 = 4 + 3t_1 + 2_2, \\ x^3 = 2 + t_1 + t_2 + 3t_3, \\ x^4 = 2t_1 - t_2 + 2t_3, \end{cases} \tag{5}$$

гиперплоскости $H^3 \subset A^4$. Для получения неявного уравнения гиперплоскости выразим три параметра t_1, t_2, t_3 из первых трёх уравнений (5), решая СЛАУ

$$\begin{cases} 2t_1 + t_2 = x^1 - 1, \\ 3t_1 + 2t_2 = x^2 - 4, \\ t_1 + t_2 + 3t_3 = x^3 - 2 \end{cases} \tag{6}$$

методом Гаусса, и подставим их в четвёртое уравнение. В процессе решения устанавливаем, что СЛАУ совместна и имеет единственное решение:

$$t_1 = 2x^1 - x^2 + 2;$$

$$t_2 = -3x^1 + 2x^2 - 5;$$

$$t_3 = \frac{1}{3}x^1 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}.$$

Подстановка в четвёртое из уравнений (5) приводит к неявному уравнению гиперплоскости $H^3 \subset A^4$, проходящей через заданные четыре точки:

$$23x^1 - 14x^2 + 2x^3 - 3x^4 + 29 = 0. \otimes$$

Практическое занятие 4

Операторы, матрицы, определители и СЛАУ

Пример 2.4.1. В пространстве R^3 оператор $\hat{P}$ действует по правилу

$$\left(\forall \vec{x} \in R^3 \right) \hat{P}\vec{x} = x^1 \vec{e}_1,$$

то есть ставит в соответствие произвольному вектору $\vec{x}$ его координатную проекцию на ось OX^1. Показать, что оператор линейный и найти его матрицу.

Р е ш е н и е. покажем, что оператор линейный. По определению для линейного оператора справедливо равенство:

$$\hat{P}\left(\alpha_1 \vec{x}_1+\alpha_2 \vec{x}_2\right)=\alpha_1 \hat{P}\vec{x}_1+\alpha_2 \hat{P}\vec{x}_2.$$

Проверим его выполнение для заданного оператора:

$$\hat{P}\left(\alpha_1 \vec{x}_1+\alpha_2 \vec{x}_2\right)=$$

$$=\hat{P}\left[\alpha_1\left(x_1^1 \vec{e}_1+x_1^2 \vec{e}_2+x_1^3 \vec{e}_3\right)+\alpha_2\left(x_2^1 \vec{e}_1+x_2^2 \vec{e}_2+x_2^3 \vec{e}_3\right)\right]=$$

$$=\hat{P}\left[\left(\alpha_1 x_1^1+\alpha_2 x_2^1\right)\vec{e}_1+\left(\alpha_1 x_1^2+\alpha_2 x_2^2\right)\vec{e}_2+\left(\alpha_1 x_1^3+\alpha_2 x_2^3\right)\vec{e}_3\right]=$$

$$=\left(\alpha_1 x_1^1+\alpha_2 x_2^1\right)\vec{e}_1=\alpha_1 x_1^1 \vec{e}_1+\alpha_2 x_2^1 \vec{e}_1=\alpha_1 \hat{P}\vec{x}_1+\alpha_2 \hat{P}\vec{x}_2.$$

Определение выполняется и оператор $\hat{P}$ линейный.

Действуя оператором $\hat{P}$ последовательно на базисные векторы, получаем:

$$\hat{P}\vec{e}_1=1\cdot\vec{e}_1=\vec{e}_1+0\cdot\vec{e}_2+0\cdot\vec{e}_3,$$

$$\hat{P}\vec{e}_2=0\cdot\vec{e}_1=0\cdot\vec{e}_1+0\cdot\vec{e}_2+0\cdot\vec{e}_3,$$

$$\hat{P}\vec{e}_3=0\cdot\vec{e}_1=0\cdot\vec{e}_1+0\cdot\vec{e}_2+0\cdot\vec{e}_3.$$

Теперь матрица оператора принимает следующий вид:

$$P=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}.$$

Оператор $\hat{P}$ называется ***оператором ортогонального проектирования на ось*** OX^1.

$\otimes$

Пример 2.4.2. Показать, что оператор $\hat{A}: R^3 \to R^3$, действующий по правилу

$$\left(\forall \vec{x} \in R^3\right) \hat{A}\vec{x} = \left[\vec{a}, \left[\vec{x}, \vec{b}\right]\right],$$

где фиксированные векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ заданы своими разложениями

$$\vec{a} = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - \vec{e}_3, \; \vec{b} = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

по каноническому базису, является линейным, и найти его матрицу.

Р е ш е н и е. Из свойств векторного произведения следует, что:

$$\hat{A}\left(\alpha\vec{x} + \beta\vec{y}\right) = \left[\vec{a}, \left[\alpha\vec{x} + \beta\vec{y}, \vec{b}\right]\right] = \left[\vec{a}, \alpha\left[\vec{x}, \vec{b}\right] + \beta\left[\vec{y}, \vec{b}\right]\right] =$$

$$= \alpha\left[\vec{a}, \left[\vec{x}, \vec{b}\right]\right] + \beta\left[\vec{a}, \left[\vec{y}, \vec{b}\right]\right] = \alpha\hat{A}\vec{x} + \beta\hat{A}\vec{y}.$$

Матрицу оператора определяем, находя образы базисных векторов. При этом возможны три варианта решения:

1) использовать свойства векторного произведения;

2) использовать формулу для вычисления векторного произведения;

3) использовать для двойного векторного произведения формулу

$$\left[\vec{A}, \left[\vec{B}, \vec{C}\right]\right] = \vec{B}\left(\vec{A}, \vec{C}\right) - \vec{C}\left(\vec{A}, \vec{B}\right).$$

Используем второй вариант решения, находя векторное произведение

$$\hat{A}\vec{e}_k = \left[\vec{a}, \left[\vec{e}_k, \vec{b}\right]\right]$$

по формуле

$$\left[\vec{x}, \vec{y}\right] = \left(x^2y^3 - x^3y^2\right)\vec{e}_1 + \left(x^3y^1 - x^1y^3\right)\vec{e}_2 + \left(x^1y^2 - x^2y^1\right)\vec{e}_3.$$

Пусть $k = 1$, тогда получаем:

$$\left[\vec{e}_1, \vec{b}\right] = \left(0\cdot 1 - 0\cdot(-1)\right)\vec{e}_1 + \left(0\cdot 1 - 1\cdot 1\right)\vec{e}_2 + \left(0\cdot(-1) - 0\cdot 1\right)\vec{e}_3 = -\vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

Далее имеем:

$$\hat{A}\vec{e}_1 = \left[\vec{a}, \left[\vec{e}_1, \vec{b}\right]\right] = -5\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Аналогично находим:

$$\hat{A}\vec{e}_2 = \left[\vec{a}, \left[\vec{e}_2, \vec{b}\right]\right] = -4\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 4\vec{e}_3,$$

$$\hat{A}\vec{e}_3 = \left[\vec{a}, \left[\vec{e}_3, \vec{b}\right]\right] = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Матрица оператора имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -4 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -2 & -4 & -2 \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 2.4.3. Показать, что если $\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2 \ldots, \vec{x}_m\right\} \subset X^n$ – линейно зависимая система векторов, то и система образов $\left\{\hat{A}\vec{x}_1, \hat{A}\vec{x}_2 \ldots, \hat{A}\vec{x}_m\right\} \subset X^n$ при действии линейного оператора $\hat{A}: X^n \to X^n$ также линейно зависимая.

Р е ш е н и е. Составим справедливое в силу линейной зависимости системы векторов равенство

$$\alpha_1\vec{x}_1 + \alpha_2\vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m\vec{x}_m = \vec{0},$$

где не все коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ равны нулю одновременно. Действуя на обе части последнего равенства оператором $\hat{A}$, в силу его линейности получаем:

$$\alpha_1\hat{A}\vec{x}_1 + \alpha_2\hat{A}\vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m\hat{A}\vec{x}_m = \vec{0},$$

Так как среди коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ есть ненулевые, то система образов

$$\left\{\hat{A}\vec{x}_1, \hat{A}\vec{x}_2 \ldots, \hat{A}\vec{x}_m\right\}$$

линейно зависима. $\otimes$

Пример 2.4.4. Показать, что если система

$$\left\{ \hat{A}\vec{x}_1,\ \hat{A}\vec{x}_2 \ldots,\ \hat{A}\vec{x}_m \right\} \subset X^n$$

образов векторов системы

$$\left\{ \vec{x}_1,\ \vec{x}_2 \ldots,\ \vec{x}_m \right\} \subset X^n$$

при действии оператора $\hat{A}: X^n \to X^n$ линейно независимая, то и сама система $\left\{ \vec{x}_1,\ \vec{x}_2 \ldots,\ \vec{x}_m \right\} \subset X^n$ также линейно независимая.

Р е ш е н и е. Для системы векторов $\left\{ \vec{x}_1,\ \vec{x}_2 \ldots,\ \vec{x}_m \right\}$ потребуем выполнения равенства нуль вектору линейной комбинации, предполагая, что не все коэффициенты её равны нулю одновременно

$$\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{x}_m = \vec{0},$$

то есть предположим, что система $\left\{ \vec{x}_1,\ \vec{x}_2 \ldots,\ \vec{x}_m \right\}$ линейно зависимая.

Действуя на обе части равенства оператором $\hat{A}$, получим

$$\alpha_1 \hat{A}\vec{x}_1 + \alpha_2 \hat{A}\vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m \hat{A}\vec{x}_m = \vec{0},$$

где в силу линейной независимости системы образов векторов

$$\left\{ \hat{A}\vec{x}_1,\ \hat{A}\vec{x}_2 \ldots,\ \hat{A}\vec{x}_m \right\}$$

выполняется условие

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_m = 0.$$

Следовательно, предположение о линейной зависимости системы векторов

$$\left\{ \vec{x}_1,\ \vec{x}_2 \ldots,\ \vec{x}_m \right\}$$

неверное. Система линейно независимая. $\otimes$

Пример 2.4.5. Пусть $\vec{x} \in R^3$ – произвольный вектор. Вычислить коммутатор

$$\left[\hat{A}, \hat{B}\right]\vec{x} \equiv \left(\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}\right)\vec{x}$$

операторов $\hat{A}: R^3 \to R^3$ и $\hat{B}: R^3 \to R^3$, представленных в каноническом базисе пространства R^3 своими матрицами

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Коммутатор операторов – коммутатор их матриц, равен:

$$AB - BA = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 32 & 22 & 16 \\ 8 & 16 & 26 \\ 12 & 8 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 14 & 4 & 14 \\ 15 & 12 & 23 \\ 14 & 20 & 26 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 18 & 2 \\ -7 & 4 & 3 \\ -2 & -12 & -22 \end{pmatrix}$$

Находим коммутатор операторов – результат воздействия оператора $\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$ на произвольный вектор $\vec{x} \in R^3$, для чего находим координаты образа вектора:

$$\left(AB - BA\right)\vec{x}\rangle = \begin{pmatrix} 18 & 18 & 2 \\ -7 & 4 & 3 \\ -2 & -12 & -22 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18x^1 + 18x^2 + 2x^3 \\ -7x^1 + 4x^2 + 3x^3 \\ -2x^1 - 12x^2 - 22x^3 \end{pmatrix}.$$

Теперь образ вектора равен:

$$\left[\hat{A}, \hat{B}\right]\vec{x} = \left(\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}\right)\vec{x} = \left(18x^1 + 18x^2 + 2x^3\right)\vec{e}_1 +$$

$$+ \left(-7x^1 + 4x^2 + 3x^3\right)\vec{e}_1 + \left(-2x^1 - 12x^2 - 22x^3\right)\vec{e}_1. \otimes$$

Пример 2.4.6. В каноническом базисе трёхмерного пространства R^3 действия операторов $\hat{A}: R^3 \to R^3$ и $\hat{B}: R^3 \to R^3$ на произвольный вектор $\vec{x} \in R^3$ заданы соотношениями:

$$A\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 \\ x_2 + 3x_3 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}; \; B\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 - x_3 \\ x_2 + x_3 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Найти координаты вектора $\left(2\hat{A} + \hat{A}\hat{B}\right)\vec{x}$.

Р е ш е н и е. Находим матрицы операторов, исходя из координатной формы записи действия оператора в фиксированном базисе:

$$A|x\rangle = \begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 & a_3^1 \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 \\ a_1^3 & a_2^3 & a_3^3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^1 x^1 + a_2^1 x^2 + a_3^1 x^3 \\ a_1^2 x^1 + a_2^2 x^2 + a_3^2 x^3 \\ a_1^3 x^1 + a_2^3 x^2 + a_3^3 x^3 \end{pmatrix}.$$

Сравнивая данные условия задачи с координатной формулой действия оператора, находим их матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix}; \; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Производим указанные в условии задачи действия с матрицами:

$$2A + AB = 2\begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & -10 & -6 \\ 0 & 2 & 6 \\ 4 & -10 & -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -3 & -10 \\ 0 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -13 & -16 \\ 0 & 3 & 10 \\ 6 & -13 & -16 \end{pmatrix}.$$

Находим координаты образа вектора $\vec{x}$, используя координатную форму записи:

$$\left(A+AB\right)\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6&-13&-16\\0&3&10\\6&-13&-16\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6x_1-13x_2-16x_3\\3x_2+10x_3\\6x_1-13x_2-16x_3\end{pmatrix}.$$

Окончательно получаем:

$$\vec{x}=\left(6x_1-13x_2-16x_3\right)\vec{e}_1+\left(3x_2+10x_3\right)\vec{e}_2+\left(6x_1-13x_2-16x_3\right)\vec{e}_3.\otimes$$

Пример 2.4.7. Найти $\left(\hat{A}\vec{x}+\vec{y},\ \vec{x}+\hat{B}\vec{y}\right)$, если

$$\vec{x}=\vec{e}_1+3\vec{e}_2+6\vec{e}_3;\ \vec{y}=-3\vec{e}_1-\vec{e}_2-5\vec{e}_3;$$

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\\3&1&2\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3&1&2\\1&2&3\\2&3&1\end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим вектор $\hat{A}\vec{x}+\vec{y}$ в координтаном представлении:

$$A\left|x\right\rangle+\left|y\right\rangle=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\\3&1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\3\\6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-3\\-1\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}25\\17\\18\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-3\\-1\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}22\\16\\13\end{pmatrix};$$

$$\hat{A}\vec{x}+\vec{y}=22\vec{e}_1+16\vec{e}_2+13\vec{e}_3.$$

2) Находим вектор $\vec{x}+\hat{B}\vec{y}$ в координтаном представлении:

$$\left|x\right\rangle+B\left|y\right\rangle=\begin{pmatrix}1\\3\\6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3&1&2\\1&2&3\\2&3&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\-1\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\3\\6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-20\\-20\\-14\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-19\\-17\\-8\end{pmatrix};$$

$$\vec{x}+\hat{B}\vec{y}=-19\vec{e}_1-17\vec{e}_2-8\vec{e}_3.$$

3) Находим указанное в условии скалярное произведение:

$$\left(\hat{A}\vec{x}+\vec{y},\ \vec{x}+\hat{B}\vec{y}\right)=22\cdot\left(-19\right)+16\cdot\left(-17\right)+13\cdot\left(-8\right)=-794.\otimes$$

Пример 2.4.8. Решить методом Гаусса СЛАУ

$$\begin{cases} 2x^1 - x^2 + x^3 - x^4 = 5, \\ x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ 3x^1 + x^2 - x^3 + 2x^4 = -1. \end{cases} \quad (1)$$

Р е ш е н и е. 1) Удобно поменять местами первое и второе уравнения системы (1), так как у второго уравнения коэффициент при первом неизвестном равен 1:

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ 2x^1 - x^2 + x^3 - x^4 = 5, \\ 3x^1 + x^2 - x^3 + 2x^4 = -1. \end{cases} \quad (2)$$

Выражаем из первого уравнения СЛАУ (2) неизвестное x^1 и подставляем результат в оставшиеся уравнения:

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17. \end{cases} \quad (3)$$

Два последних уравнения в (3) одинаковы, поэтому одно уравнение можно отбросить:

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17. \end{cases} \quad (4)$$

Принимаем в (4) неизвестные x^3, x^4 за свободные неизвестные и, полагая $x^3 = a$ и $x^4 = b$, выражаем через них x^2, x^1, имеем общее решение СЛАУ:

$$x^2 = -\frac{17}{5} + a - \frac{7}{5}x^4,\ x^1 = \frac{4}{5} - \frac{1}{5}b,\ x^3 = a,\ x^4 = b.$$

2) Приведём матричную реализацию метода Гаусса. Перепишем систему уравнений в виде расширенной матрицы и поменяем местами первую и вторую строки матрицы:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Умножая мысленно первую строку матрицы первый раз на 2, а второй раз на 3 и вычитая в реальности последовательно из второй и третьей строки (как вектор-строку), получаем:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix}.$$

Вторая и третья строки матрицы идентичны, то есть второе и третье уравнения системы одинаковы. Отбрасывая третью строку, получаем:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix}.$$

Эквивалентная система уравнений имеет вид (4):

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17. \end{cases}$$

Дальше решение повторяет выполненные в первом пункте операции.

Дадим интерпретацию полученного общего решения СЛАУ, для чего запишем вектор-столбец решения так

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} - \frac{1}{5}b \\ -\frac{17}{5} + a - \frac{7}{5}b \\ a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4/5 \\ -17/5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + a\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} -1/5 \\ -7/5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Если теперь переписать полученный результат в символическом виде

$$|x\rangle = |x_0\rangle + a|a\rangle + b|b\rangle,$$

где

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix}, |x_0\rangle = \begin{pmatrix} 4/5 \\ -17/5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |a\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |b\rangle = \begin{pmatrix} -1/5 \\ -7/5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

То становится очевидным, что общее решение системы уравнений с геометрической точки зрения представляет собой двумерное линейное многообразие проходящее через “точку” $\left|x_0\right\rangle$ и имеющее направляющие векторы $\left|a\right\rangle$ и $\left|b\right\rangle$. $\otimes$

Пример 2.4.9. Вычислить определитель

$$D=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & -3 & 1\\ 4 & -1 & -5\end{vmatrix}.$$

Р е ш е н и е. 1) Вычтем элементы первого столбца из соответствующих элементов второго и третьего столбцов, получим:

$$D=\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & -5 & -1\\ 4 & -5 & -9\end{vmatrix}.$$

2) В полученном определителе в первой строке отличен от нуля только один первый элемент. Применяя формулу разложения определителя по элементам первой строки, получаем:

$$D=\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & -5 & -1\\ 4 & -5 & -9\end{vmatrix}=1\cdot(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}-5 & -1\\ -5 & -9\end{vmatrix}+0\cdot(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}2 & -1\\ 4 & -9\end{vmatrix}+$$

$$+0\cdot(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}2 & -5\\ 4 & -5\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}-5 & -1\\ -5 & -9\end{vmatrix}=45-5=40.\ \otimes$$

Пример 2.4.10. Найти матрицу, обратную матрице

$$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 2 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Определитель матрицы $\det A=5\neq 0$. Матрица A невырожденная, следовательно, обратная матрица A^{-1} существует.

Находим алгебраические дополнения элементов матрицы A:

$$A_1^1=1;\ A_2^1=-3;\ A_3^1=1$$

$$A_1^2=3;\ A_2^2=1;\ A_3^2=-2;$$

$$A_1^3 = -2;\ A_2^3 = 1;\ A_3^3 = 3.$$

Находим присоединённую матрицу:

$$adjA = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Находим обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot adjA = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Проверка по формулам $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$ подтверждает правильность расчёта. $\otimes$

Пример 2.4.11. Матричным методом решить СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 + 3x^2 = 0, \\ 2x^1 + 4x^2 = 6. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. 1) Проверяем условие невырожденности основной матрицы системы уравнений, для чего вычисляем определитель основной матрицы системы:

$$\det A = -2 \neq 0.$$

Обратная матрица существует.

2) Перепишем СЛАУ в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

3) Находим алгебраические дополнения элементов основной матрицы системы:

$$A_1^1 = 4,\ A_2^1 = -2,\ A_1^2 = -3,\ A_2^2 = 1.$$

4) Составляем матрицу алгебраических дополнений и, транспонируя её, находим присоединённую матрицу:

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow adjA = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

5) Находим обратную матрицу:

$$A^{-1}=\frac{adjA}{\det A}=-\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}4 & -3\\ -2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & \frac{3}{2}\\ 1 & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}.$$

6) Находим значения неизвестных:

$$\begin{pmatrix}x^1\\ x^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & \frac{3}{2}\\ 1 & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ 6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9\\ -3\end{pmatrix}\Rightarrow x^1=9,\ x^2=-3.\otimes$$

Пример 2.4.12. Найти неизвестную матрицу X из уравнения

$$\begin{pmatrix}2 & 5\\ 1 & 3\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}4 & -6\\ 2 & 1\end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Имеем матричное уравнение вида $AX=B$, где

$$A=\begin{pmatrix}2 & 5\\ 1 & 3\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}4 & -6\\ 2 & 1\end{pmatrix}.$$

Чтобы его решить, нужно найти матрицу A^{-1} и умножить уравнение на неё слева. Тогда решение запишется в виде $X=A^{-1}B$.

1) Проверяем условие невырожденности. Определитель матрицы A равен:

$$\det A=\begin{vmatrix}2 & 5\\ 1 & 3\end{vmatrix}=6-5=1\neq 0.$$

Матрица невырождена, следовательно, обратная матрица существует.

2) Вычисляем алгебраические дополнения элементов матрицы A:

$$A_1^1=3,\ A_2^1=-1,\ A_1^2=-5,\ A_2^2=2.$$

Составляем союзную матрицу и находим обратную матрицу:

$$A^{-1}=\frac{1}{\det A}\begin{pmatrix}A_1^1 & A_2^1\\ A_1^2 & A_2^2\end{pmatrix}^T=\frac{1}{\det A}\begin{pmatrix}A_1^1 & A_1^2\\ A_2^1 & A_2^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & -5\\ -1 & 2\end{pmatrix}.$$

3) Умножаем данное матричное уравнение на матрицу A^{-1} слева:

$$\begin{pmatrix}3 & -5\\ -1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 5\\ 1 & 3\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}3 & -5\\ -1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4 & -6\\ 2 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow X=\begin{pmatrix}2 & -23\\ 0 & 8\end{pmatrix}.$$

Проверка правильности вычислений осуществляется путём подстановки в исходное уравнение. ⊗

Пример 2.4.13. Решить СЛАУ, используя формулы Крамера:

$$\begin{cases} 3x^1 + 2x^2 + x^3 = 5, \\ 2x^1 + 3x^2 + x^3 = 1, \\ 2x^1 + x^2 + 3x^3 = 11. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. 1) Вычисляем определитель матрицы СЛАУ:

$$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 3\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 12.$$

Так как $\det A \neq 0$, то система уравнений совместна и определённа.

2) Для нахождения её решения используем формулы Крамера:

$$x^1 = \frac{1}{12}\begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 11 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \frac{5}{12}\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - \frac{1}{12}\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + \frac{11}{12}\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{40}{12} - \frac{5}{12} - \frac{11}{12} = \frac{24}{12} = 2.$$

Аналогично находим x^2 и x^3:

$$x^2 = \frac{1}{12}\begin{vmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 11 & 3 \end{vmatrix} = -2;\ x^3 = \frac{1}{12}\begin{vmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 11 \end{vmatrix} = 3. \otimes$$

Пример 2.4.14. Пусть $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\} \subset X^4$ – некоторый (старый) базис пространства X^4 и

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

– матрица линейного оператора $\hat{T}: X^4 \to X^4$ в этом базисе. Найти матрицу линейного оператора $\hat{T}$ в новом базисе

$$\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3, \vec{g}_4\right\} \subset X^4,$$

если известно, что векторы нового базиса выражаются через векторы старого базиса разложениями:

$$\vec{g}_1 = \vec{a}_1, \vec{g}_2 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2, \vec{g}_3 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3, \vec{g}_4 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4.$$

Р е ш е н и е. Матрица перехода от старого базиса к новому имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матрица невырождена, так как $\det A = 1$. Следовательно, существует обратная матрица. Для нахождения обратной матрицы найдём сначала алгебраические дополнения элементов матрицы A:

$$\begin{aligned} &A_1^1 = 1; \quad A_2^1 = -1; \quad A_3^1 = 0; \quad A_4^1 = 0; \\ &A_1^2 = 0; \quad A_2^2 = 1; \quad A_3^2 = -1; \quad A_4^2 = 0; \\ &A_1^3 = 0; \quad A_2^3 = 0; \quad A_3^3 = 1; \quad A_4^3 = -1; \\ &A_1^4 = 0; \quad A_2^4 = 0; \quad A_3^4 = 0; \quad A_4^4 = 1. \end{aligned}$$

Теперь обратная матрица находится по формуле $\hat{A} = \frac{1}{\det A} adjA$ и имеет вид:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

При переходе от старого базиса к новому базису матрица оператора T преобразуется по формуле $T' = A^{-1} T A^T$. Проводя вычисления, получаем матрицу T':

$$T' = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & -8 & -7 \\ 1 & 4 & 6 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 7 \end{pmatrix} . \otimes$$

Практическое занятие 5

Ядро и ранг линейного оператора. Критерии совместности СЛАУ

Пример 2.5.1. Найти ядро $K\left(\hat{A}\right)$ линейного оператора $\hat{A}: X^4 \to X^3$, заданного в некоторых базисах

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\} \subset X^4, \left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\} \subset X^3$$

этих пространств матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. По определению ядро

$$K\left(\hat{A}\right) = \left\{\vec{x} \in X^4 : \hat{A}\vec{x} = \vec{0}\right\},$$

поэтому

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

откуда имеем СЛАУ вида

$$\begin{cases} x^1 + 2 \cdot x^3 + 4 \cdot x^4 = 0, \\ 3 \cdot x^2 + x^3 + 2 \cdot x^4 = 0, \\ -x^2 - 2 \cdot x^3 = 0. \end{cases}$$

Решая эту СЛАУ, например, метом Гаусса, получаем:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 0 & 0 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 2 & 0 \end{array}\right).$$

Принимая неизвестное x^4 за свободное неизвестное и, полагая $x^4 = t$, где t может принимать произвольные значения из R, получаем:

$$x^3 = \frac{2}{5}t,\ x^2 = -\frac{4}{5}t,\ x^1 = -\frac{24}{5}t.$$

Откуда для ядра оператора имеем

$$K\left(\hat{A}\right) = \left\{\vec{x} \in X^4 : \vec{x} = t\,\vec{a}; t \in R\right\},$$

где

$$\vec{a} = -\frac{24}{5}\vec{e}_1 - \frac{4}{5}\vec{e}_2 + \frac{2}{5}\vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Таким образом, ядро оператора является одномерным линейным многообразием $L\left\{\vec{a}\right\}$ с направляющим вектором $\vec{a}$. $\otimes$

Пример 2.5.2. Пусть Y – множество симметричных матриц 2-го порядка с обычными матричными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число. Показать, что это множество является векторным подпространством векторного пространства всех квадратных матриц второго порядка.

Р е ш е н и е. Сначала покажем, что множество X квадратных матриц 2-го порядка вида

$$A=\begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_1^2 & a_2^2 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} b_1^1 & b_2^1 \\ b_1^2 & b_2^2 \end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix} c_1^1 & c_2^1 \\ c_1^2 & c_2^2 \end{pmatrix}$$

является векторным пространством. Для этого надо показать, что операция сложения, являясь алгебраической, удовлетворяет четырём аксиомам для операции сложения векторного пространства.

То, что операция сложения во множестве X алгебраическая, очевидно. Легко видеть, что операция сложения ассоциативна и коммутативна, то есть

$$A+B=B+A;\ (A+B)+C=A+(B+C).$$

Во множестве X имеется нейтральный элемент

$$O=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

и противоположный элемент

$$-A=\begin{pmatrix} -a_1^1 & -a_2^1 \\ -a_1^2 & -a_2^2 \end{pmatrix}.$$

Нетрудно проверить и выполнение аксиом для операции умножения на число.

Легко видеть, что во множестве X каноническим базисом является система матриц вида

$$\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Действительно, произвольная матрица может быть записана в виде разложения по матрицам этой системы:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}+b\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}+c\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}+d\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Множество симметричных матриц Y вида

$$A=\begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_2^1 & a_2^2 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} b_1^1 & b_2^1 \\ b_2^1 & b_2^2 \end{pmatrix}$$

является подпространством векторного пространства X. Действительно, симметрические матрицы образуют подмножество пространства X. Операции сложения и умножения на число не

нарушают свойства симметричности матрицы. Действительно, результат выполнения этих операций является, очевидно, снова симметричной матрицей:

$$A+B=\begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_2^1 & a_2^2 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b_1^1 & b_2^1 \\ b_2^1 & b_2^2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a_1^1+b_1^1 & a_2^1+b_2^1 \\ a_2^1+b_2^1 & a_2^2+b_2^1 \end{pmatrix},$$

$$\alpha A=\alpha\cdot\begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_2^1 & a_2^2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \alpha\cdot a_1^1 & \alpha\cdot a_2^1 \\ \alpha\cdot a_2^1 & \alpha\cdot a_2^2 \end{pmatrix}.\otimes$$

Пример 2.5.3. Найти ранг матрицы

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. 1. ***Первый метод*** (элементарные преобразования матрицы). Ранг матрицы подчинён неравенству $r(A)\le\min(m,n)=3$ ($n-$число строк, $m-$число столбцов). Для нахождения ранга применим элементарные преобразования матрицы.

Вычтем первую строку матрицы из второй строки и, умножив её мысленно на 3, из третьей:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 7 \end{pmatrix}\cong\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & -2 & -2 \\ 0 & 5 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Вычёркивая из матрицы третью строку, совпадающую со второй строкой, получаем

$$A\cong\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Здесь символ $\cong$ использован для обозначения эквивалентности матриц по рангу в процессе преобразований.

Видим, что наивысший порядок отличного от нуля минора равен 2 (левый угловой минор является треугольным). Таким образом, ранг матрицы $r=2$.

2. ***Второй метод*** (окаймляющих миноров). Минор

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}=5\ne 0.\ A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

Минор, окаймляющий первый минор

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 2-2=0.$$

Следующий окаймляющий минор

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & -2 \\ 0 & 5 & -2 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} = 2-2=0.$$

Все окаймляющие миноры равны нулю, следовательно, ранг матрицы

$r(\hat{A}) = 2.\otimes$

Пример 2.5.4. Найти ранг $r\left(\hat{A}\right)$, множество значений $\hat{A}(X^5)$ и дефект $d\left(\hat{A}\right)$ линейного оператора $\hat{A}: X^5 \to X^3$, если этот оператор в некоторых базисах пространств X^5 и X^3 имеет матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Пусть отмечены базисы

$$\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5 \subset X^5, \quad \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3 \subset X^3,$$

в которых матрица оператора имеет указанный вид.

1) Находим ранг матрицы оператора:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 10 & -13 & -19 \\ 0 & 1 & 1 & -5 & -7 \end{pmatrix} \to$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 10 & -13 & -19 \\ 0 & 0 & -9 & 8 & 12 \end{pmatrix}.$$

Угловой минор третьего порядка преобразованной матрицы

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & -9 \end{vmatrix} = -9 \neq 0,$$

следовательно, ранг матрицы $r(\hat{A}) = 3.$

2) Вектор-столбцы преобразованной матрицы, образующие её базисный минор, составлены из координат базисных векторов множества значений оператора, то есть базис множества значений имеет вид

$$|a\rangle_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |a\rangle_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |a\rangle_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 10 \\ -9 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\vec{a}_1 = \vec{g}_1,$$

$$\vec{a}_2 = \vec{g}_2,$$

$$\vec{a}_3 = -2\vec{g}_1 + 10\vec{g}_2 - 9\vec{g}_3.$$

Множеством значений оператора является линейная оболочка системы векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$:

$$\hat{A}\ X^5 = \vec{y} \in X^3 :\ \forall \alpha, \beta, \eta \in R^1\ \ \vec{y} = \alpha \cdot \vec{a}_1 + \beta \cdot \vec{a}_2 + \eta \cdot \vec{a}_3\ ,$$

3) По теореме о связи ранга и дефекта линейного оператора имеем

$$r\left(\hat{A}\right) + d\left(\hat{A}\right) = 5,$$

откуда получаем $d\left(\hat{A}\right) = 2$. Итак, $r\left(\hat{A}\right) = 3,\ d\left(\hat{A}\right) = 2.$ ⊗

Пример 2.5.5. Найти базисы суммы и пересечения подпространств

$$L_1\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\} = \left\{\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \alpha_3 \vec{a}_3\right\},$$

$$L_2\left\{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3\right\} = \left\{\beta_1 \vec{b}_1 + \beta_2 \vec{b}_2 + \beta_3 \vec{b}_3\right\},$$

если $\alpha_k, \beta_k \in R^1$ и

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3,\ \vec{a}_3 = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3;$$

$$\vec{b}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3,\ \vec{b}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3,\ \vec{b}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Находим базисы подпространств:

$$\dim L_1 = r\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} = 2, \text{ базисный минор } \Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix};$$

$$\dim L_2 = r\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix} = 2, \text{ базисный минор } \Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}.$$

Базисом L_1 является подсистема

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3,$$

$$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3,$$

а базисом L_2 подсистема

$$\vec{b}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3,$$

$$\vec{b}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3.$$

Чтобы найти базис подпространства $L_1 + L_2$, вычислим ранг матрицы, столбцами которой являются векторы $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{b}_1, \vec{b}_2$:

$$r\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} = 3, \text{ базисный минор } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, имеем

$$\dim(L_1 + L_2) = 3$$

и базис подпространства $L_1 + L_2$ есть система $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{b}_1\right\}$.

Теперь базис пересечения подпространств

$$\dim(L_1 \cap L_2) = \dim L_1 + \dim L_2 - \dim(L_1 + L_2) = 4 - 3 = 1.$$

Таким образом, базис $L_1 \cap L_2$ состоит из одного вектора.

Вектор $\vec{b}_2$ разложим по базису $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{b}_1\right\}$ подпространства $L_1 + L_2$:

$$\vec{b}_2 = \alpha_2^1 \vec{a}_1 + \alpha_2^2 \vec{a}_2 + \beta_2^1 \vec{b}_1.$$

Составляем систему уравнений, используя разложения векторов

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3,$$

$$\vec{b}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3, \vec{b}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3.$$

Решение этой СЛАУ даёт:

$$\alpha_2^1 = 2,\ \alpha_2^2 = 1,\ \beta_2^1 = -1,$$

Таким образом,

$$\vec{b}_2 = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 - \vec{b}_1,$$

Следовательно, вектор

$$\vec{c} = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 = \vec{b}_1 + \vec{b}_2 = 3\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

является базисом подпространства $L_1 \cap L_2$. $\otimes$

Пример 2.5.6. Выяснить вопрос о совместности СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 - 2x^2 + x^3 = 3, \\ x^1 + 3x^2 - x^3 = 1, \\ 3x^1 - x^2 + x^3 = 7. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. Выписываем основную и расширенную матрицы СЛАУ:

$$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 1 & 3 & -1\\ 3 & -1 & 1\end{pmatrix};\ B=\left(\begin{array}{ccc|c}1 & -2 & 1 & 3\\ 1 & 3 & -1 & 1\\ 3 & -1 & 1 & 7\end{array}\right).$$

Минор второго порядка в левом верхнем углу (см. предыдущий пример) равен $5\neq 0$. Все миноры третьего порядка, как у матрицы A, так и у матрицы B, равны нулю: ранги основной и расширенной матриц $r(A)=r(B)=2$. Следовательно, СЛАУ совместна. $\otimes$

Пример 2.5.7. Выяснить, при каких значениях параметра a СЛАУ с основной матрицей

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1 & 1\\ -1 & 2 & 1 & -1\\ 1 & -3 & -1 & 1\end{pmatrix}$$

и столбцом правых частей $|b\rangle=(2\quad 1\quad a)^T$ является совместной.

Р е ш е н и е. Нетрудно видеть, что ранг матрицы A СЛАУ $r(A)=2$. Расширенная матрица имеет вид

$$B=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1 & 1 & 2\\ -1 & 2 & 1 & -1 & 1\\ 1 & -3 & -1 & 1 & a\end{pmatrix}.$$

Вычеркнем в расширенной матрице третий и четвёртый столбцы. Так как ранг матрицы не изменится, то имеем

$$\det B=\det\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ -1 & 2 & 1\\ 1 & -3 & a\end{pmatrix}=3a+6.$$

Если $a\neq -2$, то $\det B\neq 0$ и $r(B)=3\neq r(A)$ – СЛАУ несовместна. Если $a=-2$, то $\det B=0$. Так как у матрицы B имеются отличные от нуля миноры, то $r(B)=2=r(A)$. Поэтому при $a=-2$ СЛАУ совместна. $\otimes$

Задания для самостоятельной работы

Векторная алгебра

1. Даны векторы $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$. Найти линейную комбинацию (вектор)

$$\vec{u} = \alpha\vec{x} + \beta\vec{y} + \gamma\vec{z}$$

и норму (длину) вектора $\vec{u}$:

1) $\vec{x} = -2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{y} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$, $\vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$,
$\alpha = 4$, $\beta = -3$, $\gamma = 1$;

2) $\vec{x} = -3\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$, $\vec{y} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{z} = -\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3$,
$\alpha = -4$, $\beta = 3$, $\gamma = -2$;

3) $\vec{x} = \vec{e}_1 - 6\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3$, $\vec{y} = -3\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3$, $\vec{z} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$,
$\alpha = 7$, $\beta = -5$, $\gamma = -1$.

2. Найти косинус угла между векторами $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$, если:

1) $A(2; -2; 3)$, $B(3; -1; 2)$, $C(4; -4; 5)$;

2) $A(0; -2; 6)$, $B(12; -2; -3)$, $C(9; -2; -6)$;

3) $A(2; 3; -1)$, $B(4; 5; -2)$, $C(8; 1; 1)$.

3. На плоскости R^2 заданы своими координатами три вершины A, B и C параллелограмма. Найти:

1) координаты четвёртой вершины D;

2) косинус угла между сторонами AB и AC;

3) длины диагоналей и косинус угла между ними.

1) $A(-1; 2; -2)$, $B(3; 4; -5)$, $C(1; 1; 0)$;

2) $A(-2; -2; 0)$, $B(-1; -2; 4)$, $C(6; -2; 1)$;

3) $A(3; 3; -1)$, $B(3; 2; 0)$, $C(4; 4; -1)$.

4. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами заданы векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$. Найти $\left(\alpha\vec{x}+\beta\vec{y},\ \gamma\vec{x}+\lambda\vec{y}\right)$, если дано:

1) $\vec{x}=\vec{e}_1+5\vec{e}_2+\vec{e}_3,\ \vec{y}=\vec{e}_1+7\vec{e}_2+\vec{e}_3,$

$\alpha=4,\ \beta=-3,\ \gamma=1,\ \lambda=2;$

2) $\vec{x}=2\vec{e}_1+5\vec{e}_2+8\vec{e}_3,\ \vec{y}=\vec{e}_1-3\vec{e}_2-7\vec{e}_3,$

$\alpha=-2,\ \beta=-5,\ \gamma=-1,\ \lambda=-2;$

3) $\vec{x}=-2\vec{e}_1+4\vec{e}_2-8\vec{e}_3,\ \vec{y}=5\vec{e}_1+3\vec{e}_2+7\vec{e}_3,$

$\alpha=11,\ \beta=6,\ \gamma=2,\ \lambda=-7.$

5. Найти $\left(\vec{x}-4\vec{y},\ 6\vec{x}+\vec{y}\right)$, если дано:

1) $\left\|\vec{x}\right\|=4,\ \left\|\vec{y}\right\|=5,\ \left\{\vec{x}\overset{\wedge}{,}\vec{y}\right\}=\frac{\pi}{4};$

2) $\left\|\vec{x}\right\|=6,\ \left\|\vec{y}\right\|=1,\ \left\{\vec{x}\overset{\wedge}{,}\vec{y}\right\}=\frac{\pi}{3};$

3) $\left\|\vec{x}\right\|=2{,}5,\ \left\|\vec{y}\right\|=1{,}5,\ \left\{\vec{x}\overset{\wedge}{,}\vec{y}\right\}=\frac{\pi}{6}.$

6. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами задан вектор $\vec{x}$. Найти направляющие косинусы и орт данного вектора, если дано:

1) $\vec{x}=\vec{e}_1-2\vec{e}_2+4\vec{e}_3;$

2) $\vec{x}=-\vec{e}_1-3\vec{e}_2+5\vec{e}_3;$

3) $\vec{x}=5\vec{e}_1-\vec{e}_2-6\vec{e}_3.$

Прямые линии и плоскости

1. Вычислить объём параллелепипеда, построенного на векторах:

1) $\vec{x} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2,\ \vec{y} = -\vec{e}_1 - \vec{e}_3,\ \vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3;$

2) $\vec{x} = 3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{y} = 5\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3,\ \vec{z} = -\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3;$

3) $\vec{x} = 6\vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{y} = 2\vec{e}_2,\ \vec{z} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$

2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{x}$ и $\vec{y}$, если дано:

1) $\vec{x} = \vec{a} + 3\vec{b},\ \vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b},\ \left\|\vec{a}\right\| = 2,\ \left\|\vec{b}\right\| = 1,\ \left\{\vec{a}, \vec{b}\right\} = \frac{\pi}{6};$

2) $\vec{x} = 2\vec{a} + \vec{b},\ \vec{y} = \vec{a} - 3\vec{b},\ \left\|\vec{a}\right\| = 2,\ \left\|\vec{b}\right\| = 2,\ \left\{\vec{a}, \vec{b}\right\} = \frac{\pi}{4};$

3) $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b},\ \vec{y} = \vec{a} + 3\vec{b},\ \left\|\vec{a}\right\| = 1,\ \left\|\vec{b}\right\| = 2,\ \left\{\vec{a}, \vec{b}\right\} = \frac{\pi}{2}.$

3. В пространстве R^3 получить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2; 2; 3)$, $B(2; 3; 1)$, $C(3, 1, 2)$ и найти косинусы углов, образованных её нормальным вектором с осями координат. Построить эту плоскость.

4. Написать канонические уравнения прямой линии, заданной пересечением двух плоскостей, проходящих через точки $A_1(0; 0; 0)$; $B_1(3; 3; 0)$; $C_1(0; 3; 3)$ и $A_2(4; 5; 0)$; $B_2(-6; 3)$; $C_2(0; 0; 7)$ соответственно.

5. В пространстве R^3 получить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(7; 7; 3)$ и имеющей нормальный вектор, заданный точками $M_1(-2; -1; -8)$ и $M_2(1; 1; 8)$. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{ON}_1$, $\vec{ON}_2$ и $\vec{ON}_3$, где N_1, N_2 и N_3 – точки пересечения данной плоскости и осей координат.

6. В пространстве R^3 найти угол между плоскостями, проходящими через точки M_1, M_2, M_3 и N_1, N_2, N_3:

1) $M_1(0;7;-4)$; $M_2(4;8;-1)$; $M_3(-2;1;3)$;

$N_1(2;3;1)$; $N_2(2;0;3)$; $N_3(-2;2;0)$;

2) $M_1(-2;-2;2)$; $M_2(-3;2;3)$; $M_3(3;0;6)$;

$N_1(0;3;5)$; $N_2(0;-1;3)$; $N_3(4;0;0)$.

7. Найти точку пересечения прямой линии и плоскости:

1) $\dfrac{x^1-2}{1}=\dfrac{x^2-3}{1}=\dfrac{x^3+1}{-4}$, $x^1+x^2+3x^3-10=0$;

2) $\dfrac{x^1+1}{2}=\dfrac{x^2-3}{-4}=\dfrac{x^3+1}{5}$, $x^1+2x^2-x^3+5=0$.

8. Найти координаты проекции точки M_0 на плоскость:

1) $M_0(0;-3;-2)$; $2x^1+10x^2+10x^3-1=0$;

2) $M_0(-2;0;-1)$; $2x^2+4x^3-1=0$.

9. В пространстве R^3 найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2 и M_3:

1) $M_1(0;7;-4)$, $M_2(4;8;-1)$, $M_3(-2;1;3)$, $M_0(-10;11;13)$;

2) $M_1(6;8;3)$, $M_2(0;5;6)$, $M_3(3;7;4)$, $M_0(7;17;14)$;

3) $M_1(-2;3;5)$, $M_2(-5;5;2)$, $M_3(7;-1;8)$, $M_0(0;0;0)$.

Операторы, матрицы

1. Пусть $\vec{a}\neq\vec{0}$ – некоторый фиксированный вектор из R^3, а операторы $\hat{A}: R^3\to R^3$ и $\hat{B}: R^3\to R^3$, действуют по правилам $\left(\forall\,\vec{x}\in R^3\right)$

1) $\hat{A}\vec{x}=\left(\vec{a},\vec{x}\right)\vec{a}$, 2) $\hat{A}\vec{x}=\left[\vec{a},\vec{x}\right]$.

Показать, что эти операторы линейные и найти их матрицы.

2. Показать, что операторы

$\hat{A}: R^3 \to R^3$, $\hat{B}: R^3 \to R^3$, $\hat{C}: R^3 \to R^3$,

действие которых задано координатными соотношениями

1) $\hat{A}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 3x_3 \\ 2x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}$,

2) $\hat{B}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 \\ 2x_2 - 3 \end{pmatrix}$,

3) $\hat{C}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - 2x_2 - x_3 \\ 3x_1 - 2x_2 \\ 3x_2 + x_3 \end{pmatrix}$,

являются линейными и записать их матрицы.

3. В каноническом базисе трёхмерного пространства R^3 действия операторов $\hat{A}: R^3 \to R^3$ и $\hat{B}: R^3 \to R^3$ на произвольный вектор $\vec{x} \in R^3$ заданы соотношениями:

$$\hat{A}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 3x_3 \\ 2x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}; \quad \hat{B}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x_1 - x_2 - x_3 \\ 2x_1 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Найти координаты вектора:

1) $\left(\hat{A}^2 + 2\hat{B}\right)\vec{x}$; 2) $\left(2\hat{A}^2 + 3\hat{B}^2\right)\vec{x}$; 3) $\left(\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}\right)\vec{x}$.

4. Найти матрицы, обратные данным матрицам:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

5. Решить СЛАУ матричным методом и по формулам Крамера:

1) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - \quad x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - \quad x_3 = 4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + \quad x_3 = -5, \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 11, \\ 2x_1 + 4x_2 - \quad x_3 = -9. \end{cases}$

6. Найти решение СЛАУ по формулам Крамера:

1) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -5, \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8. \end{cases}$

7. Разложить вектор $\vec{x}$ по системе векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$:

1) $\vec{a}_1 = -\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$, $\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_3$, $\vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$,

$\vec{x} = -2\vec{e}_1 + 9\vec{e}_3$.

2) $\vec{a}_1 = \vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$, $\vec{a}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{a}_3 = -\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$,

$\vec{x} = 5\vec{e}_1 - 12\vec{e}_2 - \vec{e}_3$.

3) $\vec{a}_1 = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3$, $\vec{a}_2 = -3\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{a}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$,

$\vec{x} = 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$.

8. В каноническом базисе пространства R^3 дана линейно независимая система векторов

$\vec{x}_1 = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$,

$\vec{x}_2 = 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$,

$\vec{x}_3 = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_3$

и матрица

$$A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 3\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & 3 & 2\end{pmatrix}.$$

Будет ли линейно независимой система векторов $\hat{A}\vec{x}_1,\ 2\hat{A}\vec{x}_2,\ 3\hat{A}\vec{x}_3$?

9. Проверить, что $(AB)C = A(BC)$, если

$$A=\begin{pmatrix}5 & 8 & -4\\ 6 & 9 & -5\\ 4 & 7 & -3\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}3 & 2 & 5\\ 4 & -1 & 3\\ 9 & 6 & 5\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 1 & -1\\ 1 & -1 & -1\end{pmatrix}.$$

10. Вычислить многочлен

$$P(X) = X^3 - 3X + 2$$

от матрицы

$$X=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix}.$$

11. Найти матрицу X, удовлетворяющую условию:

а) $5A + 2X = 0$, если $A=\begin{pmatrix}4 & -2 & 6\\ 8 & 0 & 0\\ 0 & -4 & -2\end{pmatrix}$;

и) $(-1)A + 3X = 2B$, если $A=\begin{pmatrix}4 & 5\\ 1 & 3\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1 & 5\\ 7 & 9\end{pmatrix}$.

12. Вычислить определители:

ф) $\begin{vmatrix}a & -a & a\\ a & a & -a\\ a & -a & -a\end{vmatrix}$;

б) $\begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ y^2 & y & 1 \\ z^2 & z & 1 \end{vmatrix}$.

13. Решить уравнения:

а) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0$;

б) $\begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$.

14. Решить неравенства:

а) $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} < 1$;

б) $\begin{vmatrix} 2 & x+2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & x \end{vmatrix} > 0$.

15. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 246 & 427 & 327 \\ 1014 & 543 & 443 \\ -342 & 721 & 621 \end{vmatrix}.$$

16. Решить матричные уравнения:

а) $X\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

17. Решить методом Гаусса СЛАУ:

а) $\begin{cases} 2x^1 - x^2 - x^3 = 4, \\ 3x^1 + 4x^2 - 2x^3 = 11, \\ 3x^1 - 2x^2 + 4x^3 = 11; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x^1 + x^2 - 4x^3 = 0, \\ 3x^1 + 5x^2 - 7x^3 = 0, \\ 4x^1 - 5x^2 - 6x^3 = 0; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^1 + 2x^2 + 3x^3 - 2x^4 = 6, \\ 2x^1 - x^2 - 2x^3 - 3x^4 = 8, \\ 3x^1 + 2x^2 - x^3 + 2x^4 = 4, \\ 2x^1 - 3x^2 + 2x^3 + x^4 = -8. \end{cases}$

18. Пространство R^3 подвергается деформации под действием линейного оператора $\hat{A}$, заданного в каноническом базисе матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти объём треугольной пирамиды с вершинами

$$A(0; 0; 0); \; B(3; 3; 0); \; C(0; 3; 3); \; D(3; 0; 3)$$

до и после деформации пространства.

19. Пусть $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\} \subset X^4$ – некоторый базис, а

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

– матрица линейного оператора $\hat{T} : X^4 \to X^4$. Найти матрицу оператора в базисе $\left\{ \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3, \vec{g}_4 \right\} \subset X^4$, если:

а) $\vec{g}_1 = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4$, $\vec{g}_2 = 3\vec{a}_1 + 2\vec{a}_2 + 3\vec{a}_3 + \vec{a}_4$,

$\vec{g}_3 = 4\vec{a}_1 + 3\vec{a}_2 + 2\vec{a}_3 + \vec{a}_4$, $\vec{g}_4 = 5\vec{a}_1 + 4\vec{a}_2 + 3\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4$;

б) $\vec{g}_1 = 2\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - 2\vec{a}_3 + 3\vec{a}_4$, $\vec{g}_2 = 3\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - 2\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4$,

$\vec{g}_3 = 2\vec{a}_1 - 2\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4$, $\vec{g}_4 = 2\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - \vec{a}_3 + 2\vec{a}_4$.

20. Используя понятие ранга матрицы и теоремы о совместности, выяснить вопрос о совместности следующих СЛАУ:

а) $\begin{cases} 2x^1 + x^2 - 4x^3 = 0, \\ 3x^1 + 5x^2 - 7x^3 = 0, \\ 4x^1 - 5x^2 - 6x^3 = 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x^1 + x^2 + x^3 + x^4 = 0, \\ x^1 + 2x^2 + 3x^3 - x^4 = 0, \\ x^1 + 4x^2 + 5x^3 + 2x^4 = 0, \\ x^1 - x^3 + 3x^4 = 0. \end{cases}$

21. При каких значениях параметра a СЛАУ является совместной:

а) $\begin{cases} x^1 - 2x^2 + x^3 + x^4 = a, \\ x^1 - 2x^2 + x^3 - x^4 = -1, \\ x^1 - 2x^2 + x^3 + 5x^4 = 5; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3x^1 - 5x^2 + 2x^3 + 4x^4 = 2, \\ 7x^1 - 4x^2 + x^3 + 3x^4 = a, \\ 5x^1 + ax^2 - 4x^3 - 6x^4 = 3. \end{cases}$

22. Найти ядро оператора, заданного в пространстве R^3 своей матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Дать геометрическую интерпретацию и получить параметрические уравнения ядра.

23. Найти ядро, дефект, ранг и множество значений линейного оператора $\hat{A}: R^m \to R^n$, заданного в некоторых базисах

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \ldots, \vec{e}_m, \right\} \subset R^m, \left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n, \right\} \subset R^n$$

своей матрицей:

а) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$; д) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & -5 & 11 \end{pmatrix}$; е) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Часть 2. ОПЕРАТОРЫ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Практическое занятие 1

Собственные и инвариантные подпространства. Самосопряжённые и ортогональные операторы

Пример 2.1.1. В каноническом базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\} \subset R^2$ оператор $\hat{T}$ задан матрицей

$$T = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найти собственные значения и собственные подпространства оператора $\hat{T}$.

Р е ш е н и е. 1. Составляем характеристическое уравнение:

$$\det\left(T - \mu \cdot I\right) = 0;\ \mu^2 - 7 \cdot \mu + 10 = 0.$$

Откуда получаем собственные значения оператора $\mu_1 = 2,\ \mu_2 = 5.$

2. Находим собственный вектор, соответствующий собственному значению $\mu_1 = 2,$ для чего решаем СЛАУ

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Получаем решение в виде

$$x_1^1 = -1,\ x_1^2 = 1 \Rightarrow \left|x_1\right\rangle = c\left|a_1\right\rangle,\ c \in R^1 \Rightarrow \left|a_1\right\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решением является бесконечное множество векторов

$$\vec{x} = c\,\vec{a}_1$$

– одномерное линейное многообразие с базисным вектором

$$\vec{a}_1 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

3. Аналогично находим собственный вектор, соответствующий собственному значению $\mu_2 = 5$, решая СЛАУ

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Получаем решение в виде

$$x_2^1 = c/2,\ x_2^2 = c,\ c \in R^1 \Rightarrow |x_2\rangle = c|a_2\rangle \Rightarrow |a_2\rangle = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решением является бесконечное множество векторов

$$\vec{x} = c\vec{a}_2$$

– одномерное линейное многообразие с базисным вектором

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

Оператор имеет два одномерных собственных подпространства

$$L\{\vec{a}_1\} = \{\vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_1;\ t \in R^1\}$$

и

$$L\{\vec{a}_2\} = \{\vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_2;\ t \in R^1\},$$

с образующими векторами

$$\vec{a}_1 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2,\ \vec{a}_2 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2. \otimes$$

Пример 2.1.2. Найти матрицу, собственные значения и собственные подпространства оператора (аффинора) зеркального отражения относительно координатной плоскости X^1OX^2 в пространства R^3.

Р е ш е н и е. Оператор зеркального отражения в пространстве R^3 относительно координатной плоскости X^1OX^2, очевидно, действует по правилу (рисунок 7.2.1)

$$\left(\forall \vec{x} \in R^3\right) \vec{y} = \hat{R}\vec{x} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 - x^3 \vec{e}_3.$$

Подействуем на базисные векторы оператором отражения:

$$\hat{R}\vec{e}_1 = \vec{e}_1;\ \hat{R}\vec{e}_2 = \vec{e}_2;\ \hat{R}\vec{e}_3 = -\vec{e}_3.$$

Следовательно, для матрицы оператора отражения относительно координатной плоскости X^1OX^2 получаем:

$$R = \begin{pmatrix} r_1^1 & r_2^1 & r_3^1 \\ r_1^2 & r_2^2 & r_3^2 \\ r_1^3 & r_2^3 & r_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Характеристический многочлен оператора $\hat{R}$ имеет вид:

$$R(\mu) = \det\begin{pmatrix} 1-\mu & 0 & 0 \\ 0 & 1-\mu & 0 \\ 0 & 0 & -1-\mu \end{pmatrix} = (-\mu)\cdot(-\mu)\cdot(1-\mu).$$

Откуда видно, что многочлен имеет простой корень $\mu_1 = -1$ и двукратный корень $\mu_2 = 1$.

1) Для собственного значения $\mu_2 = -1$ имеем

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

откуда

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{pmatrix},\ c \in R^1$$

– любое действительное число. Собственное подпространство, соответствующее собственному значению $\mu_1 = -1$, есть линейная оболочка вида

$$c\cdot\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\Rightarrow L\left\{\vec{e}_3\right\}=\left\{\vec{x}\in R^3:\vec{x}=c\cdot\vec{e}_3;\,c\in R^1\right\},$$

то есть ось OX^3.

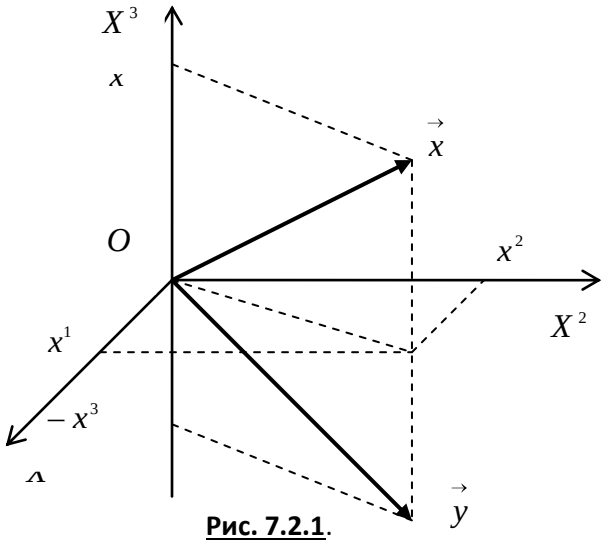


Рис. 7.2.1.

2) Для собственного значения $\mu_2=1$ имеем

$$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&-2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x^1\\x^2\\x^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix},$$

откуда

$$\left|x\right\rangle\equiv\begin{pmatrix}x^1\\x^2\\x^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a\\b\\0\end{pmatrix}=a\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},$$

где $a,b\in R^1$ – любые действительные числа. Получаем собственное подпространство, соответствующее собственному значению $\mu_1=1$, являющееся линейной оболочкой вида

$$L\left\{\vec{e}_1,\vec{e}_2\right\}=\left\{\vec{x}\in R^3:\vec{x}=a\cdot\vec{e}_1+b\cdot\vec{e}_2;\,a,b\in R^1\right\},$$

то есть координатной плоскостью X^1OX^2. Это подпространство является прямой суммой двух собственных подпространств $OX^1 \oplus OX^2$. $\otimes$

Пример 2.1.3. В евклидовом пространстве E^3 в ортонормированном (каноническом) базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\}$ оператор $\hat{T}: E^3 \to E^3$ задан матрицей

$$T = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти собственные значения и собственные подпространства оператора.

Р е ш е н и е. Составим характеристическое уравнение:

$$T = \begin{pmatrix} 3-\mu & 0 & 0 \\ 1 & 2-\mu & -1 \\ 1 & -1 & 2-\mu \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 3-\mu & & \\ & \mu^2-4\mu+3 & \\ & & =0. \end{vmatrix}$$

Собственные значения $\mu_1 = 1,\ \mu_{2,3} = 3.$

Собственный вектор, соответствующий $\mu_1 = 1$ находится как решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2x^1 + 0x^2 + 0x^3 = 0, \\ x^1 + x^2 - x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 + x^3 = 0. \end{cases}$$

Решение имеет вид:

$$\left|a_1\right\rangle = \begin{pmatrix} a_1^1 \\ a_1^2 \\ a_1^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Собственный вектор, соответствующий $\mu_{2,3} = 3$ находится как решение системы уравнений

$$\begin{cases} 0x^1 + 0^2 + 0x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 - x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 - x^3 = 0. \end{cases}$$

Решение имеет вид:

$$|a_2\rangle = \begin{pmatrix} a_2^1 \\ a_2^2 \\ a_2^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; |x_3\rangle = \begin{pmatrix} a_3^1 \\ a_3^2 \\ a_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Получаем два собственных подпространства:

$$X_1 = \{\vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_1; t \in R^1\}; \; X_2 = \{\vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_2 + \tau\vec{a}_3; t, \tau \in R^1\}. \otimes$$

Пример 2.1.4. Линейный оператор $\hat{T} : E^3 \to E^3$ в некотором ортонормированном базисе $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ задан матрицей

$$T_e = \begin{pmatrix} 11 & 2 & -8 \\ 2 & 2 & 10 \\ -8 & 10 & 5 \end{pmatrix}.$$

Построить в пространстве E^3 ортонормированный базис собственных векторов оператора $\hat{T}$ и записать матрицу оператора $\hat{T}$ в этом базисе.

Р е ш е н и е. Составим характеристический многочлен оператора $\hat{T}$:

$$T(\mu) = \begin{vmatrix} 11-\mu & 2 & -8 \\ 2 & 2-\mu & 10 \\ -8 & 10 & 5-\mu \end{vmatrix} = -\mu^3 + 18\mu^2 + 81\mu - 1458.$$

Откуда характеристическое уравнение

$$\mu^3 - 18\mu^2 - 81\mu + 1458 = 0 \Rightarrow (\mu - 18)(\mu^2 - 81) = 0,$$

или

$$(\mu - 18)(\mu - 9)(\mu + 9) = 0.$$

Откуда собственные значения оператора

$$\mu_1 = -9,\ \mu_2 = 9,\ \mu_3 = 18.$$

Оператор является симметрическим, то есть самосопряжённым. Поэтому все собственные значения оператора различны, а собственные векторы ортогональны. Найдём собственные векторы оператора $\hat{T}$ в базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\}$.

1) Для собственного значения $\mu_1 = -9$ имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 20 & 2 & -8 \\ 2 & 11 & 10 \\ -8 & 10 & 14 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Определитель

$$\begin{vmatrix} 20 & 2 & -8 \\ 2 & 11 & 10 \\ -8 & 10 & 14 \end{vmatrix} = 0$$

– СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор – угловой. Принимая третью координату за свободное неизвестное, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 10x^1 + x^2 = 4a, \\ 2x^1 + 11x^2 = -10a; \end{cases} \det A = 108 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}a \\ -a \\ a \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, первое собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^1 = L\left\{\vec{a}_1\right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

2) Для собственного значения $\mu_2 = 9$ имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -8 \\ 2 & -7 & 10 \\ -8 & 10 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -8 \\ 2 & -7 & 10 \\ -8 & 10 & -4 \end{vmatrix} = 0$$

– СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор матрицы СЛАУ – угловой минор. Принимая третью координату за свободное неизвестное, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 = 8a, \\ 2x^1 - 7x^2 = -10a; \end{cases} \det A = -18 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a \\ 2a \\ a \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, второе собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^2 = L\left\{\vec{a}_2\right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_2 = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

3) Для собственного значения $\mu_3 = 18$ имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} -7 & 2 & -8 \\ 2 & -16 & 10 \\ -8 & 10 & -13 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Для решения этой СЛАУ применим критерий нетривиальной совместности однородной СЛАУ.

Определитель СЛАУ

$$\begin{vmatrix} -7 & 2 & -8 \\ 2 & -16 & 10 \\ -8 & 10 & -13 \end{vmatrix} = 0,$$

следовательно, СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор матрицы СЛАУ – угловой минор

$$\begin{vmatrix} -7 & 2 \\ 2 & -16 \end{vmatrix} = 108.$$

Поэтому первые два уравнения СЛАУ линейно независимы. Принимая третью координату вектора за свободное неизвестное, то есть, полагая $x^3 = a$, где a – произвольное действительное число, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} -7x^1 + 1x^2 = -5a, \\ 2x^1 - 16x^2 = -10a; \end{cases} \det A = -54 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a \\ \frac{1}{2}a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -1 \\ 1/2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, третье собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^3 = L\left\{\vec{a}_3\right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

4) Найденные собственные векторы ортогональны. Нормируем их:

$$\vec{h}_1 = \frac{\vec{a}_1}{\left\|\vec{x}_1\right\|} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{4}+1}}\vec{a}_1 = -\frac{2}{3}\vec{e}_1 + \frac{1}{3}\vec{e}_2 + \frac{2}{3}\vec{e}_3;$$

$$\vec{h}_2 = \frac{\vec{a}_2}{\left\|\vec{x}_2\right\|} = \frac{1}{\sqrt{4+4+1}}\vec{a}_2 = \frac{2}{3}\vec{e}_1 + \frac{2}{3}\vec{e}_2 + \frac{1}{3}\vec{e}_3;$$

$$\vec{h}_3 = \frac{\vec{a}_3}{\left\|\vec{x}_3\right\|} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}+1+1}}\vec{a}_3 = \frac{1}{3}\vec{e}_1 - \frac{2}{3}\vec{e}_2 + \frac{2}{3}\vec{e}_3.$$

5) Матрица перехода от старого базиса к новому базису

$$A:\left\{\vec{e}_1,\ \vec{e}_2,\ \vec{e}_3\right\}\to\left\{\vec{h}_1,\ \vec{h}_2,\ \vec{h}_3\right\}$$

имеет вид:

$$A=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}-2 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 1\\ 1 & -2 & 2\end{pmatrix};\ \det A=-1\neq 0;\ A^T=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}-2 & 2 & 1\\ 1 & 2 & -2\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix}.$$

Обратная матрица к матрице перехода от старого базиса к новому базису и транспонированная к ней имеют вид:

$$A^{-1}=-\frac{1}{2}adgA=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}-2 & 2 & 1\\ 1 & 2 & -2\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix};\ \left(A^{-1}\right)^T=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}-2 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 1\\ 1 & -2 & 2\end{pmatrix}.$$

Находим матрицу оператора в новом базисе $\left\{\vec{h}_1,\ \vec{h}_2,\ \vec{h}_3\right\}$:

$$T_a=\left(A^{-1}\right)^T T_e A^T=\frac{1}{9}\begin{pmatrix}-2 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 1\\ 1 & -2 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}11 & 2 & -8\\ 2 & 2 & 10\\ -8 & 10 & 5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 2 & 1\\ 1 & 2 & -2\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}18 & 0 & 0\\ 0 & 9 & 0\\ 0 & 0 & -9\end{pmatrix}.\otimes$$

Пример 2.1.5. В евклидовом пространстве E^3 в ортонормированном (каноническом) базисе $\left\{\vec{e}_1,\ \vec{e}_2,\ \vec{e}_3\right\}$ оператор $\hat{T}:E^3\to E^3$ задан матрицей

$$\begin{pmatrix}t_1^1 & t_2^1 & t_3^1\\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2\\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 2\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}.$$

Найти матрицу оператора $\hat{T}^*$ в базисе

$$\vec{g}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{g}_2 = \vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{g}_3 = \vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Находим матрицу сопряжённого оператора в старом (ортонормированном) базисе:

$$T_e^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Записываем матрицу перехода от старого базиса к новому базису и транспонируем её:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix};\ A^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Находим матрицу, обратную к матрице перехода от старого базиса к новому базису. Определитель матрицы

$$\det A = -2.$$

Алгебраические дополнения

$$A_1^1 = -2,\ A_2^1 = 0,\ A_3^1 = 0,$$

$$A_1^2 = 2,\ A_2^2 = -1,\ A_3^2 = -1,$$

$$A_1^3 = 0,\ A_2^3 = -1,\ A_3^3 = 1;$$

$$adgA = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix};\ A^{-1} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Находим матрицу оператора $\hat{T}^*$ в новом базисе:

$$T_g^* = \left(A^{-1}\right)^T T_e^* A^T = -\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$= -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -2 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 2.1.6. Ранее показано, что линейная оболочка $L\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2\right\}$, где элементы L вычисляются по формулам

$$\vec{g}_1 = \alpha_1 \cdot \sin x + \beta_1 \cdot \cos x,\ \vec{g}_2 = \alpha_2 \cdot \sin x + \beta_2 \cdot \cos x,$$

а скалярное произведение определено формулой

$$\left(\vec{g}_1, \vec{g}_2\right) = \alpha_1 \cdot \alpha_2 + \beta_1 \cdot \beta_2 + \frac{1}{2}\cdot\left(\alpha_1 \cdot \beta_2 + \alpha_2 \cdot \beta_1\right),$$

является двумерным линейным многообразием с ортонормированным базисом

$$\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot \sin x + \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot \cos x,\ \vec{e}_2 = \sin x - \cos x.$$

1) Найти матрицу оператора дифференцирования $\hat{D}$ в базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$ и матрицу сопряжённого оператора $\hat{D}^*$.

2) Выяснить, является ли оператор $\hat{D}$ симметрическим.

Р е ш е н и е. Находим матрицу оператора дифференцирования в базисе

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\} \subset R^2.$$

Для чего находим образы базисных векторов $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$:

$$\hat{D}\vec{e}_1 = \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{3}\cdot\sin x + \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\cos x\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}(\cos x - \sin x) =$$

$$= 0\cdot\vec{e}_1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\vec{e}_2;$$

$$\hat{D}\vec{e}_2 = \frac{d}{dx}(\sin x - \cos x) = \cos x + \sin x = \sqrt{3}\cdot\vec{e}_1 + 0\cdot\vec{e}_2.$$

Следовательно, матрица оператора $\hat{D}$ в базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$ имеет вид:

$$D = \begin{pmatrix} d_1^1 & d_2^1 \\ d_1^2 & d_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{3} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \end{pmatrix}.$$

Данное многообразие является вещественным пространством, поэтому матрица сопряжённого оператора $\hat{D}^*$ равна транспонированной матрице оператора $\hat{D}$, то есть

$$D^* = \begin{pmatrix} d_1^1 & d_1^2 \\ d_2^1 & d_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \sqrt{3} & 0 \end{pmatrix}.$$

Так как в базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$ для матрицы оператора $\hat{D}$ имеем $d_2^1 \neq d_1^2$, оператор не является симметрическим. $\otimes$

Пример 2.1.7. В евклидовом пространстве E^3 линейный оператор $\hat{T}$ переводит систему векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$ в систему векторов $\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3\right\}$. Является ли этот оператор самосопряжённым, если:

$$|a_1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; |a_2\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; |a_3\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$|g_1\rangle = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}; |g_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}; |g_3\rangle = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. По условию задачи имеем

$$\hat{T}\vec{a}_1 = \vec{g}_1, \hat{T}\vec{a}_2 = \vec{g}_2, \hat{T}\vec{a}_3 = \vec{g}_3,$$

откуда для векторов-столбцов из координат получаем:

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{r} t_2^1 + t_3^1 = 2, \\ t_2^2 + t_3^2 = 3, \\ t_2^3 + t_3^3 = 1; \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{r} t_1^1 + t_3^1 = -1, \\ t_1^2 + t_3^2 = 0, \\ t_1^3 + t_3^3 = 3; \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{r} t_1^1 + t_2^1 = -5, \\ t_1^2 + t_2^2 = 1, \\ t_1^3 + t_2^3 = 4. \end{array}$$

Из последних равенств получаем три СЛАУ для элементов матрицы оператора:

для элементов первой строки

$$\begin{cases} t_2^1 + t_3^1 = 2, \\ t_1^1 + t_3^1 = -1, \\ t_1^1 + t_2^1 = -5; \end{cases}$$

для элементов второй строки

$$\begin{cases} t_2^2 + t_3^2 = 3, \\ t_1^2 + t_3^2 = 0, \\ t_1^2 + t_2^2 = 1; \end{cases}$$

для элементов третьей строки

$$\begin{cases} t_2^3 + t_3^3 = 1, \\ t_1^3 + t_3^3 = 3, \\ t_1^3 + t_2^3 = 4. \end{cases}$$

Решая эти СЛАУ по формулам Крамера, получаем матрицу оператора:

$$T = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Видим, что $\forall i \neq j = 1, 2, 3 \; t_i^j = t_j^i$. Следовательно, оператор $\hat{T}$ является самосопряжённым. $\otimes$

Пример 2.1.8. Матрица линейного оператора $\hat{T} : E^3 \to E^3$ в базисе векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\} \subset E^3$ имеет вид:

$$T' = \begin{pmatrix} 2/3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2/3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Выяснить, является ли оператор $\hat{T}$ ортогональным, если в ортонормированном базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$ имеют место разложения

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \; \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_3, \; \vec{a}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

Р е ш е н и е. 1) *Первый способ.* Проверим выполнение определения ортогональности, то есть выполнение условия

$$\left(\forall \vec{x}, \vec{y} \in E^n \right) \left(\hat{T}\vec{x}, \hat{T}\vec{y} \right) = \left(\vec{x}, \vec{y} \right).$$

Найдём скалярное произведение векторов $\vec{x}, \vec{y} \in E^3$ в произвольном базисе $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\} \subset E^3$ по формуле

$$\left(\vec{x}, \vec{y}\right) = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} g_{ij} x^i y^j ,$$

где

$$\vec{x} = x^1 \vec{a}_1 + x^2 \vec{a}_2 + x^3 \vec{a}_3, \; \vec{y} = y^1 \vec{a}_1 + y^2 \vec{a}_2 + y^3 \vec{a}_3,$$

а матрица метрических коэффициентов имеет вид

$$G = \left(g_{ij}\right) = \begin{pmatrix} \left(\vec{a}_1, \vec{a}_1\right) & \left(\vec{a}_1, \vec{a}_2\right) & \left(\vec{a}_1, \vec{a}_3\right) \\ \left(\vec{a}_2, \vec{a}_1\right) & \left(\vec{a}_2, \vec{a}_2\right) & \left(\vec{a}_2, \vec{a}_3\right) \\ \left(\vec{a}_3, \vec{a}_1\right) & \left(\vec{a}_3, \vec{a}_2\right) & \left(\vec{a}_3, \vec{a}_3\right) \end{pmatrix}.$$

Несложные вычисления показывают, что

$$G = \left(g_{ij}\right) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Теперь получаем для скалярного произведения произвольных векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$ следующий результат:

$$\left(\vec{x}, \vec{y}\right) = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} g_{ij} x^i y^j = 2x^1y^1 + x^1y^2 + x^1y^3 +$$

$$+ x^2y^1 + 2x^2y^2 + x^2y^3 + x^3y^1 + x^3y^2 + 2x^3y^3.$$

Находим координаты образов векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$ при действии оператора $\hat{T}$:

$$\hat{T}\vec{x}=\vec{u}\Rightarrow T|x\rangle=\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}&1&0\\-1&0&0\\\frac{2}{3}&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x^1\\x^2\\x^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}x^1+x^2\\-x^1\\\frac{2}{3}x^1+x^3\end{pmatrix};$$

$$\hat{T}\vec{y}=\vec{v}\Rightarrow T|y\rangle=\begin{pmatrix}v^1\\v^2\\v^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}&1&0\\-1&0&0\\\frac{2}{3}&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y^1\\y^2\\y^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}y^1+y^2\\-y^1\\\frac{2}{3}y^1+y^3\end{pmatrix}.$$

После подстановки найденных координат образов векторов $\vec{x}$, $\vec{y}$ и метрических коэффициентов g_{ij} в формулу для скалярного произведения

$$\left(\hat{T}\vec{x},\hat{T}\vec{y}\right)=\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}g_{ij}u^iv^j$$

и сравнения с формулой для скалярного произведения прообразов, убеждаемся в справедливости равенства

$$\left(\hat{T}\vec{x},\hat{T}\vec{y}\right)=\left(\vec{x},\vec{y}\right).$$

2) *Второй способ.* Матрица перехода от старого (ортонормированного) базиса $\left\{\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3\right\}$ к новому базису $\left\{\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3\right\}$ и обратная к ней матрица имеют, соответственно, вид:

$$A=\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix};\ A^{-1}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}\end{pmatrix}.$$

Так как формула преобразования матрицы оператора при переходе от старого базиса к новому базису имеет вид

$$T'=\left(A^{-1}\right)^TTA^T,$$

то для матрицы оператора в старом базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\}$ получаем:

$$T = A^T T' \left(A^{-1}\right)^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2/3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2/3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & -1/2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & -2/3 \\ 1/3 & 2/3 & 2/3 \\ 2/3 & -2/3 & 1/3 \end{pmatrix}.$$

Убедиться в том, что полученная матрица является ортогональной, можно с помощью свойств ортогональных матриц. Например, умножая матрицу T на транспонированную матрицу T^T, получим

$$TT^T = T^T T = I.$$

Таким образом, выполняется свойство $T^T = T^{-1}$. Следовательно, оператор $\hat{T}$ и, соответственно, его матрица являются ортогональными. $\otimes$

Пример 2.1.9. Пусть $\hat{T} : X \to X$. Показать, что если $X_{inv}^{(1)}$, $X_{inv}^{(2)}$ – инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$, то $X_{inv}^{(1)} \bigcap X_{inv}^{(2)}$ и $X_{inv}^{(1)} + X_{inv}^{(2)}$ также являются инвариантными подпространствами оператора $\hat{T}$.

Р е ш е н и е. Пусть $X_{inv}^{(1)}$, $X_{inv}^{(2)}$ – инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$. Предположим, что вектор $\vec{x} \in X_{inv}^{(1)} \bigcap X_{inv}^{(2)}$. Но тогда вектор $\vec{x} \in X_{inv}^{(1)}$ и $\vec{x} \in X_{inv}^{(2)}$, следовательно, и его образ

$$\hat{T}\vec{x} \in X_{inv}^{(1)} \wedge \hat{T}\vec{x} \in X_{inv}^{(2)}.$$

Теперь очевидно, что образ вектора $\vec{x}$ принадлежит пересечению этих подпространств, то есть

$$\hat{T}\vec{x} \in X_{inv}^{(\cdot)} \bigcap X_{inv}^{(\cdot)}.$$

Пусть теперь

$$\vec{x} \in X_{inv}^{(\cdot)} + X_{inv}^{(\cdot)}.$$

Тогда, по определению суммы подпространств $\vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2$, где $\vec{x}_1 \in X_{inv}^{(\cdot)}$, $\vec{x}_2 \in X_{inv}^{(\cdot)}$, откуда в силу того, что снова $\hat{T}\vec{x} \in X_{inv}^{(\cdot)} \wedge \hat{T}\vec{x} \in X_{inv}^{(\cdot)}$, получаем

$$\hat{T}\vec{x} = \hat{T}\vec{x}_1 + \hat{T}\vec{x}_2 \in X_{ivn}^{(\cdot)} + X_{inv}^{(\cdot)}. \otimes$$

Пример 2.1.10. Пусть $\hat{T} : X \to X$. Показать, что если оператор $\hat{T}$ биективный, то его инвариантное подпространство X_{inv} является инвариантным подпространством и для обратного оператора $\hat{T}^{-1}$.

Р е ш е н и е. Известно, что линейный оператор $\hat{T} : X \to X$ взаимно однозначен (биективен) в том и только в том случае, если он невырожденный.

Пусть

$$\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m\right\} \subset X_{inv}^m$$

– базис в X_{inv}^m, тогда система образов векторов исходной системы

$$\left\{\hat{T}\vec{a}_1, \hat{T}\vec{a}_2, \ldots, \hat{T}\vec{a}_m\right\}$$

принадлежат тому же инвариантному подпространству и образуют в нём другой базис.

Покажем сначала, что система образов линейно независима. Для этого составим линейную комбинацию образов векторов

$$\left\{\hat{T}\vec{a}_1, \hat{T}\vec{a}_2, \ldots, \hat{T}\vec{a}_m\right\}$$

и потребуем, чтобы

$$\alpha_1 \hat{T}\vec{a}_1+\alpha_2 \hat{T}\vec{a}_2+\ldots+\alpha_m \hat{T}\vec{a}_m=\vec{0}.$$

Далее получаем в силу линейности оператора $\hat{T}$

$$\hat{T}\left(\alpha_1 \vec{a}_1+\alpha_2 \vec{a}_2+\ldots+\alpha_m \vec{a}_m\right)=\vec{0}.$$

Так как оператор невырожденный, то

$$\alpha_1 \vec{a}_1+\alpha_2 \vec{a}_2+\ldots+\alpha_m \vec{a}_m=\vec{0}.$$

Последнее равенство, в силу линейной независимости системы

$$\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m\right\},$$

возможно только в случае одновременного обращения в нуль всех коэффициентов линейной комбинации. Что и доказывает линейную независимость системы образов.

Пусть теперь $\left(\forall \vec{x} \in X_{inv}^{m}\right)$. Разложим вектор $\vec{x}$ по базису из образов векторов исходного базиса подпространства X_{inv}^{m}, то есть представим вектор $\vec{x}$ в виде

$$\vec{x}=x^1 \hat{T}\vec{a}_1+x^2 \hat{T}\vec{a}_2+\ldots+x^m \hat{T}\vec{a}_m.$$

Так как для невырожденного линейного оператора обратный оператор снова линейный, то, действуя на обе части оператором $\hat{T}^{-1}$, получаем

$$\hat{T}^{-1}\vec{x}=x^1 \hat{T}^{-1}\hat{T}\vec{a}_1+x^2 \hat{T}^{-1}\hat{T}\vec{a}_2+\ldots+x^m \hat{T}^{-1}\hat{T}\vec{a}_m=$$

$$=x^1 \vec{a}_1+x^2 \vec{a}_2+\ldots+x^m \vec{a}_m,$$

причём

$$x^1 \vec{a}_1+x^2 \vec{a}_2+\ldots+x^m \vec{a}_m \in X_{inv}^{m},$$

так как он разложен по базису X_{inv}.

Итак, получили, что если $\vec{x} \in X_{inv}^{m}$, то $\hat{T}^{-1}\vec{x} \in X_{inv}^{m}$. $\otimes$

Напомним определение операторного многочлена: пусть $\hat{T}: X^n \to \hat{T}(X^n)$ и

$$F_m(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_m x^m \in C[x]$$

– некоторый многочлен. Тогда оператор

$$F_m\left(\hat{T}\right) = a_0 \hat{I} + a_1 \hat{T} + a_2 \hat{T}^2 + \ldots + a_m \hat{T}^m$$

называется многочленом от оператора $\hat{T}$ или ***операторным многочленом***.

Пример 2.1.11. Показать, что любое инвариантное подпространство оператора $\hat{T}: X^n \to X^n$ является инвариантным и для операторного многочлена

$$F_p\left(\hat{T}\right) = a_0 \hat{I} + a_1 \hat{T} + a_2 \hat{T}^2 + \ldots + a_p \hat{T}^p.$$

Р е ш е н и е. Пусть операторы $\hat{A}: X^n \to X^n$ и $\hat{B}: X^n \to X^n$ имеют одно и тоже инвариантное подпространство $Y^m \subset X^n$. Тогда

$$\left(\forall \vec{x} \in Y^m\right) \vec{y}_1 = \hat{A}\vec{x} \in Y^m \wedge \vec{y}_2 = \hat{B}\vec{x} \in Y^m.$$

Так как любые линейные комбинации векторов подпространства Y^m снова являются векторами этого же подпространства, то имеем

$$\alpha \cdot \vec{y}_1 + \beta \cdot \vec{y}_2 = \alpha \cdot \hat{A}\vec{x} + \beta \cdot \hat{B}\vec{x} = \left(\alpha \cdot \hat{A} + \beta \cdot \hat{B}\right)\vec{x} \in Y^m.$$

То есть подпространство $Y^m \subset X^n$, инвариантное относительно операторов $\hat{A}: X^n \to X^n$ и $\hat{B}: X^n \to X^n$, инвариантно и относительно оператора $\alpha \cdot \hat{A} + \beta \cdot \hat{B}$. Далее, из того, что подпространство $Y^m \subset X^n$ является инвариантным относительно оператора $\hat{A}: X^n \to X^n$, следует, что оно инвариантно и относительно степеней этого оператора $\hat{A}^k \ (k = 0, 1, \ldots, p)$.

Теперь очевидно, что любое инвариантное подпространство оператора $\hat{T}$ является инвариантным и относительно операторного многочлена

$$F_p\left(\hat{T}\right) = a_0\hat{I} + a_1\hat{T} + a_2\hat{T}^2 + \ldots + a_p\hat{T}^p \ . \otimes$$

Практическое занятие 2

Наклонная, перпендикуляр, проекция, оператор проектирования

Пример 2.2.1. Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3 \subset R^3$, если имеют место разложения

$$\vec{x}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3,\ \vec{x}_2 = 2\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 7\vec{e}_3,\ \vec{x}_3 = 3\vec{e}_1 + 7\vec{e}_2 + 10\vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Находим попарные скалярные произведения векторов системы:

$$\left(\vec{x}_1, \vec{x}_1\right) = 14,\ \left(\vec{x}_1, \vec{x}_2\right) = 33,\ \left(\vec{x}_1, \vec{x}_3\right) = 47.$$

$$\left(\vec{x}_2, \vec{x}_1\right) = 33,\ \left(\vec{x}_2, \vec{x}_2\right) = 78,\ \left(\vec{x}_2, \vec{x}_3\right) = 111,$$

$$\left(\vec{x}_3, \vec{x}_1\right) = 47,\ \left(\vec{x}_3, \vec{x}_2\right) = 111,\ \left(\vec{x}_3, \vec{x}_3\right) = 158.$$

Составляем определитель Грама и вычисляем его значение:

$$\begin{vmatrix} 14 & 33 & 47 \\ 33 & 78 & 111 \\ 47 & 111 & 158 \end{vmatrix} = 14 \cdot \begin{vmatrix} 78 & 111 \\ 111 & 158 \end{vmatrix} - 33 \cdot \begin{vmatrix} 33 & 111 \\ 47 & 158 \end{vmatrix} + 47 \cdot \begin{vmatrix} 33 & 78 \\ 47 & 111 \end{vmatrix} = 0.$$

В соответствие с критерием Грама система векторов $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3$ является линейно зависимой. $\otimes$

Пример 2.2.2. Радиус-вектор $\vec{x}$ в пространстве R^3 имеет разложение по стандартному базису (рисунок 1)

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3.$$

Обозначим координатную плоскость X^1OX^2 как L^2.

Представить вектор $\vec{x}$ в виде разложения

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^{\perp},$$

где $\vec{g}_L \in L^2$, $\vec{h}^{\perp} \in L^{2\perp}$.

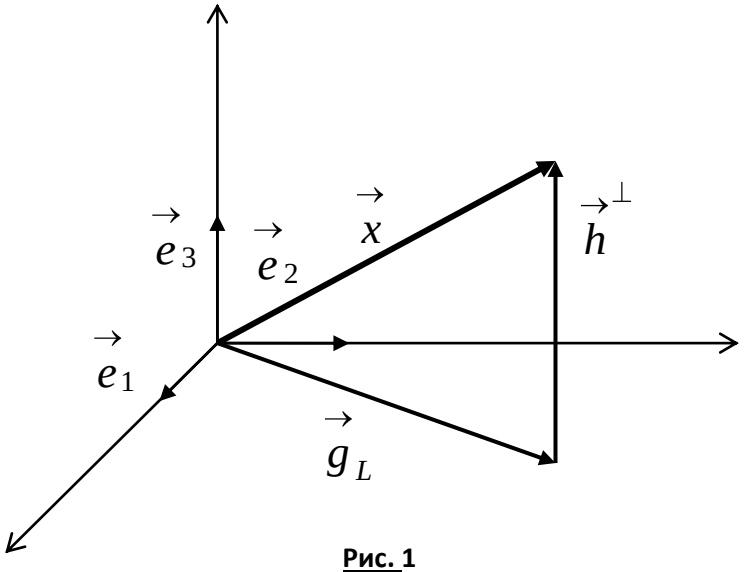


Рис. 1

Р е ш е н и е. Разложим вектор $\vec{g}_L$ по базису подпространства L^2:

$$\vec{g}_L = g^1 \vec{e}_1 + g^2 \vec{e}_2.$$

Вектор

$$\vec{h}^{\perp} = \vec{x} - \vec{g}_L \in L^{2\perp}.$$

Следовательно, он ортогонален базису подпространства L^2. Запишем условия ортогональности вектора $\vec{h}^{\perp}$ подпространству L^2, состоящие в том, что вектор $\vec{h}^{\perp}$ должен быть ортогонален всем векторам базиса $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$:

$$\left(\vec{h}^{\perp}, \vec{e}_1\right) = 0,$$

$$\left(\vec{h}^{\perp}, \vec{e}_2\right) = 0.$$

Получаем СЛАУ

$$\begin{cases} \left(\vec{x} - \vec{g}_L, \vec{e}_1\right) = 0, \\ \left(\vec{x} - \vec{g}_L, \vec{e}_2\right) = 0, \end{cases}$$

которую перепишем в виде

$$\begin{cases} \left(g^1 \vec{e}_1 + g^2 \vec{e}_2, \vec{e}_1\right) = \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3, \vec{e}_1\right), \\ \left(g^1 \vec{e}_1 + g^2 \vec{e}_2, \vec{e}_2\right) = \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3, \vec{e}_2\right). \end{cases}$$

После простых преобразований имеем

$$\begin{cases} g^1 = 3, \\ g^2 = 4. \end{cases}$$

Таким образом, получаем

$$\vec{g}_L = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2.$$

Далее имеем:

$$\vec{h}^{\perp} = \vec{x} - \vec{g}_L = \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3\right) - \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2\right) = 5\vec{e}_3.$$

Окончательно получаем

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^{\perp} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3. \otimes$$

Пример 2.2.3. В пространстве R^4 опустить перпендикуляр из точки $P\ (-1; 5; 3; 2)$ на гиперплоскость H^3, проходящую через заданные точки

$$A_1(-4; 2; 0), A_2(-3; 7; 3; 2), A_3(-2; 6; 3; -1), A_4(-4; 5; 2).$$

Р е ш е н и е. В пространстве R^4 все координаты точек заданы в ортонормированном базисе, который обозначим $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4$. Неявное уравнение гиперплоскости получено выше в примере 3.14 и имеет вид

$$23x^1 - 14x^2 + 2x^3 - 3x^4 + 29 = 0.$$

Там же записаны направляющие векторы гиперплоскости:

$$\vec{a}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_3 = 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4.$$

Проверим, что точка $P\ -1; 5; 3; 2$ не лежит в плоскости, для чего подставим координаты точки в неявное уравнение плоскости:

$$23\cdot\ -1\ -14\cdot 5 + 2\cdot 3 - 3\cdot 2 + 29 = -64 \neq 0.$$

Точка плоскости не принадлежит.

Поставим в соответствие точке $P\ -1; 5; 3; 2$ её радиус-вектор

$$\vec{x} = -\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4$$

– наклонную к плоскости. Представим наклонную в виде

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^{\perp},$$

где вектор $\vec{g}_L \in H^3$, а вектор $\vec{h}^{\perp} \in H^{3\perp}$.

Вектор

$$\vec{h}^{\perp} = \vec{x} - \vec{g}_L \in H^{3\perp}.$$

Следовательно, он ортогонален локальному базису подпространства H^3. Запишем условия ортогональности вектора $\vec{h}^{\perp}$ подпространству H^3 (плоскость проходит через начало системы координат), состоящие в том, что вектор $\vec{h}^{\perp}$ должен быть ортогонален всем векторам базиса $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$:

$$\left(\vec{h}^{\perp}, \vec{a}_1\right) = 0, \left(\vec{h}^{\perp}, \vec{a}_2\right) = 0, \left(\vec{h}^{\perp}, \vec{a}_3\right) = 0.$$

Получаем СЛАУ

$$\left(\vec{x} - \vec{g}_L, \vec{a}_1\right) = 0,$$
$$\left(\vec{x} - \vec{g}_L, \vec{a}_2\right) = 0,$$

$$\left(\vec{x}-\vec{g}_L,\vec{a}_3\right)=0.$$

Представляя наклонную $\vec{g}_L$ разложением по направляющим векторам плоскости (по локальному базису), перепишем СЛАУ в виде

$$\left(g^1\vec{a}_1+g^2\vec{a}_2+g^3\vec{a}_3,\vec{a}_1\right)=\left(\vec{x},\vec{a}_1\right),$$
$$\left(g^1\vec{a}_1+g^2\vec{a}_2+g^3\vec{a}_3,\vec{a}_2\right)=\left(\vec{x},\vec{a}_2\right),$$
$$\left(g^1\vec{a}_1+g^2\vec{a}_2+g^3\vec{a}_3,\vec{a}_3\right)=\left(\vec{x},\vec{a}_3\right),$$

или в виде

$$\left(\vec{a}_1,\vec{a}_1\right)g^1+\left(\vec{a}_2,\vec{a}_1\right)g^2+\left(\vec{a}_3,\vec{a}_1\right)g^3=\left(\vec{x},\vec{a}_1\right),$$
$$\left(\vec{a}_1,\vec{a}_2\right)g^1+\left(\vec{a}_2,\vec{a}_2\right)g^2+\left(\vec{a}_3,\vec{a}_2\right)g^3=\left(\vec{x},\vec{a}_2\right),$$
$$\left(\vec{a}_1,\vec{a}_3\right)g^1+\left(\vec{a}_2,\vec{a}_3\right)g^2+\left(\vec{a}_3,\vec{a}_3\right)g^3=\left(\vec{x},\vec{a}_3\right).$$

Далее, находим значения попарных скалярных произведений векторов локального базиса на плоскости

$$G^T=\begin{pmatrix}\left(\vec{a}_1,\vec{a}_1\right) & \left(\vec{a}_2,\vec{a}_1\right) & \left(\vec{a}_3,\vec{a}_1\right)\\ \left(\vec{a}_1,\vec{a}_2\right) & \left(\vec{a}_2,\vec{a}_2\right) & \left(\vec{a}_3,\vec{a}_2\right)\\ \left(\vec{a}_1,\vec{a}_3\right) & \left(\vec{a}_2,\vec{a}_3\right) & \left(\vec{a}_3,\vec{a}_3\right)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}18 & 7 & 7\\ 7 & 7 & 1\\ 7 & 1 & 13\end{pmatrix}$$

и записываем СЛАУ в окончательном виде:

$$\begin{cases}18g^1+7g^2+7g^3=20,\\ 7g^1+7g^2+g^3=10,\\ 7g^1+g^2+13g^3=13.\end{cases}$$

Решение Слау ищем по формулам Крамера.

1) Находим определитель основной матрицы:

$$\det\begin{pmatrix} 18 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 1 \\ 7 & 1 & 13 \end{pmatrix} = 738.$$

СЛАУ совместна и определённа.

2) Находим определители, соответствующие каждому неизвестному:

$$\Delta_1 = \det\begin{pmatrix} 20 & 7 & 7 \\ 10 & 7 & 1 \\ 13 & 1 & 13 \end{pmatrix} = -6306,$$

$$\Delta_2 = \det\begin{pmatrix} 18 & 20 & 7 \\ 7 & 10 & 1 \\ 7 & 13 & 13 \end{pmatrix} = 573,$$

$$\Delta_3 = \det\begin{pmatrix} 18 & 7 & 20 \\ 7 & 7 & 10 \\ 7 & 1 & 13 \end{pmatrix} = 471.$$

Записываем решение СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} g^1 \\ g^2 \\ g^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6306/738 \\ 573/738 \\ 471/738 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1051/123 \\ 191/123 \\ 157/123 \end{pmatrix}.$$

Записываем разложение проекции $\vec{g}_L$ на плоскость по локальному базису:

$$\vec{g}_L = -\frac{1051}{123}\vec{a}_1 + \frac{191}{123}\vec{a}_2 + \frac{157}{123}\vec{a}_3.$$

Теперь находим перпендикуляр:

$$\vec{h}^{\perp} = \vec{x} - \vec{g}_L = -\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4 - \left(-\frac{1051}{123}\vec{a}_1 + \frac{191}{123}\vec{a}_2 + \frac{157}{123}\vec{a}_3\right).$$

Если теперь подставить в последнее равенство разложения векторов $\vec{a}_1,\ \vec{a}_2,\ \vec{a}_3$ по векторам ортонормированного базиса $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4$, то получим вектор $\vec{h}$ – перпендикуляр, опущенный из конца наклонной $\vec{g}_L$ на плоскость H^3. $\otimes$

Пример 2.2.4. Записать матрицу оператора $\hat{P}^{\perp}_{x^1ox^2}$ ортогонального проектирования на координатную плоскость X^1OX^2 в пространстве R^3.

Р е ш е н и е. Этот оператор любому вектору пространства R^3 ставит в соответствие его проекцию на координатную плоскость X^1OX^2 параллельно координатной оси OX^3. Согласно изложенной выше теории, оператор $\hat{P}^{\perp}_{x^1ox^2}$ является прямой суммой единичного оператора

$$\hat{I}_{x^1ox^2} : R^2_{x^1ox^2} \to R^2_{x^1ox^2}$$

и нулевого оператора

$$\hat{O}_{ox^3} : R^1_{ox^3} \to R^1_{ox^3}.$$

На главной диагонали его матрицы расположены 2×2 клетка вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

и 1×1 клетка вида $\textcircled{0}$. Остальные элементы равны нулю:

$$P^{\perp}_{x^1ox^2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Легко видеть, что оператор $\hat{P}^{\perp}_{x^1ox^2}$ является самосопряжённым.

Найдём, например, проекцию вектора $\vec{x}$ из предыдущей задачи на координатную плоскость X^1OX^2. Запишем для этого образ вектора

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$$

при действии оператора $\hat{P}^{\perp}_{x^1ox^2}$ в координатной форме

$$P^{\perp}_{x^1 o x^2}\left|x\right\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Результат, очевидно, совпадает с результатом предыдущей задачи. $\otimes$

Практическое занятие 3

Квадратичные формы. Поверхности второго порядка

Пример 2.3.1. Привести квадратичную форму, имеющую в пространстве R^3 вид

$$\varphi\left(\vec{x},\vec{x}\right) = 3(x^2)^2 + 3(x^3)^2 + 4x^1x^2 + 4x^1x^3 - 2x^2x^3,$$

к каноническому виду ортогональным преобразованием.

Р е ш е н и е. Вид квадратичной формы задан в базисе

$$\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \subset R^3.$$

Запишем симметричную матрицу квадратичной формы, для чего слагаемые с перекрёстными произведениями представим в виде суммы двух равных слагаемых:

$$\varphi\left(\vec{x},\vec{x}\right) =$$

$$= 3(x^2)^2 + 3(x^3)^2 + (x^1x^2 + 2x^2x^1) + (x^1x^3 + 2x^3x^1) - (x^2x^3 + x^3x^2) =$$

$$= 2x^1x^2 + 2x^1x^3 + 2x^2x^1 + 3(x^2)^2 - x^2x^3 + 2x^3x^1 - x^3x^2 + 3(x^3)^2.$$

Теперь матрица квадратичной формы принимает вид:

$$\Phi\left(\vec{x},\vec{x}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Запишем характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} -\mu & 2 & 2 \\ 2 & 3-\mu & -1 \\ 2 & -1 & 3-\mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mu^3 - 6\mu^2 + 32 = 0.$$

Корни характеристического уравнения $\mu_1 = -2,\ \mu_{2,3} = 4.$

Чтобы построить матрицу ортогонального преобразования найдём собственные векторы этого оператора. Для этого решим следующие системы линейных алгебраических уравнений.

1) Случай $\mu_1 = -2$. Система уравнений записывается в виде:

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 + 2x^3 = 0, \\ 2x^1 + 5x^2 - x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 + 5x^3 = 0. \end{cases}$$

Решением этой системы уравнений является вектор-столбец

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} -2a \\ a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, первый собственный вектор

$$\vec{x}_1 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

2) Случай $\mu_{2,3} = 4$. Система уравнений записывается в виде:

$$\begin{cases} -4x^1 + 2x^2 + 2x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 - x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 - x^3 = 0. \end{cases}$$

Решением этой системы уравнений является вектор-столбец

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} \frac{a+b}{2} \\ a \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1/2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, второй и третий собственные векторы

$$\vec{x}_2 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2, \quad \vec{x}_3 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_3.$$

Векторы $\vec{x}_2$ и $\vec{x}_3$ ортогональны вектору $\vec{x}_1$, но не ортогональны между собой. Для ортогонализации системы собственных векторов применим алгоритм ортогонализации Шмидта. Положим

$$\vec{g}_1 = \vec{x}_1, \quad \vec{g}_2 = \vec{x}_2, \quad \vec{g}_3 = \vec{x}_3 + \alpha \vec{x}_2.$$

Так как должно быть $\left(\vec{g}_2, \vec{g}_3\right) = 0$, то

$$\left(\vec{x}_2,\ \vec{x}_3+\alpha\,\vec{x}_2\right)=0,\ \left(\vec{x}_2,\ \vec{x}_3\right)+\alpha\left(\vec{x}_2,\ \vec{x}_2\right)=0.$$

Откуда

$$\frac{1}{4}+\frac{5}{4}\alpha=0,\ \alpha=-\frac{1}{5}.$$

Приходим к ортогональной системе собственных векторов ассоциированного оператора:

$$\vec{g}_1=-2\vec{e}_1+\vec{e}_2+\vec{e}_3,\ \vec{g}_2=\frac{1}{2}\vec{e}_1+\vec{e}_2,\ \vec{g}_3=\frac{2}{5}\vec{e}_1-\frac{1}{5}\vec{e}_2+\vec{e}_3,$$

$$\left\|\vec{g}_1\right\|=\sqrt{6},\ \left\|\vec{g}_2\right\|=\frac{\sqrt{5}}{2},\ \left\|\vec{g}_3\right\|=\frac{\sqrt{30}}{5}.$$

Нормируя эту систему, получаем:

$$\vec{h}_1=-\frac{2}{\sqrt{6}}\vec{e}_1+\frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_2+\frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_3,$$

$$\vec{h}_2=\frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_1+\frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_2,$$

$$\vec{h}_3=\frac{2}{\sqrt{30}}\vec{e}_1-\frac{1}{\sqrt{30}}\vec{e}_2+\frac{5}{\sqrt{30}}\vec{e}_3.$$

Матрица ортогонального преобразования

$$A=\begin{pmatrix}-\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}}\\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0\\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}}\end{pmatrix}$$

осуществляет переход между ортонормированными базисами

$$\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3\ \Rightarrow\ \vec{h}_1,\vec{h}_2,\vec{h}_3$$

и, следовательно, является ортогональной. Учитывая, что для ортогональной матрицы выполняется условие

$$A^{-1}=A^T,$$

Запишем формулу преобразования матрицы квадратичной формы при переходе от старого базиса к новому базису:

$$\Phi' = \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix}^T.$$

Проводя вычисления, получаем

$$\Phi' = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Обозначая координаты в базисе $\vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3$ как y^1, y^2, y^3, запишем канонический вид квадратичной формы

$$\phi\left(\vec{x}, \vec{x}\right) = -2\ y^{1\ 2} + 4\ y^{2\ 2} + 4\ y^{3\ 2}. \otimes$$

Пример 2.3.2. Найти значения параметра λ, при которых является положительно определённой квадратичная форма

$$\varphi\left(\vec{x}, \vec{x}\right) = 4\left(x^1\right)^2 + 2x^1x^2 + \left(x^2\right)^2 + 4x^1x^3 - 6x^2x^3 + \lambda\left(x^3\right)^2.$$

Р е ш е н и е. Выпишем матрицу квадратичной формы:

$$\Phi = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \\ 2 & -3 & \lambda \end{pmatrix}.$$

Находя её главные миноры и применяя критерий Сильвестра, имеем:

$$M_1 = \varphi_{11} = 4 > 0;$$

$$M_2 = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 > 0;$$

$$M_3 = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \\ 2 & -3 & \lambda \end{vmatrix} = 3\lambda - 52 > 0.$$

Следовательно, $\lambda > \frac{52}{3}$. $\otimes$

Пример 2.3.3. Выяснить, какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 - 4x_2 = 0.$$

Р е ш е н и е. Уравнение перепишем в виде

$$(x_1 + 1)^2 + (x_2 - 2)^2 = 5.$$

Вводим новые координаты по формулам

$$x_{1'} = x_1 + 1,\ x_{2'} = x_2 - 1.$$

Эти формулы описывают параллельный перенос начала системы координат в точку $O'(-1; 2)$, в которой уравнение принимает вида

$$x_{1'}^2 + x_{2'}^2 = 5.$$

Это уравнение, очевидно, описывает окружность с центром в точке $O'(-1; 2)$ радиуса $R = \sqrt{5}$. $\otimes$

Пример 2.3.4. Какую линию описывает уравнение

$$x_2 = 1 - \sqrt{11 - 4x_1 - x_1^2}\ .$$

Р е ш е н и е. Уравнение переписываем в виде

$$x_2 - 1 = -\sqrt{11 - 4x_1 - x_1^2}$$

и возводим обе части в квадрат (приобретаем новые корни)

$$(x_2 - 1)^2 = 11 - 4x_1 - x_1^2.$$

Преобразуем уравнение, выделяя полный квадрат:

$$x_1^2 + 4x_1 + 4 + (x_2 - 1)^2 = 15,$$

$$(x_1 + 2)^2 + (x_2 - 1)^2 = 15.$$

Это уравнение описывает часть окружности с центром в точке $O'(-2; 1)$ радиуса $R = \sqrt{15}$, лежащую ниже новой горизонтальной оси с уравнением $x_2 = 1$. $\otimes$

Пример 2.3.5. Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1^2 - 4x_1 + x_2^2 - 2x_2 + 5 = 0.$$

Р е ш е н и е. Уравнение запишем в виде

$$(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 = 0.$$

Это уравнение описывает точку $M(2; 1)$. $\otimes$

Пример 2.3.6. Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$100x_1^2 + 25x_2^2 + 200x_1 - 100x_2 - 200 = 0.$$

Р е ш е н и е. Уравнение переписываем в виде

$$100(x_1 + 1)^2 + 25(x_2 - 2)^2 = 400$$

и делим обе части на 400:

$$\frac{(x_1+1)^2}{4}+\frac{(x_2-2)^2}{16}=1.$$

Это каноническое уравнение эллипса с центром в точке $O'(-1;2)$ и полуосями $a=2$ и $b=4$. $\otimes$

Пример 2.3.7. Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1=-2\sqrt{-5-6x_2-x_2^2}\,.$$

Р е ш е н и е. Уравнение преобразуем к виду

$$x_1^2+4(x_2+3)^2=16,$$

возводя обе части в квадрат. Делим обе части на 16:

$$\frac{x_1^2}{16}+\frac{(x_2+3)^2}{4}=1.$$

Уравнение описывает часть эллипса с центром в точке $O'(0;-3)$ и полуосями $a=4$ и $b=2$, лежащую слева относительно оси OX_2. $\otimes$

Пример 2.3.8. Линия второго порядка задана в каноническом (ортонормированном) базисе $\left\{\vec{e}_1,\vec{e}_2\right\}\subset R^2$ уравнением

$$11(x^1)^2-20x^1x^2-4(x^2)^2-20x^1-8x^2+1=0.$$

Привести уравнение линии к каноническому виду и определить её тип.

Р е ш е н и е. Рассмотрим квадратичную форму

$$\varphi\left(\vec{x},\vec{x}\right)=11(x^1)^2-20x^1x^2-4(x^2)^2=$$

$$=11(x^1)^2-10x^1x^2-10x^2x^1-4(x^2)^2$$

Матрица квадратичной формы имеет вид

$$\Phi=\begin{pmatrix}11 & -10\\ -10 & -4\end{pmatrix}.$$

Квадратичной форме $\varphi\left(\vec{x},\vec{x}\right)$ ставим в соответствие симметрический оператор $\hat{T}$ с матрицей $T=\Phi$ и записываем характеристическое уравнение:

$$\det\begin{pmatrix}t_1^1-\mu & t_2^1\\ t_1^2 & t_2^2-\mu\end{pmatrix}=0\Rightarrow\begin{vmatrix}11-\mu & -10\\ -10 & -4-\mu\end{vmatrix}=0\Rightarrow$$

$$\mu^2-7\cdot\mu-144=0.$$

Корни характеристического уравнения $\mu_1 = -9$ и $\mu_2 = 16$. Находим собственные векторы оператора $\hat{T}$, соответствующие собственным значениям $\mu_1 = -9$ и $\mu_2 = 16$, для чего решаем две однородные СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 20 & -10 \\ -10 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 20x^1 - 10x^2 = 0, \\ -10x^1 + 5x^2 = 0, \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} -5 & -10 \\ -10 & -20 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -5x^1 - 10x^2 = 0, \\ -10x^1 - 20x^2 = 0. \end{cases}$$

Фундаментальная система решений первой СЛАУ приводит к первому собственному вектору

$$\vec{x}_1 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2,$$

а фундаментальная система решений второй – ко второму собственному вектору

$$\vec{x}_2 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

Эти векторы ортогональны, но не нормированы. Нормируем их:

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{\left\|\vec{x}_1\right\|}\vec{x}_1 = \frac{2}{\sqrt{5}}\left(\frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2\right) = \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_1 + \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_2;$$

$$\vec{a}_2 = \frac{1}{\left\|\vec{x}_2\right\|}\vec{x}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(-2\vec{e}_1 + \vec{e}_2\right) = -\frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_2.$$

Матрица перехода от старого базиса к новому базису имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}.$$

Преобразование от нового базиса к старому осуществляется при помощи обратной матрицы, которая в силу ортогональности матрицы A равна транспонированной к ней, то есть

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & -2/\sqrt{5} \\ 2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}.$$

Координаты в новом базисе выражаются через координаты в старом базисе при помощи матрицы

$$\left(A^{-1}\right)^T = \left(A^T\right)^T = A,$$

обратный переход от новых координат к старым производится при помощи матрицы A^{-1}. Имеем:

$$\begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & -2/\sqrt{5} \\ 2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix}.$$

В базисе $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$ квадратичная форма приводится к каноническому виду

$$\mu_1 (y^1)^2 + \mu_2 (y^2)^2 = -9(y^1)^2 + 16(y^2)^2.$$

Линейные слагаемые преобразуются так:

$$-20x^1 = -\frac{20}{\sqrt{5}} y^1 + \frac{40}{\sqrt{5}} y^2;$$

$$-8x^2 = -\frac{16}{\sqrt{5}} y^1 - \frac{8}{\sqrt{5}} y^2.$$

Подстановка в уравнение приводит его к виду:

$$-9(y^1)^2 + 16(y^2)^2 - \frac{36}{\sqrt{5}} y^1 + \frac{32}{\sqrt{5}} y^2 + 1 = 0.$$

Выделяя полный квадрат по y^1, y^2 и приводя подобные члены, получаем каноническое уравнение линии в виде

$$-9\left(y^1 + \frac{2}{\sqrt{5}} \right)^2 + 16\left(y^2 + \frac{1}{\sqrt{5}} \right)^2 + 5 = 0,$$

Откуда совершая параллельный перенос, то есть полагая

$$z^1 = y^1 + \frac{2}{\sqrt{5}}, \quad z^2 = y^2 + \frac{1}{\sqrt{5}},$$

окончательно имеем:

$$\frac{(z^1)^2}{5/9} - \frac{(z^2)^2}{5/16} = 1.$$

Получили каноническое уравнение линии второго порядка – гиперболы. Отметим, что матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}$$

перехода от старого базиса к новому базису является матрицей оператора (аффинора) поворота системы координат на такой угол φ, что $\cos\varphi = 1/\sqrt{5}$ и $\sin\varphi = 2/\sqrt{5}$. Далее, в соответствии с формулами

$$z^1 = y^1 + \frac{2}{\sqrt{5}},\ z^2 = y^2 + \frac{1}{\sqrt{5}},$$

осуществляется параллельный перенос начала системы координат в новое положение – точку с координатами $O'\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$. $\otimes$

Пример 2.3.9. Поверхность второго порядка задана в каноническом (ортонормированном) базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\} \subset R^3$ уравнением

$$3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3 - 12\sqrt{30}x_1 -$$
$$-14\sqrt{30}x_2 + 2\sqrt{30}x_3 + 506 = 0.$$

Привести уравнение поверхности к каноническому виду и определить её тип.

Р е ш е н и е. Рассмотрим квадратичную форму

$$\varphi\left(\vec{x}, \vec{x}\right) = 3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3.$$

Матрица квадратичной формы

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Собственные значения ассоциированного оператора $\mu_1 = -2,\ \mu_{2,3} = 4$. Собственные векторы

$$\vec{x}_1 = -\frac{2}{\sqrt{6}}\vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_2 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_3,$$
$$\vec{x}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_1 + \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_2 + 0\,\vec{e}_3,$$
$$\vec{x}_3 = \frac{2}{\sqrt{30}}\vec{e}_1 - \frac{1}{\sqrt{30}}\vec{e}_2 + \frac{5}{\sqrt{30}}\vec{e}_3.$$

Это ортонормированная система. Матрица перехода от старого базиса к новому базису получается непосредственно из приведённых разложений:

$$A=\begin{pmatrix} -2/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} & 0 \\ 2/\sqrt{30} & -1/\sqrt{30} & 5/\sqrt{30} \end{pmatrix}$$

и является ортогональной ($A^{-1}=A^{T}$).

Преобразование координат осуществляется с помощью матрицы A

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} & 0 \\ 2/\sqrt{30} & -1/\sqrt{30} & 5/\sqrt{30} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_{1'} \\ x_{2'} \\ x_{3'} \end{pmatrix}$$

и приводит квадратичную форму к виду

$$\varphi\left(\vec{x},\vec{x}\right)=4x_{1'}^2-2x_{2'}^2+4x_{3'}^2.$$

Линейные члены преобразуются так:

$$-12\sqrt{30}x_1-14\sqrt{30}x_2+2\sqrt{30}x_3=-40\sqrt{6}x_{1'}+12\sqrt{5}x_{2'}.$$

В новой системе координат уравнение поверхности принимает вид:

$$4x_{1'}^2-2x_{2'}^2+4x_{3'}^2-40\sqrt{6}x_{1'}+12\sqrt{5}x_{2'}+506=0.$$

Выделяя полные квадраты, приводим уравнение к виду

$$4\left(x_{1'}-5\sqrt{6}\right)^2-2\left(x_{2'}-3\sqrt{5}\right)^2+4x_{3'}^2-4=0.$$

Вводя обозначения $y_1=x_{1'}-5\sqrt{6}$, $y_2=x_{2'}-3\sqrt{5}$, $y_3=x_{3'}$, получаем следующий вид уравнения:

$$y_1^2-\frac{y_2^2}{2}+y_3^2=1.$$

Получили уравнение однополостного гиперболоида. $\otimes$

Задания для самостоятельной работы

Собственные значения и собственные векторы

1. Найти собственные значения и собственные подпространства линейного оператора

$$\hat{A}: R^3 \to R^3,$$

имеющего в каноническом базисе пространства $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\} \subset R^3$ матрицу:

1) $A = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$; 2) $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Найти собственные значения и собственные подпространства линейного оператора $\hat{A}: R^3 \to R^3$, действие которого задано приведёнными ниже координатные равенства: $\left(\forall \vec{x} \in R^3\right)$

1) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 2x^2 \\ 3x^3 \end{pmatrix}$;

2) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^1 + x^2 \\ x^1 + x^2 + x^3 \end{pmatrix}$;

3) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 - x^2 \\ 0 \\ x^1 + x^2 \end{pmatrix}$;

4) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$;

5) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}$;

6) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 0 \\ x^3 \end{pmatrix}$.

3. Линейный оператор $\hat{T} : E^3 \to E^3$ в некотором ортонормированном базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$ задан матрицей:

1) $T = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$; 2) $T = \begin{pmatrix} 17 & -8 & 4 \\ -8 & 17 & -4 \\ 4 & -4 & 11 \end{pmatrix}$;

3) $T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 2 & -2 & -2 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$; 4) $T = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 4 \\ -2 & 8 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

Построить в пространстве E^3 ортонормированный базис собственных векторов оператора $\hat{T}$ и записать матрицу оператора $\hat{T}$ в этом базисе.

Инвариантные подпространства

1. Пусть в пространстве зафиксирован канонический базис

$$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\} \subset R^3$$

и пусть дан некоторый линейный оператор $\hat{A} : R^3 \to R^3$. Показать, что линейные оболочки следующего вида

$$L\left\{ \vec{e}_1 \right\}, L\left\{ \vec{e}_2 \right\}, L\left\{ \vec{e}_3 \right\}, L\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\}, L\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_3 \right\}, L\left\{ \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$$

являются инвариантными подпространствами относительно оператора $\hat{A}$.

2. Пусть подпространства $L_1 \subset X^n$ и $L_2 \subset X^n$ инвариантны относительно оператора

$$\hat{A}: X^n \to X^n.$$

Показать, что подпространства $L_1 + L_2$ и $L_1 \bigcap L_2$ также инвариантны относительно оператора $\hat{A}$.

3. Показать, что если $L \subset X^n$ – инвариантное подпространство оператора

$$\hat{A}: X^n \to X^n,$$

то L является инвариантным подпространством и относительно операторного многочлена

$$\hat{F}\left(\hat{A}\right) = a_0 \hat{I} + a_1 \hat{A} + a_2 \hat{A}^2 + \ldots + a_m \hat{A}^m.$$

4. Пусть $\hat{A}: X^n \to X^n$ – некоторый линейный оператор. Доказать, что если оператор $\hat{A}$ биективный, то его инвариантные подпространства являются инвариантными и относительно оператора $\hat{A}^{-1}$.

5. Пусть $\hat{T}: R^2 \to R^2$ имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 \\ t_1^2 & t_2^2 \end{pmatrix}.$$

Найти все инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$, если

$$T = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Пусть $\hat{T}: R^3 \to R^3$ имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix}.$$

Найти все инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$, если

1) $T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; 2) $T = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

7. Пусть $\hat{T}: R^4 \to R^4$ имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти все собственные значения и собственные подпространства оператора $\hat{T}$.

Показать, что линейная оболочка

$$L\left\{\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2,\ \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4\right\}$$

является инвариантным подпространством оператора $\hat{T}$.

Геометрия пространства E^n

Задание 1. Получить параметрические и неявные уравнения плоскости $H^m \subset R^n$, проходящей через заданные точки

$A_1(0; 6; 3; 5; 1)$, $A_2(-3; 2; 4; 1; 0)$,

$A_3(6; 1; 4; 3; 2)$, $A_4(-1; 3; -4; 2; -1)$.

Задание 2. Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3 \subset R^3$:

1) $\vec{x}_1 = -3\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$,
$\vec{x}_2 = 6\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$\$

2) $\vec{x}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3$,
$\vec{x}_2 = 4\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3$,
$\vec{x}_3 = 7\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2 + 9\vec{e}_3$.

Задание 3. Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3, \vec{x}_4 \subset R^4$:

$\vec{x}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4$,

$$\vec{x}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$
$$\vec{x}_3 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4,$$
$$\vec{x}_4 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3 - \vec{e}_4.$$

Задание 4. Пусть $L^3\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$ – линейное многообразие в E^4, а $\vec{x}$ – наклонная к многообразию L^3. Найти наименьший угол между вектором $\vec{x}$ и многообразием L^3, если:

$$\vec{x} = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + 4\vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_2 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_3 = \vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_4.$$

Задание 5. В ортонормированном базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\}$ пространства E^4 задана система векторов

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3 + 4\vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_3 = 3\vec{e}_1 - 6\vec{e}_3 - 13\vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_4 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3 + 9\vec{e}_4.$$

1) Выяснить, является ли эта система векторов линейно независимой.
2) Найти объём параллелепипеда, построенного на тройке векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$.
3) Используя процесс ортогонализации Шмидта, построить на их основе новый ортонормированный базис пространства R^4.

Задание 6. В пространстве R^5 найти ортонормированный базис ортогонального дополнения линейной оболочки системы векторов:

1) $\vec{a}_1 = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 2\vec{e}_4 + 2\vec{e}_5,$
$\vec{a}_2 = 9\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3 - 4\vec{e}_4,$

$\vec{a}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 6\vec{e}_3 - \vec{e}_5;$

2) $\vec{a}_1 = 4\vec{e}_1 + 10\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + 4\vec{e}_4 - 2\vec{e}_5,$

$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3 - 2\vec{e}_4,$

$\vec{a}_3 = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + \vec{e}_5.$

Задание 7. Систему строк матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

дополнить двумя строками так, чтобы вся система стала ортогональной.

Задание 8. В пространстве R^4 даны две плоскости H_1 и H_2 с направляющими векторами

$$\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\} \subset H_1$$

и

$$\left\{\vec{b}_1, \vec{b}_2\right\} \subset H_2,$$

соответственно. Найти наименьший угол, образованный векторами первой плоскости с векторами второй плоскости, если:

1) $\vec{a}_1 = \vec{e}_1, \vec{a}_2 = \vec{e}_2,$

$\vec{b}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \vec{b}_2 = 2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4;$

2) $\vec{a}_1 = \vec{e}_1, \vec{a}_2 = \vec{e}_2,$

$\vec{b}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \vec{b}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4$

Задание 9. Выяснить, какую линию на плоскости описывает уравнение:

1) $x_2 = -1 - \frac{3}{5}\sqrt{26 - 2x_1 + x_1^2}$;

2) $x_1 = -4x_2^2 + 8x_2 - 1;$

3) $x_1 = 2 - \sqrt{3 - x_2}$.

Задание 10. Привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка:

1) $17x_1^2 + 12x_1x_2 + 8x_2^2 - 80 = 0;$

2) $4x_1x_2 + 3x_2^2 + 16 = 0$.

Задание 11. Привести к каноническому виду уравнение поверхности второго порядка:

1) $2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3 + \frac{4}{3}x_1 - \frac{16}{3}x_2 + \frac{32}{3}x_3 + 10 = 0$;

2) $\alpha x_1 - 3\sqrt{2}x_2 + 2\sqrt{3}x_3 - 7 = 0$,

где $\alpha = 5$ или $\alpha = 0$.

ЧАСТЬ 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ФУНКЦИЙ ОДНОГО И НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Практическое занятие 1. Понятие предела

Определение предела последовательности

Пример 3.1.1. Показать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+1}{n}=1.$

Р е ш е н и е. Действительно, для произвольного $\varepsilon>0$ имеем:

$$\left|\frac{n+1}{n}-1\right|<\varepsilon \Rightarrow \left|\frac{n+1}{n}-1\right|=\left|\frac{n+1-n}{n}\right|=\frac{1}{n}<\varepsilon\Rightarrow n>\frac{1}{\varepsilon}.$$

Таким образом, для любого наперёд заданного $\varepsilon>0$ мы нашли номер $n_0=\left[\dfrac{1}{\varepsilon}\right]+1,$ такой, что $\forall\, n\ge n_0 \Rightarrow \left|\dfrac{n+1}{n}-1\right|<\varepsilon$, следовательно, 1 является пределом данной последовательности. $\otimes$

Пример 3.3.1.2. Доказать существование предела последовательности с общим членом

$$x_n=\frac{1}{2+1}+\frac{1}{2^2+1}+\frac{1}{2^3+1}+\ldots+\frac{1}{2^n+1}.$$

Р е ш е н и е. Покажем, что данная последовательность монотонна и ограничена. Из формулы общего члена последовательности имеем:

$$x_{n+1}=x_n+\frac{1}{2^{n+1}+1}\Rightarrow x_{n+1}>x_n,$$

то есть последовательность монотонно возрастает и ограничена снизу, например, первым элементом x_1. При любом n, очевидно, $\dfrac{1}{2^n+1}<\dfrac{1}{2^n}$. Последовательность ограничена сверху:

$$x_n=\frac{1}{2+1}+\frac{1}{2^2+1}+\frac{1}{2^3+1}+\ldots+\frac{1}{2^n+1}<\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots+\frac{1}{2^n}=$$

$$=\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{2^{n+1}}}{1-\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2^n}<1.$$

Последовательность монотонна и ограничена, следовательно, по критерию сходимости имеет предел. $\otimes$

Пример 3.3.1.3. Доказать, что последовательность (x_n) есть бесконечно малая последовательность, если

1) $x_n = \dfrac{(-1)^{n+1}}{n}$; 2) $x_n = \dfrac{2n}{n^3+1}$; 3) $x_n = \dfrac{1}{n!}$; 4) $x_n = (-1)^n \cdot 0{,}999^n$.

Составить для каждого случая таблицу следующего вида:

ε	0,1	0,001	0,0001	…
n_0				

Р е ш е н и е. 1) По определению

$$(\forall \varepsilon > 0)\ (\exists n_0 \in N)\ (\forall n \geq n_0)\ \left| \frac{(-1)^{n+1}}{n} - 0 \right| < \varepsilon .$$

Решаем неравенство:

$$\left| \frac{(-1)^{n+1}}{n} \right| < \varepsilon \Rightarrow \frac{1}{n} < \varepsilon \Rightarrow n > \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow n > \left[\frac{1}{\varepsilon} \right] \Rightarrow n_0 = \left[\frac{1}{\varepsilon} \right] + 1.$$

Таким образом, по произвольному положительному числу ε мы нашли номер $n_0 = n_0(\varepsilon)$ такой, что начиная с этого номера, выполнено определение предела последовательности. Следовательно, последовательность имеет предел, который равен

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 0.$$

Таким образом, последовательность является бесконечно малой последовательностью.

Пусть, например, $\varepsilon = 0{,}1$. Тогда

$$n_0 = \left[\frac{1}{1/10} \right] + 1 = 11.$$

И так далее, для указанных в таблице значений ε. Искомая таблица принимает вид:

ε	0,1	0,001	0,0001	…
n_0	11	1001	10001	…

2) По определению

$$(\forall \varepsilon > 0)\ (\exists n_0 \in N)\ (\forall n \geq n_0)\ \left| \frac{2n}{n^3+1} - 0 \right| < \varepsilon .$$

Решаем неравенство:

$$\left|\frac{2n}{n^3+1}\right| < \varepsilon \Rightarrow \frac{2n}{n^3} < \varepsilon \Rightarrow \frac{2}{n^2} < \varepsilon \Rightarrow \frac{n^2}{2} > \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow n > \sqrt{\frac{2}{\varepsilon}} \Rightarrow$$

$$n > \left[\sqrt{\frac{2}{\varepsilon}}\right] \Rightarrow n_0 = \left[\sqrt{\frac{2}{\varepsilon}}\right] + 1.$$

Таким образом, по произвольному положительному числу ε мы нашли номер $n_0 = n_0(\varepsilon)$ такой, что начиная с этого номера, выполнено определение предела последовательности. Следовательно, последовательность имеет предел, который равен

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} \frac{2n}{n^3+1} = 0.$$

Таким образом, последовательность является бесконечно малой последовательностью.

Пусть, например, $\varepsilon = 0{,}1$. Тогда

$$n_0 = \left[\sqrt{\frac{2}{1/10}}\right] + 1 \approx [4{,}472] + 1 = 5.$$

И так далее, для указанных в таблице значений ε. Искомая таблица принимает вид:

ε	0,1	0,001	0,0001	…
n_0	5	46	142	…

Остальные примеры решаются аналогично и предлагаются для самостоятельного решения. ⊗

Вычисление предела последовательности

Пример 3.3.1.4. Найти предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{2n^2}{n^2-1}.$$

Р е ш е н и е. Преобразуем общий член последовательности:

$$x_n = \frac{2n^2}{n^2-1} = 2 \cdot \frac{n}{n-1} \cdot \frac{n}{n+1} = 2 \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{1+\frac{1}{n}}.$$

Используя правила действий с пределами последовательностей, имеем:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} \frac{2n^2}{n^2-1} = 2 \cdot \frac{1}{1-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}} = 2. \otimes$$

Пример 3.3.1.5. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{(2n+1)\cdot(3n+1)}{n^2}.$$

Р е ш е н и е. Преобразуем общий член последовательности:

$$x_n = \frac{(2n+1)\cdot(3n+1)}{n^2} = \frac{2n+1}{n}\cdot\frac{3n+1}{n} = \left(2+\frac{1}{n}\right)\cdot\left(3+\frac{1}{n}\right).$$

Используя правила действий с пределами, имеем:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty}\frac{(2n+1)\cdot(3n+1)}{n^2} = \lim_{n\to\infty}\left(2+\frac{1}{n}\right)\cdot\lim_{n\to\infty}\left(3+\frac{1}{n}\right) = 2\cdot 3 = 6.\ \otimes$$

Пример 3.3.1.6. Найти предел последовательности с общим членом

$$x_n = \sqrt{n^2+n}-n.$$

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость вида $[\infty-\infty]$. Преобразуем формулу для общего члена:

$$\sqrt{n^2+n}-n = \frac{\left(\sqrt{n^2+n}-n\right)\left(\sqrt{n^2+n}+n\right)}{\sqrt{n^2+n}+n} = \frac{n}{\sqrt{n^2+n}+n} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}}+1}.$$

Вычисляем предел последовательности:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}}+1} = \frac{1}{\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{1+\frac{1}{n}}+1} = \frac{1}{2}.\ \otimes$$

Пример 3.3.1.7. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n+1)}.$$

Р е ш е н и е. Преобразуем формулу для общего члена последовательности:

$$x_n = \frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n+1)} = \left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right) =$$

$$= 1-\frac{1}{n+1}.$$

Теперь

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n+1)}\right) = \lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n+1}\right) = 1.\ \otimes$$

Пример 3.3.1.8 (неперово число e). Показать, что последовательность с общим членом

$$x_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

сходится, то есть, существует предел

$$\lim_{n\to\infty} x_n \equiv \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e.$$

Р е ш е н и е. Приведём значение этого числа, применяемое в обычных расчётах, не требующих слишком большой точности: $e = 2{,}71828\ldots$.

Приступим к строгому исследованию данного предела. Докажем сходимость последовательность $x_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$.

Покажем, что

$$(\forall b > -1) \wedge (\forall n \in N) \; (1+b)^n \geq 1+nb.$$

Для этого применим индукцию по n:

1) при $n=1$ имеем $1+b \geq 1+b$, что всегда выполняется;

2) предположим, что $(\forall n = k) \; (1+b)^k \geq 1+kb$;

3) покажем, что $(\forall b > -1) \wedge (n = k+1) \; (1+b)^{k+1} \geq 1+(k+1)b$.

Справедливость заключения следует из цепочки выкладок:

$$(1+b)^{k+1} = (1+b)^k (1+b) \geq (1+b)(1+kb) = 1+kb+b+kb^2 \geq 1+(k+1)b,$$

так как $kb^2 > 0$.

Так как неравенство справедливо при $n=1$, оно справедливо и при любом $n \in N$. Итак, $(\forall b > -1)$ и $(\forall n \in N)$

$$(1+b)^n \geq 1+nb. \qquad (1)$$

Рассмотрим последовательность с общим членом

$$y_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}.$$

Для этой последовательности

$$\frac{y_{n-1}}{y_n} = \frac{\left(1+\frac{1}{n-1}\right)^n}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}} = \frac{n^{2n+1}\cdot(n-1)}{(n-1)^n\cdot(n+1)^{n+1}\cdot(n-1)} =$$

$$= \frac{(n^2)^{n+1}\cdot(n-1)}{(n^2-1)^{n+1}\cdot n} = \frac{(n^2-1+1)^{n+1}}{(n^2-1)^{n+1}}\cdot\frac{n-1}{n} =$$

$$= \left(\frac{n^2-1+1}{n^2-1}\right)^{n+1}\cdot\frac{n-1}{n} = \left(1+\frac{1}{n^2-1}\right)^{n+1}\cdot\frac{n-1}{n} \geq \text{ используем } (1)$$

$$\geq \left(1+(n+1)\frac{1}{n^2-1}\right)\cdot\frac{n-1}{n} = \left(1+\frac{1}{n-1}\right)\cdot\frac{n-1}{n} = 1.$$

Таким образом,

$$\forall n \in N \quad \frac{y_{n-1}}{y_n} \geq 1$$

а, следовательно, $y_n \leq y_{n-1}$, то есть, последовательность с общим членом

$$y_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$$

монотонно убывает. Так как

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1} > 1,$$

эта последовательность ограничена снизу. Но тогда по критерию сходимости ограниченной последовательности данная последовательность сходится.

Далее имеем:

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n} = \lim_{n\to\infty}\frac{\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}}{\left(1+\frac{1}{n}\right)} = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1},$$

где использовано, что

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)=1.$$

Так как предел в правой части равенства существует

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}=e,$$

то существует и предел левой части. Итак, предел существует и обозначается

$$e=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}. \otimes$$

Пример 3.3.1.9. Доказать неравенство Бернулли:

$$(1+x_1)(1+x_2)\ldots(1+x_n)\geq 1+x_1+x_2+\ldots+x_n.$$

Р е ш е н и е. Неравенство справедливо при $n=1,\ 2$, что легко проверяется. Например, для $n=2$ имеем:

$$(1+x_1)(1+x_2)=1+x_1+x_2+x_1x_2\geq 1+x_1+x_2.$$

Предположим, что неравенство справедливо при $n=k$, то есть

$$(1+x_1)(1+x_2)\ldots(1+x_k)\geq 1+x_1+x_2+\ldots+x_k$$

и покажем, что оно справедливо и при $n=k+1$. Имеем:

$$(1+x_1)(1+x_2)\ldots(1+x_k)(1+x_{k+1})\geq (1+x_1+x_2+\ldots+x_k)(1+x_{k+1})=$$
$$=1+x_1+x_2+\ldots+x_k+x_{k+1}+(1+x_1+x_2+\ldots+x_k+x_k)x_{k+1}\geq$$
$$\geq 1+x_1+x_2+\ldots+x_k+x_{k+1}.$$

По заключению индукции неравенство справедливо при любом $k=n$. $\otimes$

Пример 3.3.1.10. Показать, что если $x > -1$, то

$$(1+x)^n \geq 1+nx \quad (n>1),$$

причём знак равенства имеет место только при $x = 0$.

Р е ш е н и е. Полагая в неравенстве предыдущего примера

$$x_1 = x_2 = \ldots = x_n = x,$$

получаем требуемое неравенство. ⊗

Пример 3.3.1.11. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = n[\ln(n+3) - \ln n].$$

Р е ш е н и е. Преобразуем формулу для общего члена:

$$x_n = n[\ln(n+3) - \ln n] = \ln\left(\frac{n+3}{n}\right)^n = 3\cdot\ln\left(1+\frac{1}{n/3}\right)^{n/3}.$$

Переходя к пределу, имеем:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = 3\cdot\lim_{n\to\infty}\ln\left(1+\frac{1}{n/3}\right)^{n/3} = 3\cdot\ln e = 3. \otimes$$

Пример 3.3.1.12. Доказать, что последовательность (a^n) является:

1) бесконечно большой последовательностью при $|a| > 1$;

2) бесконечно малой последовательностью при $|a| < 1$.

Р е ш е н и е. 1) Пусть $|a| > 1$. Покажем, что последовательность (a^n) удовлетворяет определению бесконечно большой последовательности, то есть $(\forall A > 0)\ (\exists n_0 \in N)$: $(\forall n \geq n_0)$

$$|a|^n > A. \qquad (1)$$

Зададимся произвольным числом $A > 0$. Для нахождения номера n_0 решим неравенство (1) относительно номера. Получим

$$\log_{|a|}|a|^n > \log_{|a|} A \Rightarrow n > \log_{|a|} A \Rightarrow n > [\log_{|a|} A].$$

Следовательно, выполнение неравенства (1) начинается с номера

$$n_0 = [\log_{|a|} A] + 1.$$

Что и требовалось доказать.

2) Пусть $|a| < 1$. Если $a = 0$, то $(\forall n \in N)\ a^n = 0$ и, следовательно, последовательность (a^n) бесконечно малая. Пусть $a \neq 0$. Тогда

$$a^n = \left(\left(\frac{1}{a} \right)^n \right)^{-1}. \qquad (2)$$

Так в этом случае $\frac{1}{|a|} > 1$, то последовательность $\left(\frac{1}{a^n} \right)$ является бесконечно большой последовательностью, последовательность

$$a^n = \left(\left(\frac{1}{a} \right)^n \right)^{-1}$$

– бесконечно малой последовательностью. Поэтому в силу (2) при $|a| < 1$ последовательность (a^n) – бесконечно малая последовательность. $\otimes$

Пример 3.3.1.13. Показать, что если (x_n) – сходящаяся последовательность, а (y_n) – бесконечно большая последовательность, то последовательность

$$(z_n) = (x_n + y_n)$$

– бесконечно большая последовательность.

Р е ш е н и е. Покажем, что

$$(\forall A > 0)\ (\exists n_0 \in N) : (\forall n \geq n_0)\ |x_n + y_n| > A.$$

В силу критерия сходимости последовательности сходящаяся последовательность (x_n) ограничена, то есть

$$(\exists M > 0) : (\forall n \in N)\ |x_n| < M. \qquad (1)$$

Пусть задано произвольное $A > 0$. Так как последовательность (y_n) бесконечно большая, то для числа $A + M$

$$(\exists n_0 \in N) : (\forall n \geq n_0)\ |y_n| > A + M. \qquad (2)$$

Из неравенств (1) и (2) получаем: $|x_n + y_n| \geq |y_n| - |x_n| > A + M - M = A.$

Что и требовалось доказать. $\otimes$

Пример 3.3.1.14. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{\sqrt{n}}{n+1} \cos n. \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. Так как $(\forall x \in R^1)\ |\cos x| < 1$, то последовательность $(\cos n)$ ограничена. Покажем, что последовательность $\left(\frac{\sqrt{n}}{n+1} \right)$ – бесконечно малая последовательность. Действительно,

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n}}{n+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{1+\frac{1}{n}}=\frac{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}}{\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)}=0.$$

По свойствам бесконечно малых последовательностей произведение ограниченной последовательности на бесконечно малую последовательность, то есть последовательность с общим членом (1), является бесконечно малой последовательностью и, следовательно,

$$\lim_{n\to\infty}x_n=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n}}{n+1}\cos n=0.\otimes$$

Непрерывность и предел функции

Пример 3.3.1.15. Вычислить предел функции в точке: $\lim\limits_{x\to 1}\left(x^2+x+5\right)$.

Р е ш е н и е. Выбираем произвольную последовательность значений аргумента $\left(x_n\right)$, сходящуюся к 1, то есть такую, что $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=1$. Используем определение по Гейне:

$$\lim_{x\to 1}\left(x^2+x+5\right)=\lim_{n\to\infty}\left(x_n^2+x_n+5\right)=$$

$$=3\lim_{n\to\infty}x_n^2+\lim_{n\to\infty}x_n+\lim_{n\to\infty}5=3+1+5=9.\otimes$$

Пример 3.3.1.16. Показать, что $\lim\limits_{x\to 6}\left(2x-5\right)=7$.

Р е ш е н и е. Выбираем произвольное $\varepsilon>0$. Найдём для него такое $\delta>0$, что из неравенства

$$\left|x-6\right|<\delta\ \Rightarrow\ 6-\delta<x<6+\delta. \qquad (1)$$

будет следовать неравенство

$$\left|\left(2x-5\right)-7\right|<\varepsilon.$$

Производя тождественные преобразования, получаем:

$$\left|\ 2x-5\ -7\right|<\varepsilon\ \Rightarrow\ \left|2x-12\right|<\varepsilon\ \Rightarrow\ 2\left|x-6\right|<\varepsilon\ \Rightarrow\ \left|x-6\right|<\frac{\varepsilon}{2}$$

$$\Rightarrow\ 6-\frac{\varepsilon}{2}<x<6+\frac{\varepsilon}{2}. \qquad (2)$$

Сравнивая (1) и (2), получаем, что

$$\delta=\frac{\varepsilon}{2}.$$

Последнее и доказывает, что $\lim\limits_{x\to 6}\left(2x-5\right)=7.\otimes$

Пример 3.3.1.17. Показать, что

$$\lim_{x\to 1/3}\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}=8.$$

Р е ш е н и е. По определению предела нужно чтобы выполнялось условие:

$$\forall\varepsilon>0\ \exists\delta>0:\ \left|x-\frac{1}{3}\right|<\delta\Rightarrow\left|\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon.$$

Решаем неравенство

$$\left|\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon\Leftrightarrow\left|\frac{15\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{5}\right)}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon\Leftrightarrow$$

$$|15x-5|<\varepsilon\Leftrightarrow\frac{1}{3}-\frac{\varepsilon}{15}<x<\frac{1}{3}+\frac{\varepsilon}{15}.$$

Таким образом, как только

$$x\in\left(\frac{1}{3}-\frac{\varepsilon}{15},\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3}+\frac{\varepsilon}{15}\right),$$

так сразу

$$\left|\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon.$$

Из этого следует, что $\delta=\frac{\varepsilon}{15}$. Итак,

$$\forall\varepsilon>0\ \left|x-\frac{1}{3}\right|<\frac{\varepsilon}{15}\Rightarrow\left|\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon,$$

а значит $\lim\limits_{x\to 1/3}\dfrac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}=8.\otimes$

Пример 3.3.1.18. Найти предел функции в точке: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{3x^2+x-4}$.

Р е ш е н и е. Непосредственно перейти к пределу в числителе и знаменателе нельзя, так как $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{3x^2+x-4}=\left[\dfrac{0}{0}\right]$, то есть получаем так называемую ***неопределённость вида*** $\dfrac{0}{0}$. Для «раскрытия» этой неопределённости разложим числитель и знаменатель на множители, предварительно приравняв их к нулю $(x^2-3x+2=0,\ 3x^2+x-4=0)$ и решив соответствующие квадратные уравнения. В результате получаем:

$$\frac{x^2-3x+2}{3x^2+x-4}=\frac{(x-2)(x-1)}{3(x-1)\left(x+\dfrac{4}{3}\right)}.$$

Так как $x\to 1$, но $x\neq 1$, то на множитель $(x-1)$, дающий в пределе $x\to 1$ нуль, можно сократить. В результате получаем:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{3x^2+x-4}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-2)}{3\left(x+\dfrac{4}{3}\right)}=\frac{1}{3}\cdot\frac{\lim\limits_{x\to 1}(x-2)}{\lim\limits_{x\to 1}\left(x+\dfrac{4}{3}\right)}=-\frac{1}{7}.\ \otimes$$

Пример 3.3.1.19. Пользуясь определением непрерывности по Коши, показать, что функция $f(x)=5x^2+5$ непрерывна в точке $x_0=8$.

Р е ш е н и е. Значение функции в точке $x_0=8$ равно $f(8)=325$. По определению функция будет в точке $x_0=8$ непрерывной, если

$$(\forall\varepsilon>0)\ (\exists\delta>0):\ |x-8|<\delta\Rightarrow|5x^2+5-325|<\varepsilon.$$

Решаем последнее неравенство, чтобы найти промежуток числовой оси M такой, что как только $x\in M$, так сразу $|5x^2+5-325|<\varepsilon$. Имеем:

$$|5x^2+5-325|<\varepsilon\Rightarrow|5x^2-320|<\varepsilon\Rightarrow 64-\frac{\varepsilon}{5}<x^2<64+\frac{\varepsilon}{5}\Rightarrow$$

$$\sqrt{64-\frac{\varepsilon}{5}}<x<\sqrt{64+\frac{\varepsilon}{5}}.$$

Таким образом,

$$x\in\left(\sqrt{64-\frac{\varepsilon}{5}},\sqrt{64+\frac{\varepsilon}{5}}\right)\Rightarrow|(5x^2+5)-325|<\varepsilon,$$

а это и означает, что функция в точке $x_0=8$ непрерывна. $\otimes$

Пример 3.3.1.20. Найти и классифицировать точки разрыва функции

$$f(x)=\begin{cases}2-x, & x\le 0;\\ \cos x, & 0<x<\dfrac{\pi}{2};\\ 0, & x\ge\dfrac{\pi}{2}.\end{cases}$$

Р е ш е н и е. Функция непрерывна в промежутках

$$(-\infty,0),\left(0,\frac{\pi}{2}\right),\left[\frac{\pi}{2},+\infty\right).$$

Исследуем функцию в точках 0 и $\dfrac{\pi}{2}$.

Так как

$$\lim_{x\to 0-0} f(x)=\lim_{x\to 0-0}(2-x)=2,\ \lim_{x\to 0+0} f(x)=\lim_{x\to 0+0}\cos x=1,$$

то $x=0$ является точкой разрыва первого рода, в ней функция испытывает скачок

$$\lim_{x\to 0-0} f(x)-\lim_{x\to 0+0} f(x)=2.$$

Далее имеем:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0} f(x)=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0}\cos x=0,\ \lim_{x\to\frac{\pi}{2}+0} f(x)=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}+0}0=0.$$

Так как $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0$, то

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0} f(x)=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}+0} f(x)=f\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

и функция в точке $x=\dfrac{\pi}{2}$ непрерывна. Таким образом, функция непрерывна на всей числовой оси R, кроме точки $x=0$, которая является точкой разрыва первого рода. $\otimes$

Пример 3.3.1.21. Найти точки разрыва функции, определённой формулой

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{3x^2-9}, & x\ne 3,\\ 1, & x=3.\end{cases}$$

Если точки разрыва существуют, то дать их классификацию.

Р е ш е н и е. Вычислим односторонние пределы при $x\to 3$:

$$\lim_{x\to 3-0} f(x)=\lim_{x\to 3-0}\frac{1}{3x^2-9}=\frac{1}{18};$$

$$\lim_{x\to 3+0} f(x) = \lim_{x\to 3+0} \frac{1}{3x^2-9} = \frac{1}{18}.$$

Итак, пределы слева и справа существуют, равны, но не равны значению функции в точке $x = 3$:

$$\lim_{x\to 3-0} f(x) = \lim_{x\to 3+0} f(x) = \frac{1}{18} \neq 1.$$

Имеем точку разрыва первого рода, а именно, точку устранимого разрыва. $\otimes$

Пример 3.3.1.22. Вычислить предел

$$\lim_{x\to 0} \frac{2x\cdot \sin x}{1-\cos x}.$$

Р е ш е н и е. Непосредственно вычислить предел нельзя. Поэтому заметим, что

$$\lim_{x\to 0} (2x\cdot \sin x) = 0,\ \lim_{x\to 0} (1-\cos x) = 0.$$

Таким образом, функции в числителе и знаменателе при $x \to 0$ являются бесконечно малыми функциями.

Для нахождения предела их отношения заменим эти функции эквивалентными бесконечно малыми при $x \to 0$ функциями. Вспомним, что

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1,$$

то есть, $\sin x \approx x$ при $x \to 0$.

Далее, вспоминая, что $1-\cos x = 2\sin^2 \frac{x}{2}$ и заменяя $\sin \frac{x}{2} \approx \frac{x}{2}$, получим, что

$$1-\cos x = 2\sin^2 \frac{x}{2} \approx 2\frac{x^2}{4} = \frac{x^2}{2}.$$

Теперь предел легко находится как предел отношения эквивалентных бесконечно малых функций:

$$\lim_{x\to 0} \frac{2x\cdot \sin x}{1-\cos x} = \lim_{x\to 0} \frac{2x\cdot x}{x^2/2} = 4. \otimes$$

Практическое занятие 2. Дифференцируемость

Дифференцируемость функции одного переменного

Пример 3. 2.1. Найти производную функцию и дифференциал для функции, определённой формулой

$$f(x) = 4x^5 - 25x^{1/5} - 2\sqrt{x^3} + 7\sqrt[4]{x^{17}}\ .$$

Р е ш е н и е. Для решения задачи используем правило вычисления производной суммы (дифференцируемых) функций, правило вычисления производной функции на число, а также табличную производную $(x^{\alpha})' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$:

$$f'(x) = \left(4x^5 - 25x^{1/5} - 2\sqrt{x^3} + 7\sqrt[4]{x^{16}}\right)' =$$

$$= \left(4x^5 - 25x^{1/5} - 2x^{3/2} + 7x^4\right)' = 20x^4 - 5x^{-4/5} - 3x^{1/2} + \frac{119}{4}x^{\frac{13}{4}} =$$

$$= 20x^4 - \frac{5}{\sqrt[5]{x^4}} - 3\sqrt{x} + \frac{119}{4}\sqrt[4]{x^{13}}.$$

Так как дифференциал функции (в произвольной точке x) $df(x) = f'(x)dx$, то имеем:

$$df(x) = \left(20x^4 + 9x^2 - \frac{5}{\sqrt[5]{x^4}} - 3\sqrt{x} + \frac{119}{4}\sqrt[4]{x^{13}}\right)dx. \otimes$$

Пример 3. 2.2. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{g_1(x)}{g_2(x)} = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x + 5}.$$

Р е ш е н и е. В этом примере следует воспользоваться правилом дифференцирования частного двух (дифференцируемых) функций

$$f'(x) = \left(\frac{g_1}{g_2}\right)'(x) = \frac{g_1'(x) \cdot g_2(x) - g_1(x) \cdot g_2'(x)}{g_2(x)^2},$$

для чего вычислим сначала производные числителя и знаменателя:

$$f'(x) = (x^2 - 2x + 3)' = 2x - 2,\ g'(x) = (x^2 + 2x + 5)' = 2x + 2$$

(здесь мы воспользовались тем, что согласно таблице производных производная постоянной равна нулю, а производная степенной функции вычисляется по формуле $(x^{\alpha})' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$).

Теперь используем правило дифференцирования частного:

$$f'(x) = \left[\frac{g_1(x)}{g_2(x)}\right]' = \frac{g_1'(x) \cdot g_2(x) - g_1(x) \cdot g_2'(x)}{g_2(x)^2} = \left[\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x + 5}\right]' =$$

$$= \frac{(2x-2)(x^2+2x+5) - (x^2-2x+3)(2x+2)}{(x^2+2x+5)^2} =$$

$$= \frac{4x^2+4x-16}{(x^2+2x+5)^2} = 4\frac{x^2+x-4}{(x^2+2x+5)^2}. \otimes$$

Пример 3. 2.3. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = a^2 \cdot (x-a)(x^2+ax+a^2) + x^2 - 2bx + b^2,$$

и вычислить $f'(6)$ при $a = 3,\ b = 10.$

Р е ш е н и е. Имеем:

$$f'(x) = \left[a^2 \cdot (x-a)(x^2+ax+a^2) + x^2 - 2bx + b^2\right]' =$$

$$= a^2(x^3 - a^3)' + (x^2 - 2bx + b^2)' = 3a^2x^2 + 2(x-b).$$

Далее получаем при $a = 3,\ b = 10$:

$$f'(6) = 3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 + 2 \cdot (6-10) = 675 - 10 = 665. \otimes$$

Пример 3. 2.4. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{x^2 + 2\cos x}{\sin x}.$$

Р е ш е н и е. Используя правило дифференцирования частного двух функций и табличные производные для синуса и косинуса, имеем:

$$f'(x) = \frac{d}{dx}\left[\frac{x^2+2\cos x}{\sin x}\right] = \frac{(2x-2\sin x)\sin x - (x^2+2\cos x)\cos x}{\sin^2 x} =$$

$$= \frac{2x\sin x - x^2\cos x - 2(\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin^2 x} = \frac{2x\sin x - x^2\cos x - 2}{\sin^2 x} =$$

$$= \frac{2x}{\sin x} - x^2\frac{ctgx}{\sin x} - \frac{2}{\sin^2 x}. \otimes$$

Пример 3. 2.5. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}}.$$

Р е ш е н и е. Используя правило дифференцирования частного двух функций и формулу дифференцирования композиции функций

$$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x),$$

имеем:

$$f'(x) = \frac{(x-1)'\sqrt{x^2+1} - (\sqrt{x^2+1})'(x-1)}{(\sqrt{x^2+1})^2} =$$

$$= \frac{2\sqrt{x^2+1} - \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}(x^2+1)'(x-1)}{x^2+1} =$$

$$= \frac{2\sqrt{x^2+1} - \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}2x(x-1)}{x^2+1} = \frac{2x^2+2-2x^2+x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} =$$

$$= \frac{x+2}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} = \frac{x+2}{(x^2+1)^{3/2}}. \otimes$$

Пример 3. 2.6. Найти производную функцию для функции, действие которой определённо формулой $f(x) = \ln(x+1+\sqrt{x^2+2x+3})$.

Р е ш е н и е. Используя правила рациональных операций с производными функций и табличную производную от логарифма, получаем:

$$f'(x) = \left[\ln(x+1+\sqrt{x^2+2x+3})\right]' =$$

$$= \frac{1}{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}} \cdot (x+1+\sqrt{x^2+2x+3})' =$$

$$= \frac{1+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{x^2+2x+3}}\cdot 2\cdot(x+1)}{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}} =$$

$$= \frac{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}}{(x+1+\sqrt{x^2+2x+3})\cdot(\sqrt{x^2+2x+3})} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+3}}. \otimes$$

Пример 3. 2.7. Найти производную функцию для функции, определённой формулой $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$, и вычислить производные $f'(e)$, $f'\left(\dfrac{1}{e}\right)$, $f'(e^2)$.

Р е ш е н и е. Сначала находим производную функцию:

$$f'(x)=\frac{d}{dx}\left(\frac{\ln x}{x}\right)'=\frac{\frac{1}{x}\cdot x-\ln x}{x^2}=\frac{1-\ln x}{x^2}.$$

Вычисляем производные в указанных точках:

$$f'(e)=\frac{1-\ln e}{e^2}=0;\ f'\left(\frac{1}{e}\right)=\frac{1-\ln\left(\frac{1}{e}\right)}{\left(\frac{1}{e}\right)^2}=\frac{1+1}{\frac{1}{e^2}}=2e^2;$$

$$f'(e^2)=\frac{1-2\ln e}{(e^2)^2}=\frac{1-2}{e^4}=-e^{-4}.\ \otimes$$

Пример 3. 2.8. Найти производную функцию $f''(x)$ для функции f, если $f(x)=e^{-x^2}$.

Р е ш е н и е. Используя формулу для нахождения производной сложной функции, имеем:

$$f'(x)=\left(e^{-x^2}\right)'=e^{-x^2}\cdot(-1)\cdot 2x=-2x\cdot e^{-x^2},$$

$$f''(x)=\left(-2x\cdot e^{-x^2}\right)'=-2\cdot e^{-x^2}-2x\cdot\left(-2x\cdot e^{-x^2}\right)=(4x^2-2)\cdot e^{-x^2}=$$

$$=2\cdot(2x^2-1)\cdot e^{-x^2}.\ \otimes$$

Пример 3. 2.9*. Найти производную функцию $f'''(x)$ для функции f, если $f(x)=x^2\cdot\sin x$.

Р е ш е н и е. Используя формулу для нахождения производной сложной функции, имеем:

$$f'(x)=\left(x^2\cdot\sin x\right)'=2x\sin x+x^2\cos x;$$

$$f''(x)=2\sin x+4x\cos x-x^2\sin x;$$

$$f'''(x)=6\cos x-6x\sin x-x^2\cos x.\ \otimes$$

Логарифмическое дифференцирование

Рассмотрим случай мультипликативных функций, которые могут быть записаны в виде $\forall x \in M$

$$f(x) = g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \ldots g_m^{\alpha_m}(x),$$

где $M \subset R^1$ – общее множество определения для функций $g_k^{\alpha_k}(x)$, а числа α_k $(k = 1, 2, \ldots, m)$ – показатели степени. Предположим, что функция f удовлетворяет условию

$$\forall x \in M \; f(x) = g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \ldots g_m^{\alpha_m}(x) > 0.$$

Найти производную функции $f(x)$, очевидно, затруднительно даже для малых $(k = 1, 2, \ldots)$. Поступим следующим образом.

Введём новую функцию:

$$u(x) = \ln f(x) = \ln \left[g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \ldots g_m^{\alpha_m}(x) \right].$$

Нетрудно видеть, что эта функция имеет вид

$$u(x) = \ln f(x) = \ln \left[g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \ldots g_m^{\alpha_m}(x) \right] =$$
$$= \alpha_1 \ln g_1(x) + \alpha_2 \ln g_2(x) + \ldots + \alpha_m \ln g_m(x).$$

Дифференцируя функцию

$$u(x) = \ln f(x)$$

с учётом последнего равенства, получаем:

$$u'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} \Rightarrow f'(x) = f(x) u'(x);$$

$$u'(x) = \alpha_1 \frac{g_1'(x)}{g_1(x)} + \alpha_2 \frac{g_2'(x)}{g_2(x)} + \ldots + \alpha_m \frac{g_m'(x)}{g_m(x)}.$$

Из последних двух равенств следует, что

$$f'(x) = f(x) u'(x) =$$
$$= g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \ldots g_m^{\alpha_m}(x) \left[\alpha_1 \frac{g_1'(x)}{g_1(x)} + \alpha_2 \frac{g_2'(x)}{g_2(x)} + \ldots + \alpha_m \frac{g_m'(x)}{g_m(x)} \right].$$

Выражение

$$u' = (\ln f(x))' = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

называется ***логарифмической производной функции*** $f(x)$.

Пример 3. 2.10. Найти производную функцию для функции

$$f(x) = \frac{x}{(x+1)\cdot(x+2)}.$$

Р е ш е н и е. Имеем:

$$u = \ln f = \ln x - \ln(x+1) - \ln(x+2).$$

Далее получаем:

$$u' = \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} = \frac{-(x^2-2)}{x\cdot(x+1)\cdot(x+2)}.$$

Используя формулу для логарифмической производной, имеем

$$f'(x) = f(x)\cdot u'(x) =$$

$$= \frac{x}{(x+1)\cdot(x+2)}\cdot\frac{-(x^2-2)}{x\cdot(x+1)\cdot(x+2)} = \frac{-(x^2-2)}{(x+1)^2\cdot(x+2)^2}. \otimes$$

Пример 3. 2.11***.** Найти производную функцию для функции

$$f(x) = x^2\cdot\sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}.$$

Р е ш е н и е. Логарифмируя имеем:

$$u(x) = \ln f(x) = 2\ln x + \frac{1}{2}\ln(2x-1) - \frac{1}{2}\ln(x+1).$$

Откуда получаем

$$u'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{2}{x} + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{2x-1} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x+1} = \frac{8x^2+7x-4}{2\cdot x\cdot(x+1)\cdot(2x-1)},$$

$$f'(x) = x^2\sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}\cdot\frac{8x^2+7x-4}{2\cdot x\cdot(x+1)\cdot(2x-1)} = \frac{x\cdot(8x^2+7x-4)}{2\cdot(x+1)\cdot(2x-1)}\sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}. \otimes$$

Дифференцирование функций, заданных неявно

Если функция, определённая формулой $y = f(x)$, задана неявно, то есть посредством уравнения $F(x, y) = 0$, то для нахождения производной функции нужно продифференцировать это уравнение (то есть, обе его части) по x, помня, что $y = f(x)$, и разрешить уравнение относительно y'.

Пример 3. 2.12. Найти первую производную функцию для функции $y = f(x)$, заданной неявно уравнением

$$y = \cos(x + y).$$

Р е ш е н и е. Дифференцируем обе части уравнения

$$y = \cos(x + y),$$

помня, что $y = f(x)$, получаем :

$$y' = (\cos(x + y))' = -\sin(x + y) \cdot (1 + y'),$$

откуда имеем $y' = \dfrac{-\sin(x + y)}{1 + \sin(x + y)}$. ⊗

Пример 3. 2.13. Найти вторую производную функцию для функции $y = f(x)$, заданной неявно уравнением

$$y^3 - 3y + 3x = 1.$$

Р е ш е н и е. Дифференцируя по x обе части уравнения, имеем

$$3y^2 y' - 3y' + 3 = 0 \Rightarrow y^2 y' - y' + 1 = 0,$$

откуда

$$y' = \frac{1}{1 - y^2}.$$

Дифференцируя ещё раз, получаем

$$2yy'\, y' + y^2 y'' - y'' = 0,$$

откуда имеем

$$y'' = \frac{2y(y')^2}{1 - y^2}.$$

Заменяя y' полученным выше выражением, получаем окончательно:

$$y'' = \frac{2y(y')^2}{1-y^2} = \frac{2y}{(1-y^2)^3}. \otimes$$

Дифференцирование функций, заданных параметрически

Пусть функция $y = f(x)$ задана параметрически, то есть

$$\begin{cases} y = \psi(t), \\ x = \varphi(t). \end{cases}$$

Тогда

$$dy = \psi'(t)dt,\ dx = \varphi'(t)dt,$$

откуда имеем:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}\ \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dx}\right)}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{\psi'(t)}{dx}\right)}{\varphi'(t)}.$$

Пример 3. 2.14. Найти первую и вторую производную функцию для функции y, заданной параметрически

$$\begin{cases} y = t^2 - 1, \\ x = t^3 + 5. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. Непосредственно находим:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y'(t)}{x'(t)} = \frac{2}{3t^2};\ \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dx}\right)}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{2}{3t^2}\right)}{2t} = -\frac{2}{3t^2}.$$

Так как из второго уравнения для x имеем $t = \sqrt[3]{x-5}$, отсюда получаем:

$$y_x'' = \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{2}{3\cdot\sqrt[3]{(x-5)^2}}. \otimes$$

Пример 3. 2.15*. Найти первую производную функцию для функции y, заданной параметрически

$$\begin{cases} y = 3\sin t, \\ x = 3\cos t. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. Имеем: $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y'_t}{x'_t} = -\dfrac{3\cos t}{3\sin t} = -ctgt$. $\otimes$

Понятие дифференциала функции. Приближённые вычисления

Пример 3. 2.16. Найти дифференциал функции, определённой формулой

$$y(x) = \frac{3 \cdot \cos x}{2x+1}.$$

Р е ш е н и е. Находим дифференциал функции y, используя определение:

$$dy = y'(x)dx = -3\frac{2x\sin x + \sin x + 2\cos x}{(2x+1)^2}dx. \otimes$$

Пример 3. 2.17. Найти дифференциал функции, определённой формулой

$$y(x) = e^{x^3}.$$

Р е ш е н и е. Путём непосредственного дифференцирования получаем:

$$dy = y'(x)dx = (e^{x^3})' = 3x^2 e^{x^3}dx. \otimes$$

Пример 3. 2.18. Найти дифференциалы первого, второго и третьего порядков функции, определённой формулой

$$y = f(x) = (x^2 - 3)^5.$$

Р е ш е н и е. Для первого дифференциала имеем:

$$df(x) = 5 \cdot (x^2 - 3)^4 \cdot 4x \cdot dx = 20x(x^2 - 3)^4 dx.$$

Аналогично, для второго и третьего дифференциалов получаем:

$$d^2 f(x) = (20x(x^2 - 3)^4)'(dx)^2 = 60 \cdot (x^2 - 3)^3(6 \cdot x^2 - 1) \cdot (dx)^2;$$

$$d^3 f(x) = 12 \cdot x \cdot (x^2 - 3)^2 \cdot (6x^2 - 1) + 12 \cdot x \cdot (x^2 - 3)^3 \cdot (dx)^3 =$$

$$= 720x \cdot (x^2 - 3)^2 \cdot (x^2 - 4) \cdot (dx)^3 =$$

$$= 2880 \cdot x \cdot (x^2 - 3)^2 \cdot (x^2 - 1) \cdot (dx)^3. \otimes$$

Пример 3. 2.19. Вычислить приближённо $\sin 32^0$.

Р е ш е н и е. Используя приближённую формулу

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x - x_0),$$

получаем:

$$f(x) \approx f(x_0) + \frac{df}{dx}(x_0)\cdot(x - x_0) = f(x_0) + df(x_0).$$

Определяя функцию f формулой $f(x) = \sin x$, видим, что нам нужно вычислить значение $f(x)$ в точке $x = 32^0$ при $x_0 = 30^0$, или в радианах $x = \frac{\pi}{180}\cdot 32$, $x_0 = \frac{\pi}{6}$. Учитывая, что $\frac{d\sin(x)}{dx} = \cos x$, имеем:

$$\sin x \approx \sin x_0 + \cos x_0 \cdot (x - x_0),$$

или

$$\sin 32^0 \approx \sin\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{6}\cdot\left(\frac{32}{180}\cdot\pi - \frac{\pi}{6}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\pi}{90} \approx 0{,}5 + \frac{1{,}73\cdot 3{,}14}{90} \approx 0{,}5 + 0{,}03 = 0{,}53.$$

Для сравнения табличное значение с точностью до четырёх знаков $\sin 32^0 = 0{,}5299$.

$\otimes$

Пример 3. 2.20*. Вывести приближённую формулу

$$\sqrt{a^2 + h} \approx a + \frac{h}{2a}.$$

Найти приближённо значения $\sqrt{101}$, $\sqrt{1{,}04}$.

Р е ш е н и е. Рассмотрим функцию f, определив её формулой $f(x) = \sqrt{x}$. По приближённой формуле

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x - x_0)$$

имеем:

$$\sqrt{x_0+\Delta x}\approx\sqrt{x_0}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{x_0}}\cdot\Delta x.$$

Полагая здесь $x_0=a^2$, $\Delta x=h$, получаем требуемую формулу:

$$\sqrt{a^2+h}\approx\sqrt{a^2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{a^2}}\cdot h=a+\frac{h}{2a}.$$

Вычислим $\sqrt{101}$ и $\sqrt{1{,}04}$:

$$\sqrt{101}=\sqrt{100+1}=\sqrt{10^2+1}\approx 10+\frac{1}{20}=10{,}05;$$

$$\sqrt{1{,}04}=\sqrt{1+0{,}04}\approx 1+\frac{0{,}04}{2}=1{,}02.\ \otimes$$

Пример 3. 2.21*. Найти приближённо приращение

$$\Delta f(x)=f(x)-f(x_0)$$

функции, определённой формулой $y=x^2$ при $x_0=2$, $\Delta x=x-x_0=0{,}01$.

Р е ш е н и е. Из приближённой формулы

$$f(x)\approx f(x_0)+f'(x_0)\cdot(x-x_0)$$

имеем

$$f(x)-f(x_0)\approx\frac{df}{dx}(x_0)\cdot(x-x_0)=df(x_0).$$

Подставляя в формулу $x_0=2$, $\Delta x=x-x_0=0{,}01$, получаем:

$$\Delta f(x)=f(x)-f(x_0)=(2+0{,}01)^2-2^2\approx 2\cdot 2\cdot 0{,}01=0{,}04.\ \otimes$$

Практическое занятие 3. Основные теоремы дифференциального исчисления

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши

Пример 3.3.1. Выяснить, удовлетворяет ли функция, заданная формулой

$$f(x)=3-x^2$$

условиям теоремы Ферма на промежутке $(1,4)$.

Р е ш е н и е. Данная функция на промежутке $(0,4]$ монотонно убывает и, следовательно, достигает своего максимума в точке 1, а минимума в точке 4. Следовательно, в промежутке $(0, 4]$ не существует точки x_0 локального экстремума, в которой $f'(x_0) = 0$. Поэтому данная функция условиям теоремы Ферма на данном промежутке не удовлетворяет. $\otimes$

Пример 3.3.2. Выяснить, удовлетворяет ли функция, определённая формулой

$$f(x) = 3 + 2x - x^2,$$

на промежутке $[0,4]$ условиям теоремы Ферма. Если функция условиям теоремы Ферма удовлетворяет, найти точку $x_0 \in (0,4)$, в которой $f'(x_0) = 0$.

Р е ш е н и е. На промежутке $(0,4)$ функция дифференцируема, следовательно $(\exists x_0 \in (0,4)) f'(x_0) = 0$. Находим эту точку:

$$f'(x) = 2 - 2x \Rightarrow 2 - 2x_0 = 0 \Rightarrow x_0 = 1. \otimes$$

Пример 3.3.3. Выяснить, удовлетворяет ли функция, определённая формулой

$$f(x) = x^2 + 6x - 35,$$

на промежутке $[-5,-1]$ условиям теоремы Ролля. Если функция условиям теоремы Ролля удовлетворяет, найти точку $x_0 \in (-5,-1)$, в которой $f'(x_0) = 0$.

Р е ш е н и е. Функция представляет собой многочлен, который непрерывен и дифференцируем на всей числовой оси. Кроме этого, имеем

$$f(-5) = f(-1) = -40.$$

Поэтому условия теоремы Ролля для данной функции выполнены, следовательно точка $x_0 \in (-5,-1)$, в которой $f'(x_0) = 0$, существует. Найдём её:

$$f'(x_0) = 0 \Rightarrow 2x_0 + 6 = 0 \Rightarrow x_0 = -3. \otimes$$

Пример 3.3.4. На дуге кривой, определяемой уравнением

$$y = x^3 - 3x$$

найти точку, в которой касательная параллельна хорде, проходящей через точки $A(-1; 2)$ и $B(3; 18)$.

Р е ш е н и е. Функция определена на промежутке $[-1, 3]$, непрерывна на этом промежутке и дифференцируема на открытом промежутке $(-1, 3)$. Условия теоремы

Лагранжа выполнены. Следовательно, по теореме Лагранжа найдётся такая точка $x_0 \in (-1, 3)$, что

$$f'(x_0) = \frac{f(3) - f(-1)}{3 - (-1)} = 4.$$

Так как $f'(x) = (x^3 - 3x)' = 3x^2 - 3$, то имеем $3x^2 - 3 = 4$. Из этого уравнения находим $x_{01} = +\sqrt{\frac{7}{3}}$, $x_{02} = -\sqrt{\frac{7}{3}}$. Так как из этих двух точек $x_{01} \in [-1, 3]$, а $x_{02} \notin [-1, 3]$, то $x_0 = x_{01} = \sqrt{\frac{7}{3}}$. ⊗

Пример 3.3.5. В какой точке касательная к кривой, определённой уравнением

$$y = f(x) = x^2 - 8x,$$

параллельна хорде, стягивающей точки $A(-1; 9)$, $B(5; -15)$.

Р е ш е н и е. На промежутке $[-1, 5]$ функция удовлетворяет условиям теоремы Лагранжа. Поэтому имеем:

$$\frac{f(5) - f(-1)}{5 - (-1)} = \frac{-24}{6} = -4 \Rightarrow f'(x_0) = 2x_0 - 8 = -4 \Rightarrow x_0 = 2.$$

Подставляя это значение x в формулу для функции, получаем

$$y = f(2) = -12.$$

Таким образом, искомой является точка $C(2; -12)$. ⊗

Пример 3.3.6. Проверить справедливость теоремы Коши для функций, заданных формулами

$$f(x) = x^3,\ g(x) = x^2$$

на промежутке $[1, 2]$. Если теорема Коши справедлива, найти точку x_0, в которой выполняется равенство

$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}.$$

Р е ш е н и е. Обе функции непрерывны на промежутке $[1, 2]$ и дифференцируемы на промежутке $(a, b) = (1, 2)$, причём $\forall x \in (a, b)\ g'(x) \neq 0$. Поэтому условия теоремы Коши выполнены. Так как

$$f'(x) = 3x^2,\ g'(x) = 2x,$$

то из условия

$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)} = \frac{7}{3}$$

находим

$$\frac{f'(x_0)}{g'(x_0)} = \frac{3x_0^2}{2x_0} = \frac{3}{2}x_0 = \frac{7}{3} \Rightarrow x_0 = \frac{14}{9}. \otimes$$

Пример 3.3.7. Проверить справедливость теоремы Коши для функций, заданных формулами

$$f(x) = x^2 - 2x + 3,\ g(x) = x^3 - 7x^2 + 20x - 5$$

на промежутке $[1, 4]$. Если теорема Коши справедлива, найти точку x_0, в которой выполняется равенство

$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}.$$

Р е ш е н и е. Обе функции на данном промежутке непрерывны и дифференцируемы. Производные функций, соответственно равны

$$f'(x) = 2x - 2,\ g'(x) = 3x^2 - 14x + 20.$$

Кроме этого, производная функции g в точках промежутка $(1, 4)$ не обращается в нуль, так как для дискриминанта уравнения $3x^2 - 14x + 20 = 0$ имеем $D = b^2 - 4ac = -44 < 0$ (график функции g не имеет точек пересечения с осью OX). Следовательно, теорема Коши для данных функций справедлива. Поэтому имеем:

$$\frac{f(4) - f(1)}{g(4) - g(1)} = \frac{11 - 2}{27 - 9} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2x_0 - 2}{3x_0^2 - 14x_0 + 20} = \frac{1}{2}.$$

Откуда получаем

$$x_0^2 - 6x_0 + 8 = 0 \Rightarrow x_{01} = 4,\ x_{02} = 2$$

Так как из этих двух точек промежутку $(0, 4]$ принадлежит только точка $x_{02} = 2$, то она и является искомой точкой. $\otimes$

Правила Лопиталя

Пример 3.3.8. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}$.

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)} = \left[\frac{0}{0}\right].$$

Применяя правило Лопиталя, получаем:

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)} = \lim_{x\to 0} \frac{e^x + x^{-x}}{\dfrac{1}{1+x}} = \lim_{x\to 0} (e^x + x^{-x})\cdot(1+x) = 2. \otimes$$

Пример 3.3.9. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3}$.

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right].$$

Применяя правило Лопиталя, получаем:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3} = \lim_{x\to\infty} \frac{3x^2 + 4x + 1}{9x^2 - 2x - 1} = \lim_{x\to\infty} \frac{6x + 4}{18x - 2} = \lim_{x\to\infty} \frac{6}{18} = \frac{1}{3}. \otimes$$

Пример 3.3.10. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to -\infty} (x^3 \cdot e^x)$.

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость вида $\lim\limits_{x\to -\infty} (x^3 \cdot e^x) = [-\infty \cdot 0]$. Для раскрытия неопределённости заменим переменную:

$$\lim_{x\to -\infty} (x^3 \cdot e^x) = \left[x = -t \Rightarrow t \to \infty\right] = \lim_{t\to\infty} (-t^3 \cdot e^{-t}) = -\lim_{t\to\infty} \frac{t^3}{e^t} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right].$$

Применяя правило Лопиталя, получаем:

$$\lim_{x\to-\infty}\left(x^3\cdot e^x\right)=-\lim_{t\to\infty}\frac{t^3}{e^t}=-\lim_{t\to\infty}\frac{3t^2}{e^t}=-\lim_{t\to\infty}\frac{6t}{e^t}=-6\cdot\lim_{t\to\infty}\frac{1}{e^t}=0.\otimes$$

Пример 3.3.11. Найти предел $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{1}{\ln x}-\dfrac{1}{x-1}\right)$.

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость вида $[\infty-\infty]$. Для раскрытия неопределённости приводим выражения, стоящие в скобках, к общему знаменателю:

$$\lim_{x\to1}\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{1}{x-1}\right)=\lim_{x\to1}\left(\frac{x-1-\ln x}{x\cdot\ln x-\ln x}\right).$$

Получаем неопределённость вида $\left[\dfrac{0}{0}\right]$. Применяя правило Лопиталя два раза, имеем:

$$\lim_{x\to1}\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{1}{x-1}\right)=\lim_{x\to1}\left(\frac{x-1-\ln x}{x\cdot\ln x-\ln x}\right)=\lim_{x\to1}\left(\frac{1-\frac{1}{x}}{\ln x+1-\frac{1}{x}}\right)=$$

$$=\lim_{x\to1}\frac{x-1}{x\cdot\ln x+1-1}=\lim_{x\to1}\frac{1}{\ln x+2}=\frac{1}{2}.\otimes$$

Формула Тейлора и формула Маклорена

Пример 3.3.12. Разложить многочлен

$$P(x)=x^5-2x^4+x^3-x^2+2x-1$$

по степеням $x-1$ по формуле Тейлора.

Р е ш е н и е. В нашем случае формула Тейлора имеет вид:

$$f(x)=\sum_{k=0}^{n}\frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}\cdot(x-x_0)^k=f(x_0)+\frac{f'(x_0)}{1!}\cdot(x-x_0)+$$

$$+\frac{f''(x_0)}{2!}\cdot(x-x_0)^2+\ldots\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}\cdot(x-x_0)^n,$$

где $x_0=1$. Находим значение многочлена и его производных в точке $x_0=1$:

$$P(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1, \quad P(1) = 0;$$
$$P'(x) = 5x^4 - 8x^3 + 3x^2 - 2x + 2, \quad P'(1) = 0;$$
$$P''(x) = 20x^3 - 24x^2 + 6x - 2, \quad P''(1) = 0;$$
$$P'''(x) = 60x^2 - 48x + 6, \quad P'''(1) = 18;$$
$$P^{(4)}(x) = 120x - 48, \quad P^{(4)}(1) = 72;$$
$$P^{(5)}(x) = 120, \quad P^{(5)}(1) = 120.$$

Подставляя найденные производные в формулу Тейлора, получаем:

$$P(x) = 3 \cdot (x-1)^3 + 3 \cdot (x-1)^4 + (x-1)^5. \otimes$$

Пример 3.3.13. Разложить многочлен

$$P(x) = x^4 + 2x^3 - 8x^2 + 4x + 4$$

по степеням $x+1$ по формуле Тейлора.

Р е ш е н и е. Вычисляя значение многочлена и его производных в точке $x_0 = -1$, получаем:

$$P(x) = x^4 + 2x^3 - 8x^2 + 4x + 4, \quad P(-1) = -9;$$
$$P'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 16x + 4, \quad P'(-1) = 22;$$
$$P''(x) = 12x^2 + 12x - 16, \quad P''(-1) = -16;$$
$$P'''(x) = 24x + 12, \quad P'''(-1) = -12;$$
$$P^{(4)}(x) = 24, \quad P^{(4)}(-1) = 24.$$

Подставляя найденные производные в формулу Тейлора, получаем:

$$P(x) = -9 + \frac{22}{1!} \cdot (x+1) + \frac{-16}{2!} \cdot (x+1)^2 + \frac{-12}{3!} \cdot (x+1)^3 +$$
$$+ \frac{24}{4!} \cdot (x+1)^4 = -9 + 22 \cdot (x+1) - 8 \cdot (x+1)^2 -$$
$$- 2 \cdot (x+1)^3 + (x+1)^4. \quad \otimes$$

Пример 3.3.14. Представить функцию $f(x) = e^x$ в виде разложения по формуле Маклорена.

Р е ш е н и е. Формула Маклорена имеет вид:

$$f(x) = f(0) + \sum_{k=1}^{n} \frac{d^k f}{dx^k}(0) \frac{x^k}{k!} + \frac{d^{n+1} f}{dx^{n+1}}(\xi) \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}.$$

Очевидно выполнение равенств: $\forall n \in N$

$$f(0) = \frac{df}{dx}(0) = \frac{d^2 f}{d^2 x}(0) = \ldots = \frac{d^n f}{d^n x}(0) = e^0 = 1.$$

Кроме этого, очевидно, что $\frac{d^{n+1} f}{d^{n+1} x}(x) = e^x$.

Тогда формула Маклорена с остаточным членом в форме Лагранжа принимает вид:

$$e^x = 1 + \sum_{k=1}^{n} \frac{x^k}{k!} + e^{\xi} \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}.$$

В этой формуле можно положить $\xi = \theta \cdot x$, где $0 < \theta < 1$. $\otimes$

Приведём вид формулы Тейлора с **остаточным членом в форме Пеано**:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{df}{dx}(x_0) \cdot \frac{x - x_0}{1!} + \frac{d^2 f}{dx^2}(x_0) \cdot \frac{(x - x_0)^2}{2!} + \ldots +$$

$$+ \frac{d^n f}{dx^n}(x_0) \cdot \frac{(x - x_0)^n}{n!} + \frac{d^{n+1} f}{dx^{n+1}}(x_0) \cdot \frac{(x - x_0)^{n+1}}{(n+1)!}.$$

Здесь многочлен Тейлора

$$T_n(x_0, x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \frac{(x - x_0)^k}{k!} = f(x_0) + \frac{df}{dx}(x_0) \frac{(x - x_0)^1}{1!} +$$

$$+ \frac{d^2 f}{dx^k}(x_0) \frac{(x - x_0)^2}{2!} + \ldots + \frac{d^n f}{dx^n}(x_0) \frac{(x - x_0)^n}{n!},$$

а остаточный член в форме Лагранжа

$$R_n(x, n) = f(x) - T_n(x_0, x) = f(x) - \sum_{k=0}^{n} \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \cdot \frac{(x - x_0)^k}{k!}.$$

При условии $\Delta x \to 0$ выполняется

$$R_n(x, n) = f(x) - T_n(x_0, x) = o((x - x_0)^n) = o(\Delta x^n).$$

Теперь формулу Тейлора можно записать в виде

$$f(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{d^k f}{dx^k}(x_0)\frac{(x - x_0)^k}{k!} + o(\Delta x^n).$$

Последняя форма записи называется ***формулой Тейлора с остаточным членом в форме Пеано***.

Пример 3.3.15. Разложить функцию $f(x) = \sin x$ по формуле Маклорена.

Р е ш е н и е. Рассмотрим производные функции $f(x) = \sin x$ в точке x:

$$\frac{d}{dx}\sin x = \cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\sin x = \frac{d}{dx}\cos(x) = -\sin x = \sin(x + \pi) = \sin\left(x + 2\frac{\pi}{2}\right);$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots;$$

$$\frac{d^k}{dx^k}\sin x = \sin\left(x + k\frac{\pi}{2}\right).$$

Кроме этого, имеем

$$\frac{d^{2n+1}}{dx^{2n+1}}\sin(\theta x) = \sin\left(\theta x + (n+1)\frac{\pi}{2}\right) = (-1)^n \cos\theta x.$$

Действительно, видим, что

$$\sin\left((n+1)\frac{\pi}{2} + \theta x\right) = \sin\left(\pi n + \frac{\pi}{2} + \theta x\right) = (-1)^n \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta x\right) = (-1)^n \cos\theta x$$

.

Здесь мы положили $\xi = \theta x$, где $0 < \theta < 1$, $x \in (a, b)$.

Формула Маклорена принимает вид

$$\sin x = \sin 0 + \frac{1}{1!}x + 0 - \frac{x^3}{3!} + 0 + \frac{x^5}{5!} + 0 - \frac{x^7}{7!} + \ldots +$$

$$+ (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(n-1)!} + \alpha^{(n+1)}(x) =$$

$$= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(n-1)!} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(n+1)!}\cos\theta x.$$

В виде разложения по формуле Маклорена с остаточным членом в форме Пеано это разложение записывается так:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + o(x^{2n}). \otimes$$

Аналогично можно получить и разложение по формуле Маклорена функции $f(x) = \cos x$:

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n+1})$$

Пример 3.3.16. Найти предел: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x - x}{x^3}$.

Р е ш е н и е. Записываем для $\sin x$ разложение по формуле Маклорена

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + o(x^4).$$

Подставляя это разложение, имеем:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x - x}{x^3} = \lim_{x \to 0} \frac{x - \frac{x^3}{3!} - x + o(x^4)}{x^3} = -\frac{1}{3!} - \lim_{x \to 0} \frac{o(x^4)}{x^3} = -\frac{1}{6}. \otimes$$

Пример 3.3.17. Найти предел: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{-\frac{x^2}{2}} - \cos x}{x^3 \cdot \sin x}$.

Р е ш е н и е. Используем разложение для e^x, $\sin x$ и $\cos x$. Получаем:

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{-\frac{x^2}{2}} - \cos x}{x^3 \cdot \sin x} = \lim_{x \to 0} \frac{1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{8} + o(x^4) - 1 + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24}}{x^3 \cdot (x + \alpha(x))} =$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\frac{x^4}{8} - \frac{x^4}{24} + o(x^4)}{x^4 + o(x^5)} = \lim_{x \to 0} \frac{\frac{1}{8} - \frac{1}{24} + \frac{o(x^4)}{x^4}}{1 + \frac{o(x^5)}{x^4}} = \frac{1}{12}. \otimes$$

Практическое занятие 4. Исследование функций одного переменного

Промежутки монотонности функции

Пример 3.4.1. Найти промежутки монотонности функции, определённой формулой

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 2.$$

Р е ш е н и е. Множеством определения функции является вся числовая ось. Находим первую производную функции

$$f' = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x^2 + 2x - 3) = 3(x+1)^2 - 12.$$

Поэтому имеем:

$$f' > 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 > 0 \Rightarrow 3\cdot(x+1)^2 - 12 > 0;$$

$$f' < 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 < 0 \Rightarrow 3\cdot(x+1)^2 - 12 < 0.$$

Корни уравнения

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

есть

$$x_1 = -3,\ x_2 = 1.$$

График функции – парабола, ветви которой направлены вверх, а вершина находится в точке с координатами $x_0 = -1,\ y_0 = -12$. Следовательно, неравенство $f'(x) > 0$ выполняется при $x < -3$ и $x > 1$, а неравенство $f'(x) < 0$ при $-3 < x < 1.$

На множестве $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$ функция строго монотонно возрастает, а на множестве $(-3, 1)$ строго монотонно убывает. $\otimes$

Пример 3.4.2. Предприятие производит x единиц продукции в месяц. Зависимость финансовых накоплений предприятия от объёма выпуска выражается формулой

$$\Phi = -0{,}01\cdot x^3 + 300\cdot x - 500.$$

Определить количество единиц продукции, начиная с которого финансовые накопления предприятия начинают убывать.

Р е ш е н и е. Производная от Φ равна:

$$\Phi' = -0{,}03\cdot x^2 + 300.$$

Финансовые накопления убывают, если

$$\Phi' = -0{,}03\cdot x^2 + 300 < 0,$$

откуда имеем $x^2 - 10000 > 0$. Из последнего неравенства получаем: $x_1 > 100$, $x_2 < -100$. Имеет экономический смысл только неравенство $x_1 > 100$. Следовательно, при $x > 100$ финансовые накопления предприятия начинают убывать, то есть повышать выпуск продукции свыше 100 единиц становится экономически не выгодно. $\otimes$

Схема исследования функции на локальные экстремумы с помощью первой производной

Пример 3.4.3. Исследовать на наличие локальных экстремумов функцию, заданную формулой $f(x) = x^3 - 5x + 2$.

Р е ш е н и е. 1) Производная функция для функции f есть

$$f'(x) = 3x^2 - 5.$$

2) Находим критические точки функции, решая уравнение

$$3x^2 - 5 = 0.$$

Корни уравнения (критические точки) есть $x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}, x_2 = +\sqrt{\frac{5}{3}}$.

3) Выясняем вопрос о наличии локальных экстремумов функции согласно теореме, для чего определяем знаки производной $f'(x)$ справа и слева от каждой критической точки, результаты заносим в таблицу:

x	$x < -\sqrt{\frac{5}{3}}$	$x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}$	$-\sqrt{\frac{5}{3}} < x < \sqrt{\frac{5}{3}}$	$x_2 = \sqrt{\frac{5}{3}}$	$x > \sqrt{\frac{5}{3}}$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
f		Максимум $f(x_1) = 6,3$		Минимум $f(x_2) = -2,3$	

4. Вычисляем значения функции в точках x_1, x_2 и результаты вычислений тоже заносим в таблицу.

Получаем следующий результат: функция имеет в точке $x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}$ локальный максимум $f(x_1) = 6{,}3$, а в точке $x_2 = +\sqrt{\frac{5}{3}}$ – локальный минимуму $f(x_2) = -2{,}3$. ⊗

Пример 3.4.4. Найти экстремумы функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 4x + 3.$$

Р е ш е н и е. Множеством определения функции является вся числовая ось R.

1) Находим производную функции:

$$f'(x) = x^2 + 5x + 4.$$

2) Находим критические точки функции, для чего решаем уравнение

$$x^2 + 5x + 4 = 0.$$

В результате решения имеем корни: $x_1 = -1,\ x_2 = -4$. Критические точки разбивают R^1 на промежутки

$$-\infty < x < -4,\ -4 < x < -1,\ -1 < x < \infty.$$

3) Исследуем поведение первой производной функции в полученных промежутках:

в промежутке $(-\infty, -4)$ имеем $y' > 0$;

в промежутке $(-4, -1)$ имеем $y' < 0$;

в промежутке $(-1, \infty)$ имеем $y' > 0$.

Следовательно, в точке -4 имеем **максимум**; в точке -1 имеем **минимум**.

4) Вычисляем экстремальные значения функции:

$$\max f(x) = f(-4) \approx 5{,}67;\ \min f(x) = f(-1) = 1{,}17.\ \otimes$$

Пример 3.4.5. Найти экстремумы функции, определённой формулой

$$f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 10.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим производную функции:

$$f'(x) = 15x^4 - 15x^2.$$

2) Находим критические точки функции, для чего решаем уравнение

$$15x^4 - 15x^2 = 0,\ x^4 - x^2 = 0,\ x^2 \cdot (x-1)(x+1) = 0.$$

Имеем три корня: $x_1 = 0,\ x_2 = 1,\ x_3 = -1.$

3) Находим вторую производную функцию:

$$f''(x) = 60 \cdot x^3 - 30 \cdot x.$$

4) Находим вторую производную в критических точках:

$$f''(0) = 0;\ f''(1) = 30;\ f''(-1) = -30.$$

В точке $x_2 = 1$ функция имеет **минимум**, а в точке $x_3 = -1$ - **максимум**. В точке $x_1 = 0$ функция экстремума не имеет, так как первая производная при переходе через эту точку не меняет своего знака. $\otimes$

Промежутки выпуклости и вогнутости и асимптоты графика функции

Пример 3.4.6. Найти промежутки выпуклости и вогнутости и точки перегиба графика функции, заданной формулой:

$$f(x) = (x^2 + 7x)\sqrt[3]{x} - 5x - 8.$$

Р е ш е н и е. Множество определения функции $M = R$. Преобразованная формула

$$f(x) = x^{\frac{7}{3}} + 7 \cdot x^{\frac{4}{3}} - 5x - 8.$$

1) Находим нули и точки разрыва второй производной функции, для чего находим $f''(x)$:

$$f'(x) = \frac{7}{3} \cdot x^{\frac{4}{3}} + \frac{28}{3} \cdot x^{\frac{1}{3}} - 5;$$

$$f''(x) = \frac{28}{9} \cdot x^{\frac{1}{3}} + \frac{28}{9} \cdot x^{-\frac{2}{3}} = \frac{28}{9} \cdot \frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2}}.$$

Очевидно, что точка $x = -1$ является нулём второй производной $f''(x)$, а точка $x = 0$ является точкой разрыва второго рода второй производной $f''(x)$. Эти точки делят множество определения функции $f(x)$ на промежутки

$$(-\infty, -1),\ (-1, 0),\ (0, +\infty).$$

2) Определяем знак второй производной в полученных промежутках:

$$\forall x \in (-\infty, -1): f''(x) < 0;$$

$$\forall x \in (-1, 0): f''(x) > 0;$$

$$\forall x \in (0, +\infty): f''(x) > 0.$$

Следовательно: на $(-\infty, -1)$ график функции ***выпуклый***; на $(-1, 0) \cup (0, +\infty)$ график функции ***вогнутый***.

3) Так как функция в точке $x_0 = -1$ определена, а $f''(-1) = 0$, то в точке $x_0 = -1$ график функции испытывает перегиб, а точка

$$(x_0; f(x_0)) = (-1; 3)$$

является точкой перегиба графика функции. ⊗

Пример 3.4.7. Найти асимптоты графика функции, заданной формулой:

$$f(x) = \frac{-x^2 + 7x}{x - 3}.$$

Р е ш е н и е. 1) Точка $x = 3$ является точкой разрыва второго рода, следовательно, график функции имеет вертикальную асимптоту с уравнением $x = 3$.

2) По определению асимптоты, функция может быть представлена в виде

$$f(x) = (kx + b) + \alpha(x),$$

где $\alpha(x)$ – бесконечно малая функция при неограниченном удалении точки графика от начала системы координат более высокого порядка, чем x, то есть

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{\alpha(x)}{x} = 0.$$

Чтобы записать функцию в указанном виде, разделим числитель на знаменатель с остатком:

$$\frac{-x^2 + 7x}{x - 3} = -x + 4 + \frac{12}{x - 3}.$$

Так как

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{12}{x - 3} = 0,$$

график функции имеет наклонную асимптоту с уравнением $y = -x + 4$. ⊗

Пример 3.4.8. Найти асимптоты графика функции, заданной формулой:

$$f(x) = \sqrt{1+x^2} - 2x.$$

Р е ш е н и е. 1) Так как функция определена на всей числовой оси, вертикальных асимптот нет.

2) Из представления функции в виде

$$f(x) = (kx+b) + \alpha(x)$$

Следует, что для нахождения наклонных асимптот нужно найти правый и левый пределы, которые равны соответственно

$$k_+ = \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x},\ b_+ = \lim_{x\to+\infty} [f(x) - kx],$$

$$k_- = \lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x},\ b_- = \lim_{x\to-\infty} [f(x) - kx].$$

Правый предел:

$$k_1 = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{1+x^2} - 2x}{x} = \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} - 2 \right) = -1;$$

$$b_1 = \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{1+x^2} - 2x + x \right) = \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{1+x^2} - x \right) =$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{1+x^2} + x} = 0.$$

Правая наклонная асимптота графика функции имеет уравнение

$$y = -x.$$

Левый предел:

$$k_2 = \lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{1+x^2} - 2x}{x} = \{x = -z\} = \lim_{z\to+\infty} \frac{\sqrt{1+z^2} + 2z}{-z} =$$

$$= -\lim_{z\to+\infty} \left(\sqrt{\frac{1}{z^2} + 1} + 2 \right) = -3;$$

$$b_2 = \lim_{x\to-\infty} \left(\sqrt{1+x^2} - 2x + 3x \right) = \lim_{x\to-\infty} \left(\sqrt{1+x^2} + x \right) =$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}-x} = 0.$$

Левая наклонная асимптота графика функции имеет уравнение

$$y = -3x. \otimes$$

Полное исследование функции

Пример 3.4.9. Исследовать функцию, заданную формулой $y(x) = x \cdot e^{-x}$.

Р е ш е н и е. 1) Множеством определения функции служит всё множество действительных чисел R.

2) Нуль функции – точка $x = 0$, причём $\lim\limits_{x\to 0} y(x) = 0$. Следовательно, функция в точке $x = 0$ асимптот не имеет.

3) Находим критические точки функции:

$$y'(x) = e^{-x} - x \cdot e^{-x} = e^{-x} \cdot (-x) \Rightarrow x = 1.$$

4) Имеем два промежутка $(-\infty, 1]$ и $[1, \infty)$. На этих промежутках

$$\forall x \in (-\infty, 1] \; y'(x) \geq 0,$$

$$\forall x \in [1, \infty) \; y'(x) \leq 0,$$

соответственно. Следовательно, при $x \in (-\infty, 1]$ функция строго монотонно возрастает, а при $x \in [1, \infty)$ функция строго убывает.

5) Вторая производная функции равна

$$y''(x) = -e^{-x} \cdot (-x) - e^{-x} = e^{-x} \cdot (x - 2).$$

Так как в точке $x = 1$ вторая производная равна

$$y''(1) = \frac{1-2}{e} = -\frac{1}{e} < 0,$$

то функция в этой точке имеет локальный максимум, равный $\frac{1}{e}$.

6) Вторая производная функции в точке $x = 2$ обращается в нуль, а при переходе через это точку меняет знак с минуса на плюс. Следовательно, график функции при $x = 2$ имеет

перегиб, причём при $x < 2$ график функции выпуклый, а при $x > 2$ – вогнутый. Значение функции в точке перегиба равно

$$y(2) = 2 \cdot e^{-2} = \frac{2}{e^2}. \otimes$$

Практическое занятие 5. Интегрируемость функций одного переменного

Непосредственное интегрирование

Пример 3.5.1. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \sqrt[3]{x^2}\,dx.$$

Р е ш е н и е. Непосредственно имеем:

$$\int \sqrt[3]{x^2}\,dx = \int x^{2/3}\,dx = \frac{x^{5/3}}{5/3} + C = \frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} + C. \otimes$$

Пример 3.5.2. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \left(6x^2 - 3\sqrt{x} + 5\right)dx.$$

Р е ш е н и е. Используя свойства неопределённого интеграла и таблицу первообразных, получаем:

$$\int \left(6x^2 - 3\sqrt{x} + 5\right)dx = 6\int x^2 dx - 3\int x^{\frac{1}{2}}dx + 5\int dx =$$

$$= 2x^3 - 2x^{3/2} + 5x + C = 2x^3 - 2\sqrt{x^3} + 5x + C,$$

где все постоянные интегрирования объедены в одну постоянную C. $\otimes$

Пример 3.5.3. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int\left(5x^2 + 11 - 3\sin x + \frac{2}{x} - \frac{1}{\sin^2 x}\right)dx.$$

Р е ш е н и е. Используя свойства неопределённого интеграла и табличные первообразные, имеем:

$$\int\left(5x^2 + 11 - 3\sin x + \frac{2}{x} - \frac{1}{\sin^2 x}\right)dx =$$

$$= 5\int x^2 dx + 11\int dx - 3\int \sin x dx + 2\int \frac{dx}{x} - \int \frac{dx}{\sin^2 x} =$$

$$= \frac{5}{3}x^3 + 11x + 3\cos x + 2\ln|x| + ctgx + C. \otimes$$

Подведение под дифференциал

По определению логарифмической производной имеем:

$$y(x) = \ln(f(x)) \Rightarrow \frac{dy}{dx}(x) = \frac{d}{dx}(\ln(f(x))) = \frac{1}{f(x)} \cdot \frac{df}{dx}(x) \equiv \frac{f'(x)}{f(x)}.$$

Тогда по определению неопределённого интеграла имеем:

$$\int \ln f(x)\,'dx = \int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = \int \frac{f'(x)\,dx}{f(x)} = \int \frac{df(x)}{f(x)} = \ln f(x) + C.$$

Этот метод нахождения неопределённого интеграла называется ***методом подведения под дифференциал***.

Пример 3.5.4. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{dx}{x+1}.$$

Р е ш е н и е. Замечая, что $dx = d(x+1)$ и, используя табличную первообразную для функции $\frac{1}{x}$, в соответствии с формулой подведения под дифференциал получаем:

$$\int \frac{dx}{x+1} = \int \frac{d(x+1)}{x+1} = \ln|x+1| + C. \otimes$$

Пример 3.5.5. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{dx}{ax+b}.$$

Р е ш е н и е. Замечая, что $dx = \frac{1}{a}d(ax+b)$, имеем:

$$\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a}\int \frac{d(ax+b)}{ax+b} = \frac{1}{a}\ln|ax+b| + C. \otimes$$

Пример 3.5.6. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{xdx}{1+x^2}.$$

Р е ш е н и е. Так как $xdx = \frac{1}{2} d\left(1+x^2\right)$, получаем:

$$\int \frac{xdx}{1+x^2} = \frac{1}{2}\int \frac{d\left(1+x^2\right)}{1+x^2} = \frac{1}{2}\ln\left(1+x^2\right) + C. \otimes$$

Пример 3.5.7. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{3x+2}{x+5} dx.$$

Р е ш е н и е. Преобразуем подынтегральную функцию:

$$\frac{3x+2}{x+5} \equiv \frac{3x+15-13}{x+5} = \frac{3(x+5)}{x+5} - \frac{13}{x+5} = 3 - \frac{13}{x+5}.$$

Используя свойства неопределённого интеграла и табличные первообразные, получаем:

$$\int \frac{3x+2}{x+5} dx = \int\left(3 - \frac{13}{x+5}\right)dx = 3\int dx - 13\int \frac{1}{x+5} dx =$$

$$= 3x - 13\ln|x+5| + C. \otimes$$

Методы подстановки (замены переменной интегрирования)

и интегрирования по частям

Пример 3.5.8. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \sqrt{x+3} dx.$$

Р е ш е н и е. Заменяя переменную по формуле $t = x+3 \Rightarrow dx = dt$, получаем:

$$\int \sqrt{x+3} dx = \int \sqrt{t} dt = \int t^{1/2} dt = \frac{2}{3} t^{3/2} + C = \frac{2}{3}\sqrt{(x+3)^3} + C. \otimes$$

Пример 3.5.9. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{x^2+1}{\left(x^3+3x+1\right)^4} dx.$$

Р е ш е н и е. Заменяя переменную

$$t = x^3 + 3x + 1 \Rightarrow dx = \frac{1}{3}\frac{dt}{x^2 + 1},$$

получаем:

$$\int \frac{x^2 + 1}{(x^3 + 3x + 1)^4} dx = \frac{1}{3}\int \frac{dt}{t^4} = -\frac{1}{9t^3} + C = -\frac{1}{9(x^3 + 3x + 1)^3} + C. \otimes$$

Пример 3.5.10. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int x \cdot \cos x dx.$$

Р е ш е н и е. Замечая, что $\cos x dx = d(\sin x)$ и используя формулу интегрирования по частям, получаем:

$$\int x \cdot \cos x dx = \left\{ \begin{array}{cc} u = x, & du = dx, \\ dv = \cos x dx \equiv d(\sin x), & v = \sin x \end{array} \right\} =$$

$$= x \cdot \sin x - \int \sin x dx + C = x \cdot \sin x + \cos x + C. \otimes$$

Пример 3.5.11. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int x \cdot \ln x dx.$$

Р е ш е н и е. Интегрируя по частям, получаем:

$$\int x \cdot \ln x dx = \left\{ \begin{array}{ll} u = \ln x, & du = \dfrac{dx}{x}, \\ dv = x dx, & v = \dfrac{x^2}{2} \end{array} \right\} = \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{1}{2}\int x dx + C =$$

$$= \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{x^2}{4} + C. \otimes$$

Формула Ньютона-Лейбница, вычисление определённого интеграла методом замены переменной и интегрирования по частям

Пример 3.5.12. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_0^1 x^2 dx$$

по формуле Ньютона-Лейбница, дать геометрическую интерпретацию.

Р е ш е н и е. Проводя непосредственное интегрирование и применяя формулу Ньютона-Лейбница, получаем: $\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3}\Big|_0^1 = \frac{1}{3}$. Полученное число $\frac{1}{3}$ имеет смысл площади криволинейного треугольника с вершинами в точках

$O(0,0), A(1,0), B(0,0)$. $\otimes$

Пример 3.5.13. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x}.$$

Р е ш е н и е. Используя таблицу первообразных и формулу Ньютона-Лейбница, получаем:

$$\int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx\Big|_{\pi/6}^{\pi/4} = tg\frac{\pi}{4} - tg\frac{\pi}{6} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}. \otimes$$

Пример 3.5.14. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_1^2 2^{3x-4} dx.$$

Р е ш е н и е. Используем методом “подведения под дифференциал”:

$$\int_1^2 2^{3x-4} dx = \left\{ dx = \frac{1}{3} d(3x-4) \right\} = \frac{1}{3}\int_1^2 2^{3x-4} d(3x-4) =$$

$$= \left\{ \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \right\} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2^{3x-4}}{\ln 2}\Big|_1^2 = \frac{1}{3\ln 2}\left(4 - \frac{1}{2}\right) = \frac{7}{6\ln 2}. \otimes$$

Пример 3.5.15. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_0^1 x \cdot (2 - x^2)^5 dx.$$

Р е ш е н и е. Для решения воспользуемся методом замены переменной. Введём новую переменную $t = 2 - x^2$. Дифференциал новой переменной равен

$$dt = d(2 - x^2) = -2xdx \Rightarrow xdx = -\frac{1}{2}dt.$$

Пределы изменения новой переменной определяются так:

$$x=0\Rightarrow t=2;\ x=1\Rightarrow t=1.$$

Учитывая эти формулы, получаем:

$$\int_0^1 x\cdot\left(2-x^2\right)^5 dx=\left\{\begin{array}{l} dt=d\left(2-x^2\right)=-2xdx;\ xdx=-\dfrac{1}{2}dt;\\ x=0\Rightarrow t=2;\ x=1\Rightarrow t=1.\end{array}\right\}=$$

$$=-\frac{1}{2}\cdot\int_2^1 t^5dt=\frac{1}{2}\int_1^2 t^5dt=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}\cdot t^6\Big|_1^2=\frac{1}{12}\cdot\left(64-1\right)=\frac{63}{12}=\frac{21}{4}.\otimes$$

Пример 3.5.16. Вычислить определённый интеграл

$$I=\int_1^e\frac{\ln^2 x}{x}dx.$$

Р е ш е н и е. Используя замену переменной интегрирования $t=\ln x$, имеем:

$$\int_1^e\frac{\ln^2 x}{x}dx=\left\{\begin{array}{l|l} t=\ln x, & x=1\Rightarrow t=0,\\ dt=\dfrac{dx}{x}, & x=e\Rightarrow t=1.\end{array}\right\}=\int_0^1 t^2dt=\frac{t^3}{3}\Big|_0^1=\frac{1}{3}.\otimes$$

Пример 3.5.17. Вычислить определённый интеграл

$$I=\int_0^1 x\cdot e^{-x}dx.$$

Р е ш е н и е. Данный интеграл вычисляется методом «интегрирования по частям»:

$$\int_0^1 x\cdot e^{-x}dx=\left\{\begin{array}{ll} u=x, & du=dx,\\ dv=e^{-x}dx, & v=\int e^{-x}dx=-e^{-x}.\end{array}\right\}=$$

$$=x\cdot e^{-x}\Big|_0^1-\int_0^1 e^{-x}d\left(-x\right)=-x\cdot e^{-x}\Big|_0^1-e^{-x}\Big|_0^1=$$

$$=-e^{-1}-e^{-1}+1=1-2\cdot e^{-1}=1-2/e=e-2/e.\otimes$$

Практическое занятие 6. Дифференцируемость функций нескольких переменных

Первые частные производные функций нескольких переменных

Пример 3.6.1. Используя определение, найти первые частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$z(x, y) = x^2 y + 4x - 2y + 5,$$

в точке $M_0\ (5; 1)$.

Р е ш е н и е. Для частной производной по переменной x имеем по определению:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{z(x_0 + \Delta x, y_0) - z(x_0, y_0)}{\Delta x}.$$

Фиксируя значение $y = y_0$, находим сужение функции $z(x, y)$ на прямую линию $y = y_0$, параллельную оси Ox. На этой прямой сужение

$$z(x, y_0) = y_0 x^2 + 4x - 2y_0 + 5$$

функции $z(x, y)$ является функцией одной переменной x. Используем схему нахождения производной функции одного переменного для сужения $z(x, y_0)$.

1) Придавая переменной x приращение Δx в точке $(x_0; y_0)$, получим:

$$z(x_0 + \Delta x, y_0) = x_0^2 y_0 + 2x_0 y_0 \cdot \Delta x + y_0 (\Delta x)^2 +$$
$$+ 4x_0 + 4 \cdot \Delta x - 2y_0 + 5.$$

2) Находим приращение функции $z(x, y_0)$ в точке $(x_0; y_0)$, придавая переменной x приращение Δx:

$$z(x_0 + \Delta x, y_0) - z(x_0, y_0) = 2x_0 y_0 \cdot \Delta x + y_0 (\Delta x)^2 + 4 \cdot \Delta x.$$

3) Находим предел конечно-разностного отношения:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{z(x_0 + \Delta x, y_0) - z(x_0, y_0)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{2x_0 y_0 \cdot \Delta x + y_0 (\Delta x)^2 + 4\Delta x}{\Delta x} = 2x_0 y_0 + 4.$$

4) Подставляя координаты точки $(x_0; y_0) = (5; 1)$, получаем:

$$\frac{\partial z}{\partial x}(5, 1) = (2x_0 y_0 + 4)\Big|_{\substack{x_0=5 \\ y_0=1}} = 14.$$

Аналогично находим частную производную в точке $(x_0; y_0) = (5; 1)$ по второй переменной y:

$$\frac{\partial z}{\partial y}(5, 1) = (x_0^2 - 2)\Big|_{\substack{x_0=5 \\ y_0=1}} = 23. \otimes$$

Пример 3.6.2. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = x^3 + 3x^2 y - y^3.$$

Р е ш е н и е. Фиксируя переменные и используя формулу вычисления производной степенной функции, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = 3x^2 + 6xy; \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 3x^2 - 3y^2. \otimes$$

Пример 3.6.3. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = \frac{xy}{x + y}.$$

Р е ш е н и е. Фиксируя переменные и используя формулы вычисления производной частного и произведения двух функций, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{xy}{x+y}\right) = \frac{y^2}{(x+y)^2};$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{xy}{x+y}\right) = \frac{x^2}{(x+y)^2}. \otimes$$

Пример 3.6.4. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = (-x)^{y^2}.$$

Р е ш е н и е. Для вычисления частной производной по переменной x фиксируем переменную y и используем формулу для производной степенной функции:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = -y^2 (-x)^{y^2 - 1}.$$

Для вычисления частной производной по переменной y фиксируем переменную x и используем формулу $(a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 2y \cdot (-x)^{y^2} \cdot \ln(-x). \otimes$$

Пример 3.6.5. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = x^3 y^2 + 2x \ln y + x^y.$$

Р е ш е н и е. Используя таблицу производных, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = 3x^2 y^2 + 2\ln y + yx^{y-1},$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 2x^3 y + \frac{2x}{y} + x^y \ln x. \otimes$$

Пример 3.6.6. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = (1 + xy)^y.$$

Р е ш е н и е. Фиксируя переменную y и используя формулу дифференцирования степенной функции, для частной производной по переменной x получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = y(1 + xy)^{y-1} \cdot y = y^2 (1 + xy)^{y-1}.$$

Для вычисления частной производной по переменной y фиксируем переменную x и используем понятие логарифмической производной:

$$z = \ln u(x, y) = y \ln(1 + xy) \to z'_y = \ln(1 + xy) + \frac{xy}{1 + xy} \to$$

$$z' = \frac{u'}{u} \to \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = (1 + xy)^y \cdot \ln(1 + xy) + (1 + xy)^y \frac{xy}{1 + xy} =$$

$$= (1 + xy)^y \left[\ln(1 + xy) + \frac{x \cdot y}{(1 + xy)} \right]. \otimes$$

Пример 3.6.7. Найти частные производные первого порядка функции трёх переменных, заданной формулой

$$u(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}}$$

в точке $M_0\ 1; -1; -2$.

Р е ш е н и е. Для нахождения частных производных используем таблицу производных и правила дифференцирования функций:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = -\frac{1}{2}\frac{2x_1}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x_1}{\sqrt{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^3}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2} = -\frac{1}{2}\frac{2x_2}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x_2}{\sqrt{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^3}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3} = -\frac{1}{2}\frac{2x_3}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x_3}{\sqrt{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^3}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}\ 1; -1; -2\ = -\frac{1}{\sqrt{216}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2}\ 1; -1; -2\ = \frac{1}{\sqrt{216}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3}\ 1; -1; -2\ = -\frac{2}{\sqrt{216}}.\otimes$$

Пример 3.6.8. Найти частные производные первого порядка функции трёх переменных

$$u(x_1, x_2, x_3) = \exp(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) \equiv e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$$

в точке $M(0; 1; 2)$.

Р е ш е н и е. Для нахождения частных производных, используя таблицу производных и правила дифференцирования функций, дифференцируем сужения функции на отрезки прямых, параллельных осям системы координат:

$$1)\ \frac{\partial u}{\partial x_1}(x_1, x_2, x_3) = \frac{\partial}{\partial x_1} e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}\ \frac{\partial}{\partial x_1}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) =$$

$$= 2x_1 e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}(M) = 0;$$

2) $$\frac{\partial u}{\partial x_2}(x_1, x_2, x_3) = \frac{\partial}{\partial x_2} e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2} = e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2} \frac{\partial}{\partial x_2}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) =$$

$$= 2x_2 e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2}(M) = 2e^5;$$

3) $$\frac{\partial u}{\partial x_3}(x_1, x_2, x_3) = \frac{\partial}{\partial x_3} e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2} = e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2} \frac{\partial}{\partial x_3}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) =$$

$$= 2x_3 e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3}(M) = 4e^5. \otimes$$

Пример 3.6.9. Показать, что функция, заданная формулой

$$z = \ln(x^2 + y^2)$$

удовлетворяет уравнению

$$y\frac{\partial z}{\partial x} - x\frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$

Р е ш е н и е. Находим частные производные функции в произвольной точке (x, y):

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2x}{x^2+y^2}; \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{x^2+y^2}.$$

Подставляя в правую часть уравнения, получаем

$$y\frac{\partial z}{\partial x} - x\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2xy}{x^2+y^2} - \frac{2xy}{x^2+y^2} = 0. \otimes$$

Пример 3.6.10. Показать, что функция

$$u(x_1, x_2) = x_2 \ln(x_1^2 - x_2^2)$$

удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{x_1}\frac{\partial u}{\partial x_1}+\frac{1}{x_2}\frac{\partial u}{\partial x_2}=\frac{u}{x_2^2}.$$

Р е ш е н и е. Находим частные производные данной функции:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}(x_1, x_2)=x_2\frac{\partial}{\partial x_1}\ln(x_1^2-x_2^2)=x_2\frac{1}{x_1^2-x_2^2}\frac{\partial}{\partial x_1}(x_1^2-x_2^2)=\frac{2x_1x_2}{x_1^2-x_2^2};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2}(x_1, x_2)=\ln(x_1^2-x_2^2)+x_2\frac{\partial}{\partial x_2}\ln(x_1^2-x_2^2)=$$

$$=\ln(x_1^2-x_2^2)+x_2\frac{1}{x_1^2-x_2^2}\frac{\partial}{\partial x_2}(x_1^2-x_2^2)=\ln(x_1^2-x_2^2)-\frac{2x_2^2}{x_1^2-x_2^2}.$$

Полученные выражения подставим в левую часть уравнения:

$$\frac{1}{x_1}\frac{2x_1x_2}{x_1^2-x_2^2}+\frac{1}{x_2}\left[\ln(x_1^2-x_2^2)-\frac{2x_2^2}{x_1^2-x_2^2}\right]=$$

$$=\frac{2x_2}{x_1^2-x_2^2}-\frac{2x_2}{x_1^2-x_2^2}+\frac{\ln(x_1^2-x_2^2)}{x_2}=\frac{u(x_1, x_2)}{x_2^2}.$$

Таким образом, приходим к тождеству:

$$\frac{u(x_1, x_2)}{x_2^2}=\frac{u(x_1, x_2)}{x_2^2}.$$

То есть функция $u(x_1, x_2)=x_2\ln(x_1^2-x_2^2)$ удовлетворяет данному уравнению

$$\frac{1}{x_1}\frac{\partial u}{\partial x_1}+\frac{1}{x_2}\frac{\partial u}{\partial x_2}=\frac{u}{x_2^2}.\otimes$$

Частные производные функций нескольких переменных

высших порядков

Пример 3.6.11. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных, заданной формулой:

$$u(x, y)=x^4+5x^2y^2+6xy+5.$$

Р е ш е н и е. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = 4x^3 + 10xy^2 + 6y; \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 10x^2 y + 6x;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) = 12x^2 + 10y^2; \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = 10x^2;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}(x, y) = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}(x, y) = 20xy + 6. \otimes$$

Пример 3.6.12. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных

$$u(x, y) = e^x \ln y.$$

Р е ш е н и е. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = e^x \ln y; \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = \frac{e^x}{y};$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) = e^x \ln y; \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = -\frac{e^x}{y^2};$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}(x, y) = \frac{e^x}{y}. \otimes$$

Пример 3.6.13. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных $u(x, y) = \sin(x + y)$.

Р е ш е н и е. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = \cos(x + y); \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = \cos(x + y);$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) = -\sin(x + y); \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = -\sin(x + y);$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}(x, y) = -\sin(x + y). \otimes$$

Пример 3.6.14. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных

$$u(x_1, x_2) = x_1^{x_2}.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим частные производные первого порядка:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = x_2 x_1^{x_2-1}, \frac{\partial u}{\partial x_2} = x_1^{x_2} \ln x_1.$$

2) Находим частные производные второго порядка, дифференцируя частные производные первого порядка:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = x_2 (x_2 - 1) x_1^{x_2-2},$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_1} = x_1^{x_2-1} + x_2 x_1^{x_2-1} \ln x_1 = x_1^{x_2-1} (1 + x_2 \ln x_1),$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} = x_2 x_1^{x_2-1} \ln x_1 + x_1^{x_2} \frac{1}{x_1} = x_1^{x_2-1} (1 + x_2 \ln x_1),$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = x_1^{x_2} (\ln x_1)^2. \otimes$$

Дифференцируемость функций нескольких переменных

Пример 3.6.15. Вычислить полный дифференциал функции двух переменных, заданной формулой

$$z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

в точке $M_0\ 1; -1$.

Р е ш е н и е. Находим частные производные функции:

1) $$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{1}{2} \frac{2x}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}},$$

$$\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1 \\ y=-1}} = -\frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} = -\frac{\sqrt{2}}{4};$$

2) $$\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{1}{2} \frac{2y}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{y}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{y}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}},$$

$$\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{\substack{x=1\\y=-1}} = \frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{4};$$

3) $dz\ (1,-1) = -\frac{\sqrt{2}}{4}dx + \frac{\sqrt{2}}{4}dy$. ⊗

Пример 3.6.16. Вычислить приближённо $(0{,}98)^{2{,}01}$.

Р е ш е н и е. Рассмотрим функцию $z = x^y$. В точке $(1; 2)$ значение функции $z(1; 2) = 1$. Вычислим значение функции в точке $(0{,}98; 2{,}01)$. Имеем $\Delta x = -0{,}02$, $\Delta y = 0{,}01$. Находим частные производные функции $z = x^y$ в точке $(1; 2)$:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = yx^{y-1} \Rightarrow \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=2}} = 2;$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x^y \ln x \Rightarrow \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=2}} = 0.$$

Получаем:

$$(0{,}98)^{2{,}01} = z(1; 2) + \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=2}} \cdot \Delta x + \left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{\substack{x=1\\y=2}} \cdot \Delta y = 1 - 0{,}04 = 0{,}96. \otimes$$

Пример 3.6.17. Найти дифференциал функции

$$f = f(x + y^2,\ y + x^2)$$

в точке $M(1; 1)$.

Р е ш е н и е. Обозначим, например,

$$u = x + y^2,\ v = y + x^2.$$

Для нахождения дифференциала используем формулу дифференциала и правило нахождения производной композиции функций:

$$df(u, v) = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy = \left(\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x}\right)dx + \left(\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial y}\right)dy;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u}\cdot 1 + \frac{\partial f}{\partial v}\cdot 2x;$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}=\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial y}=\frac{\partial f}{\partial u}\cdot 2y+\frac{\partial f}{\partial v}\cdot 1;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(M)=\frac{\partial f}{\partial u}(0;2)-\frac{\partial f}{\partial v}(0;2);$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(M)=\frac{\partial f}{\partial u}(0;2)+\frac{\partial f}{\partial v}(0;2).$$

Подставляя в выражение для полного дифференциала, получаем:

$$df(M)=\frac{\partial f}{\partial x}(M)dx+\frac{\partial f}{\partial y}(M)dy=$$

$$=\left[\frac{\partial f}{\partial u}(0;2)-2\frac{\partial f}{\partial v}(0;2)\right]dx+\left[2\frac{\partial f}{\partial u}(0;2)+\frac{\partial f}{\partial v}(0;2)\right]dy.\otimes$$

Дифференциалы высших порядков

Пример 3.6.18. Найти дифференциал второго порядка функции

$$f=f(x+y,\ xy).$$

Р е ш е н и е. Обозначим $u=x+y$, $v=xy$. Теперь находим:

$$\frac{\partial f}{\partial x}=$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}=\frac{\partial f}{\partial u}(x+y,\ xy)+\frac{\partial f}{\partial v}(x+y,\ xy)\cdot y;$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=\frac{\partial f}{\partial u}(x+y,\ xy)+\frac{\partial f}{\partial v}(x+y,\ xy)\cdot x;$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}=\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial v\partial u}\cdot x+\frac{\partial^2 f}{\partial u\partial v}\cdot y+\frac{\partial^2 f}{\partial v^2}\cdot xy+\frac{\partial f}{\partial v}=$$

$$=\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}+(x+y)\frac{\partial^2 f}{\partial u\partial v}+xy\frac{\partial^2 f}{\partial v^2}+\frac{\partial f}{\partial v};$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial v\partial u}\cdot x+\frac{\partial^2 f}{\partial u\partial v}\cdot x+\frac{\partial^2 f}{\partial v^2}\cdot x^2=$$

$$= \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + 2x \frac{\partial^{f\,2}}{\partial u \partial v} + x^2 \frac{\partial^2 f}{\partial v^2}. \otimes$$

Производные сложных и неявно заданных функций

Пусть функция $u = f(x, y)$ задана ***параметрическим способом***, то есть, с помощью формул

$$x = \varphi(t),\ y = \psi(t).$$

Тогда функция u является функцией одного переменного t:

$$u = f(\varphi(t), \psi(t))$$

Пусть функции $x = \varphi(t)$ и $y = \psi(t)$ дифференцируемы в некоторой точке t, то есть, существуют производные

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\varphi(t + \Delta t) - \varphi(t)}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}(t),$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\psi(t + \Delta t) - \psi(t)}{\Delta t} = \frac{d\psi}{dt}(t).$$

Если функция $u = f(x, y)$ дифференцируема, то придавая переменной t приращение Δt, видим, что все функции получат соответствующие приращения Δx, Δy и Δu, причём по определению дифференцируемости

$$\Delta u = f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y) =$$

$$= \frac{\partial f}{\partial x}(x, y)\Delta x + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)\Delta y + \alpha \cdot \Delta x + \beta \cdot \Delta y$$

где $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \alpha = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \beta = 0$. Из последнего равенства вытекает, что

$$\frac{du}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \left\{ \frac{\partial f}{\partial x}(x, y)\frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)\frac{\Delta y}{\Delta t} + \alpha \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} + \beta \cdot \frac{\Delta y}{\Delta t} \right\} =$$

$$= \frac{\partial f}{\partial x}(x, y)\frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)\frac{dy}{dt}.$$

Итак, имеем формулу:

$$\frac{du}{dt}=\frac{\partial f}{\partial x}\left(x,y\right)\frac{dx}{dt}+\frac{\partial f}{\partial y}\left(x,y\right)\frac{dy}{dt}.$$

Если $x=\varphi\left(s\right)$ и $y=\psi\left(s\right)$, то имеем две формулы:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t}+\frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t},$$

$$\frac{\partial u}{\partial s}=\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s}+\frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}.$$

Пример 3.6.19. Найти $\frac{dz}{dt}$, если

$$z=x^3-x^2y,\ x=1-t^2,\ y=t^4.$$

Р е ш е н и е. Находим непосредственно:

$$\frac{dz}{dt}=\frac{\partial z}{\partial x}\frac{dx}{dt}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{dy}{dt}=\ \left(3x^2-2xy\right)\ 2t+\ \left(-x^2\right)\ 4t^3=$$

$$=4t^7+2t^6+8t^5+4t^4-4t^3-12t^2+2t.\otimes$$

Пример 3.6.20. Найти $\frac{du}{dt}$, если

$$u=\ln\frac{x_1-x_2+x_3}{x_1^2+x_2^2+x_3^2}+\sin\left(x_1+x_2+x_3\right),$$

$$x_1=a\sin t,\ x_2=b\cos t,\ x_3=ce^{-kt},$$

где a, b, c, k – некоторые постоянные.

Пример 3.6.21. Найти $\frac{\partial z}{\partial t}$ и $\frac{\partial z}{\partial s}$ для функции $z=x^3e^y$, если

$$x=ts,\ y=t^2-s^2.$$

Р е ш е н и е.

$$1)\ \frac{\partial z}{\partial t}=\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t}=e^{t^2-s^2}t^2s^3\left(3+2t^2\right).$$

$$2)\ \frac{\partial z}{\partial s}=\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}=e^{t^2-s^2}t^3s^2\left(3-2s^2\right).\otimes$$

Пусть функция $y = f(x)$ ***задана неявно посредством уравнения***

$$F(x, y) = 0,$$

тогда её производная находится с использованием правила дифференцирования сложной функции путём прямого дифференцирования уравнения, определяющего функцию:

$$\frac{\partial F}{\partial x}(x, y) + \frac{\partial F}{\partial y}(x, y)\frac{dy}{dx} = 0,$$

где учтено, что $\frac{dx}{dx} = 1$. Если $\frac{\partial F}{\partial y}(x, y) \neq 0$, то получаем

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}(x, y)}{\frac{\partial F}{\partial y}(x, y)}.$$

Пусть теперь уравнение

$$F(x, y, u) = 0$$

задаёт функцию двух переменных $u = \varphi(x, y)$. Тогда

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial u}}, \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{\frac{\partial F}{\partial u}}.$$

Пример 3.6.22. Найти частные производные функции $z = z(x, y)$, заданной неявно уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 4y - 1 = 0.$$

Р е ш е н и е. Здесь

$$F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 4y - 1,$$

следовательно, имеем:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 2x + 2y; \frac{\partial F}{\partial y} = 2x + 2y - 4; \frac{\partial F}{\partial z} = 2z.$$

Используя формулы дифференцирования неявно заданной функции, получаем:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F'_x}{F'_z} = -\frac{x+y}{z};\ \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F'_y}{F'_z} = \frac{2-x-y}{z}. \otimes$$

Практическое занятие 6

Градиент функции и производная по направлению

Пример 3.7.1. Найти $\vec{grad}\ f$ и $\left\|\vec{grad}\ f\right\|$ для функции, определённой формулой

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$$

в точке $M_0(-1; 2)$.

Р е ш е н и е. Находим частные производные и их значение в указанной точке:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z) = 2x,\ \frac{\partial f}{\partial y}(x, y, z) = 2y,\ \frac{\partial f}{\partial z}(x, y, z) = -2z;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(-1, 2) = 2,\ \frac{\partial f}{\partial y}(-1, 2) = -2,\ \frac{\partial f}{\partial z}(-1, 2) = -4.$$

Теперь имеем:

$$\vec{grad}\ f\ (M_0) = 2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3,$$

$$\left\|\vec{grad}\ f\right\| = \sqrt{4+4+16} = 2\sqrt{6}. \otimes$$

Пример 3.7.2. Найти производную функции, заданной формулой

$$u(x, y, z) = x^2 - 2xz + y^2$$

в точке $M_0(2; -1)$ по направлению вектора $\vec{M_0M}$, где $M(4; -3)$.

Р е ш е н и е. Находим вектор

$$\vec{M_0M} : \vec{M_0M} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Далее, находим градиент функции в произвольной точке и в точке $M_0(2; -1)$:

$$\vec{grad}\,u = \frac{\partial u}{\partial x}\vec{e}_1 + \frac{\partial u}{\partial y}\vec{e}_2 + \frac{\partial u}{\partial z}\vec{e}_3 = (x - 2z)\vec{e}_1 + 2y\,\vec{e}_2 - 2x\,\vec{e}_3,$$

$$\vec{grad}\,u\ \ M_0 = 4\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Находим производную по направлению вектора $\vec{M_0M}$:

$$\frac{\partial u}{\partial \vec{M_0M}}\ \ M_0 = \frac{\left(\vec{grad}\,u\Big|_M, \vec{M_0M}\right)}{\left\|\vec{M_0M}\right\|} = \frac{\begin{pmatrix}4 & 4 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}}{\sqrt{1+4+4}} =$$

$$= \frac{4+8+4}{\sqrt{9}} = \frac{16}{3}. \otimes$$

Экстремум функции двух переменных

Пример 3.7.3. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой:

$$z(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим критические точки:

$$\begin{cases} z'_x = 0, \\ z'_y = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 2, \\ x + 2y = 3. \end{cases}$$

Решение СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 4/3 \end{pmatrix}.$$

Имеем одну критическую точку $M_0\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

2) Вычисляем определитель:

$$D=\begin{vmatrix} \dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0) & \dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}(M_0) \\ \dfrac{\partial^2}{\partial x\partial y}(M_0) & \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}(M_0) \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}=3>0.$$

Точка $M\left(\frac{1}{3};\frac{4}{3}\right)$ является точкой экстремума. Так как

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0)>0,$$

то точка $M_0\left(\frac{1}{3};\frac{4}{3}\right)$ является точкой локального **минимума.**

3) Находим значение функции в точке локального минимума:

$$z(M_0)=\left(\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{3}+\left(\frac{4}{3}\right)^2-\frac{2}{3}-\frac{12}{3}=-\frac{7}{3}.\otimes$$

Пример 3.7.4. Исследовать на экстремуму функцию, заданную формулой:

$$z(x,y)=x^2+y^2+\frac{(x+2y-16)^2}{2}.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим критические точки:

$$\begin{cases} z'_x=0, \\ z'_y=0, \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} 3x+2y=16, \\ x+3y=16. \end{cases}$$

Эта СЛАУ имеет решение:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 16/7 \\ 32/7 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, имеем одну критическую точку $M_0\left(\frac{16}{7};\frac{32}{7}\right)$.

2) Вычисляем определитель:

$$D=\begin{vmatrix} \dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0) & \dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}(M_0) \\ \dfrac{\partial^2}{\partial x\partial y}(M_0) & \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}(M_0) \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}=14>0.$$

Точка $M_0\left(\frac{16}{7};\frac{32}{7}\right)$ является точкой локального экстремума. Так как

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0)>0,$$

то точка $M_0\left(\frac{16}{7};\frac{32}{7}\right)$ является точкой локального **минимума.**

3) Находим значение функции в точке локального минимума:

$$z(M_0)\approx 36{,}6.\otimes$$

Практическое занятие № 8

Непосредственное вычисление суммы числового ряда

Пример 3.8.1. Найти сумму ряда

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n+1)}+\ldots.$$

Р е ш е н и е. Общий член ряда равен

$$a_n=\frac{1}{n\cdot(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}.$$

Следовательно, для последовательности частичных сумм ряда имеем

$$s_n=\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)\ldots=1-\frac{1}{n+1}.$$

Сумма ряда находится путём непосредственного предельного перехода:

$$\lim_{n\to\infty} s_n=\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=1.\otimes$$

Пример 3.8.2. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4n^2-1}$.

Р е ш е н и е. Общий член ряда можно представить в виде:

$$a_n=\frac{1}{4n^2-1}=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right).$$

Записывая общий член последовательности частичных сумм ряда в виде

$$s_n=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\ldots+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2(2n+1)}$$

и переходя непосредственно к пределу, получаем:

$$\lim_{n\to\infty}s_n=\lim_{n\to\infty}\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{2(2n+1)}\right]=\frac{1}{2}.\ \otimes$$

Пример 3.8.3. Найти сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^{n-1}}=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{2^{n-1}}+\ldots.$$

Р е ш е н и е. Имеем геометрическую прогрессию, которая в силу неравенства $q=\frac{1}{2}<1$ сходится и имеет сумму

$$S=\frac{1}{1-q}=2.\ \otimes$$

Необходимый признак сходимости

Пример 3.8.4. Проверить выполнение необходимого признака сходимости для ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n-1}$.

Р е ш е н и е. Вычисляя предел последовательности членов ряда, имеем

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2n-1}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n}}{2-\frac{1}{n}}=\frac{0}{2}=0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется. $\otimes$

Пример 3.8.5. Проверить выполнение необходимого признака сходимости для ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+1}$.

Р е ш е н и е. Вычисляя предел последовательности членов ряда, имеем

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n^2}}{1+\frac{1}{n^2}}=\frac{0}{1}=0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется. ⊗

Признак сравнения

Пример 3.8.6. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{1+2^{2n}}$.

Р е ш е н и е. Для почти всех n выполняется неравенство

$$\frac{2^n}{1+2^{2n}}<\frac{2^n}{2^{2n}}=\frac{1}{2^n}.$$

Следовательно, ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{1+2^{2n}}$ является минорантой ряда геометрической прогрессии $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}$, который сходится, так как $q=\frac{1}{2}<1$.

Следовательно, ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{1+2^{2n}}$ по признаку сравнения сходится. ⊗

Пример 3.8.7. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)}$.

Р е ш е н и е. Проверяем выполнение необходимого признака сходимости:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)}=0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется.

Общий член ряда удовлетворяет следующим условиям: $\forall n\in N$

$$-1 \le \sin n \le 1;\ 1 < 2 + \sin n < 3;\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2\left(2+\sin n\right)} > 0.$$

Имеем ряд с положительными членами, для которого можно применить признак сравнения.

Предположим, что ряд сходится, и попробуем подтвердить это предположение. Для этого заметим, что

$$\sqrt{n^3+1} < 2n^{3/2}.$$

Поэтому имеем:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2\left(2+\sin n\right)} < \frac{2n^{3/2}}{n^2} = \frac{2}{n^{1/2}}.$$

Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^{1/2}}$ является так называемым обобщённым гармоническим рядом $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{n^{\alpha}}$, который при $0 < \alpha < 1$ расходится. Поэтому предположение о сходимости исходного ряда подтвердить не удалось.

Предположим, что ряд расходится, и попробуем подтвердить это предположение. Для этого заметим, что

$$\sqrt{n^3+1} > \sqrt{n^3}.$$

Поэтому имеем:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2\left(2+\sin n\right)} > \frac{n^{3/2}}{3n^2} = \frac{1}{3n^{1/2}}.$$

Так как обобщённый гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^{1/2}}$ расходится, то и исходный ряд также расходится. ⊗

Признак Даламбера

Пример 3.8.8. Выяснить вопрос о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Р е ш е н и е. Находя отношение $\frac{a_{n+1}}{a_n}$, получаем:

$$a_n = \frac{\sqrt{n}}{2^n}, a_{n+1} = \frac{\sqrt{n+1}}{2^{n+1}};$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\sqrt{n+1}\cdot 2^n}{2^n \cdot 2 \cdot \sqrt{n}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{\frac{n+1}{n}} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{1+\frac{1}{n}}.$$

Очевидно, что для всех n выполняется неравенство $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$. Поэтому ряд сходится по признаку Даламбера. ⊗

Пример 3.8.9. Выяснить вопрос о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$.

Р е ш е н и е. Находя отношение $\frac{a_{n+1}}{a_n}$, получаем:

$$a_n = \frac{n^n}{n!}, \; a_{n+1} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!};$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}\cdot n!}{(n+1)!\cdot n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n.$$

Очевидно, что для всех n выполняется неравенство

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n > 1.$$

Поэтому ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$ по признаку Даламбера расходится. ⊗

Знакопеременные ряды

Пример 3.8.10. Выяснить вопрос о сходимости знакочередующегося ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}.$$

Р е ш е н и е. Члены ряда по абсолютной величине монотонно убывают:

$$1 > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \ldots.$$

Последовательность абсолютных величин членов ряда сходится к нулю:

$$\lim_{n\to\infty}|a_n| = \lim_{n\to\infty}\left|(-1)^{n-1}\frac{1}{n}\right| = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n} = 0.$$

Поэтому ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n}$ по признаку Лейбница сходится. ⊗

Пример 3.8.11. Оценить ошибку, допускаемую при замене суммы ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n}$$

суммой четырёх его первых членов.

Р е ш е н и е. Ряд сходится (см. предыдущую задачу). Ошибка, получающаяся при замене суммы ряда суммой четырёх его первых членов, меньше абсолютной величины пятого члена: $\Delta < 0{,}2$. ⊗

Пример 3.8.12. Выяснить вопрос о типе сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n!}$.

Р е ш е н и е. Ряд сходится (см. задачу 8.11). Рассмотрим ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!}$. Вычисляем отношение

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n!}{(n+1)!} = \frac{1}{n+1}.$$

Для всех n, очевидно, имеет место неравенство

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{n+1} < 1.$$

Поэтому ряд сходится абсолютно. ⊗

Пример 3.8.13. Выяснить вопрос о типе сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$.

Р е ш е н и е. Ряд знакочередующийся, последовательность его членов монотонно убывает и сходится к нулю. Поэтому ряд сходится по признаку Лейбница.

Рассмотрим ряд, составленный из абсолютных величин его членов, то есть ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$.

Сравнивая его с гармоническим рядом, замечаем, что для почти всех n (начиная с $n=2$) каждый член этого ряда больше соответствующего члена гармонического ряда:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{n}} > \frac{1}{n}.$$

Так как гармонический ряд расходится, то по признаку сравнения расходится и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$. Поэтому ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ не является абсолютно сходящимся, то есть сходится условно. ⊗

Практическое занятие 9

Функциональные ряды

Пример 3.9.1. Исследовать сходимость функционального ряда

$$\frac{4-x}{7x+2} + \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^2 + \frac{1}{5}\cdot\left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^3 + \ldots + \frac{1}{2n-1}\cdot\left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^n + \ldots$$

в точках $x_1 = 0$ и $x_2 = 1$.

Р е ш е н и е. 1) В точке $x_1 = 0$ имеем

$$2 + \frac{1}{3}\cdot 2^2 + \frac{1}{5}\cdot 2^3 + \ldots + \frac{1}{2n-1}\cdot 2^n + \ldots.$$

Это ряд с положительными членами. Применим признак Даламбера:

$$u_n = \frac{2^n}{2n-1};\ u_{n+1} = \frac{2^{n+1}}{2n+1};$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{2n+1}\cdot\frac{2n-1}{2^n} = 2\cdot\frac{2n-1}{2n+1} = 2\cdot\frac{2n+1-2}{2n+1} = 2\cdot\left(1-\frac{2}{2n+1}\right) > 1.$$

Поэтому в точке $x_1 = 0$ ряд расходится.

2) В точке $x_2 = 1$ имеем

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3^2} + \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{3^3} + \ldots + \frac{1}{2n-1}\cdot\frac{1}{3^n} + \ldots.$$

Применяем признак Даламбера:

$$u_n = \frac{1}{3^n\cdot(2n-1)};\ u_{n+1} = \frac{1}{(2n+1)\cdot 3^{n+1}};$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{(2n-1)\cdot 3^n}{(2n+1)\cdot 3^{n+1}}=\frac{1}{3}\cdot\frac{2n-1}{2n+1}=\frac{1}{3}\cdot\frac{2n+1-2}{2n+1}=\frac{1}{3}\cdot\left(1-\frac{2}{2n+1}\right)<1.$$

Поэтому в точке $x_2=1$ ряд сходится. $\otimes$

Пример 3.9.2. Найти промежуток сходимости и сумму ряда

$$1+e^{-x}+e^{-2x}+\ldots+e^{-(n-1)x}+\ldots.$$

Р е ш е н и е. В точке $x=0$ не выполняется необходимый признак сходимости и ряд, очевидно, расходится. Рассмотрим промежутки $(-\infty, 0)$ и $(0, \infty)$.

1) На промежутке $(-\infty, 0)$ имеем:

$$\lim_{n\to\infty}u_n=\lim_{n\to\infty}e^{-(n-1)x}=\lim_{n\to\infty}e^{(n-1)\cdot(-x)}=\left\{x=t\right\}=\lim_{n\to\infty}e^{(n-1)t},$$

где $t\in(0,\infty)$. Поэтому $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=\lim\limits_{n\to\infty}e^{(n-1)t}\neq 0$. Снова не выполняется необходимый признак сходимости. Ряд на промежутке $(-\infty, 0)$ расходится.

2) На промежутке $(0, \infty)$ выполняется необходимый признак сходимости. Далее имеем:

$$\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{e^{-nx}}{e^{-(n-1)x}}=\frac{e^{(n-1)x}}{e^{nx}}=e^{-x}=\frac{1}{e^x}.$$

На $(0, \infty)$ всегда $\dfrac{1}{e^x}<1$. Поэтому ряд сходится.

Перепишем ряд в виде:

$$1+\frac{1}{e^x}+\left(\frac{1}{e^x}\right)^2+\ldots+\left(\frac{1}{e^x}\right)^n+\ldots.$$

Имеем геометрическую прогрессию со знаменателем $q=\dfrac{1}{e^x}<1$. Поэтому сумма ряда равна

$$S=\frac{1}{1-q}=\frac{1}{1-\frac{1}{e^x}}=\frac{e^x}{e^x-1}.\otimes$$

Пример 3.9.3. Исследовать сходимость степенного ряда

$$x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^3+\ldots+\frac{1}{n}x^n+\ldots.$$

Р е ш е н и е. Здесь

$$a_n=\frac{1}{n},\ a_{n+1}=\frac{1}{n+1}.$$

Радиус сходимости

$$R=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|=\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{n}=1.$$

Ряд сходится в промежутке $-1<x<1.$

Если $x=1$, имеем гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$, который расходится.

Если $x=-1$, то получаем ряд

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\ldots.$$

Это ряд Лейбница и, следовательно, он сходится.

Таким образом, областью сходимости данного ряда является промежуток $x\in[-1,1)$, который можно задать двойным неравенством $-1\le x<1.\otimes$

Пример 3.9.4. Исследовать сходимость ряда

$$(x-2)+\frac{1}{2^2}(x-2)^2+\frac{1}{3^2}(x-2)^3+\ldots+\frac{1}{n^2}(x-2)^n+\ldots.$$

Р е ш е н и е. Коэффициенты ряда выражаются формулами:

$$a_n=\frac{1}{n^2};\ a_{n+1}=\frac{1}{(n+1)^2}.$$

Поэтому радиус сходимости

$$r=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)^2}{n^2}=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^2=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}\right)=1.$$

Таким образом, ряд сходится, если

$$-1<x-2<1\Rightarrow 1<x<3.$$

На левом конце промежутка сходимости $x=1$ имеем ряд

$$-1+\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}-\ldots.$$

Это знакочередующийся ряд Лейбница, который сходится, так как сходится ряд из абсолютных величин его членов.

На правом конце промежутка сходимости $x=3$ имеем ряд

$$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\ldots.$$

Этот ряд сходится, так как при $p>1$ сходится ряд

$$1+\frac{1}{2^p}+\frac{1}{3^p}+\frac{1}{4^p}+\ldots,$$

что является табличным фактом.

Степенной ряд сходится для значений x, удовлетворяющих двойному неравенству $1\le x\le 3.\otimes$

Пример 3.9.5. Исследовать сходимость ряда

$$1!(x-5)+2!(x-5)^2+3!(x-5)^3+\ldots+n!(x-5)^n+\ldots.$$

Р е ш е н и е. Коэффициенты ряда

$$a_n=n!;\ a_{n+1}=(n+1)!.$$

Поэтому радиус сходимости

$$r=\lim_{n\to\infty}\frac{n!}{(n+1)!}=\lim_{n\to\infty}\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n\cdot(n+1)}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1}=0.$$

Ряд сходится только при $x-5=0$, то есть в точке $x=5.\otimes$

Пример 3.9.6. Показать, что ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n}{x^4+n^2}$ сходится равномерно на промежутке $(-\infty,\infty)$.

Р е ш е н и е. Выпишем несколько первых членов ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n}{x^4+n^2}=-\frac{1}{x^4+1^2}+\frac{2}{x^4+2^2}-\frac{3}{x^4+3^2}+\ldots.$$

Имеем знакочередующийся ряд, причём

$$|u_1|=\frac{1}{x^4+1}>|u_2|=\frac{2}{x^4+4}>|u_3|=\frac{3}{x^4+9}>\ldots$$

Применим признак Лейбница:

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{(-1)^n\cdot n}{x^4+n^2}\right| = \lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n}}{\left(\frac{x^2}{n}\right)^2+1} = 0.$$

Ряд сходится для любых $x \in (-\infty, \infty)$.

Для остатка ряда имеем

$$|r_n| = \left|\sum_{n=m+1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n}{x^4+n^2}\right| < |u_{m+1}| = \left|\frac{(-1)^{m+1}\cdot(m+1)}{x^4+(m+1)^2}\right| < \frac{1}{m+1},$$

так как $x^4 > 0$. Рассмотрим неравенство $\frac{1}{m+1} < \varepsilon$. Из этого неравенства получаем $m > \frac{1}{\varepsilon} - 1$. Если теперь мы выберем $m_0 = \left[\frac{1}{\varepsilon} - 1\right] + 1$, то $\forall m \ge m_0$ получаем $|r_m| < \frac{1}{m+1} < \varepsilon$. Таким образом, ряд сходится на $(-\infty, \infty)$ независимо от x, то есть равномерно по $x \in (-\infty, \infty)$. $\otimes$

Ряд Тейлора (Маклорена)

Пример 3.9.7. Разложить функцию

$$f(x) = \frac{3}{2-x-x^2}$$

по степеням x $(x_0 = 0)$ в ряд Тейлора.

Р е ш е н и е. Данную функцию разложим на элементарные дроби:

$$f(x) = \frac{3}{2-x-x^2} = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{x+2}.$$

Теперь можно использовать готовое табличное разложение

$$\frac{1}{1-t} = 1+t+t^2+t^3+\ldots = \sum_{n=0}^{\infty} t^n,\ t \in (-1,1).$$

Применяя это разложение, получаем:

$$\frac{1}{1-x}=1+x+x^2+x^3+\ldots=\sum_{n=0}^{\infty}x^n;$$

$$\frac{1}{x+2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1+\frac{x}{2}}=\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^n}{2^n}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^n}{2^{n+1}},\ x\in(-2,2).$$

Получаем разложение для исходной функции:

$$f(x)=\frac{3}{2-x-x^2}=\sum_{n=0}^{\infty}\left(1+\frac{(-1)^n}{2^{n+1}}\right)x^n.$$

Область сходимости данного ряда – пересечение указанных областей сходимости:

$$M=(-1,1)\cap(-2,2)=(-1,1).\otimes$$

Пример 3.9.8. Разложить в ряд Маклорена функцию, определённую формулой $f(x)=\sin^2 x$.

Р е ш е н и е. Вычисляем производные данной функции:

$$f^{(0)}(x)=\sin^2 x;$$

$$f^{(1)}(x)=2\cdot\sin x\cdot\cos x=\sin 2x;$$

$$f^{(2)}(x)=2\cdot\cos 2x=2\cdot\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right);$$

$$f^{(3)}(x)=-4\cdot\sin 2x=2^2\cdot\sin\left(2x+2\frac{\pi}{2}\right);$$

$$f^{(4)}(x)=-8\cdot\cos 2x=2^3\cdot\sin\left(2x+3\frac{\pi}{2}\right);$$

.....;

$$f^{(n)}(x)=2^{n-1}\cdot\sin\left[2x+(n-1)\frac{\pi}{2}\right];$$

$$f^{(n+1)}(x)=2^n\cdot\sin\left[2x+n\cdot\frac{\pi}{2}\right];$$

.....

Вычисляем производные в точке $x=0$:

$$f^{(0)}(0)=0;$$

$$f'(0) = 0;$$

$$f''(0) = 2;$$

$$f'''(0) = 0;$$

$$f^{(4)}(0) = 2^3;$$

$$f^{(5)}(0) = 0;$$

$$f^{(6)}(0) = 2^5;$$

……..

Остаточный член в форме Лагранжа имеет вид

$$r_n = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} \cdot x^{n+1} = \frac{2^n \cdot \sin\left(2 \cdot \xi + \frac{n \cdot \pi}{2}\right)}{(n+1)!} \cdot x^{n+1} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{(2 \cdot x)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \sin\left(2 \cdot \xi + \frac{n \cdot \pi}{2}\right).$$

Так как

$$\lim_{n \to \infty} \frac{(2 \cdot x)^{n+1}}{(n+1)!} = 0, \left|\sin\left(2 \cdot \xi + \frac{n \cdot \pi}{2}\right)\right| \le 1,$$

получаем $\lim\limits_{n \to \infty} r_n = 0$. Поэтому функция $f(x) = \sin^2 x$ может быть разложена в ряд Маклорена

$$\sin^2 x = \frac{2}{2!} \cdot x^2 - \frac{2^3}{4!} \cdot x^4 + \frac{2^5}{6!} \cdot x^6 - \frac{2^7}{8!} \cdot x^8 + \ldots$$

на любом промежутке $[-b, b]$. ⊗

Задания для самостоятельной работы

Предел и дифференцируемость функций одного переменного

1. Выяснить тип монотонности последовательностей:

1) $\left(\frac{n}{2n+1}\right)$; 2) $\left(\frac{n}{5^n}\right)$; 3) $\left(\frac{n}{4n-3}\right)$; 4) $\left(\frac{n}{n+1}\right)$; 5) $\left(1+\frac{1}{2^n}\right)$.

2. Используя определение, показать, что $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x_0$, если:

1) $x_n = \frac{3n+1}{5n+2}$, $x_0 = \frac{3}{5}$;

2) $x_n = \frac{2n-2}{3n-1}$, $x_0 = \frac{2}{3}$;

3) $x_n = \frac{4n-2}{2n+3}$, $x_0 = 2$;

4) $x_n = \frac{4n^2+1}{n^2+2}$, $x_0 = 4$;

5) $x_n = \frac{3-n^3}{1+n^3}$, $x_0 = -1$;

6) $x_n = \frac{6n-2}{2n+1}$, $x_0 = 3$;

7) $x_n = \frac{3+8n^2}{1+4n^2}$, $x_0 = 2$;

8) $x_n = \frac{5n+2}{3n+1}$, $x_0 = \frac{5}{3}$.

3. Вычислить предел последовательности:

1) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1-n}{n}$;

2) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3n-2}{2n+5}$;

3) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(6-n)^2+(6+n)^2}{(6-n)^2-(6+n)^2}$;

4) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(4-n)^3-(2-n)^3}{(3-n)^2-(2+n)^4}$;

5) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(3+n)^2-(2+n)^2}{(2+n)^2-(1-n)^2}$;

6) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2+n)^3}{(n+2)^2-(n+1)^3}$;

7) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+2)^2-(n+5)^3}{(3-n)^3}$;

8) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+\dfrac{n}{2^n}}{n^2-1}$;

9) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^3}{n^2+1}-\dfrac{3n^2}{3n-1}\right)$;

10) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{a^2n^2+bn}-an\right)$;

11) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n\sqrt[3]{3n^2}+\sqrt[4]{4n^8+1}}{(n+\sqrt{n})\sqrt{7-n+n^2}}$;

12) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n-1}-\sqrt{2n^2+3}}{\sqrt[3]{n^3+3}+\sqrt[4]{n^5+2}}$;

13) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{10n^3-\sqrt{n^3+2}}{\sqrt{4n^6+3}-n}$;

14) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+5}+n}$;

15) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^{n+1}+5^{n+1}}{2^n+5^n}$;

16) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(2^{-n}\sin x\right)$;

17) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+2}{n-1}\right)^n$;

18) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2+1}{n^2}\right)^{n^2}$;

19) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2+n+3}{n^2+n-1}\right)^{-n^2}$;

20) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+n+5}{2n^2+n+1}\right)^{3n^2}$;

21) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$;

22) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{3n}\right)^{n}$.

23. Найти множество определения M и множество значений $f(M)$ функции $f(x)=\lg x$.

24. Найти множество определения M следующих функций:

1) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$; 2) $f(x)=\dfrac{2x}{x^2-5x+4}$; 3) $f(x)=(x-2)\cdot\sqrt{\dfrac{x+1}{1-x}}$;

4) $f(x)=\lg(x-2)-\sqrt{\dfrac{x+2}{1-x}}$; 5) $f(x)=\dfrac{3x^2-5x+2}{2x^3-3x^2+x}$.

25. Выяснить, какие из данных функций являются чётными, а какие нечётными:

1) $f(x)=1-x$; 2) $f(x)=x^3+x$; 3) $f(x)=\sqrt{2x-x^2}$;

4) $f(x)=x^5-x^3+x$; 5) $f(x)=x^2+x-1$.

26. Выяснить, является ли данная функция периодической и если функция является периодической, то найти её период:

1) $f(x)=5$; 2) $f(x)=\sin(6x+3)$; 3) $f(x)=\cos x^2$;

4) $f(x)=2[x]+1$, где $[x]$ – целая часть x.

27. Используя определение непрерывности функции по Гейне, доказать, что функция $f(x) = x^2 + 3x + 3$ непрерывна в любой точке действительной числовой оси $(-\infty, +\infty)$.

28. Используя определение непрерывности по Коши показать, что следующие функции непрерывны в заданных точках x_0:

1) $f(x) = 3x - 5,\ x_0 = 2$; 2) $f(x) = 4x^2 - 1,\ x_0 = 2$;

3) $f(x) = -3x^2 + 8,\ x_0 = 4$; 4) $f(x) = 4x^2 + 1,\ x_0 = 8$;

5) $f(x) = \sin x - \cos 2x,\ x_0 = \dfrac{\pi}{2}$.

29. Решить неравенство $\dfrac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 1} < 0$.

30. Найти предел данной функции при $x \to x_0$:

1) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{3x^2 - 5x + 2}{2x^3 - 3x^2 + x}$; 2) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3 + 3x^2 + 7x + 5}{x^2 - x - 2}$;

3) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 - 3x - 2}$; 4) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^4 - 1}{x^4 - x^3 + x - 1}$;

5) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3 - x^2 - x - 2}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$ 6) $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{x^4 - a^4}{x^3 - a^3}$; 7) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{1 + \sin x}{1 - \cos 2x}$;

8) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(+\sin 2x)}{\sin 3x}$; 9) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1 - \cos 2x}{\cos 5x - \cos 3x}$; 10) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1 + x3^x}{1 + x2^x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$;

12) $\lim\limits_{x\to 0} (-\ln\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$.

31. Используя свойства бесконечно малых и бесконечно больших функций, найти следующие пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{3x + 5}{x - 5}$; 2) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{\sin x}{x}$; 3) $\lim\limits_{x\to 0} \left(x \cdot \cos \dfrac{1}{x} \right)$;

4) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-x-1}{(x-1)^2}$; 5) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{6-x}}{x^2-4}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+2}{4x^5+x+1}$; 7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2^{x+1}+3^{x+1}}{2^x+3^x}$;

8) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)$; 9) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x}{4x}$; 10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{5}{x}\right)^{3x}$.

32. Используя таблицу производных, найти первую производную функцию для заданной функции и, если требуется, её значение в заданных точках:

1) $f(x)=\ln\dfrac{5-4x^2}{3+7x^2}$, $x_0=3$; 2) $f(x)=\ln\dfrac{(1+x^2)\cdot(-2x^3)}{(x^2-5)^2}$;

3) $f(x)=x\cdot\ln x$, $x=1$, $x=1x=e$, $x=\dfrac{1}{e}$, $x=\dfrac{1}{e^2}$;

4) $f(x)=\sqrt[8]{x^3}-4x^6+5\ln x-7\cos x+tg(3x^2+2)+ctg6x$;

5) $f(x)=\ln^2(-\cos x)$; 6) $f(x)=\dfrac{3^x(\sin x+\cos x\cdot\ln 3)}{1+\ln^2 3}$;

7) $f(x)=\ln\sin 3-\dfrac{\cos^2 x}{\sin x}$; 8) $f(x)=\ln(1+\sqrt{thx})$.

33. Найти первую производную и дифференциал функции

$$f(x)=\frac{\ln x}{\sin x}+(1+x^2)\cdot ctgx.$$

34. Найти $f'(0)$ и $df(0)$, если $f(x)=\dfrac{1-10^x}{1+10^x}$.

35. Найти $f'(x)$ и $df(x)$, если $f(x)=\ln(e^x+7)$.

36. Пусть функции f и g, определённые на одном и том же множестве $M\subset R$, n-раз дифференцируемы на этом множестве. Показать, что сумма и произведение этих функций также n-раз дифференцируемы на M.

37. Найти производные указанных порядков для данных функций:

1) $f(x)=\ln(2x-3)$, $f''(x)=?$;

2) $f(x)=\sin 2x+\cos 3x,\ f'''(x)=?;$

3) $f(x)=\dfrac{x+1}{2x+3},\ f'''(x)=?;$

4) $f(x)=\ln(3x+1),\ f'''(x)=?;$

5) $f(x)=3^{2x+1},\ f'''(x)=?;$

6) $f(x)=x^2\cdot\sin x,\ f^{(8)}=?.$

38. Найти производные и дифференциалы указанных порядков:

1) $f(x)=\cos^2 x,\ f''(x)=?,\ d^2 f(x)=?;$

2) $f(x)=e^x\cos x,\ f^{(8)}(x)=?,\ d^{(8)}f(x)=?.$

Дифференцируемость функций нескольких переменных

Интегрируемость функций одного переменного

1. Найти частные производные первого порядка функций, заданных формулами:

1) $u(x,y)=x^3\sin y+y^4;$ 2) $u(x,y)=x^2\sqrt{\dfrac{x+y}{x-y}}.$

2. Найти частные производные в заданных точках:

1) $u(x,y)=\dfrac{1-xy}{1+xy},\ A(0;1);$

2) $u(x,y)=x\sqrt{y}+\dfrac{y}{\sqrt[3]{x}},\ A(1;1);$

3) $u(x,y)=\ln\sqrt{x^2+y^2},\ A(\sqrt{2};1).$

3. Найти полные дифференциалы следующих функций:

1) $u=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}};$ 2) $u=\ln(x_1+\sqrt{x_1^2+x_2^2});$

3) $u=\ln\sin(x_1-2x_2);$ 4) $u=x^2yz^4;$ 5) $u=\ln(x^3-y^3+2z^3).$

4. Пусть функция задана формулой $f(x, y) = x^2 \sin^2 y$. Вычислить $df(x_0, y_0)$ в точке $(x_0, y_0) = \left(-1; \frac{\pi}{4}\right)$.

5. Вычислить значения полных дифференциалов функций, заданных формулами:

1) $u = \frac{x_2}{x_2 - x_1}$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $dx_1 = \frac{1}{2}$, $dx_2 = -\frac{1}{3}$;

2) $u = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$,

$x = 3$, $y = 4$, $z = 5$, $dx = -0{,}1$, $dy = 0{,}3$, $dz = 0{,}2$.

6. Вычислить приближённое значение выражения $(1{,}02)^3 \cdot (0{,}97)^2$.

7. Найти $\frac{du}{dt}$, если $u = e^{x-3y}$, $x = \sin t$, $y = t^2$.

8. Найти $\frac{\partial f}{\partial u}, \frac{\partial f}{\partial v}$, если $f = \ln(x^2 + y^2)$, $x = uv$, $y = \frac{u}{v}$.

9. Функция задана уравнением $e^u = \cos x \cos y$. Найти $\frac{\partial u}{\partial x}$ и $\frac{\partial u}{\partial y}$.

10. Проверить справедливость теоремы Ферма для функции $f(x) = 3x^2 - 1$ на промежутке $[-1, 2]$.

11. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции $f(x) = x$ на промежутке $[0, 1]$.

12. Проверить справедливость первой теоремы о среднем для функции $f(x) = 2x - x^2$ на промежутке $[1, 3]$. Найти точку ξ, удовлетворяющую условию $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(\xi)$.

13. Раскрыть неопределённости по правилам Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = \left[\frac{0}{0}\right]$; 2) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$;

3) $\lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x - 1}\right) = [\infty - \infty]$; 4) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \left[\frac{0}{0}\right]$;

5) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-3x^2+2}{x^3-4x^2+3}=\left[\dfrac{0}{0}\right]$; 6) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x^2}=\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]$.

14. Показать, что разложение функции $f(x)=\cos x$ по формуле Маклорена имеет вид:

$$\cos x=1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\ldots+(-1)^{k-1}\frac{x^{2k-2}}{(2k-2)!}+(-1)^k\frac{x^{2k}}{(2k)!}\cos\theta x.$$

15. Показать, что разложение функции $\ln(1+x)$ по формуле Маклорена имеет вид:

$$\ln(1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\ldots+(-1)^{n-1}\frac{x^n}{n}+(-1)^n\frac{x^{n+1}}{n+1}\left(\frac{1}{1+\theta x}\right)^{n+1}.$$

16. Написать разложение для функции $f(x)=e^{\sin x}$ по формуле Маклорена до степени x^3 включительно.

17. Найти промежутки монотонности функции:

1) $f(x)=x^3+3x^2-9x-2$; 2) $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$;

3) $f(x)=x(1+\sqrt{x})$; 4) $f(x)=x-2\sin x,\ (0\le x\le 2\pi)$.

18. Исследовать на экстремум функцию:

1) $f(x)=\dfrac{1}{3}\cdot x^3+\dfrac{5}{2}\cdot x^2+4x+3$;

2) $f(x)=(x-5)e^x$;

3) $f(x)=(x-1)^4$;

4) $f(x)=\dfrac{1}{x}+\ln x$.

19. Определить наименьшее и наибольшее значения функции на заданном промежутке:

1) $f(x)=3x^5-5x^3+10,\ [-1,2]$;

2) $f(x)=1-\sqrt[3]{x^2-2x},\ [0,2]$;

3) $f(x)=\dfrac{4x^2}{3+x^2},\ [-1,1]$;

4) $f(x)=2-12x^2-8x^3,\ [-2,0]$;

5) $f(x)=\dfrac{x^3-9x^2}{6x-5}$, $[0,4]$;

6) $f(x)=2-12x^2-8x^3$, $[-2,0]$.

20*. Из прямоугольного куска жести шириной 50 см. и длиной 80 см. делают ящики: в углах вырезают квадраты, закрывают выступающие края и запаивают кромки. Определить, какого размера квадраты следует вырезать, чтобы объём ящика был максимальным.

21*. Разложить число 20 на два слагаемых так, чтобы их произведение было наибольшим.

22. Имеет ли точки перегиба функция $f(x)=x^3-6x^2+2x-1$?

23. Показать, что график функции

$$f(x)=\frac{1}{30}x^6-\frac{13}{12}x^4+18x^2-7x-1$$

имеет точки перегиба графика в точках $x_{1,2}=\pm 2$, $x_{3,4}=\pm 3$ множества определения функции.

24. Найти промежутки, на которых график функции является выпуклым и выгнутым:

1) $f(x)=x^3-6x^2+12x+4$; 2) $f(x)=x^4+8x^2+16$.

25. Найти асимптоты графика функции:

1) $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2+1}+2$; 2) $f(x)=\sqrt{x^2-4x+3}$;

3) $f(x)=\dfrac{-5x+3}{x+2}$; 4) $f(x)=\dfrac{-x^2+7x}{x-3}$;

5) $f(x)=\sqrt{1+x^2}-2x$.

26*. Исследовать функцию и построить её график:

1) $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2+7x-3}{2x^2}$; 2) $f(x)=-\dfrac{1}{3}x^3+2x^2-1$;

3) $f(x)=2x-1+(x+1)^{-1}$; 4) $f(x)=x(-x^2)^{-2}$;

5) $f(x)=x^4(+x)^{-3}$; 6) $f(x)=x^2(-x)(+x)^{-2}$.

27. Найти градиент функции $u=\sqrt{4+x^2+y^2}$ в точке $M(2;1)$.

Ответ: $\frac{2}{3}\vec{e}_1+\frac{1}{3}\vec{e}_2$.

28. Найти производную функции

$$u = x^2 + y^2 - 3x + 2y$$

по направлению радиус-вектора точки $M(3; 4)$ в начале координат.

Ответ: $\frac{1}{5}$.

29. Найти производную функции, определённой формулой

$$u = \frac{x_1 x_2 x_3}{3},$$

в точке $M_0(1; 2; 3)$ по направлению вектора $\vec{M_0M}$, если $M(4; 1; 6)$.

30. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой:

$$f(x, y) = 3x_1 + 6x_2 - x_1^2 - x_1x_2 - x_2^2.$$

Ответ: функция в точке $M(0; 3)$ имеет локальный максимум $f(0; 3) = 9$.

31. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой:

$$f(x, y) = e^{\frac{x}{2}}(x + y^2).$$

Ответ: функция в точке $M(-2; 0)$ имеет локальный минимум: $f(-2; 0) = -\frac{2}{e}$.

32*. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой

$$z = x^2 + y^2$$

при условии, что $\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1$.

Ответ: функция в точке $M\left(\frac{36}{25}; \frac{48}{25}\right)$ имеет локальный минимум

$$f\left(\frac{36}{25}; \frac{48}{25}\right) = \frac{144}{25}.$$

33*. Найти наибольшее и наименьшее значения функции, заданной формулой

$$f(x, y) = xy$$

в круге $x^2 + y^2 \le 1.$

Ответ: $f_{\min} = -\frac{1}{2};\ f_{\max} = \frac{1}{2}.$

34. Найти неопределённые интегралы непосредственным интегрированием, используя свойства неопределённого интеграла и таблицу первообразных:

1) $\int (x^6 - 6x^5 + 40x^3 - 24x^2)\,dx$; 2) $\int \sqrt[3]{x^2}\,(\sqrt[3]{x} - 1)\,dx$;

3) $\int \frac{(4 - 3\sqrt{x})^2}{x^2}\,dx$; 4) $\int \frac{x+2}{x+3}\,dx$; 5) $\int \left(\sum_{k=0}^{n} a_k x^k \right) dx$;

6) $\int (2x^2 + 1)^3\,dx$; 7) $\int (1 + \sqrt{x})^4\,dx$; 8) $\int \frac{(x+1)\cdot(x^2 - 3)}{3x^2}\,dx$;

9) $\int \frac{(x - \sqrt{x})\cdot(1 + \sqrt{x})}{\sqrt[3]{x}}\,dx$; 10) $\int (e^x - 1)(e^{-x} + 1)\,dx$;

11) $\int \frac{x^2 + 3}{x^2 + 1}\,dx$; 12) $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x}\,dx$; 13) $\int \frac{\sin 3x - \sin 5x}{\cos 4x}\,dx$;

14) $\int \frac{2^{x+1} - 5^{x-1}}{10^x}\,dx$; 15) $\int \frac{dx}{2 + 3x^2}\,dx.$

35. Найти неопределённые интегралы методом подведения под дифференциал:

1) $\int \frac{dx}{ax + b}$, где a, b – постоянные;

2) $I = \int \frac{x\,dx}{1 + x^2}$;

3) $\int \sqrt{x + 3}\,dx$ (***Указание:*** использовать подстановку $t = x + 3$);

4) $I = \int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$ (***Указание:*** использовать подстановку $t = e^x$);

5) $\int \frac{x^2 + 1}{(x^3 + 3x + 1)^4}\,dx$; 6) $\int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$;

7) $\int \frac{3\sqrt{x}+1}{2x\sqrt{x}+x}dx$; 8) $\int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^4}}$;

9) $\int \frac{x\cos x+\sin x}{(x\sin x)^3}dx$; 10) $\int \frac{\sin 2x-\cos x}{(\cos^2 x+\sin x)^2}dx$.

36. Найти неопределённые интегралы методом подстановки:

1) $\int x\cdot e^{x^2}dx$ (***Указание:*** использовать подстановку $t=x^2$);

2) $\int \frac{\ln^3 x}{x}dx$; 3) $\int (2x-5)^7 dx$; 4) $\int e^{4-3x}dx$;

5) $\int 6^{5x+2}dx$; 6) $\int \frac{6x-5}{\sqrt{3x^2-5x+4}}dx$; 7) $\int \frac{e^x dx}{2e^x+7}$; 8) $\int \frac{dx}{x\ln x}$;

9) $\int \frac{\sqrt[6]{\ln^5 x}}{x}dx$; 10) $\int \frac{e^{5x}}{4-e^{10x}}dx$; 11) $\int \sin x\cos^2 xdx$;

12) $\int \frac{\cos x}{\sqrt[3]{\sin x}}dx$; 13) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x\sqrt{\cos x}}dx$;

14) $\int \frac{\sqrt{5tgx}}{\cos^2 x}dx$; 15) $\int e^{4\cos x-1}\sin xdx$.

37. Найти неопределённый интеграл методом интегрирования по частям:

1) $\int x^2\cdot\cos xdx$; 2) $\int x^2\cdot\sin xdx$; 3) $\int x\cdot e^x dx$;

4) $\int (x^2+2x+3)\cdot\cos xdx$; 5) $\int \frac{x}{\sin^2 x}dx$; 6) $\int e^{2x}\cos xdx$;

7) $\int x^2 e^x dx$; 8) $\int x\ln xdx$.

38. Найти определённый интеграл:

1) $\int_0^1 x\cdot e^{-x}dx$;

2) $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x}dx$ (***Указание:*** использовать подстановку $t=\ln x$);

3) $\int_0^r \sqrt{r^2 - x^2}\,dx$ (***Указание:*** использовать замену переменной интегрирования $x = r \cdot \sin t$ и формулу интегрирования по частям);

4) $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{(\cos x + \sin x)^3}\,dx$; 5) $\int_1^e \frac{1 + \ln^3 x}{x}\,dx$; 6) $\int_{-2}^5 \sqrt[3]{5x+2}\,dx$;

7) $\int_{0,5}^{0,5} \frac{3^x}{1+9^x}\,dx$; 8) $\int_0^{0,5} e^{\sin \pi x} \cos \pi x\,dx$; 9) $\int_0^1 x e^{-x}\,dx$;

10) $\int_0^{\pi} e^x \cos^2 x\,dx$; 11) $\int_0^{\pi} (\pi - x)\sin x\,dx$; 12) $\int_{-1}^0 (2x+3)e^{-x}\,dx$;

13) $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{x\,dx}{\sin^2 x}$; 14) $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\cos x}{3 + \cos x}\,dx$; 15) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x}\,dx$; 16) $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1 + tgx}{\sin 2x}\,dx$.

Числовые ряды

1. Выяснить вопрос о сходимости и найти суммы рядов:

1) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \ldots$; 2) $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \ldots$;

3) $1 + \frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{4}} + \frac{1}{\sqrt[3]{8}} + \ldots$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{n^2 + 5n + 6}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2 - 5n + 6}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{30}{25n^2 + 5n - 6}$;

7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{90}{4n^2 + 8n - 5}$; 8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{18}{n^2 + 3n}$; 9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{9n^2 - 3n - 2}$;

10) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{4n^2 - 1}$; 11) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{16}{16n^2 - 8n - 3}$; 12) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{60}{(2n+1)(2n+3)(2n+5)}$.

2. Проверить, выполнение необходимого признака сходимости для рядов:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}$;

3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+1}$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(4-n^3)-(2-n^3)}{(-n^2)-(2+n^4)}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3-n^3)-(2-n^3)}{(-n^3)-(1+n^3)}$.

3. Исследовать сходимость ряда, используя признак сравнения:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{1+2^{2n}}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n\cdot(1+2^n)}$;

3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4-2\sin n}{n-\ln n}$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2+\cos n}{n^2+3}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2\ln n}{n^3-2}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{\sqrt[4]{n^9}}$;

7) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{\sqrt[3]{n+3}}$; 8) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2 n}{n^2+1}$;

9) $\sum_{n=1}^{\infty}\ln\frac{n^3+6}{n^3+5}$; 10) $\sum_{n=1}^{\infty}n\ln\frac{n^4+3}{n^4+2}$;

11) $\sum_{n=1}^{\infty}n\ln\frac{3^n+n}{7^n+2n}$; 12) $\sum_{n=1}^{\infty}n^2\left(e^{\frac{1}{2n^3}}-1\right)$.

4. Исследовать сходимость ряда, используя признак Даламбера:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n^5}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{(n!)^3}$;

4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3n+2)!}{2^n(2n+5)!}$; 5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n(5^5-1)}{n!}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n n!}{(2n)!}$;

7) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n!}{(2n)!}$; 8) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n!}{n^n}$.

5. Исследовать сходимость ряда, используя радикальный признак Коши:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n^2+1}{2n^2+1}\right)^{n^2}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n^3+n}{3n^3-1}\right)^{n^2}$;

3) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{5n-3}{7n+1}\right)^{n^3}$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n+1}{5n+3}\right)^{n}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{n}\left(\frac{n}{2n+1}\right)^{2n}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2 3^n}{5^{n+1}}$.

6. Исследовать сходимость знакопеременного ряда и выяснить тип сходимости (абсолютная или условная):

1) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{3n-2}{3n-1}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\left(1+\frac{n}{10^n}\right)$;

3) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n+1}{n^2+n+1}$.

Функциональные ряды

1. Исследовать сходимость функциональных рядов в указанных точках:

1) $\frac{3x+1}{x^2+x+1}+\left(\frac{3x+1}{x^2+x+1}\right)^2+\ldots+\left(\frac{3x+1}{x^2+x+1}\right)^n+\ldots,$

$x=1,\ x=2,\ x=3;$

2) $\frac{1!}{1}(x^2-4x+6)+\frac{2!}{2^2}(x^2-4x+6)^2+\ldots+\frac{n!}{n^2}(x^2-4x+6)^n+\ldots,$

$x=1,\ x=2,\ x=3.$

9. Найти область сходимости функционального ряда

1) $\frac{1}{1+x^2}+\frac{1}{2^2(1+x^2)^2}+\ldots+\frac{1}{n^2(1+x^2)^n}+\ldots;$

2) $1+\frac{1}{2^x}+\frac{1}{3^x}+\ldots+\frac{1}{n^x}+\ldots;$

3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n\left(x^2-6x+10\right)^n}$;

4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n\left(x^2-5x+9\right)^n}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n}{n^2\left(x^2+3\right)^n}$;

6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n\left(x^2-4x+8\right)^n}$;

7) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{6^n}{n^2\left(x^2-2x+6\right)^n}$;

8) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{\left(n+\sqrt{n}\right)^x}$.

3. Найти радиус и промежуток сходимости степенного ряда:

1) $\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}+\ldots$;

2) $1+\frac{x^3}{10}+\frac{x^6}{10^2}+\ldots+\frac{x^{3(n-1)}}{10^{n-1}}+\ldots$;

3) $2x^5+\frac{4x^{10}}{3}+\frac{8x^{15}}{5}+\ldots+\frac{2^n x^{5n}}{2n-1}+\ldots$;

4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{n(n-1)/2}}{n!}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{n\cdot 9^n}$;

6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+5)^{2n}}{4^n}$;

7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(n+1)2^n}$;

8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}(x+3)^n}{n^2+1}$;

9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n-1}}{(n^3+3n)4^n}$;

10) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+2)^n}{(n+1)3^n}$.

4. Разложить данную функцию в ряд Тейлора в окрестности данной точки, или в ряд Маклорена в окрестности нуля;

1) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{9+x^2}}$;

2) $f(x) = \frac{x}{3+2x}$;

3) $f(x) = \sqrt[4]{16+x}$;

4) $f(x) = 2^x$;

5) $f(x) = \cos^2 x$;

6) $f(x) = e^{-x^2}$;

7) $f(x) = \frac{1}{x}$ по степеням $x-2$;

8) $f(x) = 3^x$;

9) $f(x) = e^{-2x}$;

10) $f(x) = \sqrt{x+2}$.

ЧАСТЬ 4. ТЕОРИЯ ПОЛЯ. ВЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Практическое занятие 1

Базисные векторные поля

Пример 4.1.1. Показать, что орты полярной системы координат связаны с ортами декартовой системы координат соотношениями

$$\vec{g}_{\langle r\rangle} = \cos\varphi\,\vec{e}_1 + \sin\varphi\,\vec{e}_2,\ \vec{g}_{\langle\varphi\rangle} = -\sin\varphi\,\vec{e}_1 + \cos\varphi\,\vec{e}_2. \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. В полярной системе координат связь между старыми (декартовыми) и новыми (полярными) координатами даётся обратным отображением

$$x^1 = r\cos\varphi,\ x^2 = r\sin\varphi. \qquad (2)$$

Следовательно, для радиус-вектора получаем

$$\vec{r} = r\cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\sin\varphi\cdot\vec{e}_2. \qquad (3)$$

Воспользуемся формулами связи базисных векторных полей:

$$\vec{g}_j \overset{def}{=} \frac{\partial\vec{x}}{\partial q^j} = \frac{\partial\vec{x}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial q^j} = \frac{\partial x^i}{\partial q^j}\vec{e}_i = A^{i\cdot}_{\cdot j}\vec{e}_i. \qquad (4)$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_r$ имеем:

$$\vec{g}_r = \frac{\partial\vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial r} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial r}\left(\cos\varphi\right)\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r}\left(\sin\varphi\right)\vec{e}_2 = \cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + \sin\varphi\cdot\vec{e}_2. \qquad (5)$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_\varphi$ имеем:

$$\vec{g}_{\varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial \varphi} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial \varphi} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial \varphi}(r\cos\varphi)\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \varphi}(r\sin\varphi)\vec{e}_2 =$$

$$= -r\sin\varphi \cdot \vec{e}_1 + r\cos\varphi \cdot \vec{e}_2. \qquad (6)$$

Так как

$$\left\|\vec{g}_r\right\| = \sqrt{\left(\vec{g}_r, \vec{g}_r\right)} = \sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi} = 1,$$

то базисное векторное поля $\vec{g}_r$ нормировано и, следовательно, имеем

$$\vec{g}_{\langle r\rangle} \equiv \vec{g}_r = \cos\varphi \cdot \vec{e}_1 + \sin\varphi \cdot \vec{e}_2. \qquad (7)$$

Векторное поле $\vec{g}_{\varphi}$ не нормировано, а его норма

$$\left\|\vec{g}_{\varphi}\right\| = \sqrt{\left(\vec{g}_{\varphi}, \vec{g}_{\varphi}\right)} = \sqrt{(r\sin\varphi)^2 + (\cos\varphi)^2} = r. \qquad (8)$$

Орт векторного поля $\vec{g}_{\varphi}$ равен

$$\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} = \frac{1}{\left\|\vec{g}_{\varphi}\right\|}\vec{g}_{\varphi} = \frac{1}{r}\left(-r\sin\varphi \cdot \vec{e}_1 + r\cos\varphi \cdot \vec{e}_2\right) =$$

$$= -\sin\varphi \cdot \vec{e}_1 + \cos\varphi \cdot \vec{e}_2. \qquad (9)$$

Формулы (7) и (9) решают поставленную задачу. $\otimes$

Пример 4.1.2. В полярной системе координат закон движения точки задан уравнениями

$$x^1(t) = r(t)\cos\varphi(t),\ x^2(t) = r(t)\sin\varphi(t), \qquad (1)$$

где t – время. Найти скорость и ускорение точки в декартовых и полярных координатах.

Р е ш е н и е. Векторная параметризация движения имеет вид

$$\vec{r} = r\cos\varphi \cdot \vec{e}_1 + r\sin\varphi \cdot \vec{e}_2. \qquad (2)$$

Вектор скорости

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(r\cos\varphi)\cdot\vec{e}_1 + \frac{d}{dt}(r\sin\varphi)\cdot\vec{e}_2 =$$

$$= \left(\frac{dr}{dt}\cdot\cos\varphi + r\cdot\frac{d}{d\varphi}(\cos\varphi)\cdot\frac{d\varphi}{dt}\right)\cdot\vec{e}_1 +$$

$$+ \left(\frac{dr}{dt}\cdot\sin\varphi + r\cdot\frac{d}{d\varphi}(\sin\varphi)\cdot\frac{d\varphi}{dt}\right)\cdot\vec{e}_2 =$$

$$= \left(\frac{dr}{dt}\cdot\cos\varphi - r\cdot\sin\varphi\cdot\frac{d\varphi}{dt}\right)\cdot\vec{e}_1 + \left(\frac{dr}{dt}\cdot\sin\varphi + r\cdot\cos\varphi\cdot\frac{d\varphi}{dt}\right)\cdot\vec{e}_2. \qquad (3)$$

Найдём проекции вектора скорости на оси полярной системы координат. Для этого вычислим значения скалярных произведений вектора скорости и ортов полярной системы координат, найденных в предыдущей задаче (формулы (7) и (9)):

$$v_r \equiv \Pr_{\vec{e}_r}\vec{v} = \left(\vec{v}, \vec{g}_{\langle r\rangle}\right) =$$

$$= \left(\frac{dr}{dt}\cos\varphi - r\frac{d\varphi}{dt}\sin\varphi\right)\cos\varphi + \left(\frac{dr}{dt}\sin\varphi + r\frac{d\varphi}{dt}\cos\varphi\right)\sin\varphi = \frac{dr}{dt}, \qquad (4)$$

$$v_\varphi \equiv \Pr_{\vec{e}_\varphi}\vec{v} = \left(\vec{v}, \vec{g}_{\langle\varphi\rangle}\right) =$$

$$= \left(\frac{dr}{dt}\cos\varphi - r\frac{d\varphi}{dt}\sin\varphi\right)(-\sin\varphi) + \left(\frac{dr}{dt}\sin\varphi + r\frac{d\varphi}{dt}\cos\varphi\right)\cos\varphi =$$

$$= r\frac{d\varphi}{dt}. \qquad (5)$$

Таким образом, вектор скорости в полярной системе координат имеет вид

$$\vec{v} = \frac{dr}{dt}\vec{g}_{\langle r\rangle} + r\frac{d\varphi}{dt}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}. \qquad (6)$$

Найдём разложение вектора ускорения по ортам полярной системы координат. Для этого используем формулы (7) и (9) из предыдущей задачи и формулу (6) из этой задачи:

$$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2}\vec{g}_{\langle r\rangle} + \frac{dr}{dt}\frac{d\vec{g}_{\langle r\rangle}}{dt} + \frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} + r\frac{d^2\varphi}{dt^2}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} + r\frac{d\varphi}{dt}\frac{d\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}}{dt};$$

$$\frac{d\vec{g}_{\langle r\rangle}}{dt} = -\sin\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_1 + \cos\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_2;$$

$$\frac{d\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}}{dt} = -\cos\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_1 - \sin\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_2;$$

$$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2}\vec{g}_{\langle r\rangle} + \frac{dr}{dt}\left(-\sin\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_1 + \cos\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_2\right) +$$

$$+\frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} + r\frac{d^2\varphi}{dt^2}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} +$$

$$+r\frac{d\varphi}{dt}\left(-\cos\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_1 - \sin\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_2\right) =$$

$$=\left(\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right)\vec{g}_{\langle r\rangle} + \left(r\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\right)\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}.$$

Итак, в полярной системе координат для ускорения получаем следующее выражение:

$$\vec{w} = \left(\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right)\vec{g}_{\langle r\rangle} + \left(r\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\right)\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}. \otimes \qquad (7)$$

Пример 4.1.3. Закон движения точки в полярных координатах имеет вид:

$$\begin{cases} r = t\cdot\sin 3t, \\ \varphi = t^3. \end{cases} \qquad (1)$$

Найти скорость и ускорение точки в полярных и декартовых координатах в момент времени $t = 1\,c$. Радиус дан в метрах.

Р е ш е н и е. 1) Полярные координаты точки в заданный момент времени:

$$r(1) = \sin 3 = 0{,}141;\ \varphi(1) = 1.$$

2) Дифференцируя уравнения движения (1) по времени, получаем:

$$\begin{cases} \dot{r} = \sin 3t + 3t\cos 3t, \\ \dot{\varphi} = 3t^2. \end{cases} \qquad (2)$$

При $t = 1\,c$ имеем:

$$\dot{r}(1) = -2{,}829,\ \dot{\varphi}(1) = 3.$$

3) По формулам (4) и (5) предыдущей задачи находим компоненты скорости в полярных координатах:

$$v_r(1) = \dot{r}(1) = -2{,}829\ \frac{м}{c};\ v_\varphi(1) = r(1)\cdot\dot{\varphi}(1) = 0{,}423\ \frac{м}{c}.$$

4) Норма скорости:

$$v(1) = \sqrt{v_r^2(1) + v_\varphi^2(1)} = 2{,}860\ \frac{м}{c}.$$

5) Дифференцируя формулы связи полярных и декартовых координат по времени, находим компоненты скорости в декартовых координатах:

$$v^1 = \dot{x}^1 = \dot{r}\cos\varphi - r\dot{\varphi}\sin\varphi = v_r\cos\varphi - v_\varphi\sin\varphi;$$

$$v^2 = \dot{x}^2 = \dot{r}\sin\varphi + r\dot{\varphi}\cos\varphi = v_r\sin\varphi + v_\varphi\cos\varphi.$$

В заданный момент времени имеем:

$$v^1(1) = -1{,}883\ \frac{м}{c};\ v^2(1) = -2{,}148\ \frac{м}{c}.$$

Проверка правильности вычислений (норма вектора скорости в декартовых и полярных координатах должна быть одинаковой):

$$v = \sqrt{(v^1)^2 + (v^2)^2} = 2{,}85\ \frac{м}{c}.$$

6) Находим вторые производные, дифференцируя (2):

$$\ddot{r} = 6\cos 3t - 9t\sin 3t;\ \ddot{\varphi} = 6t.$$

При $t = 1$ имеем:

$$\ddot{r}(1) = -9{,}74;\ \ddot{\varphi}(1) = 6.$$

7) Находим компоненты ускорения в полярных координатах:

$$w_r(1) = \ddot{r}(1) - r(1)\dot{\varphi}^2(1) = -11{,}01\ \frac{м}{c^2};$$

$$w_\varphi(1) = r(1)\ddot{\varphi}(1) + 2\dot{r}(1)\dot{\varphi}(1) = -16{,}128\ \frac{м}{c^2}.$$

8) Норма ускорения

$$w = \sqrt{w_r^2 + w_\varphi^2} = 19{,}52\ \frac{м}{c^2}.$$

9) Компоненты ускорения в декартовых координатах находим двукратным дифференцированием формулы (2) по времени:

$$w^1 = \left(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2\right)\cos\varphi - \left(r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}\right)\sin\varphi \equiv w_r\cos\varphi - w_\varphi\sin\varphi;$$

$$w^2 = \left(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2\right)\sin\varphi + \left(r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}\right)\cos\varphi = w_r\sin\varphi + w_\varphi\cos\varphi.$$

При $t = 1$ имеем:

$$w^1(1) = 7{,}602;\ w^2(1) = -17{,}95.$$

Проверка:

$$w = \sqrt{(w^1)^2 + (w^2)^2} = 19{,}49. \otimes$$

Пример 4.1.4. Закон движения точки в полярных координатах имеет вид:

$$r = 22\cdot\frac{1-\dfrac{t^2}{121}}{t};\ \varphi = \arccos\left(\frac{t}{11}\right).$$

Найти скорость и ускорение точки в полярных и декартовых координатах в момент времени $t = 9\ c$. Радиус дан в метрах.

Ответ:

r	$\dot{r}$	φ	$\dot{\varphi}$	v_r	v_φ	v	v^1	v^2
м	м/с	рад	рад/сек			м/с		
0,81	-0,45	0,61	-0,16	-0,45	-0,13	0,47	-0,3	-0,37

Пример 4.1.5. Выразить базисные векторные поля цилиндрической системы координат в виде разложения по ортам декартовой системы координат.

Р е ш е н и е. Связь декартовых и цилиндрических координат имеет вид

$$\begin{cases} x^1 = r\cos\varphi, \\ x^2 = r\sin\varphi, \\ x^3 = h, \end{cases} \det\left(\frac{\partial(x^1, x^2, x^3)}{\partial(r, \varphi, h)}\right) = \begin{vmatrix} \cos\varphi & -r\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & r\cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = r,$$

где для цилиндрических координат принимаются следующие пределы изменения:

$$D = \{r, \varphi, h\} \subset R_2^3 : 0 \le r < +\infty, 0 \le \varphi < 2\pi, -\infty < h < +\infty .$$

Для радиус-вектора имеем

$$\vec{r} = r\cos\varphi\,\vec{e}_1 + r\sin\varphi\,\vec{e}_2 + h\,\vec{e}_3.$$

Дифференцируем разложение радиус-вектора последовательно по цилиндрическим координатам и используем формулу разложения базисных векторных полей по ортам декартовой системы координат

$$\vec{g}_j \overset{def}{=} \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^j} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial q^j} = \frac{\partial x^i}{\partial q^j}\vec{e}_i = \frac{\partial x^1}{\partial q^j}\vec{e}_1 + \frac{\partial x^2}{\partial q^j}\vec{e}_2 + \frac{\partial x^3}{\partial q^j}\vec{e}_3.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_r$ имеем:

$$\vec{g}_r = \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial r} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial r}(\cos\varphi)\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r}(\sin\varphi)\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial r}h\cdot\vec{e}_3 = \cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + \sin\varphi\cdot\vec{e}_2.$$

Так как для векторного поля $\vec{g}_r$

$$\left\|\vec{g}_r\right\| = \sqrt{\left(\vec{g}_r, \vec{g}_r\right)} = \sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi} = 1,$$

то базисное векторное поле $\vec{g}_r$ нормированное, то есть

$$\vec{g}_{\langle r\rangle} \equiv \vec{g}_r.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_{\varphi}$ имеем:

$$\vec{g}_{\varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial \varphi} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial \varphi} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\cos\varphi \cdot \vec{e}_1\right) + \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\sin\varphi \cdot \vec{e}_2\right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} h \cdot \vec{e}_3 =$$

$$= -r\sin\varphi \cdot \vec{e}_1 + r\cos\varphi \cdot \vec{e}_2.$$

Так как для векторного поля $\vec{g}_{\varphi}$

$$\left\|\vec{g}_{\varphi}\right\| = \sqrt{\left(\vec{g}_{\varphi}, \vec{g}_{\varphi}\right)} = \sqrt{\left(r\sin\varphi\right)^2 + \left(\cos\varphi\right)^2} = r,$$

то поле $\vec{g}_{\varphi}$ ненормированное. Находим орт поля:

$$\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} = \frac{1}{\left\|\vec{g}_{\varphi}\right\|}\vec{g}_{\varphi} = \frac{1}{r}\left(-r\sin\varphi \cdot \vec{e}_1 + r\cos\varphi \cdot \vec{e}_2\right) =$$

$$= -\sin\varphi \cdot \vec{e}_1 + \cos\varphi \cdot \vec{e}_2.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_h$ имеем:

$$\vec{g}_h = \frac{\partial \vec{r}}{\partial h} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial h} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial h} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial h} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial h} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial h}\left(\cos\varphi \cdot \vec{e}_1\right) + \frac{\partial}{\partial h}\left(\sin\varphi \cdot \vec{e}_2\right) + \frac{\partial}{\partial h} h \cdot \vec{e}_3 = \vec{e}_3.$$

Таким образом, базисное векторное поле $\vec{g}_h$ нормированное, то есть

$$\vec{g}_{\langle h\rangle} = \vec{e}_3. \otimes$$

Пример 4.1.6. Выразить базисные векторные поля сферической системы координат в виде разложения по ортам декартовой системы координат.

Р е ш е н и е. Связь декартовых и сферических координат имеет вид

$$\begin{cases} x^1 = r\sin\theta\cdot\cos\varphi, \\ x^2 = r\sin\theta\cdot\sin\varphi, \\ x^3 = r\cos\theta, \end{cases}$$

$$\det\left(\frac{\partial(x^1, x^2, x^3)}{\partial(r, \varphi, \theta)}\right) = \begin{vmatrix} \sin\theta\cos\varphi & -r\sin\theta\sin\varphi & r\cos\theta\cos\varphi \\ \sin\theta\sin\varphi & r\sin\theta\cos\varphi & r\cos\theta\sin\varphi \\ \cos\theta & 0 & -r\sin\theta \end{vmatrix} =$$

$$= -r^2\sin\theta,$$

где для сферических координат принимаются следующие пределы изменения:

$$D = \{\varphi, \vartheta\} \subset R_2^3 : 0 \le r < +\infty,\ 0 \le \varphi < 2\pi,\ 0 < \theta \le \pi\ .$$

Радиус-вектор имеет вид:

$$\vec{r} = r\sin\theta\cdot\cos\varphi\,\vec{e}_1 + r\sin\theta\cdot\sin\varphi\,\vec{e}_2 + r\cos\theta\,\vec{e}_3.$$

Дифференцируем разложение радиус-вектора последовательно по сферическим координатам и снова используем формулу разложения базисных векторных полей по ортам декартовой системы координат.

Для базисного векторного поля $\vec{g}_r$ имеем:

$$\vec{g}_r = \frac{\partial\vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial r} + \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial r} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial r}(\sin\theta\cos\varphi)\,\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r}(\sin\theta\sin\varphi)\,\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial r}(\cos\theta)\,\vec{e}_3 =$$

$$= \sin\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + \sin\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_2 + \cos\theta\cdot\vec{e}_3.$$

Норма поля

$$\left\|\vec{g}_r\right\| = \sqrt{(\sin\theta\cos\varphi)^2 + (\sin\theta\sin\varphi)^2 + \cos^2\theta} = 1.$$

Поле нормированное. Следовательно, имеем:

$$\vec{g}_{\langle r\rangle} \equiv \vec{g}_r = \sin\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + \sin\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_2 + \cos\theta\cdot\vec{e}_3.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_{\varphi}$ имеем:

$$\vec{g}_{\varphi}=\frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi}=\frac{\partial \vec{r}}{\partial x^{i}}\frac{\partial x^{i}}{\partial \varphi}\equiv\frac{\partial \vec{r}}{\partial x^{1}}\frac{\partial x^{1}}{\partial \varphi}+\frac{\partial \vec{r}}{\partial x^{2}}\frac{\partial x^{2}}{\partial \varphi}+\frac{\partial \vec{r}}{\partial x^{3}}\frac{\partial x^{3}}{\partial \varphi}=$$

$$=\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\sin\theta\cos\varphi\right)\vec{e}_{1}+\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\sin\theta\sin\varphi\right)\vec{e}_{2}+\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\cos\theta\right)\vec{e}_{3}=$$

$$=-r\sin\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_{1}+r\sin\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_{2}.$$

Норма поля

$$\left\|\vec{g}_{\varphi}\right\|=\sqrt{\left(-r\sin\theta\sin\varphi\right)^{2}+\left(\sin\theta\cos\varphi\right)^{2}}=\sqrt{r^{2}\sin^{2}\theta}=r\sin\theta.$$

Поле ненормированное. Находим орт поля:

$$\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}=\frac{1}{\left\|\vec{g}_{\varphi}\right\|}\vec{g}_{\varphi}=\frac{1}{r\sin\theta}\left(-r\sin\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_{1}+r\sin\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_{2}\right)=$$

$$=-\sin\varphi\cdot\vec{e}_{1}+\cos\varphi\cdot\vec{e}_{2}.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_{\theta}$ имеем:

$$\vec{g}_{\theta}=\frac{\partial \vec{r}}{\partial \theta}=\frac{\partial \vec{r}}{\partial x^{i}}\frac{\partial x^{i}}{\partial \theta}\equiv\frac{\partial \vec{r}}{\partial x^{1}}\frac{\partial x^{1}}{\partial \theta}+\frac{\partial \vec{r}}{\partial x^{2}}\frac{\partial x^{2}}{\partial \theta}+\frac{\partial \vec{r}}{\partial x^{3}}\frac{\partial x^{3}}{\partial \theta}=$$

$$=\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\cos\varphi\right)\vec{e}_{1}+\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\sin\varphi\right)\vec{e}_{2}+\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\cos\theta\right)\vec{e}_{3}=$$

$$=r\cos\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_{1}+r\cos\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_{2}-r\sin\theta\cdot\vec{e}_{3}.$$

Норма поля

$$\left\|\vec{g}_{\theta}\right\|=\sqrt{\left(\cos\theta\cos\varphi\right)^{2}+\left(\cos\theta\sin\varphi\right)^{2}+\left(-r\sin\theta\right)^{2}}=r.$$

Поле ненормированное. Находим орт поля:

$$\vec{g}_{\langle\theta\rangle} = \frac{1}{\left\|\vec{g}_\theta\right\|}\vec{g}_\theta = \frac{1}{r}\left(r\cos\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\cos\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_2 - r\sin\theta\cdot\vec{e}_3 \right) =$$

$$= \cos\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + \cos\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_2 - \sin\theta\cdot\vec{e}_3 . \otimes$$

Практическое занятие 2

Вычисление криволинейных интегралов

Пример 4.2.1. Вычислить криволинейный интеграл первого рода

$$I = \int_L (x + y)\,dl$$

по меньшей части окружности

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = R^2, \\ y = x, \end{cases}$$

ограниченной точками $A(0, 0, R)$, $B\left(\frac{R}{2}, \frac{R}{2}, \frac{R}{\sqrt{2}}\right)$.

Р е ш е н и е. Параметризация окружности:

$$x = t,\ y = t,\ z = \sqrt{R^2 - 2t^2},\ 0 \le t \le \frac{R}{2},$$

$$\sqrt{\left[\frac{dx}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz}{dt}\right]^2} = \frac{\sqrt{2}R}{\sqrt{R^2 - 2t^2}}.$$

Используем формулу

$$\int_L f(x, y, z)\,dl = \int_\alpha^\beta f(x(t), y(t), z(t))\sqrt{\left[\frac{dx}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz}{dt}\right]^2}\,dt.$$

Получаем:

$$I = \int_L (x + y)\,dl = \int_0^{R/2} 2t\,\frac{\sqrt{2}R\,dt}{\sqrt{R^2 - 2t^2}} = R^2(\sqrt{2} - 1). \otimes$$

Пример 4.2.2. Найти массу $1/4$ окружности

$$x_1^2 + x_2^2 = R^2,$$

если $\rho(x_1, x_2) = x_2$ и $x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

Р е ш е н и е. Воспользуемся формулой для случая плоского пути, заданного непрерывно дифференцируемой параметризацией. Параметрические уравнения окружности

$$\begin{cases} x_1 = R\cos t, \\ x_2 = R\sin t. \end{cases}$$

Поэтому имеем:

$$M = \int_W \rho(x_1, x_2)\,dl =$$

$$= \int_0^{\pi/2} R\sin t\sqrt{(-R\sin t)^2 + (R\cos t)^2}\,dt = R^2\int_0^{\pi/2}\sin t\,dt = R^2. \otimes$$

Пример 4.2.3. Вычислить криволинейный интеграл

$$I = \int_W (x + y)\,dx - x\,dy,$$

где путь W – отрезок прямой, соединяющий точки $M_0(0; 0)$ и $M_1(4; 2)$.

Р е ш е н и е. Используем формулу (10.1.18) для случая плоского пути. Здесь

$$\vec{M_0M_1} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2,\ \vec{M_0M} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2,$$

$$\vec{M_0M} = t\cdot\vec{M_0M_1},\ \begin{cases} x = 4t, \\ y = 2t, \end{cases}\ y = \frac{1}{2}x,\ x \in [0, 4].$$

Имеем:

$$\int_W (x + y)\,dx - x\,dy = \int_0^4 \left(\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x\right)dx = \int_0^4 x\,dx = \left.\frac{x^2}{2}\right|_0^4 = 8. \otimes$$

Пример 4.2.4. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int_W x^2 y\,dx + y^2 x\,dy$$

по пути с параметризацией $x = t,\ y = t^3,\ t \in [0, 1]$.

Р е ш е н и е. Используем формулу с естественной параметризацией для случая плоского пути:

$$\int\limits_{W_{\alpha,\beta}} F_1\left(\vec{x}\right)dx_1 + F_2\left(\vec{x}\right)dx_2 =$$

$$= \int\limits_{\alpha}^{\beta}\left[F_1\left(x_1(t), x_2(t), x_3(t)\right)\frac{dx_1(t)}{dt} + F_2\left(x_1(t), x_2(t), x_3(t)\right)\frac{dx_2(t)}{dt}\right]dt$$

Получаем:

$$\int\limits_W x^2 y dx + y^2 x dy = \int\limits_0^1 \left(t^5 + 3t^9\right)dt = \left(\frac{t^6}{6} + 3\frac{t^{10}}{10}\right)\Bigg|_0^1 = \frac{7}{15}. \otimes$$

Пример 4.2.5. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int\limits_{\hat{W}} \left(x_2^{\,2} - x_3^{\,2}\right)dx_1 + 2x_2x_3dx_2 - x_1^{\,2}dx_3$$

по замкнутому пути с параметризацией $x_1 = t,\ x_2 = t^2,\ x_3 = t^3$, начальной и конечными точками $M_0(0;0;0)$, $M_1(1;1;1)$ соответственно.

Р е ш е н и е. Для вычисления применим формулу:

$$I_{W_{a,b}} = \int\limits_{W_{a,b}} F_1\left(\vec{x}\right)dx_1 + F_2\left(\vec{x}\right)dx_2 + F_3\left(\vec{x}\right)dx_3 =$$

$$= \int\limits_{\alpha}^{\beta}\left[F_1\left(x_1(t), x_2(t), x_3(t)\right)\frac{dx_1(t)}{dt} + F_2\left(x_1(t), x_2(t), x_3(t)\right)\frac{dx_2(t)}{dt} + \right.$$

$$\left. + F_3\left(x_1(t), x_2(t), x_3(t)\right)\frac{dx_3(t)}{dt}\right]dt.$$

Пределы изменения параметра $t \in [0, 1]$, то есть $\alpha = 0,\ \beta = 1$. Подстановка данных задачи даёт:

$$\int\limits_{\hat{W}} \left(x_2^{\,2} - x_3^{\,2}\right)dx_1 + 2x_2x_3dx_2 - x_1^{\,2}dx_3 = \int\limits_0^1 \left[\left(t^4 - t^6\right) + 4t^6 - 3t^4\right]dt =$$

$$= \int\limits_0^1 \left(3t^6 - 2t^4\right)dt = \left(\frac{3}{7}t^7 - \frac{2}{5}t^5\right)\Bigg|_0^1 = \frac{1}{35}. \otimes$$

Пример 4.2.6. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\oint_W (x+y)\,dx+(x-y)\,dy,$$

где W – окружность с уравнением $(x-1)^2+(y-1)^2=4.$

Р е ш е н и е. Запишем параметризацию окружности:

$$\vec{x}(t)=(+2\cos t)\vec{e}_1+(+2\sin t)\vec{e}_2,$$

$$0\le t\le 2\pi.$$

Интеграл вычисляем, пользуясь формулой

$$\int_W F_1\left(\vec{x}\right)dx+F_2\left(\vec{x}\right)dy=\int_\alpha^\beta\left[F_1\left(\vec{x}(t)\right)\frac{dx(t)}{dt}+F_2\left(\vec{x}(t)\right)\frac{dy(t)}{dt}\right]dt$$

и тем, что

$$\frac{dx(t)}{dt}=-2\sin t,\ \frac{dy(t)}{dt}=2\cos t.$$

Имеем:

$$\oint_W (x+y)\,dx+(x-y)\,dy=$$

$$=\int_0^{2\pi}\left[(2+2\cos t+2\sin t)(-2\sin t)+(2\cos t-2\sin t)2\cos t\right]dt=$$

$$=\int_0^{2\pi}(-4\sin t-8\sin t\cdot\cos t+4\cos 2t)\,dt=0.\ \otimes$$

Практическое занятие 3

Кратные интегралы

Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах

Пример 4.3.1. Изменить порядок интегрирования в интеграле

$$\int_{-1}^{1}dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2}f(x,y)\,dy.$$

Р е ш е н и е. Область интегрирования D ограничена линиями

$$x=-1,\ x=1,\ y=-\sqrt{1-x^2}\ ,\ y=1-x^2.$$

Первые две линии – вертикальные прямые линии, третья линия – нижняя полуокружность радиуса 1, четвёртая линия – парабола с вершиной в точке $(0;1)$, ветви параболы направлены вниз. Область D представим объединением двух областей: области D_1, ограниченной ветвями параболы $x=\pm\sqrt{1-y}$ и прямыми линиями $y=0$, $y=1$; области D_2, ограниченной линиями $x=\pm\sqrt{1-y^2}$, $y=-1$, $y=0$. Тогда имеем:

$$\int\limits_{-1}^{1}dx\int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2}f(x,y)dy=\int\limits_{0}^{1}dy\int\limits_{-\sqrt{1-y}}^{+\sqrt{1-y}}f(x,y)dx+\int\limits_{-1}^{0}dy\int\limits_{-\sqrt{1-y^2}}^{+\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx.\otimes$$

Пример 4.3.2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint\limits_D x\ln y\,dxdy,$$

где $D=\{(x,y):0\le x\le 4;1\le y\le e\}$.

Р е ш е н и е. Так как область D является прямоугольником, то интеграл вычисляется непосредственно по формуле

$$\iint\limits_D f(x,y)dxdy=\int\limits_a^b dx\int\limits_c^d f(x,y)dy.$$

Имеем:

$$\iint\limits_D x\ln y\,dxdy=\int\limits_0^4 xdx\int\limits_1^e\ln y\,dy=\left\{\begin{array}{ll}u=\ln y, & du=\dfrac{dy}{y},\\ dv=dy, & v=y.\end{array}\right\}=$$

$$=\int\limits_0^4 xdx\left\{y\ln y\Big|_1^e-\int\limits_1^e dy\right\}=\frac{x^2}{2}\Big|_0^4\cdot\left\{y\ln y\Big|_1^e-y\Big|_1^e\right\}=8\cdot(e-e+1)=8.\otimes$$

Пример 4.3.3. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D(x+2y)dxdy$ по области D, ограниченной линиями $y=x$, $y=2x$, $x=2$, $x=3$.

Р е ш е н и е. Область D ограничена, соответственно, слева – вертикальной прямой линией $x=2$, справа – вертикальной прямой линией $x=3$, сверху – прямой линией $y=2x$,

снизу – прямой линией $y = x$. Область простая относительно оси OY, следовательно, вычисляем интеграл по формуле

$$\iint\limits_D f(x, y)\,dxdy = \int\limits_a^b dx \int\limits_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x, y)\,dy.$$

Имеем:

$$\iint\limits_D (x + 2y)\,dxdy = \int\limits_2^3 dx \int\limits_x^{2x} (x + 2y)\,dy = \int\limits_2^3 dx \left(xy + y^2\right)\Big|_{y=x}^{y=2x} =$$

$$= \int\limits_2^3 \left(x^2 + 4x^2 - x^2 - x^2\right)dx = 4\int\limits_2^3 x^2 dx = \frac{4}{3}x^3\Big|_2^3 = \frac{76}{3}. \otimes$$

Пример 4.3.4. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D (x - y)\,dxdy$ по области D, ограниченной линиями $x = 1,\ x = 2,\ y = x,\ y = x^2$.

Р е ш е н и е. Пользуясь формулой вычисления двойного интеграла по простой области, получаем:

$$\iint\limits_D (x - y)\,dxdy = \int\limits_1^2 dx \int\limits_x^{x^2} (x - y)\,dy = \int\limits_1^2 dx \left(2xy - \frac{y^2}{2}\right)\Big|_{y=x}^{y=x^2} =$$

$$= \int\limits_1^2 \left(2x^3 - \frac{x^4}{2} - \frac{3}{2}x^2\right)dx = \left(\frac{x^4}{2} - \frac{x^5}{10} - \frac{x^3}{2}\right)\Big|_1^2 = \frac{9}{10}. \otimes$$

Вычисление площади, объёма и массы

Пример 4.3.5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$x = 4y - y^2,\ x + y = 6.$$

Р е ш е н и е. Решая систему уравнений

$$\begin{cases} y^2 - 4y + x = 0, \\ x + y = 6, \end{cases}$$

находим точки пересечения линий: $A(4; 2)$, $B(3; 3)$. Поэтому площадь фигуры равна

$$S \equiv \mu(D) = \iint_D dxdy = \int_2^3 dy \int_{6-y}^{4y-y^2} dx = \int_2^3 \left(x \Big|_{6-y}^{4y-y^2} \right) dy =$$

$$= \int_2^3 (-y^2 + 5y - 6)\, dy = \left(-\frac{1}{3}y^3 + \frac{5}{2}y^2 - 6y \right) \Big|_2^3 = \frac{1}{6}. \otimes$$

Пример 4.3.6. Найти массу пластины D с поверхностной плотностью

$$\sigma(x, y) = 16x + \frac{9}{2}y^2$$

и ограниченной линиями с уравнениями

$$x = \frac{1}{4},\ y = 0,\ y^2 = 16x,\ y \geq 0.$$

Р е ш е н и е. Так как

$$x = \frac{1}{16}y^2,$$

то $x \geq 0$. Поэтому область D можно задать неравенствами

$$0 \leq x \leq \frac{1}{4},\ 0 \leq y \leq 4\sqrt{x}.$$

Вычисляя двойной интеграл в декартовых координатах, получаем:

$$m(D) = \iint_D \sigma(x, y)\, dxdy = \iint_D \left(16x + \frac{9}{2}y^2 \right) dxdy =$$

$$= \int_0^{1/4} dx \int_0^{4\sqrt{x}} \left(16x + \frac{9}{2}y^2 \right) dy = \int_0^{1/4} \left(16xy + \frac{3}{2}y^3 \right) \Big|_0^{4\sqrt{x}} dx = 160 \int_0^{1/4} x^{3/2} dx = 2. \otimes$$

Вычисление двойного интеграла в полярных координатах

Пример 4.3.7. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2}\, dxdy,$$

переходя к полярным координатам, где область D – 1-я четверть круга

$$x^2 + y^2 \leq a^2.$$

Р е ш е н и е. Так как $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$, то область в полярных координатах имеет вид

$$\Omega = \left\{ (r;\varphi): 0 \le r \le a;\ 0 < \varphi \frac{\pi}{2} \right\}$$

и, применяя формулу перехода к полярной системе координат, получаем:

$$\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\,dxdy = \iint\limits_\Omega \sqrt{r^2\cos^2\varphi + r^2\sin^2\varphi}\,rdrd\varphi = \int\limits_0^{\pi/2} d\varphi \int\limits_0^a r^2 dr =$$

$$= \frac{1}{3}\int\limits_0^{\pi/2} r^3 \Big|_0^a d\varphi = \frac{a^3}{3}\int\limits_0^{\pi/2} d\varphi = \frac{\pi a^3}{6}. \otimes$$

Пример 4.3.8. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D \ln(x^2+y^2)\,dxdy$, переходя к полярным координатам, если область D – кольцо, заключённое между окружностями $x^2+y^2 = e^2$ и $x^2+y^2 = e^4$.

Р е ш е н и е. Переходя к полярным координатам, имеем:

$$\iint\limits_D \ln(x^2+y^2)\,dxdy = \iint\limits_\Omega \ln r^2\, rdrd\varphi = 2\iint\limits_\Omega r\ln r\,drd\varphi =$$

$$= \left\{ \Omega: 0 \le \varphi \le 2\pi;\ e \le r \le e^2 \right\}$$

$$= 2\int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_e^{e^2} r\ln r\,dr = \left\{ \begin{array}{ll} u = \ln r, & du = \dfrac{dr}{r}, \\ dv = rdr, & v = \dfrac{r^2}{2}. \end{array} \right\} =$$

$$= 2\int\limits_0^{2\pi} d\varphi \left\{ \frac{r^2}{2}\ln r \Big|_e^{e^2} - \frac{1}{2}\int\limits_e^{e^2} r dr \right\} = 2\int\limits_0^{2\pi} \left[\frac{1}{4}e^2(2e^2-1) \right] d\varphi = \pi e^2(2e^2-1). \otimes$$

Пример 4.3.9. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями

$$x^2+y^2 = 8,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0,\ x+y+z = 4.$$

Р е ш е н и е. Тело ограничено кругом на плоскости XOY с центром в начале системы координат, координатными плоскостями и плоскостью

$$\frac{x}{4}+\frac{y}{4}+\frac{z}{4}=1.$$

Поэтому в полярных координатах имеем

$$V=\iint\limits_D f(x,y)\,dxdy=\iint\limits_\Omega f(r\cos\varphi, r\sin\varphi)\,r\,drd\varphi=$$

$$=\int\limits_0^{\pi/2}d\varphi\int\limits_0^{2\sqrt{2}}f(r\cos\varphi, r\sin\varphi)\,r\,dr=$$

$$=\int\limits_0^{\pi/2}d\varphi\int\limits_0^{2\sqrt{2}}(4-r\cos\varphi-r\sin\varphi)\,r\,dr=16\int\limits_0^{\pi/2}\left[1-\frac{\sqrt{2}}{3}(\cos\varphi+\sin\varphi)\right]d\varphi=$$

$$=16\left[\varphi-\frac{\sqrt{2}}{3}(\sin\varphi-\cos\varphi)\right]\Big|_0^{\pi/2}=8\pi-\frac{32\sqrt{2}}{3}.\otimes$$

Пример 4.3.10. Вычислить двойной интеграл

$$\iint\limits_D xdxdy,$$

где область D ограничена линиями с уравнениями:

$$y^2-4y+x^2=0;\ y^2-8y+x^2=0;\ y=\frac{1}{\sqrt{3}}x;\ x=0.$$

Р е ш е н и е. Задаём область D неравенствами в декартовой системе координат, для чего выделяем полные квадраты в уравнениях окружностей:

$$(y-2)^2+x^2=4;\ (y-4)^2+x^2=16,$$

Центры обеих окружностей имеют координаты $(0;2)$ и $(0;4)$, а сами окружности касаются начала системы координат. Первая окружность имеет радиус 2 и лежит, следовательно, внутри второй окружности с радиусом 4. Область D лежит между окружностями и координаты её точек удовлетворяют неравенствам

$$(y-2)^2+x^2\ge 4;\ (y-4)^2+x^2\le 16.$$

Кроме этого, область D лежит между указанными прямыми линиями, проходящими через начало системы координат. Так как окружности лежат выше оси OX, то область D ле-

жит над прямой линией $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ и справа от прямой линии $x = 0$. Поэтому координаты точек области D удовлетворяют неравенствам

$$y \geq \frac{x}{\sqrt{3}},\ x \geq 0.$$

Таким образом,

$$D = \begin{cases} (x;\ y) : \begin{array}{c} (y-2)^2 + x^2 \geq 4, \\ (y-4)^2 + x^2 \leq 16, \\ y \geq \frac{x}{\sqrt{3}},\ x \geq 0. \end{array} \end{cases}$$

Для вычисления используем полярную систему координат:

$$x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi.$$

Формула вычисления двойного интеграла принимает вид

$$\iint\limits_D x\,dx\,dy = \iint\limits_\Omega r\cos\varphi\, r\,dr\,d\varphi.$$

В неравенствах, определяющих область интегрирования, производим замену $x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi$, получаем

$$\Omega = \begin{cases} (r;\ \varphi) : \begin{array}{c} (r\sin\varphi - 2)^2 + r^2\cos^2\varphi \geq 4, \\ (r\sin\varphi - 4)^2 + r^2\cos^2\varphi \leq 16, \\ r\sin\varphi \geq \frac{r\cos\varphi}{\sqrt{3}},\ r\cos\varphi \geq 0. \end{array} \end{cases}$$

Решение этих неравенств относительно r и φ имеет вид

$$\Omega = \begin{cases} (r;\ \varphi) : \begin{array}{c} \frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}, \\ 4\sin\varphi \leq r \leq 8\sin\varphi. \end{array} \end{cases}$$

Переход от двойного интеграла к повторному интегралу даёт:

$$\iint\limits_D x\,dx\,dy = \iint\limits_\Omega r\cos\varphi\, r\,dr\,d\varphi = \int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi\,d\varphi \int\limits_{4\sin\varphi}^{8\sin\varphi} r^2\,dr,$$

Интегрируя последовательно, получаем:

$$\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi d\varphi \int\limits_{4\sin\varphi}^{8\sin\varphi} r^2 dr = 35. \otimes$$

Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах

Пример 4.3.11. Вычислить тройной интеграл

$$I = \iiint\limits_V (x - 2y + z)\,dxdydz,$$

где область V – параллелепипед, заданный неравенствами

$$-1 \le x \le 2,\ 1 \le y \le 3,\ 0 \le z \le 1.$$

Р е ш е н и е. Используя формулу (1.50)

$$\iiint\limits_V f(x, y, z)\,dxdydz = \int\limits_a^b dx \int\limits_{y=g_1(x)}^{y=g_2(x)} dy \int\limits_{z=u_1(x,y)}^{z=u_2(x,y)} f(x, y, z)\,dz,$$

получаем:

$$I = \iiint\limits_V (x - 2y + z)\,dxdydz = \int\limits_{-1}^{2} dx \int\limits_{1}^{3} dy \int\limits_{0}^{1} (x - 2y + z)\,dz = -18. \otimes$$

Пример 4.3.12. Вычислить тройной интеграл

$$I = \iiint\limits_V (x + y + z)\,dxdydz,$$

где область V – пирамида, ограниченная плоскостями

$$x = 0,\ y = 0,\ z = 0,\ x + y + z = 2.$$

Р е ш е н и е. Запишем уравнение плоскости

$$z = 2 - x - y,$$

«ограничивающей пирамиду» сверху, в отрезках

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1.$$

Теперь можем изобразить пирамиду (рисунок 3.1).

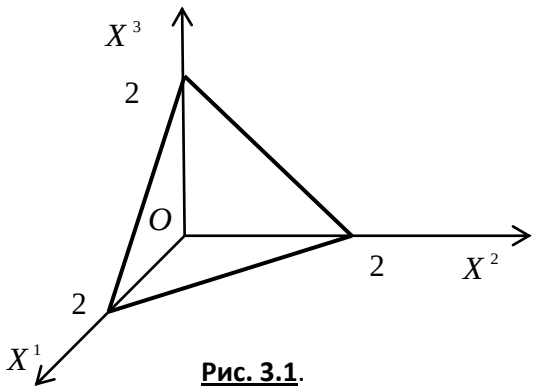


Рис. 3.1.

Применяем для решения формулу

$$\iiint_V f(x, y, z)\,dxdydz = \int_a^b dx \int_{y=g_1(x)}^{y=g_2(x)} dy \int_{z=u_1(x,y)}^{z=u_2(x,y)} f(x, y, z)\,dz,$$

расставляя пределы в соответствии с условиями задачи:

$$I = \iiint_V (x + y + z)\,dxdydz = \int_0^2 dx \int_0^{2-x} dy \int_0^{2-x-y} (x + y + z)\,dz =$$

$$= \int_0^2 dx \int_0^{2-x} \left[x \cdot z + y \cdot z + \frac{z^2}{2} \right]_0^{2-x-y} dy = \int_0^2 \left[2y - x \cdot \frac{y^2}{2} - y \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{y^3}{6} \right]_0^{2-x} dx =$$

$$= \int_0^2 \left(\frac{8}{3} - 2x + \frac{x^3}{6} \right) dx = \left[\frac{8}{3}x - x^2 + \frac{x^4}{24} \right]_0^2 = 2. \otimes$$

Вычисление тройного интеграла в цилиндрических

и сферических координатах

Пример 4.3.13. Найти объём кругового цилиндра высоты H с радиусом основания R.

Р е ш е н и е. Формула для вычисления тройного интеграла в цилиндрической системе координат имеет вид:

цилиндрических координатах:

$$V_V = \iiint_V dxdydz = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R r dr \int_0^H dz = \pi R^2 H\,. \otimes$$

Пример 4.3.14. Найти объём шара радиуса R.

Р е ш е н и е. Для вычисления объёма шара используем формулу вычисления тройного интеграла в сферических координатах. Учитывая, что

$$f(x, y, z) = f(\sin\theta\cos\varphi, r\sin\theta\sin\varphi, r\cos\theta) \equiv 1,$$

получаем:

$$V_V = \iiint\limits_V dxdydz = \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{\pi} \sin\theta d\theta \int\limits_0^{R} r^2 dr = \frac{4}{3}\pi R^3 . \otimes$$

Пример 4.3.15. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint\limits_V \frac{x^2}{x^2+y^2} dxdydz,$$

где область V ограничена поверхностями

$$z = \frac{9}{2}\sqrt{x^2+y^2}$$ (конус),

$$z = \frac{11}{2} - x^2 - y^2$$ (эллиптический параболоид).

Р е ш е н и е. Область V – тело вращения вокруг оси OZ, поэтому переходим к цилиндрическим координатам:

$$\begin{cases} x = r\cos\varphi, \\ y = r\sin\varphi, \\ z = z. \end{cases}$$

Для искомого интеграла получаем:

$$\iiint\limits_V \frac{x^2}{x^2+y^2} dxdydz = \iiint\limits_\Omega \cos^2\varphi r dr d\varphi dz .$$

Задаём область Ω' неравенствами, заменяя в уравнениях поверхностей декартовы координаты цилиндрическими координатами:

$$x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi .$$

Получаем два двойных неравенства:

$$\frac{9}{2}r \le z \le \frac{11}{2} - r^2 \text{ и } \frac{11}{2} - r^2 \le z \le \frac{9}{2}r .$$

Для выбора верного неравенства решаем уравнение

$$\frac{9}{2}r = \frac{11}{2} - r^2.$$

Единственное положительное решение $r = 1$, следовательно, $0 \le r \le 1$. При этих значениях верное неравенство

$$\frac{9}{2}r \le z \le \frac{11}{2} - r^2.$$

Область

$$\Omega = \begin{cases} 0 \le r \le 1, \\ \frac{9}{2}r \le z \le \frac{11}{2} - r^2, \\ 0 \le \varphi \le 2\pi. \end{cases}$$

Переход к повторному интегралу даёт:

$$\iiint\limits_V \frac{x^2}{x^2 + y^2}\,dxdydz = \iiint\limits_\Omega \cos^2\varphi\, r dr d\varphi dz =$$

$$= \iiint\limits_{\Omega'} \frac{r^2\cos^2\varphi}{r^2\cos^2\varphi + r^2\sin^2\varphi}\, r dr d\varphi dz = \ldots = \pi\,. \otimes$$

Практическое занятие 4

Приложения криволинейных и кратных интегралов

Пример 4.4.1. Электрическое поле линейного непрерывно-распределённого электрического заряда вычисляется по формуле

$$\vec{E}\left(\vec{x}_0\right) = \int\limits_W \frac{\gamma\left(\vec{x}\right)\cdot\left(\vec{x}_0 - \vec{x}\right)}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0\left\|\vec{x}_0 - \vec{x}\right\|^3} dl, \qquad (1)$$

где $\vec{x}_0$ – точка наблюдения, а линейная плотность заряда равна

$$\gamma\left(\vec{x}\right)=\frac{dQ\left(\vec{x}\right)}{dl}.$$

Найти напряжённость электрического поля однородно заряженной проволоки длиной L, имеющей форму дуги окружности радиуса r, в центре окружности, считая линейную плотность заряда постоянной.

Р е ш е н и е. Так как $\gamma\left(\vec{x}\right)=const$, то формула (1) принимает вид

$$\vec{E}\left(\vec{x}_0\right)=\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int_W\frac{\left(\vec{x}_0-\vec{x}\right)}{\left\|\vec{x}_0-\vec{x}\right\|^3}dl=$$

$$=\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left[\left(\int_W\frac{x_0-x}{\left\|\vec{x}_0-\vec{x}\right\|^3}dl\right)\vec{e}_1+\left(\int_W\frac{y_0-y}{\left\|\vec{x}_0-\vec{x}\right\|^3}dl\right)\vec{e}_2\right]. \qquad (2)$$

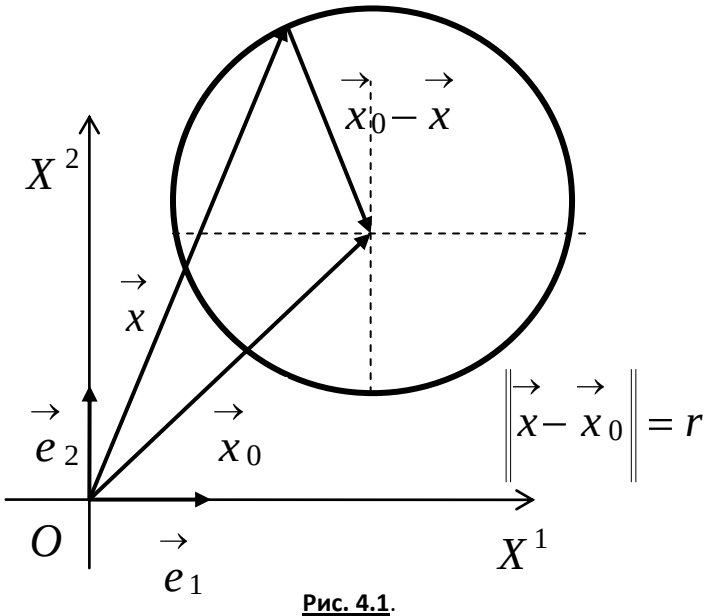


Рис. 4.1.

Вспомним параметрические уравнения окружности (рисунок 4.1):

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + r\cos t \cdot \vec{e}_1 + r\sin t \cdot \vec{e}_2 \qquad (3)$$

– векторная форма;

$$\begin{cases} x = x_0 + r\cos t, \\ y = y_0 + r\sin t \end{cases} \qquad (4)$$

– скалярная форма.

Чтобы воспользоваться для вычисления интеграла формулой

$$\int_W f(x, y)\,dl = \int_\alpha^\beta f(x(t), y(t))\sqrt{\left[\frac{dx}{dt}(t)\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}(t)\right]^2}\,dt,$$

нам нужен дифференциал длины дуги кривой $dl = \left\|\frac{d\vec{x}}{dt}\right\| dt$. По формуле (3) имеем:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = -r\sin t \cdot \vec{e}_1 + r\cos t \cdot \vec{e}_2.$$

Отсюда для нормы вектора скорости получаем

$$\left\|\frac{d\vec{x}}{dt}\right\| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = \sqrt{(-r\sin t)^2 + (r\cos t)^2} = r,$$

откуда имеем

$$dl = \left\|\frac{d\vec{x}}{dt}\right\| dt = r\,dt.$$

С учётом того, что в рассматриваемом случае точка наблюдения помещена в центр окружности, а точки источника поля находятся в точках самой окружности и очевидного равенства

$$\left\|\vec{x} - \vec{x}_0\right\| = \left\|\vec{x}_0 - \vec{x}\right\|,$$

дальнейшие вычисления напряжённости электрического поля в центре окружности проводятся так:

$$\vec{E}\left(\vec{x}_0\right)=\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left[\left(\int\limits_W\frac{x_0-x}{\left\|\vec{x}-\vec{x}_0\right\|^3}dl\right)\vec{e}_1+\left(\int\limits_W\frac{y_0-y}{\left\|\vec{x}-\vec{x}_0\right\|^3}dl\right)\vec{e}_2\right]=$$

$$=-\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left[\left(\int\limits_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\frac{r\cos t}{r^3}rdt\right)\vec{e}_1+\left(\int\limits_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\frac{r\sin t}{r^3}rdt\right)\vec{e}_2\right]=$$

$$=-\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left[\left(\int\limits_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\frac{\cos t}{r}dt\right)\vec{e}_1+\left(\int\limits_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\frac{\sin t}{r}dt\right)\vec{e}_2\right]=$$

$$=-\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\left[\left(\int\limits_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\cos t dt\right)\vec{e}_1+\left(\int\limits_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\sin t dt\right)\vec{e}_2\right]=$$

$$=-\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\left[\left(\sin t\Big|_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\right)\vec{e}_1+\left(-\cos t\Big|_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\right)\vec{e}_2\right]=$$

$$=-\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\left[2\sin\frac{\alpha}{2}\vec{e}_1-\underbrace{\left(\cos\frac{\alpha}{2}-\cos\left(-\frac{\alpha}{2}\right)\right)}_{=0}\vec{e}_2\right]=-\frac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\sin\frac{\alpha}{2}\vec{e}_1.$$

Получили следующую формулу для электрического поля, создаваемого в центре окружности линейным равномерным распределением заряда

$$\vec{E}\left(\vec{x}_0\right)=-\frac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\vec{e}_1. \qquad (6)$$

Из формулы (6) легко получаем формулу для нормы напряжённости электрического поля

$$E=\left\|\vec{E}\left(\vec{x}_0\right)\right\|=\frac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\sin\frac{\alpha}{2}, \qquad (7)$$

из которой следует:

1) $E=\dfrac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$ при $\alpha=\pi$;

2) $E=0$ при $\alpha=2\pi$. $\otimes$

Пример 4.4.2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями с уравнениями

$$y^2-4y+x^2=0,\ y^2-8y+x^2=0,\ y=\frac{x}{\sqrt{3}},\ x=0.$$

Р е ш е н и е. Область ограничена окружностями и прямыми, поэтому решаем задачу в полярных координатах:

$$x=r\cos\varphi\ ,\ y=r\sin\varphi.$$

При переходе к полярным координатам область D перейдёт в область D', ограниченную линиями

$$r=4\cos\varphi,\ r=8\cos\varphi,\ \frac{\pi}{6}\le\varphi\le\frac{\pi}{2}.$$

Искомая площадь равна $S=\iint\limits_{D'}r^2drd\varphi$. В полярных координатах область D' задаётся неравенствами

$$D'=\begin{cases}\dfrac{\pi}{6}\le\varphi\le\dfrac{\pi}{2},\\ 4\cos\varphi\le r\le 8\cos\varphi.\end{cases}$$

Переход от двойного интеграла к повторному интегралу даёт:

$$S=\iint\limits_{D'}r^2drd\varphi=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}d\varphi\int\limits_{4\cos\varphi}^{8\cos\varphi}rdr.$$

Результат получается интегрированием:

$$S=\iint\limits_{D'}r^2drd\varphi=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}d\varphi\int\limits_{4\cos\varphi}^{8\cos\varphi}rdr=24\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2\varphi=\left\{\cos^2\varphi=\frac{1+\cos2\varphi}{2}\right\}=$$

$$=12\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}d\varphi+6\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\cos2\varphi d\left(2\varphi\right)=8\pi-\left(6+3\sqrt{3}\right).\otimes$$

Пример 4.4.3. Применяя формулу Грина, вычислить криволинейный интеграл

$$\oint\limits_{\Gamma}-x^2ydx+xy^2dy,\qquad(1)$$

где Γ – окружность с уравнением $x^2 + y^2 = R^2$, причём обход окружности осуществляется против часовой стрелки.

Р е ш е н и е. Формула Грина имеет вид:

$$\iint\limits_{\Omega}\left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right)(x, y)\,dxdy = \oint\limits_{\Gamma} P(x, y)\,dx + Q(x, y)\,dy.$$

Сравнивая с (1), видим, что $P(x, y) = -x^2 y$, $Q(x, y) = xy^2$. Поэтому

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right)(x, y) = x^2 + y^2.$$

Следовательно, получаем

$$\oint\limits_{\Gamma} -x^2 y dx + xy^2 dy = \iint\limits_{\Omega}(x^2 + y^2)\,dxdy.$$

Вычисления проводим в полярных координатах:

$$x = R\cos\varphi,\ y = R\sin\varphi,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,$$

$$\oint\limits_{\Gamma} -x^2 y dx + xy^2 dy = \iint\limits_{\Omega} r^2 r dr d\varphi = \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^R r^3 dr = \frac{1}{4}R^4 \int\limits_0^{2\pi} d\varphi = \frac{\pi R^4}{2}. \otimes$$

Пример 4.4.4. Применяя формулу Грина, вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми линиями с уравнениями

$$y = x^2,\ x = y^2,\ 8xy = 1,$$

примыкающей к началу системы координат.

Р е ш е н и е. Площадь плоской фигуры вычисляется по формуле:

$$S(\Omega) = \iint\limits_{\Omega} dxdy = \frac{1}{2}\oint\limits_{\Gamma} xdy - ydx.$$

Рассмотрим вид фигуры. Первая и вторая кривые линии – это стандартные параболы с осью OY и OX соответственно. Решая совместно уравнения кривых линий, найдём точки их пересечения:

$$A\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right),\ B\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right).$$

Применим формулу для вычисления площади плоской фигуры:

$$S(\Omega) = \frac{1}{2}\oint\limits_{\Gamma} xdy - ydx = \frac{1}{2}\int\limits_{OA} xdy - ydx + \frac{1}{2}\int\limits_{AB} xdy - ydx + \frac{1}{2}\int\limits_{BO} xdy - ydx =$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^{1/2} x^2 dx - \frac{1}{8}\int_{1/2}^{1/4} \frac{dx}{x} - \frac{1}{4}\int_{1/4}^{0} \sqrt{x}\,dx = \frac{1+3\ln 2}{24} \approx 0{,}13. \otimes$$

Практическое занятие 5

Поверхностные интегралы первого и второго рода

Пример 4.5.1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint_F (x^2 + y^2)\,dS,$$

где F – часть конической поверхности, заключённой между плоскостями с уравнениями $z = 0$ и $z = 1$.

Р е ш е н и е. Поверхностный интеграл первого рода вычисляется по формуле

$$\iint_F f(x, y, z)\,dS =$$

$$= \iint_{G^{12}} f(x, y, \varphi(x, y)) \sqrt{1 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y)\right]^2 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y)\right]^2}\,dxdy. \qquad (1)$$

В силу условий задачи выбираем верхнюю часть конической поверхности с уравнением

$$z = \varphi(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Поэтому

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y) = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$dS = \sqrt{1 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y)\right]^2 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y)\right]^2}\,dxdy =$$

$$= \sqrt{1 + \frac{x^2}{x^2 + y^2} + \frac{y^2}{x^2 + y^2}}\,dxdy = \sqrt{2}\,dxdy.$$

Искомый интеграл преобразуется в двойной интеграл по формуле (1):

$$\iint_F (x^2 + y^2)\,dS = \iint_{G^{12}} \sqrt{2} \cdot (x^2 + y^2)\,dxdy.$$

Так как область G^{12} – это круг, определённый неравенством $x^2 + y^2 \le 1$, то

$$\iint\limits_F (x^2 + y^2)\,dS = \iint\limits_{G^{12}} \sqrt{2}\cdot(x^2 + y^2)\,dxdy = 4\sqrt{2}\int\limits_0^{\pi/2} d\varphi \int\limits_0^1 r^3 dr = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\pi\,. \otimes$$

Пример 4.5.2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint\limits_F (\sqrt{a^2 - x^2} + z)\,ydS,$$

где F – поверхность цилиндра

$$x^2 + z^2 = a^2,$$

заключённая между плоскостями $y = b$ и $y = c$.

Р е ш е н и е. Из уравнения

$$x^2 + z^2 = a^2$$

следует

$$z = \varphi^3(x, y) = \pm\sqrt{a^2 - x^2}\,.$$

Поверхность F разбилась на две части: F_1 $(z \ge 0)$ и F_2 $(z \le 0)$. Определим элемент поверхности dS в соответствии с формулой вычисления поверхностного интеграла первого рода:

$$\frac{\partial\varphi(x, y)}{\partial x} = -\frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}};\ \frac{\partial\varphi(x, y)}{\partial y} = 0;$$

$$dS = \sqrt{1 + \left[\frac{\partial\varphi}{\partial x}(x, y)\right]^2 + \left[\frac{\partial\varphi}{\partial y}(x, y)\right]^2}\,dxdy = \frac{a\,dxdy}{\sqrt{a^2 - x^2}}.$$

Подставляя элемент поверхности в формулу для вычисления поверхностного интеграла первого рода

$$\iint\limits_F f(x, y, z)\,dS = \iint\limits_G f(x, y, \varphi(x, y))\sqrt{1 + \left[\frac{\partial\varphi}{\partial x}(x, y)\right]^2 + \left[\frac{\partial\varphi}{\partial y}(x, y)\right]^2}\,dxdy,$$

получим:

$$\iint\limits_F (\sqrt{a^2 - x^2} + z)\,ydS =$$

$$= \iint\limits_{F_1} \left(\sqrt{a^2 - x^2} + \sqrt{a^2 - x^2}\right) y dS + \iint\limits_{F_2} \left(\sqrt{a^2 - x^2} - \sqrt{a^2 - x^2}\right) y dS =$$

$$= \iint\limits_{G_1} 2\sqrt{a^2 - x^2}\, y \frac{a dx dy}{\sqrt{a^2 - x^2}} = 2a \iint\limits_{G_1} y dx dy =$$

$$= 2a \int\limits_{-a}^{a} dx \int\limits_{b}^{c} y dy = 2a^2 \left(c^2 - b^2\right). \otimes$$

Пример 4.5.3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint\limits_F x^2 y^2 z dx dy$$

по верхней стороне верхней половины сферы с уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2.$$

Р е ш е н и е. Проекцией верхней полусферы на координатную плоскость XOY является круг, ограниченный окружностью

$$x^2 + y^2 = R^2.$$

Уравнение верхней полусферы

$$z = \varphi(x, y) = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}.$$

Следовательно, искомый интеграл преобразуется в двойной интеграл так:

$$\iint\limits_F x^2 y^2 z dx dy = \iint\limits_{G^{12}} x^2 y^2 \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dx dy.$$

Вычисления проводим в полярных координатах:

$$\iint\limits_{G^{12}} x^2 y^2 \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dx dy = \iint\limits_{G^{12}} r^5 \cos^2\varphi \cdot \sin^2\varphi \sqrt{R^2 - r^2} dr d\varphi =$$

$$= 4 \int\limits_0^{\pi/2} \cos^2\varphi \cdot \sin^2\varphi d\varphi \int\limits_0^R r^5 \sqrt{R^2 - r^2} dr =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{R^2 - r^2} = t;\ R^2 - r^2 = t^2; \\ r dr = -t dt;\ r^4 = \left(R^2 - t^2\right)^2. \end{array} \right\} == \int\limits_0^{\pi/2} \frac{1 - \cos 4\varphi}{2} d\varphi \int\limits_0^R \left(R^2 - t^2\right)^2 t^2 dt$$

$$= \frac{2}{105} \pi R^7. \otimes$$

Пример 4.5.4. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint\limits_F xdydz + ydzdx + zdxdy,$$

где F – верхняя сторона части плоскости с уравнением $x + z - 1 = 0$, отсечённая плоскостями с уравнениями $y = 0$, $y = 4$ и лежащая в первом октанте.

Р е ш е н и е. Заданная поверхность изображена на рисунке5.1. Для вычисления интеграла используем формулу вычисления общего поверхностного интеграла второго рода:

$$\iint\limits_F P(x, y, z)dydz + Q(x, y, z)dzdx + R(x, y, z)dxdy =$$

$$= \iint\limits_{G_{23}} P(\varphi(y, z), y, z)dydz + \iint\limits_{G_{13}} Q(x, \psi(x, z), z)dxdz +$$

$$+ \iint\limits_{G_{12}} R(x, y, \omega(x, y))dxdy.$$

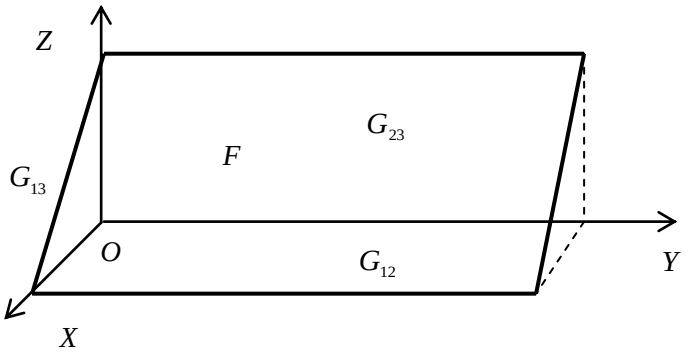


Рис. 5.1.

Так как плоскость параллельна оси OY, то

$$\iint\limits_{G_{13}} Q(x, \psi(x, z), z)dxdz = 0.$$

Получаем:

$$\iint\limits_F xdydz + ydzdx + zdxdy = \iint\limits_{G_{23}} (-z)dydz + \iint\limits_{G_{12}} (-x)dxdy = 4. \otimes$$

Практическое занятие 6

Векторный анализ

Пример 4.6.1. Найти градиент сферически-симметричного скалярного поля

$$u = \varphi(r),$$

где $r = \left\| \vec{r} \right\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Р е ш е н и е. По определению градиента имеем

$$\operatorname{grad} \varphi(\vec{r}) = \frac{\partial}{\partial x}\varphi(\vec{r})\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial y}\varphi(\vec{r})\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial z}\varphi(\vec{r})\vec{e}_3 =$$

$$= \frac{d\varphi}{dr}\frac{x}{r}\vec{e}_1 + \frac{d\varphi}{dr}\frac{y}{r}\vec{e}_2 + \frac{d\varphi}{dr}\frac{z}{r}\vec{e}_3 = \frac{d\varphi}{dr}\cdot\frac{\vec{r}}{r}. \otimes$$

Отметим, что векторное поле, определяемое соотношением $\vec{a} = \operatorname{grad}\varphi$, называется ***потенциальным полем***, а скалярная функция φ называется ***потенциалом*** векторного поля $\vec{a}$. Само векторное поле $\vec{a} = \frac{d\varphi}{dr}\cdot\frac{\vec{r}}{r}$ называется ***потенциальным*** полем. Иногда потенциальное поле определяют соотношением $\vec{a} = -\operatorname{grad}\varphi$.

Пример 4.6.2. Найти дивергенцию сферически-симметричного векторного поля $\vec{a} = \varphi(\vec{r})\vec{r}$.

Р е ш е н и е. По определению дивергенции имеем:

$$\operatorname{div}\vec{a} = \left(\vec{\nabla}, \varphi(\vec{r})\vec{r}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left[\varphi(\vec{r})x\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\varphi(\vec{r})y\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\varphi(\vec{r})z\right] =$$

$$= \frac{d\varphi}{dr}\frac{x^2}{r} + \varphi(r) + \frac{d\varphi}{dr}\frac{y^2}{r} + \varphi(r) + \frac{d\varphi}{dr}\frac{z^2}{r} + \varphi(r) = \frac{d\varphi}{dr}\cdot r + 3\varphi(r). \otimes$$

Векторное поле называется ***соленоидальным***, если выполнено условие $div\,\vec{a} = 0$. $\otimes$

Пример 4.6.3. Найти условие соленоидальности векторного поля из предыдущего примера.

Р е ш е н и е. Условие соленоидальности $\operatorname{div}\vec{a} = 0$ для поля $\vec{a} = \varphi(\vec{r})\vec{r}$ приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\frac{d\varphi}{dr}\cdot r + 3\varphi(r) = 0$$

С разделяющимися переменными. Разделяя переменные и учитывая, что в случае функций одного переменного производная $\frac{d\varphi}{dr}$ – это отношение двух дифференциалов, получаем:

$$\frac{d\varphi}{\varphi} = -3\frac{dr}{r}. \qquad (1)$$

Интегрируя уравнение (1), получаем $\ln|\varphi| = -3\ln r + C_1$. Записывая произвольную постоянную в логарифмическом виде $C_1 = \ln C$, где C – произвольная положительная постоянная, получаем $\varphi = \frac{C}{r^3}$. Здесь C уже произвольная (не обязательно положительная) постоянная. $\otimes$

Пример 4.6.4. Найти ротор сферически-симметричного векторного поля

$$\vec{a} = \varphi(r)\vec{r},$$

где $r = \left\|\vec{r}\right\| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$.

Р е ш е н и е. Записывая векторное поле в разложении по декартовому базису

$$\vec{a} = \varphi(r)\vec{r} = \varphi(r)x\vec{e}_1 + \varphi(r)y\vec{e}_2 + \varphi(r)z\vec{e}_3,$$

и используя определение ротора, получаем:

$$\operatorname{rot}\vec{a} = \left[\vec{\nabla}, \vec{a}\right] = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \varphi(r)x & \varphi(r)y & \varphi(r)z \end{vmatrix} =$$

$$= \left\{\frac{\partial}{\partial y}\left[\varphi(r)z\right] - \frac{\partial}{\partial z}\left[\varphi(r)y\right]\right\}\vec{e}_1 + \left\{\frac{\partial}{\partial z}\left[\varphi(r)x\right] - \frac{\partial}{\partial x}\left[\varphi(r)z\right]\right\}\vec{e}_2$$

$$+ \left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[\varphi(r)y\right] - \frac{\partial}{\partial y}\left[\varphi(r)x\right]\right\}\vec{e}_3 = \frac{d\varphi(r)}{dr}\left(\frac{yz}{r} - \frac{zy}{r}\right)\vec{e}_1 +$$

$$+ \frac{d\varphi(r)}{dr}\left(\frac{zx}{r} - \frac{xz}{r}\right)\vec{e}_2 + \frac{d\varphi(r)}{dr}\left(\frac{xy}{r} - \frac{yx}{r}\right)\vec{e}_3 = \vec{0}. \otimes$$

Векторное поле, для которого выполнено соотношение $rot\,\vec{a} = \vec{0}$, называется ***безвихревым*** полем. Из предыдущей задачи следует, что сферически-симметричное векторное поле является безвихревым полем.

Пример 4.6.5. Доказать, что

$$\operatorname{div}\left[\vec{A}, \vec{B}\right] = \left(\vec{B}, \operatorname{rot}\vec{A}\right) - \left(\vec{A}, \operatorname{rot}\vec{B}\right). \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. Для решения применим правило действия оператора $\vec{\nabla}$ на произведение функций

$$\vec{\nabla}\left(\varphi\cdot\omega\cdot\ldots\cdot\psi\right) =$$

$$= \vec{\nabla}\left(\overset{\vee}{\varphi}\cdot\omega\cdot\ldots\cdot\psi\right) + \vec{\nabla}\left(\varphi\cdot\overset{\vee}{\omega}\cdot\ldots\cdot\psi\right) + \ldots + \vec{\nabla}\left(\varphi\cdot\omega\cdot\ldots\cdot\overset{\vee}{\psi}\right), \qquad (2)$$

где символ $\vee$ над функцией устанавливает порядок действия оператора $\vec{\nabla}$ на соответствующую функцию. Для скалярных полей имеется в виду просто произведение функций, для векторных полей произведение может быть как скалярным, так и векторным.

Учитывая, что

$$\operatorname{div}\left[\vec{A}, \vec{B}\right] = \left(\vec{\nabla}, \left[\vec{A}, \vec{B}\right]\right),$$

в левой части (1) получаем:

$$\operatorname{div}\left[\vec{A}, \vec{B}\right] = \left(\vec{\nabla}, \left[\vec{A}, \vec{B}\right]\right) = \left(\vec{\nabla}, \left[\overset{\vee}{\vec{A}}, \vec{B}\right]\right) + \left(\vec{\nabla}, \left[\vec{A}, \overset{\vee}{\vec{B}}\right]\right),$$

Первое смешанное произведение в правой части последнего равенства преобразуется к виду:

$$\left(\vec{\nabla}, \left[\overset{\vee}{\vec{A}}, \vec{B}\right]\right) = \left(\left[\vec{\nabla}, \vec{A}\right], \vec{B}\right) = \left(\vec{B}, \left[\vec{\nabla}, \vec{A}\right]\right) = \left(\vec{B}, \operatorname{rot}\vec{A}\right). \qquad (3)$$

Аналогично, второе смешанное произведение в правой части того же равенства преобразуется к виду

$$\left(\vec{\nabla},\left[\vec{A},\overset{\vee}{\vec{B}}\right]\right)=-\left(\vec{\nabla},\left[\overset{\vee}{\vec{B}},\vec{A}\right]\right)=-\left(\vec{A},\left[\vec{\nabla},\vec{B}\right]\right)=-\left(\vec{A},\operatorname{rot}\vec{B}\right). \quad (4)$$

Складывая (3) и (4), получаем (1). ⊗

Пример 4.6.6. Доказать, что справедлива формула

$$\operatorname{rot}\left(u\cdot\vec{A}\right)=\left[\operatorname{grad}u,\vec{A}\right]+u\cdot\operatorname{rot}\vec{A},$$

где u – скалярное, а $\vec{A}$ – векторное поля.

Р е ш е н и е. Преобразуем левую часть:

$$\operatorname{rot}\left(u\cdot\vec{A}\right)=\left[\vec{\nabla},u\cdot\vec{A}\right]=\left[\vec{\nabla},\overset{\vee}{u}\cdot\vec{A}\right]+\left[\vec{\nabla},u\cdot\overset{\vee}{\vec{A}}\right]=$$

$$=\left[\vec{\nabla}u,\vec{A}\right]+u\cdot\left[\vec{\nabla},\vec{A}\right]=\left[\operatorname{grad}u,\vec{A}\right]+u\cdot\operatorname{rot}\vec{A}.\otimes$$

Пример 4.6.7. Доказать, что справедлива формула

$$\operatorname{rot}\ \operatorname{rot}\vec{A}=\operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{A}-\Delta\vec{A},$$

где Δ – ***оператор Лапласа*** $\Delta=\left(\vec{\nabla},\vec{\nabla}\right)$.

Р е ш е н и е. Для доказательства используем формулу для двойного векторного произведения

$$\left[\vec{A},\left[\vec{B},\vec{C}\right]\right]=\vec{B}\left(\vec{A},\vec{C}\right)-\vec{C}\left(\vec{A},\vec{B}\right),$$

полагая $\vec{A}=\vec{B}=\nabla$, получим:

$$\operatorname{rot}\ \operatorname{rot}\vec{A}=\left[\vec{\nabla},\left[\vec{\nabla},\vec{A}\right]\right]=\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla},\vec{A}\right)-\left(\vec{\nabla},\vec{\nabla}\right)\vec{A}=\operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{A}-\Delta\vec{A}.\otimes$$

Пример 4.6.8. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{A}=x^3\vec{e}_1-y^2\vec{e}_2+y\vec{e}_3$$

по замкнутому контуру $\Gamma \in [0, 2\pi]$, заданному уравнениями

$$x = \cos t,\ y = 3\sin t,\ z = \cos t - \sin t.$$

Р е ш е н и е. По определению циркуляция равна криволинейному интегралу второго рода

$$C = \oint_{\Gamma} \left(\vec{A}, d\vec{x} \right) = \oint_{\Gamma} x^3 dx - y^2 dy + y dz.$$

Криволинейный интеграл вычисляем, сводя его к определённому интегралу:

$$\oint_{\Gamma} x^3 dx - y^2 dx^2 + y dx^3 =$$

$$= \int_0^{2\pi} (-\cos^3 t \sin t - 27 \sin^2 t \cos t - 3\sin^2 t - 3\sin t \cos t)\, dt =$$

$$= -\int_0^{2\pi} \cos^3 t \sin t dt - 27 \int_0^{2\pi} \sin^2 t \cos t dt - 3 \int_0^{2\pi} \sin^2 t dt - 3 \int_0^{2\pi} \sin t \cos t dt =$$

$$= \int_0^{2\pi} \cos^3 t d(\cos t) - 27 \int_0^{2\pi} \sin^2 t d(\sin t) -$$

$$-\frac{3}{2} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2t \right) d(2t) - 3 \int_0^{2\pi} \sin t d(\sin t) = -3\pi. \otimes$$

Пример 4.6.9. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F} = -\omega x_2 \vec{e}_1 + \omega x_1 \vec{e}_2$$

по простому замкнутому контуру, представляющему собой окружность с центром в начале системы координат и радиусом R, в положительном направлении.

Р е ш е н и е. Параметризация окружности

$$x_1 = R\cos t,\ x_2 = R\sin t,$$

где $t \in [0, 2\pi]$. Поэтому по определению циркуляции получаем:

$$C = \oint_{\Gamma} \left(\vec{F}, d\vec{x} \right) = \oint_{\Gamma} -\omega x_2 dx_1 + \omega x_1 dx_2 =$$

$$= \omega \int_0^{2\pi} (R^2 \sin^2 t + R^2 \cos^2 t)\, dt = 2\pi R^2 \omega. \otimes$$

Пример 4.6.10. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F} = (x_1 + 3x_2 + 2x_3)\vec{e}_1 + (2x_1 + x_3)\vec{e}_2 + (x_1 - x_2)\vec{e}_3$$

по контуру треугольника ABC, если $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 1)$.

Р е ш е н и е. Для решения применим формулу Стокса, согласно которой

$$C = \oint_{\Gamma}\left(\vec{F}, d\vec{x}\right) = \iint_{S}\left(\vec{n}, rot\,\vec{F}\right)ds.$$

Уравнение плоскости, в которой лежит треугольник, имеет вид

$$\frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{3} + \frac{x_3}{1} = 1,$$

или

$$3x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 6.$$

Находим ротор векторного поля:

$$rot\,\vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \dfrac{\partial}{\partial x_1} & \dfrac{\partial}{\partial x_2} & \dfrac{\partial}{\partial x_3} \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 & 2x_1 + x_3 & x_1 - x_2 \end{vmatrix} =$$

$$= \left[\frac{\partial}{\partial x_2}(x_1 - x_2) - \frac{\partial}{\partial x_3}(2x_1 + x_3)\right]\vec{e}_1 -$$

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x_1}(x_1 - x_2) - \frac{\partial}{\partial x_3}(x_1 + 3x_2 + 2x_3)\right]\vec{e}_2 +$$

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x_1}(2x_1 + x_3) - \frac{\partial}{\partial x_2}(x_1 + 3x_2 + 2x_3)\right]\vec{e}_3 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

Теперь циркуляция

$$C = \oint_{\Gamma}\left(\vec{F}, d\vec{x}\right) = \iint_{S}\left(\vec{n}, rot\,\vec{F}\right)ds =$$

$$= -2\iint_{G^{23}} dx_2 dx_3 + \iint_{G^{13}} dx_3 dx_1 - \iint_{G^{12}} dx_1 dx_2 =$$

$$= -2\int_0^3 dx_2 \int_0^{1-x_2/3} dx_3 + \int_0^1 dx_3 \int_0^{2-x_3} dx_1 - \int_0^2 dx_1 \int_0^{3-3x_1/2} dx_2 =$$

$$= -2\left[x_2 - \frac{1}{6}x_2^2 \right]_0^3 + \left[x_3 - x_3^2 \right]_0^1 - \left[3x_1 - \frac{3}{4}x_1^2 \right]_0^2 = -5. \otimes$$

Пример 4.6.11. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F} = x_2 \vec{e}_1 - x_1 \vec{e}_2 + a \vec{e}_3 \quad (a = const)$$

вдоль окружности с уравнением

$$x_1^2 + x_2^2 = 1,\ x_3 = 0$$

в положительном направлении двумя способами.

Р е ш е н и е. 1) Вычислим циркуляцию непосредственно, учитывая, что параметризация окружности имеет вид $(R = 1)$:

$$x_1 = \cos t,\ x_2 = \sin t.$$

Теперь имеем:

$$C = \oint_\Gamma \left(\vec{F}, d\vec{x} \right) = \oint_\Gamma F_1 dx_1 + F_2 dx_2 + F_3 dx_3 =$$

$$= \int_0^{2\pi} \left[\sin t \cdot (-\sin t) - \cos t \cos t \right] dt = -\int_0^{2\pi} \left(\sin^2 t + \cos^2 t \right) dt = -2\pi.$$

2) Вычислим циркуляцию по формуле Стокса. Сначала найдём ротор векторного поля:

$$rot\, \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \dfrac{\partial}{\partial x_1} & \dfrac{\partial}{\partial x_2} & \dfrac{\partial}{\partial x_3} \\ x_2 & -x_1 & a \end{vmatrix} = -2\vec{e}_3.$$

Нормаль плоскости треугольника $\vec{n} = \vec{e}_3$. Следовательно, имеем

$$C = \oint_\Gamma \left(\vec{F}, d\vec{x} \right) = \iint_S \left(\vec{n}, rot\, \vec{F} \right) ds = -2 \iint_S \left(\vec{n}, \vec{e}_3 \right) ds = -2 \iint_S dx_1 dx_2 =$$

$$= -2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 r dr = -2 \cdot 2\pi \cdot \frac{1}{2} = -2\pi. \otimes$$

Пример 4.6.12. Найти поток радиус-вектора

$$\vec{r} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3$$

через произвольную гладкую замкнутую поверхность F, ограничивающую область Ω, имеющую объём V.

Р е ш е н и е. Находим дивергенцию поля радиус-вектора:

$$\operatorname{div}\vec{r} = 1+1+1 = 3.$$

Воспользуемся формулой Остроградского-Гаусса (10.10.13):

$$\oiint_F \left(\vec{r}, d\vec{s}\right) = \iiint_V \left(\vec{\nabla}, \vec{r}\right) dV = 3\iiint_V dV = 3V.$$

Из полученной формулы следует формула для вычисления объёма области Ω при помощи поверхностных интегралов

$$V = \frac{1}{3}\oiint_F \left(\vec{r}, \vec{n}\right) ds,$$

которая в декартовых координатах принимает вид

$$V = \frac{1}{3}\oiint_F \left(xn_1 + yn_2 + zn_3\right) ds = \frac{1}{3}\oiint_F \left(x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma\right) ds,$$

где $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ – координаты орта нормали $\vec{n}$. $\otimes$

Пример 4.6.13. Найти поток векторного поля радиус-вектора

$$\vec{r} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3$$

Через поверхность с уравнением

$$z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2},\ z = 0\ \left(0 \le z \le 1\right).$$

Р е ш е н и е. Воспользуемся теоремой Остроградского-Гаусса:

$$\Phi = \oiint_S \left(\vec{F}, \vec{n}\right) ds = \iiint_V div\,\vec{F}\, dv.$$

Так как

$$\operatorname{div}\vec{r} = 1+1+1 = 3,$$

а поверхность – это конус с вершиной в точке $(0; 0; 1)$, ограниченный плоскостями с уравнениями $z = 0$ и $z = 1$, то переходя к цилиндрическим координатам, получаем:

$$\Phi = \oiint_S \left(\vec{r}, \vec{n}\right) ds = \iiint_V div\,\vec{r}\, dv = 3\iiint_V dv = 3\iiint_\Omega r\,d\varphi\,dr\,dz =$$

$$= 3\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 r dr \int_0^{1-r} dz = 3\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 r(1-r)\,dr = 3\cdot 2\pi\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right) = \pi. \otimes$$

Пример 4.6.14. Найти поток поля

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

точечного источника электрического поля через сферу с уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2.$$

Р е ш е н и е. Поток векторного поля через поверхность вычисляется по формуле

$$\Phi = \iint_S \left(\vec{F}, d\vec{s}\right) = \iint_S \left(\vec{F}, \vec{n}\right) ds = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\iint_S \frac{1}{r^2}\left(\frac{\vec{r}}{r}, \vec{n}\right) ds.$$

Так как $r = R = const$ и скалярное произведение ортов

$$\left(\frac{\vec{r}}{r}, \vec{n}\right) = 1,$$

получаем:

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\iint_S \frac{1}{r^2}\left(\frac{\vec{r}}{r}, \vec{n}\right) ds = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2}\iint_S ds = \frac{q4\pi R^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2} = \frac{4\pi q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}. \otimes$$

Практическое занятие 7

Дифференциальные уравнения,

интегрируемые в квадратурах

Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными

Пример 4.7.1. Найти интегральные кривые дифференциального уравнения

$$6xdx - 6ydy = 2x^2 ydy - 3xy^2 dx.$$

Р е ш е н и е. 1) Перепишем данное уравнение в виде

$$2y\ \ x^2+3\ \ dy=3x\ \ 2+y^2\ \ dx.$$

2) Замечаем, что $x^2+3>0,\ 2+y^2>0.$ Поэтому можно разделить переменные, деля обе части уравнения на $\left(x^2+3\right)\left(2+y^2\right)$:

$$\frac{2y}{2+y^2}dy=\frac{3x}{x^2+3}dx.$$

3) Используем формулу для нахождения решения:

$$\int\frac{2y}{2+y^2}dy+C_1=\int\frac{3x}{x^2+3}dx+C_2;$$

$$\ln\ \ 2+y^2\ \ =\frac{3}{2}\ln\ \ x^2+3\ \ +C;$$

$$C=C_2-C_1.$$

4) Преобразуем полученный интеграл:

$$2\ln\ \ 2+y^2\ \ -3\ln\ \ x^2+3\ \ =C;$$

$$\ln\frac{2+y^2\ \ ^2}{x^2+3\ \ ^3}=C.$$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением

$$\ln\frac{2+y^2\ \ ^2}{x^2+3\ \ ^3}=C$$

при всевозможных значениях параметра C. $\otimes$

Пример 4.7.2. Найти частное решение уравнения

$$\left(+y^2\right)dx=xydy,$$

если $y=1$ при $x=2$.

Р е ш е н и е. 1) Разделяем переменные:

$$\frac{y}{1+y^2}dy=\frac{dx}{x}.$$

2) Интегрируем полученное уравнение:

$$\int \frac{y}{1+y^2}\,dy = \int \frac{dx}{x} + \ln C;$$

$$\frac{1}{2}\ln\left(1+y^2\right) = \ln|x| + \ln C;$$

$$1+y^2 = Cx^2.$$

Так как C – произвольная постоянная, то имеем

$$y^2 = Cx^2 - 1$$

3) Используем начальные условия:

$$4 = 2C;\ C = 2;\ x^2 = 2\left(+y^2\right).$$

4) Частный интеграл:

$$y = \sqrt{\frac{x^2}{2} - 1}.$$

Ответ: $y = \sqrt{\frac{x^2}{2} - 1}.\ \otimes$

Дифференциальные уравнения с однородной правой частью

Пример 4.7.3. Найти интегральные кривые дифференциального уравнения

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 2xy - 5y^2}{2x^2 - 6xy}.$$

Р е ш е н и е. Это уравнение с однородной правой частью.

1) Разделим числитель и знаменатель на x^2:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 + 2\frac{y}{x} - 5\left(\frac{y}{x}\right)^2}{2 - 6\frac{y}{x}}.$$

2) Совершаем подстановку

$$u(x)=\frac{y}{x},$$

где $u(x)$ – новая искомая функция. Так как

$$y'=u+xu',$$

получаем новый вид уравнения:

$$u+x\frac{du}{dx}=\frac{1+2u-5u^2}{2-6u}.$$

После простых преобразований получаем

$$\frac{du}{dx}x=\frac{1+u^2}{2-6u}.$$

3) Разделяем переменные, предполагая, что $1+u^2\neq 0,\ x\neq 0$:

$$\frac{2-6u}{1+u^2}du=\frac{dx}{x}.$$

4) Интегрируем:

$$2arctgu-3\ln(1+u^2)=\ln|x|+C.$$

Заменяя $u(x)=\frac{y}{x}$, получаем:

$$2arctg\frac{y}{x}-3\ln\left(1+\frac{y}{x^2}^2\right)-\ln|x|=C.$$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением

$$2arctg\frac{y}{x}-3\ln\left(1+\frac{y}{x^2}^2\right)-\ln|x|=C.\otimes$$

Линейные дифференциальные уравнения первого порядка

Пример 4.7.4. Найти общее решение уравнения

$$\frac{dy}{dx}+3y=e^{2x}.$$

Р е ш е н и е. Здесь $p(x)=3,\ f(x)=e^{2x}$.

1) Сначала решаем однородное уравнение

$$\frac{dy}{dx} = -3y,$$

соответствующее данному неоднородному уравнению:

$$\frac{dy}{dx} = -3y;$$

$$\frac{dy}{y} = -3dx;$$

$$\ln|y| = -3x + \ln C_1;$$

$$|y| = C_1 e^{-3x};$$

$$y = C_2 e^{-3x}.$$

2) Ищем решение исходного уравнения в виде $z = C_2(x)e^{-3x}$. Подстановка в исходное уравнение даёт:

$$\frac{dC_2(x)}{dx} = e^{5x};$$

$$C_2(x) = \int e^{5x} dx + C;$$

$$C_2(x) = \frac{1}{5}e^{5x} + C.$$

3) Подставляем в решение:

$$z = \frac{1}{5}e^{2x} + Ce^{-3x}.$$

Ответ: общее решение имеет вид

$$z = \frac{1}{5}e^{2x} + Ce^{-3x}. \otimes$$

Пример 4.7.5. Найти решение задачи Коши для уравнения

$$\frac{dy}{dx} - \frac{1}{x}y = -\frac{2}{x^2}$$

с начальным условием $y(1) = 1$.

Р е ш е н и е. Воспользуемся формулой

$$y = e^{-\int p(x)dx}\left(\int q(x)e^{\int p(x)dx} + C\right),$$

следующей из метода вариации произвольной постоянной.

1) Находим общее решение:

$$z = e^{-\int p(x)dx}\left(\int q(x)e^{\int p(x)dx} + C\right) = e^{\int \frac{dx}{x}}\left(-2\int \frac{1}{x^2}e^{-\int \frac{1}{x}dx}\right) = \frac{1}{x} + Cx.$$

2) Используем начальное условие

$$\frac{1}{1^2} + C = 1,$$

откуда $C = 0$. Решение задачи Коши принимает вид:

$$z = \frac{1}{x}.$$

Ответ: $y = \frac{1}{x}.$ $\otimes$

Неполные обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка

Пример 4.7.6. Найти частное решение ОДУ

$$\frac{d^2y}{dx^2} = xe^x,$$

удовлетворяющее начальным условиям $y\big|_{x=0} = 1,\ \frac{dy}{dx}\big|_{x=0} = 0.$

Р е ш е н и е. Интегрируем уравнение последовательно:

1) $$\frac{dy}{dx} = \int xe^x dx + C_1 = \begin{Bmatrix} u = x, & du = dx, \\ dv = e^x dx, & v = e^x. \end{Bmatrix} = xe^x - \int e^x dx + C_1 =$$

$$= (x-1)e^x + C_1;$$

2) $$y = \int (x-1)e^x dx + C_1 x + C_2 = \begin{Bmatrix} u = x-1, & du = dx, \\ dv = e^x dx, & v = e^x. \end{Bmatrix} =$$

$$= (x-2)e^x + C_1 x + C_2 .$$

Так как в силу первого начального условия $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0} = 0$, получаем:

$$(-1)e^0 + C_1 = 0,\ C_1 = 1.$$

Так как в силу второго начального условия $y|_{x=0} = 1$, получаем:

$$(-2)e^0 + C_1 \cdot 0 + C_2 = 1,\ C_2 = 3.$$

Теперь частное решение, удовлетворяющее заданным условиям, принимает вид

$$y = (x-2)e^x + x + 3. \otimes$$

Пример 4.7.7. Найти общее решение ОДУ

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 - 3\frac{d^2y}{dx^2} + 2 = 0.$$

Р е ш е н и е. Решаем уравнение относительно $z = \frac{d^2y}{dx^2}$:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 1,\ \frac{d^2y}{dx^2} = 2.$$

Интегрируем получившиеся ОДУ последовательно:

1) $\frac{d^2y}{dx^2} = 1,\ \frac{dy}{dx} = x + C_1,\ y = \frac{1}{2}x^2 + C_1 x + C_2;$

2) $\frac{d^2y}{dx^2} = 2,\ \frac{dy}{dx} = 2x + C_3,\ y = x^2 + C_3 x + C_4.$

Совокупность этих решений образует общий интеграл ОДУ.

Так как квадратный трёхчлен имеет разложение

$$z^2 - 3z + 2 = (z - z_1)(z - z_2),$$

то общий интеграл ОДУ имеет вид:

$$\left(y - \frac{1}{2}x^2 - C_1 x - C_2\right) \cdot (y - x^2 - C_3 x - C_4) = 0. \otimes$$

Пример 4.7.8. Найти общее решение ОДУ

$$\frac{d^3y}{dx^3} = -\frac{1}{2}\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3.$$

Р е ш е н и е. Положим $\frac{d^2y}{dx^2} = z$, тогда из уравнения получаем

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{1}{2}z^3.$$

Интегрируя получившееся уравнение, получаем

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{1}{2}z^3,\ \frac{dz}{z^3} = -\frac{1}{2}dx,\ \frac{1}{z^2} = x + C_1,\ z^2 = \frac{1}{x + C_1}.$$

Заменяя $z = \frac{d^2y}{dx^2}$, получаем уравнение

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 = \frac{1}{x + C_1}.$$

Уравнение содержит только x и y. Разрешая его относительно $\frac{d^2y}{dx^2}$, получаем

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\pm 1}{\sqrt{x + C_1}}.$$

Это уравнение интегрируем последовательно:

$$\frac{dy}{dx} = \pm\int\frac{dx}{\sqrt{x + C_1}} + C_2 = \left[dx = d\left(x + C_1\right)\right] =$$

$$= \pm\int \left(x + C_1\right)^{-1/2} d\left(x + C_1\right) + C_2 = \pm\left(x + C_1\right)^{1/2} + C_2$$

$$y_1 = \int \left(x + C_1\right)^{1/2} dx + C_2x + C^3 = \left(x + C_1\right)^{3/2} + C_2x + C^3,$$

$$y_2 = -\int \left(x + C_1\right)^{1/2} dx + C_2x + C^3 = -\left(x + C_1\right)^{3/2} + C_2x + C^3. \otimes$$

Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка

Пример 4.7.9. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}-2y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^2+k-2=0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1=-2,\ k_2=1.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{-2x},\ e^{x}\ .$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x)=C_1e^{-2x}+C_2e^{x}.\otimes$$

Пример 4.7.10. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2y}{dx^2}-2\frac{dy}{dx}+y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^2-2k+1=0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1=k_2=1.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{x},\ xe^{x}\ .$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x)=(C_1+C_2x)e^{x}.\otimes$$

Пример 4.7.11. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2y}{dx^2}-4\frac{dy}{dx}+13y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^2-4k+13=0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1=2+3i,\ k_2=2-3i.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{2x}\cos 3x,\ e^{2x}\sin 3x\ .$$

Общее решение имеет вид:

$$y=e^{2x}\left(C_1\cos 3x+C_2\sin x\right).\otimes$$

Пример 4.7.12. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^3y}{dx^3}-2\frac{d^2y}{dx^2}-\frac{dy}{dx}+2y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^3-2k^2-k+2=0.$$

Преобразуем характеристическое уравнение:

$$\left(k^2-1\right)\left(k-2\right)=0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1=-1,\ k_2=1,\ k_3=2.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{-x},\ e^{x},\ e^{2x}\ .$$

Общее решение имеет вид:

$$y=C_1e^{-x}+C_2e^{x}+C_3e^{2x}.\otimes$$

Пример 4.7.13. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^3y}{dx^3}-4\frac{d^2y}{dx^2}+6\frac{dy}{dx}-4y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^3-4k^2+6k-4=0.$$

Корень ищем среди множителей свободного члена, это 2 и 4. Проверяем 2, для чего делим уголком:

$$k^3-4k^2+6k-4=(k-2)(k^2-2k+2).$$

Уравнение принимает вид:

$$(k-2)(k^2-2k+2)=0.$$

Находим оставшиеся корни характеристического уравнения

$$k_1=2,\ k_2=1+i,\ k_3=1-i.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{2x},\ e^x\cos x,\ e^x\sin x\ .$$

Общее решение записывается в виде:

$$y(x)=C_1e^{2x}+e^x(C_2\cos x+C_3\sin x).\otimes$$

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения

второго порядка. Метод Лагранжа

Пример 4.7.14. Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2y}{dx^2}-y=x^2-x+1.$$

Р е ш е н и е. 1) Однородное уравнение

$$\frac{d^2y}{dx^2}-y=0.$$

Характеристическое уравнение

$$k^2-1=0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1 = -1,\ k_2 = 1.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{-x},\ e^{x}\ .$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x) = C_1 e^{-x} + C_2 e^{x}.$$

2) Решение неоднородного уравнения ищем в виде

$$z(x) = C_1(x)e^{-x} + C_2(x)e^{x}.$$

Система линейных алгебраических уравнений для производных новых функций в общем виде

$$\begin{cases} y_1 \dfrac{dC_1}{dx} + y_2 \dfrac{dC_2}{dx} = 0, \\ \dfrac{dy_1}{dx}\dfrac{dC_1}{dx} + \dfrac{dy_2}{dx}\dfrac{dC_2}{dx} = f(x). \end{cases}$$

В нашем случае

$$\begin{cases} e^{-x} \dfrac{dC_1}{dx} + e^{x} \dfrac{dC_2}{dx} = 0, \\ -e^{-x} \dfrac{dC_1}{dx} + e^{x} \dfrac{dC_2}{dx} = x^2 - x + 1. \end{cases}$$

Решаем систему, например, по формулам Крамера, в результате получаем:

$$\frac{dC_1}{dx} = -\frac{1}{2}e^{x}(x^2 - x + 1);\ \frac{dC_2}{dx} = \frac{1}{2}e^{-x}(x^2 - x + 1).$$

3) Решение первого из уравнений:

$$C_1 = -\frac{1}{2}\int e^{x}(x^2 - x + 1)dx + A_1 = \ldots = \left(-\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 2\right)e^{x} + A_1.$$

Решение второго уравнения:

$$C_2 = -\frac{1}{2}\int e^{-x}(x^2 - x + 1)dx + A_2 = \ldots = \left(-\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 12\right)e^{-x} + A_2.$$

Общее решение неоднородного уравнения

$$z(x) = A_1 e^{-x} + A_2 e^{x} - x^2 + x - 1. \otimes$$

Примеры из механики

Пример 4.7.15. С аэростата, падающего с высоты H со скоростью v_0, сбросили балласт, после чего его падение замедлилось и через некоторое время сменилось подъёмом, так что через время t_0 аэростат поднялся на высоту, с которой сбросили балласт. Считая, что масса аэростата без балласта равна m, а сила сопротивления воздуха R и подъёмная сила аэростата T постоянны, определить, сколько времени после сброса балласта аэростат опускался.

Р е ш е н и е. Начало системы координат поместим в нижнюю точку траектории аэростата, ось OZ направим вертикально вверх (рисунок 1). По условию задачи силы, действующие на аэростат в течение всего времени движения остаются постоянными.

Уравнение второго закона динамики для опускающегося аэростата имеет вид:

$$m\ddot{z} = T + R - G, \qquad (1)$$

где $G = mg$ – сила тяжести. В начальный момент времени аэростат находился на высоте H, поэтому начальные условия запишутся в виде

$$z(0) = H,\ \dot{z}(0) = -v_0. \qquad (2)$$

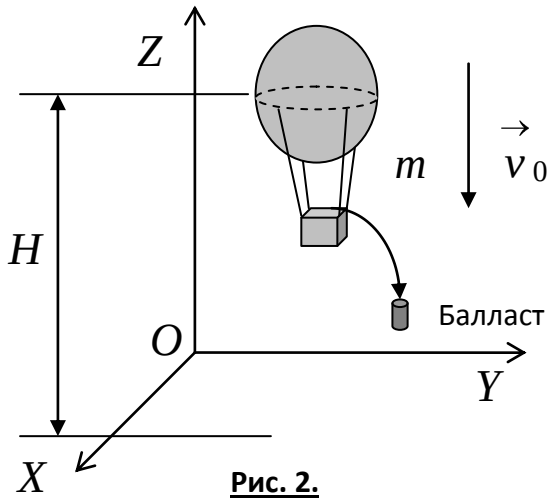


Рис. 2.

Уравнение (1) – это простейшее обыкновенное дифференциальное уравнение, не содержащее в правой части искомой функции и независимой переменной. Интегрируя два раза, получаем:

$$m\dot{z} = (T + R - G)t + C_1, \qquad (3)$$

$$mz = \frac{T+R-G}{2}t^2 + C_1 t + C_2 . \qquad (4)$$

Используя начальные условия (2), получаем для постоянных: $C_1 = -mv_0$, $C_2 = mH$. Теперь уравнения движения принимают вид:

$$\dot{z} = \frac{T+R-G}{m}t - v_0, \qquad (5)$$

$$z = \frac{T+R-G}{2m}t^2 - v_0 t + H . \qquad (6)$$

Для поднимающегося аэростата уравнение второго закона динамики и начальные условия имеют вид:

$$m\ddot{z} = T - R - G, \qquad (7)$$

$$z(0) = 0,\ \dot{z}(0) = 0. \qquad (8)$$

Интегрируя (7), получаем:

$$m\dot{z} = (T - R - G)t + C_1, \qquad (9)$$

$$mz = \frac{T-R-G}{2}t^2 + C_1 t + C_2 . \qquad (10)$$

Из начальных условий (8) для постоянных получаем $C_1 = 0$, $C_2 = 0$, откуда получаем уравнение движения:

$$z = \frac{T-R-G}{2m}t^2 . \qquad (11)$$

Обозначим время падения аэростата t_1, а время подъёма t_2. Из условия задачи $t_0 = t_1 + t_2$. Подставляя $t = t_1$, $\dot{z}(t_1) = 0$, $z(t_1) = 0$ в (5) и (6) и $t = t_2$, $z(t_2) = H$ в (11), получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{T+R-G}{m}t_1 - v_0 = 0, \\ \dfrac{T+R-G}{2m}t_1^2 - v_0 t_1 + H = 0, \\ \dfrac{T-R-G}{2m}t_2^2 = H. \end{cases} \qquad (12)$$

Исключая из уравнений системы (12) неизвестные H и v_0 с учётом того, что $t_2 = t_0 - t_1$, получаем:

$$t_1 = \frac{t_0}{1 + \frac{\sqrt{T+R-mg}}{T-R-mg}}. \otimes$$

Пример 4.7.16. Грузовик массой m имеет максимальную скорость $v_{\max}$ и разгоняется с места до скорости v_* за время t_*. Сила сопротивления пропорциональна скорости. Чему равняется средняя сила тяги двигателя грузовика?

Р е ш е н и е. Силы, действующие на грузовик, изображены на рисунке 2. При решении задачи предполагаем, что средняя сила тяги двигателя $\vec{F}$ постоянна.

После проектирования на оси системы координат дифференциальное уравнение движения имеет вид:

$$m\ddot{x} = F - R.$$

Здесь сила трения $\vec{R} = k\vec{v}$, где коэффициент динамического трения $k > 0$ неизвестен; $\vec{N}$ – сила реакции опоры (дороги); $\vec{G}$ – сила тяжести.

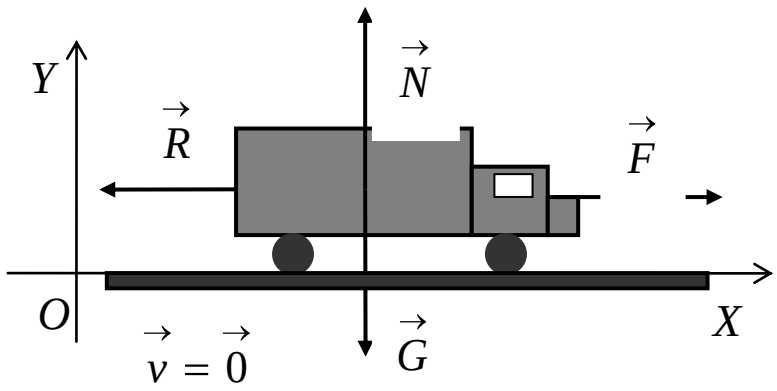


Рис. 2.

Обозначая $\dot{x} = v$, получаем:

$$m\dot{v} = F - kv \Rightarrow m\frac{dv}{dt} = F - kv \Rightarrow \frac{mdv}{F-kv} = dt \Rightarrow$$

$$-\frac{m}{k}\int\frac{d(F-kv)}{F-kv}=t+C \Rightarrow -\frac{m}{k}\ln(F-kv)=t+C.$$

Начальные условия $x(0)=0$ и $\dot{x}(0)=v(0)=0$. Из условия на скорость получаем, что $C=-\frac{m}{k}\ln F$. Подстановка даёт

$$t=-\frac{m}{k}\ln(F-kv)+\frac{m}{k}\ln F=-\frac{m}{k}\ln\frac{F-kv}{F} \Rightarrow t=-\frac{m}{k}\ln\left(1-\frac{kv}{F}\right). \quad (1)$$

Так как задана максимальная скорость $v_{\max}$, то из необходимого условия экстремума получаем:

$$\frac{dv}{dt}=0 \Rightarrow m\ddot{x}=F-kv_{\max}=0 \Rightarrow k=\frac{F}{v_{\max}}. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), при $t=t_*$ и $v=v_*$, получаем:

$$t_*=-\frac{m}{F/v_{\max}}\ln\left(1-\frac{(F/v_{\max})v_*}{F}\right) \Rightarrow t_*=-\frac{mv_{\max}}{F}\ln\left(1-\frac{v_*}{v_{\max}}\right) \Rightarrow$$

$$F=-\frac{mv_{\max}}{t_*}\ln\frac{v_{\max}-v_*}{v_{\max}} \Rightarrow F=\frac{mv_{\max}}{t_*}\ln\frac{v_{\max}}{v_{\max}-v_*}. \otimes$$

Практическое занятие 8

Линейные системы ОДУ, методы Эйлера и Лагранжа

Пример 4.8.1. Дана система ОДУ

$$\begin{cases}\dfrac{dy^1}{dt}+y^1+2y^2=0,\\ \dfrac{dy^2}{dt}-3y^1-4y^2=0.\end{cases}$$

Найти общее решение этой системы.

Р е ш е н и е. Систему можно записать в матричном виде:

$$\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}y^1\\ y^2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 2\\ -3 & -4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y^1\\ y^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 0\end{pmatrix}.$$

Частное решение ищем в виде

$$y^1(t)=x^1e^{-\mu t},\ y^2(t)=x^2e^{-\mu t}.$$

Подставляя в систему уравнений частное решение и сокращая на неравный нулю множитель $e^{-\mu t}$, получаем

$$\begin{cases}(-\mu)x^1+2x^2=0,\\ -3x^1-(\mu+4)x^2=0.\end{cases}$$

Это однородная СЛАУ, характеристическое уравнение для неё имеет вид

$$\begin{vmatrix}1-\mu & 2\\ -3 & -\mu-4\end{vmatrix}=0,$$

или

$$\mu^2+3\mu+2=0.$$

Характеристические числа (собственные значения)

$$\mu_1=-2,\ \mu_2=-1.$$

1) Для $\mu_1=-2$ имеем СЛАУ

$$\begin{cases}3x^1+2x^2=0,\\ -3x^1-2x^2=0,\end{cases}$$

которая сводится к уравнению

$$3x^1+2x^2=0.$$

Решение этого уравнения, полагая $x^2=a\in R^1$, запишем в виде

$$\begin{pmatrix}x^1\\ x^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}a\\ a\end{pmatrix}=a\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}\\ 1\end{pmatrix},$$

Таким образом, имеем первый собственный вектор

$$\begin{pmatrix}x^1\\ x^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}\\ 1\end{pmatrix}.$$

Частное решение, соответствующее первому собственному значению, имеет вид

$$\begin{pmatrix} y_1^1 \\ y_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} \\ e^{2t} \end{pmatrix}.$$

2) Для $\mu_1 = -2$ имеем СЛАУ

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 = 0, \\ -3x^1 - 3x^2 = 0, \end{cases}$$

которая сводится к одному уравнению

$$x^1 + x^2 = 0.$$

Полагая $x^2 = b \in R^1$, получим

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b \\ b \end{pmatrix} = b\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Второй собственный вектор имеет вид

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Частное решение, соответствующее второму собственному вектору, имеет вид

$$\begin{pmatrix} y_2^1 \\ y_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^t \\ e^t \end{pmatrix}.$$

3) Составляем фундаментальную матрицу:

$$Y(t) = \begin{pmatrix} y_1^1 & y_2^1 \\ y_1^2 & y_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} & -e^t \\ e^{2t} & e^t \end{pmatrix}.$$

Теперь общее решение находится по формуле

$$|y(t)\rangle = Y(t)|C\rangle.$$

Подставляя в эту формулу выражение для фундаментальной матрицы, получаем:

$$\begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} & -e^t \\ e^{2t} & e^t \end{pmatrix}\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}C_1e^{2t} - C_2e^t \\ C_1e^{2t} + C_2e^t \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 4.8.2. Найти общее решение системы ОДУ

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - y_2 - y_3 = 0, \\ \dfrac{dy_2}{dt} - y_1 - y_3 = 0, \\ \dfrac{dy_3}{dt} - y_1 - y_2 = 0. \end{cases} \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. Решение ищем в виде

$$y_1 = x_1 e^{-\mu t},\ y_2 = x_2 e^{-\mu t},\ y_3 = x_3 e^{-\mu t}.$$

Подставляя в систему уравнений (1), получаем СЛАУ для определения собственных векторов

$$\begin{cases} -\mu x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - \mu x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - x_2 - \mu x_3 = 0. \end{cases} \qquad (2)$$

Эта система уравнений нетривиально совместна, если выполнено условие

$$\begin{vmatrix} -\mu & -1 & -1 \\ -1 & -\mu & -1 \\ -1 & -1 & -\mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mu_1 = -2,\ \mu_2 = \mu_3 = 1.$$

Корню $\mu_1 = -2$ соответствует система уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

Если решать данную систему методом Гаусса, то получим

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Получаем одно решение исходной системы уравнений

$$|y_1\rangle = a|a_1\rangle = e^{2t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{2t} \\ e^{2t} \\ e^{2t} \end{pmatrix}.$$

Так как ранг матрицы СЛАУ (2) при $\mu_2 = \mu_3 = 1$ равен 1, то система уравнений сводится к одному уравнению

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0.$$

Полагая $x_2 = a$, $x_3 = b$, получаем решение в виде

$$|x\rangle = a|a_2\rangle + b|a_3\rangle \Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = b\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Каждому из базисных решений

$$|a_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} =, |a_3\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

соответствует одно частное решение

$$|y_2\rangle = e^{-t}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^{-t} \\ e^{-t} \\ 0 \end{pmatrix}, |y_3\rangle = e^{-t}\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^{-t} \\ 0 \\ e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Определитель, составленный из этих решений

$$\begin{vmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{vmatrix} = 1 \neq 0,$$

следовательно, найденные решения образуют линейно независимую систему, то есть фундаментальную систему решений исходной системы ОДУ. Составим фундаментальную матрицу

$$Y(t) = \begin{pmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Теперь общее решение запишем в виде

$$|y\rangle = \begin{pmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 e^{2t} - C_2 e^{-t} - C_3 e^{-t} \\ C_1 e^{2t} + C_2 e^{-t} \\ C_1 e^{2t} + C_3 e^{-t} \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 4.8.3. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - y_2 = 0, \\ \dfrac{dy_2}{dt} - y_1 = \dfrac{1}{t^2} + \ln t. \end{cases} \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. Решаем систему методом Лагранжа. Для этого сначала находим общее решение соответствующей однородной системы

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - y_2 = 0, \\ \dfrac{dy_2}{dt} - y_1 = 0. \end{cases} \qquad (2)$$

Подставляя $y_1 = x_1 e^{-\mu t}$ и $y_2 = x_2 e^{-\mu t}$, записываем характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} \mu & 1 \\ 1 & \mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mu^2 - 1 = 0 : \mu_1 = -1;\ \mu_2 = 1.$$

Находим собственные векторы.

1) Для $\mu_1 = -1$ система сводится к уравнению

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 - x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 - x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = a \Rightarrow x_1 = a.$$

Вектор решения принимает вид:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Первый собственный вектор

$$|x_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2) Для $\mu_2 = 1$ система сводится к уравнению

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = b \Rightarrow x_1 = -b.$$

Второй собственный вектор

$$|x_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Теперь частные решения имеют вид:

$$\mu_1 = -1 \Rightarrow |y_1\rangle = e^t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^t \\ e^t \end{pmatrix};$$

$$\mu_2 = 1 \Rightarrow |y_2\rangle = e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-t} \\ e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Общее решение системы (2) записывается так:

$$|y\rangle = C_1 |y_1\rangle + C_2 |y_2\rangle = C_1 e^{-\mu_1 t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 e^{-\mu_2 t} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}?$$

откуда имеем

$$y_1 = C_1 e^t + C_2 e^{-t},\ y_2 = C_1 e^t - C_2 e^{-t}.$$

Общее решение неоднородной системы ищем в виде:

$$\begin{cases} z_1 = C_1 e^t + C_2 e^{-t}, \\ z_2 = C_1 e^t - C_2 e^{-t}. \end{cases} \qquad (3)$$

Подставляя в систему уравнений (1), получаем после дифференцирований и приведения подобных

$$\begin{cases} \dfrac{dC_1}{dt} e^t + \dfrac{dC_2}{dt} e^{-t} = 0, \\ \dfrac{dC_1}{dt} e^t - \dfrac{dC_2}{dt} e^{-t} = \dfrac{1}{t^2} + \ln t. \end{cases}$$

Определитель системы

$$\begin{vmatrix} e^t & e^{-t} \\ e^t & -e^{-t} \end{vmatrix} = -1 - 1 = -2.$$

Решение системы по формулам Крамера имеет вид:

$$\frac{dC_1}{dt}(t) = -\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & e^{-t} \\ \frac{1}{t^2}+\ln t & -e^{-t} \end{vmatrix} = \frac{1}{2}e^{-t}\left(\frac{1}{t^2}+\ln t\right),$$

$$\frac{dC_2}{dt}(t) = -\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & e^{-t} \\ \frac{1}{t^2}+\ln t & -e^{-t} \end{vmatrix} = \frac{1}{2}e^{t}\left(\frac{1}{t^2}+\ln t\right).$$

Откуда, после интегрирования получаем

$$C_1(t) = -\frac{1}{2}e^{-t}\left(\frac{1}{t}+\ln t\right)+A_1,\ C_2(t) = \frac{1}{2}e^{t}\left(\frac{1}{t}-\ln t\right)+A_2.$$

Подставляя в формулы (3), получаем общее решение неоднородной системы уравнений (1) в виде:

$$\begin{cases} z_1(t) = A_1e^{t} + A_2e^{-t} - \ln t, \\ z_2(t) = A_1e^{t} - A_2e^{-t} - \frac{1}{t}. \end{cases} \otimes$$

Задания для самостоятельной работы

Интегрирование и теория поля

1. Вычислить криволинейный интеграл первого рода

$$I = \int_W xydl,$$

где путь W – контур треугольника с вершинами: $A(-1;0)$, $B(0;0)$, $C(0;1)$.

2. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int_W (x+y)dx - xdy,$$

где путь W – отрезок ломаной линии, соединяющий точки

$A(0;0)$, $B(2;0)$, $C(4;2)$.

3. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int_W xdy - ydx,$$

где $W-$ путь, заданный неявным уравнением $y=x^3$, соединяющий точки $A(0;0)$ и $B(2;8)$.

4. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I=\int\limits_W x^2dx+y^2dy,$$

где $W-$ путь, заданный неявным уравнением $y=\sqrt{x}$, соединяющий точки $A(0;0)$ и $B(1;1)$.

5. Вычислить двойной интеграл

$$I=\iint\limits_D (x^2y-2y^3)dxdy$$

по прямоугольнику $D=\{(x,y)\in R_2: 2\le x\le 5\wedge 1\le y\le 3\}$.

6. Вычислить двойной интеграл

$$I=\iint\limits_D (x^2+y)dxdy$$

по области, ограниченной параболами $y=x^2$ и $y^2=x$.

7. Вычислить двойные интегралы, переходя к полярным координатам:

а) $\iint\limits_D e^{x^2+y^2}dxdy$, где D – круг $x^2+y^2\le 1$;

б) $\iint\limits_D (x^2+y^2)dxdy$, где D – круг $x^2+y^2\le 4$;

в) $\iint\limits_D (x^2+y^2)dxdy$, где D – круг $x^2+y^2\le 2x$;

г) $\iint\limits_D \sqrt{1+x^2+y^2}dxdy$, где D – первая четверть круга $x^2+y^2\le 1$.

8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями с уравнениями:

а) $y=\ln x$, $x-y=1$, $y=-1$;

б) $y=x^2$, $4y=x^2$, $x=2$, $x=-2$.

9. Вычислить тройные интегралы:

а) $\iiint\limits_V \frac{dxdydz}{(1+x+y+z)^3}$, где область V ограничена плоскостями с уравнениями

$x=0,\ y=0, z=0,\ x+y+z=1;$

б) $\iiint\limits_V (x+y)\,dxdydz$, где область V ограничена плоскостями с уравнениями

$x=0,\ y=0, z=0,\ x=1,\ y=1,\ z=1.$

10. Переходя к цилиндрическим координатам, вычислить тройные интегралы:

а) $\iiint\limits_V (x^2+y^2)\,dxdydz$, где область V ограничена поверхностями с уравнениями

$x^2+y^2=1,\ z=2;$

б) $\iiint\limits_V z\,dxdydz$, где область V ограничена поверхностями с уравнениями

$x^2+y^2=1,\ z=0,\ z=a\ (a>0)$.

11. Переходя к сферическим координатам, вычислить тройные интегралы:

а) $\iiint\limits_V (x^2+y^2+z^2)\,dxdydz$, где область V – это шар $x^2+y^2+z^2\le R^2$;

б) $\iiint\limits_V (x^2+y^2)\,dxdydz$, где область V – это верхняя половина шара

$x^2+y^2+z^2\le R^2.$

12. Вычислить поверхностные интегралы первого рода:

а) $\iint\limits_F (x+18y+24z)\,ds$, где поверхность F задана неявным уравнением

$x+2y+3z=1,$

и неравенствами $x\ge 0,\ y\ge 0, z\ge 0;$

б) $\iint\limits_F (x^2+y^2)\,ds$, где поверхность F задана неявным уравнением

$x^2+y^2-z^2=0,$

и неравенствами $0\le z\le 1.$

13. Вычислить поверхностные интегралы второго рода:

а) $\iint\limits_F z\,dxdy$, где поверхность F – верхняя сторона верхней половины сферы

$x^2+y^2+z^2=9;$

б) $\iint\limits_F (x^2+y^2)\,dxdy$, где поверхность F – верхняя сторона части параболоида с уравнением

$$z=1-x^2-y^2,$$

отсечённая плоскостью $z=0$.

14. Найти производную скалярного поля $u=x^2+y^2-3x+2y$ по направлению радиуса-вектора точки $M(3;4)$ в начале координат.

15. Найти градиент плоского скалярного поля $u=\sqrt{4+x^2+y^2}$ в точке $M(2;1)$.

16. Найти производную функции, определённой формулой $u=\dfrac{xyz}{3}$, в точке $M_0(1;2;3)$ по направлению вектора $\overrightarrow{M_0M}$, если $M(4;1;6)$.

17. Доказать, что

а) $\operatorname{grad} r=\dfrac{\vec{r}}{r}$; б) $\operatorname{grad}\dfrac{1}{r}=-\dfrac{\vec{r}}{r^3}$.

18. Показать, что

$$\operatorname{grad} f(u,v)=\frac{\partial f}{\partial u}\operatorname{grad}u+\frac{\partial f}{\partial v}\operatorname{grad}v.$$

19. Найти

а) $\operatorname{div}\vec{r}$; б) $\operatorname{div}\left(r^4\vec{r}\right)$; в) $\operatorname{div}\left(\left(\vec{A},\vec{r}\right)\vec{B}\right)$.

20. Найти $\operatorname{div}\vec{A}$, если:

а) $\vec{A}=(x-y)(y-z)\vec{e}_1+(y-z)(z-x)\vec{e}_2+(z-x)(x-y)\vec{e}_3$;

б) $\vec{A}=(x^2+y^2)(y-z)\vec{e}_1+(y^2+z^2)(z-x)\vec{e}_2+(z^2+x^2)(x-y)\vec{e}_3$.

21. Найти ротор векторного поля $\vec{A}(M)$:

а) $\vec{A}=\dfrac{y}{x}\vec{e}_1+\dfrac{z}{y}\vec{e}_2+\dfrac{x}{z}\vec{e}_3$;

б) $\vec{A} = yz\,\vec{e}_1 + z(x + 2y)\,\vec{e}_2 + y(x + y)\,\vec{e}_3$.

22. Доказать двумя способами (в декартовых координатах и с помощью оператора Гамильтона), что для произвольного скалярного поля $\varphi(M)$ и для произвольных векторных полей $\vec{A}(M)$ и $\vec{B}(M)$ справедливы следующие формулы:

а) $\left(\vec{A}, \nabla\right)\varphi\vec{B} = \vec{B}\left(\vec{A}, \nabla\varphi\right) + \varphi\left(\vec{A}, \nabla\right)\vec{B}$;

б) $\vec{C}\cdot\nabla\left(\vec{A}, \vec{B}\right) = \vec{A}\cdot\left(\left(\vec{C}, \nabla\right), \vec{B}\right) + \vec{B}\cdot\left(\left(\vec{C}, \nabla\right), \vec{A}\right)$;

в) $\left(\vec{C}, \nabla\right)\left[\vec{A}, \vec{B}\right] = \left[\vec{A}, \left(\vec{C}, \nabla\right)\vec{B}\right] - \left[\vec{B}, \left(\vec{C}, \nabla\right)\vec{A}\right]$.

23. Найти результат действия векторных дифференциальных операций:

а) $\operatorname{div}(\operatorname{grad}\varphi)$;

б) $\operatorname{rot}(\operatorname{grad}\psi)$;

в) $\operatorname{rot}\left[\vec{A}, \operatorname{rot}\vec{B}\right]$.

24. Найти векторные линии векторных полей:

а) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = 2y\,\vec{e}_1 + 6x\,\vec{e}_2$;

б) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = 2x\,\vec{e}_1 + 3y\,\vec{e}_2$;

в) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = 2y\,\vec{e}_2 + 6z\,\vec{e}_3$.

25. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{A}\left(\vec{x}\right)$ вдоль заданного замкнутого контура с заданной параметризацией:

а) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = y\,\vec{e}_1 - z\,\vec{e}_2 + x^2 y\,\vec{e}_3,$

$x = 2\cos t,\ y = \sin t,\ z = 1,\ t \in [0, 2\pi];$

б) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = z\,\vec{e}_1 - x\,\vec{e}_2 + yz\,\vec{e}_3,$

$x = 2\cos t,\ y = 6\sin t,\ z = 3,\ t \in [0, 2\pi];$

в) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = 4y\,\vec{e}_1 + x\,\vec{e}_2 + y\,\vec{e}_3,$

$x = \cos t,\ y = \sin t,\ z = 2 - \cos t - \sin t,\ t \in [0, 2\pi].$

Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Найти общее решение обыкновенного дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.

1) Решить уравнение $(+y)dx - (-x)dy = 0.$

Ответ: $(+y)(-x) = C.$

2) Решить уравнение $(+e^x)yy' = e^x.$

Ответ: $\frac{y^2}{2} = \ln(+e^x) + C.$

3) Решить уравнение $x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0.$

Ответ: $\sqrt{1+y^2} + \sqrt{1+x^2} = C.$

2. Найти общее решение уравнения с однородной правой частью.

1) Найти интегральные кривые уравнения $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}.$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением $e^{-\frac{y}{x}} + \ln|x| = C.$

2) Найти интегральные кривые уравнения $y' = \frac{y}{x} - 1.$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением $xe^{\frac{y}{x}} = C$.

3) Найти интегральные кривые уравнения

$$(x^2 + 2xy)dx + xydy = 0.$$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением

$$\ln|x+y| + \frac{x}{x+y} = C.$$

3. Найти общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка. Если указаны начальные условия, то найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию.

1) $(x+1)\frac{dy}{dx} = 4x + 2y.$

2) $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{1-x^2} - 1 - x = 0,\ y(0) = 0.$

3) $x\frac{dy}{dx} + y - e^x = 0,\ y(a) = b.$

4) $\frac{dy}{dx}\cos^2 x + y = \operatorname{tg} x,\ y(0) = 0.$

5) $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x\ln x} = x\ln x,\ y(e) = \frac{e^2}{2}.$

6) $\frac{dy}{dx} - y\operatorname{tg} x = \cos x,\ y(0) = 0.$

7) $\frac{dy}{dx} + y\cos x = e^{\sin x},\ y(0) = 0.$

8) $x\frac{dy}{dx} + y = x^2.$

9) $x^2\frac{dy}{dx} - 2xy = 3.$

10) $x^2\frac{dy}{dx} - 2xy = 3y.$

11) $\frac{dy}{dx} - ay = e^{bx}$.

4. Найти общее решение линейного однородного обыкновенного дифференциального уравнения порядка выше второго.

1) $\frac{d^3y}{dx^3} - 8y = 0.$

2) $\frac{d^4y}{dx^3} - y = 0.$

3) $\frac{d^4y}{dx^4} - 5\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0.$

4) $\frac{d^4y}{dx^4} + \frac{d^3y}{dx^3} + 8\frac{d^2y}{dx^2} + 8\frac{dy}{dx} + 4y = 0.$

5) $\frac{d^5y}{dx^5} - 6\frac{d^4y}{dx^4} + 9\frac{d^2y}{dx^2} = 0.$

5. Найти общее решение линейного неоднородного обыкновенного дифференциального уравнения.

1) $\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = -12x^2 + 6x - 4.$

2) $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = 4e^x.$

3) $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 3y = -4e^x + 3.$

4) $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 6\sin 2x.$

5) $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + y = -13\sin 2x.$

6. Найти общее решение однородных систем ОДУ методом Эйлера и, если указано, выделить частное решение, удовлетворяющее поставленным начальным условиям.

1) $\begin{cases} \dfrac{dy^1}{dt} - 2y^1 + 3y^2 = 0, \\ \dfrac{dy^2}{dt} - 3y^1 - 2y^2 = 0. \end{cases}$

2) $\begin{cases} \dfrac{dy^1}{dt} - 2y^1 + 3y^2 = 0, \\ \dfrac{dy^2}{dt} - 3y^1 - 2y^2 = 0. \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - 4y_1 + y_2 = 0, \\ \dfrac{dy_2}{dt} - 3y_1 - y_2 + y_3 = 0, \\ \dfrac{dy_3}{dt} - y_1 - y_3 = 0. \end{cases}$

4) $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} + y_1 - y_2 - y_3 = 0, \\ \dfrac{dy_2}{dt} - y_1 + y_2 - y_3 = 0, \\ \dfrac{dy_3}{dt} - y_1 - y_2 + y_3 = 0. \end{cases}$

5) $\dfrac{d}{dt}|y\rangle = A|y\rangle, |y\rangle = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

6) $\dfrac{d}{dt}|y\rangle = A|y\rangle, |y\rangle = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

7. Решить неоднородные системы ОДУ методом Лагранжа.

1) $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - y_2 = \cos t, \\ \dfrac{dy_2}{dt} + y_1 = 1. \end{cases}$

2) $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - 2y_1 + 4y_2 = 4e^{-2t}, \\ \dfrac{dy_2}{dt} - 2y_1 + 2y_2 = 0. \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - 2y_1 - y_2 + 2y_3 = -t + 2, \\ \dfrac{dy_2}{dt} + y_1 = 1, \\ \dfrac{dy_3}{dt} - y_1 - y_2 + y_3 = -t + 1. \end{cases}$

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО

«Уральский государственный горный университет»

О. В. Садырева, И. Г. Коршунов

Ф И З И К А

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ВСЕХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ

Екатеринбург

2020

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО
Учебно-методическим советом УГГУ

Председатель совета
_____Упоров С.А.

ФИЗИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
СТУДЕНТОВ ВСЕХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ

Екатеринбург, 2019

Методические указания рассмотрены на заседании кафедры физики 26 марта 2019 года (протокол № 19) и рекомендованы для издания в УГГУ

ФИЗИКА. Методические указания для самостоятельной работы студентов всех направлений подготовки/Садырева О.В., Коршунов И.Г.; Урал.гос. горный ун-т.– Екатеринбург, 2019.– 29 стр.

Методические указания составлены в соответствии с программами по курсу физики для студентов всех направлений подготовки в УГГУ. Они содержат условия задач для самостоятельной работы, при выполнении контрольных работ студентами по следующим темам курса физики: механика; молекулярная физика и термодинамика; электричество и магнетизм; механические и электромагнитные колебания и волны; волновая и квантовая оптика; квантовая физика и физика атома; элементы ядерной физики. Также в них содержатся методические указания к решению задач, их оформлению, список рекомендуемой литературы и справочные данные, необходимые для решения задач.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ И ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНИХ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются преподавателем в начале соответствующего семестра.
2. Контрольные работы нужно выполнять чернилами в школьной тетради, на обложке указывается фамилия и инициалы студента, номер группы.
3. Условия задач в контрольной работе необходимо переписать полностью без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради нужно оставлять поля.
4. Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, при решении которых допущены ошибки.
5. При решении задач необходимо пользоваться следующей схемой:

- Внимательно прочитать условие задачи.
- Выписать столбиком все величины, входящие в условие, и выразить их в одних единицах (преимущественно в Международной системе единиц СИ).
- Если это возможно, представить условие задачи в виде четкого рисунка. Правильно сделанный рисунок – это наполовину решенная задача.
- Уяснить физическую сущность задачи, установить основные законы и формулы, на которых базируется условие задачи.
- Если при решении задачи применяется формула, полученная для частного случая, не выражающая какой-нибудь физический закон или не являющаяся определением какой-нибудь физической величины, то ее следует вывести.
- Если равенства векторные, то их необходимо спроектировать но оси координат и записать в скалярной форме.
- Решить задачу сначала в общем виде, то есть, в буквенных обозначениях, заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.
- После получения расчетной формулы для проверки ее правильности следует подставить в правую часть формулы вместо символов величин их размерности, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица соответствует искомой величине. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно.
- Подставить в конечную формулу числовые значения, выраженные в единицах СИ. В виде исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числовые значения однородных величин, стоящих в числителе и знаменателе дроби и имеющих одинаковые степени.

- При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 3520 надо записать $3{,}52 \cdot 10^3$, вместо 0,00129 записать $1{,}29 \cdot 10^{-3}$ и т. п.
- Вычисления по расчетной формуле надо проводить с соблюдением правил приближенных вычислений. Как правило, окончательный ответ следует записывать с тремя значащими цифрами. Это относится и к случаю, когда результат получен с применением калькулятора.
- Решение задачи должно сопровождаться краткими, но исчерпывающими пояснениями и комментариями.

1. МЕХАНИКА

1. Расстояние между двумя станциями метрополитена 1,5 км. Первую половину этого расстояния поезд проходит равноускоренно, вторую - равнозамедленно с тем же по модулю ускорением. Максимальная скорость поезда 50 км/ч. Найти ускорение и время движения поезда между станциями.

2. Шахтная клеть поднимается со скоростью 12 м/с. После выключения двигателя, двигаясь с отрицательным ускорением 1,2 м/с2 , останавливается у верхней приемной площадки. На каком расстоянии от нее находилась клеть в момент выключения двигателя и сколько времени двигалась до остановки?

3. С башни высотой 30 м в горизонтальном направлении брошено тело с начальной скоростью 10 м/с. Определить уравнение траектории тела, скорость тела в момент падения.

4. Для добывания руды открытым способом произвели взрыв породы. Подъем кусков породы, выброшенных вертикально вверх, длился 5 с. Определить их начальную скорость и высоту подъема.

5. При взрыве серии скважин камень, находящийся на уступе высотой 45 м, получил скорость 100 м/с в горизонтальном направлении. Какова дальность полета камня, сколько времени он будет падать, с какой скоростью упадет на землю?

6. Рассчитать скорость движения и полное ускорение шахтного электровоза в момент времени 5 с, если он движется по криволинейному участку радиусом 15 м. Закон движения электровоза выражается формулой $S = 800 + 8t - 0{,}5\,t^2$, м.

7. Во сколько раз тангенциальное ускорение точки, лежащей на ободе вращающегося колеса, больше ее нормального ускорения для того момента времени, когда вектор полного ускорения этой точки составляет угол 30° с вектором ее линейной скорости?

8. Под действием постоянной силы 118 Н вагонетка приобрела скорость 2 м/с, пройдя путь 10 м. Определить силу трения и коэффициент трения, если масса вагонетки 400 кг.

9. В шахте опускается равноускоренно лифт массой 280 кг, в первые 10 с он проходит 35 м. Найти натяжение каната, на котором висит лифт.

10. На горизонтальной платформе шахтной клети находится груз 60 кг. Определить силу давления груза на платформу: при равномерном подъеме и спуске, при подъеме и спуске с ускорением 3 м/^{2} , при спуске с ускорением 9,8 м/с^2.

11. Тело скользит по наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол 45° . Пройдя путь 36,4 см, тело приобретает скорость 2 м/с. Найти коэффициент трения тела о плоскость.

12. Найти закон движения (зависимость пройденного расстояния от времени) куска антрацита при скольжении его с нулевой начальной скоростью по стальному желобу с углом наклона 30° . Коэффициент трения 0,3.

13. Рудничный поезд массой 450 т движется со скоростью 30 км/ч, развивая мощность 150 л. с. (1 л. с. =736 Вт). Определить коэффициент трения.

14. Определить силу тяги, которую развивает лебедка при подъеме вагонетки массой 2 т с ускорением 0,5 м/^{2}, если коэффициент трения 0,03, а угол наклона железнодорожного полотна 30°.

15. Вагонетка скатывается по наклонной горке длиной 5 м. Определить путь, проходимый вагонеткой по горизонтали до остановки, и наибольшую скорость движения, если коэффициент сопротивления 0,0095. Угол наклона 5°.

16. Маховик, приведенный в равноускоренное вращение, сделав 40 полных оборотов, стал вращаться с частотой 480 мин$^{-1}$.Определить угловое ускорение маховика и продолжительность равноускоренного вращения.

17. Ротор шахтного электродвигателя совершает 960 об/мин. После выключения он останавливается через 10с. Считая вращение равнозамедленным, найти угловое ускорение ротора. Сколько оборотов сделал ротор до остановки?

18. Крутящий момент двигателя электрической лебедки 1,2 кН·м. Для остановки двигателя служат тормозные деревянные колодки, прижимающиеся с двух сторон к тормозному чугунному диску радиусом 0,6 м, жестко связанному с ротором двигателя. Найти силу давления, необходимую для остановки ротора, если коэффициент трения равен 0,5.

19. Двигатель мощностью 3 кВт за 12 с разогнал маховик до 10 об/с. Найти момент инерции маховика.

20. Была произведена работа в 1 кДж, чтобы из состояния покоя привести маховик во вращение с частотой $8с^{-1}$.Какой момент импульса (количества движения) приобрел маховик?

21. Шар и цилиндр имеют одинаковую массу 5кг и катятся со скоростью 10 м/с по горизонтальной плоскости. Найти кинетическую энергию этих тел.

22. Какую работу надо произвести, чтобы раскрутить маховик массой 80 кг до 180об/мин? Массу маховика считать равномерно распределенной по ободу с диаметром 1м.

23. Ротор шахтного электродвигателя совершает 960 об/мин. После выключения он останавливается через 10с. Считая вращение равнозамедленным, найти угловое ускорение ротора. Сколько оборотов сделал ротор до остановки?

24. Шар и сплошной цилиндр катятся по горизонтальной плоскости. Какую часть энергия поступательного движения каждого тела составляет от общей кинетической энергии?

25. Маховик, выполненный в виде диска радиусом 0,4м и имеющий массу 100 кг, был раскручен до 480 оборотов в минуту и предоставлен самому себе. Под действием трения вала о подшипники маховик остановился через 80 с. Определить момент сил трения.

2.МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

26. Какой объем занимает 1 кг водорода при давлении 106 Па и температуре 20°С? Молярная масса водорода $2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

27. Для автогенной сварки привезли баллон кислорода вместимостью 100 л. Найти массу кислорода, если его давление 12 МПа и темпера-тура 16°С. Молярная масса кислорода $32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

28. Определить среднюю плотность сжатого воздуха в рудничной воздухопроводной сети, если давление воздуха в компрессоре составляет $7 \cdot 10^5$ Па, а давление у воздухоприемников $6 \cdot 10^5$ Па. Температура воздуха в начале и конце сети равна 27°С и 7°С. Молярная масса воздуха равна 0,029 кг/моль.

29. Стальной баллон емкостью 25 л наполнен ацетиленом $C_2 H_2$ при температуре 27° С до давления 20 МПа. Часть ацетилена использовали для автогенной сварки подкрановых путей в шахте. Какая масса ацетилена из-расходована, если давление в баллоне при температуре 23°С стало равным 14 МПа ? Молярная масса ацетилена 0,026 кг/моль.

30. Сжатый воздух в баллоне имеет температуру 15°С. Во время пожара температура воздуха в баллоне поднялась до 450° С. Взорвется ли баллон, если известно, что при этой температуре он может выдержать давление не более 9,8 МПа? Начальное давление в баллоне 4,8 МПа.

31. Температура взрыва гремучей смеси, то есть температура, до которой нагреты в первый момент газообразные продукты взрыва, достигает в среднем 2600° С, если взрыв происходит внутри замкнутого пространства. Во сколько раз давление при взрыве гремучего газа превосходит давление смеси до взрыва, если последнее равно 10^5 Па, а начальная температура 17° С?

32. Компрессор, обеспечивающий работу отбойных молотков в забое, засасывает из атмосферы 100 л воздуха в секунду при давлении 1 атм. Сколько отбойных молотков может работать от этого компрессора, если для каждого молотка необходимо 100 $см^3$ воздуха в секунду при давлении 50 атм ?

33. В двигателе Дизеля сжимается адиабатически воздух, в результате чего его температура поднимается, достигая температуры воспламенения нефти 800° С. До какого давления сжимается при этом воздух и во сколько раз уменьшается его объем, если начальное давление 1 атм, начальная температура 80°С, γ=1,4?

34. Современные вакуумные насосы позволяют понижать давление до 10^{-15} мм рт. ст. Сколько молекул газа содержится в объеме 1 $см^3$ при указанном давлении и температуре 27° С ?

35. Определить средние квадратичные скорости молекул метана CH_4 до взрыва и после него, если температура до взрыва равна 20° С, а после него 2600° С. Молярная масса 0,016 кг/моль.

36. Найти среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре 350 К, а также кинетическую энергию вращательного движения всех молекул, содержащихся в 4 г кислорода.

37. Вычислить удельные теплоемкости при постоянном объеме и при постоянном давлении окиси углерода CO, принимая этот газ за идеальный.

38. На сжатие азота при постоянном давлении была затрачена работа 12 кДж. Найти изменение внутренней энергии и затраченное количество теплоты.

39. Какое количество теплоты для нагревания от 50°C до 100° C надо сообщить азоту массой 28 г, который находится в цилиндре с подвижным поршнем? Чему равна при этом процессе работа расширения?

40. При адиабатическом процессе расширения внутренняя энергия кислорода уменьшилась на 8,38 кДж. Вычислить массу кислорода, если начальная температура его 47° C, а объем увеличился в 10 раз.

41. В двигателе внутреннего сгорания температура газообразных продуктов сгорания поднимается от 600° C до 2000° C. Найти количество теплоты, подведенное к 1 кг газа при постоянном давлении, изменение его внутренней энергии и совершенную работу, если удельные теплоемкости при постоянных давлении и объеме соответственно равны 1,25 кДж/(кг·К) и 0,96 кДж/(кг·К).

42. Определить мощность на валу компрессора производительностью 25 $м^3$ в минуту, работающего на подземную воздушную сеть, если первоначальное давление 1 атм, а давление, развиваемое компрессором в конце изотермического сжатия, составляет 7 атм.

43. Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура нагревателя 227° C. Определить термический коэффициент полезного действия цикла и температуру охладителя, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от нагревателя, машина совершает работу 350 Дж.

44. От идеальной теплосиловой установки, работающей по циклу Карно, отводится ежечасно 270 МДж теплоты с помощью холодильника при 9° C. Определить полезную мощность установки, если количество подводимой в час теплоты равно 900 МДж. При какой температуре подводится теплота?

45. Газ совершает цикл Карно. Абсолютная температура нагревателя в три раза выше, чем температура холодильника. Нагреватель передал газу 42 кДж теплоты. Какую работу совершил газ?

46. При прямом цикле Карно тепловая машина совершает работу, равную 200 Дж. Температура нагревателя 375 К, холодильника 300 К. Найти количество теплоты, получаемое машиной от нагревателя.

3. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

47. Вследствие трения о шкив ремень заряжается, причем каждый квадратный метр ремня содержит 0,02Кл заряда. Ширина ремня 0,3м, скорость его движения 20 м/с. Какой заряд проходит ежесекундно через любую неподвижную плоскость, перпендикулярную ремню?

48. Определить заряд, емкость и потенциал Земли, считая ее шаром радиусом $6 \cdot 10^3$ км и зная, что напряженность поля около поверхности равна 100 В/м.

49. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора 6 кВ, заряд каждой пластины 10 нКл. Найти энергию конденсатора и силу взаимного притяжения пластин, если расстояние между ними 2 см.

50. Какое количество теплоты выделится при разрядке плоского конденсатора, если разность потенциалов между пластинами 15 кВ, расстояние 1 мм, диэлектрик слюда ($\varepsilon = 6$), площадь каждой пластины 300 $см^2$?

51. Какую работу надо совершить , чтобы увеличить расстояние между пластинами воздушного конденсатора от 0,03 м до 0,1 м? Площадь пластин 100 $см^2$. Конденсатор подключен к источнику напряжения 220 В.

52. Камнедробилка должна работать под напряжением 100 В, потребляя ток в 40 А. Напряжение на электростанции 120 В, а расстояние до нее 1 км. Определить сечение медных соединительных проводов ($\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом м).

53. Какой длины надо взять нихромовый проводник диаметром 1,5 мм для изготовления спирали вулканизатора , применяемого при сращивании кабелей, если сопротивление спирали 5,5 Ом, а удельное сопротивление нихрома $1{,}1 \cdot 10^{-6}$ Ом м?

54. Цена деления прибора $1,5 \cdot 10^{-5}$ А /дел. Шкала прибора имеет 200 делений, его внутреннее сопротивление 100 Ом. Какие сопротивления нужно подключить к этому прибору и каким образом, чтобы можно было измерять напряжение до 200 В или ток до 4 А?

55. Определить сопротивление медных магистральных проводов при температуре 30^0 С. Расстояние от места расположения проводов до взрывной станции 400 м. Площадь сечения проводов 0,8 $мм^2$, $\rho = 0{,}017$(Ом· $мм^2$ /м), $\alpha = 0{,}0044$ град-1.

56. ЭДС батареи 12 В, ток короткого замыкания 5 А. Какую наибольшую мощность может дать батарея во внешней цепи?

57. Найти ток короткого замыкания для аккумуляторной батареи, если при токе 5 А она дает во внешнюю цепь мощность 9,5 Вт, а при токе 8 А мощность 14,4 Вт.

58. Ток в проводнике сопротивлением 100 Ом равномерно нарастает от 0 до 10 А в течение 30 с. Чему равно количество теплоты, выделившееся за это время в проводнике?

59. По прямому бесконечно длинному проводнику течет ток 50 А. Найти магнитную индукцию в точке, удаленной на расстояние 5 см от проводника.

60. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут токи 50 А и 100 А в противоположных направлениях. Расстояние между проводами 20 см. Определить магнитную индукцию в точке, удаленной на 25 см от первого и на 40 см от второго провода.

61. Найти число витков в катушке диаметром 10 см, если магнитная стрелка, помещенная в ее центре, отклонилась от плоскости магнитного меридиана на 38° при токе 0,2 А. Горизонтальная составляющая земного магнитного поля 12,8 А /м . Плоскость катушки совпадает с плоскостью магнитного меридиана.

62. Определить горизонтальную составляющую напряженности магнитного поля Земли,
если обмотка тангенс–буссоли имеет 10 витков радиусом 25 см. При токе 0,64 А стрелка отклоняется на угол 45°.

63. Плоский контур площадью 20 см ² находится в однородном магнитном поле с индукцией 0,03 Тл. Найти магнитный поток, пронизывающий контур, если его плоскость составляет угол 60° с линиями индукции.

64. Электромагнит изготовлен в виде тороида со средним диаметром 51 см и вакуумным зазором 2 мм. Обмотка тороида равномерно распределена по всей его длине. Во сколько раз уменьшится напряженность магнитного поля в зазоре, если при неизменном токе в обмотке зазор увеличить в три раза? Магнитная проницаемость сердечника тороида 800.

65. Найти напряженность магнитного поля между полюсами электромагнита , если проводник массой 10 г и длиной 1м при токе в нем 19,6 А висит в поле , не падая.

66. В однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл движется проводник длиной 10 см со скоростью 15 м /с, направленной перпендикулярно к магнитному полю. Найти ЭДС, индуцированную в проводнике.

67. Обмотка электромагнита содержит 800 витков. Площадь сечения сердечника 15 $см^2$, Индукция магнитного поля в сердечнике 1,4 Тл. Вычислить величину средней ЭДС , возникающей в обмотке при размыкании тока, если ток уменьшается до нуля в течение 0,001с.

68. На железное кольцо намотано в один слой 200 витков провода. Чему равна энергия Магнитного поля, если при токе 2,5 А магнитный поток в железе 0,5 мВб?

69. Замкнутый соленоид намотан на немагнитный каркас и содержит 20 витков на каждый сантиметр длины. Найти объемную плотность энергии поля при токе 1 А.

70. С какой скоростью должен нарастать ток в катушке с числом витков 800, площадью поперечного сечения 10 $см^2$, длиной 30 см, чтобы величина ЭДС самоиндукции, возникшей в ней, была равна 25 мВ?

4. МЕХАНИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

71. Маятник для гравиметрической съемки за сутки совершил 57600 колебаний. Найти ускорение свободного падения, если длина маятника
0,56м.

72. Днище вибролюка, применяемого для погрузки руды в бункер поезда из очистной камеры, совершает гармоническое колебательное движение с амплитудой 5 мм и частотой 1500 $мин^{-1}$. Написать уравнение колебаний, если начальная фаза равна нулю.

73. Стол питателя, предназначенного для погрузки руды в вагонетки, колеблется с частотой 45 $мин^{-1}$. Определить максимальные скорость и ускорение стола, полную энергию колебаний, если масса питателя 1000 кг, амплитуда колебаний 72 мм.

74. Решето рудообогатительного грохота совершает вертикальное колебательное движение с амплитудой 5 см. Найти наименьшую частоту колебаний, при которой куски руды, лежащие на решете, будут отделяться от него и подбрасываться вверх.

75. Для погружения обсадных труб в глинистые отложения применяется вибровозбудитель ВО-10, амплитуда колебаний которого 0,13 см, частота вращения дебалансов 1200 $мин^{-1.}$ Определить максимальные скорость и ускорение, написать уравнение колебаний, если начальная фаза равна нулю.

76. Определить полную энергию колебаний и максимальную силу взаимодействия между подъемным сосудом массой 90 тонн и армировкой ствола шахты, если амплитуда горизонтальных колебаний сосуда 3 см, а циклическая частота 7 $с^{-1}$.

77. Точка одновременно совершает два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями: $x = 0{,}5\sin t$, $y = 2\cos t$. Найти уравнение траектории точки, построить график ее движения.

78. Два одинаково направленных гармонических колебания одного периода с амплитудами 10 см и 6 см складываются в одно колебание с амплитудой 14 см. Определить разность фаз складываемых колебаний.

79. Груз, подвешенный к пружине, гармонически колеблется по вертикали с периодом 0,5 с. Коэффициент упругости пружины 4 Н/м. Определить массу груза.

80. Амплитуда затухающих колебаний маятника за 5 мин уменьшилась в два раза. За какое время, считая от начального момента, амплитуда уменьшится в восемь раз?

81. Источник незатухающих гармонических колебаний подчиняется закону $x = 5\sin 3140t$ (м). Определить смещение, скорость и ускорение точки, находящейся на расстоянии 340м от источника, через 1 с от начала колебаний, если скорость волны 340 м/с.

82. Уравнение незатухающих колебаний $y = 0{,}1\sin 0{,}5\pi t$ (м). Скорость волны 300 м/с. Написать уравнение колебаний для точек волны в момент времени 4 с после начала колебаний. Найти разность фаз для источника и точки на расстоянии 200 м от него.

83. Звуковые колебания с частотой 500 Гц и амплитудой 0,25 мм, распространяются в воздухе. Длина волны 70 см. Определить скорость распространения волны и наибольшую скорость колебаний частиц воздуха.

84. Определить коэффициент сжатия горной породы - величину, обратную модулю Юнга, если скорость распространения звуковых волн в горной породе равна 4500 м/с, а плотность породы составляет $2{,}3\cdot 10^3$ кг/м^3.

85. К одному из концов длинного стержня прикреплен вибратор, колеблющийся по закону $y = 10^{-6}\sin 10^4\pi t$ (м). Найти скорость точек в сечении стержня, отстоящем от вибратора на расстоянии 25см, в момент времени 10^{-4} с. Скорость волны $5\cdot 10^3$ м/с.

86. Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью 2 мГн и конденсатора емкостью 888 пФ. На какую длину волны настроен контур?

87. Найти частоту собственных колебаний в контуре, состоящем из катушки индуктивности и плоского конденсатора. Площадь каждой пластины конденсатора 30 см^2 и расстояние между ними 0,1 см. Число витков катушки 1000, длина ее 30 см, сечение 1 см^2.

88. Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью 1,02 Гн и конденсатора емкостью 0,025 мкФ. Заряд на конденсаторе равен $2{,}5\cdot^{10\text{-}6}$ Кл. Какова зависимость разности потенциалов на конденсаторе от времени?

89. Катушка (без сердечника) длиной 50 см и площадью поперечного сечения 3 см^2 имеет 1000 витков и соединена параллельно с конденсатором. Он состоит из двух

пластин площадью 75 $см^2$ каждая, рас-стояние между пластинами 5 мм, диэлектрик - воздух. Найти период колебаний контура и длину волны, на которую он настроен.

90. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью 1,02 Гн и конденсатора емкостью 25 нФ. На обкладках конденсатора сосредоточен заряд 2,5 мкКл. Написать уравнение изменения тока в цепи в зависимости от времени.

91. Разность потенциалов на конденсаторе в контуре за 1 мс уменьшается в три раза. Найти коэффициент затухания.

92. Электромагнитные волны распространяются в некоторой однородной среде со скоростью $2{,}5 \cdot 10^8$ м/с. Какую длину волны имеют электромагнитные колебания в данной среде, если частота колебаний 1 МГц?

93. Катушка с индуктивностью 30 мкГн присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин 0,01 $м^2$ и расстоянием между ними 0,1 мм. Найти диэлектрическую проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур настроен на длину волны 750 м.

94. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 80 пФ и катушки индуктивностью 0,5 мГн. Найти максимальный ток в контуре, если максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора 300 В. На какую длину волны резонирует данный контур?

95. Закон изменения разности потенциалов на обкладках конденсатора в контуре задан уравнением $U = 50\cos 10^4 \pi t$(В). Емкость конденсатора равна 0,1 мкФ. Найти период колебаний, индуктивность, длину волны. Написать закон изменения тока в контуре.

96. Колебательный контур состоит из конденсатора переменной емкости от 12 пФ до 80пФ и катушки с индуктивностью 1,2 мГн. Найти диапазон длин электромагнитных волн, которые могут вызывать резонанс в этом контуре.

97. Индуктивность колебательного контура 0,5 мГн. Какова должна быть электроемкость контура, чтобы он резонировал на длину волны 300 м?

98. Катушка (без сердечника) длиной 50 см и площадью поперечного сечения 3 $см^2$ имеет 1000 витков и соединена параллельно с конденсатором. Он состоит из двух пластин площадью 75 $см^2$ каждая, расстояние между пластинами 5 мм, диэлектрик - воздух. Найти период колебаний контура и длину волны, на которую он настроен.

99. Какую индуктивность надо включить в колебательный контур, чтобы при емкости 2 мкФ получить частоту 1000 Гц?

100. Индуктивность катушки в колебательном контуре 20 мкГн. Требуется настроить этот контур на частоту 5 МГц. Какую емкость следует выбрать?

101. Колебательный контур, состоящий из воздушного конденсатора с двумя пластинами по 100 $см^2$ каждая и катушки с индуктивностью 1 мкГн резонирует на волну длиной 10м. Найти расстояние между пластинами конденсатора.

5. ВОЛНОВАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА

102. Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга I мм, расстояние от щелей до экрана 3м, расстояние между соседними интерференционными максимумами на экране 1,5 мм. Найти длину волны источника монохроматического света.

103. Оранжевые лучи с длиной волны 650 нм от двух когерентных источников, расстояние между которыми 120 мкм, падают на экран. Расстояние от источников до экрана 3,6 м. Найти расстояние между центрами соседних темных полос на экране.

104. Какую наименьшую толщину должна иметь пластинка, сделанная из материала с показателем преломления 1,54, чтобы при освещении ее лучами с длиной волны 750 нм, перпендикулярными к пластинке, она в отраженном свете казалась красной?

105. Между двумя плоскопараллельными пластинками лежит проволочка, отчего образовался воздушный клин. Пластинки освещаются светом с длиной волны 500 нм. Угол падения лучей 0°, длина пластинки 10 см. Расстояние между интерференционными полосами в отраженном свете 1,8 мм. Найти толщину проволочки.

106. Плосковыпуклая линза (n=1,5) с оптической силой 0,5 диоптрий выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Найти радиус пятого темного кольца Ньютона в проходящем свете (λ =600 нм).

107. Радиус кривизны плосковыпуклой линзы 4 м. Чему равна длина волны падающего света, если радиус 5-го светлого кольца Нью-она в отраженном свете равен 3,6 мм?

108. На щель шириной 0,2 мм падает нормально монохроматический свет с длиной волны 640 нм. Определить угол отклонения лучей, соответствующих первой светлой дифракционной полосе.

109. На пластинку со щелью падает нормально монохроматический свет. Угол отклонения лучей, соответствующих второму дифракционному минимуму, равен 1°. Сколько длин волн падающего света составляет ширина щели?

110. На щель шириной 0,05 мм падает нормально монохроматический свет (λ=0,6 мкм). Найти угол между первоначальным направлением пучка света и направлением на четвертую темную дифракционную полосу.

111. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной гелием. На какую линию в спектре третьего порядка накладывается красная линия гелия с длиной волны 670 нм спектра второго порядка?

112. При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядка накладываются друг на друга. На какую длину волны в спектре второго порядка накладывается фиолетовая граница (400 нм) спектра третьего порядка?

113. На дифракционную решетку, имеющую 800 штрихов на I мм, падает параллельный пучок белого света. Какова разность углов отклонения конца первого и начала второго спектров? Принять длину волны красного света 760 нм, фиолетового 400 нм.

114. На дифракционную решетку, содержащую 50 штрихов на миллиметр, падает в направлении нормали к ее поверхности белый свет. Спектр проектируется на экран с помощью линзы, помещенной вблизи решетки. Определить длину спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана 3 м. Границы видимого спектра 400 нм и 760 нм.

115. Угол преломления луча света в жидкости равен 35°. Определить показатель преломления этой жидкости, если отраженный луч максимально поляризован.
116. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, были бы наиболее полно поляризованы.

117. Предельный угол полного внутреннего отражения луча на границе жидкости с воздухом равен 43°. Каков должен быть угол падения луча из воздуха на поверхность жидкости, чтобы отраженный луч был максимально поляризован?

118. Угол максимальной поляризации при отражении света от кристалла каменной соли равен 57°. Определить скорость распространения света в этом кристалле.

119. Угол между плоскостями поляризации двух призм Николя равен 45°. Во сколько раз
уменьшится интенсивность света, прошедшего через николи, если этот угол увеличить до 60°?

120. Температура «голубой» звезды $3 \cdot 10^4$К. Определить интегральную интенсивность излучения и длину волны, соответствующую максимуму излучательной способности.

121. Приняв температуру поверхности Солнца равной 6000 К, определить энергию, излучаемую с одного квадратного метра за секунду и длину волны, соответствующую максимуму излучательной способности.

122. Поток энергии, излучаемой из смотрового окошка печи за секунду, равен 34 Вт. Найти температуру печи, если площадь отверстия 6 $см^2$.

123. Средняя величина энергии, теряемой вследствие излучения с одного квадратного сантиметра поверхности Земли за минуту, равна 0,55 Дж. Какую температуру должно иметь абсолютно черное тело, излучающее такое же количество энергии?

124. Печь при температуре 1100 К посылает на измерительный прибор некоторое тепловое излучение. Какова должна быть температура печи, чтобы получаемое прибором излучение увеличилось в два, четыре и шестнадцать раз?

125. Максимальная лучеиспускательная способность абсолютность черного тела приходится на длину волны 800 нм. Какая мощность должна быть подведена к этому телу, поверхность которого 100 $см^2$, чтобы поддерживать его при постоянной температуре.

126. Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела, максимум испускательной способности сместился с 500 нм на 750 нм. Во сколько раз уменьшилась суммарная мощность излучения?

127. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта равна 307 нм и кинетическая энергия фотоэлектрона I эВ?

128. Калий (работа выхода 2 эВ) освещается монохроматическим светом с длиной волны 509 нм. Определить максимально возможную кинетическую энергию фотоэлектронов.

129. Определить работу выхода электрона из цезия и серебра, если красная граница фотоэффекта у этих металлов составляет соответственно 660 нм и 260 нм.

130. Определить энергию, импульс и массу фотона, длина волны которого соответствует видимой части спектра с длиной волны 500 нм.

131. Определить давление света на стенки электрической стоваттной лампы. Колба лампы представляет собой сферический сосуд радиусом 5 см. Стенки лампы

отражают 10 % падающего на них света. Считать, что вся потребляемая мощность идет на излучение.

132. На поверхность площадью 100 $см^2$ ежеминутно падает 63 Дж световой энергии. Найти величину светового давления, если поверхность полностью отражает все лучи и если полностью поглощает все лучи.

133. Давление света с длиной волны 600 нм на черную поверхность равно $2,2 \cdot 10^{-7}$ $Н/м^2$. Сколько фотонов падает на I $см^2$ за одну секунду?

6. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА И ФИЗИКА АТОМА

134. Определить длину волны, соответствующую границе серии Бальмера для водорода. Выделить эту спектральную линию на схеме энергетических уровней атома водорода. Постоянная Ридберга равна $1,097 \cdot 107 м^{-1}$.

135. Найти наибольшую и наименьшую длины волн в первой инфракрасной серии спектра водорода (серии Пашена). Начертить схему энергетических уровней атома водорода.

136. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны 121,5 нм. Определить радиус электронной орбиты возбужденного атома водорода.

137. Вычислить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на первый.

138. Определить длины волн де Бройля для электрона и протона, движущихся со скоростью 1000 км/с. Масса электрона $9,1 \cdot 10^{-31}$кг, масса протона $1,67 \cdot 10^{-27кг}$.

139. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы длина волны де Бройля была равна 0,10 нм ?

140. Определить длину волны де Бройля для электрона, движущегося по круговой орбите атома водорода, находящегося в основном состоянии.

141. Электрон, движущийся со скоростью $6 \cdot 10^6$м/с, попадает в продольное ускоряющее однородное электрическое поле напряженностью 5 В/см. Какое расстояние должен пройти электрон в таком поле, чтобы его длина волны стала равной 0,10 нм?

142. Рассчитать дебройлевскую длину волны для протона с кинетической энергией, равной энергии покоя электрона 0,51МэВ.

143. Найти коротковолновую границу непрерывного рентгеновского спектра, если известно, что уменьшение приложенного к рентгеновской трубке напряжения на 23 кВ увеличивает искомую длину волны в два раза.

144. Найти длину волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра, если скорость электронов, подлетающих к антикатоду трубки, составляет 0,85 скорости света.

145. Для определения постоянной Планка к рентгеновской трубке приложили напряжение 16 кВ и определили минимальную длину волны сплошного рентгеновского излучения (λмин =77,6 пм). Вычислить по этим данным постоянную Планка.

146. Частица в потенциальной яме шириной *l* находится в возбужденном состоянии (n=2).
Вычислить вероятность нахождения частицы в крайней четверти ямы.
46. Частица в потенциальной яме находится в основном состоянии. Какова вероятность обнаружить частицу в крайней трети ямы?
147. В одномерной потенциальной яме шириной *l* находится электрон. Найти вероятность нахождения электрона на первом энергетическом уровне в интервале *l*/4, равноудаленном от стенок ямы.

148. Вычислить величину момента импульса L орбитального движения электрона, находящегося в атоме водорода в s-состоянии и в p-состоянии.

149. Частица в потенциальной яме шириной *l* находится в низшем возбужденном состоянии. Определить вероятность нахождения частицы в интервале *l*/4, равноудаленном от стенок ямы.

150. Определить возможные значения проекции момента импульса L_Z орбитального движения электрона в атоме водорода на направление внешнего магнитного поля. Электрон находится в d-состоянии.

151. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной *l*
с бесконечно высокими стенками. Определить вероятность обнаружения электрона в средней трети ямы, если электрон находится в возбужденном состоянии (n=3).

7. ЭЛЕМЕНТЫ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

152. Активность препарата пропорциональна числу ядер, распадающихся за секунду. Во сколько раз уменьшится активность препарата стронция $_{38}Sr^{90}$ через 100 лет? Период полураспада равен 28 лет.

153. Сколько β-частиц испускает в течение одного часа 1 мкг изотопа $_{11}Na^{24}$, период полураспада которого составляет 15 часов?

154. Препарат $_{92}U^{238}$ массой 1 г излучает $1{,}24 \cdot 10^4$ α -частиц в секунду. Найти период полураспада этого изотопа урана и активность препарата.

155. Найти число распадов за одну секунду в 1 г радия, период полураспада которого 1590 лет. Молярная масса радия 0,226 кг/моль.

156. Активность препарата пропорциональна числу ядер, распадающихся за одну секунду. Во сколько раз уменьшится активность иода $_{53}J^{124}$ спустя 12 суток? Период полураспада равен четырем суткам.

157. Сколько β-частиц испускается в течение суток при распаде изотопа фосфора $_{15}P^{32}$ массой 1 мкг? Период полураспада 14,3 суток.
158. Активность препарата уменьшилась в 256 раз. Сколько периодов полураспада составляет промежуток времени, за который произошло такое уменьшение активности?

159. За один год начальное количество радиоактивного вещества уменьшилось в три раза. Во сколько раз оно уменьшится за два года?
60. Какая доля начального количества радиоактивного вещества останется нераспавшейся через промежуток времени, равный двум периодам полураспада?

160. Дефект массы ядра $_7N^{15}$ равен 0,12396 а.е.м. Определить массу атома. (m $_1H^1$ = 1,00783 а.е.м.; m $_0n^1$ = 1,00867 а.е.м.).

161. Найти удельную энергию связи ядра $_6C^{12}$, если известно, что m $_1H^1$ = 1,00783 а.е.м.; m $_0$n1 = 1,00867 а.е.м.; m $_{12}C^6$ = 12,00000 а.е.м.

162. Рассчитать массу нейтрального атома, если ядро его состоит из трех протонов и двух нейтронов, а энергия связи ядра равна 26,3 Мэв. (m $_1H^1$ = 1,00783 а.е.м.; m $_0n^1$ = 1,00867 а.е.м.).

163. Определить энергию связи ядра изотопа кислорода $_8O^{16}$, если m $_1H^1$ = 1,00783 а.е.м.;
m $_0n^1$ = 1,00867 а.е.м.; m $_8O^{16}$ = 1 5,99491 а.е.м.

164. Определить энергию связи, приходящуюся на один нуклон ядра атома $_{11}Na^{23}$, если m $_{11}Na^{23}$ = 22,98977а.е.м.; m $_1H^1$ = 1,00783 а.е.м.; m $_0n^1$ = 1,00867 а.е.м.

165. Найти дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи ядра $_3Li^7$, если известно, что m $_3Li^7$ =7,01601 а.е.м.; m $_1H^1$ = 1,00783 а.е.м.; m $_0n^1$ = 1,00867 а.е.м.

166. Энергия связи электрона с ядром невозбужденного атома водорода $_1H^1$ равна 13,6 эВ. Определить, насколько масса атома водорода меньше суммы масс свободных протона и электрона.

167. Вычислить дефект массы и энергию связи ядра $_5B^{11}$,если известны следующие массы: m $_5B^{11}$ = 11,00931 а.е.м.; m $_1H^1$ = 1,00783 а.е.м.; m $_0n^1$ = 1,00867 а.е.м.

168. Найти энергию, которую нужно затратить для отрыва нейтрона от ядра $_{11}Na^{23}$, если известны следующие массы: m $_0n^1$ = 1,00867 а.е.м.; m $_{11}Na^{23}$ = 22,98977 а.е.м.; m $_{11}Na^{22}$ = 21,99444 а.е.м.

169. Найти энергию отрыва нейтрона от ядра $_2He^4$,если известны массы: m $_0n^1$ = 1,00867 а.е.м.; m $_2He^4$ = 4,00260 а.е.м.; m $_2He^3$ = 3,01603 а.е.м.

170. Найти энергию, необходимую для удаления одного протона из ядра $_8O^{16}$ ($_8O^{16} \rightarrow {}_7N^{15} + {}_1H^1$). m $_1H^1$ = 1,00783 а.е.м.; m $_8O^{16}$ = 15,99491 а.е.м.; m $_7N^{15}$ = 15,00011 а.е.м.

171. Найти изменение массы при следующей ядерной реакции:
$_{13}Al^{27} + {}_2He^4 \rightarrow {}_{15}P^{30} + {}_0n^1$, если m $_{13}Al^{27}$ =2 6,98154 а.е.м.; m $_2He^4$ = 4,00260 а.е.м.; m $_{15}P^{30}$= 29,97263 а.е.м.; m $_0n^1$= 1,00867 а.е.м.

172.Вычислить энергетический эффект ядерной реакции: $1H^2 + {}_1H3 \rightarrow {}_2He^4 + {}_0n^1$, если m $_1H^2$ = 2,01410 а.е.м.; m $_1H^3$ =3,01605 а.е.м.; m $_0n^1$ =1,00867 а.е.м.; m $_2He^4$ = 4,00260 а.е.м.

173. В термоядерном реакторе с дейтериевым горючим может происходить вторичная термоядерная реакция $_2He^3 + {}_1H^2 \rightarrow {}_2He^4 + {}_1H^1$. Вычислить энергию этой реакции. (m $_2He^3$ = 3,01603 а.е.м.; m $_1H^2$ = 2,01410 а.е.м.; m $_2He^4$ = 4,00260 а.е.м.; m $_1H^1$ = 1,00783 а.е.м.).

174. Вычислить энергию ядерной реакции $_7N^{14} + {}_0n^1 \rightarrow {}_6C^{14} + {}_1H^1$. (m $_7N^1$ ^{4}= 14,00307а.е.м.; m $_0n^1$ =1,00867 а.е.м ; m $_6C^{14}$= 14,00324 а.е.м.; m $_1H^1$= 1,00783 а.е.м.).

175. Определить энергию ядерной реакции $_3Li6 + {}_1H^2 \rightarrow {}_2He^4 + {}_2He^4$. (m $_3Li^6$ = 6,01513 а.е.м.; m $_1H^2$= 2,01410 а.е.м.; m $_2He^4$ =4 ,00260 а.е.м.).

176. Какую минимальную энергию должен иметь квант для вырывания нейтрона из ядра $_6C^{14}$? Известны массы: m $_6C^{14}$ = 14,00324 а.е.м.; m $_0n^1$= 1,00867 а.е.м.; m $_6C^{13}6$ = 13,00335а.е.м.

177. Какую минимальную энергию необходимо затратить, чтобы разделить $_6C^{12}$ на три равные части.(m $_6C^{12}$= 12,00000 а.е.м.; m $_2He^4$= 4,00260 а.е.м.).

178. Определить энергию ядерной реакции $_{20}Ca^{14} + {}_1H^1 \rightarrow {}_{19}K^{41} + 2He^4$. ($m\ {}_{20}Ca^{4\,4}$= 43,95549 а.е.м.; $m\ {}_1H^1$ = 1,00783 а.е.м.; $m\ {}_2He^4$ = 4,00260 а.е.м.; $m\ {}_{19}K^{41}$= 40,96184 а.е.м.)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

8.1 Основная литература

.

1.	И.Г. Коршунов. Физика. – Екатеринбург: Ид-во УГГУ, 2014. – 341 с.
2.	В.И. Горбатов, В.Ф. Полев. Физика. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ (Ч.1, 2012.-105 с.; Ч.2, 2013.-115 с.; Ч.3.- 2014.-147 с.)
3.	Михайлов В.К. Физика: учебное пособие/ Михайлов В.К.— Электрон. текстовые данные.- М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2013.-120 с.-Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/23753.html - ЭБС «IPRbooks».
4.	Михайлов В.К. Волны. Оптика. Атомная физика. Молекулярная физика: учебное пособие/ Михайлов В.К., Панфилова М.И.-Электрон. текстовые данные.-М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2016.-144 с.-Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/62614.html -ЭБС «IPRbooks».
5.	Трофимова Т.М. Курс физики. Академия, 2010.- 560 с.

Дополнительная литература

1. И..Г. Коршунов. Основы физики.- Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010. - 312 с.
2. Ветрова В.Т. Физика. Сборник задач: учебное пособие/ Ветрова В.Т.- Электрон. текстовые данные.- Минск: Вышэйшая школа, 2015.-446 с.- Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/48021.html -ЭБС «IPRbooks».
3. Чакак А.А. Физика. Краткий курс: учебное пособие для студентов очно-заочной формы обучения вузов, слушателей курсов повышения квалификации и профессиональной переподготовки специалистов, для студентов факультета дистанционных образовательных технологий/ Чакак А.А., Летута С.Н. Электрон. текстовые данные. Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2011.-541 с. - Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/30092.html - ЭБС «IPRbooks».
4. Сарина М.П. Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Часть 1. Механика: учебное пособие/ Сарина М.П.- Электрон. текстовые данные.- Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014.- 187 с.- Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/45392.html - ЭБС «IPRbooks».

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Некоторые физические постоянные

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Скорость света в вакууме	c	$3.00 \cdot 10^{8}$ м/с
Гравитационная постоянная	G	$6.67 \cdot 10^{-11}$ м^3/(кг·с^2)
Число Авогадро	N_A	$6.02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	8.31 Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	k	$1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Атомная единица массы	*1а.е.м.*	$1.660 \cdot 10^{-27}$ кг
Элементарный заряд	e	$1.60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона	m_e	$9.11 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	m_p	$1.67 \cdot 10^{-27}$ кг
Электрическая постоянная	ε_0	$8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Постоянная Планка	h $\hbar$	$6.63 \cdot 10^{-34}$ Дж/с $1.05 \cdot 10^{-34}$ Дж/с

Приложение 2

Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка			Множитель	Приставка			Множитель
Наименование	Обозначение			Наименование	Обозначение		
	русское	международное			русское	международное	
экса	Э	E	10^{18}	деци	д	d	10^{-1}
пэта	П	P	10^{15}	санти	с	c	10^{-2}
тера	Т	T	10^{12}	милли	м	m	10^{-3}
гига	Г	G	10^{9}	микро	мк	μ	10^{-6}
мега	М	M	10^{6}	нано	н	n	10^{-9}
кило	к	k	10^{3}	пико	п	p	10^{-12}
Гекто	г	h	10^{2}	фемто	ф	f	10^{-15}
Дека	да	da	10^{1}	атто	а	a	10^{-18}
П р и м е ч а н и е: Приставки гекто, дека, деци и санти допускается применять только в наименованиях кратных и дольных единиц, уже получивших широкое распространение (гектар, декалитр, дециметр, сантиметр и др.)							

Приложение 3

Единицы физических величин, имеющие собственные наименования

Величина	Единица	
	Наименование	Обозначение
Длина	метр	м
Масса	килограмм	кг
Время	секунда	с
Плоский угол	радиан	рад
Телесный угол	стерадиан	ср
Сила, вес	ньютон	Н
Давление	паскаль	Па
Напряжение (механическое)	паскаль	Па
Модуль упругости	паскаль	Па
Работа, энергия	джоуль	Дж
Мощность	ватт	Вт
Частота колебаний	герц	Гц
Термодинамическая температура	кельвин	К
Разность температур	кельвин	К
Теплота, количество теплоты	джоуль	Дж
Количество вещества	моль	моль
Электрический заряд	кулон	Кл
Сила тока	ампер	А
Потенциал электрического поля, электрическое напряжение	вольт	В
Электрическая емкость	фарад	Ф
Электрическое сопротивление	ом	Ом
Электрическая проводимость	сименс	См
Магнитная индукция	тесла	Тл
Магнитный поток	вебер	Вб
Индуктивность	генри	Гн
Сила света	кандела	кд
Световой поток	люмен	лм
Освещенность	люкс	лк
Поток излучения	ватт	Вт
Поглощенная доза излучения (доза излучения)	грэй	Гр
Активность изотопа	беккерель	Бк

Приложение 4

Внесистемные единицы

Наименование величины	Единица		
	Наименование	Обозначение	Соотношение с единицей СИ
Масса	тонна атомная единица массы	т а.е.м.	10^3 кг $1.66 \cdot 10^{-27}$ кг
Время	минута час сутки	мин ч сут	60 с 3600 с 86400 с
Плоский угол	градус минута секунда град	…• …′ …″ град	$1.74 \cdot 10^{-2}$ рад $2.91 \cdot 10^{-4}$ рад $4.85 \cdot 10^{-6}$ рад $(\pi/200)$ рад
Объем, вместимость	литр	Л	10^{-3} м^3
Длина	астрономическая единица световой год парсек	а.е. св. год пк	$1.50 \cdot 10^{11}$ м $9.46 \cdot 10^{15}$ м $3.08 \cdot 10^{16}$ м
Оптическая сила	диоптрия	Дптр	1 м$^{-1}$
Площадь	гектар	Га	10^4 м^2
Энергия	электрон-вольт	эВ	$1.60 \cdot 10^{-19}$ Дж
Полная мощность	вольт-ампер	В·А	
П р и м е ч а н и е: Единицы времени (минуту, час, сутки), плоского угла (градус, минуту, секунду), астрономическую единицу, световой год, диоптрию и атомную единицу массы не допускается применять с приставками.			

Приложение 5

Плотность некоторых твердых тел

Твердое тело	Плотность, г/см^3	Твердое тело	Плотность, г/см^3
Алюминий	2.70	Цезий	1.90
Барий	3.50	Каменная соль	2,2
Ванадий	6.02	Латунь	8,55
Висмут	9.80	Марганец	7,40
Железо (чугун, сталь)	7.88	Платина	21,4
Литий	0.53	Золото	19,3
Медь	8.93	Висмут	9,8◌
Никель	8.90	Уран	18,7
Свинец	11.3	Цинк	7.15
Серебро	10.5	Вольфрам	19,3

Приложение 6

Плотность некоторых жидкостей и газов

Жидкость (при 15° С)	Плотность, г·/см^3	Газ (при нормальных условиях	Плотность, кг/м^3
Вода (дистиллированная при 4°С)	1.00	Водород	0.09
Глицерин	1.26	Воздух	1.29
Керосин	0.8	Гелий	0.18
Ртуть	13.6	Аргон	1,78
Масло (оливковое, смазочное)	0.9	Азот	1,25
Масло касторовое	0.96	Кислород	1.43
Сероуглерод	1.26		
Эфир	0.7		
Спирт	0.80		

Приложение 7

Удельное сопротивление ρ некоторых материалов

Материал	Удельное сопротивление, Ом·м	Материал	Удельное сопротивление, Ом·м
Алюминий	$2{,}53\cdot10^{-8}$	Ртуть	$9{,}6\cdot10^{-7}$
Алюминий провод	$2{,}87\cdot10^{-8}$	Свинец	$2{,}08\cdot10^{-7}$
Бумага	10^{15}	Серебро	$1{,}6\cdot10^{-8}$
Вода дистиллированная	10^{4}	Сталь литая	$1{,}3\cdot10^{-7}$
Вода морская	0,3	Сталь чистая	$1{,}01\cdot10^{-7}$
Вольфрам	$5{,}5\cdot10^{-8}$	Стекло	10^{11}
Графит	$3{,}9\cdot10^{-6}$	Стекло кварцевое	10^{16}
Железо чистое	$9{,}8\cdot10^{-8}$	Угольные щётки	$4\cdot10^{-5}$
Железо	$8{,}7\cdot10^{-8}$	Цинк	$5{,}9\cdot10^{-8}$
Золото	$2{,}2\cdot10^{-8}$	Чугун серый	$1\cdot10^{-6}$
Константан	$5\cdot10^{-7}$	Никель	$8{,}7\cdot10^{-8}$
Масло парафиновое	10^{14}	Нихром	$1{,}12\cdot10^{-6}$
Магний	$4{,}4\cdot10^{-8}$	Олово	$1{,}2\cdot10^{-7}$
Манганин	$4{,}3\cdot10^{-7}$	Платина	$1{,}07\cdot10^{-7}$
Медь	$1{,}72\cdot10^{-8}$	Медь провод	$1{,}78\cdot10^{-8}$

Приложение 8

Диэлектрическая проницаемость некоторых веществ

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Ацетон	21,4	Парафин	2,0
Вакуум	1,0	Парафинированная бумага	2,0
Воздух	1,000594	Полиэтилен	2,2
Вода	81	Слюда	7,0
Вода дистиллированная	31	Спирт этиловый	25,1
Воск	7,8	Спирт метиловый	33,5
Керосин	2,0	Стекло	7,0
Масло	5,0	Фарфор	5,0
Масло трансформаторное	2,2	Эбонит	2,6

Приложение 9

Греческий алфавит

Обозначения букв	Название букв	Обозначения букв	Название букв
A, α	Альфа	N, ν	ню
B, β	Бета	Ξ, ξ	кси
Γ, γ	Гамма	O, o	омикрон
Δ, δ	Дэльта	Π, π	пи
E, ε	Эпсилон	P, ρ	ро
Z, ς	Дзета	Σ, σ	сигма
H, η	Эта	T, τ	тау
Θ, θ	Тэта	Y, υ	ипсилон
J, i	Иота	Φ, φ	фи
K, κ	Каппа	X, χ	хи
Λ, λ	Ламбда	Ψ, ψ	пси
M, μ	Ми	Ω, ω	омега

СОДЕРЖАНИЕ

Общие методические указания к решению задач и выполнению домашних контрольных работ	3
1. Механика	4
2. Молекулярная физика и термодинамика	7
3. Электричество и магнетизм	10
4. Механические и электромагнитные колебания и волны	12
5. Волновая и квантовая оптика	15
6. Квантовая физика и физика атома	18
7. Элементы ядерной физики	19
Список литературы	23
Приложения	24

УРАЛЬСКИЙ
ОРДЕНА ТРУДОВОГО ЗНАМЕНИ ГОРНЫЙ ИНСТИТУТ
им. В.В. ВАХРУШЕВ

ОДОБРЕНО
Методической комиссией
Института
"*17*" *июня* 1992 г.
Председатель комиссии

_____ проф. В А. Лукас

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ К ЛАБОРАТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ ПО КУРСУ «ХИМИЯ» ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВСЕХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ЧАСТЬ 1

Издание УГИ Екатеринбург 1992

Методические указания и контрольные задания к лабораторным занятиям по курсу “Химия» для студентов всех специальностей
Часть 1
Екатеринбург: Изд. УГИ,1992
– 38с.

Методические указания содержат вступительную часть, а далее в каждой лабораторной работе краткое теоретическое введение, описание эксперимента, контрольные вопросы и задания для самостоятельного выполнения.

Методические указания одобрены на заседании кафедры химии 30 июня 1992 г. Протокол №3.

Составили: Н.Б. Смирнова, доц., канд. хим.наук
В.М. Сахарова, доц., канд. техн. наук

© Уральский горный институт им. В.В. Вахрушева, 1992

С О Д Е Р Ж А Н И Е

Введение ……..….. 4
Общие правила работы в химической лаборатории ……..…… 7
Правила техники безопасности при работе с химическими реактивами ……. 7
Оказание первой медицинской помощи ……. 8
Оформление лабораторного журнала ……. 8
1. Периодичность изменения свойств оксидов и гидроксидов …….. 9
1.1. Экспериментальная часть ……. 11
1.2. Контрольные вопросы и задания ……. 12
2. Химическая кинетика …… 14
2.1. Экспериментальная часть …….. 16
2.2. Контрольные вопросы и задания …….. 18
3. Химическое равновесие …… 19
3.1. Экспериментальная часть ……. 20
3.2. Контрольные вопросы и задания ……. 21
4. Ионные равновесия в растворах электролитов ……..… 23
4.1. Экспериментальная часть …… 25
4.2. Контрольные вопросы и задания …… 26
5. Реакции ионного обмена …… 27
5.1. Экспериментальная часть …… 29
5.2. Контрольные вопросы и задания …… 31
6. Гидролиз солей …… 32
6.1. Экспериментальная часть …… 34
6.2. Контрольные вопросы и задания …… 35
Список литературы ……. 37

ВВЕДЕНИЕ

Горные инженеры, геологи и геофизики сталкиваются с самыми разнообразными явлениями природы, химическими по своей сущности: быстрой выветриваемостью, окисляемостью, различной смачиваемостью горных пород, с особенностями воздушной среды под землей, с обводненностью горных выработок, агрессивностью рудничных вод. Поэтому им требуются более глубокие знания по химии, чем любому другому специалисту. Инженеры горнодобывающей отрасли способны справиться с современными задачами горно-металлургической и горно-химической промышленности только зная весь путь от разведки полезного ископаемого до его переработки. Физико-химическая некомпетентность горных инженеров и геологов является причиной недостатков в развитии горной науки, техники и технологии, бедственного экологического положения горных предприятий.

Роль химии в подготовке инженеров непрерывно возрастает в связи с необходимостью решения задач по снижению уровня потерь полезных компонентов и увеличению комплексности использования руд, рациональному применению вскрышных пород, очистке и использованию шахтных вод и сточных вод обогатительных фабрик, защите от коррозии бурового и горнодобывающего оборудования, заблаговременной дегазации угольных месторождений, применению физико-химических методов упрочнения грунтов, геотехнологическим методам добычи полезных ископаемых.

В горном деле широко применяются химические материалы: химические растворы при бурении и тампонаже скважин, взрывчатые вещества при отбойке угля, руды и породы, химические добавки, препятствующие распыление угля и налипанию льда на конвейерную ленту, материалы для покрытия из пены, предохраняющей от промерзания участка разработки, компоненты для отвердевания закладочных смесей, огнетушащие составы, синтетические смолы для укрепления горных пород, реагенты для флотации и обогащения руд и большой ассортимент таких обычных химикатов как горючие и смазочные материалы, цемент, стекло, керамика, гидро-, термо- и электроизоляционные материалы, лаки, краски, пластмассы, резина.

Еще благодаря усилиям Д.И. Менделеева, химию, как одну из фундаментальных дисциплин, стали преподавать во всех высших школах России. Химия вместе с физикой и математикой составляет основу профессиональной подготовки специалистов высокой квалификации.

Будущие специалисты должны получить такой комплекс знаний по химии, который составит базу для успешного освоения последующих дисциплин и правильного использования материалов, применяемых в технике.

Теоретические разделы химии, такие как строение электронных оболочек атомов, основные виды химических связей, химическая кинетика и равновесие, окислительно-восстановительные потенциалы, водородный показатель, произведение растворимости, свойства комплексных соединений, позволяет правильно ориентироваться в вопросах, связанных непосредственно со свойствами и превращениями минералов и горных пород.

Горные породы и руды состоят из минералов. К минералам относят природные химические соединения. Неорганические минералы подразделяются на минеральные типы, названия которым присваиваются согласно классификации неорганических веществ и их номенклатуре. По химическому составу минералы подразделяют на:

а) простые вещества (металлы, неметаллы),

б) карбиды, нитриды, фосфиды, сульфиды, арсениды, селениды, оксиды, гидроксиды, галогениды и др.,

в) соли кислородержащих кислот (силикаты, фосфаты, арсенаты, ванадаты, бораты, карбонаты, сульфаты, нитраты, вольфраматы, молибдаты, хроматы, иодаты и др.).

Основа химической н о м е н к л а т у р ы - русские названия химических элементов, приведенные в периодической системе Д.И. Менделеева, которые не всегда совпадают с латинскими названиями, например, гидрогениум - водород, оксигениум - кислород.

К неметаллам относят:

He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn, F, Cl, Br, J, At, O, S, Se, Te, N, P, As, C, Si, B, H, остальные элементы - металлы.

Названия простых веществ состоят их одного слова - наименования химического элемента с числовой приставкой, например: O_3 - трикислород, P_4 - тетрафосфор, S_8 - октасера.

Используют также числовые приставки:

1 - моно	7 - гепта
2 - ди	8 - окта
3 - три	9 - нона
4 - тетра	10 - дека
5 - пента	11 - ундека
6 - гекса	12 - додека

В химических формулах сложных вещество на первом месте (слева) всегда записывают формульные обозначения электроположительных составляющих, а за ними указывают формульные обозначения электроотрицательных составляющих. Например, PCl_3.

Названия сложных веществ составляются по их химических формулам справа налево. Они складываются из двух слов - названий электроотрицательных составляющих (условных или реальных катионов) в именительном падеже и электроположительных составляющих (условных или реальных катионов) в родительном падеже, например: PCl_3 - трихлорид фосфора, CO - монооксид углерода.

Названия одноэлементных анионов оканчивается на -ид, а названия многоэлементных анионов - на -ат.

Для построения названий сложных веществ используются корни (иногда усеченные) русских названий элементов, например, бериллий - бериллат, молибден - молибдат, фосфор - фосфид и фосфат. Традиционно применяются корни латинских названий для элементов: серебро, мышьяк, золото, углерод, медь, железо, ртуть, марганец, азот, никель, свинец, сера, сурьма, кремний, олово:

Ag - аргентат	N - нитрид, нитрат
As - арседид, арсенат	Ni - николат
Au – аурат	Pb - плюмбат
C - карбид, карбонат	S - сульфид, сульфат
Cu - купрат	Sb - стибид (антимонид), стибат
Fe - феррат	Si - силицид, силикат
Hg – меркурат	Sn - станнат
Mn - манганат	

В названиях сложных веществ употребляются как числовые приставки, так и степени окисления катиона (обычно металлического) при точно известном заряде аниона, например, P_4O_{10} - декаоксид тетрафосфора, V_2O_5 - оксид ванадия (V), $Bi(OH)_3$ - гидроксид висмута (III).

Названия кислот и кислотных остатков приводятся в учебном пособии [1]. Названия кислотных остатков используют построении названий солей. Соли - продукты реакций нейтрализации. Соли, содержащие кислотные остатки с незамещенными атомами водорода, - к и с л ы е соли. Соли, содержащие гидроксид-ионы, называют о с н о в н ы м и солями.

$Ca(H_2PO_4)_2$ - дигидрофосфат кальция

$KHSO_4$ - гидросульфат калия

$FeOH(NO_3)_2$ - гидроксонитрат железа (III)

$(CaOH)_2SO_4$ - гидроксосульфат кобальта (II)

$Cu_2CO_3(OH)_2$ - дигидроксид-карбонат димеди

Если соли содержат два разных катиона, то их называют д в о й н ы м и.

$KAl(SO_4)_2$ - сульфат алюминия-калия

$CaMg(CO_3)_2$ - карбонат магния-кальция

ОБЩИЕ ПРАВИЛА РАБОТЫ В ХИМИЧЕСКОЙ ЛАБОРАТОРИИ

Прежде чем приступить к работе по данной теме, следует изучить ее по описанию, уяснить цель задания и план его выполнения.

Не загромождайте рабочее место портфелями, свертками, сумками, перчатками и т.п. Для них отведены специальные этажерки. На рабочем столе должны находиться только необходимые приборы и лабораторный журнал.

Работайте тщательно, аккуратно, без лишней торопливости, соблюдайте в лаборатории тишину.

Внимательно наблюдайте за ходом опыта, отмечая и записывая каждую его особенность.

Категорически запрещается в лаборатории принимать пищу, пробовать химические вещества на вкус.

Без указания преподавателя не проводите никаких дополнительных опытов.

После окончания работы вымойте использованную посуду, выключите воду, электрические приборы и приведите в порядок рабочее место.

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ РАБОТЕ С ХИМИЧЕСКИМИ РЕАКТИВАМИ

Для выполнения работ в лаборатории имеется определенный набор химических реактивов, часть которых размещается на лабораторных столах (водные растворы солей), а остальные - концентрированные и разбавленные кислоты и щелочи, сухие соли, дурно пахнущие вещества - в вытяжных шкафах.

При использовании реактивов следует соблюдать следующие правила:

1. Не разрешается уносить реактивы из вытяжного шкафа на рабочее

место.

2. Сухие реактивы набирают чистым шпателем или ложечкой.

3. Для проведения опыта в пробирке брать сухое вещество в количестве, закрывающем дно пробирки, а раствора - не более 1/6 ее объема.

4. Избыток реактива нельзя высыпать (выливать) обратно в те склянки, из которых они были взяты.

5. Не следует путать пробирки от разных склянок. Крышки и пробки кладут на стол поверхностью, не соприкасающейся с реактивом.

6. При нагревании растворов в пробирке держать ее таким образом, чтобы отверстие пробирки было направлено в сторону от работающего и его соседей по рабочему месту.

7. При разбавлении концентрированных кислот вливать кислоту в воду, а не наоборот.

8. Остатки растворов, содержащих кусочки металлов, собирают в специальные склянки, находящиеся в вытяжных шкафах.

ОКАЗАНИЕ ПЕРВОЙ МЕДИЦИНСКОЙ ПОМОЩИ

При порезах стеклом удаляют осколки из раны, смазывают края раны раствором йода и перевязывают бинтом.

При ожоге горячей жидкостью или горячим предметом обожженное место обрабатывают раствором перманганата калия, накладывают мазь от ожога.

При ожогах кислотами сразу промывают обожженное место большим количеством воды, а затем 3%-ным раствором гидрокарбоната натрия.

При ожогах едкими щелочами хорошо и обильно промыть обожженное место проточной водой, затем разбавленным раствором уксусной кислоты и опять водой.

При попадании кислоты или щелочи в глаза немедленно промыть глаза в течение трех минут большим количеством воды, а затем раствором гидрокарбоната натрия или борной кислоты.

ОФОРМЛЕНИЕ ЛАБОРАТОРНОГО ЖУРНАЛА

Каждый студент должен иметь лабораторный журнал - отдельную тетрадь для записей.

В лабораторном журнале студент выполняет отчеты по лаборатор-

ным работам, домашние задания, решает задачи, отвечает на контрольные вопросы.

Все наблюдения и выводы по экспериментальной работе студент заносит в лабораторный журнал непосредственно после выполнения опыта.

Отчеты по выполненным лабораторным работам должны содержать:

1) название лабораторной работы,
2) названия всех проделанных опытов,
3) после названия опыта записывается уравнение проделанной реакции, в котором указываются осадки (↓) и их окраска, газы (↑), изменения окраски растворов,
4) задания, указанные в методическом руководстве,
5) выводы по каждому опыту и общий вывод по работе.

1. ПЕРИОДИЧНОСТЬ ИЗМЕНЕНИЯ СВОЙСТВ ОКСИДОВ И ГИДРОКСИДОВ

Цель работы - изучение изменения кислотно-основных свойств гидроксидов в периодах и группах периодической системы Д.И. Менделеева.

Периодическая система Д.И. Менделеева - естественная система химических элементов, созданная на основе периодического закона.

Положение элемента в периодической системе определяет физико-химические свойства соответствующих им простых веществ и химических соединений.

Периодичность свойств химических соединений удобно проследить на примере оксидов и гидроксидов. Оксиды и гидроксиды относятся к основным породообразующим минералам, они широко распространены и составляют 17% от массы земной коры.

В табл.1.1. приведены наиболее часто встречающиеся реакции взаимодействия оксидов и гидроксидов с водой.

Кислотно-основные свойства соединений можно объяснить на основе электростатических представлений. Ослабление основных и усиление кислотных свойств гидроксидов связано с изменением поляризующего действия элемента, образующего гидроксид, на группу OH^-. Поляризующее действие катиона сильно зависит от его строения и может быть охарактеризовано следующими закономерностями:

1) Поляризующее действие иона очень быстро возрастает с увеличением его заряда;

Таблица 1.1

Кислотно-основные реакции оксидов и гидроксидов

Тип оксида (гидроксида)	Типичная реакция
Сильно - кислый	$SO_{3(г)} + H_2O = SO_4^{2-}(р) + 2H^+(р)$
Слабо - кислый	$CO_2 + H_2O \Leftrightarrow HCO_3^-(р) + H^+(р)$
Амфотерный	$Zn(OH)_{2(к)} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} \xrightarrow{H^+(р)} \quad Zn^{2+}(р) + H_2O \\ \xrightarrow{OH^-(р)} \quad [Zn(OH)_4]^{2-}(р) \end{array} \right.$
Слабо - основной	$Fe(OH)_{2(к)} \Leftrightarrow FeOH^+(р) + OH^-(р)$
Сильно - основной	$Li_2O_3 + H_2O = 2Li^+(р) + 2OH^-(р)$

2) большое значение имеет строение внешней электронной оболочки, по этому признаку катионы разделяются на ионы с незаконченным внешним слоем, переходным от 8-электронного и 18-электронному (Mg^{2+}, Fe^{2+}, Fe^{3+}) и ионы с 18-электронным внешним слоем (Zn^{2+}, Ag^+);

3) при сходном строении внешней электронной оболочки и равном заряде поляризующее действие иона возрастает по мере уменьшения его радиуса.

Итак, ослабление основных и усиление кислотных свойств гидрооки-сей связано с увеличением поляризующего действия катиона, т.е. с убыванием его радиуса и возрастанием положительной степени окисления, а также с увеличением числа внешних электронов. Например, если катион имеет малый заряд сравнительно большой радиус, его электростатическое притяжение к группе OH^- невелико и OH^- выступает в гидроксиде как единое целое. Поэтому типичными основаниями являются гидроксиды элементов, находящихся в главных подгруппах I и II групп периодической системы (KOH, NaOH), а также NH_4OH.

По мере увеличения поляризующего действия катиона возрастает ковалентность связей элемент-кислород и усиливается ионный характер связей O ― H. Основные свойства гидроксидов ослабляются и появляются кислотные свойства. Из элементов II группы бериллий и цинк дают амфо-

дают атмосферные гидроксиды, в (III) группе амфотерны гидроксиды алюминия, галлия, индия. Амфотерность характерна для большинства элементов четвертой группы периодической системы.

Когда катион имеет большой положительный заряд и малый радиус (что типично для неметаллов), усиление его поляризующего действия приводит к тому, что водород становится подвижным и преобладает диссоциация по кислотному типу. Среди элементов третьей группы гидроксид бора - типичная кислота. В четвертой группе кислотами являются гидроксиды углерода и кремния, однако, эти кислоты еще очень слабые. Гидроксиды многих элементов с максимальной степенью окисления пятой, шестой, седьмой групп - сильные кислоты.

Способность веществ к взаимодействию определяется изменением изобарно-изотермического потенциала (ΔG) химической реакции. Чем меньше алгебраическая величина энергии Гиббса химического процесса, тем больше вероятность ее протекания в данном направлении.

$2Al(OH)_{3(к)} + Na_2O_{(к)} = 2NaAlO_{2(к)} + 3H_2O$; ΔG^0_{298} = - 153 кДж/моль

$2H_3BO_{3(к)} + Na_2O_{(к)} = 2NaBO_{2(к)} + 3H_2O$; ΔG^0_{298} = - 277 кДж/моль

Увеличение отрицательного значения ΔG^0_{298} свидетельствует об усилении кислотных свойств гидроксида бора H_3BO_3.

1.1. Экспериментальная часть

ОПЫТ 1. Гидроксиды магния и кальция

Поместите в пробирку небольшое количество оксида магния или кальция и прибавьте 5 мл воды. Взболтайте содержимое пробирки и испытайте реакцию среды 1-2 каплями фенолфталеина. Составьте уравнение реакции взаимодействия оксида с водой. Сделайте вывод о характере гидроксида.

ОПЫТ 2. Получение и свойства гидроксида алюминия

В пробирку налейте 2 мл раствора соли алюминия и прибавьте примерно такой же объем раствора гидроксида аммония. Содержимое пробирки распределите в две пробирки. В одну из пробирок при взбалтывании прилейте по каплям разбавленный раствор серной кислоты до полного рас-

творения осадка. Во вторую пробирку прилейте разбавленный раствор гидроксида натрия также до полного растворения осадка. Составить уравнение реакций. Сделайте вывод о характере гидроксида алюминия.

ОПЫТ 3. Двуокись углерода

Налейте в пробирку несколько мл воды и прибавьте 1-2 капли индикатора. Пропустите из аппарата Киппа в воду двуокись углерода до изменения окраски индикатора. Составьте уравнение реакции. Сделайте вывод о характере гидроксида.

ОПЫТ 4. Гидроксид кремния

В пробирку поместите раствор силиката натрия и пропустите через него углекислый газ из аппарата Киппа, при этом наблюдайте образование осадка гидроксида кремния. Напишите уравнение реакции. Сделайте вывод о кислотно-основном характере гидроксида кремния.

ОПЫТ 5. Оксид фосфора (V)

В пробирку поместите немного фосфорного ангидрида и добавьте несколько мл воды. Наблюдайте растворение, встряхивая пробирку. Испытайте реакцию среды индикаторами. Составьте уравнение реакции. Сделайте вывод о характере гидроксида.

ОПЫТ 6. Гидроксиды олова (II) и свинца (II)

а) Налейте в пробирку 2 мл раствора хлорида олова. Добавьте по каплям разбавленный раствор щелочи до образования осадка. Содержимое пробирки разделите на две части. Подействовать на одну концентрированным раствором щелочи, а на другую - соляной кислотой. Составьте уравнения реакций. Сделайте вывод о характере гидроксида олова.

б) Такой же опыт проделать с раствором соли азотнокислого свинца. На полученный гидроксид свинца подействовать азотной кислотой и щелочью. Почему для растворения гидроокиси свинца нельзя воспользоваться соляной или серной кислотами? Составьте уравнения реакций. Сделайте вывод о характере гидроксида свинца.

1.2. Контрольные вопросы и задания

1. Сравнив результаты опытов, сделайте вывод, как изменяется характер гидроксидов элементов: Mg, Al, Si, P в третьем периоде слева

направо. Чем объясняется это изменение характера гидроксидов? Как оно связано с изменением металлических свойств элементов?

2. По результатам опытов сделайте вывод об изменении кислотно-основных свойств гидроксидов элементов: C, Si, Sn, Pb в главных подгруппах сверху вниз. Как увязать такое изменение характера гидроксидов с возрастанием порядкового номера элемента и изменением металлических свойств элементов?

3. Запишите кислородные соединения марганца со степенями окисления II, IV, VI, VII и покажите, как с увеличением степени окисления изменяется характер оксидов и соответствующих им гидроксидов.

4. Укажите, какая из сравниваемых двух кислот H_2SO_3 или H_2SO_4 является более сильной и как объяснить такое явление.

5. Какой из галогенов имеет наибольшее сродство к натрию, если энергия Гиббса для галогенидов натрия имеет следующую величину (кДж/моль): ΔG^0_{298} NaJ = - 237.2,

ΔG^0_{298} NaBr = -347.7,

ΔG^0_{298} NaCl = -384.0,

ΔG^0_{298} NaF = -541.0.

6. $MgO_{(к)} + CO_{2(г)} = MgCO_{3(к)}$; ΔG^0_{298} = -65.1 кДж/моль

$BaO_{(к)} + CO_{2(г)} = BaCO_{3(к)}$; ΔG^0_{298} = -217.4 кДж/моль

$CaO_{(к)} + CO_{2(г)} = CaCO_{3(к)}$; ΔG^0_{298} = -131.9 кДж/моль

$SrO_{(к)} + CO_{2(г)} = SrCO_{3(к)}$; ΔG^0_{298} = -183.6 кДж/моль.

Как изменяются кислотно-основные свойства оксидов (расположите их в ряд) и как это согласуется со значением ΔG^0_{298} образования рассматриваемых карбонатов из оксидов?

7. Как изменяется сила кислот в ряду H_2SO_4 - H_2SeO_4 - H_2TeO_4 ?

8. $6Na_2O(к) + P_4O_{10}(к) = 4Na_3PO_4(к)$ ΔG^0_{298} = - 378 кДж/моль

$Na_2O(к) + Al_2O_3(к) = 2NaAlO_2(к)$ ΔG^0_{298} = - 173.2 кДж/моль

$Na_2O(к) + SO_3(г) = Na_2SO_4(к)$ ΔG^0_{298} = - 522.1 кДж/моль

$Na_2O(к) + SiO_2(к) = Na_2SiO_3(к)$ ΔG^0_{298} = - 194.5 кДж/моль

$Na_2O(к) + Cl_2I_7(г) = 2NaClO_4(к)$ ΔG^0_{298} = -587.0 кДж/моль

Как изменяются кислотно-основные свойства оксидов (расположите их в ряд) и как это согласуется со значениями ΔG^0_{298} образования рассматриваемых солей из оксидов?

9. Укажите, какое из рассматриваемых двух соединений является более сильным основанием: а) гидроксид натрия или гидроксид цезия; б) гидроксид бария или гидроксид кальция? Объясните это изменение характера гидроксидов, исходя из расположения элементов в таблице Д.И. Менделеева.

2. ХИМИЧЕСКАЯ КИНЕТИКА

Ц е л ь р а б о т ы - изучение скорости химической реакции и ее зависимости от концентрации и температуры.

Раздел химии, изучающей скорость химических реакций, называется химической кинетикой.

Скорость химической реакции - это изменение концентрации реагирующих веществ в единицу времени. Зависимость скорости химической реакции выражается законом действующих масс: при постоянной температуре скорость химической реакции прямо пропорциональна произведению концентраций реагирующих веществ, взятых в степенях, равных стехиометрическим коэффициентам в уравнении реакции.

Для реакции aA + bB = cC + dД скорость выразится уравнением:

$$v = k\cdot[\text{A}]^a \cdot [\text{B}]^b \qquad \text{(для гомогенной системы)},$$

где v - скорость реакции;

[A], [B] - молярные концентрации реагирующих веществ;

k - константа скорости реакции

(при [A] = [B] = 1 моль/л, k численно равна v).

Для реакции $2NO_{(г)} + O_{2(г)} = 2NO_{2(г)}$ выражение скорости имеет следующий вид:

$$v = k\cdot[\text{NO}]^2\cdot[\text{O}_2].$$

Гомогенная система состоит из одной фазы - между реагентами нет поверхности раздела. Гетерогенная система состоит из двух и более фаз. Реакция в гетерогенной системе осуществляется на поверхности раздела фаз. Скорость гетерогенной реакции не зависит от площади поверхности раздела фаз, так же как скорость гомогенной реакции не зависит от объема системы.

Концентрация твердого вещества принимается за единицу.

Зависимость скорости химической реакции от температуры описывается экспериментально найденным уравнением Вант-Гоффа:

$$v_{t_2} = v_{t_1} \cdot \gamma^{\frac{t_2 - t_1}{10}},$$

где v_{t_1}, v_{t_2} - скорость реакции при температурах соответственно t_1 и t_2;

γ - температурный коэффициент скорости реакции,
равный обычно 2-4.

Эта зависимость может быть выражена в виде следующего правила: при увеличении температуры на каждые 10° скорость химической реакции увеличивается в 2-4 раза.

Зависимость скорости реакции от температуры более точно может быть выражена уравнением Аррениуса:

$$k = c \cdot e^{-\frac{E_{\text{акт}}}{RT}},$$

где k - константа скорости реакции;

c - постоянная;

$E_{\text{акт}}$ - энергия активации;

R - универсальная газовая постоянная (8.31 Дж/моль ·К);

T - абсолютная температура.

Из уравнения Аррениуса следует, что скорость реакции с повышением температуры увеличивается по закону экспоненты, однако интенсивность теплоотвода в конкретных условиях реакции может возрастать только линейно. В этом случае возможен скачкообразный переход от стационарного режима к нестационарному, быстрое ускорение - самовоспламенение, или цепной взрыв. По такому механизму происходят взрывы метана и угольной пыли в шахтах. Например, при повышении концентрации метана на несколько процентов достигается нижний предел взрываемости метана в воздухе, в тысячи раз ускоряется реакция окисления метана кислородом воздуха $CH_4 + 2O_2 = CO_2 + 2H_2O + Q$. Концентрационные пределы взрываемости метана в воздухе от 5 до 15% по объему.

Одним из направлений в решении проблемы предупреждения взры-

вов метана и угольной пыли в шахтах, опасных по газу и пыли, является применение способов взрывозащиты, основанных на использовании распыленной воды или специальных химических соединений, которые играют роль отрицательных катализаторов (ингибиторов), теплопоглотителей в реакциях окисления углеводородов. Такие вещества носят общее название флегматизаторов горения. Этим свойством обладают гидрокарбонаты натрия и калия, гидрофосфаты аммония, бура и др.

2.1. Экспериментальная часть.

ОПЫТ 1. Зависимость скорости химической реакции от концентрации реагирующих веществ.

Соли тиосерной кислоты устойчивы в твердом состоянии и в растворе. Тиосерная кислота неустойчива и при получении распадается самопроизвольно по реакции

$$Na_2S_2O_3 + H_2SO_4 = H_2SO_3 + S + Na_2SO_4$$

с образованием сернистой кислоты и свободной серы.

Постановка опыта основывается на следующем: в результате реакции между серной кислотой и тиосульфатом натрия образуется сера, выделяющаяся в виде белой мути. Время от начала реакции до момента появления мути зависит от скорости этой реакции.

В три пробирки налить по 6 мл раствора серной кислоты.

В первую пробирку влить 6 мл раствора $Na_2S_2O_3$, быстро перемешать ее содержимое и одновременно включить секундомер. Отсчитать время (τ) до начала появления белой мути - коллоидной серы.

Во вторую пробирку влить смесь 4 мл раствора тиосульфата натрия и 2 мл воды. Наблюдать, через сколько секунд растворы сделаются мутными.

Результаты наблюдений записать по следующей форме, выразив значения скоростей реакций в условных единицах (десятичных дробях!) в виде $v = 1/\tau$, где τ - время в секундах.

Относительная концентрация раствора тиосульфата натрия записана в условных единицах $C_{Na_2S_2O_3} = v_{Na_2S_2O_3} / V_{\text{раствора}}$, где $V_{\text{раствора}}$ - общий объем раствора 12 мл. Тогда для первого случая $C_{Na_2S_2O_3}$ 50%, для второго - 33% и третьего - 17%, что соответствует значениям 3а, 2в, а.

№ опыта	Объем в мл			Относит. концентр. $C_{Na_2S_2O_3}$	Время до появления мути, τ	$v = \frac{1}{\tau}$
	раствора H_2SO_4	раствора $Na_2S_2O_3$	H_2O			
1	6	6	0	3а		
2	6	4	2	2а		
3	6	2	4	а		

Результаты измерений необходимо представить в виде графика. На ось абсцисс наносят значения относительных концентраций в виде трех точек, отстоящих от начала координат на а, 2а, 3а, где а - произвольно выбранный отрезок. Из каждой точки восстанавливается перпендикуляр, длина которого соответствует значениям скоростей реакции в условных единицах. Далее следует обдумать, каким образом, пользуясь верхними концами этих перпендикуляров, провести линию, характеризующую зависимость скорости реакции от концентрации. Подсказкой будет служить математическое выражение для скорости изучаемой реакции, которое нужно записать согласно закону действия масс.

Сделать вывод о зависимости скорости реакции от концентрации реагирующих веществ.

ОПЫТ 2. Зависимость скорости реакции от температуры опыта

Налить в одну пробирку 5 мл раствора $Na_2S_2O_3$, а другую - 5 мл раствора H_2SO_4. Обе пробирки поместить в стакан с водопроводной водой. Спустя 5-7 минут измерить температуру воды и слить вместе содержимое обеих пробирок. Измерить время появится помутнение.

В две другие пробирки налить по 5 мл тех же растворов. Поместить пробирки в стакан с водой, нагретой на 10° выше, чем в предыдущем опыте. Через 5-7 минут слить содержимое пробирок. Измерить время до появления мути.

Повторить опыт, повысив температуру еще на 10°.

Результаты наблюдений выразить в виде графика, откладывая по оси абсцисс температуру опыта, по оси ординат - относительную скорость реакции.

Сделать вывод о зависимости скорости реакции от температуры.

2.2. Контрольные вопросы и задания.

1. Реакция в водном растворе выражается уравнением:

$$2KI + K_2S_2O_8 = 2K_2SO_4 + I_2.$$

Как изменится скорость этой реакции при разбавлении реагирующей смеси в 2 раза?

2. Записать математические выражения для скорости следующих газовых реакций

а) $CH_3CHO = CH_4 + CO$, в) $H_2 + Cl_2 = 2HCl$,
б) $2N_2O = 2N_2 + O_2$, г) $SO_2 + 2H_2 = S + 2H_2O$.

Предсказать изменение скорости этих реакций при увеличении концентрации каждого из реагирующих веществ в 2 раза.

3. Записать выражения для скорости реакций

а) $MgCO_3 = MgO + CO_2$, в) $CaCO_3 + 2HCl = CaCl_2 + H_2CO_3$,
б) $2N_2O = 2N_2 + O_2$, г) $2Zn + O_2 = 2ZnO$.

Как изменится скорость вышеуказанных реакций, если:
а) увеличить концентрацию исходных веществ в 2 раза;
б) увеличить давление в 2 раза.

4. Срок хранения флотационного реагента, поступившего на обогатительную фабрику, согласно техническим условиям составляет при температуре 20°С 2 месяца. Воспользовавшись правилом Вант-Гоффа, рассчитать срок годности этого флотореагента, если на складе фабрики поддерживается 0°С, а температурный коэффициент скорости разложения равен 2.

5. Во сколько раз изменится скорость реакции

$$2NO + O_2 = 2NO_2,$$

если концентрация оксида азота уменьшится в 2 раза, а концентрация кислорода увеличивается в 2 раза?

6. Реакция протекает по уравнению

$$CH_3COOH + C_2H_5OH = CH_3COOC_2H_5 + H_2O,$$

концентрацию CH_3COOH увеличили от 0.3 до 0.45 моль/л, а концентрацию C_2H_5OH увеличили от 0.4 до 0.8 моль/л. Во сколько раз возросла скорость прямой реакции?

7. Кальцинированная сода (безводная Na_2CO_3) используется в виде раствора в качестве регулятора щелочности флотационного процесса. При температуре 55°С сода растворяется в 6 раз быстрее, чем при 15°. Рассчитать температурный коэффициент скорости растворения соды.

8. Для приготовления раствора силиката натрия требуемой плотности, использующегося в качестве подавителя пустой породы, твердые прозрачные куски силикат-глыбы Na_2SiO_3 загружают в воду: нагревают до 95° и ведут перемешивание в течение четырех часов. Какой срок потребуется для получения раствора необходимой концентрации, если поддерживать температуру 90° ($\gamma = 2$)?

3. ХИМИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ

Ц е л ь р а б о т ы - Изучение влияния концентрации на сдвиг химического равновесия.

Многие реакции идут не до исчезновения исходных веществ, а до состояния, не изменяющегося во времени, когда в реакционной смеси можно обнаружить как исходные вещества, так и продукты реакции. Такое состояние системы называется химическим равновесием.

С термодинамической точки зрения состояние равновесия характеризуются тем, что система достигает минимального значения энергии Гиббса (при заданных температуре, давлении и общем составе).

С кинетической точки зрения при равновесии скорости процессов образования продуктов реакции из исходных веществ и исходных веществ из продуктов выравниваются. Скорость достижения равновесия в зависимости от природы процесса, условий, а также наличия подходящих катализаторов может варьировать от малых долей секунды до веков и тысячелетий.

Если равновесие достигнуто, то для реакции

$$aA + bB \Leftrightarrow cC + dД \qquad \text{величина} \quad K_p = \frac{[C]^c \cdot [Д]^d}{[A]^a \cdot [B]^b},$$

называемая константой равновесия, принимает определенное значение. Константа равновесия зависит от температуры, но не зависит от конкретных количеств реагентов и порядка их взаимодействия.

Изменение равновесных концентраций при внешнем воздействии называется с м е щ е н и е м х и м и ч е с к о г о р а в н о в е с и я .

Основным законом, управляющим смещением равновесия, служит принцип Ле-Шателье: «Если на систему, находящуюся в равновесии, оказывается внешнее воздействие, то равновесие смещается в сторону, указываемую воздействием, до тех пор, пока нарастающее в системе противодействие не станет равно оказанному воздействию».

Внешним воздействием, смещающим равновесие, может быть изменение температуры, давления, концентрации одного или нескольких веществ, участвующих в реакции. «Смещение равновесия в сторону, указанную воздействием» означает, что при повышении давления преимущество получает процесс, ведущий к уменьшению объема, т.е. к тому же результату, что и само воздействие. Нагревание ведет к увеличению роли эндотермического прочеса, т.е. процесса, увеличивающего запас энергии в системе (эндотермические реакции идут с поглощением тепла, а экзотермические - с его выделением).

Увеличение концентрации одного из веществ приводит к смещению равновесия в сторону расходования этого вещества.

3.1. Экспериментальная часть

ОПЫТ 1. Влияние концентрации веществ на смещение химического равновесия.

Реакция между хлоридом железа и тиоцианатом аммония протекает по уравнению:

$$FeCl_3 + 3NH_4NCS \leftrightarrow Fe(NCS)_3 + 3NH_4Cl$$

Красная окраска образовавшегося раствора обусловлена содержанием в нем тиоционата (роданида) железа. По изменению интенсивности этой окраски можно судить о направлении смещения равновесия при изменении концентрации какого-либо реагирующего вещества.

В одной пробирке приготовить смесь (по 4 мл) разбавленных растворов $FeCl_3$ и NH_4NCS . Полученный окрашенный раствор разлить поровну в 4 пробирки.

В первую пробирку добавить 2 капли насыщенного раствора $FeCl_3$. Во вторую пробирку добавить несколько кристалликов NH_4NCS (или KNCS). В третью пробирку всыпать немного твердой соли NH_4Cl (или KCl). Четвертую пробирку оставить для сравнения.

Записать уравнение химической реакции и выражение для константы

равновесия. Сделать выводы о влиянии концентрации веществ на смещение химического равновесия с использованием принципа Ле-Шателье.

Форма записи

Что добавлено	Изменение интенсивности окраски	Смещение равновесия
1. $FeCl_3$ 2. NH_4NCS 3. NH_4Cl	более интенсивная ……... ……	вправо …… …….

3.2. Контрольные вопросы и задания

1. К гомогенных химических системах при постоянных давлении и температуре установилось состояние равновесия:

$2H_2S + 3O_2 \leftrightarrow 2SO_2 + 2H_2O$, $K = 3 \cdot 10^5$;

$2CH_4 + 3O_2 + 2NH_3 \leftrightarrow 2HCN + 6H_2O$, $K = 1$;

$4NH_3 + 5O_2 \leftrightarrow 4NO + 6H_2O$, $K = 0.008$;

$H_2 + Cl_2 \leftrightarrow 2HCl$, $K = 24.3$.

По данным значениям констант равновесия укажите, реагенты или продукты будут преобладать в равновесной смеси веществ. На основании закона действующих масс составьте выражения для констант равновесия.

2. В гетерогенных химических системах установилось состояние равновесия:

$Si_{(к)} + 2H2O_{(г)} \leftrightarrow SiO_{2(к)} + 2H_{2(г)}$;

$Mg_3N_{2(к)} + 6H_2O_{(г)} \leftrightarrow 3Mg(OH)_{2(к)} + 2NH_{3(г)}$;

$CS_{2(г)} + 2Cl_{2(г)} \leftrightarrow CCl_{4(г)} + 2S_{(к)}$;

$2NO_{2(г)} + 2S_{(к)} \leftrightarrow N_{2(г)} + 2SO_{2(г)}$;

$10NO_{(г)} + P_{4(г)} \leftrightarrow 5N_{2(г)} + P_4O_{10(к)}$;

$TiO_{2(к)} + 2C_{(к)} + 2Cl_{2(г)} \leftrightarrow TiCl_{4(г)} + 2CO_{(г)}$.

На основании закона действующих масс составьте выражения для

констант равновесия.

3. За последние 100 лет количество углекислого газа, поступающее за счет сжигания ископаемого топлива, возросло в 50 раз, а парциальное давление CO_2 в атмосфере за это же время увеличилось в 1.2 раза. Объясните это соотношение, допустив, что CO_2 поглощается океаном:
$CO_{2(г)} + H_2O_{(ж)} \leftrightarrow H_2CO_{3(р)}$.

4. Рассчитать равновесный выход диоксида серы в реакциях окислительного обжига сульфидных минералов - пирита, молебденита, пирротина, если в состоянии равновесия количество SO_2 равно 0.4 моль, а начальный объем O_2 составлял 33.6 л (н.у.):

$4FeS_{2(к)} + 11O_{2(г)} \leftrightarrow 2Fe_2O_{3(к)} + 8SO_{2(г)}$;
пирит

$2MoS_{2(к)} + 7O_{2(г)} \leftrightarrow 2MoO_{3(к)} + 4SO_{2(г)}$;
молибденит

$4FeS_{(к)} + 7O_{2(г)} \leftrightarrow 2Fe_2O_{3(к)} + 4SO_{2(г)}$.
пирротин

5. Равновесный процесс, протекающий в подземных пещерах при образовании сталактитов и сталагмитов, можно описать уравнением

$$Ca^{2+}_{(р)} + 2\,HCO_3^-{}_{(р)} \leftrightarrow CaCO_{3(к)} + H_2O_{(ж)} + CO_{2(г)}.$$

Напишите выражение для константы равновесия этого процесса. Укажите, в какую сторону сдвигается равновесие а) при улетучивании CO_2, б) испарении воды, в) увлажнении атмосферы в пещерах.

6. Состояние равновесия реакции окисления сфалерита

$$2ZnS_{(к)} + 3O_{2(г)} \leftrightarrow 2ZnO_{(к)} + 2SO_{2(г)}$$

установилось при равновесной концентрации диоксида серы, равной 0.25 моль/л. Рассчитать исходную концентрацию кислорода.

7. В герметически закрытом сосуде объемом 0.25 л проводят реакцию восстановления антимонита

$$Sb_2S_{3(к)} + 3CO_{(г)} \leftrightarrow 2Sb_{(к)} + 3COS_{(г)}.$$

Равновесная концентрация каждого газообразного вещества равна 0.3 моль/л. Для смещения равновесия добавляют 0.1 моль CO. Определить новые равновесные концентрации CO и COS.

8. Определить, влево или вправо сместится положение равновесия

реакций

$Fe_2O_{3(к)} + 3CO_{(г)} \leftrightarrow 2Fe_{(к)} + 3CO_{2(г)}$, $\Delta H° > 0$;
гематит

$3CaCO_{3(к)} + 3SiO_{2(к)} \leftrightarrow 3CO_{2(г)} + Ca_3Si_3O_{9(к)}$, $\Delta H° < 0$,
волластонит

$Cu_2CO_3(OH)_{2(к)} \leftrightarrow 2CuO_{(к)} + CO_{2(г)} = H_2O_{(г)}$, $\Delta H° > 0$;
малахит

$2Mg_2SiO_{4(к)} + 2H_2O_{(ж)} + CO_2(г) \leftrightarrow Mg_3(OH)_4Si_2O_{5(к)} + MgCO_{3(к)}$, $\Delta H° < 0$
форстерит серпентин магнезит

при следующих воздействиях: а) введение избытка диоксида углерода, б) нагревание, в) увеличение давления.

9. На некоторых предприятиях систематически из труб в атмосферу выбрасываются оксиды азота, что можно наблюдать как газ красно-желтого цвета (лисий хвост). Объяснить причину различной интенсивности окраски этого газа в зависимости от времени года (лето, зима), если известно, что NO_2 - бурый газ при -11°С превращается в димер N_2O_4 - бесцветные кристаллы, а при обычных условиях существует смесь NO_2 и N_2O_4

$$2\ NO_2 \leftrightarrow N_2O_4.$$

Укажите знак при ΔH в этом уравнении.

4. ИОННЫЕ РАВНОВЕСИЯ В РАСТВОРАХ ЭЛЕКТРОЛИТОВ

Ц е л ь р а б о т ы - Изучение смещения ионного равновесия в водных растворах.

Э л е к т р о л и т а м и называют вещества, диссоциирующие в растворах (или расплавах) на и о н ы и способные проводить электрический ток. Распад вещества на ионы называется электролитической диссоциацией. Перенос тока в растворах (и расплавах) электролитов осуществляется положительными и отрицательными ионами, которые называются катионами и анионами. К электролитам относятся соли, кислоты и основания.

Для количественной характеристики электролитической диссоциации используется степень диссоциации α - доля моля электролита, существующая в растворе в виде ионов:

$$\alpha = C/C_0,$$

где C - концентрация молекул, распавшихся на ионы, моль/л;

C_0 - исходная концентрация раствора, моль/л.

По величине степени диссоциации все электролиты делятся на сильные и слабые. К сильным относятся те электролиты, α - степень диссоциации которых равна единица, т.е. $C = C_0$. Распад на ионы сильных электролитов протекает необратимо. В растворе сильного электролита не может быть недиссоциированных молекул.

$$HNO_3 = H^+ + NO_3^-; \quad NaCl = Na^+ + Cl^-.$$

К сильным электролитам относятся практически все соли, гидроксиды щелочных и щелочно-земельных металлов и некоторые кислоты (например, HCl, HNO_3, H_2SO_4, HBr, HI, $HClO_4$)

Степень диссоциации слабых электролитов меньше единицы ($C < C_0$). Их ионизация протекает обратимо:

$$CH_3COOH \Leftrightarrow CH_3COO^- + H^+; \qquad H_2CO_3 \Leftrightarrow H^+ + HCO_3^-.$$

Константу равновесия электролитической диссоциации слабого электролита называют константой диссоциации. Например, при 298 К

$$K_{CH_3COOH} = \frac{C_{CH_3COO^-} \cdot C_{H^+}}{C_{CH_3COOH}} = 1.8 \cdot 10^{-5}.$$

$$K_{H_2CO_3} = \frac{C_{H^+} \cdot C_{HCO_3^-}}{C_{H_2CO_3}} = 4.4 \cdot 10^{-7}.$$

Из величин констант видно, что угольная кислота по первой ступени электролит более слабый, чем уксусная кислота.

Степень и константа ионизации слабого электролита связаны зависимостью (закон Оствальда):

$$K = \frac{\alpha^2 \cdot C_0}{1 - \alpha}.$$

Если степень ионизации электролита значительно меньше единицы, то уравнение можно записать $K = \alpha^2 \cdot C_0$, откуда следует, что α возрастает с разведением раствора.

В чистой воде кроме молекул H_2O содержатся протоны и гидроксид-ионы, при этом

$$[H^+] = [OH^-] = 1 \cdot 10^{-7} \text{ моль/л } (25^\circ \text{ C}).$$

Содержание протонов и гидрокид-ионов выражают также через водород-

ный показатель pH = 1g [H^+]. При pH = 7 среду водного раствора называют нейтральной, при pH < 7 - кислотной и при pH > 7 - щелочной.

Каковы пределы значений pH в природе? Рудничные воды выветривающихся колчеданных месторождений, содержащие свободную серную кислоту, имеют pH около 2, а воды окисляющихся месторождений самородной серы в песчаниках - еще ниже. Воды кратерных озер имеют pH 1-3, торфяных болот около 4, буроугольных месторождений около 5, pH дождевой воды примерно 5.5. Обычные грунтовые воды имеют pH 6.5 - 8.5, морская вода (в зависимости от времени года, ее температуры, количества растворенной в ней углекислоты, органических кислот, привнесенных реками) колеблется от 8.2 до 8.5. В содовых озерах pH достигает 9-10.

4.1. Экспериментальная часть

ОПЫТ 1. Сравнение относительной силы кислот

В одну пробирку наливают 1-2 мл 2М раствора уксусной кислоты, в другую - столько же раствора соляной кислоты той же концентрации. В обе пробирки добавляют небольшое количество мелко измельченного известняка. Взбалтывая пробирки с содержимым, наблюдать, одинаково ли быстро растворяется $CaCO_3$ во взятых кислотах.

$$CaCO_3\downarrow + 2H^+ = Ca^{2+} + H_2O + CO_2\uparrow.$$

Интенсивность выделения CO_2 при этой реакции служит относительным индикатором концентрации водородных ионов. Рассчитайте, во сколько раз концентрация протонов в растворе HCl больше, чем в растворе CH_3COOH, если $K_{CH_3COOH} = 1.8 \cdot 10^{-5}$.

Напишите уравнения диссоциации обеих кислот.

ОПЫТ 2. Влияние концентрации одноименных ионов на ионизацию слабой кислоты.

К 1-2 мл 2М раствора уксусной кислоты в двух пробирках прибавьте 2 капли метилоранжа. Отметьте окраску индикатора. Добавьте при перемешивании в одну пробирку несколько кристалликов ацетата аммония до изменения цвета раствора. Как изменился pH раствора? Объясните изменение pH, применяя правило Ле Шателье и используя выражение константы диссоциации CH_3COOH

ОПЫТ 3. Влияние концентрации одноименных ионов на ионизацию слабого основания.

В две пробирки наливают по 1-2 мл 2М раствора гидроксида аммония и по 2 капли фенолфталеина. В одну из пробирок добавляют при перемешивании несколько кристалликов ацетата аммония до изменения цвета раствора. Объясните причину наблюдаемого изменения окраски на основании уравнения диссоциации NH_4OH, принципа Ле Шателье и константы диссоциации NH_4OH.

ОПЫТ 4. Определение характера диссоциации гидроксидов

В три пробирки наливают по 2-3 мл растворов: в 1-ю - силиката натрия, во 2-ю - сульфата никеля, в 3-ю - сульфата цинка. До начала выпадения осадков гидроксидов добавляют по каплям в 1-ю - раствор серной кислоты, а во 2-ю - раствор гидроксида натрия.

Содержимое каждой пробирки взбалтывают и разливают каждый осадок гидроксидов на две пробирки. В одну пробирку добавляют разбавленной кислоты, а в другую концентрированной щелочи. На основании наблюдений за растворением осадков кремниевой кислоты, гидроксида никеля и гидроксида цинка в кислоте и щелочи сделайте вывод о кислотно-основном характере электролитической диссоциации этих гидроксидов.

Напишите уравнения диссоциации гидроксидов.

4.2. Контрольные вопросы и задания

1. Присутствие каких ионов можно ожидать в водном растворе сернистой кислоты H_2SO_3? Запишите выражения для констант диссоциаций этой кислоты.
2. Почему константа электролитической диссоциации служит более удобной характеристикой, чем степень диссоциации?
3. Объясните, почему соли являются сильными электролитами. На примере $NaHCO_3$ укажите характер химических связей, по которым электролитическая диссоциация протекает в водном растворе: а) практически полностью; б) частично; в) отсутствует.
4. Укажите, корректно ли сопоставлять такие свойства, как растворимость вещества и способность его к электролитической диссоциации.
5. В практике флотации используются процессы с низкими и высо-

кими значениями pH флотационной пульпы. Можно ли приготовить растворы с pH 0, -1, -2, 14, 15, 16?

6. Вычислите концентрацию ионов водорода в 1М (9.45 %-ном) растворе серной кислоты, pH которого - 0.005. Объясните полученный результат.

7. В Первоуральске выпал кислотный дождь, водородный показатель которого равен 2.5. Во сколько раз превышена концентрация иона водорода, если обычная дождевая вода имеет pH = 5.5?

8. Шахтные воды Кизеловского бассейна содержат 0.01 г/л ионов водорода. Рассчитайте водородный показатель этих вод, концентрацию OH^- ионов. Укажите, кислотный или щелочной характер имеют эти воды.

9. Во сколько раз уменьшится концентрация ионов водорода, если к 1 литру раствора уксусной кислоты с концентрацией 0.005 моль/л прибавить 0.05 моль ацетата натрия, считая, что концентрация недиссоциированных молекул уксусной кислоты, как и объем раствора остаются практически постоянными? K_{CH_3COOH} $1.8 \cdot 10^{-5}$.

10. Для оценки pH раствора сероводорода студент записал следующие уравнения:

$$H_2S = 2H^+ + S^{2-}; \quad S^{2-} + H_2O \leftrightarrow HS^- + OH^-.$$

Таким образом, студент сделал вывод, что среда щелочная. Найдите ошибки в его рассуждениях.

5. РЕАКЦИИ ИОННОГО ОБМЕНА

Ц е л ь р а б о т ы - выявление закономерностей протекания реакций ионного обмена в растворах электролитов.

Минералы и горные породы в условиях земной поверхности стремятся перейти в более устойчивые соединения. Известняки медленно растворяются в водах, содержащих углекислоту, образую гидрокарбонат кальция. Грунтовые воды, содержащие $Ca(HCO_3)_2$, реагируют с сульфатно-хлоридно-магниевыми (морскими) водами. При этом осаждаются гипс и доломит:

$$2Ca(HCO_3)_2 + MgCl_2 + Na_2SO_4 = \underset{\text{гипс}}{CaSO_4} + \underset{\text{доломит}}{CaMg(CO_3)_2} + 2NaCl + 2H_2CO_3.$$

Так озера морского типа превращаются в озера континентального типа. Сульфатно-натриевые воды - результат выщелачивания горных по-

род, могут образовывать содовые озера.

$$Ca(HCO_3)_2 + NaSO_4 = CaSO_4\downarrow + NaHCO_3.$$

Изверженные горные породы выветриваются, в полевых шпатах содержание алюминия увеличивается от ранних пород к поздним. При этом из них выносятся катионы щелочноземельных металлов. Например, из анорита образуется каолинит

$$CaO\cdot Al_2O_3\cdot 2SiO_2 + 2H_2O + CO_2 = Al_2O_3\cdot 2SiO_2\cdot 2H_2O + CaCO_3.$$

В результате воздействия растворов, содержащих в повышенных концентрациях ионы Mg^{2+} и SO_4^{2-}, происходит доломитизация известняков

$$2CaCO_3 + MgSO_4 = CaMg(CO_3)_2 + CaSO_4.$$

Если химическая реакция протекает, то она отличается следующими признаками:

происходит образование осадка, или растворение осадка, или изменяется цвет осадка или раствора, или появляются пузырьки газа.

Сущность ионных реакций обмена сводится к соединению ионов в молекулы новых веществ. Равновесия ионных реакций в растворах смещаются в сторону образования слабых электролитов (слабых кислот, слабых оснований, воды) и сильных электролитов (осадков, летучих веществ).

Все кислые соли в воде растворяются, основные соли, как правило, нерастворимы.

В ионных уравнениях сильные, хорошо растворимые электролиты записываются в форме ионов, а слабые электролиты, газы и осадки - в виде молекул.

Рассмотрим следующие примеры реакций. Запишем их сначала в молекулярной форме, а затем в виде кратких ионных уравнений.

$$Fe(HCO_3)_2 + 2NaOH = FeCO_3\downarrow + Na_2CO_3 + 2H_2O;$$

$$Fe^{2+} + 2\,HCO_3^- + 2OH^- = FeCO_3\downarrow + CO_3^{2-} + 2H_2O;$$

$$ZnSO_4 + 4NaOH = Na_2ZnO_2 + Na_2SO_4 + 2H_2O;$$

$$Zn^{2+} + 4OH^- = ZnO_2^{2-} + 2H_2O;$$

$NaSiO_3 + 2CO_2 + 2H_2O = H_2SiO_3\downarrow + 2\,NaHCO_3$;

$SiO_2^{2-} + 2CO_2 + 2H_2O = H_2SiO_3\downarrow + 2\,HCO_3^-$;

$NH_4OH + HCl = NH_4Cl + H_2O$;

$NH_4OH + H^+ = NH_4Cl + H_2O$.

5.1. Экспериментальная часть

ОПЫТ 1. Образование осадков

а) В две пробирки наливают по 2 мл раствора хлорида бария и добавляют в одну пробирку сульфата натрия, а в другую - нитрата калия. Написать молекулярное и ионное уравнения и сделать вывод, в каком случае соль реагирует с другой солью;

б) В две пробирки наливают по 2 мл раствора сульфата меди. В одну пробирку добавляют 1 мл очень разбавленный (1%-ный) раствор гидроксида натрия, а в другую - столько же разбавленного раствора той же щелочи. Написать молекулярные и ионные уравнения, указав окраску образующихся осадков и учитывая, что в первом случае образуется основной сульфат меди $(CuOH)_2SO_4$. Сделайте вывод об условиях образования основной соли и гидроксида. Осадки сохранить для выполнения опыта 2б;

в) В две пробирки наливают по 2 мл раствора хлорида кобальта. В одну пробирку добавляют разбавленного раствора щелочи до образования синего осадка основной соли. Во вторую пробирку приливают еще столько же щелочи и нагревают с целью получения гидроксида кобальта розового цвета. Содержимое пробирок оставляют для проведения опыта 2в. Написать молекулярное и ионные уравнения, указав цвет осадков.

ОПЫТ 2. Растворение осадков.

а) Наливают в пробирку известковую воду $Ca(OH)_2$, через этот раствор пропускают углекислый газ из аппарата Киппа. Наблюдают образование белого осадка средней соли, продолжают пропускать пузырьки CO_2 до растворения белого осадка и получения бесцветного прозрачного раствора кислой соли $Ca(HCO_3)_2$. Написать молекулярные и ионные уравнения образования карбоната кальция и растворения его. Сделать вывод об условии получения кислой соли.

б) В обе пробирки опыта 1б добавляют серной кислоты до растворения осадков. Написать молекулярные и ионные уравнения реакции растворения. Объяснить причину сдвига ионного равновесия;

в) Берут пробирки с осадками опыта 1в. В пробирку с синим осадком добавляют хлороводородной кислоты, в пробирку с розовым осадком - разбавленной щелочи. Напишите молекулярные и ионные уравнения. Наблюдать растворение одного из осадков. Дать объяснения наблюдениям.

О П Ы Т 3. Образование газообразного вещества

Все сульфиты, растворимые и нерастворимые в воде, разлагаются минеральными кислотами с выделением диоксида серы, который определяют как запах горящей серы.

К раствору сульфита натрия приливают разбавленной серной кислоты. Обнаруживают запах SO_2 , стараясь запомнить его. Это позволит впредь распознавать диоксид серы органолептически.

Написать молекулярное и ионное уравнение реакции.

О П Ы Т 4. Образование слабых электролитов

а) Наливают в пробирку 1-2 мл раствора ацетата натрия и добавляют разбавленной серной кислоты. Определяют по запаху образующуюся уксусную кислоту;

б) Наливают в пробирку 1-2 мл раствора хлорида аммония и добавляют разбавленной щелочи. Определяют по запаху выделяющийся аммиак;

в) Наливают в пробирку 3 мл раствора сульфата хрома (III) и приливают к нему по каплям раствор разбавленной щелочи до появления серо-зеленого осадка гидроксида хрома.

Содержимое пробирки разделяют на две части. К одной части приливают раствор серной кислоты, к другой - раствор щелочи. Сравнить цвет полученных растворов. Сделать вывод о характере гидроксида хрома.

Для опытов а), б), в) написать молекулярные и ионные уравнения реакций, объяснить причины сдвига ионных равновесий.

Сделать вывод, в каком направлении протекают реакции ионного обмена в растворах электролитов.

5.2. Контрольные вопросы и задания

1. Составить в молекулярном виде уравнения реакций растворения следующих малорастворимых минералов:

а) стронцианит $SrCO_3$ переводят в водный раствор насыщением CO_2 суспензии минерала в воде;

б) сассолин $B(OH)_3$ обрабатывают избытком раствора едкого натра;

в) гиббсит $Al(OH)_3$ хорошо растворяется известковом молоке;

г) азурит $Cu(OH)_2 \cdot 2CuCO_3$ обрабатывают хлороводородной кислотой;

д) гетит Fe_2O_3 хорошо растворяется в серной кислоте;

е) гемиморфит $Zn(OH)_2 \cdot Zn_3Si_2O_7$ нагревают в растворе гидроксида натрия;

ж) брусит $Mg(OH)_2$ разлагается раствором серной кислоты;

з) борнит $FeS \cdot CuS \cdot 2Cu_2S$ обрабатывают соляной кислотой.

2. При смещении водных растворов одного из следующих веществ: NaOH, KOH, CsOH концентрацией 1 моль/л с одинаковыми объемами 1М раствором HCl, HBr, HNO_3, $HClO_4$ выделяется примерно одно и то же количество теплоты, составляющее 55-59 кДж/моль. О чем это свидетельствует? Напишите уравнения реакции в ионном виде.

3. При смешении 1М водных растворов одной из следующих кислот: азотной, уксусной, бензойной с одинаковыми объема 1М растворов КОН обнаруживаются различные тепловые эффекты. Объясните, приведя уравнения реакций в молекулярно-ионном виде.

4. Укажите причины, по которым реакция

$$Na_2CO_{3(р)} + Ca(OH)_{2(к)} \leftrightarrow CaCO_{3(к)} + 2NaOH_{(р)}$$

обратима, составьте выражение для константы равновесия. Почему в этом процессе образуется только разбавленный раствор гидроксида натрия, а получение концентрированного раствора невозможно?

5. Для переработки карбонатных марганцевых руд предложен способ, основанный на выщелачивании их раствором хлорида кальция:

$$MnCO_{3(к)} + CaCl_{2(р)} \leftrightarrow CaCO_{3(к)} + MnCl_{2(р)}.$$

Можно ли регенерировать раствор хлорида кальция и вывести одновременно марганец в осадок добавлением к продуктам выщелачивания суспензии $Ca(OH)_2$? Напишите уравнение реакции.

6. Растворение соли слабой кислоты в растворах кислот должно проходить тем быстрее, чем больше концентрация ионов водорода. Однако кальцит $CaCO_3$ растворяется в растворе уксусной кислоты быстрее, чем в растворе серной. Почему?

7. В 250 мл раствора содержится 1 г NaOH. Вычислите молярную концентрацию и pH этого раствора.

8. Кислые растворы имеют кислый вкус, щелочные - вкус мыла. Сливаются равные объемы растворов хлороводородной кислоты и гидроксида натрия одинаковой концентрации. Какой вкус полученного раствора?

9. Гашеную известь $Ca(OH)_2$ используют при флотации для создания щелочной среды (pH 12 и более), отделения пирита от сфалерита и сульфидов меди. Как изменяется pH растворов извести при хранении их в открытых емкостях? Напишите уравнение реакции.

6. ГИДРОЛИЗ СОЛЕЙ

Ц е л ь р а б о т ы - Изучение свойств водных растворов, связанных с реакцией гидролиза солей.

Природные воды часто не бывают нейтральными, а имеют либо кислую, либо щелочную среду вследствие гидролиза. При химическом выветривании известняков образуются щелочные растворы, а пиритсодержащих - кислые. Изменение нейтральной реакции среды водного раствора - признак гидролиза соли, обменной химической реакции, протекающей с участием воды .Однако не все соли вступают в реакцию гидролиза. Если растворить в воде хлорид калия KCl, нейтральная реакция среды (pH = 7), характерная для чистой воды, не изменится. Соли, образованные сильным основанием и сильной кислотой (NaCl, $LiNO_3$, CsBr и т.п.), в реакцию гидролиза не вступают.

С водой взаимодействуют: 1) соли, образованные слабыми основаниями и сильными кислотами (NH_4Cl, $CuSO_4$, $Zn(NO_3)_2$ и т.п.); 2) соли, образованные слабыми кислотами и сильными основаниями (Na_2S, KCN, $BaCO_3$ и т.п.); 3) соли, образованные слабыми основаниями и слабыми

кислотами (NH_4CH_3COO и т.п.).

Из рассмотренных примеров следует, что в реакцию с водой вступают катионы слабых оснований и анионы слабых кислот. Если эти ионы многозарядны (Fe^{3+}, Cu^{2+}, CO_3^{2-}, SiO_3^{2-} и т.п.), их взаимодействие с водой обычно идет до образования основного или кислого иона (первая ступень гидролиза). Например, соль $FeCl_3$, образованная слабым основанием с сильной кислотой, подвергается гидролизу по катиону:

$$Fe^{3+} + HOH \leftrightarrow FeOH^{2+} + H^+$$

Или в молекулярной форме:

$$FeCl_3 + HOH \leftrightarrow FeOHCl_2 + HCl.$$

В результате гидролиза соли $FeCl_3$ появляется избыток катионов H^+ и раствор приобретает кислую реакцию, pH < 7.

Гидролизу по аниону подвергаются соли, образованные сильным основанием и слабой кислотой. В качестве примера запишем уравнение гидролиза соли Na_2CO_3 в ионном виде:

$$CO_3^{2-} + HOH \leftrightarrow HCO_3^- + OH^-$$

И в молекулярной форме:

$$Na_2CO_3 + HOH \leftrightarrow NaHCO_3 + NaOH.\uparrow$$

Избыток анионов OH^- придает раствору щелочную реакцию, pH > 7.

Если же соль образована слабым малорастворимым основанием и слабой летучей кислотой, то происходит полный необратимый гидролиз. В таблице растворимости такие соли обозначены прочерком, означающим, что эти соли в водных растворах не существуют. Например, гидролиз карбоната железа (III):

$$Fe_2(CO_3)_3 + 6H_2O = 2Fe(OH)_3\downarrow + 3H_2CO_3;$$

$$2Fe^{3+} + 3CO_3^{2-} + 6H_2O = 2Fe(OH)_3\downarrow + 3H_2CO_3 \begin{array}{l} \nearrow 3CO_2\uparrow \\ \searrow 3H_2O \end{array}$$

т.е. карбонат железа (III) может существовать только в виде сухой соли, а в растворе он подвергается полному гидролизу, образуя труднорастворимый гидроксид железа (III) и слабую летучую угольную кислоту. В подобных случаях в осадок выпадает наименее растворимый из возможных продуктов гидролиза. Так, растворимость $(CuOH)_2CO_3$ меньше, чем $Cu(OH)_2$,

поэтому в зоне окисления минералов меди в известняках встречается малахит

$$2CuSO_4 + 2CaCO_3 + H_2O \leftrightarrow (CuOH)_2CO_3 + CaSO_4 + CO_2,$$

В водном растворе положительные ионы металлов гидратированы. Многие из них связывают воду так прочно, что их можно рассматривать как комплексные ионы. Гидролиз солей, образованных слабыми основаниями и сильными кислотами, происходит за счет молекул воды, входящих в комплексный ион. При этом катион металла выталкивает за пределы внутренней сферы одноименно заряженный ион водорода из молекулы воды, среда становится кислой. Например, при гидролизе хлорида магния координационное число Mg^{2+} равно шести

$$Mg^{2+} + 6H_2O = [Mg(H_2O)_6]^{2+} \Leftrightarrow [Mg(H_2O)_5OH]^+ + H^+;$$

$$MgCl_2 + 6H_2O \Leftrightarrow [Mg(H_2O)_5OH]Cl + HCl\ .$$

Ионы Bi^{3+}, Sb^{3+}, Ti^{4+}, V^{4+} обладают настолько сильным поляризующим действием, что выталкивает из молекулы воды оба иона водорода, вследствие чего образуются ионы BiO^+ висмутил, SbO^+ антимонид, TiO^{2+} титанил, VO^{2+} ванадил.

$$SbCl_3 + HOH \Leftrightarrow SbOCl + 2HCl.$$

6.1. Экспериментальная часть

О П Ы Т 1. Образование основной соли при гидролизе

В три пробирки наливают по 3-4 капли нейтрального раствора лакмуса и добавляют по 2 мл растворов: в одну пробирку - дистиллированной воды, в другую - сульфата натрия, в третью - сульфата алюминия. Сравнивают окраску индикатора в воде и растворах солей. Сделать вывод о возможности гидролиза.

Написать молекулярное и ионное уравнение реакции гидролиза: отразить отсутствие гидролиза в пробирке с раствором Na_2SO_4.

О П Ы Т 2. Образование кислой соли при гидролизе

В две пробирки наливают по 3-4 капли нейтрального раствора фенолфталеина и добавляют по 2 мл растворов: хлорида натрия и карбоната натрия. Сравнивают окраску индикатора в воде и растворах солей.

Сделать вывод о возможности гидролиза.

Написать молекулярное и ионное уравнение реакции гидролиза: отразить отсутствие гидролиза а пробирке с раствором NaCl.

О П Ы Т 3. Смещение равновесия гидролиза

Налить в пробирку 1-2 мл раствора нитрата висмута $Bi(NO_3)_3$ и разбавить его водой в 3-5 раз. Наблюдать образование осадка, т.е. помутнение раствора. Составить молекулярное и ионное уравнение реакции гидролиза, зная, что труднорастворимым продуктом является соль $BiONO_3$.

В пробирку с осадком $BiONO_3$ прибавить несколько капель концентрированной азотной кислоты. Наблюдать растворение осадка. Объяснить наблюдаемое, исходя из уравнения гидролиза.

О П Ы Т 4. Влияние нагревания на гидролиз ацетата натрия

К 3-4 мл раствора уксуснокислого натрия CH_3COONa прибавить 1-2 капли фенолфталеина и нагреть до кипения. Обратить внимание на появление розовой окраски, исчезающей при охлаждении раствора.

Написать ионное и молекулярное уравнение реакции гидролиза уксуснокислого натрия. Объясните различие окраски при нагревании и охлаждении раствора.

О П Ы Т 5. Полный гидролиз (совместный гидролиз)

К 1-2 мл раствора сернокислого алюминия $Al_2(SO_4)_3$ прилить такой же объем раствора карбоната натрия Na_2CO_3. Наблюдать выделение углекислого газа и образование осадка гидроксида алюминия. Написать молекулярное и ионное уравнение совместного гидролиза взятых солей.

6.2. Контрольные вопросы и задания

1. На некоторых обогатительных фабриках иногда барабаны (емкости) из-под цианида натрия обезвреживают 10%-ным раствором железного купороса $FeSO_4$. Напишите уравнения реакции, ведущих к образованию в этих условиях циановодородной кислоты, и покажите тем самым, что такой способ растворения цианидов абсолютно недопустим. При подкислении до $pH \leq 9$ работать с растворами цианида натрия опасно; безопасно при $pH > 10$.

2. Раствор основания и раствор кислоты смешивают в эквивалент-

ных соотношениях. Для каких из перечисленных пар раствор будет иметь нейтральную реакцию:

а) $NH_4OH + HCl$, б) $NH_4OH + CH_3COOH$, в) $NaOH + HCl$,

г) $NaOH + CH_3COOH$?

3. Сточные воды обогатительных фабрик, содержащие гидрокарбонат кальция, очищают от коллоидных примесей (удалить которые отстаиванием и фильтрованием невозможно) добавлением к ним сульфата алюминия. Образующийся хлопьевидный $Al(OH)_3$ обволакивает коллоидные частицы примесей и вызывает их осаждение. Объясните образование $Al(OH)_3$ и напишите уравнение реакции.

4. Определить, возможна ли реакция окисления сфалерита кислородом воздуха в стандартных условиях, если

$$ZnS_{(к)} + 2O_{2(г)} + 7H_2O_{(ж)} = ZnSO_4 \cdot 7H_2O_{(р)}.$$

ΔG^0_{298}, кДж/моль	-201	-237	-2564

Сделайте вывод о кислотности рудничных вод, содержащих в качестве продукта выветривания сульфат цинка, записав уравнение реакции гидролиза в молекулярном и ионном виде.

5. При окислении пирита, преобладающего в колчеданных рудах, кислородом, растворенным в воде, выделяется сульфат железа (III). Поступая с нисходящим током растворов в нижние горизонты, он реагирует с породой. Сделайте вывод о составе породы, если наблюдается совместное образование гипса $CaSO_4 \cdot 2H_2O$ и лимонита $Fe(OH)_3$. Напишите уравнение реакции взаимодействия сульфата железа (III) и породы.

6. Объясните, приведя молекулярно-ионное уравнение, почему при нагревании раствора $NaHCO_3$ реакция среды из слабощелочной переходит в сильнощелочную.

7. В водном растворе хлорида цинка при нагревании происходит растворение кусочка металлического цинка. Напишите уравнения реакции, объясняя причину выделения водорода.

8. В жесткой воде ионы железа обычно присутствуют в виде гидрокарбоната железа (II). При хранении такой воды в открытых сосудах, железо окисляется кислородом воздуха, вода мутнеет из-за выпадения в осадок $Fe(OH)_3$. Напишите уравнение реакции, в результате которой образуется гидроксид железа (III).

Государственный комитет России
по высшему образованию

УРАЛЬСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ
ГОРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ

ХИМИЯ

РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ “ХИМИЯ” ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВСЕХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

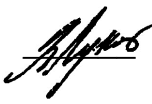
ЧАСТЬ II

ЕКАТЕРИНБУРГ

1994

УРАЛЬСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ГОРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ

ОДОБРЕНО

Методическим советом академии
“***22***” ***сентября*** 1994 г.
Председатель комиссии
 проф. В.А.Лукас

ХИМИЯ

РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ “ХИМИЯ” ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВСЕХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

ЧАСТЬ II

Издание УГГГА Екатеринбург, 1994

Химия : руководство по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Химия» для студентов всех специальностей; Часть II / Н.Б. Смирнова, В.М. Сахарова; Уральская горно-геол. академия. Каф. химии. - Екатеринбург : Изд. УГГГА, 1994. - 16 с.

Руководство содержит описание трех лабораторных работ:

1. Комплексные соединения. 2. Определение молярной массы эквивалента. 3. Окислительно-восстановительные реакции.

В руководстве приведены для каждой лабораторной работы краткие теоретические сведения, методические указания по проведению опытов, контрольные вопросы и задания для самостоятельного выполнения.

Руководство рассмотрено на заседания кафедры химии 8 июля 1994 г. (протокол № 6) и рекомендовано для издания в УГГГА.

Рецензент: Н.Г.Кошель, доц., канд. хим. наук

© Уральская государственная горно-геологическая академия, 1994

РАБОТА 1. **Комплексные соединения**

Цель работы - познакомиться с методами получения комплексных соединений и их свойствами.

Широко распространены среди минералов комплексные соединения. Комплексные соединения содержат катионный, анионный или нейтральный комплекс, состоящий из центрального атома или иона и связанных с ним молекул или ионов лигандов. Центральный атом - комплексообразователь - обычно представляет собой акцептор, а лиганды - доноры электронов, и при образовании комплекса между ними возникает донорно-акцепторная, или координационная связь. Комплексообразователь и лиганды образуют внутреннюю сферу комплексного соединения, которая в растворах сохраняет индивидуальность, хотя может иметь место и диссоциация. За счет устойчивости внутренней сферы можно перевести в водный раствор малорастворимые минералы. Например, кераргирит **AgCl,** плохо растворимый в воде, растворяется под действием насыщенного раствора хлорида натрия

$$\mathbf{AgCl + NaCl = Na[AgCl_2].}$$

Шарпит $\mathbf{UO_2CO_3H_2O}$ переходит в насыщенный раствор соды, образуя $\mathbf{Na_4[UO_2(CO_3)_3]}$.

Нантокит растворяется при обработке концентрированным раствором гидроксида аммония:

$$\mathbf{CuCl + 2NH_4OH = [Cu(NH_3)_2]Cl + H_2O.}$$

Устойчивые комплексные соединения $K_3[Fe(CH)_6]$, $Na_2[Zn(OH)_4]$, $K_4[Fe(CH)_6]$ и др. служат в качестве подавителей флотации при обогащении руд. Образование комплексных соединений происходит при умягчении воды, при защите металлов от коррозии и многих других процессах, использующихся в горнодобывающей и горноперерабатывающей промышленности.

В водных растворах комплексные соединения полностью распадаются на ионы внутренней и внешней сферы

$$\mathbf{[Cu(NH_3)_2]Cl = [Cu(NH_3)_2]^+ + Cl^-}.$$

Комплексные ионы диссоциируют только частично, ведут себя как слабые электролиты

$$[Cu(NH_3)_2]^+ \leftrightarrow Cu^+ + 2NH_3.$$

Константа равновесия этого процесса называется константой нестойкости (**$K_н$**):

$$K_{\text{Н}} = \frac{C_{Cu^+} \cdot C^2_{NH_3}}{C_{[Cu(NH_3)_2]^+}}.$$

Чем устойчивее комплексный ион в растворе, тем меньше величина константы нестойкости.

Опыт 1. Диссоциация сульфата железа - аммония

Налить в три пробирки по 2-3 мл раствора соли **$NH_4Fe(SO_4)_2$.** В первую пробирку добавить несколько капель раствора тиоцианата калия **KSCN**. **О** наличии, какого иона в растворе свидетельствует появление характерной красной окраски?

Во вторую пробирку добавьте несколько капель 30% -ного раствора щелочи. Слегка нагреть. Какой ион образует бурый осадок, а какой обусловливает появление запаха аммиака? В третью пробирку добавить 1 мл хлорида бария. Какая соль вы падет в осадок?

На три вышеприведенных вопроса ответить, записав четыре уравнения реакций в ионном виде.

Составить уравнение диссоциации исследуемой соли и сделать вывод, какой солью, двойной или комплексной, она является.

Опыт 2. Диссоциация гексацианоферрата (III) калия

Составить уравнение диссоциации гексацианоферрата (III) калия. Налить в две пробирки по 1 мл раствора этой соли. В одну из них добавить несколько капель щелочи, в другую - тиоцианата калия. Записать в ионном виде отсутствие взаимодействия комплексного иона со щелочью в первой пробирке и с тиоцианатом - во второй.

Почему в растворе не обнаружено иона железа (III)? Сделайте вывод, какой солью, двойней или комплексной, является исследуемое вещество. Написать математическое выражение для константы нестойкости комплексного иона.

Опыт 3. Получение сульфата тетраамминмеди (II)

Налить в пробирку 1-2 мл раствора сульфата меди и по каплям добавить раствор аммиака до выпадения осадка основной соли меди **$(CuOH)_2SO_4$.** Написать уравнение реакции образования этой соли в молекулярном и ионном виде.

Прилить избыток 5-6 мл гидроксида аммония. Наблюдать растворение **$(CuOH)_2SO_4$** и образование фиолетового раствора, содержащего комплексный ион тетраамминмеди (II) **$[Cu(NH_3)_4]^{2+}$.**

Написать уравнение реакции образования комплексных солей **$[Cu(NH_3)_4]SO_4$** и **$[Cu(NH_3)_4](OH)_2$** в молекулярном и ионном виде.

Опыт 4. Получение тетраиодомеркурата (II) калия

Налить в пробирку 3-4 капли раствора нитрата ртути (II) и добавить по каплям раствор иодида калия до появления ярко-красного осадка иодида ртути.

Дальнейшее прибавление иодида калия вызывает растворение осадка и образование бесцветного раствора комплексной соли **$K_2[HgI_4]$**

Написать уравнения образования и растворения осадка в молекулярном и ионном виде.

Опыт 5. Получение соединения, содержащего в молекуле комплексный катион и комплексный анион

В пробирку внести 2-3 мл раствора гексацианоферрата (II) калия и 3-4 мл раствора сульфата никеля. К полученному осадку гексацианоферрата (II) никеля добавить раствор гидроксида аммония до полного растворения осадка. Наблюдать образование бледно-лиловых кристаллов соли **$[Ni(NH_3)_6]$ $[Fe(CN)_6]$.** Написать в ионном виде уравнения реакций образования осадка и растворения осадка.

Опыт 6. Растворение осадков за счет процесса комплексообразования

Процессы комплексообразования вызывают уменьшение равновесной концентрации ионов в насыщенном растворе малорастворимого соединения. Это смещает равновесие в системе раствор - осадок и вызывает растворение осадка.

а) Налить в пробирку 1 мл концентрированного раствора хлорида кальция, добавить 2 мл раствора сульфата натрия. Наблюдать выпадение осадка при встряхивании. Написать уравнение реакции в ионном виде.

Полученный осадок сульфата кальция растворить в насыщенном растворе сульфата аммония. Написать уравнение реакции растворения **$CaSO_4$** (в молекулярной и ионной форме) в результате образования комплексной соли **$(NH_4)_2[Ca(SO_4)_2]$.**

б) Налить в пробирку 3-4 капли раствора соли цинка и добавить по каплям разбавленный раствор **NaOH** до выпадения осадка **$Zn(OH)_2$** и последующего растворения его с образованием **$[Zn(OH)_4]_2$.** Написать уравнения реакций в молекулярном виде.

Опыт 7. Комплексные соединения в реакциях обмена

а) Налить в пробирку 1-2 мл раствора гексацианоферрата (II) калия **$K_4[Fe(CN)_6]$** и добавить несколько капель раствора Fe^{3+}. Наблюдать образование осадка берлинской лазури **$Fe_4[Fe(CN)_6]_3$.**

б) Налить в пробирку 1-2 мл раствора гексацианоферрата (III) калия **$K_3[Fe(CN)_6]_3$** и добавить несколько капель раствора, содержащего ион цинка. Отметить окраску осадка **$Zn_3[Fe(CN)_6]_2$.**

Написать молекулярные и ионные уравнения реакция. Сделать вывод об устойчивости комплексных ионов в реакциях обмена.

Контрольные вопросы и задания

1. Укажите внутреннею и внешнюю сферы, комплексообразователь и лиганды в следующих комплексных соединениях:

$K_3[Co(C_2O_4)_3]$, $[Zn(NH_3)_4](NO_3)_2$, $[Cr(CO)_6]$,

$Na_3[FeF_6]$, $[Ti(H_2O)_6]Cl_3$, $H[AuCl_4]$, $[Cr(C_6H_6)_2]$.

2. Определите степень окисления и координационное число комплексообразователя в следующих комплексных соединениях:

$Al[BH_4]_3$, $[Pt(NH_3)_2Cl_2]$, $K_2[CuCl_4]$,

$[Cr(H_2O)_6]Cl_3$, $Rb_2[SnCl_6]$, $Na[Au(CN)_2Cl_2]$,

$[Co(NH_3)_5Br]SO_4$, $Ca[Cr(NH_3)_2(SCN)_4]$, $[Ir(NH_3)_3Cl_3]$.

3. Объясните, какое основание является более сильным и почему: **$Ni(OH)_2$** или **$[Ni(NH_3)_4](OH)_2$** ? Какая кислота сильнее **HCN** или **$H[Ag(CN)]_2$** ?

4. Степень гидролиза какой соли больше и почему: **KCN** или **K[Ag(CN)]2**

5. Объясните уменьшение растворимости **$PbCl_2$** в воде при добавлении разбавленной **HCl** и увеличение растворимости этого осадка при добавлении концентрированной **HCl**.

6. Сколько молей **AgCl** осаждается при добавлении нитрата серебра к раствору **$[Co(NH_3)_5ClICl_2$** в расчете на моль имеющегося кобальта?

РАБОТА 2. Определение молярной массы эквивалента

Цель работы - усвоить одно из важнейших химических понятий - понятие об эквиваленте - и научиться определять молярную массу эквивалента вещества.

Молярная масса - отношение массы вещества к количеству вещества:

$$M = \frac{m}{\nu} \qquad (1)$$

где M - молярная масса вещества; m - масса вещества; ν - количество вещества.

Например, M **(**O**)** =16 г/моль; M (O_2) = 32 г/моль.

Эквивалент (*Э*) **-** это частица вещества, которая может замещать**,** присоединять, высвобождать или каким-либо другим образом эквивалентна одному иону водорода в ионообменных реакциях или одному электрону в окислительно-восстановительных реакциях.

Для определения состава эквивалента вещества необходимо исходить из конкретной реакции. Например:

$$\mathbf{Cu(OH)_2 + 2HCl = CuCl_2 + 2H_2O;}$$

$$\mathbf{Cu(OH)_2 + 2H^+ = Cu^{2+} + 2H_2O.}$$

В данной реакции один ион водорода эквивалентен 1/2 моль **Cu(OH)2**, поэтому эквивалент **Cu(OH)2** равен половине его молекулы.

Фактор эквивалентности (*f*) - число, обозначающее, какая доля от реальной частицы эквивалентна одному иону водорода или одному электрону. Например, в рассмотренном случае фактор эквивалентности**:** **f(Cu(OH))** = **1/2**.

Для оснований фактор эквивалентности определяется количеством гидроксильных ионов **(OH^-)**, которые могут быть замещены либо замещаются в конкретной реакции на кислотные остатки.

Например**, f($Fe(OH)_3$)** = **1/3**, но в конкретных реакциях может проявляться неполная кислотность основания и необходимо определять конкретный фактор эквивалентности:

$$\mathbf{Fe(OH)_3 + 2HCl = FeOHCl_2 + 2H_2O\ ;\quad f(Fe(OH)_3) = 1/2\ ;}$$

$$\mathbf{Fe(OH)_3 + HCl = Fe(OH)_2Cl + H_2O;\ \ f(Fe(OH)_3) = 1.}$$

Для кислот фактор эквивалентности определяется количеством ионов водорода, которые могут быть замещены либо замещаются в конкретной реакции на катионы металла.

Например, **f (H_2SO_4) = 1/2**, так как в молекуле серной кислоты два иона водорода могут быть замещены на катион металла, но в реакции

$$\mathbf{H_2SO_4 + NaOH = NaHSO_4 + H_2O;\quad f\ (H_2SO_4) = 1}$$

фактор эквивалентности серной кислоты равен 1.

Фактор эквивалентности кислотного оксида равен фактору эквивалентности соответствующей ему кислоты. Так, фактор эквивалентности

оксида углерода (IV) (CO_2) равен 1/2, так как ему соответствует угольная кислота **(H_2CO_3)**.

Но в конкретной реакции фактор эквивалентности определяется количеством эквивалентов реагирующего с оксидом вещества. Так в реакции:

$$\mathbf{CO_2 + NaOH = NaHCO_3; \quad f(CO_2) = 1}$$

Фактор эквивалентности соли и основного оксида определяется произведением степени окисления металла на количестве атомов металла в молекуле. Например:

$$\mathbf{f\,(Al_2O_3) = 1/(2 \cdot 3) = 1/6; \qquad f\,(FeCl_3) = 1/(1 \cdot 3) = 1/3.}$$

Зная фактор эквивалентности и молярную массу вещества, можно рассчитать молярную массу эквивалента (Э) данного вещества, которую часто для краткости называют эквивалентом

$$\mathbf{Э = f \cdot M}, \qquad (2)$$

Понятие эквивалента является одним из важнейших в химии, так как позволяет проводить количественные расчеты при взаимодействии веществ, пользуясь законом эквивалентов: "Все вещества реагируют в строго эквивалентных соотношениях". Иными словами, если в химическую реакцию вступило эквивалентов одного вещества, то количество эквивалентов любого другого вещества вступившего с ним в реакцию, будет тоже. Так, 0.1 моль эквивалентов серной кислоты реагирует с 0.1 моль эквивалентов хлорида бария, или 0.1 моль эквивалентов нитрата свинца, или 0.1 моль эквивалентов гидроксида натрия, или 0.1 моль эквивалентов гидроксида меди и т. д.

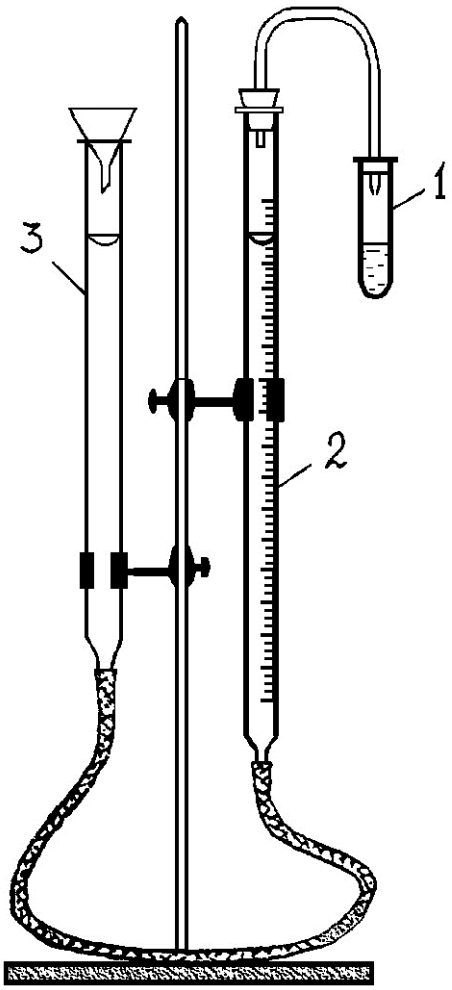
Количество эквивалентов вещества может быть рассчитано по формуле:

$$\nu_{(\text{эквивалентов})} = \frac{m_{(\text{в–ва})}}{Э_{(\text{в-ва})}} \qquad (3)$$

Так как количества эквивалентов веществ, вступающих в реакцию, одинаково, то одной из формул, выражающих закон эквивалентов, может быть следующая:

$$\frac{m(\text{в - ва 1})}{Э(\text{в - ва 1})} = \frac{m(\text{в - ва 2})}{Э(\text{в - ва 2})} \qquad (4)$$

Пользуясь этой формулой, можно практически определить молярную массу эквивалента вещества. Используемый метод основан на способности исследуемого вещества реагировать с кислотой: выделением газа (водорода или диоксида углерода). Работа проводится на приборе, изображенном на рисунке.



Прибор состоит из пробирки (1), бюретки (2) на 100 мл, заполненной водой или раствором хлорида натрия, стеклянной трубки и воронки (3), выполняющих роль уравнительного сосуда.

Пробирка соединена с бюреткой стеклянной трубкой, на концах надеты резиновые пробки, герметично закрывающие пробирку и бюретку. Нижний конец бюретки соединен с уравнительным сосудом резиновой "трубкой длиной 40-50 мм. Перед работой испытайте герметичность прибора. Для этого поднимите воронку на 15-20 см, закрепите ее в этом положении и наблюдайте в течение 1-3 минут за постоянством уровня жидкости в бюретке. Если уровень остается постоянным, то прибор герметичен.

Опыт 1. Определение эквивалента металла

Получите у лаборанта исследуемый металл. В пробирку налейте 5-6 мл 10 % -ного раствора соляной кислоты. Навеску металла заверните в небольшую полоску фильтровальной бумаги, верхнюю часть бумажки полученного фунтика смочите водой и приложите к внутренней части пробирки так, чтобы после того, как пробирка будет закрыта пробкой, этот фунтик на 1-3 см был ниже края пробирки и не касался кислоты. Убедитесь, что прибор вновь герметичен. Установите бюретку и воронку так, чтобы положение воды в них было точно на одном уровне, но не выше нулевой отметки. Отметьте и запишите положение мениска в бюретке (при этом глаз должен находиться на уровне мениска). Наклоняя пробирку, до-

бейтесь того, чтобы кусочки металла упали на дно пробирки. Наблюдайте выделение водорода и вытеснение воды в уравнительный сосуд. Когда весь металл растворится, дайте пробирке остыть, приведите положение воды в бюретке и воронке к одному уровню и точно отметьте положение мениска в бюретке. Разность двух отсчетов - до и после реакции металла с кислотой - дает объем водорода (**V**), выделившегося при данных условиях (**T** и **P**).

Форма записи результатов опыта

Навеска металла	***m*, г**
Объем выделившегося водорода при данных условиях	**V, мл**
Температура опыта	**T**, К
Барометрическое давление	**P**, Па
Давление насыщенного водяного пара при температуре опыта	**h**, Па

Обработка результатов опыта

Пользуясь уравнением Менделеева-Клапейрона, рассчитайте массы выделившегося водорода:

$$m_{H_2} = \frac{\mathbf{P}_{H_2} \cdot \mathbf{V}_{H_2} \cdot \mathbf{M}_{H_2}}{\mathbf{T} \cdot \mathbf{R}}, \quad \text{г},$$

где $\mathbf{M}_{H_2}$ - молярная масса водорода, 2 г/моль; **T** - температура опыта, К; **R** - газовая постоянная - 8.31 Дж/моль К; $\mathbf{V}_{H_2}$ - объем выделившегося водорода, мл; $\mathbf{P}_{H_2}$ - парциальное давление водорода, Па, рассчитанное по формуле: $\mathbf{P}_{H_2}$ **= P - h,** где Р - атмосферное давление, Па; **h** - давление насыщенного водяного пара при данной температуре, Па (см. таблицу 1)

Таблица 1

t, ^{0}C	**h**, Па	*t*, ^{0}C	**h**, Па	*t*, ^{0}C	**h**, Па
11	1306	16	1813	21	2490
12	1400	17	1933	22	2640
13	1493	18	2066	23	2813
14	1600	19	2200	24	2986
15	1706	20	2333	25	3173

По закону эквивалентов определите молярную массу эквивалента металла:

$$Э_{Me} = \frac{m_{Me}}{m_{H_2}} \cdot Э_{H_2}, \text{ г/моль (экв);}$$

$$Э_{H_2} = \mathbf{f}_{H_2} \cdot \mathbf{M}_{H_2} = 1/2 \cdot 2 \text{ г/моль} = 1 \text{ г/моль}.$$

Узнайте у преподавателя степень окисления растворенного вами металла, определите, какой это металл, и по таблице Д И. Менделеева рассчитайте точную молярную массу эквивалента данного металла (**Э** точн.).

Определите относительную погрешность опыта:

$$\Delta = \frac{Э_{Me} - Э_{точн.}}{Э_{Me}} \cdot 100\%.$$

Контрольные вопросы и задания.

1. Почему при определении молярной массы соли в бюретку заливают не воду, а раствор поваренной соли?
2. Почему при определении объема выделившегося газа необходимо выравнивать уровни жидкости в бюретке и сообщающейся с ней трубке?
3. Какой оксид реагировал с 16г кислорода, если в реакцию вступило 64 грамма оксида, образованного элементом со степенью окисления 44, фактор эквивалентности оксида равен 1/2 ?
4. Определите эквивалент металла, 56 г которого прореагировали с раствором, содержащим 109.5 г соляной кислоты.
5. Зависит ли эквивалент химического элемента от степени окисления элемента или является постоянной величиной?

РАБОТА 3. Окислительно-восстановительные реакции

Цель работы - изучить окислительно-восстановительные свойства химических соединений, составить уравнения окислительно-восстановительных реакций, определить направление окислительно-восстановительных процессов по электродным потенциалам.

Окислительно-восстановительные процессы широко распространены в природе, они протекают в атмосфере и в магматических расплавах. Руды и минералы земной поверхности окисляются при воздействии $\mathbf{O_2}$, $\mathbf{CO_2}$ и влаги, выветриваются, образуя гидроксиды, карбонаты, сульфаты. Например, пирит разлагается во влажном воздухе

$$\mathbf{2FeS_2 + 2H_2O + 7H_2O = 2FeSO_4 + 2H_2SO_4}$$

с выделением серной кислоты. Растворы серной кислоты опускаются вниз, выделяя из сульфидов сероводород, который ниже уровня грунтовых вод в отсутствии кислорода восстанавливает серебро, мышьяк, висмут, медь.

Окислительно-восстановительные реакции сопровождаются перераспределением электронной плотности. Если частица отдает электроны, то степень окисления элемента повышается и он переходит в окисленную формы (ОФ), если принимает, то элемент переходит в восстановленную форму (ВФ). Обе формы составляют сопряженную окислительно-восстановительную пару. В каждой реакции участвуют две сопряженные пары:

$$\underset{\text{ОФ1}}{\mathbf{Cl_2}} + \underset{\text{ВФ}_2}{\mathbf{2I^-}} \rightarrow \underset{\text{ВФ}_1}{\mathbf{2Cl^-}} + \underset{\text{ОФ}_2}{\mathbf{I_2}}.$$

(окислитель) (восстановитель)

Окислительно-восстановительная способность атомов и ионов характеризуется величиной их окислительно-восстановительного (электродного) потенциала, φ^0 ОФ/ВФ - стандартный электродный потенциал.

Располагая значениями электродных потенциалов, можно определить возможность и направление окислительно-восстановительных реакций, зная правило: сопряженная пара с более положительной величиной электродного потенциала выступает в качестве окислителя, а с отрицательной - в качестве восстановителя.

Пример. В каком направлении могут самопроизвольно протекать реакции:

1) $\mathbf{2Fe^{3+} + 2I^- \leftrightarrow 2Fe^{2+} + I_2}$,

2) $\mathbf{2Fe^{3+} + 2Cl^- \leftrightarrow 2Fe^{2+} + Cl_2}$,

если известны величины стандартных потенциалов следующих пар:

ОФ/ВФ	$\mathbf{I_2/2I^-}$	$\mathbf{Fe^{3+}/\ Fe^{2+}}$	$\mathbf{Cl_2/2Cl^-}$
φ^0, **В**	**0.54**	**0.77**	**1.36**

Решение. Увеличение активности ОФ наблюдается с ростом алгебраической величины.

I_2, как ОФ с наименьшим значением, не может окислять ионы $\mathbf{Fe^{3+}}$ и $\mathbf{Cl^-}$**.** Ионы $\mathbf{Fe^{3+}}$ могут окислять иодид-ионы, не способны окислять ионы $\mathbf{Cl^-}$ **.** $\mathbf{Cl_2}$ является ОФ пары с наибольшим значением φ^0 и служит окислителем для ионов $\mathbf{Fe^{2+}}$. Поэтому первая реакция протекает в прямом направлении, а вторая - в обратном:

1) $\mathbf{2Fe^{3+} + 2I^- = 2Fe^{2+} + I_2}$;

2) $\mathbf{2Fe^{2+} + Cl_2 = 2Fe^{3+} + 2Cl^-}$.

Опыт 1. Окислительные свойства нитрита натрия

В пробирку налейте 1 мл раствора иодида калия и столько же разбавленной серной кислоты, а затем - на кончике шпателя добавьте сухой соли нитрита натрия.

Отметьте выделение бесцветного газа **NO,** его побурение под действием кислорода воздуха, а также окраску образовавшегося раствора при выделении йода.

Напишите уравнение реакции на основе электронного баланса

$$\varphi^0\ I_2/2I^- = 0.54\ В; \qquad \varphi^0\ NO_2^-/NO = 0.99\ В,$$

сравнивая эти потенциалы, решите, какая из двух пар будет играть роль восстановителя. Может ли в результате реакции образоваться диоксид азота?

Опыт 2. Восстановительные свойства нитрита натрия

Налейте в пробирку 1 мл раствора перманганата калия и добавьте на кончике шпателя сухой соли нитрита натрия до изменения окраски раствора. Составьте уравнение реакции, имея в виду, что перманганат-ион в нейтральной среде восстанавливается до диоксида марганца (IV), нитрит-ион окисляется до нитрат-иона, а среда становится щелочной (образуется **КОН)**

$$\varphi^0\ MnO_4^-/MnO_2 = +0.62\ В; \qquad \varphi^0\ NO_3^-/NO_2^- = -0.01\ В,$$

сравнивая эти потенциалы, решить, какая из двух пар будет играть роль окислителя.

Опыт 3. Образование окрашенных перманганат-ионов

Ионы **Mn** окисляются висмутатом натрия в азотнокислой среде с образованием перманганат-ионов:

$$MnSO_4 + NaBiO_3 + HNO_3 \rightarrow HMnO_4 + Bi(NO_3)_3 + NaNO_3 + Na_2SO_4 + H_2O$$

К 1-2 каплям сульфата марганца добавляют 4-5 капель раствора азотной кислоты и на кончике шпателя висмутата натрия.

Реакция протекает без нагревания. Как объяснить появление малиновой окраски?

$$\varphi^0\ MnO_4^-/Mn^{2+} = 1.51\ В; \qquad \varphi^0\ NaBiO_3/Bi^{3+} = 1.8\ В,$$

укажите окислитель и восстановитель.

Рассчитайте коэффициенты для проведенной реакции на основе электронного баланса.

Опыт 4. Окислительные свойства сульфита натрия

Налейте в пробирку 4-5 капель разбавленной серной кислоты, добавьте 2-3 капли раствора Na_2S и Na_2SO_4 на кончике шпателя. Наблюдать выделение серы в виде белой мути

$$Na_2SO_3 + Na_2S + H_2SO_4 \rightarrow S + Na_2SO_4 + H_2O.$$

Рассчитайте коэффициенты для этой реакции на основе электронного баланса

$$\varphi^0\ SO_3^{2-}/S = 0.45\ В; \qquad \varphi^0\ S/S^{2-} = -0.48\ В,$$

укажите окислитель и восстановитель.

Опыт 5. Окислительные свойства перманганата калия в различных средах

В три пробирки налить по 1 мл раствора перманганата калия.

В первую пробирку добавляют 1 мл разбавленной серной кислоты.

Во вторую пробирку наливают 1 мл воды.

В третью пробирку помешают 1 мл щелочи.

Затем в каждую пробирку засыпают по половине стеклянной ложечки сухой соли сульфита натрия.

В первой пробирке образуется ион Mn^{2+}

$$KMnO_4 + Na_2SO_3 + H_2SO_4 \rightarrow MnSO_4 + Na_2SO_4 + K_2SO_4 + H_2O.$$

Во второй пробирке получается диоксид марганца (IV)

$$KMnO_4 + Na_2SO_3 + H_2O \rightarrow MnO_2 + Na_2SO_4 + KOH.$$

В третьей пробирке восстановление протекает до MnO_4^{2-}

$$KMnO_4 + Na_2SO_3 + NaOH \rightarrow K_2MnO_4 + Na_2MnO_4 + Na_2SO_4 + H_2O.$$

Подберите коэффициенты для уравнений методом электронного баланса

$\varphi^0\ MnO_4^-/Mn^{2+} = 1.51$ В; $\varphi^0\ MnO_4^-/MnO_2 = 0.62$ В,

$\varphi^0\ MnO_4^-/MnO_4^{2-} = 0.56$ В; $\varphi^0\ SO_4^{2-}/SO_3^{2-} = 0.22$ В.

Установить, в какой среде перманганат калия является наиболее сильным окислителем.

Опыт 6. Окислительные свойства дихромата калия.

Налейте в пробирку 1-2 мл раствора $K_2Cr_2O_7$, столько же разбавлен-

ной серной кислоты и добавьте несколько кристаллов сульфата железа до изменения окраски раствора. Напишите уравнение реакции, учитывая, что Fe^{2+} окисляется до Fe^{3+} , дихромат-ион восстанавливается до Cr^{3+}

$$\varphi^0\ Cr_2O_7^{2-}/2Cr^{3+} = 1.33\ В; \qquad \varphi^0\ Fe^{3+}/Fe^{2+} = 0.77\ В.$$

Контрольные вопросы и задания

1. Какие из реакций являются окислительно-восстановительными, укажите для них окислитель, восстановитель и среду

$$Pb_3O_4 + 4HNO_3 = PbO_2 + 2Pb(NO_3)_2 + 2H_2O;$$
$$2MnO_2 + 3PbO_2 + 6HNO_3 = 2HMnO_4 + 3Pb(NO_3)_2 + 2H_2O;$$
$$2Na_2CrO_4 + H_2SO_4 = Na_2Cr_2O_7 + Na_2SO_4 + H_2O;$$
$$4KMnO_4 + 4KOH = 4K_2MnO_4 + O_2 + H_2O;$$
$$2KMnO_4 + H_2SO_4 = Mn_2O_7 + K_2SO_4 + H_2O.$$

2. Рассчитайте коэффициенты для реакций

$$Zn + NaAsO_2 + HCl = AsH_3 + ZnCl_2 + H_2O + NaCl;$$
$$CuS + HNO_3 = CuSO_4 + NO_2 + H_2O;$$
$$K_2MnO_4 + H_2O = KMnO_4 + MnO_2 + KOH;$$
$$KOH + Cl_2 = KClO_3 + KCl + H_2O.$$

3. Какие из приведенных реакций могут проткать самопроизвольно?

$$H_3PO_3 + 2AgNO_3 + H_2O = 2Ag + 2HNO_3 + H_3PO_4;$$
$$H_3PO_3 + Pb(NO_3)_2 + H_2O = Pb + 2HNO_3 + H_3PO_4;$$

$\varphi^0\ Ag^+/Ag = 0.8\ В$ $\varphi^0\ Pb^{2+}/Pb = -0.13\ В$ $\varphi^0\ H_3PO_4/H_3PO_3 = -0.28\ В.$

4. Укажите, какое из уравнений соответствует реальному протеканию химической реакции?

$$4N_2H_4 + 8HNO_3 = 5N_2 + 6NO_2 + 12H_2O;$$
$$N_2H_4 + 4HNO_3 = N_2 + 4NO_2 + 4H_2O;$$
$$2N_2H_4 + 16HNO_3 = N_2 + 18NO_2 + 12H_2O.$$

Литература

Карапетьянц М.Х., Дракин С.И. Общая и неорганическая химия. М.: Химия, 1992. - 588 с.

Химия. Часть II.

Руководство по выполнению лабораторных работ по дисциплине “Химия” для студентов всех специальностей.

Авторы: Н.Б.Смирнова, доц., канд. хим. наук
В.М. Сахарова, доц., канд. техн. наук

Корректура кафедры химии
Подписано к печати 21.09.94
Формат бумаги 60×84 1/16
Печ. л. 1.0
Тираж 100 экз. Заказ № 248
Цена 200 руб.

Лаб. множительной техники УГГГА
620219, Екатеринбург, Куйбышева, 30

Государственный комитет России
по высшему образованию

УРАЛЬСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ
ГОРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ

Н.Б.Смирнова, В.М. Сахарова

ХИМИЯ

Руководство по выполнению
лабораторных работ

Часть III

ЕКАТЕРИНБУРГ
1995

УРАЛЬСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ГОРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ

ОДОБРЕНО
Методическим советом
академии
«_*2*_» «___*11*___» 1995 г.
Председатель совета
_____проф. В.А.Лукас.

ХИМИЯ

РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ ПО ДИСЦЕПЛИНЕ “ХИМИЯ” ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВСЕХ ПРОФИЛИЗАЦИЙ И НАПРАВЛЕНИЙ

ЧАСТЬ III

Издание УГГГА Екатеринбург, 1995

Химия : руководство по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Химия» для студентов всех профилизаций и направлений; Часть III / Н.Б. Смирнова, В.М. Сахарова; Уральская госуд. горно-геол. академия. Каф. химии. - Екатеринбург : Изд. УГГГА, 1995. - 16 с.

Руководство содержит описание трех лабораторных работ:

1. Гальванические элементы. 2. Электролиз водных растворов солей.
3. Электрохимическая коррозия металлов.

В руководстве приведены для каждой лабораторной работы краткие теоретические сведения, методические указания по провидению опытов, контрольные вопросы и задания для самостоятельного выполнения.

Руководство рассмотрено на заседания кафедры химии 7 сентября 1995 года. (протокол № 1) и рекомендовано для издания в УГГГА.

Рецензент: Н.Г.Кошель, доц., канд. хим. наук

© Уральская государственная горно-геологическая академия, 1995

Работа 1. ГАЛЬВАНИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ

Цель работы - изучение электрохимических процессов, протекающих при работе гальванических элементов, расчет значений ЭДС гальванических элементов и величин энергии Гиббса по значениям электродных потенциалов.

Химические источники электрической энергии имеют широкое распространение, т.к. для многих современных машин, аппаратов и транспорта требуются автономные источники электрической энергии. Любое горное предприятие используют химические источники тока. Простейший пример химического источника тока - гальванический элемент.

В гальванических элементах протекают процессы превращения химической энергии окислительно-восстановительных реакций в электрическую.

Электрохимическая схема гальванического элемента.

$$Fe \mid FeSO_4 \parallel NiSO_4 \mid Ni \quad \text{или} \quad Fe \mid Fe^{2+} \parallel Ni^{2+} \mid Ni$$

Отрицательным полюсом (анодом) этого гальванического элемента является железо, поскольку его электродный потенциал меньше потенциала никеля.

$$(-)\ Fe \mid FeSO_4 \parallel NiSO_4 \mid Ni\ (+)$$

$$(-)\quad Fe^{o} - 2e = Fe^{2+}$$

$$(+)\quad Ni^{2+} + 2e = Ni^{o}$$

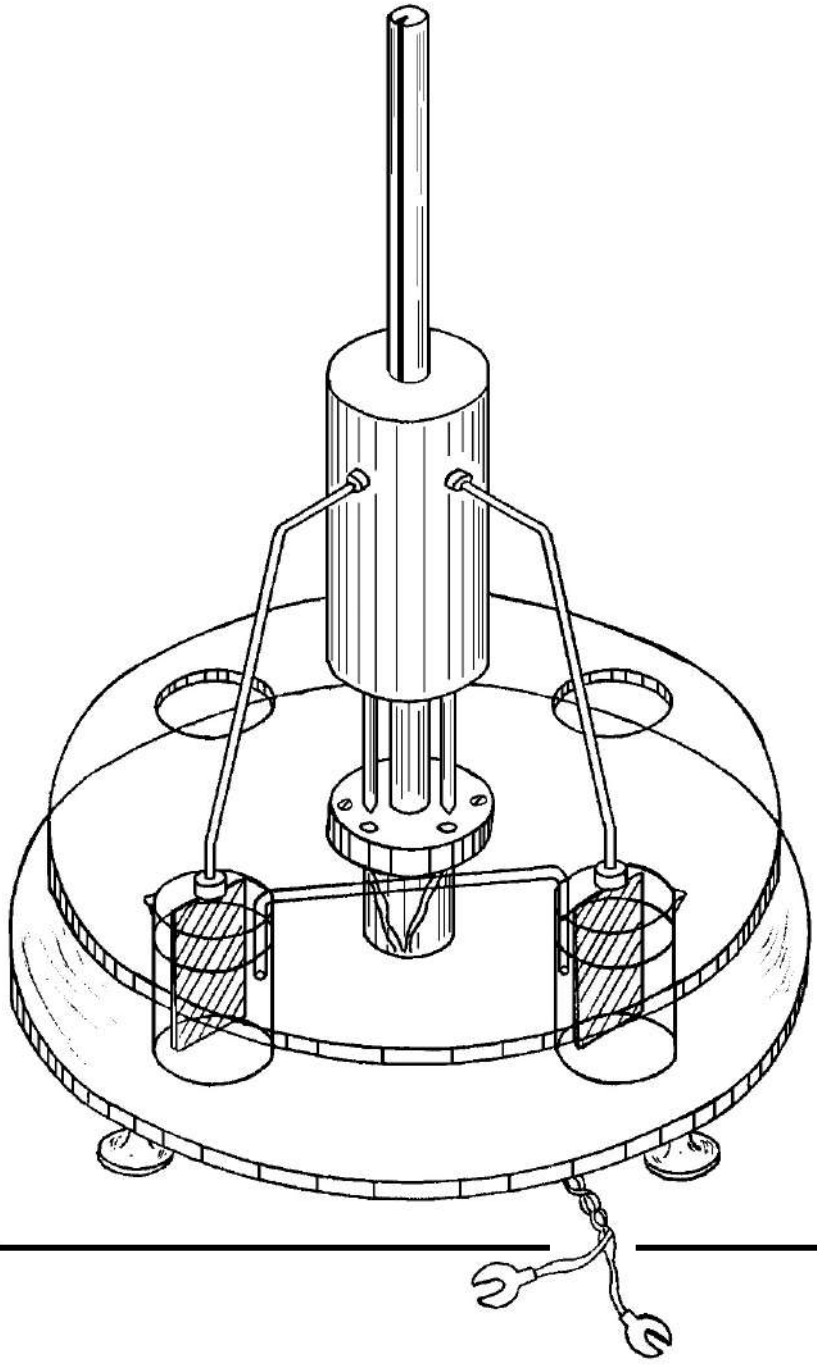
$$Fe^{o} + Ni^{2+} = Fe^{2+} + Ni^{o}$$

Электродвижущая сила(ЭДС) гальванического элемента определяется по равности электродных потенциалов: ЭДС = $\varphi_{(+)} - \varphi_{(-)}$, соответствующих процессам, протекающим на положительном и отрицательном полюсах гальванического элемента. Пользуясь таблицей стандартных электродных потенциалов, можно определить ЭДС этого гальванического элемента:

$$E = \varphi^0_{ок} - \varphi^0_{вос} = \varphi^0_{Ni^{2+}/Ni} - \varphi^0_{Fe^{2+}/Fe} = -0.25 - (-0.44) = 0.19\ В$$

Изменение энергии Гиббса ΔG^0_{298} связанно с ЭДС гальванического элемента соотношением $\Delta G^0_{298} = -nFE$, где n - число электронов, принима-

Общий вид установки для измерения электродвижущей силы гальванического элемента в рабочем состоянии



ющих участие в реакции; F - постоянная Фарадея (96500 Кл/моль); Е - ЭДС гальванического элемента.

Опыт 1. Медно - цинковый гальванический элемент.

В два химических стаканчика налейте равные объемы растворов сульфата цинка (C_M = 1моль/л) и сульфата меди (C_M = 1моль/л). Опустите пластинки цинка и меди в растворы собственных солей. Растворы соедините электролитическим ключом - жидкостным мостиком, заполненным насыщенным раствором хлорида калия. Провода внешней цепи присоедините к гальванометру.

1. Напишите: электрохимическую схему полученного гальванического элемента; процессы, протекающие на отрицательном и положительном полюсах гальванического элемента; суммарную окислительно-восстановительную реакцию в ионной и молекулярной формах.
2. Укажите направление перехода электронов во внешней цепи.
3. По значениям электродных потенциалов рассчитайте ЭДС гальванического элемента.
4. Запишите показание гальванометра в вольтах (В) и сравните его с расчетным значением ЭДС.

Последующие опыты 2, 3 и 4 оформить по той же схеме (пункты 1-4).

Опыт 2. Медно-свинцовый гальванический элемент

Опустите в растворы собственных солей пластинки из меди и свинца. Концентрации растворов задаются преподавателем. Соедините растворы электролитическим ключом. Присоедините провода внешней цепи к гальванометру. Наблюдайте отклонение стрелки гальванометра, указывающее на возникновение электрического тока.

Опыт 3. Медно-кадмиевый гальванический элемент.

В один стаканчик налейте раствор сульфата кадмия (C_M = 1 моль/л), а в другой налейте раствор сульфата меди (C_M = 1 моль/л). Погрузите в эти растворы соответственно пластинки из кадмия и меди, соедините электролитическим ключом. Провода внешней цепи присоедините к гальванометру.

Опыт 4. Свинцово-цинковый гальванический элемент.

Налейте в два химических стаканчика равные объемы растворов солей свинца (II) и цинка, их концентрации задаются преподавателем. Опус-

тите в них соответственно пластинки свинца и цинка. С помощью электролитического ключа соедините растворы солей. Подключите во внешнюю цепь гальванометр.

Контрольные вопросы и задания.

1. Объясните, почему показания гальванометра отличаются от расчетного значения ЭДС?
2. Каким образом можно добиться возрастания ЭДС в гальванических элементах?
3. Какие изменения концентрации растворов солей на электроде - окислителе и электроде - восстановителе приводят к увеличению и уменьшению ЭДС?
4. Халькопирит ($\varphi = 0.42$ В) растворяется в природных водах чрезвычайно медленно. Почему при контакте с пиритом ($\varphi = 0.7$ В) этот процесс ускоряется?
5. Рассчитайте значение ЭДС и энергии Гиббса медно-цинкового гальванического элемента, если концентрация раствора сульфата цинка равна 0.5 моль/л, а концентрация сульфата меди равна - 2 моль/л.
6. Приведите примеры двух гальванических элементов, в одном из которых железо будет отрицательным полюсом (анодом), а в другом будет положительным полюсом (катодом).

Работа 2. ЭЛЕКТРОЛИЗ ВОДНЫХ РАСТВОРОВ СОЛЕЙ.

Цель работы - изучение электрохимических процессов, протекающих при электролизе водных растворов солей с инертным и растворимым анодами, запись процессов, происходящих на катоде и аноде.

Практически нет ни одной отрасли техники, где бы не применялся электролиз. При выполнении строительных работ проводят электрохимическую обработку глинистых грунтов, при обогащении полезных ископаемых прибегают к электрохимическому кондиционированию флотационной пульпы. В том случае, когда другие методы не обеспечивают необходимой степени очистки воды, используют электрохимическую обработку производственных сточных вод пропусканием через электрокоагуляторы с электродами из железа или алюминия.

При электролизе рассматриваются процессы на электродах: катоде, заряженном отрицательно, и аноде, заряженном положительно. Внешний

источник тока выполняет роль своеобразного электронного насоса, который “нагнетает” электроны на катод и “откачивает” электроны с анода. Когда потенциалы электродов достигают определенных значений, на них становится возможным заряд ионов или молекул из раствора - начинается электролиз.

Катодные процессы: На катоде в первую очередь протекает тот процесс восстановления, потенциал которого более положителен. При электролизе водных растворов на катоде выделяются все металлы, потенциалы которых положительнее, чем -1.0 В.

Если в растворе находятся лишь ионы металлов, более активных чем марганец, потенциалы которых отрицательнее, чем -1.0 В, на катоде выделяется водород из воды по реакции:

$$2H_2O + 2e = H_2 + 2OH^-.$$

Анодные процессы: на нерастворимых анодах из Pt, Ti, C происходит процесс окисления того восстановителя, потенциал которого более отрицателен. Практически: если в растворе имеются анионы I^-, Br^-, Cl^-, не содержащие кислород, то они окисляются с выделением I_2, Br_2, Cl_2, соответственно.

$$2Hal^- - 2e = Hal_2.$$

Если же в растворе имеются лишь ионы F^-, или анионы, содержащие кислород, потенциал которых больше 2.0 В, то на аноде выделяется кислород из воды по реакции:

$2H_2O - 4e = O_2 + 4H^+$ в кислой и нейтральной средах

$4OH^- - 4e = O_2 + 2H_2O$ в щелочной среде.

В зависимости от окисляемости материала анода различают процессы с растворимым и нерастворимым (инертным) анодом. Растворимые аноды (большинство металлов) в ходе электролиза окисляются, посылая свои ионы в раствор. Например: $Cu - 2e = Cu^{2+}$, $Ni - 2e = Ni^{2+}$. Инертные электроды при электролизе окислению не подвергаются. К числу наиболее распространенных инертных анодов относятся электроды из платины, графита, титана.

Примеры электролиза водных растворов солей

1. Электролиз водного раствора $SnCl_2$, анод Pt

Катод (-) $Sn^{2+} + 2e = Sn^{o}$

Анод (+) $2Cl^{-} - 2e = Cl_2$

2. Электролиз водного раствора $CuSO_4$, анод Cu

Катод (-) $Cu^{2+} + 2e = Cu^{o}$

Анод(+) $Cu - 2e = Cu^{2+}$

Опыт 1. Электролиз водного раствора сульфата натрия с графитовым анодом

Получите электролизер, заполненный раствором сульфата натрия, с графитовыми электродами и пропустите постоянный электрический ток напряжением 12 В. Через 1-2 минуты сравните интенсивность выделения пузырьков газа на электродах, определите расположение катода и анода.

В околокатодное пространство налейте несколько капель фенолфталеина, а в околоанодное - лакмуса. Окраска индикаторов должна измениться. Объясните наблюдаемое явление, составив электронно - ионные схемы процессов, протекающих на катоде и аноде, и указывая стандартные значения окислительно - восстановительных потенциалов.

Опыт 2. Электролиз водного раствора иодида калия с графитовым анодом

Получите электролизер, заполненный раствором иодида калия с графитовыми электродами, присоедините электроды к сети постоянного тока. Через 1-2 минуты наблюдайте изменение окраски раствора.

Запишите результаты опыта, составив электронно-ионные схемы процессов, протекающих на катоде и аноде с указанием величин стандартных окислительно-восстановительных потенциалов. Объясните, почему и у какого электрода появилась окраска, почему на катоде не выделяется металлический калий.

Опыт 3. Электролиз водных растворов сульфатов кадмия, меди, никеля, цинка, нитрата свинца.

Получите электролизеры, заполненные водными растворами солей, присоедините графитовые электроды к сети постоянного тока. Пропускайте электрический ток в течение получаса, пока на одном из электродов не появится налет металла.

Поменяйте полюса на электродах, т.е. произведите переполюсовку электродов поворотом вилки относительно розетки. Снова пропускайте электрический ток.

Составьте электронно-ионные схемы катодного и анодного процессов с указанием величин стандартных электродных потенциалов, протекающих при электролизе всех солей: а) с графитовым анодом; б) с соответствующим металлическим анодом.

Контрольные вопросы и задания

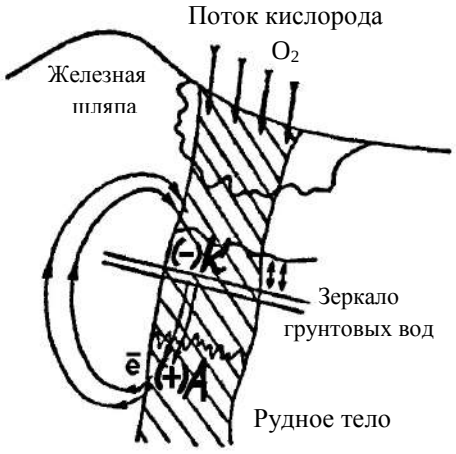
1. Если на электродах могут протекать несколько электрохимических процессов, то какой из них реализуются и что является критерием, определяющим его преимущество?

2. В какой последовательности должны разряжаться на катоде ионы Ag^{+}, Fe^{2+}, Cu^{2+}, Bi^{3+}, Sn^{2+}, если в растворе они содержатся в одинаковой концентрации? Чем эта последовательность определяется?

3. Составьте электронно-ионные схемы катодного и анодного процессов, происходящих на медных электродах при электролизе водного раствора нитрата калия.

4. При электролизе водного раствора соли значение pH в приэлектродном пространстве одного из электронов возросло. Раствор какой соли подвергся электролизу: а) $CdSO_4$; б) $CuCl_2$; в) KBr ?

5. Рудное тело, содержащее сульфидные минералы в количестве, достаточном для того, чтобы обеспечить электропроводность, можно рассматривать как нерастворимый электрод в поле Земли. В грунтовых водах, окружающих рудное тело, концентрация электролитов изменяется с глубиной. Верхний конец проводника играет роль катода, а нижний - анода. Катионы подъемных вод перемещаются к катоду, а ионы - к аноду, как показано на приведенной схеме.



На *а н о д е* происходит окисление, минералы теряют электроны и переходят в раствор.

Например, растворение пирита характеризуется уравнением:

$$FeS_2 + 8H_2O - 14e = Fe^{2+} + 2SO_4^{2-} + 16H^+$$

халькопирита: $CuFeS_2 + 8H_2O - 16e = Cu^{2+} + Fe^{2+} + 2SO_4^{2-} + 16H^+$.

Образующиеся ионы меди (II) вступают в обменные реакции создают так называемую зону вторичного обогащения. Сфалерит замещается ковеллином:

$$ZnS + CuSO_4 = CuS + ZnSO_4$$

халькопирит обогащается медью за счет образования халькозина:

$$CuFeS_2 + CuSO_4 = Cu_2S + FeSO_4 + S.$$

На *к а т о д е* происходит восстановление. Из нескольких возможных катодных процессов протекает тот, потенциал которого более положителен. Катодные процессы в верхней части рудного тела заключается в потреблении электронов, высвободившихся на аноде и переместившихся на катод. Здесь могли бы восстанавливаться катионы, но в первую очередь реагирует атмосферный кислород, приток которого осуществляется непрерывно, а потенциал намного положительнее, чем у прочих участников геохимического процесса.

$$O_2 + 2H_2O + 4e = 4OH^-$$

а) используя уравнение ионно-электронного баланса, составьте суммарную реакцию растворения пирита в молекулярном виде;

б) какова среда (значение водородного показателя) рудничных вод каменноугольных шахт, если уголь содержит примеси сульфидов?

в) составьте уравнение электронного баланса для приведенной выше реакции взаимодействия халькопирита и сульфата меди с образованием халькозина.

Работа 3. ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКАЯ КОРРОЗИЯ МЕТАЛЛОВ

Цель работы - изучение электрохимических процессов, протекающих при работе коррозионных гальванопар.

Десятки миллионов тонн металла ежегодно теряются вследствие коррозии. Горное дело является одним из наиболее металлоемких производств. Вполне возможно сократить потери от коррозии за счет лучшего понимания горными инженерами важнейших физико - химических закономерностей коррозии. Чаще всего разрушение металлов вызывается электрохимической коррозией, которая является результатом эксплуатации металлического оборудования при повышенном содержании коррозионно-активных веществ в шахтах, на карьерах и в горных породах.

Электрохимическая коррозия происходит в средах, проводящих электрический ток, сопровождается направленным движением электронов и ионов. Электролиты могут содержаться даже в тонком невидимом слое влаги, адсорбированной из воздуха поверхностью металла. Реальная поверхность твердых металлов неоднородна. Различные примеси в металле, его структурная неоднородность, механическая деформация металла, различие концентраций коррозионных агентов в растворах, контактирующих с металлом - все это приводит к тому, что на одних участках поверхности коррозирующего металла идет процесс окисления металла (анодный процесс), а на других - процесс восстановления окислителя (катодный процесс).

Схема электрохимической коррозии становится таким образом аналогичной схеме работы короткозамкнутого гальванического элемента, в котором протекает анодное окисление металла и катодное восстановление окислителя. В литературе по коррозии окислитель обычно обозначают специальным термином *деполяризатор*. Самыми распространенными деполяризаторами в процессах электрохимической коррозии являются растворенный кислород и ионы водорода. Соответственно различают процессы с кислородной и водородной деполяризацией.

С кислородной деполяризацией коррозируют металлы, находящиеся во влажной атмосфере, в воде, нейтральных растворах солей, во влажном грунте. Это самый распространенный тип коррозионных процессов.

$$(-) \quad Fe - 2e = Fe^{2+}$$
$$(+) \quad O_2 + 2H_2O + 4e = 4OH^-$$
$$\overline{2Fe + O_2 + 2H_2O = 2Fe(OH)_2}$$

В процессах коррозии с *водородной деполяризацией* окисление металла происходит под действием ионов водорода:

$2H^+ + 2e = H_2$ в кислой среде;

$2H_2O + 2e = H_2 + 2OH^-$ в щелочной и нейтральной средах.

Коррозия с водородной деполяризацией преобладает в следующих условиях: для большинства металлов в растворах кислот, для очень активных металлов в нейтральных растворах (например, коррозия магния в воде и растворах хлорида натрия), для амфотерных металлов (например, олово, цинк, алюминий) в растворах щелочей.

Коррозию значительно замедляет поляризация. Концентрационная поляризация - накопление ионов металла на аноде и недостаточно быстрое связывание электронов, поступающих на катод, вследствие уменьшения концентрации окислителя в растворе. Газовая поляризация - слой адсорбированного водорода на поверхности катода, затрудняющий дальнейшее восстановление, если окислителями были ионы водорода.

Во многих случаях металл предохраняет от коррозии образующаяся на его поверхности стойкая нерастворимая оксидная пленка. Однако, некоторые анионы, например, хлориды, разрушают такие пленки за счет связывания катионов металлов прочные комплексные ионы, растворимые в воде, которые легко удаляются с поверхности металла тем самым усиливая коррозию.

Коррозию замедляют введением в жидкую фазу ингибиторов. Ингибиторы образуют с металлом нерастворимые соединения-соли или прочно связанные поверхностные соединения и таким образом предохраняют поверхность от дальнейшего окисления. Ингибиторы как бы наносят на поверхность металла слой масляной краски толщиной в одну молекулу.

Опыт 1. Коррозия оцинкованного и луженого железа в кислой среде

В две пробирки наливают по 2-3 мл разбавленной серной кислоты. Затем кусочек пластинки из оцинкованного железа помещают в первую пробирку, а во вторую - кусочек пластинки из луженого железа (покрытого оловом). В обе пробирки доливают по 1 мл раствора гексацианоферрата (III) калия, с помощью которого можно обнаружить Fe^{2+}, которые образуются при коррозии железа. Ион Fe^{2+} с этим реактивом дает характерное синее окрашивание в соответствии с реакцией:

$$3Fe^{2+} + 2[Fe(CN)_6]^{3-} = Fe_3[Fe(CN)_6]_2 \downarrow$$

Через несколько минут наблюдать растворение железа в кислоте, замечая синее окрашивание на срезах одной из пластинок.

Результаты опыта занести в таблицу:

	Оцинкованное железо	Луженое железо
Коррозионная гальванопара		
Процессы (-)		
на полюсах (+)		
Суммарная реакция		
Синеет через минуту		

В строке "коррозионная гальванопара" запишите электрохимическую схему гальванического элемента.

Сделайте вывод, какой металл растворяется при коррозии оцинкованного и луженого железа и может ли быть использован цинк в качестве протектора для защиты стального оборудования.

Слейте кислоту в стакан для слива кислот осторожно, не теряя кусочков железа. Налить воды в пробирки и промыть 2 раза кусочки металла от кислоты, не доставая их из пробирок.

Опыт 2. Коррозия оцинкованного и луженого железа в нейтральной среде.

В две пробирки с кусочками металла из опыта 1 наливают по 2-3 мл раствора хлорида натрия и добавляют в каждую по 1 мл раствора гексацианоферрата (III) калия.

Через несколько минут замечают синее окрашивание на боковых срезах одной из пластинок.

Результаты опыта запишите в такую же таблицу, как и в первом опыте.

Сделайте вывод, какой металл растворяется при коррозии.

Опыт 3. Растворение химически чистого цинка и цинка, частично покрытого медью, в серной кислоте

В пробирку помещают гранулу химически чистого цинка и 2-3 мл разбавленной серной кислоты. Начавшееся растворение цинка через некоторое время замедляется или прекращается совсем.

В другую пробирку наливают 2-3 мл раствора сульфата меди и опускают такую же гранулу цинка. Через 4-5 минут осторожно сливают раствор и промывают омедненный цинк 2-3 раза водой. Воду сливают, добавляют 2-3 мл разбавленной серной кислоты и наблюдают выделение газообразного водорода.

Результаты опыта запишите в виде ответов на следующие вопросы:

1. Объясните, почему замедляется растворение химически чистого цинка в серной кислоте?

2. Составьте электрохимическую схему коррозионной гальванопары, образованной цинком и металлической медью, выделившейся на его поверхности.

3. Запишите процессы, происходящие у полюсов этой коррозионной гальванопары.

4. Сделайте вывод, почему происходит ускорение растворения цинка в контакте с медью.

Опыт 4. Действие ингибитора коррозии

В две пробирки налить 2-3 мл разбавленной серной кислоты, в одну из них добавляют 1 мл раствора уротропина. В две пробирки поместить по несколько кусочков железных стружек. Объясните разницу в действии на металлы обычной ингибированной кислоты.

Опыт 5. Действие стимулятора коррозии

В две пробирки поместить по кусочку алюминиевой пластинки и добавить по 1-2 мл водного раствора сульфата меди. В одну из пробирок всыпать микрошпатель(щепотку) сухого хлорида натрия. Следить, как влияет добавка его на коррозию алюминия.

Контрольные вопросы и задания.

1. Какое покрытие металла называют анодным и какое катодным? Назовите металлы, которые можно использовать для анодного и катодного покрытия железа во влажном воздухе и в сильнокислой среде.

2. Железное изделие покрыли свинцом. Какое это покрытие: анодное

или катодное? Почему? Составьте уравнение анодного и катодного процессов коррозии этого изделия при нарушении цельности покрытия во влажном воздухе и в растворе соляной кислоты. Какие продукты коррозии образуются в первом и во втором случаях?

3. Почему некоторые достаточно активные металлы, например, алюминий, не корродируют на воздухе? Назовите другие металлы с аналогичными свойствами.

4. Одинаково ли отношение к коррозии технического и химически чистого металла? чем вызывается коррозия конструкционной стали?

5. Какое железо корродирует быстрее: находящиеся в контакте с оловом или медью? Мотивируйте ваш выбор.

6. Величины электродных потенциалов металлов уменьшается при повышении pH среды. Объясните, почему при изменении нейтральной среды на щелочную коррозионная устойчивость железа, меди, магния и ряда других металлов увеличивается, а алюминия, хрома, цинка, олова уменьшается.

Список литературы

1. Коровин Н.В. и др. Курс общей химии. - М.: Высш.шк., 1990.- 445 с.
2. Романцева Л.М. и др. Сборник задач и упражнений по общей химии. - М.: Высш.шк., 1991. - 228 с.
3. Любимова Н.Б. Вопросы и задачи по общей и неорганической химии. - М.: Высш.шк., 1990. - 351 с.
4. Смирнова Н.Б., Сахарова В.М. Коррозия и защита металлов. - Екатеринбург: Изд.УГГГА, 1995. - 68 с.
5. Бирюков Ю.В. и др. Общая и неорганическая химия. Лабораторный практикум. - М. - Киев: Высш.шк., 1990. - 133 с.

Химия. Часть III.

Руководство по выполнению лабораторных работ по дисциплине “Химия” для студентов всех профилизаций и направлений.

Авторы: Н.Б.Смирнова, доц., канд. хим. наук
В.М.Сахарова доц., канд. хим. наук

Корректура кафедры химии
Подписано к печати 01.11.95
Формат бумаги 60×84 1/16
Печ. л. 1.0 Тираж 100 экз. Заказ № 95
Цена *С*

Лаб. множительной техники УГГГА
620144, Екатеринбург, Куйбышева, 30

Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Н. А. Зайцева

КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ

Учебно-методическое пособие для выполнения лабораторных и контрольных работ курсов «Химия» и «Неорганическая химия» для студентов всех специальностей

Екатеринбург
2017

317

Рецензент: Т. И. Красненко, д-р химических наук, профессор, ведущий научный сотрудник лаборатории оксидных систем ИХТТ УрО РАН

Учебно-методическое пособие рассмотрено на заседании кафедры химии 25 февраля 2016 г. (протокол № 6) и рекомендовано для издания в УГГУ

Зайцева Н. А.
317 КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ: учебно-методическое пособие для выполнения лабораторных и контрольных работ курсов «Химия» и «Неорганическая химия» для студентов всех специальностей / Н. А. Зайцева. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2017. – 35 с.

В учебно-методическом пособии изложены краткие сведения о качественных реакциях в неорганической химии. Пособие содержит необходимые сведения для выполнения лабораторных работ по качественному анализу катионов и решения задач.

Пособие предназначено для студентов всех специальностей.

© Зайцева Н. А., 2017

© Уральский государственный горный университет, 2017

ВВЕДЕНИЕ

Качественная реакция – химическая реакция, с помощью которой можно определить наличие в растворе того или иного вещества или его фрагмента (катиона, аниона, функциональной группы). Качественная реакция на ионы позволяет обнаружить («открыть») в растворе присутствие соответствующих ионов. При обнаружении открываемого иона обычно фиксируют появление аналитического сигнала — образование осадка, изменение окраски раствора, появление запаха и т. д.

Требования к качественным реакциям

1. Экспрессность (реакция должна протекать быстро).
2. Высокая чувствительность.
3. Селективность или специфичность.
4. Необратимость.

Чувствительность реакции определяется наименьшим количеством искомого вещества, которое может быть обнаружено данным реактивом в капле раствора.

Существенной характеристикой анализа является селективность (избирательность).

По избирательности реагенты можно разделить на три группы:

1. *Специфические реагенты* – реактивы, с помощью которых в данных условиях можно обнаружить только одно вещество (ион),

например: крахмал для обнаружения I_2 (синяя окраска); щёлочь для обнаружения NH^{4+} (запах аммиака).

Специфические реакции – реакции, которые дают возможность открывать одни ионы в присутствии различных других ионов.

2. *Селективные реагенты* – реактивы, с помощью которых в данных условиях можно обнаружить небольшое число веществ. Например, диметилглиоксим в аммиачном буферном растворе реагирует с Fe (II), Co (II), Ni (II), Zr (IV), Th (IV).

3. *Групповые реагенты* – используются в систематическом анализе смеси катионов и взаимодействуют со всеми катионами одной аналитической группы.

Реакции, позволяющие обнаружить искомые ионы в отдельных порциях сложной смеси при условии устранения влияния других ионов, называют **дробными реакциями**, а метод анализа, основанный на применении дробных реакций, называют **дробным анализом.** При этом порядок обнаружения катионов и анионов не имеет особого значения. При **систематическом анализе**, в отличие от дробного, соблюдается определенный порядок разделения и последующего открытия ионов. К обнаружению ионов приступают лишь после удаления из раствора всех других ионов, мешающих открытию. Систематический (групповой) анализ применяют при невозможности использования дробного анализа. На основе растворимости их солей или других соединений ионы делят на аналитические группы, на основании различных классификаций катионов разработаны разные методы систематического анализа катионов.

Методы систематического анализа

1. Сероводородный – основан на разной растворимости сульфидов и хлоридов в зависимости от *pH*-среды.

2. Аммиачно-фосфатный – основан на разной растворимости фосфатов.

3. Кислотно-основной – основан на разной растворимости в кислотах и основаниях гидроксидов и солей (табл. 1).

Таблица 1

Классификация катионов по кислотно-основному методу

Группа	Катионы	Групповой реактив	Характеристика группы
I	Na^+, K^+, NH_4^+	–	Хлориды, сульфаты и гидроксиды растворимы в воде
II	Ag^+, Pb^{2+}, Hg_2^{2+}	2M HCl	Хлориды нерастворимы в воде и разбавленных кислотах
III	Ca^{2+}, Sr^{2+}, Ba^{2+}	2M H_2SO_4	Сульфаты нерастворимы в воде, кислотах и щелочах
IV	$A1^{3+}$, Cr^{3+}, Zn^{2+}, $^*As^{3+}$, $^*As^{5+}$, Sn^{2+}, Sn^{4+}	4M NaOH (избыток)	Гидроксиды амфотерны, растворимы в избытке щелочи
V	Fe^{2+}, Fe^{3+}, Mn^{2+}, Mg^{2+}, Bi^{3+}, Sb^{3+}, Sb^{5+}	2M NaOH (25 % NH_4OH)	Гидроксиды нерастворимы в избытке щелочи и аммиаке
VI	Cu^{2+}, Co^{2+}, Ni^{2+}, Hg^{2+}, Cd^{2+}	25% NH_4OH (избыток)	Гидроксиды растворимы в избытке аммиака с образованием аммиакатов

$^*As^{3+}$ и As^{5+} гидроксидов не образуют.

Лабораторная работа № 1

КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА КАТИОНЫ ЖЕЛЕЗА

Цель работы: познакомиться с качественными реакциями на катионы железа, определить наиболее подходящие реактивы для открытия Fe^{3+} и Fe^{2+}.

Для получения аналитического сигнала в качественном анализе используют химические реакции разных типов: реакции ионного обмена (осаждение, нейтрализация), окислительно-восстановительные, комплексообразование. Для обнаружения ионов железа возможно использование всех типов реакций.

Реакции ионного обмена в качественном анализе

Опыт 1. Действие щелочей на катионы Fe^{3+} и Fe^{2+}

В две пробирки налейте по 1 мл растворов $FeCl_3$ и $FeSO_4$, добавьте по 1 мл раствора щёлочи в каждую пробирку. Сравните полученные осадки $Fe(OH)_3$ и $Fe(OH)_2$, составьте уравнения обеих реакций. Растворимы ли полученные гидроксиды железа в избытке щёлочи?

Опыт 2. Действие раствора аммиака на катионы Fe^{3+} и Fe^{2+}

В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей железа (III) и железа (II), добавьте по 1 мл разбавленного раствора гидроксида аммония в каждую пробирку. Сравните полученные осадки с

осадками из первого опыта. Составьте уравнения реакций. Проверьте действие избытка концентрированного гидроксида аммония на оба осадка: образуют ли ионы железа аммиачные комплексы?

Реакции окисления-восстановления

Опыт 3. Действие окислителей на катионы Fe^{3+} и Fe^{2+}

а) В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей Fe^{2+} и Fe^{3+}, добавьте по 2 мл раствора серной кислоты. В обе пробирки прилейте раствор перманганата калия, в какой из них наблюдается обесцвечивание $KMnO_4$? Запишите уравнение реакции, учитывая, что в кислой среде перманганат-ионы восстанавливаются до ионов Mn^{2+}, уравняйте его методом электронно-ионного баланса.

б) В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей Fe^{2+} и Fe^{3+}, добавьте по 2 мл раствора серной кислоты. В обе пробирки прилейте раствор бихромата калия, в какой из них наблюдается изменение окраски раствора? Запишите уравнение реакции, учитывая, что бихромат-ионы $Cr_2O_7^{2-}$ восстанавливаются до ионов Cr^{3+}, уравняйте его методом электронно-ионного баланса.

Опыт 4. Действие восстановителей на катионы Fe^{3+} и Fe^{2+}

В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей Fe^{2+} и Fe^{3+}, добавьте по 1 мл раствора йодида калия. Какая из солей железа проявила окислительный свойства? Запишите уравнение реакции, расставьте коэффициенты методом электронно-ионного баланса.

Реакции с участием комплексных ионов

Опыт 5. Реакция ионов железа с роданидом аммония

В две пробирки налейте по 1 мл раствора $FeCl_3$ и $FeSO_4$, добавьте по 1 мл раствора роданида аммония NH_4SCN в каждую пробирку. В какой из пробирок наблюдается образование роданида железа красного цвета? Составьте уравнение реакции.

Опыт 6. Реакция ионов железа с реактивом Чугаева

В две пробирки налейте по 1 мл раствора соли железа (III) и железа (II), добавьте по 1 мл раствора аммиака и по 1 капле раствора диметилглиоксима ($C_4H_8N_2O_2$). Для какого иона железа наблюдается образование окрашенного внутрикомплексного соединения с реактивом Чугаева? Составьте уравнение реакции образования диметилглиоксимата железа [Fe $(C_4H_7O_2N_2)_2$].

Опыт 7. Берлинская лазурь и турнбуллева синь

На растворы $FeCl_3$ и $FeSO_4$ подействуйте каплей раствора жёлтой кровяной соли (гексацианоферрата (II) калия). В каком случае наблюдается выпадение синего осадка? Запишите уравнение реакции, предполагая, что выпавший осадок берлинской лазури имеет состав $Fe_4\,[Fe(CN)_6]_3$.

На растворы $FeCl_3$ и $FeSO_4$ подействуйте каплей раствора красной кровяной соли (гексацианоферрата (III) калия). В каком случае наблюдается выпадение синего осадка? Запишите уравнение реакции, предполагая, что выпавший осадок турнбуллевой сини

имеет состав $Fe_3[Fe(CN)_6]_3$. Сделайте вывод, какой кровяной солью можно открыть ион Fe^{2+}, и с помощью какой обнаруживается ион Fe^{3+}.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что произойдет с зеленоватым осадком $Fe(OH)_2$ при добавлении к нему раствора перекиси водорода H_2O_2? Запишите уравнение реакции, уравняйте его методом электронно-ионного баланса.

2. Выпадет ли осадок при смешивании равных объемов растворов $FeCl_3$ и NaOH, если ПР $(Fe(OH)_3) = 3{,}8 \cdot 10^{-38}$, а концентрации растворов 0,001 моль/л? Выпадет ли осадок при смешивании равных объемов растворов $FeSO_4$ и NaOH, если ПР $(Fe(OH)_2) = 4{,}8 \cdot 10^{-16}$, а концентрации обоих растворов 0,001 моль/л?

3. Какой объём соляной кислоты с концентрацией 0,01 моль/л требуется для полного растворения осадка $Fe(OH)_3$ массой 0,5 г?

4. Реакция образования окрашенного роданида железа (опыт 3) является обратимой. Запишите выражение для константы равновесия этой реакции. Какими способами, согласно принципу Ле-Шателье, можно сместить равновесие в сторону образования окрашенного продукта?

5. Запишите уравнения реакций первичной и вторичной диссоциации красной и жёлтой кровяных солей. Почему чаще всего именно цианид-ионы используются для маскирования ионов железа в растворах?

6. Подвергаются ли соли железа гидролизу? Запишите уравнения взаимодействия с водой для $FeCl_3$ и $FeSO_4$, определите тип гидролиза и кислотность среды раствора. Какую окраску приобретёт лакмус в этих растворах?

Лабораторная работа № 2

КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ Co^{2+}, Ni^{2+} и Cu^{2+}

Цель работы: познакомиться с качественными реакциями на ионы **Co^{2+}, Ni^{2+} и Cu^{2+}**, выполняемыми пробирно, капельно, и с использованием экстракции, определить наиболее подходящие реакции для открытия каждого иона.

Предел обнаружения – минимальная концентрация или минимальное количество вещества, которое может быть обнаружено данным методом допустимой погрешностью. Предел обнаружения в значительной степени зависит от условий протекания реакции. Обычно для обнаружения ионов применяют реакции с пределом обнаружения 10^{-7} г (0,1мкг) в 1 мл раствора.

Приемы для обеспечения низкого предела обнаружения

1. *Капельный анализ* – метод микрохимического анализа, в котором качественную реакцию проводят с использованием капли раствора. Реакции выполняют на стеклянной или фарфоровой пластинке, фильтровавальной бумаге (иногда предварительно пропитанной раствором реагента и высушенной). Пределы обнаружения веществ 0,1–0,001 мкг в капле объемом 50 мм^3. Минимальные пределы обнаружения достигаются при выполнении анализа на фильтровальной бумаге.

2. *Микрокристаллоскопический анализ* – метод анализа, основанный на реакциях образования кристаллических осадков с

характерной формой кристаллов, для рассмотрения которых используется микроскоп.

3. *Экстракция* – процесс переведения вещества из водной фазы в органическую, используется для разделения и концентрирования веществ.

4. *Флотация* – процесс разделения мелких твёрдых частиц в водной суспензии или растворе, основанный на их избирательной адсорбции на границах раздела фаз в соответствии с их смачиваемостью, используется для разделения и концентрирования.

5. *Метод «умножающихся реакций»* – ряд последовательных реакций, в результате которых получается новое вещество в количестве, во много раз превышающем первоначальное количество обнаруживаемого вещества.

6. *Каталитические реакции*.

Реакции в пробирке (в растворе)

Опыт 1. Действие щелочей на катионы Co^{2+}, Ni^{2+} и Cu^{2+}

В три пробирки налейте по 1 мл растворов солей Co^{2+}, Ni^{2+} и Cu^{2+}, добавьте по 1 мл разбавленного раствора щёлочи в каждую пробирку. Составьте уравнения реакций образования синего CoOHCl, голубого CuOHCl и зелёного NiOHCl. Подействуйте на каждый полученный осадок избытком концентрированной щёлочи, составьте уравнения реакций образования гидроксидов кобальта (II), никеля (II) и меди (II).

Опыт 2. Действие раствора аммиака на Co^{2+}, Ni^{2+} и Cu^{2+}

В три пробирки налейте по 1 мл растворов солей Co^{2+}, Ni^{2+} и Cu^{2+}, добавьте по 1 мл разбавленного раствора аммиака в каждую пробирку. Сравните полученные осадки с осадками из первого опыта. Составьте уравнения реакций.

Проверьте действие избытка концентрированного гидроксида аммония на полученные осадки, запишите уравнения реакций, учитывая, что в аммиачных комплексах кобальта и никеля координационное число комплексообразователя равно шести, а медь удерживает только четыре лиганда.

Разрушаются ли полученные аммиакаты раствором кислоты?

Опыт 3. Реакции с желтой кровяной солью

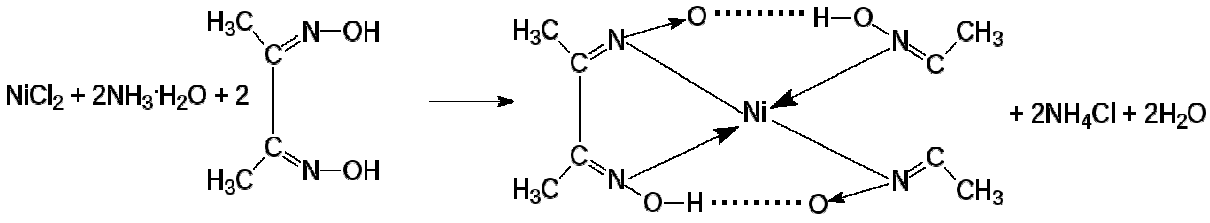
В три пробирки налейте по 1 мл растворов солей Co^{2+}, Ni^{2+} и Cu^{2+}, добавьте по 1 мл разбавленного раствора гексацианоферрата (II) калия в каждую пробирку. Что наблюдается? Составьте уравнения реакций, учитывая, что все осадки получены в результате полного ионного обмена.

Капельные реакции на фильтровальной бумаге

Опыт 4. Реакция катионов Ni^{2+} с реактивом Чугаева

На сухую фильтровальную бумагу поместите несколько капель раствора соли никеля (II), добавьте каплю раствора аммиака и каплю раствора диметилглиоксима $C_4H_8N_2O_2$ (реактив Чугаева). Сравните наблюдаемый аналитический сигнал с реакцией образования

диметилглиоксимата железа (II), выполненной в предыдущей работе. Запишите уравнение реакции



Проведите аналогичную реакцию с растворами меди (II) и кобальта (II). Какой из этих ионов может мешать определению ионов никеля и почему?

Опыт 5. Капельная реакция ионов Co^{2+}с роданидом аммония

Поместите на сухую фильтровальную бумагу несколько капель раствора хлорида кобальта (II), добавьте кристаллы сухой соли NH_4SCN, при необходимости добавьте ещё одну каплю раствора. Как изменилась окраска кристаллов? Составьте уравнение реакции образования комплексного соединения $(NH_4)_2[Co(SCN)_4]$.

Обнаружение катионов с использованием экстракции

Опыт 6. Реакция ионов Co^{2+} с роданидом аммония

Поместите в пробирку несколько капель раствора хлорида кобальта (II), добавьте кристаллы сухой соли тиоцианата (роданида) аммония. Как изменилась окраска раствора?

Чувствительность этой реакции можно повысить с помощью экстракции окрашенного комплекса $(NH_4)_2[Co(SCN)_4]$ органическим растворителем. Добавьте к полученному раствору несколько капель изоамилового спирта, взболтайте. Дождитесь разделения в пробирке водной и спиртовой фаз. Что при этом наблюдается?

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Составьте уравнения реакций первичной и вторичной диссоциаций гексаамминкобальта (II), гексаамминникеля (II), тетраамминмеди (II). Запишите формулы для константы нестойкости.

2. Для открытия ионов Ni^{2+} с помощью диметилглиоксима при реакции на капельной пластинке предел обнаружения Ni^{2+} – 0,16 мкг; в пробирке можно обнаружить 1,4 мкг Ni^{2+} в 1 мл. Предел обнаружения можно уменьшить до 0,015 мкг, если каплю анализируемого раствора нанести на фильтровальную бумагу, пропитанную диметилглиоксимом. Если осадок диметилглиоксимата никеля (II) флотируется на границе раздела фаз «вода – изоамиловый спирт», то предел обнаружения ионов Ni^{2+} понижается до 0,002 мкг. Определите минимальную молярную концентрацию ионов Ni^{2+}, открываемых каждым из способов.

3. Окисление тиосульфат-ионов ионами железа (III) ускоряется в присутствии ионов меди (каталитическая реакция). Время обесцвечивания тиоцианата железа (III) тиосульфатом натрия в отсутствие меди около двух минут. В присутствии ионов Cu^{2+} раствор тиоцианата железа (III) обесцвечивается мгновенно. Предел обнаружения меди – 0,02мкг в 1 мл. Определите минимальную молярную концентрацию ионов Cu^{2+}, соответствующую этому пределу обнаружения.

Лабораторная работа № 3

КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ $A1^{3+}$, Cr^{3+}, Zn^{2+}

Цель работы: познакомиться с качественными реакциями на ионы **$A1^{3+}$, Cr^{3+}** и **Zn^{2+}**, научиться использовать амфотерность их гидроксидов в химическом анализе, определить наиболее подходящие реакции для открытия каждого иона.

Для проведения каждой качественной реакции необходимо соблюдать определенные условия, основные из которых: *pH*-среды; температура; концентрации реагентов; присутствие определенных веществ; отсутствие мешающих ионов или веществ. Для протекания многих реакций необходима среда с определенным значением *pH* водного раствора. Значение *pH* можно контролировать с помощью индикаторов или прибора *pH*-метра. Для поддержания нужного значения *pH* при необходимости используют соответствующие буферные растворы.

Буферные растворы — это растворы, способные сохранять постоянное значение *pH* при разбавлении водой или добавлении к ним определенного количества сильных кислот или оснований. В состав буферной смеси входят в определенном количественном соотношении слабые кислоты и их соли с сильными основаниями или слабые основания и их соли с сильными кислотами.

Амфотерность гидроксидов алюминия, цинка и хрома (III) позволяет отделять их от остальных катионов действием растворов щелочей различной концентрации.

Опыт 1. Действие щелочей на катионы $A1^{3+}$, Cr^{3+}, Zn^{2+}

В три пробирки налейте по 1 мл растворов хлоридов алюминия, хрома и цинка, добавьте по несколько капель очень разбавленного раствора щёлочи в каждую пробирку до образования нерастворимых гидроксидов. Составьте уравнения реакций. Подействуйте на каждый полученный осадок избытком щёлочи до полного растворения, составьте уравнения реакций образования тетрагидроксоалюмината, тетрагидроксоцинката и гексагидроскохромата натрия.

Опыт 2. Действие раствора аммиака на ионы $A1^{3+}$, Cr^{3+}, Zn^{2+}

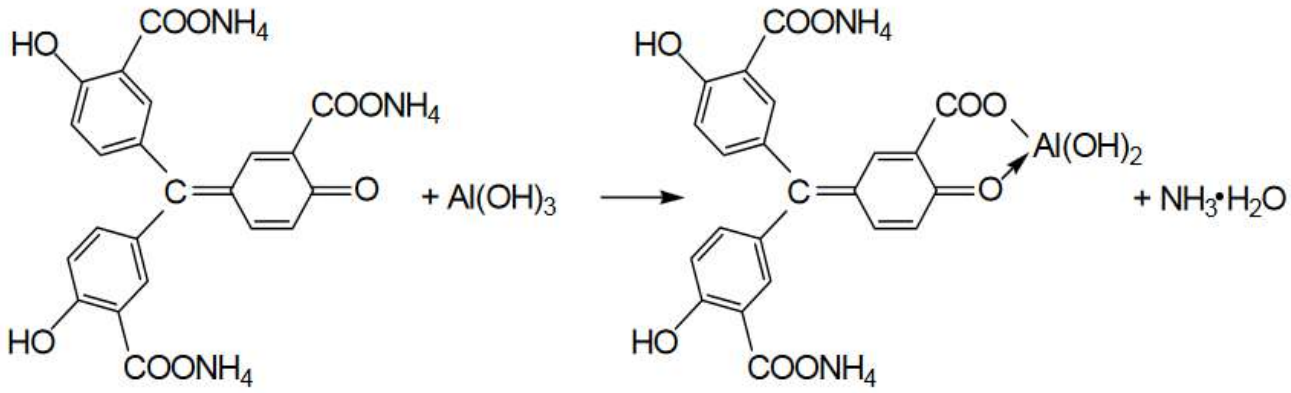
В три пробирки налейте по 1 мл растворов хлоридов алюминия, хрома и цинка, добавьте по 1 мл разбавленного раствора аммиака в каждую пробирку. Сравните полученные осадки с осадками из первого опыта. Составьте уравнения реакций образования соответствующих гидроксидов.

Проверьте действие избытка концентрированного гидроксида аммония на полученные осадки. Какие гидроксиды растворяются частично или полностью? Составьте реакцию комплексообразования, учитывая, что в образующихся аммиакатных комплексах координационное число каждого комплексообразователя вдвое больше, чем модуль его степени окисления.

Опыт 3. Реакция ионов алюминия с алюминоном

В пробирку поместите 3–4 капли раствора соли алюминия, при необходимости 2–3 капли раствора уксусной кислоты и 3–5 капель 0,01 % раствора алюминона ($C_{21}H_{11}O_9$ $(NH_4)_3$). Смесь нагрейте на

водяной бане, добавьте несколько капель раствора аммиака до щелочной реакции и выпадения красного хлопьевидного осадка алюминиевого лака.



Опыт 4. Реакция ионов цинка с желтой кровяной солью

В пробирке к 1 мл раствора $ZnCl_2$ добавьте 1 мл раствора гексацианоферрата (II) калия. Наблюдайте выпадение белого осадка $K_2Zn_3[Fe(CN)_6]_2$. Составьте уравнение этой реакции ионного обмена.

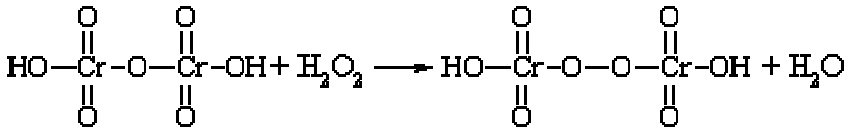
Опыт 5. Восстановительные свойства ионов хрома (III)

В пробирку поместите 2–3 капли раствора соли хрома(III), прибавьте 4–5 капель 2 моль/л раствора щёлочи NaOH до растворения осадка, и 2–3 капли 3 % раствора перекиси водорода H_2O_2. Нагревайте до изменения зеленой окраски раствора на желтую (цвет хромат-ионов CrO_4^{2-}). Составьте уравнение окислительно-восстановительной реакции, расставьте коэффициенты методом электронно-ионного баланса.

Опыт 6. Образование надхромовой кислоты

К жёлтому раствору хромата натрия, полученному в предыдущем опыте, прибавьте 5 капель пероксида водорода H_2O_2, ~0,5 мл изоамилового спирта, тщательно перемешайте и прибавьте по каплям раствор серной кислоты (1 моль/л). Верхний органический слой окрашивается в интенсивно синий цвет за счёт экстракции образовавшейся надхромовой кислоты H_2CrO_6. Запишите уравнение реакции, протекающее через образование дихромовой кислоты и её последующее окисление перекисью водорода:

$$2Na_2CrO_4+2H_2SO_4 \rightarrow H_2Cr_2O_7+2Na_2SO_4+H_2O$$



$$H_2Cr_2O_8 + 3\ H_2O_2 \leftrightarrow 2\ H_2CrO_6 + 2\ H_2O$$

Составьте электронно-ионный баланс для этой реакции.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Составьте уравнения первичной и вторичной диссоциации солей, полученных в первом опыте: тетрагидроксоалюмината, тетрагидроксоцинката и гексагидроскохромата натрия.

2. Напишите выражение константы нестойкости для комплексных ионов тетраамминцинка и гексаамминхрома, полученных во втором опыте.

3. Напишите уравнения диссоциаций хромовой, дихромовой и надхромовой кислот.

Лабораторная работа № 4

РАЗДЕЛЕНИЕ И ОБНАРУЖЕНИЕ КАТИОНОВ Ag^{+}, Pb^{2+}, Hg^{2+} МЕТОДОМ ОСАДОЧНОЙ БУМАЖНОЙ ХРОМАТОГРАФИИ

Цель работы: познакомиться с разделением и идентификацией катионов методом бумажной хроматографии

Хроматография – физико–химический метод разделения веществ, основанный на использовании сорбционных процессов в динамических условиях.

Анализируемые компоненты распределяются между подвижной и неподвижной фазами. Неподвижной фазой служит твердое вещество – сорбент. Подвижной фазой является жидкость или газ, протекающий через неподвижную фазу – элюент. Элюент в процессе хроматографирования перемещается вдоль сорбента, так что частицы анализируемых веществ могут многократно переходить из подвижной фазы в неподвижную и наоборот. Разделение веществ с помощью хроматографии основано на различном сродстве разделяемых компонентов к подвижной и неподвижной фазам.

Бумажная хроматография – вид хроматографии, в котором носителем неподвижного растворителя служит очищенная от примесей фильтровальная бумага. Подвижная фаза продвигается вдоль листа бумаги, главным образом за счет капиллярных сил. Бумажная хроматография отличается простотой, экспрессностью, наглядностью разделения, высокой чувствительностью (можно определить 10–20 мкг вещества с точностью 5–7 %).

Опыт 1. Подготовка фильтровальной бумаги

Два фильтра «синяя лента» диаметром 45 мм смочите 5 %-м раствором йодида калия, опуская фильтры в раствор пинцетом. Высушите фильтры на воздухе в чашке Петри.

Опыт 2. Получение первичной осадочной хроматограммы

В центр каждого высушенного фильтра нанесите пипеткой каплю анализируемой смеси катионов Ag^+, Hg^{2+} и Pb^{2+}, после её полного впитывания нанесите еще одну, дайте ей впитаться. Катионы анализируемой смеси вступают в реакцию с KI, которым пропитан фильтр, образуя осадочную хроматограмму, зоны которой имеют цвета осадков AgJ (жёлтый), HgJ_2 (оранжевый), PbJ_2 (ярко-желтый).

Полученные хроматограммы необходимо промыть дистиллированной водой. Для промывания хроматограмм нанесите на фильтры 2–3 капли дистиллированной воды, внося каждую последующую каплю после впитывания предыдущей до увеличения размера зон в два–три раза. Высушите обе осадочные хроматограммы, заполните табл. 1, составьте уравнения реакций образования осадков.

Таблица 1

Первичная хроматограмма смеси катионов Ag^+, Hg^{2+}, Pb^{2+}

Зона адсорбции	Цвет зоны	Ион
1. Первая – хорошая адсорбция (в центре фильтра)		
2. Вторая – средняя адсорбция		
3. Третья – плохая адсорбция (края фильтра)		

Опыт 3. Получение проявленной осадочной хроматограммы

Анализируя первичную хроматограмму, легко определить катионы Hg^{2+} (оранжевая зона в центре) и Pb^{2+} (ярко-желтая зона по периферии). Бледно-желтая окраска AgJ либо видна плохо (из-за маскировки оранжевым HgJ_2 и ярко-желтым PbJ_2), либо не видна совсем. Для того, чтобы явно видеть зону серебра, первичную хроматограмму на одном из фильтров необходимо проявить.

Для проявления хроматограммы внесите в центр фильтра каплю раствора NaOH. При этом йодид свинца растворится в NaOH с образованием бесцветного плюмбита натрия Na_2PbO_2, йодид ртути останется неизменным, бледно-жёлтое пятно йодида серебра постепенно почернеет вследствие превращения гидроксида серебра (I) в оксид серебра (I), который затем разложится до свободного серебра.

Заполните табл. 2, составьте уравнения всех протекающих при проявке первичной хроматограммы реакций.

Таблица 2

Вторичная хроматограмма смеси катионов Ag^+, Hg^{2+}, Pb^{2+}

Зона адсорбции	Цвет зоны	Ион
1. Первая – хорошая адсорбция (в центре фильтра)		
2. Вторая – средняя адсорбция		
3. Третья – плохая адсорбция (край фильтра)		

По результатам работы сделайте вывод об эффективности метода бумажной хроматографии для дробного открытия катионов Ag^+, Hg^{2+}, Pb^{2+} при их совместном присутствии.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Какие процессы лежат в основе хроматографического анализа?

2. Вычислите ПР йодида свинца (II), если известно, что растворимость его равна 0,03 г на 0,1 кг воды.

3. Выпадет ли осадок при взаимодействии равных объемов растворов $AgNO_3$ и KI, если концентрации обоих растворов 0,001 моль/л, а произведение растворимости йодида серебра ПР (AgI) =$8{,}3 \cdot 10^{-17}$.

4. В избытке йодида калия осадок йодида ртути (II) растворяется без изменения степеней окисления элементов с образованием комплексного соединения тетрайодомеркурата калия. Составьте уравнение этой реакции, а также уравнения первичной и вторичной диссоциаций полученного соединения, запишите выражение для константы нестойкости комплексного иона.

5. Оксид серебра (I) неустойчив на воздухе, поэтому он используется не в чистом виде, а в аммиачном растворе (реактив Толленса). При взаимодействии гидроксида аммония и оксида серебра (I) образуется гидроксид диамминсеребра (I). Составьте уравнение этой реакции, а также уравнения первичной и вторичной диссоциаций полученного соединения, запишите выражение для константы нестойкости комплексного иона.

6. Дайте определения терминам «элюент», «сорбент», «элюат», «подвижная фаза», «неподвижная фаза», «собрция», «десорбция».

Лабораторная работа № 5

ДРОБНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ КАТИОНОВ

Цель работы: с помощью качественных реакций определить, какая соль находится в каждой пробирке.

Ход работы

В двенадцати пронумерованных пробирках находятся следующие растворы соли:

Раствор бесцветный	**Раствор может быть окрашенным**
Хлорид аммония	Сульфат меди (II)
Хлорид кальция	Хлорид кобальта (II)
Сульфат марганца (II)	Хлорид никеля (II)
Сульфат железа (II)	Хлорид хрома (III)
Хлорид цинка	Хлорид железа (III)
Хлорид алюминия	
Нитрат свинца (II)	

После получения у преподавателя нескольких пробирок (по вариантам 3–6 шт.,) составьте в тетради таблицу для записи результатов анализа:

Качественный анализ растворов, номер (№) (запишите номера пробирок)

Испытуемый раствор	Добавленный реагент	Наблюдение	Предполагаемый состав	Вывод
Опыт № 1 «Открытие окрашенных ионов»				
№ 13	отсуствует	Раствор розовый	Ионы Co^{2+}	
№ 13	NaOH	Выпал синий осадок, при добавлении избытка щёлочи стал розовым	CoOHCl $Co(OH)_2$	В пробирке был $CoCl_2$
Опыт № 2 «Действие щелочей»				
№ 14				

Опыт 1. Открытие окрашенных ионов

Опишите внешний вид растворов, сделайте предположения, какие растворы могут быть в каждой из пробирок, занесите их в таблицу. Наиболее вероятные предположения (для окрашенных растворов) проверьте с помощью соответствующих качественных реакций, взяв для анализа небольшую порцию испытуемого раствора. Составьте уравнения реакций, сделайте выводы.

Опыт 2. Действие щелочей на испытуемые растворы

Взяв пробы оставшихся исследуемых растворов (по 0,5 мл), подействуйте на них разбавленным раствором щёлочи, добавляя его по каплям. Занесите в таблицу аналитический сигнал: выделился запах аммиака, выпал неизменяющийся осадок, выпал осадок, растворимый в избытке щёлочи или темнеющий на воздухе. Обратите внимание, что гидроксид свинца $Pb(OH)_2$ проявляет амфотерные свойства, растворяясь в избытке щелочи с образованием плюмбита Na_2PbO_2, а светло-бежевый гидроксид марганца $Mn(OH)_2$ постепенно окисляется кислородом воздуха, что выглядит как потемнение раствора на границе с воздухом:

$$2\ Mn(OH)_2 + O_2 \rightarrow 2\ MnO_2\downarrow + 2\ H_2O.$$

Эту реакцию можно сделать более наглядной, ускорив процесс окисления с помощью перекиси водорода:

$$Mn(OH)_2 + H_2O_2 \rightarrow MnO_2\downarrow + 2\ H_2O.$$

Сделайте предположения о том, какие катионы находятся в пробирках. Проверьте предположения с помощью качественных реакций, для ионов Mn^{2+} кроме реакции с H_2O_2 можно использовать

ОВР с окислением марганца до розовых перманганат-ионов висмутатом натрия в сильнокислой среде:

$$2MnSO_4+5NaBiO_3+16HNO_3 \rightarrow$$

$$2HMnO_4+5Bi(NO_3)_3+NaNO_3+2Na_2SO_4+7H_2O.$$

Сделайте выводы, запишите уравнения выполненных реакций.

Опыт 3. Действие раствора аммиака на испытуемые пробы

Взяв пробы оставшихся исследуемых растворов (по 0,5 мл), подействуйте на них разбавленным раствором аммиака. Занесите в таблицу аналитический сигнал. Сделайте предположения о том, какие катионы находятся в пробирках. Проверьте предположения с помощью качественных реакций. Сделайте выводы, запишите уравнения выполненных реакций.

Опыт 4. Открытие неокрашенных ионов

Взяв пробы оставшихся исследуемых растворов (по 0,5 мл), проведите качественный анализ на катионы, которые остались не открытыми. Сделайте выводы, запишите уравнения выполненных реакций.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ТЕМЕ «КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ»

1. Две соли окрашивают пламя в фиолетовый цвет. Одна из них бесцветна, и при лёгком нагревании её с концентрированной серной кислотой отгоняется жидкость, в которой растворяется медь; последнее превращение сопровождается выделением бурого газа. При добавлении к раствору второй соли раствора серной кислоты жёлтая окраска раствора изменяется на оранжевую, а при нейтрализации полученного раствора щёлочью восстанавливается первоначальный цвет. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

2. В двух сосудах находятся растворы неизвестных веществ. При добавлении к раствору первого вещества хлорида бария выпадает осадок белого цвета, нерастворимый в воде и кислотах. Осадок белого цвета выпадает также и при добавлении раствора нитрата серебра к пробе, отобранной из второго сосуда. При нагревании пробы первого раствора с гидроксидом натрия выделяется газ с резким запахом. При взаимодействии второго раствора с хроматом натрия выпадает осадок жёлтого цвета. Напишите уравнения описанных реакций.

3. Действием концентрированной серной кислоты на белые кристаллы при нагревании получен газ. При пропускании этого газа через раствор нитрата серебра выпал белый творожистый осадок. Кристаллы окрашивают пламя спиртовки в жёлтый цвет. Какая соль была взята для реакции? Приведите её формулу и название. Запишите уравнения реакций, описанных в тексте.

4. Порошкообразное вещество белого цвета окрашивает пламя горелки в оранжево-красный цвет. При действии соляной кислоты «вскипает» с выделением тяжёлого газа без цвета и запаха. Это вещество способно растворяться в воде при одновременном пропускании избытка углекислого газа. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

5. Некоторое кристаллическое вещество, окрашивающее пламя в жёлтый цвет, хорошо растворяется в воде. При добавлении к этому раствору нитрата серебра выпадает жёлтый осадок, не растворимый в разбавленной азотной кислоте. При действии на исходный раствор бромной воды образуется коричневое окрашивание. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

6. Для определения качественного состава белый, нерастворимый в воде порошок с зеленоватым оттенком подвергли

термическому разложению, в результате которого образовалось два оксида. Один из них — порошок чёрного цвета, при добавлении к которому раствора серной кислоты и последующем нагревании образовался раствор голубого цвета. Про другой известно, что это газ тяжелее воздуха, без цвета и запаха, играющий важную роль в процессе фотосинтеза. Запишите химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

7. Для проведения исследования бесцветные кристаллы соли, которые при непродолжительном нахождении на воздухе приобрели голубой цвет, нагрели до выделение бурого газа и образование чёрного порошка. При пропускании над нагретым полученным порошком водорода наблюдалось появление красного налёта простого вещества — металла. Известно, что металл, образующий катион, входит в состав многих сплавов, например бронзы. Запишите химическую формулу и название исследованной соли. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования его свойств.

8. Для изучения состава соли был взят раствор, который разделили на две части. К первой части этого раствора добавили хлорид натрия, в результате чего выпал белый осадок. При добавлении ко второй части раствора цинковой стружки образовались серые хлопья металла, катионы которого обладают дезинфицирующим свойством. Известно, что выданная соль

используется для изготовления зеркал и в фотографии, а её анион является составной частью многих минеральных удобрений. Запишите химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

9. Для изучения состава соли были взяты белые кристаллы хорошо растворимого в воде вещества, которое используется в хлебопечении и кондитерской промышленности в качестве разрыхлителя теста. В результате процесса термического разложения выданной соли образовались три вещества, два из которых при обычных условиях являются газами. При нагревании соли с гидроксидом натрия образуется газ, водный раствор которого используется в медицине под названием нашатырный спирт. Запишите химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

10. Для установления качественного состава была изучена соль тяжёлого металла, оксид которого используется в производстве хрустального стекла. При термическом разложении соли образуется оксид этого металла и два газообразных вещества: одно из них — газ бурого цвета, а другое — важнейший компонент воздуха. При приливании к раствору выданной соли раствора йодида калия выпадает осадок ярко-жёлтого цвета. Запишите

химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

11. Для определения качественного состава неизвестной соли азотной кислоты исследовали белое кристаллическое вещество. Это вещество при нагревании полностью разлагается без образования сухого остатка. При действии горячего раствора гидроксида натрия выделяется бесцветный газ с резким запахом, вызывающий посинение лакмусовой бумаги. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

12. В химической лаборатории хранится склянка с кристаллическим веществом белого цвета. При действии на него гидроксида натрия выделяется лёгкий, бесцветный газ с резким запахом, вызывающий посинение лакмусовой бумаги. При действии на него сильной кислоты выделяется бесцветный газ без запаха, вызывающий покраснение раствора лакмуса. При приливании к раствору этого вещества раствора гидроксида кальция выделяется нерастворимый в воде осадок. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

13. Кристаллическое вещество оранжевого цвета при нагревании значительно увеличивается в объёме за счёт выделения бесцветного газа и образует твёрдое вещество тёмно-зелёного

цвета. Выделившийся газ взаимодействует с литием даже при комнатной температуре. Продукт этой реакции гидролизуется водой с образованием газа с резким запахом, способного восстановить медь из её оксида. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

14. Для исследования свойств неизвестного вещества его концентрированный раствор разделили на две части. В пробирку с одной частью раствора поместили медную проволоку. При этом наблюдалось выделение бурого газа и растворение меди. При добавлении к другой части раствора силиката натрия наблюдалось образование бесцветного студенистого осадка. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

15. Для определения качественного состава неизвестной соли исследовали раствор голубого цвета. При добавлении горячего раствора сильной кислоты выделился газ с резким запахом жжёной резины, окрашивающий лакмус в красный цвет. При добавлении раствора аммиака сначала выпал голубой осадок, который затем растворился в избытке аммиака с образованием фиолетового раствора. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

16. Для определения качественного состава неизвестной соли исследовали её раствор желтоватого цвета. При добавлении раствора сильной кислоты появился резкий запах уксуса. При добавлении роданида аммония раствор приобрёл кроваво-красную окраску. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

17. Для определения качественного состава неизвестной соли исследовали её бесцветный раствор. При добавлении раствора разбавленной серной кислоты выделился газ с запахом тухлых яиц и выпал белый осадок, не растворимый в кислотах. При взаимодействии порции исходного раствора с хроматом натрия выпадает осадок жёлтого цвета. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

18. Для определения качественного состава было выдано кристаллическое вещество — средняя соль многоосновной кислоты, катион которой не является ионом металла. При взаимодействии данного вещества с гидроксидом натрия выделяется газ с резким раздражающим запахом, а при приливании к раствору выданного вещества раствора нитрата серебра выпадает осадок жёлтого цвета. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

19. Для определения качественного состава студентам было выдано бесцветное кристаллическое вещество — соль. К одной части раствора исследуемой соли прилили раствор нитрата серебра, в результате чего выпал осадок жёлтого цвета. А при добавлении к другой части раствора карбоната натрия выпал белый осадок. Известно, что катион этой соли образован щёлочно-земельным металлом, входящим в состав костной ткани человека. Анион этой соли состоит из атомов химического элемента, образующего простое вещество, спиртовой раствор которого используется в качестве дезинфицирующего средства. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

20. При определении качественного состава неизвестного кристаллического вещества белого цвета было установлено, что его раствор взаимодействует с раствором гидроксида калия с образованием осадка. А при добавлении к раствору исследуемого вещества раствора нитрата бария выпадает осадок белого цвета, не растворимый в кислотах. Известно, что катион металла, входящий в состав данного соединения, входит в состав хлорофилла. Этот металл ранее применялся также в фотографии для получения вспышки. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Алексеев В. Н. Качественный химический полумикроанализ. М.: Химия. 1973. 584 с.

Глинка Н. Л. Общая химия: учебник / под ред. В. А. Попкова, А. В. Бабкова. 18-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во «Юрайт»; ИД «Юрайт», 2011. 886 с.

Гринвуд Н., Эршно А. Химия элементов (в 2 томах): учебник. Изд-во «Бином. Лаборатория знаний», 2015. 1280 с.

Карапетьянц М. Х., Дракин С. И. Общая и неорганическая химия: учебник. 5-е изд. Изд-во Книжный дом «Либроком» 2015. 592 с.

Крешков А. П. Основы аналитической химии. Ч. 1. Теоретические основы. Качественный анализ. М.: Химия. 1970. 460 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ……..……..…...3
Лабораторная работа № 1. КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА КАТИОНЫ ЖЕЛЕЗА.....6
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ…….……9
Лабораторная работа № 2. КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ Co^{2+}, Ni^{2+} И Cu^{2+}…….…....…….……10
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ……...…14
Лабораторная работа № 3. КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ $A1^{3+}$, Cr^{3+}, Zn^{2+}…….…..…15
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ……...…18
Лабораторная работа № 4. РАЗДЕЛЕНИЕ И ОБНАРУЖЕНИЕ КАТИОНОВ Ag^{+}, Pb^{2+}, Hg^{2+} МЕТОДОМ ОСАДОЧНОЙ БУМАЖНОЙ ХРОМАТОГРАФИИ……..…..…..…19
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ……...…22
Лабораторная работа № 5. ДРОБНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ КАТИОНОВ…….…….....23
ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ТЕМЕ «КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ»……...…….…..26
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ…….…….……...34

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.1.14 ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация №1
Геологическая съемка, поиски и разведка твердых полезных ископаемых»

Автор: Стожков Д.С.

Одобрены на заседании кафедры
Электротехники
(название кафедры)
Зав.кафедрой _____
(подпись)
к.т.н., доц. Угольников А.В.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 6 от 19.03.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3
ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА 4
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ 4
Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса 4
Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам 5
Подготовка и написание контрольной работы 6
Подготовка к выполнению и написанию курсовой работы (проекта) 7
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ 8
Подготовка к зачёту 8
Подготовка к экзамену 8

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов – это разнообразные виды деятельности студентов, осуществляемые под руководством, но без непосредственного участия преподавателя в аудиторное и/или внеаудиторное время.

Это особая форма обучения по заданиям преподавателя, выполнение которых требует активной мыслительной, поисково-исследовательской и аналитической деятельности.

Методологическую основу самостоятельной работы студентов составляет деятельностный подход, когда цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, то есть на реальные ситуации, где студентам надо проявить знание конкретной дисциплины, использовать внутрипредметные и межпредметные связи.

Цель самостоятельной работы – закрепление знаний, полученных на аудиторных занятиях, формирование способности принимать на себя ответственность, решать проблему, находить конструктивные выходы из сложных ситуаций, развивать творческие способности, приобретение навыка организовывать своё время

Кроме того самостоятельная работа направлена наобучение студента осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией, заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свой профессиональный уровень.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирование практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитие исследовательских умений;
- получение навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа– планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

В соответствии с реализацией рабочей программы дисциплины в рамках самостоятельной работы студенту необходимо выполнитьследующиевиды работ:

для подготовки ко всем видам текущего контроля:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение курса;
- подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам;
- подготовка к контрольной работе, написание контрольной работы;
- выполнение и написание курсовой работы (проекта);

для подготовки ко всем видам промежуточной аттестации:

- подготовка к зачёту;
- подготовка к экзамену.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов как online, так и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита контрольных и курсовых работ (проектов), защита зачётных работ в виде доклада с презентацией и др.

Текущий контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

Промежуточный контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного для сдачи экзамена / зачёта.

В методических указаниях по каждому виду контроля представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса

Лекционный материал по дисциплине излагается в виде устных лекций преподавателя во время аудиторных занятий. Самостоятельная работа студента во время лекционных аудиторных занятий заключается в ведении записей (конспекта лекций).

Конспект лекций, выполняемый во время аудиторных занятий, дополняется студентом при самостоятельном внеаудиторном изучении некоторых тем курса.Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и дополнительной литературы к дисциплине.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины приведён в рабочей программе дисциплины.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на повторение материала лекций и самостоятельное изучение тем курса:

для овладения знаниями:

- конспектирование текста;
- чтение основной и дополнительной литературы;
- составление плана текста;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- повторная работа над учебным материалом;
- составление таблиц для систематизации учебного материала;
- изучение нормативных материалов;
- составление плана и тезисов ответа на вопросы для самопроверки;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Вопросы для самопроверки приведены учебной литературе по дисциплине или могут быть предложены преподавателем на лекционных аудиторных занятиях после изучения каждой темы.

Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам

Практические занятия по дисциплине выступают средством формированияу студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций, а также умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач.

На практических занятиях происходит закрепление теоретических знаний, полученных в ходе лекций, осваиваются методики и алгоритмы решения типовых задач по образцу и вариантных задач, разбираются примеры применения теоретических знаний для практического использования, выполняются доклады с презентацией по определенным учебно-практическим, учебно-исследовательским или научным темам с последующим их обсуждением.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к практическим занятиям:

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- подготовка публичных выступлений;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;

– рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Лабораторные занятия по дисциплине выступают средством формированияу студентов навыков работы с использованием лабораторного оборудования, планирования и выполнения экспериментов, оформления отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к лабораторным занятиям:

для овладения знаниями:

– изучение методик работы с использованием различных видов и типов лабораторного оборудования;
– изучение правил безопасной эксплуатации лабораторного оборудования;
– работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

– составление плана проведения эксперимента;
– составление отчётной документации по результатам экспериментирования;
– аналитическая обработка результатов экспериментов.

для формирования навыков и умений:

– выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
– оформление отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Подготовка и написание контрольной работы

Контрольная работа – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся. Контрольная работа является средством проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к контрольной работе:

для овладения знаниями:

– чтение основной и дополнительной литературы;
– работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

– работа с конспектом лекций;
– ответы на вопросы для самопроверки.

для формирования навыков и умений:

– решение задач по образцу и вариативных задач;
– выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
– оформление отчётной документации по выполнению контрольной работы.

Контрольная работа может быть выполнена в виде доклада с презентацией.

Доклад с презентацией – это публичное выступление по представлению полученных результатов знаний по определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной теме.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления;
- осуществить сбор материала к выступлению;
- организовать работу с источниками;
- -во время изучения источников следует записывать вопросы, возникающие по мере ознакомления, ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;
- сформулировать возможные вопросы по теме доклада, подготовить тезисы ответов на них;
- обработать материал и представить его в виде законченного доклада и презентации.

При выполнении контрольной работы в виде доклада с презентацией самостоятельная работа студента включает в себя:

для овладения знаниями:

- чтение основное и дополнительной литературы по заданной теме доклада;
- составление плана доклада;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей по теме доклада

для закрепления и систематизации знаний:

- составление плана и тезисов презентации по теме доклада;
- составление презентации;
- составление библиографического списка по теме доклада;
- подготовка к публичному выступлению;
- составление возможных вопросов по теме доклада и ответов на них.

для формирования навыков и умений:

- публичное выступление;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Варианты контрольных работ и темы докладов приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

Подготовка квыполнению и написанию курсовой работы (проекта)

Курсовая работа (проект) – форма контроля для демонстрации обучающимся умений работать с объектами изучения, критическими источниками, справочной и энциклопедической литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать и строить априорную модель изучаемого объекта или процесса, создавать содержательную презентацию выполненной работы.

При выполнении и защите курсовой работы (проекта) оценивается умение самостоятельной работы с объектами изучения, справочной литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать выбранную технологическую схему и принятый тип и количество оборудования, создавать содержательную презентацию выполненной работы (пояснительную записку и графический материал).

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к курсовой работе (проекту):

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- составление плана выполнения курсовой работы (проекта);
- составление списка использованных источников.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа учебно-методическими материалами по выполнению курсовой работы (проекта);
- изучение основных методик расчёта технологических схем, выбора и расчёта оборудования;
- подготовка тезисов ответов на вопросы по тематике курсовой работы (проекта).

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, компоновочных чертежей;
- оформление текстовой и графической документации.

Тематика курсовых работ (проектов) приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Подготовка кзачёту

Зачёт по дисциплине может быть проведён в виде теста или включать в себя защиту контрольной работы (доклад с презентацией).

Тест – это система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

При самостоятельной подготовке к зачёту, проводимому в виде теста, студенту необходимо:

- проработать информационный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора дополнительной учебной литературы;
- выяснить условия проведения теста:количествовопросов в тесте,продолжительностьвыполнения теста, систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с тестом, нужно внимательно и до конца прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов, выбрать правильные (их может быть несколько), на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам.

В процессе выполнения тестарекомендуется применять несколько подходов в решении заданий. Такая стратегия позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант. Не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, а сразу переходить к другим тестовым заданиям, к трудному вопросу можно обратиться в конце. Необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Зачёт также может проходить в виде защиты контрольной работы (доклад с презентацией). Методические рекомендации по подготовке и выполнению доклада с презентацией приведены в п. «Подготовка и написание контрольной работы».

Подготовка к экзамену

Промежуточная аттестация по итогам освоениядисциплиныпроводится в форме экзамена.

Билет на экзамен включает в себя теоретические вопросы и практико-ориентированные задания.

Теоретический вопрос – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность

одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся.

Практико-ориентированное задание – средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по определенной теме.

При самостоятельной подготовке к экзаменустуденту необходимо:

- получить перечень теоретических вопросов к экзамену;
- проработать пройденный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине, при необходимости изучить дополнительные источники;
- составить планы и тезисы ответов на вопросы;
- проработать все типы практико-ориентированных заданий;
- составить алгоритм решения основных типов задач;
- выяснить условия проведения экзамена:количествотеоретических вопросов и практико-ориентированных заданий в экзаменационном билете,продолжительностьи форму проведения экзамена (устный или письменный), систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с экзаменационным билетом, нужно внимательно прочитать теоретические вопросы и условия практико-ориентированного задания;
- при условии проведения устного экзамена составить план и тезисы ответов на теоретические вопросы, кратко изложить ход решения практико-ориентированного задания;
- при условии проведения письменного экзамена дать полные письменные ответы на теоретические вопросы; изложить ход решения практико-ориентированного задания с численным расчётом искомых величин.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.1.15 ОБЩАЯ ГЕОЛОГИЯ

Специальность

21.05.02 Прикладная геология

специализация

Геологическая съемка, поиски и разведка твердых полезных ископаемых
Поиски и разведка подземных вод и инженерно-геологические изыскания
Прикладная геохимия, петрология, минералогия
Геология нефти и газа

форма обучения: очная, заочная

Автор: Огородников В. Н., д.г-м.н., доцент

Одобрена на заседании кафедры

Геологии
(название кафедры)

Зав.кафедрой _____
(подпись)

Огородников В. Н.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 8 от 17.03.2020
(Дата)

Рассмотрена методической комиссией факультета Геологии и геофизики

_____
(название факультета)

Председатель _____
(подпись)

Бондарев В. И.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Введение

Учебным планом специальности 21.05.02 «Прикладная геология» по дисциплине Б1.Б.1.15 «Общая геология» предусматривается написание контрольной работы на тему «Визуальное определение и описание минералов и горных пород в выданных контрольных образцах». Это – самостоятельный труд студента, который способствует углублённому изучению пройденного материала.

Задания контрольной работы, направлены на оценку уровня умений и навыков, формирующих компетенцию ПК-1:

- готовностью использовать теоретические знания при выполнении производственных, технологических и инженерных исследований в соответствии со специализацией.

Студент должен уметь визуально определять и описывать минералы и горные породы и объяснять с какими эндогенными и экзогенными геологическими процессами связано их образование.

Порядок выполнения контрольной работы

Задания контрольной работы, направленные на оценку уровня знаний, умений, владений, формирующих компетенцию ПК-1.

Основные задачи выполняемой работы:

1) закрепление полученных ранее теоретических знаний;
2) выработка навыков самостоятельной работы;
3) оценка уровня подготовленности студента к будущей практической работе.

Подготовку контрольной работы следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций прочитанных ранее. Приступать к выполнению работы без изучения основных положений и понятий науки, не следует, так как в этом случае студент, как правило, плохо ориентируется в материале, не может отграничить смежные вопросы и сосредоточить внимание на основных, первостепенных проблемах рассматриваемой темы.

Контрольная работа № 1 по теме 3

Описать и определить название минералов в выданных контрольных образцах.

Контрольная работа № 2 по теме 5

Описать и определить название магматической горной породы в выданных контрольных образцах.

Контрольная работа № 3 по теме 6

Описать и определить название метаморфической горной породы в выданных контрольных образцах.

Контрольная работа № 4 по теме 12

Описать и определить название метаморфической горной породы в выданных контрольных образцах.

Каждый вариант контрольной работы составлен из каменного материала в виде пяти образцов.

Критерии оценивания: Полнота (0-3 балла) и правильность описания минералов и горных пород (0-1 балла) ; использование методов определения физических свойств минералов и горных пород (0-1 балл)

оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если работа соответствует всем критериям (5 баллов)

оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если 4 балла

оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если обучающийся набрал 3 балла

оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если обучающийся набрал 0-2 балла

Оценка за каждую контрольную работу определяется простым суммированием баллов:

Критерии оценки контрольной работы	*Количество баллов*
полнота описания минералов и горных пород	0-3
правильность описания минералов и горных пород	0-1
использование методов определения физических свойств минералов и горных пород	0-1
Итого	0-5

5 баллов (90-100%) - оценка «отлично»
4 балла (70-89%) - оценка «хорошо»
3 балла (50-69%) - оценка «удовлетворительно»
0-2 балла (0-49%) - оценка «неудовлетворительно»

Результаты текущего контроля фиксируются преподавателем.

Для осуществления текущего контроля знаний, умений, владений обучающихся используется комплект оценочных средств (приложение 1).

Порядок описания образцов минералов и горных пород

Часть 1. Минералы. Основная цель работы – определение минералов и их физических свойств. Исследование физических свойств выполняется в соответствии с рекомендациями, изложенными в методических указаниях по выполнению лабораторных работ. Вначале определяется форма и характер минеральных агрегатов, затем цвет, блеск и другие физические свойства. Полученные данные сводятся в таблицу описания минералов.

Название минерала, формула	Форма кристаллов или минераль-ных агрегатов	Физические свойства минералов						Приме-чание
		цвет	цвет черты	блеск	спай-ность	твер-дость	спец. св-ва	
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Часть 2. Магматические горные породы

Порядок описания интрузивных пород.

1. Цвет.
2. Структура (по степени кристаллизации, по относительному размеру зерен и для

равно-, полнокристаллических по абсолютному размеру зерен).

3. Текстура.
4. Минералогический состав в процентах.
5. Характеристика каждого из минералов, входящих в состав породы (размер и форма зерен, цвет, спайность, излом, блеск).
6. Вывод: название породы, условия образования, группа по степени кислотности и щелочности.
7. Эффузивный аналог.

Порядок описания эффузивных пород.

1. Цвет.
2. Структура (по степени кристаллизации, по относительному размеру зерен).
3. Текстура. Соотношение основной массы и вкрапленников в процентах.
4. Характеристика основной массы (цвет, особенности).
5. Характеристика вкрапленников (цвет, форма и размер зерен, спайность, блеск, излом, вторичные изменения).
6. Вывод: название породы, условия образования, группа по степени кислотности и щелочности.
6. Глубинный (интрузивный) аналог.

Часть 3. Метаморфические горные породы.

Выполнение лабораторных работ проводится в определенной последовательности: вначале определяется текстура породы, позволяющая устанавливать тип метаморфизма; затем исследуются структурные особенности, по которым восстанавливают термодинамические условия проявлений метаморфизма (фации – для продуктов регионального метаморфизма), которые уточняются после диагностики минерального состава породы. По совокупности полученных сведений о метаморфической породе делаются выводы об исходной породе (эдукте). Описание пород ведется в следующей последовательности: цвет породы, текстура, структура, минеральный состав. По совокупности всех описанных признаков студент должен определять тип метаморфизма, фациальный уровень (Р-Т- условия), и при возможности предположить возможный состав эдукта.

Часть 4. Осадочные горные породы.

Правильное определение осадочных горных пород возможно только при полном учете всего комплекса внешних свойств. Подробно должны быть описаны текстура и структура породы, характер слоистости (в случае отсутствия последней это должно быть специально указано), наличие или отсутствие кавернозности и т. д. Необходимо устанавливать и указывать возможно точнее структуру породы со всеми ее особенностями, окраску, твердость, излом, удельный вес и другие признаки, точно определять состав породы. Не менее подробно, чем породу, следует описывать и все инородные включения в нее: органические остатки, конкреции, прожилки, различные выделения, выцветы, примазки и т. д. Полное описание дает возможность установить тип породы и способ ее образования, а тем самым и определить ее. При описании псефитов следует указывать состав, окраску, величину и характер окатанности обломков, состав и окраску цемента и соотношение в породе обломков и цемента. Описывая глину, необходимо указать следующие ее внешние признаки: цвет, причем подчеркнуть, в каком состоянии влажности описывается глина; пластичность (глина бывает жирная, пластичная, сухая и песчанистая); характер примесей, часто обусловливающих окраску; структуру; растительные остатки и окаменелости.

МИНОБРНАУКИ РФ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
комплексу _____ С.А. Исаев

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ 21.05.02 «ПРИКЛАДНАЯ ГЕОЛОГИЯ» ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ОБЩАЯ ГЕОЛОГИЯ»

Автор: Огородников В. Н., д.г-м.н., доцент

Одобрены на заседании кафедры
геологии
(название кафедры)
Зав.кафедрой _____
(подпись)
Огородников В.Н.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 8 от 17.03.2020
(Дата)

Рассмотрен методической комиссией
Факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Введение

Естественные науки – совокупность наук о природе. Природа – в широком смысле – все сущее, весь мир в многообразии его форм; объект естествознания. К естественным наукам относятся и география, и геология. **География –** система естественных – физико-географических и общественных – экономико-географических наук, изучающих географическую оболочку Земли, природные и производственно-территориальные комплексы и их компоненты. **Геология –** комплекс наук о составе, строении и истории развития земной коры и Земли (Советский энциклопедический словарь. М.: Изд-во «Советская энциклопедия», 1979).

В школьных программах нет дисциплины «Геологии». Элементарные сведения о Земле как планете и ее внутреннем строении школьники получают на уроках «Географии» в 6 и 7 классах. Для изучения геологических вопросов рекомендуем самостоятельно читать учебники по геологии. В настоящее время выпущено огромное число самых различных учебников, учебных пособий, методических указаний по всем направлениям геологических наук. Любой желающий по своему усмотрению без особого труда может для себя их приобрести. Но следует помнить афоризм Козьмы Пруткова: «Никто не обнимет необъятного!» Нельзя школьникам сразу преподносить геологические знания в объеме читаемой в высшей школе, но знать основы геологии необходимо каждому грамотному человеку для того, чтобы понимать историю развития природы. Без этих знаний невозможно понять процесс формирования как прошлых, так и современных ландшафтов – важнейших составных частей географической оболочки Земли.

Для квалифицированного подхода к встрече с природными объектами рекомендуем иметь элементарные познания по геологии. Аннотации первоочередных лекций приведены в настоящих методических указаниях.

Геология – это наука о Земле, о ее свойствах и изменениях, происходящих на ней в настоящее время, а также совершавшихся во времена прошедшие. Геология – это история Земли, и эту историю она сама записывает. Она сама ведет свою автобиографию; ведет ее без перерыва почти от начала своего образования и до настоящего времени, записывая ее на своих каменных страницах, и человеку остается лишь научиться читать эту занимательную каменную летопись, научиться понимать эти каменные письмена, в которых буквами являются попадающиеся нам под ноги камешки, а чернилами – воды ручьев, рек и морей. Вначале мы должны научиться различать буквы – камни, потом должны постигнуть самый процесс чтения записей Земли, для этого должны изучать геологические процессы, и лишь после того, как мы хорошо освоимся с ними, мы можем приступить к чтению древних страниц этой летописи. В этой великой многотомной летописи Вселенной всякая летопись человека, будь то самый древний папирус, является лишь одной незначительной строчкой, помещенной в конце ее последней страницы. Читая эту великую автобиографию, мы уносимся в бесконечно отдаленные от нас, неизмеримые даже тысячелетиями, времена. Эти далекие времена отдалены от нас во времени так, как отдалены от нас в пространстве далекие, загадочно мерцающие звезды.

Но где и как можно научиться читать эту великую летопись Земли? Где и как надо изучать геологию? Везде и всюду – в каждом овраге, в каждой речке, в любом карьере можно наблюдать результаты геологических процессов. Для изучения геологических процессов необходимо принимать участие в геологических экскурсиях, проходящих по геологическим объектам, доступными непосредственно нашему наблюдению.

1. ОБЪЕКТ И ПРЕДМЕТ ГЕОЛОГИИ

1.1. НАУКА О ЗЕМЛЕ. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ И ПРИКЛАДНЫЕ НАУЧНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ

Два греческих слова "гео" — Земля и "логос – учение позволяют трактовать термин "геология" как науку о Земле. Однако в наше время ограничиться таким простым толкованием уже нельзя, поскольку этот термин объединяет в себе целый комплекс самостоятельных направлений, как фундаментальных, так и прикладных.

Под ***фундаментальными*** обычно понимают те направления, которые разрабатывают понятия, открывают явления, закономерности, свойства, определяющие развитие геологии как науки. Фундаментальность не следует отождествлять с теоретическими разработками. К фундаментальным геологическим наукам могут быть отнесены следующие дисциплины: геохимия, минералогия, петрография, геотектоника, общая геология и историческая геология. Названные дисциплины занимаются различными уровнями организации вещества Земли в пространстве и во времени. Именно это обстоятельство в основном и определяет фундаментальность каждого из названных направлений. Все они теснейшим образом связаны между собой.

К ***прикладным направлениям*** принято относить те, которые непосредственно работают на производство: создают приёмы, методы, технологию геологических исследований, связанных в первую очередь, с поисками и разведкой полезных ископаемых, а также охраной и рациональной эксплуатацией земных недр. Их в современной геологии значительно больше, чем фундаментальных. Назовём лишь несколько: региональная геология, структурная геология, геологическое картирование, поиски и разведка месторождений полезных ископаемых, инженерная геология.

1.2. ОБЪЕКТ И ПРЕДМЕТ ГЕОЛОГИИ

Объектом общей геологии является Земля в целом: её возникновение как планеты, формирование внутренних и внешних оболочек, их функционирование и взаимодействие. Иными словами, речь идёт об изучении Земли как геологической системы.

Предметом непосредственного изучения геологии служат минералы, горные породы, ископаемые органические остатки и современные геологические процессы.

В основе научного познания геологической истории Земли, реконструкции процессов и обстановок прошлого лежит ***метод актуализма.*** При использовании этого метода к пониманию прошлого идут от изучения современных процессов, но с осознанием того, что в прошлом, особенно отдалённом от современности, и физико-географическая обстановка, и сами процессы отличались от современных тем больше, чем больше отдалена от нас прошлая геологическая эпоха.

1.3. ЗНАЧЕНИЕ ГЕОЛОГИИ ДЛЯ РАЗВИТИЯ ОБЩЕСТВА

Огромное значение, которое имеет геология, может быть рассмотрено в двух аспектах - общенаучном и народнохозяйственном.

Общенаучное значение геологии заключается в её неоценимой роли в формировании материалистического понимания природы. Данные геологии играют важную роль в диалектико-материалистическом обосновании философских принципов, отражающих материальное единство мира и его развитие,

Практическое значение геологии заключается в обеспечении минерально-сырьевыми ресурсами различных отраслей хозяйства, в инженерно-геологическом обосновании строительства разнообразных гражданских и промышленных объектов, в решении питьевого и технического водоснабжения.

1.4. КРАТКАЯ ИСТОРИЯ ГЕОЛОГИИ

Геология зародилась в глубокой древности. Задолго до новой эры человек научился выплавлять металлы, использовать минеральную воду. Издавна привлекали внимание человека и природные процессы. Однако временем возникновения геологии как науки принято считать вторую половину ХУШ в. – период зарождения и бурного развития горнодобывающей промышленности. В России основоположником обобщений геологических знаний стал М.В. Ломоносов (1711-1765), в Западной Европе - Д.Геттон (1726-1797) и А.Г.Вернер (1750-1817).

2. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ЗЕМЛЕ

2.1. ЗЕМЛЯ ВО ВСЕЛЕННОЙ

"Вселенная, весь мир, бесконечный во времени и пространстве и бесконечно разнообразный по тем формам, которые принимает материя в процессе своего развития. Вселенная существует объективно, независимо от сознания человека, её познающего. Вселенная содержит гигантское множество небесных тел, многие из которых по размерам превосходят Землю иногда во много миллионов раз (БСЭ, т.5, с. 1315). Доступная для изучения часть Вселенной называется ***Метагалактикой,*** включающей свыше миллиарда звёздных скоплений, или ***галактик*** (греч. "галактика" - молочный, млечный).

Наша ***Галактика Млечного Пути*** - типичная звездная система с массой около 10^{10} масс Солнца относится к типу спиральных и включает свыше 150 миллиардов звёзд. С Земли, расположенной внутри Галактики, Млечный Путь представляется в виде широкой белёсой полосы звезд, пересекающей небо. Период обращения Солнца и звёзд вокруг центра Млечного Пути 200 млн. лет. Возраст Галактики около 12 млрд. лет. Когда речь идёт о Солнечной системе, то имеется в виду Солнце и всё, что находится в поле его тяготения. К наиболее крупным телам этой системы относятся 9 планет, 34 их спутника, многочисленные кометы и астероиды. Согласно современным космогеническим представлениям Земля и другие планеты Солнечной системы образовались 4,6 млрд. лет назад почти одновременно с Солнцем.

Земля обращается вокруг Солнца по эллиптической орбите на среднем расстоянии 149,6 млн. км (144,117 млн. км в перигелии, 152,083 в афелии), период обращения 365,242 средних солнечных суток (год), скорость в среднем 29,765км\с (30,27км\с в перигелии, 29,27км\с в афелии). Период обращения Земли вокруг оси 23 час 56 мин 4,1 с (сутки).

Пожалуй, все согласны с тем, что исходным веществом для формирования Солнечной системы послужили межзвёздная пыль и газы, широко распространенные во Вселенной. Но каким образом в их составе оказался полный набор химических элементов таблицы Менделеева и что послужило толчком для начала конденсации газа и пыли в протосолнечную туманность остается дискуссионной проблемой. Следующая стадия образования Солнечной системы предусматривает распад протопланетного диска на отдельные планеты внутренней и внешней групп с поясом астероидов между ними. Промежуточной фазой было образование сонма твердых и довольно крупных, до сотен километров в диаметре, тел, именуемых планетезималями, последующее скопление и соударение которых и явилось процессом аккреции (наращивания) планеты. Этот процесс занял не более сотни миллионов лет, т.е. был с геологической точки зрения очень быстрым.

Важнейшее отличие Земли от других планет Солнечной системы - существование на ней жизни, появившейся 3-3,5 млрд. лет назад и достигшей с появлением человека (12 млн. лет назад) своей высшей формы.

2.2. ФОРМА И РАЗМЕРЫ ЗЕМЛИ

Поверхность реальной Земли чрезвычайно сложна и во всех деталях навряд ли может быть описана с помощью математических формул. Однако эта сложность существенно уменьшается при переходе от крупномасштабного к мелкомасштабному изображению, когда особенности рельефа Земли рассматриваются для достаточно обширных территорий.

Под фигурой, или формой Земли, понимают форму ее твердого тела, образованную поверхностью материков и дном морей и океанов. Форма планеты определяется ее вращением, соотношением сил притяжения и центробежной, плотностью вещества и его распределением в теле Земли. Геодезические измерения показали, что упрощенная форма Земли приближается к ***эллипсоиду вращения (сфероиду)***. В СССР в качестве эталона в 1946 году был принят эллипсоид Ф.Н.Красовского и его учеников (А.А.Изотов, и др.), основные параметры которого подтверждаются современными исследованиями и с орбитальных станций. По этим данным экваториальный радиус равен 6378,245 км, полярный радиус 6356,863 км, полярное сжатие 1/298,25.

Поверхность реальной Земли чрезвычайно сложна и во всех деталях навряд ли может быть описана с помощью математических формул. Однако эта сложность существенно уменьшается при переходе от крупномасштабного к мелкомасштабному изображению, когда особенности рельефа Земли рассматриваются для достаточно обширных территорий.

В связи с расчлененностью рельефа (наличием высоких гор и глубоких впадин) действительная форма Земли является более сложной, чем трехосный эллипсоид. Наиболее высокая точка на Земле - гора Джомолунгма в Гималаях - достигает высоты 8848 м. Наибольшая глубина - 11 034 м - обнаружена в Марианской впадине. Таким образом, наибольшая амплитуда рельефа земной поверхности составляет немногим менее 20 км. Учитывая эти особенности, немецкий физик Листинг в 1873 г. фигуру Земли назвал геоидом, что дословно обозначает «землеподобный». **Геоид** — некоторая воображаемая уровневая поверхность, которая определяется тем, что направление силы тяжести к ней будет всегда перпендикулярно. Эта поверхность совпадает с уровнем воды в Мировом океане, который мысленно проводится под континентами. Это та поверхность, от которой проводится отсчет высот рельефа. Поверхность геоида приближается к поверхности трехосного эллипсоида, отклоняясь от него местами на величину 100-150 м (повышаясь на материках и понижаясь на океанах, что, по-видимому, связано с плотностными неоднородностями масс в Земле и появляющимися из-за этого аномалиями силы тяжести.

2.4. СТРОЕНИЕ ЗЕМЛИ

Изучение внутреннего строения Земли производится различными методами. Геологические методы, основанные на изучении естественных обнажений горных пород, разрезов шахт и рудников, керна глубоких буровых скважин, дают возможность судить о строении приповерхностной части земной коры. Глубинное внутреннее строение Земли изучается главным образом геофизическими методами: сейсмическими, гравиметрическими, магнитометрическими и др. Одним из важнейших методов является сейсмический, основанный на изучении скорости распространения упругих волн, вызванных естественными и "искусственными" землетрясениями.

На основании скорости распространения сейсмических волн австралийский сейсмолог К. Буллен разделил Землю на ряд зон, дал им буквенные обозначения в определённых усреднённых интервалах глубин, которые используются с некоторыми уточнениями до настоящего времени.

Выделяются три главные области Земли:

Земная кора (слой А) - верхняя оболочка Земли, мощность которой изменяется от 6-7 км под глубокими частями океанов до 35- 40 км под равнинными платформенными территориями континентов, до 50 - 75км под горными сооружениями (наибольшие под Гималаями и Андами).

Мантия Земли распространяется до глубин 2900км. В её пределах по сейсмическим данным выделяются: верхняя мантия - слой В глубиной до 400км и С - до 800 - 1000км (некоторые исследователи слой С называют средней мантией); нижняя мантия - слой D до глубины 2900 с переходным слоем от 2700 до 2900км.

Ядро Земли подразделяется на внешнее ядро - слой Е в пределах глубин 2900 - 4980км; переходную оболочку - слой Г - от 4980 - 5120км; и внутреннее ядро - слой G до 6971 км.

Земная кора - это верхняя каменная оболочка Земли, сложенная магматическими, метаморфическими и осадочными породами. Она представляет собой наиболее активный слой твердой Земли - сферу деятельности магматических и тектонических процессов. Нижняя граница земной коры как бы зеркально повторяет поверхность Земли. Под материками она глубоко опускается в мантию, под океанами приближается к поверхности Земли,

Мантия Земли является самым крупным элементом Земли - она занимает 83% ее объема и составляет около 66% ее массы.

Верхняя мантия характеризуется резким нарастанием скорости распространения сейсмических волн с глубиной. Выделяется два слоя: В (35-420 км), С (420-1000 км). Внутри слоя В, с глубин 80-100 км под материками и 50-70 км под океанами и до глубин 250-300 км, выделяется слой пониженной вязкости, который носит название *астеносферы*. Астеносфера выделяется по геофизическим данным как слой пониженной скорости, поперечных сейсмических волн и повышенной электропроводности. Повышенная вязкость астеносферы обусловлена, по-видимому, высокой температурой, приводящей, как полагают, к частичному выплавлению базальтовой магмы. Астеносфера играет важную роль в эндогенных процессах, протекающих в земной коре.

Земная кора вместе с твёрдой частью слоя Гутенберга образует единый жесткий слой, лежащий на астеносфере, который называется *литосферой.* По существу литосфера является своеобразной геосферой, отделённой от остальной части мантии активным поясом астеносферы.

Земная кора и верхняя мантия включая астеносферу, представляют собой *тектоносферу* - область Земли, где происходят тектонические явления.

3. ГЕОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ

3.1.ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

Под воздействием внутренних, или ***эндогеннных,*** и внешних, или ***экзогенных,*** сил земная кора испытывает постоянные изменения, которые называются ***геологическими процессами***. Соответственно различают эндогенные и экзогенные процессы.

Эндогенные процессы определяются глубинными источниками энергии. В результате на поверхности Земли образуются горные хребты и впадины, в земной коре возникают магматические очаги, происходят вулканические извержения, землетрясения. Эндогенные процессы характеризуются сложностью и большим разнообразием.

Экзогенные **процессы** развиваются на поверхности Земли за счёт энергии Солнца, и их интенсивность связана с активностью атмосферных явлений, геологической деятельностью поверхностных и подземных вод, озер, ледников, морей и океанов.

Сформировавшийся под воздействием эндогенных процессов рельеф молодых горных областей подвергается воздействию экзогенных сил, направленных на

сглаживание, выравнивание рельефа. Таким образом, эндогенные и экзогенные процессы развиваются одновременно, связанно и взаимно обусловленно.

К эндогенным процессам относятся тектонические движения, магматизм и метаморфизм.

3.2. ТЕКТОНИЧЕСКИЕ ДВИЖЕНИЯ

Совокупность тектонических движений и деформаций, под воздействием которых формируются геологические структуры, называется тектоническими процессами, или *тектогенезом*. Тектонические движения – механические перемещения масс горных пород различного масштаба, сопровождающиеся изменениями их залегания и строения, а также связанными с этими изменениями деформациями (дислокациями). Тектоническим движениям принадлежит ведущая роль в развитии всех геологических процессов, так как они обусловливают перераспределение и трансформацию внутренней энергии Земли, влияют на изменение давления, интенсификацию теплопотока и т.д.

Упрощенно в зависимости от интенсивности, преимущественной направленности и геологических результатов тектонические движения можно разделить на две основные группы - *колебательные и дислокационные.*

3.3. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МАГМАТИЗМА

Магматизмом называют явления, связанные с образованием, изменением состава и движением магмы из недр Земли к ее поверхности. Магма представляет собой природный высокотемпературный расплав, образующийся в виде отдельных очагов в литосфере и верхней мантии, главным образом в астеносфере. Подъем магмы и прорыв ее в вышележащие горизонты происходят вследствие инверсии плотностей, при которой внутри литосферы появляются очаги менее плотного, но мобильного расплава. Магматизм - это глубинный процесс, обусловленный тепловым и гравитационными полями Земли.

В зависимости от характера движения магмы различают магматизм интрузивный и эффузивный. При ***интрузивном магматизме*** (плутонизме) магма не достигает земной поверхности, а активно внедряется во вмещающие вышележащие породы, частично расплавляя их, и застывает в трещинах и полостях коры. При ***эффузивном магматизме*** (вулканизме) магма через подводящий канал достигает поверхности Земли, где образует вулканы различных типов, и застывает на поверхности. В обоих случаях при застывании расплава образуются магматические горные породы. Температуры магматических расплавов, находящихся внутри земной коры, судя по экспериментальным данным и результатам изучения минерального состава магматических пород, находятся в пределах 700-1100°С.

Измеренные температуры магм, излившихся на поверхность, в большинстве случаев колеблются в интервале 900-1100°С, изредка достигая 1350°С. Более высокая температура наземных расплавов обусловлена тем, что в них протекают процессы окисления под воздействием атмосферного кислорода. На больших глубинах в магме в растворенном состоянии присутствуют летучие компоненты - пары воды и газов (H_2O, H_2, CO_2, HCl и др.). В условиях высоких давлений их содержание может достигать 12%. Они являются химически очень активными подвижными веществами и удерживаются в магме только благодаря высокому внешнему давлению.

3.4. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МЕТАМОРФИЗМА

Метаморфизм - преобразование горных пород под действием эндогенных процессов, вызывающих изменение физико-химических условий в земной коре. Преобразованию могут подвергаться любые горные породы: осадочные, магматические и

ранее образовавшиеся метаморфические. Изменение минерального состава при метаморфизме может протекать ***изохимически,*** т. е. без изменения химического состава метаморфизуемой породы, и ***метасоматически,*** т. е. со значительным изменением химического состава метаморфизуемой породы за счет привноса и выноса вещества. Изменение структуры и текстуры пород обычно происходит в процессе перекристаллизации вещества. Особенность метаморфических процессов заключается в том, что они протекают с сохранением твердого состояния системы.

Метаморфизм представляет собой сложное физико-химическое явление, обусловленное комплексным воздействием температуры, давления и химически активных веществ.

3.5. ОСНОВНЫЕ ВИДЫ ЭКЗОГЕННЫХ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Экзогенные геологические процессы в отличие от эндогенных протекают в самых верхних слоях земной коры на её границе с внешними геосферами Земли. Их энергетической основой является энергия солнечной радиации и сил гравитации. Экзогенные процессы протекают при нормальных значениях температуры и давления с поглощением тепла и направлены на дифференциацию вещества земной коры. Выделяют четыре группы (стадии) экзогенных геологических процессов: выветривание, денудацию, аккумуляцию, диагенез.

Выветривание (нем. "веттер" - погода) представляет собой процесс глубокого изменения магматических, метаморфических и осадочных горных пород и минералов, оказавшихся неустойчивыми в условиях земной поверхности. Изменение физического и химического состояния первичных минералов и горных пород происходит в месте их залегания в результате физического, химического и биологического воздействия воды, углекислого газа, различных минеральных и органических кислот, живых организмов, а также непосредственного воздействия солнечной радиации.

Денудация (лат. "денудацио" - обнажение) - это совокупность процессов удаления (сноса и переноса) продуктов выветривания с места их образования и непосредственного разрушения горных пород агентами денудации (силы гравитации, воды континентов, морей и океанов, ветер, ледники). Перемещая материал с возвышенностей в пониженные участки рельефа, денудационные процессы приводят к разрушению земной поверхности и образованию выровненных форм рельефа.

Аккумуляция (осадконакопление) - геологические процессы, в результате которых рыхлые продукты разрушения первичных горных пород накапливаются в понижениях рельефа: в речных долинах, озёрах, болотах, морях и океанах.

Диагенез (перерождение) представляет собой сложный процесс преобразования продуктов экзогенной деятельности (осадков) в осадочные горные породы под влиянием гравитационных сил и изменения физико-химических условий в приповерхностной части земной коры.

Все экзогенные геологические процессы тесно взаимосвязаны. Благодаря выветриванию происходит подготовка материала для денудации, а сами продукты выветривания, оставшиеся на месте, являются материалом для образования новых горных пород.

Основными результатами экзогенных геологических процессов являются изменения вещественного состава верхней части земной коры, дифференциация вещества по физическим и химическим свойствам, создание толщ осадочных горных пород и форм рельефа земной поверхности. Благодаря экзогенным процессам формируются почвы и полезные ископаемые. Около 60% мировой добычи полезных ископаемых связано с продуктами экзогенной деятельности.

Вместе с тем разрушения берегов рек, озёр и морей, обвалы, оползни, снежные лавины, размыв и разрушение склонов, рост оврагов и заболачивание территорий - это также результаты деятельности экзогенных геологических процессов

4. ВЕЩЕСТВЕННЫЙ СОСТАВ ЗЕМНОЙ КОРЫ

Земную кору — верхнюю твердую оболочку Земли - слагают горные породы (магматические, осадочные и метаморфические), состоящие из определенного сочетания минералов, в состав которых входят различные химические элементы. Изучая такую иерархию: химические элементы – минералы – горные породы, можно судить о строении земной коры в различных структурных зонах.

4.1. МИНЕРАЛЫ

Подавляющие большинство химических элементов образуют в земной коре простые или сложные соединения (исключения составляют инертные газы и некоторые самородные элементы). Химические соединения, образовавшиеся в земной коре в результате природных процессов и обладающие определенными химическим составом и физическими свойствами, называются ***минералами.*** Установлено, что в земной коре содержится около 4000 минералов.

Любой минерал обладает вполне определённым химическим составом и вполне определённой кристаллической структурой, т.е. закономерным расположением в пространстве элементарных частиц (молекул, атомов, ионов). В зависимости от особенностей химического состава и кристаллической структуры минералы образуют многогранники различной формы, называемые кристаллами. Эти же характеристики минералов (химический состав и кристаллическая структура) обуславливают все физические свойства, такие, как цвет, блеск, твёрдость и т.д.

4.2. ГОРНЫЕ ПОРОДЫ

Горными породами называются устойчивые парагенетические ассоциации минералов, возникающие в результате определённых геологических процессов и образующие геологически самостоятельные тела в земной коре. Науки, изучающие горные породы, - петрография, литология, астрофизика и физика горных пород.

Традиционно под горными породами подразумеваются только твёрдые тела, в широком применении к горным породам относят также воду, нефть и природные газы.

Горные породы могут слагаться как одним минералом, так и их комплексом. Минералы, входящие в состав горной породы и определяющие её состав и свойства, называются ***породообразующими***

Если горные породы состоят из одного минерала (кварцит, известняк, каменная соль), они называются ***мономинеральными,*** если же из нескольких -***полиминеральными*** (гравий, глина).

Все горные породы обладают комплексом морфологических особенностей, которые объединяют в понятия структура и текстура. Наряду с химическим и минеральным составом структура и текстура являются важнейшими диагностическими признаками горных пород.

По происхождению горные породы делятся на три класса: осадочные, магматические и метаморфические.

Осадочные горные породы образуются только на поверхности земной коры при разрушении_любых, ранее существовавших горных пород, в результате жизнедеятельности и отмирания организмов и выпадения осадков из пересыщенных растворов.

Магматические горные породы возникают путём кристаллизации природных силикатных расплавов внутри земной коры или на её поверхности.

Метаморфические горные породы возникают путем коренного преобразования магматических, осадочных и ранее существовавших метаморфических пород под влиянием высоких температур, давления и химически активных растворов.

5. СТРОЕНИЕ ЗЕМНОЙ КОРЫ

Строение земной коры рассматривается отдельно по той причине, что эта геосфера является основным объектом геологии и средой горного производства.

Земная кора - это верхняя каменная оболочка Земли, сложенная магматическими, метаморфическими и осадочными породами и имеющая мощностьот 7 до 75 км. Она представляет собой наиболее активный слой твёрдой Земли - сферу деятельности магматических и тектонических процессов. Нижняя граница земной коры как бы зеркально повторяет поверхность Земли. Под материками она глубоко опускается в мантию, под океанами приближается к поверхности Земли.

Выделяют два главных типа земной коры: континентальную и океаническую.

Мощность ***континентальной*** коры в зависимости от тектонических условий меняется в среднем от 25-45 . (на платформах) до 45-75 км (в областях горообразования), однако в пределах каждой геоструктурной области она не остаётся строго постоянной. В континентальной коре различают осадочный, гранитный и базальтовый слои.

Мощность осадочного слоя достигает 20 км , но распространён он не повсеместно. Названия гранитного и базальтового слоев условны и исторически связаны с выделением разделяющей их границы Конрада, хотя последующие исследования показали некоторую сомнительность этой границы.

Основное отличие ***океанической*** коры от континентальной - отсутствие гранитного слоя, существенно меньшая мощность (2-10 км), более молодой возраст (юра, мел, кайнозой), большая латеральная однородность. Океаническая кора состоит из трёх слоев. Первый слой, или осадочный, характеризуется широким диапазоном скоростей и мощностью до 2 км. Второй слой, или акустический фундамент, имеет среднюю мощность 1,2-1,8 км. Глубоководным бурением установлено, что этот слой сложен сильно трещиноватыми и брекчированными базальтами, которые с увеличением возраста океанической коры становятся более консолидированными. Третий слой сложен породами в основном габброидного состава.

Кроме двух главных типов земной коры выделяется кора переходного типа - субконтинентальная в островных дугах и субокеаническая на континентальных окраинах.

Участки земной коры, различающиеся типом геологического строения, называются ***структурными элементами.*** *С* точки зрения закономерностей пространственного строения земной коры океаны и континенты - это ***структуры*** **I** (планетарного) порядка . В пределах структурных элементов I порядка по особенностям геологического строения и развития выделяются структуры П порядка: на материках - платформы и геосинклинальные пояса, на океанической коре - талассократоны и срединно - океанические хребты.

6. ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ЗЕМНОЙ КОРЫ. ОСНОВЫ ИСТОРИЧЕСКОЙ ГЕОЛОГИИ

Геология - наука естественно-историческая, и поэтому особо важное значение имеет ее раздел, посвященный изучению развития геологических событий по времени. Задачи исторической геологии - восстановление физико-географических обстановок накопления осадков в различные эпохи, последовательности формирования пород и их

распределения по относительному возрасту, изучение истории развития органического мира от древнейших эпох до настоящего времени.

6.1. ГЕОХРОНОЛОГИЧЕСКАЯ И СТРАТИГРАФИЧЕСКАЯ ШКАЛЫ

В геологии как в никакой другой науке важна последовательность установления событий, их хронологии, основанной на естественной периодизации геологической истории. Геологическая хронология, или геохронология, основана на выяснении геологической истории наиболее хорошо изученных регионов. На основе широких обобщений, сопоставления геологической истории различных регионов Земли, закономерностей эволюции органического мира в конце прошлого века на первых международных геологических конгрессах была выработана и принята Международная геохронологическая шкала, отражающая последовательность подразделений времени, в течение которых формировались определённые комплексы отложений, и эволюцию органического мира. Таким образом, Международная геохронологическая шкала - это естественная периодизация истории Земли.

Среди геохронологических подразделений выделяются: зон, эра, период, эпоха, век, время. Каждому геохронологическому подразделению отвечает комплекс отложений, выделенный в соответствии с изменением органического мира и называемый стратиграфическим: эонотема, группа, система, отдел, ярус, зона. Таким образом существует две шкалы - геохронологическая и стратиграфическая. Первую мы используем, когда говорим об относительном времени в истории Земли, а вторую, когда имеем дело с отложениями. В настоящее время выделяют три наиболее крупных стратиграфических подразделения - эонотемы: архейскую, протерозойскую и фанерозойскую.

6.2. СОВРЕМЕННЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О ФОРМИРОВАНИИ ЗЕМНОЙ КОРЫ

Представления о закономерностях формирования земной коры развивались на протяжении длительного времени по мере накопления фактического материала, совершенствования геологических и геофизических методов исследований. Особое значение на современном этапе развития теоретической геологии имеют данные, полученные при изучении обширных океанических территорий, и результаты космических исследований.

Гипотезы горизонтального дрейфа континентов

Механизм горизонтального перемещения континентальных глыб был разработан в 1929г. американским учёным А.Холмсом. Его гипотеза подкоровых течений предполагает существование в мантии (субстрате) медленных конвективных потоков, обусловленных различным накоплением тепла под континентами и океанами. Восходящие конвективные потоки приводят к разрыву коры, раздвиганию блоков и образованию молодого океанического дна. В районах нисходящих потоков, наоборот, блоки сталкиваются, сминаются, образуя системы надвигов, шарьяжей, а глубинные слои коры даже вовлекаются в мантию, переходя в глубинные аналоги базальтов - эклогиты.

Можно отметить, что с разработкой гипотезы А.Холмса идеи мобилизма получили новый импульс, обусловивший их широкую популярность и в наши дни. Кроме того, в последние годы при изучении строения дна океанов получены новые данные, которые также используются для подтверждения возможности горизонтального дрейфа. Эти данные послужили основой гипотезы новой глобальной тектоники, или тектоники плит. Гипотеза разработана американскими учёными Г.Хессом и Р.Дицем. Значительный вклад в её развитие внесли зарубежные и советские геологи.

Основные идеи, положенные в основу гипотезы тектоники плит, связаны с открытием зон формирования молодой океанической коры в зонах рифтообразования и зон поглощения коры у глубоководных желобов.

По мнению авторов гипотезы, в зонах рифтообразования происходит "раздвигание" плит литосферы с образованием молодой океанической коры в центральной рифтовой зоне. Это явление называется ***спрединг*** океанического дна, характеризуется прерывистостью, сопровождается внедрениями мантийного вещества из астеносферы и разрывами маломощных базальтов в рифтовой зоне. С этой активной зоной связаны проявления вулканизма, неглубокие зоны землетрясений и аномалии теплового потока.

Образование новой коры в зонах спрединга сопровождается поглощением блоков (плит) литосферы в других участках нашей планеты. По мнению авторов гипотезы, такими участками являются зоны глубоководных океанических желобов, в которых происходит прерывистое поддвигание одной плиты литосферы под другую. Это явление называется ***субдукцией,*** сопровождается кратковременным выделением значительной механической энергии в виде землетрясений, проявлений вулканизма. Длительное поддвигание океанической коры под континентальную приводит к деформации окраинного моря, смещению островной дуги к континенту и складкообразованию. При этом поддвигание может смениться развитием обширных надвигов океанической коры - ***обдукцией***. Другим путём образования орогенных зон, по мнению авторов гипотезы, является столкновение - ***коллизия*** континентов.

Движущие силы механизма перемещения блоков литосферы авторы гипотезы тектоники плит связывают с конвективным перемешиванием мантийного вещества, что близко к взглядам А.Холмса. Однако в отличие от положений гипотезы подкоровых течений, в соответствии с рассматриваемой гипотезой потоки мантийного вещества здесь замыкаются на уровне астеносферы.

Таким образом, в соответствии с гипотезой тектоники плит под действием потоков мантийного вещества происходят глобальные перемещения континентов, но не изолированно, как считал А.Вегенер, а в составе мощных плит литосферы. При таком горизонтальном перемещении плит в зонах спрединга происходит обновление коры, а в зонах субдукции - её поглощение и растворение в астеносфере.

По современным данным, литосфера состоит из семи крупных плит, ограниченных зонами спрединга, субдукции или смятия: Тихоокеанской, Евразиатской, Индийской, Африканской, Антарктической, Северо-Американской и Южно-Американской.

7. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МЕСТОРОЖДЕНИЯХ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ И ИХ КЛАССИФИКАЦИЯ

7.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Важнейший раздел геологии, позволяющий решать обширные прикладные задачи, - учение о полезных ископаемых. Он включает в себя совокупность сведений о геологической позиции и закономерностях размещения месторождений различных полезных ископаемых, методику поисков и экономику минерального сырья, тесно соприкасается с технологий переработки руд и извлечения из них ценных компонентов.

Полезным ископаемым называют природное минеральное образование, которое используется в народном хозяйстве в естественном виде или после предварительной обработки (переработки) путем дробления, сортировки, обогащения для извлечения ценных металлов или минералов. По физическому состоянию полезные ископаемые бывают газообразными, жидкими и твердыми. К первым относятся горючие газы углеводородного состава и негорючие инертные газы, ко вторым - нефть, рассолы, вода, к третьим - большинство полезных ископаемых, которые применяются как

химические элементы или их соединения, а также в виде кристаллов, минералов, горных пород. По промышленному использованию полезные ископаемые разделяются на ***металлические, неметаллические, горючие или каустобиолиты, гидро-и газоминеральные.***

Металлические полезные ископаемые служат для извлечения из них металлов и элементов: черных (железо, титан, хром, марганец и др.); легирующих (никель, кобальт, вольфрам, молибден и др.); цветных (алюминий, свинец, цинк, сурьма, ртуть и др.); благородных (золото, серебро, платина, палладий и др.); радиоактивных (уран, радий, торий и др.); редких и рассеянных (висмут, цирконий, ниобий, тантал, галлий, германий, кадмий, индий и др.); редкоземельных (лантан, церий, иттрий, прометий, самарий, лютеций и др.).

К *неметаллическим* полезным ископаемым принадлежат строительные горные породы (естественные строительные камни, пески, глины, сырье для каменного литья, стекол и керамики и др.), индустриальное (алмаз, графит, асбест, слюды, драгоценные и поделочные камни, пьезокристаллы, оптические минералы и др.), а также химическое и агрономическое сырье (сера, флюорит, барит, галит, калийные соли, апатит, фосфориты и др.).

Горючие ископаемые включают торф, бурый уголь, каменный уголь, антрацит, горючие сланцы, озокерит, нефть, горючий газ. Они служат энергетическим и металлургическим топливом, а также сырьем для химической промышленности.

К ***газоминеральному*** сырью относятся негорючие инертные газы: гелий, неон, аргон, криптон и др.

Гидроминеральные полезные ископаемые разделяются на подземные воды питьевые, технические, бальнеологические или минеральные и нефтяные, содержащие ценные элементы (бром, йод, бор, радий и др.) в количестве, позволяющем извлекать их, а также рассолы (озерные рассолы, минеральные грязи, илы). Важным гидроминеральным сырьем являются воды морей и океанов, используемые для получения пресной воды и извлечения многих ценных элементов.

Рудой называется минеральное сырье, содержащее ценные полезные компоненты (металлы, их соединения, минералы) в количестве, достаточном для промышленного извлечения при современном состоянии экономики, техники и технологии. В зависимости от вида извлекаемого компонента выделяются руды металлические (железные, медные, свинцово-цинковые и т. д.) и неметаллические (серные, асбестовые, графитные, апатитовые и др.). По количеству компонентов руды различают монометалльные (мономинеральные), биметалльные (биминеральные) и полиметалльные (полиминеральные).

Месторождением **полезного ископаемого** называется его природное в виде геологических тел скопление в земной коре, которое по условиям залегания, количеству и качеству минерального сырья при данном состоянии экономики и техники может служить объектом промышленной разработки в настоящее время или в ближайшем будущем. К месторождениям полезных ископаемых промышленность предъявляет требования, определяемые технической возможностью и экономической целесообразностью их разработки.

Совокупность требований промышленности к минеральному сырью называется ***кондициями*** - они не являются постоянными и зависят от экономических условий и состояния техники и технологии добычи и переработки минерального сырья.

Площади распространения полезных ископаемых в порядке их уменьшения разделяются на провинции, области (пояса, бассейны), районы (узлы), поля, месторождения, тела.

Телом полезного ископаемого называют ограниченное со всех сторон скопление минерального вещества, которое приурочено к отдельным структурным элементам или их комбинациям.

7.2. ВЕЩЕСТВЕННЫЙ СОСТАВ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Являясь природными минеральными образованиями, все полезные ископаемые обладают определенным вещественным (минеральным и химическим) составом, строением или структурно-текстурными особенностями, а также некоторым комплексом физических, физико-химических и технологических свойств. Все эти характеристики в общем случае обусловливают качество полезных ископаемых, которое имеет важнейшее значение для оценки месторождений с целью их промышленного использования.

Вещественный состав металлических и неметаллических руд определяется соотношением рудных, или ценных, и сопутствующих им нерудных, или жильных, минералов. В металлических рудах рудные минералы являются носителями ценных металлов, в неметаллических - минералы сами представляют практический интерес благодаря специфическим свойствам.

По составу преобладающей части минералов выделяются следующие типы руд:

самородные - самородные металлы и интерметаллические соединения - медь, золото, платина и др.;

сернистые **и им** подобные - сульфиды, арсениды и антимониды тяжелых металлов - меди, цинка, свинца, никеля, кобальта, молибдена и др.;

оксидные - оксиды и гидроксиды железа, марганца, хрома, олова, урана, алюминия и др.;

карбонатные - карбонаты железа, марганца, магния, свинца, цинка, меди и др.;

сульфатные - сульфаты бария, стронция, кальция и др.;

фосфатные - *апатитовые и фосфоритовые неметаллические руды, а также фосфаты некоторых металлов и др.;*

силикатные - *сравнительно редкие руды железа, марганца, меди; широко распространенные неметаллические полезные ископаемые - слюды, асбест, тальк и др.;*

галоидные - *минеральные соли и флюорит и др.*

По вещественному составу, определяющему промышленную ценность и технологические свойства, полезные ископаемые разделяются на природные типы и промышленные сорта.

7.3. ГЕНЕТИЧЕСКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

В настоящее время известно несколько десятков генетических классификаций месторождений полезных ископаемых. Наиболее известной является классификация В.И.Смирнова.

Эндогенные месторождения, к числу которых относятся скопления полезных ископаемых, прямо или косвенно связанные с магматической деятельностью, подразделяют на: собственно магматические, пегматитовые и постмагматические.

Магматическими называются месторождения, образующиеся из жидких магматических расплавов в процессе их внедрения и раскристаллизации. При подъеме магматических расплавов в верхние горизонты земной коры и остывании происходит их дифференциация, с чем связана концентрация, а иногда и полное обособление рудных компонентов. Процессы образования магматических месторождений достаточно сложны. В одних случаях месторождения образуются в результате внедрения магмы, обогащенной рудными компонентами еще на глубине, в других - рудные концентрации возникают из магм при ее подъеме, в третьих - лишь на месте становления интрузива.

Главная особенность всех магматических месторождений - их связь с материнскими интрузивами, которые рассматриваются как вещественный или

энергетический источник оруденения. Магматические месторождения разделяются на генетические подгруппы: ликвационные, раннемагматические и позднемагматические.

В группу ***экзогенных*** включаются скопления полезных ископаемых, которые образуются при экзогенных процессах в результате химической, биохимической и механической дифференциации вещества земной коры. По способу накопления осадочного материала различают месторождения выветривания и осадочные.

К ***месторождениям выветривания*** относятся остаточные и инфильтрационные месторождения. ***Остаточные*** месторождения полезных ископаемых образуются при физическом и химическом выветривании горных пород, которое сопровождается гидролизом породообразующих минералов, растворением и выносом неустойчивых компонентов.

К **осадочным месторождениям** относятся аллювиальные и прибрежно-морские россыпи, химические и биохимические осадочные месторождения.

Метаморфизованными называют месторождения любого происхождения, испытавшие метаморфические преобразования одновременно с вмещающими породами. При этом процессы метаморфизма могут выражаться в изменении и преобразовании структур и текстур, изменении характера минерального состава руд, а также в переотложении рудного вещества, изменении формы рудных тел, рассланцевании и изменении состава вмещающих пород.

Под ***метаморфическими*** месторождениями понимают такие месторождения, которые возникли в результате метаморфизма горных пород, до того не содержащих промышленных рудных скоплений и не представляющих собой полезного ископаемого. К возникающим в процессе метаморфизма собственно метаморфическим месторождениям относятся месторождения высокоглиноземистого сырья (кианит, андалузит, силлиманит), графита, гранулированного кварца, слюды, амфибол-асбеста, корунда, наждака, граната, титана и др.

8. СИСТЕМА ГЕОЛОГИЧЕСКОГО ИЗУЧЕНИЯ НЕДР

Геологическое изучение недр в России производится последовательно и планомерно с тем, чтобы не только получить необходимую геологическую информацию о недрах, но и своевременно выявить промышленные и отбраковать непромышленные скопления полезных ископаемых. В общей системе геологического изучения недр можно выделить три крупных этапа. Этапы геологического изучения включают несколько последовательных стадий.

Этап I. Работы общегеологического и минерагенического назначения.

Стадия 1. Региональное геологическое изучение недр прогнозирование полезных ископаемых.

Этап II. Поиски и оценка месторождений.

Стадия 2. Поисковые работы.

Стадия 3.Оценочные работы.

Этап III. Разведка и освоение месторождений.

Стадия 4. Разведка месторождения.

Стадия 5. Эксплуатационная разведка.

На каждой стадии геологического изучения недр осуществляется их геолого-промышленная оценка, заключающаяся в определении действительной или возможной значимости изучаемого участка земной коры, в котором содержатся или могут содержаться скопления полезной минерализации или же предполагается горное строительство. С этой целью исследуются состав и строение горных пород и полезного ископаемого, условия залегания, степень и характер тектонической нарушенности,

гидрогеологические и инженерно-геологические характеристики месторождения, географо-экономические условия района и т. п.

РЕКОМЕНДАЦИИ

Для более углубленного изучения отдельных разделов геологических дисциплин рекомендуем воспользоваться следующими методическими указаниями.

Часть 1. Минералы.

Часть 2. Магматические горные породы.

Часть 3. Метаморфические горные породы.

Часть 4. Осадочные горные породы.

Часть 5. Организация геологических экскурсий.

Часть 6. Художественная обработка камнесамоцветного сырья.

МИНОБРНАУКИ РФ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по учебно-методическому комплексу _____ Е.А. Боров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ Б1.Б.1.15 «ОБЩАЯ ГЕОЛОГИЯ» ДЛЯ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ 21.05.02 «ПРИКЛАДНАЯ ГЕОЛОГИЯ»

Авторы: Огородников В. Н., д.г-м.н., доцент; Поленов Ю. А., д.г-м.н., доцент

Одобрены на заседании кафедры геологии
(название кафедры)
Зав.кафедрой _____
(подпись)
Огородников В.Н.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 8 от 17.03.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией Факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Практические занятия по курсам «Общая геология» и «Геология» представляют важную часть в общем цикле геологических дисциплин. Эти занятия дают студентам возможность познакомиться с главнейшими породообразующими минералами и наиболее распространенными горными породами, а также получить навыки работы с горным компасом.

Выполнение практических работ производится в три этапа. Вначале студенты знакомятся с основными породообразующими минералами и учатся распознавать их в составе горных пород. На втором этапе студенты получают навыки определения и описания магматических, метаморфических и осадочных горных пород. В завершение занятий студенты знакомятся с устройством горного компаса и получают представление о работе с ним.

Объем аудиторных практических занятий не достаточен для получения навыков по определению горных пород и минералов, поэтому студенты обязаны самостоятельно заниматься с коллекциями на кафедре в пределах часов, предусмотренных рабочими программами дисциплин.

В целях удобства работы на занятиях методические материалы скомпонованы в четыре самостоятельные брошюры:

Часть 1. Минералы
Часть 2. Магматические горные породы
Часть 3. Метаморфические горные породы
Часть 4. Осадочные горные породы

Часть 1

МИНЕРАЛЫ

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МИНЕРАЛАХ

Подавляющее большинство химических элементов образуют в земной коре простые или сложные соединения (исключения составляют инертные газы и некоторые самородные элементы).

Минералы – химические соединения, образовавшиеся в земной коре в результате природных геологических процессов и обладающие определенными химическим составом и физическими свойствами.

Каждый минерал обладает вполне определенным химическим составом и вполне определенной кристаллической структурой, т. е. закономерным расположением в пространстве элементарных частиц (атомов, ионов). Например, минерал галит (каменная соль) состоит из 39,4 % Na и 50,6 % Cl и имеет химическую формулу NaCl. Кристаллическая структура галита характеризуется поочередным расположением ионов Na^+ и Cl в углах кубов (рис. 1), где каждый ион хлора окружен шестью ионами натрия, и наоборот.

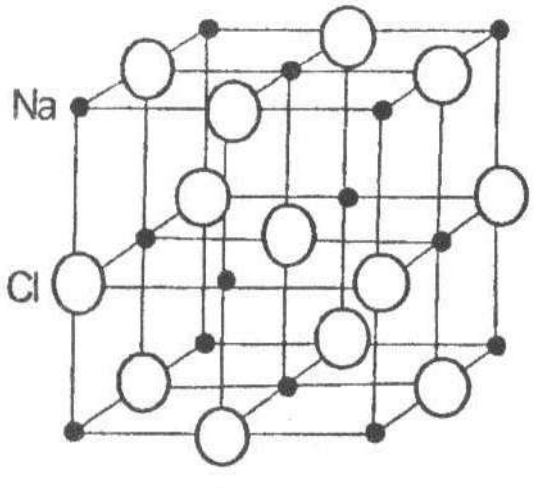


Рис. 1. Кристаллическая структура галита (NaCl)

В зависимости от особенностей химического состава и кристаллической структуры минералы образуют многогранники различной формы, называемые кристаллами. Эти же характеристики минералов (химический состав и кристаллическая структура) обусловливают их физические свойства. Иногда минералы имеют неупорядоченные строения, когда атомы и ионы располагаются беспорядочно, хаотично. Минералы с таким строением называют аморфными.

Образование минералов является результатом различных геологических процессов. По способу образования (источнику энергии) минералы могут быть объединены в две группы.

1. Минералы эндогенного генезиса, образующиеся за счет внутренней энергии Земли. Возникают в результате кристаллизации магмы и связанных с ней горячих газовых и водных растворов (гидротерм) на различных глубинах, а также путем преобразования минералов в условиях больших давлений и температур.

2. Минералы экзогенного генезиса, образующиеся за счет внешней (солнечной) энергии. Источником минералообразования являются разнообразные горные породы, вступающие во взаимодействие с атмосферой, гидросферой и биотой, давая начало новым минералам.

Пути и способы образования минералов разнообразны. Они могут быть следствием: 1) кристаллизации огненно-жидкого силикатного расплава (магмы); 2) кристаллизации из горячих минерализованных растворов (гидротерм); 3) отложения кристаллического вещества из газообразных продуктов возгонов; 4) перекристаллизации минералов и горных пород; 5) образования новых минералов за счет разрушения ранее созданных.

1.1. Формы нахождения минералов

В природе минералы встречаются в виде отдельных хорошо образованных кристаллов либо в виде скоплений неправильной формы зерен (агрегатов).

1.1.1. Облик кристаллов

Среди минералов выделяют три группы, обладающие характерным обликом, или габитусом, кристаллов.

Изометричные – формы, имеющие близкие размеры во всех направлениях. Примером могут служить кубы пирита, галенита, октаэдры магнетита, ромбоэдры кальцита и др. (рис. 2).

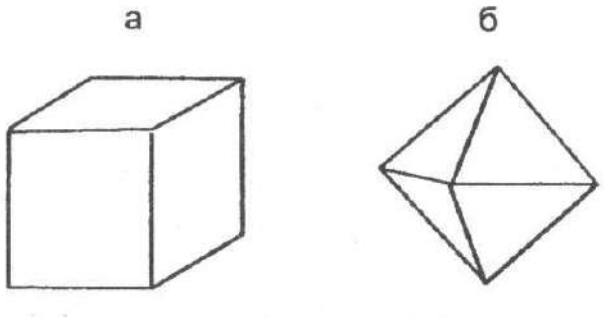
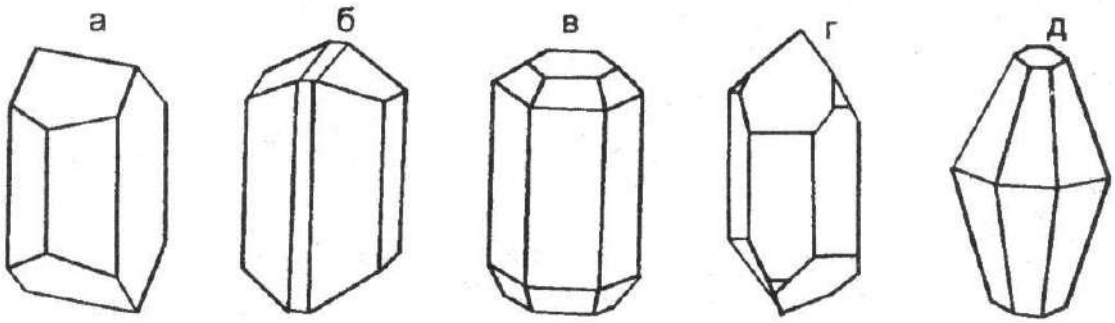


Рис. 2. Изометричные формы кристаллов:
а – кубический кристалл пирита;
б – октаэдрический кристалл магнетита

Уплощенные - формы, хорошо развитые преимущественно в двух направлениях. Сюда относятся таблитчатые, пластинчатые, листоватые и чешуйчатые кристаллы слюды, хлорита, графита и т. д. (рис. 3).

Рис. 3. Уплощенные формы кристаллов:
a – таблитчатый кристалл гематита;
b– пластинчатый кристалл мусковита

Удлиненные - формы, развитые в одном направлении. К этой группе относятся призматические, столбчатые, шестоватые, игольчатые и волокнистые кристаллы роговой



обманки, пироксена, кварца и т. д. (рис. 4).
Рис. 4. Удлиненные формы кристаллов:
а – полевого шпата; б – роговой обманки; в – апатита; г – кварца; д - корунда

1.1.2. Минеральные агрегаты

В природе чаще встречаются не единичные кристаллы минералов, а скопления или срастания различной формы зерен. Эти скопления называют минеральными агрегатами.

Агрегаты бывают мономинеральными (моно - один), т. е. состоящими из зерен одного минерала, и полиминеральными (поли - много), сложенными несколькими различными минералами. Выделяют несколько видов минеральных агрегатов.

Зернистые агрегаты обладают наибольшим распространением в земной коре. В зависимости от формы слагающих зерен различают собственно зернистые (состоящие из изометричных зерен), а также пластинчатые, листоватые, чешуйчатые, волокнистые, игольчатые, шестоватые и другие агрегаты. По величине зерен можно выделять агрегаты крупнозернистые, более 5 мм в поперечнике, среднезернистые - от 1 до 5 мм и мелкозернистые - с зернами менее 1 мм.

Землистые агрегаты - порошкообразные, рыхлые мягкие минеральные массы скрытокристаллического строения, обычно пачкают руки, легко распадаются на мелкие комочки.

Сажистые - (черные цвета) или охристые (желтого, бурого и других ярких цветов). Образуются в процессе химического выветривания. Примером являются минерал каолинит и марганцевые руды.

Натечные формы выделений минералов образуются на стенках пустот при медленном испарении или охлаждении поступающих туда растворов. Эти образования имеют разнообразную форму: почковидную, гроздевидную, неправильную, цилиндрическую. Натеки, свисающие в виде сосулек со сводов пустот, называются

сталактитами, а поднимающиеся им навстречу со дна пустот - сталагмитами. Характерным примером натечных образований являются: лимонит, малахит, кальцит.

Друзы - это сростки более или менее хорошо ограненных кристаллов на стенках каких-либо пустот. Примером могут служить довольно часто встречающиеся друзы кристаллов кварца или пирита.

Реже встречаются другие виды минеральных агрегатов: *секреции* -выполнение пустот изометричной, часто округлой формы, отличающиеся концентрически-зональным строением. Мелкие секреции в излившихся эффузивах называют миндалинами, крупные – жеодами; *конкреции* — шарообразные или неправильной формы стяжения и желваки, образующиеся в рыхлых осадочных породах (илах, глинах, песках и др.); *оолиты* - (от греч.-яйцо) - мелкие стяжения сферической формы размером от долей миллиметра до нескольких миллиметров, образующиеся путем наслоения коллоидального материала на песчинки в подвижной водной среде.

1.2. Физические свойства минералов

Минералы отличаются друг от друга по многим внешним признакам: цвету, блеску, твердости, форме и другим свойствам. Все физические свойства находятся в прямой зависимости от химического состава и кристаллической структуры, поэтому каждый из минералов характеризуется своим набором физических свойств, позволяющим проводить их диагностику (определение).

1.2.1. Оптические свойства

Цвет

У минералов различают идиохроматическую, аллохроматическую и псевдохроматическую окраски.

Идиохроматическая (от греч. «идиос» - свой, собственный и «хрома» - цвет) окраска обусловлена внутренними свойствами минерала, особенностями строения кристаллической решетки. Такую окраску имеют латунно-желтый пирит, черный магнетит, свинцово-серый галенит и др.

Аллохроматическая (от греч. «аллос» - посторонний) окраска связана с присутствием в минералах либо элементов-хромофоров (красителей), либо тонкорассеянных механических примесей. Например, очень сильным элементом-красителем является хром. Даже незначительная примесь Cr_2O_3 (0,1 %) окрашивает бесцветный минерал корунд в ярко-красный цвет, прозрачная разновидность которого называется рубином.

Наличие тонкорассеянных механических примесей оксидов и гидрооксидов железа в бесцветных минералах окрашивает последние во всю гамму красно-желтых тонов. Тонкорассеянное органическое вещество дает серые, черные цвета и т. д. Примером окраски такого рода может служить цвет галита. Чистые минералы галита прозрачны и бесцветны или имеют белый цвет. Но часто те или иные красящие пигменты обусловливают окраску различных цветов: серый (обычно глинистые частицы), желтый (*гидроксиды* железа), красный (*оксиды* железа), бурый и черный (органические вещества).

Природа окрашивания некоторых минералов кроется в нарушении однородности строения их кристаллических решеток, в возникновении в них различных дефектов (черный кварц, аметист и др.).

Псевдохроматическая (от греч. «псевдос» - ложный) окраска не имеет ничего общего с природой самого минерала. Некоторые минералы меняют окраску в зависимости от освещения. Например, на полированной поверхности минерала лабрадорита при некоторых углах поворота освещения появляются густые синие и зеленовато-синие переливы, вызванные интерференцией световых лучей, отраженных от плоскостей спайности лабрадорита. Такое явление называется иризацией.

Иногда минералы бывают покрыты тонкой поверхностной пленкой другого минерала, которая обычно имеет радужную окраску, напоминающую окраску тонких пленок нефти на поверхности воды. Подобные пленки на минералах называют побежалостью.

При определении окраски минерала обычно широко применяется метод сравнения с окраской хорошо известных предметов или веществ: яблочно-зеленый, лазурно-синий, шоколадно-коричневый и т. п. Эталонами считаются названия цветов следующих минералов: фиолетовый у аметиста, зеленый у малахита, красный у киновари, бурый у лимонита, свинцово-серый у галенита, железо-черный у магнетита, латунно-желтый у пирита, металлически-золотистый у золота.

Прозрачность - способность минерала пропускать свет. В зависимости от этой способности все минералы делятся: на прозрачные - горный хрусталь, топаз, исландский шпат и др.; полупрозрачные - флюорит, сильвин и др.; непрозрачные - пирит, магнетит и др.

Цвет черты

Это цвет тонкого порошка минерала, который легко получить, если провести испытуемым минералом черту на матовой (неглазурованной) поверхности фарфоровой пластики, называемой бисквитом. Цвет черты является более надежным признаком по сравнению с окраской минералов. В ряде случаев он соответствует цвету минерала (серая черта у серого галенита), но иногда цвет черты резко отличается от цвета минерала (латунно-желтый пирит оставляет черную черту). Для некоторых минералов этот признак является диагностическим. Например, очень похожие друг на друга минералы группы железа легко распознаются по цвету черты: магнетит имеет черную черту, гематит – вишневую, лимонит – желто-бурую.

Цвет черты определяется только у минералов с металлическим блеском, потому что другие минералы имеют белую или светлоокрашенную черту.

Блеск

Блеск – способность минералов отражать от своей поверхности световой поток. Установлено, что блеск зависит от показателя преломления минерала, т. е. величины, характеризующей разницу в скорости света при переходе из воздушной в кристаллическую среду. Минералы с показателем преломления 1,3-1,9 имеют *стеклянный* блеск, с 1,9-2,6 — *алмазный* блеск. *Полуметаллический* блеск отвечает минералам с показателем преломления 2,6-3,0 и *металлический* – выше 3,0. Металлический блеск отвечает отражению полированной поверхности металла. Такой блеск характерен для непрозрачных минералов. Примером могут служить минералы пирит, галенит, халькопирит. Полуметаллический блеск напоминает блеск потускневшего металла. Он характерен для гематита, графита и др. Наиболее широко распространен стеклянный блеск, на его долю приходится около 70 % минералов. Стеклянным блеском обладают горный хрусталь, кальцит, корунд, флюорит, амфиболы, пироксены, полевые шпаты и другие минералы.

Более сильным, чем стеклянный, является алмазный блеск, характерный, например, для алмаза, серы.

Блеск минерала зависит также от характера его поверхности. Если поверхность неровная, то отраженный свет несколько рассеивается, преобразуя стеклянный и алмазный блески в так называемый жирный. Порошковатые рыхлые минералы, обладающие тонкой пористостью, имеют матовый блеск, так как микроскопические поры являются своего рода «ловушками» для света. Примерами могут служить каолинит, землистые массы лимонита и др.

У минералов с параллельно-волокнистым строением наблюдается типичный шелковистый блеск (асбест), полупрозрачные «слоистые» и пластинчатые минералы имеют перламутровый отлив.

1.2.2. Механические свойства

Спайность и излом

Спайностью называют свойство минералов раскалываться по определенным направлениям, обусловленным строением их кристаллических решеток, образуя при этом ровные площади – плоскости спайности. Это свойство минералов связано исключительно с внутренним их строением и не зависит от внешней формы кристаллов. Например, при раскалывании кристаллов кальцита самой разнообразной формы получается спайный выколок всегда одной и той же формы – ромбоэдр, кристаллов флюорита – октаэдр, галенита и галита – куб.

По степени совершенства различают следующие виды спайности: *весьма совершенная* - минералы легко расщепляются на тонкие листочки, чешуйки (мусковит, биотит, хлорит, тальк, графит); *совершенная* — минералы при ударе раскалываются на обломки, со всех сторон ограниченные тремя и более плоскостями спайности (кальцит, флюорит, галенит, галит); *средняя* – минералы раскалываются на обломки, ограниченные двумя плоскостями спайности и неровными поверхностями по случайным направлениям (полевые шпаты, роговая обманка, пироксен); несовершенная – минералы раскалываются на обломки, ограниченные неровными поверхностями и одной плоскостью спайности (корунд, апатит); весьма несовершенная или отсутствует – минералы раскалываются только по случайным направлениям с неровными поверхностями (кварц, магнетит, пирит).

Чтобы не спутать грани кристаллов с плоскостями спайности необходимо помнить, что направление спайности дает систему взаимопараллельных плоскостей или трещин. При определении спайности в агрегате выбирается одно или несколько наиболее крупных зерен и в них наблюдаются плоскости спайности. Если угол спайности, например, равен 90 градусам, то излом *ступенчатый*, а если угол спайности острый – излом *занозистый*.

Неровные поверхности, получаемые при расколе минерала по случайным направлениям, называют *изломом*. Наиболее распространен *неровный* излом, но иногда наблюдаются и другие виды: *гладкий*, *раковистый* – излом характерен для минералов с весьма несовершенной спайностью, напоминает поверхность раковины с концентрической скульптурой (кварц, пирит); *ступенчатый*, *занозистый* – излом характерен для игольчатых или волокнистых минералов (селенит). Излом, как и спайность, определяется внутренним строением минерала, его кристаллической решеткой.

Твердость, хрупкость, ковкость, упругость

Под твердостью минерала подразумевается степень его сопротивления внешним механическим воздействиям. В минералогической практике применяют наиболее простой способ определения твердости - царапанье одного минерала другим, т. е. устанавливается относительная твердость минерала. Для оценки относительной твердости немецким минералогом Ф. Моосом была предложена шкала, состоящая из десяти минералов, каждый из которых, обладая более высокой твердостью, своим острым концом царапает все предыдущие с меньшими номерами. Твердость минералов-эталонов в шкале условно обозначена целыми числами.

Шкала Мооса представлена следующими минералами:

Тальк	$Mg_3[Si_4O_{10}](OH)_2$	1
Гипс	$CaSO_4 \cdot 2H_2O$	2
Кальцит	$CaCO_3$	3
Флюорит	CaF_2	4
Апатит	$Ca_5[P0_4]_3(F,C1)$	5

Ортоклаз	$K[A1Si_30_8]$	6
Кварц	SiO_2	7
Топаз	$A1_2[SiO_4]F_2$	8
Корунд	$A1_20_3$	9
Алмаз	C	10

Для определения твердости исследуемого минерала устанавливают, какой эталон с максимальным номером он царапает. Например, если испытуемый минерал царапает апатит, но оставляет порошок, т. е. истирается на ортоклазе, значит его твердость выше 5, но ниже 6 и оценивается в 5.5.

Относительную твердость можно определить, не имея шкалы Мооса, используя некоторые заменители. Так, твердость ногтя – 2,5; медной монеты – 3,0-3,5; оконного стекла – 5,0; стального ножа – 6,0; напильника – 7,0. Твердость порошковатых разностей бывает занижена по сравнению с твердостью этого минерала в крупных зернах.

Под хрупкостью понимают свойство минерала крошиться при проведении по нему черты ножом. Противоположный эффект – гладкий блестящий след – свидетельствует о свойстве минерала деформироваться пластически. Ковкие минералы расплющиваются под ударом молотка в тонкую пластинку, упругие – способны восстанавливать форму после снятия нагрузки (слюды, асбест).

1.2.3. Прочие свойства

Удельный вес

Удельный вес может быть точно замерен только в лабораторных условиях различными методами; приблизительное суждение об удельном весе можно получить путем сопоставления с распространенными минералами, удельный вес которых принимается за эталон. Все минералы по удельному весу можно разделить на три группы: *легкие* - с удельным весом меньше 3 г/см^3 (галит, гипс, кварц и др.); *средние* - с удельным весом порядка 3-5 г/см^3 (апатит, корунд, пирит и др.); *тяжелые* - с удельным весом больше 5 г/см^3 (галенит, золото и др.).

1.2.4. Специфические свойства

Некоторые минералы обладают особыми, характерными только для них свойствами, когда нет необходимости определять их в других индивидах.

Магнитность. Сравнительно небольшое число минералов обладает свойством воздействовать на магнитную стрелку. Для минералов, обладающих магнитностью, это свойства имеет важное диагностическое значение. Минералы, обладающие ярко выраженными ферромагнитными свойствами, могут притягивать даже мелкие железные предметы - опилки, булавки (магнетит). Менее магнитные минералы (парамагнитные) слабо притягиваются магнитом (пирротин), и, наконец, имеются минералы, которые отталкивают магнитную стрелку, - самородный висмут.

Реакция с соляной кислотой. С соляной кислотой взаимодействуют минералы из класса карбонатов:

- кальцит $Ca\,CO_3$ - бурно реагирует, "вскипая" в кислоте;
- доломит $Ca\,Mg\,(CO_3)_2$ - «вскипает» только в порошке;
- магнезит $Mg\,CO_3$ - не реагирует с кислотой.

Двойное лучепреломление. Двупреломление света – разложение светового луча, входящего в кристалл, на два. Это свойство характерно для карбонатов, особенно для прозрачной разновидности кальцита – исландского шпата. При наложении исландского шпата на рисунок или текст явственно заметно раздвоение изображения.

Физиологические свойства. (Воздействие на вкусовые, обонятельные и тактильные анализаторы человека). Ряд минералов можно определить по вкусу. Например, галит имеет соленый вкус, сильвин – горько-соленый. Эти минералы, кроме того, растворяются

в воде. Другие минералы можно различить по запаху. При горении серы ощущается запах сернистого газа, в то время как горящий янтарь издает ароматический запах. Существенна также степень шероховатости минералов, т. е. ощущение, возникающее при прикосновении к минералу. Есть минералы жирные на ощупь (тальк), гладкие (горный хрусталь) и шершавые (каолин).

1.3. Классификация минералов

Существует несколько классификаций минералов, в основу каждой из которых положены различные признаки. Наиболее признанной является кристаллохимическая классификация, в основе которой лежит в равной мере химический состав и кристаллическая структура минералов. По этой классификации выделяется большое количество классов, из которых в данном курсе будут рассмотрены лишь следующие: 1 - самородные элементы, 2 - сульфиды 3 - галогениды, 4 - оксиды и гидрооксиды, 5 - карбонаты, 6 - сульфаты, 7 - фосфаты и 8 - силикаты.

Класс 1 - самородные элементы – некоторые химические элементы в свободном минеральном состоянии. К ним относят: *металлы* - золото (Au), серебро (Ag), медь (Cu) и др.; *полуметаллы* - мышьяк (As), висмут (Bi); *неметаллы* - графит (C), сера (S) и др.

Класс 2 – сульфиды – соли сернистой кислоты H_2S. Наиболее характерными признаками, свойственными большинству сульфидов, являются сильный металлический блеск и высокий удельный вес. Сюда относят минералы: пирит – FeS_2, халькопирит – $CuFeS_2$ и галенит – PbS.

Класс 3 – галогениды – соли соляной кислоты HCl (*хлориды*) и соли плавиковой кислоты HF (*фториды*). Для них характерны низкая твердость (2-4), прозрачность и совершенная спайность. К этому классу относят галит – NaCl, сильвин – КС1 и флюорит – CaF_2.

Класс 4 – оксиды и гидрооксиды – соединения металлов и неметаллов с кислородом и водой H_2O. Для оксидов характерна прочность кристаллической решетки, чем обусловлена их высокая твердость (5-9). К этому классу относят корунд – $A1_2O_3$, кварц – SiO_2, опал – $SiO_2 \cdot nH_2O$ и минералы группы железа: магнетит – Fe_3O_4, гематит – $Fe_2O_3 \cdot n\ H_2O$.

Класс 5 – карбонаты – соли угольной кислоты H_2CO_3. Большая часть карбонатов бесцветна, твердость невысокая (3), характерна совершенная спайность по ромбоэдру и эффект двойного лучепреломления. К этому классу относят кальцит – $CaCO_3$, доломит – $CaMg(CO_3)_2$, магнезит – $MgCO_3$.

Класс 6 – сульфаты – соли серной кислоты H_2SO_4. В технических науках их называют купоросами. Для минералов этого класса характерна низкая твердость (2-3,5) и пестрые цвета окраски. К ним относят гипс – $CaSO_4 \cdot 2H2O$ и ангидрит – $CaSO_4$, медный купорос – $CuSO_4$ и железный купорос – $FeSO_4$.

Класс 7 – фосфаты – соли ортофосфорной кислоты H_3PO_4. Характерна средняя твердость (5) и светлая окраска. Сюда относят минерал апатит – $Ca_5[PO_4]_3(F,C1)$.

Класс 8 – силикаты – самая обширная группа породообразующих минералов, содержащих SiO_2. Основой кристаллической решетки силикатов является скелет из кремнекислородных тетраэдров $[SiO_4]^{-4}$ (рис.5,а). Кремнекислородные тетраэдры в структурах силикатов могут находиться либо в виде изолированных друг от друга структурных единиц $[SiO_4]$, либо сочленяются друг с другом разными способами. В зависимости от способа их сочленения выделяют следующие подклассы:

Островные силикаты с изолированными тетраэдрами (см. рис.5, а) представлены оливином. Для них характерны повышенные твердость и удельный вес, а также изометричные формы кристаллов.

Цепочечные силикаты с одинарными цепочками тетраэдров (см. рис. 5, б) представленные пироксенами;

Ленточные силикаты со сдвоенной цепочкой тетраэдров (см. рис. 5, в) представлены роговой обманкой. Несмотря на существенное различие в количественных соотношениях компонентов, цепочечные и ленточные силикаты имеют много общих свойств: удлиненная форма кристаллов, средняя спайность в двух направлениях, твердость 5-6, темный цвет.

Листовые силикаты с непрерывными слоями кремнекислородных тетраэдров представлены слоями кремнекислородных тетраэдров (рис. 5, г). Сюда относят слюды (биотит, мусковит), хлорит, тальк, каолинит, серпентинит. В прямой зависимости от кристаллической структуры находится важное диагностическое свойство этих силикатов - весьма совершенная спайность, а также гексагональная форма кристаллов.

Каркасные силикаты с непрерывными трехмерными каркасами тетраэдров $[SiO_4]^{-4}$ представлены почти исключительно алюмосиликатами, в которых часть ионов Si^{4+} в кремнекислородных тетраэдрах замещена на ионы $A1^{3+}$. Для этих силикатов характерна светлая окраска и твердость 5-7.

3. МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Основная цель работы – знакомство с минералами и изучение их физических свойств. Исследование физических свойств выполняется в соответствии с рекомендациями, изложенными в разделе 1. Вначале определяется форма и характер минеральных агрегатов, затем цвет, блеск и другие физические свойства. Полученные данные сводятся в таблицу описания минералов.

Название минерала, формула	Форма кристаллов или минераль-ных агрегатов	Физические свойства минералов						Приме-чание
		цвет	цвет черты	блеск	спай-ность	твер-дость	спец. св-ва	
1	2	3	4	5	6	7	8	9

После нескольких лабораторных занятий проводится контрольная работа для проверки и закрепления полученных знаний.

Часть 2

МАГМАТИЧЕСКИЕ ГОРНЫЕ ПОРОДЫ

2.1. Общие сведения о магматических горных породах

Магматические горные породы образуются в результате затвердевания магмы на глубине или на земной поверхности при вулканических извержениях. Магматические породы также называют изверженными.

Магма (от греч. «густая мазь») — огненно жидкий, главным образом силикатный расплав, возникающий в верхней мантии или в земной коре. Магма содержит большое количество растворенных газов и паров воды (F, C1, CO_2, H_2O и др.). На большой глубине магма находится под очень большим всесторонним давлением и обладает высокой температурой.

Поднимаясь вверх, магма внедряется в твердые и относительно холодные породы, которым она отдает свое тепло, начинает охлаждаться и кристаллизоваться. Большую роль в процессе кристаллизации играют летучие компоненты: пары воды и газа, способствующие и часто определяющие скорость кристаллизации минералов.

Поднимаясь вверх, магма оказывается в различных термодинамических условиях.

На значительных глубинах при медленном остывании магмы и сохраняющемся большом давлении происходит постепенная, последовательная и полная кристаллизация расплава. Последовательность в кристаллизации магмы связана с существованием минералов с разной температурой плавления. Тугоплавкие минералы кристаллизуются при более высоких температурах, когда другие еще находятся в расплаве.

К тугоплавким относят минералы, содержащие Fe и Mg (железисто-магнезиальные силикаты: оливин, авгит, роговая обманка, биотит и др.). При понижении температуры последовательно кристаллизуются и другие минералы.

Таким образом, на больших глубинах весь силикатный расплав превращается в агрегат тех или иных минералов, образуется полнокристаллическая горная порода. Долго сохраняющиеся условия высоких температур и давления создают благоприятные условия роста для всех минералов, в результате образуются полнокристаллические и равнокристаллические структуры пород с более или менее одинаковым размером зерен всех минералов.

На средних и небольших глубинах условия кристаллизации магмы менее стабильны и более разнообразны.

Если масса и температура расплава, внедрившегося на средних глубинах, достаточно велики для прогрева вмещающих пород и давление является достаточным для удержания в расплаве летучих компонентов, происходит также полная раскристаллизация расплава и образуется полнокристаллическая порода. При этом центральные части получают равнокристаллическое, а краевые — неравнокристаллическое строение в связи с относительно быстрым охлаждением на контакте с вмещающими породами и частичной потерей летучих компонентов. Летучие компоненты для некоторых минералов являются катализаторами и заметно повышают скорость их роста, тогда при полнокристаллическом строении возникает большая разница в размерах зерен разных минералов, могут возникать порфировидные структуры.

На небольших глубинах температура и давление магмы могут быть недостаточными для ее полной кристаллизации. В таких условиях часть магмы успевает раскристаллизоваться и превратиться в минеральные зерна — вкрапленники, а другая часть затвердевает в виде вулканического стекла — аморфной массы, в которой могут быть зародыши кристаллов — микролиты, хорошо различимые только под микроскопом. В этих условиях образуются неполнокристаллические породы.

При вулканических извержениях магма либо изливается на земную поверхность (или на дно водного бассейна) в виде лавы, либо при взрывах выбрасывается в воздух на разную высоту, застывает и падает на поверхность в виде твердых частиц и обломков разного размера (вулканический пепел, песок, лапилли, вулканические бомбы), давая начало пирокластическим горным породам обломочного строения. Последние образуют особую группу вулканических пород и будут рассмотрены ниже.

Магма, излившаяся на поверхность в виде лавы, попадает в условия резкого понижения температуры и давления и связанной с этим почти полной потери летучих компонентов, что приводит к быстрому затвердеванию лавы. При этом если расплав

поднимается медленно и с больших глубин и до выхода на поверхность в нем произошла частичная кристаллизация, то есть образовались кристаллы минералов, то при затвердевании на поверхности образуются неполнокристаллические породы. При быстром движении расплав не успевает кристаллизоваться и застывает на поверхности в виде вулканического стекла, образуя стекловатую породу, в которой кристаллы почти или полностью отсутствуют.

По условиям образования магматические горные породы подразделяют на следующие виды.

1. **Интрузивные** (внедрившиеся):
   - глубинные (абиссальные),
   - полуглубинные (гипабиссальные).
2. **Вулканические**:
   - эффузивные (излившиеся),
   - пирокластические.

Интрузивные, или внедрившиеся (от лат. «интрузио» — внедрение), горные породы образуются при застывании магмы под земной поверхностью и по глубине застывания делятся на глубинные и полуглубинные.

Глубинные, или абиссальные (от греч. «абиссос» — бездонный), или плутонические, породы формируются на больших глубинах, в условиях длительно сохраняющихся высоких температур и давлений и характеризуются полной раскристаллизацией магматического расплава.

Полуглубинные (гипабиссальные) горные породы, затвердевшие на средних и небольших глубинах, по условиям образования являются промежуточными между глубинными интрузивными и эффузивными. Температура и давление магмы на разных глубинах меняются по-разному, и могут возникать как полно-, так и неполнокристаллические породы.

Излившиеся, или **эффузивные,** породы (от лат. «эффузио» — излияние) образуются при излиянии лавы на дневную поверхность, где резко понижаются температура и давление. Эффузивные породы характеризуются неполной кристаллизацией или быстрым затвердеванием расплава в виде вулканического стекла.

Различия в условиях образования магматических пород четко отражаются на их внешнем облике и легко распознаются макроскопически по характеру структуры и текстуры.

2.2. Структуры и текстуры магматических горных пород

Структуры магматических горных пород макроскопически классифицируются по степени кристалличности вещества, относительному и абсолютному размеру зерен.

По *степени кристаллизации* магматического расплава выделяют следующие структуры:

полнокристаллические, когда все вещество раскристаллизовано в агрегат минералов;

неполнокристаллические, когда часть расплава раскристаллизовалась и образовались минеральные зерна, а другая часть затвердела в виде вулканического стекла;

стекловатые, когда вся порода представлена вулканическим стеклом. Для глубинных пород характерны полнокристаллические структуры, для полуглубинных — полно- и неполнокристаллические, а для излившихся — неполнокристаллические и стекловатые структуры.

По *относительному размеру* минеральных зерен выделяют структуры:

равнокристаллические (равномерно-кристаллические). Если порода полнокристаллическая по степени кристаллизации и размеры минеральных зерен близки по величине;

неравнокристаллические структуры выделяются как для полнокристаллических, так и для неполнокристаллических пород.

Для полнокристаллических различают:

неравнокристаллические, когда размер минеральных зерен различается не резко;

порфировидные, если одни зерна по размеру резко отличаются от других.

Для неполнокристаллических пород различают:

порфировые, состоящие из нераскристаллизованной части исходного расплава, которая вне зависимости от ее количества в породе называется «основной массой», и раскристаллизованной — «вкрапленников», представленных кристаллами минералов;

афировые, если порода состоит из основной массы без вкрапленников .

Равно- и неравнокристаллические и порфировидные структуры характерны для интрузивных пород, порфировые и афировые — для эффузивных и близповерхностных полуглубинных пород.

Для пород полно- и равнокристаллических выделяют *структуры по абсолютному размеру зерен*, см:

Гигантокристаллические	> 1
Крупнокристаллические	1-0,3
Среднекристаллические	0,3-0,1
Мелкокристаллические	0,1-0,05
Скрытокристаллические (афанитовые)	< 0,05

Все вышеперечисленные структуры, от гиганто- до скрытокристал-лической, характерны для интрузивных глубинных и полуглубинных пород, афанитовые — для основной массы эффузивных пород (вкрапленники при этом могут иметь различные размеры).

Среди многочисленных структур, выделяемых по взаимоотношениям минералов в породе, макроскопически хорошо различима *пегматитовая (письменная)*, характеризующаяся закономерным прорастанием полевого шпата кварцем, образующим клинообразные зерна, напоминающие древнееврейские письмена, откуда и произошло название структуры.

Текстуры изверженных горных пород подразделяют на компактные, когда нет пор и пустот, и некомпактные, если есть в породе пустоты и поры. К компактным текстурам относят: *массивную, пятнистую, флюидалъную, полосчатую, миндалекаменную;* к некомпактным — *пористую, пенистую, пузырчатую.*

Массивная текстура отличается беспорядочным расположением минеральных зерен, она наиболее характерна для интрузивных пород, нередко встречается и в эффузивных породах.

Пятнистую текстуру выделяет при неравномерном распределении светлых и темных минералов в породе. Встречается реже, главным образом в интрузивных породах.

Флюидальная текстура отличается ориентированным расположением удлиненных кристаллов, например столбиков роговой обманки, что отражает вязкое течение магмы или лавы в процессе застывания, при котором удлиненные кристаллы, как бревна в реке, располагаются своими длинными осями по направлению течения более или менее параллельно друг другу.

Флюидальная текстура может проявляться также в *полосчатости,* характеризующейся различиями в составе или структуре полос.

Некомпактные текстуры характерны для эффузивных пород и связаны с выделением из лавы летучих компонентов, после чего в затвердевшей лаве остаются пустоты округлой или миндалевидной формы.

Если пустоты мелкие (до нескольких миллиметров), образуется *пористая,* более крупные — *пузырчатая текстура*. В особо благоприятных условиях пары и газы могут

вспенивать лаву, и при застывании образуется *пенистая,* или *пемзовая, текстура,* в которой пустоты по объему преобладают.

Миндалекаменная (мандельштейновая) текстура характерна для эффузивных горных пород и образуется в результате заполнения пор и пустот в затвердевшей лаве вторичными минералами (кварц, халцедон, кальцит, хлорит и др.). Образовавшиеся миндалины обычно выделяются своим более светлым цветом на фоне темно-серой или черной породы. От вкрапленников миндалины отличаются округлой или миндалевидной формой. Горные породы с миндалекаменной текстурой называют мандельштейнами.

2. 3. Классификация магматических горных пород по химическому и минеральному составам

В основу классификации магматических горных пород положены химический и минеральный составы и структурные особенности пород (см. таблицу).

Химический анализ магматических горных пород показывает, что они состоят в основном из восьми оксидов: SiO_2, $A1_2O_3$, Fe_2O_3, FeO, MgO, CaO, Na_2O, K_2O. В значительно меньших количествах присутствуют TiO_2, MnO, P_2O_5, H_2O и некоторые другие. Из главных оксидов только SiO_2 присутствует во всех магматических породах в значительных количествах. Оксид SiO_2 и принят за основу химической классификации изверженных горных пород.

По содержанию кремнезема (оксида SiO_2) магматические породы подразделяют на четыре группы:

- кислые (SiO_2 = 64-78 %),
- средние (SiO_2 = 53-64 %),
- основные (SiO_2 = 44-53 %),
- ультраосновные (SiO_2 = 30-44 %).

Границы между этими группами магматических пород в известной мере являются условными, так как между породами соседних групп существуют постепенные переходы.

Важным показателем для классификации является содержание в магматической породе щелочей. По сумме щелочей (Na_2O + K_2O) выделяют три ряда магматических пород: нормальной щелочности (низкощелочные, известково-щелочные), субщелочные (умеренно-щелочные) и щелочные (с высокой щелочностью).

Границы содержаний суммы щелочей для выделения рядов значительно варьируют в зависимости от группы магматических пород по содержанию оксида SiO_2.

По относительному количеству железисто-магнезиальных силикатов в объемных процентах (M — цветное число) магматические породы подразделяют на ультрамафические (M > 70), мафические (70 > M > 20) и салические (M < 20).

Химический состав магматических пород взаимосвязан с комплексом слагающих их минералов. Минералами — показателями степени кислотности (содержания оксида SiO_2) являются кварц и оливин. Кислые породы отличаются значительным содержанием кварца. Для основных и ультраосновных пород характерен оливин, а кварц может встречаться только как второстепенный (менее 5 %) минерал и макроскопически обычно не виден. Средние по степени кислотности породы, занимая промежуточное положение и по минералогическому составу, являются переходными между кислыми и основными породами. В них выделяют средние кварцевые, переходные к кислым, и средние бескварцевые, переходные к основным породы.

Количество железисто-магнезиальных темноцветных минералов постепенно увеличивается от кислых к основным и ультраосновным породам. Некоторые разности основных и все ультраосновные породы состоят почти на 100 % из цветных силикатов и относятся к ультрамафитам.

Содержание полевых шпатов уменьшается от кислых к основным породам. В кислых и средних породах полевые шпаты развиты широко, в основных — количество их уменьшается, а ультраосновные породы являются бесполевошпатовыми.

Высокая щелочность магматических пород определяется присутствием щелочных минералов, таких как нефелин, калиевый полевой шпат и другие.

Химический и минералогический состав определяют цвет магматической породы: чем кислее порода, тем она светлее, чем основнее — тем темнее. Кислые и средние породы обычно бывают серыми или цветными (розовыми, красными, желтыми), основные — темно-серыми или черными, ультраосновные — черными или темно-зелеными.

Условия образования не оказывают существенного влияния на химический и минеральный состав изверженных пород. Поэтому в классификации по степени кислотности

Классификация магматических горных пород нормальной щелочности

	Группы пород по содержанию SiO_2 (в масс. %)							
	кислые (78-64)		средние (64-53)		основные (53-44)		ультраосновные (44-30)	
	глубинные	излившиеся	глубинные	излившиеся	глубинные	излившиеся	глубинные	излившиеся
Породы нормальной щелочности	Гранит, гранодиорит	Риолит, обсидиан, дацит	Диорит	Андезит	Габбро	Базальт	Дунит, перидотит, пироксенит, горнблендит	Пикрит, коматиит
Породо-образующие минералы	**Кварц,** КПШ, биотит, кислый плагиоклаз В обсидиане, пемзе - стекло		Средний плагиоклаз, роговая обманка, пироксен		Основной плагиоклаз, пироксен, роговая обманка, оливин		Оливин, пироксен, роговая обманка	
Количество кварца	15-40 %		-		-		-	
Цвет излившихся пород		Белый, серый, светлые тона		Темно-серый, коричневый		Черный		Черный
Количество темно-цветных минералов в глубинных породах	10-15 ± 5 %		25 ± 15 %		50 ± 15 %		100 %	

изверженных пород в одну группу объединяют различные по происхождению (интрузивные, эффузивные, жильные), но близкие по химическому и минеральному составу.

Первоначальный минералогический состав магматических пород может заметно меняться в результате вторичных изменений.

Магматические горные породы весьма разнообразны, но лишь немногие из них распространены в земной коре широко. Наиболее широко развиты породы основного и кислого состава.

В земной коре среди магматических пород *около 70 %* составляют *основные* породы, а *кислые* и *средние* вместе — *около 30 %*. На ультраосновные породы приходится незначительная доля процента.

При этом среди эффузивов самыми распространенными являются лавы основного состава (базальты), а среди интрузивных образований — кислые породы (граниты и гранодиориты).

Среди всех типов по степени кислотности (кислые, средние и т. д.) наиболее широко распространены магматические породы нормальной щелочности (известково-щелочные). Однако субщелочные и щелочные породы хотя и развиты меньше, но не являются редкими.

В таблицах приводится характеристика наиболее часто встречающихся разновидностей глубинных (плутонических) и эффузивных пород.

Порядок описания интрузивных пород.

1. Цвет.
2. Структура (по степени кристаллизации, по относительному размеру зерен и для равно-, полнокристаллических по абсолютному размеру зерен).
3. Текстура.
4. Минералогический состав в процентах.
5. Характеристика каждого из минералов, входящих в состав породы (размер и форма зерен, цвет, спайность, излом, блеск).
6. Вывод: название породы, условия образования, группа по степени кислотности и щелочности.
7. Эффузивный аналог.

Порядок описания эффузивных пород.

1. Цвет.
2. Структура (по степени кристаллизации, по относительному размеру зерен).
3. Текстура.
4. Соотношение основной массы и вкрапленников в процентах.
5. Характеристика основной массы (цвет, особенности).
6. Характеристика вкрапленников (цвет, форма и размер зерен, спайность, блеск, излом, вторичные изменения).
7. Вывод: название, условия образования, группа по степени кислотности и щелочности.
8. Глубинный аналог.

После нескольких лабораторных занятий проводится контрольная работа для проверки и закрепления полученных знаний.

Часть 3

МЕТАМОРФИЧЕСКИЕ ГОРНЫЕ ПОРОДЫ

3.1. Общие сведения о метаморфизме

Горные породы после формирования могут попасть в такую геологическую обстановку, которая будет существенно отличаться от обстановки образования породы и на нее будут оказывать влияние различные эндогенные силы: тепло, давление (нагрузка) вышележащих толщ, глубинные флюиды, растворы и газы, вода, водород, углекислота и др. Изменение магматических и осадочных пород в твердом состоянии под воздействием эндогенных факторов и называется **метаморфизмом**. Преобразованию могут подвергаться любые горные породы: осадочные, магматические и ранее образовавшиеся метаморфические. В физико-химических условиях, отличных от тех, в которых образовались горные породы, происходит изменение их минерального состава, структуры и текстуры. Изменение минерального состава при метаморфизме может протекать **изохимически**, т. е. без изменения химического состава метаморфизуемой породы, и **метасоматически**, т. е. со значительным изменением химического состава метаморфизуемой породы за счет привноса и выноса вещества. Особенность метаморфических процессов заключается в том, что они протекают с сохранением твердого состояния системы, без существенного расплавления пород. Лишь при определенных физико-химических условиях метаморфизм сопровождается частичной или полной кристаллизацией исходных пород. Процессы подобного характера объединяются под названием **ультраметаморфизма.**

В зависимости от интенсивности метаморфических процессов наблюдается постепенный переход от слабо измененных, сохраняющих состав и структуру исходных разностей, до глубоко преобразованных пород, первичная природа которых практически утрачена. Метаморфические отложения широко распространены в земной коре.

Метаморфизм - процесс преобразования любых исходных пород под воздействием изменившихся физико-химических условий среды. Он реализуется преимущественно путем перекристаллизации пород без существенного плавления под воздействием меняющихся температур, давлений, газовой (флюидной) среды. Преобразуя свой минеральный состав, порода, таким образом, приспосабливается к изменившимся термодинамическим (Т-Р) условиям.

Название термина происходит от греческого слова metamorpho – преобразование, превращение. Метаморфическим преобразованием могут подвергаться изначально осадочные, магматические и (повторно) метаморфические породы. При этом исходные породы, как правило, после таких преобразований полностью теряют свой первоначальный облик.

Факторами метаморфизма, т. е. непосредственными причинами преобразования пород, являются: давление (Р), температура (Т), а также растворы и газы (флюиды), пронизывающие толщи горных пород.

Давление при метаморфических преобразованиях может быть обусловлено рядом причин: давлением нагрузки вышележащих толщ (литостатическим - Рл), динамическим давлением тектонического движения (стрессовым - Рс), давлением движущейся магмы (Рм), а также давлением поровых (гидротермальных и флюидных) растворов (Рф). Главным среди отмеченных причин следует считать тектоническое или стрессовое давление, способное достигать десятков тысяч атмосфер и распространяться на огромные пространства. При проявлении тектонического или стрессового давления роль нагрузки вышележащих пород может оказаться незаметной, а проявление магматического и порового давления флюидов на таком фоне может повлиять на характер минеральных преобразований лишь локально, в местах их проявления.

Температура метаморфических преобразований могут быть обусловлены

несколькими причинами и достигать уровней, когда порода начинает плавиться, т. е. 1000 - 1200 °С. Всегда существует температурный фон, обусловленный глубиной погружения пород, т. е. геотермическим градиентом (Тг), составляющим обычно около 30°/1 км. Однако основные тепловые превращения в породе осуществляются за счет тектонических подвижек (Тс), а также нередко сопровождающих такие движения аномальных глубинных тепловых потоков (Тф). На контакте с магматическими породами преобразование осуществляется за счет прогрева пород очагом остывающей магмы (Тм).

Гидротермальные растворы и флюиды, которые способны привносить или выносить различные химические компоненты, могут влиять на характер минералообразования, создавать специфическую окислительную или восстановительную (Eh), а также кислую либо щелочную (pH) среды.

Глубинные флюиды насыщены, прежде всего, парами воды и углекислоты, а также более редкими соединениями водорода, хлора, фтора и др.

3.2. Типы метаморфизма

В зависимости от сочетания упомянутых выше факторов выделяются те или иные типы метаморфизма. Наиболее простая схема типов метаморфизма, выделяющихся в зависимости от термодинамических (Р, Т) параметров, показана на рис. 1, а геологические условия их проявления - на рис. 2. Можно говорить о контактовом типе метаморфизма, когда порода преобразуется под преимущественным воздействием температуры, а также динамическом, когда основным фактором выступает давление, и динамотермальном, когда проявляются оба фактора одновременно. Каждый из этих типов обладает своими специфическими геологическими условиями проявления (рис. 2).

Контактовый тип метаморфизма проявляется в породах обрамления магматических тел, на контакте с ними, поэтому он называется контактовым. Температура магматических тел колеблется в интервале 800-1200° С, а вмещающие породы, разогретые первоначально за счет геотермического градиента, могут быть относительно «холодным». Ширина зоны (ореол) контактового метаморфизма зависит, главным образом, от объема магматического очага и может достигать нескольких километров. Если вмещающая порода разогрета жильным магматическим телом (пегматитовая жила, дайка гранитоидов и т. д.), то прогретой бывает лишь узкая полоса в несколько метров.

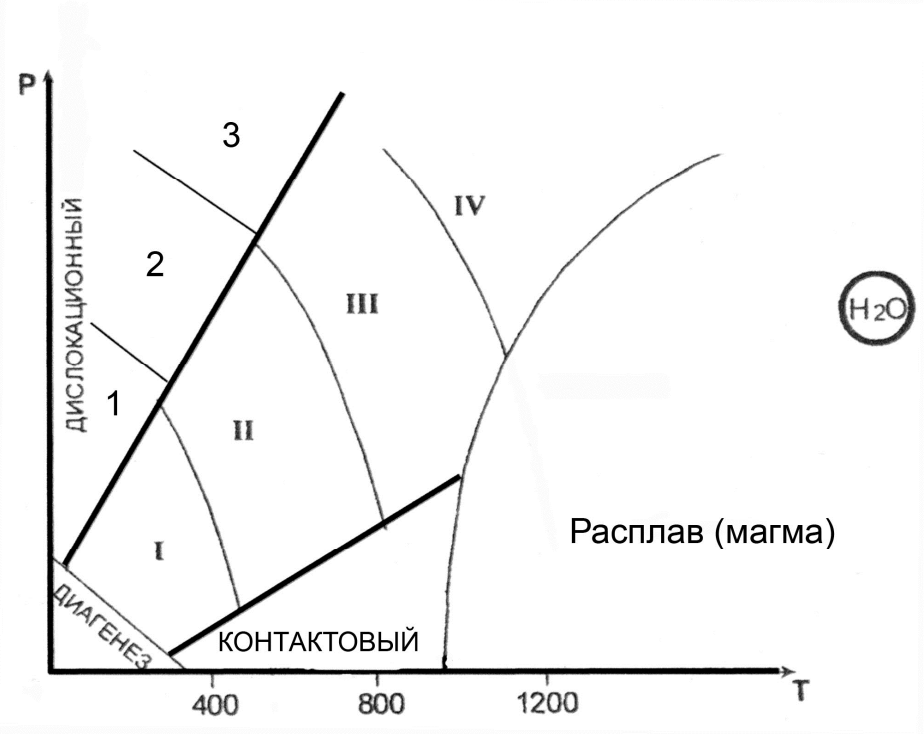


Рис. 1. Типы метаморфизма

Фации умеренного давления: I – зеленосланцевая, II – Эпидот-амфиболитовая, III – амфиболитовая, IV – гранулитовая

Фации высокого давления: 1– глаукофановая, 2 – дистен-мусковитовых сланцев и дистеновых гнейсов, 3 – эклогитовая

Весьма существенную роль при контактовом метаморфизме играет химический состав магмы и вмещающих пород, а точнее, контрастность состава между ними. В случае резкого контраста между многокомпонентной магмой и вмещающими породами на их контакте протекают диффузионные процессы взаимного проникновения, меняющие как состав внешней оболочки магматического тела, так и состав вмещающих пород. Такой процесс перекристаллизации пород, протекающий с существенным изменением их первичного химического состава, называется **метасоматозом**. Обычно метасоматоз сопровождается интенсивной гидротермальной и флюидной проработкой, способствующей привносу и выносу химических компонентов. Типичными представителями таких контактово-метасоматических процессов (на границе между силикатными магмами и известняками) являются скарны. С другой стороны, в случае, если силикатная магма находится в контакте с близкими ей по химическому составу вмещающими породами, то формируются роговики - прогретые и перекристаллизованные продукты метаморфизма первичных пород без проявления метасоматоза.

Дислокационный метаморфизм протекает в условиях высокого стрессового давления, под воздействием тектонических движений по крупным разрывным нарушениям (разломам). При этом происходит дробление пород с

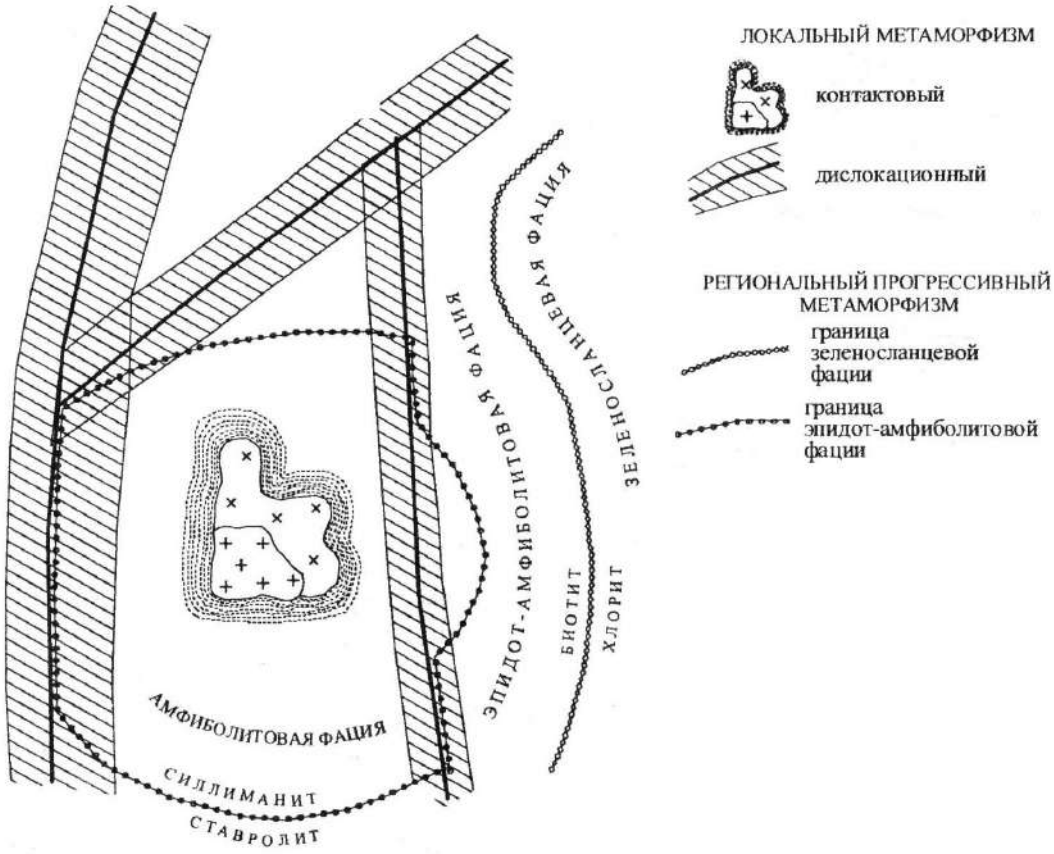


Рис. 2. Схематическая карта метаморфизма

образованием структур катаклаза, а под действием проникающих в ослабленные зоны флюидов (гидротермальных растворов), горные породы подвергаются частичной или полной перекристаллизации и цементации.

Новообразованными минералами - индикаторами высоких давлений являются кианит, глаукофан, пироп, омфацит (пироксен), алмаз. Эти минералы фиксируют давления больших глубин, где всегда имеется и некоторый температурный фон, создаваемый геотермальным градиентом. В приповерхностных условиях можно наблюдать и неперекристаллизованные брекчии, милониты, филлониты.

Процессы контактового и дислокационного типов метаморфизма протекают в ограниченных пространствах, т. е. развиваются локально. Контактовый метаморфизм проявляется в виде узкой полосы вокруг магматических тел, а дислокационный – такой же полосой сопровождает тектонические трещины, в связи с чем эти два тип метаморфизма объединяются под общим названием **локальный метаморфизм** (рис. 3).

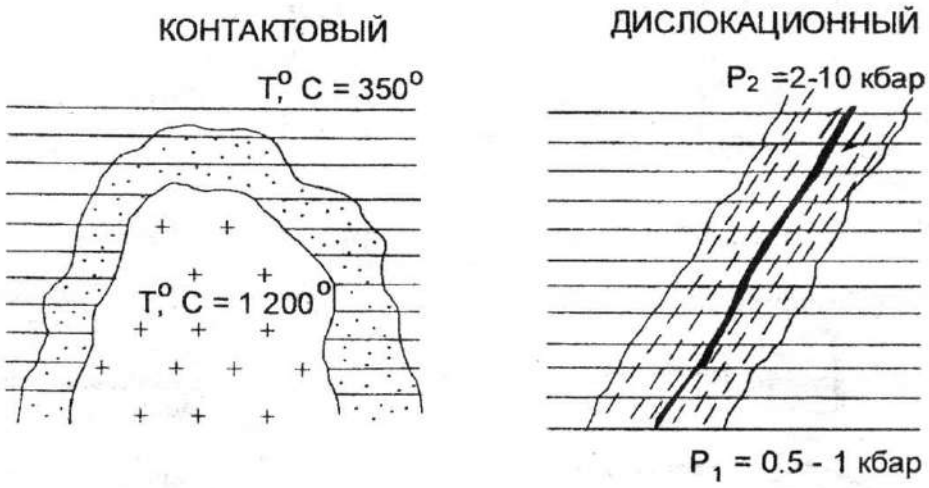


Рис. 3. Локальные типы метаморфизма

В противоположность локальному выделяют **региональный метаморфизм.** Региональный метаморфизм – широкомасштабный процесс, охватывающий огромные территории в пределах подвижных поясов земной коры. Главными его факторами являются температура и давление, а также воздействие воды и углекислоты, содержащихся в исходных породах и способствующих ходу химических реакций. Преобразование горных пород, происходящее на глубине без существенного плавления и метасоматоза, сопровождается перекристаллизацией и развитием новых минералов в условиях расплющивания и пластического течения вещества, что приводит к появлению характерной для метаморфических образований ориентированности (параллельному расположению) минеральных зерен. Породы регионального метаморфизма имеют наиболее широкое распространение.

Метасоматоз контактовый – процесс метасоматического изменения горных пород в контакте с интрузивными телами. При метасоматозе возникают как экзометасоматиты, то есть контактовоизмененные вмещающие породы под воздействием внедрившихся в них интрузий, так и эндометасоматиты, являющиеся продуктами изменения самих интрузивных образований при биметасоматических реакциях. Температурный режим этих процессов изменяется от 900 до 300-200 ºС. Примерами контактового метасоматоза могут служить скарнообразование, грейзенизация и пр.

1.2. Фации метаморфизма

В зависимости от параметров метаморфизма и минерального состава образующихся пород выделяют **фации метаморфизма**, понимая под этим термином совокупности горных пород, минеральный состав которых находится в равновесии при данных условиях метаморфизма.

Для метаморфических пород, в соответствии с типами метаморфизма, выделяют две группы фаций:

- фации умеренных давлений (региональный метаморфизм);

- фации высокого давления (дислокационный метаморфизм).

Метаморфические породы **умеренных давлений** подразделяются на четыре фации. По мере возрастания P-T условий регионального метаморфизма выделяют: 1 – зеленосланцевую фацию; 2 – эпидот-амфиболитовую фацию; 3 – амфиболитовую фацию; 4 – гранулитовую фацию. Название фации определяется по типичной породе, сложенной определенной ассоциацией минералов. В области термодинамических условий гранулитовой (иногда амфиболитовой) фации в породе может отмечаться частичное плавление, такое преобразование называют ультраметаморфизмом. Это переходная зона от метаморфизма к магматизму, сложенная мигматитами.

Фация зеленых сланцев (зеленосланцевая) соответствует наиболее низкотемпературной ступени регионального метаморфизма и объединяет породы, сформировавшиеся в температурном интервале 250-450 °C при давлении от 1,5 до 3 кбар. Широкое развитие минералов зеленого, светло-зеленого цвета (хлорита, актинолита, серицита, талька и др.) определило название фации.

Эпидот-амфиболитовая фация отвечает более высокотемпературной ступени регионального метаморфизма (T = 450-600 °C, P = 3-6 кбар) и поэтому характеризуются заменой низкотемпературных минералов более высокотемпературными. Граница прорисована линией исчезновения хлорита и замещением его биотитом. В этой фации появляется гранат, эпидот, ставролит, роговая обманка и другие. Наиболее широко распространены кристаллические сланцы с гранатом, биотитом, мусковитом, ставролитом и другие.

Амфиболитовая фация представлена гнейсами, амфиболитами, для образования которых требуются уже значительные температуры и давление (T = 600-800 °C, P = 4-8 кбар). При этих условиях исчезает эпидот, ставролит.

При высоком содержании в породах воды наступает частичное их плавление – анатексис с возникновением гранитного расплава, что приводит к образованию мигматитов.

Гранулитовая фация отличается наиболее интенсивными параметрами метаморфизма (T = 750-1100 °C, P = 6-11 кбар). Такие условия создавались на больших глубинах, на ранних стадиях развития Земли – архейского и протерозойского эонов. Породы, сформированные в условиях этой фации, почти полностью лишены воды; гидроксилсодержащие минералы в них содержатся редко.

В условиях дислокационного метаморфизма выделяются **фации высокого давления,** которые локализуются в глубинных узких тектонических зонах, формируются в условиях повышенного давления (до 10-20 кбар) и температурах 300-800 °C.

Глаукофановая фация является наиболее низкотемпературной и в этом отношении сопоставимой с зеленосланцевой фацией. Эта фация характеризуется развитием различных сланцев, в которых обычно присутствует хлоритоид, фенгит, парагонит, глаукофан.

Фация дистен-мусковитовых сланцев и дистеновых гнейсов соответствует примерно интервалам температур эпидот-амфиболитовой фации умеренных давлений, но наряду с минералами, свойственными указанной фации появляются новые минералы, индикаторы высокого давления – дистен, омфацит, глаукофан, пироповый гранат, парагонит и ряд других

минералов. Обычными породами этой фации являются дистен-мусковитовые (парагонитовые) сланцы и более высокотемпературные дистеновые гнейсы.

Эклогитовая фация включает весьма своеобразные породы, называемые эклогитами. Главными минералами эклогитов является пироксен (омфацит) и гранат (пироп).

3.3. Особенности минерального состава метаморфических горных пород

Широкий диапазон термодинамических условий проявления метаморфизма обусловил большое разнообразие минерального состава пород. Кроме того, этот набор минералов зависит от состава исходных пород. Сам механизм перекристаллизации пород, протекающий в твердом виде, представляет собой сложный процесс замещения одних минералов (неустойчивых при новых Р-Т- условиях) другими, более устойчивыми. При этом важную роль играют поровые флюиды как катализаторы реакций замещения.

Кроме упоминавшихся минералов, входящих в состав магматических пород, выделяется группа минералов, характерных преимущественно для метаморфических пород.

Тальк – низкотемпературный чешуйчатый минерал, возникающий при гидротермальной проработке магнезиальных пород. Мягкий, с жирным блеском.

Хлорит – низкотемпературный чешуйчатый минерал часто с зеленоватым оттенком. Образуется при гидротермальной проработке основных пород.

Серпентин – возникает как продукт гидротермальной проработки ультраосновных пород. Не обладает четко выраженной формой (иногда образует волокнистые агрегаты), серого с зеленоватыми оттенками цвета.

Серицит – низкотемпературная, мелкочешуйчатая, наиболее гидроксилнасыщенная разновидность слюды - мусковита. Присутствие в породе серицита обусловливает ее шелковистый блеск.

Эпидот – образует призматические кристаллы, лучистые или зернистые агрегаты. Цвет светло-зеленый. Блеск сильный стеклянный.

Гранат – кристаллы изометричные в виде ромбододекаэдров, реже зернистые агрегаты. Цвет – от коричневого до красного. Макроскопически легко узнается по характерному облику кристаллов и цвету.

Актинолит – низкотемпературная разновидность роговой обманки. Образует волосовидные, тонколучистые неориентированные агрегаты. Цвет светло-зеленый.

Глаукофан – разновидность роговой обманки, образующаяся при высоких давлениях. Образует тонколучистые агрегаты. Цвет густо фиолетовый до черного.

Ставролит – кристаллы в виде коротких ромбического сечения призм, характерные двойники, напоминающие прямой или косой (угол 60°) крест. Цвет коричневый, красно-бурый до черного. Легко узнается по цвету и двойниковым формам.

Дистен (кианит) – кристаллы длинные, уплощенные. Имеет анизотропию твердости. Цвет голубой или синий.

3.4. Текстуры и структуры метаморфических горных пород

Текстуры и структуры метаморфических пород зависят от специфических физических условий их образования. Эти условия отличаются от термодинамических параметров кристаллизации магматических пород, для которых действует в полной мере известный закон Паскаля, обеспечивающий при любом направленном тектонических движений одинаковое давление во все стороны. Этим условием обеспечивается повсеместная массивная текстура глубинных магматических пород. Слюды в гранитах, например, благодаря действию закона Паскаля, не ориентированы в одном направлении.

Метаморфические процессы не достигают условий плавления, поэтому породы изменяются в твердом или пластичном состоянии, когда закон Паскаля работает лишь частично или не проявляется вовсе. Для регионального метаморфизма, например, ориентированное давление влияет на форму возникающих минералов, а также на их параллельную или субпараллельную ориентировку. Поэтому у низкотемпературных продуктов регионального метаморфизма отмечаются, как правило, **сланцеватые текстуры** с параллельным и субпараллельным расположением вытянутых, уплощенных или чешуйчатых минералов.

С повышением температуры, в условиях амфиболитовой фации, когда вещество начинает проявлять пластические свойства, а значит, частично проявляется закон Паскаля, четкая ориентировка удлиненных, уплощенных минералов постепенно исчезает, т. к. давление становится, до определенной степени, всесторонним. Такая текстура со слабо выраженной ориентировкой минералов называется **гнейсовой,** по названию главного и типичного представителя пород амфиболитовой фации - гнейса.

Максимальное проявление закона Паскаля достигается в условиях гранулитовой фации, поэтому ее продукты не несут следов ориентировки минералов, а текстура называется **массивной** как у глубинных магматических пород.

Так как региональный метаморфизм протекает в условиях тектонического давления, то сланцеватые текстуры могут усложняться мелкой складчатостью. Тогда такая текстура называется плойчатой. Нередко метаморфические процессы высокотемпературных фаций сопровождаются расслоением первично однородной массы на слои контрастного минерального состава. Образуются темно-окрашенные (с амфиболом, слюдами) и светлоокрашенные (с кварцем, полевым шпатами) слои. В этом случае говорят о **полосчатой** текстуре пород.

Более широкий диапазон текстур характерен для продуктов локального (контактового и дислокационного) метаморфизма. Для скарнов, роговиков, березитов, лиственитов, мраморов, образующихся при контактовом метаморфизме без проявления тектонического (стрессового) давления, наиболее часто отмечается **массивная** текстура, хотя может встречаться пористая, ноздреватая, пятнистая и другие.

Структурные особенности метаморфических пород также в существенной степени определяются Р-Т условиями среды минералообразования. Очевидно, что в условиях полной анизотропии среды, когда относительно «холодная» твердая порода подвергается тектоническому направленному сжатию, легче кристаллизоваться и расти чешуйчатым минералам, которые относительно легко могут наращивать свой размер вкрест, перпендикулярно вектору давления. В то же время в условиях изотропной среды гранулитовой фации, когда давление становится всесторонним, возникают благоприятные условия для кристаллизации изометричных, объемных минералов.

Так как для метаморфических процессов отмечается тесная обусловленность внешними факторами формы минералов, эта особенность заложена в понятие структуры (в противоположность магматическим и осадочным породам, где в понятие структуры вкладывается не форма, а размер минералов, зерен и т. д.). Форма минералов, а значит и структура породы, совместно с ее текстурными особенностями позволяют восстанавливать Р-Т условия образования продуктов метаморфизма.

Конкретные названия структур определяются несколькими латинскими названиями упомянутых форм минералов: лепидос - чешуйка; нематос - нить, иголка; гранос - зерно. Кроме того, следует помнить, что метаморфизм – процесс постоянного обновления минерального состава породы, все минералы вновь выросшие, возникшие. Этот процесс называется бластезом (от греческого «бластос» – росток). В итоге структуры продуктов регионального метаморфизма, в зависимости от формы слагающих ее минералов, могут называться: лепидобластовая, гранобластовая, нематобластовая, либо более сложными комбинированными названиями: лепидо-гранобластовая, немато-гранобластовая или лепидо-немато-бластовая т. д.

Гранобластовая структура чаще отмечается для пород амфиболовой и гранулитовой фаций метаморфизма при наличии зерен изометричной формы кварца, полевых шпатов, гранатов, карбонатов и др.

Лепидобластовая характерна обычно для зеленосланцевой фации при обилии чешуйчатых, листоватых минералов – серицита, мусковита, биотита, хлорита, талька, серпентина.

Нематобластовая в чистом виде встречается редко (амфиболиты, актинолитовые сланцы) и отличаются наличием минералов игольчатой, длиннопризматической формы (эпидот, роговая обманка, актинолит, кианит, рутил).

Иногда в породе отмечаются разнозернистые агрегаты, когда один из новообразованных минералов резко выделяется по размеру среди остальных. В этом случае можно говорить о **порфиробластовой** структуре.

Значительно меньшую информацию об условиях образования несут структуры контактового метаморфизма, продукты которого чаще всего обладают **кристаллобластовыми** структурами.

Среди пород регионального метаморфизма имеется два характерных исключения. В зависимости от Р-Т условий различные формы минералов возникают лишь в том случае, если в исходном химическом составе имелись в наличии необходимые породообразующие компоненты, позволяющие строить все многообразие решеток минералов (чешуйчатых, игольчатых, зернистых). Среди осадочных пород известны две мономинеральные, а значит простые по составу, образования - известняки ($CaCO_3$, $MgCO_3$) и кварцевые пески (SiO_2). При метаморфизме эти простые по составу породы не способны формировать игольчатые, чешуйчатые и другие, кроме зернистых, формы. Поэтому известняки при метаморфизме переходят в мономинеральную (с одним кальцитом) породу – мрамор с возможным укрупнением зерна по мере роста температуры. Аналогично ведут себя кварцевые пески, которые способны образовать только зернистый агрегат кварцита. Так как отмеченные породы не способны реагировать на давление изменением формы зерен, то для них, обычно, трудно восстановить тип метаморфизма – региональный или контактовый.

3.5. Методика выполнения лабораторной работы

Основная цель лабораторной работы – знакомство с метаморфическими горными породами, их текстурно-структурными особенностями, минеральным составом. Студенты должны научиться определять продукты разных типов метаморфизма (регионального, термального и дислокационного) и, при возможности, устанавливать их исходный состав (эдукт).

Выполнение лабораторных работ проводится в определенной последовательности: вначале определяется текстура породы, позволяющая устанавливать тип метаморфизма; затем исследуются структурные особенности, по которым восстанавливают термодинамические условия проявлений метаморфизма (фации – для продуктов регионального метаморфизма), которые уточняются после диагностики минерального состава породы. По совокупности полученных сведений о метаморфической породе делаются выводы об исходной породе (эдукте).

Описание пород ведется в следующей последовательности: цвет породы, текстура, структура, минеральный состав. По совокупности всех описанных признаков студент должен определять тип метаморфизма, фациальный уровень (Р-Т- условия), и при возможности предположить возможный состав эдукта.

Часть 4

ОСАДОЧНЫЕ ГОРНЫЕ ПОРОДЫ

4.1. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ОСАДОЧНЫХ ГОРНЫХ ПОРОДАХ

4.1.1. Литогенез

Формирование осадочных пород представляет собой сложный и длительный процесс, связанный с экзогенными процессами. В образовании осадочных пород выделяют следующие стадии: 1) образование исходного осадочного материала; 2) перенос осадочного материала; 3) накопление осадка (седиментогенез); 4) преобразование осадка в осадочную породу (диагенез); 5) изменение осадочной породы до начала метаморфизма или начача выветривания (катагенез). Процесс формирования осадочной породы, начиная от образования исходного материала и заканчивая превращением осадка в породу, носит название литогенеза. Крупный вклад в изучение этого процесса внесли советские учёные Н. М. Страхов, Л. В. Пустовалов, Г. Ф. Крашенинников, Н. Б. Вассоевич, Л. Б. Рухин, Н. В. Логвиненко, Т. А. Лапинская и др.

Исходным материалом осадочных пород служат продукты разрушения магматических, метаморфических и ранее образовавшихся осадочных пород на поверхности Земли. Разрушаются горные породы и входящие в их состав минералы в результате экзогенных процессов, причём основная масса продуктов разрушения образуется в результате выветривания. Под действием поверхностных вод и в меньшей степени ледников и ветра продукты разрушения переносятся к областям седиментации (осадконакопления). Весь этот материал, находящийся на стадии переноса, при соответствующих условиях рельефа и геохимической обстановки может перейти в осадок. При этом начинается третья стадия образования породы - седиментогенез, или накопление осадка. Осаждение частиц может быть временным, когда частицы вновь подхватываются движением среды, или окончательным, когда происходит накопление осадка, т. е. постепенное закрепление частиц на дне.

Подавляющая масса осадков накапливается в конечных водоёмах стока - озёрах и, главным образом, морях. Такие осадки называют субаквальными. В отличие от них осадки, накапливающиеся на суше, вне водной среды, называют субаэральными. В конечных водоёмах стока в зависимости от характера поступающего материала, а также от гидродинамического и гидрохимического режимов формируются осадки трёх типов: обломочные, органогенные и хемогенные. Характерно, что породы биогенного происхождения встречаются только в толщах субаквальных отложений. Субаэральные отложения обычно представлены только обломочными и хемогенными образованиями, отличными по своим свойствам от тех же разностей, сформировавшихся в субаквальных условиях. На стадии седиментогенеза закладываются такие важные свойства осадка, как минеральный состав, размер и форма слагающих его частиц, слоистость. Следующим этапом формирования породы является стадия диагенеза. Диагенез - совокупность процессов, преобразующих осадок в осадочную породу. Свежесформированные осадки обычно образуют рыхлые, сильно обводнённые слои, насыщенные разнообразными химически активными соединениями. Кроме минеральных веществ в осадке присутствует органическое вещество в виде остатков отмерших организмов и живые бактерии.

Только что образовавшийся осадок представляет собой рыхлое или текучее тело, обильно обводненное, богатое микроорганизмами и состоящее из весьма разнообразного материала, частью твердого, частью жидкого и газообразного. Главная особенность свежесформированного осадка - отсутствие равновесия между входящими в его состав реакционноспособными соединениями. Из-за неравномерности свежий осадок представляет собой неустойчивую физико-химическую систему. Так, в осадке имеется

много кислорода и богатых им веществ, здесь же - живые организмы, нуждающиеся в кислороде для своего существования, и органическое вещество, которое способно к окислению и сгоранию. Пропитывающая иловый осадок вода по составу почти не отличается в первый момент от воды наддонной. Эта вода не насыщена карбонатами, кремнеземом, фосфатами и другими компонентами; в то же время в осадке много биогенно осажденных или перенесенных в виде взвеси кальцита, магнезита, кремнезема и других веществ. В состав глинистых минералов в виде примеси входят также поглощенные ими катионы многих металлов.

После фиксации осадка на дне естественно начинается процесс уравновешивания этой системы. Физико-химическое равновесие достигается при процессах обезвоживания, разложения органических остатков, уплотнения и цементации осадков, образования конкреций.

Стадией диагенеза заканчивается процесс собственно формирования осадочной горной породы. Она продолжает существовать в земной коре до тех пор, пока находится в термодинамических условиях, характерных для верхних горизонтов. Однако и здесь осадочная горная порода не остаётся неизменной. Наступает стадия катагенеза. Катагенез — это совокупность процессов, изменяющих осадочную породу в период её' существования до начала метаморфизма или выветривания. В отличие от диагенетических процессов, обусловленных внутренней неуравновешенностью осадка, причиной катагенез является отсутствие равновесия между породой и средой, в которую она попадает в результате прогибания или подъёма участков земной коры. Основными факторами катагенеза являются температура и воздействие подземных вод. В целом процессы катагенеза протекают менее интенсивно, чем диагенетические, но зато чрезвычайно длительны и приводят к заметным результатам, а именно: уплотнению и обезвоживанию, растворению и выносу ряда минералов подземными водами, перекристаллизации минералов в осадочной породе.

4. 1.2. Химический и минеральный составы осадочных пород

Осадочные горные породы состоят из различных по составу и происхождению компонентов: аллотигенных, органических остатков разного типа и вулканогенного материала.

Аллотигенные (привнесённые извне) компоненты составляют основную массу обломочных и некоторых глинистых пород и представляют собой обломки и частицы пород и минералов различного размера. Как правило, в осадочных породах встречаются обломки наиболее устойчивых минералов и пород. Главным образом это кварц, затем следуют полевые шпаты, слюды. пироксены, амфиболы.

Аутигенные (образовавшиеся на месте нахождения) компоненты образуются за счёт выделения минерального вещества из природных растворов или в результате обменных и других реакций либо в воде бассейна осадконакопления, либо в осадочной горной породе. Наибольшее значение из них имеют глинистые минералы, карбонаты, сульфаты, соли, оксиды и гидроксиды Fe, Mn, Al, Si, а также фосфаты. Эти минералы слагают основную массу хемогенных и часть глинистых пород, а также широко распространены в цементах обломочных пород и конкрециях.

Органические остатки. В осадочных горных породах присутствуют органические останки или следы жизнедеятельности организмов. Это обломки раковин или скелетных частей различных животных и растительных организмов. В породах биогенного происхождения органические останки являются преобладающим компонентом, а в некоторых случаях породы целиком сложены ими (ракушняки, известняки, мел и др.).

В значительной части современных осадков присутствует вулканогенный материал в виде обломков вулканического стекла и эффузивных пород. Вулканогенный материал попадает в осадки обычно как примесь вулканического пепла, песка и более крупных

образований при извержениях. При этом название породы состоит из двух слов, например, туфогенный песчаник. Следует иметь в виду, что прилагательное в этом словосочетании (в данном случае «туфогенный») означает, что вулканогенного материале в породе меньше, чем терригенного. В песчанистом туфе меньше терригенного материала, чем вулканогенного.

3.2. Классификация осадочных горных пород

Общепризнанных классификаций осадочных горных пород нет, что связано, прежде всего, с разнообразием процессов и факторов, контролирующих образование осадков. В нашей стране распространением пользуется классификация осадочных пород, предложенная в 1958 г. М. С. Шевцовым, в основу которой положено, с одной стороны, их происхождение, а с другой - их химический и минеральный составы. Упрощенная классификация осадочных пород приведена в виде таблицы.

По генетическим признакам среди осадочных горных пород выделяют три главные группы.

1. Терригенные (обломочные) породы образуются в результате механического разрушения ранее существовавших горных пород и накопления обломочного материала. К ним относят песчаники, гравелиты, конгломераты, а также их не сцементированные и неокатанные разности: пески, гравий, дресву, галечник и щебень. В эту же группу входят глинистые породы, являющиеся продуктом преимущественно химического разрушения пород, а также переотложения глинистых минералов, освободившихся при выветривании глинистых толщ и тончайшего дробления химически стойких минералов.

2. Органогенные породы, которые образуются в результате жизнедеятельности организмов (коралловые постройки) и их отмирания (кости рыб, зубы акул и т. д.). В отдельную группу выделяют каустобиолиты, образующиеся из растительных и животных (планктон) останков, преобразованных под влиянием биохимических, химических и другихгеологических факторов и обладающих горючими свойствами. Это - угли, торф, сапропель и др.

3. Хемогенные породы, образующиеся при химическом разрушении, растворении минералов материнских пород и последующем выпадении новых минералов в осадок из пересыщенных растворов.

Более детальное подразделение осадочных пород в пределах выделяемых генетических групп производится по вещественному и минеральному составам. Терригенные осадочные горные породы по размеру обломков (частиц) подразделяют на грубообломочные (псефиты), песчаные (псаммиты), пылеватые (алевролиты) и глинистые (пелиты). По характеру связи (цементации) обломочного материала их подразделяют на сцементированные и несцементированные (рыхлые).

При классификации органогенных и хемогенных пород определяющим является их химический состав.

3.3. Текстуры и структуры осадочных горных пород

Строение осадочных пород характеризуется текстурой и структурой.

Текстура - это общий рисунок породы, черты ее строения, определяемые способом заполнения пространства, характером сочетания между собой элементарных частиц (минералов, зерен, обломков). Текстура породы формируется с этапа накопления осадка. Возникшие в процессе осадконакопления первичные текстуры отражают состояние среды в момент накопления осадочного материала и результаты её взаимодействия с осадком. Вторичные текстуры возникают в уже сформировавшейся породе при процессах диагенеза и гипергенеза.

'Структура осадочной породы - это особенности её строения, которые определяются размером, формой, степенью однородности составных частей, а также количеством, размером и степенью сохранности органических остатков. Элементы структуры породы формируются на протяжении всех этапов образования и жизни породы.

Важнейшим признаком, характеризующим строение осадочных пород, является их слоистая текстура. Образование слоистости связано с условиями накопления осадков. Любые перемены этих условий вызывают либо изменение отлагающегося материала, либо обстановку в его поступлении, что внешне выражается в появлении слоев.

Классификация осадочных горных пород

ТЕРРИГЕННЫЕ				
Структура	Рыхлые, несцементированные		Сцементированные	Размер, мм
	неокатанные	окатанные		
псефитовая	Глыбы Щебень Дресва	Валуны Галечник Гравий	>50 Конгломераты 10 Гравелит	> 1-10
псаммитовая	Песок		Песчаник	0,1-1,0
алевритовая	Алевриты		Алевролиты	0,01 -ОД
пелиговая	Глины		Аргшшпы	<0,01
ОРГАНОГЕННЫЕ				
Название			Химический состав	
Известняки, мел			CaCOз	
Доломит			CaMg(CQ,)	
Опоки, трепела			SiQz-nHaO	
Сапропелиты, торф, уголь			Органические соединения углерода	
ХЕМОГ ЕННЫЕ				
Название			Химический состав	
Соли галоидные: галит сильвин Соли сернокислые: гипс ангидрит Соли фосфатные: аштит Бурые железняки Бокситы			NaCl KC1 CaS0$_4$-2H20 CaS0$_4$ АЩз • nH$_2$O, Al(OHb A10(OH)	

Слои представляют собой более или менее плоские тела, горизонтальные размеры которых во много раз больше их толщины (мощности), и отделяющиеся друг от друга поверхностями напластования. Слоистая текстура обусловлена чередованием слоев нескольких разностей осадочных пород и может быть вызвана резким изменением размера обломочных частиц и вещественного состава пород либо ориентировкой осадочного материала.

Для осадочных пород характерна также пористая текстура, характеризующая степень её проницаемости. По степени пористости выделяют следующие породы:

микропористые, в которых пористость не заметна на глаз, но устанавливается специальными методами;

мелкопористые, в которых можно различить мелкие частые поры;

крупнопористые - с колебанием размера пор в пределах от 0,5 до 2,5 мм;

кавернозные имеют крупные поры (каверны) на месте выщелоченных раковин и остатков других организмов, а также отдельных частей горной породы.

Для однородных, преимущественно зернистых хемогенных и органогенных пород, характерны массивные текстуры. Все несцементированные осадочные горные породы имеют рыхлую текстуру.

Структура осадочных пород отражает их происхождение. Структуры осадочных пород определяются, главным образом, размером и отчасти формой слагающих их частиц. По величине обломков для терригенных горных пород (мм) выделяют такие структуры, как: галечная (окатанные обломки) - 10 - 100; щебеночная (остроугольные обломки) - 10

- 100; гравийная (окатанные обломки) - 1 - 10 ; дресвяная (остроугольные обломки) — 1-10; псаммитовая -0,1-1; алевролитовая — 0,01 - 0,1; пелитовая - < 0,01.

Для хемогенных пород (известняки, доломит, гипс) характерна кристаллически-зернистая структура. В зависимости от размера слагающих породу зерен выделяют крупнозернистую (преобладают зерна величиной 1,0 -0,5 мм), среднезернистую (0,5 - 0,25 мм), мелкозернистую структуры (0,25 -0,1 мм), иногда, когда порода плохо отсортирована, выделяют разнозернистую структуру.

Оолитовая структура наблюдается в случаях, когда в породе в массовых количествах присутствуют мелкие шаровидные стяжения (оолиты) различного размера (боксит, оолитовый известняк).

Структуры пород, в составе которых большое участие принимают остатки организмов (свыше 20 - 30 % объема породы), определяются степенью сохранности этих останков и их количеством. Выделяются следующие структуры: биоморфная - в случае хорошей сохранности скелетных остатков организмов; детритовая - порода почти полностью состоит из скелетных обломков размером крупнее 0,1 мм.

Осадочные породы имеют самую разнообразную окраску и оттенки. При этом иногда окраска является признаком, характерным для определения этих пород, и зависит: 1) от окраски минералов, слагающих пород; 2) окраски рассеянных в породе примесей и цемента; 3) цвета тончайшей корочки, часто обволакивающей зерна составляющих породу минералов. Белый и светлосерый цвета обычно обусловлены окраской главных минералов осадочных пород (кварца, каолинита, кальцита, доломита и др.) и свидетельствует до некоторой степени о чистоте породы. Темно-серый и черный цвета чаще всего появляются в результате примеси углеродистого вещества и, реже, оксидов и гидрооксидов марганца. Красный и розовый цвета связаны с примесью в породе оксидов железа, а зеленый цвет зависит от примеси закисного железа и присутствия минералов с зеленой окраской - чаще глауконита, реже хлорита и малахита.

4.3. Методика выполнения практической работы

Основная цель практической работы - знакомство с осадочными горными породами, их текстурно-структурными особенностями, минеральным составом.

Правильное определение осадочных горных пород возможно только при полном учете всего комплекса внешних свойств. Подробно должны быть описаны текстура и структура породы, характер слоистости (в случае отсутствия последней это должно быть специально указано), наличие или отсутствие кавернозности и т. д. Необходимо устанавливать и указывать возможно точнее структуру породы со всеми ее особенностями, окраску, твердость, излом, удельный вес и другие признаки, точно определять состав породы. Не менее подробно, чем породу, следует описывать и все инородные включения в нее: органические остатки, конкреции, прожилки, различные выделения, выцветы, примазки и т. д. Полное описание дает возможность установить тип породы и способ ее образования, а тем самым и определить ее.

При описании псефитов следует указывать состав, окраску, величину и характер окатанности обломков, состав и окраску цемента и соотношение в породе обломков и цемента.

Описывая глину, необходимо указать следующие ее внешние признаки: цвет, причем подчеркнуть, в каком состоянии влажности описывается глина; пластичность (глина бывает жирная, пластичная, сухая и песчанистая); характер примесей, часто обусловливающих окраску; структуру; растительные остатки и окаменелости.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.1.16 ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация №1
Геологическая съемка, поиски и разведка твердых полезных ископаемых»

Автор: Стожков Д.С.

Одобрены на заседании кафедры
Электротехники
(название кафедры)
Зав.кафедрой _____
(подпись)
к.т.н., доц. Угольников А.В.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 6 от 19.03.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3
ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА 4
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ 4
Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса 4
Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам 5
Подготовка и написание контрольной работы 6
Подготовка к выполнению и написанию курсовой работы (проекта) 7
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ 8
Подготовка к зачёту 8
Подготовка к экзамену 8

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов – это разнообразные виды деятельности студентов, осуществляемые под руководством, но без непосредственного участия преподавателя в аудиторное и/или внеаудиторное время.

Это особая форма обучения по заданиям преподавателя, выполнение которых требует активной мыслительной, поисково-исследовательской и аналитической деятельности.

Методологическую основу самостоятельной работы студентов составляет деятельностный подход, когда цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, то есть на реальные ситуации, где студентам надо проявить знание конкретной дисциплины, использовать внутрипредметные и межпредметные связи.

Цель самостоятельной работы – закрепление знаний, полученных на аудиторных занятиях, формирование способности принимать на себя ответственность, решать проблему, находить конструктивные выходы из сложных ситуаций, развивать творческие способности, приобретение навыка организовывать своё время

Кроме того самостоятельная работа направлена наобучение студента осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией, заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свой профессиональный уровень.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирование практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитие исследовательских умений;
- получение навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа– планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

В соответствии с реализацией рабочей программы дисциплины в рамках самостоятельной работы студенту необходимо выполнитьследующиевиды работ:

для подготовки ко всем видам текущего контроля:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение курса;
- подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам;
- подготовка к контрольной работе, написание контрольной работы;
- выполнение и написание курсовой работы (проекта);

для подготовки ко всем видам промежуточной аттестации:

- подготовка к зачёту;
- подготовка к экзамену.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов как online, так и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита контрольных и курсовых работ (проектов), защита зачётных работ в виде доклада с презентацией и др.

Текущий контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

Промежуточный контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного для сдачи экзамена / зачёта.

В методических указаниях по каждому виду контроля представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса

Лекционный материал по дисциплине излагается в виде устных лекций преподавателя во время аудиторных занятий. Самостоятельная работа студента во время лекционных аудиторных занятий заключается в ведении записей (конспекта лекций).

Конспект лекций, выполняемый во время аудиторных занятий, дополняется студентом при самостоятельном внеаудиторном изучении некоторых тем курса.Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и дополнительной литературы к дисциплине.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины приведён в рабочей программе дисциплины.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на повторение материала лекций и самостоятельное изучение тем курса:

для овладения знаниями:

- конспектирование текста;
- чтение основной и дополнительной литературы;
- составление плана текста;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- повторная работа над учебным материалом;
- составление таблиц для систематизации учебного материала;
- изучение нормативных материалов;
- составление плана и тезисов ответа на вопросы для самопроверки;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Вопросы для самопроверки приведены учебной литературе по дисциплине или могут быть предложены преподавателем на лекционных аудиторных занятиях после изучения каждой темы.

Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам

Практические занятия по дисциплине выступают средством формированияу студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций, а также умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач.

На практических занятиях происходит закрепление теоретических знаний, полученных в ходе лекций, осваиваются методики и алгоритмы решения типовых задач по образцу и вариантных задач, разбираются примеры применения теоретических знаний для практического использования, выполняются доклады с презентацией по определенным учебно-практическим, учебно-исследовательским или научным темам с последующим их обсуждением.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к практическим занятиям:

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- подготовка публичных выступлений;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;

– рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Лабораторные занятия по дисциплине выступают средством формированияу студентов навыков работы с использованием лабораторного оборудования, планирования и выполнения экспериментов, оформления отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к лабораторным занятиям:

для овладения знаниями:

– изучение методик работы с использованием различных видов и типов лабораторного оборудования;
– изучение правил безопасной эксплуатации лабораторного оборудования;
– работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

– составление плана проведения эксперимента;
– составление отчётной документации по результатам экспериментирования;
– аналитическая обработка результатов экспериментов.

для формирования навыков и умений:

– выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
– оформление отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Подготовка и написание контрольной работы

Контрольная работа – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся. Контрольная работа является средством проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к контрольной работе:

для овладения знаниями:

– чтение основной и дополнительной литературы;
– работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

– работа с конспектом лекций;
– ответы на вопросы для самопроверки.

для формирования навыков и умений:

– решение задач по образцу и вариативных задач;
– выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
– оформление отчётной документации по выполнению контрольной работы.

Контрольная работа может быть выполнена в виде доклада с презентацией.

Доклад с презентацией – это публичное выступление по представлению полученных результатов знаний по определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной теме.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления;
- осуществить сбор материала к выступлению;
- организовать работу с источниками;
- -во время изучения источников следует записывать вопросы, возникающие по мере ознакомления, ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;
- сформулировать возможные вопросы по теме доклада, подготовить тезисы ответов на них;
- обработать материал и представить его в виде законченного доклада и презентации.

При выполнении контрольной работы в виде доклада с презентацией самостоятельная работа студента включает в себя:

для овладения знаниями:

- чтение основное и дополнительной литературы по заданной теме доклада;
- составление плана доклада;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей по теме доклада

для закрепления и систематизации знаний:

- составление плана и тезисов презентации по теме доклада;
- составление презентации;
- составление библиографического списка по теме доклада;
- подготовка к публичному выступлению;
- составление возможных вопросов по теме доклада и ответов на них.

для формирования навыков и умений:

- публичное выступление;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Варианты контрольных работ и темы докладов приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

Подготовка квыполнению и написанию курсовой работы (проекта)

Курсовая работа (проект) – форма контроля для демонстрации обучающимся умений работать с объектами изучения, критическими источниками, справочной и энциклопедической литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать и строить априорную модель изучаемого объекта или процесса, создавать содержательную презентацию выполненной работы.

При выполнении и защите курсовой работы (проекта) оценивается умение самостоятельной работы с объектами изучения, справочной литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать выбранную технологическую схему и принятый тип и количество оборудования, создавать содержательную презентацию выполненной работы (пояснительную записку и графический материал).

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к курсовой работе (проекту):

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- составление плана выполнения курсовой работы (проекта);
- составление списка использованных источников.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа учебно-методическими материалами по выполнению курсовой работы (проекта);
- изучение основных методик расчёта технологических схем, выбора и расчёта оборудования;
- подготовка тезисов ответов на вопросы по тематике курсовой работы (проекта).

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, компоновочных чертежей;
- оформление текстовой и графической документации.

Тематика курсовых работ (проектов) приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Подготовка кзачёту

Зачёт по дисциплине может быть проведён в виде теста или включать в себя защиту контрольной работы (доклад с презентацией).

Тест – это система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

При самостоятельной подготовке к зачёту, проводимому в виде теста, студенту необходимо:

- проработать информационный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора дополнительной учебной литературы;
- выяснить условия проведения теста:количествовопросов в тесте,продолжительностьвыполнения теста, систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с тестом, нужно внимательно и до конца прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов, выбрать правильные (их может быть несколько), на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам.

В процессе выполнения тестарекомендуется применять несколько подходов в решении заданий. Такая стратегия позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант. Не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, а сразу переходить к другим тестовым заданиям, к трудному вопросу можно обратиться в конце. Необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Зачёт также может проходить в виде защиты контрольной работы (доклад с презентацией). Методические рекомендации по подготовке и выполнению доклада с презентацией приведены в п. «Подготовка и написание контрольной работы».

Подготовка к экзамену

Промежуточная аттестация по итогам освоениядисциплиныпроводится в форме экзамена.

Билет на экзамен включает в себя теоретические вопросы и практико-ориентированные задания.

Теоретический вопрос – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность

одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся.

Практико-ориентированное задание – средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по определенной теме.

При самостоятельной подготовке к экзаменустуденту необходимо:

- получить перечень теоретических вопросов к экзамену;
- проработать пройденный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине, при необходимости изучить дополнительные источники;
- составить планы и тезисы ответов на вопросы;
- проработать все типы практико-ориентированных заданий;
- составить алгоритм решения основных типов задач;
- выяснить условия проведения экзамена:количествотеоретических вопросов и практико-ориентированных заданий в экзаменационном билете,продолжительностьи форму проведения экзамена (устный или письменный), систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с экзаменационным билетом, нужно внимательно прочитать теоретические вопросы и условия практико-ориентированного задания;
- при условии проведения устного экзамена составить план и тезисы ответов на теоретические вопросы, кратко изложить ход решения практико-ориентированного задания;
- при условии проведения письменного экзамена дать полные письменные ответы на теоретические вопросы; изложить ход решения практико-ориентированного задания с численным расчётом искомых величин.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С. А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.1.20 ИНЖЕНЕРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ ГРАФИКА

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация
Геологическая съемка, поиски и разведка твердых полезных ископаемых

форма обучения: очная, заочная

Автор: Фролов А. П. к. т. н.

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией факультета
Инженерная графика	Геологии и геофизики
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав.кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Шангина Е. И.	Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 4 от 19.03.2020	Протокол № 7 от 20.04.2020
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург
2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 5
1. ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ 5
2. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЭПЮРА 5
3. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ ЭПЮРА 7
4. ПРИЛОЖЕНИЕ 1 15
5. СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 16

ВВЕДЕНИЕ

Данное пособие предназначено для оказания помощи студентам при выполнении графической работы «Эпюр №1» по курсу «Начертательная геометрия».

Цель работы - научиться строить линию пересечения заданных плоских фигур, определять видимость этих фигур на проекциях.

Графическая работа «Эпюр №1» является первым самостоятельным заданием студента по дисциплине «Начертательная геометрия». Для выполнения этой работы студент должен изучить следующие разделы начертательной геометрии: «Точка и прямая», «Плоскость», «Взаимное положение прямой и плоскости», «Взаимное положение двух плоскостей».

1. ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

Графическая работа «Эпюр №1» выполняется в масштабе 1:1 на формате А3 (297×420 мм). В правом нижнем углу формата А3 студент выполняет основную надпись – форма 1 по ГОСТ 2.104-68. Пример заполнения основной надписи приведен в Приложении I. В левом верхнем углу формата выполняется дополнительная графа 26 (14×70 мм). Пример выполнения графической работы дан в Приложении I.

В соответствии с ГОСТ 2.303-68 задание выполняется следующими типами линий:

- линии видимого контура толщиной S, равной 0,6÷0,8 мм;
- линии построения – сплошные тонкие, толщиной от $\frac{S}{3}$ до $\frac{S}{2}$;
- линии невидимого контура – штриховые, толщиной от $\frac{S}{3}$ до $\frac{S}{2}$;
- следы вспомогательных плоскостей-посредников изображаются разомкнутыми линиями, длиной 8-10 мм, толщиной от 1,5 *S* до 2*S*.

2. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЭПЮРА

Вариант задания включает в себя три различные геометрические плоские фигуры:

- фигура № 1 задана координатами трех точек, фигура № 2 (многоугольник) полностью задана координатами трех точек и оставшимися точками, у которых одна из координат заменяется условием их принадлежности к плоской фигуре № 2;

- фигура № 3 занимает проецирующее положение (фронтально-проецирующее или горизонтально-проецирующее) и задается очерком в виде кольца, серпа, круга или его части.

Выполнение эпюра состоит из графического решения нескольких задач:

1) достроить недостающую проекцию многоугольника;
2) построить проекции линии пересечения треугольника *ABC* и многоугольника;
3) построить проекции линии пересечения: треугольника с плоскостью частного положения; многоугольника с плоскостью частного положения;
4) определить видимость элементов фигур на чертеже, считая фигуры непрозрачными.

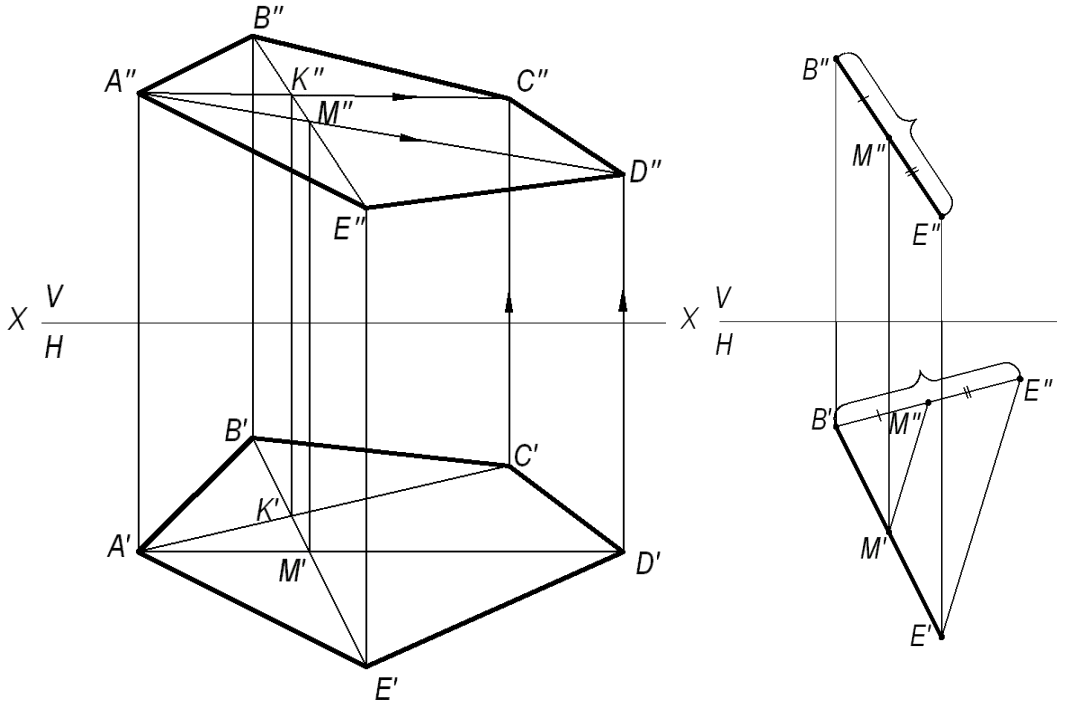
Исходные данные заданы численными значениями координат и сведены в таблицу.

3. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ ЭПЮРА

Для выполнения графической работы студенту необходимо решить ряд задач.

Задача 1. Построение исходного чертежа многоугольника (рис. 1).

Горизонтальная проекция многоугольника *ABCDE* задана полностью, а фронтальная проекция только тремя проекциями точек *A″B″E″*. Необходимо достроить фронтальную проекцию точек *C* , *D*. При построении недостающей проекции заданного многоугольника необходимо соблюдать условие принадлежности точек данной фигуры к плоскости. Чтобы точки *C*, *D* лежали в плоскости, определенной тремя точками *A*, *B* и *E*, необходимо, чтобы они находились на прямых, лежащих в этой плоскости. Этими прямыми являются диагонали *AC*, *AD* и *BE*, горизонтальные проекции которых можно построить (рис. 1*а*).



а) *б*)

Рис. 1. Построение исходного чертежа многоугольника:

а- построение недостающих проекций вершин многоугольника; *б*- пропорциональное деление отрезка *BE*

На фронтальной проекции пятиугольника проводят проекцию диагонали *B″E″*. В плоскости пятиугольника лежат точки пересечения диагоналей *K* и *M*, горизонтальные проекции которых *K′* и *M′* имеются, а фронтальные проекции получаются в результате пересечения линий проекционной связи, проведенных из *K′* и *M′*, с диагональю *B″E″*. По двум точкам строятся фронтальные проекции других двух диагоналей *A″K″* и *A″M″*, на них должны лежать проекции точек *C″* и *D″*, которые определяются по их горизонтальным проекциям.

В случае, если линия совпадает по направлению с линией проекционной связи или круто наклонена к оси проекций, то недостающая проекция точки строится из условия пропорционального деления отрезка: если точка делит отрезок на пропорциональные части, то проекция этой точки делит проекции этого отрезка в том же отношении. На рис. 1*б* нужно построить горизонтальную проекцию точки *M′*. Из проекции точки *B′* проводят линию под углом меньше 90° к *B′E′* и на ней от проекции точки *B′* откладывают отрезки равные *B″M″* и *B″E″*. Соединяют *E′* и *E″* и параллельно этому направлению проводят от М″ линию до пересечения с *B′E′*. Получают искомую горизонтальную проекцию *M′*.

Задача 2. Построить точку пересечения прямой *MN* с плоскостью треугольника *ABC*.

Если прямая линия не параллельна плоскости, то она пересекает эту плоскость в действительной точке (см. рис. 2).

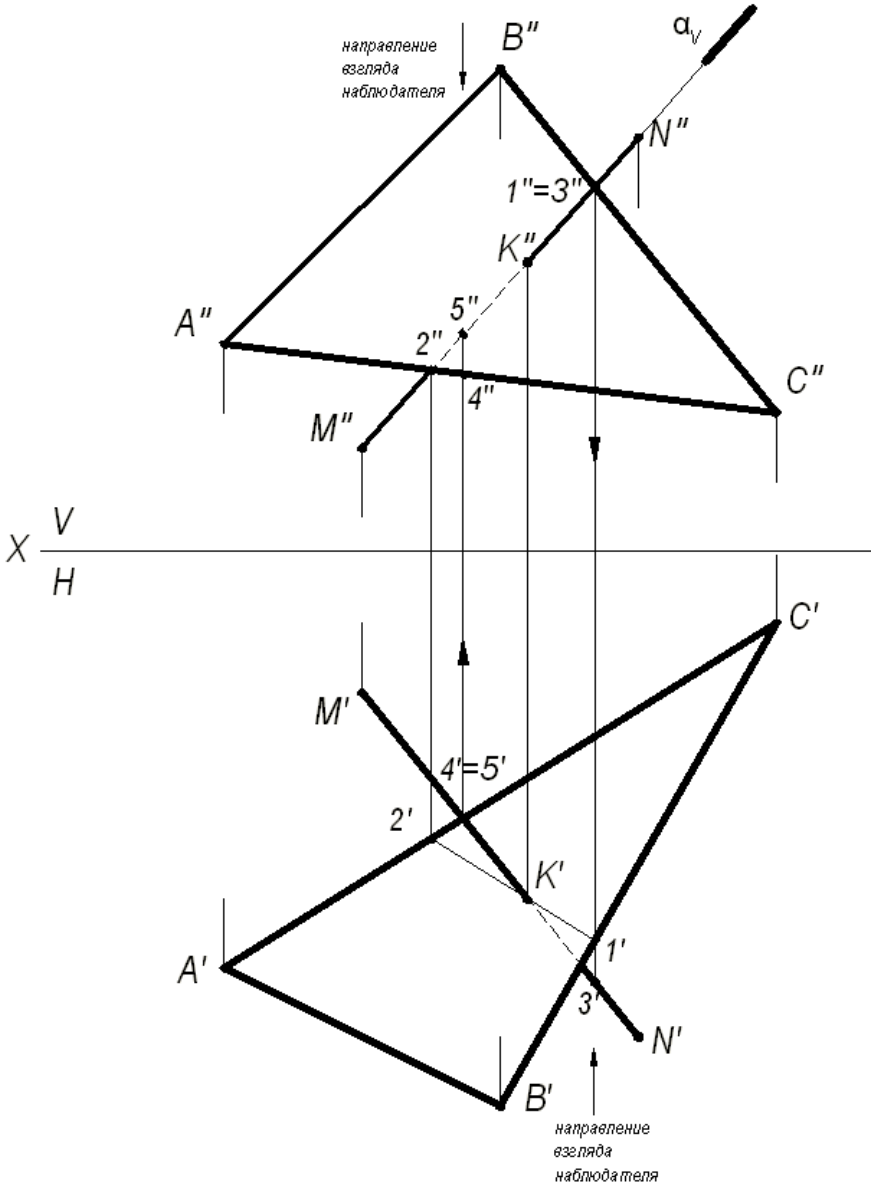


Рис. 2. Построение точки пересечения прямой с плоскостью

Алгоритм решения задачи:

1) Через заданную прямую *MN* проводим вспомогательную плоскость-посредник α, перпендикулярную фронтальной плоскости проекций. Следовательно, на фронтальной плоскости проекций *V* все точки плоскости-посредника α будут проецироваться в прямую линию, совпадающую с фронтальной проекцией прямой *M″N″*.

2) Находим линию пересечения вспомогательной плоскости-посредника α с заданной плоскостью треугольника *ABC*. На чертеже линия (1,2).

3) Находим искомую точку пересечения *K* прямой *MN* с плоскостью треугольника *ABC*. Она определяется как пересечение искомой прямой с найденной линией пересечения вспомогательной плоскости-посредника с плоскостью треугольника *ABC*.

Определение видимости на чертеже.

В начертательной геометрии плоскости считаются непрозрачными, поэтому необходимо на проекциях определить видимость.

Для определения видимости на чертеже используем метод конкурирующих точек, сущность которого заключается в выборе двух скрещивающихся прямых.

Для определения видимости на фронтальной плоскости проекций *V* поступают так. Выбираем две скрещивающиеся прямые *B″C″* и *M″N″*, фронтальные проекции которых пересекаются в точках 1 и 3. По горизонтальной проекции определяем, что проекция точки 3′, лежащая на проекции прямой *M′N′*, будет закрывать проекцию точки 1′, лежащую на проекции прямой *B′C′*, т. к она будет ближе к наблюдателю. На чертеже направление взгляда наблюдателя показано стрелкой. Следовательно, на фронтальной плоскости проекций проекция *M″N″* будет закрывать проекцию *B″C″*. Границей видимости является проекция точки пересечения К″.

Для определения видимости на горизонтальной плоскости проекций *H* выбираем две скрещивающиеся прямые *A′C′* и *M′N′*, горизонтальные проекции которых пересекаются в точках 4′ и 5′. По фронтальной проекции определяем, что проекция точки 5″, лежащая на проекции прямой *M″N″*, будет закрывать проекцию точки 4″, лежащую на проекции прямой *A″C″*, т. к. она будет ближе к наблюдателю. На чертеже направление взгляда наблюдателя показано стрелкой. Следовательно, на горизонтальной плоскости проекций проекция *M′N′* будет закрывать проекцию *A′C′*. Границей видимости является проекция точки пересечения *K′*.

Задача 3. Построение линии пересечения двух плоскостей, одна из которых занимает частное положение.

Даны две плоскости: плоскость ΔABC – плоскость общего положения, плоскость ΔDEK – плоскость частного положения, которая расположена перпендикулярно фронтальной плоскости проекций (рис. 3).

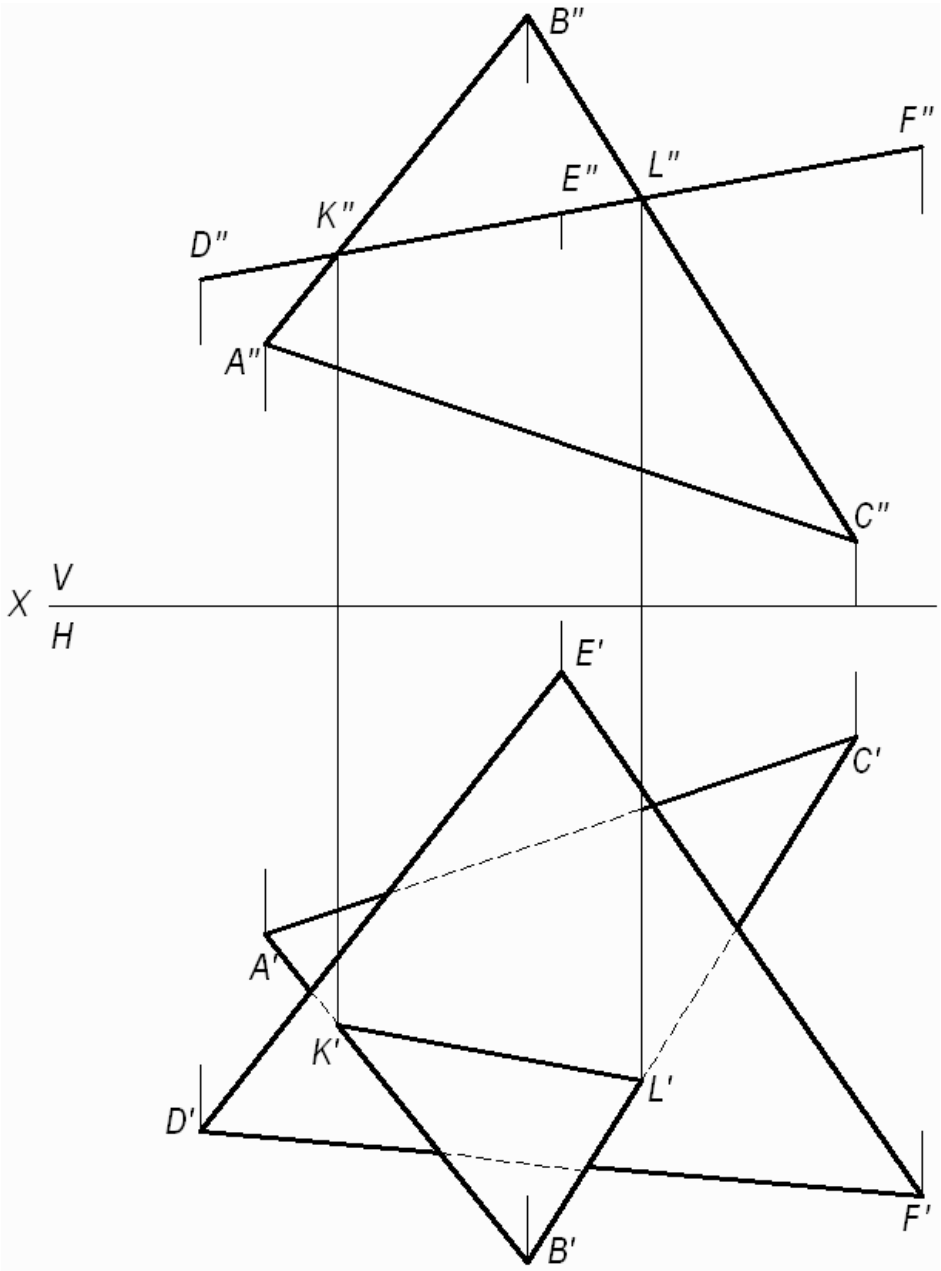


Рис. 3. Построение линии пересечения двух плоскостей, одна из которых занимает частное положение

Фронтальная проекция ΔDEK совпадает с фронтальным следом плоскости и фронтальной проекцией линии пересечения треугольников.

(*KL*) - линия пересечения двух треугольников. Проекции этой линии пересечения – фронтальную и горизонтальную строят исходя из свойства принадлежности точек *K* и *L* сторонам (*AB*) и (*BC)*, соответственно. Видимость треугольников на горизонтальной плоскости проекций определяем методом конкурирующих точек, рассмотренном в задаче 2.

Задача 4. Построение линии пересечения двух плоскостей общего положения.

Даны две плоскости общего положения, заданные треугольниками *ABC* и *DEK*. Построить линию пересечения двух треугольников, определить видимость треугольников на проекциях.

Прямая линия, получаемая при взаимном пересечении двух плоскостей, определяется двумя точками, каждая из которых одновременно принадлежит обеим плоскостям. Общие точки определяются решением основной позиционной задачи начертательной геометрии – построение точки пересечения прямой с плоскостью (см. рис. 2).

Для решения данной задачи проводят вспомогательные плоскости-посредники частного положения (проецирующие плоскости). Решение задачи приведено на рис. 4.

Алгоритм решения задачи:

1. Определяют первую точку линии пересечения двух треугольников – точку *M*.

1.1. Фронтально-проецирующая плоскость α проведена через сторону *DK* и задана на чертеже фронтальным следом α_V.

1.2. Плоскость α пересекает плоскость треугольника *ABC* по прямой (1,2), на чертеже строят две проекции этой прямой.

1.3. Прямая (1,2) пересекает сторону *DK* в точке *M*, строят две проекции точки M'' и M'.

2. Определяют вторую точку искомой линии пересечения двух треугольников – точку *N*.

2.1. Горизонтально-проецирующая плоскость β проведена через сторону *AB* и задана на чертеже горизонтальным следом β_H.

2.2. Плоскость β пересекает плоскость треугольника *DEK* по прямой (3,4), на чертеже строят две проекции этой прямой.

2.3. Прямая (3,4) пересекает *AB* в точке *N*, строят две проекции точки N'' и N'.

Плоскости треугольников *ABC* и *DEK* пересекаются по прямой *MN*.

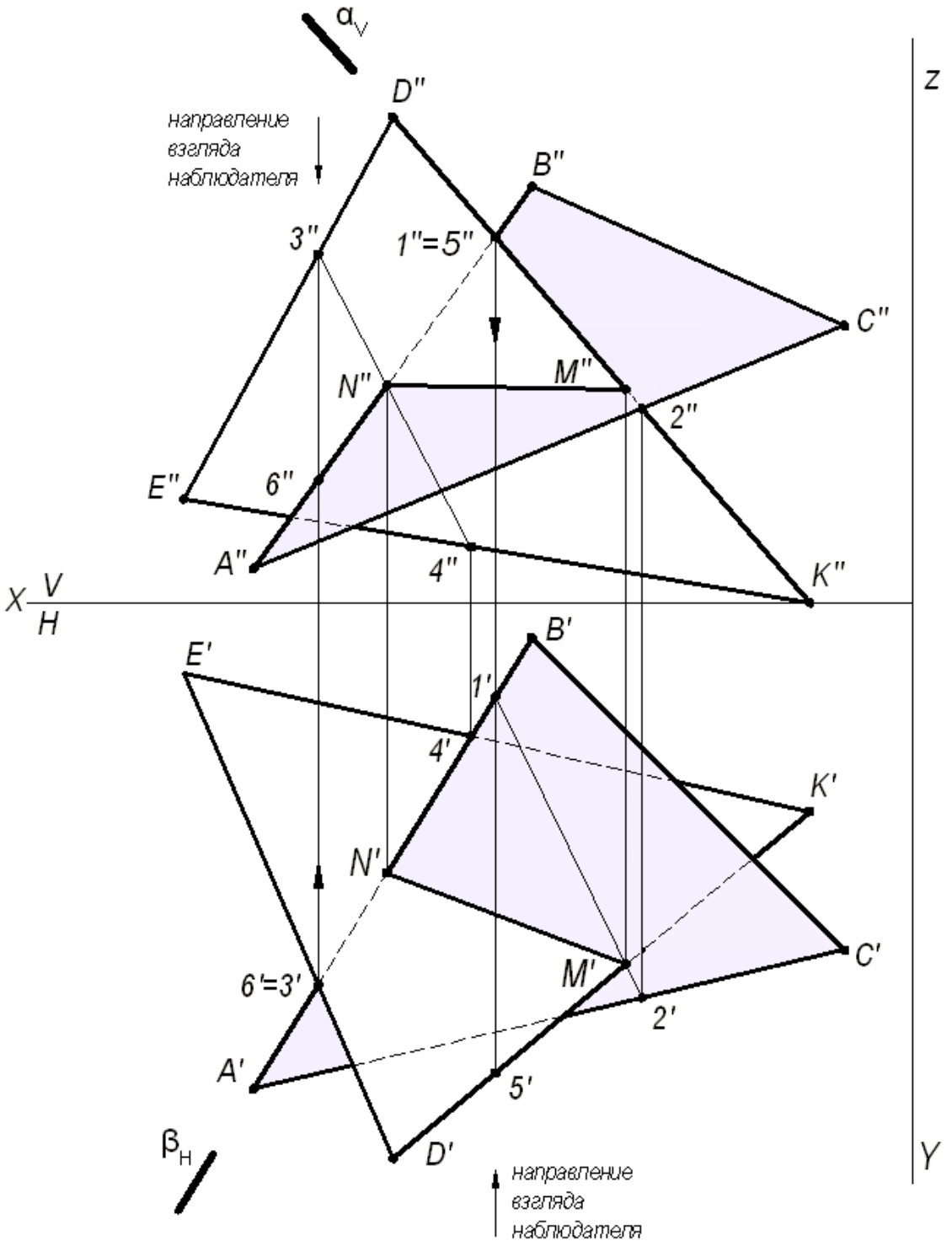


Рис. 4. Построение линии пересечения двух треугольников

3. Видимость плоских фигур на проекциях определяют методом конкурирующих точек.

Для определения видимости на фронтальной плоскости проекций *V* выбираем две скрещивающиеся прямые *D″K″* и *A″B″*, фронтальные проекции которых пересекаются в точках 1″ и 5″. По горизонтальной проекции определяем, что проекция точки 5′, лежащая на проекции прямой *D′K′*, будет закрывать про-

екцию точки 1′, лежащую на проекции прямой $A'B'$, т. к. она будет ближе к наблюдателю. Следовательно, на фронтальной плоскости проекция $D''K''$ будет закрывать проекцию $A''B''$. Границей видимости является проекция линии пересечения $M''N''$.

Для определения видимости на горизонтальной плоскости проекций H выбираем две скрещивающиеся прямые $A'B'$ и $D'E'$, горизонтальные проекции которых пересекаются в точках 3′ и 6′. По фронтальной проекции определяем, что проекция точки 3″, лежащая на проекции прямой $D''E''$, будет закрывать проекцию точки 6″, лежащую на проекции прямой $A''B''$, т.к. она будет ближе к наблюдателю. Следовательно, на горизонтальной плоскости проекция $D'E'$ будет закрывать проекцию $A'B'$. Границей видимости является проекция линии пересечения $N'M'$.

Задача 5. Построить две проекции линии пересечения плоскости α - общего положения, заданной следами и плоскости β - общего положения, заданной параллельными прямыми a и b.

Для решения данной задачи проводят вспомогательные плоскости-посредники частного положения (плоскости уровня), пересекающие заданные плоскости по прямым, недостающие проекции которых легко строятся и пересекаются в пределах чертежа.

Графическое решение задачи приведено на рис. 5.

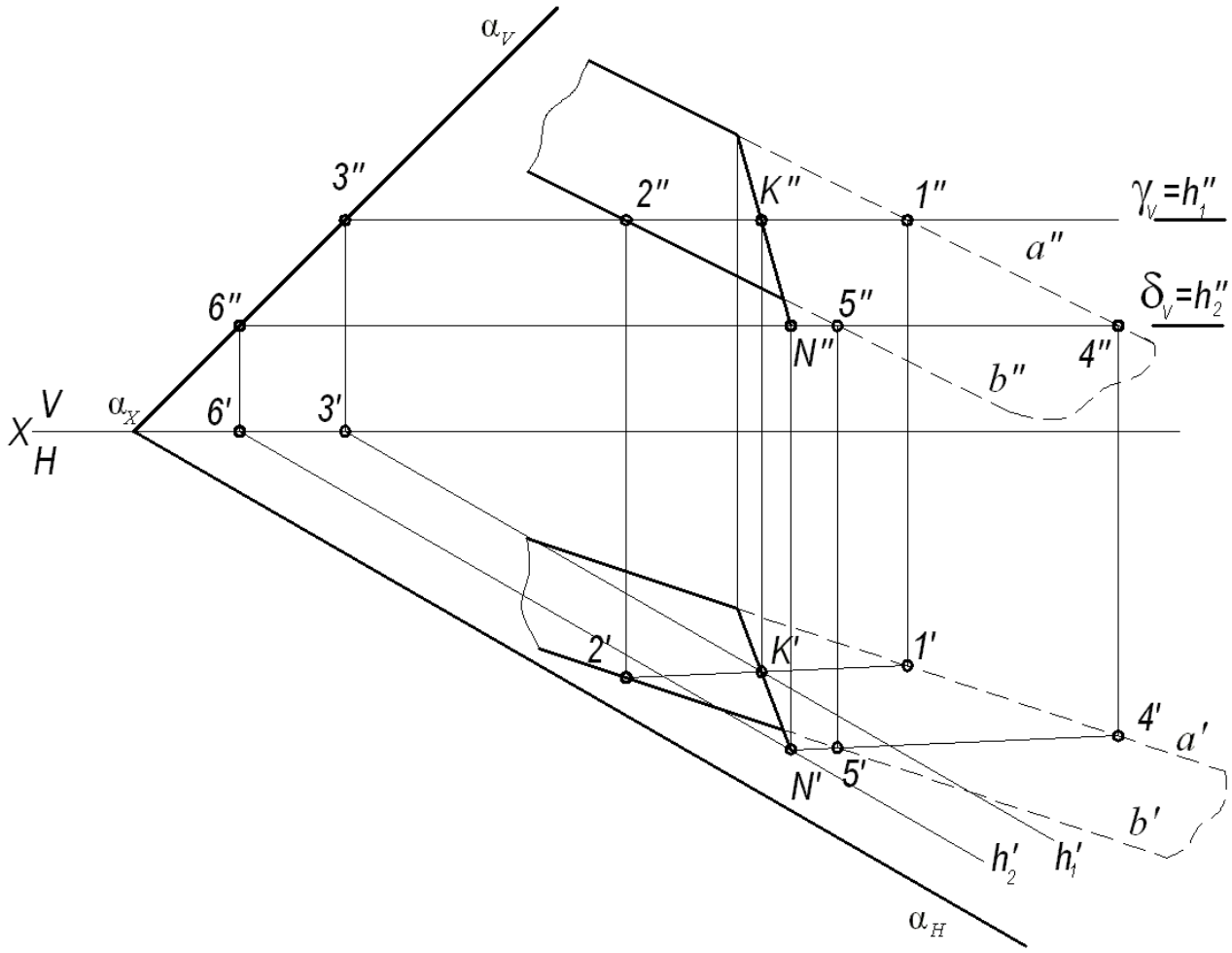
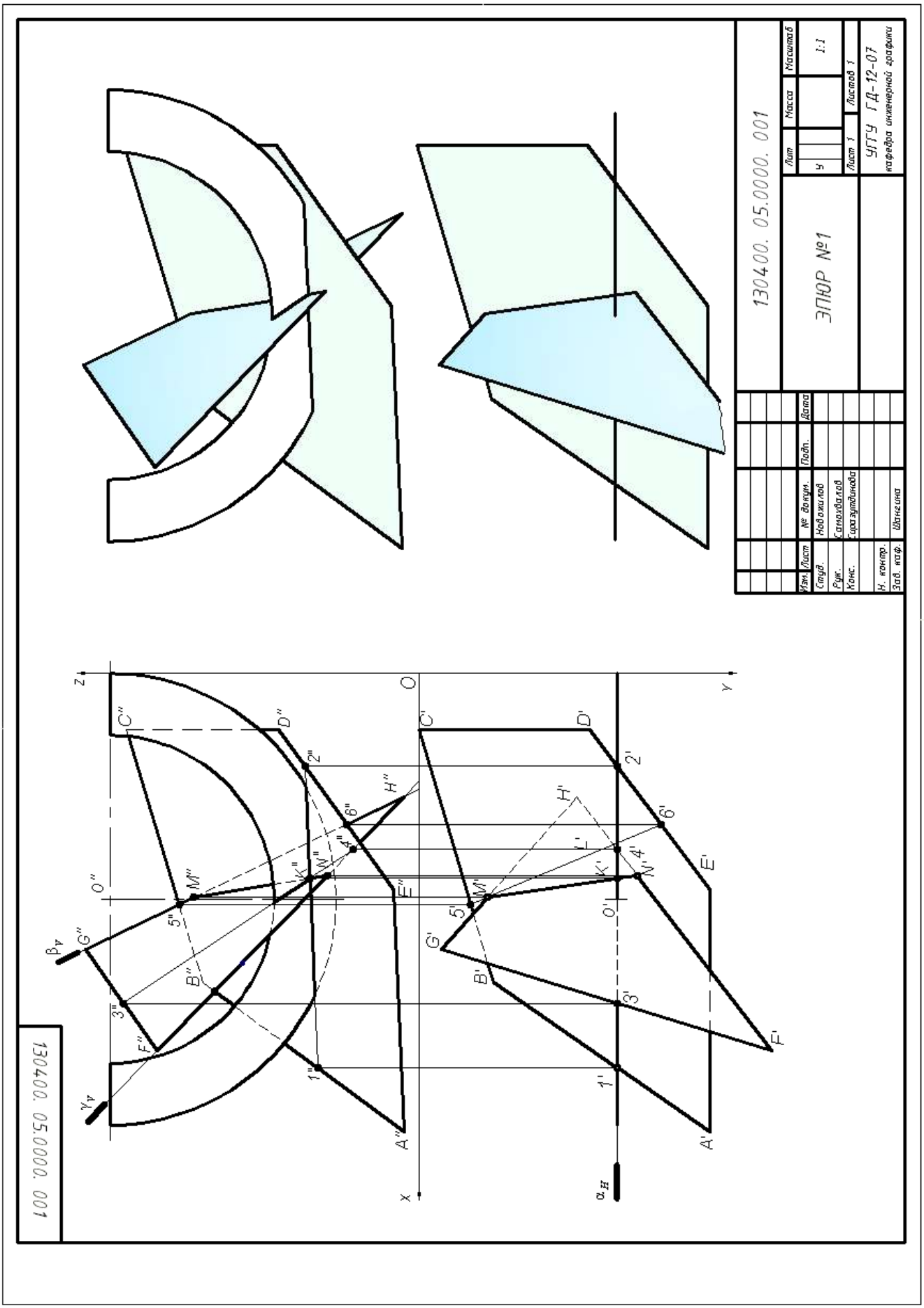


Рис. 5. Построение линии пересечения двух плоскостей

Вспомогательная горизонтальная плоскость-посредник γ задана следом γ_V и пересекает плоскость α по горизонтали, проходящей через точку 3, а плоскость β по горизонтали (1, 2). Горизонтальные проекции этих горизонталей пересекаются в точке *K*. Строят фронтальную проекцию точки *K*, используя свойство принадлежности точки прямой линии. Точка *K* принадлежит обеим плоскостям α и β. Вторая точка *N*, общая для двух плоскостей α и β, определяется второй вспомогательной плоскостью-посредником частного положения δ (на чертеже задана следом δ_V). Искомая прямая (*KN*) является линией пересечения двух плоскостей α и β.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1



СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М. А. Курс начертательной геометрии. Учеб. пособие. М.: Высшая школа. 2007.272 с.

2. Самохвалов Ю. И. Начертательная геометрия. Учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ. 2011. 121 с.

3. Самохвалов Ю. И., Шангина Е. И. Начертательная геометрия. Инженерная графика. Учебно-методическое пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ. 2011. 96 с.

МИНОБРНАУКИ РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Л. И. Кралина, Г. А. Усов, Ф. П. Сердюков

БУРОВЫЕ СТАНКИ И БУРЕНИЕ СКВАЖИН

Методические указания

по выполнению курсового проекта
по дисциплине
«Буровые станки и бурение скважин»

для студентов специальности
21.05.02 Прикладная геология

очного и заочного обучения

Екатеринбург
2018

Оглавление

1. Общие положения ……3
2. Объем курсового проекта и его оформление ……3
3. Содержание основных разделов проекта ……4
Введение……4
3.1. Гидрогеологическая характеристика разреза……..4
3.2. Выбор и характеристика средств откачки ……..……4
3.3. Выбор и расчет фильтра ……...5
3.4. Выбор способа бурения и расчет конструкции скважины …….....5
3.5. Технология бурения скважин……...6
3.6. Выбор бурового оборудования и инструмента……...7
3.7. Вскрытие и освоение водоносного пласта …….8
3.8. Промсанитария, техника безопасности и охрана окружающей среды.....8
Рекомендуемая литература …….8
Приложение 1. Пример выполнения титульного листа курсового проекта…….9
Приложение 2. Пример бланка задания …….10
Приложение 3. Геолого-технический наряд……...12

1. Общие положения

Студенты специальности Прикладная геология выполняют курсовой проект по бурению скважин на воду после изучения дисциплины «Буровые станки и бурение скважин». Это самостоятельная работа, характеризующая умение студентам решать комплексные инженерные задачи в зависимости от конкретных технико-экономических и гидрогеологических условий производства работ.

Целью курсового проекта является закрепление и углубление знаний по дисциплине «**Буровые станки и бурение скважин**» и их практическое применение к решению конкретных инженерных задач, знакомство с методикой пользования специальной и справочной литературой. Курсовой проект можно рассматривать как важнейший этап подготовки к работе над технической частью дипломного проекта.

Курсовой проект разрабатывается на основании фактических материалов, собранных студентами на производственной практике. Эти материалы включают геологическую карту района производства работ, геологический разрез с указанием места заложения проектной скважины, гидрогеологическую характеристику разреза с подробными данными о всех водоносных горизонтах и ориентировочном проектном дебите каждого из них.

Курсовой проект выполняется под руководством преподавателя кафедры технологии и техники разведки месторождений полезных ископаемых. Каждый студент перед началом проектирования получает у руководителя индивидуальное задание, в котором содержатся формулировка темы проекта, характеристика проектного геологического разреза, данные о проектном дебите скважины, статическом уровне подземных вод и условиях производства работ.

2. Объем курсового проекта и его оформление

Курсовой проект выполняется на бумаге формата А4 (210×297) с одной стороны листа. С левой стороны листа оставляется поле для подшивки 30 мм; с верхней – 20 мм; с правой – 15 мм; с нижней – 35 мм, на котором посередине проставляется порядковый номер страницы.

После титульного листа (приложение 1) помещается задание на курсовой проект, затем содержание, и далее следует текст. В конце проекта приводится список используемой литературы и приложения.

Текст пояснительной записки должен быть выполнен на компьютере. Общий объем записки курсового проекта – 25-30 с.

Графические приложения к тексту выполняются на плотной бумаге, кальке или миллиметровке формата 210×297 мм и подшиваются вместе с текстом записки. На отдельном листе формата А3 выполняется чертеж, на котором могут быть представлены геолого-технический наряд, схемы различных устройств, технологические схемы откачки, вскрытия, освоения водоносных пластов.

Пример оформления геолого-технического наряда представлен в приложении 3.

Текст курсового проекта включает следующие основные разделы.

Вводная часть – 5 % от всего объема.

Гидрогеологическая часть – 5-10 % объема.

Технико-технологическая часть – 85-90 % объема.

Разработка и изложение отдельных вопросов в проекте должны быть осуществлены в следующей последовательности.

Содержание курсового проекта:

Введение

1. Гидрогеологическая характеристика разреза.
2. Выбор и характеристика средства откачки.
3. Выбор и расчет фильтра.

4. Выбор способа бурения и расчет конструкции скважины.
5. Выбор бурового оборудования и инструмента.
6. Вскрытие и освоение водоносного пласта.
7. Техника безопасности и охрана окружающей среды.

Список использованной литературы.
Приложения.

3. Содержание основных разделов проекта

Введение.

Во введении обосновывается назначение проектируемой скважины. Приводятся общие сведения о районе работ, дается его краткая физико-географическая и экономическая характеристика, оцениваются условия производства работ по бурению и оборудованию скважин, отмечается обеспеченность электроэнергией, топливом, водой, глиной и т. д.

3.1. Гидрогеологическая характеристика разреза

Приводится описание литологического состава горных пород, указываются их мощность, физические свойства, категория буримости, дается характеристика коллекторских свойств пород водоносных горизонтов (трещиноватость, гранулометрический состав, пористость, проницаемость), величина дебита каждого водоносного горизонта и статический уровень подземных вод.

Затем приводится характеристика тектонических зон и указываются возможные осложнения при их бурении.

Геологический разрез составляется в масштабе 1:200 или 1:500.

3.2. Выбор и характеристика средств откачки

В зависимости от целевого назначения скважины и ее дебита выбирается наиболее рациональный способ подъема воды из скважины. Выбор водоподъемной установки производится с учетом следующих исходных данных:

1) проектного дебита скважины;
2) глубины установки водоподъемных средств;
3) особых условий производства откачки, обусловленных повышенной температурой, минерализацией или высоким загрязнением воды. При этом фактические производительности и напор выбранного водоподъемника должны быть равны или несколько больше проектных. Особое внимание уделяется размерам водоподъемника, особенно его диаметру, который влияет на выбор размера водоподъемных труб и, следовательно, на конструкцию скважины. Обычно необходимо выбирать водоподъемники с минимально возможными размерами рабочих органов, что упрощает и удешевляет конструкцию скважины.

Водоподъемные установки выбираются по справочникам на основании данных о проектном дебите и динамическом уровне откачки.

Эрлифты применяются на стадии испытания, освоения водоносных горизонтов и при откачке из разведочных скважин. Выбранная схема эрлифта должна быть рассчитана для определения основных его параметров: глубины погружения смесителя, удельного расхода воздуха и производительности эрлифта, диаметров водоподъемных и воздухопроводных труб.

3.3. Выбор и расчет фильтра

Производительность скважины в процессе откачки зависит от правильного выбора водоприемной части скважины (типа фильтра и от его геометрических размеров).

Тип, конструкция фильтра выбираются в зависимости от характера пород (гранулометрического состава) водоносного горизонта, назначения скважины, ее производительности и глубины, агрессивности вод и ряда других факторов.

Необходимые конструктивные размеры фильтра для конкретных условий откачки определяются расчетом.

Диаметр и длина рабочей части фильтра подбираются и рассчитываются с учетом дебита скважины, коэффициента фильтрации пород водоносного горизонта и его мощности.

При этом необходимый диаметр фильтра рассчитывается исходя из диаметра выбранного водоподъемника, а точнее диаметра эксплуатационной колонны. При мощности водоносного горизонта, не превышающей 10 м, диаметр фильтра рассчитывается с учетом проектного дебита скважины, рабочей длины фильтра и коэффициента фильтрации пород. В данном случае длина рабочей части фильтра принимается равной мощности водоносного горизонта (10 м), а при мощности более 10 м рассчитывается на основании проектного дебита скважины диаметра фильтра. Скважность фильтра выбирается с учетом характеристики пород водоносного горизонта и должна обеспечивать водопропускную способность фильтра с минимальным сопротивлением движению и с допустимой скоростью движения воды, которая не приводит к переносу частиц шлама в скважину.

При правильном выборе и расчете параметров фильтра его водопропускная способность должна быть равна или более проектного дебита скважины.

3.4. Выбор способа бурения и расчет конструкции скважины

Выбор способа бурения скважин на воду производится с учетом гидрогеологических условий, проектной глубины скважины, ее целевого назначения, экономичности и качественных показателей по вскрытию и освоению водоносного горизонта.

В настоящее время применяются следующие способы бурения скважин на воду: роторный, колонковый, ударно-вращательный и ударно-канатный.

Роторный способ применяется при бурении разведочно-эксплуатационных и эксплуатационных скважин на воду в твердых, трещиноватых породах с промывкой водой, в мягких породах, а также в тектонических зонах сильно рассланцованных, перемятых пород с промывкой глинистым раствором. В районах с затрудненным водоснабжением (Крайний Север, Средняя Азия) роторное бурение целесообразно использовать с продувкой воздухом или применять пневмоударное бурение. Роторное бурение рекомендуют использовать при вскрытии глубокозалегающих водоносных горизонтов, и оно отличается более высокой производительностью и экономичностью по сравнению с другими способами.

Канатно-ударное бурение применяется для бурения разведочно-эксплуатационных, эксплуатационных и дренажных скважин большого диаметра (свыше 500 м) при вскрытии низконапорных горизонтов. Оно отличается высокой металлоемкостью конструкции скважин и является более дорогостоящим по сравнению с роторным бурением. Канатно-ударный способ рекомендуется при бурении скважин глубиной до 150 м в породах осадочного комплекса, представленного средне- и крупнозернистыми песками, плывунами, валунно-галечными отложениями, а также сильно трещиноватыми и кавернозными породами, в которых использование роторного бурения весьма затруднительно.

Колонковый способ в основном применяется при бурении разведочных скважин на воду небольшого диаметра (до 200 мм) в породах различной крепости.

После выбора способа бурения проектируется конструкция скважины. При бурении скважин на воду выделяют следующие элементы конструкции скважин: кондуктор (направление), эксплуатационную колонну и фильтр.

При проектировании конструкции скважины необходимо учитывать специфику и возможности выбранного способа бурения. В частности, расчетные диаметры бурения обсадных труб должны быть указаны со стандартными размерами бурового инструмента конкретно для выбранного способа бурения.

3.5. Технология бурения скважин

Технология бурения разрабатывается на основании составленного ранее геологического разреза с учетом физико-механических свойств горных пород и характеристик водоносных горизонтов. При этом для каждой разновидности горных пород выбираются рациональные конструкции буровых наконечников и определяются технологические параметры режима бурения этими наконечниками.

Прежде всего необходимо выбрать типы буровых наконечников (коронки, долота) и установить их необходимые характеристики в соответствии с конструкцией скважины.

Затем для вращательных способов бурения выбирается вид промывочной жидкости и определяются необходимые параметры (например, глинистых растворов), характеризующие их качество. Параметры промывочных жидкостей (удельный вес, вязкость, водоотдача, статическое напряжение сдвига, содержание песка и др.) применяются в зависимости от возможных осложнений при бурении скважин.

После этого рассчитываются рациональные величины технологических параметров режима бурения. Для вращательных способов бурения это – осевая нагрузка на породоразрушающий инструмент, частота вращения бурового снаряда и количество промывочной жидкости, нагнетаемой в скважину. Для ударно-канатного бурения определяются вес, высота сбрасывания и частота ударов бурового инструмента.

Необходимо также разработать мероприятия по борьбе с возможными осложнениями при бурении скважин (обвалы стенок скважин, поглощения промывочной жидкости и др.).

Устье скважины оборудуется направлением или кондуктором. Эксплуатационная колонна обеспечивает крепление ствола скважины, в ней обычно устанавливают насос для подъема воды.

В скважинах со сложным геологическим разрезом, в котором может встречаться несколько зон осложнений, устанавливают иногда промежуточную колонну, которая обычно следует после кондуктора. Выбор конструкции разведочно-эксплуатационной скважины необходимо начинать с определения типа водоподъемника и его диаметра, который определяет внутренний диаметр эксплуатационной колонны:

$$D_{\text{в.эк}} = D_{\text{в}} + 2\Delta,$$

где $D_{\text{в}}$ - наружный диаметр водоподъемника, мм; Δ - зазор между водоподъемником и эксплуатационной колонной, мм.

Диаметр долота под эксплуатационную колонну определяется из условия:

$$D_{\text{д}} = D_{\text{м}} + 2\delta,$$

где $D_{\text{м}}$ - наружный диаметр муфты, мм; δ - зазор между муфтой и скважиной, мм.

Для $D_{\text{м}}$ <250 мм δ = 25 мм; для $D_{\text{м}}$ >250 мм δ =20-50 мм.

Чем больше выход колонны из-под башмака обсадных труб, тем больше должен быть зазор δ.

Диаметр фильтра подбирают из условия обеспечения необходимого водопритока. Конечный диаметр скважины определяется необходимостью проведения комплекса гидрогеологических исследований и наблюдений.

Особое внимание уделяется технологии бурения скважин в интервалах водоносных горизонтов, направленной на сохранение естественной водопроницаемости водоносных пластов.

В случае бурения разведочных скважин устанавливаются интервалы бурения с отбором керна для составления детального геологического разреза и проведения исследований образцов горных пород. Особое внимание необходимо уделить разработке мероприятий по обеспечению получения качественного керна с интервалов водоносных горизонтов. С целью обеспечения получения качественных образцов горных пород при бурении необходимо выбрать комплекс технических средств и разработать специальные технологические и организационные мероприятия.

3.6. Выбор бурового оборудования и инструмента

Буровое оборудование выбирается с учетом целевого назначения скважины, ее конструкции, характера пород геологического разреза, способа бурения и разработанной технологии бурения.

В настоящее время буровое оборудование комплектуется в буровые агрегаты и установки, которые выпускаются отечественной промышленностью. Поэтому выбор основного бурового оборудования сводится к выбору буровой установки.

Выбор буровой установки производится по способу бурения, по проектной глубине бурения, по величине начального и конечного диаметра, которые обычно даются в ее характеристике. Также учитываются и другие данные характеристики буровой установки, такие как скорости вращения, осевое усилие, развиваемое механизмом подачи, которые обеспечивают необходимые технологические параметры режима бурения. В зависимости от наличия источников энергосбережения в районе бурения скважин буровые установки выбираются с электроприводом (от электролинии) или с автономным приводом от двигателя внутреннего сгорания (при отсутствии электролинии).

Вспомогательное буровое оборудование (труборазвороты, глиномешалки, КИП, талевая оснастка, вертлюги-сальники и др.) выбирается в зависимости от его потребности и условий производства работ.

После выбора всего комплекса бурового оборудования, необходимого для бурения проектируемой скважины, приводятся его технические характеристики.

Выбор породоразрушающего инструмента (коронок, долот) производится с учетом физико-механических свойств горных пород и их буримости.

Для вращательного бурения выбираются типы бурильных труб и их диаметры, конструкция и тип колонковой трубы для обеспечения качественного выхода керна; длина и диаметр утяжеленных труб при бурении скважин сплошным забоем большого диаметра (более 150 мм).

Для ударно-канатного бурения выбирается конструкция и размеры ударного снаряда, тип и размеры долот. Для ликвидации наиболее распространенных аварий (обрывы бурильных канатов, колонковых, обсадных труб) необходимо предусмотреть ловильный аварийный инструмент (метчики, колокола, труболовки, крючки, штопоры, овершоты).

В приложении нужно дать спецификацию всего бурового оборудования и инструмента с указанием его наименования и количества, необходимого для бурения скважины.

На основании геологического задания, выбора бурового оборудования, конструкции скважины и разработанной технологии бурения составляется геолого-технический наряд на бурение скважины, форма которого приведена в приложении 2.

3.7. Вскрытие и освоение водоносного пласта

Ответственными операциями при сооружении скважин на воду являются вскрытие и освоение водоносного пласта, которые оказывают большое влияние на производительность и долговечность скважины.

Вскрытие водоносного пласта включает комплекс технологических операций, направленных на успешное бурение горных пород водоносного пласта при обеспечении их устойчивости и сохранения естественной водопроницаемости.

Выбор технологии вскрытия водоносного пласта зависит от глубины его залегания, устойчивости и коллекторских свойств горных пород, слагающих водоносный пласт, пластового давления, мощности водоносного пласта и дебита скважины.

Неустойчивые горные породы водоносного пласта не рекомендуется вскрывать с применением глинистого раствора, так как глинистые частицы вызывают кольматацию пор и трещин и резкое снижение их водопроницаемости. В этом случае применяют специальные промывочные жидкости: малоглини-стые, меловые, полимерные, аэрированные, самораспадающиеся промывочные жидкости, пены и др.

Безнапорные пески при наличии устойчивой кровли водоносного пласта могут вскрываться гидровмывом фильтра, а также формированием каверны в водоносном пласте. Существуют и другие методы с применением различных схем промывки.

Освоение скважины обычно включает такие технологические операции, как установка фильтра в скважину, восстановление естественной водопроницаемости или ее искусственное увеличение, устройство гравийной обсыпки фильтров, откачки воды из скважины с целью формирования водоприемной части скважины и осветления воды.

При выборе способа освоения скважины необходимо учитывать его эффективность и простоту его технологического выполнения.

3.8. Промсанитария, техника безопасности и охрана окружающей среды

В этом разделе необходимо предусмотреть мероприятия по охране здоровья работающего персонала и средства по оказанию первой помощи пострадавшим.

Мероприятия по технике безопасности, противопожарной технике и охране окружающей среды проектируются в соответствии с действующими инструктивными указаниями при выполнении различного вида работ: монтаж установок, бурение скважины, транспорт, демонтаж установки, эксплуатация скважин.

Рекомендуемая литература

Бейсебаев А. М., Туякбаев Т. Н., Федоров Б. В. Бурение скважин и горно-разведочное бурение. – М.: Недра, 1990. – 303 с.

Соломин Б. Н. Проектирование скважин на воду. – М.: Недра, 1983. – 107 с.

Справочник по бурению скважин на воду / Д. Н. Башкатов, С. С. Сулакшин, С. Л. Драхлис, Г. П. Квашнин. – М.: Недра, 1979. –560 с.

Справочник по бурению и оборудованию скважин на воду / В. В. Дубровский [и др.]. – М.: Недра, 1972. – 512 с.

Разведочное бурение / О. В. Ошкордин [и др.] – М.: Недра, 2000. – 748 с.

Приложение 1

Пример выполнения титульного листа курсового проекта

МИНОБРНАУКИ РФ
ФГБОУ ВО

«УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФАКУЛЬТЕТ ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ

Кафедра ТЕХНОЛОГИИ И ТЕХНИКИ РАЗВЕДКИ МПИ

КУРСОВОЙ ПРОЕКТ

НА ТЕМУ: «Сооружение разведочно-эксплуатационной скважины на воду»

Руководитель_____
Студент_____
Группа _____

Екатеринбург 201__г.

Приложение 2

Пример бланка задания

З А Д А Н И Е

по курсовому проекту на бурение гидрогеологической скважины

Студенту _____ группы _____

Тема проекта _____
_____

Содержание проекта

I. Исходные данные
1. Геологический разрез скважины.

№ п/п	Наименование пород и горизонты	Интервалы, м	Примечание
1			
2			
3			
4			
5			

2. Проектная глубина скважины _____
3. Проектный дебит скважины ___$м^3$/час из горизонта_____
4. Статический уровень _____
5. Проектный динамический уровень _____
6. Период работы _____
7 . Особые условия (обеспеченность электроэнергией, водой, глиной и т. п.)_____

II. Задачи проектирования
1) выбрать и обосновать тип и размеры откачных средств;
2) обосновать выбор типа фильтра и произвести его расчет;
3) выбрать и обосновать способ бурения скважины;
4) составить и обосновать конструкцию скважины;
5) разработать рациональную технологию бурения для каждого горизонта:
   а) выбрать породоразрушающий инструмент;
   б) выбрать промывочную жидкость и обосновать ее качественные параметры;
   в) рассчитать технологические параметры режима бурения.
6. Выбрать буровое оборудование:
   а) буровой агрегат (буровой станок, насос, привод);
   б) буровой копер или мачту.
7. Разработать конструкцию бурового снаряда:
   а) колонкового набора;
   б) колонны бурильных труб;
   в) колонны обсадных труб.

Примечание: для выбранного оборудования приводится краткая техническая характеристика.

8. Уточнить режим бурения с учетом технических характеристик выбранного оборудования.

9. Произвести проверочный расчет выбранного бурового оборудования:

а) насоса (по производительности и рабочему давлению);

б) привода бурового станка и насоса;

в) бурового копра или мачты (по грузоподъемности);

г) колонны бурильных труб.

10. Запроектировать способ вскрытия водоносного горизонта и опробования.

11. Предусмотреть мероприятия по технике безопасности, противопожарной технике и промсанитарии.

12. Составить спецификации основного оборудования, инструмента и материалов, необходимых для бурения скважин.

III. Графические приложения

1. Геолого-технический наряд.
2. Схема конструкции скважины.
3. Схема бурового снаряда.
4. Схема фильтра.
5. Схема оборудования скважины для откачки.

Дата сдачи проекта на кафедру _____

Руководитель проекта _____

Приложение 3

Геолого-технический наряд

ГРО, ГРЭ _____
Проектная глубина, м _____
Начало бурения _____
Окончание бурения _____

Буровой станок_____
Буровой насос _____
Двигатель _____
Мачта_____
Буровые трубы _____

Скважина _____

Геологическая часть							Техническая часть										
Масштаб глубин	Наименование горных пород	Категория пород по буримости	Литология	Интервал и вид отложений	Статический уровень Динамический уровень	Мощность слоев, м	Конструкция скважины	Тип и диаметр ПРИ, мм	Длина и диаметр УБТ	Режимы бурения			Качество бурового раствора	Способы борьбы с осложнениями	Способ вскрытия водоносного пласта	Тип фильтра	Примечание
										Осевая нагрузка, кН	Частота вращения, об/мин.	Расход промывочной жидкости, л/мин.					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Л. И. Кралина, Ф. П. Сердюков, Г. А. Усов

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ В БУРЕНИИ

Учебно-методическое пособие
к практическим занятиям и самостоятельной работе
по профилирующим дисциплинам
для студентов специальности

21.05.02 Прикладная геология
очного, заочного обучения

Екатеринбург
2018

ВВЕДЕНИЕ

Настоящее учебно-методическое пособие предназначено в помощь преподавателям и студентам при проведении занятий по бурению скважин, а также для подготовки курсовых и квалификационных работ по профилирующим дисциплинам. Сборник выполнен для студентов специальности 21.05.02 Прикладная геология. При выполнении работ используются справочные материалы, которые приведены в таблицах каждого расчета. Большинство работ рассчитано на выполнение и оформление непосредственно на занятиях. Если работа не закончена, то с разрешения преподавателя она может быть оформлена и сдана к следующему занятию.

В конце приводится список литературы, использованной при написании данного учебно-методического пособия.

Расчет №1
Расчет предельного значения кернопотерь

1. Расчет предельного значения кернопотерь

$$B_k^{\min}=F(\text{НП, И},[m_k]).$$

При НП, И $[m_k]$ табличные значения (см. таблицу) расчет по формуле для реального (различного) B_k и по данным лабораторных анализов P, $P_{\text{к}}$, $P_{\text{сред}}$

$$B_k^{\min}=\frac{(\text{НП}-1)*\text{И}}{(\text{НП}-1)*\text{И}+m_k^{\text{доп}}}*100\ \%$$

где $B_k^{\min}$- выход керна минимальный, %;
НП- неоднородность оруденения, %;
И- избирательность кернопотерь, %;
$m_k^{\text{доп}}$ - погрешность опробования, %.

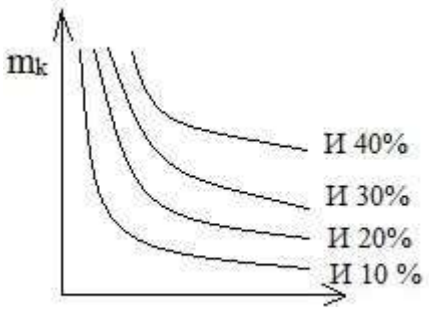
Группировка месторождений по значениям НП и И

Группы и типы руд	Примеры руд и месторождений	Характерные значения	
		НП, %	И
I. Сплошные массивные			
I.1. Мономинеральные	Сплошные мартитовые, магнетитовые, гидромагнетитовые и другие богатые железные руды криворожского типа, сплошные мономинеральные руды каменной соли, бокситы Боксонского месторождения, тальк Алгуйского месторождения и т. п.	1,2±10	40±15
I.2. Полиминеральные	Сплошные колчеданные медные и медно-цинковые месторождения ураль-ского типа, сплошные полиметаллические руды Горевского, Риддер-Сокольного и других месторождений. Апатиты Ошурковского месторождения и т. п.	4±10 2,5±10	15±10 20±10
II. Вкрапленные			
II. 1. В массивных изверженных и осадочных породах	Вкрапленные руды полиметаллических месторождений Садовое, Миргалимсай. медные руды Алмалыка, редкометал-льных месторождений Белозиминское, Африкандское и т. п.	6,5±10	7± 5
II. 2. В жилах и дайках	Руды жильных золоторудных месторождений Средней Азии, Забайкалья, Якутии, оловянных и вольфрамовых месторождений Приморья, Якутии и др.	16±5	5±4
III. Прожилково- и слоисто-вкрапленные			
III. 1. Руды штокверковых месторождений	Руды вольфрамовых, молибденовых, медно-молибденовых месторождений Забайкалья, Казахстана и Средней Азии	6,5±5	10±8
III. 2. В линейно-вытянутых зонах трещиноватости	Руды полиметаллических месторождений Алтая, Средней Азии, Прибайкалья, оловорудных месторождений Комсомольского района, ртутных месторождений Терлиг-Хая и частично Никитовки и т. п.	8,3±6	10±8
IV.Прожилковые, слоистые и переливающиеся			
IV. 1. Прожилковые	Медные руды месторождения Дальнего: никель-кобальтовые руды Тувинской АССР, асбестовое месторождение Молодежное; оловянные - Тарбальджей, Иигода, Хрустальное; золотые - Советское, Коммунар и др.	3,3±15	25±15
IV. 2. Переслаивающиеся и полосчатые	Железистые кварциты Кольского полуострова, Кривого Рога, сферосидериты Дагестана	1,7±10	30±15
V. Прожилково-гнездовые			
V. Прожилково-гнездовые	Руды ртутных месторождений Средней Азии (Хайдаркан, Акташ, Чувай), отдельных участков Никитовки и др. Мусковит Луговского, Чуйского и Согдиондонского месторождений	20±10 6,5±5	4±3 8±5

2. Изучение влияния выхода керна на погрешность опробования для различных сортов руд (для бакалаврской работы)

Слабонеоднородные руды **НП=2**

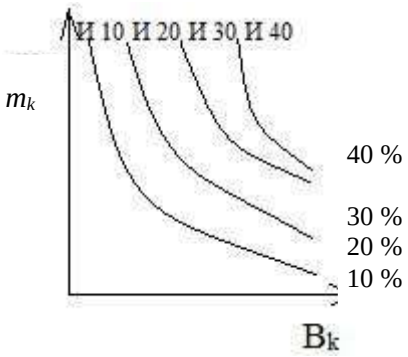
m_k\И	10 %	20 %	30 %	40 %
5 %	B_k^{1-1}	B_k^{1-2}	…	…
10 %	…	B_k		B_k^{2-4}
15 %	B_k^{3-1}			
20 %	…			B_k^{4-4}
25 %	B_k^{5-1}	…	…	B_k^{5-4}



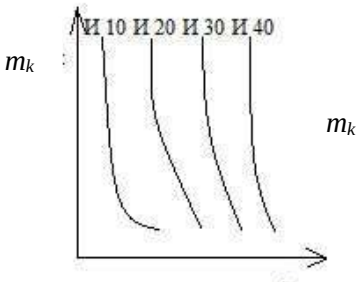
B_k

Средненеоднородные руды **НП=6**

m_k\И	10 %	20 %	30 %	40 %
5 %	B_k^{1-1}	B_k^{1-2}	…	…
10 %	…	B_k		B_k^{2-4}
15 %	B_k^{3-1}			
20 %	…			B_k^{4-4}
25 %	B_k^{5-1}	…	…	B_k^{5-4}



Сильнонеоднородные руды **НП=15**



B_k

m_k\И	10 %	20 %	30 %	40 %
5 %	B_k^{1-1}	B_k^{1-2}	…	…
10 %	…	B_k		B_k^{2-4}
15 %	B_k^{3-1}			
20 %	…			B_k^{4-4}
25 %	B_k^{5-1}	…	…	B_k^{5-4}

3. Основные аналитические задачи:

3.1. Для каких руд избирательность истирания более всего влияет на погрешность опробования?

3.2. При какой избирательности и в каких сортах руд наибольший эффект дают мероприятия по повышению выхода керна?

3.3. Постройте таблицу нормативных значений минимального выхода керна, при допустимой погрешности m_k=5 % (10 %, 15 %, 20 %, 25 %) для всех сортов руд (для всех табличных комбинаций НП и И).

Расчет №2

Определение рациональной частоты вращения бурового снаряда при твердосплавном бурении, рад/с

$$n = \frac{60*0{,}105\omega_0}{\pi*D_0} \approx \frac{2*\omega_0}{D_0};$$

$$n = \frac{60*\omega_0}{\pi*D_0} \approx \frac{20*\omega_0}{D_0}.$$

Таблица исходных данных

Обозначение	Наименование	Ед.изм	Пределы изменения		Примечание
			от	до	
ω_0	Окружная скорость движения резцов	м/с	1,0 крепкие породы (YI-YIII кат.)	3,0 мягкие породы (II-IYкат.)	Ограничивается сверхнормативным износом
D_0	Средний диаметр коронки	м	$46*10^{-3}$	$223*10^{-3}$	Стандарт
n_0	Частота вращения	Рад/с об/мин	9,3 93	65 500	Ограничение техническими условиями бурения

Расчет №3

Минимальная (критическая) частота вращения шнекового снаряда, рад/с

$$n_{\min} = \frac{30}{\pi} * \frac{\sqrt{g*(\tan a + f)}}{f'*R*(1 - f*\tan a)}.$$

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Единица измерения	Пределы измерения	
			от	до
R	Радиус вала шнека	м	$50*10^{-3}$	$89*10^{-3}$
a	Угол подъема винтовой ленты	град	10	30
f	Коэффициент трения породы о шнек	-	0,25	1,4
f'	Коэффициент трения породы о породу	-	0,2	1,5
g	Ускорение силы тяжести	м/с^2	9,8	

Основные аналитические задачи

1.1. Оцените влияние коэффициента трения породы о шнек и породы о породы на $n_{\min}$. Постройте графики зависимости $n_{\min}$ от f и f' для различных значений R и a.

1.2. Оцените влияние конструктивных параметров шнека (R и a) на $n_{\min}$ для вязких (f'=1,5; F=0,25). Постройте графики.

Расчет №4

Определение критической скорости восходящего потока и расхода очистного агента по предельным нормативным характеристикам (для воды малоглинистых растворов)

1. Критическая скорость восходящего потока очистного агента, м/с:

$$U_{kp} = K_{\text{ф}}\sqrt{\frac{d_u(\gamma_{\text{п}}-\gamma_{\text{р}})}{\gamma_{\text{р}}}}\,.$$

2. Рациональная скорость восходящего потока, м/с:

$$U_{\text{р}} = U_{\text{кр}} + U\,.$$

3. Расход промывочной жидкости, обеспечивающий рациональную скорость движения восходящего потока, м^3/с:

$$Q_{\text{кр}} = U_{\text{р}} * \frac{\pi(D^2_{\text{скв}}-d^2_{\text{бур.тр.}})}{4}\,.$$

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
$K_{\text{ф}}$	Коэффициент формы частиц шлама	-	2,5 (плоские)	5,11 (ид. шар)
d_u	Диаметр (средний размер) частиц	м	0,1*10^3	1,5*10^3
$\gamma_{\text{п}}$	Удельный вес горной породы, руды	т/м^3	2,0	5,5
$\gamma_{\text{р}}$	Удельный вес раствора	т/м^3	1	1,15
U	Желательная скорость движения шлама вверх	м/с	0,1	0,3
$d_{\text{бур.тр.}}$	Диаметр бурильной колонны, номинальный (без учета износа)	м	32*10^{-3}	73*10^{-3}
$d'_{\text{бур.тр.}}$	Диаметр бурильной колонны, с учетом износа	м	30*10^{-3}	70*10^{-3}
$D_{\text{скв}}$	Диаметр скважины, номинальный	м	46*10^{-3}	225*10^{-3}
$D'_{\text{скв}}$	Диаметр скважины, с учетом разработки ствола	м	47*10^{-3} 230*10^{-3}	50*10^{-3} 250*10^{-3}
$D''_{\text{скв}}$	Диаметр скважины, с учетом каверн	м	По геолого-геофизическим и гидрогеологическим данным $D_{\text{скв}}$ 500*10^{-3}	
Q	Расход очистного агента	м^3/с л/мин	0,0002 10,0	0,003 160

Расчет №5

Критический расход глинистого раствора с учетом реологии раствора

$$Q_{\text{кр}} = 0{,}392 * \text{ŋ} * \frac{D+d}{\gamma}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{2*10^{-3}*\gamma*t_0*(D-d)^2}{3*\text{ŋ}}}\right]$$

Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы измерения		Примечания
			от	до	
D	Диаметр долота	мм	46	225	
d	Диаметр колонны	мм	32	73	
ŋ	Пластическая вязкость	Пуаз (Па*с)	0,05	0,4	В зависимости от содержания глины в качестве раствора
γ	Уд. вес раствора	г/см^3	1,01	1,2	
t_0	Динамическое напряжение сдвига	Дин/ см^2	50	600	
Q	Расход глинистого раствора Критическая скорость восходящего потока	л/с м/с	0,1	5,0	В зависимости от диаметра скважины

Расчет №6

Расчет осевой нагрузки при твердосплавном бурении, кН

$$P = \frac{b^2 * m}{\eta \sqrt{\frac{2\omega * \mu_к * D_н * n * K * \tan a}{b * P_ш}}}.$$

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
b	Ширина резца	м	$3*10^3$	$30*10^3$
K	Количество резцов на ширине кольца	шт	2 (М-1)	4 (СТ-2)
m	Количество основных резцов	шт	8 (М-1)	30 (СА-3)
$\boldsymbol{\mu_к}$	Коэффициент резцов о породу	-	0,2	1,0
$\boldsymbol{\omega}$	Удельный износ резца	$м^3/Н*м$	2	60
$D_н$	Наружный диаметр коронки	М	$46*10^3$	$225*10^3$
n	Частота вращения снаряда	рад/с	60	360
a	Угол приострения резца	град	45	90
η	Коэффициент угла приострения	-	0,97	0,9
$P_ш$	Твердость породы по штампу	Па	$1*10^6$	$70*10^3$

Расчет №7
Определение механической скорости (интенсивности) углубки скважины при твердосплавном бурении, м/ч

$$V_м = V_0 * e^{-\gamma t} = V_0 * (\frac{1}{e})^{\gamma t}.$$

Если $V_0 = 60 * n * h_0 * K * m$,

то $V_м = 60 * n * h_0 * K * m * e^{-\gamma t}$.

Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
n	Частота вращения снаряда	об/мин	40	600
h_0	Торцовый вылет основных резцов	М	$0,1*10^{-3}$	$5*10^{-3}$
m	Количество резцов	шт	4	20
K	Коэффициент включения резцов	-	0,3	0,5
e	Основание натуральных логарифмов	1/град	2,71	2,71
γ	Декремент затухания	-	0,1	1
t	Текущее время (длительность рейса)	Ч	0,5	6
$V_м$	Интенсивность углубки (механическая скорость)	м/ч	0,15	25
V_0	Начальная механическая скорость	м/ч		

Здесь $V_м$ - величина приращения глубины скважины в единицу времени на данный момент (интенсивности углубки). Выражается показательной функцией постепенного замедления от максимального начального значения V_0 в соответствии с γ.

V_0 и γ зависят от технологических условий: прочности пород, абразивности, характеристик инструмента, параметров бурения {$P_ш$, $K_{абр}$, $X_и$, $P_б$}.

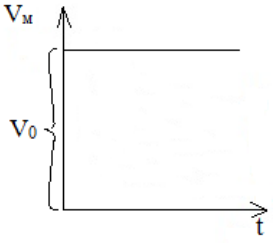
Чем легче условия бурения и лучше инструмент, тем больше V_0 (↑) и меньше γ (↓) - долго не замедляется бурение.

Чем интенсивнее режим бурения (максимальные параметры), тем больше V_0 (↑) и γ (↑) - вначале углубка идет быстро, но очень быстро замедляется - на малой глубине приемлемо.

Чем слабее режим бурения, тем меньше V_0 , но и тем медленнее затухание $V_м$ (см. рисунок).

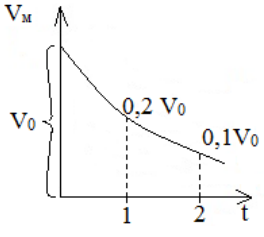
γ =0; $V_м$=V_0

Незатупл. инструмент



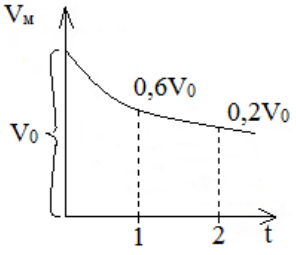
γ =1; $V_м$=V_0*$\left(\frac{1}{2,7}\right)^t$

Интенсивное затупление



γ =0,5; $V_м$=V_0*$\left(\frac{1}{2,7}\right)^t$

Интенсивное затупление



Графики изменения механической скорости
от декремента затухания

Расчет №8

Определение механической скорости бурения на основе физико-механических свойств пород при алмазном бурении, м/ч

$$V_{\text{м}} = L * F_{\text{д}}^{-a} * K_{\text{абр}}^{-a} .$$

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			однослойные алмазные коронки	импрегнированные алмазные коронки
$F_{\text{д}}$	Коэффициент динамической прочности	-	10-15	15-30
$K_{\text{абр}}$	Коэффициент абразивности пород	-	1,1-2,0	2,1-2,6
L	Коэффициент конструктивности коронки	-	5,9	0,14
$-a$	Коэффициент влияния прочности пород	-	0,36	0,2
-β	Коэффициент влияния абразивности пород	-	0,5	0,2
$V_{\text{м}}$	Механическая скорость бурения	м/ч	1,8-1,9	0,15-0,12

Расчет №9

Расчет шпинделя бурового станка

Шпиндель испытывает осевую нагрузку от механизма подачи и крутящий момент.

1. Напряжение от осевой нагрузки, Н/м^2:

$$\sigma = \frac{4Q}{\pi*(D^2-d^2)}.$$

2. Крутящий момент на шпинделе, Н·м:

$$M = 9750\frac{N^{max}}{n}.$$

$$N_{\max} = N_g * \eta * \lambda \text{, кВт}$$

3. Касательные напряжения от крутящего момента, снимаемого со шпинделя, Н/м^2:

$$\tau = \frac{M}{2W};$$

$$W = \frac{\pi}{16} * \frac{D^4-d^4}{D} \text{, м}^3.$$

4. Полное приведенное напряжение в теле шпинделя, Н/м^2:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma^2 - \tau^2}.$$

Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
Q	Усилие подачи станка	Н	40000	50000
D	Наружный диаметр шпинделя	м	$51*10^{-3}$	$61*10^{-3}$
d	Внутренний диаметр шпинделя	м	$43*10^{-3}$	$53*10^{-3}$
$N_{\max}$	Мощность, передаваемая на шпиндель	кВт	-	-
n	Число оборотов шпинделя	-	80	1500
N_g	Номинальная мощность шпинделя	-	0,8	
η	КПД передачи от вала двигателя до шпинделя	-		
λ	Коэффициент возможной перегрузки: - электродвигатель -двигатель внутреннего сгорания	 - -	 1,5 1,1	 2,0 1,15

Расчет №10

Расчет механического зажимного патрона

Расчет патрона приведен для двух плашек, управляемых двумя болтами.

1. Допустимое осевое усилие по болту из условий его прочности на сжатие, Н:

$$P = F[\sigma_{сж}] .$$

2. Допустимое осевое давление, развиваемое болтом, Н:

$$P' = \frac{\pi*(d^2-d_t^2)*I*P}{4t} .$$

3. Сила трения, при закреплении ведущей трубы в двух патронах, Н:

$$T = 4P' * f.$$

4. Окружное усилие, передаваемое патроном, Н:

$$P_0 = \sqrt{T_0^2 - Q^2}$$

5. Передаваемая мощность патронами, кВт:

$$N = \frac{P_v*V}{75} .$$

Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
F	Площадь поперечного сечения	м^2	0,04	0,06
$[\sigma_{сж}]$	Допустимое напряжение сжатия	Н/м^2	1000*10^5	1400*10^5
d	Наружный диаметр резьбы болта	м	0,03	0,5
d_1	Внутренний диаметр резьбы болта	м	0,025	0,4
I	Длина резьбы болта	м	0,03	0,5
P	Наибольшее удельное давление болта	Н/м^2	65*10^5	75*10^5
t	Шаг резьбы болта	м	0,003	0,004
f	Коэффициент трения между плашками и бурильной трубой	-	0,35	0,4
Q	Осевое усилие	Н	40000	120000
V	Окружная скорость	м/с	0,2	0,85

Расчет №11

Расчет фрикционной лебедки

1. Скорость вращения подъемного вала лебедки, мин$^{-1}$:

$$n_2 = n_1 \frac{d_1}{d_2} \varphi.$$

2. Скорость навивки каната на барабан, м/с:

$$V = \frac{(D+d)n_2}{60}.$$

3. Окружная скорость на ободе большого фрикционного колеса, м/с:

$$V_1 = \frac{\pi * d_2 * n_2}{60}.$$

4. Окружное усилие на ободе барабана, Н:

$$P = \frac{75 * N * \eta}{V}.$$

5. Окружное усилие на ободе фрикционного колеса, Н:

$$P_ф = \frac{75 * N * \eta}{V_1}.$$

6. Необходимое усилие нажатия фрикционных колес друг на друга, Н:

$$Q = \frac{k * P_ф * \sin\alpha}{f}$$

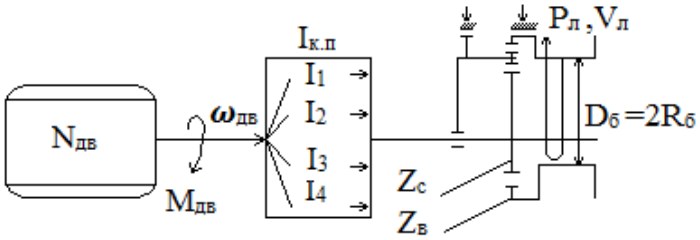
Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
n_1	Число оборотов приводного вала станка	мин$^{-1}$	80	
d_1	Диаметр малого фрикционного колеса	м	0,15	
d_2	Диаметр большого фрикционного колеса	м	0,8	
φ	Коэффициент скольжения при фрикционной передаче	-	0,98	
D	Диаметр барабана	м	0,22	
d	Диаметр каната	м	0,12	
N	Мощность электродвигателя станка	кВт	11	
η	КПД передачи от двигателя до барабана	-	0,8	
k	Коэффициент запаса	-	1,5	
α	Угол наклона боковых поверхностей клиньев	град	12	15
f	Коэффициент трения чугуна по стали	-	0,2	

Расчет №12

Анализ взаимосвязи мощности привода, конструктивных параметров и эксплуатационных характеристик планетарной лебедки бурового станка

1. Принципиальная расчетная схема



2. Основные расчетные формулы:

$$N_{\text{дв}} = 713 * M_{\text{дв}} * \omega_{\text{дв}}(\text{л.с.}) = 973 * M_{\text{дв}} * \omega_{\text{дв}}, \text{кВт}$$

$$M_{\text{Б}} = \frac{N_{\text{дв}}}{\omega_{\text{дв}}} * i_{\text{к.п.}} * \frac{Z_{\text{с}}}{Z_{\text{В}}}, \text{Н*м};$$

$$\text{Р}_{\text{л}} = \frac{M_{\text{Б}}}{R_{\text{Б}}}, \text{Н};$$

$$\omega_{\text{Б}} = \frac{N_{\text{ДВ}}}{M_{\text{Б}}} * \frac{i}{i_{\text{К.П.}}} * \frac{Z_{\text{В}}}{Z_{\text{С}}}, \text{об/мин};$$

$$V_{\text{Л}} = \omega_{\text{Б}} * 2\pi * R_{\text{Б}}, \text{м/мин}.$$

Таблица основных исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
$N_{\text{дв}}$	Мощность двигателя	кВт л.с.	10 15	150 220
$\omega_{\text{дв}}$	Число оборотов двигателя	об/мин	1200	5000
$I_{\text{к.п.}}$	Передаточное число коробки перемены передач	-	1 (прямая передача)	10 (высшая передача)
$D_{\text{б}}$	Диаметр барабана лебедки	м	0,2	0,7
$Z_{\text{с}}$	Число зубьев солнечной шестерни лебедки	шт	50	150
$Z_{\text{в}}$	Число зубьев венца лебедки	шт	250	1500

3. Основные эксплуатационные характеристики лебедки

$P_{\text{л}}$ – рабочее усилие (грузоподъемность на прямом канате, кГс, Тс, кН, даН) на конкретной передаче ($P_{\text{л}1}$, $P_{\text{л}2}$, $P_{\text{л}3}$, …);
$V_{\text{л}}$ – скорость подъема груза (на прямом канате, м/мин) на конкретной передаче ($V_{\text{л}1}$, $V_{\text{л}2}$, $V_{\text{л}3}$, …).

4. Основное задание

4.1. Рассчитать и построить графики зависимости эксплуатационных характеристик лебедки ($V_{\text{л}}$, $P_{\text{л}}$) от конкретных параметров бурового станка: $Z_{\text{с}}$ и $Z_{\text{в}}$, $D_{\text{б}}$, i_{i}.

4.2. Рассчитать и построить графики зависимости мощности и механической характеристики ($\omega_{\text{дв}}$=F($N_{\text{дв}}$)) двигателя.

Расчет №13

Расчет талевой системы

1. Натяжение на струне талевой системы, Н:

$$P_m = \frac{P_л}{\beta^m}.$$

2. Натяжение каната наматываемого на барабан лебедки, Н:

$$P_л = Q * \frac{\beta^m(\beta-1)}{\beta^m-1}.$$

3. Натяжение закрепленного конца каната, Н:

$$P_m = Q * \frac{\beta-1}{\beta(\beta^m-1)}.$$

4. КПД талевой системы, Н:

$$\eta = \frac{1}{m} * \frac{(\beta^m-1)}{\beta^m*(\beta-1)}.$$

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
β	Коэффициент сопротивления узла одного ролика	-	1,03	1,04
m	Число струн талевой системы	шт	1	6
Q	Нагрузка на крюке	Н	15000	55000

Расчет №14

Расчет колонны бурильных труб на прочность

Сечение I-I

1. Напряжение растяжения, Н/м^2:

$$\sigma_{\text{р}} = \frac{Q_{\text{кр}}}{F}.$$

2. Напряжение кручения, Н/м^2:

$$\tau = \frac{M_{\text{б}}}{W_{\text{р}}}.$$

3. Крутящий момент при бурении, Н*м:

$$M_{\text{б}} = \frac{N_{\text{б}}}{\omega}.$$

4. Мощность, затрачиваемая на бурение, кВт:

$$N_{\text{б}} = N_{\text{тр}} + N.$$

5. Первый момент сопротивления, м^3:

$$W_{\text{р}} = 0{,}1 * \frac{d_{\text{н}}^4 - d_{\text{в}}^4}{d_{\text{н}}}.$$

6. Суммарное напряжение в сечение I-I:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma_{\text{р}}^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma_g].$$

Сечение II-II

7. Напряжение сжатия, Н/м^2:

$$\sigma_{\text{сж}} = \frac{P_{\text{ос}}}{F}.$$

8. Напряжение изгиба, Н/м^2:

$$\sigma_{\text{из}} = \frac{\pi^2 * E * D * f}{2 * 1^2}.$$

9. Напряжения кручения, Н/м^2:

$$\tau = \frac{M_{\text{б}}}{W_{\text{р}}}.$$

10. Мощность, затрачиваемая на бурение, кВт:

$$N_{\text{б}} = 1{,}5 * N_{\text{з}}.$$

11. Суммарное напряжение в сечение II-II, Н/м^2:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{(\sigma_{\text{сж}} + \sigma_{\text{из}})^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma_g].$$

12. Запас статической прочности колонны:

$$n = \frac{\sigma_{\text{т}}}{\sigma_{\Sigma}} \geq 1{,}7.$$

13. Запас прочности по нормальным напряжениям:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{из} * k_g}.$$

14. Запас прочности по касательным напряжениям:

$$n_\tau = \frac{\tau_г}{\tau}.$$

15. Суммарный запас прочности:

$$n_\Sigma = \frac{n_\sigma * n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 * n_\tau^2}}.$$

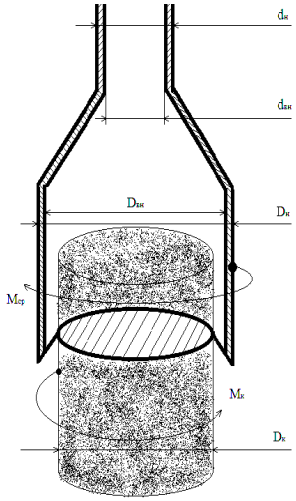
Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
$Q_{кр}$	Нагрузка на крюке	Н	0	55000
F	Площадь опасного сечения	м^2	2,16*10^{-4}	7,06*10^{-4}
$M_б$	Крутящий момент при бурении	Н*м	70	6500
$W_р$	Полярный момент сопротивления	м^3	5,4*10^{-6}	10,6*10^{-6}
$N_б$	Мощность, затрачиваемая на бурение	кВт	1,5	70
$d_н$	Наружный диаметр бурильных труб	м	42	54
$d_в$	Внутренний диаметр бурильных труб	м	22	40
$P_{ос}$	Осевая нагрузка на забой	Н	0	120000
E	Модуль упругости	Н/м^2	0,7*10^{11}	2,1*10^{11}
D	Диаметр скважины	м	0,037	0,133
f	Стрела прогиба	м	0,01	0,025
I	Длина полуволны	м	5	30
$\boldsymbol{\omega}$	Угловая скорость вращения снаряда	с$^{-1}$	8,3	156
$N_{гр}$	Затраты мощности на вращение колонны бурильных труб	кВт	12	40
$N_з$	Затраты мощности на разрушение забоя	кВт	1,2	2,5
$[\sigma_g]$	Предел прочности материала, из которого изготовлены бурильные трубы	Н/м^2	230*10^5	683*10^5

Расчет №15

Сопоставление конструктивных характеристик бурового снаряда и параметров керна при срыве вращением

1. Принципиальная схема и таблица исходных расчетных данных



Пара-метр	Наименова-ние	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
$d_н$	Наружный диаметр бурильных труб	м	$32*10^{-3}$	$73*10^{-3}$
$d_{вн}$	Внутренний диаметр бурильных труб	м	$22*10^{-3}$	$59*10^{-3}$
$D_н$	Наружный диаметр колонковой трубы	м	$34*10^{-3}$	$219*10^{-3}$
$D_{вн}$	Внутренний диаметр колонковой трубы	м	$27*10^{-3}$	$203*10^{-3}$
$D_к$	Диаметр керна	м	$23*10^{-3}$	$199*10^{-3}$
$[\tau_{тр}]$	Прочность материала труб при кручении	МПа	162	284
$[\tau_к]$	Прочность горных пород при кручении	МПа	1,5	56,0

2. Основные аналитические зависимости.

Момент срыва керна $M_{ср}$ равен моменту реакции керна $M_к$, Н*м :

$$M_{ср} = [\tau_{тр}] * W_{тр} = [\tau_к] * W_к = M_к$$

где $W_{тр}$- момент сопротивления поперечного сечения труб, м^3:

а) бурильных труб:

$$W_{тр}^{б.тр} = \frac{\pi}{16} * \frac{d_н^4 - d_{вн}^4}{d};$$

б) колонковых труб:

$$W_{тр}^{к} = \frac{\pi}{16} * \frac{D_{н.к.т.}^4 - D_{вн.к.т}^4}{D_{н.к.т}};$$

$W_к$- момент сопротивления поперечного сечения керна, м^3:

$$W_к = \frac{\pi * D_к^4}{32}.$$

3. Основные аналитические задачи

3.1. Задайте некоторое значение прочности горной породы и материала труб. Постройте графики зависимости минимальных значений наружного диаметра бурильных труб (при постоянной толщине стенок) от диаметра керна.

3.2. При тех же условиях постройте график зависимости диаметра колонковой трубы от диаметра срываемого керна.

3.3. Задайте некоторый постоянный диаметр керна и материала труб. Постройте графики зависимости минимального диаметра бурильных труб от прочности горной породы.

3.4. При тех же условиях постройте график зависимости диаметра колонковой трубы от прочности горной породы.

3.5. Задайте диаметры труб и керна, постройте график зависимости необходимой прочности труб от диаметра срываемого керна.

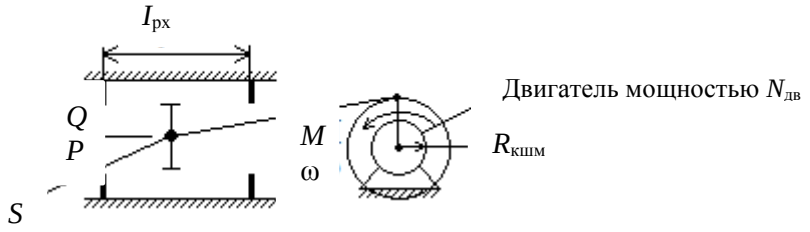
3.6. Задайте диаметры труб, прочность горной породы и постройте график зависимости необходимой прочности труб от диаметра срываемого керна.

3.7. Повторите расчеты 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 при измененных начальных условиях.

Расчет №16

Анализ взаимосвязи мощности привода, конструктивных параметров и эксплуатационных характеристик бурового промывочного насоса

1. Принципиальная расчетная схема



2. Основные расчетные формулы

$$N_{дв} = K_i * M * \beta ,$$

где М – крутящий момент, кГс*м;
ω- частота вращения, об/мин;
$N_{дв}$- мощность двигателя (при K_1=973 кВт, а при K_2=713 л. с.).

$$Q = S * I_{рх} * \omega;$$

$$P = \frac{M}{R_{кшм}} * \frac{1}{S};$$

$$I_{рх} = 2 * R_{кшм} ,$$

где Q – расход промывочной жидкости, м^3/мин;
S – площадь поршня, м^2;
$I_{рх}$ – ход поршня, м;
P – рабочее давление в напорной магистрали, кГс/м^2
$R_{кшм}$ – радиус кривошипа, м.

3. Расчетно-аналитические задачи

3.1. При постоянной мощности асинхронного двигателя:
- Как влияет площадь поршня S на эксплуатационные характеристики насоса (построить графики $P=f_1(S)$ и $Q=f_2(S)$ для N=10, … 50 кВт).
- Как влияет радиус кривошипа и величина рабочего хода поршня на эксплуатационные характеристики насоса.

3.2. С изменяемой мощностью:
- До какой глубины возможно применение насоса с приводом 10, 20, …50 кВт, если гидросопротивления на каждые 100 м скважины при алмазном бурении (Q=300 л/мин) составляют 10 атмосфер, при твердосплавном бурении (Q=60 л/мин) 7 атмосфер, при шарошечном бурении (Q=100 л/мин) 15 атмосфер.

Расчет №17

Расчет эрлифта для откачки воды из скважины

Условия откачки:

- Проектный дебит откачки Q, м^3/ч.
- Глубина статического уровня в скважине h_0, м.
- Проектное понижение уровня воды при откачке $h_п$, м.
- Мощность водоносного горизонта m, м.
- Глубина залегания водоносного горизонта L, м.
- Конструкция эрлифта с расположением эрлифтных труб по схеме «рядом».

Расчетная схема представлена на рисунке.

1. Расчет глубины погружения смесителя

1.1 Определяется проектный динамический уровень воды в скважине, при откачке воды относительно излива:

$$h_g = h_0 + h_п + h_и ,$$

где h_g – проектный динамический уровень, м;

h_0 – статический уровень, м;

$h_п$ – проектное понижение уровня, при откачке ($h_п \leq 0{,}4\ m$), м;

m – мощность водоносного горизонта, м;

$h_и$ – высота расположения излива относительно устья скважины (0,5 м), м.

1.2. Определяется глубина погружения смесителя относительно уровня излива, при проектном динамическом уровне воды в скважине:

$$H = K + h_g ,$$

где H- погружение смесителя относительно уровня излива, м;

h_g- динамический уровень относительно излива, м;

K- коэффициент погружения смесителя.

Абсолютная величина коэффициента погружения смесителя K в зависимости от динамического уровня определяется опытным путем и поэтому принимается при расчетах согласно табл.1.

Таблица 1

Зависимость коэффициента погружения смесителя эрлифта от динамического уровня

h_g	70-40	60-20	30-10
K	1,4-1,6	1,7-2	2,5-3

2. Расчет расхода и давления воздуха, нагнетаемого в эрлифтную систему

2.1. Определяется удельный расход воздуха для откачки из скважины 1 м^3 воды:

$$W_0 = \frac{h_g}{C_0 * \log_{10} \frac{h_g * (K-1) + 10}{10}} ,$$

где W_0 – удельный расход воздуха, приводимый к 1 атм или 0,1 МПа, м^3/мин;

h_g – динамический уровень воды в скважине, м;

K – принятый коэффициент погружения смесителя;

C_0 – опытный коэффициент, зависящий от коэффициента погружения смесителя, принимается согласно табл. 2.

Таблица 2

Зависимость коэффициента C_0 от K

K	4	3,35	2,85	2,5	2,2	2	1,8	1,7	1,55
C_0	14,3	13,9	13,6	13,1	12,4	11,5	10	9	8

При расчете удельного расхода воздуха для откачки из скважины жидкостей, имеющих удельный вес больше единицы ($\gamma_ж > 1$), г/см^3, необходимо W_0 умножить на $\gamma_ж$.

2.2. Определяется полный расход воздуха для откачки воды из скважины с проектной производительностью Q, м^3/ч:

$$\sum W_0 = \frac{Q * W_0}{60},$$

где $\sum W_0$ – суммарный полный расход воздуха, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа, м^3/мин;
Q – проектный дебит откачки, м^3/мин
W_0 – удельный расход воздух, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа, м^3/мин.

3. Расчет необходимого давления и производительности для выбора компрессора

3.1. Определение необходимого давления сжатого воздуха, при спуске компрессора:

$$P_п = 0{,}01 * \left(K * (h_g - h_0\right) + P_1),$$

где $P_п$ – пусковое давление компрессора, МПа;
K – принятый коэффициент погружения смесителя;
h_g – динамический уровень воды в скважине, м;
h_0 – статический уровень воды в скважине, м;
P_0 – потери напора в воздухопроводах, при спуске компрессора: $P_1 = 1$ м. вод. ст.

3.2. Определение рабочего давления компрессора в процессе откачки воды из скважины:

$$P_р = 0{,}01 * (h_g * (K - 1) + P_2,$$

где $P_р$ – рабочее давление компрессора, МПа;
h_g – динамический уровень воды в скважине, м;
K – принятый коэффициент погружения смесителя;
$P_р$ – потери напора в воздухопроводах, при процессе откачки.

3.3.Определение рабочего расхода сжатого воздуха в процессе откачки воды из скважины с проектной производительностью Q, м^3/ч:

$$W_р = \sum W_0 * \frac{P_0}{P_p},$$

где $W_р$ – рабочий расход промывочной жидкости, м^3/мин;
$\sum W_0$ – полный расход воздуха, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа, м^3/мин;
P_0 – атмосферное давление воздуха, P_0=0,1 МПа;

$P_р$ – рабочее давление сжатого воздуха, МПа.

3.4. Выбор компрессора для оборудования эрлифта.

Для откачки воды из скважины м проектной производительностью Q давление компрессора $P_к$ и производительностью компрессора $q_к$ выбирается согласно следующим условиям:

$$Р_к \geq Р_п; \quad P_к \geq Р_р; \quad q_к \geq W_р.$$

4. Расчет внутренних диаметров эрлифтных колон

4.1. Выбор скоростей движения потоков воздуха и аэрированной воды в эрлифтных колоннах труб.

Для устойчивой и эффективной работы эрлифта необходимо обеспечить следующие скорости движения потоков воздуха и аэрировонной воды в эрлифтных колоннах труб:

$V_в$ – скорость потока в воздухопроводной колонне труб:

$$V_в=10 \text{ м/с};$$

$V_с$ – скорость потока аэрированной воды в водоподъемной колонне труб над смесителем

$$V_с=(2\text{-}4) \text{ м/с};$$

$V_н$ – скорость потока аэрированной воды в водоподъемной колонне труб, перед изливом

$$V_н=(6\text{-}12) \text{ м/с}.$$

$V_с$ и $V_н$ зависят от h_g (чем больше h_g, тем больше $V_с$ и $V_н$).

4.2. Расчет площади сечения потока воздуха в воздухопроводной колонне:

$$\omega_в = \frac{W_р}{60 * V_в},$$

где $\omega_в$ – площадь сечения потока воздуха в воздухопроводной колонне, м^2;

$W_р$ – рабочий расход сжатого воздуха, м^3/мин;

$V_р$ – скорость потока воздуха в воздухопроводной колонне, м/с.

4.3. Расчет площади потока аэрированной воды в водоподъемной колонне

4.3.1. Определение расхода воды над смесителем:

$$q_c = \frac{Q}{360} + \frac{W_p}{60},$$

где $q_с$– расход аэрированной воды над смесителем, м^3/с;

Q – проектный дебит откачки, м^3/ч;

$W_р$ – рабочий расход сжатого воздуха, м^3/мин.

4.3.2. Расчет площади сечения потока аэрированной воды над смесителем:

$$\omega_с = \frac{q_с}{V_с},$$

где $\omega_с$ – площадь сечения потока над смесителем, м^2;

$q_с$ – расход потока над смесителем, м^3/ч;

$V_с$ – скорость потока над смесителем, м/с.

4.3.3. Определение расхода аэрированной воды перед изливом:

$$q_н = \frac{Q}{3600} + \frac{\sum W_0}{60},$$

где $q_н$ – расход аэрированной воды перед изливом, м^3/ч;

Q – проектный дебит откачки, м^3/ч;

$\sum W_0$– суммарный полный расход воздуха, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа, м^3/мин.

4.3.4. Расчет площади сечения аэрированного воды перед изливом:

$$\omega_{н} = \frac{q_{н}}{V_{н}},$$

где $\omega_{н}$ – площадь потока перед изливом, м^3;

$q_{н}$ – расход потока перед изливом, м^3/ч;

$V_{н}$ – скорость потока перед изливом, м/с.

4.4. Расчет внутренних диаметров внутренних эрлифтных колонн

Внутренние диаметры эрлифтных колонн определяются на основании площадей сечений потоков воздуха в воздухопроводной колонне и аэрированной воды в водоподъемной колонне по формуле:

$$d = \sqrt{\frac{4\omega_{н}}{\pi}},$$

где d- внутренний диаметр трубы, м;

$\omega_{н}$- площадь сечения потока в трубе, м^2.

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
L	Глубина залегания водоносного горизонта	м	50	150
h_0	Статический уровень воды	м	8	26
$h_{н}$	Понижение уровня воды	м	1	5
Q	Дебит	м^3/ч	10	130
m	Мощность водоносного горизонта	м	2	14

Расчет №18

Цементирование скважин

Основная цель цементирования – получение прочного водогазонефте непроницаемого, концентрично расположенного в затрубном пространстве кольца цементного камня, который по всей высоте обеспечивал бы разобщение и надежную изоляцию вскрытых скважиной продуктивных горизонтов и зон осложнений.

Способ цементирования выбирается в зависимости от температуры в ее стволе, опасности поглощения при заданной высоте подъема цементного раствора и возникновения затрубных проявлений в период ОЗЦ для каждой конкретной скважины.

Расчет цементирования сводится к определению:

- потребного количества сухого цемента, воды, промывочной жидкости;
- конечного давления при цементировании и выбора типа и потребного количества цементировочных агрегатов и цементно-смесительных машин;
- продолжительности цементирования.

1. Определение потребного количества сухого цемента, воды, продавочной жидкости при цементировании обсадной колонны

1.1. Определение потребного количества цементного раствора, м^3:

$$V_{\text{п.р.}} = \frac{\pi}{4}\left[(k^2 \cdot D^2 - d^2) \cdot h_{\text{ц}} + h_0 \cdot d_{\text{в}}^2\right],$$

где k – коэффициент увеличения ствола скважины (k = 1,1÷1,25).

1.2. Определение удельного веса цементного раствора, г/с^3:

$$\gamma_{\text{ц.р}} = \frac{\gamma_{\text{ц}} \cdot \gamma_{\text{в}} \cdot (1+m)}{m \cdot \gamma_{\text{ц}} + \gamma_{\text{в}}},$$

где $\gamma_{\text{ц}}$, $\gamma_{\text{в}}$ - соответственно удельный вес сухого цемента и воды ($\gamma_{\text{ц}}$ = 3,15 г/см^3, $\gamma_{\text{в}}$ =1,0 г/см^3);

m – цементное отношение.

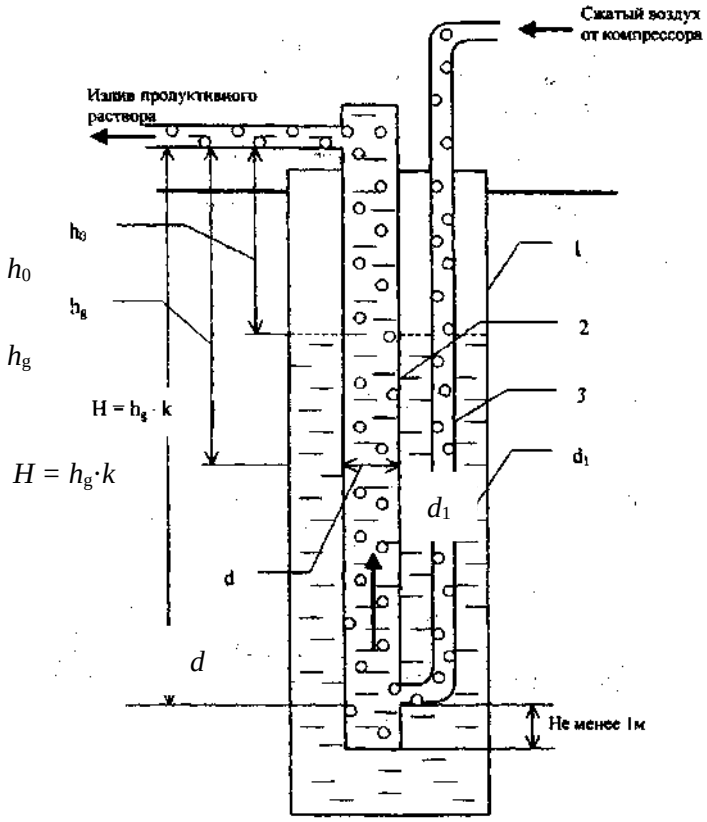


Схема эрлифта с расположением труб «рядом»:

1 – обсадные трубы; 2 – водоподъемные трубы; 3 – воздухопроводные трубы

1.3. Определение потребного количества сухого цемента, т:

$$Q_{\text{ц}} = e \cdot \frac{1}{1+m} \cdot \gamma_{\text{ц.р}} \cdot V_{\text{ц.р}} ,$$

где e – коэффициент, учитывающий потери сухого цемента при транспортировке и затворении (e = 1,03÷1,05).

1.4. Определение потребного количества воды для затворения цемента, м^3:

$$V_{\text{в}} = m \cdot Q_{\text{ц}} .$$

1.5. Определение объема продавочной жидкости, м^3:

$$V_{\text{пр}} = \Delta \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2_{\text{вн.ср}} \cdot (L - h_0) ,$$

где Δ - коэффициент, учитывающий сжатие жидкости (Δ = 1,03 ÷ 1,05).

Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы измерений		Примечание
			от	до	
D	Диаметр долота	м	161	445	D (161, 172, 190, 214, 243, 269, 295, 320, 346, 370, 394, 445)
d	Диаметр обсадных труб	м	114	340	d (114, 127, 146, 168, 178, 194, 219, 245, 273, 299, 324, 340, 508)
δ	Толщина стенки обсадных труб	мм	6,5	12	
$d_{\text{вн.ср}}$	Средний внутренний диаметр обсадных труб	м	$(d-\delta)$		
$h_{\text{ц}}$	Высота подъема цементного раствора за колонной	м	50	4000	
h_0	Высота цементного стакана в колонне	м	20	20	
L	Глубина спуска обсадных труб	м	50	4000	

2. Определение конечного давления при цементировании

2.1 Определение давления в цементировочной головке в конце цементирования, атм:

$$P_{\max} = P_{\text{гидр}} + 0{,}1 \cdot \left[\left(L - h_{\text{ц}}\right)\gamma_{\text{г.р}} + \left(h_{\text{ц}} - h_0\right)\gamma_{\text{г.р}} - (L - h_0)\gamma_{\text{пр.ж}}\right] + (15 \div 20),$$

где $P_{\text{гидр}}$ – гидравлические сопротивления, атм.:

$$P_{\text{гидр}} = 0{,}01L + 8, (V_{\text{восх}} \leq 1 \text{ м/с и 1 агрегатом}),$$

$$P_{\text{гидр}} = 0{,}02L + 16, (V_{\text{восх}} > (1 \div 2)\text{м/с});$$

L – длина эксплуатационной колонны, м;

$h_{\text{ц}}$ - высота цементирования, м;

h_0 - высота цементного стакана, м;

$\gamma_{\text{г.р}}$ - плотность глинистого раствора, г/см^3;

$\gamma_{\text{п}}$ – плотность продавочной жидкости, г/см^3.

$(15 \div 20)$ - скачок давления на манометре в момент посадки продавочной пробки на упорное кольцо, атм.

Выбор ЦА $P_{\text{агр}} \geq P_{\max}$(выписываем характеристику ЦА – P и q).

2.2. Определение производительности цементировочного кольца агрегата в конце цементировочного агрегата в конце цементирования, м^3/с:

$$\sum q = \frac{\pi}{4} \cdot (K^2 \cdot D^2 - d^2) \cdot V_{\text{восх,}}$$

где K – коэффициент кавернозности;

$V_{\text{восх}}$ - скорость восходящего потока, м/с.

2.3. Определение необходимого количества цементировоч-ных агрегатов по скорости, шт:

$$n = \frac{\sum q}{q^{\text{v}}} + 1,$$

где $\sum q$ – необходимый расход для обеспечения заданной скорости поднятия цементного раствора за эксплуатационную колонну, м^3/с;

q^v – производительность выбранного агрегата на высшей скорости, л/с.

Характеристика 3ЦА-400

Скорость	Число двойных ходов поршня насоса в 1мин	*d* = 100 мм		*d* = 115 мм		*d* = 127 мм	
		подача, л/с	давление, атм	подача, л/с	давление, атм	подача, л/с	давление, атм
I	53,2	6,5	400	8,6	305	11,25	232
II	76,2	9,6	270	12,7	205	16,10	163
III	112,5	14,2	182	18,7	138	23,8	110
IV	156,0	19,7	131	26,0	100	33,0	79

Характеристика ЦА-320М

Режим работы	Скорость	Число двойных ходов поршня насоса в 1мин	*d* = 90 мм		*d* = 100 мм		*d* = 115 мм		*d* = 127 мм	
			подача, л/с	подача, л/с	давление, атм	давление, атм	давление, атм	давление, атм	давление, атм	давление, атм
Максимальная производительность	I	28	2,4	390	3,0	305	4,1	225	5,1	182
	II	54	4,5	202	5,8	159	7,9	117	9,9	95
	III	97	8,3	113	10,4	88	14,2	65	17,6	52
	IV	125	10,6	87	13,5	69	18,3	50	22,8	40
Максимальное давление	I	27	2,3	400	2,9	320	3,9	230	4,9	185
	II	41	3,5	231	4,4	182	6,0	134	7,5	109
	III	73	6,2	130	7,8	103	10,7	75	13,3	61
	IV	94	8,0	102	10,1	80	13,8	59	17,1	47

2.4. Определение количества цементно-смесительных машин, шт:

$$i = \frac{Q_{\text{ц}}}{20},$$

где $Q_{\text{ц}}$ - количество цемента, необходимое для цементирования эксплуатационной колонны, т.

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы измерений	
			от	до
D	Диаметр долота	м	161	445
d	Диаметр обсадных труб	м	114	340
L	Глубина спуска обсадной колонны	м	50	4000
$h_{\text{ц}}$	Высота подъема цементного раствора за колонной	м	50	4000
h_0	Высота цементного стакана в колонне	м	20	20
$\gamma_{\text{г.р}}$	Удельный вес глинистого раствора	г/см^3	1,2÷1,25÷ 1,3	
$\gamma_{\text{ц.р}}$	Удельный вес цементного раствора	г/см^3	1,9÷ 1,85 ÷ 1,8	
$\gamma_{\text{п}}$	Удельный вес продавочной жидкости	г/см^3	1,0÷ 1,25	
$V_{\text{восх.}}$	Скорость подъема восходящего потока цементного раствора в затрубном пространстве: - для кондукторов и технических колонн - для эксплуатационных колонн	м/с	 (0,6÷ 0,8) (1,2÷1,5)	
k	Коэффициент увеличения диаметра ствола скважины	-	1,1	1,25

3. Определение продолжительности цементирования обсадной колонны

Возможность начала закачки определяется следующим условием:

$$P^V > P_г,$$

где P^V – максимальное давление, развиваемое ЦА на наивысшей скорости, атм;
$P_г$ - давление на преодоление в скважине в скважине гидравлических сопротивлений, атм.

$$P_г = 0{,}01L + 8 \text{ (при } V_{восх} \leq 1 \text{ м/с)};$$

$$P_г = 0{,}02L + 16 \text{ (при } V_{восх} \leq 2 \text{ м/с)}.$$

Если условие не выполняется, выбираем ближайшую скорость, на которой

$$P_{агр} > P_г.$$

3.1. Определяем, сколько цементного раствора будет закачано на этих скоростях:

$$h_{ц.р}^{IV} = \frac{10(P_г - P^V)}{(\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р})},$$

где $h_{ц.р}^{IV}$ - высота столба цементного раствора, который необходимо закачать на IV скорости, м;

P^V – давление, создаваемое насосом агрегата на V скорости.

Определяем объем раствора, закачанного на IV скорости, м^3:

$$V_{ц.р}^{IV} = \frac{\pi \cdot d_{вн.ср}^2}{4} \cdot h_{ц.р}^{IV},$$

Определяем объем цементного раствора, закачанного на V скорости, м^3:

$$V_{ц.р}^{V} = V_{ц.р} - V_{ц.р}^{IV}.$$

3.2. Определение высоты столба продавочной жидкости в колонне при работе агрегата на V скорости, м:

$$I_i^V == \frac{L \cdot (d_{вн}^2 + k^2 \cdot D_с^2 - d_{э.к}^2) + (k^2 \cdot D_с^2 - d_{э.к}^2) \cdot \frac{10(P_н^V - P_г)}{\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р}} - \frac{4V_{ц.р}}{\pi}}{(k^2 \cdot D_с^2 - d_{э.к}^2)\frac{\gamma_{ц.р} - \gamma_{пр.ж}}{\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р}} + d_{вн}^2}.$$

Определяем постоянные элементы для данной формулы:

$$a = L \cdot (d_{вн}^2 + k^2 \cdot D_с^2 - d_{э.к}^2);$$

$$b=(k^2 \cdot D_с^2 - d_{э.к}^2);$$

$$c = \frac{\gamma_{ц.р} - \gamma_{пр.ж}}{\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р}};$$

$$Z = \frac{4V_{ц.р}}{\pi};$$

$$I_1^V = \frac{a + b \cdot \frac{10(P_н^V - P_г)}{\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р}} - Z}{b \cdot c + d_{вн}^2}.$$

3.3. Определение высоты подъема цементного раствора за колонной на V скорости агрегата, м:

$$I_2^V = \frac{a + b \cdot \frac{10(P_{\text{н}}^V - P_{\text{г}})}{\gamma_{\text{ц.р}} - \gamma_{\text{гл.р}}} - Z}{b \cdot c + d_{\text{вн}}^2},$$

т. е.

$$I_2^v = \frac{Z - d^2(L - I_1^v)}{b}.$$

3.4. Высота столба продавочной жидкости на IV скорости агрегата, м:

$$I_1^{IV} = \frac{a + b \cdot \frac{10(P^{IV} - P^V)}{\gamma_{\text{ц.р}} - \gamma_{\text{гл.р}}} - Z}{b \cdot c + d_{вн}^2}.$$

3.5. Высота подъема цементного раствора за колонной на IV скорости агрегата, м:

$$I_2^{IV} = \frac{Z - d^2(L - I_1^{IV})}{b}.$$

3.6. Высота столба продавочной жидкости на III скорости агрегата, м:

$$I_2^{III} = \frac{a + b \cdot \frac{10(P^{III} - P^{IV})}{\gamma_{\text{ц.р}} - \gamma_{\text{гл.р}}} - Z}{b \cdot c + d_{\text{вн}}^2}.$$

3.7. Высота подъема цементного раствора за колонной, на III скорости агрегата, м:

$$I_2^{III} = \frac{Z - d^2(L - I_1^{III})}{b}.$$

3.8. Определяем количество продавочной жидкости, закачиваемой на различных скоростях агрегата, м^3:

$$V_{\text{пр}}^V = e \cdot \frac{\pi \cdot d_{\text{вн}}^2}{4} \cdot I_1^V;$$

$$V_{\text{пр}}^{IV} = e \cdot \frac{\pi \cdot d_{\text{вн}}^2}{4} \cdot (I_1^{IV} - I_1^V);$$

$$V_{\text{пр}}^{III} = e \cdot \frac{\pi \cdot d_{\text{вн}}^2}{4} \cdot (I_1^{III} - I_1^{IV});$$

$$V_{\text{пр}}^{II} = V_{\text{пр}} - V_{\text{пр}}^I - V_{\text{пр}}^{III} - V_{\text{пр}}^{IV} - V_{\text{пр}}^V;$$

$$V_{\text{пр}}^I = 2.$$

3.9. Определяем время работы одним агрегатом на разных скоростях, мин:

$$t^{\text{V}} = \frac{(V_{\text{ц.р}}^V + V_{\text{пр}}^V)}{q^V \cdot 60};$$

$$t^{IV} = \frac{(V_{\text{ц.р}}^{IV} + V_{\text{пр}}^{IV})}{q^{IV} \cdot 60};$$

$$t^{III} = \frac{(V_{\text{ц.р}}^{III} + V_{\text{пр}}^{III})}{q^{III} \cdot 60};$$

$$t^{II} = \frac{(V_{\text{ц.р}}^{II} + V_{\text{пр}}^{II})}{q^{II} \cdot 60};$$

$$t^{I} = \frac{(V_{\text{ц.р}}^{I} + V_{\text{пр}}^{I})}{q^{I} \cdot 60}.$$

3.10. Общее время цементирования, мин:

$$T' = t^{\text{I}} + t^{\text{II}} + t^{\text{III}} + t^{\text{IV}} + t^{\text{V}}.$$

С учетом подготовительно-заключительных работ

$$T_{\text{ц}} = T' + 15 \text{ мин.}$$

3.11. Определяем температуру на забое скважины, ℃:

$$t_{\text{заб}} = t_{\text{ср}} + 0{,}025L,$$

где $t_{\text{ср}}$ – среднегодовая температура воздуха, ℃,

L – глубина скважины, м.

3.12. Определяем количество агрегатов, шт:

По времени схватывания

$$n_{ЦА} = \frac{T}{0{,}75T_{\text{скв}}} + 1,$$

по скорости

$$n = \frac{\sum q}{q^{\text{v}}} + 1,$$

где $\sum q$ – необходимый расход для обеспечения заданной скорости поднятия цементного раствора за эксплуатационную колонну, л/с;

q^{v} – производительность выбранного агрегата на высшей скорости, л/с.

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Технология бурения разведочных скважин / А. Г. Калинин, В. И. Власюк, О. В. Ошкордин, Р. М. Скрябин. - М.: Техника, ТУМА ГРУПП, 2004. - 528 с.
2. Башкатов Д. Н., Кривошеев В. В., Соловьев Н. В. Бурение разведочных скважин: учебник для вузов. - М.: Высшая школа, 2007.
3. Гусман А. М., Порожский К. П. Буровые комплексы. Современные технологии и оборудование. – Екатеринбург, 2002. - 592 с.

Дополнительная:

1. Ошкордин О. В. Технологическое проектирование в разведочном бурении на твердые полезные ископаемые: учебное пособие. – Екатеринбург: УГГГА, 1994.
2. Калинин А. Г., Ошкордин О. В. Разведочное бурение. – М.: Недра, 2000.
3. Михайлова Н. Д. Техническое проектирование колонкового бурения. – М.: Недра, 1985.
4. Ганджумян Р. А. Практическое расчеты в разведочном бурении. – М.: Недра, 1986.
5. Поляков Г. Д., Булгаков Е. С. Проектирование, расчет и эксплуатация буровых установок. – М.: Недра, 1983.
6. Кирсанов А. Н., Зиненко В. П., Кардыш В. Г. Буровые машины и механизмы. –М.: Недра, 1986.
7. Элияшевский И. В., Орсуляк А. М. Типовые задачи и расчеты в бурении. – М.: Недра, 1974.
8. Справочник по бурению и оборудованию скважин на воду /под общей ред. В. В. Дубровского – Второе издание, перераб. и доп. – М.: Недра, 1972.
9. Справочник по бурению скважин на воду / под общей ред. Д. Н. Башкатова. – М.: Недра, 1979.
10. Справочник инженера по бурению геологоразведочных скважин /авторский колл.; гл. ред. проф. Е. А. Козловский. – СПб, 2000.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Л. И. Кралина, Г. А. Усов, Ф. П. Сердюков

Исследование процессов разрушения и физико-механических свойств горных пород

Методическое пособие
к комплексу практических занятий
по дисциплине

«Буровые станки и бурение скважин»

для студентов специальности
21.05.02 Прикладная геология
Очного и заочного обучения

Часть 1

Екатеринбург
2018

Оглавление

Введение…….3
Лабораторная работа № 1. Определение абразивности образцов горной породы методом Барона……4
Лабораторная работа № 2. Определение физико-механических параметров скальных горных пород……..6
Лабораторная работа № 3. Определение энергоемкости процесса распиловки горных пород алмазным диском…….....10
Лабораторная работа № 4. Исследование акустического спектра резания горной породы алмазным диском…….....15
Библиографический список…….....18

ВВЕДЕНИЕ

Настоящее учебно-методическое пособие предназначено для выполнения лабораторных работ по профилирующим дисциплинам для студентов специальности 21.05.02 Прикладная геология. Предложенные в учебно-методическом пособии лабораторные работы выполняются с целью закрепления теоретических знаний, приобретения практических навыков в выполнении работ лабораторного характера, в том числе с элементами НИРС, расчетов, необходимых при изучении студентами профилирующих дисциплин, курсовом и дипломном проектировании. При выполнении работ используются справочные материалы, приведенные в приложении. Большинство работ рассчитано на выполнение и оформление непосредственно на занятиях. Если работа не закончена, то с разрешения преподавателя она может быть оформлена и сдана к следующему занятию.

Структурно, в зависимости от теоретического характера лабораторных исследований, учебно-методическое пособие состоит из трех частей:

Часть 1. Исследование процессов разрушения и физико-механических свойств горных пород;

Часть 2. Исследование буровых промывочных жидкостей и тампонажных растворов;

Часть 3. Методика обработки результатов исследования при выполнении лабораторных работ и справочные материалы.

Список литературы, использованной при написании учебно-методического пособия, приведен в конце каждой части.

Предлагаемые в настоящем методическом пособии лабораторные работы студентами выполняются побригадно по 2-3 человека. Объем данных работ рассчитан в основном на 2-4 часа, реже - на 6-8 часов в случае проведения студентами комплексных исследований повышенной сложности и детальности.

Полученные результаты лабораторных исследований оформляются студентами в виде отчета, содержащего следующие данные и разделы:

1. Полное наименование работы.
2. Состав исполнителей.
3. Руководитель работы.
4. Задание, дата.
5. Исходные данные.
6. Порядок выполнения работы.
7. Выводы и рекомендации по результатам исследований.

Лабораторная работа № 1

Определение абразивности образцов горной породы методом Барона

Настоящие методики определения абразивности горных пород разработаны в Институте горного дела им. А. А. Скочинского, Л. И. Бароном и А. В. Кузнецовым. Сущность ее заключается в истирании о поверхность образца горной породы торца вращающегося стержня из незакаленной стали -серебрянки с последующим определением весового износа стержня во время опыта. За критерий абразивности принимается суммарная потеря в весе стержня за стандартное время опыта 10 минут. Опытное потирание стержня производится при осевой нагрузке 150 Н и скорости вращения 400 об/мин.

Испытания производятся на установке, выполненной на базе обычного сверлильного станка типа НС - 1 2 А.

Образец горной породы устанавливается в зажимном приспособлении таким образом, чтобы истираемая поверхность была перпендикулярна шпинделю станка. В патроне станка закрепляется эталонный стержень из инструментальной калиброванной стали-серебрянки У8А диаметром 8 мм. Изготовление стержней производится на токарном станке, где пруток разрезается на части длиной 70 мм. В одном из торцов каждого стержня высверливается центральное отверстие диаметром 4 мм и глубиной 12 мм.

Определение абразивности породы производят сверлением образца породы эталонным стержнем, предварительно взвешенным на аналитических весах с точностью до 0,1 мг. Исследования производят по схеме парных опытов: сначала сверление осуществляется в течение 10 мин одним концом стержня, затем в течение 10 мин – другим.

После опыта стержень очищается и снова взвешивается на аналитических весах с точностью до 0,1 мг.

Коэффициент абразивности породы вычисляется на основании результатов исследований по формуле

$$A = \frac{\sum q_i}{2n_{\text{п}}}, \tag{1.1}$$

где A - коэффициент абразивности, мг,

q_i - потеря массы эталонного стержня за каждый парный опыт, мг;

$n_{\text{п}}$ - число парных опытов.

На каждом образце горной породы проводится 3-5 парных опытов, а в целом по пробе необходимо провести 9-15 таких опытов

Необходимое число единичных опытов определяется с учетом коэффициента вариации, зависящего от структуры горных пород, на основании величины отношения

$$a = \frac{K_{\text{доп}}}{K_{\text{вар}}} \tag{1.2}$$

где $K_{\text{доп}}$ - допускаемое отклонение точности определения коэффициента абразивности;

$K_{\text{вар}}$ - коэффициент вариации, принимаемый согласно табл. 1.1.

Согласно абсолютной величине a, необходимо определить минимальное число единичных опытов, руководствуясь табл. 1.2.

Таблица 1.1

Определение коэффициента вариации $K_{\text{вар}}$

Структура пород	Размер зерен, мм	$K_{\text{вар}}$, %
Крупнозернистая	5	30
Среднезернистая	3-5	22
Мелкозернистая	0,3-0,2	19
Тонкозернистая с включениями	0,2	34

Таблица 1.2

Определение минимального числа единичных опытов

a	2,0	0,98	0,69	0,57	0,49	0,48
n	1	4	8	12	16	20

Запись результатов измерений и вычислений производится в табл. 1.3.

Таблица 1.3

Определение абразивности горных пород

№ п.п	Порода		Номер образца опыта	Масса стержня. $G_{1,2}$, мг		Потеря массы, мг	Абразивность А, мг				Примечание
	шифр	название		до опыта	после опыта		по опыту	по образцу	среднее по пробе	коэф. вариац, %	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Построение графиков и выводы результатов работы

Построение графиков по результатам измерений и вычислений настоящей лабораторной работы. УП1, УП2 - предварительные усилители;

Количественный и качественный анализ зависимостей

$A = f\left(\frac{H_{м,\max}}{H_{м,\min}}\right)$ и $A = f\left(H_{м,\max}\right)$, а также степени зернистости

(крупно-, средне-, мелко-, микрозернистости) исследуемых образцов горных пород.

Обосновать практическое значение полученных результатов лабораторных исследований и дать практические рекомендации.

Лабораторная работа № 2.

Определение физико-механических параметров скальных горных пород

Для оценки прочностных свойств горных пород определяются коэффициент динамической прочности (крепости и дробимости) $F_д$, а для оценки абразивных свойств - коэффициент абразивности $K_{абр}$.

Методика разработана в ЦНИГРИ под руководством Н. И. Любимова и рекомендована для исследований ФМС скальных горных пород.

Отбор н подготовка образцов горных пород

Отбор образцов горных пород производится, как правило, из керна. Можно также отбирать образцы произвольной формы соответствующего размера.

Размеры образцов из керна: длина 20-25 см при бурении коронками диаметром 46-59 мм и 15-18 см при бурении коронками диаметром 76-92 мм.

Подготовка проб из образцов осуществляется в следующем порядке:

- исследуемый образец породы разбивается на куски изометрической формы без острых углов размером 1,5-2,0 см в поперечнике;
- набираются две пробы: каждая проба состоит из 25 кусков и разделяется на пять частей по пять кусков.

Оборудование и материалы, необходимые для исследований

При определении прочностных и абразивных свойств горных пород по методике ЦНИГРИ применяются:

- прибор ПОК для определения динамической прочности (крепости) горных пород;
- прибор ПОАП-2М для определения абразивности горных пород;
- весы типа ВЛКТ-100 г / 5-3.

Прибор ПОК состоит из трубчатой ступы (рис. 2.1, а) и объемомера (рис. 2.1, б). Составными частями трубчатой ступы являются: загрузочный стакан *1*, направляющая труба *2*, удерживающий шплинт *3*, гиря *4*, упор *5*, шнур *6* и рукоятка *7*.

Объемомер состоит из стакана *1* и поршня со шкалой *2*.

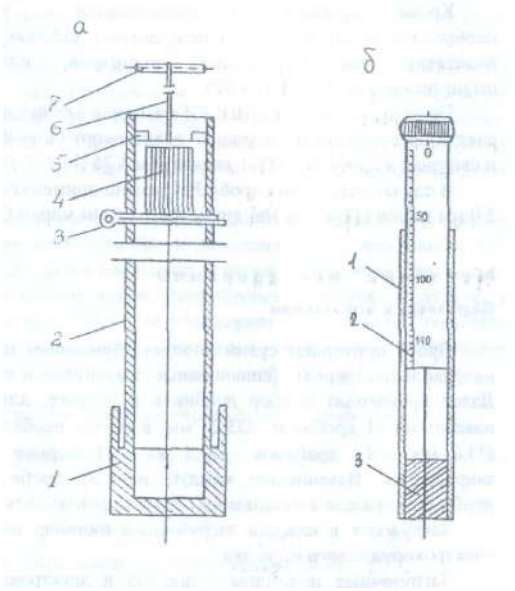


Рис. 2.1. Прибор ПОК для определения динамической прочности горных пород:

а – трубчатая ступа: *1* – загрузочный стакан; *2* – направляющая труба; *3* – шплинт удерживающий; *4* – гиря; *5* – упор; *6* – шнур; *7* – рукоятка; *б* – объемомер: *1* – стакан; *2* – поршень со шкалой; *3* – дно

Прибор ПОАП-2м, схема которого приведена на рис. 2.2, состоит из электродвигателя АОЛБ 22-4 мощностью 0,18 кВт с числом оборотов 1420 об/мин, двух рабочих органов с загрузочными камерами и пульта управления со счетчиком оборотов двигателя.

В приборе ПОАП-2м рабочий орган представляет собой жесткое сварное соединение *8* трех загрузочных камер *4*, шатуна *7* и эксцентрикового вала *2*, совершающего колебательно-вращательное движение в шариковых подшипниках *10*.

Опорой рабочего органа служат маятниковые шатуны *3*, которые с помощью шариковых подшипников *6* шарнирно связывают рабочий орган с плитой прибора.

Загрузочные цилиндры вставляются в камеры *4* прямоугольной формы и закрываются крышками *5* при помощи натяжных замков.

Привод рабочего органа прибора осуществляется от электродвигателя *1* через эксцентриковый вал *2* с насаженным на него маховиком *9*. При помощи вала 2 загрузочные камеры совершают возвратно-поступательное движение, обеспечивающее интенсивное перемешивание помещенного в них материала.

Механический редуктор-счетчик оборотов *12*, который присоединяется к валу электромотора при помощи двух шкивов и приводного ремня, позволяет контролировать число колебаний рабочего органа.

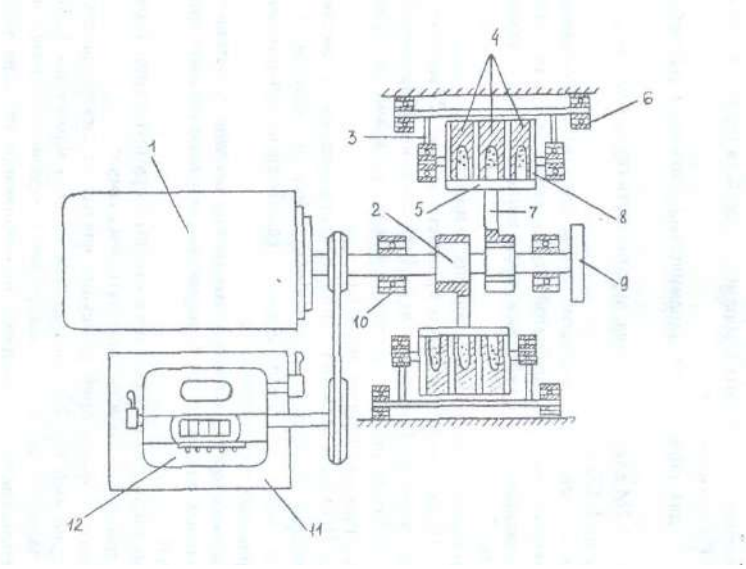


Рис. 2.2. Схема прибора ПОАП-2М для определения абразивности горных пород:
1 – электродвигатель; *2* – эксцентриковый вал; *3* – шатуны; *4* – загрузочные цилиндры; *5* – крышка; *6* – опоры; *7* – шатун; *8* – рабочие органы; *9* – маховик; *10* – подшипники; *11* – пульт управления; *12* – счетчик.

Весы типа ВЛКТ-100 г/5-3 предназначены для определения потери веса эталонного материала при определении абразивности пород с требуемой точностью

Для исследований на приборах ПОК и ПОАП-2м используются:

- загрузочные цилиндры из стекла органического СОЛ (ГОСТ 15809-70) - 18 шт. (6 - для проведения опыта, 6 - для промывки дроби после опыта, 6 - запасные);
- сито из сетки №5 (ГОСТ 3826-66);
- мерка емкостью l $см^3$.

Кроме перечисленных принадлежностей, учтенных в ОСТе, необходимо иметь молоток, совок, лоток с шестью
ячейками для дроби, подставку для загрузочных цилиндров, пластинку, лопаточку, штангенциркуль (ГОСТ 166-80).
По разработанной в ЦНИГРИ методике для исследований необходимы следующие
материалы: порошок электрокорундовый №12 (ГОСТ 3647-80) и свинцовая дробь №4 ОТ-1 диаметром 3.25 (ГОСТ 7837-76).

В случае отсутствия дроби №4 можно применять дробь №5 диаметром 3,0 мм марки ОТ-1 или №3 диаметром 3,5 мм марки ОТ-П.

Методика исследований
Подготовка к испытаниям

Дробь протирают сухим хлопчатобумажным материалом. Дробинки неправильной формы (сплющенные, вытянутые и т. п.) отбраковываются. Далее производят подбор дробинок в навеске, для чего заготовляют 6 навесок по 21 дробинке Ø 3,25 мм; в случае необходимости 26 дробинок Ø 3,0 мм и 14 дробинок Ø 3,5 мм. Повторное использование дроби запрещается. Взвешивают каждую навеску дроби. Определение массы дроби при каждом взвешивании следует производить с точностью до 5 мг.

Загружают в каждый загрузочный цилиндр навеску дроби и 1 см электрокорундового порошка.

Загрузочные цилиндры с дробью и электрокорундовым порошком помещают в прибор и включают его на 20 минут. При этом электродвигатель должен совершить 28 тыс. оборотов, которые контролируются счетчиком прибора.

Каждую навеску дроби после указанного опыта помещают в сосуд с водой и после перемешивания (всполаскивания) извлекают и протирают насухо чистым хлопчатобумажным материалом.

Промытую дробь взвешивают. Потеря массы дроби в каждой пробирке должна быть 200±10 мг. В случае отклонения потери массы дроби от указанного необходимо изменить количество дробинок в навеске и повторить тарировочные работы вновь.

Проведение испытаний

Каждую часть пробы, состоящую из 5 кусков, помещают в стакан прибора ПОК и производят 10 сбрасываний гири массой 2,4 кг с высоты 600 мм (груз поднимается до упора). Продукт разрушения всех пяти частей каждой пробы породы просеивается через сито с размером стороны ячейки а свету 0,5 мм. Прошедшую через сито фракцию 0,5 мм и менее ссыпают в трубу объемомера (рис. 4.2). В трубу свободно вставляют до упора цилиндр и снимают отсчет "h" по шкале цилиндра в миллиметрах.

Раздробленную горную породу фракции 0,5 мм и менее высыпают из объемомера на лист чистой бумаги в виде конуса, затем конус с помощью пластинки развертывают в диск, который снова пересыпают в конус. Процесс перемешивания повторяют 2 - 3 раза для получения однородной среды. Из противоположных частей диска отбирают пробы объемом 1 см^3 каждая.

Загрузочные цилиндры с дробью и пробами помещают в прибор ПОАП-2м и включают на 20 мин. После испытания дробь промывают. Для этого каждую навеску дроби помещают в чистые загрузочные цилиндры, заполненные на 2/3 объема водой. Загрузочные цилиндры с дробью и водой помещают в прибор ПОАП-2м и включают его на 3 мин. Промытую дробь протирают сухим хлопчатобумажным материалом, взвешивают каждую навеску и определяют потерю массы дроби ΔQ (мг).

Определение физико-механических параметров по результатам испытаний

Коэффициент динамической прочности породы определяет по формуле:

$$F_{д} = \frac{20n}{h} = \frac{200}{h}, \qquad (2.1)$$

где n=10 - число сбрасываний гири на приборе ПОК;

h - отсчет по шкале цилиндра объемомера, мм.

Коэффициент абразивности исследуемой породы определяют по формуле:

$$K_{\text{абр}} = \frac{\Delta Q}{100}\ , \tag{2.2}$$

где ΔQ - потеря массы дроби, мг.

Коэффициенты динамической прочности и абразивности определяются по двум пробам.

За средние значения $F_{\text{д}}$ или $K_{\text{абр}}$ принимаются среднеарифметические двух определений при условии:

$$Z = \frac{X_1 - X_2}{(X_1 + X_2)/2} \cdot 100 \langle 25\ \%, \tag{2.3}$$

где X_1 и X_2 - значения двух определений $F_{\text{д}}$ и $K_{\text{абр}}$.

В случае отклонения от приведенного условия проводятся дополнительные определения. Из полученных значений $F_{\text{д}}$ и $K_{\text{абр}}$ выбираются те два, для которых выполняется условие (2.3).

На основании определенных опытным путем значений динамической прочности $F_{\text{д}}$ и коэффициента абразивности $K_{\text{абр}}$ можно определить объединенный комплексный показатель бурности $\rho_{\text{м}}$ по формуле:

$$\rho_{\text{м}} = 3F_{\text{д}}^{0.8} \cdot K_{\text{абр}} \tag{2.4}$$

Лабораторная работа № 3.
Определение энергоемкости процесса распиловки горных пород алмазным диском

Распиловка является начальной операцией в обработке каменного сырья. Для распиловки горных пород используют несколько типов алмазных пил и станков, конструкция которых зависит от размеров камней и конкретной цели распиловки.

Процесс распиловки можно контролировать по показаниям электроприборов, которые устанавливаются в системе электропривода для измерения силы тока, напряжения и потребляемой мощности.

Оценка процесса распиловки возможна по удельным затратам электроэнергии на единицу площади распиливания, которая зависит от ФМС горных пород, параметров режущего инструмента и технологических параметров распиливания.

Задачей исследования является определение энергоемкости процесса распиливания горных пород с различными ФМС на камнерезном станке.

Технические средства для определения энергоемкости процесса распиловки

В качестве распиловочного механизма используется серийный камнерезный станок ПТ-44, оснащенный алмазным отрезным диском:

Техническая характеристика камнерезного полуавтомата ПТ-44

Наибольшая высота обрабатываемой заготовки, мм ….	150
Наибольшая длина обрабатываемой заготовки, мм …..	160
Частота вращения шпинделя, об/мин ……..	1500
Инструмент: круг отрезной, 2726-0272 ГОСТ 10110-78	1000
диаметр, мм ……	450
толщина, мм……	2,4
Скорость подачи (продольное перемещение салазок), мм/мин	
при модуле червячной передачи m = 1……..	5,4-31,5
m = 2……..	10,8-63
Питающая эл. сеть:	
род тока…….	Переменный
частота тока, Гц……	50
напряжение, В……..	220, 380
Электродвигатель	
Тип…….	4А80В (АИР90В)
мощность, кВт……..	1,5 (2,2)
частота вращения, об/мин……..	1500
габариты, мм, не более……	1240 890 940
масса, кг, не более……..	350

Принцип работы камнерезного полуавтомата ПТ-44

Привод станка осуществляется от электродвигателя *1* (рис. 3.1) Вращение от двигателя передается через клиноременную передачу на шпиндель *2*, на котором закреплен алмазный круг *10*. Вращение шпинделя двухскоростное, так как шкив шпинделя имеет два ручья с разными диаметрами.

При распиловке заготовок продольная подача заготовки *11* производится механически от двигателя *1* через клиноременную передачу, червячную передачу *7*, передачу "винт-гайка", гайка *8* которой является разъемной. При разомкнутом положении

гайки механическая подача на заготовку не происходит. Заготовка при распиловке надежно закрепляется в зажимном устройстве *9*, которое имеет возможность продольного перемещения по направляющим *4*. Скорость продольной подачи во время распиловки регулируется бесступенчатым вариатором *6*. При переводе рычага влево подача замедляется, вправо - ускоряется

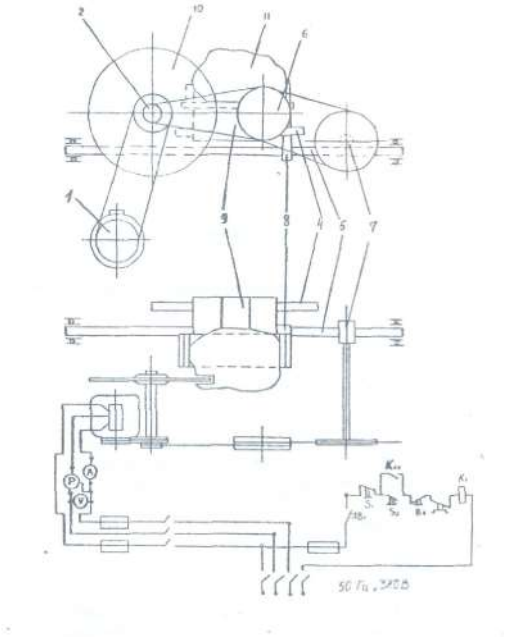


Рис. 3.1. Электромеханическая схема ПТ-44

Приборы для контроля процесса распиловки

Для контроля процесса распиловки камнерезный полуавтомат ПТ-44 имеет электрический щит, оборудованный вольтметром с ценой деления 20 В в диапазоне 500 В, амперметром с ценой деления 0,5 А в диапазоне ЮЛ и ваттметром с ценой деления 0,5 кВт в диапазоне 1,4 кВт.

Для проведения исследований необходимо иметь секундомер.

Методика определения процесса распиловки
Подготовка образцов для распиловки

Для распиловки используются образцы скальных горных пород произвольной формы. Размеры образца следует подбирать из расчета затрат времени на отрезание одной пластины в пределах 4-6 мин. и возможности получения из образца двух пластин толщиной 30 мм и длиной не менее 100 мм. Каждый образец должен быть промаркирован. Полученные при распиловке пластины используются в следующей лабораторной работе.

Подготовка камнерезного полуавтомата ПТ-44

Исследуемый образец закрепляется в зажимном устройстве станка. Для распиловки следует использовать червячное колесо с модулем m=1. Рычагом вариатора устанавливается нужная скорость резания. Рекомендуемая скорость резания при распиловке твердых пород (яшма) -23,4 мм/мин., при распиловке мягких пород (змеевик) – 33,4 мм/мин.

Организация наблюдений за процессом распиловки

В процессе исследований по показаниям ваттметра измеряется потребляемая мощность на холостое вращение алмазного диска и суммарная потребляемая мощность в процессе распиловки. Потребляемая мощность на распиливание определяется по формуле:

$$P_p = \sum P - P_{xx} \qquad (3.1)$$

где P_p - потребляемая мощность на распиливание, Вт;

$\sum P$ - суммарная потребляемая мощность, Вт;

P_{xx} - потребляемая мощность на холостое вращение алмазного диска, Вт.

Для получения достоверной информации необходимо провести 3 опыта - параллельные распиловки образца, обеспечивающие получение двух пластин.

Каждый опыт начинается с регистрации потребляемой суммарной мощности в момент начала распиловки. Затем суммарная потребляемая мощность регистрируется с помощью секундомера через каждые 30 с до окончания распиловки.

Результаты наблюдений и обработки заносятся в таблицу.

Регистрация результатов наблюдения и расчетов

Номер парал. набл.	P_{xx}	Суммарная потребляемая Мощность ΣP, Вт										Площадь распила S,м^2	Работа A, Втс	Удельная энергоемкость W, Вт·с/м^2
		0	30	60	90	120	150	180	210	240	270			
Образец №1														
1														
2														
3														
Образец №2														
1														
2														
3														

На основании наблюдений при распиловке каждого образца строятся графики, характеризующие изменение P_P во времени. Форма графика приведена на рис. 3.2.

Определение произведенной работы для распиливания образца

Работа распиливания характеризуется площадью фигуры 5 (рис. 3.2), ограниченной кривой, характеризующей изменение суммарной потребляемой мощности $\sum P$ во времени, и линией, ограничивающей мощность холостого вращения P_{xx}.

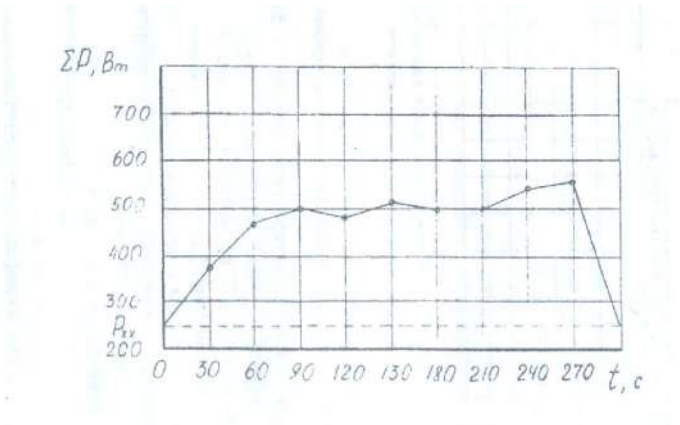


Рис. 3.2. График изменения потребляемой мощности во времени при распиловке яшмы технической.

Площадь S определяется с помощью палетки. Масштаб одной клетки палетки определяется в соответствии с масштабом координат графика:

$$M = P_p t_н, \tag{3.2}$$

где M - масштаб одной клетки, Вт·с;

P_p - масштаб мощности на графике, Вт;

$t_н$ - масштаб времени, с. Приведенный на рис. 4.6 график имеет следующий масштаб:

$M = 100 \cdot 30 = 3000$, Вт·с.

Тогда работа распиливания образца определяется из условия, Вт/с:

$$A = Mm, \tag{3.3}$$

где M - масштаб одной клетки, 3000 Вт·с;

m - количество расчетных клеток палетки в пределах площади, ограниченной кривой изменения $P_Р$ во времени, шт.

Для определения количества расчетных клеток под кривой методом палетки подсчитывается количество полных клеток n_1 и количество неполных клеток n_2. Затем приближенно определяется общее количество расчетных клеток из условия:

$$M=(n_1+n_2)/2. \tag{3.4}$$

Определение площади распила

Площадь поверхности распила образца горной породы определяется также по палетке. В качестве палетки может быть использован лист миллиметровки или разлинованный в клетку тетрадный лист. На палетку накладывается распиленный образец горной породы, и фиксируется площадь распила. Масштаб палетки принимается

$$M= 1 \text{ см}^2 = 0{,}0001 \text{ м}^2.$$

Площадь распила рассчитывается из условия:

$$S=Mm, \tag{3.5}$$

где S - площадь распила, м^2;

M - масштаб палетки, м^2;

m - количество расчетных клеток палетки, шт.

Определение удельной энергоемкости процесса распиливания

Удельная энергоемкость распиливания на единицу площади горной породы рассчитывается по формуле:

$$W = \frac{A}{S}. \tag{3.6}$$

где W - удельная энергоемкость распиливания, Вт·с/м^2;

A - работа, Вт·с;

S - площадь распила, м^2.

Методика статистической обработки результатов наблюдений

Обобщающими результатами наблюдений, характеризующих энергоемкость процесса распиловки, являются удельные затраты мощности на единицу площади распиловки W_1, W_2, W_3, …, W_n, которые получены при проведении параллельных опытов при распиловке образца определенной горной породы.

Энергоемкость процесса распиловки образца горной породы характеризуется удельными затратами мощности, которые определяются как среднее арифметическое значение удельных затрат мощности при проведении параллельных опытов по формуле:

$$\overline{W} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} W_i \quad . \tag{3.7}$$

Дисперсия удельных затрат мощности параллельных опытов, характеризующих степень разброса вокруг среднего значения, рассчитывается по формуле:

$$D = \frac{1}{1-n}\sum_{i=1}^{n} (W_i - \overline{W})^2 \, . \tag{3.8}$$

Среднее квадратическое отклонение результата каждого опыта как абсолютный показатель изменчивости удельных затрат мощности определяется из выражения:

$$S = \sqrt{\frac{1}{1-n}\sum_{i=1}^{n} (W_i - \overline{W})^2} \quad . \tag{3.9}$$

Отдельным показателем изменчивости удельных затрат мощности параллельных опытов является коэффициент вариации, который рассчитывается по формуле:

$$K_{\text{вар}} = \frac{S}{W} 100 \ \% \tag{3.10}$$

Лабораторная работа № 4.

Исследование акустического спектра резания горной породы алмазным диском

Отбор и подготовка образцов

Для исследований необходимо использовать образцы горных пород с известными параметрами динамической прочности, абразивности и модуля продольной упругости. Образец должен иметь форму пластины толщиной 30 мм. Рекомендуется использовать пластины, полученные при выполнении лабораторной работы № 3 данного раздела. Каждый образец должен иметь свою маркировку.

Технические средства для регистрации акустического спектра

Для исследования акустического спектра резания горных пород алмазным диском используется анализатор спектра АС-1.

Акустический спектр регистрируется анализатором спектра АС-1 в пределах звуковых колебаний 16 Гц – 20 кГц при распиловке образца горной породы на камнерезном станке ПТ-44, оснащенном алмазным отрезным диском АС-50 315/250 50 М. Для контроля процесса резания станок оснащен ваттметром, вольтметром и амперметром.

Техническая характеристика анализатора спектра АС-1

Прибор состоит из измерительного блока и двух микрофонов МД 52. Измерительный блок предназначен:

- для усиления сигналов, поступающих от микрофонов;
- выделения из шумового спектра основных гармонических составляющих;
- измерения частоты звуковых колебаний в трех диапазонах (I−20-200 Гц, II - 200-2000 Гц, III - 2-16 кГц);
- измерения уровня звукового давления акустического спектра с помощью микроамперметра.

Функциональная схема АС-1 представлена на рис. 4.2. На схеме показаны:

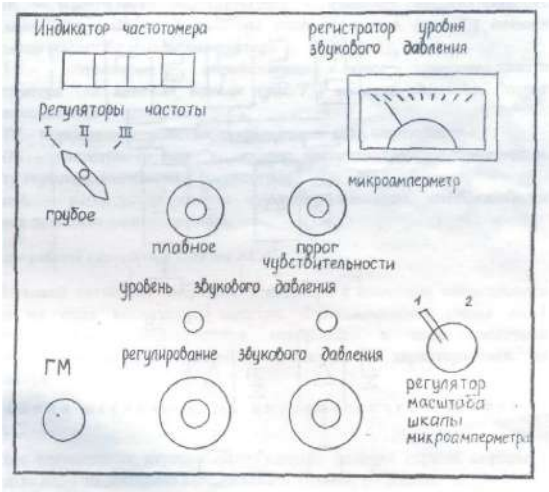


Рис. 4.1. Схема лицевой панели АС-1

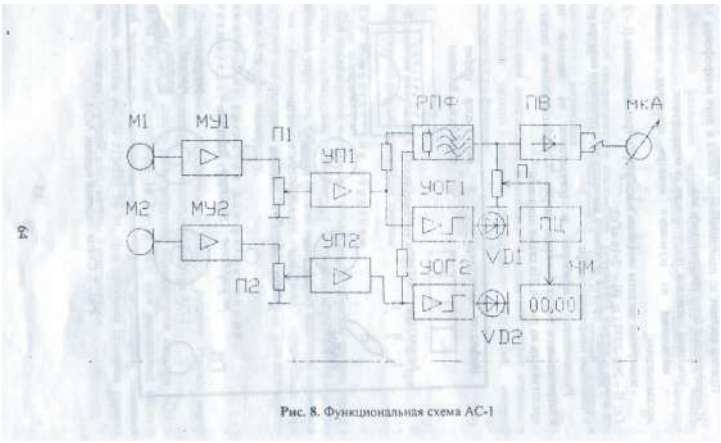


Рис. 8. Функциональная схема АС-1

Рис. 4.2. Функциональная схема АС-1

МУ1, МУ2 -микрофонные усилители 1 и 2 каналов;

П1, П2 - потенциометры установки уровня сигналов с микрофонных усилителей (ручки потенциометров П1 и П2 выведены на лицевую панель (см. рис. 4.2) и обозначены "регулирование звукового давления 1-й канал и 2-й канал");

УОГ1, УОГ2 - усилители-ограничители шумового сигнала с выходом на светоиды VD1, VD2 (на лицевой панели (см. рис. 4.2) светоиды обозначены "уровень звукового давления");

РПФ - режекторный полосовой фильтр с высокой добротностью, (перестройка частоты фильтра осуществляется ручками (см. рис. 4.2) "регуляторы частоты грубое, плавное", расположенными на лицевой панели);

ПВ - прецезионный выпрямитель выделяет положительную полуволну первой гармоники шумового сигнала;

SA - масштабный переключатель - изменяет чувствительность микроамперметра мкА в 2 раза (на лицевой панели (см. рис. 4.2) показан "регулятор масштаба шкалы амперметра");

П - потенциометр, определяющий порог чувствительности частотометра (на лицевой панели (см. рис. 4.2) имеется указатель "порог чувствительности");

ПУ - пороговое устройство, открывающее вход частотометра;

ЧМ - частотометр или "индикатор частотометра", отображающий частоту звуковых колебаний в килогерцах;

мкА - регистратор уровня звукового давления, отображающий звуковое давление в микроамперах.

Принцип работы анализатора спектра АС-1

Звуковой сигнал от микрофонов подается с помощью специального кабеля на вход анализатора спектра. Функциональная схема АС-1 усиливает сигнал, фильтрует и отображает в виде частотной характеристики на частотометре и амплитудной характеристики на амперметре.

Методика исследования акустического спектра на АС-1

Для регистрации акустического спектра резания горной породы с помощью АС-1 необходимо выполнить следующие операции:

Расположение приборов и регуляторов на лицевой панели измерительного блока показано на рис. 4.1,

1. Установить микрофоны в непосредственной близости от режущего инструмента, обеспечив условия предотвращения попадания влаги на микрофоны.
2. Подключить микрофоны к гнезду ГМ прибора.
3. Подключить прибор к сети 220 В.
4. Установить ручки управления прибора в положение, соответствующее готовности прибора к работе. Для этого необходимо выполнить следующие операции.

4.1. Ручки потенциометров "регулирование звукового давления" (П1 и П2) установить в крайнее левое положение (повернуть против часовой стрелки до упора).

4.2. Переключатель "регуляторы частоты грубое, плавное" установить в крайнее левое положение.

4.3. Ручку "порог чувствительности" установить в крайнее левое положение, при этом индикатор частотометра должен показывать 00.00.

4.4. Переключатель ЗА "регулятор масштаба шкалы микроамперметра" установить в крайнее левое положение, при этом стрелочный индикатор мкА должен быть на нуле.

5. Включить камнерезный станок, установить режим подачи с помощью вариатора в зависимости от физико-механических свойств распиливаемого образца и обеспечить работу станка в установившемся режиме резания горной породы.

6. Медленно поворачивать ручки потенциометров П1 и П2 "регулирование звукового давления" по часовой стрелке до включения светоидов УВ1 и УО2. После включения светоидов повернуть ручки П1 и П2 против часовой стрелки, стараясь уловить положение регуляторов уровня сигнала, соответствующее моменту затухания светоидов.

7. Произвести измерения параметров акустического спектра, выполняя последовательно следующие операции.

7.1. Поворачивая ручку "регуляторы частоты плавное" по часовой стрелке, установить по микроамперметру на положение ручки, соответствующее максимальному уровню сигнала в выбранном частотном диапазоне. Точнее можно найти положение ручки, поворачивая ее по или против часовой стрелки.

7.2. Повернуть ручку "порог чувствительности" до включения частотометра в режим счета частоты. Рекомендуется поворачивать ручку не плавно, а дискретно, изменяя угол поворота в связи с некоторым запаздыванием включения счетного устройства.

7.3. Показания частотометра и стрелочного индикатора занести в таблицу. При необходимости взять еще 1-2 отсчета на этом же частотном диапазоне, стремясь отыскать локальный максимум.

7.4. Повернуть ручку "порог чувствительности" против часовой стрелки до сброса показаний индикатора частотометра (до установки 00.00).

7.5. Повернуть ручку "регуляторы частоты плавное" в крайнее левое положение и перейти на следующий частотный диапазон, переключив переключатель «регуляторы частоты грубое» по часовой стрелке в следующее положение.

7.6. Повторить измерения на вновь избранном диапазоне частоты, выполнив пункты 7.1-7.3 Результаты измерений занести в таблицу.

7.7. Выполнив пункты 7.4 и 7.5, перейти на третий диапазон частот, установив переключатель "регуляторы частоты грубое" в положение III (крайнее правое).

7.8. Повторить измерения на III диапазоне частот, выполнив пункты 7.1. - 7.3. Результаты измерений занести в таблицу.

Результаты измерений исследования акустического спектра резания горной породы алмазным диском

Диапазон	I			II			III		
Уровень звукового давления, мкА									
Частота звуковых колебаний, кГц									

Примечания.

1. После выполнения пункта 7.3 положение ручки "регулирование звукового давления" нельзя изменять до окончания работы, в противном случае достоверность характера спектрограммы будет нарушена.

2. В некоторых случаях на одном или двух диапазонах частот могут отсутствовать ярко выраженные основные максимумы, в этом случае рекомендуется ограничиться регистрацией локальных максимумов, стараясь как можно точнее устанавливать порог чувствительности порогового устройства частотомера ручкой "порог чувствительности".

3. Если при измерении локальных максимумов показания стрелочного измерительного прибора весьма малы и отсчет взять затруднительно, можно перевести переключатель SA "регулятор масштаба шкалы микроамперметра" в крайнее правое положение. В этом случае в таблицу следует заносить численное значение, равное 1/2 от показания прибора.

Методика обработки результатов наблюдения

Графическое построение измеренных спектров производится на полулогарифмической бумаге, для того, чтобы весь диапазон измеряемых частот умещался в размерах одного листа формата А4 и при этом масштаб был бы читаемым. Построение спектрограммы (рис. 4.3), характеризующей процесс резания, производится по следующей методике.

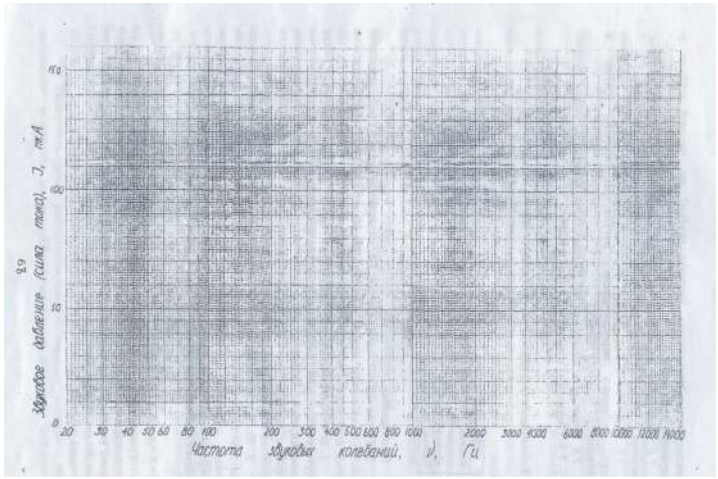


Рис. 4.3. Спектрограмма звуковых колебаний процесса резания

1. На логарифмической шкале абсцисс, соответствующей трем диапазонам АС-1, откладываются частоты в герцах, на линейной шкале ординат – уровни звукового давления акустического спектра резания в микроамперах.
2. На спектрограмме находится уровень звукового давления, соответствующий зарегистрированному максимуму длины полуволны акустического спектра.

Библиографический список

1. Инструкция по применению прибора ПСХ-4 для определения удельной поверхности измельченных материалов/ Госкомитет по промышленности строительных материалов при Госстрое СССР. – М.: 1964. - 14 с.
2. Ржевский В. В., Новик Г. Я. Основы физики горных пород: учебник для вузов. – 5-е изд, перераб. и доп. – М.: Недра, 1989. - 359 с.
3. Спивак А. И., Попов А. Н. Разрушение горных пород при бурении скважин: учебник для вузов. – 4-е изд. Перераб. и доп. – М.: Недра, 1986. - 208 с.
4. Ямщиков В. С. Методы и средства исследования и контроля горных пород и процессов. – М.: Недра, 1982.

МИНОБНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Уральский государственный горный университет»
(ФГБОУ ВО УГГУ)

Н. В. Рубан

Основы гидрогеологии и инженерной геологии

**Методические указания
по организации самостоятельной работы для обучающихся направления подготовки
21.05.02 – Прикладная геология**

Квалификация подготовки – горный инженер-геолог

Форма обучения: очная

Екатеринбург
2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Введение	3
1.	Общие положения	4
2.	Самостоятельная работа студентов, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям	7
	2.1. Повторение материала лекций	7
	2.2. Самостоятельное изучение тем курса	8
	2.3. Подготовка к практическим и лабораторным работам	8
3.	Другие виды самостоятельной работы	8
	3.1. Подготовка к зачёту	8

Введение

Самостоятельная работа в современном образовательном процессе рассматривается как форма организации обучения, которая способна обеспечивать самостоятельный поиск необходимой информации, творческое восприятие и осмысление учебного материала в ходе аудиторных занятий, разнообразные формы познавательной деятельности студентов на занятиях и во внеаудиторное время, развитие аналитических способностей, навыков контроля и планирования учебного времени, выработку умений и навыков рациональной организации учебного труда.

Таким образом, самостоятельная работа – форма организации образовательного процесса, стимулирующая активность, самостоятельность, познавательный интерес студентов.

В методических указаниях рассматриваются вопросы организации самостоятельной работы для студентов Уральского государственного горного университета.

Методическое указание включает три главы, которые логически связаны друг с другом. Первая глава знакомит читателя с теоретическими основами самостоятельной работы студентов и особенностями подготовки к ней в вузе. Во второй и третьей главах представлен материал, который содержит информацию о видах самостоятельной работы по данной дисциплине, а также об источниках информации для осуществления самостоятельной работы. Эмпирической основой разработки системы критериев и показателей оценки форм самостоятельной работы стал практический опыт работы преподавателей кафедры геодезии и кадастров.

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Самостоятельная работа студентов всех форм и видов обучения является одним из обязательных видов образовательной деятельности, обеспечивающей реализацию требований Федеральных государственных стандартов высшего образования (ФГОС), созданных на основе Федерального закона от 29.12.2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации».

Конкретные требования к самостоятельной работе студентов определяются в Федеральных государственных образовательных стандартах высшего образования по направлению.

Нормативные требования к самостоятельной работе студентов дополняются документами локального характера: Уставом Уральского государственного горного университета, рабочей программой дисциплины.

Согласно требованиям нормативных документов, самостоятельная работа студентов является обязательным компонентом образовательного процесса, так как она обеспечивает закрепление получаемых на лекционных занятиях знаний путем приобретения навыков осмысления и расширения их содержания, навыков решения актуальных проблем формирования общекультурных и профессиональных компетенций, подготовки к практическим занятиям, сдаче зачета и экзамена.

Самостоятельная работа студентов представляет собой совокупность внеаудиторных занятий и работ, обеспечивающих успешное освоение образовательной программы высшего образования в соответствии с требованиями ФГОС.

Навыки самостоятельной работы по освоению каких-либо знаний приобретаются человеком с раннего детства и развиваются в течение всей жизни. К началу обучения в вузе каждый студент имеет личный опыт и навыки организации собственных действий, полученные в процессе обучения в школе, учреждениях дополнительного образования, во время внешкольных занятий и в

быту. Однако при обучении в вузе требования к организации самостоятельной работы существенно возрастают, так как они связаны с освоением сложных общекультурных и профессиональных компетенций.

Практика показывает, что студенты различаются по уровню готовности к реализации требований к самостоятельной работе. Выделяются две основные группы студентов. Первая характеризуется тем, что ее представители ориентированы на выполнение заданий самостоятельной работы и обладают универсальными учебными компетенциями, позволяющими успешно справиться с требованиями к ее выполнению (умением понимать и запоминать приобретаемую информацию, логически мыслить, воспроизводить материал письменно и устно, проводить измерения, вычисления, проектировать и т. д.). Студенты второй группы не имеют устойчивой ориентации на постоянное выполнение самостоятельной работы при освоении учебного материала и отличаются низким уровнем развития универсальных учебных компетенций и навыков самоорганизации.

Самостоятельная работа в рамках образовательного процесса в вузе решает следующие *задачи:*

- закрепление и расширение знаний, умений, полученных студентами во время аудиторных и внеаудиторных занятий, превращение их в стереотипы умственной и физической деятельности;

- приобретение дополнительных знаний и навыков по дисциплинам учебного плана;

- формирование и развитие знаний и навыков, связанных с научно-исследовательской деятельностью;

- развитие ориентации и установки на качественное освоение образовательной программы;

- развитие навыков самоорганизации;

- формирование самостоятельности мышления, способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

- выработка навыков эффективной самостоятельной профессиональной теоретической, практической и учебно-исследовательской деятельности.

Для реализации задач самостоятельной работы студентов и ее осуществления необходим *ряд условий*, которые обеспечивает университет:

- наличие материально-технической базы;
- наличие необходимого фонда информации для самостоятельной работы студентов и возможности работы с ним в аудиторное и внеаудиторное время;
- наличие помещений для выполнения конкретных заданий, входящих в самостоятельную работу студентов;
- обоснованность содержания заданий, входящих в самостоятельную работу студентов;
- связь самостоятельной работы с рабочими программами дисциплин, расчетом необходимого времени для самостоятельной работы;
- развитие преподавателями у студентов навыков самоорганизации, универсальных учебных компетенций;
- сопровождение преподавателями всех этапов выполнения самостоятельной работы студентов, текущий и конечный контроль ее результатов.

Специфическими *принципами организации* самостоятельной работы в рамках современного образовательного процесса являются:

- принцип интерактивности обучения (обеспечение интерактивного диалога и обратной связи, которая позволяет осуществлять контроль и коррекцию действий студента);
- принцип развития интеллектуального потенциала студента (формирование алгоритмического, наглядно-образного, теоретического стилей мышления, умений принимать оптимальные или вариативные решения в сложной ситуации, умений обрабатывать информацию);

- принцип обеспечения целостности и непрерывности дидактического цикла обучения (предоставление возможности выполнения всех звеньев дидактического цикла в пределах темы, раздела, модуля).

Самостоятельная работа студентов планируется преподавателем в рабочей программе дисциплины.

Объем времени, отведенный на внеаудиторную самостоятельную работу, находит отражение: в учебном плане в целом по теоретическому обучению, по каждому из циклов дисциплин, по каждой дисциплине; в рабочих программах учебных дисциплин с ориентировочным распределением по разделам или конкретным темам.

Самостоятельная работа студентов классифицируется: по месту организации (аудиторная и внеаудиторная); по целям организации (цели дисциплины, сформулированные и обоснованные в рабочей программе); по способу организации (индивидуальная, групповая).

Выбор формы организации самостоятельной работы студентов (индивидуальная или групповая) определяется содержанием учебной дисциплины и формой организации обучения (лекция, семинар, практическое занятие, контрольное занятие и др.).

В зависимости от формы промежуточной аттестации виды самостоятельной работы дополняются подготовкой к экзамену, зачету и процедурами текущей аттестации.

2. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩАЯ ПОДГОТОВКУ К АУДИТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ

2.1. Повторение материала лекций

Источники информации по теме лекции:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед каждым лекционным занятием;

2) конспект лекции, который студент пишет во время проведения лекционного занятия;

3) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины.

2.2. Самостоятельное изучение тем курса

Самостоятельное изучение тем осуществляется при обучении на заочной форме обучения.

Источники информации для самостоятельного изучения тем:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед сессией;

2) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины.

2.3. Подготовка к практическим и лабораторным занятиям

Типовые задания (примеры) работ, выполняемые на практических занятиях представлены в комплекте оценочных материалов.

Принципы работы на практических занятиях озвучиваются преподавателем на соответствующих лекционных занятиях.

Источники информации для подготовки к практическим занятиям:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед каждым лекционным занятием либо в начале сессии;

2) конспект лекции, который студент пишет во время проведения практического или лабораторного занятия (при наличии);

3) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины;

4) методические указания по выполнению практических и лабораторных занятий.

3. ДРУГИЕ ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

3.1. Подготовка к зачету

В комплекте оценочных средств представлен перечень тестовых заданий, теоретических вопросов и практико-ориентированных заданий, которые входят в постав билетов.

Источники информации для подготовки к зачету:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед каждым лекционным занятием либо в начале сессии;

2) конспект лекции, который студент пишет во время проведения лекционного занятия (при наличии);

3) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины.

Учебное издание

Рубан Наталья Валентиновна

Основы гидрогеологии и инженерной геологии

Методические указания по организации самостоятельной работы
для обучающихся направления подготовки 21.05.02 – Прикладная геология
(специализация № 2 «Поиски и разведка подземных вод и инженерно-геологические изыскания»)

Редактор С. Н. Тагильцев

Подписано в печать
Бумага писчая. Формат бумаги 60 х 84 1/16.
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.
Печ. л.. Уч.-изд. л. Тираж экз. Заказ №

Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30.
Уральский государственный горный университет
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ

Министерство образования
Российской Федерации

УРАЛЬСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ
ГОРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ

В. Н. Бабич, Е. И. Шангина

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ «БЛОК-ДИАГРАММА» ПО ДИСЦИПЛИНЕ «НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ. ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА» ДЛЯ СТУДЕНТОВ НАПРАВЛЕНИЯ 553200 – «ГЕОЛОГИЯ И РАЗВЕДКА ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ»

ЕКАТЕРИНБУРГ

2003

УРАЛЬСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ГОРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ

ОДОБРЕНО
Методической комиссией
инженерно-экономического
факультета
"8" сентября 2003 г.
Председатель комиссии
проф. Г.С.Карпов

Методическое пособие
по выполнению индивидуальной
графической работы «Блок-диаграмма» по дисциплине
«Начертательная геометрия. Инженерная графика»
для студентов направления 553200 –
«Геология и разведка полезных ископаемых»

2-е издание, стереотипное

Издание УГГГА Екатеринбург, 2003

Методическое пособие по выполнению индивидуальной графической работы «Блок-диаграмма» по дисциплине «Начертательная геометрия. Инженерная графика» для студентов направления 553200 – «Геология и разведка полезных ископаемых». /В. Н. Бабич, Е. И. Шангина. - 2-е изд. стереотипное. - Екатеринбург: Изд-во УГГГА, 2003. – 15 с.

В работе рассмотрены теоретические вопросы по курсу «Проекции с числовыми отметками». Предложена методика решения задач по темам «Топографические поверхности», «Нахождение общих элементов плоскости и топографической поверхности», «Сечение топографической поверхности плоскостью», «Аксонометрические проекции».

Методическое пособие рассмотрено на заседании кафедры инженерной графики 26.09.2001 года (протокол №6) и рекомендовано для издания в УГГГА.

Рецензент – Ю. И. Самохвалов, доцент УГГГА

© Шангина Е. И., 2001
© Шангина Е. И., 2003
© Уральская государственная горно-геологическая академия, 2001
© Уральская государственная горно-геологическая академия, 2003

ВВЕДЕНИЕ

Эпюр выполняется на формате Al (594× 841) в масштабе 1:1000 и включает в себя решение следующих задач:

- построение линии выхода пласта на поверхность;
- построение прямого разреза (вкрест простирания);
- построение вертикальных профилей АВ, ВС, СД, ДА, определяемых сторонами заданного плана;
- построение линии среза пласта по горизонту 92,5;
- построение блок-диаграммы (ячеечной), ограниченного вертикальными профилями АВ, ВС, CD, DA и плоскостью нулевого уровня в аксонометрии с линией выхода пласта на поверхность.

Исходные параметры всех вариантов сведены в таблицу №1 и задаются следующим образом:

1. Месторождение ограничено двумя параллельными плоскостями - плоскостью кровли пласта (верхняя плоскость) и плоскостью подошвы (нижняя плоскость). Плоскость кровли пласта задаётся точкой **F**(x,y,z), азимутом падения α, интервалом **l** (масштабом падения плоскости), параметры которых представлены в табл. l.

2. Горизонтальная мощность $\mathbf{H_г}$ пласта нужна для построения плоскости, называемой подошвой, которая также задана в табл. 1.

3. Построение блок-диаграммы осуществляется в стандартной аксонометрической проекции, указанной ее номером. В конце таблицы для каждой стандартной аксонометрической проекции этот номер присвоен. Пример выполнения графической работы представлен на рис. 7.

Построение линии выхода пласта на поверхность

Для нахождения линии пересечения плоскости с топографической поверхностью необходимо найти ряд общих точек, которые одновременно принадлежат плоскости и заданной поверхности. На плане топографическая поверхность задается изогипсами - плоскими линиями, параллельными горизонтальной плоскости проекций, каждая из которых имеет свою высотную отметку. Надо построить горизонтали плоскости кровли, имеющие такие же высотные отметки, что и изогипсы на плане.

Плоскость кровли задана точкой **F**, азимутом падения α и интервалом **l** (см. табл.1). Построив плоскость кровли на плане (задав ее масштабом заложения), находим линию пересечения плоскости кровли с топографической поверхностью. Точки, принадлежащие линии пересечения, получаются в ре –

зультате пересечения соответствующих изогипс и горизонталей плоскости кровли, т. е. имеющих одинаковые высотные отметки, если таковые имеются в пределах плана (рис. 1).

Найденные общие точки соединяют плавной кривой, которая будет являться линией пересечения плоскости и топографической поверхности.

Полученная линия кровли пласта обводится красным цветом.

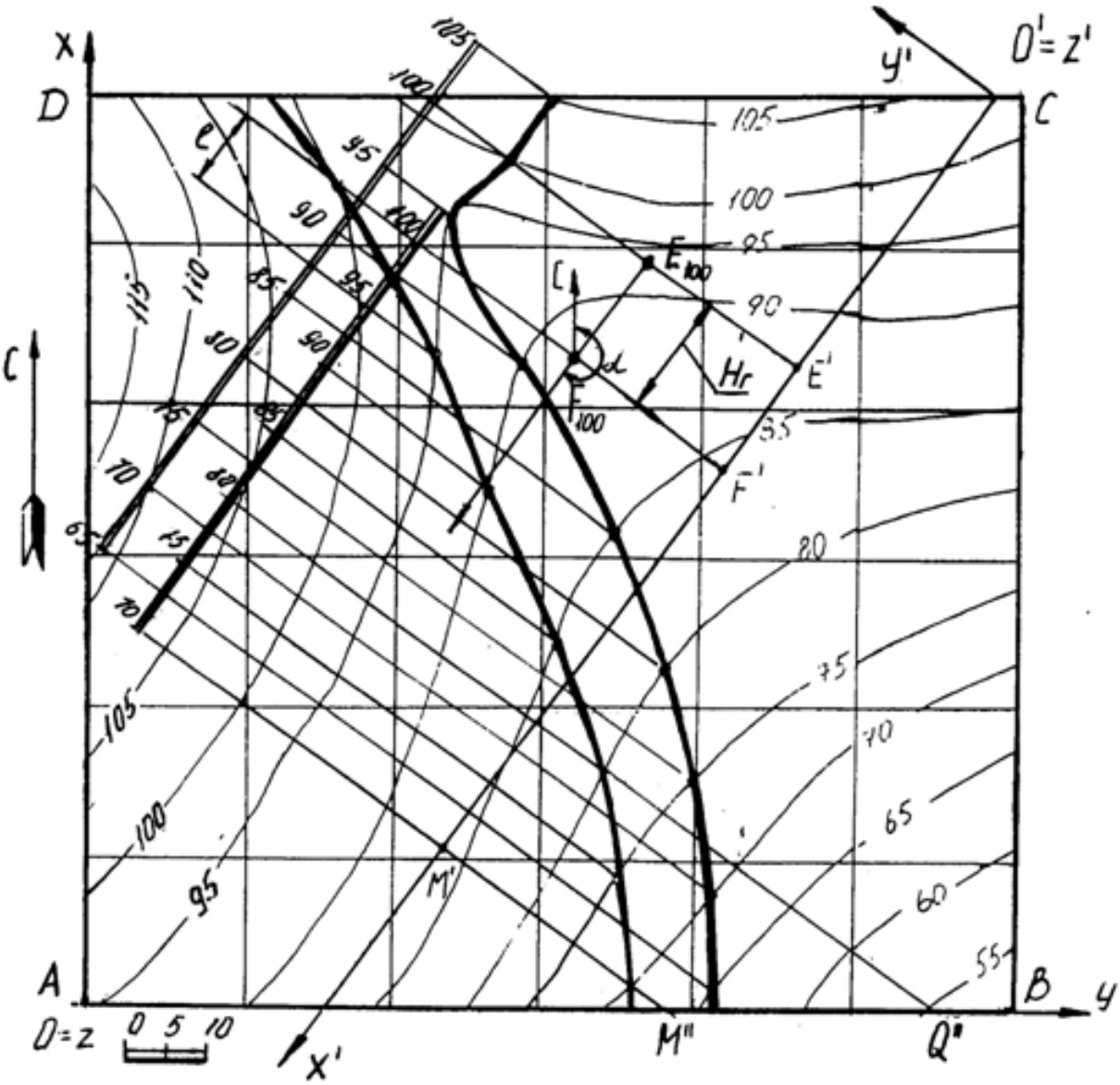


Рис 1

Пересечение плоскости подошвы пласта и топографической поверхности

Плоскость кровли пласта и плоскость подошвы пласта - две параллельные плоскости. Следовательно, на чертеже горизонтали этих плоскостей будут соответственно параллельны, масштабы заложения равны, направления падения их совпадают.

Горизонтальная мощность пласта определяется расстоянием между плоскостями кровли и подошвы пласта, измеряемое в горизонтальном направлении и в нашем случае равна $\mathbf{H}_г$ (см. табл.1). Следовательно, отложив от точки **F** расстояние, равное $\mathbf{H}_г$ по направлению восстания плоскости пласта (т. к. плоскость подошвы ниже плоскости кровли), получим точку **E** с такой же высотной отметкой, как и у точки **F** (рис.1). Направление и масштаб заложения подошвы пласта будут такими же, как и у кровли пласта. Плоскость подошвы пласта определяется точкой **E**, азимутом падения α и интервалом **l**.

Строят те горизонтали подошвы пласта, высотные отметки которых совпадают с высотными отметками изогипс. Находят общие точки, которые соединяют плавной кривой линией. Полученная линия подошвы пласта обводится синим цветом.

Полное построение линии выхода пласта на поверхность показано на рис.1.

Построение прямого разреза (вкрест простирания)

На плане выбирают вертикальную плоскость, перпендикулярную к горизонталям пласта (в удобном месте, как показано на рис. 1). Полученный разрез называется прямым или вкрест простирания.

Разрез ограничивается нулевой плоскостью, топографической поверхностью и прямыми пересечения плоскости прямого разреза с ближайшими вертикальными плоскостями, ограниченными прямоугольником ABCD.

Для построения прямого разреза вводят декартову систему координат x'O'y' на плане, где ось O'x' совпадает с плоскостью разреза, ось O'y' перпендикулярна к оси O'x' (по часовой стрелке), ось z' проецируется в точку (рис. 1).

Вертикальный прямой разрез будет определяться осью O'x' и осью O'z', где координата z' будет равна числовой отметке соответствующей изогипсы (рис. 2). Таким образом, получают построение вертикального прямого (вкрест простирания) разреза, на котором строят следы пласта.

Для построения следов пласта на разрезе вкрест простирания поступают так. По горизонтали переносят точку **F** на след плоскости вертикального

разреза – ось O'x' и любую из горизонталей (например, 70) – точки F' и M' (рис. 1). На профиле (рис. 2) через полученные точки F' и M' проводят перпендикуляры, на которых откладывают высотные отметки кровли пласта. Затем проводят прямую линию – след кровли пласта.

Подошва пласта отстоит от кровли пласта на расстоянии, равном горизонтальной мощности пласта и строится параллельно плоскости кровли (рис. 2 – профиль ограничен нижней плоскостью с отметкой 40).

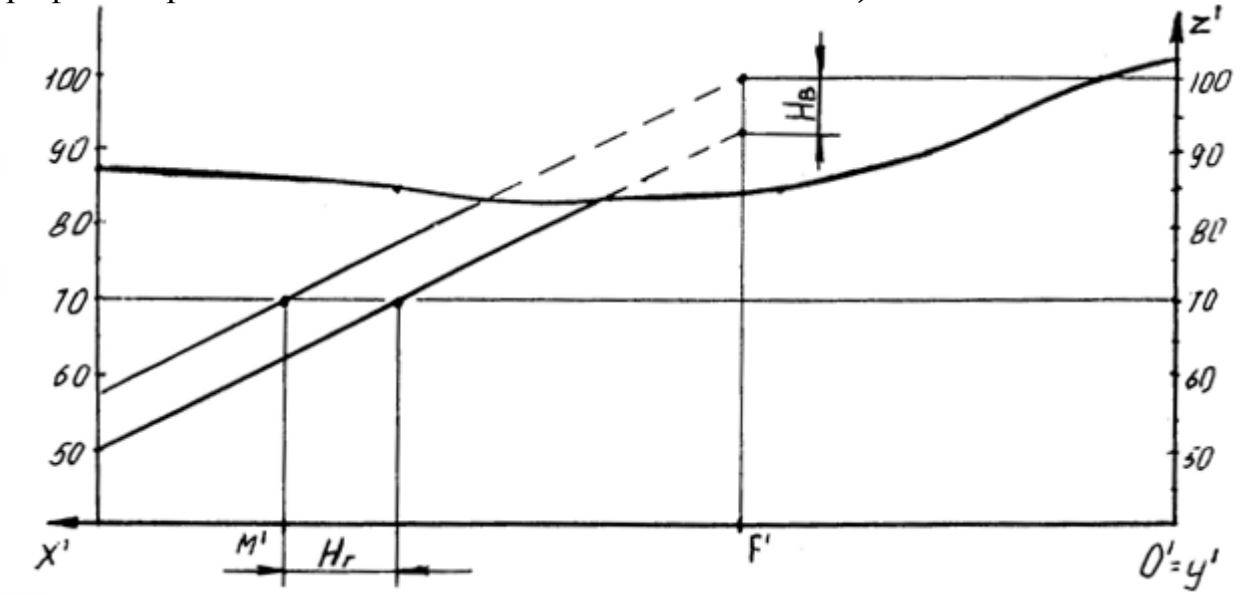


Рис. 2

Построение вертикальных профилей AB, BC, CD, DA выполняется аналогично. Пример построения вертикального профиля AB показан на рис. 3. Для построения подошвы от прямой следа плоскости кровли пласта откладывают вертикальную мощность $\mathbf{H_в}$, взятую с разреза вкрест простирания и проводят прямую, параллельную следу плоскости кровли.

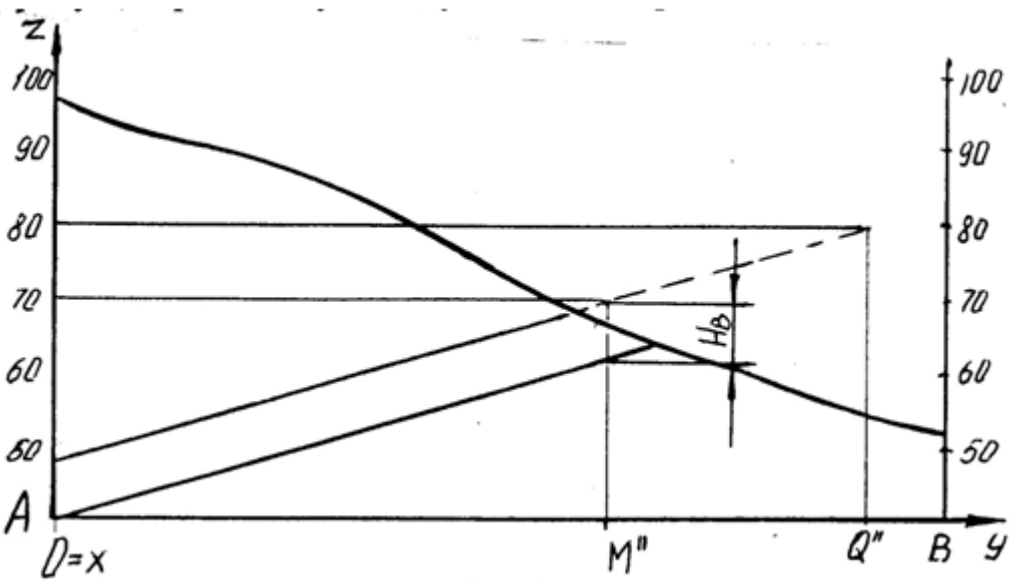


Рис. 3

Нахождение высотной отметки точки, не лежащей на изогипсе

Для построения высотной отметки точки а (рис. 4), не лежащей на изогипсе, поступают следующим образом:

- через точку А проводят кратчайшую прямую I II между изогипсами 50 и 60;

- из точки пересечения с изогипсой 60 проводят прямую под произвольным углом, на которой откладывают отрезок, равный разности высотных отметок (т. е. 10) в заданном масштабе – точка II';

- соединяют полученную точку II' с точкой II, имеющей отметку 50 и с помощью подобных треугольников переносят точку А на прямую I II', которую называют «высотной шкалой».

Таким образом точка А имеет высотную отметку 57.

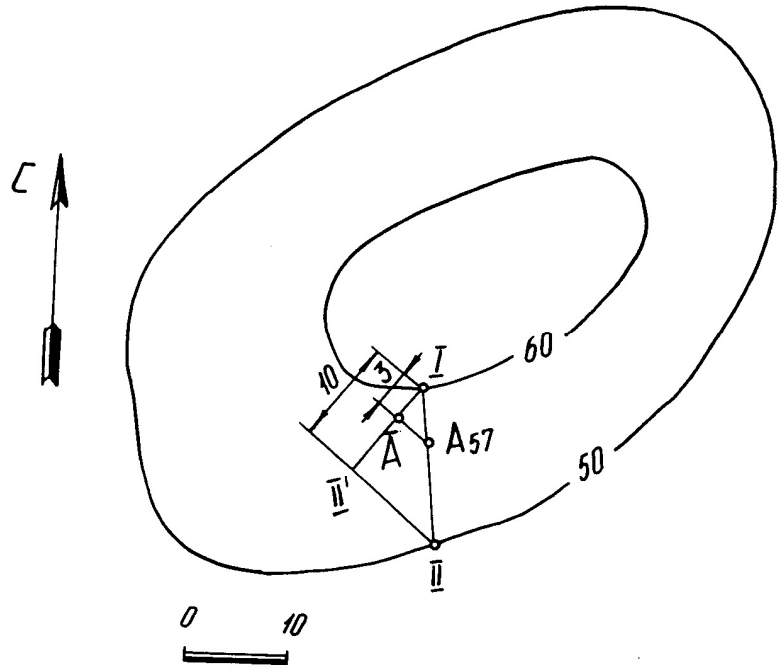
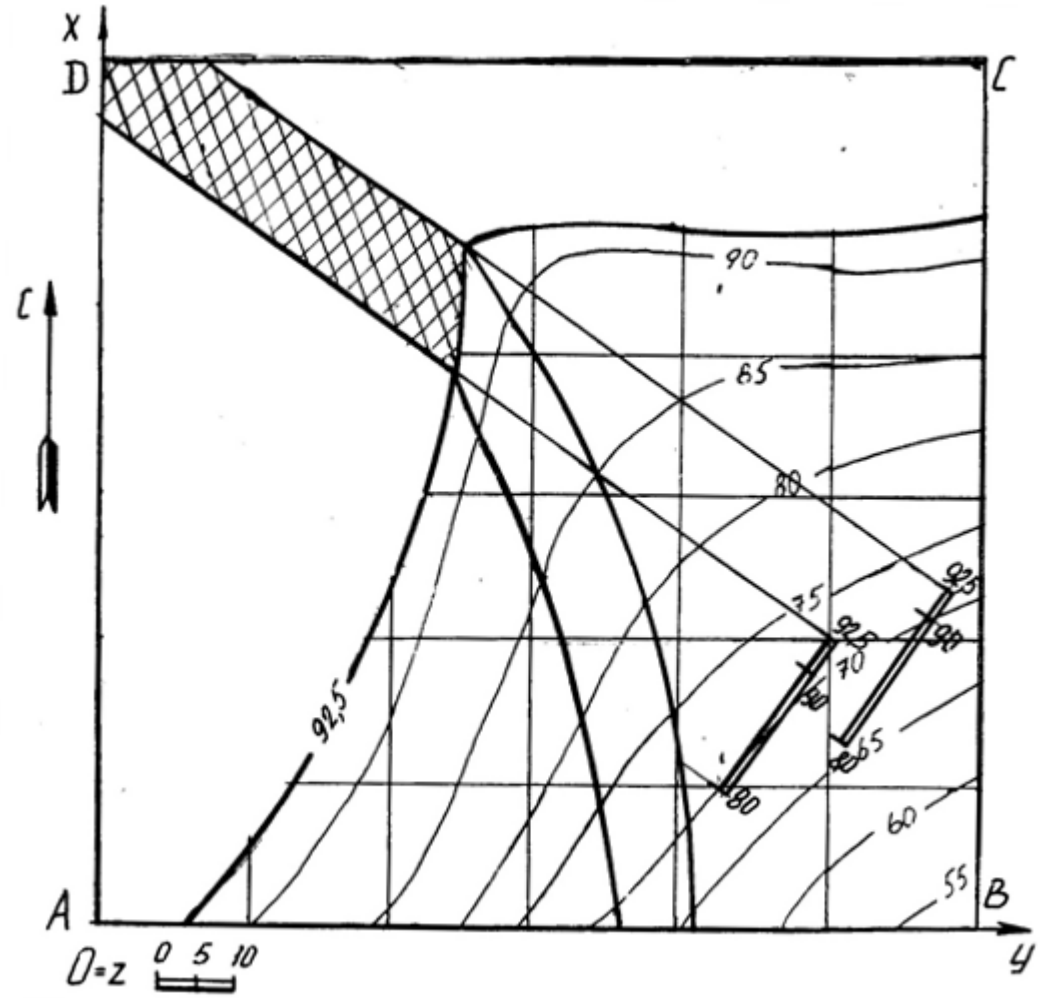


Рис. 4

Построение плана среза по горизонту 92,5

Для построения плана среза воспользуемся умением находить высотные отметки точек, не лежащих на изогипсах, который был рассмотрен ранее.

Количество точек, необходимых для построения изогипсы 92,5, определяется самостоятельно в зависимости от конфигурации рядом лежащих изогипс. План среза по горизонту 92,5 показан на рис. 5.



Построение блок диаграммы части месторождения, ограниченного вертикальными профилями AB, BC, CD, DA и плоскостью нулевого уровня в аксонометрии с линией выхода пласта на поверхность

Блок диаграммой будем называть аксонометрическую проекцию части земной коры, ограниченную четырьмя вертикальными плоскостями, горизонтальной плоскостью (например, с отметкой ноль) и топографической поверхностью. Блок диаграмма строится ячеечная, т. е. заданный план разбивается на квадраты, размеры которых 250×250. Затем построения осуществляются по следующему алгоритму.

Алгоритм построения:

- на план наносим декартову систему координат, у которой ось X совпадает с AD, ось Y совпадает с DC, ось Z совпадает с точкой D;

- строим декартову систему координат в указанной аксонометрической проекции (прямоугольная изометрия, прямоугольная диметрия, косоугольная фронтальная диметрия, косоугольная горизонтальная изометрия - военная пер-

спектива, косоугольная фронтальная изометрия – кавальерная проекция) согласно ГОСТ 2.317 – 69;

- построение осуществляется по координатам тех точек, которые имеют точные высотные отметки, с учетом коэффициентов искажения по координатным осям. Пример построения показан на рис. 6.

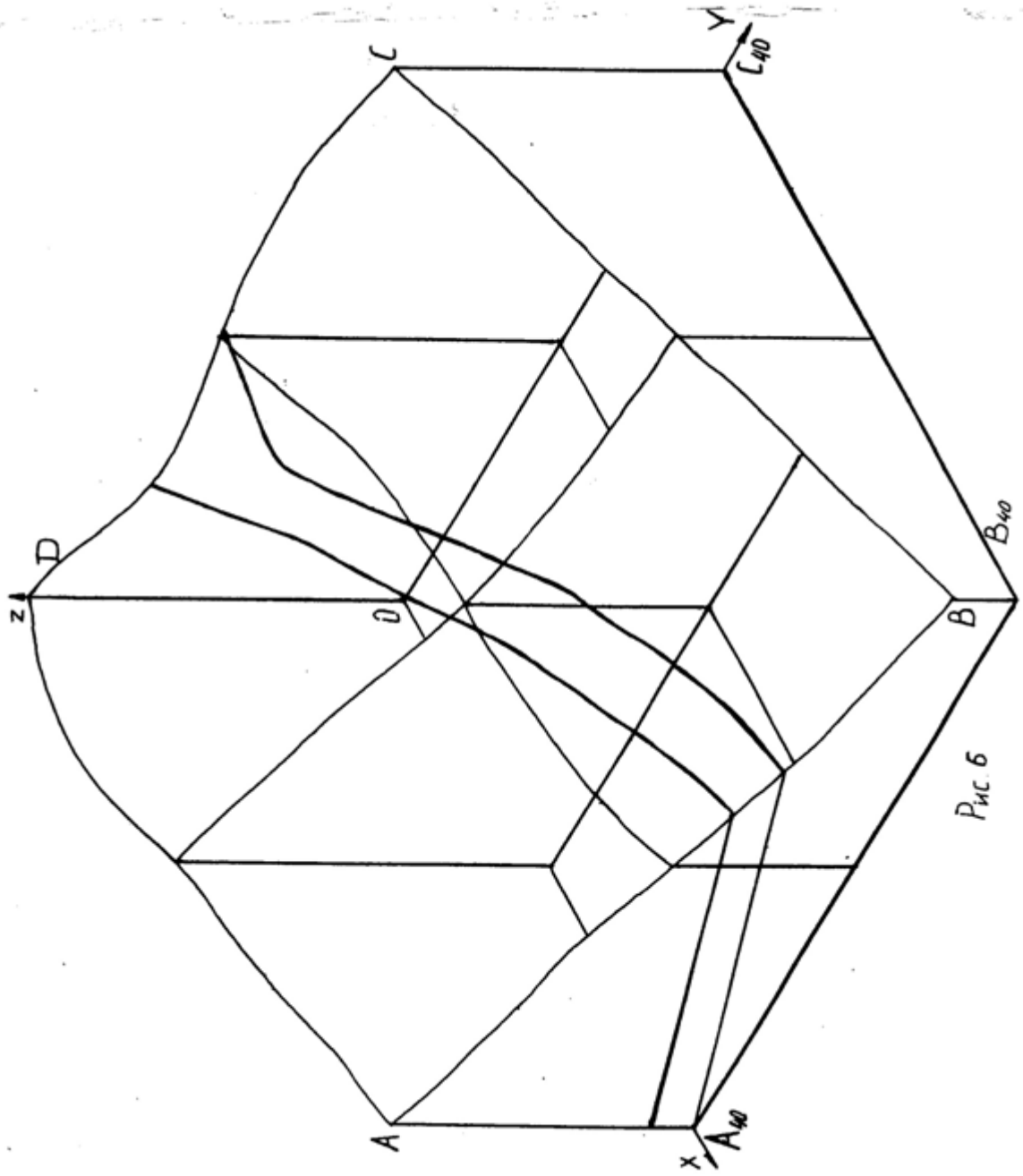


Рис. 6

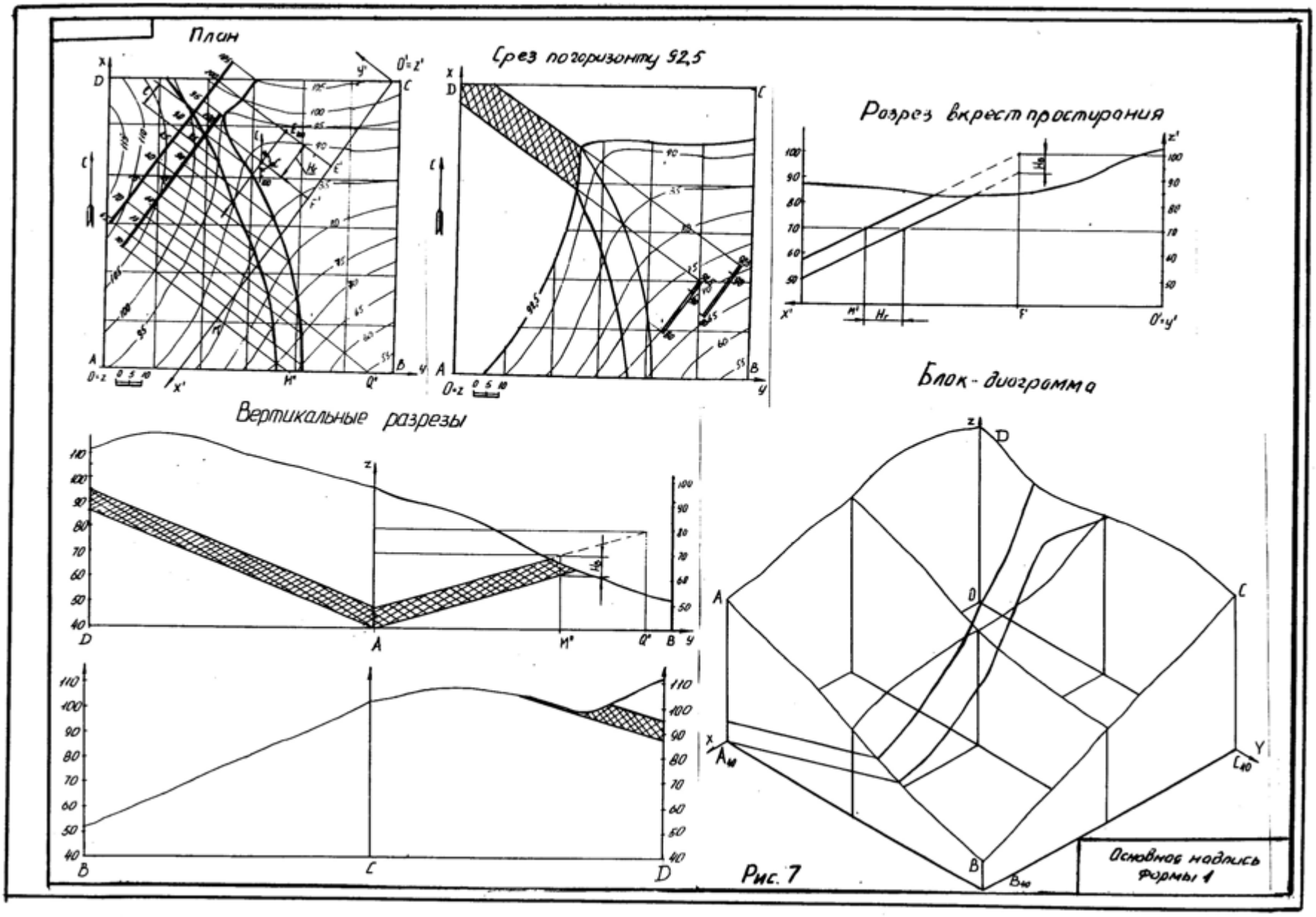

План
Срез погоризонту 92,5
Розрез вкрест простирання
Блок-диаграмма
Вертикальные разрезы
Основной надпись формы 1

Рис. 7

Таблица 1

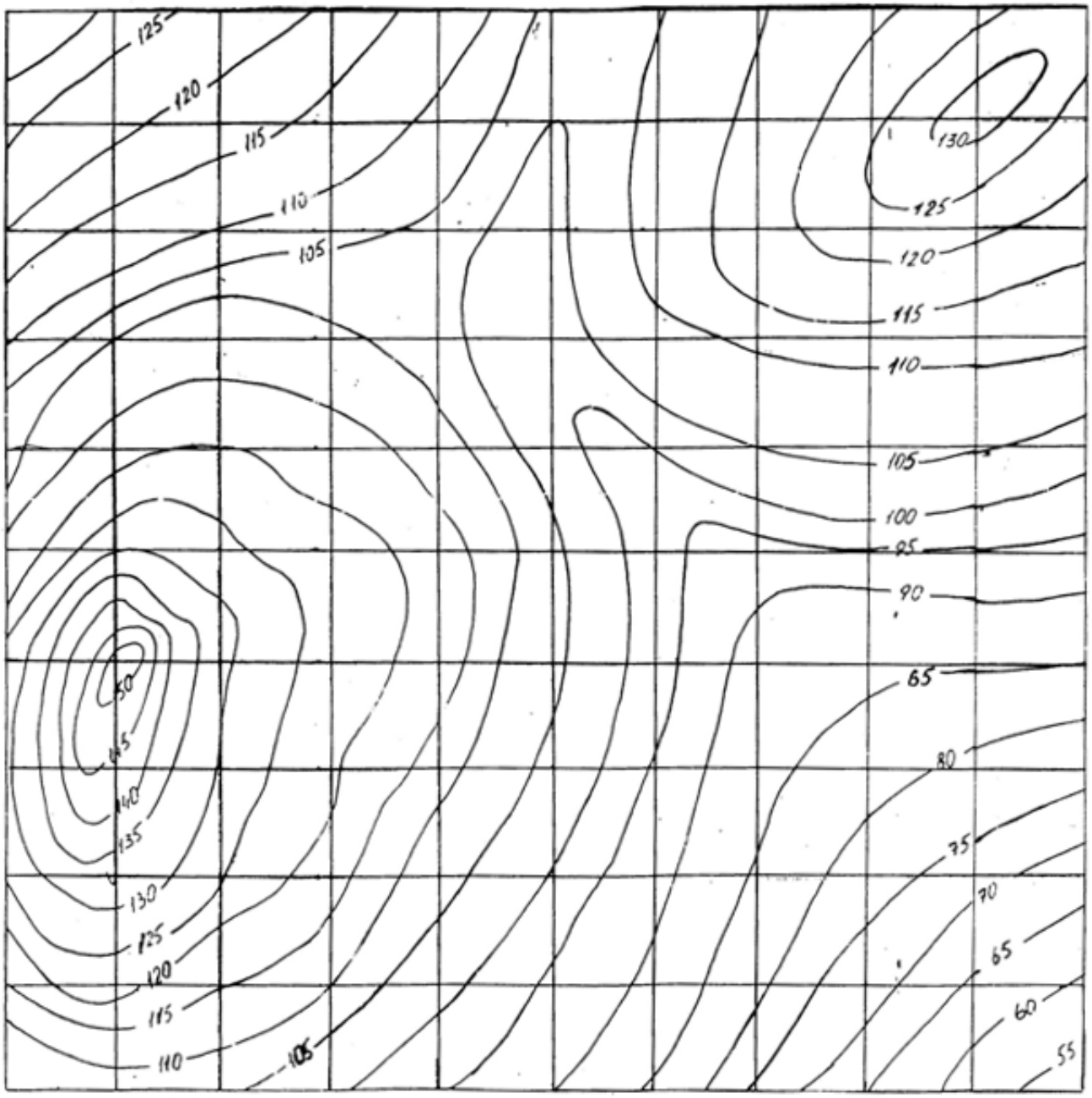
Номер варианта	Точка **F**			Азимут падения α°	Интервал плоскости кровли **l**, мм	Горизонтальная мощность $\mathbf{H}_{г}$, мм	Вид аксонометрии
	x	**y**	**z**				
1	2	3	4	5	6	7	8
1	46	10	120	210	20	180	1
2	20	85	110	170	20	75	2
3	67	40	100	210	20	30	3
4	78	25	120	190	20	50	4
5	98	110	105	80	20	30	5
6	40	135	105	30	20	15	1
7	60	60	85	225	20	45	2
8	38	105	100	135	14	17	3
9	46	10	120	210	20	155	4
10	20	85	110	170	20	95	5
11	67	40	100	210	20	100	1
12	78	25	120	190	20	85	2
13	98	100	105	80	20	15	3
14	40	135	105	30	20	45	4
15	60	60	85	225	20	65	5
16	38	105	100	135	14	31	1
17	55	40	95	190	20	70	2
18	46	10	120	210	20	135	3
19	20	85	110	170	20	110	4
20	67	40	100	210	20	125	5
21	78	25	120	190	20	105	1
22	135	20	120	260	20	135	2
23	20	110	115	30	20	30	3
24	98	35	80	225	20	45	4
25	38	105	100	135	14	60	5
26	46	10	120	210	20	115	1
27	115	135	130	170	20	20	2
28	27	42	100	210	20	75	3
29	115	135	130	170	20	50	4
30	97	95	115	210	20	70	5
31	135	20	120	260	20	145	1
32	58	177	80	135	14	31	2
33	27	42	100	210	20	95	3
34	115	135	130	170	20	65	4
35	97	95	115	210	20	95	5

Продолжение табл. 1

1	2	3	4	5	6	7	8
36	58	177	80	135	14	42	1
37	27	42	100	210	20	115	2
38	98	35	80	225	20	25	3
39	58	177	80	135	14	68	4
40	27	42	100	210	20	140	5

1 - прямоугольная изометрия (изометрия)
2 - прямоугольная диметрия (диметрия)
3 – косоугольная фронтальная диметрия (кабинетная проекция)
4 - косоугольная фронтальная изометрия (кавальерная проекция)
5 - косоугольная горизонтальная изометрия (военная перспектива)

ПЛАН ТОПОГРАФИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ



СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бабич В. Н., Шангина Е. И. Начертательная геометрия в проекциях с числовыми отметками: Учебное пособие.- Екатеринбург: Изд-во УГГГА, 1999. – 152 с.
2. Горная графическая документация. – Издание стандартов, 1983. – 200 с.
3. Ломоносов Г. Г. Инженерная графика. – М.: Недра, 1984. – 287 с.
4. Русскевич Н. Л. Начертательная геометрия. – Киев: «Вища школа», 1978. – 312 с.
5. Тарасов Б. Ф. Методы изображения в транспортном строительстве. – Ленинград: Стройиздат, 1987. – 248 с.

Бабич Владимир Николаевич
Шангина Елена Игоревна

Методическое пособие
по выполнению индивидуальной графической
работы «Блок-диаграмма» по дисциплине
«Начертательная геометрия. Инженерная графика»
для студентов направления 553200 –
«Геология и разведка полезных ископаемых»

2-е издание, стереотипное

Корректура кафедры инженерной графики

Подписано в печать 17.10.2003 г.
Бумага писчая. Формат бумаги 60×84 1/8
Печ. л. 0,9 Уч. - изд. 0,83. Тираж 100 экз. Заказ №128

Лаборатория педагогики
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральская государственная горно-геологическая академия
Лаборатория множительной техники

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной деятельности
_____ А. Угрюмов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.1.20 ИНЖЕНЕРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ ГРАФИКА

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация
Геологическая съемка, поиски и разведка твердых полезных ископаемых

форма обучения: очная, заочная

Автор: Фролов А. П. к. т. н.

Одобрены на заседании кафедры

Инженерная графика
(название кафедры)

Зав.кафедрой _____
(подпись)

Шангина Е. И.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 4 от 19.03.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией факультета

Геологии и геофизики
(название факультета)

Председатель _____
(подпись)

Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 5
1. ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ 5
2. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЭПЮРА 5
3. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ ЭПЮРА 7
4. ПРИЛОЖЕНИЕ 1 15
5. СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 16

ВВЕДЕНИЕ

Данное пособие предназначено для оказания помощи студентам при выполнении графической работы «Эпюр №1» по курсу «Начертательная геометрия».

Цель работы - научиться строить линию пересечения заданных плоских фигур, определять видимость этих фигур на проекциях.

Графическая работа «Эпюр №1» является первым самостоятельным заданием студента по дисциплине «Начертательная геометрия». Для выполнения этой работы студент должен изучить следующие разделы начертательной геометрии: «Точка и прямая», «Плоскость», «Взаимное положение прямой и плоскости», «Взаимное положение двух плоскостей».

1. ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

Графическая работа «Эпюр №1» выполняется в масштабе 1:1 на формате А3 (297×420 мм). В правом нижнем углу формата А3 студент выполняет основную надпись – форма 1 по ГОСТ 2.104-68. Пример заполнения основной надписи приведен в Приложении I. В левом верхнем углу формата выполняется дополнительная графа 26 (14×70 мм). Пример выполнения графической работы дан в Приложении I.

В соответствии с ГОСТ 2.303-68 задание выполняется следующими типами линий:

- линии видимого контура толщиной S, равной 0,6÷0,8 мм;
- линии построения – сплошные тонкие, толщиной от $\frac{S}{3}$ до $\frac{S}{2}$;
- линии невидимого контура – штриховые, толщиной от $\frac{S}{3}$ до $\frac{S}{2}$;
- следы вспомогательных плоскостей-посредников изображаются разомкнутыми линиями, длиной 8-10 мм, толщиной от 1,5 *S* до 2*S*.

2. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЭПЮРА

Вариант задания включает в себя три различные геометрические плоские фигуры:

- фигура № 1 задана координатами трех точек, фигура № 2 (многоугольник) полностью задана координатами трех точек и оставшимися точками, у которых одна из координат заменяется условием их принадлежности к плоской фигуре № 2;

- фигура № 3 занимает проецирующее положение (фронтально-проецирующее или горизонтально-проецирующее) и задается очерком в виде кольца, серпа, круга или его части.

Выполнение эпюра состоит из графического решения нескольких задач:

1) достроить недостающую проекцию многоугольника;
2) построить проекции линии пересечения треугольника *ABC* и многоугольника;
3) построить проекции линии пересечения: треугольника с плоскостью частного положения; многоугольника с плоскостью частного положения;
4) определить видимость элементов фигур на чертеже, считая фигуры непрозрачными.

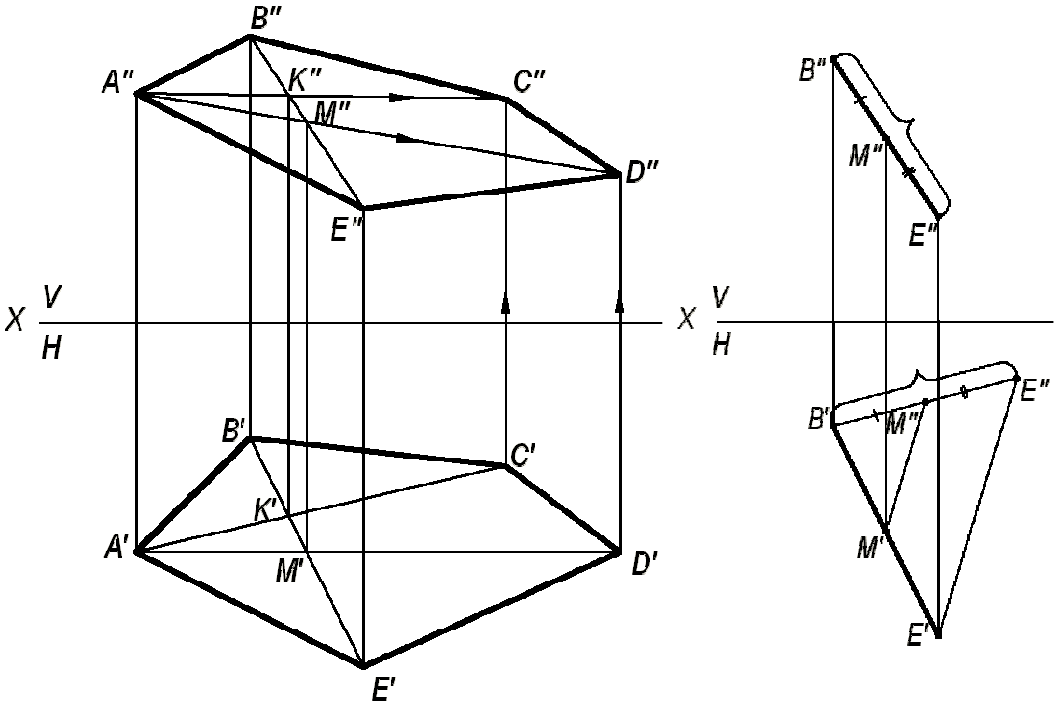
Исходные данные заданы численными значениями координат и сведены в таблицу.

3. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ ЭПЮРА

Для выполнения графической работы студенту необходимо решить ряд задач.

Задача 1. Построение исходного чертежа многоугольника (рис. 1).

Горизонтальная проекция многоугольника *ABCDE* задана полностью, а фронтальная проекция только тремя проекциями точек *A″B″E″*. Необходимо достроить фронтальную проекцию точек *C* , *D*. При построении недостающей проекции заданного многоугольника необходимо соблюдать условие принадлежности точек данной фигуры к плоскости. Чтобы точки *C*, *D* лежали в плоскости, определенной тремя точками *A*, *B* и *E*, необходимо, чтобы они находились на прямых, лежащих в этой плоскости. Этими прямыми являются диагонали *AC*, *AD* и *BE*, горизонтальные проекции которых можно построить (рис. 1*а*).



а) *б*)

Рис. 1. Построение исходного чертежа многоугольника:

а- построение недостающих проекций вершин многоугольника; *б*- пропорциональное деление отрезка *BE*

На фронтальной проекции пятиугольника проводят проекцию диагонали *B″E″*. В плоскости пятиугольника лежат точки пересечения диагоналей *K* и *M*, горизонтальные проекции которых *K′* и *M′* имеются, а фронтальные проекции получаются в результате пересечения линий проекционной связи, проведенных из *K′* и *M′*, с диагональю *B″E″*. По двум точкам строятся фронтальные проекции других двух диагоналей *A″K″* и *A″M″*, на них должны лежать проекции точек *C″* и *D″*, которые определяются по их горизонтальным проекциям.

В случае, если линия совпадает по направлению с линией проекционной связи или круто наклонена к оси проекций, то недостающая проекция точки строится из условия пропорционального деления отрезка: если точка делит отрезок на пропорциональные части, то проекция этой точки делит проекции этого отрезка в том же отношении. На рис. 1*б* нужно построить горизонтальную проекцию точки *M′*. Из проекции точки *B′* проводят линию под углом меньше 90° к *B′E′* и на ней от проекции точки *B′* откладывают отрезки равные *B″M″* и *B″E″*. Соединяют *E′* и *E″* и параллельно этому направлению проводят от М″ линию до пересечения с *B′E′*. Получают искомую горизонтальную проекцию *M′*.

Задача 2. Построить точку пересечения прямой *MN* с плоскостью треугольника *ABC*.

Если прямая линия не параллельна плоскости, то она пересекает эту плоскость в действительной точке (см. рис. 2).

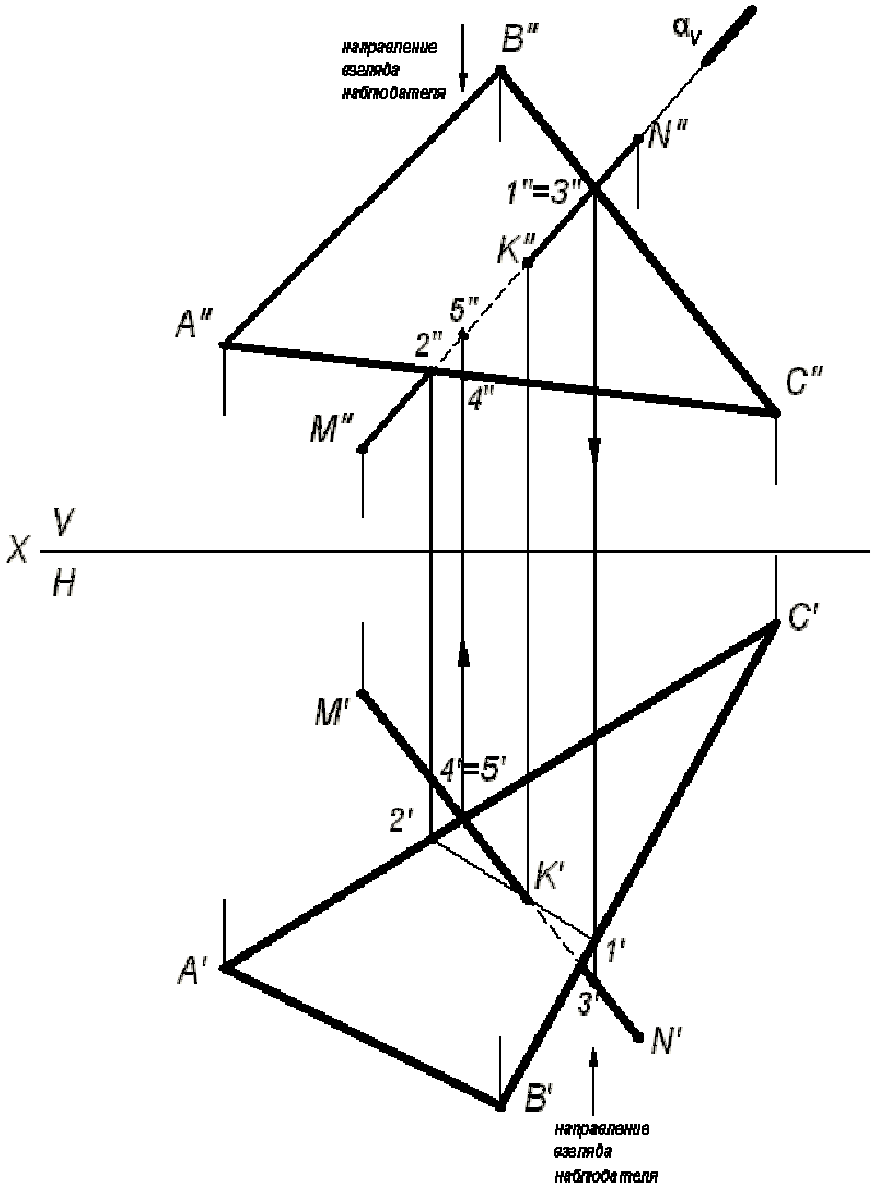


Рис. 2. Построение точки пересечения прямой с плоскостью

Алгоритм решения задачи:

1) Через заданную прямую *MN* проводим вспомогательную плоскость-посредник α, перпендикулярную фронтальной плоскости проекций. Следовательно, на фронтальной плоскости проекций *V* все точки плоскости-посредника α будут проецироваться в прямую линию, совпадающую с фронтальной проекцией прямой *M″N″*.

2) Находим линию пересечения вспомогательной плоскости-посредника α с заданной плоскостью треугольника *ABC*. На чертеже линия (1,2).

3) Находим искомую точку пересечения *K* прямой *MN* с плоскостью треугольника *ABC*. Она определяется как пересечение искомой прямой с найденной линией пересечения вспомогательной плоскости-посредника с плоскостью треугольника *ABC*.

Определение видимости на чертеже.

В начертательной геометрии плоскости считаются непрозрачными, поэтому необходимо на проекциях определить видимость.

Для определения видимости на чертеже используем метод конкурирующих точек, сущность которого заключается в выборе двух скрещивающихся прямых.

Для определения видимости на фронтальной плоскости проекций *V* поступают так. Выбираем две скрещивающиеся прямые *B″C″* и *M″N″*, фронтальные проекции которых пересекаются в точках 1 и 3. По горизонтальной проекции определяем, что проекция точки 3′, лежащая на проекции прямой *M′N′*, будет закрывать проекцию точки 1′, лежащую на проекции прямой *B′C′*, т. к она будет ближе к наблюдателю. На чертеже направление взгляда наблюдателя показано стрелкой. Следовательно, на фронтальной плоскости проекций проекция *M″N″* будет закрывать проекцию *B″C″*. Границей видимости является проекция точки пересечения К″.

Для определения видимости на горизонтальной плоскости проекций *H* выбираем две скрещивающиеся прямые *A′C′* и *M′N′*, горизонтальные проекции которых пересекаются в точках 4′ и 5′. По фронтальной проекции определяем, что проекция точки 5″, лежащая на проекции прямой *M″N″*, будет закрывать проекцию точки 4″, лежащую на проекции прямой *A″C″*, т. к. она будет ближе к наблюдателю. На чертеже направление взгляда наблюдателя показано стрелкой. Следовательно, на горизонтальной плоскости проекций проекция *M′N′* будет закрывать проекцию *A′C′*. Границей видимости является проекция точки пересечения *K′*.

Задача 3. Построение линии пересечения двух плоскостей, одна из которых занимает частное положение.

Даны две плоскости: плоскость Δ*ABC* – плоскость общего положения, плоскость Δ*DEK* – плоскость частного положения, которая расположена перпендикулярно фронтальной плоскости проекций (рис. 3).

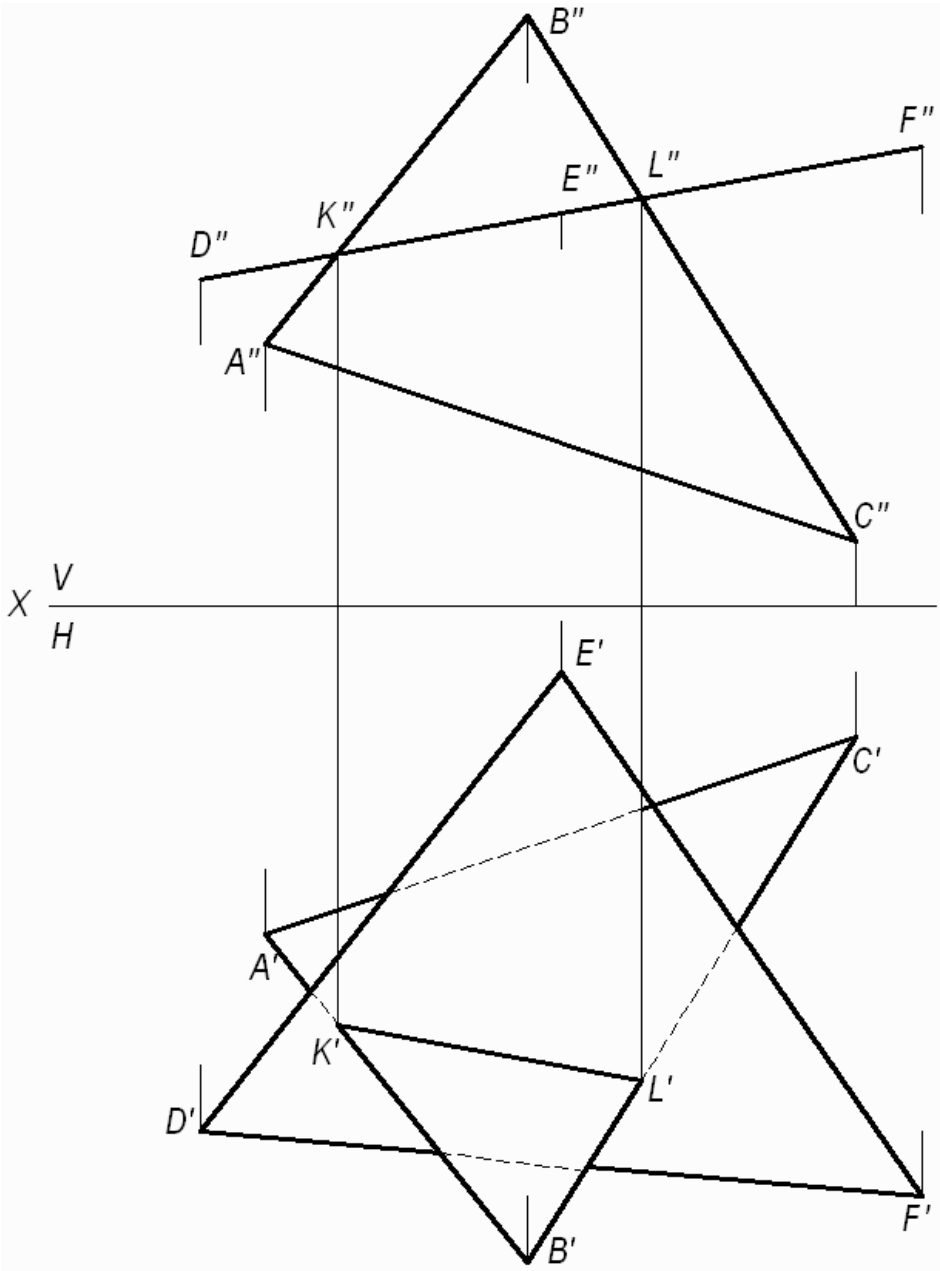


Рис. 3. Построение линии пересечения двух плоскостей, одна из которых занимает частное положение

Фронтальная проекция Δ*DEK* совпадает с фронтальным следом плоскости и фронтальной проекцией линии пересечения треугольников.

(*KL*) - линия пересечения двух треугольников. Проекции этой линии пересечения – фронтальную и горизонтальную строят исходя из свойства принадлежности точек *K* и *L* сторонам (*AB*) и (*BC)*, соответственно. Видимость треугольников на горизонтальной плоскости проекций определяем методом конкурирующих точек, рассмотренном в задаче 2.

Задача 4. Построение линии пересечения двух плоскостей общего положения.

Даны две плоскости общего положения, заданные треугольниками *ABC* и *DEK*. Построить линию пересечения двух треугольников, определить видимость треугольников на проекциях.

Прямая линия, получаемая при взаимном пересечении двух плоскостей, определяется двумя точками, каждая из которых одновременно принадлежит обеим плоскостям. Общие точки определяются решением основной позиционной задачи начертательной геометрии – построение точки пересечения прямой с плоскостью (см. рис. 2).

Для решения данной задачи проводят вспомогательные плоскости-посредники частного положения (проецирующие плоскости). Решение задачи приведено на рис. 4.

Алгоритм решения задачи:

1. Определяют первую точку линии пересечения двух треугольников – точку *M*.

1.1. Фронтально-проецирующая плоскость α проведена через сторону *DK* и задана на чертеже фронтальным следом α_V.

1.2. Плоскость α пересекает плоскость треугольника *ABC* по прямой (1,2), на чертеже строят две проекции этой прямой.

1.3. Прямая (1,2) пересекает сторону *DK* в точке *M*, строят две проекции точки M'' и M'.

2. Определяют вторую точку искомой линии пересечения двух треугольников – точку *N*.

2.1. Горизонтально-проецирующая плоскость β проведена через сторону *AB* и задана на чертеже горизонтальным следом β_H.

2.2. Плоскость β пересекает плоскость треугольника *DEK* по прямой (3,4), на чертеже строят две проекции этой прямой.

2.3. Прямая (3,4) пересекает *AB* в точке *N*, строят две проекции точки N'' и N'.

Плоскости треугольников *ABC* и *DEK* пересекаются по прямой *MN*.

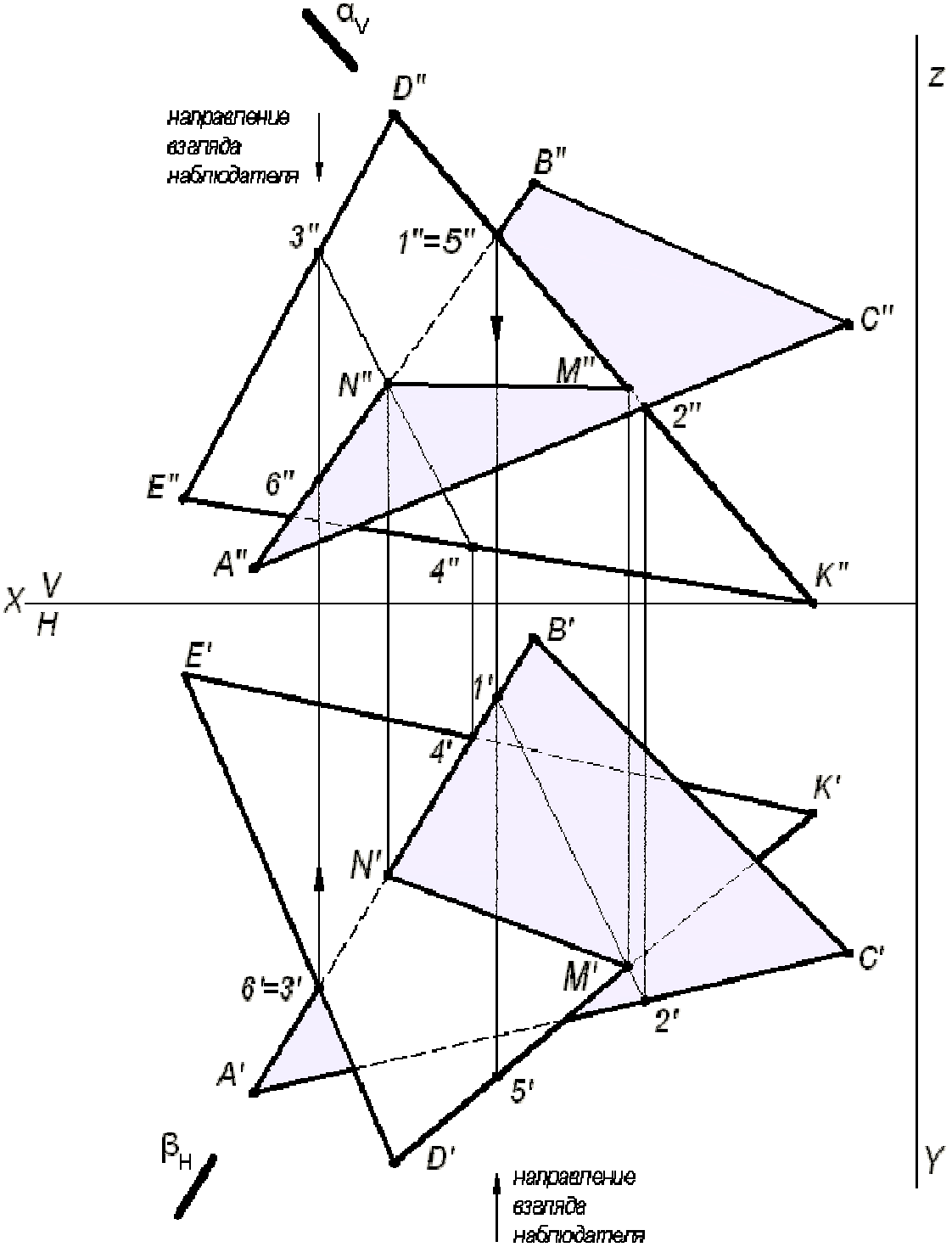


Рис. 4. Построение линии пересечения двух треугольников

3. Видимость плоских фигур на проекциях определяют методом конкурирующих точек.

Для определения видимости на фронтальной плоскости проекций *V* выбираем две скрещивающиеся прямые *D″K″* и *A″B″*, фронтальные проекции которых пересекаются в точках 1″ и 5″. По горизонтальной проекции определяем, что проекция точки 5′, лежащая на проекции прямой *D′K′*, будет закрывать про-

екцию точки 1′, лежащую на проекции прямой $A'B'$, т. к. она будет ближе к наблюдателю. Следовательно, на фронтальной плоскости проекция $D''K''$ будет закрывать проекцию $A''B''$. Границей видимости является проекция линии пересечения $M''N''$.

Для определения видимости на горизонтальной плоскости проекций H выбираем две скрещивающиеся прямые $A'B'$ и $D'E'$, горизонтальные проекции которых пересекаются в точках 3′ и 6′. По фронтальной проекции определяем, что проекция точки 3″, лежащая на проекции прямой $D''E''$, будет закрывать проекцию точки 6″, лежащую на проекции прямой $A''B''$, т.к. она будет ближе к наблюдателю. Следовательно, на горизонтальной плоскости проекция $D'E'$ будет закрывать проекцию $A'B'$. Границей видимости является проекция линии пересечения $N'M'$.

Задача 5. Построить две проекции линии пересечения плоскости α - общего положения, заданной следами и плоскости β - общего положения, заданной параллельными прямыми a и b.

Для решения данной задачи проводят вспомогательные плоскости-посредники частного положения (плоскости уровня), пересекающие заданные плоскости по прямым, недостающие проекции которых легко строятся и пересекаются в пределах чертежа.

Графическое решение задачи приведено на рис. 5.

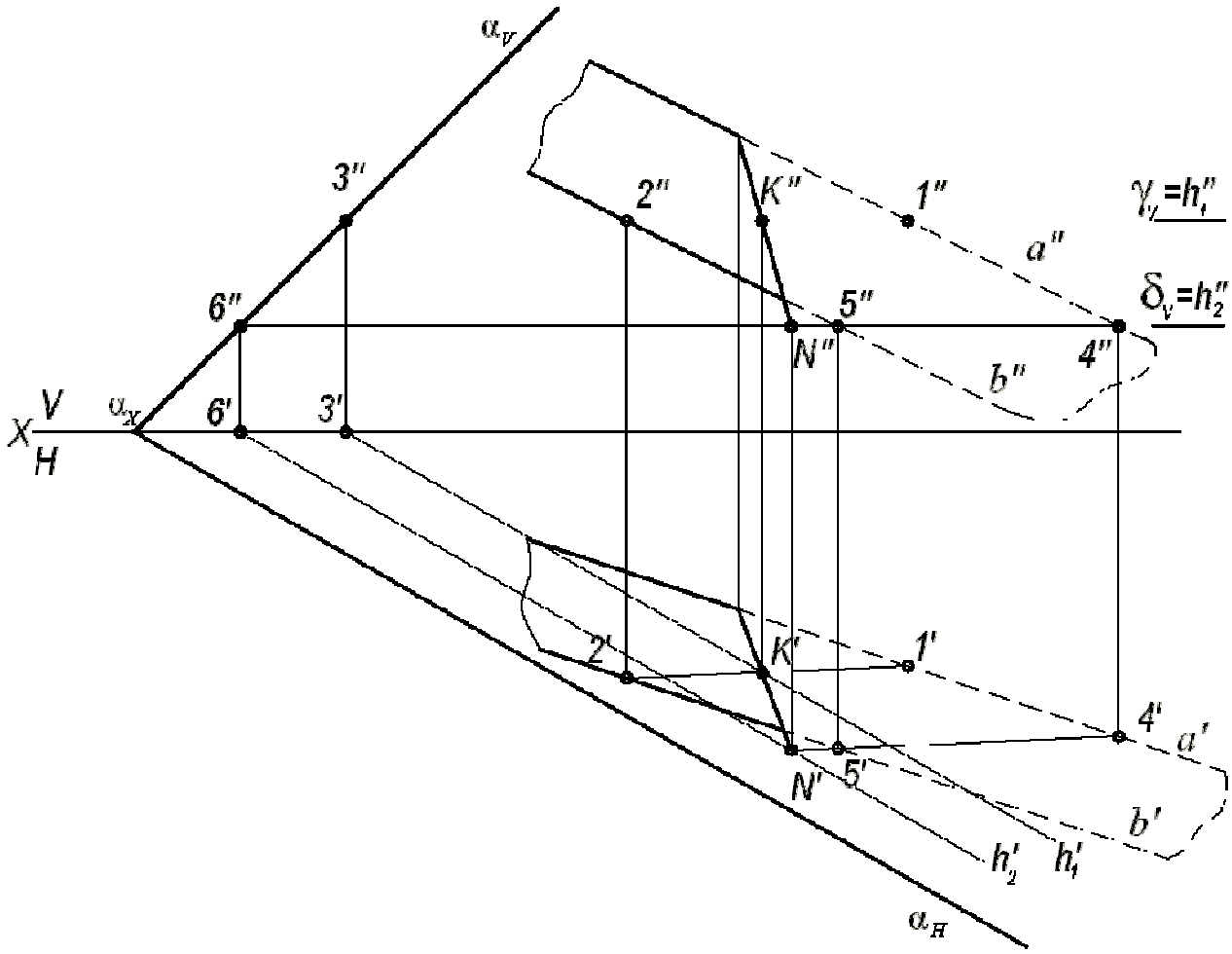
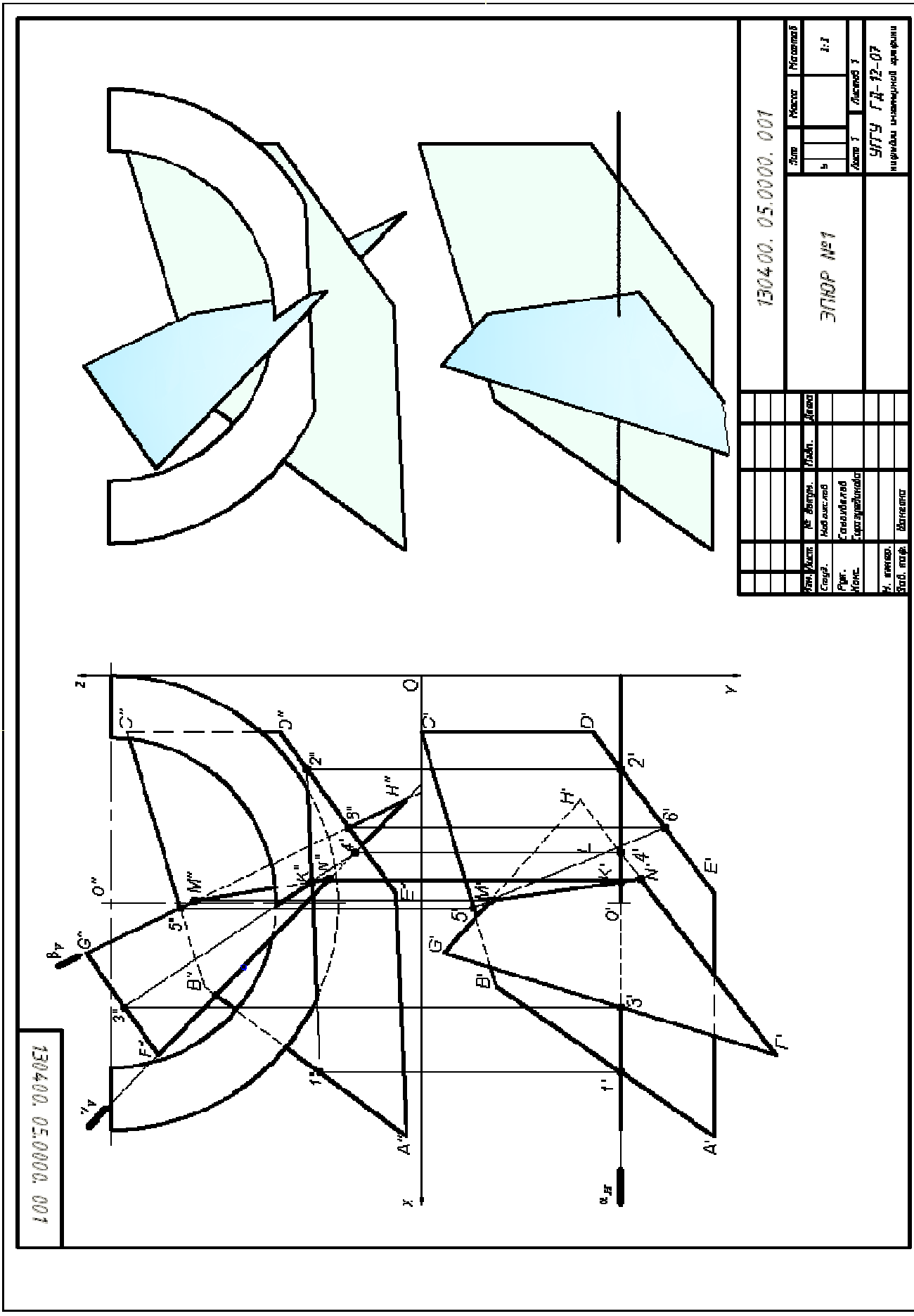


Рис. 5. Построение линии пересечения двух плоскостей

Вспомогательная горизонтальная плоскость-посредник γ задана следом γ_V и пересекает плоскость α по горизонтали, проходящей через точку 3, а плоскость β по горизонтали (1, 2). Горизонтальные проекции этих горизонталей пересекаются в точке *K*. Строят фронтальную проекцию точки *K*, используя свойство принадлежности точки прямой линии. Точка *K* принадлежит обеим плоскостям α и β. Вторая точка *N*, общая для двух плоскостей α и β, определяется второй вспомогательной плоскостью-посредником частного положения δ (на чертеже задана следом δ_V). Искомая прямая (*KN*) является линией пересечения двух плоскостей α и β.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1



СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М. А. Курс начертательной геометрии. Учеб. пособие. М.: Высшая школа. 2007.272 с.

2. Самохвалов Ю. И. Начертательная геометрия. Учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ. 2011. 121 с.

3. Самохвалов Ю. И., Шангина Е. И. Начертательная геометрия. Инженерная графика. Учебно-методическое пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ. 2011. 96 с.

МИНОБРНАУКИ РФ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Тюрин

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

ПО ОРГАНИЗАЦИИ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ, САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И КУРСОВОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ГЕОЛОГИЧЕСКОЕ КАРТИРОВАНИЕ»

ДЛЯСТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

21.05.02 «ПРИКЛАДНАЯ ГЕОЛОГИЯ»

Специализация

Геологическая съемка, поиски и разведка твердых полезных ископаемых

Автор: Бутин В.В., к.г-м.н., доцент

Одобрены на заседании кафедры геологии
(название кафедры)
Зав.кафедрой _____
(подпись)
Огородников В.Н.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 8 от 17.03.2020
(Дата)

Рассмотрен методической комиссией Факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Оглавление

		стр.
Предисловие		4
1. Общие сведения		5
2. Дешифровочные признаки		8
2.1.	Прямые дешифровочные признаки	8
2.2.	Косвенные дешифровочные признаки	10
2.3.	Основные формы рельефа	11
3. Дешифрирование геологических структур		12
4. Дешифрирование литологии		13
5. Методика выполнения лабораторной работы		15
5.1.	Определение взаимного расположения и ориентация аэрофотоснимков	16
5.2.	Определение границ участка	17
5.3.	Расчет масштаба аэрофотоснимков	19
5.4.	Определение центров аэрофотоснимков	19
5.5.	Построение линии главного направления	20
5.6.	Расчет базиса фотографирования	20
5.7.	Выделение и прослеживание литологических разновидностей пород	20
5.8.	Выделение разрывных нарушений	22
5.9.	Построение элементов залегания пород	22
5.10.	Определение относительных превышений элементов рельефа	24
5.11.	Построение элементов залегания	28
6. Составление геологической карты		32
7. Построение геологического разреза		33
7.1.	Построение рельефа по линии разреза	33
7.2.	Построение геологического разреза	36
8. Составление стратиграфической колонки.		37
9. Составление геологической карты		37
Рекомендуемая литература		39

Предисловие

В современных геологических исследованиях весьма широкое распространение получили методы дистанционного изучения земной поверхности и геологических комплексов на удалении (на дистанции) от их расположения. Сюда относятся методы исследования объектов с воздуха, выполняемые на разных высотах с помощью самолетов, космических кораблей, спутников. Высокий технический уровень современных исследований позволяет использовать широкий диапазон электромагнитных волн для дистанционного изучения площадей и проведения фотоэлектронных, телевизионных, радиолокационных, рентгеновских, инфракрасных, ультрафиолетовых и других видов съемок. Резко возрос и круг задач, решаемых дистанционными методами, результаты которых используются в геологии, сельском хозяйстве, мелиорации, строительстве и в других видах хозяйственной деятельности человека.

Особенно важна роль дистанционных методов, и прежде всего фотометодов, при геологосъемочных работах, инженерно-геологических исследованиях, при поисках полезных ископаемых. Для этих целей применяется набор высокоэффективных электронных приборов, позволяющих с большой точностью измерять параметры элементов рельефа, выполнять в автоматическом режиме качественный и количественный анализ форм рельефа, определять состав, условия залегания и площади распространения пород геологических комплексов, характер и интенсивность процессов их изменения, определять параметры и типы геологических структур.

Большим разнообразием отличаются и фотоматериалы, используемые при изготовлении аэрофотоснимков. В современных практических исследова-ниях применяются черно-белые, цветные и синтезированные космоснимки и аэрофотоснимки разного масштаба и составленные по ним фотосхемы, репродукции монтажа, фотопланы.

1. Общие сведения

Наибольшее применение в настоящее время при площадных геологоразведочных, геологосъемочных работах получили черно-белые аэрофотоснимки крупного масштаба - от 1:10000 до 1:70000. Выбор масштаба аэрофотоснимков, их информативность для конкретных территорий зависят от характера геологических задач, детальности геологических исследований, от

степени дешифрируемости, от условий и параметров фотографирования.

При проведении специализированных аэрофотосъемочных работ фотосъемкой перекрывается вся площадь геологических исследований, фотографирование производится с самолета на различных высотах, при различных вариантах вертикального или наклонного положении оптической оси аэрофотокамеры.

При фотографировании площадей маршруты самолета располагаются параллельно друг другу и обычно ориентированы в широтном направлении (рис. 1).

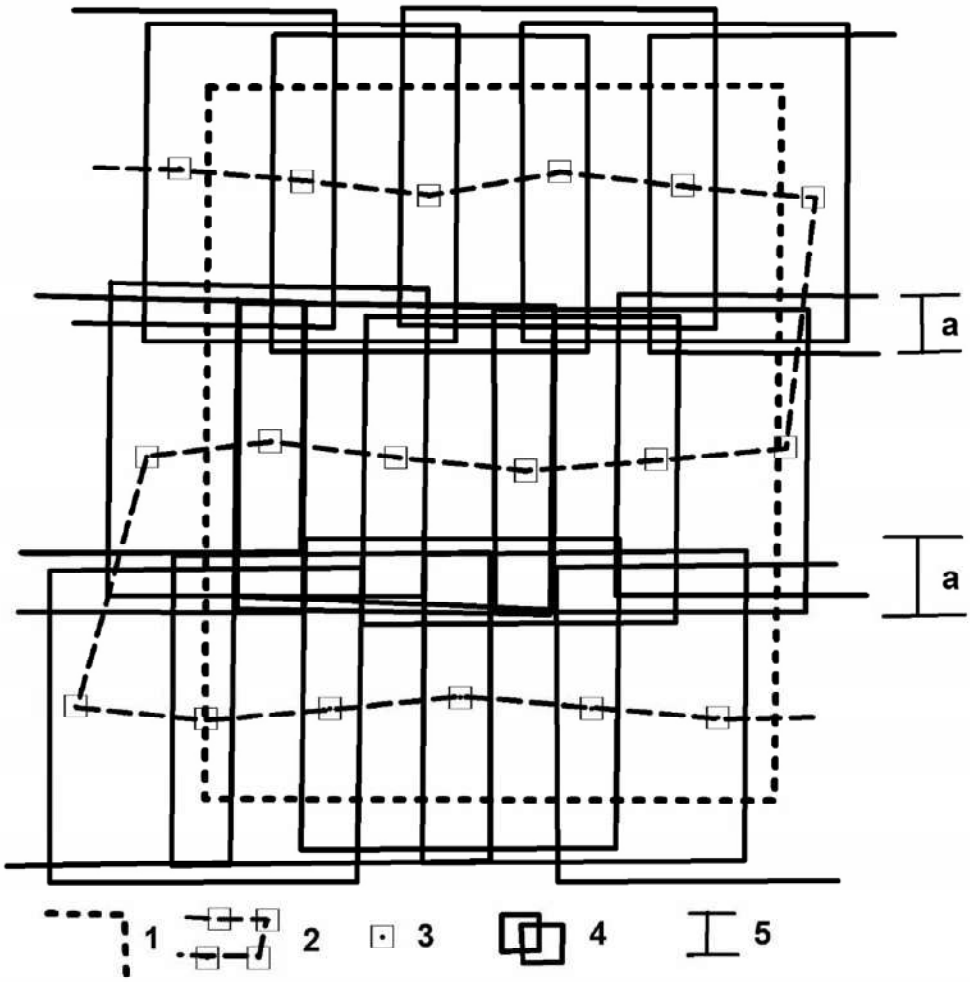


Рис.1. Взаимное расположение аэрофотоснимков и маршрут полета самолета при сплошном фотографировании площади.

1 – границы площади; 2 – маршрут самолета; 3 – центры фотографирования; 4 – границы одиночных снимков и их взаимное расположение; 5 – зоны поперечного наложения (а) снимков в соседних рядах (не менее 15%).

Обязательным условием аэрофотосъемки должно быть не менее, чем 60% перекрытие площадей двух соседних снимков вдоль маршрута самолета и 15% поперечное перекрытие площадей снимков в соседних параллельных маршрутах (рис. 2).

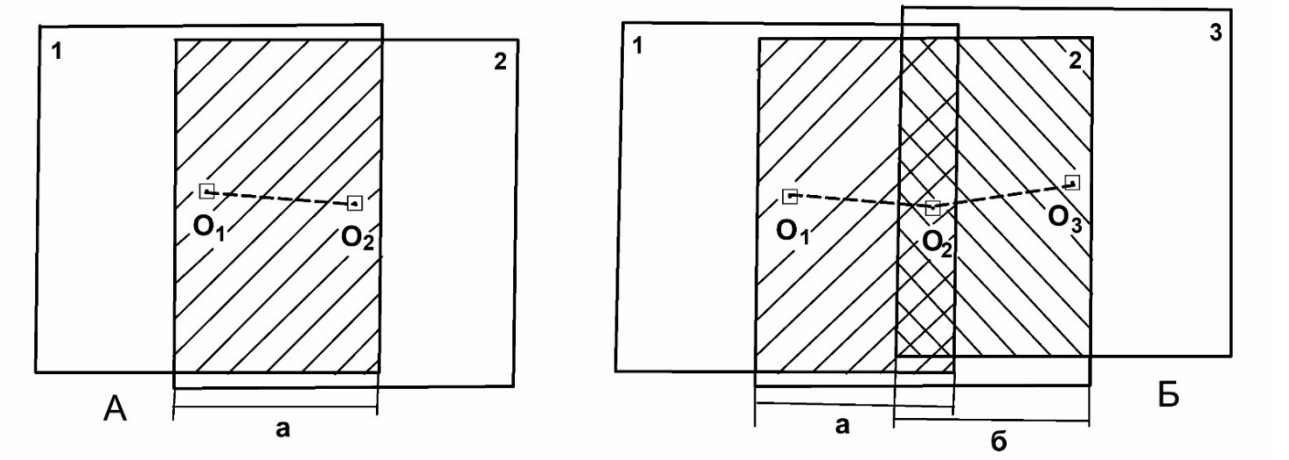


Рис. 2. Взаимное расположение соседних аэрофотоснимков в стереопаре (А) и стереотройке (Б). O_1, O_2, O_3 - центры аэрофотоснимков. Заштрихованы участки снимков 1 и 2 (а) и 2 – 3 (б) со стереоэффектом.

В настоящих Методических указаниях рассматриваются вопросы методики геологического дешифрирования аэрофотоснимков с помощью стереоскопов, определения структурных параметров геологических комплексов и составления геологической карты.

Для выполнения лабораторных работ по дешифрированию подготовлено 25 комплектов черно-белых аэрофотоснимков размером 18х18 см крупного масштаба. Комплекты аэрофотоснимков содержат два или три снимка, составляющих, соответственно, стереоскопические пары или стереоскопические тройки (рис. 1.2). В тексте геологических заданий к снимкам указываются основные черты тектонического строения площади, возраст и состав пород, характер рельефа. Приведены данные о параметрах фотографирования (высота фотографирования - H, фокусное расстояние аэрофотокамеры – f_k). На снимках показаны центральные точки снимков, проекции центров соседних аэрофотоснимков и базис фотографирования.

По результатам изучения аэрофотоснимков необходимо выделить литологические разновидности пород, определить элементы залегания и возраст пород, построить геологический разрез, стратиграфическую колонку и геологическую карту.

2. Дешифровочные признаки.

Выделение геологических или геоморфологических объектов на аэрофотоснимках осуществляется на основе изучения дешифровочных признаков, которые помогают выделить и оконтурить геологические тела, определить их форму, размер, ориентировку, состав и границы слагающих их пород, выделить складчатые и разрывные структуры.

Дешифровочные признаки подразделяются на две группы - прямые и косвенные.

2.1. Прямые дешифровочные признаки

Прямые дешифровочные признаки непосредственно отображают свойства геологического объекта. К прямым признакам относятся геометрическая форма, размер, цвет, фототон объекта.

Геометрические формы геологических объектов весьма разнообразны и по своей конфигурации они могут быть объединены в три группы – линейные, округлые и неправильные.

В виде линейных геологических форм различной протяженности и ширины на аэрофотоснимках выделяются слои осадочных, вулканогенных и метаморфических пород, моноклинальные структуры, крылья складчатых структур, дайки и жилы магматических пород, разрывные нарушения.

Округлые геологические объекты изометричной или овальной формы на аэрофотоснимках имеют брахискладчатые антиклинальные и синклинальные структуры, штоки интрузивных тел, вулканические купола, тектонические блоки.

Неправильную форму на аэрофотоснимках обычно имеют горизонтальные или пологозалегающие геологические тела, занимающие вершины и водораздельные участки горного рельефа. Они могут быть представлены слоями осадочных отложений, в том числе и четвертичными образованиями, покровами и пластами вулканических пород, интрузивными силлами. Горизонтальные геологические тела отличаются извилистыми очертаниями, пятнистым распределением по площади. Конфигурация выходов горизонтальных толщ на поверхности зависит от интенсивности эрозионного расчленения рельефа.

Размеры геологических объектов колеблются в широких пределах и, в зависимости от масштаба аэрофотоснимков, они могут занимать различную площадь снимков. Визуальное дешифрирование позволяет различать объекты

на снимках с точностью до 0,2 мм, однако, практически нецелесообразным является выделение геологических объектов размером менее I мм. Исключение составляют мелкие магматические дайки и жилы, которые на картах показываются немасштабными условными обозначениями.

Фототон на черно-белых аэрофотоснимках зависит от цвета пород, характера их поверхности, степени и типа выветривания, влажности, степени освещенности объекта.

Цвет пород зависит от их химического состава, от минерального состава, структуры пород. Магматические породы основного и ультраосновного состава и развивающиеся по ним метаморфические сланцы характеризующиеся железо-магнезиальным валовым химическим и минеральным составом, имеют черный или темно-зеленый цвет и, соответственно, темный фототон на снимках. Граниты и их эффузивные аналоги отличаются белым или светлосерым фототоном. Карбонатные осадочные породы имеют белый фототон, алевролиты и песчаники (в зависимости от минерального состава) - белый или светлосерый фототон, глинистые и углистые сланцы, аргиллиты имеют серый или темносерый фототон.

Интенсивность и *тип выветривания* пород изменяют характер выхода коренных пород на поверхность и цвет пород. Физическое выветривание пород приводит к их разрушению, расчленению на обломки различных размеров и формы. Обломки с ровной поверхностью обладают хорошей отражательной способностью и характеризуются более светлым фототоном, по сравнению с породами, обломки которых имеют неровную поверхность. Химическое выветривание способствует преобразованию химического и минерального состава пород и изменению их цвета. На магматических породах основного и ультраосновного состава развиваются красные железистые лимониты, по базальтам развиваются латеритные коры выветривания с пестрым фототоном, преобразование гранитов нередко завершается формированием белых глинистых каолиновых кор выветривания.

Горные породы во влажном состоянии (коренные и рыхлые) на аэрофотоснимках имеют серый и темносерый фототон, в сухом состоянии фототон этих пород зависит от их цвета.

Характер освещенности земной поверхности при ее фотографировании играет значительную роль для контрастного горного и холмистого рельефа. Наиболее благоприятными для фотографирования являются условия отсутствия облачности и высокое положение солнца. При косом солнечном освещении поверхности расчлененного рельефа образуются теневые участки на горных склонах и бортах речных долин, что в определенной степени может затруднить

визуальное геологическое дешифрирование.

2.2. Косвенные дешифровочные признаки

К косвенным дешифровочным признакам относятся элементы рельефа, ландшафта, непосредственно не отражающие деталей геологического строения площади, но с их помощью возможно получение геологической информации о составе пород или особенностях геологических структур. В качестве наиболее распространенных косвенных признаков можно выделить такие признаки как рисунок поверхности рельефа, тип и характер распределения растительности.

Рисунок поверхности рельефа геологических тел зависит от состава и степени выветривания пород, от тектонического строения площади, степени обнаженности структур. Массивные слабо выветрелые интрузивные породы характеризуются крупноблочным однородным рисунком поверхности, с развитием разреженной системы речных долин, ручьев по зонам трещиноватости, зонам разломов в интрузивных массивах. Интенсивно трещиноватые магматические породы и слабо устойчивые к выветриванию осадочные породы разрушаются более интенсивно, что приводит к образованию на их поверхности мелкосетчатого пестрого неоднородного рисунка, развитию многочисленных водных потоков по зонам локального выветривания.

Развитие растительности и характер ее распределения в различной степени может отражать особенности геологического строения площади. При сплошном однородном площадном распределении растительности элементы геологического строения на аэрофотоснимках выделяются слабо, поэтому расчленение пород по составу и дешифрирование геологических структур в этих условиях представляет значительные трудности.

При неравномерном или ограниченном избирательном развитии растительности часто наблюдается ее приуроченность к породам определенного состава. Интенсивное распространение растительности прежде всего приурочено к участкам развития водопроницаемых дробленых, пористых пород с повышенным содержанием воды. На аэрофотоснимках полосчатое линейное распределение растительности приурочено к выходам водосодержащих слоистых осадочных отложений, выделяющихся на снимках по темному фототону среди других осадочных отложений.

Кроме того, линейное расположение растительности также может быть приурочено к участкам разрывных нарушений, зон дробления, рассланцевания, характеризующихся повышенной водопроницаемостью. Иногда, на фоне

сплошного распространения растительности встречаются закономерно распределенные участки с разреженным характером растительности, приуроченные к выходам на поверхность основных или ультраосновных пород, медных, сурьмяных и других руд, химический состав которых неблагоприятен для развития растительности.

2.3. Основные формы рельефа.

Формы рельефа на аэрофотоснимках имеют различную степень связи с геологическим строением или составом пород площади. При решении геологических задач особенно важен учет особенностей рельефа для горизонтальных или слабонаклонных моноклинальных геологических структур.

При выполнении лабораторных работ по геологическому дешифрированию изучение рельефа проводится лишь в общих чертах, с определением основных характеристик наиболее крупных форм. На имеющихся учебных аэрофотоснимках наибольшее распространение получили горный, холмистый и равнинный типы рельефа.

Горный рельеф характеризуется преобладанием контрастных эндогенных или экзогенных форм, образовавшихся в результате интенсивного проявления тектонических, магматических или экзогенных эрозионных процессов. Положительные формы рельефа на снимках представлены различными по высоте одиночными горами или горными хребтами с четкими, острыми вершинами и крутыми склонами. Отрицательные формы горного рельефа образуют относительно прямолинейные врезанные долины рек, ручьев, логов с крутыми бортами. Обнаженность участков неравномерная, выходы коренных пород приурочены к эрозионным элементам рельефа - к вершинам хребтов, к эрозионным останцам на уплощенных вершинах, эрозионным склонам гор, к бортам речных долин, эрозионным речным террасам. Четвертичные аккумулятивные формы рельефа развиты в ограниченном объеме. Они занимают локальные участки и представлены, главным образом, элювием, делювием, коллювием и пролювием склоновых отложений. Характерной особенностью горного рельефа является значительное распространение на аэрофотоснимках теневых участков, на которых дешифрирование геологических границ возможно только под стереоскопом.

Холмистый рельеф характеризуется развитием одиночных холмов высотой до 200-300 метров среди относительно ровного окружающего пространства. Холмы представляют собой реликтовые денудационные участки горного рельефа с округлыми вершинами и крутыми склонами. Выходы

коренных пород приурочены к склонам холмов, реже встречаются на их вершинах в виде эрозионных останцов или площадных денудационных участков. Рыхлые четвертичные аккумулятивные формы рельефа могут быть сложены прибрежно-морскими обломочными отложениями или элювиальными и делювиальными отложениями на вершинах и склонах холмов. В долинах оврагов, ручьев, рек развиты пролювиальные или аллювиальные отложения.

Равнинный рельеф отличается слабой контрастностью форм рельефа. Наиболее распространенными являются аккумулятивные равнины, сформированные в результате накопления горизонтально залегающих осадочных толщ речного, озерно-болотного, ледникового, эолового или морского происхождения. Дочетвертичные породы обычно представлены осадочными горизонтальными толщами кайнозойского и мезозойского возраста.

3. Дешифрирование геологических структур

При изучении геологических структур на аэрофотоснимках по результатам дешифрирования могут выделяться горизонтальные, моноклинальные и складчатые структуры, сложенные осадочными, вулканогенными или метаморфическими комплексами. Геологические структуры осложнены разломами или интрузиями, которые также необходимо выделить на территории изученного участка.

Дешифрирование *горизонтально залегающих слоистых толщ* возможно только на участках расчлененного рельефа. Геологические границы слоев параллельны друг другу, имеют на снимках извилистый характер и полностью повторяют контуры элементов рельефа. Нижние стратиграфические горизонты горизонтальных комплексов, слагающих площадь, обнажаются в отрицательных формах рельефа - в днищах долин рек, в основаниях склонов гор, холмов. Верхние горизонты комплексов располагаются на вершинах и водоразделах положительных форм рельефа. Мощность пород, свит, комплексов можно определить по геологическому разрезу с детально отстроенным профилем рельефа или непосредственно на снимках по разнице высотных отметок верхних и нижних границ пород.

Наклонно залегающие слоистые толщи (моноклинали) образуют в условиях горного или холмистого рельефа асимметричные формы рельефа (куэсты) с пологими склонами по наклону слоев и крутыми склонами вкрест их напластования. Условия залегания пород, их возрастная последовательность,

мощность слоев определяются на аэрофотоснимках геометрическим путем с помощью построения структурных элементов. Благоприятными для определения структурных элементов и для измерительного дешифрирования являются участки выхода пород на склоны расчлененного эрозионного рельефа, для которого характерно изменение прямолинейности геологических границ слоев, выходящих на поверхность. Линии выходов слоев приобретают извилистый или ломаный характер и конфигурация геологических границ на снимках зависит от сочетания углов падения слоев и интенсивности эрозионного расчленения рельефа. При вертикальном падении слоев линии их выхода на поверхность полностью сохраняют прямолинейность, при крутых углах падения (70-80°) границы имеют незначительные искривления, а при пологих углах падения слоев их выходы на поверхность наиболее сильно зависят от характера рельефа и геологические границы приобретают сложный извилистый характер.

При дешифрировании *складчатых структур* с помощью структурных элементов определяются направления и углы наклона пород, выделяются антиклинальные и синклинальные складки. Построение структурных элементов выполняют геометрическим способом на крыльях складок по аналогии с методикой построения таких элементов в моноклинальных толщах. При условии согласного залегания пород между собой, в ядрах антиклинальных структур будут выходить наиболее древние отложения участка, в ядрах синклинальных складок на поверхности обнажаются наиболее молодые слои комплексов. Мощности слоев в складчатых структурах определяются по геологическому разрезу, построенному вкрест простирания пород и с учетом конфигурации элементов рельефа.

Разрывные нарушения отображаются на аэрофотоснимках в виде прямолинейных или коленообразных отрицательных элементов рельефа - узкие ровные долины рек, ручьев, логов, прямолинейные уступы по склонам высот и по бортам речных долин. Зоны разломов, проходящих через всю площадь, делят ее на отдельные блоки, которые могут иметь свои особенности геологического строения. Разломы пересекают линии выхода слоев, ограничивают их простирание в блоках, часто к зонам разломов приурочены магматические дайки, жилы.

4. **Дешифрирование литологии**

На аэрофотоснимках могут быть представлены осадочные, вулканические, метаморфические и интрузивные породы различного состава и возраста.

Осадочные породы составляют большую часть геологических образований аэрофотоснимков и среди них можно выделить две группы отложений - четвертичные и дочетвертичные.

Четвертичные осадочные отложения представлены рыхлыми породами элювиального, делювиального, пролювиального и аллювиального генетических типов.

Элювиальные породы образуются в результате физического или химического выветривания коренных пород и не испытавшие перемещения с места своего образования. Эти породы занимают изолированные участки по вершинам и водоразделам горного и холмистого рельефа.

Делювиальные продукты выветривания коренных пород залегают на склонах высот и перемещаются вниз по склону. Элювиальные и делювиальные отложения перекрывают коренные породы, имеют площадное развитие и на аэрофотоснимках они обычно выделяются светлым фототоном в виде локальных пятен по вершинам, площадным шлейфам верхних и средних частей склонов гор и холмов.

Пролювиальные отложения образуются в результате переноса продуктов выветривания временными потоками, они локализованы на склонах и у подножий склонов, в долинах ручьев, логов. На снимках эти отложения образуют линейные полосы по долинам ручьев и конуса выноса в их устьях. Чаще всего пролювиальные отложения имеют серый или темносерый фототон.

Аллювиальные отложения, представленные осадками русловой и пойменной фаций, приурочены к долинам рек. Отложения русловой фации, сложенные галечниками, песками, выделяются белым фототоном, пойменные фации занимают днища выровненных речных долин и имеют тёмный фототон в связи с широким развитием растительности. Более древние аллювиальные отложения (aQIII) на некоторых аэрофотоснимках слагают реликтовые аккумулятивные террасы, образующие уступы, ступени в бортах речных долин.

Дочетвертичные осадочные породы представлены неогеновыми, палеогеновыми, мезозойскими или палеозойскими толщами и свитами согласно залегающих пород различного генетического типа.

Конгломераты, *песчаники* обычно выделяются в виде слоев с выдержанными четкими границами, выдержанной мощностью и отличаются светлым фототоном, разреженным характером растительности, однородным фоторисунком поверхности.

Алевролиты образуют согласные с песчаниками прослои, на снимках имеют светлосерый фототон, иногда тонкослоистый рисунок поверхности.

Аргиллиты, *глинистые и углистые сланцы* интенсивно разрушаются с

образованием отрицательных форм рельефа, имеют тонкополосчатый рисунок, темный фототон. Часто к этим породам приурочено более интенсивное развитие растительности.

Карбонатные породы (известняки, доломиты) на аэрофотоснимках выделяются белым фототоном, отсутствием растительности на поверхности, массивным однородным строением, грубым толстоплитчатым или трещиноватым рисунком поверхности.

Кварциты являются наиболее устойчивыми к выветриванию осадочными породами. В рельефе они образуют линейные эрозионные останцы, отпрепарированные пласты.

Вулканогенные породы имеют массивное однородное строение, образуют согласные пласты в вулканогенно-осадочных толщах, слагают вулканогенные купола, покровы, потоки. Породы основного состава имеют темносерый, черный цвет, вулканогенные породы кислого состава отличаются белым, светлосерым фототоном.

Метаморфические сланцы, кристаллические сланцы и гнейсы, образовавшиеся при региональном метаморфизме, образуют пласты разного состава, имеют относительно одинаковую степень выветривания к отличаются между собой только по фототону, отражающему особенности химического и минерального состава пород.

Интрузивные породы отличаются массивным строением, на аэрофотоснимках поверхность интрузий характеризуется разреженной растительностью, однородным фототоном, крупноблочным трещинным рисунком. Интрузии ультраосновного состава имеют темносерый, черный цвет, интрузии основного состава (габбро, диабазы) имеют темносерый и серый цвет, гранитные породы на снимках отличаются белым фототоном. Массивы интрузивных пород в рельефе образуют останцовые положительные формы различного размера и конфигурации.

5. Методика выполнения лабораторной работы

Выполнение учебной работы по геологическому дешифрированию с составлением геологической карты осуществляется каждым студентом самостоятельно по индивидуальному заданию по одному из комплектов аэрофотоснимков. В процессе работы проводится обработка геологической информации и результатов измерительного дешифрирования, на основе которых составляются геологическая карта, геологический разрез и стратиграфическая колонка.

Работа выполняется в следующей последовательности: определение взаимного расположения и ориентировка снимков, определение границ участка, расчет масштаба аэрофотоснимков, определение центров аэрофотоснимков, определение положения линии главного направления фотографирования, расчет базиса фотографирования, выделение и прослеживание литологических разновидностей пород, выделение разрывных нарушений, построение элементов залегания пород, стратиграфическое расчленение пород, определение превышений элементов рельефа, построение геологического разреза, определение мощностей пород, составление стратиграфической колонки, оформление геологической карты.

5.1. Определение взаимного расположения и ориентировки аэрофотоснимков.

Комплекты аэрофотоснимков для лабораторных работ по геологическому дешифрированию включают по два или по три снимка. Необходимо определить их взаимное расположение, отражающее последовательность фотографированиплощади. Маршруты фотографирования обычно имеют широтную ориентировку (рис. 1). В северо-восточном углу каждого снимка помещается цифровой индекс с указанием серии и номера снимка и даты фотографирования (рис. 3).

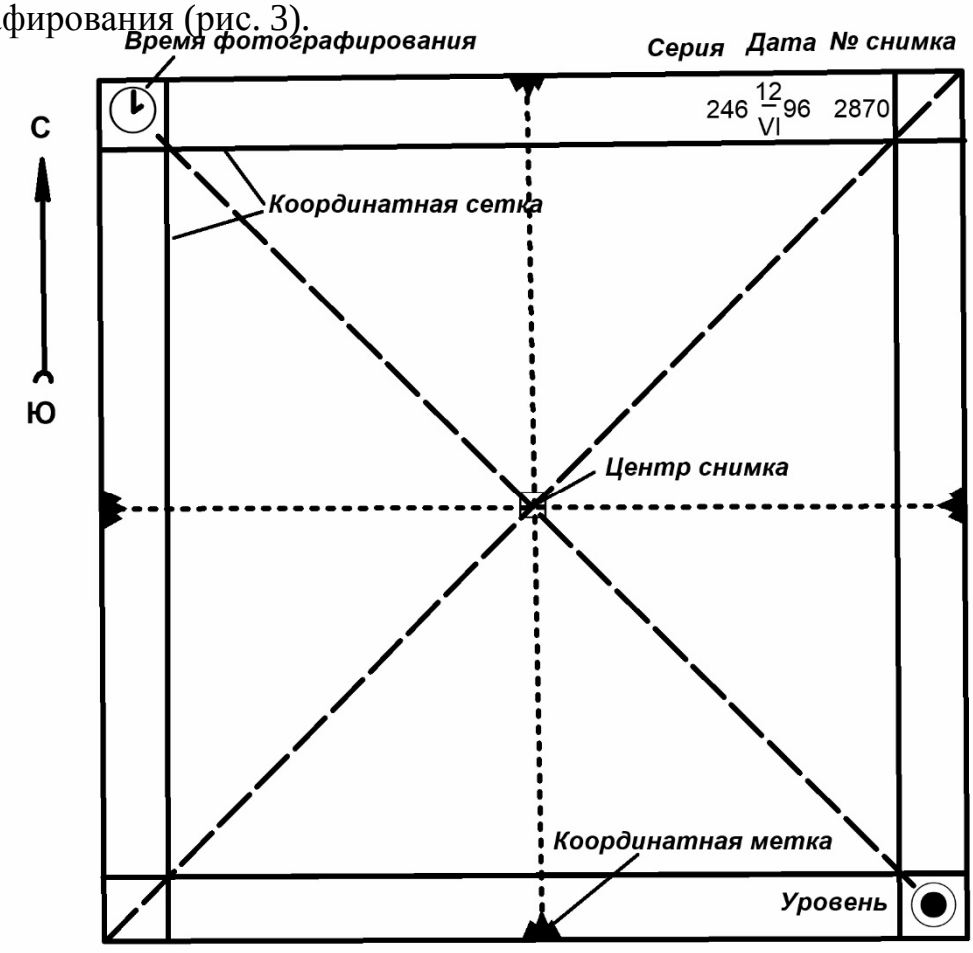


Рис. 3. Одиночный плановый аэрофотоснимок и его основные параметры.

В комплектах с двумя снимками (стереопара) необходимо определить левый и правый снимки, в комплектах с тремя снимками (стереотройка) определяют левый, центральный и правый снимки. Для этого поступают следующий образом. На аэрофотоснимках, составляющих стереопару, определяют участки рельефа, изображенные на обоих снимках. Наложив снимки друг на друга таким образом, чтобы одна и та же часть рельефа совпадала в основных своих формах, можно определить какой из этих двух снимков является левым, а какой снимок — правым (рис. 4).

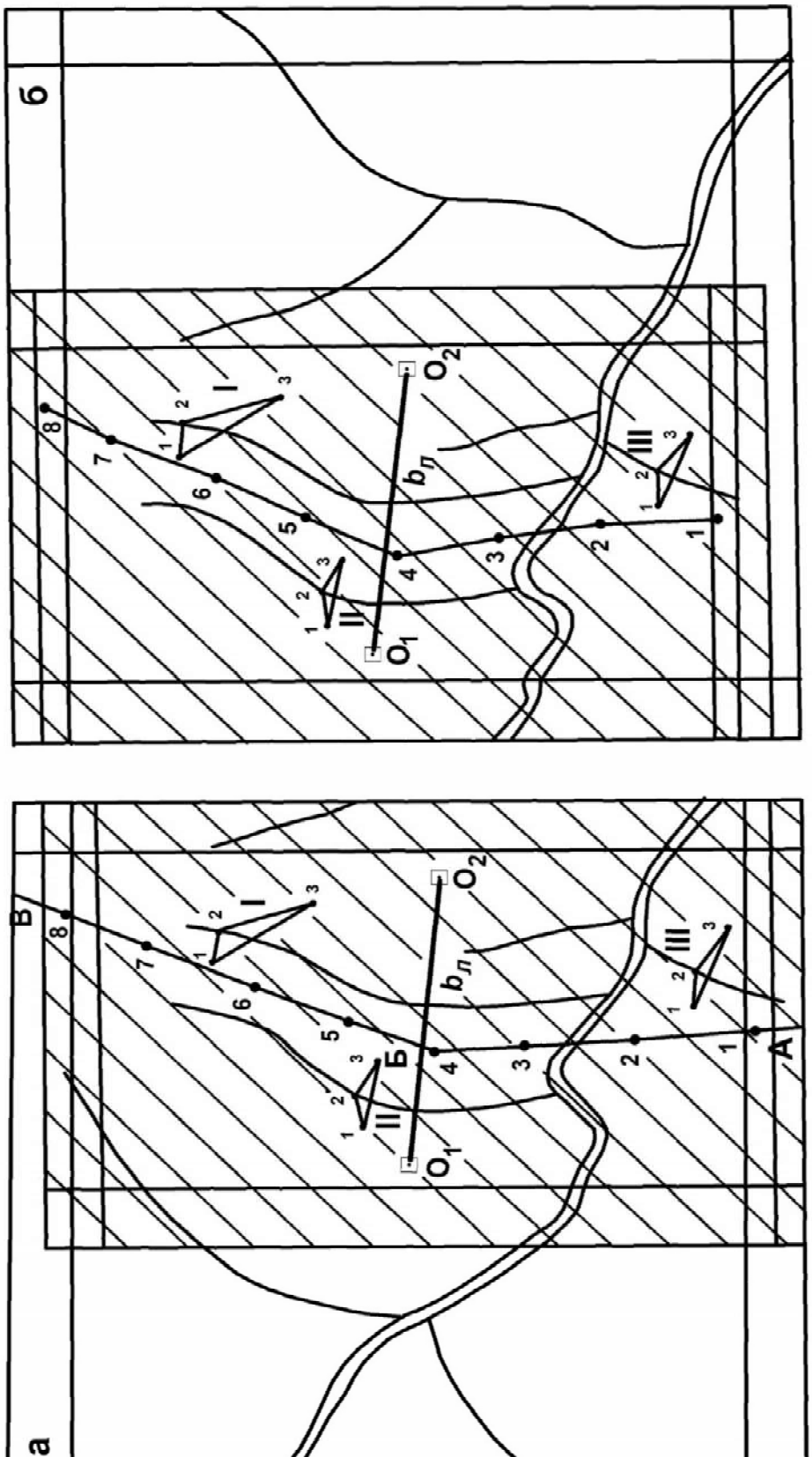
При наличии трех снимков, попарно сравнивая их между собой, таким же образом определяем стереоскопические пары первого и второго, второго и третьего снимков. Для дальнейшей работы из трех снимков выбираем те два соседних снимка, на которых получили наиболее четкое отображение геологические структуры. Использование третьего снимка дает возможность получения более полного стереоскопического обзора площади. В учебных комплектах из трех аэрофотоснимков для работы выбираются те два снимка, на которых нанесены пластовые треугольники и линии геологических разрезов.

5.2. Определение границ участка

Размер и контуры участка для составления геологической карты по аэрофотоснимкам определяются размерами площади их взаимного перекрытия, которая на имеющихся комплектах аэрофотоснимков составляет от 60 до 50% площади одного снимка. Из двух аэрофотоснимков стереопары выбирается снимок, имеющий более четкое, контрастное отображение рельефа, литологии, структурных элементов. На этом снимке оконтуривается та часть его площади, которая составляет общую стереоскопическую модель этого участка с соседним снимком. Уточнение положения границ участка проводится при наблюдении под стереоскопом. При работе со стереоскопом левый снимок стереопары помещается под левое зеркало стереоскопа, правый снимок - под правое зеркало. Перемещая снимки относительно друг друга, добиваются получения стереоскопической (объемной) модели рельефа. Наложив кальку на снимок, выбранный для составления геологической карты, оконтуривают на ней участок стереоскопической модели местности для данной стереопары (рис. 4).

Рис. 4. Левый (а) и правый (б) аэрофотоснимки с элементами гидросети.

O_1 и O_2 – центры левого и правого снимков, $b_л$ и $b_п$ - базисы фотографирования на левом и правом снимках, I, II, III – пластовые треугольники и номера точек треугольников, А – Б - В – линия геологического разреза с точками замера высоты рельефа. Заштрихована на снимках площадь, составляющая стереоскопическую модель местности для данной пары аэрофотоснимков



5.3. Расчет масштаба аэрофотоснимков

Масштаб аэрофотоснимков определяется по соотношению фокусного расстояния аэрофотокамеры (f_k) и высоты фотографирования (H) по формуле $m=f_k/H$. Данные о фокусном расстоянии аэрофотокамеры и высоте фотографирования приведены в тексте задания к каждому комплекту аэрофотоснимков. При расчете масштаба снимков значения f_k и H переводятся в одни единицы (метры или миллиметры), а рассчитанный масштаб округляется до целых значений тысячи, например, 1:17000, 1:23000, 1:32000 и т. д.

5.4. Определение центров аэрофотоснимков

Аэрофотоснимки в учебных комплектах имеют квадратную форму различного размера. На снимках проведены координатные линии (рис. 3), параллельные сторонам снимков и ограничивающие центральные части снимков с минимальными оптическими искажениями рельефа. Периферические части снимков за пределами координатной сетки имеют существенные искажения форм рельефа, особенно значительные для горного типа рельефа.

Для каждого аэрофотоснимка необходимо определить центр снимка, фиксирующий положение точки фотографирования на снимке, куда была направлена оптическая ось фотоаппарата. Положение центральной точки на учебных аэрофотоснимках допускается определять несколькими геометрическими способами. Наиболее точно центр снимка определяется при использовании координатных меток, расположенных по краям снимков в их середине. В этом случае за центр снимка принимается точка пересечения линий, соединяющих координатные метки противоположных сторон снимков (рис. 3). При отсутствии на снимке координатных меток за центр снимка принимается точка пересечения линий, соединяющих противоположные углы координатной сетки. Менее точным является определение центра снимка как

точки пересечения линий, соединяющих противоположные углы снимков.

5.5. Построение линии главного направления

.

После определения положения центральных точек, дополнительно на каждом аэрофотоснимке должно быть показано положение проекций центров соседних снимков. При наблюдении под стереоскопом на левом снимке отмечают положение центральной точки правого снимка (рис. 4 точка O_2), а на правом снимке определяется положение проекции центральной точки левого снимка (рис. 4, точка O_1). Линия O_1 - O_2, соединяющая центры снимков с проекциями центров соседних снимков называется главным направлением фотографирования. Главное направление должно иметь широтную ориентировку и располагаться параллельно сторонам снимка. Частичная непараллельность линий O_1 - O_2 сторонам снимков в некоторых учебных комплектах существенно не сказывается на точности определений структурных параметров при выполнении учебных лабораторных работ.

5.6. Расчет базиса фотографирования

Базис фотографирования представляет собой расстояние между центрами фотографирования двух соседних аэрофотоснимков.

Для измерительного дешифрирования необходимо определить средний базис фотографирования, который рассчитывается как среднеарифметическая величина базисов левого ($b_л$) и правого ($b_п$) снимков (рис. 5). Для этого палеткой или линейкой измеряют базис фотографирования на каждом снимке и рассчитывают его среднюю величину ($b_{ср}$) по формуле: $b_{ср} = (b_л + b_л)/ 2$.

При работе с тремя стереоскопическими аэрофотоснимками необходимо определять отдельно средние базисы для каждой пары снимков (1–2, 2-3).

5.7. Выделение и прослеживание литологических разновидностей пород.

В соответствии с имеющейся к комплектам аэрофотоснимков информацией о геологическом строении площади, проводится расчленение породпо составу, возрасту. Выделение литологических разновидностей пород дочетвертичного возраста, прослеживание границ этих пород, оконтуривание участков распространения проводится под стереоскопом на основе изучения прямых и косвенных дешифровочных признаков, отражающих особенности

литологического состава пород. На аэрофотоснимках определяются и уточняются границы литологических разновидностей осадочных, вулканических, метаморфических дочетвертичных пород, выполняется прослеживание границ и оконтуривание площадей их распространения.

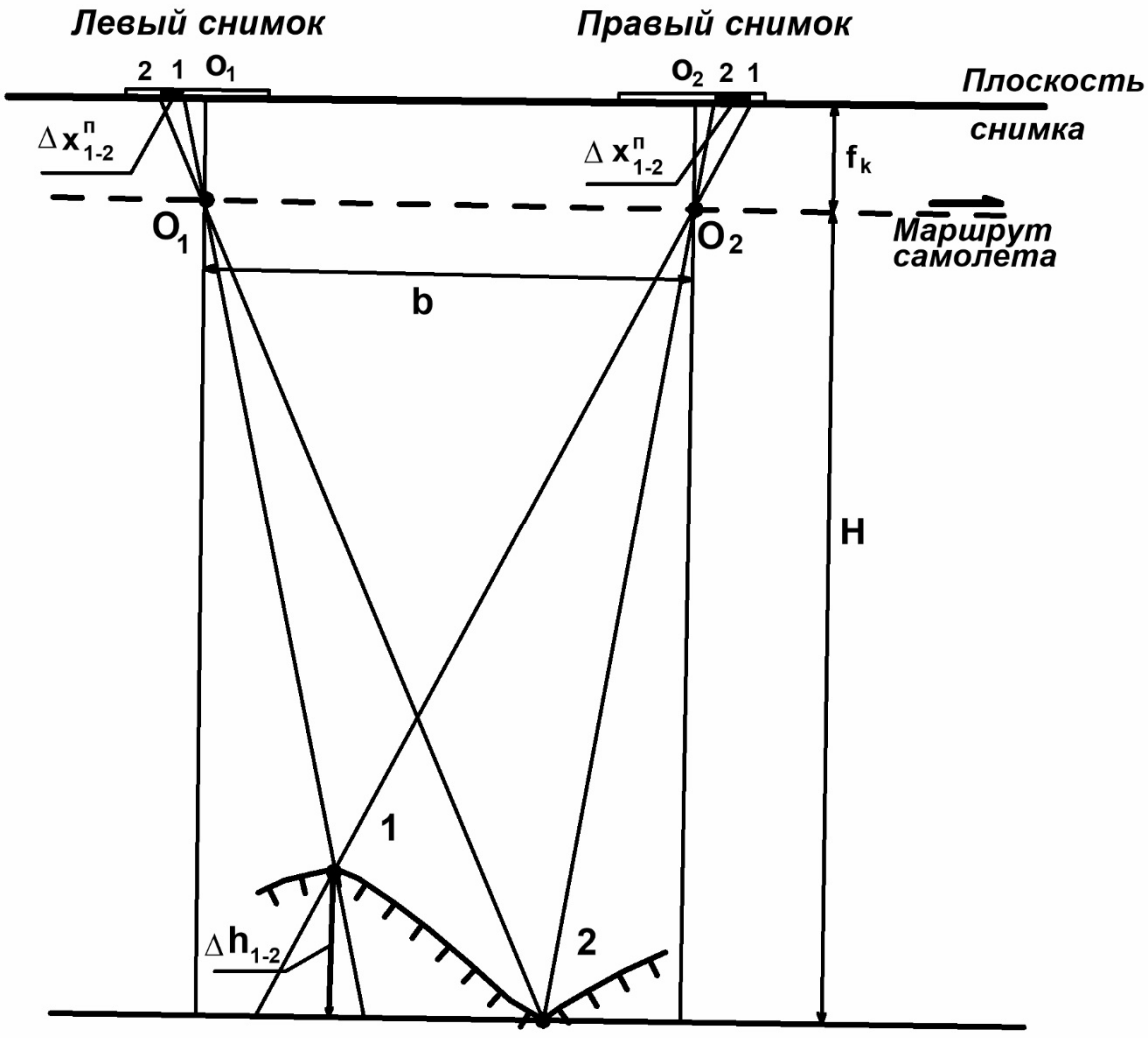


Рис. 5. Параметры фотографирования участка рельефа.

O_1, O_2 – центры фотографирования; o_1, o_2 – центры левого и правого снимков; H – высота фотографирования; f_k – фокусное расстояние аэрофотокамеры; b – базис фотографирования; Δh_{1-2} – относительное превышение в рельефе точек 1 и 2, $\Delta x^{л}_{1-2}$, $\Delta x^{п}_{1-2}$ – разность координат точек 1 и

2 на левом и правом снимках.

В случаях частого переслаивания пород друг с другом или при наличии маломощных согласных прослоев допускается объединение пород в более крупные литологические подразделения. Например, выделяются такие объединенные толщи как "юрская терригенная толща песчаников с прослоями алевролитов и аргиллитов", "пермская толща переслаивающихся песчаников, гравелитов и конгломератов", "глинисто-карбонатные отложения верхнедевонского возраста" и т.д.

Интрузивные массивы на аэрофотоснимках достаточно отчетливо выделяются по фототону, фоторисунку и характеру поверхности. Мелкие дайки диабазов, кварцевых порфиров, выраженные прямолинейными останцовыми формами рельефа, должны быть показаны на карте немасштабными линейными условными обозначениями.

Осадочные четвертичные отложения, перекрывающие более древние породы, на геологической карте необходимо выделять только на тех участках, где отсутствуют данные о геологической структуре, составе и условиях залегания более древних дочетвертичных пород. К таким участкам относятся долины крупных рек с нерасчлененными аллювиальными отложениями, пологие склоны гор с делювиальными или пролювиальными отложениями и элювиальные коры выветривания, располагающиеся на некоторых вершинах и водоразделах горного и холмистого рельефа.

5.8. Выделение разрывных нарушений

В пределах изучаемого участка необходимо проследить основные разрывные нарушения, выраженные на аэрофотоснимках косвенными геоморфологическими признаками, частично охарактеризованными в тексте геологического задания к комплектам снимков. Разрывные нарушения в рельефе проявляются в виде прямолинейных уступов, прямолинейных или коленообразных участков долин рек и ручьев, линейными полосами растительности, несогласными о простиранием пород. Данные об углах падения плоскостей разломов обычно отсутствуют и в этих случаях на геологических картах и разрезах падение таких зон разломов показывается вертикальное.

5.9. Построение элементов залегания пород.

Построение элементов залегания пород (линия простирания, линия падения, угол падения) на аэрофотоснимках производится геометрическим способом путем измерительного дешифрирования пластовых треугольников. Пластовый треугольник составляют три точки, принадлежащие слою (или его части) на линии выхода слоя на дневную поверхность. В случае маломощного слоя или мелкого масштаба аэрофотоснимков слои на снимке могут быть выражены в виде линий различной толщины, извилистость линий зависит от сочетания угла наклона слоя и степени расчлененности рельефа.

Для построения элементов залегания точки пластовых треугольников должны быть обозначены непосредственно на линии выхода геологических границ на поверхность. Если слой достаточно мощный, то для выбора точек пластового треугольника можно использовать границу кровли слоя (верхний контакт слоя) или почвы (нижний контакт слоя, рис. 6).

Для большей представительности структурных данных определение элементов залегания пород на аэрофотоснимках проводится по трем пластовым треугольникам в различных частях слоистых толщ и расчет на их основе среднеарифметических значений углов падения.

Построение элементов залегания пород включает в себя два этапа - определение относительного высотного превышения точек пластового треугольника между собой и построение по полученным данным структурных элементов.

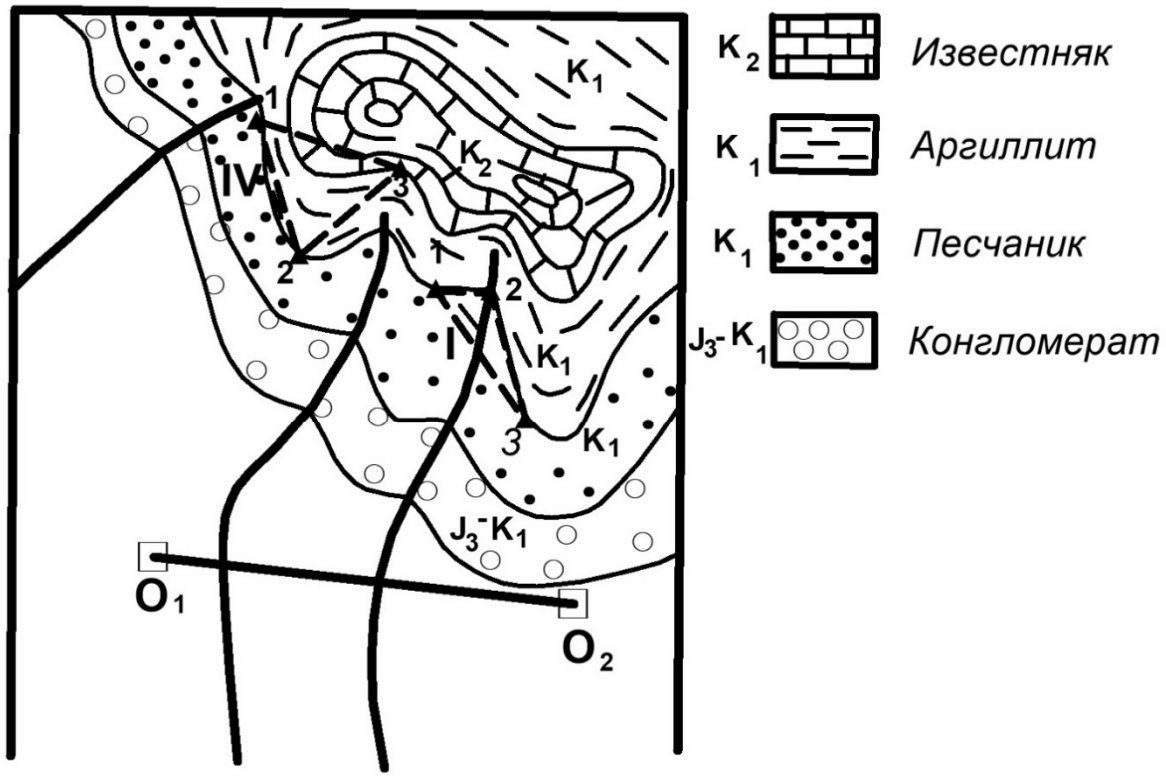


Рис. 6. Пластовые треугольники I и IV в слоистых осадочных отложениях. Пластовый треугольник IV выделен неправильно, т.к. в нем точки I, 2, 3 не располагаются в одной геологической плоскости. Точки пластового треугольника должны располагаться на одной геологической границе (на кровле или подошве пласта).

5.10. Определение относительных превышений элементов рельефа

Для определения относительных превышений точек рельефа (Δh) необходимо рассчитать разность высотных положений этих точек между собой. Расчет высотных превышений проводится последовательно в каждом треугольнике для каждой пары точек ($\Delta h_{1\text{-}2}$, $\Delta h_{2\text{-}3}$, $\Delta h_{3\text{-}1}$). На рис. 5 для точек 1 и 2 показано превышение точки I над точкой 2 ($\Delta h_{1\text{-}2}$) и отображение этой части рельефа на снимках – 1-2 на левом и правом снимках.

Основу метода измерительного дешифрирования для определения величины Δh составляет расчет количественной оценки разности линейных величин продольных параллаксов $\Delta p_{1\text{-}2} = (\Delta x^{л}_{1\text{-}2})–(\Delta x^{п}_{1\text{-}2})$. Линейные размеры 1-2 на левом и правом снимках зависят от параметров аэрофотоснимков (высота фотографирования H, базис фотографирования $b_{ср}$, фокусное расстояние аэрофотокамеры f_k) и от величины превышения точек между собой ($\Delta h_{1\text{-}2}$). Параметры H и f_k являются постоянными величинами для каждого комплекта аэрофотоснимков и их значения даны в тексте задания к снимкам. Базис фотографирования должен быть уже определен ($b_{ср}$) и также является величиной постоянной для каждого комплекта. Таким образом, работа сводится к измерению на обоих снимках для каждой пары точек рельефа значений $\Delta x^{л}_{1\text{-}2}$ и $\Delta x^{п}_{1\text{-}2}$, определения их разности $\Delta p_{1\text{-}2}$ и расчета $\Delta h_{1\text{-}2}$.

Для этого на левом и правом снимках необходимо определить положение каждой точки и рассчитать разность координат точек в системе координат XY, лежащей в плоскости снимка. За ось X принимается главное направление $O_1 – O_2$, ось Y располагается перпендикулярно оси X и также проходит через центр снимка. Расчет превышений выполняем по упрощенной схеме без учета поправок на колебание высоты полета самолета, наклона снимков, изменения координат точек по оси Y и др. Изменение положения

точек и определение разности их координат проводим только относительно оси X. Разность координат точек по оси X называется *продольным параллаксом* этой точки (продольным по отношению к маршруту самолета, параллельным главному направлению снимка). Определение продольных параллаксов точек рельефа на снимках может выполняться автоматически с помощью специальных фотограмметрических приборов или ручным способом. Ручным способом продольный параллакс определяется с помощью параллаксометров, параллактических линеек, палеток. Наиболее простым способом является определение параллаксов с помощью палетки.

Палетка геолога-дешифровщика позволяет измерять линейные величины с точностью до 0.1 мм и представляет собой стандартный поперечный масштаб. Шкала палетки нанесена на прозрачную пленку, при работе ее непосредственно накладывают на снимок. Разность координат точек (Δx) с помощью палетки определяется на каждом снимке отдельно без стереоскопа и выполняется сначала на левом снимке, а затем на правом. Определяя разность координат двух точек (например, точек 2-3, рис. 7) палетку помещают ка снимок таким образом, чтобы левая точка в этой паре (точка 2) располагалась на левой рамке шкалы. Перемещая палетку по снимку, добиваются такого положения, чтобы вторая точка (точка 3) заняла определенное положение на одной из наклонных линий палетки. Обязательным условием должно быть ориентированное положение палетки, при котором линия O_1-O_2 всегда должна быть параллельна горизонтальной части шкалы палатки, параллельно горизонтальным штрихам палетки.

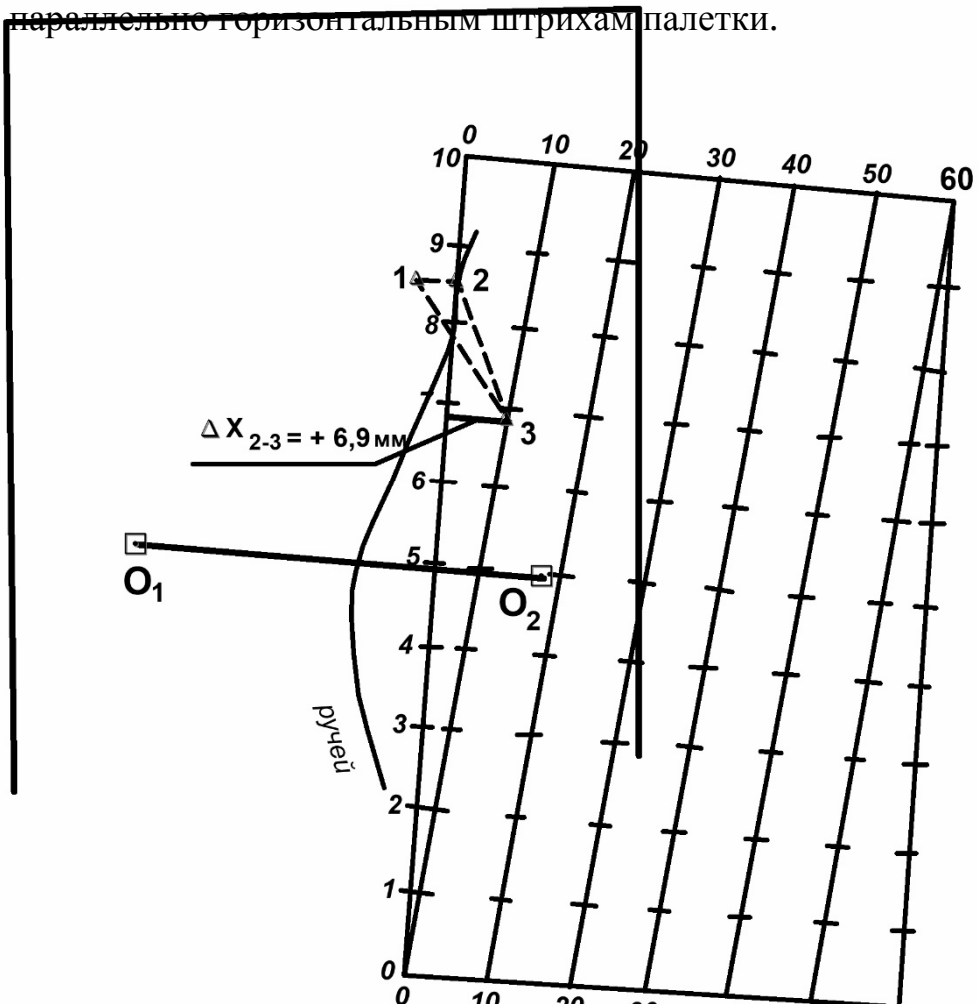


Рис. 7. Определение разности координат точек 2–3 пластового треугольника I ($\Delta x_{2\text{-}3}$ = + 6,9 мм).

При определении $\Delta x_{2\text{-}3}$ измеряется расстояние от правой точки (точка 3) до левой части шкалы палетки, на которой располагается точка 2. В приведенном примере (рис. 7) отсчет $\Delta x_{2\text{-}3}$ определяется по расположению проекции точки 3, которая располагается на наклонной линии 0-10 в интервале между 6 и 7 мм. В этом случае принимаем отсчет, равный 6 мм. Десятые доли миллиметров рассчитываются путем интерполяции положения точки 3 между делениями 6 и 7 и эта величина составляет 0,9 мм. Полное значение отсчета составит: $\Delta x_{2\text{-}3}$ = 6 + 0,9 мм = 6,9 мм.

Аналогичным образом определяем разность координат между точками 1-2, 3 - I в этом пластовом треугольнике.

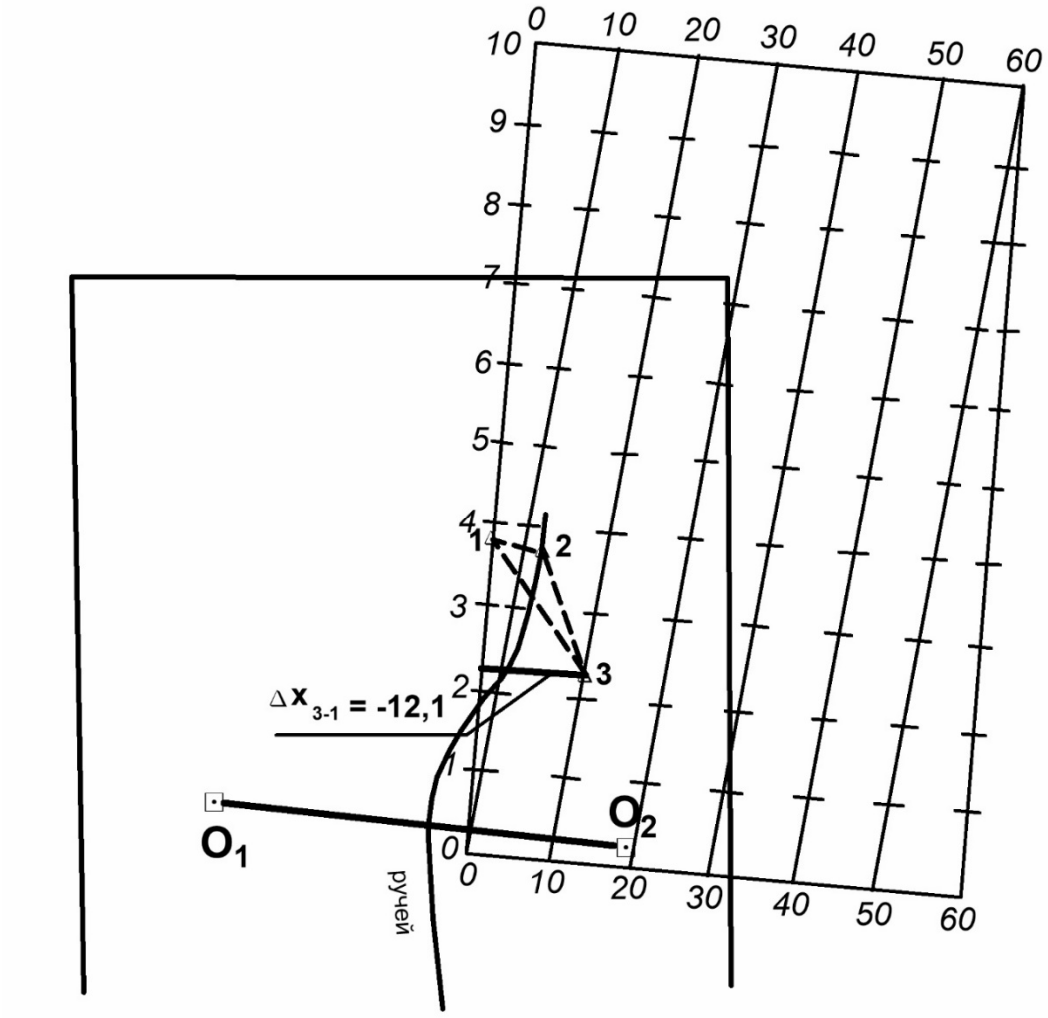


Рис. 8. Определение разности координат точек 3 и I пластового треугольника I (Δx_{3-1} = - 12.1).

Если величина Δx превышает 10 мм и правая точка находится на других наклонных линиях, то при определении Δx необходимо дополнительно определить количество десятков миллиметров. Так, при определении Δx_{3-1} (рис. 8) точка 3 располагается на наклонной линии 10-20 мм, т. е. Δx имеет величину больше 10 мм и меньше 20 мм. Поэтому полное значение Δx_{3-1} = 10 + 2 + 0,1 = 12,1 мм. Полученные результаты замеров заносятся в таблицу (табл. 1).

При расчете относительных превышений точек рельефа необходимо учитывать их взаимное положение, т. е. какая из них располагается выше или ниже другой по рельефу.

С этой целью принимается определенный порядок отображения результатов измерений в таблице. Каждая пара точек заносится в таблицу (табл. 1) в определенной последовательности в порядке возрастания их номеров и возврата к начальной точке (1-2, 2-3, 3-1). Если в каждой паре точек первая из них на снимке располагается левее относительно другой точки, то значение Δx для этой пары принимается со знаком «+», например, Δx_{1-2}, Δx_{2-3} (рис. 7). Для пары точек 3-1 (рис. 8) устанавливается, что точка 3 располагается правее точки 1, а точка 1 находится на левой части шкалы палетки. В этом случае величина Δx_{3-1} принимается со знаком «-» (Δx_{3-1} = - 12,1 мм).

Таким же образом определяются эти параметры на правом снимке. Проверкой правильности замеров служит результат алгебраической суммы величин Δx, который показывается в нижней части колонки таблицы и должен быть равен нулю. Допускается отклонение суммы на 10% от наибольших значений Δx для данного треугольника и снимка.

После определения значений Δx рассчитываются продольные параллаксы для каждой пары точек по формуле $\Delta p = \Delta x_л - \Delta x_п$, где $\Delta x_л$ и $\Delta x_п$ являются разностями координат двух точек на левом и правом снимках с учетом их знаков. Полученные значения Δp также имеют знаки "+" или "-"

(табл. 1).

По рассчитанным значениям Δp определяются относительные превышения для каждой пары точек рельефа в пластовых треугольниках по упрощенной формуле: $\Delta h = H \times \Delta p / b_{ср}$, где Δh – относительные превышения двух точек (м), H - высота фотографирования (м), $b_{ср}$ - средний базис фотографирования (мм), Δp - разность продольных параллаксов (мм). Превышение точек (Δh) имеет тот же знак, что и Δp и показывает относительное положение в каждой паре точек **второй** точки по отношению к **первой** (табл. 1). Например, в пластовом треугольнике I точка 2 располагается ниже точки 1 на 20 м, точка 3 выше точки 2 на 5 м, точка 1 выше точки 3 на 15 м. В случае, если Δh окажется равной нулю (пластовый треугольник II, точки 3-1), то это означает, что данные точки располагаются на одной высоте, не имеют между собой относительных превышений и через них проходит линия простирания.

Таблица 1

Параметры пластовых треугольников и элементов залегания пород.

Пласт. треугольн.	Точки треугольн.	Δx (мм)	Δx (мм)	Δp (мм)	Δh (м)	Элементы залегания
I	1-2	+4,9	5,3	-0,4	-20	АзПад31<10
	2-3	+6,9	+6,8	+0,1	+5	
	3-1	-11,8	-12,1	+0,3	+15	
	сумма	0	0	0	0	
II	1-2	+5,6	+6,1	-0,5	-26	АзПад10<24
	2-3	+6,5	+6,0	+0,5	+26	
	3-1	-12,1	-12,1	0	0	
	сумма	0	0	0	0	
III	1-2	+5,8	+6,4	-0,6	-31	АзПад20<40
	2-3	+8,1	+7,0	+1,1	+56	
	3-1	-13,9	-13,5	-0,4	-26	
	сумма	0	-0,1	-0,1	-1	

5.11. Построение элементов залегания

Для определения условий залегания пород необходимо в каждом пластовом треугольнике определить и построить элементы залегания - линию простирания, линию падения, угол и азимут падения слоя (пласта).

Линия простирания слоя - горизонтальная линия, лежащая в плоскости

слоя или его части (кровля или почва слоя). *Линия падения* – линия перпендикулярная к простиранию, лежит в плоскости слоя и направлена по наклону слоя. *Угол падения слоя* - угол в вертикальной плоскости между линией падения слоя и горизонтальной плоскостью.

При построении структурных элементов сначала необходимо определить взаимное высотное положение точек в пластовом треугольнике. Так, в пластовом треугольнике I по результатам замеров (табл. 1). самой высокой точкой является точка I, самой низкой - точка 2, точка 3 располагается выше точки 2, но ниже точки 1.

Для построения структурных элементов необходимо одну из точек треугольника выбрать в качестве базовой и при дальнейших геометрических построениях использовать превышения двух других точек по отношению к этой базовой точке. За базовую точку можно принимать любую точку треугольника - конечный результат построения структурных элементов будет одинаковый, хотя методика построения для разных базовых точек будет различной. Рассмотрим три возможных варианта построения структурных элементов в зависимости от различного положения базовой точки на примере пластового треугольника I (рис. 9).

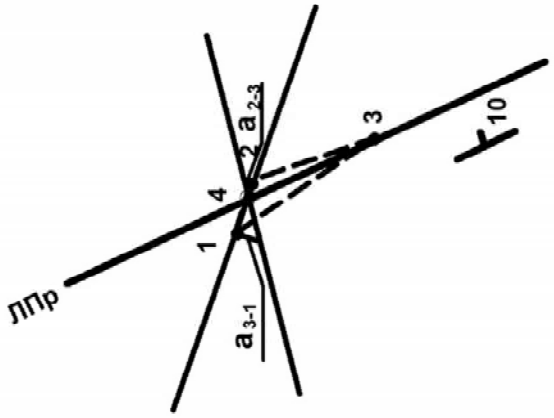
Вариант I. Базовая точка располагается по высоте выше двух других точек треугольника (рис. 9.а). Такой точкой является точка I, которая располагается в рельефе выше т. 2 и 3 (1>3>2).

Точки 2 и 3 соединяем прямой линией и из этих точек проводим перпендикуляры, располагая **по одну сторону** (любую) **от этой линии**. Длины перпендикулярных отрезков должны быть пропорциональны превышениям точек 2 и 3 по отношению к базовой точке 1. От точки 2 откладывается перпендикуляр Δh_{1-2}, от точки 3 откладывается перпендикуляр Δh_{3-1} по данным табл. 1. Если длины перпендикуляров Δh в масштабе снимка будут иметь очень малые величины (менее I мм), то для удобства их построения отрезки перпендикуляров можно пропорционально увеличить в несколько раз. Например, при Δh_{1-2} = 20 м и Δh_{3-1} = 15 м эти величины в масштабе снимка (1:17000, Приложение I) составят 1,2 мм и 0.9 мм. Пропорционально увеличив их в несколько раз, примем Δh_{1-2} = 12 мм, Δh_{3-1} = 9мм. Соединив концы перпендикуляров и продолжив эту линию до пересечения с линией 2-3, получим на пересечении точку 4. Точка 4 по отношению к базовой точке I имеет $\Delta h_{4-1} = 0$, т. е. она располагается на одной высоте с точкой I.

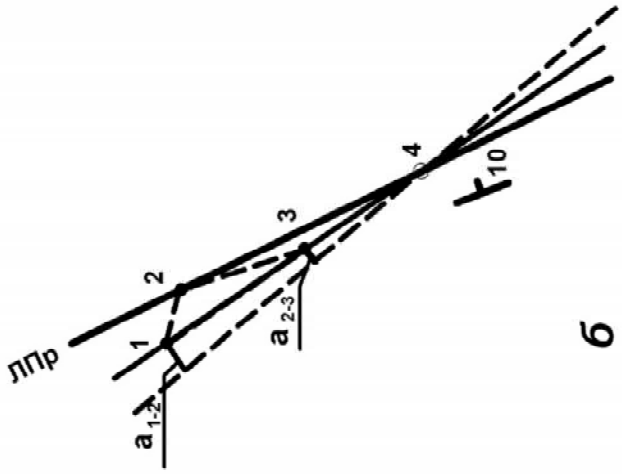
Соединительная линия 1-4 является линией простирания слоя, проходя-

щая через точку I. Падение слоя направлено от линии простирания к точкам 2 и 3, т. к. точка I в этом треугольнике имеет самую высокую отметку.

Определение угла падения слоя выполняем непосредственно на карте геометрическим способом в пределах пластового треугольника. От точки 2 на линию простирания откладываем перпендикуляр Δh_{1-2} = 20 м, длина которого в масштабе карты составит 1,2 мм. Угол при вершине треугольника в точке 2 является углом падения слоя, который в данном случае составляет 10°. Это же значение угла падения можем получить и при его определении в т. 3 (рис. 9.а), где на линии простирания откладываем Δh_{3-1} = 15 м (0,8 мм).



в



б

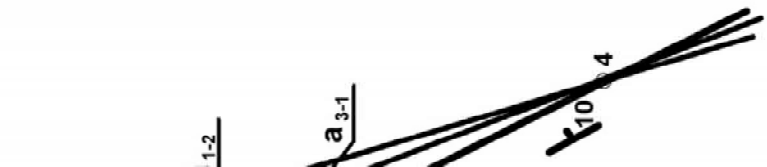


Рис. 9. Построение элементов залегания в пластовом треугольнике тремя вариантами: а - вариант I (базовая точка I), б -.вариант 2 (базовая точка 2). в - вариант 3 (базовая точка 3); ЛПр - линия простирания.

Построенный элемент залегания наносим на карту и определяем *азимут линии падения* слоя (азимут падения). Азимут падения слоя - угол в горизонтальной плоскости, отсчитываемый по часовой стрелке от направления на север до линии падения (рис. 10, Приложение I). За линию север - юг на снимках принимается направление боковых сторон снимка. Азимут падения слоя замеряется транспортиром и заносится в табл. 1.

Вариант 2. В этом же пластовом треугольнике принимаем в качестве базовой точку 2 (рис. 9.б), которая располагается по высоте ниже двух других точек (1>3>2). Построение элементов залегания производится аналогично варианту I. Соединяем точки I и 3 прямой линией и откладываем от этих точек перпендикуляры также **по одну сторону** (в любую сторону) **от этой линии**. Длины перпендикуляров пропорциональны разнице высот точек I и 3 к базовой точке 2 ($\Delta h_{1\text{-}2}$ = 20 м, $\Delta h_{2\text{-}3}$ = 5 м). В масштабе снимка (1:17000, Приложение I) это составит, соответственно 1,2 и 0,3 мм. Пропорционально увеличиваем эти значения и откладываем $\Delta h_{1\text{-}2}$ = 12 мм, $\Delta h_{2\text{-}3}$ = 3 мм. Проводим линию через концы перпендикуляров и на пересечении с линией 1-3 получим точку 4, которая находится на одной высоте с точкой 2 ($\Delta h_{4\text{-}2}$ = 0 м). Линия 4-2 является линией простирания, проходящей через точку 2.

Для определения угла падения слоя проводим перпендикуляр из точки I (рис. 10) на линию простирания, проходящую через точку 2 и откладываем на ней отрезок в масштабе снимка, равный превышению $\Delta h_{1\text{-}2}$. Угол в точке 1 между этим перпендикуляром и отложенным отрезком является углом падения

слоя на этом участке (угол падения равен 10°).

Вариант 3. Для этого же пластового треугольника в качестве базовой принимаем точку 3 (рис. 9.в), которая по высоте располагается ниже точки 1, но выше точки 2 (1>3>2). Точки 1 и 2 соединяем прямой линией и откладываем отрезки перпендикуляров $\Delta h_{2\text{-}3}$, $\Delta h_{3\text{-}1}$, направленные в **противоположные** от линии 1-2 **стороны**. Соединив концы этих отрезков, получим точку 4, которая располагается между точками 1 и 2. Точка 4 имеет одинаковую высоту с базовой точкой 3, т.е. $\Delta h_{4\text{-}3} = 0$ м. Линия 3 - 4 является линией простирания, проходящая через точку 3.

Для определения угла падения из точки I проводим перпендикуляр к линии 3-4 (рис. 10), который является линией падения слоя. Откладываем в масштабе карты отрезок $\Delta h_{3\text{-}1} = 15$ м (I мм). Угол падения в этом случае также равен 10°.

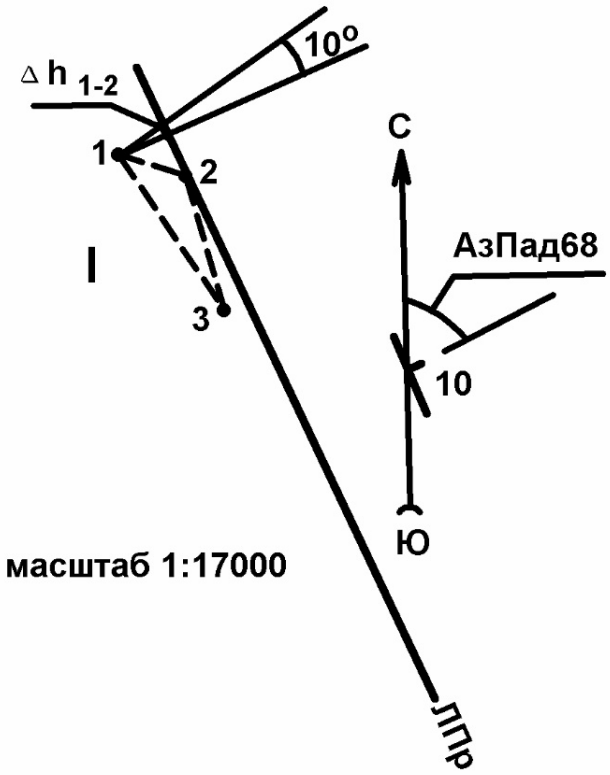


Рис. 10. Определение угла падения слоя (10^0) и азимута линии падения слоя в пластовом треугольнике I (АзПад68<10).

Таким образом, независимо от выбора базовых точек в пластовом

треугольнике (варианты I, 2, 3), получаем идентичное положение элемента залегания слоя - азимут падения 68°, угол падения 10°. Стандартная запись этого элемента АзПад68<10.

6. Составление геологической карты

После построения элементов залегания определяем условия залегания и взаимоотношение пород по площади. Если все три треугольника характеризуют залегание отдельных согласных между собой моноклинальных слоев осадочных пород, то по полученным замерам определяем усредненные значения углов падения этой толщи в целом. В остальных случаях элементы залегания могут показывать углы падения крыльев складчатых структур, падение пород в разных структурных этажах, залегание согласных силловых интрузий в осадочных толщах и другие структурные элементы.

По результатам установленных структурных взаимоотношений пород на основе имеющейся информации о возрасте и составе пород участка проводится полное стратиграфическое расчленение толщ с определением стратиграфического положения пород по их относительному положению в вертикальном разрезе, выполняется уточнение возраста пород, выделяются стратиграфические толщи, свиты, комплексы.

Под стереоскопом проводится прослеживание геологических границ в пределах всего участка, оконтуривание складчатых, разрывных, магматических геологических структур и составляется геологическая карта.

7. Построение геологического разреза.

На геологическом разрезе отображаются особенности геологического строения площади на глубине, морфология складчатых, разрывных, интрузивных и вулканических структур, показываются залегания и взаимоотношения пород. По геологическому разрезу определяется истинная мощность пород, толщ, свит. Для этого на аэрофотоснимках нанесены линии разрезов, ориентированные вкрест простирания геологических структур. Полное определение геологических параметров комплексов по разрезу возможно лишь при учете морфологических особенностей рельефа. Наиболее важным учет характера рельефа является при построении разрезов для горизонтальных или полого залегающих геологических комплексов.

Каждый разрез включает 7-15 точек, расположенных на характерных элементах рельефа - по вершинам гор, в долинах рек и логов, на резких

перегибах рельефа, на уступах, террасах и пр.

7.1. Построение рельефа по линии разреза.

Для построения рельефа по линии разреза необходимо установить относительные превышения элементов рельефа (Δh), которые определяются с помощью палетки по методике, описанной для пластовых треугольников. Для каждой пары соседних точек профиля в порядке увеличения их номеров (рис. 11, точки I - 2, 2 - 3, ... 7 - 8, 8 - 1) определяется разность координат Δx сначала на левом снимке, а затем на правом снимке.

Разность $\Delta x_{8\text{-}1}$, с возвращением замеров от последней точки 8 профиля к исходной точке 1, определяется для контроля выполненных измерений. Результаты замеров заносятся в таблицу (табл. 2) с учетом знаков "+" или "-".

Таблица 2

Определение относительных превышений элементов рельефа по линии разреза А-Б-В

Точки рельефа	$\Delta x_л$ (мм)	$\Delta x_п$ (мм)	Δp (мм)	Δh (м)
1-2	-4,1	-2,6	-1,5	-76
2-3	-3,8	-4,9	+1,1	+56
3-4	-4,1	-4,6	+0,5	+26
4-5	+4,9	+5,5	-0,6	-31
5-6	+5,8	+5,0	+0,8	+41
6-7	+5,4	+3,6	+1,8	+92
7-8	+3,5	+5,2	-1,7	-87
8-1	-7,8	-7,3	-0,5	-26
сумма	-0,2	-0,1	-0,1	-5

Значения Δx принимается со знаком «+» для тех пар точек, в которых первая точка располагается левее второй точки (4 - 5, 5 - 6, 6 - 7, 7 - 8). В других случаях, когда первая точка располагается правее второй точки, Δx принимается со знаком "-" (I - 2, 2- 3, 3 – 4, 8 - I). Контроль измерений производится определением величин сумм. $\Delta x_л$, $\Delta x_п$ с учетом их знаков (табл.

2), которые должны быть равны нулю. Допускается отклонение сумм. Δx до 10% от наибольшего значения Δx. По данным табл. 2 сумм. $\Delta x_л$ = -0,2 мм, сумм. $\Delta x_п$ = -0,1 мм, что соответствует выполнению требований к точности измерений Δx.

После определения Δx рассчитывается разность продольных параллаксов (Δp) и относительные превышения (Δh) для каждой пары точек по профилю. Разность продольных параллаксов рассчитывается по формуле $\Delta p = \Delta x_л - \Delta x_п$ с учетом алгебраических знаков Δx. Значения Δp также имеют знаки "+" или "-", например, (Приложение I): Δp_{3-4} = -4,1 – (-4,6) = + 0.5 мм.

Определение относительных превышений точек рельефа в каждой паре точек (Δh, м) проводится по формуле $\Delta h = (H \times \Delta p)/b_{ср}$, где H – высота фотографирования (м), Δp – разность продольных параллаксов (мм), $b_{ср}$ – среднеарифметическое значение базиса фотографирования (мм).

Например (Приложение 1): Δh_{1-2} = 2600x(-1,5)/51,5 = - 76 м.

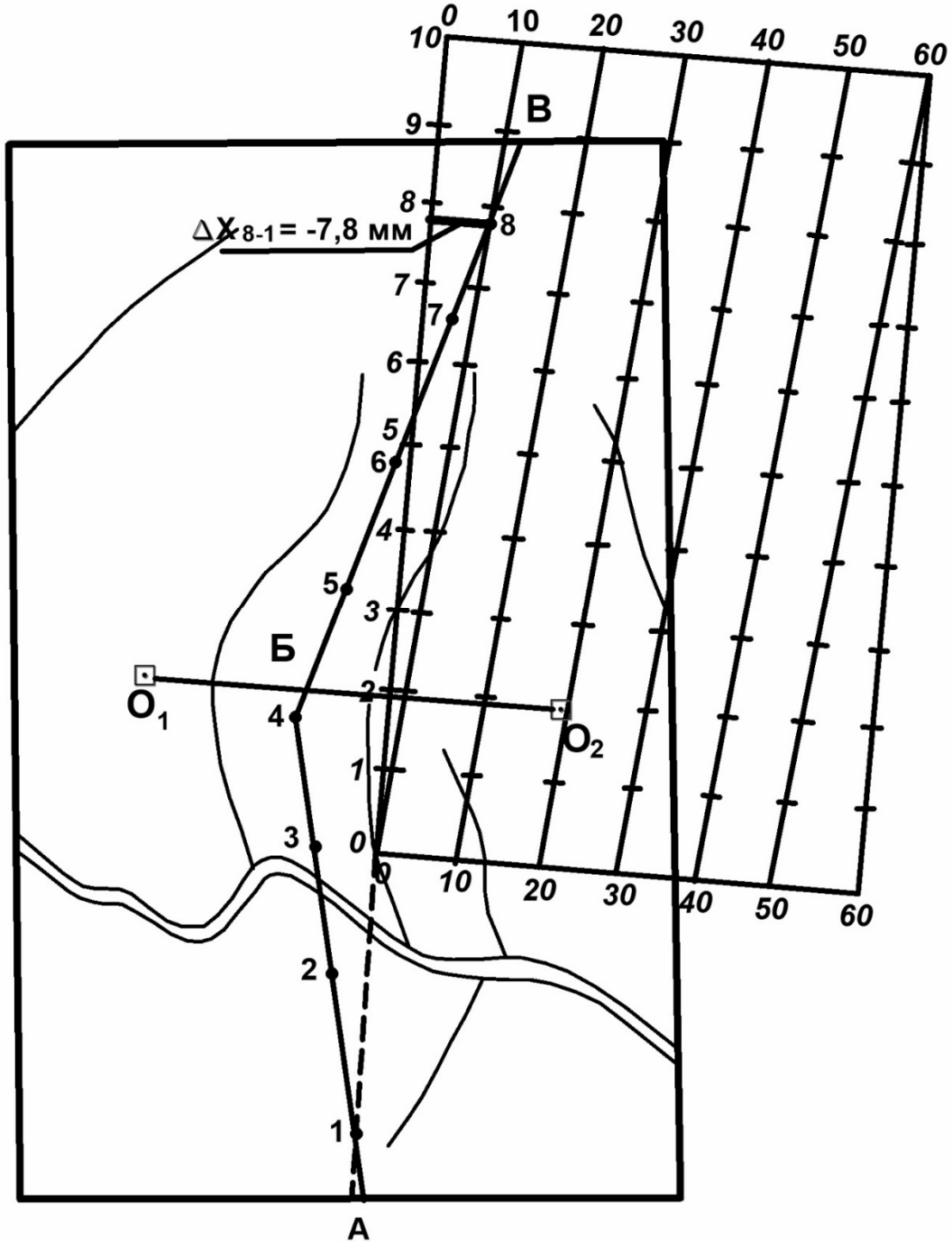


Рис. 11. Определение разности координат точек 8 и I по линии разреза А-Б-В (Δx_{8-1} = -7,8мм). Точка I находится за пределами палетки на продолжении ее левой рамки.

Знак Δh соответствует знаку Δр и показывает относительное положение в каждой паре **второй точки по отношение к первой**. Так, по профиле 1-8 (табл. 2) точка 2 располагается ниже точки I на 76 м, 3 - выше точки 2 на 56 м, 4 - выше 3 на 26 м, 5 - ниже 4 на 31 м, 6 - выше 5 на 41 м, 7 - выше б на 92 м, 8 - ниже 7 на 87 м, точка I ниже точки 8 на 26 м.

По данным вычисленных превышений точек рельефа по линии разреза строится профиль рельефа. Вертикальный масштаб принимается равным горизонтальному масштабу и соответствует масштабу снимка. Для учебных комплектов аэрофотоснимков отсутствуют данные об абсолютных отметках рельефа, поэтому для разрезов принимается условная гипсометрическая шкала. Наиболее низкая точка рельефа по профилю (обычно - это участки речных долин, русла рек) условно принимается за базовую отметку + 200 м. Другие точки рельефа располагаются выше и имеют различные гипсометрические отметки в зависимости от относительных превышений их между собой и по отношению к базовой точке рельефа. Элементы и конфигурация форм рельефа уточняются под стереоскопом. Вершины гор, холмов могут быть острыми, округлыми или уплощенными. Склоны имеют различную крутизну и могут быть ровными, неравномерными, вогнутыми, выпуклыми. В долинах рек нередко выделяются эрозионные террасы, в бортах которых обнажаются коренные дочетвертичные породы.

7.2. Построение геологического разреза

На линию профиля с геологической карты выносятся границы пород, толщ, свит. По замеренным элементам залегания определяются направления и углы падения пород. При согласном залегании пород границы между ними на разрезе проводятся параллельно, под тем углом, который определен для этой толщи. Разрез строится на глубину 3-4 см, для снимков разного масштаба это составит различную глубину в метрах. Например, для аэрофотоснимков

масштаба 1:10000 разрез отражает геологическое строение площади на глубину 300-400 метров.

При отсутствии данных о направлении и углах падения разломов, они на разрезах показываются вертикальными. Такие же вертикальные границы принимаются и для несогласных интрузий, когда неясен характер их залегания. Магматические силлы залегают согласно с вмещающими породами в виде линз, межпластовых интрузий и их границы на разрезе и карте параллельны слоистости вмещающих пород. Для четвертичных пород на разрезах принимается условная мощность, составляющая 2-3 мм на участках горного или холмистого рельефа и достигает 5-6 мм в пределах крупных речных долин (аллювий).

8.. Составление стратиграфической колонки

По линии геологического разреза, ориентированного вкрест простирания структур, определяется истинная мощность пород, толщ, свит. Полную мощность можно определить только для тех пород, у которых в разрезе выходят верхняя и нижняя границы. Истинная мощность таких пород определяется в масштабе разреза по линии, перпендикулярной границам пород. Для верхнего слоя разреза или структурного этажа отсутствует верхняя граница слоя, у самого нижнего слоя отсутствует нижняя граница. Для этих пород определяется неполная мощность и записывается **более …м**, например (Приложение I), так определяется мощность отложений K_2 (мощность более 40 м), D_3 (мощность более 200 м). Мощность четвертичных отложений также неполная, определяется условно по разрезу (Приложение 1).

После определения истинной мощности пород составляется стратиграфическая колонка для геологических комплексов в целом. В нее включаются все дочетвертичные толщи, свиты, распределенные по возрасту и с учетом их мощностей. Показываются литологические разновидности пород, характер их взаимоотношений. Согласные геологические границы показываются в колонке прямыми линиями, несогласные залегания - волнистой линией.

Масштаб стратиграфической колонки произвольный и выбирается с таким расчетом, чтобы можно было отобразить литологические разновидности маломощных пород и в то же время общие размеры колонки не превышали бы размеры геологической карты.

9. Оформление геологической карты.

Завершающим этапом работы по геологическому дешифрированию аэрофотоснимков является полное составление и оформление геологической карты (Приложение I, 2).

На геологической карте должны быть показаны;

- стратифицированные дочетвертичные и четвертичные геологические образования, расчлененные по возрасту и выделенные соответствующим цветом. Индексом показывается возраст пород, название свиты, например $К_1о^2$ - верхняя толща охотской свиты нижнего мела;
- интрузивные породы, разделенные по составу и возрасту с обозначением петрографическими и стратиграфическими индексами;
- разрывные нарушения;
- литологические разновидности пород;
- выносятся пластовые треугольники цветной тушью, подписываются номера треугольников и точек треугольников;
- построение элементов залегания в пластовых треугольниках показывается непосредственно на карте или за пределами карты;
- показываются элементы залегания пород.

Ниже геологической карты располагается геологический разрез. Горизонтальный и вертикальный масштабы геологического разреза одинаковые и соответствуют масштабу карты.

Справа от карты располагаются условные обозначения. Последовательность размещения условных обозначений сверху вниз:

- стратиграфические подразделения от четвертичных пород (в верхней части) вниз ко все более древним пародам;
- интрузивные породы от молодых к более древним;
- литологические разновидности пород;
- структурные элементы.

Слева от геологической карты помещается стратиграфическая колонка.

Кроме того, за пределами карты должны быть показаны таблицы с результатами дешифрирования пластовых треугольников и определения превышений точек рельефа по геологическому разрезу.

В правом верхнем углу указывается фамилия студента, учебная группа, номер и параметры аэрофотоснимков.

Полностью оформленная геологическая карта, выполненная тушью на кальке или белой бумаге, сдается преподавателю.

Рекомендуемая литература

1. Корсаков А. К. Структурная геология: учебник / М.: КДУ, 2009. 328с.
2. Михайлов А. Е. Структурная геология и геологическое картирование / М.: Недра, 1984. – 464 с.
3. Михайлов А.Е., Рамм Н.С. Аэрометоды при геологических исследованиях. М.; Недра, 1975. 230 с.
4. Методическое руководство по геологической съемке масштаба 1:50 000. Том 1,2. Коллектив авторов; под ред. А. С. Кумпана. Л.: Недра, 1978.

Дополнительная литература

1. Сократов Г.И. Структурная геология и геологическое картирование. М.: Недра, 1972, 280 с.
2. Петрусевич М.Н., Казик Л.И. Практическое руководство по аэрофотогеологии. М.; МГУ, 1977, 320 с.
3. Гудилин Н.П., Комаров И.С. Применение аэрометодов при инженерно-геологических и гидрогеологических исследованиях. М.: Недра, 1978.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО »Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой геологии,
поисков и разведки месторождений
полезных ископаемых
_____ В.А. Душин

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.2.02 Л АБОРАТОРНЫЕ МЕТОДЫ ИЗУЧЕНИЯ МИНЕРАЛЬНОГО СЫРЬЯ

Для обучающихся специальности
21.05.02 Прикладная геология

Специализация
Геологическая съемка, поиски и разведка твердых полезных ископаемых

форма обучения: очная, заочная

Автор: Малюгин А.А., доцент, к.г.-м.н.

Одобрены на заседании кафедры
Геологии, поисков и разведки МПИ
наименование кафедры
Протокол № 190 от 17.03.2020 г
Дата

Екатеринбург
2020

Алгоритм работы студентов для качественного усвоения дисциплины включает в себя следующие действия:

1. Изучение рабочей программы дисциплины (модуля) Лабораторные методы изучения минерального сырья, что позволит правильно сориентироваться в системе требований, предъявляемых к студенту со стороны преподавателя.
2. Посещение и конспектирование лекций.
3. Обязательная подготовка к практическим занятиям.
4. Изучение основной и дополнительной литературы, интернет - источников.
5. Выполнение всех видов самостоятельной работы, включая курсовую работу.

I. КУРСОВАЯ РАБОТА

Целью курсовой работы является закрепление и развитие теоретических знаний студентов по дисциплинам «Кристаллография», «Кристаллохимия», «Минералогия», «Петрография», «Геохимия», «Лабораторные методы изучения минерального сырья».

Задачи курсовой работы заключаются в:

- приобретении практических навыков проведения лабораторных исследований вещественного состава и строения минеральных индивидов и агрегатов, горных пород, руд, технологических продуктов и иных природных и аналогичных им технических минеральных материалов;
- планировании и организации петрографических, минералогических и геохимических исследований.
- освоении методов обработки, интерпретации и представления результатов исследования.

Основные этапы выполнения курсовой работы:

1. Получение задания на курсовую работу .
2. Выбор направления исследований с учётом специфики имеющихся материалов и задач, полученных в рамках учебных, производственных практик или научно-исследовательских работ, в которых принимал участие студент. Определение цели исследования, выбор задач, решение которых предполагается посредством применения определённых лабораторных методов исследования. Планирование хода работ.
3. Отбор образцов для анализа и подготовка аналитических препаратов. Сбор необходимой графической и текстовой информации из фондовых и литературных источников.
4. Выбор метода или комплекса методов исследования.
5. Проведение исследований, обработка и интерпретация полученных результатов.
6. Подготовка к представлению материалов и защите.

Исходные данные для выполнения работы

Как правило, первичные материалы для курсовой работы формируются в процессе работ на производственной практике. Их состав определён соответствующими методическими указаниями [1].

Основой для исследований служат образцы и лабораторные пробы, которые представляют собой моно- или поликомпонентный плотный (штуфной, крупнокусковой), рыхлый, сыпучий природный или техногенный материал.

Образцы и пробы должны быть представительными, пронумерованными, иметь пространственную, а при необходимости и временнỳю, привязку. Сведения о пробах фиксируются в специальном списке (каталоге) и на схеме отбора проб (карте фактического материала). Крайне важно, чтобы первичные материалы были отобраны

таким образом, чтобы их вещественный состав и количество вещества позволяли решить поставленную исследовательскую задачу с помощью планируемых и имеющихся в наличии методов исследования.

Для успешного выполнения курсовой работы студент должен получить максимум информации из картографических, литературных и фондовых источников, результатов предыдущих исследований, использовать дополнительные материалы (образцы, шлифы и пр.). Оценка изученности и особенностей объекта невозможна без собранных заранее текстовых и графических материалов.

Текстовый материал включает личные наблюдения (полевой дневник, зарисовки и фотографии) и заимствованные данные. К графическим материалам относятся копии карт, разрезов, схем, диаграмм. Графика общего назначения показывает местоположение объекта, характеризует его геологическую позицию или технологию производства, либо состояние природной и техногенной сред.

Организация работы

Собранный студентом во время первой производственной практики геологический материал защищается перед комиссией по приёмке полевых материалов. Комиссия определяет направление исследований, которое может быть реализовано на базе имеющегося фактического материала.

Руководитель курсовой работы уточняет тему и формулирует задание курсовой работы, помогает составить программу работ, определить методы и объёмы необходимых и достаточных для решения поставленной задачи исследований, способы обработки и интерпретации получаемых аналитических данных, а также консультирует студента по ходу исследований и контролирует исполнение работы.

Законченную и оформленную курсовую работу студент передаёт руководителю работы для контроля не позднее, чем за две недели до окончания занятий в семестре. Основная часть текста работы должна базироваться на результатах применения студентом лабораторных методов исследования.

2. ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ РАБОТ

Тема курсовой работы определяется типом объекта, его изученностью, а также актуальностью ожидаемых результатов исследования. Типы объектов курсовой работы могут быть объединены в три группы:

Геологическая группа объектов разного масштаба исследуется для решения научных и производственных геолого-минералогических задач на разных стадиях поисковых и геологоразведочных работ.

Технологическая и *техническая* группа объектов изучается для решения производственных, технологических, технических и экономических задач в периоды планирования и работы горных и горно-обогатительных предприятий, а также для оценки новых видов сырья и экспертизы проб специального назначения. Объектами являются подготовленные к отработке и отвальные горные массы, продукты рудоподготовки, обогащения, других видов технологического передела сырья и отходы.

Успешное выполнение курсовой работы зависит от правильного выбора методов лабораторного изучения вещества. В результате полученного в рамках курсовой работы опыта студент должен научиться выбирать комплекс методов, с помощью которых он может получить необходимые результаты быстро, самостоятельно и с минимальными экономическими затратами.

Название курсовой работы должно кратко и понятно отражать задачи проведённого исследования, непосредственно изучаемый вещественный объект (минеральный вид, горная порода и пр.) и целевой объект (конкретное геологическое тело, месторождение или территорию, природный или техногенный процесс и т.п.).

Примерный перечень возможных тем курсовых работ:

- Вещественный состав руд месторождения (проявления).

• Гранулометрический и морфометрический состав обломочных осадочных пород как индикатор условий осадконакопления.

• Петрографическая характеристика вмещающих пород месторождения

- Элементный состав минерала (породы) как генетический и поисковый индикатор.

• Текстурно-структурные особенности и минеральный состав руд месторождения (проявления).

• Структуры распада в рудном минерале из различных генетических и технологических типов руд.

• Околорудные метасоматиты …… месторождения.

• Геохимические ассоциации элементов как основа для минералого-петрологической классификации метаморфизованных пород рудного поля (по данным геолого-геохимического картирования масштаба 1:10 000).

• Минеральный и элементный состав руд и его влияние на показатели обогащения.

• Минералогический анализ технологических сортов бокситов методами рентгенографии, термографии и спектроскопии.

• Изучение соотношения Fe/Mg и Fe/Mn в сидеритовых рудах и продуктах ГОКа методом термического анализа.

• Характеристика вещественного состава глин, обработанных реактивами для повышения качества сырья.

• Изменчивость минерального состава донных отложений (по данным шлихо-геохимического картирования масштаба 1:10 000) и т.п.

СТРУКТУРА КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Типовой состав пояснительной записки к курсовой работе:

♦ Титульный лист (подписывается студентом и научным руководителем).

♦ Аннотация и библиографические данные работы на русском и иностранном языке (английский, французский или немецкий).

♦ Задание на курсовую работу (подписывается научным руководителем).

♦ Оглавление.

♦ Перечень условных знаков и сокращений (приводятся лишь в случае их использования более трёх-пяти раз).

♦ Введение.

♦ Основная часть (разделы и подразделы текста с иллюстрациями и таблицами).

♦ Заключение.

♦ Библиографический указатель (см. приложение).

♦ Перечень внутритекстовых таблиц (если требуется).

♦ Приложения в виде таблиц (если имеются).

♦ Перечень графических приложений (если требуется).

♦ Графические приложения (если имеются).

В оглавлении перечисляются названия разделов и подразделов основной части с указанием номера начальной страницы.

Во введении сжато излагаются сведения о районе и объекте, происхождении изучаемых образцов (проб), формулируются актуальность, цель и задачи работы, новизна и прикладное значение авторских исследований.

Содержание основной части зависит от темы курсовой работы. Основные разделы приводятся в следующей последовательности.

1. *Общая характеристика изучаемого объекта* (или описание данной фундаментальной либо прикладной проблематики) и состояние исследований в виде реферативного анализа и обобщения работ предшественников и (если имеется) собственного задела. Обязательно тщательное цитирование и отсутствие пропусков в обзоре различных точек зрения, вкладов различных авторов и т.п. Объем раздела 3-5 стр.).

2. *Теоретические основы используемых подходов и методов*. В краткой форме излагаются аспекты, касающиеся решения конкретных задач, поставленных в рамках данной работы.

3. *Методика исследований.* Общую последовательность организации работ целесообразно представить в виде блок-схемы, на которой указывают состояние (класс крупности и т.п.) и масса пробы, характер анализируемого препарата, процедуры пробоподготовки, виды аналитических методов, контрольные измерения и т.п.

Методику изучения описывают для каждого метода анализа в отдельности. Указывают все процедуры подготовки аналитического препарата, приводят точные описания моделей приборов, режима работы и настроек аналитического оборудования таким образом, чтобы позволить независимому исследователю провести идентичную работу для проверки полученных результатов. При написании методического раздела студент должен получить исчерпывающую информацию от начальников аналитических лабораторий и операторов о характеристиках использованных в работе приборов и оборудования.

4. *Описание фактического материала* (образцов, проб), использующегося в работе. Приводят карту фактического материала, документацию места (при необходимости – времени) опробования.

5. *Результаты исследования* (отдельно для каждого метода исследования приводят результаты наблюдений, измерений и расчётов, приводят возможные варианты их интерпретации). Объем раздела 10-12 стр.).

6. *Интерпретация результатов работы* (5-10 стр.). Здесь обсуждают и сопоставляют данные, полученные всеми методами исследования, заключительные выводы приводят в кратких конкретных формулировках.

Разделы 5 и 6 являются ключевыми для оценки всей курсовой работы со стороны приёмной комиссии, поскольку содержат результаты персональной работы автора и представляют собой оригинальный авторский текст с минимумом цитирования. Студент демонстрирует в этих разделах уровень своей квалификации как специалиста, полученной в итоге всего предыдущего процесса обучения.

В *Заключении* (1-2 стр) должны быть кратко охарактеризованы авторские достижения, основные результаты работы и нерешённые проблемы. Отдельно можно привести благодарности частным лицам и организациям, способствовавшим осуществлению работы. Если работа автора финансировалась, обязательно приводят перечень источников поддержки.

ОФОРМЛЕНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Оформление курсовых работ регламентируется общегосударственными стандартами для отчётов о научно-исследовательской работе и стандартами организаций. Учёт требований стандартов обязателен. Курсовая работа состоит из пояснительной записки и графических приложений. Текстовой материал сброшюровывается. Объём пояснительной записки к курсовой работе, как правило, не должен превышать 25-30 страниц. Крупноформатные приложения (карты, плакаты и т.п.) представляют в рулоне

или вкладывают в папку. В этом случае брошюру и папку с графикой обозначают как первый и второй тома. Текстовой материал печатают на принтере на белой бумаге формата А4 (210 × 297 мм). Нумерация страниц – сквозная, **причем титульный лист и страница с аннотацией не нумеруются, но в количестве страниц учитываются**. Номер 3 присваивается странице с оглавлением. Номер страницы печатается в правом верхнем углу без точки. Текст пояснительной записки делят на разделы, которые имеют собственные заголовки и номера (1, 2 и т.д.). Внутри разделов можно выделять подразделы с самостоятельными заголовками и номерами (2.1., 2.2., 2.3. и т.д.). Более дробное членение текста не рекомендуется.

Обязательны ссылки на литературные и фондовые источники (см. приложение), иллюстрации, таблицы и графические приложения. Ссылки помещают в скобки с указанием соответствующего номера: [11], (рис. 3), (табл. 6), (прил. 2). Формулам присваивают порядковые номера, например, формула (4). Иллюстрации и внутритекстовые таблицы помещают на следующей после первого упоминания странице. Иллюстрации размещают (печатное исполнение, вклеивание) на одной стороне листа; для таблиц допускается двусторонняя печать. Рисунки и таблицы нумеруются. Формат иллюстративных материалов не может превышать 210 × 297 мм. Иллюстрациями являются схемы, зарисовки, чертежи или фотографии. Принимаются фотографии, ксерокопии и фотографические копии; допускается многоцветность оригинала, раскрашивание или нанесение ретуши и условных знаков. Под каждым рисунком помещают исчерпывающую подрисуночную надпись (номер, название, условные знаки и т.д.). Перед названием таблицы указывают её номер в правой надтабличной части листа (Таблица 1). Перенос таблицы на следующую страницу сопровождается надписью «Продолжение (окончание) табл. 1», головка («шапка») таблицы повторяется. Пояснительная записка подписывается автором и руководителем работы.

В приложения выносят аналитические и фактологические материалы информационно-поясняющего и дополняющего характера, которые не являются необходимой доказательной составляющей текста.

Приложения (рисунки или таблицы) нумеруют арабскими цифрами с добавлением перед номером приложения прописной буквы «П» (Рис. П.1, Табл. П.1. и т.д.). Каждую таблицу приложения размещают на отдельной странице, формат таблицы не должен превышать 297 × 420 мм. Графическое приложение – единый чертёж, фотография или композиция из нескольких предметов, выполненная на листе (чертёжная бумага, восковка) формата не менее 400 × 600 мм. Графические приложения объединяют картографические материалы, сводные таблицы, защищаемые генетические и другие схемы, важные иллюстративные крупноформатные материалы и т.д. Из требований по оформлению графических материалов важны следующие:

– необходимо рамочное оформление листов с внутрирамочным размещением материалов. Нумерацию листов выполняют надписью «Приложение 1», которую располагают в правой верхней части надрамочного пространства;

– во внутрирамочном пространстве обязательны к исполнению название (заголовок) материала, легенда (условные знаки и пояснения) и штамп формата 120 × 60 мм, который помещают в правой нижней части;

– безусловно, необходимо указание авторства, год авторского исполнения, а при необходимости – указание ориентировки и масштаба; – допустимо многоцветное тоновое или штриховое оформление;

– картографическая графика масштаба 1:25 000 и мельче обязательно выполняется в строгом соответствии с существующими инструкциями и требованиями.

Список использованной литературы составляется в алфавитном порядке по фамилии авторов или (для сборников и коллективных монографий) по названиям изданий. Первым приводится список опубликованной литературы (вначале русскоязычные, затем иностранные источники), включая учебники, учебные и методические пособия, затем – фондовых материалов.указывается

Для книг указывается: автор (фамилия, инициалы) – Точное и полное название.- Сведения о повторности издания.- Точное место издания (Москва – М, С.- Пб – Санкт-Петербург; остальные города – полностью).- Издательство, год издания. – Количество страниц (например, «180 с.»).

Если книга имеет не более 3 авторов, указываются все авторы или первый, после чего ставится «и др.». Если авторов более трех, то оформление литературного источника возможно двумя способами: или указанием первых трех авторов с добавлением «и др.», или вначале приводится название книги, после него через разделительную черту (/) – просто пишется «кол. авторов», далее – так же как описывается книга одного автора.

Для статьи из журнала указываются: Автор(ы) (фамилия, инициалы). Название статьи.- Название журнала (без кавычек), год, номер, страницы статьи (например, «с. 1-22»).

Для фондовой литературы (отчетов) указываются: Название отчета: Организация, представляющая отчет: Научный руководитель темы (инициалы, фамилия).- Шифр работы; Номер государственной регистрации; Инв. №… - Место написания, год.- Количество страниц.

Примером оформления списка литературы может служить список, приводимый в настоящей методической разработке.

Ссылки на использованные литературные источники в тексте курсовой работы могут быть сделаны двояко: либо указанием в круглых скобках фамилия автора (без инициалов) и года издания (например, «(Коржинский, 1972)»), либо указанием в квадратных скобках порядкового номера работы в приводимом списке литературы («[10]»).

РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основная литература:

Минералогические исследования в практике геологоразведочных работ /А. И. Гинзбург, В. И. Кузьмин, Г. А. Сидоренко. М.: Недра, 1981. 239 с.

Григорьев Д. П., Жабин А. Г. Онтогения минералов. Индивиды. М.: Наука, 1975. 339 с.

Изоитко В. М. Технологическая минералогия и оценка руд. СПб.: Наука, 1997. 582 с.

Методические основы исследования химического состава горных пород, руд и минералов / Под ред. Г. В. Остроумова. М.: Недра, 1979. 400 с.

Методы минералогических исследований: Справочник. / Под ред. А. И. Гинзбурга. М.: Недра, 1985. 480 с.

Павлова Л. А. и др. Рентгеноспектральный электронно-зондовый микроанализ природных объектов. Новосибирск: Наука, 2000. 224 с.

Методические рекомендации по геолого-геохимическому изучению гидротермально-метасоматических образований при ГСР-50 с общими поисками / Е. В. Плющев, В. В. Шатов, Г. М. Беляев. СПб.: Изд-во ВСЕГЕИ, 1992. 64 с.

Справочник по геохимическим поискам полезных ископаемых/ А. П. Соловов, А. Я. Архипов, В. А. Бугров и др. М.: Недра, 1990. 335 с.

Технологическая оценка минерального сырья. Методы исследований: Справочник / Под ред. П. Е. Остапенко. М.: Недра, 1990. 263 с.

Типоморфизм минералов: Справочник / Под ред. Л. В.Чернышевой. М.: Недра, 1989. 559 с.

Эшкин В.Ю. Поисковая минералогия и минералогическое картирование: Учеб. пособие / Ленинградский горный ин-т. Л.: 1989. 86 с

Дополнительная литература:

Бергер М. Г. Терригенная минералогия. М.: Недра, 1986. 227 с.

Миронов В.Л. Основы сканирующей зондовой микроскопии. М.: Техносфера, 2005. 144 с.

Оптимальный выбор методов изотопно-геохронологических и изотопно-геохимических исследований. СПб.: Изд-во ВСЕГЕИ, 2007. 48 с.

Сает Ю. Е., Онищенко Т. Л., Янин Е. П. Методические рекомендации по геохимическим исследованиям рудных месторождений при проведении геологоразведочных работ по оценке воздействия на окружающую среду горнодобывающих предприятий. М.: ИМГРЭ, 1986. 99 с.

ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО - ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

- Единое окно доступа к образовательным ресурсам - Режим доступа: http://window.edu.ru
- Издательство «Юрайт» [Электронный ресурс] : электрон.-библиотечная система. – Электрон.дан. – М., 2013- . URL: *http://www.biblio-online.ru.*
- Официальный ресурс Институт геологии рудных месторождений, петрографии, минералогии и геохимии РАН (ИГЕМ РАН) [Электронный ресурс]. – Электрон.дан. – М., 2016

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по учебно-методическому
комплексу
_____ А. Зубков

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ЛАБОРАТОРНЫЕ МЕТОДЫ ИЗУЧЕНИЯ МИНЕРАЛЬНОГО СЫРЬЯ

Специальность
21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 1
Геологическая съемка, поиски и разведка твердых полезных ископаемых

Автор: Малюгин А. А., доцент, к.г.-м.н.

Одобрены на заседании кафедры

геологии поисков и разведки МПИ
(название кафедры)

Зав. кафедрой _____
(подпись)

Душин В. А.
(Фамилия И.О.)

Протокол №190 от17.03.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией факультета

геологии и геофизики
(название факультета)

Председатель _____
(подпись)

Бондарев В. И.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

1. Направления и тематика лабораторных занятий

В настоящее время, впрочем, как и раньше, перед обучающимися стоит задача освоения методик и приобретения навыков в изучении проб и образцов горных пород и руд, привозимых с производственных и учебных практик для выполнения ими курсовых и выпускных квалификационных работ. Основное внимание при этом концентрируется на выявлении особенностей минерального и химического (в том числе микрохимического) состава проб и образцов, их структурно-текстурных особенностей, выявление и определение характера вторичных (метаморфических, метасоматических и гипергенных) изменений, физико-механических и прочих свойств.

В рамках учебной программы по дисциплине «Лабораторные методы изучения минерального сырья» на практических занятиях, на которые выделяется сравнительно немного времени (60 часов) студент-геолог должен кроме навыков работы с веществом научиться правильной подготовке проб к аналитическим исследованиям, их проведению, систематизации и оформлению полученных им результатов, а также - последующей их интерпретации. Необходимо также уметь формулировать задачи исследований, обобщать полученные результаты и делать выводы.

Основными методами, позволяющими решать эти учебные задачи в рамках практических занятий являются: 1) минералогический анализ шлиховых проб (концентратов) и протолочек, 2) минераграфическое изучение руд в отраженном свете, 3) химический анализ пород и минералов. Кроме того на практических занятиях отводится время для работы с результатами спектрального и химического анализов.

2. Минералогический анализ шлихов и концентратов

Как и любой другой метод исследований минерального вещества минералогический (шлиховой) анализ осуществляется в три этапа: подготовка пробы (проб) к анализу, собственно анализ проб и расчет минерального состава.

Подготовка пробы к анализу производится путем ее разделения на классы и фракции по размерности (гранулометрический состав) зерен минералов, слогающих шлих, их плотностным (легкая и тяжелые фракции) и магнитным (немагнитная, магнитная и 2-3 парамагнитные фракции) свойствам [33,34]. Такое фракционирование минералогической пробы по разным свойствам минералов, позволяет существенно ускорить выполнение задачи исследований и облегчить определение минералов, а также последующие расчеты содержаний ценных и попутных минеральных компонентов.

Порядок разделения пробы на указанные выше фракции обычно представляется следующим:

1 – взвешивание исходной пробы (шлиха);

2 –квартование («методом кольца и конуса») - разделение пробы на две части: лабораторную и дубликат;

2 – разделение пробы в тяжелой жидкости (бромоформ; ρ = 2,65-2,8 г/см^3) с выделением легкой (ρ < 2,8 г/см^3) и тяжелой (ρ > 2,88) фракций, и последующее взвешивание фракций);

3 – разделение тяжелой фракции по магнитным свойствам минералов: магнитная, 1-я и 2-я парамагнитные и тяжелая немагнитная. Взвешивание фракций.

Схема фракционирования шлиховых проб и концентратов представлена рис. 1.

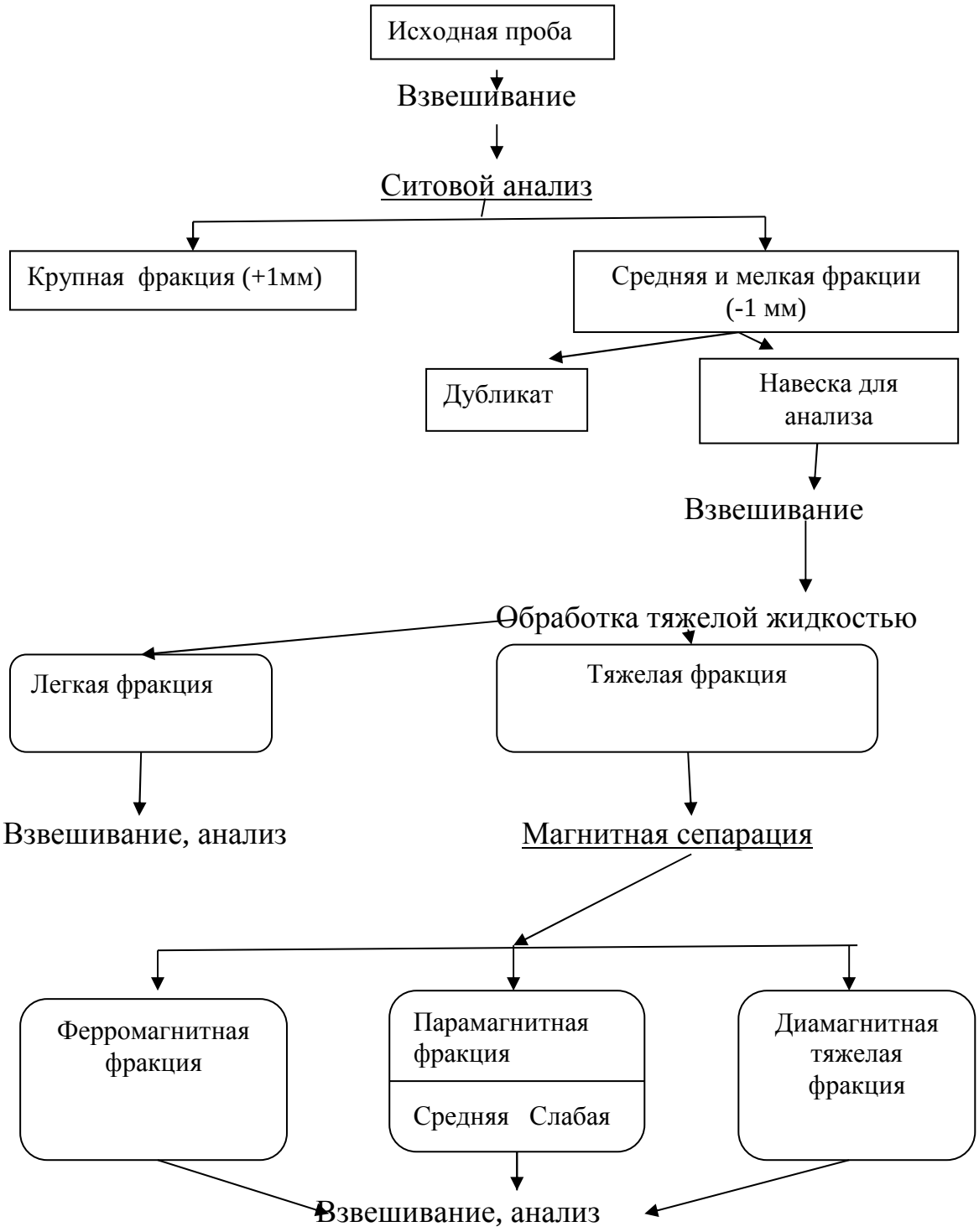


Рис. 1. Схема фракционирования шлиховых проб (по Е.М. Захаровой [10].

При фракционировании пробы по магнитным свойствам пользуются легкими малогабаритными лабораторными магнитами (рис. 2).

Рис. 2. Малогабаритные лабораторные магниты: постоянный магнит Сочнева (слева) для выделения минералов парамагнитных (электромагнитных) фракций, справа - обычный магнит – «стакан» для отделения ферромагнитных минералов.

В случае получения тяжелой немагнитной в большом объеме рекомендуется сократить ее, используя дополнительно тяжелые жидкости с большей плотностью – йодистый метилен (ρ = 3,3 г/см^3), или жидкость Клеричи (ρ = 4,3 г/см^3). Могут быть использованы и другие виды ТЖ – жидкость Туле (ρ = 3,19-3,20 г/см^3), жидкость Клейна (ρ = 3,6 г/см^3) или жидкость Клеричи (ρ=4,27-5,0 г/см^3). Кроме того, в арсенале минералогической лаборатории могут иметься и специальные тяжелые сплавы с плотностью более 4,0: азотнокислое серебро (ρ = 4,1 г/см^3, температура плавления +198^{o}C), азотнокислая закись ртути (ρ = 4,1 г/см^3, температура плавления +70^{o}C) или хлористый свинец (ρ = 5,0 г/см^3, температура плавления +490^{o}C).

Разделение тяжелой жидкостью можно производить несколькими способами: в фарфоровой чашечке, в делительных воронках или центрифугированием. После разделения в тяжелой жидкости легкая и тяжелая фракции промываются спиртом и просушиваются в сушильном шкафу (под вытяжкой).

По окончании фракционирования пробы (проб) приступают к определению минералов в каждой из выделенных фракций. Каждую фракцию отдельно просматривают под бинокуляром (рис. 3.3) и присутствующие во фракции минералы определяют по внешнему виду, плотности, оптическим и химическим свойствам. Большую помощь при диагностике минералов оказывает сравнение их с имеющейся в лаборатории кафедры ГПР МПИ эталонной коллекцией заведомо известных минералов шлихов (рис.3).

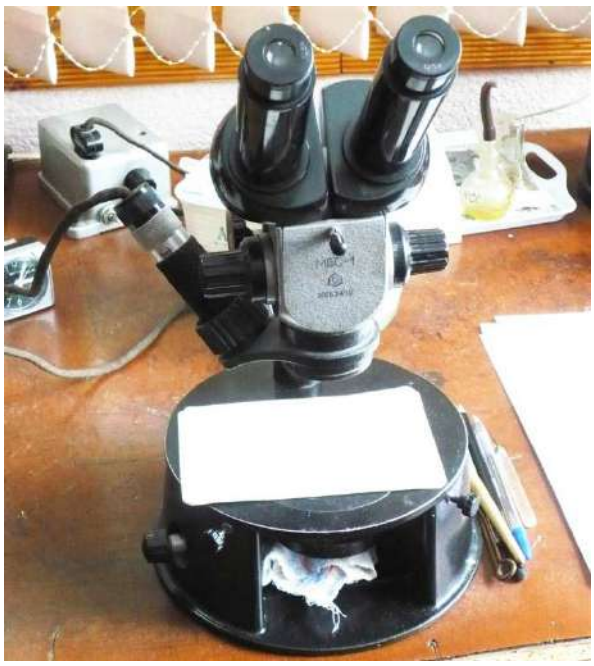


Рис. 3. 1.Бинокулярный микроскоп МБС – 1.

Рис. 3.2. Эталонная коллекция шлиховых минералов

Для определения минералов используются также методы люминесценции, спектрального, рентгенометрического, рентгено-структурного изучения и определения радиоактивности минералов, микрохимические реакции. Непрозрачные минералы иногда исследуют и в отраженном свете.

Визуальная диагностика минералов производится, в основном, по следующим главным их физическим свойствам: габитусу кристаллов, форме зерен и сростков, их прозрачности, окраске, цвету черты, блеску, твердости, наличию (отсутствию) спайности, штриховке, по продуктам вторичных изменений.

Кроме бинокулярного микроскопа (типы МБС-1, МБС-9, МБС-10) для определения минералов необходимы предметное стекло, иглы стальная и медная (для магнитных и мягких минералов), лезвие бритвы, кисточка мягкая, игла с плоским слегка загнутым наконечником («давилка»), паяльная трубка, спиртовка, набор иммерсионных жидкостей (для определения показателей преломления), набор кислот и реактивов (для микрохимической диагностики).

В таблице 3. 2 приводится перечень наиболее часто встречающихся в шлихах минералов и их распределение по фракциям.

Таблица 3.2

Распределение минералов по фракциям

Фракции шлиховых проб, протолочек и концентратов				
Легкая	Тяжелая			
	Ферромагнитная	1 парамаг- нитная	II пара-магнитная-	Тяжелая немагнитная
Кварц Полевые шпаты Мусковит Кальцит Берилл Каолинит Глауконит	Магнетит Титаномагнетит Железо самородное Пирротин Платина железистая	Ильменит Гематит Гетит Хромит Гранаты Амфиболы Пироксены Вольфрамит	Гроссуляр Тремолит Диопсид Эпидот Цоизит Ставролит Титанит Турмалин Монацит	Циркон Рутил Апатит Андалузит Кианит (дистен) Корунд Рубин Топаз Касситерит

			Ксенотим Пирохлор Оливин Хлориты Сфалерит Пирит Шпинель Ортит	Шеелит Барит Флюорит Киноварь Аурипигмент Пирит Галенит Халькопирит Арсенопирит Золото Платина Осмириды Алмаз

Кратко рассмотрим основные физические свойства минералов и некоторые простые приемы их выявления.

2.1. Визуальные методы диагностики минералов

Габитус кристаллов определяется преобладающим развитием тех или иных простых форм. В шлихах целые кристаллы встречаются относительно редко, но они, их обломки, слабо окатанные кристаллы являются важным диагностическим признаком минералов. По габитусу различают кристаллы *призматические* (кварц, турмалин, рутил и т.д.), *столбчатые* (турмалин, берилл и др.), *таблитчатые* (ильменит, гематит, титанит), *дощатые* (), *пластинчатые* (гематит, слюдистые минералы, осмириды), *изометричные* (группа граната, магнетит, шпинель, хромшпинелит, золото, платина). По характеру поверхности граней выделяют кристаллы *гладкие, ямчатые, ступенчатые, штрихованные* [12, 34].

Зерна и сростки минералов в шлихах различаются по форме, размером, степени сохранности и окатанности. Форма зерен зависит от спайности или характера излома. В протолочных пробах этот диагностический признак проявляется плохо и как руководящий при определении минералов «срабатывает» плохо. Об этом следует помнить и следует опираться на другие особенности минералов.

Прозрачность минерала под бинокуляром устанавливают в ненарушенных зернах по их просвечиванию или по характеру порошка – у прозрачных минералов порошок обычно белый или светлоокрашенный, у непрозрачных – темный, совершенно не просвечивающий.

Цвет (окраска) минералов определяется химическим составом минерала или присутствием элементов-примесей. Он бывает самым различным, пород даже у одного минерала (пример, гранаты, минералы группы кварца, самородное золото). Для некоторых минералов цвет является постоянным (устойчивым) признаком (пирит, халькопирит, киноварь и др.). при определении цвета минералов различают окраску, свойственную самому минералу, и окраску, связанную с загрязнением зерен – налеты, пленки гидроокислов Fe, Mn, вторичных минералов.

Блеск для мелких зерен, обычных в шлиховых пробах из токозернистых минеральных образований (пески, алевриты, глины) лучше наблюдать под бинокуляром. Различают минералы с *металлическим* (самородные металлы, окислы, сульфиды), *полуметаллическим* (или *металлоидным*), *алмазным* (алмаз, сфалерит), *жирным* (слюды), *смолянистым* (уранинит), *стеклянным* блеском (кварц, касситерит, шпинель).

Твердость определяют для минеральных зерен размером не менее 0, 5 мм, прочерчивая зернами по стеклянной пластике (предметному стеклу) или по пластинкам минералов набора по шкале Мооса. *Чем тверже минерал, тем тоньше и глубже получается черта*. Твердость определяют также, раздавливая минеральные зерна на

предметном стекле стеклянной палочкой или плоской частью пинцета по силе нажима, звуку растрескивания и характеру нарушения стекла. По этим признакам твердости минералы грубо разделяют на *мягкие*, *средние* и *твердые*. Первые рассыпаются беззвучно при легком нажиме и без следов нарушения на стекле (твердость меньше 3). Вторые раздавливаются с заметным усилием, с глухим звуком, но без следов нарушения стекла (твердость 3-5). Третьи раздавливаются при очень большом усилии, с резким звуком и оставляют на стекле следы разрушения – каверны, царапины, сколы (твердость 6 и больше).

Черта минералов определяется по цвету тонкого порошка, оставленного при раздавливании зерен на фарфоровом бисквите. Наблюдение проводится под бинокуляром, причем одновременно устанавливается характер распределения окраски в минеральных зернах и степень их прозрачности. Для проведения черты зерно минерала вдавливается в тупообразный конец спички, затем проводится черта на форфоровом бисквите.

Спайность, как известно из курса «Минералогия» - это свойство кристаллов раскалываться по плоскостям, параллельным действительным или возможным граням. В зависимости от резкости проявления этого свойства различают спайность *весьма совершенную*, *совершенную*, *среднюю*, *несовершенную* и *весьма несовершенную*. Спайность – важный диагностический признак многих минералов – слюд, амфиболов, пироксенов, карбонатов, полевых шпатов и других.

Излом – форма поверхности, образующаяся при раскалывании минералов, не обладающих спайностью. Излом обусловлен особенностями физических свойств минерального вещества и иногда является характерным диагностическим признаком. В минералах различают излом *раковистый*, *мелкораковистый*, *крючковатый*, *ровный*, *зернистый*, *шероховатый*, *неровный*, *ступенчатый*.

Продукты вторичного изменения затрудняют определение минералов шлиха. Однако о первичном составе пробы позволяют судить характерные формы полных псевдоморфоз вторичных минералов (псевдоморфозы оксидов железа по пириту, каолинита – по полевым шпатам, хлорита – по биотиту и др.), а также реликты исходного минерала в агрегате вторичных изменений (ильменит в лейкоксене, галенит в церрусите и т.п.). В приложении 1 приведены диагностические признаки наиболее частых минералов шлихов [34].

Люминесценция минералов – это способность и светиться под действием ультрафиолетовых, рентгеновских и катодных лучей. Свечение бывает различным по окраске и интенсивности. Оно зависит от характера примесей в минерале (их элементном составе и позиции в кристаллической решетке). К химическим элементам, вызывающим люминесценцию (свечение), относятся редкоземельные металлы, марганец, хром, уран и др. Люминесцентный анализ используется при диагностике алмаза, шеелита, циркона, флюорита, апатита и других минералов.

В качестве источника ультрафиолетовых лучей чаще всего используют осветитель ОИ-18 с фильтром УФС-3 (рис.3.5).

Рис. 3.5. Лабораторный люминоскоп

Применяется также люминесцентный стереоскопический микроскоп ЛЮСАМ-Р1, прибор «Шеелит - 2» и другие. Для катодного и рентгеновского люминесцентного анализов применяют катодные (УКЛ-1) и рентгеновские приборы различных конструкций.

2.2. Определение минералов по оптическим свойствам

Данный вид диагностики выполняется чаще всего с применением иммерсионного метода, позволяющего проводить определение оптических свойств минеральных зерен, помещаемых в оптически изотропную среду (каплю препарата) с определенным показателем преломления – метод также хорош известный в минералогии и петрографии.

Для приготовления иммерсионного препарата небольшое зерно минерала помещают на предметное стекло и, осторожно надавливая другим стеклом, дробят на мелкие кусочки. Затем под покровное стекло впускают каплю жидкости с определенным показателем преломления. Полученный иммерсионный препарат переносят на столик микроскопа и изучают оптические свойства минерала.

При определении показателей преломления пользуются набором иммерсионных жидкостей с определенными показателями преломления и с помощью эффекта Бекке подбирают жидкости с показателем n_1 и n_2 , близким к n изучаемого (определяемого) минерала. Обычно опытный минералог предварительно предполагает, с каким минералом (или группой минералов) он «имеет дело», и подбор иммерсионной жидкости не занимает много времени. Поэтому такая операция не занимает много времени, но в тех случаях, когда речь идет о редких и особенно ценных рудных минералах, приходится работать максимально аккуратно и точно.

Для удобства определения минералов шлихов по их оптическим свойствам составлены таблицы, в которых минералы расположены по величинам показателей преломления. Такие таблицы имеются во всех минералогических и технологических лабораториях предприятий геологического профиля.

2.3. Микрохимические реакции

В случае неоднозначности определения минералов на основании его физических свойств необходимо применять простейшие химические реакции, описание которых имеется в руководствах по шлиховому анализу (Копченова,1979; Кухаренко, 1967). В настоящем пособии мы ограничимся описанием некоторых, так называемых плёночных реакций:

1) Реакция на вольфрам (для шеелита). В фарфоровую чашку насыпается часть исследуемой фракции, заливается 1-1,5 $см^3$ концентрированной соляной кислоты (HCl) и нагревается до кипения над пламенем спиртовки в течение 3-5 минут. Затем кислота удаляется пипеткой и той же пипеткой для обесцвечивания раствора дважды производится промывка шлиха. После того, как промывная вода будет удалена пипеткой, шлих просматривается под бинокуляром. При наличии в нем зерен шеелита последний резко выделяется среди других минералов пробы своим серо-желтым налетом (пленкой) трехокиси вольфрама на поверхности зерен. Контрольная реакция производится путем прикосновения железной (оловянной или цинковой) иглой к зерну шеелита, причем серо-желтый налет в течение 1-2 секунд сменяется индигово-синим или иссиня-черным (образуется соединение W_2O_5). В результате реакции зерна шеелита настолько четко выделяются, что могут быть легко пересчитаны.

2). Реакция на получение «оловянного зеркала» - определение касситерита (SnO_2).

Шлих насыпается тонким (в одно зерно) слоем на цинковую пластику и заливается концентрированной соляной кислотой. По окончании вскипания, сопровождающегося шипением, шлих переносят в фарфоровую чашечку и подвергают его просмотру под бинокуляром. В случае присутствия зерен касситерита, последние покрываются сверху тонкой серой пленкой металлического олова (оловянное зеркало) и становятся ясно различимыми среди массы остальных зерен шлиха.

3). Определение некоторых свинцовых минералов из зоны окисления (церуссит, вульфенит, ванадинит, пироморфит) также производится на цинковой пластинке с соляной кислотой. На пластинку помещают испытуемое зерено и заливают каплей концентрированной HCl. На свинцовых минералах появляется пленка металлического свинца.

4). Свинцовые минералы также определяют путем погружения их в водный раствор иодистого калия (KJ) с получение в итоге окрашенных пленок. Следует иметь в виду, что реакция KJ с англезитом происходит на холоду (т.е. без нагревания) с образованием золотисто-желтой пленки двуиодистого свинца (PbJ_2). Такие минералы, как церусси, вульфенит, ванадинит, пироморфит подвергают предварительной обработке на холоду серной кислотой в соотношении 1:1, чтобы получить на них пленку сульфата свинца. Затем эта пленка в водном растворе иодистого калия образует золотисто-желтую пленку двуиодистого свинца.

5). Определение танталита, колумбита и ильменита производят следующими способами. Шлих, в котором предполагается наличие *тантало-ниобатов*, засыпают фарфоровый тигель, заливают крепкой (разбавленной) серной кислотой и кипятят до появления белых паров, при этом на поверхности зерен определяемых минералов появляется характерная сетчатая пленка белесого или грязновато серовато-)-белого цвета. (Образование сетчатой пленки происходит по двум системам трещин спайности, пересекающихся под прямым углом). *Ильменит* при таких же условиях приобретает тонко-шероховатую поверхность с равномерной серой окраской с характерным фиолетовым оттенком.

Все определенные минералы должны быть описаны, что желательно делать по единому плану. В описании указывается название минерала, размер зерен, форма зерен, твердость, блеск, цвет, прозрачность, черта, окатанность, наличие включений (и их состав), окатанность.

После проведения минералогического анализа необходимо произвести количественную оценку ценных минералов, т.е. определить их содержание в шлихе (протолочке). Это можно сделать для всех минералов, обнаруженных в пробе, или рассчитать содержания только для ценных минералов (например, золото, платина, касситерит, киноварь, циркон,

монацит, вольфрамит и т.п.). Результаты минералогического анализа (без описания характеристик минералов) заносятся в специальный формуляр (табл. 3.3), в котором также фиксируются: номер пробы, сведения о месте отбора пробы, вид анализа, начальный вес пробы, вес анализируемой навески и составляющих её фракций и другая информация.

Таблица 3.3

Формуляр для записи результатов минералогического анализа шлиховых и протолочных проб

Организация Заказчик *УГПП*			№ пробы *Ш-12*			Глубина (интервал) отбора пробы *1,5-1,75 м*			
Карта минералогического анализа									
Название породы *песок среднезернистый с гравием*						Вид анализа *полный полуколичественный*			
Вес пробы	Вес навески пробы		Объем промытой породы		Вес шлиха	Вес навески шлиха		Вес тяжелой фракции	Вес легкой фракции.
Минералы	Фракции						Класс -0,05 мм	В % к шлиху	Выход минералов (г/м^3)
	Магнитная	I парамагн	II парамагн	немагнитная	+0,5 мм	легкая			
	Вес, г	Вес, г	Вес, г	Вес, г	Вес, г	Вес, г	Вес, г		
	10.59	*8,6*	*14,0*	*00,55*	*20,7*	*30,0*	*0,5*		
Магнетит	1100								39,8
хромит	езн								
Гранат	езн	40	1		8				75,9
Ильменит		23	еез		10				45,0
Хлорит		ез							
пирит			ерз	ез					
Золото				12 зн					После взвешивания 25 мг/м^3

2.4. Определение процентного содержания ценных минералов

Примерная количественная характеристика минералов шлиха определяется при его изучении под бинокуляром. Обычно для количественного определения минералов шлих разделяют на ситах. Из крупных фракций минерал отбирают под бинокуляром и взвешивают, а в мелких классах определяют его процентное содержание путем подсчета числа зерен минерала, встречающихся среди 800 – 1000 зерен фракции. Подробно эта методика описана в специальных руководствах [15, 18].

Для быстрого приближенного количественного определения минералов, особенно в полевых условиях, можно использовать объемно-весовой метод [12]. Из тяжелой (или электромагнитной) фракции выделят 4-5 тонких полосок шлиховых минералов длиной до 10 мм и шириной около 1 мм (в 1-2 зерна), замеряют длину этих полосок. Затеи из каждой полоски выделяют при помощи иглы зерна ценного минерала (например, золота, касситерита), располагают их в виде полоски той же ширины (т.е. около 1 мм) и замерят длину полоски. Отношение полоски ценного минерала к длине исходной полоски, умноженное на 100, дает объемный процент содержания минерала в данной фракции. Подобным же образом подсчитывают объемный процент в остальных 3-4 полосках и берет среднее арифметическое значение из 4-5 подсчетов.

Например, длина исходной полоски 10 мм, длина полоски ценного минерала (касситерита) – 3 мм; объемный процент (V_1) содержания касситерита в тяжелой фракции будет:

$$V_1 = 3/10 * 100 = 30\ \% \qquad (1)$$

Средний объемный процент содержания по нескольким таким полоскам легко рассчитать по формуле

$$Vcp = (V_1 + V_2 + V_3 \ldots + Vn) : N \qquad (2)$$

где V_1 ; V_2 ;V_3… Vn - объемное содержание минерала в полосках шлиха;

N – общее число полосок шлиха, использованных (просмотренных) в ходе анализа.

Для получения весового содержания минерала в пробе (г/м^3 или г/т) расчеты необходимо производить с учетом плотности каждого из минералов и удельного веса всей остальной массы минеральных зерен шлиха. Эти данные берутся из минералогических таблиц. В итоге весовое содержание минерала рассчитывают по следующей формуле:

$$X = \frac{У * d * 100}{У * (d - d_1) + 100 d_1} \qquad (3)$$

где X – весовой процент; У – объемный процент; d- плотность ценного минерала (берется из справочника); d_1 – удельный вес всей остальной массы минеральных зерен шлиха (грубо 4 г/см^3).

Полученные при расчетах значения весового или объемного содержания заносят в формуляр (табл.4).

Зная весовой процент ценного компонента, вес шлиха, вес навески шлиха, вес исследуемой фракции, объем промытой породы, можно подсчитать содержание ценного минерала в россыпи в г/м^3 или г/т по формулам:

-для первого случая (см. формулу 1)

$$\mathbf{C_1 = \frac{P * g * x}{V * P' * 100\ \%}} \qquad (4)$$

-для другого случая (формула 3)

$$\mathbf{\frac{P * g * x}{}}$$

$$C_3 = \frac{g \cdot x \cdot 100\ \%}{d \cdot V \cdot P' \cdot 100\ \%} \qquad (5)$$

где C_1 и C_3 – содержание проанализированного материала (соответственно в г/м^3 и г/т); P – масса шлиха (в граммах); g – масса исследуемой фракции (в граммах); P' – масса навески для анализа (в граммах); x- вычисленное при анализе содержание анализируемого минерала во фракции (вес. %); V – объем шлиховой пробы (м^3); d- объемная масса опробованных рыхлых отложений

Обычно такими расчетами минералогический анализ заканчивается и его результаты передаются заказчику, но минералогические исследования продолжаются более детальным изучением других особенностей ценных минералов, имеющего своей целью выявление у них типоморфных признаков, позволяющих решать вопросы генезиса объекта исследований и его промыщленных перспектив как самих россыпей, так и эндогенного оруденения, послужившего для них коренным источником ценных компонентов. Такие исследования занимают важное место в практике геологических работ, особенно на поисковой стадии.

Изучение типоморфизма минералов носит комплексный характер: кроме получения данных о гранулометрических и морфологических характеристиках зерен ценных компонентов, выявляемых уже при минералогическом анализе. Используются и другие аналитические методы – химические, спектральные, рентгеновские, рентгеноспектральные, электронно-микроскопические, В настоящем пособии остановимся только на внешних (физических) характеристиках минералов, наблюдаемых под бинокулярным микроскопом.

2.5. Изучение типоморфизма минералов при минералогическом анализе (на примере золота)

Самородное золото - минерал «пластичный» по отношению к факторам рудо- и россыпеобразования, и по этой причине более сильно изменчиво в плане морфологии, физико-механических свойств, макро- и микрохимического состава. Минералого-геохимические признаки самородного золота позволяют исследовать различные аспекты пространственно-генетической связи эндогенных и экзогенных месторождений и на этой основе:

- получать дополнительные сведения о типах золотого оруденения, возможных глубинах его формирования и стадийности рудного процесса;
- обосновывать формационную природу и тип оруденения; прогнозировать возможный масштаб коренного источника (по соотношению в россыпях и шлиховых ореолах золота разной пробы и морфологического состав);
- определять время поступления в россыпь и доказывать наличие древних россыпей и промежуточных коллекторов;
-обосновывать наличие золота в коренных источниках на уровне современного эрозионного среза и решать вопрос об их пространственной позиции [2].

Изучение типоморфизма выделений самородного золота предусматривает [19-23, 32] исследование морфологии золотин (морфологии кристаллов и кластогенных частиц, особенностей рельефа и микрорельефа поверхности), определение химического состава обособлений золота (пробность, макро- и микропримеси как индикаторов формационной природы и признаков геохимической специализации провинций, зональности месторождений), выявление структур и субстструктур золотин, являющихся индикаторам и условий рудообразования и, в равной степени – эпигенетических процессов [2].

Вопросы типоморфизма решаются путем скрупулезного сбора и анализа информации при изучении монофракций минералов и в условиях кратковременности курса перед обучающимися стоит задача приобрести навыки наблюдения и фиксации размеров и морфологических и других внешних особенностей изучаемых частиц. Алгоритм исследований кратко изложен А.Г. Баранниковым на примере самородного золота [2].

2.5.1. Изучение формы выделений самородного золота

Форма частицы (зерна) – одна из особенностей минерала, которая позволяет судить о среде и условиях его выделения. На важное значение изучения морфологии золотин указывает Н.В. Петровская [22], акцентируя внимание на некоторых морфологических особенностях самородного золота, имеющих типоморфное значение. В их числе:

- многообразие форм выделений;
- наибольшая частота встречаемости видимых обособлений свободного металла свойственна месторождениям золото-кварцевой формации;
- свободное золото состоит из сростков ксеноморфных и идиоморфных очертаний в зависимости от конфигурации пространства для роста золотин;
- в малосульфидных рудах больших глубин кристаллические индивиды: при переходе к малоглубиным месторождениям их роль уменьшается, но возрастает степень совершенства кристаллов;
- удлиненные и уплощенные кристаллы характерны для средне-малоглубинных объектов;
- комковидные разности преобладают там, где предшествовавшие рудоотложению тектонические подвижки привели к локальному растрес- киванию минеральных агрегатов без возникновения протяженных трещин;
- для участков интрарудного рассланцевания характерны трещинные выделения;
- интерстициальные обособления отвечают как комковидным, так и чешуйчатым разновидностям;
- широкое распространение имеют и гемидиоморфные (частично ограненные) золотины;
- проволоковидные, ветвящиеся, дендритовидные агрегаты обычно характерны для средне- и малоглубинных руд.

При работе с монофракциями исследования лучше производить на морфометрической основе, сопровождая первоначальную диагностику формы частиц замером их длины (A), ширины (B) и толщины (D). Для замеров используется объектив с масштабной линейкой. Размеры зерен определяют, руководствуясь таблицей 4.

Таблица 3.4

Шкала для определения размеров зерен
(микроскоп МБС-1,2,9, окуляр 8^x)

Увеличение на барабане	Малое деление (1мм)	Большое деление (1см)
	Истинное значение, мм	
0,6	0,17	1,7
1	0,10	1,0
2	0,05	0,5
4	0,025	0,25
7	0,017	0,17

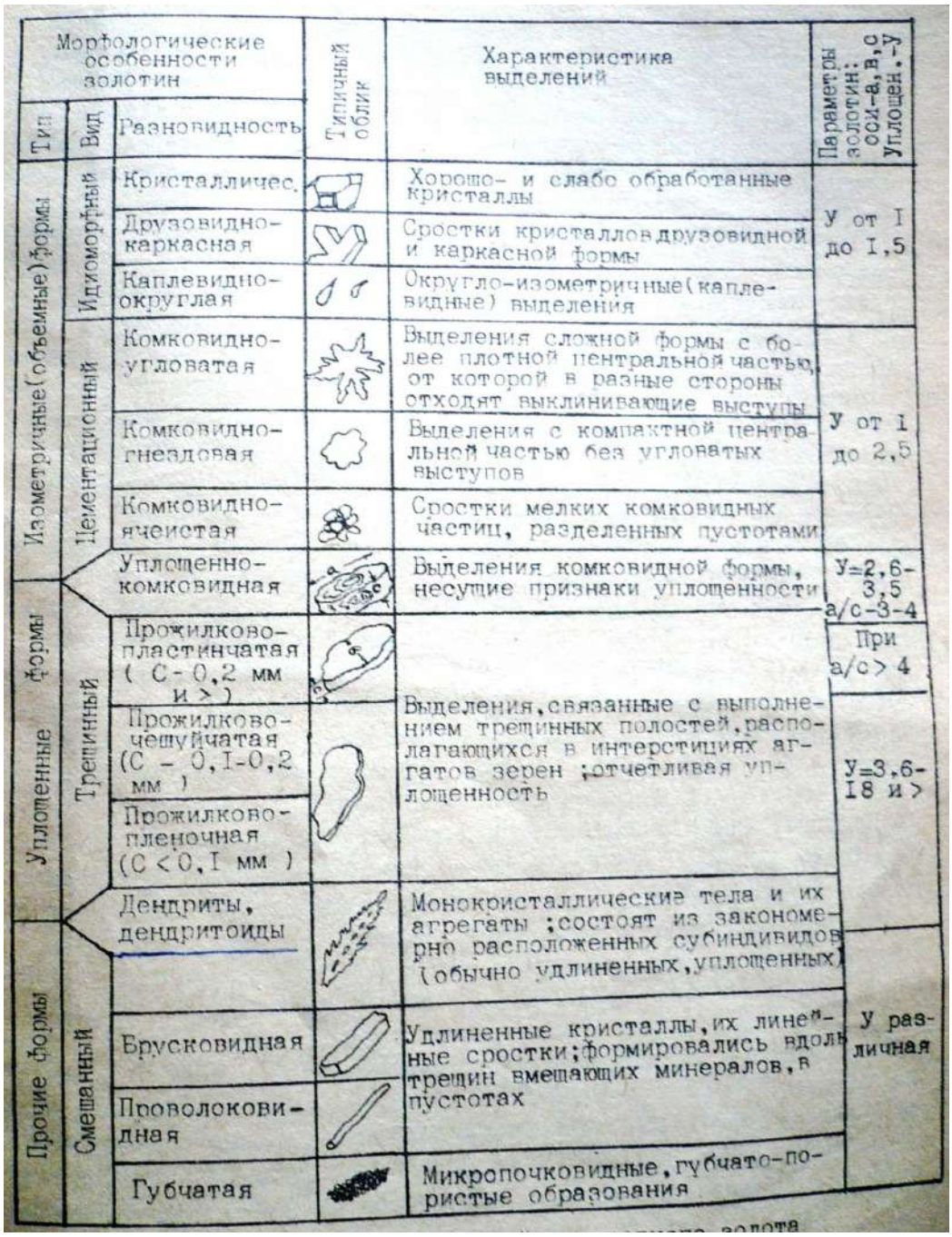
На основе выполненных морфометрических замеров рассчитывают «коэффициенты формы» для каждого зерна: коэффициент удлиненности (Куд = а/с или Куд = а/в) и коэффициент уплощенности (К упл = (а+в)/2с или

$$Купл = \frac{(а+в)}{2с} - 1$$ (по Вассоевич, 1967 [4]).

Такие расчеты коэффициентов формы позволяют однозначно отнести золотину к определенному типу, виду, разновидности, руководствуясь значениями «коэффициентов формы», в соответствии с рекомендуемыми для этого терминами, приведенными также в таблице 3.5.

Таблица 3.5

Систематика выделений самородного золота
(по Петровской, 1973 [18]; Баранникову,1994[2])



Морфологические особенности золотин: Тип	Вид	Разновидность	Типичный облик	Характеристика выделений	Параметры золотин: оси-a,b,c уплощен.-y
Изометричные (объемные) формы	Идиоморфный	Кристалличес.		Хорошо- и слабо обработанные кристаллы	у от I до I,5
		Друзовидно-каркасная		Сростки кристаллов друзовидной и каркасной формы	
		Каплевидно-округлая		Округло-изометричные (каплевидные) выделения	
	Цементационный	Комковидно-угловатая		Выделения сложной формы с более плотной центральной частью, от которой в разные стороны отходят выклинивающие выступы	у от I до 2,5
		Комковидно-гнездовая		Выделения с компактной центральной частью без угловатых выступов	
		Комковидно-ячеистая		Сростки мелких комковидных частиц, разделенных пустотами	
Уплощенные формы	Трещинный	Уплощенно-комковидная		Выделения комковидной формы, несущие признаки уплощенности	y=2,6-3,5 a/c-3-4
		Прожилково-пластинчатая (C - 0,2 мм и >)		Выделения, связанные с выполнением трещинных полостей, располагающихся в интерстициях агрегатов зерен; отчетливая уплощенность	При a/c > 4
		Прожилково-чешуйчатая (C - 0,I-0,2 мм)			y=3,6-I8 и >
		Прожилково-пленочная (C < 0,I мм)			
Прочие формы	Смешанный	Дендриты, дендритоиды		Монокристаллические тела и их агрегаты; состоят из закономерно расположенных субиндивидов (обычно удлиненных, уплощенных)	у различная
		Брусковидная		Удлиненные кристаллы, их линейные сростки; формировались вдоль трещин вмещающих минералов, в пустотах	
		Проволоковидная			
		Губчатая		Микропочковидные, губчато-пористые образования	

Результат морфологических исследований лучше представлять в виде таблицы, в которой одновременно фиксируются результаты замеров частиц минерала (табл. 3.6).

Таблица3. 6

Формуляр для заполнения данными морфометрического анализа монофракций минерала

№ зн	Размеры, мм			Морфологические типы						Коэффициенты формы		
	длина	**ширин**	**толщина**	**кристаллы**	**Комковидные**	**Пластинчатые**	**брусковидны**	**крючковаты**	**ГМ**	**Кудл**	**Купл**	**Ккр**
1												
2												
3												

При изучении и описании золота, платиноидов и других минералов россыпей кроме морфометрических показателей обязательно определение степени окатанности частиц, оцениваемой визуально по 6 - бальной шкале. При этом лучше пользоваться принятым в практике работ трафаретом, предложенным в 1953 году М.С. Пауэрсом, или традиционно руководствуясь следующими указаниями:

1 балл – золото неокатанное (рудного облика);
2 балла – почти неокатанное;
3 балла – слабо окатанное;
4 балла – среднеокатанное;
5 баллов – хорошо окатанное;
6 баллов – идеально (очень хорошо) окатанное.

Наличие в пробах неокатанного и слабокатанного золота обычно рассматривается как индикатор близкого расположения коренного источника (или малой удаленности россыпей от области питания). Чем выше окатанность частиц минерала, тем более длительную транспортировку, как считается, он (минерал) испытал. Обычно в так называемых россыпях «ближнего сноса» (до 1 км от области питания) существенно (до 80-100 %) преобладает «металл» слабой окатанности (до 3 баллов), в россыпях «умеренного сноса» (первые км) – среднеокатанный (3-4 балла), в россыпях «дальнего сноса» - превалируют хорошо окатанные (5-6 баллов) частицы. Но при этом следует иметь в виду, что подобная схема распределения является идеализированной и характеризует простую систему «коренной источник – россыпь» в виде единого линеамента, что в природе бывает достаточно редко.

При изучении морфологических особенностей всегда необходимо помнить о том, что процесс россыпеобразования является длительным, многостадийным и разнообразным по условиям формирования и преобразования продуктивных отложений. При этом каждый этап (стадия) россыпеобразования оставляет свой след в облике зерен россыпных минералов.

Также всегда следует учитывать, что в россыпеобразовании могут участвовать коренные источники различных генетических типов, в которых ценные минералы обладают не только разными мофологическими особенностями, но и различной размерностью частиц. В зависимости от характера и динамики транспортирующей среды (водный, воздушный потоки, твердый сток) частицы разного размера и формы по-разному реагируют и преобразуются в ходе транспортировки: сильнее всего эволюционируют

крупные объемные формы и, наоборот, слабее меняется облик уплощенных и мелких частиц.

Перейдем к другим характеристикам самородного золота, которые также можно наблюдать при минералогическом анализе и использовать в качестве типоморфных признаков его образования и преобразования. К таковым относятся механические деформации, вторичные (гипергенные) налеты и первичные минеральные включения.

Деформации (изгиб отростков, наклёп краёв, абразивная штриховка) возникают при транспортировке частиц (во взвешенном или влекомом состоянии) или их переотложении (в процессе размыва промежуточных коллекторов) в результате соударения с частицами или обломками более твердых пород и минералов. Деформации изгиба выражаются в виде загнутых внутрь (к центру частиц) утонченных плоских краев или тонких отростков иногда вплоть до смыкания с «ядром» частицы (рис.). Чаще всего этот вид деформации указывает и почти всегда трактуется как признак размыва более древних металлоносных осадков (россыпей), независимо от генезиса (пролювиального, аллювиального или морского), но преимущественно грубообломочных- гравийно-галечных, галечных или валунно-галечных.

Наклёп выражается в утолщении краев частиц также в результате соударений с твердыми обломками при транспортировке в виде «волочения по дну» или во взвешенном состоянии, по-видимому, преимущественно при начальном россыпеобразовании в паводковых условия [20-23]. Некоторые исследователи связывают возникновение этих деформаций с волноприбойными процессами в морских условиях, а также в результате эолового перевевания песков на суше. В результате наклепа образуются необычные, так называемые «тороидальные» частицы с характерными утолщениями краев («валиков») плоских золотин, а при интенсивном и длительном наклепе такие тороиды эволюционируют до полного смыкания, образуя шаровидные полые внутри зерна [21]. Генетическая интерпретация таких форм частиц неоднозначна, но механизм образования обоснован и подтвержден экспериментально (Филиппов, Филиппова, 1981).

Абразивная штриховка выражается в виде хорошо видных под бинокуляром одиночных, а чаще некоторого числа царапин на поверхности частиц россыпного золота и платины, которые возникают также при их соударении с твердыми зернами сопутствующих минералов как при транспортировке в водной или воздушной среде, так и при переотложении частиц из более древних осадочных пород.

Признаком переотложения россыпеобразующих минералов являются вторичные (гипергенные) налеты, покрывающие большей частью углубления на поверхности золотин (а также и других минералах россыпей или кор выветривания). Они образуют пленки или корочки окислов железа или марганца, осаждающиеся в результате восстановления из слабоминерализованных подземных вод, инфильтрующихся через продуктивные осадочные отложения или коры выветривания. Нередко аналогичные пленки образуются и в результате окисления сульфидов (пирит, халькопирит, пирротин и др.), окислов (магнетит, гематит, мартит) или карбонатов. При транспортировке или переотложении россыпеобразующих минералов, такие налеты и корки, как, правило, механически разрушаются и иногда полностью исчезают. Считается, что образование вторичных пленок и налетов происходит при длительной консервации минералов в россыпном теле, т.е. как бы «в состоянии покоя» россыпи, когда она не подвергалась водной боковой или глубинной эрозии. Из этих представлений и определяется типоморфное значение этого признака.

Минеральные включения – не простой диагностический признак, но часто один из важнейших при прогнозировании и поисках коренных источников россыпеобразующих минералов. Нередко их определение является прямым указанием на конкретный

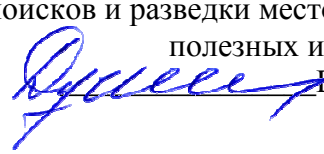
генетический (геолого-промышленный) тип оруденения (например, кварц, фуксит, киноварь, блеклые руды, хромит). Первые наблюдения производятся под бинокулярным микроскопом, используя при диагностике внешние характеристики минералов – морфология зерен, цвет, блеск, показатели преломления, спайность (или характер излома), размерность выделений. Для более точной диагностики рудных минералов следует использовать методы рудной микроскопии (см. главу 2), или электронной (растровой) микроскопии, позволяющей определять минералы включений по химическому составу, что особенно важно при их малой (менее 100 мкм) размерности.

Литература

1. Бадалов С.Т. Минералого-геохимические особенности золоторудных месторождений и рудопроявлений Алмалыка// Рудные формации и основные черты металлогении золота Узбекистана. Ташкент: ФАН, 1969. С. 127-134.
2. Баранников А.Г. Изучение самородного золота при проведении поисковых работ. Методические указания
3. Гинзбург А.И., Кузьмин В.И., Сидоренко Г.А. Минералогические исследования в практике геологоразведочных работ. М.: Недра, 1981. – 237 с.
4. Довжикова Е.Г. Петрохимические пересчеты. Метод CIPW. Методические указания к лабораторным работам. Ухта, УГТУ, 2013. - с.
5. Захарова Е.В. Минералогия россыпей. М.: Недра, 1994. – 271 с.
6. Копченова Е.В. минералогический анализ шлихов и рудных концентратов. М.: Недра, 1979. - 247 с.
7. Мурзин В.В., Малюгин А.А. Типоморфизм золота зоны гипергенезам(на примере Урала). Свердловск: УНЦ АН СССР, 1978. – 76 с.
8.
9. Николаева Л.А., Гаврилов С.Н. Методическое руководство по изучению самородного золота при ГРР. М., ЦНИГРИ, 1985. - 74 с.
10. Петровская Н.В. Самородное золото. М.: Наука, 1973. -345 с.
11. Угрюмов А.Н. Шлиховой метод поисков. Часть 2. Методика минералогического анализа шлихов (Методические указания к практическим занятиям по дисциплине «Прогнозирование и поиски МПИ»). Екатеринбург: Изд-во УГГГА, 1996. - 26 с.
12. Яблокова С.В. Определение относительного времени поступления золота в россыпи (на примере Яно-Колымского пояса и Чукотки) / Древние и погребенные россыпи СССР. Ч. 2. Киев: Наукова думка, 1977. С. 118-120.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой геологии,
поисков и разведки месторождений
полезных ископаемых

В.А.Душин

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.2.03 ГЕОХИМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПОИСКОВ

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация
Геологическая съемка, поиски и разведка твердых полезных ископаемых

форма обучения: очная, заочная

Автор: Малюгин А.А., к.г.-м.н., доцент

Одобрены на заседании кафедры
Геологии, поисков и разведки МПИ
(название кафедры)
Протокол № 190 от 17.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ
Цели и задачи интерпретации, оценки и разбраковки геохимических аномалий
1. Законы распределения случайных величин, используемых в практике геохимических работ
1.1.Группирование исходных данных
1.2.Построение гистограмм и вариационных кривых
1.2.1. Типы кривых распределения, наиболее часто встречающиеся в практике геохимических работ
1.2.2. Нормальный закон распределения
1.2.3. Логнормальное (логарифмически-нормальное) распределение
2. Определение геохимического фона и аномальных содержаний
2.1. Определение геохимического фона и аномальных содержаний при нормальном распределении
2.2. Определение геохимического фона и аномальных содержаний при логнормальном Распределении
2.3. Использование интегральных графиков
2.4. Определение параметров логнормального распределения
3. Аналитические методы определения закона распределения
3.1. Определение законов распределения с помощью оценок асимметрии (А) и эксцесса (Е)
3.2. Проверка закона распределения с помощью критерия Пирсона
4. Определения корреляционной связи между содержаниями элементов
4.1. Вычисление выборочного коэффициента корреляции
4.2. Вычисление коэффициента ранговой корреляции Спирмена
4.3. Интерпретация значений коэффициента корреляции
4.4. Уравнение регрессии
5. Показатели, используемые при изучении геохимических аномалий
5.1. Кларк и коэффициент концентрации
5.1.1. Построение геохимических спектров и их интерпретация
5.2. Показатели количественной оценки геохимических ореолов
5.3. Показатели зональности ореолов и оценки глубины эрозионного среза геохимических ореолов, рудных тел и рудовмещающих структур
Список литературы
Задания для практических работ
Приложения

Введение

Геохимические методы поисков, основанные на закономерностях распределения химических элементов в различных геосферах Земли, прочно вошли в практику геологоразведочных работ и широко применяются во всем мире. Многолетний опыт выявления рудных месторождений по первичным и вторичным ореолам рассеяния доказал высокую эффективность применения (использования) поисковой геохимии, позволяющей при сравнительно небольших затратах, находить промышленно значимые, в том числе трудно открываемые и слабо проявленные на поверхности месторождения.

Предметом исследований поисковой геохимии выступает геохимическое поле и составляющее его локальные аномалии. Фактически любое рудное месторождение сопровождается первичными и вторичными ореолами рассеяния основных и сопутствующих химических элементов, которые могут быть выявлены геохимическими методами. Обнаружение таких ореолов и потоков рассеяния, установление их природы (генезиса), промышленной значимости и прогнозная оценка геохимических аномалий во многом определяются профессионализмом геолога-геохимика не только в ходе полевых исследований, но в большей мере при проведении количественной интерпретации геохимических данных.

В практике геохимических поисков важнейшее значение имеет математическая обработка получаемой информации – от изучения распределения химических элементов в природных средах (лито-, гидро, био- и атмосфере) до разбраковки и прогнозной оценки геохимических аномалий. Среди методов и приемов прогнозирования и оценки объектов по геохимическим ореолам наиболее известны и широко применяются геостатистические, использующие статистические соотношения между характеристиками рудных тел и связанных с ними геохимических ореолов.

Настоящее пособие направлено на знакомство студентов с основными принципами этих методов и включает в себя изложение способов количественной интерпретации и графического изображения результатов геохимических данных, а также примеры типовых задач с описанием их решения.

Несколько слов от составителя. *Поисковая геохимия – наука молодая (ведь ей нет еще и ста лет), кардинальных изменений ее теоретические основы не претерпели, а законы поведения химических элементов в различных геологических средах остались прежними, как и правила математической статистики, применяемые при обработке анализов и интерпретации результатов геохимических поисков. Излагаемый в пособии материал ранее публиковался в аналогичном пособии В.И.Чеснокова и О.Н.Грязнова (1982) и на нем «выросло» не одно поколение геологов-поисковиков (выпускников СГИ, УГИ, УГГГА, УГГУ), успешно применявших геохимические исследования в своей работе в разных регионах СССР, России и зарубежных стран. Поэтому, в знак большого уважения в предлагаемом учебном пособии разработки В.И. Чеснокова и О.Н. Грязнова представляются без изменений с пояснениями и добавлениями составителя, ведущего занятия по этой дисциплине в настоящее время.*

1. Цели и задачи интерпретации, оценки и разбраковки геохимических аномалий

Под *интерпретацией* геохимических аномалий понимается последовательность действий, возникающая вслед за их выявлением. Конечным результатом оценки геохимической аномалии продолжающаяся вплоть до принятия обоснованного решения о уровне перспективности объекта и целесообразности его дальнейшего изучения (Геохимический словарь…).

Оценка геохимической аномалии – качественная и количественная характеристика геохимических параметров аномалии, на основании которых определяется ее природа (рудная, безрудная, техногенная), продуктивность, тип прогнозируемого оруденения, уровень вскрытия аномалии (уровень эрозионного среза), промышленная значимость. Конечным результатом оценки геохимической аномалии является подсчет прогнозных ресурсов полезных ископаемых.

Разбраковка аномалий представляется как совокупность методических приемов, позволяющих получить ответы на два основных вопроса: 1) связана ли аномалия с рудным объектом и, если связана, то 2) каковы параметры изучаемого объекта.

В общем случае при интерпретации, оценке и разбраковке геохимической аномалии решаются следующие основные задачи:

- выделение и оконтуривание геохимической аномалии (аномалий);
- определение рудно-формационной природы (генезис) аномалии;
- выяснение особенностей внутреннего строения аномалии – зональность;
- оценка уровня эрозионного среза аномалии;
- разбраковка аномалии;
- определение условий залегания оруденения;
- оценка масштабности оруденения

Перечисленные задачи решаются в той или иной степени в зависимости от масштаба поисковых работ и иерархического ранга изучаемого рудного объекта (рудный район, рудный узел, рудное поле, месторождение).

Полный цикл обработки и интерпретации результатов геохимических поисков включает в себя, по крайней мере, пять самостоятельных этапов:

1. Оценка статистических параметров распределения элементов в геохимическом поле;
2. Выделение в геохимическом поле аномалий путем вычисления нижней аномальной границы;
3. Определение природы и параметров геохимической аномалии – размеров, элементного состава, средних содержаний химических элементов, корреляционных связей, зональности, продуктивности, формационной принадлежности;
4. Оценка прогнозных ресурсов по геохимическим данным;
5. Разбраковка аномалий по степени перспективности и очередности их дальнейшего изучения.

1.1. Законы распределения случайных величин, используемые в практике геохимических работ

Обобщение большого цифрового материала, получаемого в результате геохимических работ (сотни-тысячи проб и до десятков тысяч элементо-определений) невозможно без применения математической обработки. Для получения однозначных геохимических показателей, количественно характеризующих тот или иной природный геологический объект (неизмененные горные породы, околорудные метасоматиты, геохимические ореолы и аномалии, рудные тела и т.д.), а также для объективного сравнения этих показателей с целью использования их сходства или различий для поисков месторождений полезных ископаемых требуется применение единой методики обработки геохимической информации. Такой методикой математической обработки геохимических данных является применение теории вероятностей и математической статистики.

Распределение химических элементов в любых геологических образованиях определяется генезисом этих образований. При этом на распределение элементов оказывает влияние множество причин, учесть которые бывает достаточно трудно. Поэтому даже в однородных неизмененных горных породах, не говоря уже об эндогенных ореолах или рудных телах, наблюдаются колебания (иногда очень значительные) от какой-то средней величины, характеризующей истинное среднее содержание данного химического элемента в изучаемом объекте. Однако с помощью статистической обработки почти всегда можно выявить количественные закономерности в распределении химических элементов в однородных геологических образованиях определить конкретные геохимические величины, характеризующие изучаемый объект.

Совокупность значений содержаний химического элемента, отражающая статистические закономерности его распределения в конкретном природном образовании (минерал, порода, вода, газ, органическое вещество), может быть названа *геохимической совокупностью*, которую можно было бы получить по результатам анализа бесконечно большого количества проб с бесконечно малым шагом опробования, охватывающих полностью всё изучаемое геологическое тело.

При геохимических исследованиях мы всегда имеем дело с результатами анализов ограниченного числа проб по конкретному геологическому объекту. Совокупность результатов этих анализов называется ***геохимической выборкой***.

Очень важно, что геохимическая выборка была однородной, то есть состояла из результатов анализов проб, отобранных из однородного геологического образования. *Например, при определении геохимического фона какого-либо химического элемента в конкретной горной породе на изучаемой площади в выборку отбираются результаты анализов только тех проб, которые принадлежат к неизмененной горной породе конкретного петрографического состава и возраста, отобранных и проанализированных в одинаковых условиях.*

Статистическая обработка данных геохимического опробования возможна только в том случае, когда удовлетворяется следующее выражение*:*

$$0{,}5n_1 + \sum n_i \geq 50\% \qquad (1)$$

где n_1 – количество проб с минимальным содержанием, выраженным конкретным числом (цифрой);

$\sum n_i$ – количество проб с содержанием выше, чем минимальное значение.

Для выяснения характерных геохимических закономерностей в распределении химических элементов в горных породах или других объектах необходимо сгруппировать исходные данные относительно какого-то признака. В противном случае, а часто вообще невозможно, выявить какую-либо статистическую закономерность в распределении исследуемой величины. В качестве такого признака обычно принимаются величины содержаний элементов в определенной горной породе, рассматриваемы в данном случае как случайные величины.

1.2. Группирование исходных данных

Эта операция обычно проводится по интервалам. Величины интервалов вбираются по возможности равными, исходя из условий, что можно без большой ошибки приравнять все содержания, попадающие в определенный интервал, к середине этого интервала и что для удобства статистической обработки величина интервала должна быть возможно большей. Однако при этом приходится руководствоваться первым условием, чтобы не терялись особенности характера распределения.

Желательно по возможности разделить выборку на 10-20 интервалов с числом в интервале не менее 5 единиц.

Для выбора величины интервала группирования можно воспользоваться эмпирической формулой:

$$K = (X_{max} - X_{min})/ 1 - 3{,}2 * \lg N \qquad (2)$$

где К – ширина интервала;

X_{max} и X_{min} – соответственно максимальное и минимальное содержание данного химического элемента в пробах изучаемой выборки;

N – количество проб в выборке.

Например, в выборке из 174 проб (таблица 1) максимальное содержание меди (X_{max}) – 0,020%, минимальное (X_{min}) – 0,001%. В этом случае по формуле (2) ширина интервала К = (0,020-0,001)/1+3,2 lg174 = 0,023%. Округляя можно принять ширину интервала равной 0,002 %.

Отсюда вся выборка может быть разбита на интервалы: 0,00-0,002 %; 0,002-0,004 %; 0,004-0,006%; 0,006-0,08 %; 0,008-0,010 %; 0,010-0,012 %; 0,012-0,014 %; 0,014-0,016 %; 0,016-0,018 %; 0,018-0,020 % (таблица 2). Для каждого из полученных интервалов таким образом устанавливаются нижняя и верхняя границы и затем рассчитывается среднее значение, называемое *серединой интервала*. Например, для интервала 0,018-0,020 % серединой интервала будет величина 0,019 %.

После установления границ, в каждый интервал включаются величины содержаний химического элемента большие нижней границы интервала и меньшие или равные верхней его границы. Для упрощения расчетов обычно результаты спектрального анализа переводят в целочисленные значения, кратные 10^{-2}%, 10^{-3} % или 10^{-4} % в зависимости от конкретных величин содержаний элемента. В этом случае приведенный в примере ряд содержаний будет выглядеть следующим образом: 1; 2; 3 … 20^{-3} %.

После разделения выборки на интервалы производится подсчет количества проб (n_i), попавших в тот или иной интервал и вычисление относительной частоты (встречаемости)

проб (Wi) в данном интервале. При подсчете количества проб, попавших в тот или иной интервал удобнее пользоваться так называемым методом «конверта» (десятичном ключе), что особенно важно при значительном объеме выборки.

Таблица 1

Результаты количественного спектрального анализа долерита одного из района на медь

№ пробы	Сод. n*10^{-3}%	№ пробы	Сод. n*10^{-3}%	№ пробы	Сод. n*10^{-3}%	№ пробы	Сод. n*10^{-3}%	№ пробы	Сод. n*10^{-3}%	№ пробы	Сод. n*10^{-3}%
1	**8**	*31*		1	**1**	1	**0**	21	**1**	51	
	1	*2*		2		2		22		52	**3**
	9	*3*		3	**5**	3		23		53	
	6	*4*	**1**	4		4	**1**	24	**4**	54	**2**
	13	*5*		5	**1**	5		25		55	
	5	*6*		6		6		26		56	
	8	*7*		7	**2**	6		27		57	**0**
	10	*8*		8		8	**0**	28	**0**	58	
	2	*9*		9	**3**	9		29		59	
0	**6**	*0*		0		00	**6**	30	**5**	60	**5**
1	**7**	*1*	**1**	1	**2**	01		31		61	
2	**17**	*2*		2		02		32		62	**0**
3	**5**	*3*	**2**	3	**1**	03		33		63	
4	**12**	*4*		4		04		34	**3**	64	**4**
5	**8**	*5*	**3**	5	**4**	05	**0**	35		65	
6	**9**	*6*		6		06		36	**0**	66	
7	**7**	*7*	**2**	7		07	**2**	37		67	
8	**10**	*8*		8		08		38		68	**2**
9	**15**	*9*		9	**7**	09	**2**	39	**3**	69	
0	**9**	*0*	**0**	0		10		40		70	**0**
1	**11**	*1*		1	**2**	11	**0**	41	**6**	71	
2	**8**	*2*	**6**	2		12		42		72	
3	**1**	*3*	**0**	3	**4**	13		43	**1**	73	
4	**7**	*4*		4		14		44		74	
5	**8**	*5*	**5**	5	**0**	15		45			
6	**7**	*6*		6		16		46	**0**		
7	**4**	*7*	**0**	7	**1**	17	**8**	47			
8	**6**	*8*		8		18		48	**7**		

9	**18**	*9*	**2**	9		19	**0**	49			
0	**7**	*0*		0		20		50	**1**		

Затем подсчитывается общее число проб, включенных в каждый интервал (n_i) и определяется относительная частота (W_i), соответствующая каждому интервалу по формуле:

$$W_i = (n_i / N) \times 100\ \% \qquad (3)$$

где W_i – относительная частота в % для i- интервала;

n_i – число проб в i-ом интервале;

N – общее число проб в выборке.

Сумма относительных частот всех интервалов должна быть равна 100 %.

В качестве примера (Табл. 2) можно привести группирование содержаний меди в долеритах из таблицы 1.

Таблица 2

Результаты группирования содержаний меди в долеритах

№№ пп.	Интервалы содержаний в $n*10^{-3}$%	Отметки	Кол-во проб с данным содержанием (n_i) в шт.	Относительная частота (W_i) для интервалов	Накопленные относительные частоты для интервалов, в %
1	0-2		6	3,44	3,44
2	2-4		13	7,50	10.94
3	4-6		25	14,36	25,30
4	6-8		48	27,58	52,86
5	8-10		36	20,70	73,58
6	10-12		22	12,62	86,20
7	12-14		10	5,76	91,96
8	14-16		8	4,60	95,56
9	16-18		5	2,87	99.43
10	18-20		1	0,57	100,00
			N= 174	$\sum$ = 100 %	

После группировки содержаний по интервалам для выяснения закономерностей распределения химических элементов строятся гистограммы или вариационные (дифференциальные) кривые.

1.3. Построение гистограмм и вариационных кривых

Гистограммы используются для представления изучаемой выборки в графическом виде. При их построении частоту каждого интервала делят на его длину и полученное число берут в качестве высоты прямоугольника, основание которого равно величине интервала. Часто за высоту прямоугольника берется количество проб в данном интервале или соответственные относительные частоты. Пример приведен на рис. 1.

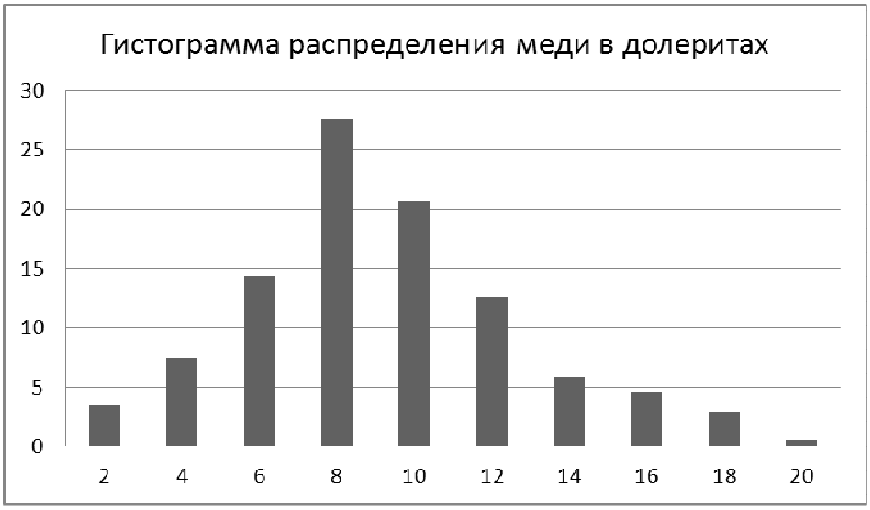


Рис. 1. Гистограмма распределения меди в долеритах. По оси абсцисс – интервалы содержаний меди в %, по оси ординат – относительные частости.

Если соединить серединки вершин каждого прямоугольника представленной гистограммы, то получится кривая линия, которая является функцией или законом распределения исследуемой величины «X» и называемая *вариационной кривой*.

Вариационные (дифференциальные) кривые распределения могут строиться и без составления гистограммы. Делается это аналогичным способом: по оси абсцисс откладываются интервалы содержаний в порядке из возрастания, по оси ординат – частости ($\mathbf{n_i}$) или чаще относительные частости ($\mathbf{W_i}$) в процентах в пропорциональном масштабе. Из середины каждого интервала к оси абсцисс мысленно восстанавливается перпендикуляр, равные по величине (высоте) относительной частости. Вершина перпендикуляра отмечается на графике точкой. Точки

1.3.1. Типы кривых распределения, наиболее часто встречающиеся в практике геохимических работ

Кривые распределения могут иметь бесконечное разнообразие форм, те не менее в практике геохимических поисков наиболее часто встречаются пять основных типов вариационных кривых распределения химических элементов (и минералов) в горных породах (рис. 2).

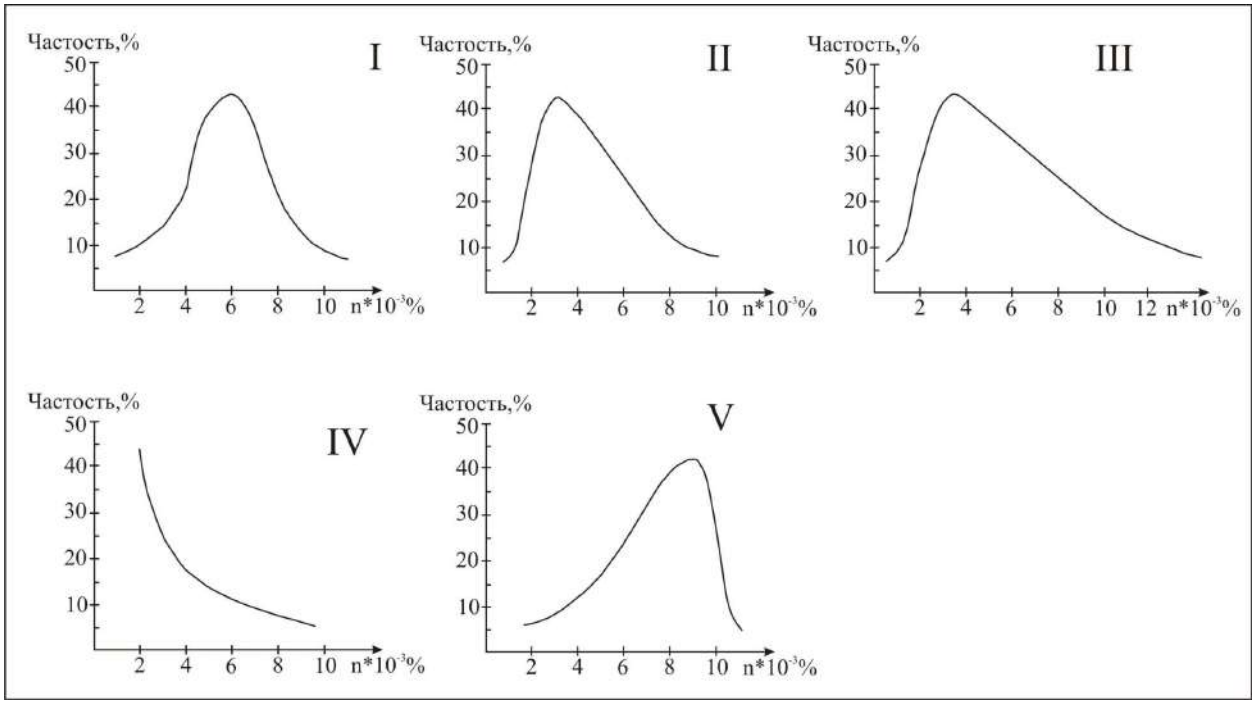


Рис. 2. Основные типы вариационных кривых, встречающихся в практике геохимических работ (по М.И. Толстому, 1964 [11]).

I тип кривых описывается нормальным законом распределения вероятностей и геохимически соответствует равномерному распределению элемента в минералах и горных породах.

Для кривых **II типа**, описываемых логнормальным законом распределения, характерно неравномерное распределение элемента в минералах, распределенных в породе равномерно, или наоборот неравномерное распределение минералов при равномерном распределении в них элемента.

Нормальный и логнормальный законы распределения элементов в минералах и горных породах встречаются наиболее часто и широко используются при статистических методах обработки данных опробования. Однако довольно часто эмпирические вариационные кривые или данные расчетов не укладываются в рамки нормального или логнормального распределения, имея положительную асимметрию, превышающую асимметрию логнормального распределения. В этом случае кривые приобретают вид типа III, чему нередко соответствует неравномерное распределение элементов в минералах, распределение которых также неравномерно, или же имеет место наложение на первичное распределение последующих процессов привноса или перераспределения этого элемента.

IV тип кривых появляется в том случае, когда аналитические возможности из-за низкой чувствительности не позволяют достоверно определять содержания элемента, находящегося в породе в кларковых или близких к ним количествах

Вариационные кривые с отрицательной симметрией (**V тип**) характерны для некоторых породообразующих (литофильных) элементов, а также для распределений элементов в породах, подвергшихся процессам выщелачивания.

Таким образом, породообразующие элементы в основном подчиняются нормальному закону распределения и характеризуются I типом вариационных кривых и редко V типом. Элементы рудные и рассеянные главным образом распределяются согласно логнормальному

закону (II тип вариационных кривых) и реже характеризуются III типом вариационных кривых.

Следует помнить, что возможности определения закона распределения химических элементов в породах путем статистической обработки результатов геохимического опробования или путем соответствующих графических построений в значительной степени зависят от полноты исходных данных, которая в свою очередь находится в прямой зависимости от чувствительности аналитического метода определения элемента в пробе.

Рассмотрим теперь основные особенности законов распределения элементов в породах и правила расчетов основных статистических параметров, используемых при интерпретации геохимических полей и аномалий.

1.3.2. Нормальный закон распределения

Во многих случаях эмпирические распределения, с которыми приходится иметь дело в практике геохимических исследований, выражается кривыми симметричной или слабо асимметричной формы, относящимся к типу так называемых *нормальных кривых*.

Нормальное распределение имеет место тогда, когда действует большое число независимых или слабо зависимых случайных причин, играющих роль при образовании конкретной случайной же величины (в частном случае – содержания химического элемента в определенной точке пространства, занимаемого исследуемым геологическим объектом). Если резко преобладает одна из случайных причин, то распределение обычно соответствует логнормальному (логарифмически-нормальному) или какому-либо другому распределению.

Функция распределения случайной величины, являющаяся аналитическим выражением, описывающим кривую распределения в выбранной системе координат, характеризует вероятность попадания определенной случайной величины (содержания химического элемента в пробе) в тот или иной интервал содержаний. Поэтому дифференциальные кривые могут быть названы *кривыми плотности вероятности.*

Нормальное распределение является непрерывным распределением с плотностью вероятности

$$J(x) = 1/\delta\sqrt{2\pi} * e^{-(x-\mu)^2/2\delta^2} \quad , (4)$$

где x- значение случайной величины;

μ – математическое ожидание случайной величины;

δ^2 – дисперсия случайной величины.

Математическим ожиданием случайной величины называется сумма произведений всех возможных значений случайной величин на вероятность появления этих значений или, другими словами, некоторое среднее, вокруг которого группируются все возможные значения случайной величины на числовой оси (см. Руководство по математическим пересчетам… 1965). Это истинное содержание элемента в исследуемой геохимической совокупности. Его точную величину в большинстве случаев установить невозможно и судить о ней приходится по приближенной характеристике, получаемой из геохимической выборки. Эта приближенная характеристика называется оценкой математического ожидания или ***выборочной средней***.

Выборочная средняя равна среднему арифметическому содержанию (x) и определяется по формуле:

$$X = 1/N * \sum x_i \quad (5)$$

где x_i – содержание элемента в отдельных пробах (середин интервалов содержаний в выборке);

N – общее количество проб в выборке.

В качестве меры вершинности эмпирических кривых распределения, отличающихся от теоретических нормальных кривых, обычно используется показатель, называющийся *эксцессом* (Е). Эксцесс определяется по формуле:

$$E = m_4/S^4 - 3 \quad , \quad (8)$$

где m_4 – выборочный момент четвертого порядка, вычисляемый по формуле:

$$m_4 = [\sum([x_i - x)^4] / N \quad (9)$$

При нормальном законе распределения эксцесс равен нулю, поскольку в этом случае, отношение $m_4/ S^4 = 3$.

Построение интегральных кривых

Графически нормальную функцию распределения случайной величины можео изобразить и в виде **интегральной кривой**, часто называемой *кривой накопления* или ***кумулятивной кривой.***

Построение кумулятивной кривой производится следующим образом. По оси абсцисс откладываются интервалы содержаний, на которые разделена выборка; по оси ординат – накопленные частоты (частности) для каждого интервала. Вычисление накопленных частот для каждого интервала производится суммированием частот предыдущих интервалов плюс частота данного интервала (см. табл. 2).

Исходной точкой интегральной кривой является 0, конечной 100 %. Середина кривой, соответствующая накопленной частоте в 50% называют медианой (Ме). Для теоретического нормального распределения мода (Мо) и медиана (Ме) равны.

Дисперсия является мерой рассеяния содержаний элемента вокруг математического ожидания. Приближенной оценкой истинной дисперсии (δ^2) является выборочная (эмпирическая) дисперсия S^2, которая вычисляется по формуле:

$$S^2 = \sum(x_i - x_{ср})^2/(N-1) \quad (6)$$

Мерой рассеяния содержаний элемента вокруг выборочной средней является также *среднее квадратичное отклонение* S, которое представляет собой корень квадратный из выборочной дисперсии S^2. Иногда среднее квадратичное отклонение называют *стандартным отклонением* или *стандартом*.

В качестве относительной характеристики величины рассеяния часто используют коэффициент вариации (V), определяемый по формуле:

$$V = S/x_{ср} * 100\ \% \quad (7)$$

При нормальном распределении кривая симметрична относительно *моды*, под которой понимается абсцисса максимума этой кривой. Мода показывает наиболее часто встречаемое содержание элемента в исследуемой выборке и ***для нормального закона распределения мода равна среднему содержанию элемента.***

Часто в практике работ бывает нужно сравнить однотипные по степени однородности математические выборки между собой по их внешнему виду (островершинные с крутопадающими крыльями, сглаженные с пологими крыльями и т.д.), в особенности при равных значениях моды (М). Следует помнить, что вид кривой и ее крутизна зависят от величины среднего квадратического отклонения (δ). Чем больше среднее квадратическое отклонение, тем положе кривая и наоборот (рис. 3).

1.2.3. Логнормальное (логарифмически-нормальное) распределение

Как отмечалось выше, в практике геохимических работ очень часто встречаются асимметричные кривые распределения. Если вершина кривой сдвинута влево (рис. 3, типы II и III), то асимметрия считается положительной (+А), если вправо (рис 3, тип V)- отрицательной (-А). Во многих случаях эмпирические кривые с положительной асимметрией хорошо согласуются с так называемым логарифмически нормальным законом распределением. Характерным свойством последнего является изменение формы асимметричной дифференциальной кривой, построенной по интервалам содержаний сгруппированной выборки, на симметричную форму, если в качестве случайной величины использовать не содержания химического элемента, а их логарифмы. Таким образом, *логнормальное распределение есть не что иное, как нормальное распределение логарифмов содержаний элементов.* Отсюда следует вывод, что логнормальное распределение обладает всеми свойствами распределения нормального.

Функция распределения плотности вероятности для логнормального закона распределения равна:

$$Y(y) = 1/(\sigma\sqrt{2\pi})* e \qquad (10)$$

где y- lgX, то есть y – значение логарифма случайной величины X;

μ- математическое ожидание случайной величины y ;

σ^2 – дисперсия случайной величины y.

Для логнормального распределения оценкой математического ожидания является среднее арифметическое логарифмов содержаний

$$lgX = 1/N * \sum lgX_i \qquad (11)$$

где lgX_i – частные значения логарифмов содержаний;

N – общее количество проб в выборке.

Приближенной оценкой дисперсии (σ^2) является выборочная дисперсия S^2_{lg}, определяемая по формуле:

$$S^2_{lg} = 1/(N-1)* \sum(lgX_i - lgXcp) \qquad (12)$$

Среднее квадратическое отклонение равно

$$S_{lg} = \sqrt{S^2_{lg}} \qquad (13)$$

Коэффициент вариации для догнормального распределения определяется выражением

$$V = \sqrt{10^{S2lg}} -1 \qquad (14)$$

Величину интервала группирования при логнормальном распределении можно получить из выражения:

$$K = (\lg x_{max} - \lg x_{min}) / (1 + 3{,}2 \lg N) \qquad (15)$$

Построение вариационных кривых проводится так же, как и для нормального распределения, только по оси абсцисс откладываются равные интервалы в содержаниях, равным их логарифмам.

Теоретическая кривая логнормального распределения должна быть симметричной (т.е. ее асимметрия и эксцесс должны быть равны нулю.)

Интегральная (кумулятивная) кривая логнормального распределения определяется выражением:

$$\Phi_{(y)} = \qquad (16)$$

Построение ее аналогично нормальному закону, только используются относительные накопленные частости для равных интервалов логарифмов или неравных интервалов соответствующих им содержаний. Как и вариационную кривую, кумулятивную лучше отстраивать на специальной вероятностной бумаге.

2.ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОХИМИЧЕСКОГО ФОНА И АНОМАЛЬНЫХ СОДЕРЖАНИЙ

Перейдем к определению других статистических параметров геохимических полей и аномалий. Сделать это можно как графическим, так и расчетным методами, но в обоих случаях только после составления выборок и решения вопроса о законе распределения данных в объеме этих выборок. Менее затратным по времени обработки данных является графический метод, поэтому в практике геохимических работ определение геохимического фона и аномальных содержаний в большинстве случаев производится графическим способом.

2.1. Определение геохимического фона и аномальных содержаний при нормальном распределении

Одним из графических методов является построение вариационной кривой, с которой снимаются параметр распределения - мода (Mo) и стандартное отклонение (S). Методика построения описана в главе 1.

Если построенная вариационная кривая симметрична и имеет колоколообразную форму, то можно предположить, что она согласуется с нормальным законом распределения. В этом случае в качестве оценки «математического ожидания» или «выборочного среднего» (x) принимается модальное значения содержаний (Mo).

Среднее квадратическое (стандартное) отклонение (S) определяется следующим образом (рис. 4). Максимальная ордината кривой, соответствующая модальному значению содержаний, делится на 10 (десять) равных частей и через точку 0,6 максимальной ординаты (считая от оси абсцисс) проводится линия параллельная оси абсцисс, до пересечения с левой и правой частью графика вариационной кривой. Величина S равна разнице между абсциссой точки пересечения с правой ветвью кривой и модой или же разнице между модой и абсциссой точки пересечения с левой ветвью вариационной кривой. Таким образом, S равно половине ширины вариационной кривой на уровне 0,6 ее максимальной ординаты.

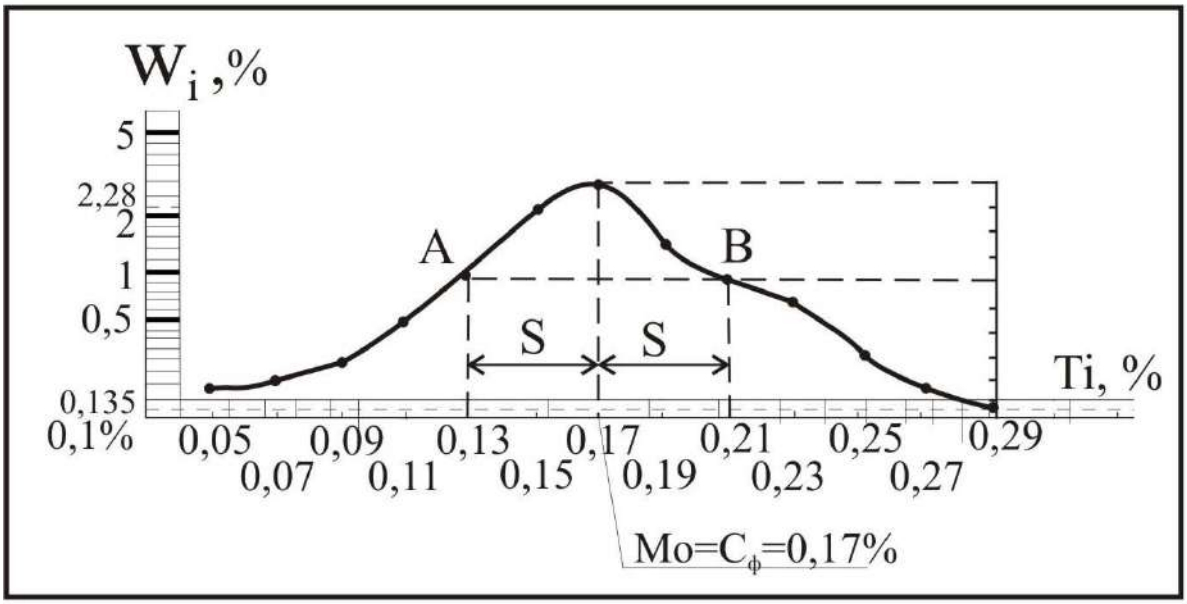


Рис. 3. Определение среднеквадратического отклонения по вариационной кривой распределения при нормальном законе распределения (задание №).

Погрешность определения выборочной средней (x) с вероятностью 0,95 (т.е. с 5%-ным уровнем значности – q) рассчитывается по формуле:

$$\pm\lambda_{5\%} = 1{,}96S/\sqrt{N} \qquad (17)$$

При нормальном законе распределения за значение геохимического фона (Сф) принимается среднее арифметическое (x) из содержаний элемента в данной выборке, определяемое модой по вариационной кривой.

При определении аномальных содержаний используется стандартное отклонение (S), снимаемое с той же с той же вариационной кривой. За нижнее значение аномального содержания для единичных проб принимается величина

$$Ca \geq Cф + 3S \qquad (18)$$

Для выделения слабых геохимических аномалий, которые часто являются проявлением геохимических ореолов скрытых или глубоко залегающих рудных тел, по нескольким коррелирующимся по пространственному положению или структурно-геологической позиции точкам с повышенными относительно геохимического фона содержаниями (но ниже Ca ≥ Сф + 3S) обычно используют более общую формулу минимального аномального содержания:

$$Ca = Cф + 3S/\sqrt{m} \qquad (19)$$

где m – число коррелирующихся точек с повышенным относительно фона содержанием изучаемого элемента, причем m ≤ 9.

При построении литогеохимических карт и геохимических разрезов обычно используются три величины аномальных содержаний, характеризующих различную степень вероятности выделения геохимических аномалий:

$Ca_1 = Cф + S$ (вероятность аномальности - 84,13%), (20)

$Ca_2 = Cф + 2S$ (вероятность – 97,72 %) (21)

$Ca_3 = Cф + 3S$ (вероятность – 99,86 %) (22)

В практике геохимических поисков иногда встречаются так называемые «отрицательные» аномалии, связанные с выносом некоторых химических элементов при гидротермально-метасоматических, сопровождающих оруденение. В ряде случаев эти отрицательные аномалии могут иметь важное поисковое значение. Выделение подобных аномалий проводится аналогично обычным (положительным) аномалиям, только со знаком «минус». Например, $Ca_1 = Cф - S$. Общая формула для выделения «отрицательных аномалий по нескольким пространственно коррелирующимся точкам имеет следующий вид:

$$Ca = Cф - 3S/\sqrt{m} \quad (23)$$

где m – число коррелирующихся точек с пониженным относительно фона содержаний изучаемого элемента, причем $m \leq 9$.

При $m > 9$ в формулах (19) и (23) m принимается равным 9, и тогда они приобретают вид:

$$Ca = Cф + 3S/\sqrt{9} = Cф + S \quad \text{или} \quad Ca = Cф - 3S/\sqrt{9} = Cф - S,$$

с вероятностью выделения аномалий 84,13 %.

Если же в формулы (19) и (23) подставить $m > 9$, то величина Ca, приближаясь к Cф, становится неопределенной, и выделяются аномалии с очень малой вероятностью. Это может привести к выделению и оконтуриванию огромного количества ложных аномалий, связанных с вариациями геохимического фона, на проверку (заверку) которых могут быть безрезультатно затрачены большие средства.

После определения геохимического фона и величин аномальных значений результаты анализа геохимических проб выносятся на карты фактического материала в масштабе съемки ил на геологические разрезы (поэлементно и путем интерполяции производится оконтуривание геохимических ореолов по величинам Ca_1, Ca_2, C_3 …C_n. Аналогично проводится оконтуривание «отрицательных» аномалий.

Следует иметь в виду, что нередки ситуации, когда имеются пробы или пространственно сближенные группы проб с содержанием выше фонового, но ниже аномального (на уровне Ca_3). Выделение всех таких аномалий может привести к большим непроизводительным затратам (каждая аномалия должна быть оценена посредством горных или буровых работ) и, наоборот, игнорирование таких проб может привести к пропуску рудных зон скрытого или погребенного типа с очень слабым по интенсивности и/или небольшими по размерам геохимическими ореолами на поверхности (на уровне «представительного горизонта»). В каждом конкретном случае отнесение таких проб к аномальным или фоновым следует производить по обобщенной формуле:

$$\mathbf{Ca = Cф \pm 3S/\sqrt{m}} \quad (24)$$

2.2. Определение геохимического фона и аномальных содержаний при логнормальном распределении

В случае, если эмпирическая вариационная кривая, построенная по равным интервалам содержаний, имеет положительную симметрию, то она может быть перестроена в логарифмическом масштабе. Покажем это на конкретном примере.

Например, имеем геохимическую выборку из 120 проб (табл. 3), характеризующую содержание кобальта в неизмененных андезитах одного из районов Урала по данным приближенно количественного спектрального анализа (Чесноков, Грязнов, 1982).

Таблица 3

Выборка содержаний кобальта в неизменных андезитах

№№ пп	Содержание Co в n*10^{-4}% (X_i)	Логарифмы содержаний (lgx_i)	Количество проб (n_i)	Относительные частоты (Wi)
1	1,5	0,176	2	1,67
2	2	0,301	3	2,50
3	3	0,477	4	3,33
4	4	0,602	5	4,16
5	5	0,699	8	6,66
6	6	0,776	11	9,20
7	8	0,903	15	12,50
8	10	1,00	24	20,00
9	15	1,176	23	19,15
10	20	1,301	14	11,67
11	30	1,477	5	4,16
12	40	1,602	3	2,50
13	50	1,699	2	1,67
14	60	1,778	1	0,83
			N = 120	∑ =!00%

Определим величину интервала группирования по формуле:

$K = (x_{max} - x_{min})/(1+3{,}2 \lg N) = (60-1{,}5) / 7{,}6 \approx 8*10^{-4}\%$ (25)

Пользуясь полученной величиной интервала, сгруппируем выборку (табл. 4).

Таблица 4

Сгруппированная выборка содержаний кобальта в неизменных андезитах

№№ пп	Интервалы группирования K_i (n*10^{-4}%)	Середины интервалов K_i	Количество проб N_i	Относительные частоты Wi (%)
1	0-8	4	48	40,02
2	8-16	12	47	39,15
3	16-24	20	14	11,67
4	24-32	28	5	4,16
5	32-40	36	3	2,50
6	40-48	44	0	0,00
7	48-56	52	2	1,67
8	56-64	60	1	0,83
			N= 12	∑ =!00%

По данным таблиц 3 и 4 построены вариационные кривые. В обоих случаях получились асимметричные вариограммы с положительной асимметрией, показывающие, что распределение кобальта в андезитах не согласуется с нормальным законом.

Чтобы проверить не согласуется ли это эмпирическое распределение элемента в андезитах с логнормальным законом распределения, построим вариационные кривые кобальта, заменив по оси абсцисс интервалы содержаний интервалами логарифмов. Затем определяем величину интервала группирования по формуле:

$K = (\lg x_{max} - \lg x_{min}) / (1+3{,}2 \lg N) = (1{,}778-0{,}176) / (1+3{,}2*\lg 120) = 0{,}21$ (26)

По аналогии с первым примером, по вычисленной величине *к* сгруппируем эту выборку (табл. 5)

Таблица 5

Сгруппированная выборка содержаний кобальта в андезитах для проверки логнормального закона

№№ пп	Интервалы группирования логарифмов (lgx_i)	Середины интервалов ($lg\ x_i$)	Соответствующие интервалы в содержаниях ($n*10^{-4}$ %)	Количество проб в интервале (n_i)	Относительные частоты (Wi) %
1	0,0-0,21	0,105	1,00-1,62	2	1,67
2	0,21-0,42	0,315	1,62-2,60	3	2,50
3	0,42-0,63	0,525	2,60-4,30	9	7,49
4	0,63-0,84	0,735	4,30-6,90	19	15,86
5	0,84-1,05	0,945	6,90-11,2	39	32,50
6	1,05-1,26	1,155	11,2-18,2	23	19,15
7	1,26-1,47	1,365	18,2-29,6	14	11,67
8	1,47-1,68	1,575	29,6-48,0	8	6,66
9	1,68-1,89	1,785	48,0-78,0	3	2,50
				N=120	∑ =!00%

По данным таблиц 5 и 3 построены вариационные кривые по внешнему виду которых (кривые симметричны и имеют колоколообразный вид) можно предположить, что распределение логарифмов содержаний элемента (Co) подчиняется нормальному закону, или, другими словами – содержание кобальта в андезитах согласуется с логнормальным законом.

Поскольку логнормальный закон есть не что иное, как нормальный закон распределения логарифмов содержаний, его параметры находятся (рассчитываются) аналогично параметрам нормального закона распределения (см. раздел 2.1). При этом фоновые и аномальные значения получают, пользуясь таблицей антилогарифмов или с помощью логарифмической линейки и формулам. Для положительных геохимических аномалий это будут:

$lgCa_1 = lgX + lgS$; $lgCa_2 = lgX + 2lgS$; $lgCa_3 = lgX + 3lgS$

а для аномалий отрицательных:

$lgCa_1 = lgX - lgS$; $lgCa_2 = lgX - 2lgS$; $lgCa_3 = lgX - 3lgS$.

Однако построение вариационных кривых логарифмов содержаний довольно громоздко и связано с вычислением логарифмов для каждого конкретного содержания, поэтому проще строить вариационные кривые пользуясь конкретными содержаниями, отложенными в логарифмическом масштабе при выбранной величине основания логарифма Удобно при этом пользоваться специальным бланком, где имеется и обычный масштаб для построения кривых нормального распределения и логарифмический масштаб .

Построение вариационных (дифференциальных) кривых распределения содержаний химических элементов и других величин нашло широкое применение в геологических, геохимических и геофизических исследованиях. Эти кривые позволяют выявлять особенности распределения изучаемых величин и в ряде случаев делать генетические выводы. Однако при этом часто допускается субъективный подход, кривые могут иметь сложный вид и не всегда поддаются однозначной интерпретации. Поэтому в практике геохимических поисковых работ для определения фоновых и аномальных содержание используется графический ***метод построения интегральных (кумулятивных) графиков***,

рекомендуемый «Инструкцией по геохимическим методам поисков рудных месторождений» (1965, 1989 и др. выпуски).

2.3. Использование интегральных графиков

Техника построения интегральных (кумулятивных) кривых (графиков) описана в главе 1. При использовании по оси ординат линейного масштаба интегральная кривая плавно возрастает от 0 до 100 % с перегибом в точке с ординатой 50 %. Абсцисса этой точки называется ***медианой*** (Me).

Если для построения графика интегральной функции распределения воспользоваться специальной вероятностной бумагой (*т.н. «трафарет Н.К. Разумовского»*), то график соответствующей теоретически нормальному распределению, выразится в виде прямой линии, то есть все точки, характеризующие накопленные частоты содержаний, должны лежать на одной линии. Это свойство интегральных графиков широко используется в практике геохимических поисковых работ для графического определения закона распределения и его параметров.

Если все точки графика лежат на одной линии, то можно сделать вывод о соответствии проверяемого эмпирического распределения с теоретическим (нормальным или логнормальным в зависимости от нулевой гипотезы) и по графику – определить параметры распределения.

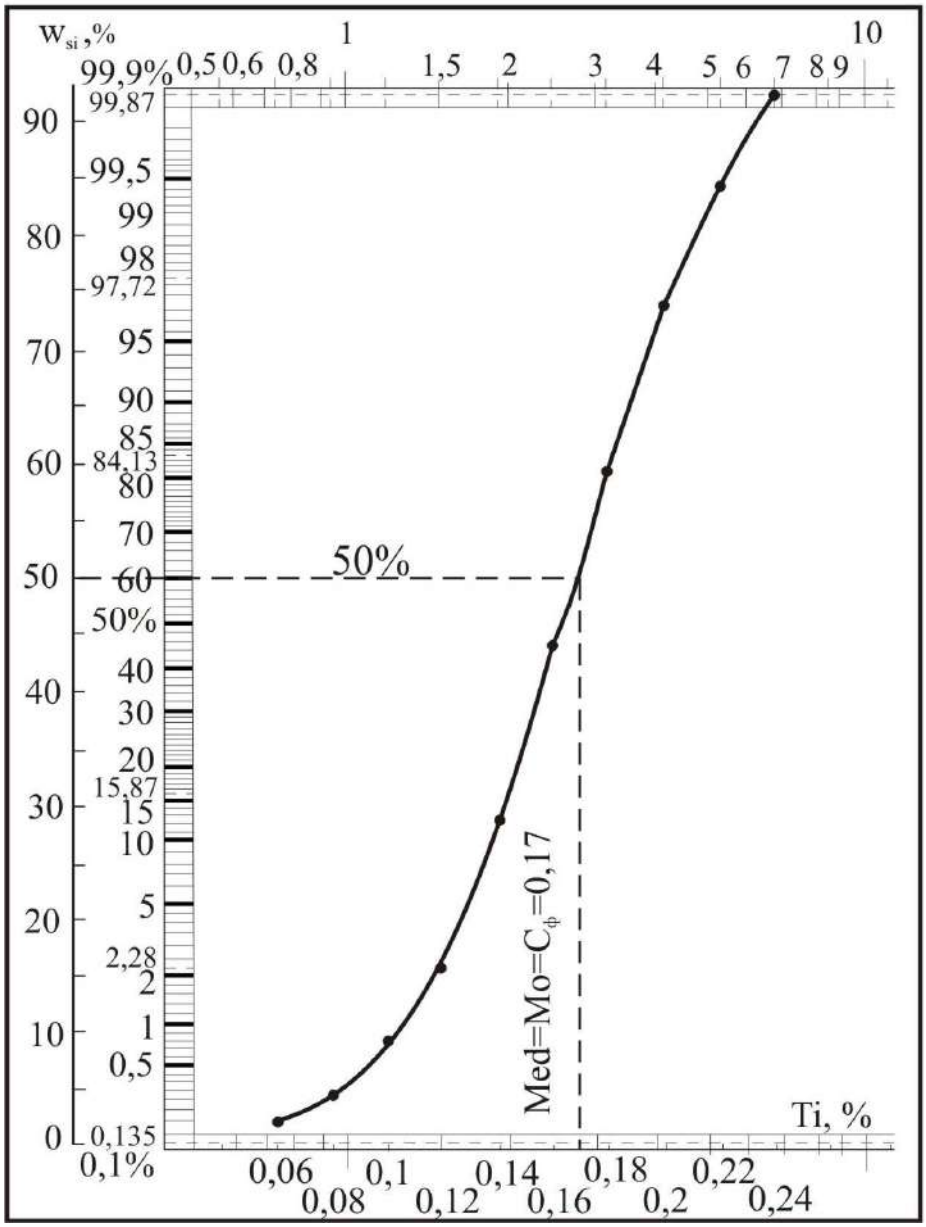


Рис. 7. Интегральный график распределения титана в горнблендитах.

В тех случаях, когда точки накопленных частот не лежат на одной линии, проводится осредняющая линия. *Проверка соответствия* эмпирического распределения предполагаемому теоретическому закону производится с помощью *критерия Колмогорова*

$$\lambda = \Delta Y_{max} * \sqrt{N} / 100 \quad , \qquad (27)$$

где λ – критерий Колмогорова;

ΔY_{max} –наибольшее отклонение (в %) эмпирических точек накопленных частот от осредняющей прямой или разность ординат наиболее отходящей эмпирической точки и соответствующей точки на осредняющей прямой;

N – количество проб в выборке.

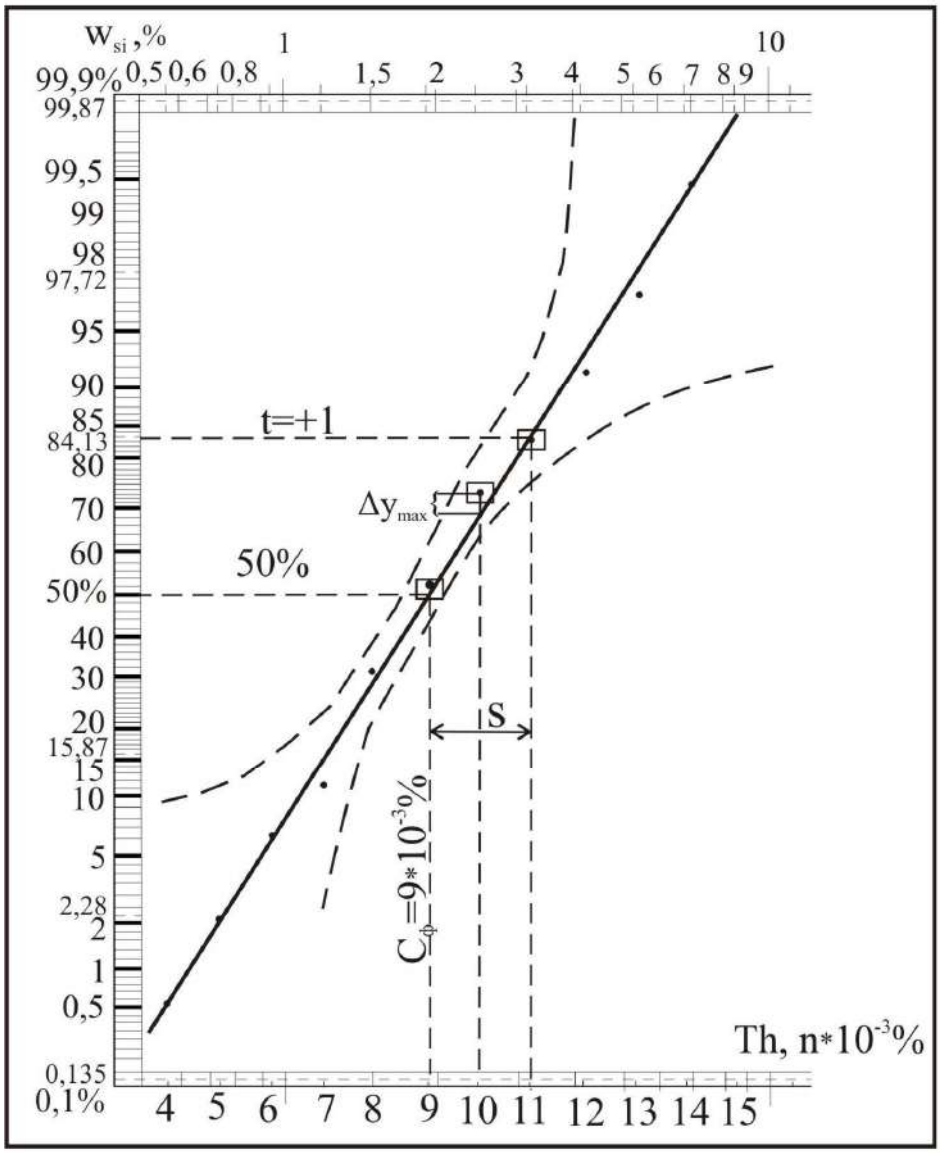


Рис.8. Интегральный график нормального распределения тория в гранитах

Если $\lambda \leq 1{,}35$, то критерий Колмогорова указывает, что отклонение эмпирических точек от осредняющей прямой случайно и рассматриваемая совокупность удовлетворительно описывается проверяемым теоретическим распределением (с вероятностью ≥ 95 %). В том случае, когда рассчитанная величина $\lambda > 1{,}35$, следует сделать вывод о несоответствии эмпирического распределения теоретическому.

После установления соответствия эмпирического распределения принятому теоретическому, определяются его параметры.

При нормальном распределении мода (Мо), медиана (Ме) и среднеарифметическое (Х) равны, поэтому определив медианное значение содержания химического элемента, получаем один из параметров распределения. Напомним, что медиана определяется абсциссой точки пересечения осредняющей прямой с линией 50 % по оси ординат. ***Эта же величина принимается за фоновое содержание (Сф)*** данного химического элемента в изучаемой породе.

Стандартное отклонение (S) также определяется графически по разнице абсцисс точек пересечения осредняющей прямой с линией 50% и линией 84,3 % .

Зная Сф и S и пользуясь ранее приведенными формулами (20, 21, 22, 23), можно рассчитать с различной вероятностью аномальные значения содержания для выделения как положительных, так и отрицательных аномалий.

В тех случаях, когда при построении интегральных графиков эмпирических распределений случается большой разброс точек, затрудняющий проведение осредняющей прямой, для этой цели можно также использовать критерий Колмогорова. Для этого по обе стороны от точек накопленных частостей эмпирического распределения откладывают вертикальные отрезки, вычисляемые по формуле:

$$\Delta y_{max} = 1{,}35/\sqrt{N} \bullet 100\ \%. \qquad (28)$$

Концы этих отрезков соединяют плавными кривыми, ограничивающими область, в середине которой проводится осредняющая прямая. Если такую прямую провести невозможно, то следует сделать вывод, что эмпирическое распределение не согласуется с предполагаемым теоретическим.

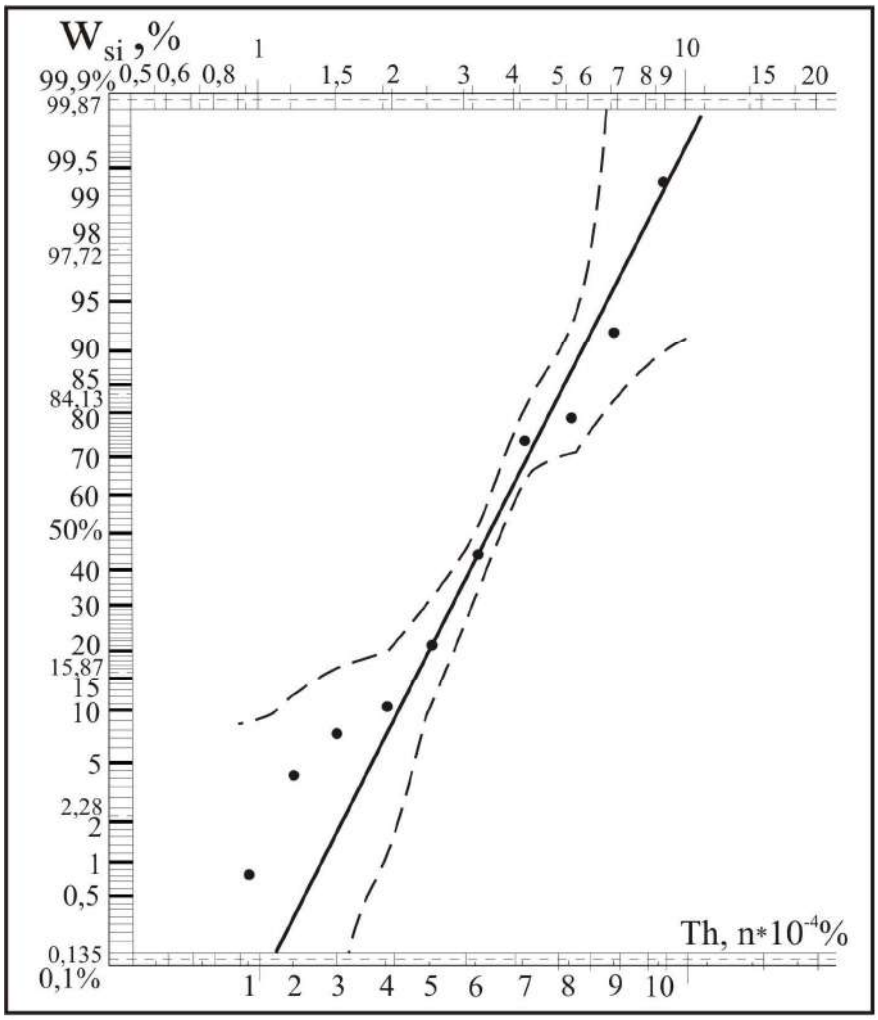


Рис. 9. Интегральный график нормального распределения тория в габбро

Предположим, что при проверке соответствия эмпирического распределения тория в габбро (выборка 225 проб) нормальному закону, разброс точек интегрального графика оказался очень большим (рис. 9). Вычислим величину Δy_{max} для выборки из 225 проб.

$$\Delta y_{max} = 1{,}35/\sqrt{225} \bullet 100\ \% = 9\ \%.$$

Отложив вертикальные отрезки величиной 9 % вверх и вниз от эмпирических точек и соединив их концы плавными линиями, получим поле, в котором удовлетворяется критерий Колмогорова. Примерно посредине этого поля проведем осредняющую прямую (рис. 9). Отклонения эмпирических точек от осредняющей линии находятся в допустимых пределах, поэтому можно сделать вывод, что распределение тория в габбро не противоречит нормальному закону распределения (Med= Сф= $6,2 \bullet 10^{-4}$ % Th, S= $1,8 \bullet 10^{-4}$ %).

1.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЛОГНОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Построение интегральных графиков при проверке соответствия эмпирического распределения логнормальному закону производится аналогичным образом, только по оси абсцисс используется логарифмический масштаб (сплошные линии с вынесенными содержаниями в верхней части вероятностного трафарета).

В качестве примера приведем результаты группирования содержаний Cu в делювиальных отложениях метабазальтов, определенных спектральным приближенно-количественным анализом (табл. 11).

При использовании результатов приближенно-количественного спектрального анализа следует иметь в виду дискретность получаемых содержаний химических элементов, хотя в природе распределение содержаний химических элементов имеет непрерывный характер. К примеру, по данным спектрального анализа мы получаем содержания $1 \bullet 10^{-3}$ %; $2 \bullet 10^{-3}$ %, $3 \bullet 10^{-3}$ % и т.д., каждое из этих значений является центром интервалов, в который попадают с равной вероятностью ближайшие несколько большие или меньшие значения содержаний.

Например:

$1 \bullet 10^{-3}$ % 0,9; 1,0; 1,1; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5;

$2 \bullet 10^{-3}$ %, 1,6, 1,7; 1,8; 1,9; 2,0; 2,1; 2,2; 2,3; 2,4; 2,5;

$3 \bullet 10^{-3}$ % 2,6; 2,7; 2,8; 2,9; 3,0; 3,1; 3,2; 3,2; 3,3; 3,4; 3,5 и т.д.

При построении интегральных графиков точки накопленных частостей мы определяем по конкретным данным результатов спектрального анализа, т.е. $1 \bullet 10^{-3}$ %; $2 \bullet 10^{-3}$ %, $3 \bullet 10^{-3}$ % и т.д. таким образом, искажается истинное природное распределение элемента. Так, например, в интервал накопленных частостей ≤ $2 \bullet 10^{-3}$ % попадают содержания > $2 \bullet 10^{-3}$ % (2,1; 2,2; 2,3; 2,4; 2,5). Чтобы избежать подобной ошибки вычисляется так называемая исправленная частость. Для этого полученная обычным способом частость (Wi) делится пополам, половина ее относится к данному содержанию, вторая половина относится к следующему по возрастанию.

Например, в таблице число проб содержанием Cu = $2 \bullet 10^{-3}$ % составляет 15 (относительная частота 4, 69 %), мы имеем право предположить, что половина из этих проб имеет истинное содержание ≤ $2 \bullet 10^{-3}$ %, вторая половина > $2 \bullet 10^{-3}$ %, но <$3 \bullet 10^{-3}$ %, поэтому относим 7 проб (2,34 %) к интервалу ≤ $2 \bullet 10^{-3}$ %, а 8 проб (2,35 %) к интервалу ≤ $3 \bullet 10^{-3}$ %. Таким образом, исправленная частость вычисляется для всех конкретных содержаний элемента, имеющихся в исследуемой выборке.

Второй причиной необходимости вычисления исправленных частостей является наличие «любимых» и «нелюбимых» цифр в результатах спектрального анализа, появление которых связано с системой эталонов в конкретной спектральной лаборатории.

Из таблицы 10 видно, что «нелюбимых» цифр в приведенном примере нет, но содержания 7 $\bullet 10^{-3}$ % и 9 $\bullet 10^{-3}$ % вообще не выделяются спектральной лабораторией. Отсюда следует, что содержания близкие к 7 $\bullet 10^{-3}$ % распределяются между значениями $6 \bullet 10^{-3}$ % и 8 $\bullet 10^{-3}$ % и т.д. в результате этого происходит искажение интегрального графика природного

распределения. Вычисление исправленных частостей позволяет в некоторой степени уменьшить это искажение и сгладить график эмпирического распределения.

После вычисления исправленных частостей по ним обычным способом определяются накопленные исправленные частости (табл. 11), по которым строится интегральный график логнормального распределения (рис. 10).

Таблица 11

Ряд распределения содержаний меди в делювиальных отложениях метабазальтов

п/п	Содержание меди в $n \bullet 10^{-3}$ %	Количество проб с данным содержанием (n_i)	Относительные частоты в % (частости)	Исправленные частости, в %		Накопленные исправленные частости (Wsi), в %
	2	3	4	5		6
	«следы»	2	0,62	0,31	0,31	0,31
				0,31	2,65	2,96
	2	15	4,69	2,34		
				2,35	9,69	12,65
	3	47	14,69	7,34		
				7,35	28,91	41,56
	4	138	43,12	21,56		
				21,56	32,65	74,21
	5	71	22,19	11,09		
				11,1	14,69	88,9
	6	23	7,19	3,59		
				3,6	5,94	94,84
	8	15	4,69	2,34		
				2,35	3,76	98,6
	10	9	2,81	1,41		
				1,40	1,40	100
		N= 320	Σ=100			

В использованном примере точки графика не лежат на одной линии, поэтому для вывода о соответствии распределения логнормальному закону мы используем критерий Колмогорова и рассчитав допустимую величину

Δy_{max} = 1,35/ √320 •100 % = 7,55 %, построим ограничивающую область и в ее середине проводим осредняющую прямую. Следовательно, распределение меди в делювиальных отложениях метабазальтов не противоречит логнормальному закону и можно установить

Для целей геохимических поисков важно знать две величины при логнормальном распределении элементов: фоновое содержание (Сф) и стандартный множитель (ε). Поскольку на вероятностном трафарете по оси абсцисс отложены не логарифмы, а содержания в логарифмическом масштабе, то абсцисса точки пересечения осредняющей прямой с линией соответствующей 50 % по оси ординат, дает нам среднее геометрическое значение содержания, которое принимается за геохимический фон.

В нашем примере Сф= $4 \bullet 10^{-3}$ %.

.

Для целей геохимических поисков важно знать две величины при логнормальном распределении элементов: фоновое содержание (Сф) и стандартный множитель (ε).

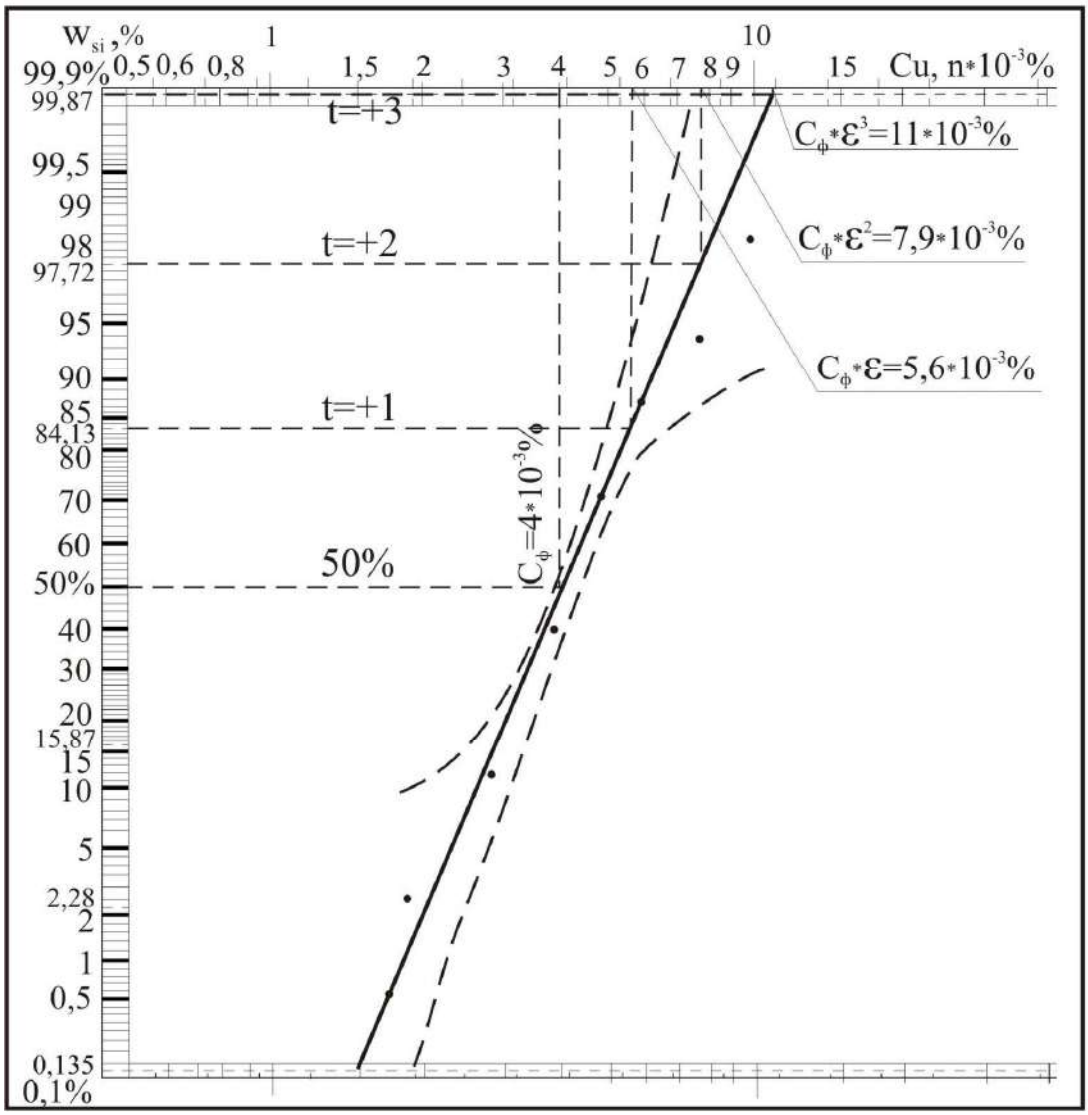


Рис. 10. Интегральный график логарифмически нормального распределения меди в делювии метабазальтов

Поскольку на вероятностном трафарете по оси абсцисс отложены не логарифмы, а содержания в логарифмическом масштабе, то абсцисса точки пересечения осредняющей прямой с линией соответствующей 50 % по оси ординат, дает нам среднее геометрическое значение содержания, которое принимается за геохимический фон.

В нашем примере Сф= 4 •10^{-3} %.

Абсцисса точки пересечения осредняющей прямой с линией ординаты t= +1 (84,13 %) соответствует значению Сф•ε, из которого мы можем определить ε.

В нашем примере абсцисса точки пересечения Сф•ε= 5,6•10^{-3} %, отсюда

ε_1= 5,6•10^{-3} % / 4•10^{-3} %= 1,40.

Абсцисса точки пересечения осредняющей прямой с линиями оси ординат t= +2 (97,72 %) и t= +3 (99,87 %) соответственно равны Сф•ε^2 и Сф•ε^3. Из этих величин мы также можем найти ε.

В рассмотренном примере Сф•ε^2 = 7,9•10^{-3} % и Сф•ε^3= 11•10^{-3} %, отсюда

ε_2= $\sqrt{}$7,9/4= 1,41; ε_3= $\sqrt[3]{}$11/4= 1,41.

В случае необходимости можно рассчитать среднюю величину ε по формуле:

$$\varepsilon = \sqrt[3]{\varepsilon_1 \bullet \varepsilon_2 \bullet \varepsilon_3} \qquad (29)$$

В нашем примере ε= $\sqrt[3]{}$1,40• 1,41• 1,41 = 1,41.

Зная величины Сф и ε и используя ранее приведенные формулы ( ) можно легко определить с заданной вероятностью величины аномальных содержаний для выделения положительных и «отрицательных» аномалий.

В нашем примере для положительных аномалий:

$Ca_1 = Сф \bullet \varepsilon = 4 \bullet 1{,}41 = 5{,}64 \bullet 10^{-3}$ %;

$Ca_2 = Сф \bullet \varepsilon^2 = 4 \bullet 1{,}41^2 = 7{,}95 \bullet 10^{-3}$ %;

$Ca_3 = Сф \bullet \varepsilon^3 = 4 \bullet 1{,}41^3 = 11{,}21 \bullet 10^{-3}$ %;

для «отрицательных» аномалий:

$Ca_1 = Сф \bullet \varepsilon^{-1} = 4 / 1{,}41 = 2{,}84 \bullet 10^{-3}$ %;

$Ca_2 = Сф \bullet \varepsilon^{-2} = 4 / 1{,}41^2 = 2{,}01 \bullet 10^{-3}$ %;

$Ca_3 = Сф \bullet \varepsilon^{-3} = 4 / 1{,}41^3 = 1{,}43 \bullet 10^{-3}$ %.

С помощью интегрального графика можно определить наиболее вероятное содержание, соответствующее градации «следы» по результатам спектрального анализа (табл. 11). Для этого осредняющая прямая продолжается в сторону малых значений накопленных частостей и абсцисса точки пересечения этой прямой с горизонтальной линией соответствующей накопленной частости «следы» даст нам содержание, значения меньше которого классифицируются как «следы».

В нашем примере (рис. 10) относительная частота, соответствующая градации «следы»$\leq 0{,}62 \approx 1{,}7 \bullet 10^{-3}$ %.

2. Аналитические методы определения закона распределения

Графические способы определения параметров распределения просты, наглядны, не требуют трудных вычислений и обладая точностью, достаточной при использовании результатов приближенно-количественных спектральных анализов нашли широкое применение в практике геохимических работ. Однако по существу это качественные способы, так как вопрос о сходстве эмперического и теоретического распределения решается субъективно, а это может привести к ошибкам, в особенности при небольшом объеме выборок. Поэтому при объеме выборки менее 50-60 значений этим способом пользоваться не рекомендуется (Каждан, 1990). При обработке результатов геохимических работ объемы выборок достаточно большие достигающие тысяч проб, поэтому графические методы и рекомендованы в «Инструкции…, 1983».

Для выборок меньшего объема или при использовании результатов точных анализов (химических, количественных спектральных, рентгеноспектральных и др.) целесообразнее применять более точные аналитические методы, в частности способ, основанный на расчете показателей асимметрии и эксцесса.

2.1. Определение законов распределения с помощью оценок асимметрии (А) и эксцесса (Е)

Этот способ основан на том, что показатели асимметрии (А) и эксцесса (Е) при нормальном законе распределения равны 0, а их оценки вычисляются по формулам:

$$A = \left(\sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^3 \bullet n_i\right) / (N \bullet S^3) \qquad (29)$$

x_i- содержания элемента в отдельных пробах (для несгруппированных данных) или середина i –ого интервала (для сгруппированных данных);

$\bar{x}$ – среднее арифметическое содержание;
n_i – количество проб в данном интервале (частота);
N – общее количество проб в выборке;
S – стандартное отклонение.

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{N}(x_i \bullet n_i)/ N \quad (30)$$

$$S= \sqrt{S^2} \quad (31)$$

$$S^2 = \sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2 \bullet n_i)/ (N-1) \quad (32)$$

$$E= [\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^4 \bullet n_i)/ (N \bullet S^4)]- 3 \quad (33)$$

В качестве критерия соответствия эмпирических распределений нормальному используют отношения показателей асимметрии и эксцесса к их стандартным отклонениям:

$$\sigma_A= \sqrt{6/N} \quad (34)$$

$$\sigma_E= \sqrt{24/N} \quad (35),$$

где N - общее количество проб в выборке.

Для нормального распределения вероятность того, что значение этих отношений будет отличаться от математического ожидания (среднего значения) больше чем на 3 стандартных отклонения, очень мала (=0,001). Если эти отношения по абсолютной величине превышают 3, то гипотеза о нормальном распределении отвергается. Таким образом, эмпирическое распределение согласуется с нормальным законом, если соблюдаются неравенства:

$$|A/ \sigma_A| \leq 3 \quad (36)$$

$$|E/ \sigma_E| \leq 3 \quad (37)$$

Если хотя бы одно из этих неравенств не соблюдается, следует сделать вывод, что эмпирическое распределение не согласуется с нормальным законом.

В этом случае следует проверить гипотезу о логнормальном распределении. Проверка этой гипотезы производится путем вычисления оценок асимметрии и эксцесса кривой распределения логарифмов содержаний и определения их значимости по вышеописанной методике.

2.2. Проверка закона распределения с помощью критерия Пирсона

Другим расчетным методом определения закона распределения является использование X^2- критерия Пирсона. Сущность метода заключается в том, определяются параметры эмпирического распределения (x и S при проверке на нормальный закон и lgx и Slg – при проверке на логнормальный закон распределения), и, исходя из предполагаемой (нулевой) гипотезы, с помощью этих параметров путем нормирования и использования специальных таблиц (см. Приложение) рассчитывается теоретическое количество проб n^o_i в каждом интервале при данных параметрах распределения. Полученные значения n^o_i сравниваются поинтервально с количеством проб n_i эмпирической выборки. Если различия отсутствуют, то следует признать, что эмпирическая выборка согласуется с проверяемым законом распределения. Если же различия существуют, то вычисляется критерий Пирсона по формуле:

$$X^2 = \sum (n_i - n^o_i)^2 / n^o_i \qquad (38)$$

где i – номер интервала;

к – число интервалов, на которое разделена выборка;

n_i – число проб, попавших в i – вый интервал;

n^o_i – теоретическое число проб, которое должно быть в i-интервале при правильности нулевой гипотезы о соответствии проверяемому закону распределения.

Полученная величина X^2 сравнивается с табличными значениями $X^2_{табл}$ при заданном уровне значимости q (обычно q принимается равным 5 %) и данном числе степеней свободы f. Число степеней свободы в случае, если оценка параметров (среднее содержание и стандартное отклонение или их логарифмы, т.е. lgx и Slg) вычисляются по данным исследуемой выборки, определяется по формуле:

$$f = k - 3 \qquad (39)$$

где k – число интервалов, на которое разделена выборка.

Если вычисленное значение X^2 не превышает табличное значение $X^2_{q,f}$, то исследуемое распределение следует признать согласным с проверяемым законом распределения, и наоборот.

В случае отсутствия соответствующих таблиц, величину X^2 можно оценить по методу В.И. Романовского (1947), который предложил считать расхождение между теоретическим и фактическим (т.е. эмпирическим) распределением неслучайным (значимым) если

$$[X^2 - f]/ \sqrt{2f} \geq 3 \qquad (40)$$

где f – число степеней свободы.

Таким образом, если величина, рассчитанная по формуле Романовского < 3, то нулевая гипотеза о соответствии эмпирического распределения с проверяемым теоретическим подтверждается, если же эта величина ≥ 3, то следует противоположный вывод.

Более подробно с проверкой закона распределения с помощью критерия Пирсона рассматривалась в курсе «Математические методы моделирования в геологии».

4.Определение корреляционной связи между содержаниями элементов

4.1. Выборочный коэффициент вариации

При геологических исследованиях, в том числе в практике геохимических поисков, широко используется установление связи между содержаниями химических элементов в различных геологических телах – в почвах, растениях, крах выветривания, коренных породах, в подземных водах, первичных и вторичных ореолах, рудах. С помощью определения этой связи выделяются элементы-индикаторы для поисков различных видов полезных ископаемых, изучаются пути миграции элементов в различных природных средах, исследуется зональность в распределении элементов в пределах геохимических ореолов, определяется уровень эрозионного среза объектов поисков, выявляется стадийность рудообразованияя, решаются многие другие вопросы.

Мерой зависимости между случайными величинами x и y (в нашем случае содержаниями каких-либо химических элементов в одних и тех же пробах) является **коэффициент корреляции ρ**, который может колебаться от +1 до -1. В случае ρ = +1 имеется прямая положительная связь, т.е. с увеличением содержания одного элемента увеличивается содержание другого элемента. При ρ = -1 существует отрицательная связь, при которой с увеличением содержания одного элемента содержание другого непрерывно убывает. Если ρ = 0, связь между исследуемой парой элементов отсутствует.

Корреляция может быть прямолинейной, когда изменениям содержаний одного элемента соответствуют равные (пропорциональные) изменения содержаний другого элемента, и криволинейной, когда равным изменениям содержаний одного элемента могут соответствовать любые (равные и неравные, увеличивающиеся и уменьшающиеся) содержания другого элемента.

В связи с ограниченностью количества проб, имеющегося в нашем распоряжении, при вычислении коэффициента корреляции исследователь получает не истинную величину ρ, а его оценку r – так называемый *выборочный коэффициент* корреляции.у же закону распределения

При вычислении коэффициента корреляции между содержаниями двух элементов *необходимо, чтобы распределение этих содержаний соответствовало одному и тому же закону распределения* (нормальному или логнормальному). Коэффициент корреляции определяется только по взаимно связанным парам содержаний элементов, взятым из одних и тех же проб. Следует иметь в виду, что коэффициент корреляции определяет только величину связи между элементами, не объясняя причину этой связи, которую следует искать в геохимических свойствах исследуемых элементов и в особенностях конкретной геологической обстановки.

4.1. Вычисление выборочного коэффициента корреляции

При вычислении выборочного коэффициента корреляции r могут быть использованы следующие две формулы:

$$r = \sum (x_i - x)*(y_i - y)/ (N-1)*Sx *Sy , \qquad (41)$$

где x_i и y_i – эмпирические содержания первого и второго элементов в пробах;

x и y 0 средние арифметические значения содержания указанных элементов;

Sx и Sy – статистические оценки стандартных отклонений;

N – число проб в выборке.

Первая формула применяется для определения коэффицинта корреляции в том случае, когда предварительно определяется закон распределения обоих элементов, т.е. для каждой конкретной пары известны величины $x_i - x$ и $y_i - y$.

В качестве примера рассчитаем выборочный коэффициент корреляции между содержаниями молибдена и урана, полученных при опробовании эндогенного (первичного) ореола одного из месторождений (табл.12). Предварительно с помощью оценок асимметрии и эксцесса было установлено, что распределение этих элементов согласуется с нормальным законом распределения с параметрами: $x = 7{,}9*10^{-3}\%$ и $Sx=4{,}9*10^{-3}\%$ для молибдена и $y = 7{,}2*10^{-3}\%$ при $Sy = 3{,}24*10^{-3}\%$ для урана. При расчете величин $(x_i - x)$ и $(y_i - y)$ и их суммы обязательно должен быть учтен знак.

Таблица 12

Расчет выборочного коэффициента корреляции между молибденом и ураном ($n*10^{-3}$%) по формуле

№№ пп	Содержание молибдена	Содержание урана	x_i-x	y_i -y	(x_i-x)*(y_i -y)
1	10	8	+2,1	+0,8	+1,59
2	3	5	-4,9	-2,2	+10,80
3	15	6	+7,1	-1,2	-8,62
4	20	15	+12,1	+7,8	+94,70
5	8	10	_0,1	+2,8	+0,28
6	5	6	-2,9	-1,2	+3,48
7	2	3	-5,9	-4,2	+24,70
8	5	8	-2,9	+0,8	-2,32
9	7	10	-0,9	+2,8	-2,52
10	1	2	-6,9	-5,2	+35,80
11	10	6	+2,1	-1,2	-2,52
12	8	5	+0,1	-2,2	-0,22
13	6	6	-1,9	-1,2	+2,28
14	10	10	+2,1	+2,8	+5,88
15	8	8	+0,1	+0,8	+0,08
N=15					+163,39

Подставив в формулу ( ) все полученные значения получаем

$$R = 163,39 /(14*4,9*3,24) = +0,735$$

Вторая формула используется для расчета выборочного коэффициента корреляции в тех случаях, когда законы распределения величин x и y известны заранее или предполагаются. Формула имеет следующий вид:

$$r = (xy – x*y)/Sx*Sy \qquad (42)$$

где $xy = \sum(x*y)/N$; $x = \sum x_i / N$; $y = \sum y_i /N$; $Sx = \sqrt{x^2-(x)^2}$; $Sy = \sqrt{y^2-(y)^2}$;

$$x^2 = \sum x_i^2/N; \quad y^2 = \sum y_i^2 /N$$

Порядок вычислений r по формуле (42) приведен в таблице 13, где использованы вышеприведенные данные по содержаниям молибдена и урана.

Таблица 13

Расчет выборочного коэффициента корреляции между молибденом и ураном ($n*10^{-3}$%) по формуле

№№ пп	Содержание молибдена	Содержание урана	X_i^2	Y_i^2	$X_i*y_i^2$
1	10	8	100	64	80
2	3	5	9	25	15
3	15	6	225	36	90
4	20	15	400	225	300
5	8	10	64	100	80
6	5	6	25	36	30
7	2	3	4	9	6
8	5	8	25	64	40
9	7	10	49	100	70
10	1	2	1	4	2
11	10	6	100	36	60
12	8	5	64	25	40
13	6	6	36	36	36
14	10	10	100	100	100
15	8	8	64	64	64

N=15	∑= 118	∑= 108	∑= 1266	∑= 924	∑= 1013

x = 118:15=7,9; y= 108:15=7,2; x^2 = 1266:15 = 84,41; y^2= 924:15 = 61,66:

x*y = 1013:15 = 61,7

Sx=√(84,4-7,9^2) =√22 = 4,7; Sy = √(61,6-7,2^2) = √9,8 = 3,13

R = (67,7-7,9*7,2): (4,7*3,13) ≈ 0,735

При логнормальном распределении содержаний элементов для вычисления коэффициента корреляции используют те же формулы, только вместо величин x_i, y_i, x, y, Sx и Sy подставляют значения lgx_i, lgy_i, lgx, lgy, Sxlg, Slgy. Способ вычисленияостается прежним.

После вычисления выборочного коэффициента корреляции необходимо оценить его значимость, то есть решить вопрос о том, значимо ли его отличие от нуля. Если это отличие значимо, то связь между элементами считается установленной независимо от того, положительная она или отрицательная. Если же отличие от нуля не значимо, то делается вывод об отсутствии связи между элементами исследуемой пары.

Для определения значимости r можно воспользоваться специальными таблицами критических значений коэффициента корреляции

4.2. Частная корреляция

Выборочный коэффициент корреляции не всегда отражает истинную силу связи между двумя компонентами ((X и У). В отдельных случаях на его величину значительное влияние может оказать третий компонент (Z), тесно связанный с двумя исследуемыми в отдельности, в силу чего между ними появляется корреляционная связь.

Чтобы уточнить коэффициент корреляции между исследуемыми компонентами, необходимо исключить влияние третьего или других компонентов. Для этого может быть вычислен коэффициент частной корреляции по формуле:

$$R_{xy,z} = (R_{xy} - R_{xz}*R_{yz}): \sqrt{(1-R^2_{xz})*(1-R^2_{yz})}$$

Допустим, по пробам , приведенным в таблице (в разделе 4.1), кроме $t_{Mo,U}$=0,735 были рассчитаны коэффициенты корреляции $r_{Mo,Pb}$=0,530 и $r_{U,Pb}$=0,820. Определим коэффициент корреляции между молибденом т ураном за вычетом влияния свинца на эти элементы по вышеприведенной формуле:

$$R_{Mo,U;Pb} = (0,735 - 0,530*0,820): \sqrt{(1-0,530^2)*(1-0,820^2)} = 0,622$$

Как видим, величина коэффициента корреляции между Mo и U существенно изменилась за счет учета влияния на эти элемента свинца.

Определение значимости частных коэффициентов корреляции производится обычными методами. Особенность заключасется в том, что число степеней свободы вычисляется по формуле:

$$f = N-2-K \qquad (43)$$

где К – число исключенных факторов.

4.3. Вычисление коэффициента ранговой корреляции Спирмена

Описанный выше способ расчета парного линейного коэффициента корреляции применяется, когда в расчетах используются данные количественных анализов. В случае полуколичественных, а иногда и качественных анализов может быть рассчитан коэффициента ранговой корреляции или порядковый коэффициент корреляции (ρ).

Если не удается проверить гипотезу о соответствии эмпирического закона распределения определенному теоретическому закону из-за малого количества данных (или распределение существенно отличается от нормального закона и не поддается нормализации), то для проверки гипотезы о наличии корреляционной связи можно использовать коэффициент ранговой корреляции Спирмена.

Если пронумеровать объекты, упорядоченные по какому либо признаку, то такая совокупность называется ранжированной. Для этого содержаниям исследуемых компонентов присваивают предварительные порядковые номера от 1 до N по возрастанию содержаний. Затем пробам, имеющим одинаковые содержания, дается исправленный номер, равный среднему арифметическому из их предварительных номеров. Для проб, содержание в которых не повторяется, номер остается прежним. После присвоения исправленных номеров по каждой пробе вычисляется разность (Δ) между исправленными номерами обоих компонентов, которая затем возводится в квадрат (Δ^2). Сумма квадратов разностей исправленных номеров ($\Sigma\Delta^2$) используется для определения коэффициент ранговой корреляции (ρ) по формуле:

$$\rho = 1 - [6\bullet(\Sigma\Delta^2 + Tx + Ty) / N\bullet (N^2-1)] \qquad (44)$$

где Δ^2 – квадрат разности исправленных номеров;
N – количество проб в выборке;
Tx – поправка на повторяемость содержаний первого компонента;
Ty - поправка на повторяемость содержаний второго компонента.

Поправки для каждого элемента определяются по формуле:

$$T = \Sigma[(t_i^3 - t_i) / 12] \qquad (45)$$

где t_i – количество проб с тем или иным содержанием.

В тех случаях, когда содержания ни одного из компонентов не повторяются в выборке, поправки равны 0 и формула ( ) приобретает вид

$$\rho = 1 - [6\Sigma\Delta^2 / N\bullet (N^2-1)] \qquad (46)$$

В качестве примера приведем расчет коэффициента ранговой корреляции между содержаниями хрома и никеля в метаморфизованных базальтах Полярного Урала (табл. 14).

Таблица 14

Расчет коэффициента ранговой корреляции
между содержаниями хрома и никеля

№№ проб	Содержание хрома, в $n\bullet10^{-3}$ %	Порядковый номер		Содержание никеля, в $n\bullet10^{-3}$ %	Порядковый номер		Разность порядковых исправленных номеров (Δ)	Квадрат разности исправленных номеров (Δ^2)
		Предварительный	исправленный		предварительный	исправленный		
1	10	5	6,5	5	8	8,5	2	4
2	20	10	11,5	18	11	12	0,5	0,25
3	2	1	1	2	2	2	1	1
4	20	11	11,5	18	12	12	0,5	0,25
5	40	14	14	20	14	14	0	0
6	10	6	6,5	3	3	4,5	2	4
7	5	2	2	1	1	1	1	1
8	20	12	11,5	10	10	10	1,5	2,25
9	10	7	6,5	3	4	4,5	2	4
10	9	4	4	3	5	4,5	0,5	0,25
11	15	9	9	5	9	8,5	0,5	0,25
12	20	13	11,5	18	13	12	0,5	0,25

13	7	3	3	4	7	7	4	16
14	10	8	6,5	3	6	4,5	2	4

$\Sigma\Delta^2 = 37,5$

Для вычисления поправок на повторяемость содержаний составляются таблицы (2,3) на основании которых рассчитываются поправки T_{Cr} T_{Ni} по формуле ( )

Таблица 15

Определение поправок на повторяемость содержаний хрома

Номер по порядку (i)	1	2
Содержание хрома, в $n\bullet10^{-3}$ %	10	20
Количество проб с повторяющимся содержанием (t_i)	4	4

Таблица 16

Определение поправок на повторяемость содержаний цинка

Номер по порядку (i)	1	2	3
Содержание никеля, в $n\bullet10^{-3}$ %	3	5	18
Количество проб с повторяющимся содержанием (t_i)	4	2	3

$T_{Cr} = [(4^3-4)+(4^3-4)]/ 12 = (60+60)/ 12= 10$
$T_{Ni} = [(4^3-4)+ (2^3-2)+ (3^3-3)] /12= (60+6+24)/ 12= 7,5$

С учетом поправок определяем коэффициент ранговой корреляции по формуле
$\rho_{Cr- Ni} = 1- [6\bullet (37,5 + 10+ 7,5) / 14\bullet (14^2-1)] = 1-(6\bullet55/ 14\bullet195) = 0,88$

Величина ρ должна быть оценена с точки зрения ее значимости. Для этого воспользуемся формулой

$$|\rho| \geq 1,96/ \sqrt{N-1} \qquad (47)$$

Если ρ независимо от знака по абсолютной величине больше или равен $1,96/ \sqrt{N-1}$, то связь считается значимой, если меньше – корреляционная связь между исследуемыми компонентами отсутствует.

Для приведенного примера величина $1,96/ \sqrt{N-1}= 1,96/\sqrt{13} = 0,54$;
то есть $|\rho| = 0,88 > 0,54$ и можно сделать вывод, что коэффициент ранговой корреляции между хромом и никелем в метаморфизованных базальтах Полярного Урала значим.

4.4. Интерпретация значений коэффициента корреляции

По модулю r выделяют группы по силе связи:

$0 < |r| \leq 0,25$ отсутствие связи;
$0,25 < |r| \leq 0,5$ слабая связь;
$0,5 < |r| \leq 0,75$ средняя связь;
$0,75 < |r| \leq 0,9$ сильная связь;
$0,9 < |r| \leq 1,0$ очень сильная связь, близкая к функциональной.

Если два минерала-носителя двух коррелируемых компонентов образуются одновременно или сингенетичным путем эвтектики, то коэффициент корреляции компонентов всегда имеет положительный знак при сильной или очень сильной связи (генетическая связь).

Если два минерала носителя двух коррелируемых компонентов метасоматически замещают друг друга, то корреляция всегда отрицательная при сильной или очень сильной связи (генетическая связь).

Если корреляционная зависимость между элементами слабая или отсутствует, то связь между элементами, как и между их минералами-носителями парагенетическая.

Средняя по силе связь не имеет однозначной интерпретации.

Если установлена сильная положительная связь между геохимическими спектрами, то они принадлежат одному объекту или близким по генезису геологическим образованиям.

Если между геохимическими спектрами корреляционная зависимость слабая или отсутствует, то они принадлежат разным по генезису объектам.

Если связь между геохимическими спектрами средняя, то интерпретация неоднозначна, возможны разные варианты.

4.5. Уравнение регрессии

При тесной корреляционной связи между двумя компонентами, близкой к линейной, можно по содержанию одного компонента приближенное определять содержание другого. Для этого рассчитывается так называемое *уравнение регрессии*, которое в случае двух переменных (X и У) имеет форму $y = a + b * x$. Величины a и b можно получить по формулам (У. Крамбейн и др., 1973):

$$b = [N(\sum(x_i * y_i) - (\sum x_i) * (\sum y_i)] : [N(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2] \quad ; \qquad (47)$$

$$a = [(\sum y_i - b * ((\sum x_i)] : N \qquad (48)$$

В качестве примера используем распределение молибдена и урана. Подставив соответствующие значения получаем:

$$b = [15 * (1013) - (118 * 8)] : [15 * (1266) - 118^2] = 0{,}485$$

и

$$a = (108 - 0{,}485 * 118) : 15 = 3{,}38$$

Уравнение регрессии в данном случае имеет вид: $y = 3{,}38 + 0{,}485x$, где y – содержание урана, x- содержание молибдена в одной и той же пробе. Таким образом, с помощью уравнения регрессии можно приближенно рассчитать возможное содержание урана, зная конкретное содержание молибдена. Однако при этом в реальности отклонения могут быть значительными, поскольку *уравнение регрессии отражает только тенденцию изменения изучаемых величин* и наиболее хорошие результаты получаются при величине коэффициента корреляции близкой к 1.

5. Показатели, используемые при изучении геохимических аномалий

Геохимические аномалии, выявляемые в процессе поисковых работ являются поисковыми признаками месторождений**.** Однако лишь часть аномалий принадлежит к разряду «рудных», непосредственно связанных с рудными объектами. Большее число выявленных аномалий, как правило, безрудные (так называемые «породные»), или возникшие на геохимических барьерах, либо техногенные. Многочисленны причины образования аномалий. Знание условий их формирования, а также приемов надежного их

выявления, разбраковки и последующей оценки позволяет наиболее объективно выполнить весьма ответственный завершающий этап геохимических поисков.

При выделении, изучении и оценке геохимических аномалий решающее значение имеет анализ геохимических данных. Вместе с тем эти исследования невозможны без математической обработки полученной информации. Такой подход позволяет применить к оценке геохимических аномалий (ореолов) ряд числовых характеристик (показателей). Среди них:

- нижнее аномальное значение (содержание);
- показатели относительной концентрации химических элементов;
- градиент концентрации;
- вариационный размах;
- коэффициент вариации;
- коэффициент корреляции;
- показатели количественной оценки ореолов (продуктивность, прогнозные ресурсы);
- показатели зональности и оценки глубины эрозионного среза ореолов, рудных тел:
- пространственные характеристики геохимических ореолов.

Рассмотрим некоторые из них, не рассмотренные ранее в разделах 1и 2 настоящего методического пособия.

Показатели относительной концентрации химических элементов включают *кларк концентрации, коэффициент концентрации, коэффициент аномальности, показатель концентрации, показатель контрастности.*

5.1. Кларк и коэффициент концентрации

Кларк концентрации (КК) введен В.И. Вернадским и выражается через отношение содержания химического элемента в природном объекте (Сэ, или Сi) к его кларковому содержанию (Ск или просто К), то есть

$$КК = Сэ/К \qquad (49)$$

В качестве кларков обычно используют таблицы средних содержаний (кларков) химических элементов в горных породах различного состава по А. П.Виноградову [ ], в последние десятилетия чаще используются кларки ИМГРЭ (прил.), или региональные (т.н. «местные») кларки (для Урала – это таблица кларков Г. А. Востроknутова. См. Прил).

Кларки концентрации позволяют определять геохимическую и металлогеническую специализацию пород, магматических комплексов, осадочных, магматических и метаморфических формаций; выявлять элементы-индикаторы оруденения, устанавливать геохимические спектры проявлений и месторождений. Знание кларков концентрации элементов помогает более эффективно решать геохимические проблемы миграции (рассеяния, концентрирования) элементов в почвах и породах различного состава; при выяснении роли геохимических барьеров в формировании месторождений полезных ископаемых.

Недостатком этого геохимического показателя является его независимость от провинциальных и региональных геохимических особенностей. Поэтому в практике геохимических работ целесообразнее использовать не кларковый, а фоновый уровень содержаний элементов, рассчитывая в этом случае коэффициент концентрации.

Коэффициент концентрации (Кк) отражает во сколько раз содержание химического элемента в объекте исследований больше или меньше фонового

Кк= Сi/ Сф.

Этот показатель учитывает региональное распределение элементов и ошибки аналитических определений. Коэффициент концентрации позволяет выявлять геохимические спектры рудных объектов (месторождений, рудопроявлений, пунктов минерализации) и геохимических аномалий, выделять элементы-индикаторы.

ПОСТРОЕНИЕ ГЕОХИМИЧЕСКИХ СПЕКТРОВ И ИХ КОРРЕЛЯЦИЯ

В большинстве случаев рудные месторождения имеют многоэлементный состав и должны оцениваться по комплексу элементов. Особенно важно изучение концентрированного состояния, отображаемого в геохимических спектрах месторождений полезных ископаемых.

Геохимический спектр объекта– «графическое изображение его химического состава, определенным образом упорядоченное и представленное в форме, удобной для сравнения с другими объектами». Такое упорядочение может быть представлено и табличной формой выражения ассоциаций химических элементов.

Геохимический спектр какого-либо геологического объекта представляют ассоциации типоморфных химических элементов. Для геохимических спектров горных пород такими являются ассоциации акцессорных элементов. Для рудных объектов и аномалий – ассоциации рудных и сопутствующих им элементов. К типоморфным относятся элементы, у которых КК (для горных пород) и Кк (для руд и аномалий) в «n» раз превышают 1. При количественной основе анализа n≥ 1,3-1,5; при приближенно-количественном - n≥ 3-5.

Наглядной формой выражения геохимического спектра является круговая диаграмма (рис.). Центр диаграммы соответствует 0, круг – 1. Отложение КК или Кк по лучу для каждого элемента осуществляется в логарифмическом масштабе (десятичных логарифмов). Для удобства визуального сопоставления диаграмм различных типов объектов расположение элементов на диаграммах одного типа (неизмененные горные породы, метаморфически преобразованные породы, рудные объекты и аномалии) следует осуществлять в одной последовательности. Размеры диаграмм зависят от выбранного модуля построения (отрезка изображения одного десятичного порядка) и величин КК или Кк.

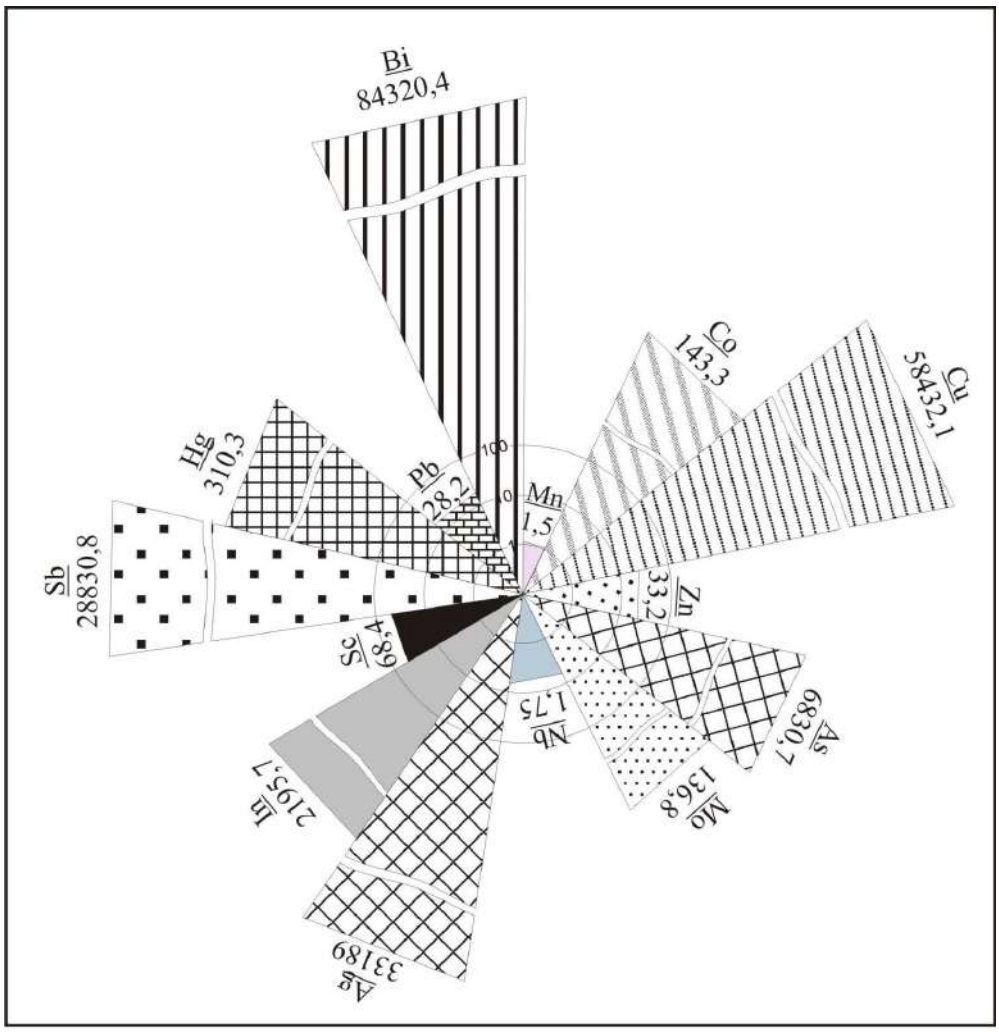


Рис.1. Геохимический спектр густовкрапленных сульфидных руд

Частным случаем коэффициента концентрации служит ***коэффициент аномальности*** ($К_А$) применительно к содержаниям химических элементов, он отражает степень концентрации химического элемента в аномалии (Са) по отношению с геохимическим фоном (Беус, Григорян, 1975):

$$К_А = Са / Сф \qquad (50)$$

Показатель концентрации (Пк) отражает отношение содержания элемента в породах или рудах (Сi), а также в аномалиях и ореолах к нижнему аномальному содержанию:

$$Пк = Ci / Ca \qquad (51)$$

Пк фиксирует степень концентрации элементов в природных объектах при их сравнительном изучении.

Показатель контрастности ореола К предложен А. П. Солововым:

$$К = (Cmax – Сф): (Сф+3S)$$

где Сф+3S – нижнее аномальное содержание ($Са_1$)

Сф – медианное значение фона;

S – стандартное отклонение.

Показатель контрастности по зволяет выбирать наиболее контрастные (относительно более богатые) ореолы при их сравнительной оценке.

Градиент концентрации (Kr) характеризует изменение концентрации элемента (группы элементов) в определенном направлении, приходящееся на единицу длины. Максимальная величина градиента устанавливается вкрест изолиний, напрмер, изоконцентрат (в первом приближении перпендикулярно поверхности контакта рудного тела с вмещающими породами).

Падение концентраций в ореолах обычно идет по экспоненте, поэтому графики концентрации, построенные в полулогарифмической системе координат, имеют линейный вид. В зависимости от величины Kr эти графики образуют различные углы наклона (α). Численно градиент концентрации измеряется тангенсом острого угла α, образованного графиком распределения концентраций элементов в ореоле с осью абсцисс:

$$Kr = tg\ \alpha \qquad (52)$$

Градиент концентрации является функцией многих переменных, влияние которых практически невозможно учесть. В то же время сравнительное изучение градиентов концентрации различных элементов – индикаторов позволило в свое время С.В. Григоряну и Е.М. Янишевскому [4] выявить интересную закономерность: как бы ни менялись абсолютные величины градиентов, соотношение их остается более или менее постоянным. Величина относительного градиента концентрации количественно характеризует подвижность данного элемента при формировании эндогенного (первичного) ореола.

Градиент концентрации используется при изучении зональности ореолов и их размеров в горизонтальном сечении. Он может служить отражением контрастности ореолов, а в отдельных случаях является показателем близости скрытого оруденения.

5.2. Показатели количественной оценки геохимических ореолов

Имеют важнейшее значение на стадии оценочных работ при выборке наиболее представительных объектов для вскрытия, количественной характеристики ореолов, выявления и изучения их зональности, используются при подсчетах прогнозных ресурсов месторождений по геохимическим аномалиям. К их числу относятся: линейная продуктивность, площадная продуктивность ореолов; продуктивность потоков рассеяния, запасы металла в ореоле для слоя 1 м, прогнозные ресурсы металла в ореоле и эквивалентном рудном теле, местный коэффициент пропорциональности между количеством металла в остаточном ореоле рассеяния и рудном теле и ряд других.

Линейная продуктивность ореола отражает количество элемента-индикатора, приходящееся на линейную характеристику ореола (профиль, скважина). Этот показатель введен А.П. Солововым (1959 г.). Он дает ориентировочное представление о количестве ореолообразующего элемента, привнесенного в рудовмещающие породы при рудообразовании или оставшегося в коре выветривания, рыхлых отложениях и почвах при развитии остаточного вторичного ореола рассеяния по линии опробования. Он может быть полезен при оценке перспективности ореолов и для выяснения зональности их строения. Выражается в метропроцентах.

В зависимости от характера опробования (отбор проб по равномерной или неравномерной сети, сплошное опробование, метод пунктирной борозды) расчет линейной продуктивности осуществляется по следующим формулам:

1. ***Равномерная сеть точечного опробования***

$$M = \Delta x \left(\sum_{i=1}^{N} Ci - n \bullet Cф\right) \qquad (53)$$

где М –линейная продуктивность, т.е. привнесенное количество металла в данном пересечении, м %;

Δх – расстояние между точками отбора проб по линии (профилю, скважине), м;

$\sum_{i=1}^{N} Ci$ – арифметическая сумма всех содержаний металла в точках по профилю внутри ореола Са;

n – число точек (проб) внутри ореола Са;

Сф – фоновое содержание.

2). ***Неравномерная сеть точечного опробования***

$$M = \sum_{i=1}^{N} Ci \bullet li - a \bullet Cф \qquad (54)$$

где $\sum_{i=1}^{N} Ci \bullet li$ – арифметическая сумма произведений содержаний металла в точке опробования(%) на длину (интервал) влияния пробы (м), которая измеряется от середины до середины расстояний между соседними точками по профилю;

а – ширина ореола ($a = \sum_{i=1}^{N} li$), м.

3). ***Расчет линейной продуктивности по данным замеров радиоактивности при радиометрических поисках месторождений урана производится по формулам***:

А) для равномерной сети замеров радиоактивности по профилю:

$$M = (10^{-2}/K) \bullet \Delta x \left(\sum_{i=1}^{N} Ji - n \bullet Jф\right) \qquad (55)$$

Б) для неравномерной сети замеров радиоактивности по профилю:

$$M = (10^{-2}/K) \bullet \left(\sum_{i=1}^{N} Ji \bullet li - a \bullet Jф\right) \qquad (56)$$

где Ji- радиоактивность в точке замера внутри ореола Ja;

К – коэффициент пропорциональности между радиоактивностью (мкр/час) и содержанием урана (в %) при определенном коэффициенте радиоактивного равновесия (Крр).

К= 115 мкр/час на 0,01 % урана при Крр= 1.

К= 115 • Крр (подставляется в формулу).

4). ***Расчет линейной продуктивности при опробовании коренных горных пород в обнажениях, горных выработках и скважинах методом секционной (сплошной) пунктирной сколковой борозды:***

$$M = \sum_{i=1}^{n} m_i \bullet (Ci - Cф) \qquad (57)$$

где m_i – длина интервала опробования (пунктирной борозды-секции), м;

Ci- содержание элемента в пробе соответствующего интервала, %;

Сф – фоновое содержание элемента, %;
n – количество проб, вошедших в подсчет.

Линейная продуктивность используется для количественной оценки ореолов, выбора наиболее представительных аномалий для дальнейшего изучения, выявления и изучения зональности ореолов.

Площадная продуктивность ***отражает количество элемента-индикатора, приходящееся на всю площадь ореола. Она дает ориентировочное представление о количестве металла, привнесенного в ореол (или оставшегося в ореоле при разрушении рудного объекта) в плоскости опробования. Выражается в площадных метропроцентах (м²%). В зависимости от характера сети опробования подсчет площадной продуктивности вторичного ореола рассеяния ведется по формулам:***

1)***. Правильная сеть опробования***

$$P = \Delta l \bullet \Delta x \bullet \sum_{i=1}^{N} (Ci - n \bullet Сф) \qquad (58)$$

где Δl – расстояние между профилями, м.
Это выражение может быть трансформировано следующим образом:

$$P = \Delta l \bullet \sum_{i=1}^{N} Mi \qquad (59)$$

2). ***Неправильная сеть опробования***

$$P = \sum_{i=1}^{N} Mi \bullet li \qquad (60)$$

где $\sum_{i=1}^{N} Mi \bullet li$ – арифметическая сумма произведений линейных продуктивностей на ширину их влияния (измеряется от середины до середины расстояний между соседними профилями), м².

3). ***Площадная продуктивность первичного ореола по данным опробования скважин, поверхностных или подземных горных выработок методом пунктирной борозды***

$$P = \sum_{i=1}^{n} (li \bullet mi) \bullet (Ci - Сф) \qquad (61)$$

где li – ширина влияния профиля опробования – выработки (измеряется от середины до середины расстояний между соседними выработками).

Площадная продуктивность используется для количественной оценки ореолов, выбора наиболее представительного ореола для дальнейшего изучения, выявления и изучения зональности ореолов.

Запасы металла в ореоле для слоя мощностью 1 м

Рассчитываются по формуле:

$$q = P \bullet d \bullet 10^{-2} \qquad (62)$$

где q - запасы металла в ореоле для слоя мощностью 1 м, т;
P – площадная продуктивность ореола, м²%;
d – объемный вес горных пород, т/м³.

Ориентировочные запасы металла (прогнозные ресурсы) **в остаточном ореоле рассеяния** рассчитывают исходя из запасов металла в ореоле для слоя мощностью 1 м (q, т) и предполагаемой глубины развития (h, м) ореола в коре выветривания, элювиально-делювиальных отложениях и почвах:

$$Q_{op.} = q \bullet h, \text{ т/м} \qquad (63)$$

Ориентировочные запасы металла в эквивалентном рудном теле (прогнозные ресурсы месторождения)

Запасы металла в ореоле пропорциональны запасам металла эквивалентного рудного тела, за счет которого формируется ореол. При литогеохимических поисках объективную характеристику выхода месторождения дают продуктивность его вторичного ореола, выраженная в тоннах металла для слоя 1 м и коэффициент пропорциональности (К). Для рудных тел создающих подобный себе вторичный ореол рассеяния, подсчет ресурсов металла (в тоннах) можно произвести по формуле:

$$Q_н = K \bullet q \bullet H \qquad (64)$$

где Н – глубина прогнозирования, м.

Целесообразную глубину подсчета (Н) выбирают при этом в соответствии с конкретными геологическими условиями (глубина вероятного распространения руд, половина длины рудного тела, 100, 200 м), т.е. такую глубину подсчета, чтобы q было устойчиво на глубину. При относительно достоверных сведениях о величине коэффициента пропорциональности (К) результаты подсчета ресурсов следует округлять до первой значимой цифры. При недостаточно надежных данных указывают только порядок чисел.

Несмотря на приближенный характер этих подсчетов, рассчитанные прогнозные ресурсы металла по вновь найденным месторождениям имеют важное ориентирующее значение при выборе объектов для первоочередной оценки.

Местный коэффициент пропорциональности между количеством металла в остаточном ореоле рассеяния и рудном теле (ореольный коэффициент). Его следует определять путем подсчета линейных или площадных продуктивностей рудообразующих элементов в ореолах и рудных телах в одних и тех же плоскостях и профилях. Для расчета используют формулы:

$$K = M / M_{р.т.} \qquad (65)$$

где К – местный коэффициент пропорциональности;

М – линейная продуктивность, м%;

Мр.т. – количество металла в том же сечении рудного тела (линейная продуктивность рудного тела), м%.

$$M_{р.т.} = D \bullet Cp \qquad (66)$$

где D – видимая мощность рудного тела на уровне денудационной поверхности, м;

Ср – среднее содержание металла в рудной зоне по данным опробования, %.

По большому числу сечений рудных тел путем сопоставления показателей М и Мр.т. следует найти среднегеометрическое значение К и оценить пределы его колебаний.

Необходимо учитывать, что величина «М» соответствует не истинной, а видимой мощности рудного тела на поверхности коренных пород. Если профили литогеохимических поисков пересекают ореол не строго вкрест его простирания, образуя с ним некоторый угол $\omega < 90°$, найденные по графикам значения М следует исправить, умножив их на $\sin \omega$.

$$K = q / Q_{р.т.} \qquad (67)$$

где q - запасы металла, заключенные в метровом слое рудного тела на его эрозионном срезе, т;

$Q_{р.т.}$ – ориентировочные запасы металла в остаточном ореоле рассеяния, т.

5.3. Показатели зональности ореолов и оценки глубины эрозионного среза геохимических ореолов, рудных тел и рудовмещающих структур

Это большая и очень важная группа показателей, используемых на стадии оценочных работ, а также при выявлении и изучении эталонных месторождений

Зональность первичных ореолов – закономерное изменение состава и концентрации элементов-индикаторов по мере удаления от рудных тел и месторождений.

Выделяется горизонтальная и вертикальная зональность геохимических ореолов. *Горизонтальная зональность* наблюдается в горизонтальном сечении ореоловиЮ по существу, является следствием различной протяженности ореолов отдельных элементов-индикаторов. *Вертикальная зональность* обусловлена закономерным изменением по вертикали величин отдельных параметров ореолов, таких, как размеры, концентрация элементов в ореоле и др. наибольшее значение в практике поисковых работ имеет вертикальная зональность ореолов. В этой связи рассмотрим показатели, позволяющие выявить, изучить и использовать вертикальную зональность ореолов при оценке литохимических аномалий. К их числу принадлежат: средние содержания, продуктивности, индикаторные отношения, коэффициент зональности, показатель зональности.

Средние содержания, продуктивности элементов-индикаторов по разному ведут себя на различных уровнях вертикального сечения (разреза) ореолов. При четко выраженной зональности надрудные, околорудные и подрудные элементы-индикаторы характеризуются наибольшими значениями этих показателей на соответствующих уровнях ореолов. Однако, как показала практика геохимических работ, *большей индикационной способностью по части выражения вертикальной зональности обладают не сами содержания и продуктивности, а их отношение.*

Индикаторные отношения представляют достаточно широкую группу показателей вертикальной зональности. Они охватывают как отношения показателей пар элементов-индикаторов (парные отношения при изучении зональности по моноэлементным ореолам), *отношения сумм показателей* (для аддитивных ореолов), так и *отношения произведений показателей* (в случае мультипликативных ореолов).

В качестве показателей, в зависимости от количества имеющейся числовой информации (степени изученности объекта, аномалии), могут использоваться содержания в абсолютных значениях – Сэ или в фонах –КК, средние содержания, линейные или площадные продуктивности элементов-индикаторов. Наиболее часто применяются парные отношения: $\frac{Cx}{Cy}$ $\frac{KKx}{KKy}$ $\frac{Cx}{Cy}$ $\frac{Mx}{My}$; $\frac{Px}{Py}$

Рассмотренные числовые показатели (с, КК, С, М, Р) могут относиться к надрудным, рудным и подрудным элементам-индикаторам. Парные отношения этих категорий элементов отличаются по индикационной способности в отношении зональности. Используются такие категории отношений:

1) Показатели надрудных элементов ($C_н$, $КК_н$, $C_н$, $M_н$, $P_н$)
   Показатели рудных элементов ($C_р$, $КК_р$, $C_р$, $M_р$, $P_р$)

2) Показатели рудных элементов ($C_р$, $КК_р$, $C_р$, $M_р$, $P_р$)
   Показатели подрудных элементов ($C_п$, $КК_п$, $C_п$, $M_п$, $P_п$)

3) Показатели надрудных элементов ($C_н$, $КК_н$, $C_н$, $M_н$, $P_н$)
   Показатели подрудных элементов ($C_п$, $КК_п$, $C_п$, $M_п$, $P_п$)

Наибольшей контрастностью поведения по вертикали на различных уровнях ореолов отличается последнее отношение, которое получило название коэффициента

зональности ($К_з$). запишем его частную формулу на примере парного отношения линейных продуктивностей, как наиболее часто применяемого в поисковой геохимии показателя:

$$К_з = М_{надр.} / М_{подр.} \quad (68)$$

Коэффициент зональности аддитивных ореолов будет иметь вид:

$$К_з = \sum М_{надр.} / \sum М_{подр.} \quad (69)$$

Аналогично для мультипликативных ореолов этот же коэффициент следует рассчитывать по формуле

$$К_з = (М_{н\,1} * М_{н\,2} *\ldots М_{н}\,х) / (М_{п1} * М_{п\,2} *\ldots М_{п}у) \quad (70)$$

Первичные эндогенные ореолы и развивающиеся по ним вторичные остаточные ореолы рассеяния являются многокомпонентными, поэтому всегда возникает необходимость сравнительной оценки зональности ореолов различных элементов с целью выбора наиболее эффективных элементов-индикаторов зональности.

В подобных случаях можно пользоваться *методом составления рядов вертикальной зональности* с помощью ***коэффициента контрастности зональности***. Последний представляет собой отношение значения числового показателя элемента (например М- линейная продуктивность) на верхнем (надрудном – в числителе) к значению этого показателя того же элемента на нижнем (подрудном – в знаменателе) сечении исследуемого геохимического разреза. В качестве примера предложим таблицу 17, приведенную в работе А.А. Беуса и С.В. Григоряна [2]. В ней приведены величины линейной продуктивности ореолов и коэффициенты контрастности зональности, раасчитанные по одному из разрезов уранового месторождения в гранитах.

Таблица 17

Величины линейной продуктивности (М,%) и коэффициента контрастности зональности ореолов

Показатель	U	Cu	Zn	Pb
Линейная продуктивность:				
Поверхность (надрудный)	0,3	1,2	3,0	12,0
IV горизонт (рудный)	0,45	1,3	1,6	5,0
VII горизонт (подрудный)	0,5	0,7	0,2	0,26
Коэффициент контрастности - зональности	0,6	1,7	15,0	46,0

Если элементы расположить по порядку убывания величины коэффициента контрастности, получим ряд элементов-индикаторов зональности, где слева направо происходит смена элементов в соответствии с зональностью их ореолов. Для рассматриваемого примера будем иметь:

свинец (46,0) – цинк (15,0) – медь (1,7) –уран (0,6).

Практическое значение подобных рядов заключается в том, что с их помощью удается определить наиболее контрастные, а, следовательно, наиболее надежные для оценки уровня эрозионного среза индикаторные отношения, какими будут пары элементов, максимально удаленных в рядах зональности. В приведенном примере такой является пара свинец-уран.

Использование коэффициента контрастности зональности дает однозначные результаты только при условии монотонного характера изменения по вертикали продуктивностей ореолов. Однако, это условие часто нарушается, в связи с чем более надежно использовать *показатель зональности элемента-индикатора.* Он представляет собой отношение продуктивности ореола данного элемента к сумме продуктивностей ореолов всех элементов-индикаторов исследуемого типа оруденения, то есть:

$$П_з = Mx/ \sum M_i \qquad (71)$$

При таких подсчетах следует нормировать продуктивности ореолов. Эта операция и выявление ряда вертикальной зональности элементов-индикаторов на конкретных примерах подробно рассмотрены в монографии А.А. Беуса и С.В. Григоряна (1975, стр. 95-97 [2]).

Показатель зональности количественно отражает относительное накопление элемента на каждом из исследованных горизонтов и может служить индикатором вертикальной зональности ореолов. В таблице 18 отражены величины показателя зональности, рассчитанные по нормированным значениям линейных продуктивностей ореолов в одном из разрезов скарново-полиметаллического месторождения Акташ в Таджикистане [2].

Таблица 18

Величины показателя зональности элементов

Элемент	Поверхность	Скв. 407	скв. 410	скв. 411
Pb	0,13	0,746*	0,171	0,03
As	0,148	0,0056	0,036	0,04
Sb	0,574	0,056	0,184	0,139
Cu	0,084	0,071	0,158	0,156
Bi	0,061	0,028	0,211	0,177
Mo	0,0061	0,7	0,237	0,465

- подчеркнуты максимальные для каждого элемента значения $П_з$

Из таблицы следует, сто максимальное относительное накопление мышьяка и сурьмы наблюдается на верхнем уровне ореолов, синца – на втором, меди и висмута – на третьем, а молибдена – на самом нижнем уровне. Таким образом, по результатам расчета $П_З$ можно составить следующий ряд элементов (сверху вниз):

(As, Sb) – Pb – (Cu, Bi) - Mo .

В скобки заключены элементы, взаимоотношения между которыми не ясны. Порядок значений $П_З$ при достаточной статистике на эталонных месторождениях может, очевидно, служить индикатором соответствующего сечения ореола. И это может быть использовано при оценке аномалий.

Пространственные характеристики ореолов

К ним относятся такие показатели, которые характеризуют пространственное положение геохимических ореолов:

- длина ореола (А) – размер ореолов по простиранию;
  ($А^1$) – протяженность по падению;
- ширина ореолов (В) – размер ореолов вкрест простирания;
- коэффициент сжатия ореолов (в) –отношение ширины ореола к его длине;
- азимут простирания ореола (Аз пр.);
- угол падения ореола (< пад.);
- коэффициент сплошности ореола (Кс), представляющий отношение аномальных площадей, заключенных в контуре ореола к общей площади ореола.

С м е щ е н и е э п и ц е н т р а о р е о л а н а с к л о н е.

Эпицентр вторичного ореола рассеяния в рыхлых отложениях совпадает в плане с выходом рудного тела на поверхность коренных пород только в случае горизонтальной дневной поверхности и вертикального падения рудного тела. Во всех остальных случаях центральная точка ореола смещена в сторону понижения рельефа и восстания рудного тела.

Очень ответственной операцией, завершающей оценку аномалий (ореолов), является вскрытие коренного оруденения канавой, шурфом или скважиной. При

заложении выработки необходимо учитывать смещение эпицентра ореола на склоне. это смещение пропорционально квадрату мощности рыхлых отложений и синусу угла наклона местности и рассчитывается по формуле:

$$\Delta S = A*h^2*\sin\alpha \qquad (72)$$

где ΔS – смещение эпицентра ореола на склоне по отношению выхода рудного тела на поверхность коренных пород;

A – местный коэффициент, зависящий от ландшафтно-геохимических условий миграции элемента;

h – мощность рыхлых отложений на склоне, в которых развит вторичный ореол рассеяния;

α – угол склона.

Подводя итоги рассмотрения вопросов качественной и количественной оценки геохимических полей, составляющих их аномалий и ореолов, вслед за А.П. Солововым напомним, что рассмотренные ореольные показатели имеют различное значение и целевое назначение и в этом плане в методической и учебной литературе подразделены на две группы показателей – параметрические и непараметрические.

Параметрические показатели уточняются по мере увеличения детальности и точности поисковых геохимических исследований. Они имеют важное значение для обоснования методики геохимических поисков и научных выводов. К ним относятся:

- среднее арифметическое (c) или геометрическое (c) содержание химических элементов в однородном геологическом объекте, в удалении от аномалии;
- природное стандартное отклонение (S), дисперсия (S^2), или стандартный множитель (δ) при данном весе пробы;
- максимальное содержание металла (элемента в аномалии (C_{max}) при данном способе опробования;
- количество металлов в аномалии (M в м%, P в м^2%, q в тоннах или кг);
- подвижность химических элементов в ореолах ($1/\lambda$ и σ);
- отношение между количеством металла во вторичном ореоле (M, P, q) и в коренном оруденении – «местный коэффициент пропорциональности (*K*);
- отношение между содержаниями (лучше количествами) пар или групп химических элементов в аномалии;
- коэффициенты корреляции между содержаниями химических элементов в аномалиях и т.д.

Непараметрические показатели с увеличением точности исследований произвольно изменяются или заранее известны. Некоторые имеют важное техническое значение. К этой группе относятся:

- «встречаемость» химических элементов в аномалии (в %);
- средние содержания химических элементов в аномалии и в рудах (в %);
- выявленные (эффективные) размеры аномалии (ширина, протяженность, площадь);
- ряды подвижности химических элементов в зависимости от размеров ореолов;
- отношения между содержаниями (Cx) металлов во вторичном ореоле и в коренном оруденении.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Алексеенко В.А. Геохимические методы поисков месторождений полезных ископаемых. М.: «Высшая школа», 1989. -304 с.
2. Беус А.А., Григорян С.В. Геохимические методы поисков и разведки месторождений твердых полезных ископаемых. М.; Недра, 1975. С.
3. Вершинин А.С., Грязнов О.Н., Чесноков В.И. Теоретические основы геохимических методов поисков месторождений полезных ископаемых. Учебное пособие.- Екатеринбург: Изд-во УГГГА 2000.-201 с.
4. Григорян С.В., Янишевский Е.М. Экзогенные геохимические ореолы рудных месторождений и их использование при поисках скрытого оруденения. М.: Недра, 1968.
5. Инструкция по геохимическим методам поисков рудных месторождений. М.: Недра, 1965.
6. Инструкция по геохимическим методам поисков рудных месторождений. М.: Недра, 19 .
7. Крамбейн У., Кауфман М., Мак-Кеммон Р. Модели геологических процессов. М.: «Мир», 1973.
8. Левинсон А. Введение в поисковую геохимию. Москва: Изд-во «Мир», 1976. – 499 с.
9. Питулько В.М., Крицук И.Н. Основы интерпретации данных поисковой геохимии. Л.: Недра, 1990. -336 с.
10. Соловов А.П. Основы теории и практики металлометрической съемки. Алма-Ата: Изд-во АН КазССР, 1959.
11. Справочник по геохимическим поискам полезных ископаемых. М.: Недра, 1990.
12. Толстой М.И. некоторые вопросы методики оценки металлоносности геологических образований и обнаружения эндогенных геохимических ореолов. Киев. Изд-во Киевского ун-та, 1964.
13. Требования к производству и результатам многоцелевого геохимического картирования масштаба 1:1000000. М.: ИМГРЭ, 1999
14. Чесноков В.И., Грязнов О.Н. «Основы математической обработки геохимической информации» в 3-х частях. *Методические разработки к практическим занятиям* по курсу «Геохимические методы поисков рудных месторождений». Свердловск: Изд-во СГИ. 1982. 125 с.
15. Шарапов И.П. Применение математической статистики в геологии. М.: Недра, 1971.

Практические задания по дисциплине

Лабораторная работа № 1
Построение геохимических спектров и их корреляция (4 часа)

1. Выдается задание на построение геохимических спектров (прил.), каждому по 2 варианта.

2. Рассчитываются кларки концентрации (КК) для всех элементов заданных в вариантах по формуле КК= Сэ/К. в качестве Кларков используются средние содержания химических элементов в горных породах соответствующего состава (прил….).

3. По результатам расчетов заполняются 1-3 и 6 столбцы таблицы 4.

Таблица 4

Расчет кларков концентрации и их коэффициента ранговой корреляции

Элемент	Кларк	$КК_1$	Порядковый номер		$КК_2$	Порядковый номер		Разность порядковых исправленных номеров (Δ)	Квадрат разности исправленных номеров (Δ^2)
			предварительный	Исправленный		предварительный	Исправленный		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

4. Составляется геохимический спектр объекта (две круговые диаграммы).

Составляется два геохимических спектра (по двум пробам). Отложение КК по лучу для каждого элемента осуществляется в логарифмическом масштабе (рис. 1).

5. Сопоставить визуально эти два геохимических спектра:

а) похожи они или нет по повышенным КК;

б) качественно оценить эти спектры (геохимический спектр какого геологического объекта представляют ассоциации данных элементов; его металлогеническая специализация).

К типоморфным элементам будем относить элементы с КК≥ 2.

в) Определение геохимических типов ассоциаций химических элементов по рис. 2.

Вывод: к какому генетическому типу может принадлежать изучаемый рудный объект (прил.).

6. Вычислить коэффициент ранговой корреляции между геохимическими спектрами (формулы), внести данные в таблицу 4, составляя все необходимые дополнительные таблицы (табл. 2,3).

7. Проверить значимость коэффициента ранговой корреляции и интерпретировать его значение.

8. Сделать вывод о генетическом классе геологического объекта с данными геохимическими спектрами и вывод по рассчитанному коэффициенту ранговой корреляции.

Лабораторная работа № 2

Определение геохимического фона и аномальных значений по данным литохимического опробования (4 часа)

Дана карта с данными литохимического опробования на участке рудопроявления меди «Д».

I. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОХИМИЧЕСКОГО ФОНА И АНОМАЛЬНЫХ СОДЕРЖАНИЙ ПО ВАРИАЦИОННЫМ КРИВЫМ И ИНТЕГРАЛЬНЫМ ПРЯМЫМ

1. Производится группировка величин содержаний химических элементов по содержаниям (отдельно для гранитов и эффузивно-осадочных пород).

Составляем две таблицы «Результаты группирования содержаний меди» –1-по гранитам; 2- по эффузивно-осадочным породам (табл. 12).

Вместо интервалов возьмем конкретные встречающиеся данные содержаний меди (по гранитам и по эффузивам) в неизмененных породах (т.е. исключая зоны рассланцевания и рыхлые четвертичные отложения). Для гранитов характерны содержания - 1, 2, 3, 4, 5, 6; для эффузивно-осадочных пород – 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Произведем подсчет общего количества проб, входящих в каждый интервал (n_i) и рассчитаем *относительную частоту*, соответствующую данному интервалу, по формуле ( ).

Таблица 12

Результаты группирования содержаний меди

п/п	Содержания меди, $n \bullet 10^{-3}$ %	Отметки	Частоты (n_i)	Частости (Wi)	Исправленные частости		Накопленные исправленные частости (Wsi)

При использовании результатов приближенно-количественного спектрального анализа следует иметь в виду дискретность получаемых содержаний химических элементов, хотя в природе распределение содержаний имеет непрерывный характер

Поэтому вычисляется так называемая исправленная относительная частота, при этом вычисленная частость (Wi) делится пополам, половина ее относится к данному содержанию, вторая половина относится к следующему по возрастанию (см. табл. 11).

Второй причиной необходимости вычисления исправленных частот является наличие «любимых» и «нелюбимых» цифр в результатах спектрального анализа.

Подсчитать накопленные исправленные частости, по которым строится интегральный график логнормального распределения.

2. Построение вариационных (дифференциальных) кривых для выявления закономерностей распределения химических элементов

Для каждого типа пород строится две вариационных кривых (см. рис. 3, 5):

а) Для нормального закона распределения - по оси абсцисс откладываем содержания меди в пропорциональном масштабе (нижняя шкала вероятностного трафарета), а по оси ординат - относительные частоты (частости) также в пропорциональном масштабе (левая шкала);

б) ***Для логнормального закона*** распределения – содержания откладываем по верхней шкале в логарифмическом масштабе, по оси ординат – частости, также по левой шкале.

По полученным дифференциальным кривым определяем, какой закон наиболее приемлем для данной выборки (более симметричная кривая). Из двух построенных вариационных кривых выбираем наиболее симметричную и делаем вывод о модели распределения меди в гранитах и в эффузивно-осадочных породах.

Определения необходимых параметров выполняем по выбранной вариационной кривой распределения.

3. Определение геохимического фона и аномальных значений, используя вариационные кривые

а) Для логнормального распределения

Пользуясь логарифмическим масштабом можно сразу определить фоновое содержание (см. рис. 6). Для определения аномальных содержаний в этом случае используется стандартный множитель ε. Для определения графическим способом абцисса правой ветви кривой в точке ее пересечения с линией, проведенной параллельно оси абсцисс на уровне 0,6 максимальной ординаты вариационной кривой, делится на Сф (см. рис. 6).

ε = абсц. В/ Сф (снято со шкалы)

Вычисляем только положительные аномалии, связанные с оруденением. Формулы для определения аномальных содержаний с помощью ε имеют следующий вид:

$Ca_1 = Сф \bullet \varepsilon$ (вероятность аномальности - 84,13%);

$Ca_2 = Сф \bullet \varepsilon^2$ (вероятность аномальности - 97,72%);

$Ca_3 = Сф \bullet \varepsilon^3$ (вероятность аномальности - 99,86%).

б) Для нормального закона распределения:

Значение фонового содержания соответствует модальному значению содержаний (см. рис. 3). Среднее квадратическое отклонение (S) также определяется графически и равно половине ширины вариационной кривой на уровне 0,6 ее максимальной ординаты (см. рис. 3).

Положительные аномальные содержания вычисляют по следующим формулам:

$Ca_1 = Сф + S$

$Ca_2 = Сф + 2S$;

$Ca_3 = Сф + 3S$.

4. Использование интегральных графиков для определения фоновых и аномальных содержаний:

Интегральные прямые распределения меди в гранитах и эффузивно-осадочных породах строятся только для тех законов, с которыми согласовано эмпирическое распределение (определили по вариационным кривым).

При построении интегральных графиков по оси ординат (правый вертикальный масштаб от 0,1 % до 99,9 %) откладываются накопленные исправленные частости (Wsi), а по оси абсцисс, в зависимости от предполагаемого закона распределения, используется либо линейный, либо логарифмический масштаб.

Обычно, точки накопленных частот не лежат на одной линии, поэтому проводится осредняющая прямая линия (см. рис. 8, 9).

Производится проверка соответствия эмпирического распределения предполагаемому теоретическому закону с помощью критерия Колмогорова:

$\lambda = (\Delta y_{max} \cdot \sqrt{N})/ 100$, где

Δy_{max} – наибольшее отклонение (в %) эмпирических точек накопленных частот от осредняющей прямой или разность ординат наиболее отходящей эмпирической точки и соответствующей точки на осредняющей прямой;

N – количество проб в выборке.

Если $\lambda \leq 1{,}35$, то критерий Колмогорова указывает, что рассматриваемая совокупность удовлетворительно описывается проверяемым теоретическим распределением (т.е. данный закон распределения принимается).

Если $\lambda > 1{,}35$, то – налицо несоответствие эмпирического распределения теоретическому (т.е. данный закон не принимается) – распределение не подчиняется нормальному закону.

После установления закона распределения, определяются его параметры

Определение параметров логнормального распределения

Построение интегральных графиков при проверке соответствия эмпирического распределения логнормальному закону проводится аналогичным образом, только по оси абсцисс используется логарифмический масштаб (сплошные линии с вынесенными содержаниями в верхней части вероятностного трафарета).

Для целей геохимических поисков важно знать две величины при логнормальном распределении элементов (см. рис. 10):

- фоновое содержание (Сф),
- стандартный множитель (ε).

Поскольку на вероятностном трафарете по оси абсцисс отложены не логарифмы, а содержания в логарифмическом масштабе, то абсцисса точки пересечения осредняющей прямой с линией, соответствующей 50% по оси ординат, дает нам среднее геометрическое значения содержания, которое принимается за геохимический фон (Сф).

Абсцисса точки пересечения осредняющей прямой с линией ординаты t= +1 (84,13 %) соответствует значению Сф • ε (абсц. А), из которого мы можем определить ε,

отсюда: ε_1= абсц. А/ Сф

Абсциссы точек пересечения осредняющей прямой с линиями оси ординат: t= +2 (97,72 %) и t= +3 (99,87 %) соответственно равны Сф• ε^2 (Абс. В) и Сф • ε^3 (Абс. С).

Из этих величин мы также можем найти ε_2, ε_3:

$\varepsilon_2 = \sqrt{}$Абс. В/ Сф; $\varepsilon_3 = \sqrt[3]{}$Абс. С)/ Сф

Далее, рассчитывается средняя величина ε:

$\varepsilon = \sqrt[3]{\varepsilon_1 \bullet \varepsilon_2 \bullet \varepsilon_3}$

Зная величины Сф и ε, легко определить величины аномальных содержаний:

Ca_1 = Сф • ε;

Ca_2 = Сф • ε^2;

Ca_3 = Сф • ε^3.

Определение параметров нормального распределения

При нормальном распределении мода, медиана и среднеарифметическое равны, т.е. M_0 = Me = $\bar{x}$, поэтому, определив медианное значение (Me) – получаем один из параметров распределения (медиана определяется абсциссой точки пересечения осредняющей прямой с линией 50 % по оси ординат –«жирная» линия). Эта же величина принимается за фоновое значение: Me = Сф (см. рис. 8).

Стандартное отклонение (S) также определяется графически (см. рис. 8) по разнице абсцисс точек пересечения осредняющей прямой с линией 50 % и линией 84,13% (пунктирная линия t= +1 на вероятностном трафарете).

Зная Сф и S рассчитывают аномальные содержания:

$Ca_1 = Cф \pm S$

$Ca_2 = Cф \pm 2S$

$Ca_3 = Cф \pm 3S$

Величины аномальных содержаний Ca_1, Ca_2, Ca_3 можно снимать непосредственно с интегральных графиков (при пересечении с $t = \pm1$, $t = \pm2$, $t = \pm3$).

II. ВЫДЕЛЕНИЕ АНОМАЛИЙ НА КАРТЕ

По рассчитанным аномальным значениям Ca_1, Ca_2, Ca_3 производится выделение геохимических аномалий на карте отдельно по гранитам и по эффузивно-осадочным породам (см. рис. 11).

При выделении и оконтуривании геохимических аномалий нередко встречаются пробы или пространственно сближенные группы проб с содержаниями выше фоновых, но ниже аномальных (на уровне Ca_3). В каждом конкретном случае отнесение этих проб к аномальным или фоновым, при нормальном распределении, производится по формуле:

$Ca = Cф + (3S/\sqrt{m})$, при $m \leq 9$ (см. раздел 2, «*Проверка аномалий с определенным (малым) количеством точек*)

m –количество точек в аномалии.

Для логарифмического закона $Ca \geq Cф \cdot \varepsilon^{\pm 3/\sqrt{m}}$.

III. КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА ГЕОХИМИЧЕСКИХ АНОМАЛИЙ

1. Расчет площадной продуктивности ореола:

По оконтуренным геохимическим аномалиям (в контуре Ca_1) производится расчет площадной продуктивности по формуле ( ).

$$P_{Cu} = \Delta x \cdot l \cdot (\sum_{1}^{N} Ci - N \cdot Cф) \cdot 10^{-3}, \text{ м}^2 \cdot \%$$

Δx – расстояние между точками опробования, в м;

l – расстояние между профилями, в м;

Ci – значения проб, попадающих в контур аномалии Ca_1;

Сф – фоновое значение.

2. Расчет ориентировочных запасов меди до глубины 100 м (прогнозные ресурсы)

Q_{Cu} (P_1) = 1/К • 1/40 • P_{Cu} • Н

К – коэффициент пропорциональности ($К_{Cu}$=0,3);

Н – глубина (100 м).

Дать заключение о масштабах изучаемого объекта по рассчитанным прогнозным ресурсам.

Масштабы месторождений меди:

запасы <10000 т – рудопроявление,

10000-100 000 т – мелкое месторождение,

100 тыс. т.-1 млн. т. – среднее месторождение,

1-5 млн. т. – крупное месторождение,

> 5 млн. т. уникальное месторождение.

IV. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕСТ ЗАЛОЖЕНИЯ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК ДЛЯ ВСКРЫТИЯ АНОМАЛИИ

По выделенным геохимическим аномалиям запроектировать места заложения горных выработок для вскрытия аномалии и предполагаемого рудного тела с учетом масштаба работ; вынести их на карту.

Лабораторная работа № 3
Выявление вертикальной геохимической зональности эндогенных ореолов месторождения уран-молибденовой формации (6 часов)

1. Группирование содержаний химических элементов, определение закона распределения для каждого элемента, расчет фоновых и аномальных содержаний;

2. Расчет линейных продуктивностей и показателей зональности в пределах построенных в разрезе аномалий;

3. Расчет ранговых коэффициентов корреляции, построение графиков изменения всех рассчитанных показателей вертикальной зональности, определение количественных отличий надрудного и подрудного уровней геохимических ореолов.

Лабораторная работа № 4
Определение геохимического фона, аномальных значений и расчет прогнозных ресурсов в коре выветривания по данным глубинного литохимического опробования (4 часа)

Глубинные литогеохимические поиски *месторождений представляют собой проведение исследований на некоторой глубине от поверхности с помощью технических средств. Объектами глубинных поисков являются погребенные и скрыто-погребенные месторождения. Первые наиболее доступны для обнаружения, их рудные тела прежде выходили на поверхность денудации, а затем были перекрыты более молодыми отложениями. Последние – это месторождения, не выходившие на дневную поверхность и перекрытые более молодыми рыхлыми образованиями. Они представляют несравненно большие трудности для обнаружения и потому могут считаться резервом для поисков второй очереди. Поиски погребенного оруденения проводятся на закрытых площадях в определившихся рудных районах и направлены в первую очередь на выявление аналогов известных промышленных месторождений.*

В практику глубинных поисков А.Н. Еремеевым (1963) введено понятие «представительного горизонта поисков», под которым понимается наиболее приближенный к дневной поверхности горизонт максимального площадного и достаточно надежного развития вторичных ореолов рассеяния. Главным фактором, определяющим методику работ, выбор технических средств и экономическую целесообразность проведения глубинных поисков, является мощность и состав рыхлых отложений, перекрывающих представительный горизонт.

Даны результаты глубинного литохимического опробования по скважинам, пробуренным на нескольких профилях, как по равномерной, так и неравномерной сети, геологическая карта и разрез по буровому профилю Х.

1. Определить геохимический фон Cu или Zn в коре выветривания.

Использовать для группирования содержания по профилю 10 (см. лаб. раб. № 2).
Проверку закона распределения произвести по критерию Колмогорова.

$\lambda = (\Delta y_{max} \bullet \sqrt{N})/100 \qquad \lambda \leq 1{,}35$

При $\lambda_1 > \lambda_2$, выбираем закон распределения соответствующий прямой с λ_2.

2. Рассчитать аномальные содержания Ca_1, Ca_2, Ca_3 (см. лаб. раб. № 2).

3. Построить металлометрическую карту для заданного уровня среза по Cu или Zn.

4. Рассчитать линейную продуктивность (М) по профилям.

Линейная продуктивность при *равномерной сети* опробования:

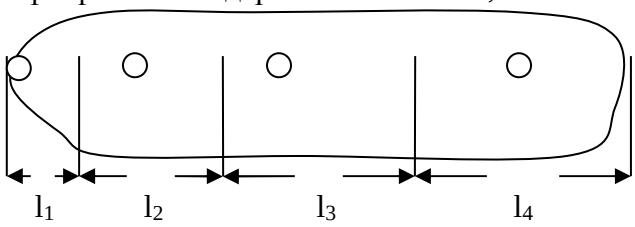
$$M = \Delta x \bullet (\sum_{1}^{N} Cx - N \bullet C\phi) \bullet 10^{-3} \text{ м} \bullet \%$$

Δx – расстояние между точками опробования, м;
Cx – содержание элемента в пробе, в $n \bullet 10^{-3}$ %;
N – количество проб на профиле, попадающих в ореол Ca_1;
$C\phi$ – фоновое содержание элемента, в $n \bullet 10^{-3}$ %.

При *неравномерной сети* опробования линейная продуктивность рассчитывается по следующей формуле:

$$M = (\sum_{1}^{N} Ci \bullet li - a \bullet C\phi) \bullet 10^{-3} \text{ м} \bullet \%$$

Ci- содержание элемента в пробе, в $n \bullet 10^{-3}$ %;
li – интервал влияния пробы, м;
a – сумма интервалов влияния проб, м;
$C\phi$ - фоновое содержание элемента, в $n \bullet 10^{-3}$ %.



$$\sum_{1}^{N} Ci \bullet li = C_1 \bullet l_1 + C_2 \bullet l_2 + C_3 \bullet l_3 + \ldots + C_n \bullet l_n$$

$$a = \sum li = l_1 + l_2 + l_3 + \ldots + ln$$

5. Вычислить площадную продуктивность ореола (Р).

$$P = L \bullet \sum_{1}^{N} Mi \ \text{м}^2 \bullet \%$$

$$\sum_{1}^{N} Mi = M_1 + M_2 + M_3 + \ldots + Mn$$

L – расстояние между профилями, м.

6. Определить количество металла в ореоле на глубину 1 м (q).

$q= 1м\bullet d\bullet P\bullet 10^{-2}$ (т/м^3)
d – объемная масса руды, для колчеданных руд 2,5 т/м^3;

6. Определить прогнозные ресурсы металла в коре выветривания коренных пород (Qк.в.).

Кора выветривания прослеживается до глубины 30-40 м.

$Qк.в.= q\bullet h_{к.в.}$ (т)
$h_{к.в.}$ – мощность коры выветривания, взять среднее значение.

8. Рассчитать прогнозные ресурсы металла в коренном оруденении (Qр.т.).

$Qр.т.= 1/K \bullet q\bullet H$ (т)
K_{Cu} =0,5; K_{Zn}= 0,3;
H – глубина прогнозирования, H = 200 м.

9. Построить геохимический ореол в разрезе по линии X.

10. Рассчитать линейную продуктивность ореола по скв. 115.

11. По результатам работы дать краткие выводы в виде отчетной геологической записки: вывод о масштабах оруденения и уровне представительного горизонта.

Представительный горизонт – горизонт, на уровне которого ореолы обладают достаточной (максимальной) интенсивностью для их выявления.

Масштабы оруденения по запасам металла для меди и цинка:
запасы <10000 т – рудопроявление,
10000-100 000 т – мелкое месторождение,
100 тыс. т.-1 млн. т. – среднее месторождение,
1-5 млн. т. – крупное месторождение,
> 5 млн. т. уникальное месторождение.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Критические значения распределения X^2

f	q								
	95,0	**90,0**	**10,0**	**5,0**	**2,5**	**1,0**	**0,5**	**0,1**	**0,05**
1	0,00	0,02	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88	10,8	12,1
2	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	10,6	13,8	15,2
3	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,3	12,8	16,3	17,7
4	0,71	1,06	7,78	9,49	11,1	13,3	14,9	18,5	20,0
5	1,15	1,61	9,24	11,1	12,8	15,1	16,7	20,5	22,1
6	1,64	2,20	10,6	12,6	14,4	16,8	18,5	22,5	24,1
7	2,17	2,83	12,0	14,1	16,0	18,5	20,3	24,3	26,0
8	2,73	3,49	13,4	15,5	17,5	20,1	22,0	26,1	27,9
9	3,33	4,17	14,7	16,9	19,0	21,7	23,6	27,9	29,7
10	3.94	4,87	16,0	18,3	20,5	23,2	25,2	29,6	31,4
11	4,57	5,58	17,3	19,7	21,9	24,7	26,8	31,3	33,1
12	5,23	6,30	13,5	21,0	23,3	26,2	28,3	32,9	34,8
13	5,89	7,04	19,8	22,4	24,7	27,7	29,8	34,5	36,5
14	6,57	7,79	21,1	23,7	26,1	29,1	31,3	36,1	38,1
15	7,26	8,55	22,3	25,0	27,5	30,6	32,8	37,7	39,7
16	7,96	9,31	23,5	26,3	28,8	32,0	34,3	39,3	41,3
17	8,67	10,1	24,8	27,6	30,2	33,4	35,7	40,8	42,9
18	9,39	10.9	26,0	28,9	31,5	34,8	37,2	42,3	44,4
19	10,1	11,7	27,2	30,1	32,9	36,2	38,6	43,8	46,0
20	10,9	12,4	28,4	31,4	34,2	37,6	40,0	45,0	47,5
21	11,6	13,2	29,6	32,7	35,5	38,9	41,4	46,8	49,0
22	12,3	14,0	30,8	33,9	35,8	40,3	42,8	48,0	50,5
23	13,1	14.8	32,0	35,2	38,1	41.6	44,2	49,7	52,0
24	13,8	15,7	33,2	36,4	39,4	43,0	45,6	51,2	53,5
25	14,6	16,5	34,4	37,7	40,6	44,2	46,9	52,6	54,9
26	15,4	17,3	35,6	38,9	41,9	45,6	48,3	54,1	56,4
27	16,2	18,1	36,7	40,1	43,2	47,0	49,6	55,5	57,9
28	16,9	18,9	37,9	41,3	44,5	48,3	51,0	56,9	59,3
29	17,7	19,8	39,1	42,6	45,7	49,6	52,3	58,3	60,7
30	18,5	20,6	40,3	43,8	47,0	50,0	53,7	59,7	62,2
31	19,3	21,4	41,4	45,0	48,2	52,2	55,0	61,1	63,6
32	20,1	22,3	42,6	46,2	49,5	53,5	56,3	62,5	65,0
33	20,9	23,1	43,7	47,4	50,7	54,8	57,6	63,9	66,4
34	21,7	24,0	44,9	48,6	52,0	56,1	59,0	65,2	67,8
35	22,5	24,8	46,1	49,8	53,2	57,3	60,3	66,6	69,2
36	23,3	25,6	47,2	51,0	54,4	58,6	61,6	68,0	70,6
37	24,1	26,5	48,4	52,2	55,7	59,9	62,9	69,3	72,0
38	24,9	27,3	49,5	53,4	56,9	61,2	64,2	70,7	73,4
39	25,7	28,2	50,7	54,6	58,1	62,4	65,5	72,1	74,7
40	26,5	29,1	51,8	55,8	59,3	63,7	66,8	73,4	76,1
41	27,3	29,9	52,9	56,9	60,5	65,0	68,1	74,7	77,5
42	28,1	30,8	54,1	58,1	61,8	66,2	69,3	76,1	78,8
43	29,0	31,6	55,3	59,3	63,0	67,5	70,6	77,4	80,2
44	29,8	32,5	56,4	60,5	64,2	68,7	71,9	78,7	81,5
45	30,6	33,4	57,5	61,7	65,4	70,0	73,2	80,1	82,9
46	31,4	34,2	58,6	62,8	66,6	71,2	74,4	81,4	84,8
47	32,3	35,1	59,8	64,0	67,8	72,4	75,7	82,7	85,6
48	33,1	35,9	60,9	65,2	69,0	73,7	77,0	84,0	86,9
49	33,9	36,8	62,0	66,2	70,2	74,9	78,2	85,4	88,2
50	34,8	37,7	63,2	67,5	71,4	76,2	79,5	86,7	89,6

Приложение 2

Значения q% пределов для t-распределения Стьюдента в зависимости от числа f степеней свободы

q / f	10,0	5,0	1,0	0,5	0,1
1	6,314	12,706	63,657	127,30	636,6
2	2,920	4,303	9,925	14,089	31,600
3	2,353	3,182	5,841	7,453	12,922
4	2,132	2,776	4,604	5,597	6,610
5	2,013	2,571	4,032	4,773	6,869
6	1,943	2,447	3,707	4,317	5,959
7	1,895	2,365	3,499	4,029	5,408
8	1,860	2,306	3,355	3,833	5,041
9	1,833	2,262	3,250	3,690	4,781
10	1,812	2,228	3,169	3,581	4,578
12	1,782	2,179	3,055	3,425	4,318
14	1,761	2,145	2,977	3,326	4,140
16	1,746	2,120	2,921	3,252	4,015
18	1,734	2,101	2,878	3,193	3,922
20	1,725	2,086	2,845	3,153	3,849
22	1,717	2,074	2,819	3,119	3,792
24	1,711	2,064	2,797	3,092	3,745
26	1,706	2,056	2,779	3,067	3,704
28	1,701	2,048	2,763	3,047	3,674
30	1,697	2,042	2,750	3,030	3,646
	1,645	1,960	2,576	2,807	3,291

Приложение 3

Критические значения распределения F q=0,05

f_2	f_1						
	1	2	3	4	5	6	7
1	161,45	199,50	215,71	224,58	230,16	233,99	236,77
2	18,513	19,000	19,164	19,247	19,296	19,330	19,353
3	10,128	9,552	9,277	9,117	9,014	8,941	8,887
4	7,709	6,944	6,591	6,988	6,256	6,169	6,094
5	6,606	5,786	5,410	5,192	5,050	4,950	4,876
6	5,987	5,143	4,757	4,534	4,387	4,284	4,207
7	5,591	4,737	4,347	4,125	3,972	3,866	3,787
8	5,318	4,459	4,066	3,830	3,688	3,581	3,501
9	5,117	4,257	3,863	3,633	3,482	3,374	3,293
10	4,965	4,103	3,708	3,478	3,326	3,217	3,136
11	4,844	3,982	3,587	3,357	3,204	3,095	3,012
12	4,747	3,885	3,490	3,259	3,106	2,996	2,913
13	4,667	3,806	3,411	3,179	3,025	2,915	2,832
14	4,600	3,739	3,344	3,112	2,958	2,848	2,764
15	4,543	3,682	3,287	3,056	2,901	2,791	2,707
16	4,494	3,634	3,239	3,007	2,852	2,741	2,657
17	4,451	3,592	3,197	2,965	2,810	2,699	2,614
18	4,414	3,555	3,160	2,928	2,773	2,661	2,577
`19	4,381	3,522	3,127	2,895	2,740	2,628	2,544
20	4,351	3,493	3,098	2,866	2,711	2,599	2,514
21	4,325	3,467	3,073	2,840	2,685	2,573	2,488
22	4,301	3,443	3,049	2,817	2,661	2,549	2,464
23	4,279	3,422	3,028	2,796	2,640	2,528	2,442
24	4,260	3,403	3,009	2,776	2,621	2,508	2,423
25	4,242	3,385	2,991	2,759	2,603	2,490	2,405
26	4,225	3,369	2,975	2,743	2,587	2,474	2,388
27	4,210	3,354	2,960	2,728	2.572	2,459	2,373
28	4,196	3,340	2,947	2,714	2,558	2,445	2,359
29	4,183	3,328	2,934	2,701	2,545	2,432	2,346
30	4,171	3,316	2,922	2,690	2,534	2,421	2,334
40	4,085	3,232	2,839	2,606	2,450	2,336	2,249
60	4,001	3,150	2,758	2,525	2,368	2,254	2,167
120	3,920	3,072	2,680	2,447	2,290	2.175	2,087
∞	3,042	2,996	2,605	2,372	2.214	2,099	2,010

Продолжение приложения 3

f_2	f_1					
	8	9	10	12	15	20
1	238,88	240,54	241,88	243,91	245,95	248,01
2	19,371	19,385	19,396	19,413	19,429	19,446
3	8,845	8,812	8,786	8,745	8,703	8,660
4	6,041	5,999	5,964	5,912	5,858	5,803
5	4,818	4,773	4,735	4,678	4,619	4,558
6	4,147	4,099	4,060	4,000	3,938	3,874
7	3,726	3,677	3,637	3,575	3,511	3,445
8	3,438	3,388	3,347	3,284	3,218	3,150
9	3,230	3,179	3,137	3,073	3,006	2,937
10	3,072	3,020	2,976	2,913	2,845	2,774
11	2,948	2,896	2,854	2,788	2,719	2,646
12	2,849	2,796	2,753	2,687	2,617	2,544
13	2,767	2,714	2,671	2,604	2,533	2,459
14	2,699	2,646	2,602	2,534	2,463	2,388
15	2,641	2,588	2,544	2,475	2,404	2,328
16	2,591	2,538	2,494	2,425	2,352	2,276
17	2,548	2,494	2,450	2,381	2,308	2,230
18	2.510	2,456	2,412	2,342	2,269	2,191
`19	2,477	2,423	2,378	2,308	2,234	2,156
20	2,447	2,393	2,348	2,278	2,203	2,124
21	2,421	2,366	2,321	2,250	2,176	2,096
22	2,397	2,342	2,297	2,226	2,151	2,071
23	2,375	2,420	2,275	2,204	2,128	2,048
24	2,355	2,300	2,255	2,183	2,108	2,027
25	2,337	2,282	2,237	2,165	2,089	2,008
26	2,321	2,266	2,220	2,148	2,072	1,990
27	2,305	2,250	2,204	2,132	2,056	1,974
28	2,291	2,236	2,190	2,118	2,041	1,959
29	2,278	2,221	2,177	2,105	2,028	1,945
30	2,266	2,211	2,165	2,092	2,015	1,932
40	2,180	2,124	2,077	2,004	1,925	1,839
60	2,097	2,040	1,993	1,917	1,836	1,748
120	2,016	1,959	1,911	1,834	1,751	1,659
∞	1,938	1,880	1,831	1,752	1,666	1,571

Продолжение приложения3

f_2	f_1					
	24	30	40	60	120	∞
1	249,05	250,09	251,14	252,20	253,25	254,32
2	19,454	19,462	19,471	19,479	19,487	19,496
3	8,639	8,617	8,594	8,572	8,549	8,527
4	5,774	5,746	5,717	5,688	5,658	5,628
5	4,527	4,496	4,464	4,431	4,398	4,365
6	3,842	3,808	3,774	3,740	3,705	3,669
7	3,411	3,376	3,340	3,304	3,267	3,230
8	3,115	3,079	3,043	3,005	2,967	2,928
9	2,901	2,864	2,826	2,787	2,748	2,707
10	2,737	2,700	2,661	2,621	2,580	2,538
11	2,609	2,571	2,531	2,490	2,448	2,405
12	2,506	2,466	2,426	2,384	2,341	2,296
13	2,420	2,380	2,339	2,297	2,252	2,206
14	2,349	2,308	2,266	2,223	2,178	2,131
15	2,288	2,247	2,204	2,160	2,114	2,066
16	2,235	2,194	2,151	2,106	2,059	2,010
17	2,190	2,146	2,104	2,058	2,011	1,960
18	2,150	2,107	2,063	2,017	1,968	1,917
`19	2,114	2,071	2,026	1,980	1,930	1,878
20	2,083	2,039	1,994	1,946	1,896	1,843
21	2,054	2,010	1,965	1,917	1,866	1,812
22	2,028	1,984	1,936	1,890	1,838	1,783
23	2,005	1,961	1,914	1,865	1,813	1,775
24	1,984	1,939	1,892	1,842	1,790	1,733
25	1,964	1,919	1,872	1,822	1,768	1,711
26	1,946	1,901	1,853	1,803	1,749	1,621
27	1,930	1,824	1,836	1,785	1,731	1,672
28	1,913	1,869	1,820	1,769	1,714	1,654
29	1,901	1,854	1,806	1,754	1,698	1,638
30	1,887	1,841	1,792	1,740	1,684	1,622
40	1,793	1,744	1,693	1,637	1,577	1,509
60	1,700	1,649	1,594	1,534	1,467	1,382
120	1,686	1,554	1,495	1,429	1,352	1,254
∞	1,517	1,459	1,394	1,318	1,221	1,00

Приложение 4

Критические значения коэффициента корреляции

f	q				
	0,10	**0,05**	**0,02**	**0,01**	**0,001**
1	0,98769	0,99692	0,999507	0,999877	0,999988
2	0,90000	0,95000	0,98000	0,99000	0,99900
3	0,8054	0,8783	0,93433	0,95873	0,99116
4	0,7293	0,8114	0,8822	0,91720	097406
5	0,6694	0,7545	0,8329	0,8745	0,95074
6	0,6215	0,7067	0,7887	0,8343	0,92493
7	0,5822	0,6664	0,7498	0,7977	0,8982
8	0,5494	0,6319	0,7155	0,7646	0,8721
9	0,5214	0,6021	0,6851	0,7348	0,8471
10	0,4973	0,5760	0,6581	0,7079	0,8233
11	0,4762	0,5529	0,6339	0,6835	0,8010
12	0,4575	0,5324	0,6120	0,6614	0,7800
13	0,4409	0,5139	0,5923	0,6411	0,7603
14	0,4259	0,4973	0,5742	0,6226	0,7420
15	0,4124	0,4821	0,5577	0,6055	0,7246
16	0,4000	0,4683	0,5425	0,5897	0,7084
17	0,3887	0,4555	0,5285	0,5751	0,6932
18	0,3783	0,4438	0,5155	0,5614	0,6787
19	0,3687	0,4329	0,5034	0,5487	0,6652
20	0,3598	0,4227	0,4921	0,5368	0,6524
25	0,3223	0,3809	0,4451	0,4869	0,5974
30	0,2960	0,3494	0,4093	0,4487	0,5541
35	0,2746	0,3246	0,38,10	0,4182	0.5189
40	0,2573	0,3044	0,3578	0,3932	0,4896
45	0,2428	0,2875	0,3384	0,3721	0,4648
50	0,2306	0,2732	0,3218	0,3541	0,4423
60	0,2108	0,2500	0,2948	0,3248	0,4078
70	0,1954	0,2319	0,2737	0,3017	0,3799
80	0,1829	0,2172	0,2565	0,2830	0,3568
90	0,1726	0,2050	0,2422	0,2673	0,3375
100	0,1638	0,1946	0,2301	0,2540	0,3211

Приложение 5

Критические значения Δ^2 в зависимости от числа проб N

N	q = 0,05	q = 0,01	N	q = 0,05	q = 0,01
			21	873-2207	595-2387
			22	1022-2520	820-2722
			23	1187-2861	960-3068
			24	1370-3230	1115-3485
5	0-40		25	1570-3630	1267-3913
6	4-66	0-70	26	1789-4061	1475-4375
7	12-100	4-106	27	2028-4524	1681-4871
8	22-146	10-158	28	2287-5021	1906-5402
9	40-200	24-216	29	2569-5551	2140-5971
10	61-269	39-291	30	2873-6117	2414-6576
11	88-352	58-382	31	3199-6721	2700-7220
12	121-451	84-488	32	3550-7362	3008-7904
13	163-565	115-613	33	3926-8042	3338-8630
14	213-697	154-756	34	4328-8762	3693-9397
15	272-848	201-919	35	4757-9523	4073-10207
16	342-1018	257-1103	36	5213-10327	4476-11064
17	423-1209	322-1310	37	5698-11174	4908-11964
18	515-1423	398-1540	38	6213-12065	5366-12912
19	621-1659	484-1796	39	6758-13002	5853-13907
20	740-1920	583-2077	40	7334-13986	6367-14953

Приложение 6

Средние содержания элементов в главных типах горных пород, почвах и земной коре (г/т или n*10^{-4}%) [по]

Атомный номер	Элемент	ультраосновные	основные	средние	кислые	Глины и глинистые сланцы	Кристаллические сланцы и	песчаники	Карбонатные породы	Почвы	Кларк земной коры
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	H	-	-	-	-	5080	2450	-	-	-	1100
2	He	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,6
3	Li	4,3	20	20	80	55	-	30	17	25	25
4	Be	0,2	0,4	1,8	3,5	3	-	2	0,6	0,3	2
5	B	5	5	15	15	50	-	35	20	20	12
6	C	100	200	300	300	19000	2360	13000	110000	20000	200
7	N	10	20	20	20	600	-	135	7	1000	20
8	O	439000	440000	462000	480000	491000	480000	510000	492000	490000	465000
9	F	100	400	500	800	600	700	300	300	200	640
11	Na	2200	19800	26800	27500	7860	15100	9200	2500	5000	23800
12	Mg	273000	40800	19600	6630	15400	19600	7300	46000	500	22600
13	Al	5000	81200	91200	78100	86600	90100	2900	9600	71000	80700
14	Si	205000	237000	280000	328000	261000	286000	347000	24000	330000	279900
15	P	100	1270	1050	870	610	790	400	500	800	1000
16	S	200	250	200	300	4200	1020	200	1200	700	330
17	Cl	100	60	100	200	800	200	11	150	100	180
18	Ar	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,22
19	K	300	7730	15200	32300	25100	22800	13200	2800	1400	21300
20	Ca	56900	71000	46900	16400	29400	21200	26700	325000	15000	38100
21	Sc	30	30	15	7	12	18	7	1	7	17
22	Ti	1600	10900	5500	2000	1000	3600	5000	600	5000	4900
23	V	87	300	150	70	150	150	30	19	90	190
24	Cr	2500	230	100	14	90	162	35	11	70	93
25	Mn	1000	1440	1160	540	700	930	400	400	1000	900
26	Fe	65600	87700	50400	26100	46600	51900	50000	8600	40000	53300
27	Co	80	30	20	10	19	24	9	1	8	23
28	Ni	1230	80	61	8	70	70	35	20	50	56
29	Cu	80	90	60	25	55	43	25	7	30	53
30	Zn	50	84	73	58	95	136	40	20	90	68
31	Ga	2,5	18	18	19	80	-	10	3,6	20	18
32	Ge	1,3	1,5	1,5	1,5	2,2	-	1,4	0?2	1,0	1,8
33	As	2	2	1,9	1,6	5	-	1,2	2	6	1,8
34	Se	0,1	0,13	0,07	0,04	1,0	-	1,0	0,08	0,4	0,073
35	Br	0,35	0,7	1,4	1,1	14	-	5,9	10	10	2,4
36	Kr	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,00004
37	Rb	2	50	95	210	130	130	68	24	35	110
38	Sr	17	460	440	270	260	285	250	370	250	370
39	Y	3,8	27	28	40	26	31	18	7,9	30	32
40	Zr	25	150	117	200	200	210	200	20	400	160
41	Nb	0,4	7	9	20	13,6	36	18	0,6	10	16
42	Mo	0,8	1,3	1	1,5	1,5	1	1,3	0,4	1,2	1,2
44	Ru	0,006	-	-	-	-	-	-	-	-	0,004
45	Rh	0,01	-	-	-	-	-	-	-	-	0,005
46	Pd	0,02	0,02	0.006	0,003	0.0005	-	0,0005	0,0005		0,009

47	Ag	0,06	0,1	0,017	0,04	0.-7	-	0,1	0,01	0,05	0,073
48	Cd	0,06	0,18	0,13	0,17	0,3	-	0,1	0,03	0,35	0,16
49	In	0,02	0,062	0,092	0,05	0,065	-	0,01	0,05	1	0.07
50	Sn	0,3	2	2,5	5	6	-	2,3	0,5		2,3
Атомный номер	Элемент	ультраосновные	основные	средние	кислые	Глины и глинистые сланцы	Кристаллические сланцы и парагнейсы	песчаники	Карбонатные породы	Почвы	Кларк земной коры
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
51	Sb	0,1	0,35	0,2	0,3	1,35	-	0,2	0.15	1	0,3
52	Te	0,01	0,007	0,002	0,001	0,01	-	0,001	-	-	0,001
53	J	0,1	0,5	0,3	0,5	1	-	1	1,2	5	0,5
54	Xe	-	_	-	-	-	-	-	-	-	
55	Cs	0,1	1	1,4	5	14	3	9	0,2	4	4
56	Ba	45	290	400	700	550	670	300	50	500	470
57	La	0,92	17	25	35	35	30	15	8	40	30
58	Ce	1,5	31	40	72	73	81	35	12,5	50	70
59	Pr	0,3	3,7	3,2	9	8,6	10,6	4,7	2	7	7
60	Nd	1	16	23	31	30	42	18	7	35	30
62	Sm	0,3	4	4,2	9	7,3	6,5	4,2	1,7	4,5	7
63	Eu	0,3	1,5	1,2	1,3	1,3	1,7	0,8	0,5	1	1,2
64	Gd	0,45	4,7	5,6	7,5	6,2	8	3,4	1,9	4	7
65	Tb	0,1	0,71	0,8	1,1	0,7	0,8	1,3	1,3	0,7	1
66	Dy	0,53	5	3,5	4,1	4,4	4,5	3,2	3,2	5	4,6
67	Ho	0,15	1,2	1	1,4	1,1	1	1,2	0,17	0,6	1,3
68	Er	0,3	3	2,1	3,4	2,4	2,7	2,9	0,7	2	3,1
69	Tm	0,03	0,25	0,4	0,7	0,4	0,4	1,7	0,1	0,6	0,48
70	Yb	0,33	2	2,4	4	2,5	2,3	3,1	0,6	3	3
71	Lu	0,13	0,5	0,8	1,1	0,65	0,39	2	0,1	0,4	0,8
72	Hf	0,55	2,5	3	7	5,9	4,2	5,6	0,8	6	4
73	Ta	0,2	1	1	2,5	2	8	2	0,16	2	2,2
74	W	0,3	1	1,2	2	3,5	-	2,5	0,6	1,5	1,4
75	Re	0,0004	0,001	0,0002	-	0,0025	0,0025	0,0025	0,0025	-	0,0006
76	Os	0,006	0,0002	-	0,00007	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	-	0,0002
77	Ir	0,002	0,00008	-	0,00006	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	-	0,00065
78	Pt	0,08	0,02	0,008	0,003	9,03	0,03	0,03	0,03	-	0,005
79	Au	0,005	0,004	0,005	0,002	0,001	-	0,003	0,001	0,001	0,003
80	Hg	0,02	0,03	-	0,07	0,03	-	0.030	0,050	0,060	0,040
81	Tl	0,18	0,25	0,5	1,9	1,3	1	1,5	0,1	0,2	0,9
82	Pb	O,4	6	16	20	15	-	13	9	12	12
83	Bi	0,014	0,05	0,18	0,66	0,36	0,1	0,17	0,05	0,2	0,2
91	Th	0,08	1,8	8	21	11,5	12,5	10,4	2,3	9	12
92	U	0,025	0,6	2	4,5	4	2,5	2,9	2,5	2	3

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой геологии,
поисков и разведки месторождений
полезных ископаемых
_____В.А.Душин

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.2.04 ПРОГНОЗИРОВАНИЕ И ПОИСКИ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ, ОПРОБОВАНИЕ

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация
Геологическая съемка, поиски и разведка твердых полезных ископаемых

форма обучения: очная, заочная

Автор: Баранников А.Г., профессор, д.г.-м.н.

Одобрены на заседании кафедры
Геологии, поисков и разведки МПИ
(название кафедры)
Протокол № 190 от 17.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. ОПРОБОВАНИЕ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ…… 4
1.1. Основные понятия, виды опробования, способы отбора проб, системы опробования месторождений…. 4
1.2. Составление схемы обработки проб…… 9
1.3. Оценка погрешностей сопряженных измерений…… 17
2. ОКОНТУРИВАНИЕ И ПОДСЧЕТ ЗАПАСОВ МЕСТОРОЖДНИЙ……. 33
2.1. Оконтуривание и подсчет запасов по алмазоносной россыпи способом геологических блоков……. 33
2.2. Подсчет запасов по месторождению аметиста статистическим методом…….. 43
2.3. Подсчет запасов по месторождению изумрудов статистическим методом…….. 50
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ…….. 62

1. ОПРОБОВАНИЕ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

1. 1. Основные понятия, виды опробования, способы отбора проб, системы опробования месторождений

Опробование – это комплекс работ для получения количественной информации о качестве исследуемых объектов.

Качество полезного ископаемого – это совокупность функциональных и технологических свойств, обусловливающих пригодность и экономическую целесообразность его промышленного использования.

Проба – это часть (порция) опробуемого материала, отнесенная к определенному объему рудного тела или отбитой руды (вмещающих пород) и характеризующая с заданной точностью исследуемое свойство полезного ископаемого. Проба с современных позиций рассматривается как геоизмерение, а опробование как геоизмерительный процесс. Как геоизмерение, проба характеризуется двойственной природой: она соединяет в себе свойства и характеристики обычного классического метрологического измерения и в то же время содержит специфические метрологические характеристики, обусловленные особенностями внутреннего строения геологических объектов.

Пробе (как замеру) присущи такие метрологические характеристики как точность и правильность (верность).

Точность пробы – это интегральная случайная техническая погрешность, возникающая в процессе ее отбора, подготовки и исследования. **Правильность пробы** определяется величиной интегральной систематической погрешности. Проба верная, или правильная, если у нее практически отсутствует систематическая погрешность. Таким образом, точность и правильность пробы обусловливается техническими погрешностями при ее отборе, подготовке и испытаниях. Практически достоверная – это такая проба, у которой отсутствует систематическая погрешность, а случайная техническая погрешность находится в допустимых для практических целей пределах.

Как геоизмерение, проба имеет геометрическую базу и сферу влияния. Именно они предопределяют появление у пробы специфических метрологических характеристик – надежности и представительности.

Геометрическая база пробы – это участок руды (вмещающей породы), в пределах которого непосредственно производится измерение (определение) изучаемого свойства. Геометрическую базу пробы характеризуют следующие элементы: размеры или объем пробы; форма и ориентировка пробы относительно текстурно-структурных элементов опробуемой породы.

Область или сфера влияния пробы – это объем руды (вмещающей породы), на который распространяется значение определяемого свойства.

Надежной – называется практически достоверная проба, которая при заданной геометрической базе гарантирует присутствие в ней исследуемого свойства и уверенную экстраполяцию результатов на непосредственно прилегающий к пробе приповерхностный слой руды или породы. Практически достоверная проба считается представительной, если она позволяет оценить с необходимой надежностью изучаемое свойство в сфере ее влияния.

Опробование как геоизмерительный процесс представляет множество (совокупность) проб, отобранных по определенной системе. **Система опробования** – это пространственное расположение проб на профиле, площади или в объеме рудного тела (вмещающих пород). Система включает регулярную сеть опробования и длину секций опробования, расстояние между пробами по простиранию и падению залежи, длину пробы по линиям мощности.

Как совокупность (множество) проб, система опробования характеризуется своей воспроизводимостью (точностью) и правильностью. Они имеют тот же смысл, что и при рассмотрении понятия проба. Как множество регулярно расположенных в пространстве замеров, система опробования оценивается достоверностью.

Достоверность системы опробования характеризует качество глубины познания внутреннего строения объекта. Система опробования считается достоверной, если она обеспечивает выявление и представительное изучение заданного геолого-структурного или геолого-промышленного уровня организации вещества. Оценка достоверности системы опробования производится на основе геолого-

математического моделирования внутреннего строения изучаемых объектов.

По целевому назначению различают следующие виды опробования: 1) химическое; 2) минералогическое; 3) техническое; 4) технологическое; 5) товарное [1].

Химическое опробование предназначено для определения содержаний основных и попутных полезных компонентов, вредных примесей в рудах по всем разведочным пересечениям тел полезных ископаемых. Содержания элементов устанавливаются химическим анализом, а благородных металлов – пробирным анализом. Применяется также геохимическое опробование руд и вмещающих пород. Содержания элементов в геохимических пробах определяются при помощи приближенно-количественного и количественного спектральных анализов.

Минералогическое опробование применяется для изучения минерального состава пород и руд, их текстурно-структурных особенностей. По этим данным проводится прогнозная оценка технологических свойств полезного ископаемого, обосновывается возможность комплексного использования минерального сырья. В качестве минералогических проб используют полированные штуфы, шлифы, аншлифы, протолочки, шлихи. Минералогическое опробование является основным видом оценки качества полезного ископаемого при разведке и эксплуатации россыпных месторождений.

Техническое опробование используется для определения физико-механических показателей, необходимых при подсчете запасов: объемной массы, влажности, пористости, гранулометрического состава, коэффициентов разрыхления. При оценке качества стройматериалов, слюд, асбеста, оптического сырья устанавливают прочностные свойства, прозрачность, бездефектность кристаллов, потери при прокаливании, длину волокна и др. Для этих видов минерального сырья техническое опробование является основным.

Технологическое опробование предназначено для разработки рациональных схем обогащения минерального сырья. При исследовании технологических проб выявляются показатели обогатимости руд: выход концентрата и хвостов обогащения, извлечение металла в концентрат и хвосты обогащения, содержание металла в руде, концентрате и хвостах обогащения. На месторождениях нерудных полезных ископаемых (камнесамоцветного сырья, декоративно-облицовочного камня) важным технологическим показателем является

процентный выход камня-сырца, кристаллосырья, кондиционных блоков, полированной плитки, декоративного щебня. По данным изучения технологических проб, отобранных по определенной системе наблюдений, на месторождениях проводится геолого-технологическое картирование залежей полезных ископаемых.

Товарное опробование проводится для получения метрологически обеспеченной информации о качестве поступающей на переработку или временно складируемой товарной руды с целью производства взаимовыгодных коммерческих расчетов между поставщиком и потребителем товарной продукции горнодобывающего предприятия. Товарные пробы должны быть подготовлены к анализам таким образом, чтобы обеспечить метрологическую воспроизводимость методов их исследования в соответствии с действующими стандартами.

Выделяются три последовательные операции опробования: отбор (взятие) проб, обработка (подготовка) проб и их испытания (анализ). **Отбор проб** должен обеспечивать их представительность, т. е. соответствие качества проб качеству той руды, из которой они отобраны. **Обработка проб** предназначена для подготовки материала проб к исследованию. Она включает операции дробления, просеивания, перемешивания и сокращения материала проб. **Анализ проб** проводят с помощью различных методов – химического, спектрального, минералогического анализов, петрографических, технологических исследований и т. д. В результате получают сведения о качестве полезного ископаемого в данной пробе.

Рассмотрим способы отбора проб, применяемые при опробовании месторождений полезных ископаемых.

Способы отбора проб в обнажениях и горных выработках зависят от текстурно-структурных особенностей полезных ископаемых, мощности рудных тел, физико-механических свойств руд. По своей геометрии (форме и пространственной ориентировке) пробы разделяются на три группы: линейные, объемные и точечные [2].

Линейные пробы отбираются бороздовым и шпуровым способами. **Бороздовой способ** является наиболее распространенным при разведке месторождений. Особенно эффективно он используется при опробовании полосчатых и слоистых руд. Бороздовая проба имеет форму призмы и характеризуется шириной, высотой и длиной интервала. Ширина бороздовых проб изменяется от 2 до 20 см, высота от 2 до 10 см, длина от 0,5 до 10 м. Масса бороздовых проб варьирует от

0,5 до 50 кг с 1 метра борозды. Борозда может быть сплошной или прерывистой (пунктирной). Бороздовые пробы отбирают вручную или с использованием пробоотборников. **Шпуровой способ** применяется на стадии эксплуатационной разведки при химическом опробовании руды в целике впереди забоя. Он заключается в сборе шлама в процессе бурения шпуров обычными или колонковыми перфораторами. Для улавливания материала проб применяются патрубки и пылеулавливатели. Масса шпуровых проб составляет 1-2 кг.

Объемные пробы берутся валовым и задирковым способами. **Валовый способ** выражается в отборе пробы определенной длины по всему сечению разведочной горной выработки (шурфу, штреку, рассечке). Масса валовых проб изменяется от сотен кг до десятков тонн. Валовое опробование предназначено для отбора технологических проб, контрольного опробования, рядового опробования месторождений с крайне неравномерным распределением полезных компонентов (ртути, редких металлов, драгоценных камней). **Задирковый способ** используется для опробования жильных месторождений редких и благородных металлов малой мощности. При этом способе производится отбор слоя руды на глубину 5-10 см со всей площади забоя. Масса задирковых проб составляет 30-250 кг с 1 $м^2$ забоя.

Точечные пробы отбираются штуфным, точечным и горстьевым способами. **Штуфной способ** применяется для ориентировочной характеристики качества полезных ископаемых (их вещественного состава, текстуры и структуры, физических свойств). Он состоит в отборе монолитных кусков (штуфов) руды или вмещающих пород массой 0,5-2 кг. **Точечный способ** служит для опробования мощных жил, залежей, штокверков. Пробы отбираются путем равномерного взятия 10-50 кусочков руды размером 2-5 см в поперечнике, расположенных по правильной сетке (квадратной или прямоугольной). **Горстьевой способ** аналогичен точечному, предназначен для опробования отбитой массы руды в забое. Масса точечной и горстьевой проб составляет 0,5-5 кг.

Опробование скважин осуществляется способом, близким к линейному. При колонковом бурении опробуется керн скважин. В пробу идет половина керна, расколотая на керноколе или распиленная по длинной оси; другая половина оставляется в качестве дубликата. Длина керновых проб составляет от 0,5 до 5 м. При бескерновом (ударно-канатном, шарошечном, роторном) бурении пробой служит шлам, поднимаемый из скважин с пробуренного интервала. В зави-

симости от диаметра скважин масса проб с одного метра бурения может изменяться от десятков до сотен кг. Буровой шлам отбирается из скважин с помощью желонок, буровых ложек, змеевиков, стаканов-грунтоносов.

Геофизические способы (магнитные, электрические, плотностные, радиоактивные, ядерно-физические) применяются при опробовании скважин, горных выработок, отбитых руд при разведке некоторых видов полезных ископаемых (железо, олово, сурьма, вольфрам и др.). При геофизических исследованиях применяются каротаж скважин или промеры стенок горных выработок и отвалов руд без отбора проб.

Во всех случаях выбранный способ опробования должен обеспечить соответствие содержаний компонентов в пробах их содержаниям в тех объемах, из которых они отобраны с допустимой погрешностью отбора проб. Взятые пробы подвергаются обработке для подготовки их к анализам.

1. 2. Составление схемы обработки проб

Обработка проб производится для того, чтобы измельчить и сократить их до массы и крупности, требуемых для химического, спектрального, минералогического анализов, или для других испытаний. Для химического анализа конечная масса пробы обычно составляет от 50 до 200 г, пробирного - 0,5-1,0 кг, спектрального – 5-20 г. Конечная крупность материала должна быть 0,074-0,1 мм.

Обработка проб состоит в чередовании операций измельчения, грохочения (просеивания), перемешивания и сокращения. Они выполняются так, чтобы в конечном материале, представляемом в лабораторию, была сохранена представительность пробы. Другими словами, содержание компонентов в конечном материале должно соответствовать содержанию в отобранной пробе с допустимой погрешностью обработки пробы. Это достигается применением при обработке проб формулы Ричардса-Чечотта

$$Q = кД^2, \qquad (1.1)$$

где Q – надежная масса сокращенной пробы, кг; Д – диаметр максимальных частиц, мм; к – коэффициент, зависящий от изменчивости

содержаний полезных компонентов, крупности ценных минералов и физико-механических свойств полезного ископаемого.

Чем ниже содержания компонентов и выше их изменчивость, тем больше значение «к». Величина «к» обоснована экспериментально практически для всех промышленных типов месторождений. При равномерном характере распределения полезных компонентов (ПК) в рудных телах к = 0,02-0,1, при неравномерном распределении ПК к = 0,1-0,2, при весьма неравномерном распределении ПК к = 0,2-0,5 и при крайне неравномерном распределении ПК к = 0,5-1,0 [1]. Считается, что представительность пробы сохраняется, если ее масса изменяется пропорционально квадрату максимальных частиц. При практическом использовании формулы (1.1) в ее правую часть подставляют значение к, размер частиц пробы и получают Q – массу, меньше которой пробу сокращать нельзя.

Измельчение проб выполняется механическим способом с помощью дробилок. Крупное и среднее измельчение производится на щековых дробилках. В них загружают материал размером 30-60 мм, а получают размер частиц 3-10 мм (степень дробления 3-20). Мелкое измельчение производится на валковых дробилках. Загружается материал размером не более 10 мм, получают частицы размером 1-2 мм (степень измельчения 3-10). Тонкое измельчение производят на дисковых истирателях, виброистирателях, в шаровых и стержневых мельницах. На них получают окончательный материал проб требуемой фракции.

Просеивание проводится в основном для контроля максимального размера частиц проб после дробления на ситах со стандартными отверстиями (в мм): 50; 25; 12; 6; 3; 2,5; 2,0; 1,6; 1,25; 1,00; 0,80; 0,63; 0,50; 0,40; 0,315; 0,250; 0,200; 0,160; 0,125; 0,100. Крупная фракция, не прошедшая через сито, снова направляется в дробилку.

Перемешивание материала пробы производится после дробления (если намечается сокращение пробы) для получения однородного материала пробы способами перелопачивания, кольца и конуса и др.

Сокращение проб выполняется для уменьшения массы измельченных проб в пределах, допускаемых формулой Ричардса-Чечотта. Один прием сокращения позволяет уменьшить массу пробы в два раза. Для этого применяются способы кратной отборки, вычерпывания, квартования, а также желобковые делители и механические сократители.

Разработаны и в ряде случаев используются на производстве установки для механизации обработки проб без стадийного сокращения.

На каждом предприятии, где ведется подготовка проб к испытаниям, имеется схема их обработки, составленная ведущим геологом с учетом особенностей руд, задач исследования, вида и массы проб. Важно не только, чтобы схема пробоподготовки была правильно составлена, но и чтобы она неукоснительно соблюдалась при обработке проб. Для этого необходимо всем геологам уметь составлять схемы обработки проб, проверять правильность имеющихся схем, обучать обслуживающий персонал правильному применению разработанной последовательности обработки проб.

Начальная масса пробы ($Q_н$) зависит от способа отбора, геометрической базы пробы и рассчитывается по следующим формулам:

- для бороздовых проб $Q_н = h \cdot m \cdot l \cdot d$; (1.2)
- задирковых проб $Q_н = h \cdot S_р \cdot d$; (1.3)
- валовых проб $Q_н = S_В \cdot H \cdot d$; (1.4)
- точечных проб $Q_н = n \cdot g$; (1.5)
- керновых и шпуровых проб $Q_н = k_п \cdot l \cdot d \cdot \pi Д^2/4$. (1.6)

где h – глубина (высота) бороздовой или задирковой пробы, м;
m – ширина бороздовой пробы, м;
l – длина бороздовой (или керновой) пробы, м;
d – объемная масса руды, т/м^3;
$S_р$ – площадь руды, обнажающейся в забое, м^2;
$S_В$ – площадь сечения разведочной выработки, м^2;
H – уходка выработки, м;
q – масса отдельной порции, кг;
Д – диаметр керна или шпура (28, 37, 48, 63, 79, 98, 117, 136 мм);
$k_п$ – коэффициент представительности материала в керновой пробе. Обычно $k_п$ принимают равным 0,5.

Для практического усвоения изложенного материала студентам предлагается составить схему обработки бороздовых проб.

Дано:

1) характеристика опробуемого материала (полезное ископаемое, минеральный состав, характер распределения полезного ископаемого, объемная масса руды), параметры бороздовой пробы (табл. 1);

2) стандартный набор дробильных механизмов и сит (см. выше).

Необходимо:

1) определить начальную массу бороздовой пробы ($Q_н$);

2) выполнить расчеты для обоснования рациональной схемы пробоподготовки;

3) составить схему обработки проб (аналогично рис. 1).

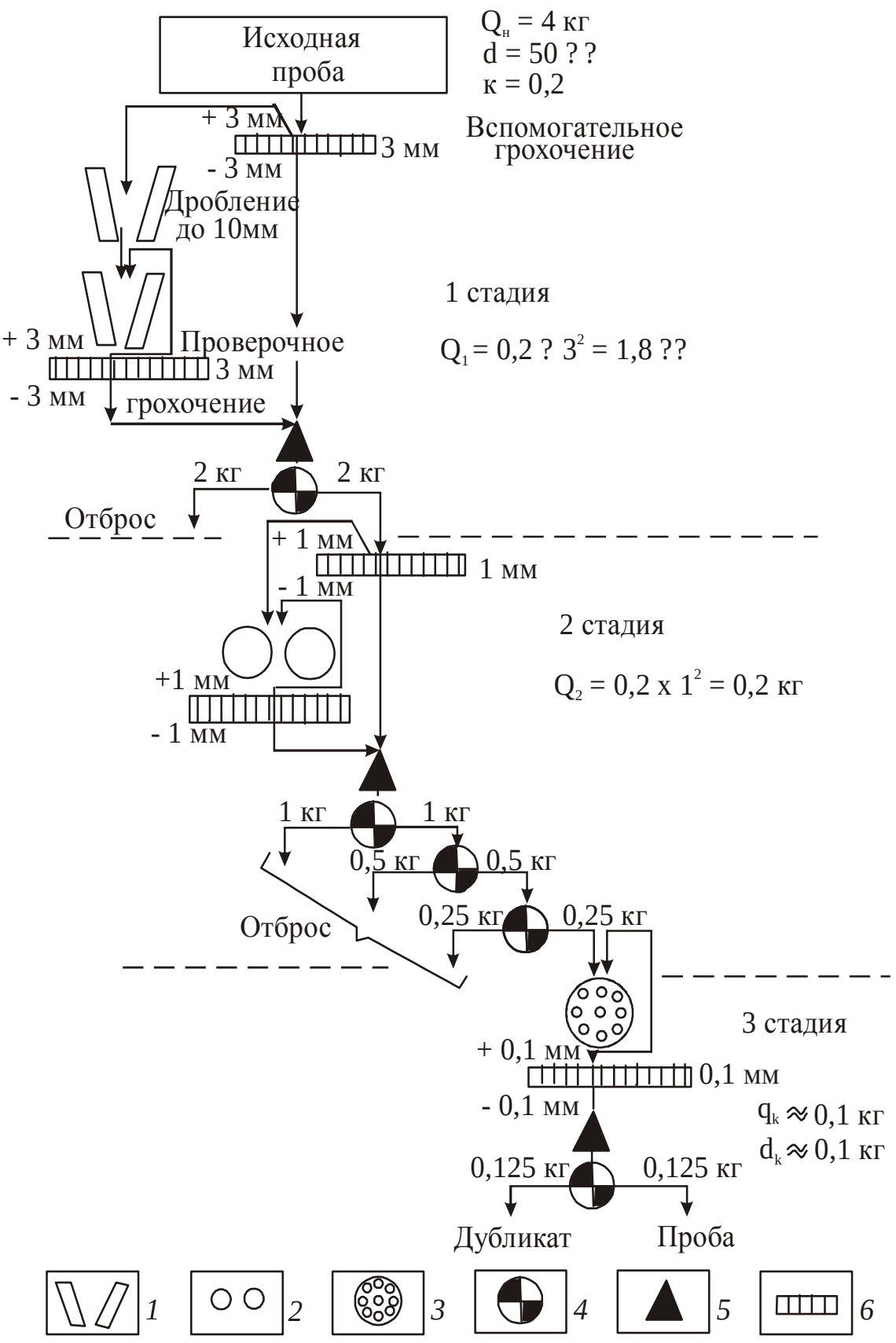


Рис. 1. Типовая схема обработки проб:
Агрегаты и операции: *1* - дробилка; *2* - валки; *3* - стержневая мельница; *4* - сокращение; *5* - перемешивание; *6* - грохочение

Таблица 1

Данные для составления схемы обработки проб

Варианты	Типы опробуемых руд	Текстура руды и характер распределения полезного ископаемого	Коэффициент, к	Параметры бороздовой пробы		Объемная масса, d, г/см^3	Требования лаборатории	
				сечение ($m \cdot h$), см×см	длина, l, см		конечная масса, $q_к$, кг	конечный диаметр, $d_к$, мм
1	Молибденитовая руда	Прожилковая, неравномерный	0,2	10×3	100	2,7	0,1	0,07
2	Шеелит–молибденитовая руда	Вкрапленная, равномерный	0,1	5×3	100	2,9	0,1	0,07
3	Молибденитовая руда	Вкрапленная, весьма неравномерный	0,3	10×5	100	2,7	0,1	0,07
4	Золото-пирит-кварцевая руда	Вкрапленная, крайне неравномерный	0,8	20×5	100	2,7	0,25	0,07
5	Золото-пирит-халькопирит кварцевая руда	Вкрапленная, крайне неравномерный	0,6	10×5	100	2,7	0,25	0,07
6	Золотоносная кремнистая порода	Вкрапленная, весьма неравномерный	0,3	5×3	100	2,8	0,25	0,07
7	Золотоносная кремнистая брекчия	Прожилковая, весьма неравномерный	0,5	10×3	100	2,7	0,25	0,07
8	Магнетитовая руда	Массивная, равномерный	0,1	10×5	100	4,0	0,1	0,07
9	Сидеритовая руда	Слоистая, равномерный	0,1	20×5	100	3,4	0,1	0,07
10	Мартитовая руда	Пористая, равномерный	0,1	20×5	200	3,7	0,1	0,07

Окончание табл. 1

Варианты	Типы опробуемых руд	Текстура руды и характер распределения полезного ископаемого	Коэффициент, к	Параметры бороздовой пробы		Объемная масса, d, г/см^3	Требования лаборатории	
				сечение ($m \cdot h$), см×см	длина, l, см		конечная масса, $q_к$, кг	конечный диаметр, $d_к$, мм
11	Медистый колчедан	Массивная, весьма неравномерный	0,3	5×3	100	3,8	0,1	0,07
12	Медно-цинковая вкрапленная руда	Вкрапленная, относительно равномерный	0,2	10×5	50	3,2	0,1	0,07
13	Медистые сланцы	Слоистая, равномерный	0,1	10×3	100	3,1	0,1	0,07
14	Флюорит-карбонатная руда	Слоистая, весьма неравномерный	0,3	10×5	100	3,1	0,1	0,07
15	Фосфорит желваковый	Обломочная, весьма неравномерный	0,3	20×10	200	2,0	0,1	0,10
16	Кремнистая брекчия с антимонитом	Вкрапленная, весьма неравномерный	0,3	10×5	100	3,6	0,1	0,07
17	Вкрапленная хромовая руда	Нодулярная, неравномерный	0,2	10×5	100	3,2	0,1	0,10
18	Массивная свинцово-цинковая руда	Массивная, равномерный	0,1	10×3	100	3,6	0,1	0,07
19	Охры никеленосные	Пористая, равномерный	0,1	10×5	100	1,6	0,1	0,07
20	Пентландит-халькопиритовая руда	Массивная, весьма неравномерный	0,3	10×5	100	3,5	0,1	0,07

Методические указания по выполнению работы.

Каждый студент получает вариант задания с исходными данными (табл. 1).

Вычисляется начальная масса ($Q_н$) бороздовой пробы (г) по формуле (1.2)

$$Q_н = h \cdot m \cdot l \cdot d,$$

где h, m , l – соответственно ширина, высота и длина бороздовой пробы, см; d – объемная масса руд, г/см^3.

Максимальный размер частиц исходной пробы (Д) принимается равным 50 мм.

Необходимо составить схему обработки бороздовой пробы, чтобы получить в итоге конечную пробу, соответствующую по массе и размеру частиц требованиям лаборатории (табл. 1).

Рассмотрим пример составления схемы обработки пробы хромовых руд. Для исследования предлагается вкрапленная в серпентинизированных дунитах хромовая руда нодулярной текстуры с неравномерным распределением Cr_2O_3. Содержание Cr_2O_3 высокое. Значение «к» принято равным 0,2. Исходная масса пробы $Q_н$ = 4 кг, максимальный размер частиц пробы Д = 50 мм. В лабораторию для выполнения химических анализов руды необходимо представить материал пробы массой (q) не менее $q_к$ = 0,1 кг с максимальным размером частиц в конечной пробе (d) не более $d_к$=0,1 мм. При составлении схемы используем формулу Ричардса-Чечотта Q = кД^2 с учетом технических возможностей дробильного оборудования.

Работа выполняется в следующей последовательности:

1. В формулу Ричардса-Чечотта подставляются числовые значения всех трех величин. Если левая часть уравнения (Q) вдвое или в большее число раз превышает правую (кД^2), то пробу можно сократить без дробления, обязательно перемешав перед этим. Если левая часть уравнения больше правой менее, чем в 2 раза, то пробу без предварительного измельчения сокращать нельзя.

2. При проведении на первой стадии дробления материала исходной бороздовой пробы массой 4 кг на щековой дробилке ставится условие сокращения пробы хотя бы в два раза при измельчении ее до диаметра частиц Д$_1$. Это условие математически записывается в виде

$$Q_н = 2к \cdot Д_1^2. \qquad (1.7)$$

Решая это равенство относительно $Д_1$, определяем диаметр дробления пробы на первой стадии:

$$Д_1 = \sqrt{\frac{Q_н}{2к}} = \sqrt{\frac{4}{2 \cdot 0{,}2}} = 3{,}2 \text{ мм.}$$

Учитывая имеющиеся размеры сит, принимаем диаметр дробления материала бороздовой пробы на щековой дробилке равным 3 мм.

Исходя из этого, по формуле Ричардса-Чечотта, определяем надежную массу пробы после первой стадии обработки

$$Q_1 = 0{,}2 \cdot 3^2 = 1{,}8 \text{ кг.}$$

Далее вычисляем степень сокращения материала пробы (S_C) после первой стадии дробления по формуле

$$S_C = \frac{Q_н}{Q_1} = \frac{4}{1{,}8} = 2{,}2.$$

Следовательно, после проведения крупного дробления материала пробы его можно сократить вдвое, осуществив одну операцию сокращения (см. рис. 1).

Перед измельчением пробы до 3 мм при значительных массах первоначальных проб ($Q_н$>10 кг) можно предусмотреть вспомогательное (предварительное) грохочение на сите с диаметром отверстий 3 мм. Этим самым исключается из дробления часть пробы с диаметром частиц меньше 3 мм (класс – $Д_1$). Материал класса + $Д_1$, оставшийся на сите, направляется в дробление. После чего ставится проверочное грохочение на сите с диаметром отверстий 3 мм. Случайно проскочившие через дробилку куски руды с диаметром, большим 3 мм, снова возвращаются в дробление. После предварительного и проверочного грохочения объединяются классы – 3 мм. После перемешивания материала проба сокращается пополам до массы $Q \geq Q_1$.

3. На второй стадии обработки выбирают диаметр дробления проб на валках, исходя из размера разгрузочной щели (обычно $Д_2$ = 1-2 мм).

Определяют степень сокращения массы пробы (S_C) и число приемов сокращения массы пробы (m) по формулам:

$$S_C = Q_1/(к \cdot Д_2^2) \quad (1.8)$$

$$m = 3{,}32 \cdot \lg S_C \quad (1.9)$$

Полученную расчетом величину «m» округляют до целого числа. В нашем случае S_C=2/(0,2·1,0^2) = 10 раз, m = 3. Однако на практике

удобнее число сокращений материала пробы установить методом итерации – путем последовательного уменьшения начальной массы пробы вдвое до массы лабораторной пробы ($q_к$): $Q_н \rightarrow Q_{н/2} \rightarrow Q_{н/4} \rightarrow Q_{н/8} \rightarrow Q_н / S_C \geq q_к$.

4. На третьей стадии дробления оставшуюся после сокращения пробу массой Q_2 = 0,25 кг измельчают до 0,1 мм в шаровой или стержневой мельнице и после проверочного грохочения и перемешивания делят тонкоизмельченный материал пополам – на лабораторную пробу и дубликат.

При соблюдении данной схемы обработки конечная проба будет представительной, т. е. в ней содержание Cr_2O_3 будет соответствовать содержанию в исходной пробе с учетом допустимой погрешности. Проба направляется в химическую лабораторию, а дубликат используется для повторных исследований, проведения внутреннего и внешнего контроля работы химической лаборатории, составления групповых проб и т. д. Схему необходимо изобразить графически (см. рис.1) и показать на ней всю последовательность операций по обработке проб.

Отчетные материалы:

1. Вычерченная схема обработки проб (по образцу рис. 1).
2. Расчеты, обосновывающие схему.

Перед составлением схемы обработки проб студенты знакомятся в лаборатории опробования со стандартным оборудованием (дробилками, набором сит, способами перемешивания и сокращения проб).

Время выполнения работы:

- ознакомление с лабораторией пробоподготовки– 2 часа;
- составление схемы обработки проб – 2 часа.

1. 3. Оценка погрешностей сопряженных измерений

Сопряженными называются измерения какого–либо свойства объекта исследования, полученные одинаковыми или разными способами и характеризующие одни и те же точки, интервалы, площади или объемы недр. Например, сопряженными являются: определения содержаний компонентов в пробах, проанализированных в основной и арбитражной лабораториях; оценки мощности рудных тел, установленные при документации керна и каротажных

исследованиях скважин; данные разведки и отработки блоков рудных тел; содержания компонентов, оцененных традиционным химическим методом опробования и каким-либо геофизическим способом в пределах одного и того же интервала скважины и т. п.

Сопряженные измерения на объектах исследования в отличие от рядовых выполняются всегда выборочно. Они планируются с целью обоснования внедрения более экономичных, оперативных, производительных, технологичных, безопасных и экологически чистых методов и средств изучения тех или иных свойств, либо создания надлежащего метрологического обеспечения применяемых на производстве традиционных средств и методик на всех стадиях геологоразведочного процесса. При планировании такого рода экспериментов и обобщении их результатов необходимо учитывать специфику геологических объектов и, прежде всего, представлений о литолого-структурных и геолого-промышленных уровнях пространственной организации рудной минерализации, которая реализуется в рудном теле в виде естественных природных и промышленных типов и сортов руд и их текстурно-структурных разновидностей.

В метрологическом аспекте среди сопряженных измерений выделяются неравноточные и равноточные, требующие различных методов математической обработки и интерпретации полученных результатов. В случае неравноточных измерений наиболее точное из них принимается в качестве контрольного (U_i), а другое, менее точное, – контролируемого (V_i). Сопряженные измерения позволяют: оценить величины случайных и систематических погрешностей рядовых (контролируемых) измерений, внести соответствующие коррективы в последние или даже забраковать их; оценить предлагаемый к внедрению новый метод опробования по главным метрологическим характеристикам – точности (воспроизводимости) и правильности (верности). Так, рекомендуемый метод может быть: 1) правильным, но не точным; 2) неправильным, но точным; 3) неправильным и не точным; 4) правильным и точным. Способ считается достоверным, если он одновременно является и правильным, и точным. Способ подлежит внедрению только в том случае, если он достоверный.

В предлагаемой студентам лабораторной работе по оценке погрешностей сопряженных измерений отражены результаты научных исследований кафедры, проведенных на месторождениях хромитов, никеля и меди. Работа содержит 20 вариантов заданий (табл. 2-5). В табл. 2 приведены содержания триоксида хрома в товарных рудах

Таблица 2

Сопоставление содержаний Cr_2O_3 в рудах, определенных химическим (ХА) и рентген–радиометрическим (РРА) анализами

Номера анализов	Варианты									
	1		2		3		4		5	
	содержание триоксида хрома, %									
	ХА	РРА	ХА	РРА	ХА	РРА	ХА	РРА	ХА	РРА
1	51,2	51,4	51,9	51,8	51,1	51,0	51,9	52,6	51,6	51,2
2	51,2	50,9	52,4	52,2	51,0	50,8	50,6	51,7	51,4	52,6
3	52,5	52,1	52,0	52,4	51,1	51,5	51,4	52,3	52,2	52,9
4	51,4	50,9	51,8	52,3	51,2	50,5	50,6	51,5	53,2	52,7
5	51,6	51,4	50,7	51,4	51,9	51,7	52,3	53,0	49,9	50,1
6	51,7	51,9	53,0	52,4	51,8	51,5	51,8	52,1	50,5	50,9
7	50,7	51,4	52,0	52,1	51,4	51,7	52,4	52,9	52,0	52,5
8	50,7	51,5	51,6	51,7	51,5	50,0	51,0	51,8	52,2	51,4
9	51,9	51,1	53,2	52,4	52,1	51,9	53,5	52,7	52,5	52,9
10	51,2	51,4	51,2	50,8	51,6	51,5	51,5	52,4	51,3	51,0
11	51,1	51,6	52,1	51,4	50,6	51,3	53,3	52,7	52,1	52,9
12	51,2	51,4	52,0	51,6	52,5	52,7	51,6	51,0	51,3	51,8
13	51,5	52,1	52,8	50,9	52,8	52,2	52,4	52,8	52,3	52,5
14	51,6	52,3	51,7	51,1	52,1	52,6	52,3	51,2	53,1	52,3
15	52,9	52,2	52,3	52,3	51,9	51,7	52,4	52,9	52,5	52,2
16	52,5	52,7	52,1	51,8	52,5	52,5	52,0	52,8	52,1	52,7
17	51,9	52,6	52,4	52,8	53,4	52,8	52,7	52,9	52,3	51,7
18	52,2	52,7	52,1	52,3	52,5	52,3	52,6	52,0	52,1	52,4
19	52,1	51,4	53,3	52,6	51,1	52,0	51,8	52,2	51,7	51,0
20	52,4	52,0	52,5	52,2	52,6	52,1	51,4	52,3	52,9	50,8

Окончание табл. 2

Номера анализов	Варианты									
	1		2		3		4		5	
	содержание триоксида хрома, %									
	ХА	РРА	ХА	РРА	ХА	РРА	ХА	РРА	ХА	РРА
21	51,5	51,1	51,2	51,4	52,4	52,3	51,5	51,4	52,3	51,5
22	53,1	52,8	52,2	52,7	53,0	52,6	51,0	51,5	52,0	51,6
23	51,8	52,2	51,1	51,1	51,5	52,3	51,3	51,6	51,5	50,7
24	53,1	52,4	52,5	52,8	52,6	53,1	53,0	52,0	53,4	52,6
25	51,1	51,7	52,1	51,6	51,5	51,8	50,5	51,6	51,3	51,9
26	52,2	52,7	52,3	52,3	52,4	52,0	50,7	51,5	52,2	52,1
27	51,6	51,9	50,2	50,8	51,7	52,1	51,8	51,8	53,3	52,3
28	52,0	52,7	49,6	50,0	51,5	52,1	51,5	51,7	50,5	51,4
29	50,7	51,4	53,0	52,8	52,5	51,8	51,7	50,8	51,8	52,5
30	51,6	52,1	52,5	52,7	52,0	52,7	52,6	52,0	52,2	52,8
31	50,8	51,6	51,7	52,5	52,2	52,0	51,4	50,7	52,1	52,5
32	51,7	52,4	51,4	51,4	52,4	52,5	51,6	51,1	51,5	51,2

Таблица 3

Сравнение содержаний никеля в керновых (КП) и шламовых пробах (ШП) скважин колонкового и ударно-канатного бурения

Номера проб	Варианты									
	6		7		8		9		10	
	содержание никеля, %									
	КП	ШП	КП	ШП	КП	ШП	КП	ШП	КП	ШП
1	0,50	0,84	1,05	0,94	1,36	1,51	1,25	1,40	0,79	0,83
2	0,91	0,91	0,86	1,13	0,95	0,79	1,29	1,16	1,34	1,18

Продолжение табл. 3

Номера проб	Варианты									
	6		7		8		9		10	
	содержание никеля, %									
	КП	ШП	КП	ШП	КП	ШП	КП	ШП	КП	ШП
3	1,23	0,89	0,71	1,69	0,86	0,84	0,97	0,99	1,05	1,31
4	0,74	1,03	0,89	0,65	1,29	0,87	0,92	0,81	1,02	1,37
5	0,73	1,35	0,57	0,65	1,04	1,31	0,85	0,85	1,69	1,86
6	0,71	0,74	0,67	0,64	3,64	3,67	0,76	0,84	1,21	1,19
7	1,06	0,97	1,13	0,73	3,80	3,49	0,79	0,78	0,75	0,64
8	1,76	1,10	0,86	0,71	1,41	1,04	0,75	0,77	0,72	0,62
9	1,10	0,99	0,93	1,90	1,57	1,29	0,67	0,83	0,63	0,66
10	0,93	1,10	0,83	0,85	1,05	1,90	0,74	0,55	0,75	0,73
11	0,75	0,72	1,08	1,17	0,85	1,17	1,01	0,92	0,77	0,68
12	0,74	1,44	0,89	0,85	1,83	1,81	0,67	0,54	0,99	0,95
13	1,03	1,38	0,82	0,79	1,27	1,17	1,25	1,38	0,81	0,83
14	0,82	0,78	0,71	0,70	1,78	1,94	0,83	0,86	1,26	1,02
15	0,83	0,87	1,31	1,29	1,23	0,91	0,62	0,89	1,38	1,24
16	0,71	0,78	1,43	1,25	2,09	1,39	0,77	0,66	0,73	0,71
17	0,75	0,62	1,33	1,42	1,46	1,36	0,74	0,79	0,88	0,77
18	0,66	0,86	0,78	0,84	1,30	1,10	0,86	0,84	0,85	0,83
19	0,88	0,81	1,28	1,09	1,62	2,39	0,89	0,77	1,01	1,19
20	1,20	1,35	0,84	0,80	1,64	1,55	1,08	1,32	0,82	0,84
21	0,63	0,51	0,92	0,97	1,60	1,53	0,79	1,41	0,99	1,95
22	1,06	0,90	0,74	0,69	0,72	0,69	0,77	0,73	0,81	0,78
23	0,71	0,50	0,71	0,74	1,29	1,16	0,96	1,07	1,17	0,73
24	0,69	0,86	0,68	0,62	1,19	1,34	1,16	0,95	0,62	0,65

Окончание табл. 3

Номера проб	Варианты									
	6		7		8		9		10	
	содержание никеля, %									
	КП	ШП	КП	ШП	КП	ШП	КП	ШП	КП	ШП
25	0,76	0,75	0,75	0,68	1,29	1,41	1,71	1,14	0,59	0,63
26	0,74	0,77	0,70	0,67	0,94	0,83	1,03	0,91	0,84	0,67
27	0,79	0,82	1,26	1,11	1,21	1,23	0,78	0,72	0,78	1,62
28	0,80	0,81	1,62	1,80	1,16	1,30	0,74	1,33	0,81	1,19
29	0,96	0,86	1,05	1,33	2,01	2,24	0,78	1,06	1,01	0,91
30	0,95	0,95	1,08	1,30	2,29	2,07	1,29	0,82	0,77	0,89
31	1,26	1,14	1,30	1,13	1,52	1,98	0,95	0,98	1,36	1,45
32	1,23	1,38	0,76	0,80	1,33	1,45	0,59	0,86	1,49	1,22

Таблица 4

Сравнение содержаний меди в сплошных (С/БП) и линейно-точечных бороздовых пробах (ЛТ/БП)

Номера проб	Варианты									
	11		12		13		14		15	
	содержание меди, %									
	С/БП	ЛТ/БП	С/БП	ЛТ/БП	С/БП	ЛТ/БП	С/БП	ЛТ/БП	С/БП	ЛТ/БП
1	1,86	1,54	1,72	1,46	1,90	1,62	0,72	0,94	0,46	0,65
2	0,55	0,78	0,73	0,99	0,65	0,57	0,83	0,71	0,77	0,92
3	0,34	0,28	0,25	0,23	0,43	0,34	0,57	0,36	0,84	0,73
4	2,17	3,46	2,84	3,64	2,34	3,28	0,38	0,55	1,52	1,24
5	1,56	1,59	1,53	1,50	1,61	1,68	1,44	1,32	1,13	1,95
6	0,71	1,18	0,96	0,72	0,97	1,63	2,26	2,38	2,96	1,07

Продолжение табл. 4

Номера проб	Варианты									
	11		12		13		14		15	
	содержание меди, %									
	С/БП	ЛТ/БП	С/БП	ЛТ/БП	С/БП	ЛТ/БП	С/БП	ЛТ/БП	С/БП	ЛТ/БП
7	1,60	1,76	1,04	1,27	1,65	2,24	2,49	2,21	2,51	2,68
8	2,54	2,56	2,71	2,96	2,34	2,15	2,26	1,17	1,64	1,23
9	0,70	1,44	0,98	1,71	1,38	1,16	1,38	1,19	1,35	1,17
10	0,80	1,05	1,02	0,88	1,46	1,22	0,89	0,57	0,53	0,48
11	1,01	0,38	0,75	0,31	0,75	0,45	0,95	0,63	0,67	0,94
12	0,92	0,93	0,90	0,92	0,89	0,93	1,41	1,09	1,74	1,35
13	1,48	1,87	1,24	1,58	1,77	2,16	0,54	0,39	0,49	0,91
14	1,57	1,41	1,12	0,98	1,36	1,75	1,68	0,97	0,38	0,54
15	2,23	2,42	2,55	2,92	2,38	2,03	2,17	2,51	2,73	2,49
16	2,51	2,95	2,17	2,64	2,86	3,34	2,36	2,21	2,46	2,27
17	1,06	0,69	0,93	0,66	0,84	0,72	1,72	1,19	1,25	0,88
18	0,65	0,91	0,84	0,69	0,77	1,13	1,85	1,70	1,43	1,82
19	1,44	1,40	1,37	1,43	1,39	1,37	0,47	0,34	0,94	0,96
20	0,79	0,75	0,72	0,69	0,80	0,81	1,13	0,82	0,59	0,41
21	0,80	0,84	0,75	0,74	0,72	0,82	0,96	1,54	1,27	0,97
22	1,33	1,41	1,23	1,31	1,46	1,52	0,82	1,48	0,84	1,19
23	2,02	1,91	1,96	1,82	1,95	2,01	2,41	2,65	2,18	2,61
24	2,44	2,32	2,65	2,56	2,19	2,08	1,09	1,62	1,42	1,70
25	2,42	2,93	2,19	1,20	3,47	4,65	1,17	1,84	0,67	0,54
26	1,24	1,03	1,11	0,90	0,95	1,16	1,63	1,95	1,38	1,09
27	0,93	0,97	1,05	1,10	1,02	0,85	2,73	3,61	2,45	3,41
28	0,65	0,80	0,78	0,67	0,73	0,94	0,49	0,84	0,54	0,39
29	0,58	0,57	0,51	0,49	0,64	0,67	0,58	0,89	0,38	0,51

Окончание табл. 4

Номера проб	Варианты									
	11		12		13		14		15	
	содержание меди, %									
	С/БП	ЛТ/БП	С/БП	ЛТ/БП	С/БП	ЛТ/БП	С/БП	ЛТ/БП	С/БП	ЛТ/БП
30	0,77	0,69	0,62	0,60	0,61	0,78	1,62	1,46	1,26	1,60

Таблица 5

Сопоставление содержаний серы в сплошных (С/БП) и линейно-точечных бороздовых пробах (ЛТ/БП)

Номера анализов	Варианты									
	16		17		18		19		20	
	содержание серы, %									
	С/БП	ЛТ/БП	С/БП	ЛТ/БП	С/БП	ЛТ/БП	С/БП	ЛТ/БП	С/БП	ЛТ/БП
1	9,53	9,09	9,37	9,80	8,94	8,38	16,51	15,64	11,52	12,86
2	3,43	3,98	3,54	3,96	3,47	4,00	12,22	10,85	9,47	11,19
3	2,56	2,13	2,01	1,64	2,83	2,62	9,37	10,26	11,65	11,44
4	6,45	5,69	6,20	6,34	5,18	5,58	9,04	9,07	9,13	9,70
5	6,49	6,03	6,35	6,84	6,45	6,14	19,95	16,48	17,94	19,32
6	3,35	2,90	3,04	2,87	2,41	2,66	12,63	12,21	13,81	13,35
7	7,99	7,49	7,66	8,34	7,29	6,64	7,28	10,09	10,19	12,06
8	11,21	10,36	11,38	12,22	9,85	8,50	7,41	6,25	6,33	7,62
9	24,52	15,09	15,96	10,40	16,36	19,78	5,17	5,19	5,74	5,48
10	13,91	15,37	14,47	16,06	16,11	14,67	13,34	13,06	12,97	12,41
11	5,86	9,47	6,35	8,30	7,49	10,64	12,72	13,41	11,65	11,18
12	4,75	4,19	4,39	4,78	3,93	3,46	12,93	12,80	11,52	11,29

Окончание табл. 5

Номера анализов	Варианты									
	16		17		18		19		20	
	содержание серы, %									
	С/БП	ЛТ/БП	С/БП	ЛТ/БП	С/БП	ЛТ/БП	С/БП	ЛТ/БП	С/БП	ЛТ/БП
13	6,47	4,72	5,74	4,09	6,17	5,35	9,45	9,07	7,24	7,85
14	6,35	6,40	5,43	4,65	6,72	6,87	16,98	18,01	19,37	20,86
15	13,00	11,56	11,97	12,52	12,19	10,79	12,06	10,03	13,45	11,68
16	12,88	10,70	13,04	11,26	12,19	10,00	13,08	11,62	11,71	12,24
17	16,59	18,70	19,13	21,00	18,23	16,40	6,59	6,03	5,32	4,57
18	9,64	9,40	7,52	7,38	11,45	11,22	6,74	4,26	5,48	4,93
19	12,19	12,78	11,15	11,62	13,64	13,92	4,51	4,92	4,95	4,86
20	12,07	13,54	11,86	11,51	17,01	15,56	5,65	9,11	6,59	8,04
21	13,83	13,40	12,19	12,94	13,57	13,87	13,12	15,78	14,73	15,65
22	5,51	5,81	5,47	5,94	5,39	5,68	14,26	15,95	15,68	12,04
23	7,04	6,62	6,83	7,16	6,51	6,08	11,13	10,67	11,85	12,37
24	7,32	10,60	9,31	12,40	11,32	8,80	7,71	7,92	7,78	8,45
25	12,16	12,02	13,08	13,93	10,56	10,12	3,54	3,06	3,41	2,73
26	19,59	16,64	17,19	19,43	15,13	13,86	6,95	6,33	6,54	6,49
27	9,80	9,90	9,81	9,87	9,92	9,92	6,59	5,98	6,07	6,41
28	9,83	10,11	11,46	11,94	8,39	8,28	2,64	2,35	2,10	1,49
29	12,62	10,18	9,14	11,33	10,04	9,02	3,31	3,79	3,42	3,61
30	16,35	15,86	11,45	12,08	18,93	19,64	9,36	9,92	9,75	9,09

позднемагматического месторождения хромитов, определенные химическим (ХА) и рентген–радиометрическим (РРА) способами.

Таблица 3 содержит данные по концентрациям никеля в пробах, отобранных в сопряженных скважинах механического колонкового и ударно-канатного бурения на гипергенном месторождении никеля. В табл. 4, 5 показаны содержания меди и серы в сопряженных сплошных и линейно-точечных бороздовых пробах, полученные при изучении медных руд гидротермального апоскарнового месторождения.

В лабораторной работе необходимо метрологически обоснованное заключение о возможности замены химического анализа более дешевым и оперативным рентген–радиометрическим, скважин механического колонкового бурения скважинами ударно-канатного или шарошечного бурения, сплошных бороздовых проб – линейно-точечными.

Методические указания по выполнению работы.

Результаты определения свойств по сопряженным пробам обрабатываются методом корреляционного анализа с последующей графической интерпретацией в виде корреляционных диаграмм (полей) и метрологических карт.

Прежде всего рассчитываются статистические характеристики: $\bar{V}, \bar{U}$ - средние значения; S_v и S_u – средние квадратические отклонения; r_{vu} – коэффициент корреляции; уравнение регрессии – $U_i=a+bV_i$. Затем рассчитываются фактические значения $t_н$ – критерия Стьюдента и $F_н$ – критерия Фишера. При расчетах используются следующие формулы:

$$\bar{V} = \frac{\sum_{i=1}^{n} V_i}{n}, \qquad (1.10) \qquad \bar{U} = \frac{\sum_{i=1}^{n} U_i}{n}, \qquad (1.11)$$

$$S_v = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (V_1 - \bar{V})^2}{n}}, \qquad (1.12) \qquad S_U = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (U_1 - \bar{U})^2}{n}}, \qquad (1.13)$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} (V_i - \bar{V})(U_i - \bar{U})}{n \cdot S_v \cdot S_u}, \qquad (1.14) \qquad b = r\frac{S_u}{S_v}, \qquad (1.15)$$

$$a = \overline{V} - b\overline{U}\,, \qquad (1.16)$$

$$F_{\text{н}} = \frac{S_v^2}{S_u^2}, \qquad (1.17)$$

$$t_{\text{н}} = \frac{|\overline{V} - \overline{U}|}{\sqrt{\frac{S_v^2 + S_u^2 - 2 \cdot r \cdot S_v \cdot S_u}{n}}}.$$

Найденные значения $t_{\text{н}}$ и $F_{\text{н}}$ сравниваются с табличными [3] при 5 % уровне значимости. По критерию F делается вывод по равноточности U_i и V_i, а по критерию t – о наличии или отсутствии классической систематической погрешности в рядовых пробах по сравнению с контрольными.

Метрологические характеристики рассчитываются по формулам

$$S_{\text{a}} = \sqrt{\frac{\sum_{i-1}^{n}(V_i - U_i)}{2n}}, \qquad \delta_{\text{o}} = \frac{2S_{\text{a}}}{\overline{V} + \overline{U}} \cdot 100,$$

$$\acute{S}_{\text{a}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(V_i - U_i)}{n}}, \qquad \acute{\delta}_{\text{o}} = \frac{2\acute{S}_{\text{a}}}{\overline{V} - \overline{U}} \cdot 100,$$

$$\Delta_{\text{C}} = \bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(V_i - U_i)}{n} = \overline{V} \quad \overline{U},$$

где S_{a}, $\acute{S}_{\text{a}}$ – абсолютные средние случайные погрешности сопряженных измерений, характеризующие воспроизводимость или точность измерений; $\delta_{\text{o}}, \acute{\delta}_{\text{o}}$ – относительные средние случайные погрешности сопряженных измерений; Δ_{C} или $\bar{d}$ – абсолютная систематическая погрешность. При этом формулы (1.19), (1.20) применяются для равноточных, а формулы (1.21), (1.22) – для неравноточных измерений.

Категорию точности можно определить по показателю точности (ПТ), аналогичному категории точности аналитических определений [3] по формулам:

$$ПТ = \delta_o / \delta_{a/x}, \quad (1.24)$$

$$ПТ = \delta'_o / \delta_{a/x}, \quad (1.25)$$

где $\delta_{a/x}$ – допустимая относительная средняя случайная погрешность химического анализа на определение компонентов [4]. Выделяется 4 категории точности: 1) высокая точность ($0 < ПТ \leq 2$); 2) средняя точность ($2 < ПТ \leq 4$); 3) удовлетворительная точность ($4 < ПТ \leq 6$); 4) неудовлетворительная точность ($ПТ > 6$).

Предъявляемые инструкциями ГКЗ требования к точности определения содержаний компонентов с учетом классов содержаний представлены в табл. 6.

Таблица 6

Предельные значения относительных погрешностей химических анализов

Компоненты	Классы содержаний (массовая доля), %	Относительная погрешность $\delta_{a/x}$, %
Триоксид хрома	40-60	1,2
Никель	0,2-0,5	10,0
	0,5-1,0	7,0
	1,0-2,0	5,0
Медь	0,5-1,0	8,5
	1,0-3,0	5,5
	3,0-5,0	4,5
Сера	1-2	9,0
	2-10	6,0
	10-20	2,0

Графически отображение расчетов сопряженных измерений и их интерпретация производится наиболее наглядно с помощью метрологических карт обработки сопряженных измерений [2]. **Метрологическая карта** – это поле корреляции с нанесенными на него метрологическими элементами: линией равенства ($U_i = V_i$), линией регрессии ($U_i = a + bV_i$), контуром эллипса рассеяния и линией допустимых погрешностей. При построении области допустимых погрешностей используются в нашем случае абсолютные средние случайные по-

грешности S_a и S'_a, значения которых откладываются по вертикали вверх и вниз от точек линии равенства. Анализ метрологической карты позволяет: 1) выявить и оценить промахи, постоянную и знакопеременную систематическую погрешность, правильность (верность) контролируемого (вновь предлагаемого) метода по отношению к контрольному; 2) провести аудиторскую проверку точности и правильности расчета статистических характеристик корреляционного анализа. Главное предназначение метрологической карты – оценка значимости знакопеременной систематической погрешности, которая не может быть выявлена и оценена классическим корреляционным анализом. Решения о наличии знакопеременной систематической погрешности принимаются по соотношению линии регрессии и области допустимых значений, ограниченной линией допусков. Знакопеременная систематическая погрешность считается установленной, если линия регрессии $U = a+bV$ выходит за пределы допустимой области в диапазоне исследуемых значений свойства.

В настоящей лабораторной работе все статистические и метрологические характеристики, а также метрологическая карта, рассчитываются с использованием специальной компьютерной программы «Сопряженные измерения». При ее реализации на дисплей выводится: 1) таблица статистических характеристик; 2) таблица метрологических характеристик; 3) корни уравнения эллипса; 4) метрологическая карта сопряженных измерений. В качестве примера в табл. 7 – 9 приведены результаты математической обработки содержаний цинка в 20 сопряженных эталонных (сплошных бороздовых) и линейно-точечных (из 10 точек) пробах, отобранных из руд на медноцинковом колчеданном месторождении, а на рис. 2 – метрологическая карта.

Анализ таблиц 7 – 9 и метрологической карты позволяет сделать следующие выводы: поскольку фактически значение критерия $t_н$ – меньше табличного t, то классическая систематическая погрешность статистически незначимая; знакопеременная систематическая погрешность отсутствует, так как линия регрессии не выходит за пределы доверительной области на рис. 2. Следовательно, линейно-точечные пробы верно (правильно) отражают содержания относительно эталонных сплошных бороздовых проб. По показателю точности (ПТ) линейно-точечные пробы относятся к средней категории.

Таблица 7

Статистические характеристики в сопряженных бороздовых пробах

Виды проб	Статистические характеристики				Критерии различия			
	число проб, n	средние значения, $\overline{U}, \overline{V}$	средние квадратические отклонения, S_u, S_v	коэфф. корреляции, r_{uv}	стьюдента, $t_н$	$t_{табл}$, α=0,05	Фишера, $F_н$	$F_{табл}$, α =0,05
Сплошные бороздовые (U_i)	20	5,51	3,12	0,96	0,19	2,03	1,02	2,22
Линейно-точечные из 10 точек (V_i)	20	5,47	3,15					
Уравнение регрессии U_i=0,33+0,95V_i								

Таблица 8

Метрологические характеристики сопряженных проб

Виды проб	Средняя квадратич. случайная относительная погрешность разностей содержаний, $S_а$, %	Средняя квадратич. случайная относительная погрешность разностей содержаний, $\delta_о$, %	Допустимая средняя квадратич. случайная относительная погрешность хим. анализа, $\delta_{а/х}$, %	Показатель точности, ПТ	Классическая систематическая абсолютная погрешность, $\overline{d}$	Заключение о систематической погрешности метода	
						классическая (по критерию $t_н$)	знакопеременная (по метрологической карте)
Сплошные и линейно-точечные (из 10 точек)	0,66	12,01	3,5	3,43	-0,42	Незначимая	Отсутствует

Таблица 9

Корни уравнений эллипса

Значения содержаний цинка (%) в линейно-точечных пробах, V_i	0,26	1,55	2,83	4,12	5,41	6,70	7,89	9,27	10,56	11,84
Значения нижних корней, E_1	-0,19	-0,14	0,90	2,02	3,20	4,45	5,76	7,15	8,63	10,26
Значения верхних корней, E_2	2,25	3,74	5,13	6,45	7,70	8,89	10,02	11,07	12,02	12,82

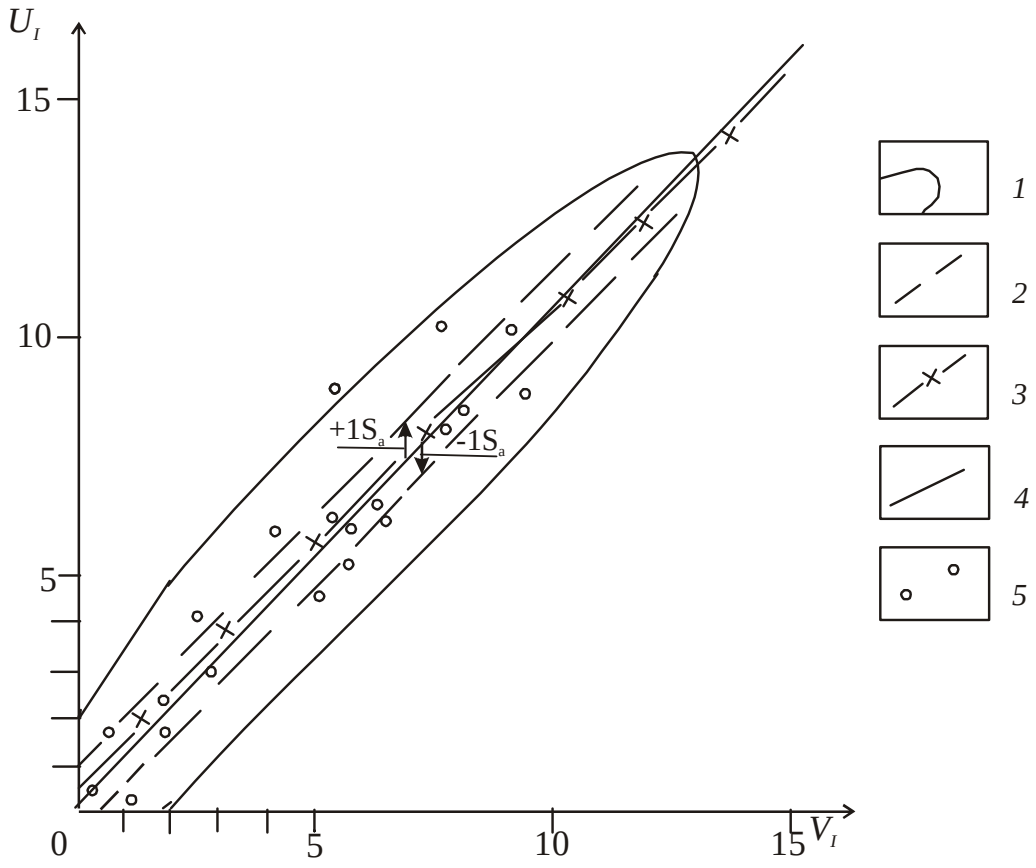


Рис. 2. Метрологическая карта сопряженных измерений содержаний цинка (%) в сплошных (U_I) и линейно-точечных (V_I) бороздовых пробах:
1 - контур эллипса; *2* - линии допуска; *3* - линия регрессии;
4 - линия равенства;*5* - точки сопряженных измерений (проб)

Таким образом, линейно-точечные бороздовые пробы являются метрологически достоверными и могут вполне заменять более трудоемкие по отбору сплошные бороздовые пробы.

Ход выполняемой работы: каждый студент получает конкретный вариант задания из табл. 2-5, после чего вводит данные в персональный компьютер и получает результаты расчетов. При составлении отчета по работе результаты компьютерных расчетов обобщаются в виде таблиц 7 – 9 и рис. 2.

Время выполнения лабораторной работы – 2 часа.

2. ОКОНТУРИВАНИЕ И ПОДСЧЕТ ЗАПАСОВ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

2. 1. Оконтуривание и подсчет запасов по алмазоносной россыпи способом геологических блоков

Аллювиальная алмазоносная россыпь разведана горными выработками (шурфами). Она представлена тремя горизонтами, состоящими из (снизу вверх): а) валунно-гравийных отложений, б) песчано-гравийных отложений с прослоями глин и алевритов, в) глинисто-алевритистыми отложениями с прослоями песков (рис. 3-6). По инструкции ГКЗ [5] по сложности геологического строения россыпь относится к 3-й группе. Для разведки подобных месторождений применяют разведочную сеть с расстояниями между разведочными линиями в 10-20 раз превышающими интервалы между выработками по линиям. Разведка россыпей алмазов проводится траншеями или шурфами, заданными по линиям, отстоящим друг от друга на 100-200 м при расстоянии между шурфами в линии 10-20 м.

Участок алмазоносной россыпи разведан шурфами сечением 1,25 $м^2$ по сети 200х10 м [6]. Проведено валовое опробование россыпи секциями длиной 0,5-1,5 м. Алмазоносными оказались все три слоя рыхлых отложений. Усредненные данные опробования по каждой секции в шурфах приведены в табл. 10.

При оконтуривании необходимо руководствоваться следующими кондициями (табл. 11):

1. Бортовое содержание алмазов в краевой пробе (в разведочном пересечении), включаемой в контур подсчета запасов, – повариантно.

2. Минимальное промышленное содержание алмазов в подсчетном блоке – повариантно.

Отработка россыпных месторождений алмазов считается рентабельной при содержаниях 0,5-1,5 кар/$м^3$. Условно можно считать, что концентрация алмазов в продуктивных отложениях должна быть на уровне 1 кар/$м^3$ (200 мг/$м^3$) и выше. Если содержания алмазов в подавляющей части проб по отдельной литологической выборке опускаются ниже отмеченного уровня, то эти отложения не следует включать в контур продуктивных залежей.

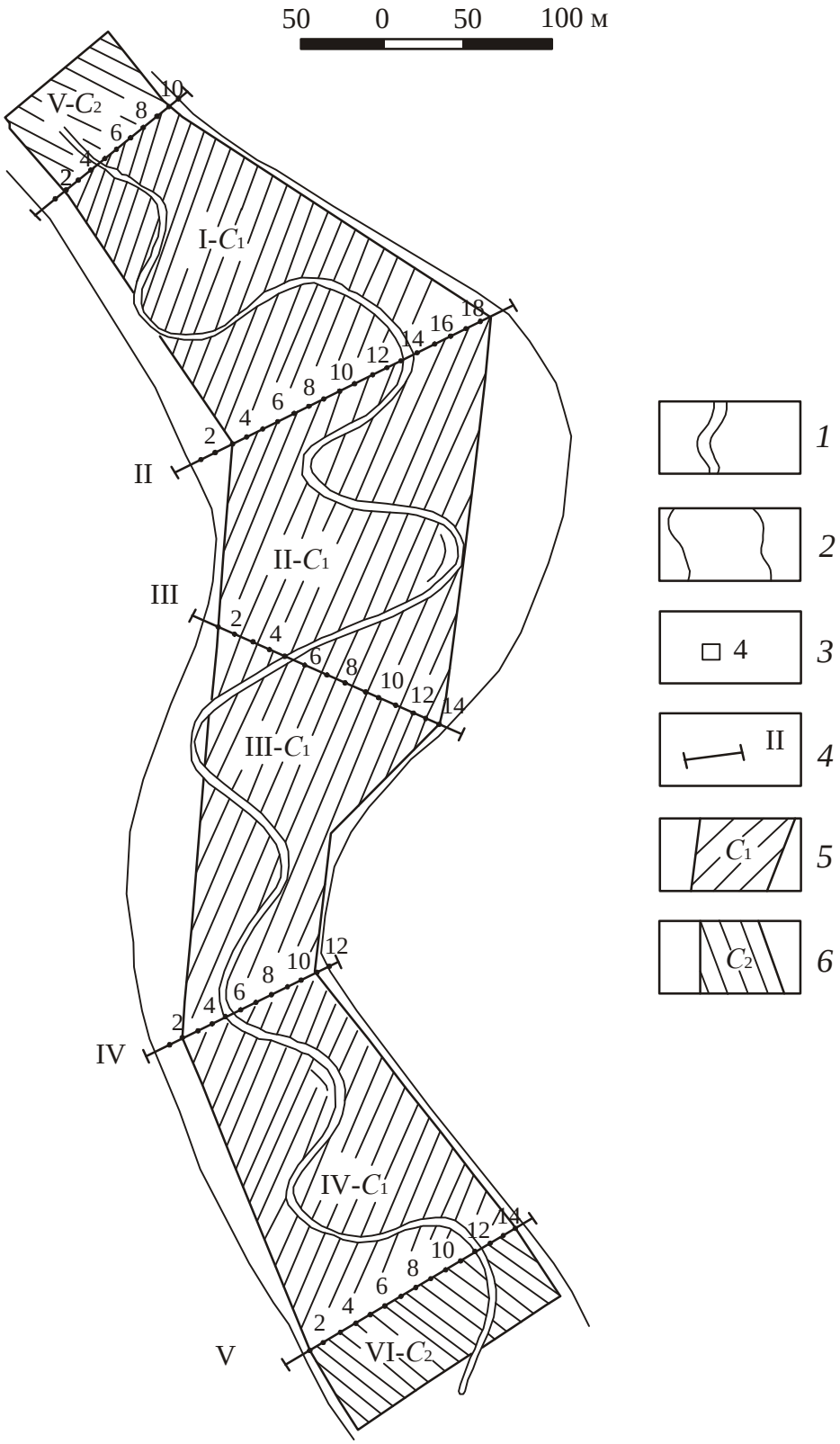
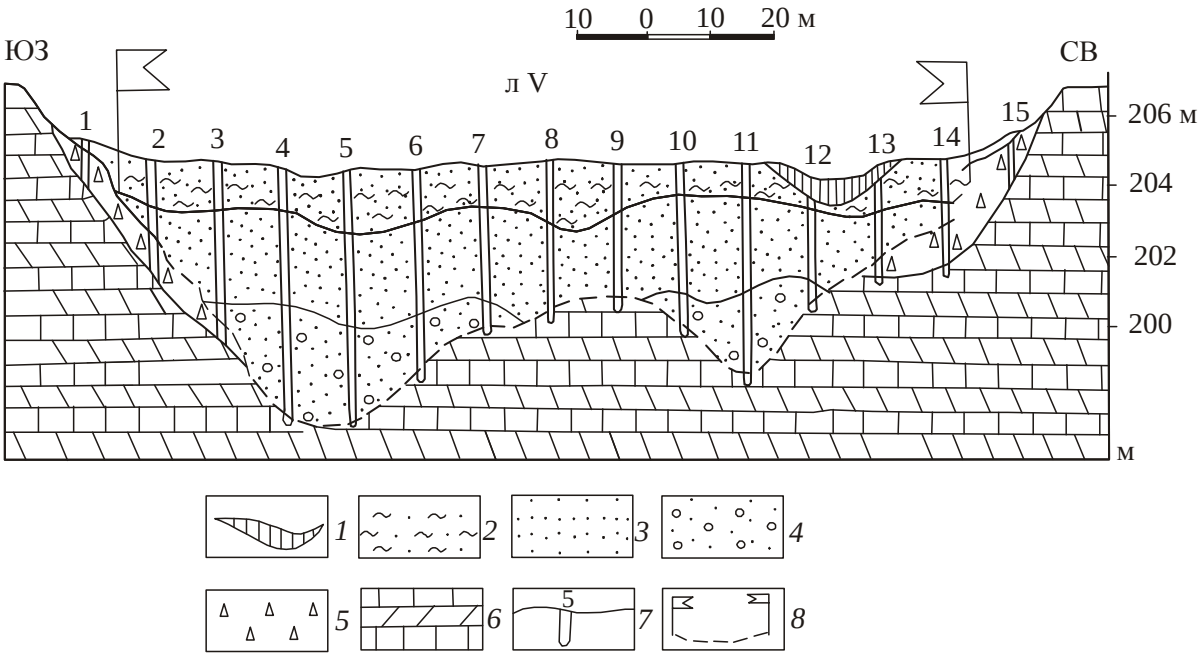


Рис. 3. Разведочный план алмазоносной россыпи:

1 - русло реки; *2* - контур речной долины; *3* - разведочные шурфы, их номера; *4* - разведочные линии, их номера; *5* - контуры блоков категории C_1; *6* - то же категории C_2


10 0 10 20 м
ЮЗ
СВ
л V
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
206 м
204
202
200
м
1
2
3
4
5
6
5
7
8

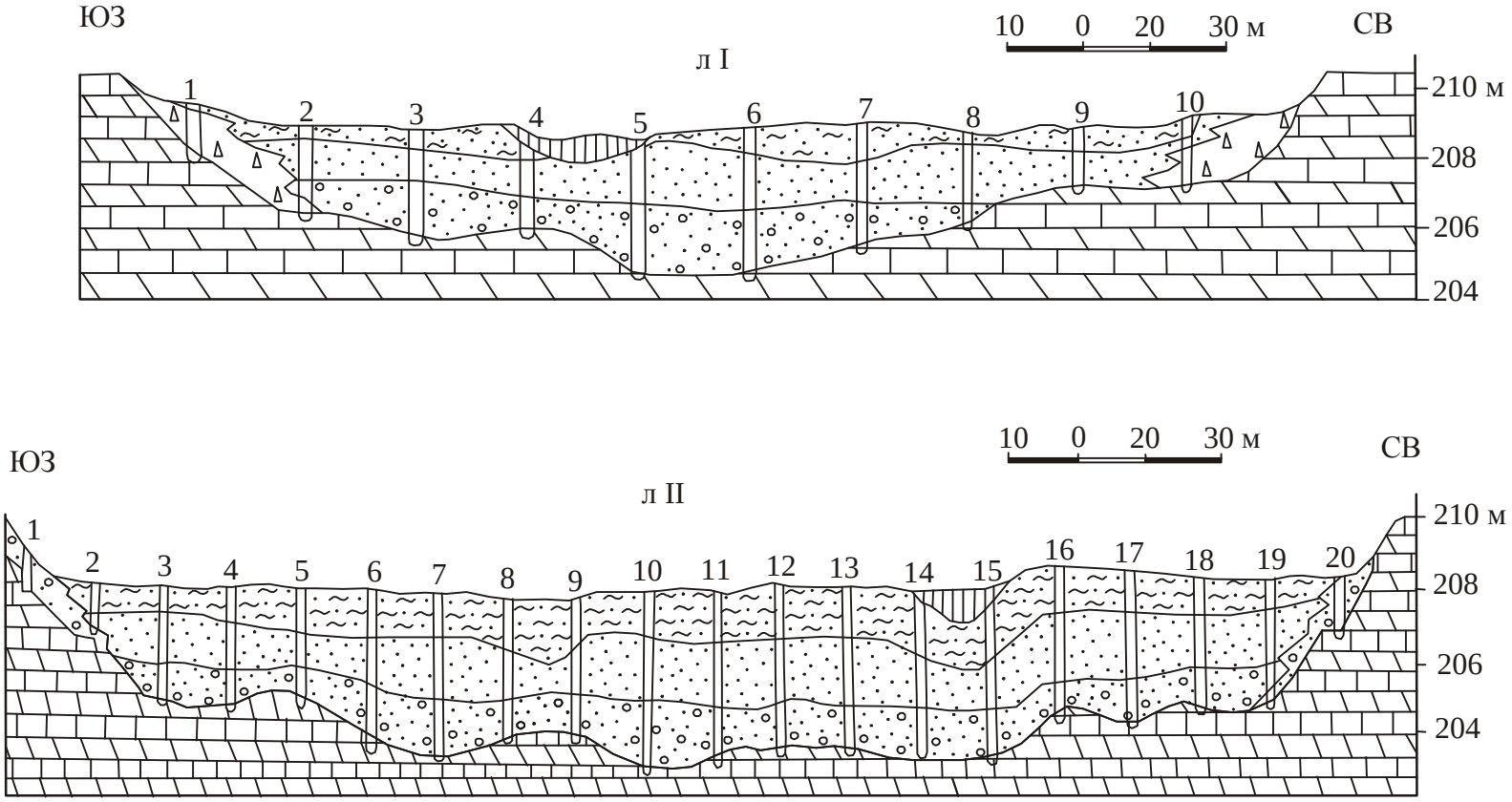


Рис. 5. Геологические разрезы по линям I и II алмазоносной россыпи

Примечание: Условные обозначения см. на рис. 4

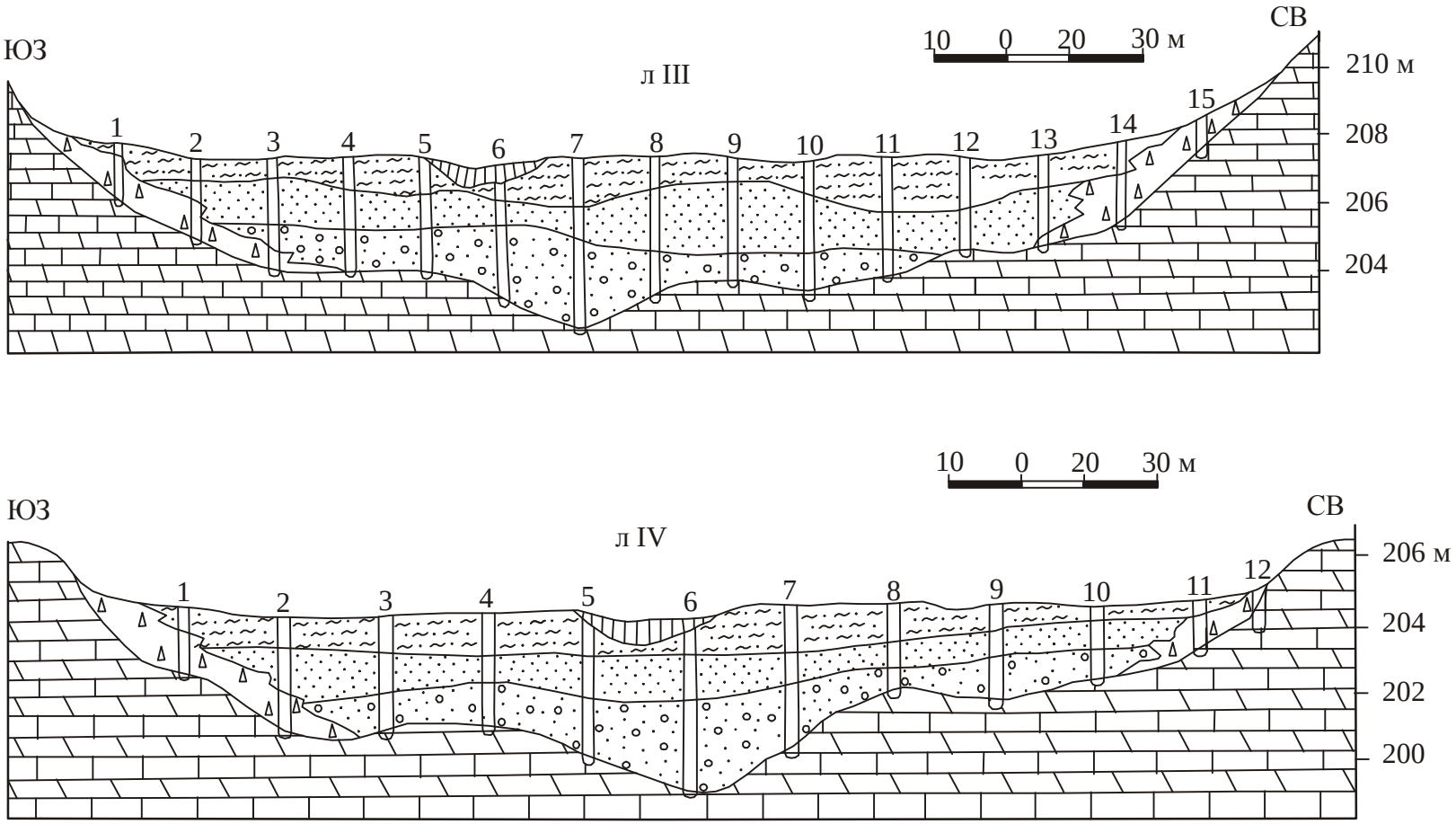


Рис. 6. Геологические разрезы по линиям III и IV алмазоносной россыпи

Примечание: Условные обозначения см. на рис. 4

В тех случаях, когда средние содержания алмазов в литологических разновидностях продуктивных пород соответствуют требованиям промышленности, они включаются в подсчетный контур, а границы залежи по мощности проводятся по геологическим данным. При расчете бортового содержания алмазов в краевой пробе обычно рассматриваются 4-5 вариантов со значениями от минимального промышленного содержания алмазов до содержания их в хвостах обогащения (0,2 кар/м^3). Предельный коэффициент вскрыши устанавливается для алмазоносных россыпей около 10. Предельная глубина отработки таких россыпей дражным способом изменяется от 10 до 50 м.

Необходимо:

а) для каждой литологической разновидности пород определить мощность продуктивных отложений и их объем;

б) рассчитать содержание алмазов в каждой литологической разновидности пород (кар/м^3);

в) пользуясь кондициями, установить опорные точки для оконтуривания продуктивных отложений в пределах каждого шурфа – отметки кровли и подошвы залежи с учетом ее геологического строения и соединить их пунктирной линией на каждом из 5 разрезов;

г) перенести крайние опорные точки с разрезов на план и оконтурить алмазоносную россыпь в плане;

д) выделить в плане подсчетные блоки запасов алмазов категорий C_1 и C_2;

е) подсчитать запасы алмазов в каждом блоке и в целом по россыпи способом геологических блоков;

ж) в каждом подсчетном блоке определить группу запасов по их экономическому значению – балансовые (экономические) или забалансовые (потенциально экономические).

Методические указания к выполнению работы.

Исходными материалами для оконтуривания и подсчета запасов являются план алмазоносной россыпи, поперечные геологические разрезы по пяти разведочным линиям шурфов (см. рис. 3-6) и данные валового секционного опробования по всем шурфам (масса алмазов в миллиграммах) в табличной форме (табл. 10). Каждый студент получает свой вариант кондиций согласно порядковому номеру в журнале.

Таблица 10

Результаты валового опробования шурфов сечением 1,25 м^2 по разведочным линиям I-V (масса алмазов в мг)

Номера линий	Номера секций	НОМЕРА ШУРФОВ																		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
I	1 2 3	- - -	112 62 6	131 125 698	63 483 352	62 744 3858	75 1334 1230	70 582 829	318 655 530	56 157 -	13 18 -									
II	1 2 3	- - -	7 7 -	68 122 455	419 838 1197	57 287 68	24 437 6	12 148 175	57 842 697	101 560 1270	56 369 1682	306 479 847	120 647 1306	150 762 540	57 345 207	68 469 69	56 189 194	42 195 299	106 806 263	50 202 75
III	1 2 3	19 - -	100 732 -	442 1100 261	213 790 716	173 961 562	76 193 1126	132 418 4306	25 354 134 8	131 805 832	112 817 847	356 598 860	137 406 -	118 231 -	74 - -	6 - -				
IV	1 2 3	7 - -	75 109 7 -	205 611 137	202 649 534	217 1022 480	431 850 3607	195 747 2625	93 235 124	218 224 216	124 694 81	57 - -								
V	1 2 3	8 - -	1 24 -	6 155 149	8 379 667	143 511 681	25 522 238	30 133 130	18 125 -	14 87 -	6 151 137	25 606 910	207 430 818	6 167 -	14 68 -	6 - -				

Каждый вариант, с целью сокращения времени для выполнения задания, предусматривает обработку данных лишь по четным или нечетным шурфам, входящим в разведочную линию (табл. 11).

Таблица 11

Кондиции для оконтуривания по вариантам задания

Варианты		Бортовое содержание алмаза, кар/м^3	Минимальное промышленное содержание алмаза по блоку, кар/м^3
нечетные шурфы	четные шурфы		
1	11	0,2	0,5
2	12	0,25	0,7
3	13	0,30	0,9
4	14	0,35	1,1
5	15	0,40	1,3
6	16	0,45	1,5
7	17	0,50	1,7
8	18	0,55	1,9
9	19	0,60	2,1
10	20	0,65	2,3

В начале по всем шурфам для каждой литологической разновидности рассчитывается содержание алмазов в каратах на 1 кубический метр (кар/м^3). Для этого в разрезах определяются длины секций опробования продуктивных отложений и вычисляется объем каждой пробы как произведение длины секций на площадь сечения шурфа (1,25 м^2). Содержание алмазов в пробе C_i вычисляется по формуле,

$$C_i = \frac{P_i}{(V_i \cdot 200)}, \qquad (2.1)$$

где P_i – масса кристаллов алмазов, мг; V_i – объем пробы, м^3.

Результаты расчетов заносятся в формуляр (табл. 12).

Таблица 12

Определение содержания алмазов в шурфах

Номер линии	Номер шурфа	Номер секции	Сечение шурфа, м^2	Длина секции, м	Объем секции, м^3	Масса алмазов	Содержание алмазов
						P_i, мг	C_i, кар/м^3
I	3	1	1,25	0,4	0,5	131	1,31

Наметив по заданному бортовому содержанию верхнюю границу продуктивных отложений россыпи по каждому шурфу, соединяют их пунктирной линией, получив кровлю залежи. Аналогично соединяют отметки подошвы залежи.

После этого проводится промышленный контур россыпи на плане. Для этого соединяются опорные точки, вынесенные с разрезов на план. Продуктивная часть россыпи может быть экстраполирована за пределы крайних разведочных линий на 1/2-1/4 расстояния между разведочными линиями.

Запасы алмазов в россыпи могут быть подсчитаны способом геологических блоков или линейным способом.

При подсчете запасов алмазов способом геологических блоков выделение последних производится с учетом формы россыпи в плане и степени разведанности. **Объем блоков** (V, м^3) определяется как произведение площади блока (S, м^2), определенной на плане планиметром или палеткой, на среднюю мощность продуктивного слоя ($\overline{M}$, м)

$$V = S \times \overline{M} \text{ (м}^3\text{)}. \qquad (2.2)$$

Средняя мощность вычисляется по шурфам, пересекающим продуктивные аллювиальные отложения в пределах блока (табл. 13):

$$\overline{M} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i}{n}, \qquad (2.3)$$

где m_i – мощность продуктивных отложений в шурфе, м; n – количество шурфов в блоке.

Среднее содержание алмазов рассчитывается по данным опробования шурфов, входящих в блок по формуле:

$$\overline{C} = \frac{\sum_{i=1}^{n} C_i}{n}, \qquad (2.4)$$

где C_i – среднее содержание алмазов в шурфе, кар/м^3; n – количество шурфов в блоке.

Запасы алмазов (P, кг) в каждом блоке вычисляются как произведение объемов блоков (V, м^3) на среднее содержание в них алмазов ($\overline{C}$, кар/м^3)

$$P = (V \cdot \overline{C}) / 5000. \qquad (2.5)$$

При подсчете запасов алмазов способом геологических блоков все расчеты выполняются в соответствии с табл. 13, 14.

Запасы алмазов по группе блоков вычисляются суммированием, но для каждого блока производится сравнение среднего содержания алмазов по блоку и их минимального промышленного содержания. При превышении первого показателя над вторым или их равенстве запасы алмазов по блоку являются балансовыми (экономическими).

Таблица 13

Формуляр расчета средних мощностей продуктивных отложений и среднего содержания алмазов в блоках

Номера блоков	Номера линий	Номера шурфов	Мощность продуктивных отложений, м	Содержание алмазов, C_i, кар/м^3
1	I	3	3,0	1,12
Сумма			+	+
Среднее			+	+

Таблица 14

Формуляр подсчета запасов способом геологических блоков

Номер блоков	Площадь блоков, S, м^2	Средняя мощность продуктивного слоя, $\overline{M}$, м	Объем блоков, V, м^3	Среднее содержание алмазов в блоках, $\overline{C}$, кар/м^3	Запасы алмазов в блоках, P, кг
1-C_1	30 000	1,5	45 000	2,00	18,0
Σ- C_1	-	-	-	-	+
5-C_2	10 000	1,0	10 000	1,5	3,0
Σ-C_2	-	-	-	-	+
ΣC_1+C_2	-	-	-	-	+

Если содержание алмазов в блоке ниже минимального промышленного, то запасы их в блоке забалансовые (потенциально экономические). В этом случае рекомендуется выделить так называемые активные запасы, которые соответствуют промышленным кондициям.

В блоках, ограниченных разведочными профилями, запасы относятся к категории C_1; оконтуренных путем экстраполяции – к категории C_2.

Отчетными документами по работе являются:

- План россыпи с контурами блоков и указанием категорий запасов в них;
- Разрезы с контурами продуктивных отложений;
- Пояснительная записка со всеми необходимыми расчетами.

Время выполнения работы в аудитории - 4 часа.

2. 2. Подсчет запасов по месторождению аметиста статистическим методом

Статистический метод применяется при подсчете запасов месторождений с крайне неравномерным гнездовым распределением ценных минералов, если обычные способы опробования не обеспечивают получение представительных данных [1]. К ним относятся месторождения камнесамоцветного сырья, слюд, исландского шпата и некоторых других полезных ископаемых. Сущность способа заключается в том, что по результатам разведочно-эксплуатационных работ определяется среднее количество полезного компонента (его «выход»), приходящегося на единицу площади или объема залежи. Выход полезного компонента характеризует «продуктивность» изученного участка. Для подсчета запасов среднюю величину продуктивности распространяют на всю потенциальную рудоносную площадь или объем. При подсчете статистическим способом определяются не геологические, а извлекаемые запасы полезного компонента. Для того, чтобы оценить запасы полезного ископаемого в недрах, к извлекаемым запасам нужно прибавить запасы, заключенных во всех видах потерь (которые определяются экспериментальным путем). Рассмотрим методику применения этого способа подсчета запасов на примере месторождения аметиста.

Месторождение аметиста расположено в горной местности в толще гранито-гнейсов и представлено серией кварц-аметистовых жил. Они приурочены к крутопадающим тектоническим трещинам и образуют штокверковую зону протяженностью 1200 м при ширине 150-250 м. В пределах зоны при проведении поисковых и разведочных работ было выявлено около 100 жил, содержащих гнезда и заноpыши с аметистами. Размеры гнезд с аметистом, характеризующимся крайне неравномерным распределением, колеблются от 0,2 до 2 м.

По сложности геологического строения рассматриваемое месторождение аметиста может быть отнесено к 4 группе [5]. На месторождении одна из кварц-аметистовых жил разведана с поверхности расчистками, канавами и мелкими карьерами с заглублением в коренные породы на 2-5 м [6]. На глубину жила прослежена системой подземных горных выработок, включавшей проходку разведочных шахт, штолен, штреков и восстающих.

Расположение разведочных выработок и проб с блокировкой запасов по кварц-аметистовой жиле, имеющей крутое падение на север под углом 80^0, показано на ее проекции на вертикальную плоскость (рис. 7).

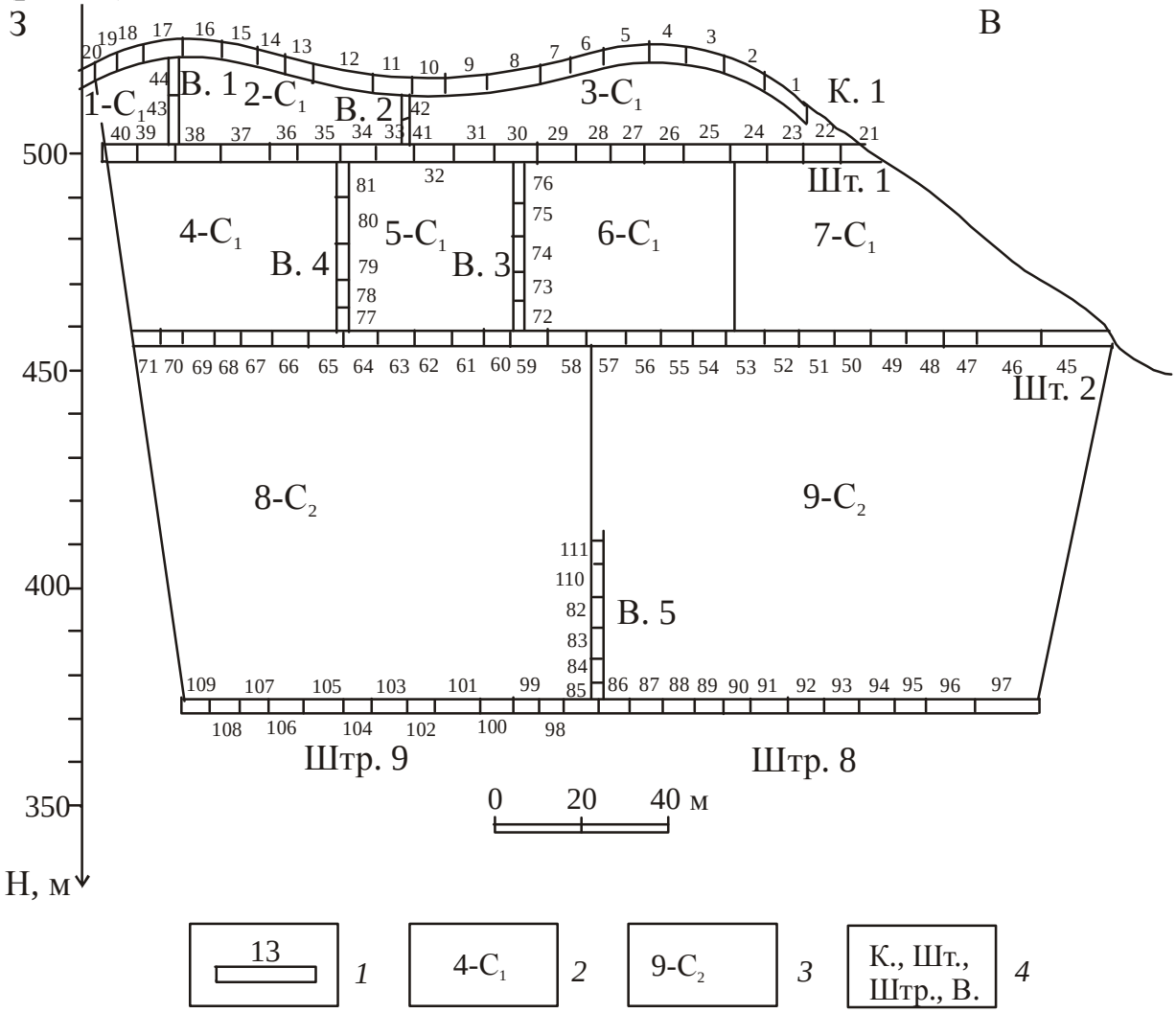


Рис. 7. Проекция аметистоносной жилы на вертикальную плоскость с блокировкой запасов:

1 - слой (интервал) опробования и его номер; *2* - блоки балансовых запасов категории $С_1$; *3* - то же, категории $С_2$; *4* - горные выработки: К. - канавы, Шт. - штольни, Штр. - штреки, В. - восстающие

Пример расчета площадной продуктивности кристаллосырья и сортового сырья приведен в табл. 16. В последнем столбце этой таблицы рассчитывается условная продуктивность опробованного слоя ($P_у$) с применением переводных коэффициентов, учитывающих различную ценность отдельных сортов сырья, по формуле

$$P_у=P_к+3P_о, \quad (2.7)$$

где $P_к$ – продуктивность сырья для кабошонирования, г/м^2; P_0 – продуктивность сырья для огранки, г/м^2.

Вследствие крайне неравномерного распределения гнезд с аметистом в жиле оценка кристаллосырья проводилась по данным валового опробования. Каждая проба характеризовалась длиной, высотой и площадью опробованного слоя в проекции жилы на вертикальную плоскость, а также количеством кристаллосырья, полученного при вскрытии жилы на данном интервале. По каждой пробе определено количество сортового сырья, пригодного для производства ограненных камней и кабошонов. Данные валового опробования жилы приведены в табл. 15. Подсчет запасов аметистоносной жилы в связи с крайне неравномерным характером распределения кристаллосырья производится статистическим методом.

Для этого **необходимо**:

1) Рассчитать продуктивность жилы по слоям (интервалам) опробования для сортового сырья.

2) Выделить балансовые и забалансовые запасы аметиста по величине средней условной продуктивности сортового сырья в блоках.

3) Провести подсчет балансовых запасов кристаллосырья и сортового сырья как по отдельным блокам, так и по жиле в целом.

Методические указания к выполнению работы.

Основным параметром при подсчете запасов камнесамоцветного сырья статистическим методом является продуктивность полезного ископаемого. **Продуктивность аметистоносной жилы** (P) определяется по формуле

$$P=M/S, \quad (2.6)$$

где М – масса кристаллосырья, г; S – площадь опробованного слоя (интервала), м^2.

Таблица 15

Результаты валового опробования аметистоносной жилы

Номер слоя (интервала опробования)	Площадь слоя, S, м^2	Масса кристаллосырья, $М_с$, г	Масса сортового сырья, г		Номер слоя (интервала опробования)	Площадь слоя, S, м^2	Масса кристаллосырья, $М_с$, г	Масса сортового сырья, г	
			для огранки, $М_о$	для кабошонов, $М_к$				для огранки, $М_о$	для кабошонов, $М_к$
1	18,9	5 100	621	853	31	20,0	3 380	208	438
2	18,5	-	-	-	32	20,0	17 580	2 572	4 021
3	16,6	11 050	1 367	2 410	33	19,1	1 930	88	232
4	16,9	5 920	551	1 085	34	18,3	10 260	950	1 822
5	17,4	3 580	203	508	35	21,4	19 700	3 061	5 002
6	22,0	1 220	42	129	36	15,0	1 960	119	243
7	17,1	-	-	-	37	24,3	-	-	-
8	13,6	680	33	73	38	23,5	16 900	225	368
9	25,2	-	-	-	39	18,4	3 320	209	385
10	20,0	7 650	757	1 453	40	18,3	-	-	-
11	16,1	8 860	4 002	1 826	41	10,7	17 600	2 615	4 082
12	19,8	-	-	-	42	9,4	2 920	230	458
13	23,0	28 750	5 180	7 758	43	17,3	10 380	1 289	2 175
14	18,9	6 050	495	976	44	15,3	1 850	109	223
15	13,3	680	27	72	45	34,6	-	-	-
16	18,0	18 360	2 950	4 604	46	31,9	-	-	-
17	16,7	1 620	84	195	47	16,1	1 780	80	182
18	16,3	7 830	867	1 460	48	17,2	-	-	-
19	11,4	920	52	112	49	19,1	1 390	56	121
20	10,4	210	-	28	50	17,2	-	-	-
21	14,3	-	-	-	51	16,5	330	-	29
22	19,4	1 170	45	115	52	17,6	8 550	932	1 708
23	17,9	5 560	457	905	53	19,8	-	-	-
24	17,2	10 320	1 256	2 206	54	15,0	220	8	27
25	23,1	3 250	162	397	55	17,2	4 060	265	615
26	22,8	450	12	42	56	17,6	-	-	-
27	23,0	-	-	-	57	19,5	23 980	4 350	6 328
28	18,0	910	28	90	58	21,0	5 350	368	815
29	20,4	3 340	169	375	59	17,8	16 250	2 312	3 988
30	22,0	7 570	512	1 121	60	13,3	9 650	1 402	2 183

Окончание табл. 15

Номер слоя (интервала опробования)	Площадь слоя, S, м^2	Масса кристаллосырья, $М_с$, г	Масса сортового сырья, г		Номер слоя (интервала опробования)	Площадь слоя, S, м^2	Масса кристаллосырья, $М_с$, г	Масса сортового сырья, г	
			для огранки, $М_о$	для кабошонов, $М_к$				для огранки, $М_о$	для кабошонов, $М_к$
61	17,2	-	-	-	87	14,3	8 600	1 050	1 837
62	17,6	11 380	1 386	2 317	88	17,6	170	-	6
63	19,8	3 320	155	350	89	15,8	2 410	121	223
64	19,8	-	-	-	90	16,8	830	21	162
65	16,1	15 800	2 710	3 380	91	16,0	-	-	-
66	19,4	180	-	11	92	14,0	-	-	-
67	14,7	3 020	218	430	93	24,0	120	-	15
68	13,4	-	-	-	94	30,0	-	-	-
69	15,3	420	-	15	95	12,1	-	-	-
70	15,4	-	-	-	96	13,2	22 050	4 412	4 807
71	13,5	200	8	21	97	15,8	7 270	715	1 158
72	11,2	12 500	2 205	3 361	98	24,8	-	-	-
73	10,5	1 410	93	182	99	12,1	15 500	2 682	3 158
74	12,2	7 460	906	1 607	100	17,2	11 710	1 675	2 569
75	11,9	230	10	14	101	15,5	760	15	24
76	14,4	10 510	1 188	2 352	102	18,1	8 690	953	1 873
77	9,9	5 070	502	957	103	18,9	1 810	102	218
78	8,3	-	-	-	104	14,1	280	4	23
79	12,8	5 120	462	985	105	14,0	-	-	-
80	13,6	1 960	130	182	106	13,0	-	-	-
81	14,4	10 380	1 382	2 295	107	16,0	13 010	1 834	3 010
82	22,0	22 430	3 557	5 613	108	10,7	650	25	62
83	13,2	400	7	9	109	10,1	12 310	2 280	3 383
84	16,1	3 820	270	583	110	10,5	4 520	463	832
85	15,7	11 470	1 512	2 538	111	9,8	17 460	3 683	5 085
86	15,0	-	-	-					

Блокировка запасов категорий C_1 и C_2 проводилась на вертикальной проекции аметистоносной жилы (см. рис. 7) непосредственно по горным выработкам с учетом величины будущих эксплуатационных блоков (40 х 40 м). Далее по подсчетным блокам определяется

средняя условная продуктивность ($\overline{P_y}$), взвешенная на величину площади проб, по формуле

$$P_y = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_{yi} S_i}{\sum_{i-1}^{n} S_i}, \quad (2.8)$$

где P_{yi} – условная продуктивность опробованного слоя (пробы), г/м^2; S_i – площадь слоя, м^2; n – количество валовых проб, отобранных в пределах блока.

Для оконтуривания балансовых запасов в блоках в качестве показателя кондиций применяется минимальная условная продуктивность ($P_м$) аметистоносной жилы, приведенная по вариантам задания в табл. 17. Если $\overline{P_y} \geq P_м$ запасы аметиста в блоках относятся к балансовым. Запасы аметиста в блоках считаются забалансовыми при соблюдении неравенства: $\overline{P_y} < P_м$.

После выделения балансовых и забалансовых запасов аметиста в каждом подсчетном блоке определяются средняя продуктивность и запасы кристаллосырья с учетом среднего выхода сортового сырья 30 % (варианты 1-7), ограночного сырья (варианты 8-14) и сырья для кабошонирования (варианты 15-21).

Для определения средней продуктивности сырья в блоке используется формула

$$\overline{P} = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_i}{n}, \quad (2.9)$$

где P_i – площадная продуктивность сырья в слое (интервале) опробования, г/м^2, n – количество валовых проб, отобранных в пределах подсчетного блока.

Запасы аметиста в блоке, в том числе и сортового, определяются по формуле

$$Q = \frac{\overline{P} \cdot S}{\sin \alpha}, \quad (2.10)$$

где $\overline{P}$ – средняя продуктивность по блоку, г/м^2; S – площадь подсчетного блока на проекции жилы на вертикальную плоскость, м^2; α – угол падения аметистоносной жилы (α= 80^o).

Пример расчета средней продуктивности и запасов аметиста по блокам приведен в табл. 18.

Таблица 16

Расчет площадной продуктивности кристаллосырья, сортового сырья и условий продуктивности аметистоносной зоны по слоям опробования

Слои (пробы)	Площадная продуктивность, г/м^2			
	кристаллосырья, P_C	сырья для огранки, P_o	сырья для кабошонирования, $P_к$	условная ($P_у$=$P_к$+3P_o)
1	270	33	45	144
2	-	-	-	-
3	666	82	145	391
… и т. д.				
111				

Таблица 17

Кондиции для оконтуривания балансовых запасов по вариантам задания

Варианты	Минимальная условная продуктивность аметистоносной жилы в блоке, $P_м$, г/м^2
1, 8, 15	140
2, 9, 16	150
3, 10, 17	160
4, 11, 18	170
5, 12, 19	180
6, 13, 20	190
7, 14, 21	200

Таблица 18

Расчет средней площадной продуктивности и запасов аметистоносной жилы по блокам

Номера блоков, категории запасов	Средняя продуктивность, г/м^2				Площадь блоков, м^2	Запасы, кг		
	условная, $\overline{P}_у$	кристаллосырья, P_C	сырья для огранки, P_o	сырья для кабошонов, $P_к$		кристаллосырья, Q_C	сырья для огранки, Q_o	сырья для кабошонов, $Q_к$
1-C_1 и т. д.	200	275	28	49	400	110,0	11,2	19,6
8-C_2								
Итого C_1+C_2								

Для оценки величины запасов аметистоносной жилы в целом, запасы сырья в блоках суммируются. При этом определяется степень разведанности запасов (η) как отношение запасов аметиста категории C_1 к общим запасам (C_1+C_2).

Отчетными документами при выполнении работы служат:

1) Проекция запасов аметистоносной жилы на вертикальной плоскости с блокировкой запасов;

2) Таблица расчета площадной продуктивности сырья в жиле по слоям опробования;

3) Таблица расчета средней площадной продуктивности и запасов сырья по блокам и в аметистоносной жиле в целом.

Время выполнения работы в аудитории – 4 часа.

2. 3. Подсчет запасов по месторождению изумрудов статистическим методом

Дано: геологический план центральной части месторождения изумрудов (рис. 8). Протяженность всей минерализованной зоны 450 м при ширине 20-50 м. Простирание 330^0, падение 75^0 на северо-восток. На глубину изумрудная минерализация прослежена горными выработками и буровыми скважинами до 30-60 м от поверхности. Строение центральной части минерализованной зоны на плане, в разрезе, а также вертикальной проекции отображено на рис. 8. Минерализованные тела представлены актинолит-хлорит-плагиоклаз-флогопитовыми жилами с изумрудом, бериллом, фенакитом, танталитом, залегающими среди оталькованных серпентинитов, расположенных в экзоконтактовой зоне гранитного массива. Месторождение с поверхности отчетливо фиксируется минералогическими ореолами берилла, фенакита, бавенита, вторичными литохимическими ореолами рассеяния бериллия и аномальным полем по фотонейтронному методу.

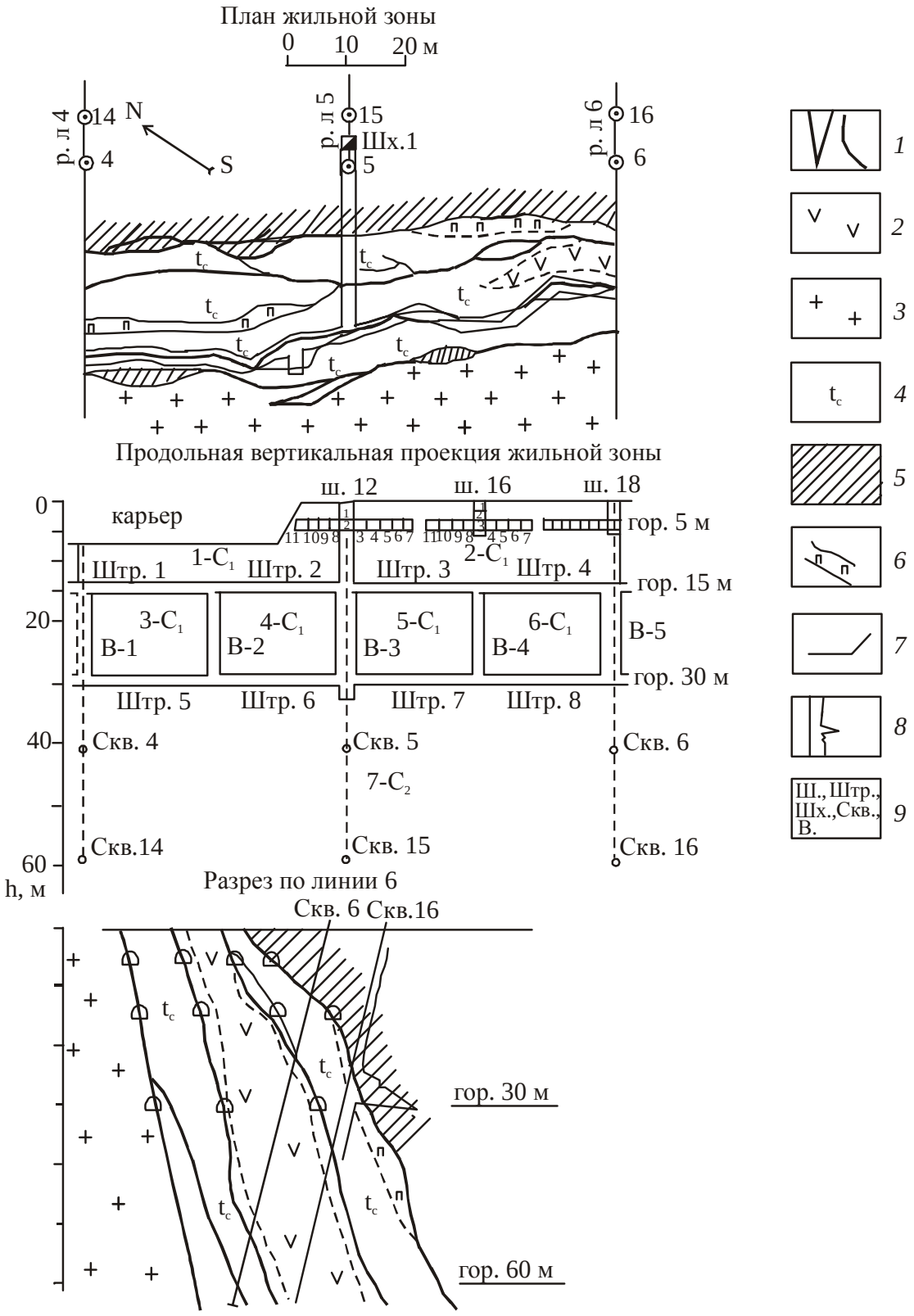


Рис. 8. Геологический план, вертикальная проекция и разрез по линии 6 центральной части месторождения изумрудов:

1 - флогопитовые тела с изумрудами; *2* - серпентиниты, *3* - вторичные кварциты; *4* - талькиты; *5* - амфиболиты; *6* - пегматиты; *7* - контур карьера; *8* - график содержания BeO по данным фотонейтронного каротажа; *9* - Ш. - шурфы, Штр. - штреки, Шх. - шахты, В. - восстающие, Скв. - скважины

Основные жильные тела в пределах минерализованной зоны разведаны рассечками из шурфов на горизонтах 5 и 15 м на всем их протяжении (через 25 м). С поверхности они ранее были частично отработаны старателями. Минерализованная зона в центральной части месторождения между разведочными линиями 4 и 6 оконтурена штреками и восстающими до глубины 30 м. На более глубоком горизонте (60 м) произведена разведка всех жил буровыми скважинами с расстояниями между разведочными линиями 50 м.

Плагиоклаз-флогопитовые жилы встречаются в виде простых тел размером 25х25х0,5 м или жильных свит 70х70х(0,5-3,5) м. Морфология жил неустойчива. Нередко они образуют линзы мощностью до 3-4 м. Средняя мощность жил – 1,5 м. Наиболее богаты изумрудами жилы с мощностью от 0,6 до 1,5 м.

Ограночные изумруды (размером от 4 мм до 4 см в поперечнике) распределены в виде гнезд, встречающихся в участках пересечения трещин трех направлений (300 ^{0}, 330 ^{0} и 360 ^{0}), а также во флексурных перегибах жил. Положение гнезд устанавливается по люменесценции апатита, флюорита, плагиоклаза и радиометрическими аномалиями по фотонейтронному методу, а также увеличением содержаний берилла и «изумрудной зелени» (мелкие изумруды, не подвергающиеся огранке). Характерными спутниками изумрудов являются фиолетовый флюорит и кристаллический хлорит. Максимальной изумрудоносностью обладают серые и серо-зеленые плагиоклазовые слюдиты, жирные на ощупь.

Жильные тела имеют коэффициент продуктивности по изумрудам 0,07, по «изумрудной зелени» – 0,25. Их продуктивность растет по мере увеличения содержания плагиоклаза в составе минерализованных пород и возрастания сложности морфологии тел.

Объемная масса флогопита – 2,8 т/м^3.

Кондициями не устанавливаются требования к содержанию изумрудов. Однако при содержании изумрудной зелени менее 2 г/м^3 изумруды практически не встречаются. Обязательным условием промышленного значения жил является превышение стоимости реализуемой продукции над себестоимостью обработки кристаллосырья. Минимальный размер зерен изумрудов, подвергаемых огранке, составляет 4 мм или 0,15 карата (с учетом потерь 2/3 от первоначальной массы можно получить изделие 0,05 карата «Искра»).

Валовые пробы после взвешивания подвергаются двукратной промывке, грохочению и ручной выборке изумрудов, после которой

определяется выход последних. Данные валового опробования горных выработок, пройденных на месторождении изумрудов, приведены по вариантам в табл. 19. При этом объемная продуктивность (P) вычислялась по формуле

$$P = \text{М}/V, \qquad (2.11)$$

где P – продуктивность в каратах (для изумрудов) или граммах (для «изумрудной зелени») на 1 м^3; М – масса (выход) изумрудов (карат) или изумрудной зелени (г); V – объем валовой пробы, м^3.

Требуется:

1. Произвести подсчет запасов изумрудов (варианты 1-5) или изумрудной зелени (варианты 6-10) в блоках между разведочными линиями 4 и 6;

2. Определить общую стоимость кристаллосырья, залегающего в недрах, приняв условную стоимость изумрудов 1000 руб. за 1 г.; зелени – 50 руб. за 1 г.

В вариантах 11-20 те же задачи решаются в целом по месторождению (11-15 по изумрудам; 16-20 по изумрудной зелени).

Варианты заданий выдаются преподавателем (табл. 19).

Схема блокировки запасов изумруда в центральной части месторождения приведена на продольной вертикальной проекции (рис. 8).

В частности, на ней выделены запасы категории C_1, оконтуренные горными выработками на горизонтах 5 и 15 м (блоки 1 и 2), а также между горизонтами 15 и 30 м (блоки 3 – 6), и запасы категории C_2, разведанные скважинами (блок 7).

В вариантах, предусматривающих подсчет запасов по всему месторождению, подсчетные параметры, принятые для центральной части месторождения, распространяются на общую длину минерализованной жильной зоны.

Порядок выполнения задания

1) Определить среднюю мощность жильной зоны ($\overline{M}$) по формуле (2.3)

$$\overline{M} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i}{n}.$$

Для этого необходимо провести несколько (не менее 5) замеров мощности жильной зоны на плане (см. рис. 8).

Таблица 19

Данные валового опробования горных выработок на месторождении изумрудов

Горные выработки	Номера валовых проб	Варианты									
		1 (11)	2 (12)	3 (13)	4 (14)	5 (15)	6 (16)	7 (17)	8 (18)	9 (19)	10 (20)
		значения объемной продуктивности									
		изумрудов, кар/м^3					изумрудной зелени, г/м^3				
Шурф 12 с рассечками	2	2,3			1,7		28,0			21,0	
	3	0,6			2,6		6,0			40,0	
	4	0,2	0,3			1,9	2,3	4,1			26,1
	5		4,0			2,1	1,1	42,5			30,4
	6		0,4					5,7		1,7	
	7			0,7	2,0			1,1	9,5	27,0	
	8			4,3		3,6			46,0		32,8
	9			0,9					10,5		
	10					1,7			1,5		19,6
Шурф 16 с рассечками	3			0,3					4,1		
	4			6,9			1,7		62,0	1,7	
	5	1,1		1,7	0,9		13,2		23,0	13,0	
	6	4,4			4,1		45,0		1,4	49,0	
	7	0,2			1,3		2,5			14,2	
	8		0,2			0,6		2,1			7,4
	9		2,1			2,4		22,0			28,2
	10		2,9			3,5		33,0			40,1
	11					1,5		1,8			18,3

Продолжение табл. 19

Горные выработки	Номера валовых проб	Варианты									
		1 (11)	2 (12)	3 (13)	4 (14)	5 (15)	6 (16)	7 (17)	8 (18)	9 (19)	10 (20)
		значения объемной продуктивности									
		изумрудов, кар/м^3					изумрудной зелени, г/м^3				
Шурф 18 с рассечками	2	0,5				3,1	6,3				34,3
	3	1,7				2,8	20,0				29,6
	4	2,9				1,2	31,0				15,7
	5		1,1			0,4	1,4	17,0			5,3
	6		4,9		4,4			51,2		55,0	
	7		2,3		2,3			25,7		31,3	
	8				1,0			1,5		12,6	
	9			2,9					40,0	1,3	
	10			3,1					34,7		
	11			1,3					16,1		
Штрек 1	2	0,2				0,6	3,1				8,3
	3	5,1		0,9		2,7	79,0		11,0		32,4
	4	1,7	0,4			3,8	20,6	5,1	1,7	1,9	43,2
	5		3,6		0,8		1,4	41,0		12,0	1,6
	6		1,1					14,2			
	7							1,3			
	8			0,8	3,3				12,1	46,2	
	9			3,7	2,1				39,3	27,5	
	10	9,7		1,4			16,8	1,6	17,4	1,1	
	11		3,0				1,7	42,3	1,2		27,2

Продолжение табл. 19

Горные выработки	Номера валовых проб	Варианты									
		1 (11)	2 (12)	3 (13)	4 (14)	5 (15)	6 (16)	7 (17)	8 (18)	9 (19)	10 (20)
		значения объемной продуктивности									
		изумрудов, кар/м^3					изумрудной зелени, г/м^3				
Восстающий 1	14					2,4	1,9				27,2
	15	1,5		0,9	2,8		21,0		11,0	25,4	
	16	4,1		4,4	1,6		46,3		27,6	19,0	
	17	0,4	4,0	1,1			5,2	53,0	12,5	1,3	
	18		2,1			1,8		24,6	1,7		20,7
	19		0,7			1,4		10,1			16,3
	20				1,1			1,3		12,4	
Штрек 5	22	0,7				1,9	9,0			1,7	23,5
	23	2,1		0,7		2,7	24,5		10,0		30,4
	24	2,2	2,9	4,6		0,8	3,2	11,0	19,6		13,2
	25		1,7					20,4	1,1		1,6
	26				0,9			1,3		12,0	
	27				2,0					24,8	
	29			1,1					12,3	1,9	
	30	0,9	0,7				12,4	8,4	1,4		
	31	3,4	7,2				46,1	63,5			
Восстающий 2	34	4,2	2,9	4,1	4,9		41,0	31,0	42,4	49,5	
	35	1,9	1,6	0,7	0,9	3,2	21,5	18,6	9,0	11,3	37,1
	36					0,9	1,6	1,2			12,4

Продолжение табл. 19

Горные выработки	Номера валовых проб	Варианты									
		1 (11)	2 (12)	3 (13)	4 (14)	5 (15)	6 (16)	7 (17)	8 (18)	9 (19)	10 (20)
		значения объемной продуктивности									
		изумрудов, кар/м^3					изумрудной зелени, г/м^3				
Штрек 2	40	0,7			2,1		8,1			25,6	
	41	7,4		2,8			70,2		34,3	3,9	
	42		9,5		6,5			87,1		71,4	
	43	9,2				1,8	85,4	2,4			23,5
	44	5,3		4,2	8,7		61,7		51,9	79,3	3,2
	45		1,3					15,6		2,6	
	46	8,6		9,1		8,4	77,9		96,0		77,8
	47		3,4					30,8			
	48		9,2			9,7		94,5			90,1
Штрек 6	51	6,8					59,3				
	52	2,3		9,3	6,5		26,7		86,1	60,4	
	53	7,5		3,4	3,7		74,2	1,6	37,4	32,3	1,9
	54		5,2			2,5		56,1	3,5	2,8	28,1
	55		8,1		1,3	5,6	2,7	84,3			63,5
	56		9,9	3,8		8,7		92,7	46,8	19,6	84,3
	57	2,6	2,8		2,5		29,8	30,0			
	58			1,7		3,1			25,8	40,5	29,6
	59	9,2					96,9				

Продолжение табл. 19

Горные выработки	Номера валовых проб	Варианты									
		1 (11)	2 (12)	3 (13)	4 (14)	5 (15)	6 (16)	7 (17)	8 (18)	9 (19)	10 (20)
		значения объемной продуктивности									
		изумрудов, кар/м^3					изумрудной зелени, г/м^3				
Восстающий 3	62	1,3		2,6		4,4	15,6		31,3		51,6
	63		2,1				3,2	25,7	3,1	2,6	4,8
	64	6,5	6,8	3,5	8,8	5,6	73,4	84,3	46,5	90,3	63,9
	65		9,1	8,9	5,0			98,5	87,9	47,8	
	66	9,9				7,8	95,0	4,6			84,5
	67				3,4					45,4	
Штрек 3	70	9,6		7,8		7,5	92,2	2,7	84,5	1,1	82,1
	71	0,5	7,4	3,0	1,8		53,1	70,6	32,6	21,7	
	72		2,5		4,4	1,5	1,9	28,5	21,3	52,6	20,0
	73	4,0	0,9	1,9			42,6	11,4	2,4	2,7	1,9
	74		6,7		6,9	5,9		61,1	20,7	75,4	63,6
	75	9,9		2,4			92,4		1,6		2,8
Штрек 7	81	7,0		1,7			64,8		19,3		
	82	2,1			4,6		25,7	1,5	2,8	41,5	
	83		3,6	2,5				40,0	30,6	3,7	2,5
	84		6,4		5,3	5,5		69,7		58,6	62,7
	85			8,6					93,9	1,9	1,3
	86		9,7		2,0	1,8	3,9	91,3	1,7	25,4	19,9
	87	1,6					21,3				3,1
	88	4,5	1,8			3,9	40,4	19,5			40,5
	89	5,0					53,8	3,6			

Продолжение табл. 19

Горные выработки	Номера валовых проб	Варианты									
		1 (11)	2 (12)	3 (13)	4 (14)	5 (15)	6 (16)	7 (17)	8 (18)	9 (19)	10 (20)
		значения объемной продуктивности									
		изумрудов, кар/м^3					изумрудной зелени, г/м^3				
Восстающий 4	92	0,9			2,5		9,5			30,4	
	93	3,6	1,6				32,4	19,3		1,3	
	94	8,4	4,5	2,3	3,7		89,9	47,6	27,1	40,5	1,1
	95		8,7	1,9		3,0	2,7	90,5	21,3		35,6
	96			9,2	5,9	4,2		2,5	92,1	64,1	49,1
	97					5,3			1,3		58,7
Штрек 4	100	8,7					92,1	1,8			
	101	1,0	1,5			9,5	14,3	19,3	1,4		90,2
	102		4,8	4,0			3,5	54,1	45,6		3,4
	103		9,6	9,2				92,6	97,5	1,1	
	104				9,6	8,7	2,1	2,9	2,2	99,3	85,7
	105	7,2	9,1	5,7			68,5	87,2	60,7	1,5	
	106				2,5	2,1	1,8	2,1	1,9	27,2	26,0
	107	9,9		3,8			95,4		43,4	2,2	3,2
	108				6,7		2,7		3,5	70,4	

Окончание табл. 19

Горные выработки	Номера валовых проб	Варианты									
		1 (11)	2 (12)	3 (13)	4 (14)	5 (15)	6 (16)	7 (17)	8 (18)	9 (19)	10 (20)
		значения объемной продуктивности									
		изумрудов, кар/м^3					изумрудной зелени, г/м^3				
Штрек 8	111	3,0					35,1		1,9		
	112	8,5		9,9		6,8	80,2		91,5		71,4
	113						1,7	1,4	2,8		3,2
	114		9,1	3,0				83,2	2,1		
	115		6,7	5,2				68,0	56,9	1,3	2,4
	116					9,3	3,4	1,9	1,7	40,6	89,6
	117	9,2	3,0		3,8		95,6	35,8	33,5	80,1	1,6
	118		8,5		8,4	3,5	1,8	90,4		33,9	43,8
	119	9,6			2,5		88,3	2,7		2,8	1,9
Восстающий 5	122	6,2		9,2			64,5		85,3	1,5	1,8
	123		2,9		8,9	9,5	3,4	35,4	3,2	90,3	89,1
	124	9,1		4,3	6,7		95,0	1,3	45,7	61,8	2,9
	125		8,5			7,6	2,8	82,7	2,1	2,6	70,4
	126	2,2	9,6	5,1	5,8		25,3	91,1	59,4	65,4	2,3
	127					5,2	1,9	3,0	1,7	2,1	58,7

2) Вычислить объем подсчетных блоков (V) по формуле

$$V = \frac{S \cdot \overline{M}}{\sin \alpha}, \qquad (2.12)$$

где S – площадь блока на вертикальной продольной проекции, м^2; α– угол падения минерализованной зоны (α= 75^o).

3) Рассчитать коэффициент жильности ($к_ж$) подсчетного блока по формуле

$$к_ж = \Sigma l \cdot 1{,}5/S_n, \qquad (2.13)$$

где $\sum l$ – суммарная длина плагиоклаз-флогопитовых жил, м; 1,5 – средняя мощность плагиоклаз-флогопитовых жил, м; S_n – площадь распространения изумрудоносных жил на месторождении (между толщами амфиболитов и «вторичных» кварцитов), м^2.

В вариантах 1-10 для расчета коэффициента жильности используется план центральной части месторождения, в вариантах 11-20 – геологический разрез по буровой линии 6 на месторождении изумрудов (рис. 8).

4) Установить среднюю продуктивность сырья ($\overline{P}$) в блоке по формуле (2.9)

$$\overline{P} = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_i}{n},$$

где P_i – объемная продуктивность сырья (кар/м^3 или г/м^3) в отдельных валовых пробах; n – количество валовых проб, взятых по разведочным выработкам (рассечкам, штрекам, восстающим), на которые опирается подсчетный блок.

5) Определить величину запасов изумрудов или изумрудной зелени в отдельных посчетных блоках (Q) по формуле

$$Q = к_ж \cdot V \cdot \overline{P}\,. \qquad (2.14)$$

6) Рассчитать суммарные запасы кристаллосырья в подсчетных блоках по категориям C_1 и C_2 путем заполнения формуляра (табл. 20).

7) Определить общую стоимость кристаллосырья (С) в недрах по формуле

$$С = Q \cdot Ц, \qquad (2.15)$$

где Ц – условная стоимость кристаллосырья (изумрудов или изумрудной зелени), руб.

Таблица 20

Формуляр подсчета запасов статистическим методом месторождения изумрудов

Номера блоков	Мощность жильной зоны, М, м	Площадь блока, S, м^2	Объем блока, V, м^3	Коэффициент жильности, $к_ж$	Продуктивность, $\bar{P}$, $\frac{кар}{м^3}$; $\frac{г}{м^3}$	Запасы, Q, кг
I – C_1	-	-	-	-	-	-
….	-	-	-	-	-	-
….	-	-	-	-	-	-
ΣC_1	-	-	-	-	-	+
7-C_2	-	-	-	-	-	-
Итого: C_1+C_2						+

Время выполнения задания – 4 часа.

Список использованной литературы:

1. *Каждан, А. Б.* Разведка месторождений полезных ископаемых / А. Б. Каждан. – М.: Недра, 1977. – 327 с.

2. *Панов, Ю. К.* Опробование твердых полезных ископаемых: учеб. пособие / Ю. К. Панов. – Екатеринбург: УГГГА, 1998. – 102 с.

3. *Поротов, Г. С.* Математические методы моделирования в геологии: учебник / Г. С. Поротов. – СПб.: 2006. – 223 с.

4. *Волков, В. Н.* Геологическая документация и опробование поисково-разведочных выработок: уч. пособие / В. Н. Волков. – СПб.; 2007. – 120 с.

5. *Сборник нормативно-методических документов по геолого-экономической оценке месторождений полезных ископаемых.* – М.: ГКЗ, 1998. – 319 с.

6. *Сидорков, Е. А.* Поиски и разведка драгоценных и поделочных камней: уч. пособие / Е. А. Сидорков, П. И. Кушнарев. – М.: МГРИ, 1987. – 89 с.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой геологии,
поисков и разведки месторождений
полезных ископаемых
_____В.А. Душин

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ И САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ Б1. Б.2.05 ФОРМАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

для обучающихся специальности:

21.05.02 Прикладная геология

Специализация
Геологическая съемка, поиски и разведка твердых полезных ископаемых

форма обучения: очная, заочная

Автор: Душин В.А., профессор, д.г.-м.н.

Одобрены на заседании кафедры
геологии, поисков и разведки МПИ
Протокол № 190 от 17.03.2020

Екатеринбург
2020

Учение о геологических формациях возникло как прямое следствие геологической науки и в настоящее время представляет один из крупных и обобщающих его разделов.

В общем виде формационный анализ можно рассматривать как новое научное направление в геологии, целью которого является установление естественных ассоциаций горных пород и руд и характера их взаимосвязей в истории развития, как земной коры, так и отдельных её сегментов. В этой связи знакомство будущих геологов с данными проблемами является необходимым и обязательным условием подготовки грамотного специалиста.

В настоящее время, подавляющее большинство геологических исследований прикладного и фундаментального характера проводятся на базе формационного анализа. Мы придаем этому направлению исключительно большое значение, как той единственной верной основе, на которой должны базироваться любые, в том числе и прогнозно-металлогенические исследования.

Учение о геологических формациях возникло как прямое следствие развития геологической науки, исследующей общие и частные закономерности развития земной коры и слагающие ее естественных сообществ горных пород, руд, минералов и пр. Основы были заложены трудами Ю.Ю. Левинсон-Лессинга (1911, 1955), В.А. Обручева (1926), М.А. Усова (1931, 1960), Ю.А. Билибина (1947), Н.П. Хераскова (1948, 1967), С.С. Смирнова (1947), Н.Н. Страхова (1960), Н.С. Шатского (1965), В.И. Попова (1966), Ю.А. Кузнецова (1964), Д.С. Харкевича (1969), В.А. Кузнецова (1967), Е.К. Устиева (1963) и др. В последние годы теоретические основы формационного анализа разрабатываются Р.М. Константиновым (1973), А.Ф. Белоусовым (1976), В.М. Цейслером (1977), Д.В. Рундквистом (1984), Д.Н. Горжевским (1986), В.А. Коротеевым (1982, 1986), В.А. Голубовским (1986), А.Д. Щегловым (1976, 1987), А.И. Кривцовым (1989), и др.

Формационный анализ в самом общем виде рассматривается как выявление, картирование и всестороннее изучение геологических формаций. Однако, всеобъемлющего определения этого понятия пока нет. Существующие определения Н.С.Шатского (1965), Н.П. Хераского (1967), Ю.А. Кузнецова (1964), В.В. Белоусова (1976), Д.С. Харкевич (1969), В.И. Попова (1956) и др. отражают парагенетический, либо генетический принципы, широко используемые на практике.

Формационный анализ традиционно предполагает следующие аспекты исследований: изучение состава пород, руд, установление стратиграфической и фациальной смены отложений и слагаемых ими тел, оценку геолого-тектонического положения ассоциаций с отображением их генетических связей, металлогенических, петрогенетических, палеотектонических и прочих свойств.

Каждая выделенная формация является, как бы индикатором условий ее происхождения и напрямую связана с эндогенными геологическими режимами, вещественным выражением которых она и является. Существенное нарушение этих условий (эндогенного режима) ведет к появлению новой формации, т.е. к проявлению других вещественных комплексов, другой металлогении и, конечном итоге, другой прогнозной оценке территории.

В формационном анализе удобен и полезен термин «ассоциация», как термин свободного пользования, обозначающий любую природную совокупность горных пород безотносительно к её генезису и независимо от характера границ.

Объем и границы каждой формационной единицы (формация, комплекс, фация, парагенерация) определяются в результате геологических, минералогических, петрохимических, радиологических и петрологических исследований.

Исходя из приведенных выше понятий , можно назвать следующие объективно устанавливаемые признаки, лежащие в основе их выделения: петрографический, фациальный, геоструктурный и историко-геологический. Таким образом, при выделении формации (комплексов) мы руководствуемся двумя основными принципами – вещественным и историко-геологическим.

Металлогеническая направленность формационных исследований обусловила определенный подход к выделению рудной формации, сочетающей основные положения вещественного и историко-геологического принципов, в соответствии с этим мы разделяем определение рудной формации, данное А.Д.Щегловым, под которым им «понимается естественное сообщество рудных образований (месторождений), объединяемых между собой сходными парагенетическими пара ассоциациями главнейших рудных минералов и тектономагматическими условиями проявления, а также близкими особенностями развития рудного процесса». Очень важным положением в определении формации является вопрос о единстве тектономагматических условий их формирования. Это, с одной стороны, позволяет рассматривать магматические осадочные, метасоматические и рудные формации в диалектическом единстве с выделением, как предлагает В.А. Нарсеев и др. (1988) **рудогенерирующих, рудоносных, рудообразующих и рудовмещающих формаций**, а с другой – дает возможность разделить и охарактеризовать сопряженное во времени и в пространстве коровое и мантийное оруденение. Наличие последнего дало возможность А.Д.Щеглову создать концепцию нелинейной металлогении. Рудная формация , как отмечает А.Д.Щеглов, понятие весьма удачное, в котором в настоящее время объединяются представления об эндогенных режимах (тектономагматические условия) образования рудных концентраций, их минеральном составе, а также вкладывается информация о промышленной значимости месторождений, что имеет важное практическое значение.

Рудная формация, как рудоносное геологическое тело определенного иерархического уровня, описывается множеством признаков, из которых в качестве классификационных используются атрибутивные и факторные. Первые характеризуют внутренние свойства и качества формации, ее вещественно морфологические особенности (элементный и минеральный состав руд, минеральные ассоциации, структурные особенности, форма тел и их пространственные соотношения и т.п.). Вторые отражают форму, характер связи и соотношение оруденения с различными геологическими телами и явлениями, которые выступают в качестве причины и предпосылки формирования и размещения полезного ископаемого.

Содержание учебной дисциплины

Раздел 1. Введение. Состояние развития учения о геологических формациях

1.1. Учение о геологических формациях среди наук геологического цикла

1.2. исторические вехи в учении о геологических формациях

1.3. Современные научные направления при выделении геологических формаций

Раздел 2. Формационный анализ, его принципы, вещественный состав и строение формаций

2.1. Основные понятия и терминология, применяемые в учении о геологических формациях

2.2. Методы выделения и изучения геологических формаций

2.3. Вещественный состав и строение геологических формаций

Раздел 3. Систематика и характеристика формаций

3.1. Общие принципы и ведущие классификации формаций

3.2. Осадочные формации

3.3. Магматические формации

3.4. Метаморфические и метасоматические формации

3.5. Формации выветривания

3.6. Рудные формации, металлогеническая формация

Раздел 4. Геологические формации, тектоника и геодинамика

4.1. Осадочные формации современных геодинамических обстановок

4.2. Магматические формации современных геодинамических обстановок

4.3. Сравнительный анализ геологических формаций современных обстановок и их палеоаналогов

Раздел 5. Формация и оруденение

5.1. Рудоносность осадочных формаций

5.2. Рудоносность магматических формаций

5.3. Рудоносность метаморфических и метасоматических формаций

5.4. Рудоносность формаций коры выветривания

Раздел 6. Формационный анализ при геологическом картировании

6.1. Формационный анализ как способ получения геологической информации

6.2. Формационный анализ в стратиграфии, палеогеографии и тектонике

Практические занятия по дисциплине предполагают как выделение и изучение ведущих (петротипических) коллекций каменного материала кафедры, так и ознакомление студентов с формационными картами различных масштабов, схемами корреляции формаций, составлением легенд и макетов формационных карт по учебным планшетам, либо по графическим материалам, привезенным с практики.

Перечень практических занятий по курсу

1. Формациеобразующие горные породы (знакомство с коллекцией кафедры ГПР МПИ): (раздел 3 курса лекций)

1. Формациеобразующие осадочные порода
2. Формациеобразующие магматические породы
3. Формациеобразующие метаморфические породы
4. Породы формации коры выветривания
5. Формациеобразующие метасоматические породы и руды, сопряженные с ними

II. Геологические формации основных типов структурных элементов земной коры (раздел 4 курса лекций)

III. Геологические формации и оруденение (знакомство с коллекцией кафедры ГПР МПИ, раздел 5 курса лекций):

1. Рудоносные осадочные формации
2. Рудоносные магматические формации
3. Рудоносные метаморфические формации
4. Рудоносные метасоматические формации
5. рудоносность формации окры выветривания

IV. Методика составления формационных карт (раздел 2,4,6 курса лекций)

1. Знакомство с формационными картами
2. Составление макета формационной карты
3. Выделение осадочных и магматических формаций
4. Реконструкция геодинамических обстановок
5. Составление легенды к карте геологических формаций
6. Составление объяснительной записки к карте

При изучении дисциплины самостоятельно рекомендуется пользоваться широким перечнем литературных и методических источников, имеющихся в библиотеке университета и выставленных на сайтах. Перечень последних приведен ниже. Следует в ходе подготовки обратить внимание на примерный перечень докладов (рефератов), которые будут озвучиваться при опросе студентов по мере изучения дисциплины.

Примерная тематика докладов (рефератов)

1. Исторические вехи в учении о геологических формациях
2. Методы выделения и изучения геологических формаций
3. Ведущие осадочные формации и их характеристика
4. Основные магматические формации и их характеристика
5. Основные метаморфические формации и их характеристика
6. Основные метасоматические формации и их характеристика
7. Формации кор выветривания и их характеристика
8. Рудные и металлогенические формации
9. Магматические и осадочные формации внутри плитных обстановок
10. Магматические и осадочные формации коллизионных обстановок
11. Магматические и осадочные формации островодужных обстановок
12. Магматические и осадочные формации рифтовых обстановок

Примерная тематика расчетно-графических работ

1. Составление легенды к формационным картам отдельных регионов РФ
2. Составление карты геологических формаций отдельных регионов РФ.

Объяснительную записку (объем 5-10 стр.) к формационной карте следует составлять по следующей схеме:

Введение. Приводятся возможные сведения о районе (административное положение, рельеф, климат, география, степень обнаженности).

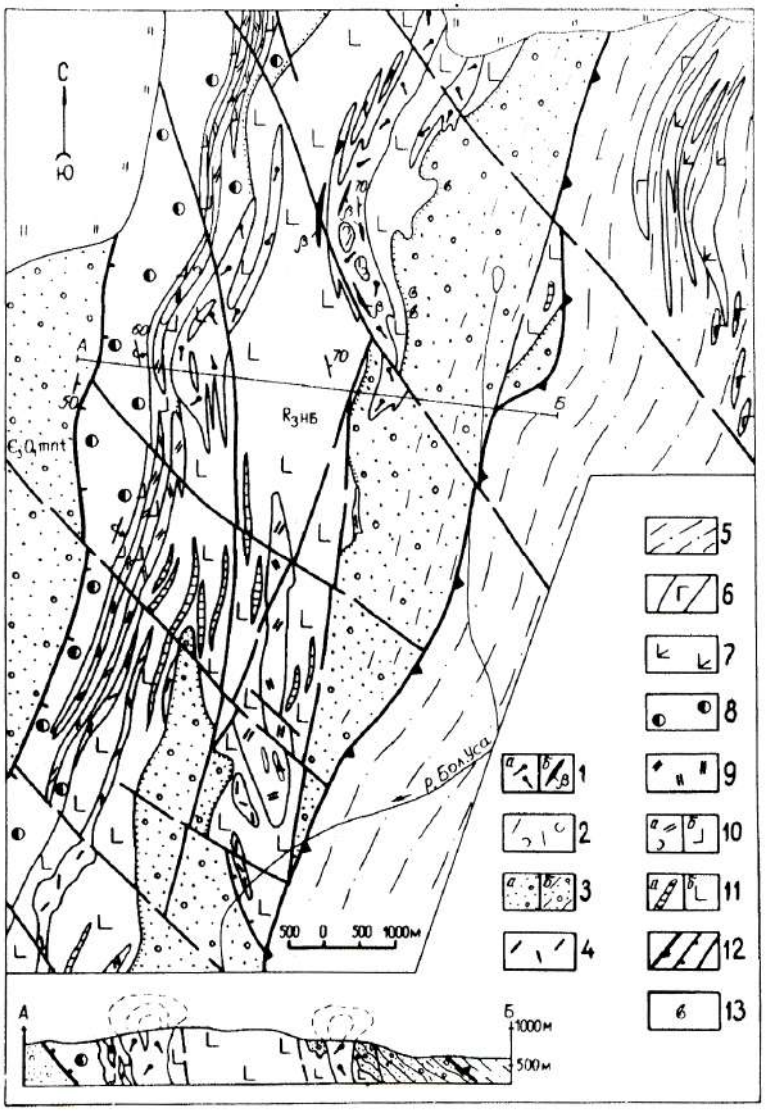
1. Принципы и методика составления карты. Тезисно по методическим указаниям с привлечением специальной литературы налагает методика работ.
2. Основные черты геологического строения района. В начале раздела кратко приводится перечень основных стратиграфических подразделений, начиная с наиболее древних толщ. Далее излагаются сведения о тектонике.
3. Характеристика выделенных геологических формаций. Описание приводится по этажам и ярусам.

Заключение. Кратко перечисляются важнейшие дискуссионные вопросы и предлагаются возможные пути их решения.

Список литературы. Приводится раздельно для изданных и фондовых материалов.

Контрольные вопросы по курсу «Формационный анализ» содержат два теоретических и одно практикоориентированное задание.

Макет формационной карты



Условные обозначения:

I - трахибазальт-трахириолитовая $Д_{1-3}$ формация: а) трахириолиты, б) диабазы; 2 - туфы риолитов; 3 - алеврито-песчаная формация, Манитанырдская $Є_3$-О серия: а) нижняя толща, б) верхняя толща; 4 - трахириолитовая $Є_3$-О формация (трахириолиты); 5 - песчано-глинисто-алевритовая формация, орангская $Є_3$-$О_2$ свита; 6 - габбро-диабазовая $Є_3$-О формация (диабазы); 7 - толеит-базальтовая формация (базальты); 8 - галечно-алеврито-песчаная формация, хойдышорская V-Є свита; 9-10 -базальт-риолитовая V-Є формация: 9 - субвулканическая фация, риолиты; 10 - эффузивно-пирокластическая фация: а) риодациты, риолиты; б) базальты; II - формации натриевых базальтов-риолитов: а) тела риолитов, б) базальты; 12 - тектонические нарушения: а) надвиг, граница лемвинских и елецких формаций, б) взбросо-надвиги, в) сбросы; 13 -ископаемая фауна ордовика.

Контрольные вопросы проверки знаний при подготовке к экзамену по курсу «Формационный анализ»

1. Цели и задачи формационных исследований.
2. Ведущие типы осадочных формаций.
3. Специфика магматизма, осадконакопления и метаморфизма древнейших структур Земли.
4. Основные направления в учении о геологических формациях.
5. Основные типы магматических формаций.
6. Геологические формации внутриплитных обстановок.
7. Место формационного анализа в науках о Земле.
8. Основные типы метаморфических формаций.
9. Геологические формации задуговых и преддуговых обстановок.
10. Основные принципы формационного анализа.
11. Геологические формации океанских рифтов.
12. Рудоносность ведущих групп и семейств осадочных формаций.
13. Критерии выделения метаморфических фаций.
14. Рудоносность вулканогенных формаций.
15. Магматические формации обстановок типа «горячих точек».
16. Определение границ и объемов геологических формаций.
17. Рудная формация (определение, примеры).
18. Магматическая формация островодужных (юных) обстановок.
19. Специфика выделения метаморфических формаций.
20. Рудоносность ведущих групп и семейств магматических формаций.
21. Геологические формации активных континентальных окраин.
22. Осадочная формация (определение, примеры).
23. Рудоносность метасоматических формаций.
24. Геологические формации пассивных континентальных окраин.
25. Вулканическая формация (определение, примеры).
26. Связь рудообразующих процессов и систем с геологическими формациями.
27. Геологические формации глубоководных желобов.
28. Интрузивная (плутоническая) формация (определение, примеры).
29. Прокомментируйте смысл сравнительного анализа геологических формаций современных обстановок и их палеоаналогов.

30. Критерии выделения фаций осадочных пород.
31. Геологические формации океанического ложа.
32. Критерии выделения магматических , в том числе вулканогенных фаций.
33. Рудоносность метаморфических формаций.
34. Геологические формации коллизионных обстановок.
35. Соотношение формаций , фаций, ассоциаций.
36. Осадочные и магматические формации континентальных рифтов.
37. Вулканогенная фация (определение, примеры).
38. Охарактеризуйте связь метасоматических формаций с различными геодинамическими обстановками.
39. Осадочная фация (определение, примеры) и её связь с формацией.
40. Рудоносность магматических формаций.
41. Связь геологических формаций с геодинамическими обстановками (на одном из примеров).
42. Охарактеризуйте основные этапы изучения геологических формаций.
43. Магматическая фация (принципы выделения, примеры).
44. Магматические формации энсиалических островных дуг.
45. Охарактеризуйте соотношения фаций, формаций, ассоциаций.
46. Осадочные, метаморфические и магматические формации коллизионных обстановок.
47. Перечислите и прокомментируйте основные задачи формационного анализа.
48. Перечислите основные особенности осадконакопления и магматизма внутриконтинентальных обстановок.
49. Магматические и осадочные формации преддуговых обстановок.
50. Основные подходы к выделению формаций.
51. Рудоносность ультрамафической и мафической групп магматических формаций.
52. Осадочные формации континентального склона и подножия.
53. Перечислите ведущих ученых, внесших заметный вклад в разработку формационного анализа.
54. Основные критерии выделения осадочных формаций.
55. Перечислите и охарактеризуйте основные особенности магматизма активных континентальных окраин андийского типа.
56. Перечислите и охарактеризуйте традиционные аспекты исследований геологических формаций.
57. Охарактеризуйте рифовую формацию.
58. Перечислите и охарактеризуйте основные особенности магматизма активных континентальных окраин азиатского типа.
59. Охарактеризуйте кремнисто-железистую формацию.
60. Какова специфика рудоносности магматических формаций (плутонических, вулканических).
61. История возникновения и развития термина «Формация».
62. Охарактеризуйте флишевую группу формаций.
63. Рудоносность ультраметаморфических формаций.
64. Охарактеризуйте молассовую группу формаций.
65. Офиолитовая ассоциация (содержание, геодинамическая обстановка, рудоносность).

66. Формация коры выветривания
67. Вещественный состав и строение геологических формаций
68. Метасоматическая формация (определение, примеры)
69. Охарактеризуйте метасоматические формации и их связь с оруденением.
70. Рудоносность формации коры выветривания
71. Основные методы изучения и выделения формаций
72. Металлогенические формации (определения, примеры)
73. Формационный анализ как способ получения геологической информации

Практикоориентированные задания

Раздел 1.

Покажите на карте центры развития формационных исследований в России

Раздел 2.

- Покажите на геологическом разрезе реализацию парагенетического подхода к выделению формаций;

- Покажите на геологическом разрезе реализацию генетического подхода к выделению формаций;

Раздел 3.

- Определите по образцу принадлежность породы к осадочной формации;

- Определите по образцу принадлежность породы к магматической формации;

- Определите по образцу принадлежность пород к метасоматической, метаморфической и формации коры выветривания

Раздел 4.

Покажите на карте районы развития геодинамических обстановок дивергентного и конвергентного типов

Раздел 5.

Определите по образцу принадлежность его к рудной формации

Раздел 6.

Определите на карте формационную принадлежность (дать название породных ассоциаций)

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

а) основная литература:

1.Цейслер В.М. Основы учения о геологических формациях. Учебное пособие. М. Изд-во Геокарт ГЕОС 2012.

2. Душин В.А. Формационный анализ. Учебно-методическое пособие. Екатеринбург. Изд-во УГГУ. 2013 -116с.

б) дополнительная литература:

3. / Геодинамические реконструкции / И.И. Абрамович и др.-Л.: Недра, 1989.

Голубовский В.А. Формационный анализ сложных регионов. М.: Наука, 1983.

4. Душин В.А. Основы формационного анализа. Учебное пособие. Изд-во УГГУ. 1995.

5 Драгунов В.Н. Аннемер А.И. , Васильев В.И. Основы анализа осадочных формаций.-Л.: Недра, 1974.-160с.

6. Ефремова С.В., Стафеев К.Г. Петрографические методы исследования горных пород.-М.: Недра, 1985.

7. Камеральная обработка материалов геологосъемочных работ масштаба 1:200000.Методические рекомендации. Выпуск 2.С.Петербург.1999 – 384с.

8. Магматические горные породы.Т.6 – Наука, 1987.

9. Марин Ю.Б. Магматические формации и их рудоносность. Уч. пособие. Ленинград. горный ин-т. Л., 1989.

10. Попов В.Н. , Запрометов В.Ю. Генетическое учение о геологических формациях. М.: Недра, 1985.

11. Геологические формации. Терминологический справочник. Т. 1,2.М.: Недра, 1983

12. Принципы и методы оценки рудоносности геологических формаций. Т.Т. осадочные формации. Магматическаие формации. Метаморфические .Гл.ред. Д.В.Рундквист.Л.: Недра.1982-1986

13. Цейслер В.М. Формационный анализ .Учебник М.: Изд-во РУДИ, 2002.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

14. Все о геологии geo. Web.ru

15. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» window.edu.ru

16. Геоинформмарк geoinform.ru

17. Earth-Pages. earth-pages.com

Алгоритм работы студентов для качественного усвоения дисциплины включает в себя следующие действия:

1. Изучение рабочей программы дисциплины, что позволит правильно сориентироваться в системе требований, предъявляемых к студенту со стороны преподавателя.

2. Посещение и конспектирование лекций.

3. Обязательная подготовка к практическим занятиям.

4. Изучение основной и дополнительной литературы.

5. Выполнение всех видов самостоятельной работы, в первую очередь изучение коллекций каменного материала по месторождениям полезных ископаемых различных геолого-промышленных типов.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой геологии,
поисков и разведки месторождений
полезных ископаемых
_____ В. А. Душин

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б2.06 ГЕОМЕТРИЗАЦИЯ И АНАЛИЗ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация
Геологическая съемка, поиски и разведка твердых полезных ископаемых

форма обучения: очная, заочная

Автор: Хасанова Г. Г., доцент, к.г.-м.н.

Одобрены на заседании кафедры
Геологии, поисков и разведки МПИ
(название кафедры)
Протокол № 190 от 17.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДИКИ РЕШЕНИЙ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ ЗАДАЧ
1.1. Основные сведения о геометризации горно-геологических свойств месторождений полезных ископаемых……...3
1.2. Понятие о геологическом поле и его свойствах……..3
1.3. Способы задания аппроксимирующих геологические поля функций Понятие о регулярной и случайной составляющих геологических полей……..4
1.4. Требования, предъявляемые к аппроксимирующим геологические поля функциям. Математические действия с заданными графически функциями…….7
1.5. Типизация математических решений геологоразведочных задач…. ……..……..8

2. РЕШЕНИЕ ОСНОВНЫХ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ ЗАДАЧ НА ОСНОВЕ ГЕОМЕТРИЗАЦИИ
2.1. Изучение закономерностей распределения компонентов в залежах полезных ископаемых ……..……12
2.2. Оценка качества минерального сырья в недрах ……...14
2.3. Морфометрический анализ рудных тел пласто- и линзообразных форм……..16
Контрольные вопросы по курсу «Геометризация и анализ геологических полей» ……18
Рекомендуемая литература ……19

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДИКИ РЕШЕНИЙ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ ЗАДАЧ

1.1. Основные сведения о геометризации горно-геологических свойств месторождений полезных ископаемых

Основоположником геометризации, как метода изучения земных недр, является П. К. Соболевский. Им разработаны теоретические основы изучения месторождений на базе представления о недрах как о совокупности геохимических и геотектонических полей. В качестве основного метода изучения таких полей предлагался способ изолиний, с помощью которого можно выразить размещение геологического признака в пространстве недр в любом плоском сечении. Графической основой для построения системы изолиний (топоповерхности) является проекция с числовыми отметками на горизонтальную, наклонную или вертикальную плоскости. Аппарат математических действий с топоповерхностями и предложенная П.К.Соболевским точечная объемная палетка сделали разработанный им графоаналитический метод универсальным при изучении недр. Высказанные П.К.Соболевским идеи послужили теоретической основой геометризации разнообразных месторождений полезных ископаемых: пластовых осадочных и жильных, рудных моно- и полиметаллических, россыпных, нефтяных и газовых, стройматериалов и др. Методы горной геометрии позволяют прогнозировать развитие во времени и в пространстве различных процессов происходящих в земных недрах естественным путём или в результате деятельности человека. Однако следует подчеркнуть, что в практике геологических исследований термином “геометризация” обозначаются два разных по сущности понятия:

- во-первых, геометризацией называют графические построения контуров рудных тел и выделяемых в их пределах блоков при подсчёте запасов минерального сырья;
- во-вторых, геометризация – это комплекс графоаналитических операций над пространственно заданными совокупностями человека значений характеристик свойств геологических тел, производимых с целью выявления и последующего графического изображения описывающих их функций, представляющих собой математические модели объектов исследования. Именно последнее определение геометризации составляет содержательную основу метода изучения земных недр, разработанного П.К.Соболевским, что, пользуясь терминами прикладной математики, было бы правильнее назвать не геометризацией, аппроксимацией.

1.2. Понятие о геологическом поле и его свойствах

Фундаментальным понятием геометризации (аппроксимации) является понятие о геологическом поле. Существуют два взаимно дополняющих друг друга определения этого понятия: содержательное, данное ещё П.К.Соболевским в 1930 г. и формализованное.

Содержательное определение геологического поля:

- геологическим полем называется совокупность форм, свойств, явлений и процессов, связанных единством происхождения и пространственного положения.

Согласно формализованному определению:

- геологическим полем называется пространство, каждому элементарному объёму которого может быть поставлено в соответствие определённое значение характеристики какой-либо величины. Эти два определения геологического поля взаимно дополняют одно другое: содержательное определение принимается во внимание при обобщении и интерпретации результатов математических описаний объектов исследования, а формализованное ─ при обосновании применения методов математической обработки геологической информации. При поисках, разведке оценке месторождений полезных ископаемых на всех стадиях их изучения приходится иметь дело с пространственно заданными совокупностями весьма разнообразных в качественном и количественном отношении характеристик свойств, форм, явлений

и процессов, фиксируемых при исследовании как самого тела полезного ископаемого, так и окружающего его пространства. Как следствие, общее понятие геологического поля в реальном воплощении расчленяется на ряд частных понятий, относящихся к объектам изучения иногда даже различных отраслей геологии.

Принято различать поля:

1) морфометрических и морфоструктурных свойств тел полезных ископаемых и месторождений (мощность, отметки кровли и подошвы рудных тел, отметки поверхности напластований и дизъюнктивных нарушений);

2) поля химических свойств или геохимические поля (содержания химических элементов в околорудном пространстве и рудных телах)

3) поля физических свойств руд и пород или геофизические поля (плотность, электрическое сопротивление, радиоактивность, магнитная восприимчивость и т.д.);

4) поля гидрогеологических и инженерно-геологических свойств руд и окружающих их пород;

При этом значительная продолжительность и стадийность формирования многих свойств месторождений полезных ископаемых и, следовательно, отвечающий им состав различных полей по природе своего образования может быть гомогенным или гетерогенным.

Поле называется гомогенным, если характеризуемое свойство имеет только одну форму проявления или нахождения. Если таких форм проявления или нахождения несколько, то поле этого свойства называется гетерогенным. Например, геохимическое поле серы в рудных телах алтайских полиметаллических месторождений является гетерогенным, так сера входит в состав пирита, халькопирита, сфалерита и галенита, соотношение которых по стадиям минерализации к тому же существенно изменяются. Гомогенным следует считать поле той части серы, которая входит в состав определённого минерала, если последний не имеет в руде нескольких генераций. В ином случае и это поле гетерогенно.

Морфометрическое поле отметок подошвы залежи полезного ископаемого также будет считаться гетерогенным, если она совместно с вмещающими породами участвовала в наложенных процессах складкообразования или нарушена пострудными дизъюнктивами.

1.3. Способы задания аппроксимирующих геологические поля функций. Понятие о регулярной и случайной составляющих геологических полей

В соответствии с формализованным определением понятия геологического поля какое- либо его свойство может быть записано в математических символах следующим образом: $U = f(x,y,z,t)$, где U – характеристика свойства, x, y, z – координаты пространства, t – координата времени. Если влиянием времени можно пренебречь (поле стационарно), то запись трехмерного случая будет иметь вид - $U = f(x,y,z)$, для двумерного случая (плоское поле) – $U = f(x,y)$ и для одномерного случая (изменение поля по линии профиля или выработки) - $U = f(x)$.

Известно три способа задания функций, описывающих, одно- двух- и трехмерные геологические поля: табличный, графический, аналитический. Табличный способ (например, журнал опробования) используется лишь в качестве средства сбора и хранения информации, т. К. из- за обычной громоздкости фактического материала основные тенденции в строении поля и его изменения в пространстве, как правило, не просматриваются. В геологической практике наиболее широко применяется графический способ задания функций, при котором строятся графики функции $U = f(x)$ и $U = f(x,y)$. При этом двухмерный функции представляют собой, как правило, довольно сложную по рельефу поверхность, изображаемую с помощью изолиний свойства, а одномерные графики, являющиеся сечениями плоского поля, - нелинейные, реже линейные зависимости (рис.1).

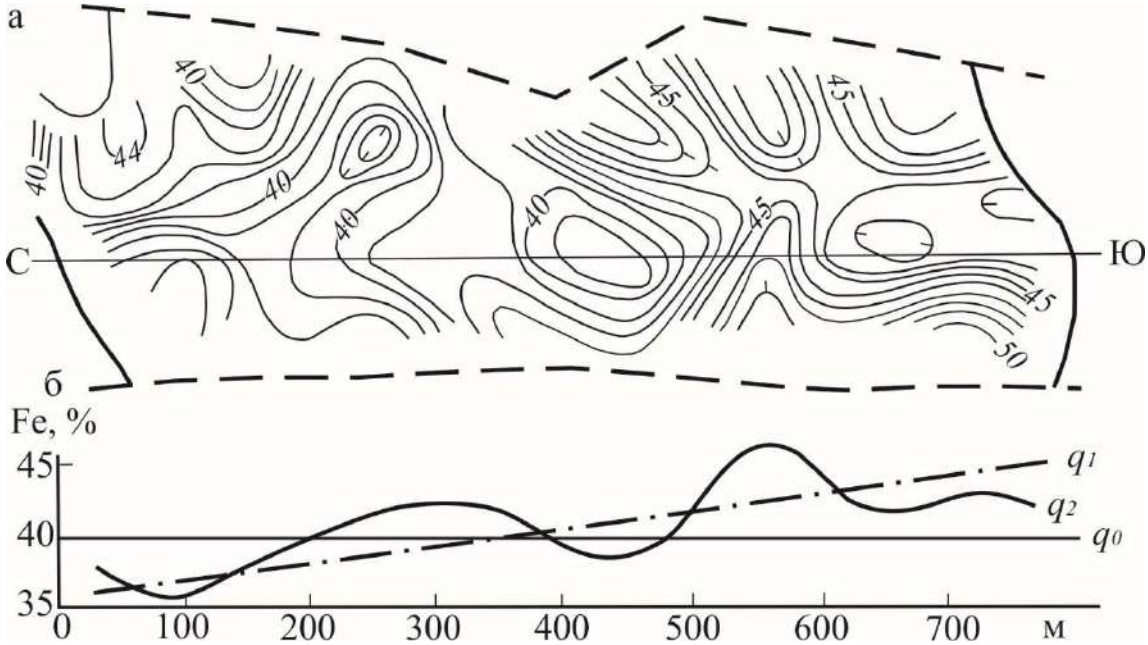


Рис. 1. Графики функций пространственного распределения железа в залежи Покровского месторождения.

а – график двухмерной функции; б – график одномерной функции по сечению С-Ю (q – уровни изменчивости геохимического поля железа).

Поле считается заданным аналитически, если известен конкретный вид формулы, описывающий его функции. Обычно вид этой функции достаточно сложен и, как правило, не может быть выражен простыми линейными и нелинейными зависимостями. Чаще всего это комбинации различных, простых зависимостей, для описания которых приходится использовать функциональные полиномы, что стало возможным с внедрением в практику компьютерных технологий. Однако широкое применение этого способа сдерживается из-за отсутствия объективных методов определения минимального количества членов функционального ряда, которое целесообразно удерживать для того, чтобы считать описание достаточно хорошим.

Решение вопроса, осложняется тем, что частные значения характеристик реального поля в точках пространства неоднородны по своему составу. Они представляют собой алгебраическую сумму двух величин, называемых регулярной и случайной составляющими (компонентами) поля $U_i = f(x_i, y_i) + \delta_i$ (двумерный вариант), $U_i = f(x_i) + \delta_i$ (одномерный вариант), - где Ui - значение переменной, в "*i*" - той точке пространства с координатами x_i, y_i, $f(x_i, y_i)$. $f(x_i)$ - значение регулярной (или закономерной) составляющей, δ_i - значение случайной составляющей (рис. 2)

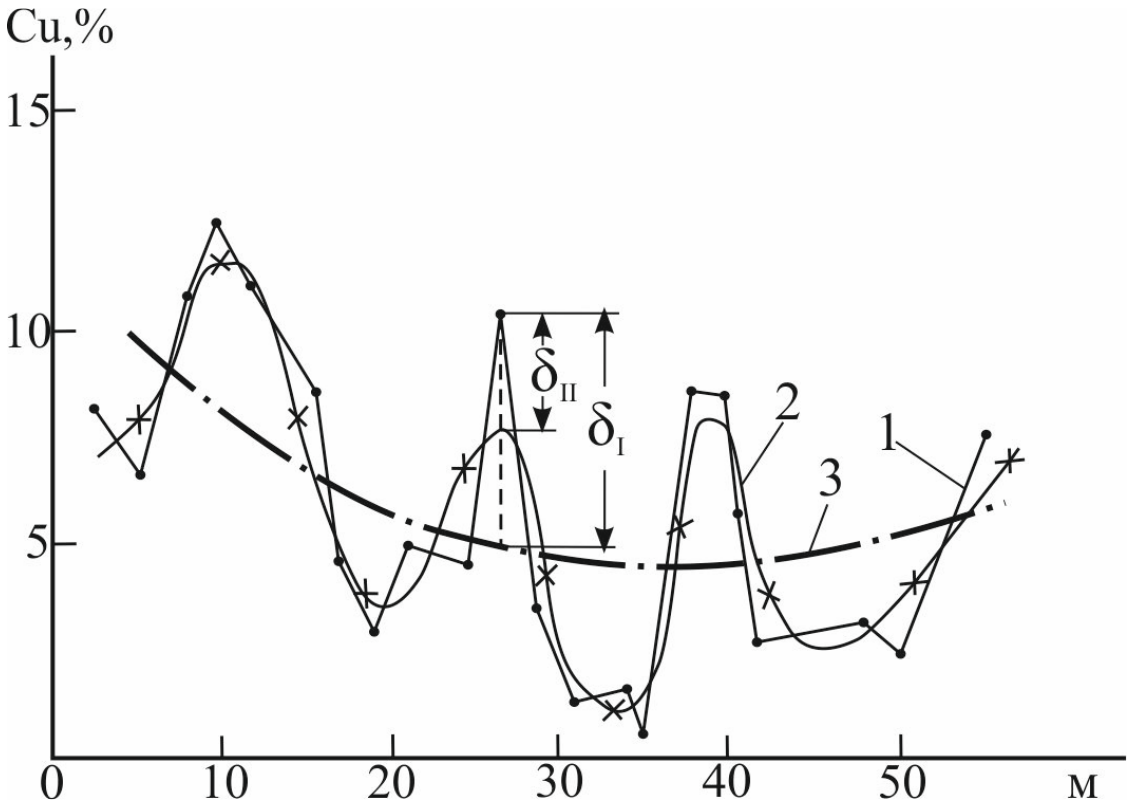


Рис. 2. График функции распределения меди по данным опробования скважины (Вадимо-Александровское месторождение).

1 – эмпирические данные, 2 – изменение регулярной компоненты поля на втором уровне изменчивости, 3 – то же на первом уровне изменчивости; δ – случайные составляющие на первом (δ_I) и втором (δ_{II}) уровнях изменчивости.

Регулярной составляющей поля называется детерминированная компонента, фиксирующая направленность изменения изучаемого свойства в пространстве геологического объекта: например закономерность выклинивания линзообразного рудного тела от центра к периферии залежи.

Случайной компонентной поля называется составляющая, обуславливающая флуктуацию ее значений относительно детерминированной переменной. Ее наличие определяется влиянием как геологических, так и технологических факторов: например, флуктуацию мощности относительно генеральной тенденции к выклиниванию линзовидного тела от центра к периферии в случае экзогенного месторождения обусловлена не только неровностями дна бассейна седиментации, но и погрешностями принятого способа измерений. Разделить эти флуктуации по факторам влияния очень сложно, да и к этому особенно не стремятся, оценивая их влияние совместно методами математической статистики. Так, при геохимических методах поисках месторождений полезных ископаемых при выделении аномалии, как поискового признака, в геохимическом поле рассеяния вещества широко пользуются соотношением:

$C_a = C_ф + 3б$, где C_a – минимальное аномальное содержание, $C_ф$ - предел рассеяния вещества (фон), *б* - среднеквадратичное отклонение, вычисленное по данным опробования безрудных пород, т.е. на уровне изменения фоновых значений. Здесь среднеквадратичное отклонение представляет собой оценку флуктуаций частных значений относительно ф – предела, к которому стремится с удалением от рудного тела при рассеянии вещества описывающая поле функция $C = a * exp[-\alpha * x^2]$, где С – регулярная компонента поля, а,α, - параметры, *x* – координата. Причем размер флуктуаций относительно фона определяется как анизотропией свойств среды рассеяния вещества, так и погрешностями спектрально приближенно-количественного анализа.

Важными свойствами распределения случайной компоненты относительно регулярной составляющей являются знакопеременность и симметричность отклонений (иногда их логарифмов), вследствие чего

$\sum \delta_i / n \to 0$ при $n \to \infty$,

но обладает дисперсией:

$\sigma_q^2 = \sum \delta_i^2 / n$ (n- число измерений).

Как видно, и более высокочастотные уровни изменчивости, и случайная компонента поля обладает одним и тем же свойством знакопеременности. Это обстоятельство и снижает возможности применения аналитического способа описания поля. Все определяется тем, какой точностью при описании мы зададимся, и в зависимости от этого в состав случайной компоненты поля может включаться та или иная часть его регулярной составляющей относительно высокочастотного уровня.

1.4. Требования, предъявляемые к аппроксимирующим геологические поля функциям.

Наличие у любого геологического поля случайной и регулярной составляющих и в большинстве случаев, уровенного строения последней предполагает невозможность точного восстановления описывающей поле функции. Наши знания в силу относительности самих понятий случайной составляющей и уровенного строения всегда относительны, в связи с чем имеет смысл говорить не о точном восстановлении поля, а лишь о его приближенном описании - аппроксимации, соответствующей уровню наших знаний (стадии разведки).

Аппроксимирующие геологические поля функции, должны удовлетворять следующим основным требованиям: однозначности, непрерывности и плавности, Эти требования определяются целесообразностью и необходимостью их графического изображения, даже если они первоначально были заданы аналитически.

Аппроксимирующая геологическое поле функция называется *однозначной*, если она пересекается с перпендикуляром, восстановленным из точки плоскости или линии проецирования сечения поля, один раз. Например, на рис. 3 изображено поперечное сечение скарново-магнетитовой залежи Северопесчанского месторождения. Как видно, ни на одной из обычно применяемых проекций (горизонтальной или вертикальной) невозможно изобразить в изолиниях морфометрические и геохимические поля рудного тела. Для изображения такой залежи в изолиниях свойства требуется либо подобрать иную (наклонную) плоскость проецирования, либо изобразить её по частям.

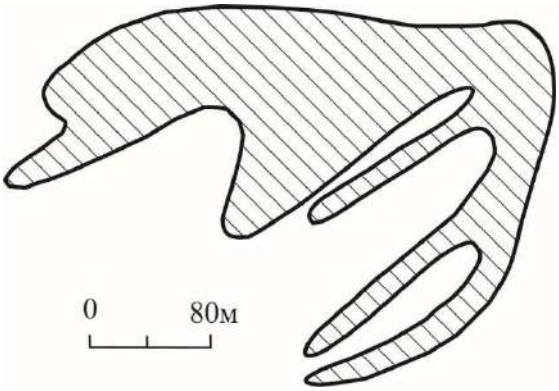


Рис. 3. Форма поперечного сечения рудного тела № 2 Новопесчанского мкарново-магнетитового месторождения (по данным Воронцовской ГРП).

Аппроксимирующая геологическое поле функция называется *непрерывной*, если незначительному изменению координат пространства соответствует столь же незначительное изменение значения свойства. Следовательно, в рудных телах сплошность которых нарушена дизъюнктивами более или менее значительной амплитуды, поля морфоструктурных, морфо-

метрических и геохимических свойств прерывисты. Такие поля могут быть описаны поблочно кусочно-непрерывными функциями (рис. 4). Причинами нарушений сплошности строения геохимических полей рудных тел могут быть также резкое несоответствие геометрической базы пробы (объема и пространственной ориентировки) текстурно-структурным свойствам руд и наличие включений пустых пород. При несоответствии геометрической базы пробы прерывистость устранима. Решение этой задачи имеет в геологоразведочном деле самостоятельное и очень важное значение, так как теснейшим образом связано с оценкой качества минерального сырья (проблема выявления и учета проб с ураганными содержаниями). При наличии включений пустых пород в рудном теле блоки их развития перед геометризацией должны быть оконтурены. Они геометризации не подлежат. Геохимические поля в этих случаях будут непрерывными, если нет дизъюнктивов, но со своеобразными «окнами», соответствующими включениям пустых пород.

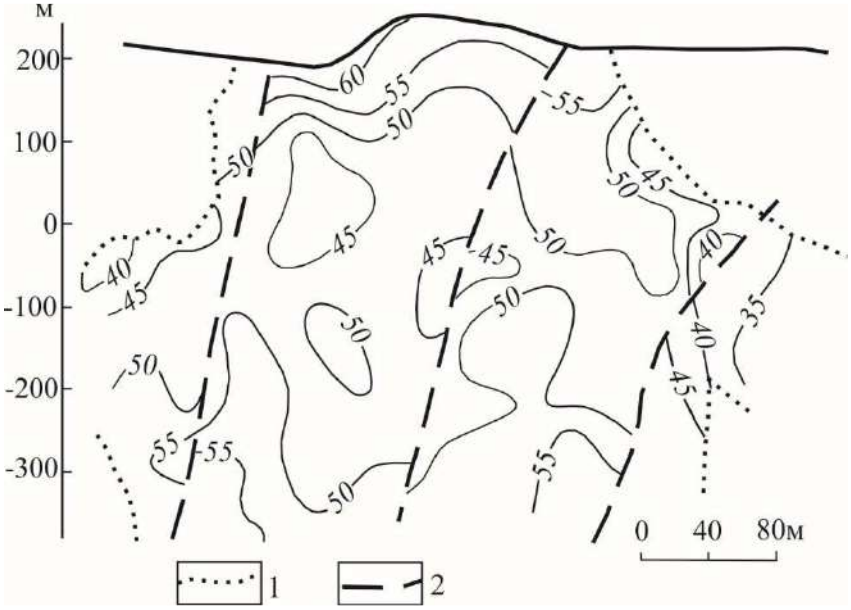


Рис. 4. График двумерной функции, аппроксимирующей распределение железа.

Аппроксимирующая геологическое поле функция называется *плавной*, если она дифференцируема в каждой точке пространства. Для этого необходимо уничтожить влияние случайной составляющей поля, что достигается путем осреднения результатов частных измерений свойств в пространстве объекта исследования на достаточно узких интервалах.

Функции, отвечающие требованиям однозначности, непрерывности и плавности могут быть заданы аналитически и изображены графически. При этом они могут описывать три вида поверхностей [Букринский]: во-первых, поверхности, существующие реально (поверхности кровли и подошвы рудных тел при четких контактах с вмещающими породами); во-вторых поверхности, являющиеся производными реально существующих поверхностей (изменение мощностей рудного тела представляющее собой разность отметок его кровли и подошвы) и, в-третьих, поверхности, которые в природе реально не существуют (геохимические поля рудных тел геофизические поля).

1.5. Типизация математических решений геологоразведочных задач

Принимая во внимание содержательное определение понятия геологического поля и учитывая возможность получений для каждой точки изучаемого пространства характеристик различных интересующих нас свойств, можно на основе изложенного произвести типизацию решений геологоразведочных задач. Опыт геометризации свидетельствует, что все многообразие геологических исследований, за исключением диагностических и классификационных

задач, может быть сведено к трем типовым решениям: задачам описания, картирования и изучения пространственных соотношений геологических полей [Мягков, 1982].

Задача описания поля включает в себя в качестве необходимых операций регуляризацию измерений и построение аппроксимирующей функции, определение уровенного строения поля, вычисление амплитудных и частотных характеристик аппроксимирующей функций, а также оценку точности аппроксимаций на уровне строения.

Операция регуляризации измерений осуществляется путем осреднения их значений на интервалах, не превышающих удвоенного значения радиуса геометрической автокорреляции, вычисляемого предварительно для трех-пяти взаимно перпендикулярных одномерных сечений плоского поля, изученных с максимально возможной для данной стадии плотностью разведочной сети или опробования:

$R_q = L/(1+2K_q)^{-1}$, где R_q - радиус геометрической автокорреляции (м), L - длина изученного одномерного сечения (м), K_q - число экстремальных значений аппроксимирующей поле функции на сечении L (с учетом тенденций ее изменения на границах сечения).

Построение начальной аппроксимирующей поле функций на каждом одномерном сечении осуществляется по данным регуляризации измерений в соответствии с формулой, выведенной при условии четырехкратного последовательного сглаживания по двум точкам:

$$U_j = 0{,}0625\ (U_i + 4U_{i+1} + 6U_{i+2} + 4\ U_{i+3} + U_{i+4}),$$

где U_j -значение регулярной составляющей поля, U_i -частные значения, полученные в результате измерений или опробования по совокупности пространственно сбли;енных точек. При этом координаты x_j определяются либо по аналогичной приведенной зависимости (вместо U_i в формулу подставляются значения x_i), либо по упрощенной формуле:

$x_j = x_i + (j + 1) + \Delta x$, если шаг наблюдений принят в качестве постоянной величины (j = i+2...).

Сглаживание исходных данных осуществляется путем последовательной подстановки в формулу 1-5, 2-6, 3-7 и т.д. значений измеренного свойства. По результатам сглаживания строится график кривой регрессии $U = f(x)$, для которого нисходящие и восходящие ветви кривой на отдельных участках аппроксимации должны быть подтверждены данными не менее, чем трех точек осреднения (регуляризации), включая на интервале максимальное, минимальное значение и, хотя бы, одну промежуточную точку. В ином случае наличие экстремума считается не доказанным.

В соответствии с установленными значениями радиусов геометрической автокорреляции принимается размер "скользящего окна" осреднения для регуляризации измерений на плоскости. Он не должен превышать $2R_q$, а шаг осреднения - самого значения R_q. В этом случае гарантированно будут вскрыты все периоды изменения аппроксимирующей функции, соответствующие достигнутой плотности разведочной сети (опробования) при изучении месторождения.

Определение уровенного строения поля осуществляется в нисходящем порядке путем последовательного осреднения данных на интервалах, равных $4R_q$ для самого высокочастотного уровня изменчивости регулярной компоненты поля. Для установленного более низкочастотного уровня снова определяется радиус геометрической автокорреляции с помощью которого аналогично можно выделить последующий еще более низкочастотный уровень и т.д., до тех пор, пока $4R_q$ не станет равным размерам объекта изучения (сечения). В этом случае осреднением данные будут равны среднему значению изучаемого свойства ($\bar{U}$). Если принять уровень среднего в качестве нулевого уровня изменчивости регулярной компоненты поля (q_0), то относительно его все последующие уровни целесообразно нумеровать в восходящем порядке; первый(q_1), второй (q_2), третий (q_3), и т.д. (рис. 2).

Оценка частотной характеристики поля для каждого из уровней (ν_q) его строения определяется как величина кратная периоду его изменения:

$$\nu_q=(4R_q)^{-1}.$$

Чем больше эта величина, тем меньше частота изменения аппроксимирующей функции на данном уровне изменчивости поля.

Амплитудная характеристика поля определяется для каждого из установленных уровней его строения. В качестве оценки принимается среднеквадратическая амплитуда, которая вычисляется относительно нулевого уровня:

$$A_q=[n^{-1}\times\Sigma(U_{j,q}-\bar{U})^2]^{0,5},$$

где $U_{j,q}$ – значение регулярной составляющей уровня q, n – число учитываемых разностей (уменьшается при переходе от уровня к уровню).

Одновременно вычисляется оценка среднеквадратического отклонения измеренных значений от аппроксимирующей функции fq(x) на данном уровне (остаточная дисперсия):

$$\sigma_q^2=n^{-1}\times\Sigma(Ui-Uj,q)^2.$$

Оценкой погрешности аппроксимации будет служить величина Δq:

$$\Delta q=2\ \sigma_q\ n^{-0,5}.$$

Характеристики $\bar{U}$, ν_q, Aq, σ_q^2, Rq, Δq исчерпывающе описывают поле на каждом уровне его строения. При этом следует иметь в виду, что для нулевого уровня строения поля, когда f0(x)= $\bar{U}$ (постоянная величина) оценки ν_q и Aq теряют физический смысл, а σ_q^2 равна среднеквадратическому отклонению:

$$\sigma_u=[n^{-1}\Sigma(U_j-\bar{U})^2]^{0,5}.$$

Аналогично такие же характеристик могут быть рассчитаны для плоского поля как средние, вычисленные по совокупности его одномерных сечений.

Задача картирования поля заключается в выделении на каждом поле, во-первых, главных структурных элементов и, во-вторых, участков с интересующими нас свойствами. Решение первой половины задачи обычно осуществляется путем расчленения поля на части, резко отличающиеся либо строением самого поля, либо плотностью сети наблюдений, либо особенностями геологического строения, как руд, так и вмещающих пород. Эта половина задачи, по существу, является логическим продолжением и завершением задачи описания поля.

Вторая половина задачи картирования поля является самостоятельным исследованием. Отличительная особенность его состоит в том, что для оконтуривания в геологическом поле области с интересующими нас свойствами требуется привлечь новую ограничительную функцию и решить систему уравнений: U=f (x,y) и U=ψ(x,y), где f (x,y) – аппроксимирующая поле функция, ψ(x,y) – ограничительная функция.

Оконтуривание области устойчивого отличия f(x,y) от ψ(x,y) производится по разности аппроксимирующей и ограничительной функции. Ее граница определяется как геометрическое место точек, на котором f (x,y) - ψ(x,y) = 0. При этом ограничительная функция принимается в соответствии с содержательными условиями решения задачи картирования поля. Так, при геохимических поисках она представляет собой постоянную, равную минимальному аномальному значению содержания химического элемента, определяемую в соответствии с инструкцией по проведению геохимических поисковых работ; при оконтуривании рудных тел и их технологическом картировании - также постоянные, принимаемые согласно требованиям промышленности к качеству минерального сырья.

Задача изучения пространственных соотношений полей представляет собой исследование закономерностей их соотносительных изменений как результата естественных геологических процессов или экспериментальных работ. Принципиально возможно существование трех граничных типов пространственных соотношений полей различных свойств в объекте исследования [Мягков, 1982]: конкордантного, когда сопоставляемые поля изменяются в пространстве как положительно согласованные (синфазно); антикордантного, когда их согласованность – отрицательная, и дискордантного, когда их относительное изменение в пространстве незакономерное (рис. 6).

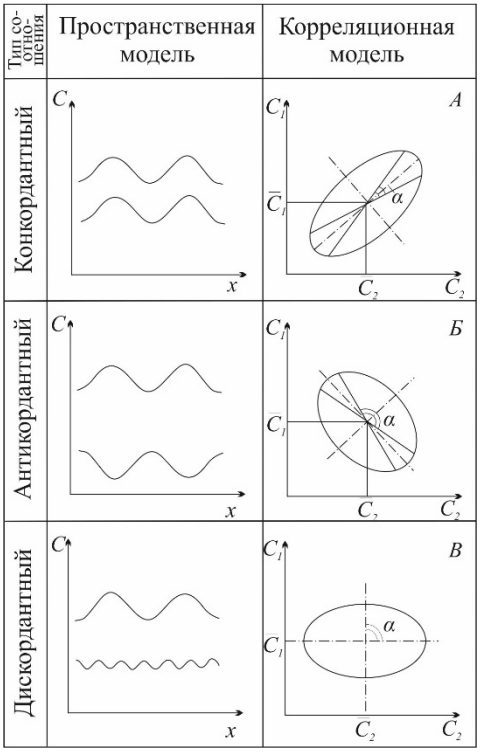


Рис. 6. Типы пространственных соотношений геологических полей и соответствующие им корреляционные модели.

А – прямая зависимость, Б – обратная зависимость, В – отсутствие зависимости.

В качестве оценки пространственной согласованности полей принимается среднее значение косинуса угла между градиентами аппроксимирующих поля функций:

$$Cos\varphi=\Sigma cos\varphi_j/n,$$

где $cos\varphi_j$ – частные значения косинусов углов в точках измерений на поле, n-число точек измерения углов (располагаются равномерно на плоскости проецирования поля, $n\geq20$). При этом, если $cos\varphi$ больше +0,20, то соотношение полей считается конкордантным, при его значениях меньших -0,20 – антикордантным, а при значениях меньших по модулю 0,20 – дискордантным.

Эта пространственная по своей сущности задача при условии равномерно изучения геологических полей объекта в одних и тех же точках пространства и линейности их соотношений может быть сведена к математико-статистической задаче расчета оценки коэффициента корреляции.

Аналогично могут быть получены корреляционные оценки для анти- и дискордантных пространственных соотношений геологических полей, но они будут отличаться знаком и модулем: для антикордантных соотношений зависимость будет обратной, для дискордантных она будет отсутствовать.

В практике применения достижений теории корреляции для решения геологоразведочных задач обычно ограничиваются расчетом оценок коэффициентов корреляции, уравнений простой и среднеквадратической регрессии и уравнения эллипса рассеяния. При этом используется следующие формулы: для расчета оценок коэффициентов корреляции:

$$r=[(n^{-1}\Sigma U_iV_i)- \bar{U}\times \bar{V}\ ][\delta_U\times\delta_V]^{-1};$$

для расчета уравнений простой среднеквадратической регрессии:

$$U=r\times\delta_U(\delta_V^{-1})(V- \bar{V}\ )+ \bar{U};$$

для расчета уравнений ортогональной среднеквадратической регрессии:

$$U=\beta\ (V- \bar{V}\ )+ \bar{U},$$
$$\beta=tg\theta,$$

$$tg2\theta = 2\, r\, \delta_U \delta_V (\delta_V^2 - \delta_U^2)^{-1};$$

для расчета эллипса рассеяния:

$$\frac{1}{1-r_2}\left\{\left(\frac{U-\bar{U}}{\sigma_U}\right)^2 + \left(\frac{V-\bar{V}}{\sigma_v}\right)^2 - 2r\left(\frac{U-\bar{U}}{\sigma_U}\right)\left(\frac{V-\bar{V}}{\sigma_v}\right)\right\} = 6{,}0516\,,$$

где: r - оценка коэффициента корреляции, U_i, V_i - измеренные частные значения коррелируемых переменных, $\bar{U}, \bar{V}$ - средние значения переменных, U, V- текущие значения переменных в уравнениях, δ_U, δ_v - среднеквадратические отклонения, θ – угол, образуемый пересечением прямой регрессии с осью переменной – аргумента.

Как видно, в процессе геометро-статистических обобщений результатов геологоразведочных работ, возможно получить ряд характеристик свойств объектов изучения в виде различных параметров, функций и их графических изображений. Естественно, геологическая интерпретация результатов исследования в каждом конкретном случае будет определяться содержательной сущностью самих решаемых задач. Важно в этом отношении то, что единый методологический подход к их решению на основе выполненной типизации создает благоприятные условия для унификации способов самих решений и обеспечивает, во-первых, быстрое овладение методами обобщения геологоразведочных данных, во-вторых, оперативность обработки информации и, в-третьих, возможность увязки и, следовательно, взаимной контролируемости результатов исследований в области прикладной и генетической геологии.

2. РЕШЕНИЕ ОСНОВНЫХ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ ЗАДАЧ НА ОСНОВЕ ГЕОМЕТРИЗАЦИИ

2.1. Изучение закономерностей распределения компонентов в залежах полезных ископаемых

Изучению закономерностей распределения компонентов руд в залежах месторождений полезных ископаемых придается исключительно важное значение. Для решения этого вопроса необходимо иметь результаты опробования руд, которые должны более или менее равномерно характеризовать изучаемые объемы, площади или пересечения тел полезных ископаемых. Очень важно, чтобы плотность наблюдений соответствовала подлежащему изучению уровню строения геохимического поля (определяется целями и задачами исследований), а их система – ориентировке структуры поля, так как она (система) сама по себе в состоянии конструировать наши представления о строении объекта исследования.

На рис. 12А приведен график двумерной функции, описывающей структуру пространственного изменения содержаний Nb_2O_5 в пегматитовой жиле: общее увеличение содержаний с глубиной и обогащение флангов рудного тела, хорошо согласующегося с установленной при геологической документации горных выработок минералогической зональностью строения жилы и стадийностью процесса концентрации металла. В строении жилы выделяются нефелин-полевошпатовое ядро, обрамленное альбитовой оболочкой, являющейся основным носителем пирохлора.

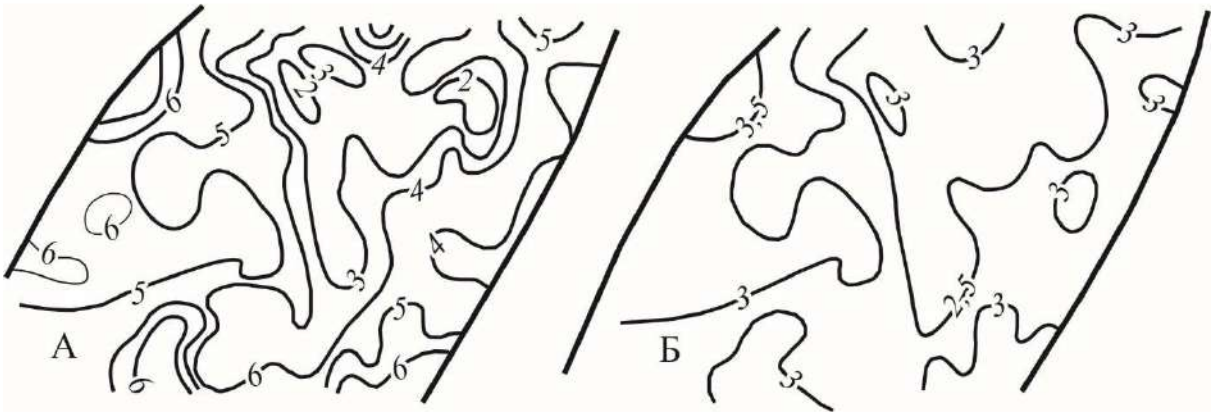


Рис. 12. Геохимические поля Nb_2O_5 (А) и ZrO_2 (Б)

Подобные графики, естественно, могут быть построены не для всех компонентов руд, потому что при опробовании минерального сырья широко применяются сокращенные анализы. Например, на месторождениях золота кварц-пиритовой формации определяются содержания только основного металла; на месторождениях полиметаллов – свинца, меди, цинка и т.п. для этих компонентов руд, определяющих основную промышленную ценность полезного ископаемого, оценки содержаний производятся во всех рядовых пробах. Однако в рудах наряду с главными компонентами содержатся полезные примеси, вредные примеси и шлакообразующие окислы, знание пространственных закономерностей распределения которых важно для решения горно-экономических, технологических и генетических задач. Поскольку содержания неглавных компонентов руд обычно оцениваются эпизодически по анализам групповых проб, то закономерности их пространственного распределения не могут быть изучены методом геометризации. Но они могут быть оценены косвенно, если известны функции, аппроксимирующие геохимические поля главных компонентов – U=f(x,y) и установлены достаточно тесные корреляционные связи их ($|r| > 0{,}5$) с неглавными компонентами (V), путем пересчета изолиний графиков функций главных компонентов по уравнениям простой среднеквадратической регрессии. Так, для примера рис. 12А установлена по данным анализам групповых проб корреляционная зависимости между содержаниями Nb_2O_5 и ZrO_2 (ZrO_2=0,20 Nb_2O_5+0,03, r=+0,57, n=57), которая позволяет трансформировать график функции Nb_2O_5=f(x,y) в график функции ZrO_2=f(x,y). Результаты трансформации представлены на рис. 12Б. Как видно, при этом структура новой функции не изменилась, потому что пространственное соотношение геохимических полей Nb_2O_5 и ZrO_2 конкордантно.

Выявление корреляционных связей между содержаниями компонентов руд, то есть оценку пространственной согласованности геохимических полей рудных тел при изучении закономерностей их внутреннего строения, следует всегда считать довольно актуальной задачей. Установленные корреляционные зависимости позволяют сокращать объемы химико-аналитических исследований, шире внедрять ядерно-физические способы опробования, уточнять наши генетические представления.

Тенденция развития горного производства такова, что в разработку вовлекается все более и более бедные руды, которые перед металлургическим переделом нуждаются в глубоком обогащении. Обогатимость руд зависит от многих переменных: размеров рудных обособлений, текстурно-структурных особенностей строения, состава минеральных ассоциаций и минеральных форм нахождения рудных компонентов, а их пространственное сочетание дает все многообразие технологических сортов руд, присущих объекту разработки. Но, так как каждый технологический сорт руды отличается, прежде всего, параметрами режима обогащения, то вопрос технологического картирования залежей полезных ископаемых приобретает все более и более важное значение.

Идеальным вариантом такого картирования было бы построение по данным опробования графиков функций, описывающих изменение технологических характеристик режимов обогащения в пространстве рудных тел. В этом случае задача технологического картирова-

ния не отличалась бы от описанной задачи изучения закономерностей распределения компонентов в рудном теле. Она сводилась бы к вынесению данных оценок технологических характеристик по пробам на проекцию рудного тела, регуляризации результатов частных измерений, проведению путем интерполяции изолиний технологического свойства и выделению по условиям решения задачи технологически однородных блоков. Однако, такое решение не всегда возможно потому что технологическое опробование, как правило, является фрагментарным. В этом случае также весьма полезно изучать корреляционные связи межу содержаниями главных компонентов и технологическими показателями обогащения и прогнозировать обогатимость руд с помощью вычисленных уравнений регрессий.

2.2. Оценка качества минерального сырья в недрах

Оценка качества минерального сырья в недрах является одной из главных задач геологического обеспечения планирования добычных работ. Фактической основой для ее решения служат результаты химического опробования руд и вмещающих пород. По этим данным в практике геологоразведочных работ и на рудниках рассчитывается два вида средних: среднеарифметическое значение - $\bar{C} = n^{-1} \cdot \sum C_i$ и средневзвешенное значение - $\tilde{C} = (\sum \Delta x_i)^{-1} \cdot (\sum C_i \, \Delta x_i)$ (линейный вариант), где C_i – содержание компонента в i-ой пробе, n – число проб, Δx_i- область влияния пробы (шаг опробования).

Формула арифметического среднего значения соответствует вероятностно-статистической модели. Она выведена при условии статистической устойчивости частных значений совокупности переменных и утверждении, что на интервале $C_{min} \div C_{max}$ в пространстве признака (C) существует точка с координатой $\bar{C}$, сумма квадратов отклонений от которой минмальна: $\sum (C_i - \bar{C})^2 = min$. Тогда, если приравнять частную производную этого выражения к нулю:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{C}} \left(\sum C_i^{\,2} - 2\bar{C} \sum C_i + n\bar{C}^2 \right) = -2 \sum C_i + n\bar{C} = 0, \text{ то } \bar{C} = n^{-1} \sum C_i.$$

Формула взвешенного среднего значения соответствует геометро-статистической модели объекта исследорвания. Она представляет собой численный вариант интегрального среднего:

$$\tilde{C} = (\sum \Delta x_i)^{-1} \cdot (\sum C_i \, \Delta x_i) = (x_2 - x_i)^{-1} \cdot \sum f(x_i) \Delta x_i + + (x_2 - x_i)^{-1} \cdot \sum \delta_i x_i - (x_2 - x_i)^{-1} \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx \;\; \text{при } \Delta x_i \to 0,$$

потому что при этом условии
$n = \Delta x^{-1}(x_2 - x_i) \to \infty$, а $(x_2 - x_i)^{-1} \cdot \delta_i \Delta x_i \to 0$.

В отличие от среднеарифметического интегральное среднее представляет собой ординату прямоугольника, построенного на интервале определения функции, площадь которого равновелика $\int f(x) dx$. Но так как геометро-статистическая модель обладает отмеченными преимуществами относительно вероятностностатистической содели, то предпочтение всегда должно отдаваться расчету средневзвешенной оценки, которая в общем случае не равна среднеарифметическому значению. Однако обе формулы дают один и тот же результат, если $\Delta x = const$:
$\tilde{C} = (\sum \Delta x_i)^{-1} \cdot (\sum C_i \, \Delta x_i) = n^{-1} \sum C_i$. В этом случае говорят, что пространственная задача сводится к задаче статистической.

Точность и надежность оценки взвешенного среднего значения определяется погрешностью аппроксимации. Например, для данных рис. 14 (10 метод) она равна ±2,6 г/т, т.е. около 11% (относительных). Эта погрешность зависит от регулярной составляющей поля и числа проб. Так, для того же примера на участках штрека, где $C_j > \tilde{C}$ ΔC_q=4,5 г/т (n=37), а на участках, где $C_j < \tilde{C}$ ΔC_q=2,8 г/т (n=40). Обычно, чем больше значение регулярной составляющей, тем больше по модулю ΔC_q – обстоятельство, которое до сих пор слабо учитывается при всех оценках качества минерального сырья.

Зависимость ΔC_q от числа проб очевидна: чем больше n, тем меньше ΔC_q. Число проб связано с длиной интервала опробования (или площадью блока). При уменьшении интервала до размеров шага опробования $\Delta C_q=(C_i-C_{j,q})$. Отсюда следует, что одна проба при оценке качества руд ничего не представляет, кроме содержания, в том элементарном объеме, из которого она отобрана. Представительной является совокупность проб, размещенных в определенном порядке на объекте исследования (система опробования или разведки). Поскольку размеры блоков (интервалов) оценивания качества руд в процессе разведки последовательно уменьшаются, то естественно стремление повышать плотность опробования (разведочной сети). Обычно увеличение плотности опробования по стадиям разведки кратно двум и резко увеличивается при переходе к эксплуатационному опробованию, благодаря чему надежность оценки средних содержаний возрастает. Но так как плотность опробования всегда принимается в экономически целесообразных пределах, то, при прочих равных условиях, оценка качества минерального сырья для укрупненных блоков будет всегда точнее, чем для мелких. Причина этого кроется в том, что погрешность аппроксимации определяется главным образом случайной составляющей поля, среднее значение которой с увеличением числа проб стремится к нулю. При расчете $\tilde{C}$ по конечному числу проб влияние случайной составляющей полностью не компенсируется. Как следствие, в оценке среднего всегда присутствует какая-то доля случайной составляющей и тем большая, чем меньше n.

Все сказанное справедливо не только для линейного варианта решения задачи, но и в условиях оценки качества минерального сырья, для плоских сечений (проекций) и трехмерных блоков рудных тел, в том числе эксплуатационных блоков. При этом вначале рассчитываются средневзвешенные оценки для секущих выработок, пройденных в направлении лежачий–висячий бок, затем – по сечению рудного тела, где взвешивание производится на расстояние между выработками, и, наконец, – по объему – на расстояния между сечениями.

Описанная схема расчета неприменима, если сечение рудного тела вскрыто веером скважин, на котором плотность опробования закономерно увеличивается от периферии к центру заложения веера. Следовательно, при расчете среднего любая закономерность, имеющая место в распределении компонента на сечении, будет влиять на объективность оценки качества сырья за счет изменения плотности опробования: например, среднее качество руд на сечении будет всегда завышаться, если обогащенными окажутся участки, прилегающие к центру заложения веера, и, наоборот, - заниженная, если будет обогащена периферия залежи. Расчет средневзвешенной оценки в этом случае должен быть выполнен для скважины: $\widetilde{C_j} = (n)^{-2} \cdot \sum C_i(2n_i - 1)$, а затем для сечения в целом: $\tilde{C} = (\sum_1^N S_j)^{-1} \cdot \sum_1^N S_j\, C_j$, где C_i – содержание в i-ой пробе, n_i – ее порядковый номер, считая от центра веера, n – число проб по скважине, N – число скважин, S_j – площадь сектора, ограниченная биссектрисами углов между направлениями соседних скважин S_j=0,5$l_j^2 \cdot \alpha_j$, l_j- длина скважины, α_j – угол между биссектрисами, в радианах, который для скважин, ограничивающих веер, принимается равным половине углов α_j и α_N).

Кроме числа и геометрии размещения проб на объекте исследования, оценка среднего качества руд в блоке зависит также от наличия в их совокупности членов с резко выдающимися значениями случайной составляющей поля: $\delta_i=C_i - C_j$. В общем случае они могут быть как положительными, так и отрицательными, но особый интерес для практики оценки качества минерального сырья представляют положительные выдающиеся отклонения, называемые ураганными содержаниями, когда $C_i >> C_j$. Несвоевременное выявление и учет этих содержаний оказывает сильное завышающее влияние на оценки как среднего значения, так и, в особенности, погрешности аппроксимации.

При подсчете запасов очень важным является выявление проб с ураганным значением. Для решения этой задачи предложено несколько десятков способов. Характерным для этих определений, за исключением способа, описанного Д. И. Коганом и известного под названием способа ГКЗ , является разработка решающих правил ограничения их влияния без учета уровня минерализации тех локальных участков (блоков) рудных тел, в которых они встречены. Недостатком способа ГКЗ является отсутствие строгого аналитического решения задачи.

Отмеченный недостаток может быть устранен, если воспользоваться методическим приемом статистической автокорррреляции регулярных составляющих, вычисленных по интерполяционному полиному: $U_j = 0{,}0625\ (U_i + 4U_{i+1} + 6U_{i+2} + 4\ U_{i+3} + U_{i+4})$, поскольку очевидно, что, по крайней мере, два соседних члена U_j и U_{j+1} будут зависимыми. Если это, то на корреляционном графике, построенном в координатах U_j и U_{j+1}, все точки должны группироваться вдоль прямой, проведенной под углом 45° к координатным осям, в соответствии с амплитудой и периодичностью изменения регулярной составляющей и симметричностью ее отклонений от теоретической корреляционной модели, так как (j+1)-ый член для следующей пары коррелируемых измерений станет j-тым членом. Отклонение от теоретической прямой и, как следствие, введение в рассмотрение именно корреляционной, а не функциональной зависимости обусловлено тем, что периодичность изменений регулярной составляющей не совсем правильная, а описывающая ее кривая регрессия является лишь аппроксимацией, не свободной от влияния случайной составляющей: Cj~f(x).

2.3. Морфометрический анализ рудных тел пласто- и линзообразных форм

Трактовка генезиса руд месторождений, тела полезных ископаемых которых имеют пласто- или линзообразные формы и залегают согласно с вмещающими породами, во многих случаях не является однозначной. Так, предметом научных дискуссий служит происхождение руд месторождений колчеданной формации. При этом морфометрические характеристики рудных тел, залегающих в стратифицированных вулканогенных комплексах, вообще не анализируется, хотя их формы, с одной стороны, являются основанием для принятия гипотезы вулканогенно-осадочного генезиса минерального сырья, а, с другой -, заставляют изощряться сторонников метасоматического образования руд при объяснении их происхождения.

Морфометрический анализ является составной частью морфологии рудных тел, т.е. отрасли геологии полезных ископаемых, обязанной по предложению Д.А. Зенкова, заниматься описанием форм залежей минерального сырья, изучением закономерностей изменения и соотношения их морфометрических характеристик, а также выяснение происхождения этих форм. Сущность морфометрического анализа заключается: во-первых, в разработке в соответствии с принятой генетической концепцией теоретических моделей корреляционных зависимостей, описывающих пространственные изменения и соотношения морфометрических характеристик рудных тел – абсолютных отметок кровли $h_к$ и подошвы $h_п$, а также мощностей m; во-вторых, в построении по геологоразведочным данным графиков аппроксимирующих морфометрические поля функций и их корреляционные зависимости - $h_к=f(x,y)$, $h_п=f(x,y)$, $m=f(x,y)$, $h_к=f(h_п)$, $m=f(h_п)$; в-третьих, в сравнении результатов исследований с теоретическими моделями и геологической интерпретации этих сравнений.

Для рудных тел пласто- и линзообразных форм теоретические модели корреляционных зависимостей морфометрических параметров удобно разрабатывать применительно к осадочному процессу. Это определяется тем, что его основные закономерности достаточно хорошо изучены: известен фактор осадкоосаждения, установлено влияние рельефа депрессий аккумуляции на мощность формирующегося осадка, выявлены условия образования основных форм рудных тел в зависимости от рельефа и размеров депрессий аккумуляции и, наконец, охарактеризованы различия в структурах поверхностей, ограничивающих сверху и снизу рудные тела. Поэтому с учетом наличия у поля свойства случайной составляющей между морфометрическими характеристиками залежей осадочного генезиса должны иметь место следующие основные корреляционные зависимости: для рудных тел пластообразной формы, у которых пространственные соотношения поверхностей кровли и подошвы конкордантны, $h_к=f(h_п)$, а $m\neq f(h_п)$; для линзообразных тел, поверхности кровли и подошвы которых залегают относительно друг друга дискордантно, аналогичные зависимости будут обратными - $h_к\neq f(h_п)$, а $m= f(h_п)$, что отражено на принципиальных схемах рис. 13).

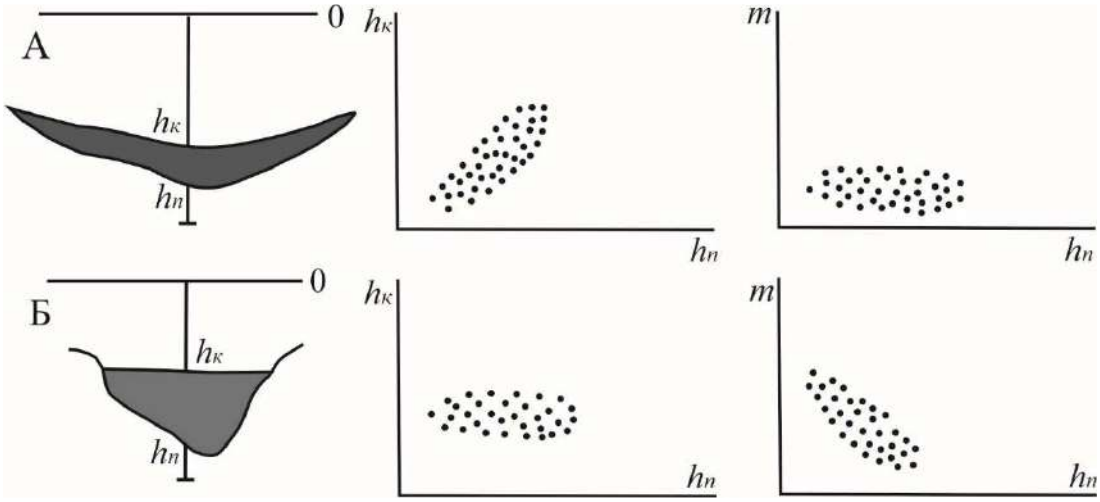


Рис. 13. Принципиальные модели корреляционных зависимостей морфометрических параметров для рудных тел пластообразной (А) и линзообразной (Б) форм.

Геологическая интерпретация результатов морфометрических исследований для конкретных объектов разведки состоит в сопоставлении реальных зависимостей с теоретическими моделями. При соответствии реальных зависимостей одной из теоретических моделей имеются весьма серьезные основания утверждать, что образование рудного тела не противоречит гипотезе осадочного происхождения. Однако если такое соответствие отсутствует, то альтернативное утверждение будет справедливо лишь при условии, что это несоответствие не является следствием особенностей строения рельефа депрессии аккумуляции или влияния пострудной тектоники.

Особенности рельефа депрессии аккумуляции приходится учитывать, когда в его строении чередуется резко выраженные западины с относительно слабо переуглубленными участками. При заполнении такой депрессии образуется пластообразная залежь, усложненная снизу линзообразными выступами, пространственные соотношения между морфометрическими параметрами которой будут описываться комбинацией корреляционных зависимостей, свойственных для рудных тел простых форм.

Тектоническая нарушенность сплошности и падения рудных тел также требует вносить коррективы в исходные теоретические модели. При этом, если изменение углов падения рудных тел влечет за собой лишь поворот линий регрессий относительно осей координат, то их дизъюнктивная нарушенность – разрыв структур корреляционных полей. Как следствие, каждый тектонический блок в поле корреляции морфометрических параметров обособляется и описывается специфическими зависимостями, кратчайшие расстояния между аппроксимирующими прямыми которых соответствуют амплитудам относительного перемещения блоков.

Влияние пликативной составляющей для осадочных рудных тел может быть исключено, если за начало отсчета измерений морфометрических параметров брать на абсолютные, а относительные отметки: относительно какого-либо осадочного маркирующего горизонта, залегающего в кровле вмещающего рудное тело пород, или, что значительно хуже, относительно осредняющей плоскости, проведенной параллельно кровле рудного тела. Пересчет параметров полезно осуществлять особенно в тех случаях, когда изменения углов падения сочетаются с усложениями форм залежей. Они в совокупности дают суммарный эффект, схожий с влиянием пострудных дизъюнктивов. Кроме того, выявление дизъюнктивов само по себе имеет важное практическое значение, поскольку они влияют на квалификацию запасов минерального сырья и оценку горнотехнических условий разработки месторождений.

На рисунке 14 приведены результаты морфометрического анализа по второ му рудному телу Талнахского месторождения, выполненному по данным Поляковской ГРП. Второе рудное тело вскрыто скважинами в слепом залегании, падение кровли залежи пологое (3-10̊) восточное. Руда преимущественно вкрапленная, медноцинковая. Контакты с вмещающими

породами нечеткие. Судя по результатам геометризации, рудное тело представляет собой по форме пластообразную залежь, осложненную в центральной части линзой. Для пластообразной части характерно наличие зависимости $h_к=f(h_п)$ и ее отсутствие между m и $h_п$. Для линзообразной части эти отношения обратные. Следовательно, относительно формы образование. Второго рудного тела месторождения не противоречит гипотезе вулканогенно-осадочного генезиса.

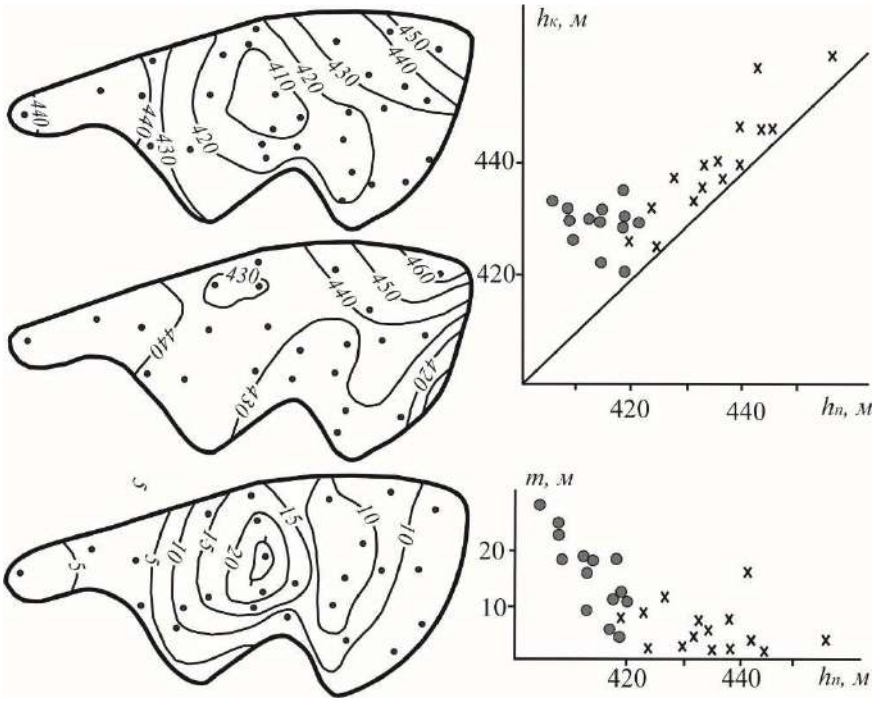


Рис. 14. Строение морфометрических полей рудного тела и корреляционные соотношения их параметров: А – кровля, Б – подошва, В - мощность

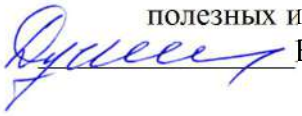
Контрольные вопросы по дисциплине
«Геометризация и анализ геологических полей»

1. Понятие о геологическом поле, свойства геологического поля.
2. Геометро-статистическая модель, отличие от вероятностно-статистической модели.
3. Геометризация как метод изучения земных недр.
4. Способы задания аппроксимирующих геологические поля функций
5. Регулярная компонента геологического поля, ее свойства.
6. Уровенное строение геологического поля (пример).
7. Случайная компонента геологического поля, ее свойства.
8. Математические действия с заданными графическими функциями.
9. Требования к графически заданным функциям.
10. Решение задачи описания геологического поля на основе геометро-статистической модели.
11. Задача картирования поля и ее решение на основе геометро-статистической модели.
12. Изучение пространственного соотношения полей. Основные типы граничных пространственных соотношений полей.
13. Количественная мера оценки пространственной согласованности полей.
14. Морфометрический анализ рудных тел линзо- и пластообразной формы.
15. Парагенетический анализ. Понятие о соотношении гетерогенных полей. Явление компенсации корреляционной зависимости.
16. Зональное строение рудных тел и соотношение гетерогенных геохимических полей.

17. Полигенерационность состава руд. Решение вопроса полигенерационности руд.
18. Статистическая проверка гипотез о наличии тренда (способ «скачков» и способ «смены знака»).
19. Основные способы сглаживания исходных данных.
20. Методика выявления и ограничения проб с ураганными значениями.
21. Обработка данных сопряженных наблюдений при контроле отбора и анализа проб.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Букринский В.А. Вопросы геометризации физико-технических и горно-геологических показателей месторождения для моделирования на ПВМ. М.: изд. МГИ, 1966.
2. Каллистов П.Л. Изменчивость оруденения и плотность наблюдений при разведке и опробовании. – Сов. Геология, 1956, сб. 53.
3. Мягков В.Ф. Геометризация и анализ геологических полей месторождений полезных ископаемых. Изв. ВУЗов. Горный журнал, 1982., № 10.
4. Соболевский П.К. Современная горная геометрия. – Социалистическая наука и реконструкция, 1932, № 7.

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой геологии,
поисков и разведки месторождений
полезных ископаемых

В.А.Душин

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К КУРСОВОМУ ПРОЕКТИРОВАНИЮ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.2.07 РАЗВЕДКА И ГЕОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация
Геологическая съемка, поиски и разведка твердых полезных ископаемых

форма обучения: очная, заочная

Автор: Никулина И. А.., доцент, к.г.-м.н.

Одобрены на заседании кафедры
Геологии, поисков и разведки МПИ
(название кафедры)
Протокол № 190 от 17.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

СОДЕРЖАНИЕ

		Стр.
1.	ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ КУРСОВОГО ПРОЕКТА	3
2.	СТРУКТУРА КУРСОВОГО ПРОЕКТА, ТРЕБОВАНИЯ К ЕГО ОФОРМЛЕНИЮ	6
3.	СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОГО ПРОЕКТА	7
	3.1. Введение	7
	3.2. Общие сведения о районе работ	8
	3.2.1. Географо-экономическая характеристика	8
	3.2.2. Анализ результатов ранее выполненных работ	8
	3.3. Геологическое строение района	9
	3.4. Геологическая характеристика объекта проектируемых работ (перспективного участка, месторождения)	9
	3.5. Методика и объемы проектируемых работ	10
	3.5.1. Целевое геологическое задание	10
	3.5.2. Методы и объемы проектируемых работ	11
	3.5.3. Прочие виды работ	12
	3.5.4. Опробование и аналитические работы	12
	3.5.5. Подсчет прогнозных ресурсов и запасов и их геолого-экономическая оценка	13
	3.6. Заключение	15
	СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	16
	ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Пример оформления титульного листа	18
	ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Образец оформления штампа на листах графики	19

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

Целью курсового проекта по дисциплине «Разведка и геолого-экономическая оценка месторождений полезных ископаемых» является формирование у будущих специалистов системы знаний, раскрывающих методологию решения геологоразведочных задач и принципы геолого-экономической оценки месторождений.

Проектирование является сложным и ответственным видом работ. От качества проекта на производство геологоразведочных работ во многом зависит их конечный результат. Во время обучения в вузе основное внимание уделяется ознакомлению с новой информацией, большей частью теоретического характера. Молодой специалист, оказавшись на производстве, остро ощущает недостаток практического опыта. В первую очередь это касается необходимости принимать самостоятельные инженерные решения, направленные на выполнение геологического (технического) задания. Составляя курсовую работу, студенты приобретают определенные навыки в проектировании геологоразведочных работ, необходимые в дальнейшем для разработки выпускной квалификационной работы (дипломного проекта) и будущей профессиональной деятельности.

Курсовая работа выполняется студентами 5-го курса на базе материалов, собранных при прохождении преддипломной производственной практики. При отсутствии необходимых данных, требуемых для составления работы, сведения предоставляет кафедра. В том случае, если студент располагает достаточно представительным материалом, позволяющим произвести его углубленную обработку с использованием современных компьютерных технологий и на этой основе рассмотреть те или иные вопросы, составление проекта может быть заменено решением той или иной методической задачи геологоразведочной направленности.

Для подготовки курсовой работы студенты во время прохождения производственной практики должны собрать необходимые графические и текстовые материалы. Графические материалы включают: 1) геологическую

карту района работ в масштабе 1:50 000, 1:100 000 или 1:200 000 с разрезами, стратиграфической колонкой и условными обозначениями (легендой); 2) геологическую карту (план) месторождения (рудного поля) масштаба 1:25 000, 1:10 000 или крупнее; 3) геологические разрезы по месторождению или его части; 4) план подсчета запасов (продольная проекция). Графика сопровождается описанием геологии района и месторождения (участка), методики геологоразведочных работ, данными по подсчету запасов с результатами геолого-экономической оценки.

Для курсового проекта допускается отсутствие геологической карты района, однако для дипломного проекта она необходима. Исключение составляют проекты по нефтяным и газовым объектам, для которых вместо геологической карты района представляется, как правило, мелко-среднемасштабная тектоническая схема с указанием важнейших нефте-газоносных структур.

Главной задачей курсового проекта является обоснование методики геологоразведочных работ, отвечающих определенной стадии. В соответствии с Положением о порядке проведения геологоразведочных работ по этапам и стадиям (1999) темой курсового проекта оценочные работы, разведка, или эксплуатационная разведка, например:

- оценочные работы на проявлении Ныpдвоменшорское на медноколчеданное оруденение (Полярный Урал);

- разведка Главной рудной зоны Сусанского месторождения золота (Свердловская область);

- разведка глубоких горизонтов Астафьевского месторождения бокситов (Южный Урал);

- разведка северного фланга Мансуровского месторождения гранитов (Южный Урал);

- эксплуатационная разведка южной части нижнего рудного уровня Узельгинского месторождения (Челябинская область).

Независимо от выбранной стадии при выполнении курсового проекта студент должен решить следующие инженерные задачи:

- осветить степень геологической изученности рассматриваемой площади;

- определить главные задачи проектируемых работ;

- сформулировать целевое геологическое задание;

- выбрать и обосновать комплекс методов для выполнения целевого задания, определить виды и объемы запроектированных работ;

- произвести проектный подсчет запасов по объекту изучения с их геолого-экономической оценкой.

Задание на составление курсового проекта оформляется на специальном бланке, которое выдается преподавателем. На бланке указывается тема (название) проекта и сроки его выполнения. Преподаватель помогает студенту составить план проекта, рекомендует необходимую литературу, оказывает индивидуальные консультации.

На выполненный проект преподавателем пишется рецензия. Окончательная оценка выставляется после публичной защиты.

При подготовке методических рекомендаций использованы учебно-методические разработки кафедры ГПР МПИ к составлению курсовых проектов по дисциплинам «Прогнозирование и поиски месторождений полезных ископаемых» (А. Г. Баранников, 2013) и «Разведка и геолого-экономическая оценка МПИ» (Балахонов В. С., 2005), с которыми студенты могут подробнее ознакомиться на кафедре.

2. СТРУКТУРА КУРСОВОГО ПРОЕКТА, ТРЕБОВАНИЯ К ЕГО ОФОРМЛЕНИЮ

Курсовой проект состоит из текстовой части и графических приложений. Текст работы не должен превышать по объему 25-35 страниц машинописного текста и включает следующие разделы (в скобках указан ориентировочный объем):

- титульный лист;

- оглавление;

- введение (1 стр.);
- общие сведения о районе работ (1-2 стр.);
- геологическое строение района (2-5 стр.);
- геологическая характеристика объекта (4-6 стр.);
- методика и объемы проектируемых работ (12-14 стр.);
- подсчет запасов, их геолого-экономическая оценка (2-3 стр.);
- заключение (1 стр.);
- список использованной литературы.

Текст работы представляется в распечатанном виде. Допускается также рукописный вариант. Страницы текста должны соответствовать формату А4 (297х210 мм). Поля по всему периметру – 20 мм. Перед текстовой частью помещается титульный лист (приложение 1), индивидуальное задание и оглавление.

Текст иллюстрируется схемами, фотографиями, зарисовками. Они должны иметь наименования, условные обозначения, масштаб и обозначаются как рисунок под соответствующим номером.

Графические приложения представляются на двух или трех листах. В правом нижнем углу помещается штамп установленного образца (приложение 2). Первым листом является геологическая карта района со стратиграфической колонкой, легендой, разрезом. Как отмечалось выше, в курсовой проект карта района может не включаться, но для дипломного проекта она необходима. На втором листе помещается геологическая карта месторождения или участка работ. Этот лист является основным и имеет методическое значение. На него наносятся известные месторождения, проявления и пункты минерализации, геохимические и геофизические аномалии, шлиховые ореолы. Здесь же указываются направления геологических маршрутов, проектные геофизические и геохимические профиля, пройденные и проектные геологоразведочные выработки. Второй лист может представлять собой план подсчета запасов по месторождению, участку месторождения, эксплуатируемому этажу или уступу. Карта участка (месторождения) сопровождается одним или двумя типичными

разрезами, в том числе проектным, которые могут быть помещены на отдельном листе. При необходимости в графические приложения включается вертикальная продольная проекция рудного тела с блокировкой запасов и указанием пройденных и проектных выработок.

3. СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

3.1. Введение

Во введении обосновывается актуальность проекта и характеризуются исходные материалы, положенные в его основу. Оценивается потребность промышленности в данном виде минерального сырья, его конъюнктура на мировом и российском рынках. Рассматривается необходимость развития минерально-сырьевой базы региона в целом и данного вида полезных ископаемых в частности.

Указывается место и сроки прохождения производственной практики, организация, должность, выполнявшиеся работы. Приводятся основные фондовые и литературные источники, использованные при написании работы.

3.2. Общие сведения о районе работ

3.2.1. Географо-экономическая характеристика района

Указывается административное положение района работ, ближайшие населенные пункты, пути сообщения, возможности использования разных видов транспорта, ведущие промышленные объекты, источники энергообеспечения, наличие стройматериалов, возможности найма рабочих на месте. Описывается орогидрография: характер рельефа, абсолютные и относительные превышения, климат, гидрографическая сеть, режимы рек, источники питьевого и технического водоснабжения, наличие карстовых явлений, многолетней мерзлоты. Характеризуется растительный и животный мир, распространение покровных образований, кор выветривания, их мощности. Особо отмечается обнаженность пород, дешифрируемость аэро-космоснимков.

Перечисленные данные позволяют произвести анализ природных условий ведения геологоразведочных работ, учитываются при геолого-экономической оценке рудных объектов.

Для иллюстрации раздела приводится мелкомасштабная обзорная карта (схема) района с указанием местоположения участка работ.

3.2.2. Анализ результатов ранее выполненных работ

Кратко освещаются основные результаты ранее выполненных на площади геологических, геофизических, геохимических и других видов работ. Обзор проводится в хронологическом порядке. Текст может сопровождаться схемами изученности.

Оценивается достоверность ранее выполненных исследований и обосновывается выбор участка проектируемых работ, обсуждается степень его разведанности, изученность вещественного состава с точки зрения комплексного использования полезных ископаемых, а также возможные перспективы продолжения оруденения на глубину или фланги месторождения, обнаружения слепых рудных тел.

3.3. Геологическое строение района

Приводятся данные о геолого-структурной позиции участка работ. Последовательно излагаются сведения по стратиграфии и литологии, магматизму, тектонике, гидрогеологии и полезным ископаемым. Для районов, перспективных на россыпное оруденение, дается геоморфологическая характеристика.

При описании полезных ископаемых кратко описываются все известные месторождения и рудопроявления, включая сведения о размерах залежей, их форме, минеральном составе, принадлежности к определенному рудно-формационному промышленному типу.

В дипломном проекте текст сопровождается геологической картой района со стратиграфической колонкой, условными обозначениями (легендой) и

разрезами. При подготовке раздела следует обратить внимание на совпадение текстовых и графических материалов. В тексте должны быть охарактеризованы свиты и комплексы, представленные на графике. Соответственно, геологическая карта, колонка, легенда и разрезы должны содержать одни и те же стратиграфические и интрузивные образования.

3.4. Геологическая характеристика объекта проектируемых работ (перспективного участка, месторождения)

В зависимости от проектируемой стадии ГРР объектом работ является перспективный район, участок, рудопроявление или месторождение.

В данной главе уточняются и детализируются сведения, представленные в предшествующем разделе. Рассматриваются структурно-вещественные комплексы, образующие геолого-структурную позицию участка или месторождения. К ним относятся вмещающие горные породы, магматические тела, разломы, складки, вулканические структуры, геологические контакты.

В целом, описание участка или месторождения обычно включает следующие позиции:

- горные породы, участвующие в его строении;

- структурный контроль в размещении оруденения или структура рудного поля;

- характеристика выявленной минерализации. Для поздних стадий ГРР обязательно описывается форма, размеры, условия залегания рудных тел, вещественный состав руд, их текстурно-структурные особенности, первичная и вторичная зональность, генезис месторождения, а также характеризуются горно-геологические, инженерно-геологические и гидрогеологические условия месторождения.

Раздел иллюстрируется крупномасштабной геологической картой месторождения, детальными геологическими разрезами, в том числе обязательно проектным. При необходимости представляется продольная проекция, построенная в плоскости падения, или вертикальная, на которой показано размещение запасов разных категорий.

3.5. Методика и объемы проектируемых работ

3.5.1. Целевое геологическое задание

С учетом представленного выше обоснования формулируется геологическое задание, которое должно отвечать определенной стадии геологоразведочного процесса:

- оценочные работы;
- разведка участка месторождения, флангов, глубоких горизонтов;
- эксплуатационная разведка.

При формулировке задания важно отметить, какой промышленный тип оруденения ожидается, оговорить границы участка проектируемых работ и их масштаб.

3.5.2. Методы и объемы проектируемых работ

При проектировании оценочных и разведочных работ методические вопросы решаются на основе анализа особенностей структуры участка, формы, размеров и условий залегания тел полезных ископаемых, изменчивости выявленных параметров оруденения (мощности, содержания полезных компонентов).

В соответствии с инструктивными материалами ГКЗ МПР РФ, определяется группа сложности месторождения, перечень основных видов работ, необходимых для решения задач данной стадии, плотность сети наблюдения для разных категорий запасов. Обосновывается система разведки и технические средства, расположение и порядок проходки технических средств.

Описание каждого вида работ завершается расчетом проектных объемов.

3.5.3. Прочие виды работ

Обязательным элементом геологоразведочных работ являются топо-геодезические или маркшейдерские исследования. Рассмотрение этого вопроса начинается с анализа имеющейся топоосновы. Предусматривается инструментальная привязка опорной сети геофизических наблюдений, буровых скважин и горных выработок, базисных линий на участках детализационных работ.

На стадии разведки обязательно должна быть описана методика гидрогеологических и инженерно-геологических наблюдений с определением объемов этих работ.

Обязательным элементом разрабатываемого проекта является рассмотрение экологических вопросов. Необходима оценка влияния геологоразведочных работ на окружающую среду. Это влияние может выражаться в нарушении природного ландшафта территории, изменении режима поверхностных и подземных вод, загрязнении воздушного и водного бассейнов, исключении из хозяйственного оборота плодородных земель и т.д. В проекте должны быть предусмотрены мероприятия, предотвращающие или уменьшающие вредное воздействие ГРР на экологию.

3.5.4. Опробование и аналитические работы

С учетом типа оруденения, особенностей вещественного состава, формы, предполагаемой мощности рудных залежей, а также планируемых объемов горноразведочных и буровых работ, предусматриваются необходимые виды опробования – химическое, минералогическое, техническое, технологическое. Обосновываются способы отбора проб, необходимые для решения поставленных задач (штуфное, бороздовое, точечное, керновое и т.д.). Обсуждаются возможности использования геофизических методов опробования. Дается схема обработки проб на отдельно вычерченном листе в текстовой части проекта.

Перечисляются планируемые виды лабораторных работ, определяются их объемы с учетом внутреннего и внешнего контроля (3-5% от общего объема проб). Аналитические исследования в зависимости от типа полезного ископаемого и целевого назначения проекта могут включать следующие виды испытаний проб: химический, минералогический, спектральный, пробирный, атомно-абсорбционный, рентгено-спектральный, рентгено-структурный и др. Для каждого вида аналитических исследований определяются цели и решаемые задачи.

3.5.5. Подсчет проектных запасов и их геолого-экономическая оценка

На стадиях оценочных и разведочных работ одним из завершающих этапов проектирования является оконтуривание тел полезных ископаемых на месторождении, его флангах, глубоких горизонтах с переводом прогнозных ресурсов и запасов в более высокие категории. Для этого необходимо дать характеристику как уже оцененных, так и ожидаемых ресурсов и запасов.

Указываются кондиции, принятые для оконтуривания залежей и выделения подсчетных блоков. Излагается методика подсчета запасов по результатам проектируемых работ. Выбирается и обосновывается способ подсчета запасов в зависимости от особенностей геологического строения месторождения (формы, состава, условий залегания). Излагаются принципы выделения категорий запасов по степени разведанности (плотности разведочной сети) и изученности (выхода керна, вещественного состава руд, технологических, горнотехнических и гидрогеологических условий) для месторождений разных групп по сложности геологического строения. Раскрываются принципы выделения подсчетных блоков и проведение их границ на выходах, флангах и по падению. Характеризуются параметры подсчета запасов, методика их обоснования (площади подсчетных блоков, мощности, среднее содержание, объемная масса). Приводится сводный формуляр подсчета общих ожидаемых запасов по категориям. Контуры категорий запасов, выделенных на основании проектируемых работ, рекомендуется закрасить следующими цветами: категория А – розовый, В – зеленый, C_1 – голубой, C_2 – желтый.

Методика геолого-экономической оценки на разных стадиях геологоразведочного процесса не одинакова.

Основной инструмент геолого-экономической оценки – обоснование кондиций. По материалам завершенных геологоразведочных работ (разведка, доразведка) для определения целесообразности и экономической эффективности освоения месторождения составляют постоянные кондиции.

ГЭО осуществляется поэтапно. На стадии оценочных работ – по укрупненным показателям, без учета налогов, отчислений и платежей, а позднее по результатам разведки – с их учетом.

В условиях рыночных отношений оценку эффективности освоения месторождений, а также сравнение различных инвестиционных проектов и выбор лучшего из них, производят с использованием следующих показателей.

1. Чистый дисконтированный доход, или чистая дисконтированная стоимость, интегральный стоимостной эффект (ЧДД) – это превышение интегральных денежных результатов над соответствующими интегральными затратами или сумму всех доходов от эксплуатации месторождения за весь расчетный период. Освоение месторождения считается эффективным при положительном значении величины чистого дисконтированного дохода. При отрицательном значении ЧДД рассматриваемый вариант инвестиционного проекта должен быть признан убыточным.

2. Индекс доходности (ИД) представляет собой отношение суммы приведенных доходов к величине приведенных инвестиций. В экономически эффективных проектах величина индекса доходности должна быть больше единицы.

3. Внутренняя норма доходности (ВНД), или внутренняя норма прибыли, рентабельность возврата инвестиций. ВНД означает норму дисконта, при которой величина приведенных доходов равна приведенным инвестициям, а чистый дисконтированный доход становится равным нулю. Освоение месторождения считается эффективным и приемлемым, если ВНД>Е, где Е – принятая в расчете норма дисконтирования прибыли.

4. Срок окупаемости капитальных вложений ($T_о$) с учетом дисконтирования стоимостных показателей определяет временной интервал с момента начала разработки месторождения, за который приведенные доходы равны приведенным инвестициям. Приемлемым считается срок окупаемости инвестиций, равный 5-7 годам. Предельное значение $T_о$ составляет 10 лет.

Процесс геолого-экономической оценки месторождения завершают выбором оптимального варианта освоения объекта, для которого определены кондиции и показатели экономической эффективности его освоения.

При геолого-экономических расчетах необходимо использовать рекомендуемые учебные пособия кафедры.

3.6. Заключение

В заключение работы приводятся краткие выводы по каждой главе и проекту в целом.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Баранников А. Г., Никулина И. А., Хасанова Г. Г. Разведка и геолого-экономическая оценка месторождений полезных ископаемых: учебное пособие / А. Г. Баранников, И. А. Никулина, Г. Г. Хасанова; Урал. Гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Тзд-во УГГУ, 2018ю – 184 с.

Баранников А. Г., Макарова С. В. Геолого-экономическая оценка месторождений полезных ископаемых: Учебное пособие. – Екатеринбург: Изд-во УГГГА, 2002. – 95 с.

Дворник Г. П., Угрюмов А. Н. Геолого-экономическая оценка месторождений полезных ископаемых и техногенного сырья: Учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГГА, 2004. – 220 с.

Каждан А. Б. Поиски и разведка месторождений полезных ископаемых (Научные основы поисков и разведки). М.: Недра, 1984. – 285 с.

Каждан А. Б. Поиски и разведка месторождений полезных ископаемых (Производство геологоразведочных работ). М.: Недра, 1985. – 288 с.

Классификация запасов месторождений и прогнозных ресурсов твердых полезных ископаемых. Утверждена приказом МПР РФ от 07.03.1997. – 9 с.

Петруха Л. М. Разведка месторождений полезных ископаемых: Учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГГА, 2003. – 247 с.

Положение о порядке проведения геологоразведочных работ по этапам и стадиям (твердые полезные ископаемые). М.: ВИЭМС, 1999. – 28 с.

Рудничная геология / В. Ф. Мягков, А. М. Быбочкин, И. И. Бугаев и др. М.: Недра, 1986. – 199 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Образец выполнения титульного листа

Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
Уральский государственный горный университет
Факультет геологии и геофизики

КУРСОВОЙ ПРОЕКТ

на тему:

РАЗВЕДКА ГЛУБОКИХ ГОРИЗОНТОВ ОГАНЧИНСКОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ ЗОЛОТА (КАМЧАТКА)

Руководитель
доц. Никулина И. А.

Студент
Попов С. М.

Группа
РМ-15

Екатеринбург – 2018

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Образец заполнения штампа к чертежам

<table>
<tr><td></td><td colspan="3">Министерство образования и науки РФ
Уральский государственный
горный университет</td><td>20</td></tr>
<tr><td>30</td><td>Исполнитель:
студент
гр. РМ-15
С. М. Попов</td><td colspan="2">Геологический план
Оганчинского месторождения</td><td>20</td></tr>
<tr><td rowspan="2">30</td><td rowspan="2">Руководитель:
доцент
И. А. Никулина</td><td colspan="2">К курсовому проекту на тему:
«Разведка глубоких горизонтов
Оганчинского месторождения золота
(Камчатка)»</td><td>20</td></tr>
<tr><td>Масштаб
1:1000</td><td>Дата</td><td>Приложение
№ 2</td><td>20</td></tr>
<tr><td></td><td>50</td><td>30</td><td>35</td><td>35</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="4">150</td><td></td></tr>
</table>

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой геологии,
поисков и разведки месторождений
полезных ископаемых

В.А.Душин

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.2.07 РАЗВЕДКА И ГЕОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация
Геологическая съемка, поиски и разведка твердых полезных ископаемых

форма обучения: очная, заочная

Автор: Никулина И. А.., доцент, к.г.-м.н.

Одобрены на заседании кафедры
Геологии, поисков и разведки МПИ
(название кафедры)
Протокол № 190 от 17.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

СОДЕРЖАНИЕ

Тема	Название	Стр.
	Введение	3
1	Общие вопросы дисциплины. Основные понятия и определения	5
2	Геологические основы разведки	15
3	Методические основы разведки	40
4	Подсчет запасов полезных ископаемых	69
5	Геолого-экономическая оценка месторождений	88
	Заключение	104

Введение

Геологоразведочные работы являются важнейшим фактором устойчивого развития экономики страны. Сырьевую базу в настоящее время составляют *более ста видов твердых полезных ископаемых*. Усилиями многих поколений российских геологов найдены и введены в промышленное освоение тысячи месторождений полезных ископаемых. На этой основе создана уникальная минерально-сырьевая база страны.

Россия занимает места в *первой пятерке стран мира* по запасам и добыче железных и медных руд, золота, серебра, платиноидов, вольфрама, молибдена, кобальта, никеля. За счет этих руд государство обеспечивает внутренний рынок, эксплуатирует значительные объемы сырья и продукции его переработки. Бюджет государства во многом формируется за счет освоения минерально-сырьевых ресурсов. Экспорт продукции (по данным Федерального агентства по недропользованию РФ) составляет 50-70 % от объема добычи (по вольфраму, кобальту, никелю, меди, золоту, платиноидам. Существенна роль России как мирового производителя и экспортера алмазов, апатита, калийных солей, хризотил-асбеста, бора.

В то же время далеко не благополучным является состояние минерально-сырьевой базы по таким полезным ископаемым, как цинк, свинец, олово, сурьма, барий, графит и др. Внутреннее потребление этих видов сырья определяет необходимость их ввоза из-за рубежа. Многие районы с горнопромышленной направленностью испытывают в настоящее время острый недостаток в добываемом сырье (по железу, меди, свинцу, цинку, золоту). К остродефицитным полезным ископаемым также относятся бокситы, титан, цирконий, бентониты, каолины и др.

Итак, минерально-сырьевой комплекс был и остается *гарантом дальнейшего развития страны* на длительную перспективу, источником получения средств на реконструкцию и техническое перевооружение промышленности. Поэтому подготовка высококвалифицированных кадров в области «разведочного дела» в рамках специализации «Геологическая съемка, поиски и разведка твердых полезных ископаемых» (направления 25.05.02 «Прикладная геология») остается актуальной и востребованной задачей.

Содержание Учебного пособия во многом базируется на обобщении научного и учебно-методического материала, содержащего в учебниках, учебных пособиях, методических рекомендациях, подготовленных в разные годы. В первую очередь, необходимо упомянуть работу В. М. Крейтера (1940) по поискам и разведке месторождений полезных ископаемых, а также труды тех, кто продолжал развивать и углублять сформулированные В. М. Крейтером научные проблемы и направления (работы А. Б. Каждана, Е. О. Погребицкого, В. И. Тернового, Г. С. Поротова, Л. И. Четверикова, П. П. Ясковского, В. В. Шелелева, в том числе сотрудников кафедры поисков и разведки МПИ – В. Ф. Мягкова, А. С. Вершинина, И. И. Бугаева, Л. М. Петрухи, Ю. К. Панова и др.). Из публикаций этих авторов в Учебном пособии заимствована большая часть приведенных в пособии таблиц и иллюстраций.

Современная геологическая наука не может ограничиваться изучением лишь качественных сторон явлений и процессов. Она «должна выявлять их количественные

характеристики, обеспечив тем самым более высокий научный уровень исследования земных недр» (Каждан, Гуськов, 1990). Необходимость внедрения математических методов при решении геологоразведочных задач признается в настоящее время всеми геологами. Их применение обеспечивает возможность перехода от словесных, часто субъективных определений изучаемых объектов, к их более объективным количественным оценкам. Накопленный на кафедре опыт математической обработки собранной геологической информации отражен в 11, 13 и 15 главах пособия. Более подробно вопросы количественной обработки накопленной геологической информации рассматриваются в специальных дисциплинах: «Математические методы моделирования в геологии», «Основы компьютерных технологий решения геологических задач».

В результате изучения дисциплины «Разведка и ГЭО месторождений полезных ископаемых» студент приобретаем ряд компетенций, знаний и умений (Рабочая программа Б1.В.ОД.5).

Студент должен:

А. знать:

- задачи, принципы, технические средства и системы разведки; классификацию запасов полезных ископаемых; требования промышленности к качеству минерального сырья на стадии разведки;
- методики комплексной оценки минерального сырья;
- подходы к сбору и обработке количественной геологической информации с использованием компьютерных технологий.

Б. уметь:

- составлять проекты на геологоразведочные работы, обосновывать рациональную разведочную сеть;
- оконтуривать запасы разных категорий, выполнять подсчет запасов разными методами;
- выполнять оценку географо-экономических, горнотехнических условий освоения месторождений, технологических свойств минерального сырья.

В. владеть:

- методикой обоснования видов и объемов проектируемых работ;
- приемами определения параметров при подсчете запасов полезных ископаемых;
- методикой определения величины инвестиций, показателей эффективности освоения месторождения в базовом и коммерческом вариантах.

Тема 1
Общие вопросы дисциплины. Основные понятия и определения

РАЗВЕДКА МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ, ЕЕ ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ

Разведка месторождений – это комплекс работ и связанных с ними исследований, направленных на выявление, оконтуривание и геолого-экономическую оценку запасов минерального сырья в недрах. Разведочные работы вносят определяющий вклад в геологическое изучение минерализованных участков недр на предпроектной стадии промышленного освоения объекта. По завершению разведки и получению положительных результатов геолого-экономической оценки изучаемое проявление полезного ископаемого приобретает *статус месторождения.*

Разведка начинается с момента составления проекта на производство геологоразведочных работ. Обычно эти работы включают: геологическое картирование площади рудного поля и месторождения; выявление и оценку выходов рудных тел; проходку горных выработок и скважин, их документацию и опробование; проведение комплекса геофизических, геохимических, гидрогеологических, инженерно-геологических исследований; геодезическую съёмку. По результатам геологоразведочных работ составляют геологические разрезы, планы, проекции. Они отражают размеры, условия залегания и строение тел полезных ископаемых. Дается характеристика полезного ископаемого, подсчитываются его запасы. На основе полученных данных проводится геолого-экономическая оценка (ГЭО) месторождения, обосновываются выводы о его промышленном значении. Все сказанное позволяет отметить, что разведка как прикладная геологическая наука находится на стыке областей знаний, включающих: накопленные сведения о геологическом строении месторождения, его сопоставление с определенным геолого-промышленным типом; вопросы горного дела (в связи с обоснованием способа разработки месторождения); определение потенциальной ценности объекта, рентабельности его разработки; обоснованность задействованных технических средств разведки, влияющих на надежность получаемых результатов; обработку полученных результатов с использованных современных компьютерных технологий (рис. 1).

Основной *целью* выполняемых геологоразведочных работ является *получение информации*, необходимой и достаточной для: проектирования предприятия по добыче полезного ископаемого и переработке минерального сырья, реконструкции действующего рудника, определения путей его дальнейшего развития, оценки перспектив выявления новых тел полезных ископаемых на площади рудного поля. Собранная и качественно обработанная информация должна обеспечить *решение основной задачи* разведочных работ – подготовку месторождения к промышленному освоению.

Успешному решению сформированных задач должно способствовать: построение цифровых моделей месторождений с использований IT технологий; реализация разведочных систем, соответствующих природным особенностям объекта и обеспечивающим надежное локальное прогнозирование геолого-промышленных параметров.

Сущность разведки сводится к оконтуриванию, прослеживанию промышленно ценных участков природных скоплений полезного ископаемого путем выборочного пересечения минерализованного объема недр разведочными выработками (скважинами, горными выработками) с последующим геологическим и геофизическим их изучением (документацией) и опробованием. Таким образом, информацию, необходимую для принятия проектных решений по разработке и переработке добываемого минерального сырья, получают на весьма скудном материале. Разведка обычно не позволяет раскрыть все детали строения минерализованных пород. Отчасти эти задачи решаются при использовании геофизических методов (в том числе, зондирования межскважинного пространства), а также на стадии эксплуатационной разведки. Материалы разведки позволяют сконструировать *модель месторождения*, которая по своим параметрам должна быть максимально приближена к истинному объекту (рис. 2). Возможность разработки технических проектов на основе обобщения ограниченной разведочной информации подтверждена практикой разведки и освоения месторождений. Здесь работает известный в математической статистике выборочный метод исследования оцениваемых свойств (в разведке – геолого-промышленных параметров) на основе обобщения данных лишь части свойств, вошедших в изучаемую выборку (Петруха, 2003). На каждой последующей стадии геологоразведочных работ формируемая выборка свойств становится более представительной. На современном этапе изучения недр все недропользователи обязаны выполнить необходимые расчеты по геолого-экономической оценке (ГЭО) обосновываемых запасов и прогнозных ресурсов. Оценка является исследовательским процессом, связанным с выявлением возможных конкурентоспособных вариантов оконтуривания и промышленного освоения запасов месторождения и выбором среди них рационального с позиций максимальной доходности предприятия. Наиболее полная ГЭО осуществляется по результатам разведки месторождения. Оценка по результатам поисков базируется на тех же единых методологических принципах, но из-за ограниченности имеющихся материалов является малодостоверной (Шевелев, 2004).

При проведения ГЭО учитываются следующие положения:

1. Обоснование рационального и комплексного использования недр, включающее основные и попутные компоненты, отходы добычи и переработки сырья.
2. Определение показателей эффективности освоения месторождения (ЧДД – чистый дисконтированный доход, ИД – индекс доходности, ВНД – внутренняя норма доходности, Р – рентабельность разработки, Т – срок окупаемости капвложений).
3. Учет обязательных платежей и налогов, плата за кредит (необходимый для организации работ по разработке месторождения).
4. Учет фактора времени и риска при оценке месторождения.
5. Оценка экологических и социальных последствий разработки месторождения.
6. Выбор оптимального варианта освоения месторождения.
7. Обоснование кондиций на минеральное сырье.

Важнейшие результирующие показатели ГЭО, установленные параметры кондиций, подсчитанные с их использованием балансовые и забалансовые запасы вносятся в Государственный кадастр месторождений полезных ископаемых. При этом

необходимо отражать в кадастре два подхода к оценке объекта – базовый и коммерческий, чтобы при необходимости оперативно осуществлять переоценку месторождения.

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ИСТОРИИ СТАНОВЛЕНИЯ УЧЕНИЯ О РАЗВЕДКЕ НЕДР

Учение о поисках и разведке месторождений полезных ископаемых пришло из потребностей горного дела. Долгие годы работы по поиску и добыче руд велись на основе опыта многих поколений рудознатцев. Разработки в этой области знаний методического и организационного характера появились значительно позже. Первые труды принадлежат Г. Агриколе (1530), И. А. Шлаттеру (1760), М. В. Ломоносову (1763). Целая эпоха в развитии горного промысла и геологии связана с именем Петра I. Им был организован «Приказ рудокопных дел», реорганизованный в 1719 г. в Берг-коллегию. Коллегия взяла на себя руководство горнозаводской промышленностью Российской империи.

В XIX веке разведка месторождений не проводилась. Открытые месторождения сразу же вовлекались в разработку. Разведочные методы начинают развиваться и совершенствоваться в конце XIX века и позднее. Первыми в этом направлении были работы проф. Войслова (1899), проф. Корзухина (1908), В. С. Реутовского, Б. И. Бокия (1914).

Методологические основы разведки складывались и совершенствовались по мере расширения сырьевой базы страны, развития горнорудной промышленности. Однако в начале XX века разведочное дело ещё не имело самостоятельного развития и рассматривалось как один из разделов учения о полезных ископаемых. Первая работа по экспертизе и оценке рудных месторождений была опубликована Н. И. Трушковым в 1922 г. В 1924 г. в Петроградском горном институте К. П. Марковым прочитан курс разведочного дела. Начиная с 1927 г. этот курс читал И. С. Васильев, впервые изложивший важнейшие методические положения разведки.

Основоположником учения о поисках и разведке полезных ископаемых по праву считается В. М. Крейтер. Им были организованы кафедры поисков и разведки МПИ в Московском геологоразведочном институте и Институте цветных металлов и золота. Его фундаментальный труд «Поиски и разведка полезных ископаемых», изданный в 1940 г., несколько раз переиздавался и стал настольной книгой геологов-разведчиков нескольких поколений.

В 1922 г. кафедра поисков и разведки МПИ была организована в Уральском (Свердловском) горном институте. Её первым заведующим был назначен руководитель геологической службы Урала Б. В. Дидковский. В последующие годы кафедру возглавляли А. П. Смолин, В. П. Любимов, П. И. Кутюхин, М. Н. Альбов, И. И. Бугаев, В. Ф. Мягков, А. Г. Баранников. В 1999 г. произошло объединение ряда кафедр геологического факультета. Объединенную кафедру геологии, поисков и разведки МПИ возглавил проф. В. А. Душин.

Большой вклад в развитие теории и практики разведочного дела, опробования и подсчета запасов полезных ископаемых внесли исследования М. Н. Альбова, Н. В. Барышева, И. Д. Когана, А. П. Прокофьева, В. И. Смирнова, Е. О. Погребицкого, Г. С. Поротова и др. Научные основы геометризации недр заложены исследованиями П. К. Соболевского (1926-1932). Он рассматривал тела полезных ископаемых как совокупность

взаимно связанных геохимических полей и на этой основе сформулировал принципы геометрического моделирования.

В середине XX века во все отрасли геологии, включая вопросы оценки месторождений, проникли математические методы обработки информации. Этому способствовало появление и развитие электронно-вычислительной техники, а позднее – IT технологий. Кроме теории вероятности и математической статистики случайных величин, в теорию и практику исследований стали проникать методы многомерного статистического анализа, теории случайных функций и гармонического анализа, теории множеств, линейной алгебры, распознавания образов и других разделов математики.

При рассмотрении теоретических вопросов методики разведки месторождений и опробования акцент был сделан на изучении изменчивости свойств полезных ископаемых. А. С. Власов, Д. А. Казаковский и др. исследователи предложили использовать первые и вторые последовательные разности значений исследуемых показателей изменчивости по смежным точкам. При обобщении результатов статистической обработки данных П. Л. Каллистов (1956) обратил внимание на то, что любой статистический показатель отражает лишь средний уровень изменчивости изучаемого свойства и не учитывает влияния пространственного расположения точек наблюдений. Им было предложено учитывать случайные и закономерные изменения наблюдаемых признаков. При этом дисперсию случайных отклонений следовало определять не от генеральной средней, а с учетом рассчитанной кривой регрессии, отстраиваемой с использованием процедуры сглаживания совокупности прилегающих к конкретной точке проб. Дальнейшее развитие этот подход при изучении изменчивости свойств залежей получил в работах В. Ф. Мягкова (1984). Он предложил исследовать закономерности распределения компонентов в рудных полях с использованием *геометро-статистической модели*. При отстройке одномерных графиков изменчивости геологических параметров по разным направлениям рудных залежей с использованием интерполяционного полинома удается выявлять уровненное строение геологических полей и на этой основе решать целый ряд практических вопросов разведки: оптимальный шаг опробования; зональность строения залежей, их анизотропию и др.

Начиная с шестидесятых годов XX века, появилось много публикаций по исследованию изменчивости оруденения с использованием *методов теории случайных функций* и *гармонического анализа* (работы А. Б. Каждана, З. Д. Низгурецкого, А. М. Марголина и др.). Изменчивость изучаемых признаков рассматривается как функция расстояния между смежными пунктами наблюдений. При этом необходим учет влияния формы и размера проб, отражающих неоднородность строения недр. В это же время при изучении изменчивости и оценке запасов руд зарубежными геологами (Ж. Матерон, М. Давид, Э. Карлье, Д. Криге и др.) было предложено задействовать *геостатистические модели.* В основе данной модели лежит предположение, что получаемые результаты зависят от расположения пунктов наблюдений. При смещении начального пункта наблюдения результаты измерений меняются, и поэтому их следует рассматривать как случайные величины. Рассчитанный средний квадрат разности измеренных значений при этом зависит от расстояния между пунктами. Важной характеристикой геостатистических моделей служит вариограмма, отражающая функцию среднего квадрата разности от

расстояния между пунктами наблюдений. Для отдельных объектов установлено присутствие нескольких типов вариограмм: с регулярной пространственной переменной, с эффектом самородков, сферической и др. На отстроенных вариограммах возможно определение порогового значения, отражающего зону влияния между соседними пробами.

На современном этапе при обобщении результатов геологоразведочных работ все чаще задействуют геостатистические методы с использованием IT технологий (программы “Micromine”, “Datamine”, “Surpac” и др.).

ОСНОВЫ ЗАКОНОДАТЕЛЬСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ О НЕДРАХ

Основным законом, регламентирующим недропользование в РФ, является Федеральный закон «О недрах», принятый в 1992 г. Закон неоднократно дополнялся и редактировался, его последняя редакция принята в 2015 г. (Закон РФ «О недрах»).

Согласно тексту закона недра являются частью земной коры, расположенной ниже почвенного слоя, а при его отсутствии – ниже поверхности Земли и дна водоемов и водотоков, простирающейся до глубины, доступной для геологического изучения и освоения.

Основные положения горного права

К основным положениям Горного права относятся:

- право собственности на недра как один из элементов природной среды;
- право собственности на извлеченные из недр полезные ископаемые и используемые полезные свойства недр;
- право собственности на имущество и геологическую информацию, создаваемые в процессе пользования недрами.

Право собственности на недра в России действующими правовыми актами определяется следующим образом:

- недра находятся в государственной собственности;
- владение, пользование и распоряжение недрами в пределах государственной границы находится в совместном ведении Российской Федерации и ее субъектов (так называемое «правило двух ключей»), а за пределами границы (в морской экономической зоне и на континентальном шельфе) – в исключительном ведении Российской Федерации;
- владение, пользование и распоряжение недрами осуществляется в интересах всех народов, проживающих на соответствующей территории, и всех народов Российской Федерации.

Недра предоставляются в пользование субъектам предпринимательской деятельности для изучения, добычи полезных ископаемых, строительства подземных сооружений, организации особо охраняемых геологических объектов или сбора минералогических коллекций на определенный срок или без ограничения срока.

Участки недр с находящимися в них минеральными ресурсами не могут быть предметом купли-продажи, дарения, наследования, вклада, залога или отчуждения в иной форме. Права пользования недрами могут отчуждаться или переходить от одного лица к другому в той мере, в какой их оборот допускается федеральными законами.

Право собственности на минеральное сырье, добытое из недр, появляется в процессе добычи полезных ископаемых. Добытые из недр полезные ископаемые могут

находиться в федеральной собственности, собственности субъектов Федерации, муниципальной, частной и иных формах собственности. Вопрос о форме собственности на добытое полезное ископаемое определяется условиями лицензионного соглашения.

Право собственности на горное имущество и геологическую информацию определяется принципом: объект является собственностью того, кто оплатил его создание или приобретение. Однако, геологическая информация, являющаяся собственностью пользователя, должна представляться им по установленной форме в федеральный и территориальный фонды геологической информации (ВГФ, ТГФ). Собственник может лишь оговорить условия конфиденциальности пользования этой информацией в фондах, с учетом собственных интересов.

Система пользования недрами

Недра Российской Федерации могут быть использованы недропользователями для следующих целей.

1. Регионального геологического изучения и иных общих геологических работ без нарушения целостности недр.

2. Геологического изучения, включая поиски и оценку месторождений полезных ископаемых, а также оценки пригодности недр для строительства подземных сооружений.

3. Разведки и добычи полезных ископаемых, в том числе отходов горных предприятий.

4. Строительства и эксплуатации подземных сооружений, не связанных с добычей полезных ископаемых.

5. Образования особо охраняемых геологических объектов.

6. Сбора минералогических, палеонтологических и других геологических коллекций. Недра могут предоставляться в пользование одновременно для геологического изучения (поиски, разведка) и добычи полезных ископаемых. В этом случае добыча может производиться как в процессе изучения, так и после его завершения.

Пользование недрами в Российской Федерации, за исключением работ по региональному геологическому изучению и созданию особо охраняемых объектов, является платным.

Недра предоставляются в пользование на определенный срок или без ограничения срока.

Порядок пользования недрами включает три самостоятельных подсистемы:

- предоставление участков недр в пользование;
- пользование недрами в соответствии с установленным видом пользования;
- контроль и надзор за соблюдением установленных требований и ограничений при пользовании недрами.

Предоставление недр в пользование осуществляется на основе лицензирования. Государство, осуществляющее суверенное право на недра, определяет программу освоения недр, участки недр, которые предполагаются предоставить в пользование, и выбор конкретного недропользователя.

Государство определяет условия, на которых предполагается передача недр в пользование. Недропользователь может вести переговоры об изменении этих условий. При достижении согласования, недропользователю оформляется лицензия на право

пользования недрами. Лицензия предоставляется совместно органом исполнительной власти субъекта Российской Федерации и Федеральным органом управления фондом недр.

Работы по *региональному геологическому изучению недр*, выполняемые за счет средств госбюджета, осуществляются без оформления лицензий, но с обязательной регистрацией в территориальных геологических организациях Министерства природных ресурсов. Лицензия на *поиски и оценку* месторождений полезных ископаемых удостоверяет право проведения таких работ только на вид сырья, указанный в лицензии. Лицензия на *добычу* полезного ископаемого может выдаваться на всё месторождение или его часть. Допускается также одновременное предоставление одному пользователю нескольких лицензий на право добычи по группе близко расположенных месторождений, если экономически рентабельной является только совместная их разработка. Лицензия на *разведку* месторождения отдельно не предоставляется и право разведки предусматривается в лицензии на добычу.

Законодательством устанавливается два статуса участков недр, на которые выдается лицензия: геологический отвод и горный отвод. Статус *геологического отвода* предоставляется участкам, предоставляемым для геологического изучения недр без существенного нарушения их целостности. В пределах одного геологического отвода могут быть выданы несколько лицензий на разные виды деятельности, включая, например, поиски и оценку разных полезных ископаемых. В границах геологического отвода могут одновременно проводить работы несколько пользователей недр.

В пределах одного *горного отвода* может быть выдана только одна лицензия одному пользователю, получающему по ней исключительное право деятельности в этих пределах в соответствии с лицензией.

Предоставление недр в пользование осуществляется по результатам конкурсов или аукционов, либо в специальных случаях на основе согласованных решений федеральных органов государственной власти и органов государственной власти субъектов Федерации на бесконкурсной основе. Определение порядка проведения и условий конкурсов и аукционов по каждому объекту или группе объектов осуществляется органами, предоставляющими лицензии. Наименования объектов, выставляемых на конкурсы или аукционы, и их условия публикуются в печати.

Предприниматель, желающий принять участие в конкурсе, подает по установленной форме соответствующую заявку. После официального принятия заявки и уплаты соответствующих взносов заявитель может получить пакет геологической и технико-экономической информации по интересующему его участку недр. Проанализировав эту информацию, заявитель прежде всего решает для себя вопрос о продолжении участия в конкурсе (аукционе) и, при положительном решении, представляет приемлемый для него вариант технико-экономических показателей (ТЭП) ведения работ по намечаемому виду пользования недрами. Указанные ТЭП представляют собой комплекс материалов, обосновывающих принципиальные решения и ожидаемые технико-экономические показатели по всем вопросам. После приобретения лицензии ее владелец имеет право получения в фондах полного объема геологической информации по

предоставленному ему согласно лицензии участку недр (геологическому или горному отводу).

Условия ***пользования недрами*** определяются соглашением собственника недр (государства) в лице его уполномоченных органов и недропользователя. В практике недропользования известны три типа договорных отношений:

- недропользователь вносит плану за пользование недрами и уплачивает другие установленные налоги, но полностью распоряжается всей произведенной продукцией;
- недропользователь и собственник недр заключают соглашение о разделе производимой продукции;
- недропользователь заключает с собственником контракт на предоставление определенных услуг (субподрядные работы).

В первом случае недропользователь осуществляет все работы по реализации предоставленных лицензией прав за счет собственных средств, принимая на себя все риски. Добытая продукция полностью принадлежит ему, хотя условиями договора может определяться реализация части продукции на внутреннем рынке. Недропользователь вносит все установленные платежи, налоги, связанные с его деятельностью. Все сооружения и оборудование, используемые при работах, являются его собственностью.

Во втором случае недропользователь также несет все расходы и принимает на себя риски, связанные с ведением работ, а произведенная продукция делится между ним и собственником (государством) в виде трех частей: компенсационной продукции, предназначенной для возмещения затрат недропользователю, и двух долей прибыльной продукции, разделенных между государством и недропользователем в установленном соотношении. Реализация своих долей продукции осуществляется недропользователем и собственником самостоятельно. Сооружения и оборудование, связанные с недропользованием, переходят в собственность государства либо с момента их создания или приобретения, либо по мере амортизации. Привлекательной стороной соглашения о разделе продукции является иммунитет от новых изменений налогового законодательства, которые не должны ухудшать экономическое положение инвестора, имевшееся на момент составления соглашения.

В третьем случае, недропользователь, также неся все затраты, связанные с проведением работ, либо получает возможность их возмещения при коммерческом результате (например, открытии месторождения при поисках), либо получает заранее оговоренное вознаграждение (оплату) за произведенные работы, но не приобретает никаких прав на добытую продукцию, если таковая будет получена в течение срока действия лицензии или после его истечения.

Контроль и надзор за пользованием недрами осуществляют органы государственного геологического контроля и Федерального горного и промышленного надзора России, а также другие контрольные органы, в соответствии с компетенцией (природоохранные органы, налоговая инспекция, таможенная служба и т. д.) и органы государственной власти.

Государственный геологический контроль включает контроль за геологическим изучением недр и их рациональным использованием и охраной. Органы госконтроля

входят в структуру Министерства природных ресурсов и его территориальных подразделений.

Федеральный горный и промышленный надзор России (Госгортехнадзор) выполняет в качестве основной контрольной функции надзор за безопасным ведением работ, включая вопросы проектирования, строительства, эксплуатации и ликвидации горных предприятий.

Государственная экспертиза запасов полезных ископаемых производится для создания условий комплексного использования недр, определения платы за использование недр и уточнения границ горного отвода. Государственная экспертиза может проводиться на любой стадии геологического изучения недр, но предоставление участков недр для целей добычи разрешается только после их госэкспертизы.

Система платежей при пользовании недрами

Плата за пользование недрами включает разовые и регулярные платежи.

Минимальные (стартовые) разовые платежи за пользование недрами устанавливаются в размере не менее 10 % от величины суммы налога на добычу полезных ископаемых в расчете на среднегодовую проектную мощность добывающей организации. Размеры регулярных платежей определяются в зависимости от экономико-географических условий, размера участка недр, вида полезного ископаемого, продолжительности работ, степени геологической изученности и степени риска. Регулярный платеж взимается за площадь лицензионного участка, предоставленного недропользователю. Ставка регулярного платежа за 1 кв. км участка недр при поисковых и оценочных работах составляет от 27-90 рублей для неметаллических полезных ископаемых до 120-360 рублей для углеводородного сырья; при разведочных работах ставка меняется от 800-1650 рублей для подземных вод до 5000-20000 рублей для углеводородного сырья.

Регулярные платежи не взимаются с недропользователей, осуществляющих:

- пользование недрами для регионального геологического изучения;
- пользование недрами для образования особо охраняемых геологических объектов, имеющих научное, культурное, эстетическое, санитарно-оздоровительное и иное значение;
- пользование недрами для сбора минералогических, палеонтологических и других геологических коллекционных материалов;
- разведку полезных ископаемых на месторождениях, введенных в промышленную эксплуатацию, в границах горного отвода, предоставленного пользователю недр для добычи этих полезных ископаемых.

Кроме разовых и регулярных платежей, законодательством предусмотрены две группы налогов и отчислений. Первая группа учитывается в себестоимости товарной продукции, вторая относится на финансовый результат.

В себестоимость включается налог на добычу полезных ископаемых, дорожный налог, плата за воду, землю, загрязнение окружающей среды и др. Налог на добычу составляет основную часть налоговой суммы первой группы. Ставка налога меняется от 3,8 % для калийных солей до 16,5 % для углеводородного сырья. Налогоплательщики, осуществившие за счет собственных средств поиски и разведку разрабатываемых месторождений или полностью возместившие все расходы на поиски и разведку,

уплачивают налог на добычу с коэффициентом 0,7. При выполнении соглашений о разделе продукции налоговые ставки на добычу применяются с коэффициентом 0,5. Не облагаются налогом полезные ископаемые, остающиеся во вскрышных, вмещающих (разубоживающих) породах, в отвалах или отходах перерабатывающих производств. Дорожный налог взимается в размере 2,5 % от годовой стоимости товарной продукции.

На финансовый результат горного предприятия относят налог на прибыль, налог на имущество, целевые сборы на содержание милиции и благоустройство территории. Налог на прибыль составляет 24 % от годовой прибыли предприятия, налог на имущество – 2 % от его среднегодовой стоимости. Остальные платежи определяются прямыми расчетами.

Горные предприятия также облагаются косвенными налогами, вычисляемыми сверх цены предприятия – налогом на добавленную стоимость (НДС), создаваемую в процессе производства товарной продукции, и таможенными пошлинами, взимаемыми с товарной продукции, вывозимой за пределы Российской Федерации.

Контрольные вопросы к теме 1

1. Что является целью разведки? Какие задачи решает разведка?
2. С какими областями знаний и смежных дисциплин разведка связана?
3. С какими именами известных и выдающихся российских ученых следует связывать становление учения о разведке месторождений?
4. Кто из российских и зарубежных ученых внес значимый вклад в разработку проблем количественной обработки геологической информации (геолого-математического моделирования)?
5. В чем заключаются основные положения законодатедьства РФ о недрах?
6. В каких целях могут быть использованы недра в РФ?
7. Как осуществляется предоставление недр в пользование?
8. Что такое горный и геологический отводы? Чем они различаются?
9. Какие типы договорных отношений установлены между государством и недропользователем?
10. Как осуществляется контроль за пользованием недрами?
11. Какая система платежей установлена за недропользование?

Тема 2
Геологические основы разведки

ФАКТОРЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОМЫШЛЕННУЮ ЗНАЧИМОСТЬ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

Минеральные скопления в земной коре приобретают статус месторождения по результатам их разведки и при условии обоснования экономической целесообразности промышленного освоения. Основным критерием для промышленного освоения месторождения является размер прибыли, которую предприниматель собирается получить за весь период его эксплуатации.

На экономику промышленного освоения месторождения оказывает влияние совокупность факторов: количество запасов в месторождении (их масштаб), качество минерального сырья, технологические свойства, горно-геологические условия эксплуатации, географо-экономические условия района нахождения месторождения, экологические условия эксплуатации и др. (Каждан, 1977, 1984; Ясковский, 2001, 2010; Шевелев, 2004; Поротов,2004).

Количество запасов в месторождении определяется величиной запасов, оцененных по результатам геологоразведочных работ. Достоверность подсчитанных запасов зависит от степени их изученности (разведанности).

Запасы твердых полезных ископаемых подсчитываются в единицах массы (тонн); сыпучих полезных ископаемых (песков, гравия), строительного и облицовочного камня – в единицах объема (кубические метры). Запасы золота измеряются в килограммах, тоннах, а в некоторых зарубежных странах используют тройную унцию (31,103 грамма). Запасы алмазов и драгоценных камней измеряют в каратах (0,200 грамма).

Запасы полезного ископаемого, ценность которого определяется содержанием химического элемента (оксида) или минерала (алмаз, слюда, асбест и др.), оцениваются с определением количества руды и количества металла (минерала). В России запасы твердых полезных ископаемых подсчитываются в недрах, а запасы нефти и газа оцениваются как извлекаемые, так и в недрах.

По величине запасов различают месторождения *уникальные* (их в мире единицы), *крупные* (их десятки), *средние* (их сотни) и *мелкие* (их тысячи). На базе уникальных месторождений создаются ведущие горнодобывающие предприятия. Они во многом определяют состояние минерально-сырьевой базы и сырьевого рынка страны, мира. Крупные месторождения определяют экономику отрасли или крупного региона страны. Средние месторождения имеют значение в пределах отдельных экономических районов, а мелкие – в отдельных случаях. Для каждого вида полезного ископаемого наблюдаются значительные (в десятки раз) изменения запасов при переходе от мелких месторождений к крупным и очень крупным, что обусловлено разнообразием геологических условий образования руд (табл….).

Следует отметить, что отраженные в таблице размеры запасов не являются общепризнанными. В литературных источниках приведены и другие цифры градации запасов, определяющие масштаб оцениваемых объектов. В. И. Краснико (1965) подметил закономерность, получившую в литературе название «декадной». В 7 % месторождений

сосредоточено ~ 65 % запасов, а запасы мелких, средних, крупных и уникальных месторождений отличаются друг от друга примерно на порядок. Мелкие месторождения встречаются часто, а очень крупные редко. Основные запасы сосредоточены в крупных и очень крупных месторождениях. Обобщение данных по России за 1994-1997 гг. свидетельствует, что среди девятнадцати видов полезных ископаемых общее количество мелких объектов составило 723, средних – 184, крупных – 107, очень крупных – 30 (Ясковский, 2001). Распределение суммарных запасов для коренных месторождений страны: на долю мелких объектов приходится 14 %, средних – 30 % и крупных 56 %.

От масштаба месторождений зависят ожидаемые показатели экономической эффективности вовлекаемых в эксплуатацию объектов. С учетом величины запасов можно определить ценность месторождения (потенциальную в недрах или товарную на сырьевом рынке). Полученные значения следует учитывать при определении инвестиционной привлекательности объектов. Другой расчетный экономический показатель – необходимый объем капитальных вложений. Чем больше запасы, тем больше затраты на строительство горнодобывающего предприятия. При этом появляется возможность определить производительность будущего рудника, срок его существования и ориентировочно подсчитать приведенные затраты на освоение месторождения.

Качество минерального сырья – это совокупность природных свойств, определяемых минеральным и химическим составом, структурными и текстурными особенностями сырья, технологическими и физическими свойствами. Высокое качество полезного ископаемого влияет на эффективность переработки руд, способствует улучшению готовой продукции. В геологоразведке и горной промышленности давно используются понятия – «богатые», «бедные», и «убогие» руды. С позиций оценки качества все твердые полезные ископаемые могут быть разделены на *три группы*. Ценность в них может представлять: химический элемент (или химическое соединение, чаще оксид); минерал, обладающий особыми свойствами; вся добываемая горная масса (Шевелев, 2004).

К *первой группе* относятся все руды металлов и горно-химическое сырье (фосфориты, бор, сера). Основным показателем качества сырья является содержание ценного компонента. Содержание оценивается в массовых процентах элемента (Fe, Mn, Pb, Zn, Cu, Ni, Co, S, V, As) или оксидов (Cr_2O_3, TiO_2, WO_3, Nb_2O_3, BeO, Be_2O_3, P_2O_5).

В месторождениях комплексных руд (свинцово-цинковых, медно-молибденовых, медно-никелевых и др.) качество определяется с помощью условного содержания главного компонента. В расчетных формулах учитывается: содержание главного компонента, формирующего основную ценность руд; содержание второстепенных компонентов; переводные коэффициенты для перерасчета содержаний второстепенных компонентов в главный компонент.

Содержание в рудах благородных металлов (золота, серебра, платиноидов) из-за низких их концентраций выражается в граммах на тонну руды; в россыпных месторождениях – в г (мг) /$м^3$. Чем большее значение элемента в рудах, тем выше качество полезного ископаемого.

В зависимости от содержания основного ценного компонента руды подразделяются на богатые, рядовые и бедные. Для разных полезных ископаемых конкретные сорта руд отличаются друг от друга (табл.).

При исследовании уровня концентраций полезных компонентов в объеме рудных тел может быть задействован *коэффициент богатства* – отношение среднего содержания к минимально промышленному (Бирюков, Денисов, 1978). Богатыми считаются руды, в которых содержание полезного компонента в 1,5-3,5 раза выше, чем минимальное промышленное; к бедным – менее 1,1-1,2. Какое значение при разведке имеет оконтуривание богатых руд? Во-первых, богатые и очень богатые руды используются при получении концентратов или в металлургии без предварительного обогащения. Во-вторых, высокое качество руд нередко отмечается в локальных участках месторождения. Эти участки называют рудными столбами, кустами, гнездами, карманами, бонанцами (для месторождений золота и серебра). На стадии разведки локальные участки должны быть оконтурены, а подсчет запасов выполнен без ограничения выявленных «ураганных проб».

Ко *второй группе* относятся алмазы, пьезооптическое сырье, слюда, тальк, асбест и др. Качество сырья регламентируется уровнем содержания ценного минерала, размерностью и особенностями кристаллосырья: для асбеста – прочность, гибкость, длина волокна, кислоторастворимость; для слюд – размер пластинок, их ровность, термостойкость; для пьезооптического сырья – масса кристалла, размер бездефектной области моноблока, выход моноблока, степень проявленности дефектов (газово-жидкие включения, трещины, двойники и др.); для алмаза – масса, форма, характер поверхности, цвет, дефектность, наличие сростков (Ясковский, 2001).

К *третьей группе* относятся стройматериалы, твердое топливо, керамическое сырье, огнеупоры, тальк, пирофиллит, минеральные пигменты, цеолиты, бокситы и хромиты. Качество сырья оценивается соответствием его определенных свойств требованиям технических условий (ТУ), отраслевых стандартов (ОСТ), государственных стандартов (ГОСТ) и соглашений с потребителями (Шевелев, 2004). Иногда требуется подразделение сырья на ряд сортов и марок. С учетом целевого использования оцениваемое полезное ископаемое должно удовлетворять конкретным сортовым требованиям.

Итак, количество и качество минерального сырья являются важнейшими факторами оценки разведуемых объектов. Они являются определяющими показателями при геолого-экономической оценке месторождений.

Технологические свойства сырья определяют возможность и экономическую целесообразность переработки минерального сырья с целью получения товарного продукта. Основными показателями, определяющими технологические свойства руд, являются: величина извлечения полезного компонента, содержание полезного компонента в концентрате, выход концентрата.

Технологические свойства минерального сырья зависят от совокупности качественных показателей, из которых кроме содержания полезных ископаемых и вредных примесей первостепенное значение имеют (Каждан, 1977; Шевелев, 2004):

- минеральный состав полезного ископаемого и разубоживающей руды горной массы; распределение полезных компонентов и вредных примесей по отдельным минералам;

- форма и размеры полезных минералов, характер их срастаний, текстуры и структуры минеральных агрегатов;
- физические свойства минерального сырья и слагающих его полезных минералов, их твердость, хрупкость, удельная плотность;
- химический и минеральный состав вмещающих пород и жильной массы.

Технологические исследования, проводимые в процессе разведки, должны установить возможность извлечения ценных компонентов из руд и обеспечить выбор схемы передела руд, которая может быть использована в промышленных условиях с приемлемыми технико-экономическими показателями. Наличие в сырье попутных компонентов повышает экономическую значимость сырья. Однако ценность попутного компонента всегда следует соотносить с дополнительными расходами на его выделение и учитывать возможность реализации дополнительной продукции.

Рассмотрим примеры, раскрывающие технологические свойства руд и их влияние на переработку минерального сырья (Ясковский, 2001).

Минеральный состав руд определяется присутствием полезных и породообразующих минералов, их количественными соотношениями, формами нахождения, характером парагенетических ассоциаций. Проблемы возникают, когда для выделения основных минералов приходится использовать разные обогатительные процессы. Например: для руд олова основными минералами являются касситерит, станнин, варламовит, гидростаннаты. Эффективно по гравитационной схеме обогащаются касситеритовые руды (плотность 7,0 г/см^3). Другие типы руд с минералами олова (плотность 3,8-4,7 г/см^3) относятся к группе труднообогатимых. Они требуют кроме гравитационного обогащения и других методов: флотации, магнитного и электрического обогащения, пирометаллургии.

Минеральный состав оказывает большое влияние на эффективность флотационного процесса. Хорошо обогащаются сульфиды Pb, Zn, Cu, Mo и плохо – их окисленные формы. Для молибденовых руд основным гипогенным минералом является молибденит – MoS_2, обладающий природными гидрофобными свойствами; но окисленные руды, представленные повеллитом – $CaMoO_4$, ферримолибдитом – $Fe_2O_3 \cdot 3MoO_3 \cdot 8H_2O$ и др., обогащаются с трудом. При этом получаются концентраты невысокого качества из-за легкой шламуемости гипергенных молибденовых минералов в процессе измельчения руды, близости флотационных свойств молибденовых и породообразующих минералов.

Химический состав руд определяется наличием полезных, вредных, петрогенных элементов (оксидов), их содержанием и соотношением, присутствием особенно химически активных форм. Для ряда месторождений схемы и показатели обогащения определяются содержанием элементов и их соотношением. Например, при переработке бокситовых руд для получения глинозема важнейшим является гидрохимический метод Байера. Его использование эффективно для высококачественных руд с кремниевым модулем $M_{si} = Al_2O_3 / SiO_2$ более 5-7. При низком значении M_{si} (высоком содержании SiO_2) руды перерабатываются по более дорогостоящей технологии методом спекания.

При добыче урана методом подземного выщелачивания используют в качестве растворителя кислоты (H_2SO_4). Чем больше карбонатность среды, тем значительней расход кислоты, сильнее проявляется явление кальматации, тем меньше извлечение урана

в продуктивные растворы. Поэтому при существенной карбонатности пород (более 2,0-2,5 % CO_2) извлечение урана с помощью кислоты неэффективно. Нужно переходить на другие схемы.

При характеристике технологических свойств минерального сырья необходим учет *текстурных особенностей руд*. Эти особенности обусловлены размером, формой и характером срастаний минеральных агрегатов. По признаку влияния текстур на процессы переработки минерального сырья их можно подразделить на благоприятные и неблагоприятные. *Благоприятные текстуры* характеризуются крупными размерами скоплений, однородным строением, простыми границами между агрегатами. Для таких руд наиболее эффективны процессы рудоподготовки. Обогащение не вызывает больших затруднений и позволяет получать высококачественные концентраты. *Неблагоприятные для обогащения текстуры* имеют небольшие размеры минеральных скоплений, неоднородное строение агрегатов, сложные и постепенно изменяющиеся границы между ними. Подобные руды требуют сложных, многостадийных процессов рудоподготовки и обогащения.

При изучении технологических свойств полезного ископаемого возможно выделение природных и технологических типов руд. В результате специальных исследований анализируется пространственное распределение этих типов, их геометризация в рамках *геолого-технологического картирования.*

Горно-геологические условия эксплуатации определяют возможность и экономическую целесообразность отработки месторождения с учетом современного состояния горной техники. Каждый выбранный способ разработки месторождения предъявляет свои требования к условиям залегания полезного ископаемого, крепости и устойчивости пород и руд, гидрогеологическим и инженерно-геологическим условиям месторождения.

Среди *способов разработки* месторождений выделяют геотехнологии (Ясковский, 2001): физико-техническая открытая, физико-техническая подземная, физико-химическая скважинная, комбинированная. В процессе эксплуатационных работ из-за неоднородности горно-геологической среды (извилистость границ рудного поля, прерывистости внутреннего строения, изменчивости свойств вмещающих пород) возникают эффекты разубоживания и потерь.

Разубоживание связано с примешиванием пустых пород к извлекаемой рудной массе. В результате засорения среднее содержание в добываемой рудной массе становится ниже, чем содержание в балансовых запасах. Отмеченный процесс характеризуется коэффициентом разубоживания: $Р = (С_н-С_д) / С_н \cdot 100$ %, где $С_н$ – содержание полезного компонента в балансовых рудах, $С_д$ – содержание в добытой рудной массе.

Потери возникают в процессе разработки месторождения потому, что извлечь полезное ископаемое удается не полностью. Часть запасов остается за контуром отработки. Величина потерь оценивается коэффициентом разубоживания: $П = (З_т-З_д) / 100$ %, где $З_т$ – запасы теряемые, $З_д$ – запасы добытые.

Каждый способ разработки имеет достоинства и недостатки. По данным П. П. Ясковского к ним относятся:

- открытая геотехнология – высокая производительность, но небольшие глубины отработки и существенный экономический ущерб;
- подземная геотехнология – отработка на больших глубинах, но значительные потери полезного ископаемого в недрах и тяжелые условия труда;
- скважинная геотехнология – возможность извлечения полезных компонентов в сложных горно-геологических условиях, но необходимы особые предпосылки для создания подвижных флюидов.

Достоинства и недостатки разных способов разработки тесно связаны с определенными горнотехническими условиями. К ним относятся:

а) *Глубина залегания* – один из важнейших горнотехнических показателей, определяющих способ добычи.

При малой глубине залегания применяется открытый способ добычи. Он позволяет развить большую производительность, обеспечить высокую эффективность, низкую себестоимость и более безопасные условия ведения горных работ. Экономическая эффективность добычи определяется коэффициентом вскрыши – отношением объемов (или масс) вскрыши и полезного ископаемого. Предельный коэффициент вскрыши и, соответственно, предельная глубина открытой разработки находится технико-экономическими расчетами. Максимально допустимый коэффициент вскрыши зависит от ценности полезного ископаемого и ориентировочно составляет: для строительных материалов 3 $м^3/м^3$, для углей 6 $м^3/м^3$, для черных металлов 10 $м^3/м^3$, для цветных металлов до 40 $м^3/м^3$. Глубина карьеров открытой добычи не превышает 500 м, но есть проекты глубиной до 700-800 м.

При глубоком залегании полезного ископаемого применяется подземный (шахтный) способ добычи. Он менее производительный и более дорогой по сравнению с открытым способом. Глубина работ колеблется от десятков метров до первых километров. К глубоким относятся шахты, отрабатывающие рудные тела на отметках от 600 (700) до 1000 (1200) м, к весьма глубоким – с глубиной от 1000 (1200) до 2500 м. С глубины 2500 м начинаются сверхглубокие шахты. Они достигнуты при эксплуатации золоторудных месторождений: Морроу-Велью (Бразилия, более 2500 м), Колар (Индия, более 3300 м), Витватерсранд (ЮАР, около 4000 м).

При проходке подземных горных выработок с глубиной увеличивается горное давление (в среднем 2,5 МПа на 100 м) и температура (в среднем 3 ^{0}С на 100 м). При подземной геотехнологии горное давление может проявляться в виде сдвижения, пучения. стреляния пород вплоть до горных ударов. С целью предотвращения горных ударов применяются специальные технологии выемки массива горных пород.

Условия залегания во многом определяют систему разработки месторождений (в первую очередь, подземной). По значению угла падения различают залегания горизонтальные и весьма пологие (0-5^0), пологие (5-25^0), наклонные (25-45^0), весьма крутые (60-90^0). Имеет значение и выдержанность угла падения в пределах блоков добычи руды. Если угол падения устойчивый, то независимо от его значения (0-90^0) залежь считается выдержанной.

Высокая степень тектонической нарушенности усложняет ведение горных работ. Наибольшие неприятности доставляют малоамплитудные разрывные нарушения, которые

не удается надежно выявлять в процессе разведки. Они приводят к повышению потерь и разубоживания руды при добыче, служат причиной неустойчивости и обрушения кровли, прорывов воды и т. д.

Более надежно при разведке выявляются крупные разрывные нарушения с амплитудой в десятки-сотни метров. Они служат естественными границами шахтных полей, участков, блоков добычи.

Мощность залежей является параметром, определяющим технологию добычи. В горном деле выделяются пять классов залежей: 1) тонкие 1,0-1,5 м; 2) средние от 1,0-1,5 до 3-4 м; 3) мощные от 3-4 до 8-10 м; 4) весьма мощные 10-50 м; 5) сверхмощные более 50 м. При изменении класса мощности возможно изменение системы разработки. Поэтому при разведке необходимо выделение геологически однородных блоков (ГОБов), которые заслуживают применения единой технологии добычи. ГОБы при этом приобретают статус технологически однородных блоков (ТОБов).

Кондиционным требованием, предъявляемым к залежам полезных ископаемых, является минимальная промышленная мощность. Она представляет собой минимальную мощность тела полезного ископаемого, при которой его разработка экономически выгодна. Выше этого значения мощность считается рабочей (или кондиционной), ниже – нерабочей (некондиционной). Так как мощность залежей меняется в пространстве, то внутри них могут появляться некондиционные участки или блоки, создавая прерывистость оруденения.

Инженерно-геологические и гидрогеологические условия играют существенную роль при проектировании и ведении горных работ (Поротов, 2004).

Физические свойства (скальные или слабосвязанные грунты), трещиноватость, расслоенность, наличие зон дробления, проявленная анизотропия свойств определяют устойчивость горных пород и руд при добыче сырья, а также размеры эксплуатационных блоков, значение углов откоса бортов карьера и т. д.

Обводненность месторождения определяется насыщенностью горных пород и руд подземными водами и зависит от совокупности факторов. К гидрогеологическим факторам относятся: количество водоносных горизонтов, условия их питания, фильтрационные свойства пород, оценка возможного водопритока в эксплуатационные выработки, состав и агрессивность подземных вод.

Инженерно-геологические факторы включают: проницаемость, набухаемость, размокаемость, коэффициент размягчения и др.

На месторождениях, где развиты карстовые процессы, существенную роль играют глубина и интенсивность развития карста. Выявляются зоны обводнения и поглощения воды, рассматривается возможность обрушения горных пород в зоны карста.

По результатам выполненных исследований должен быть сделан прогноз *экологических последствий* ведения горных работ, решен вопрос о необходимости и объеме природоохранных мероприятий.

Необходимо учитывать, что при ведении горных работ значительную площадь занимают отвалы или отходы горного предприятия. При необходимости следует предусматривать комплекс работ по укреплению отвалов, их рекультивации, очистке рудничных вод от вредных примесей и создании водохранилищ для их накопления.

Должны быть оценены последствия осушения окружающей территории вследствие понижения уровня подземных вод.

ФОРМЫ РУДНЫХ ТЕЛ

Форма рудных тел является одним из ведущих факторов, определяющих методику проектируемых разведочных работ.

По своей сути, форма рудных тел определяется соотношением трех параметров: длины по простиранию, длины по падению и мощности.

Обозначим длину по простиранию Дпр, длину по падению Дпад, мощность М. Тогда формы рудных тел при всем своем многообразии могут быть сведены к трем основным группам (рис. 6).

1. *Изометричные*, Дпр ≈ Дпад ≈ М. В эту группу относятся штоки и гнезда.

Штоки – рудные тела средних и мелких размеров, по форме близкие к цилиндру: изометричные или эллипсовидные в плане и столбообразные в разрезе.

Гнезда – небольшие изометричные тела, характерные для камнесамоцветного сырья, редких и благородных металлов.

2. *Плоские*, Дпр ≈ Дпад >> М. К плоским, или плитообразным телам относятся, в первую очередь, пласты и жилы.

Пласты – это согласные плитообразные тела. Залегают согласно, то есть параллельно вмещающим породам. Пласт соответствует осадочному слою. Выделяются также *пластообразные залежи,* которые отличаются от пластов меньшими размерами, а также меньшей выдержанностью.

Жилы – секущие плитообразные тела. Их границы пересекают контакты вмещающих пород. Жилы, как и магматические дайки, –тела выполнения трещин. Жилы могут быть простыми, а также сложными, ветвящимися и т. п.

3. *Линейные*, Дпр >> Дпад ≈ М или Дпад >> Дпр ≈ М. Эта группа объединяет рудные тела, вытянутые в одном направлении. Если преобладающим размером является длина по простиранию, образуются *рудные ленты*, типичные для речных (аллювиальных) россыпей. Если наибольший размер отвечает длине по падению, то рудные тела имеют столбообразную или трубообразную форму. *Рудные столбы и трубы* приурочены обычно к пересечениям разломов или к вулканическим жерлам.

Широким распространением для обозначения формы рудных тел пользуются в геологии термины «штокверк» и «линза».

Штокверк представляет собой минерализованный объем горных пород. Обычно это массивы магматических пород или их части, насыщенные многочисленными разноориентированными прожилками и вкрапленностью рудных минералов. Такие рудные тела не имеют естественных природных границ и оконтуриваются по данным опробования. Обычно штокверки имеют форму, близкую к изометричной. Однако нередко минерализованные зоны штокверкового типа, приуроченные к разрывным нарушениям (*линейный штокверк*; тогда их форма будет плоской или линейной.

Термин «*линза*» также не имеет однозначного морфологического содержания. Короткую и толстую линзу можно отождествить с гнездом. Плоские линзы соответствуют плоским рудным телам: согласным, если линза расположена параллельно контактам

вмещающих пород, и секущим, если линза залегает косо. Наконец, линзы могут вытягиваться в одном направлении, образуя линейные рудные тела.

Кроме того, нередко встречаются рудные тела сложной, или комбинированной формы. Обычно они представляют собой сочетания или комбинации тел, принадлежащих к разным группам. Наиболее распространены крестообразные, грибообразные, седловидные и пр.

ГРУППИРОВКА МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПО СЛОЖНОСТИ ГЕОЛОГИЧЕСКОГО СТРОЕНИЯ ДЛЯ ЦЕЛЕЙ РАЗВЕДКИ

Установление принадлежности изучаемого месторождения к конкретному промышленному типу способствует выбору системы его разведки. Уже на стадии оценочных работ эта задача должна решаться. В то же время месторождения одного и того же промышленного типа нередко характеризуются разными размерами, формой рудных тел, разной сложностью внутреннего строения (минеральным составом, текстурно-структурными особенностями, типами и сортами руд, содержанием полезных и вредных компонентов). Для обоснования системы разведки, технических средств и методических приемов большое значение приобретает *группировка месторождений* по сложности геологического строения для целей разведки, учитывающая накопленный опыт их разведки и разработки (Комплексная …, 1990).

Впервые на необходимость группировки месторождений полезных ископаемых по сложности строения в зависимости от вычисленных значений коэффициентов вариации мощности и содержания полезных компонентов указано в работах В. М. Крейтера, Д. А. Зенкова, Н. В. Барышева, В. И. Красникова и др. В обобщенном виде группировка была предложена В. М. Крейтером в 1940 г. Все месторождения, исходя из учета формы и размеров рудных тел, разделены на пять групп (Крейтер, 1961): 1) пластовые и пластообразные тела, занимающие стратиграфический горизонт (или к нему приуроченные), и россыпи; 2) очень крупные залежи, неправильные тела и минерализованные массивы штокверкового и гнездового распределения, залегающие в разных крепких породах; 3) жило- и линзообразные тела в разных породах; 4) трубчатые и ветвящиеся залежи небольшого масштаба; 5) мелкие гнезда, штокверки, линзы, карманы и трубки в разных породах.

Разработанные В. М. Крейтером принципы группировки месторождений по факторам, определяющим методику их разведки, были положены в основу большинства последующих группировок и учитывались во всех поколениях инструкций ГКЗ СССР по применению классификации запасов. Они нашли отражение и в последнем опубликованном варианте группировок месторождений различных полезных ископаемых для целей разведки (Методические рекомендации…, 2007).

Многими авторами отмечалось, что принятые группировки базируются на качественных признаках, исходя из опыта разведки и разработки объектов. Например, геологическое строение простое, сложное, очень сложное; распределение полезных компонентов равномерное, неравномерное, крайне неравномерное. Поэтому установление группы сложности месторождения, основанное только на качественных критериях, во многих случаях оказывается спорным.

Группировку месторождений (или отдельных тел) полезных ископаемых по сложности геологического строения, основывающуюся на исследовании изменчивости их основных свойств, предложили В. И. Бирюков и М. Н. Денисов (1985). При этом рекомендуется использовать количественные показатели (табл.). Подобный подход отражен в последних вариантах группировки месторождений, предлагаемых ГКЗ в подготовленных Методических рекомендациях (2007). Так, при группировке месторождений железных руд рекомендуется использовать количественные характеристики основных свойств оруденения (табл.). Однако следует отметить, что значения таблиц характеризуют наибольшую степень разведанности месторождения или их частей перед началом эксплуатации. С уменьшением детальности изучения числовые значения признаков могут изменяться: q уменьшается с уменьшением числа наблюдений на прерывистых объектах; K_ρ и V меняются непредсказуемо: то в сторону увеличения, то в сторону уменьшения. В этом проявляется слабость классификационных числовых признаков. Совершенствование подобных группировок должно основываться на учете особенностей отдельных видов минерального сырья; внедрении геофизических методов исследований, учитывающих контрастность физических свойств рудных тел и вмещающих пород (Шевелев, 2004). Помимо этого, разрабатываемые группировки месторождений должны способствовать рациональному проведению всего геологоразведочного процесса – от проектирования работ до их завершения. Первый тип группировок – морфологический, его следует использовать при проектировании и производстве ранних стадий разведочного процесса. Второй тип, содержащийся в Методических рекомендациях ГКЗ, позволяет относить объект к определенной группе и определять необходимое соотношение разных категорий подсчитываемых запасов с учетом критерия предпринимательского риска.

На практике используется группировка месторождений по сложности геологического строения, предусмотренная Классификацией запасов…(2007). Согласно этому документу необходимая и достаточная степень разведанности запасов твердых полезных ископаемых определяется в зависимости от сложности геологического строения месторождений. По данному признаку месторождения подразделяются на следующие группы.

1-я группа. Месторождения (участки недр) простого геологического строения с крупными и весьма крупными, реже средними по размерам телами полезных ископаемых с ненарушенным или слабо нарушенным залеганием. Характеризуются устойчивой мощностью и внутренним строением, выдержанным качеством полезного ископаемого, равномерным распределением основных ценных компонентов. В процессе разведки возможно выделение запасов категорий A, B, C_1 и C_2. Примеры месторождений: Джезказганское и Коунрадское меднорудные; Талнахское медно-никелевое; Никопольское и Чиатурское марганцевых руд; Лисаковское и Аятское железорудные и др.

2-я группа. Месторождения (участки недр) сложного геологического строения с крупными и средними по размерам телами с нарушенным залеганием, неустойчивыми мощностью и внутренним строением, либо невыдержанным качеством полезного ископаемого и неравномерным распределением основных ценных компонентов. Ко 2-ой группе также относятся месторождения углей, ископаемых солей и других полезных

ископаемых простого геологического строения, но со сложными горно-геологическими условиями разработки. В процессе разведки возможно выделение запасов категорий *B*, C_1 и C_2. Примеры месторождений: Гайское, Сибайское, Учалинское меднорудные; Кальинское и Черемуховское бокситов; Гусевогорское и Качканарское титано-магнетитовых руд и др.

3-я группа. Месторождения (участки недр) очень сложного строения со средними и мелкими по размерам телами полезного ископаемого с интенсивно нарушенным залеганием, изменчивыми мощностью и внутренним строением, невыдержанным качеством и неравномерным распределением основных ценных компонентов. Запасы разведуются по категориям C_1 и C_2. Примеры месторождений: Красногвардейское, Октябрьское, Тарньерское медных руд; Мугайское, Аятское бокситов; Садовское, Рубцовское свинцово-цинковых руд; Удерейское сурьмяное; большинство золоторудных месторождений.

4-я группа. Месторождения (участки недр) с мелкими, средними по размерам телами с чрезвычайно нарушенным залеганием и резкой изменчивостью мощности и внутреннего строения, крайне неравномерным качеством полезного ископаемого, прерывистым гнездовым распределением основных ценных компонентов. Запасы разведуются преимущественно по категории C_2. Примеры: месторождения пьезооптического кварца, оптического кальцита; камнесамоцветного сырья; Ховуаксинское кобальтовое; Актайское ртутное; Шахтаминское молибденовых руд, Чорух-Дайронское вольфрамовых руд и др.

Согласно утвержденной Классификации (2007) регламентированное соотношение запасов разных категорий на разведанных месторождениях полезных ископаемых в настоящее время не требуется: это соотношение определяет владелец лицензий самостоятельно с учетом планируемого предпринимательского риска.

По степени изученности месторождения подразделяются на разведанные и оцененные.

К разведанным относятся месторождения (участки недр), запасы которых, качество, технологические свойства, гидрогеологические и горнотехнические условия разработки изучены по скважинам и горным выработкам с полнотой, достаточной для технико-экономического обоснования их вовлечения в промышленное освоение в установленном порядке. Разведанные месторождения по степени изученности должны удовлетворять следующим требованиям:

- обеспечивается возможность квалификации запасов по категориям, соответствующим группе сложности геологического строения месторождения;
- вещественный состав и технологические свойства промышленных типов и сортов полезного ископаемого изучены с детальностью, достаточной для проектирования рациональной технологии их переработки с комплексным извлечением полезных компонентов (имеющих промышленное значение) и определения направления использования отходов производства или оптимального варианта их складирования или захоронения;
- запасы других совместно залегающих полезных ископаемых (породы вскрыши, подземные воды, отнесенные на основании кондиций к балансовым), изучены и оценены в

степени, достаточной для определения их количества и возможных направлений использования;
- гидрогеологические и инженерно-геологические, горно-геологические и другие природные условия изучены с детальностью, обеспечивающей получение исходных данных, необходимых для составления проекта разработки месторождения с учетом требований природоохранного законодательства и безопасности горных работ;
- достоверность данных о геологическом строении, условиях залегания и морфологии тел полезного ископаемого, качестве и количестве запасов подтверждены на представительных для месторождения участках детализации;
- подсчетные параметры кондиций установлены на основании ТЭР, позволяющих определить масштаб и промышленную значимость месторождения с необходимой степенью достоверности;
- рассмотрено возможное влияние разработки месторождения на окружающую среду; даны рекомендации по снижению прогнозируемого уровня отрицательных экологических последствий.

К оцененным относятся месторождения, запасы которых, их качество, технологические свойства, гидрогеологические и горнотехнические условия разработки изучены в степени, позволяющей обосновать целесообразность дальнейшей разведки и разработки. По степени изученности они должны удовлетворять следующим требованиям:
- обеспечивается возможность квалификации всех или большей части запасов по категории C_2;
- вещественный состав и технологические свойства полезного ископаемого оценены с полнотой, необходимой для выбора принципиальной технологической схемы переработки, обеспечивающей рациональное и комплексное использование полезного ископаемого;
- гидрогеологические, инженерно-геологические и другие природные условия изучены с полнотой, позволяющей предварительно охарактеризовать их основные показатели;
- достоверность данных о геологическом строении, условиях залегания и морфологии тел полезного ископаемого подтверждена на участках детализации; подсчетные параметры кондиций установлены на основании укрупненных ТЭР или приняты по аналогии с месторождениями, находящимися в сходных горно-геологических условиях;
- оценено возможное влияние отработки месторождения на окружающую среду.

НЕОДНОРОДНОСТЬ МИНЕРАЛИЗОВАННЫХ НЕДР, ИЗМЕНЧИВОСТЬ СВОЙСТВ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ И СПОСОБЫ ЕЁ ИЗУЧЕНИЯ

Исследование неоднородности скоплений полезных ископаемых

При изучении минерализованных участков недр как объектов разведки используется *концепция относительной элементарности.* В соответствие с этой концепцией объект исследования рассматривается в качестве сложной системы, состоящей из множества условно неделимых элементов и объединенных между собой совокупностью условно неделимых связей (Каждан, 1979). Выяснение взаимосвязи и

пространственных взаимоотношений элементов неоднородности системы обеспечивает понимание ее структуры.

В изучаемой системе каждый элемент представляет условно неделимую структурную единицу. Однако абсолютно неделимых структурных элементов в действительности нет. Концепция относительной элементарности приводит к представлению о строении материального мира, в том числе, геологических объектов, как об иерархии структурных уровней материи с наличием множества дискретных, условно неделимых структурных единиц в пределах каждого из них.

При детализации наблюдений выявляется неоднородность ранее выделенных условно неделимых структурных элементов и появляется возможность расчленения их на более мелкие единицы. Они характеризуют неоднородность изучаемого объекта уже на более детальном структурном уровне.

При решении геологоразведочных проблем задача сводится к изучению неоднородности природных скоплений полезных ископаемых, их структуры и анизотропии строения как основы для выяснения *изменчивости важнейших свойств полезного ископаемого в недрах*. Познание изменчивости геологических, технологических и горнотехнических свойств определяет обоснование методики разведочных работ, влияет на их последовательность, геолого-экономическую оценку месторождений, эффективность технологии разработки и переработки минерального сырья.

А. Б. Каждан (1974) предлагает при изучении рудоносных территорий выделять шесть последовательных структурных уровней строения минерализованных недр:
- минерализованной зоны (толщи);
- тела полезного ископаемого;
- морфологически обособленного участка тела полезного ископаемого;
- локального обособления участка тела полезного ископаемого (рудного гнезда);
- минерального агрегата;
- минерального зерна или кристалла полезного минерала.

На рис. 7 показана модель одного из флюоритовых месторождений, где отражены разные природно-структурные уровни проявленной минерализации (Каждан, 1977).

Позднее при рассмотрении вопроса о *системном подходе к изучению недр* А. Б. Каждан (1984) предложил задействовать в практике прогнозно-металлогенических исследований развернутую иерархию структурных уровней минерализованных участков недр, включающую большее количество структурно-однородных единиц (от региональных к локальным). Эта систематика призвана обеспечить возможность создания геологических моделей развития рудообразующих процессов при любых масштабах исследования территорий. Выделены следующие уровни строения:
- металлогеническая провинция;
- металлогеническая область;
- рудный район;
- рудный узел;
- рудное поле;
- месторождение полезного ископаемого;
- продуктивная (минерализованная) зона (толща) полезного ископаемого;

- продуктивная залежь (тело) полезного ископаемого;
- морфологически обособленный участок (блок) залежи полезного ископаемого;
- локальное скопление полезного ископаемого (объем селекции или добычи);
- минеральный агрегат, состоящий из зерен полезного минерала;
- зерно, кристалл или обломок полезного минерала.

Отмечено, что количество выделяемых в процессе разведки последовательных уровней может быть изменено в зависимости от целей и задач исследований и от совокупности изучаемых свойств полезного ископаемого.

При обосновании шага опробования, размеров отбираемых проб и расстояний между пунктами наблюдений определяющее значение приобретает исследование соотношений линейных элементов неоднородности (Каждан, 1977; Четвериков, 1984; Шевелев, 2004). Смысл этого утверждения заключается в том, что строение одного и того же природного скопления полезного ископаемого может быть оценено как *однородное* при достаточно больших размерах проб и как *неоднородное* при размерах проб, уменьшенных до определенного предела (рис. 8). При изучении штокверка «длинными» пробами строение штокверка представляется как однородное. Если же уменьшить длину пробы, то строение штокверка следует признать неоднородным.

Учитывая соотношение размеров элементов неоднородности и линейных размеров проб предлагается выделять *три типа неоднородности:*
- неоднородность высшего порядка – линейные размеры элементов неоднородности во много раз меньше линейных размеров проб, а общее их число в каждой пробе очень велико;
- эффективную неоднородность – линейные размеры элементов неоднородности примерно на порядок меньше линейных размеров проб, а их число в объеме пробы сравнительно невелико (последние десятки – первые сотни);
- неоднородность низкого порядка – линейные размеры элементов неоднородности превосходят размеры проб.

Изменчивость свойств полезных ископаемых

Неоднородность природных скоплений полезных ископаемых проявляется в *изменчивости их свойств.* Под изменчивостью понимается непостоянство значений признаков в разных точках пространства. На основе количественных характеристик изменчивости свойств полезных ископаемых решаются основные методические вопросы поисков, разведки, опробования и геолого-экономической оценки месторождений полезных ископаемых (Каждан, 1977, 1984). Если бы изменчивость себя не проявляла, то одно единственное наблюдение в любой точке (например, разведочное пересечение) давало бы полное и точное представление обо всем изученном объекте.

При дискретной сети наблюдений геологическая неоднородность низшего порядка проявляется как случайная, так и как неслучайная пространственная изменчивость изучаемого свойства, но чаще всего – как сумма обеих составляющих изменчивости.

Для *случайной изменчивости* характерна независимость друг от друга значений признака, наблюдаемого в разных точках залежи (в том числе и смежных). Они не зависят от расстояния между пунктами наблюдений и имеют по всем направлениям характер

случайных беспорядочных колебаний (рис. 9 б). Случайная изменчивость может быть количественно охарактеризована методами вариационной статистики случайных величин.

Под неслучайной изменчивостью (закономерной) понимают характеристику закономерностей пространственного размещения изучаемого свойства в некотором объеме недр. Определяющим свойством неслучайной изменчивости является наличие плавных колебаний значений признаки и постоянство знака приращения на протяжении изучаемого отрезка недр. Поскольку закономерная изменчивость связана с пространственным положением пунктов наблюдения, то её называют *координированной* (рис. 9а).

В реальных условиях всегда наблюдается сочетание случайной и закономерной изменчивости в разных пропорциях. В зависимости от их сочетаний предложено выделять три градации изменчивости (Поротов, 2004): простая – преобладает закономерная изменчивость на фоне случайных колебаний; сложная – закономерная и случайная изменчивость присутствуют приблизительно в равных отношениях; весьма сложная – преобладает случайная изменчивость, а закономерная составляющая проявлена лишь в виде тенденции. Составляющая случайной изменчивости оказывает непосредственное влияние на статистическую оценку средних характеристик изучаемого свойства, определяя число наблюдений, необходимое для достижения желаемой достоверности средних оценок. Однако в практике разведки в первую очередь геологов интересует пространственная изменчивость важнейших свойств, которая может быть выражена только ее неслучайной составляющей. Неслучайная изменчивость позволяет оценить характер *анизотропии свойств* полезного ископаемого и выдержанность его строения по разным направлениям в пространстве. Направление, по которому устанавливается максимальная или минимальная скорость изменения изучаемых свойств, носит название *оси анизотропии.*

Анизотропия проявляется в результате упорядоченности пространственного размещения геолого-структурных элементов – зерен, минералов, минеральных агрегатов, располагающихся по слоистости, сланцеватости, зон трещиноватости и т. д. Характеристика анизотропии служит основой для ориентировки сети наблюдений и выбора расстояний между смежными точками по каждому из наблюдаемых направлений.

Мерой анизотропии I служит отношение среднего числа n элементов неоднородности, пересекаемых линиями, проведенными в заданном направлении, к длинам этих линий l в пределах изучаемого объема полезного ископаемого: $I = n / l$ (Каждан, 1984). Наиболее широко распространены скопления полезных ископаемых, имеющих три взаимно ортогональных направления анизотропии: жилы, россыпи, многие пластовые и пластообразные тела и залежи. В них направление максимальной изменчивости свойств совпадает с направлением мощности, а направление минимальной изменчивости – с их вытянутостью. Промежуточное по значению направление изменчивости совпадает с шириной залежей.

Реже встречаются трубообразные и изометричные линзообразные скопления полезных ископаемых, имеющих два направления анизотропии. В них выделяется круговое сечение, перпендикулярное к длинной или к короткой оси. В плоскости

кругового сечения изучаемые свойства близки к изотропным. Второе направление анизотропии совпадает с направлением оси.

Примерами изотропных скоплений полезных ископаемых являются изометрические штокверки цветных и редких металлов.

Таким образом, анизотропия и неоднородность строения природных объектов тесно взаимосвязаны и представляют собой разные формы проявления структуры изучаемых геологических образований. В то же время анизотропия любого порядка может быть выявлена в том случае, если совокупность элементов, создающих анизотропию, укладывается в размеры пробы. Большое значение имеет также учет пространственного расположения пунктов наблюдений. Чем выше природная неоднородность строения и изменчивость полезных ископаемых, тем более локальной должна быть система наблюдений при их разведке и более значительными размеры или объем отбираемых проб.

Природная изменчивость свойств полезных ископаемых представляет явление сложного и многопланового характера. Задача полного количественного описания ее практически не выполнима. Поэтому следует отличать понятие *природной изменчивости* свойств полезных ископаемых от понятия их *наблюдаемой изменчивости* по результатам геологоразведочных работ (Каждан, 1984).

Завершая обзор подходов к изучению изменчивости, приведем высказывание (Шевелев, 2004): «Как бы детально и технически качественно не производилась разведка, создаваемая на ее основе эмпирическая модель разведуемых объектов недр, является приближенным отражением действительности. Если методика разведки выбрана несоответствующей особенностям разведуемого объекта, то никакими формальными приемами и способами последующего анализа и обработки (включая применение математики и ЭВМ) нельзя исправить или уменьшить возникающие ошибки».

Способы изучения изменчивости

Способы анализа выявленной изменчивости разнообразны. Их условно можно объединить в две группы – геологические и математические. В основе каждой группы лежит выбранный тип моделей, используемых для отображения изменчивости параметров объекта.

Геологические способы.

Для отражения геологических представлений изучаемых объектов и наблюдаемых признаков используют разные виды графических (геометрических) моделей (Каждан, 1974, 1984; Поротов, 2004). Эти модели являются плоскостными графическими материалами или объемно-макетными (скульптурного, рельефного, скелетного и др. типов). Примерами плоскостных моделей являются планы в изолиниях (мощности, содержаний, метропроцентов и др.), гипсометрические и погоризонтальные планы, разного вида графики по направлениям, проекции рудных скоплений на вертикальные или горизонтальные плоскости и т. д. На графических материалах отображаются степень, характер и структура изменчивости параметров месторождения или их совокупность по определенным сочетаниям, площадям. Надежная геологическая обоснованность и наглядность моделей делают их незаменимыми при изучении и прогнозировании изменчивости геологических объектов. Они остаются ведущим способом обоснования

системы разведки месторождений. Одной из разновидностей графических моделей являются блок-диаграммы, обеспечивающие наглядное пространственное представление о геологическом строении рудных полей, месторождений, участков (рис. 10).

Геологическое моделирование представляет сложную творческую задачу, допускающую порой несколько разных решений (Поротов, 2004). Причины этого – сложность геологических процессов, которые чаще всего остаются не познанными; дискретность сети наблюдений. Изученные объемы руд и горных пород малы по сравнению с объектами, на которые распространяются результаты наблюдений. Поэтому неизбежно возникают проблемы разработки более достоверных геологических моделей.

Графические модели обеспечивают лишь качественную оценку условий залегания, формы, строения природных скоплений полезных ископаемых и отражают упрощенное представление о характере и пространственной изменчивости свойств. Поэтому математическое обоснование геологических моделей, математический анализ изменчивости геолого-промышленных параметров выбранной модели становится необходимым. Приступить к математическому моделированию можно только создав удовлетворительную геологическую модель объекта. Геологическая модель должна отражать разделение объекта на блоки с разными типами изменчивости, тектонические смещения рудных тел, первичную и вторичную зональность и иные особенности. Игнорирование этих признаков объекта делает последующую математическую оценку изменчивости не корректной.

Математические способы

Математические методы, применяемые для изучения и прогноза изменчивости параметров геологических объектов, многочисленны и разнообразны. Задачей настоящего обзора является: дать общее представление об основных направлениях математического моделирования в рамках рассматриваемой проблемы; кратко охарактеризовать наиболее распространенные математические способы изучения изменчивости; указать области их применения и практическую значимость получаемых результатов (Поротов, 2004).

Вопросы математического моделирования широко освещены в многочисленных научных публикациях и учебной литературе. Эта информация отражена в учебниках и учебных пособиях (Каждан, 1974, 1984, 1990; Погребицкий и др., 1977; Поротов, 2004; Волков, 2006 др.). Более подробно проблемы изучения изменчивости параметров месторождений рассматриваются в специальных дисциплинах: «Математические методы моделирования в геологии», «Геометризация и анализ геологических полей», «Основы компьютерных технологий решения геологических задач».

Считается, что геологические объекты относятся к «плохо организованным природным системам». Они не поддаются точному количественному описанию и, как правило, взаимосвязь между их параметрами не может быть выражена строгими законами. Приходится создавать модель, дающую лишь приближенное представление о строении объекта и протекавших в объеме залежей рудообразующих процессах. Чем более точные представления будут получены исследователями об изучаемом объекте, тем объективнее будет подобрана соответствующая его особенностям цифровая модель, более надежные и представительные результаты получены при анализе материалов.

На базе геологических моделей созданы разные математические модели. Кратко охарактеризуем лишь некоторых из них:

- статистическая модель;
- геостатистическая модель;
- модели на основе случайной функции;
- разностные модели;
- геометро-статистическая модель.

Статистические модели. Их использование целесообразно, если в наблюдаемой изменчивости признака практически отсутствует закономерная составляющая и, следовательно, геометризация признака в изучаемом объеме недр практически невозможна.

Применение одномерной статистической модели основано на предположении о независимости значений изучаемого признака. В общем случае можно лишь считать, что чем выше степень изменчивости признака, тем полученные результаты ближе к статистической совокупности. Опыт показывает, что формулы математической статистики дают достаточно достоверные результаты при изучении изменчивости месторождений золота, платины, алмазов, редких и отчасти цветных металлов, мусковита и др., но оказываются ненадежными при оценке изменчивости залежей многих осадочных полезных ископаемых.

В практике разведочных работ одномерные статистические модели используются, главным образом, для численной оценки степени изменчивости геолого-промышленных параметров тел полезных ископаемых и месторождений, а также оценки точности полученных результатов. Важнейшими характеристиками таких моделей являются среднее значение изучаемого параметра $x_{ср}$, дисперсия s^2, среднеквадратичное отклонение s и коэффициент вариации V.

Поскольку у реальных геологических объектов обычно проявлено сочетание случайной и закономерной составляющих изменчивости, статистические модели, считающие все изменения случайными, показывают завышенную оценку. Во избежание этого необходимо выделять и исключать закономерную составляющую и рассчитывать коэффициент вариации только по данным выделенной случайной составляющей изменчивости.

При разведке месторождений выборки чаще всего характеризуются небольшими объемами. Поэтому оценку среднего значения оцениваемого параметра можно рассматривать как случайную величину, не соответствующую математическому ожиданию. Последнее и представляет собой истинное среднее значение этого параметра для генеральной совокупности – геологического объекта в целом. Поэтому одной из решаемых задач является выбор лучшего способа вычисления этой оценки и определение степени ее точности.

Статистические оценки могут быть точечными (выражены определенным числом) и интервальными (указывается интервал значений, в пределах которого находится истинное значение величины при заданной вероятности этого события) (Каждан, 1984).

При сравнении изменчивости параметров разной размерности наряду с абсолютной используют относительную величину (коэффициент вариации), обычно выражаемую в процентах:

$$V = (\frac{\sigma}{x_{\text{ср}}}) \cdot 100$$

Использование коэффициента вариации при оценке изменчивости имеет смысл в тех случаях, когда необходимо рассчитать средние значения геолого-промышленных параметров и погрешности их определения. Поэтому статистическая модель обычно применяется для изучения изменчивости содержания компонентов в рудах и мощностей тел полезных ископаемых, но она не эффективна при анализе условий залегания этих тел, их внутреннего строения и изменчивости качества нерудных полезных ископаемых (известняк, доломит, гипс и др.).

Геостатистическая модель. Предложена Ж. Матероном (Матерон, 1968) в шестидесятых годах прошлого столетия. Основана на предположении, что результаты наблюдений зависят от расположения пунктов наблюдений. При смещении начального пункта наблюдений результаты измерений меняются. По этой причине их рассматривают как случайные величины. При этом средний квадрат разности измеренных значений зависит только от расстояния между пунктами наблюдений.

Основной инструмент геостатистики – вариограмма – используется для анализа и описания пространственной корреляционной структуры между произвольно размещенными реальными данными наблюдений. Вариограмма измеряет степень корреляционной связи между пробами в пространстве. Она обычно характеризуется 3-мя главными параметрами (рис. 11).

- *Эффект самородка* – это случайная составляющая дисперсии проб, которая показывает насколько велико различие содержаний в очень близко расположенных образцах. Величина эффекта самородка зависит от сети опробования месторождения и степени ее изменчивости. Название этого параметра введено при оценке месторождений золота, где часто встречаются непредсказуемые «ураганные» содержания металла.
- *Порог вариограммы* – это величина дисперсии проб. Когда вариограмма достигает порога, она часто выполаживается и больше не растет.
- *Зона влияния* – это максимальное расстояние, на котором между пробами еще существует корреляция. На меньших расстояниях (с определенной долей вероятности) можно предсказать содержание в точке массива по данным опробования, а на больших дистанциях – не имеем права. Вариограмма достигает порога на расстоянии, равном зоне влияния. На графике – это расстояние по оси абсцисс от начала координат до точки пересечения теоретической вариограммы с линий порога.

Вариограмма рассчитывается как сумма квадратов разности содержаний между пробами, отстоящими друг от друга на расстоянии h, отнесенная к удвоенному числу пар проб. Функция экспериментальной вариограммы имеет следующий вид:

$$\gamma(h) = \frac{\sum\left(C_i - C_{(i+h)}\right)^2}{2N},$$

где C_i – содержание элемента в точке i,

$C_{(i+h)}$ – содержание элемента в точке, отстоящей на расстояние h от «i» пробы.

Анализ вариограмм необходим для изучения пространственной неоднородности минерализации и расчета исходных параметров для оценки содержаний с помощью кригинга. Выполнение подобных исследований оправдано в тех случаях, когда предполагается наличие на месторождении жильных тел или рудных зон, прослеженных на значительные расстояния, а также если месторождение характеризуется рассеянной минерализацией с неопределенным типом анизотропии. В прикладном плане знание параметров пространственной изменчивости рудной минерализации дает возможность существенно сэкономить средства на разведочные работы, так как наличие вариограмм позволяет уверенно рассчитывать уровень содержаний между буровыми скважинами без дополнительного сгущения буровой сети, а также обосновывать оптимальную густоту разведочной сети. Выявленные закономерности распределения полезных компонентов в пространстве позволяют более надежно интерполировать значения содержаний, оценивать достоверность запасов.

Расстояние, на котором достигается порог (зона влияния), может меняться в зависимости от направления, вдоль которого оценивалась вариограмма. Например, в случае пластовой залежи изменчивость содержаний по простиранию пласта будет меньше, нежели вкрест простирания. Этот феномен называется геометрической (или дирекционной) анизотропией минерализации (Поротов, 2004). В случае если в разных направлениях вариограммы имеют разный порог, анизотропия называется зональной.

При моделировании вариограммы необходимо выбрать соответствующий тип модели. Существуют следующие основные типы вариограммы: линейная, общая линейная (линейные графики), сферическая, экспоненциальная, гауссова, с дырочным эффектом (криволинейные графики). Чаще всего используют сферическую или экспоненциальную модели (рис. 12).

Исследование пространственной изменчивости содержаний полезного компонента с помощью геостатистической модели проведено на одном из золоторудных месторождений Казахстана. Работа выполнена студентом-дипломником М. А. Дресвянниковым (2017). При обобщении материала за основу взята концепция, что традиционными рудоконтролирующими для золотого оруденения считаются структуры северо-восточного направления. Поэтому все первичные геохимические ореолы привязывались к ним, в том числе и ореолы золота.

Для анализа пространственного распределения золота с помощью программы LeapFrogGeo построены 3D модели, отражающие пространственное распределение содержаний золота. В результате на месторождении выделено 6 зон по преобладающему направлению простирания минерализованных зон (рис. 13).

По каждой выделенной зоне рассчитывались экспериментальные вариограммы. Для более наглядного представления построены поверхности вариограмм, представляющие собой розы-диаграммы, на которых в зависимости от направления и расстояния вынесены значения функции вариограммы (γ). На рис.14-16 интенсивность закраски отражает изменение значений дисперсии, приведенные к шкале; стрелками показаны направления минимальной изменчивости золота. В первой зоне (рис. 13) северо-восточное направление минимальной изменчивости соответствует вытянутости рудоносной зоны. Зона 2, находящаяся в центральной части месторождения, уже имеет

изотропное строение (рис. 15), которое может быть объяснено пересечением двух преобладающих на месторождении направлений распространения золоторудной минерализации (северо-западного и северо-восточного). В третьей зоне (рис. 16) направление изменчивости изменяется на противоположное, характерное для дисперсии первого участка. В целом, горизонтальные вариограммы подтверждают данные, полученные при моделировании рудной зоны. Зоны 1, 4 и 5 имеют минимальные значения дисперсии в северо-восточном направлении, зоны 3 и 6 – северо-западное, 2-ая зона – изотропна по значениям изменчивости.

Выявление в результате геостатистического моделирования «нового» структурного направления (северо-западного) (рис. 16) позволило запроектировать золотодобывающей компании в этой зоне продолжение геологоразведочных работ (в рамках доразведки северо-западного фланга месторождения).

Модели на основе случайных функций могут быть использованы для количественного описания изменчивости признака (пространственной переменной) в зависимости от местоположения пунктов наблюдений. В основе модели лежит гипотеза, что значение признака является случайной функцией координат.

$$\varphi(x) = m(x) + \delta(x).$$

Случайная функция состоит из двух частей: закономерной $m(x)$ и случайной $\delta(x)$ составляющих (рис. 17).

Закономерную часть называют математическим ожиданием случайной функции. Значения случайной функции, получаемые в результате эксперимента и заранее неизвестные, называются ее реализацией. Основными характеристиками случайной функции $j(x)$ являются ее математическое ожидание, дисперсия случайной составляющей, автоковариационная и автокорреляционная функции.

Математическое ожидание $m(x)$ представляет собой наиболее вероятное значение случайной функции в точках x. Дисперсия случайной составляющей D выражается формулой:

$$D = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\delta(x_i)$$

Автоковариационная функция $K(h)$ представляет собой среднее произведение соседних отклонений на расстоянии h:

$$K(h) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}[\delta(x_i + h)\delta(x_i)]^2 ,$$

где n – количество наблюдений; m – количество пар соседних отклонений.

Автокорреляционная функция $r(h)$ представляет собой отношение автоковариационной функции к дисперсии:

$$r(h) = K(h)/D.$$

Сложность применения случайных функций состоит в том, что результаты геологических наблюдений представляют собой, как правило, лишь одну ее реализацию. Характеристики случайной функции можно найти либо тогда, когда она является стационарной и эргодичной, либо при введении дополнительных гипотез.

Стационарной называют случайную функцию, у которой характеристики не меняются при сдвиге сети наблюдений. Она имеет постоянные математическое ожидание и дисперсию, а корреляционная функция ее зависит лишь от расстояния h между соседними пунктами наблюдения, т. е. по существу является функцией одного аргумента. *Эргодичной* именуют стационарную случайную функцию, одна реализация которой на большом интервале эквивалентна большому числу реализаций на малом интервале.

Модель на основе стационарной случайной функции предполагает, что математическое ожидание – величина постоянная, т. е. закономерные изменения признака в пространстве отсутствуют. Тогда математическое ожидание (оценка математического ожидания) равно среднему значению признака: $m(x) = j_{ср}$, а случайные отклонения находят по формуле $d(x) = j(x) - j_{ср}$. Дисперсия, автоковариационная и автокорреляционная функции вычисляются по формулам, приведенным выше.

Из перечисленных характеристик наибольший интерес представляет *автокорреляционная функция* $r(h)$, которая показывает степень связи соседних значений признака в зависимости от шага наблюдений h. При $h = 0$ корреляционная функция $r = 1$; с увеличением шага наблюдений значение r убывает и стремится к нулю. Предельный шаг наблюдений, при котором коэффициент автокорреляции становится неотличимым от нуля, называется радиусом автокорреляции R. Он соответствует максимальному расстоянию, на котором еще обнаруживается взаимосвязь соседних наблюдений (рис. 18).

На практике автокорреляционная функция вычисляется по дискретным данным и изображается ломаной линией. За радиус автокорреляции обычно принимают тот шаг, при котором линия автокорреляции первый раз пересекает линию абсцисс.

Автокорреляционная функция зависит от направлений изучения изменчивости параметров и поэтому дает представление об анизотропии залежей. Чем больше радиус автокорреляции в заданном направлении, тем медленнее меняется значение параметра и меньше его изменчивость. Если значение радиуса автокорреляции одинаково по всем направлениям, то геологический объект является изотропным.

Радиус автокорреляции характеризует средний размер области влияния одного наблюдения, что используется при обосновании плотности разведочной сети. Для надежного установления поведения параметра между пунктами наблюдений необходимо, чтобы расстояние между ними не превышало двух радиусов, т. е. области влияния соседних наблюдений перекрывались.

Отметим, что характеристики стационарной случайной функции отражают достоверную картину лишь при отсутствии периодичности в изменении признаков. Они должны быть согласованы с периодами, сопоставимыми с размерами изучаемого объекта. В противном случае (ритмичность разреза, периодичность появления рудных столбов или разрывных нарушений и т. д.) требуется выявление периодов и амплитуд периодической изменчивости и вычитание ее из реализации случайной функции, чтобы значения параметра привести к стационарному виду.

Различия между геостатистической моделью и моделями типа случайных функций заключается в том, что предметом изучения геостатистики служит исследование расхождений между оцениваемой величиной Q и ее оценкой q. Сама пространственная

переменная рассматривается как детерминированная функция, а вероятностный подход проявляется только при оценке расхождения ε=*Q* - *q*.

При использовании моделей типа случайных функций предметом исследования являются природные скопления полезных ископаемых и их свойства в недрах, а в качестве случайных величин рассматриваются не дисперсии оценок, а значения всех наблюдаемых свойств. В строении полезных ископаемых выявляются элементы их неоднородности, а характеристики изменчивости изучаемых свойств оцениваются не в заведомо заданных объемах недр, а на том структурном уровне, который выявляется принятой сетью наблюдений.

Разностные модели изменчивости основаны на изучении приращений значений признака между соседними точками наблюдения и имеют целью исключение влияния закономерной составляющей изменчивости для более правильной характеристики случайной изменчивости.

Модель со вторыми разностями впервые предложена Д. А. Казаковским (Казаковский, 1948) и нашла широкое практическое применение. Метод Д. А. Казаковского разработан для правильных квадратных сетей и позволяет оценивать изменчивость геолого-промышленных параметров, которые могут быть изображены в виде топографических поверхностей, главным образом для изучения изменчивости мощности тел полезных ископаемых. Сначала вычисляют первые разности значений признака по соседним точкам:

$$\Delta'_t = \varphi_{i+1} - \varphi_i$$

а затем находят вторые разности как приращения соседних первых разностей:

$$\Delta'_t = \Delta'_{i+1} - \Delta' = \varphi_{i+1} + \varphi_{i+2} \ .$$

Абсолютной мерой изменчивости является показатель сложности топографической поверхности μ_a, который представляет собой среднее значение абсолютной величины вторых разностей:

$$\mu_a = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} |\Delta_t^m| \ ,$$

где *k* – количество вторых разностей.

Относительная изменчивость признака оценивается с помощью показателя изменчивости *m*, который представляет собой выраженное в долях единицы отношение показателя сложности поверхности *m* к среднему значению изучаемого параметра $j_{ср}$.

Геометро-статистическая модель. Основоположником горно-геометрического моделирования является П. К. Соболевский. В основе созданной им модели лежит представление о функциональных связях наблюдаемых свойств с пространственными координатами. Позже его идеи нашли отражение в геометро-статистической модели, разработанной В. Ф. Мягковым (Мягков и др., 1986).

Частные значения характеристик реального поля в точках пространства неоднородны по своему составу. Они представляют собой алгебраическую сумму двух величин, называемых регулярной и случайной составляющими (компонентами) поля $U_i = f(x_i) + \delta_i$ (одномерный вариант), где *Ui* – значение переменной в *i*-той точке пространства

с координатами x_i; $f(x_i)$ – значение регулярной (или закономерной) составляющей; δ_i – значение случайной составляющей (рис. 19).

Регулярной (или закономерной) составляющей поля называется детерминированная компонента, фиксирующая направленность изменения изучаемого свойства в пространстве геологического объекта. Например, закономерность выклинивания линзообразного рудного тела от центра к периферии залежи.

Случайной компонентной поля называется составляющая, обусловливающая флуктуацию ее значений относительно детерминированной переменной. Ее наличие определяется влиянием как геологических, так и технологических факторов. Например, флуктуация мощности относительно генеральной тенденции к выклиниванию линзовидного тела от центра к периферии в случае экзогенного месторождения обусловлена не только неровностями дна бассейна седиментации, но и погрешностями принятого способа измерений.

Количественное описание наблюдаемой изменчивости поля заключается в разделении ее на две составляющие, определении амплитуды каждой из них и уровней изменчивости. Закономерная изменчивость определяется построением аппроксимирующей функции, получаемой аппроксимацией исходных значений параметра, а случайная изменчивость оценивается среднеквадратичным отклонением исходных наблюдений от графика аппроксимирующей функции.

Построение начальной аппроксимирующей поле функции на каждом одномерном сечении осуществляется по данным регуляризации измерений в соответствии с формулой, выведенной при условии четырехкратного последовательного сглаживания по двум точкам (Мягков, 1984):

$$U_j = 0{,}0625\,(U_i + 4U_{i+1} + 6U_{i+2} + 4\,U_{i+3} + U_{i+4}),$$

где U_j – значение регулярной составляющей поля, U_i – частные значения, полученные в результате измерений или опробования по совокупности пространственно сближенных точек. При этом координаты x_j определяются либо по аналогичной приведенной зависимости (вместо U_i в формулу подставляются значения x_i), либо по упрощенной формуле:

$x_j = x_i + (j + 1) + \Delta x$, если шаг наблюдений принят в качестве постоянной величины ($j = i+2...$).

С помощью геометро-статистической модели можно выразить основные особенности пространственной изменчивости свойств геологических объектов, установить примерные числовые значения изучаемого свойства в любой точке исследуемого объекта, получить представление о его морфологии и внутреннем строении. В то же время геометро-статистические модели не обеспечивают объективную количественную оценку изменчивости изучаемых свойств. Если статистические методы не учитывают влияния плавных, закономерных изменений, то методы геометризации игнорируют влияние многочисленных случайных отклонений по отдельным пунктам наблюдений.

Контрольные вопросы к теме 2

1. Перечислите и кратко охарактеризуйте факторы, определяющие промышленную значимость месторождений.

2. Как делятся месторождения по масштабу, качеству полезных ископаемых?
3. На что влияют глубина и условия залегания тел полезных ископаемых?
4. Зачем необходимо изучать инженерно-геологические и гидрогеологические условия месторождений?
5. Как можно подразделить месторождения по форме залежей? Как влияет форма рудных тел на разведку и разработку месторождений?
6. Какие факторы положены в основу группировки месторождений для целей разведки?
7. Какие группы месторождений фигурируют в Методических указаниях ГКЗ? Как их учитывают при разведке?
8. Неоднородность строения минерализованных недр. Как она учитывается при разведке?
9. Изменчивость свойств полезных ископаемых, виды ее проявления.
10. Какие геологические способы изучения изменчивости известны?
11. Какие математические способы исследования изменчивости используют в последнее время при разведке месторождений?
12. Какие основные характеристики фигурируют при использовании геостатистической модели изменчивости?

Тема 3
Методологические основы разведки недр

ПРИНЦИПЫ РАЗВЕДКИ НЕДР

Земные недра обычно недоступны для непосредственных наблюдений. Они познаются преимущественно выборочным методом по сети пространственно разобщенных искусственных или естественных обнажений (Каждан, 1984). При этом полнота и достоверность полученных представлений о строении и составе недр зависит от густоты сети наблюдений, характера и степени неоднородности изучаемых объектов, прерывистости изучаемых свойств. Это побудило исследователей (Крейтер В. М., Каждан А. Б., Четвериков Л. И. и др.) сформулировать принципы, определяющие методологические подходы к изучению и оценке недр.

Принцип последовательных приближений предусматривает необходимость соблюдения правила: «от общего к частному». Геологические исследования начинаются с выявления крупных потенциально рудоносных площадей и отбраковки заведомо неперспективных территорий. После этого целесообразно перейти к более детальному изучению потенциально рудоносных площадей с последовательной ее разбраковкой на перспективные и неперспективные участки. В рамках реализации принципа весь геологоразведочный процесс подразделяется на три этапа и пять стадий (см. главу 5). Предложенная стадийность отражает рациональную последовательность проведения геологоразведочных работ, когда изучение недр проводится с возрастающей детальностью. Сначала выделяются общие геологические закономерности, а затем исследуются детали строения. По мере накопления разведочных данных возрастает полнота и надежность оценки объекта. Появляется возможность пространственного обособления внутри ранее выделенных условно однородных элементов геологического строения ещё более мелких структурных элементов. Вследствие ограниченности выборочных данных для суждения о свойствах и степени изученности объекта необходимо привлечение дополнительной информации, которую можно получить по принципу аналогии.

Принцип аналогии основан на положении о том, что геологические структуры и заключенные в них полезные ископаемые формировались в близких условиях. Они обладают чертами сходства условий залегания, строения и состава. Именно это обстоятельство обеспечивает подобие свойств объекта-эталона и изучаемого объекта. Степень подобия минерализованных участков недр зависит от пространственной близости и масштабов сравниваемых объектов: чем меньше их размеры и меньше расстояния между ними, тем больше проявляется сходство.

На стадии разведки можно выделить два подхода при принятии решений по аналогии: а) внутриобъектная; б) межобъектная. *Первый подход* – параметры разведочной сети принимаются близкими к изученным (и даже уже освоенным) участкам недр. Подобный подход возможен при разведке (доразведке) глубоких горизонтов месторождения, его флангов. *Второй подход* – использование данных по другим детально изученным объектам, используется при обосновании параметров разведочной сети на вновь вовлекаемых в разведку месторождениях. Этот принцип, основанный на типизации

месторождений, изложен в «Методических указаниях…», подготовленных ГКЗ при МПР РФ для отдельных типов полезных ископаемых.

Принцип максимальной эффективности является объединяющим ранее сформулированные В. М. Крейтером принципы наименьших трудовых и материальных затрат и полноты исследования (Петруха, 2003). Сущность принципа заключается в том, что в каждый момент выполнения геологоразведочных работ затраты на получение дополнительной информации не должны превышать экономических потерь, вызванных возможными просчетами в работе будущего предприятия. Полнота информации, необходимой и достаточной для строительства горнодобывающего предприятия, определяет подготовленность месторождения для промышленного освоения. Эта информация должна обеспечить достоверную характеристику разведуемого месторождения.

Достижение полноты необходимой информации осложнено крайне ограниченным объемом получаемых геологоразведочных данных по сети редких разведочных пересечений. В то же время собранная информация должна быть достаточной для принятия проектных решений по разработке месторождения и переработке добываемого минерального сырья. Здесь работает известный в математической статистике метод изучения свойств объектов на основе ограниченной по объему выборки. На каждой последовательно сменяющейся стадии изучения объекта выборка становится более представительной. В то же время из-за ограниченности геологических наблюдений, их неполноты любое проектное решение по освоению месторождения сопровождается риском, обусловленным возможными просчетами из-за неполноты собранных данных. Задача разведки – минимизировать эти риски до экономически рациональных размеров. Это возможно за счет выборочной детализации сети наблюдений на отдельных локальных участках.

Принцип выборочной детализации заключается в том, что проведение геологоразведочных работ в пределах всего объекта изучения должно сочетаться с более детальными работами на отдельных его участках (Каждан, 1984). При этом необходимо определиться с позицией эталонного участка, определить оптимальную детальность наблюдений в его пределах. Эталоны-аналоги детализационных работ должны быть представительными по отношению ко всему изучаемому объему недр. Чем типичнее окажутся эти участки, тем полнее будут критерии подобия и меньше погрешности распространения эталонных данных на весь оцениваемый объем. Рассмотрим примеры.

Согласно «Методическим рекомендациям по применению классификации запасов… (2007)» детализационные работы на стадии оценочных работ должны предусматривать обоснование в пределах локальных участков запасов категории C_1. С учетом полученных данных на этих участках следует предусмотреть опытно-промышленную разработку (ОПР) минерального сырья. В условиях действующих горных предприятий в качестве эталонов-аналогов следует использовать уже отработанные участки месторождения.

СТАДИЙНОСТЬ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ РАБОТ

Изучение недр с целью выявления и промышленной оценки месторождений полезных ископаемых осуществляется последовательно по стадиям, по мере отбраковки неперспективных площадей и более детальном исследовании заслуживающих внимания объектов. Стадийность охватывает все виды геологоразведочных работ и отражает рациональный порядок последовательности их проведения (Положение…, 1999). Выделяется три этапа и пять стадий геологоразведочных работ (табл. 1). Составители «Положения…» отмечают, что границы между стадиями условны и определяются масштабами ведущихся работ. Информация, получаемая на каждой стадии, по полноте и достоверности должна быть достаточной для геологического и технико-экономического обоснования геологоразведочных работ последующей стадии, либо освоения и проектирования разработки месторождения. «Положение…» носит рекомендательный характер и устанавливает общие для всех видов полезных ископаемых требования к содержанию и результатам геологоразведочных работ для отдельных стадий.

Этап I. Работы общегеологического и минерагенического назначения

Стадия 1. Региональное геологическое изучение недр и прогнозирование полезных ископаемых

Производится с целью получения комплексной геологической информации, составляющей основу геологического изучения территории и оценки ее минерагенического потенциала. Призвано обеспечить выявление закономерностей формирования и размещения полезных ископаемых. Основным результатом регионального геологического изучения недр является моделирование и ранжирование по экономической значимости структурно-вещественных и минерагенических комплексов, локальный прогноз и начальная геолого-экономическая оценка потенциальных объектов минерального сырья. Основными видами работ являются площадные геологические, гидрогеологические, инженерно-геологические съемки, наземные и аэрогеофизические работы, широкий комплекс специализированных исследований: космоструктурные, геолого-минерагенические, геохимическое картирование и другие виды изучения недр. Площадные картографические работы проводятся в масштабах: 1:15000000 и мельче – сводное и обзорное; 1:1000000 (1:500000) – мелкомасштабное; 1:200000 (1:100000) – среднемасштабное; 1:50000 (1:25000) – крупномасштабное. Для развития минерально-сырьевой базы главное значение имеют средне-крупномасштабные виды картографирования. По результатам выполненных работ выявляются и оконтуриваются прогнозные площади (минерагенические зоны, рудные районы, узлы и поля) с оценкой прогнозных ресурсов по категориям P_3, P_2, (P_1).

Этап II. Поиски и оценка месторождений

Стадия 2. Поисковые работы

Объектами исследований являются рудные районы, узлы и поля или их части, выявленные в процессе предшествующей стадии регионального геологического изучения недр, по которым имеются оцененные прогнозные ресурсы категорий P_2 и P_3. Работы могут производиться и на ранее опоискованных площадях, если это обусловлено изменением представлений о геологическом строении перспективных площадей, изменением конъюнктуры минерального сырья, увеличением глубинности исследования

недр. Поиски могут проводиться в разных масштабах (обычно в пределах 1:50000-1:10000). Включают комплекс геолого-минерагенических, геофизических, геохимических и других видов и методов исследований с проходкой поисковых скважин и поверхностных горных выработок. Для поисков скрытых и погребенных объектов используется глубокое бурение в сочетании со скважинными геофизическими исследованиями. Рациональный комплекс методов формируется на основе особенностей геологического строения объекта, ландшафтно-геохимических условий проведения работ, накопленного в отрасли опыта. По совокупности полученной информации, ее комплексной интерпретации выделяются перспективные аномалии, участки. Проверка природы аномалий, вскрытие, опробование и изучение проявлений полезных ископаемых осуществляется поверхностными горными выработками и поисковыми скважинами. В отобранных пробах определяются основные и попутные компоненты, а в необходимых случаях – технологические свойства руд. На выявленных проявлениях полезных ископаемых оцениваются прогнозные ресурсы категорий P_2 и P_1. На основе полученных данных выполняется геолого-экономическая оценка выявленных объектов по укрупненным показателям. Положительно оцененные проявления включаются в фонд объектов, рекомендуемых к постановке оценочных работ с выдачей соответствующих лицензий.

Стадия 3. Оценочные работы

Оценочные работы проводятся на выявленных и положительно оцененных проявлениях полезных ископаемых. Для оконтуривания площади, изучения геолого-структурных условий локализации оруденения проводится геологическая съемка в масштабе 1:25000-1:10000 и крупнее (для сложных и небольших объектов). Геологическая съемка сопровождается детальными минералого-петрографическими, геофизическими и геохимическими исследованиями, вскрытием и прослеживанием тел полезных ископаемых поверхностными горными выработками (канавы, шурфы, картировочные скважины). Все вскрытые выходы полезной минерализации подвергаются опробованию и анализу на основные и попутные компоненты.

Технологические свойства полезного ископаемого определяются по лабораторным пробам, а в необходимых случаях – по малым и большим технологическим пробам. По этим результатам намечается принципиальная схема переработки руд, обеспечивающая комплексное использование полезного ископаемого.

Во всех разведочных выработках осуществляется комплекс гидрогеологических, инженерно-геологических исследований, достаточных для обоснования вскрытия и разработки месторождения. Дается характеристика экологических условий производства добычных работ и оценка их влияния на природную среду.

Материалы, полученные при производстве оценочных работ, должны обеспечить оценку промышленного значения месторождения с подсчетом большей части запасов по категории C_2. По менее детально изученной части месторождения количественно оцениваются прогнозные ресурсы категории P_1. Достоверность данных о геологическом строении, условиям залегания и морфологии тел полезных ископаемых подтверждается на участках детализации с подсчетом разведанных запасов категории C_1.

В соответствии с рекомендациями, содержащимися в Методических рекомендациях по применению классификации запасов… (2007), на завершающем этапе оценки целесообразно выполнение на участках детализации отдельных месторождений специализированных работ – «Опытно промышленной разработки» (ОПР) в пределах локального объема минерализованных недр.

Геолого-экономическая оценка объектов осуществляется в процессе проведения работ и по их завершению. В начальный период оценочных работ проводится *оперативная геолого-экономическая оценка* прямым расчетом по укрупненным показателям. По результатам ее принимаются решения о целесообразности продолжения работ или их прекращении. После завершения стадии «Оценочные работы» разрабатываются *временные кондиции* и составляется технико-экономический доклад (ТЭД), в котором дается экономически обоснованная предварительная оценка промышленной ценности месторождения, определяющая целесообразность передачи объекта в разведку с последующим его освоением. *Месторождения*, получившие положительную экономическую оценку на оценочной стадии, *называются оцененными*.

Отчет с результатами подсчета запасов, включая обоснование «временных» кондиций и ТЭД, представляются на государственную геологическую, экономическую и экологическую экспертизу. Заключение экспертизы является основанием для постановки запасов на государственный учет.

Этап III. Разведка и освоение месторождения

Стадия 4. Разведка месторождений

Объектом разведки является закрепленная лицензией в виде горного отвода часть недр, включающая полностью или частично месторождение полезного ископаемого. Разведочные работы осуществляются с целью получения информации для проектирования строительства горнодобывающего предприятия. В «Положении…(1999)» отмечается, что в *процессе освоения месторождения* с целью расширения и укрепления минерально-сырьевой базы действующего или реконструированного горного предприятия возможно проведение *доразведки месторождения.* Эти работы предусматривают в каждом отдельном случае решение конкретных геологических задач. Например, дополнительное изучение флангов или глубоких горизонтов месторождения, уточнение технологических свойств полезного ископаемого и т. д.

При разведке завершается изучение строения месторождения с поверхности с составлением геологической карты на инструментальной основе. В зависимости от размеров, сложности геологического строения, изменчивости тел полезных ископаемых съемка проводится в масштабе 1:10000-1:1000 с применением геохимических, геофизических методов, проходкой горных выработок (канавы, шурфы, траншеи), мелких скважин. Все выходы полезных ископаемых прослеживаются, опробуются с детальностью, позволяющей выявить форму, строение, условия залегания, интенсивность и глубину проявления зоны окисления.

Разведка на глубину проводится скважинами до горизонтов, разработка которых экономически целесообразна. Месторождения сложного строения разведываются скважинами в сочетании с подземными горными выработками. Расположение горных

выработок (в случае отработки объекта подземным способом) должно обеспечить максимально возможное их дальнейшее использование при эксплуатации.

Последовательность и объемы разведочных работ, соотношение горных и буровых выработок, форма и плотность разведочной сети, методы и способы отбора проб (рядовых, групповых, технологических) определяются, исходя из геологических особенностей разведуемого месторождения. Вещественный состав и технологические свойства промышленных типов и сортов полезного ископаемого изучаются с детальностью, достаточной для проектирования рациональной технологии их переработки.

Гидрогеологические, инженерно-геологические, горно-геологические условия изучаются с детальностью, обеспечивающей получение исходных данных для составления проекта разработки месторождения. В процессе разведки дается оценка возможных источников питьевого и технического водоснабжения, проводятся работы по выявлению местных строительных материалов, разрабатываются схемы размещения объектов промышленного и гражданского назначения, обеспечиваются природоохранные мероприятия.

Разведка завершается разработкой технико-экономического обоснования (ТЭО) *постоянных разведочных кондиций*. Производится подсчет запасов основных и попутных компонентов по категориям в соответствии с группой месторождений по сложности строения, дается детальная экономическая оценка промышленной ценности месторождения. Пространственное размещение запасов, их соотношение по категориям устанавливается недропользователем. По завершению работ *месторождение называется разведанным.*

Материалы подсчета запасов, результаты ТЭО и обоснование постоянных разведочных кондиций подлежат государственной экспертизе (геологической, экономической, экологической).

Стадия 5. Эксплуатационная разведка

Эксплуатационная разведка проводится регулярно на эксплуатируемых месторождениях с целью получения достоверных данных для безопасного ведения работ, оперативного планирования добычи, обеспечения наиболее полного извлечения из недр полезных ископаемых. Объектами изучения и оценки являются эксплуатационные этажи, блоки, уступы. Основными задачами при этом являются: уточнение контуров, вещественного состава, внутреннего строения тел полезного ископаемого, количества запасов по технологическим типам и сорта руд (с их геометризацией), уточнение гидрогеологических, горнотехнических и инженерно-геологических условий отработки по отдельным горизонтам, блокам и т. д. Подсчитываются запасы подготовленных к отработке блоков, запасы готовые к выемке.

Для обеспечения рационального использования недр ведется учет потерь и разубоживания полезного ископаемого. Определяются показатели извлечения количества полезного ископаемого и изменения его качества.

В процессе разработки месторождения при резком отклонении в отдельных его частях геологических, горнотехнических и иных условий разработки, а также при изменении экологической конъюнктуры, недропользователь имеет право разработать ТЭО

эксплуатационных кондиций. Они разрабатываются на ограниченный временной период и должны быть привязаны к конкретным участкам эксплуатации.

На протяжении разведки и эксплуатации месторождения ведется учет движения запасов в результате их прироста, добычи, переработки или списания с баланса горнодобывающего предприятия. Информация по движению запасов, добыче, потерях и обеспеченности предприятия разведанными запасами передается в федеральные и территориальные фонды геологической информации.

ПРИНЦИПЫ КЛАССИФИКАЦИИ ЗАПАСОВ ТВЕРДЫХ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Для сравнения запасов месторождений одного и того же ископаемого, учета минеральных ресурсов разной изученности в пределах страны и регионов необходимо располагать стандартизующей системой. Такой системой является *классификация запасов.*

В нашей стране классификация месторождений полезных ископаемых утверждалась многократно (1933, 1941, 1953, 1984, 1997, 2007 гг.). Последняя классификация запасов месторождений и прогнозных ресурсов твердых полезных ископаемых устанавливает единые для Российской Федерации принципы их обоснования (Классификация…, 2007). Запасы полезных ископаемых подсчитываются по результатам геологоразведочных и эксплуатационных работ, выполненных в процессе из изучения и промышленного освоения. Качество полезных ископаемых изучается с учетом необходимости их комплексного использования, технологии переработки на основе определенных требований к качеству полезных ископаемых и технических условий. При этом определяются содержания основных и попутных ценных, токсичных и вредных компонентов, формы их нахождения и особенности распределения в продуктах обогащения и переработки. Объектом подсчета запасов полезных ископаемых является месторождение (или часть месторождения) твердых полезных ископаемых.

Подсчет и учет запасов по месторождению производится в единицах массы или объема в соответствии с экономически обоснованными параметрами кондиций без учета потерь и разубоживания при добыче и переработке полезных ископаемых.

По экономическому значению запасы твердых полезных ископаемых и содержащихся в них попутных компонентов подразделяются на две группы: балансовые (экономические) и забалансовые (потенциально экономические); они подлежат раздельному подсчету и учету.

К *балансовым* относятся запасы, разработка которых на момент оценки согласно технико-экономическим расчетам (ТЭР) экономически эффективна в условиях конкурентного рынка при использовании техники, технологии добычи и переработки минерального сырья, обеспечивающих соблюдение требований по рациональному использованию недр и охране окружающей среды.

К *забаланцевым* относятся запасы, разработка которых на момент оценки согласно ТЭР экономически не эффективна (убыточна) из-за низких технико-экономических показаний, но освоение которых становится экономически возможным при изменении цен на полезные ископаемые, появлении оптимальных рынков сбыта или новых технологий. Забалансовые запасы подсчитываются и учитываются в случае, если ТЭР установлена

возможность их последующего извлечения или складирования для использования в будущем.

Оценка балансовой принадлежности запасов полезных ископаемых производится на основании технико-экономического обоснования (ТЭО), подтвержденного государственной экспертизой. В рамках этой оценки должны быть предусмотрены наиболее эффективные способы разработки месторождений, предложены параметры кондиций, обеспечивающие максимально полное и комплексное использование запасов с учетом требований законодательства РФ.

Запасы полезных ископаемых по *степени геологической изученности* подразделяются на категории *A, B,* C_1 и C_2. Прогнозные ресурсы твердых полезных ископаемых категорий P_1, P_2 и P_3 в настоящем учебном пособии не рассматриваются. Критерии их выделения в пределах минерализованных участков недр разобраны в учебных пособиях (Баранников, 2011, 2013; Коробейников, 2009; Поротов, 2012 и др.).

Запасы категории A выделяются на участках детализации разведываемых и разрабатываемых месторождений 1-й группы сложности геологического и должны удовлетворять требованиям: установлены размеры, форма и условия залегания тел полезных ископаемых; изучен характер и закономерности изменчивости их морфологии и внутреннего строения; выделены и оконтурены безрудные и некондиционные участки; установлено наличие разрывных нарушений; выделены и оконтурены промышленные (технологические) типы и сорта полезного ископаемого, установлен их состав, свойства, охарактеризовано качество сортов; изучены распределение и формы нахождения ценных и вредных компонентов в минералах и продуктах переработки; контур запасов определен в соответствии с требованиями кондиций по горным выработкам и скважинам на основе результатов их детального опробования.

Запасы категории B выделяются на участках детализации разведываемых и разрабатываемых месторождений 1-й и 2-й групп сложности строения и должны удовлетворять следующим требованиям: установлены размеры, основные особенности и изменчивость внутреннего строения, условия залегания тел полезного ископаемого, пространственное размещение безрудных и некондиционных участков; при наличии крупных разрывных нарушений установлено их положение и амплитуды смещения; определены природные разновидности, выделены и при возможности оконтурены промышленные (технологические) типы полезного ископаемого; при невозможности оконтуривания установлены закономерности пространственного распределения и количественное соотношение промышленных типов и сортов полезного ископаемого; определены минеральные формы нахождения полезных и вредных компонентов; контур запасов определен в соответствии с требованиями кондиций по результатам опробования скважин и горных выработок.

Запасы категории C_1 составляют основную часть запасов разведываемых и разрабатываемых месторождений 1-й, 2-й и 3-й групп сложности геологического строения. Также эти запасы могут выделяться на участках детализации месторождений 4-й группы. Они должны удовлетворять следующим требованиям: выяснены размеры и характерные формы тел полезного ископаемого, основные особенности условий их залегания и внутреннего строения; оценены изменчивость и возможная прерывистость тел

полезного ископаемого, наличие площадей развития мелко амплитудных нарушений; определены природные разновидности и промышленные (технологические) типы полезного ископаемого; установлены общие закономерности их пространственного распространения и количественные соотношения промышленных типов и сортов, минеральные формы нахождения полезных и вредных компонентов; контур запасов полезного ископаемого определен в соответствии с требованиями кондиций по результатам опробования скважин и горных выработок с учетом данных геофизических и геохимических исследований.

Запасы категории C_2 выделяются при разведке месторождений всех групп сложности, а на месторождениях 4-й группы сложности геологического строения составляют основную часть запасов, вовлекаемых в разработку. Они должны удовлетворять следующим требованиям: размеры, форма, внутреннее строение тел полезного ископаемого и условия их залегания оценены по геологическим, геофизическим и геохимическим данным и подтверждены вскрытием полезного ископаемого ограниченным количеством скважин и горных выработок; контур запасов определен в соответствии с требованиями кондиций на основании опробования ограниченного количества скважин, горных выработок, естественных обнажений с учетом данных геофизических и геохимических исследований, геологических построений.

Учитывая определенную «монотонность» в изложении вопроса категоризации запасов и, в известной степени, повторяемость предъявляемых требований к обоснованию отдельных категорий запасов, отразим этот материал в таблице 2, приведенной в учебном пособии (Шевелев, 2004). В ней наглядно *отражены особенности* требований к запасам разных категорий.

На разрабатываемых месторождениях *вскрытые, подготовленные и готовые к выемке запасы* полезных ископаемых, а также находящиеся в охранных целиках горно-капитальных и горно-подготовительных выработок, *подсчитываются отдельно* по категориям в соответствии со степенью их геологической изученностью.

При квалификации запасов полезных ископаемых по категориям в качестве дополнительного классифицированного показателя должны (или могут) использоваться количественные и вероятностные оценки *точности и достоверности* определения основных параметров. Однако конкретных количественных показателей для отдельных категорий запасов до сих пор не разработано. Свой подход в решении этого непростого вопроса рассмотрен А. Б. Кажданом (Каждан, 1977, 1984).

Нет сомнения в том (отмечает этот автор), что категория запасов определяется *густотой сети наблюдений.* В то же время *точность подсчета запасов зависит, прежде всего, от количества наблюдений в пределах разведанного участка* и в меньшей степени – от густоты сети наблюдений. При разной густоте сети, но при сопоставимом числе наблюдений в блоках различных размеров, *погрешности вычисления* среднеблочных оценок могут быть *примерно одинаковыми*, в то время как разведанность блоков будет резко различаться.

Понятия разведанность и точность подсчета запасов могли бы рассматриваться как взаимозависимые только при условии последовательной детализации разведочных данных в блоке установленного размера, когда с уменьшением расстояний между смежными

точками наблюдений их количество в блоке закономерно возрастает. В практике разведки это условие обычно не выполняется. При детализации разведочных данных подсчетные блоки категории C_1 разделяются на более мелкие блоки категории *B*, а те в свою очередь на еще более мелкие блоки категории *A*. Поэтому связи между числом наблюдений и густотой разведочной сети не возникает.

Таким образом, при *оценке достоверности* результатов геологоразведочных работ необходимо различать степень разведанности запасов и точность их подсчета в заданных объемах недр (Каждан, 1977).

Степень разведанности запасов характеризуется детальностью выявления условий залегания, форм и строения полезного ископаемого, условий пространственного размещения в недрах. Количественно она может быть оценена *погрешностями геометризации* разведанных скоплений полезного ископаемого в недрах для заданной сети наблюдений.

Точность подсчета запасов может быть охарактеризована *погрешностями оценок их качества и количества* в оконтуренных объемах недр.

Из определения сформулированных понятий вытекает вывод, что при переводе запасов из более низких категорий в более высокие повышается не столько точность ранее подсчитанных запасов, сколько выявляются детали их пространственного размещения в пределах более мелких участков и блоков месторождения. Таким образом, точность подсчета запасов оценивается для категорий *A*, *B* и C_1 примерно одной и той же погрешностью. Но в зависимости от степени детальности наблюдений эта погрешность относится к разным по величине объемам недр.

На невозможность оценки степени изученности в виде цифровых показателей обращает внимание И. Д. Коган (Коган, 1974). Сказанное он мотивирует тем, что при подсчете запасов невозможно обеспечить заранее заданную величину погрешности для отдельных категорий, так как достоверность всех исходных данных остается практически неименной для разных категорий запасов. Категория запасов может быть понижена в силу иных причин. Например, при низком выходе керна, незавершенности технологических исследований, при ошибках геологической интерпретации.

Специального рассмотрения заслуживают классификации запасов твердых полезных ископаемых, применяемые в основных горнодобывающих странах (Австралии, США, Великобритании, Канаде и др.). Сопоставление отечественной квалификации с зарубежными, описание признаков их сходства и различия необходимо при обосновании инвестиционной привлекательности выставляемых на конкурс отечественных месторождений, а также решения ряда иных вопросов.

Обычно в зарубежных классификациях используются не более трех категорий ресурсов (resourses): измеренные (measured), исчисленные (indicated) и предполагаемые (inferred), а для оценки изученности запасов – даже двух: доказанные (proved) и вероятные (probable).

Несколько иной является классификация МАГАТЭ, используемая для отражения сырьевой обеспеченности атомной отрасли. Все учитываемые количества сырья квалифицируются как ресурсы (recourses). Для характеристики их изученности (достоверности) используются две категории: достоверно установленные (Reasonably

Assured Resources – RAR) и дополнительные (Inferred Resources). Сумма оценок по этим категориям рассматривается как установленные ресурсы (Identified). Для оценок ресурсов, связанных с ещё не открытыми месторождениями (Indiscovered), используются категории прогнозные (Prognosticated) и умозрительные, рискованные (Speculative).

Разное целевое назначение российских и зарубежных классификаций затрудняет их однозначное сопоставление. Точного сопоставления между отдельными категориями не может быть в принципе. В то же время при задействовании классификации МАГАТЭ условно можно считать, что категория RAR примерно соответствует категории C_1, Inferred – C_2, Prognosticated – P_1, а Speculative – P_2+P_3.

В 90-х годах ООН был разработан специальный документ, получивший название «рамочный» (frame word) классификатор ООН. Подготовленная основа классификации представляет универсальную трехмерную матрицу, являющуюся ключом-дешифратором. Она позволяет осуществлять переход от одной классификационной системы к другой (рис. 3). В представленной классификации запасы и ресурсы оцениваются с трех позиций:

- геологическая изученность, определяемая стадией выполнения работ – детальная разведка (разведка), предварительная разведка (оценка), поиски, рекогносцировочные геологические наблюдения;
- экономико-технологическая изученность, определяемая стадией технико-экономической оценки (ТЭО постоянных и временных кондиций, оценка по аналогии и т. д.).
- экономичность освоения запасов, определяемая как достаточная или низкая рентабельность.

Каждая из ячеек матрицы имеет цифровую кодировку. В системе этих координат запасы, отвечающие той или иной степени изученности, выделяются как трехмерные тела. Например, запасы, выявленные на стадии разведки (A+B+C_1 по отечественной классификации) и имеющие положительную экономическую оценку на уровне ТЭО постоянных кондиций, получают кодировку 1.1.1.

С 90-х годов XX века в промышленных странах разработан еще один путь согласованного подхода к оценке запасов, определяемый сводами правил («кодексами отчетности»). Одним из таких кодексов, принятых в 2006 г, в ЮАР, Канаде и США, является CRIRSCO (Committee for Mineral Reserves International Reporting Standards). Согласно стандарту CRIRSCO эксперты в заключениях должны руководствоваться определенной схемой классификации ресурсов (рис. 4). Стрелками на схеме показаны возможные переходы ресурсов в запасы при осуществлении экономической оценки объекта и обратно (например, при снижении цен), а также вероятные (probable) через измеренные, подсчитанные (measured) в доказанных (proven) при доразведке. Ресурсы предполагаемые (inferred) экономического значения не имеют.

Системы стандартов (CRIRSCO, YORK и др.) успешно задействованы за рубежом. Однако при попытках трансформировать оценки ресурсов в таксоны отечественной классификации следует иметь в виду, что строго формальные соотношения здесь невозможны.

ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА РАЗВЕДКИ

Обоснование оптимального комплекса технических средств – кардинальный вопрос разведки месторождений. На выбор технических средств разведки оказывают

влияние геологические, горнотехнические и географо-экономические факторы. Их совокупным влиянием определяется пространственная ориентировка разведочных разрезов, расположение разведочных пересечений, техника проходки разведочных выработок (Каждан, 1977, 1985).

Геологические факторы отражают условия формирования, состав и строение полезных ископаемых, закономерности их локализации в геологических структурах, уровень эрозионного среза месторождений. Определяющее значение при этом имеют: характер связи полезных ископаемых с элементами геологического строения; условия залегания и морфология скоплений полезных ископаемых, их размеры; строение и состав залежей полезных ископаемых.

При анализе влияния *горнотехнических факторов* на выбор технических средств разведки должны быть учтены: предполагаемые способы вскрытия и разработки месторождения; гидрогеологические условия, горнотехнические свойства полезного ископаемого и вмещающих пород.

Геолого-экономические факторы также могут оказывать влияние. В зависимости от уровня экономической освоенности, климата, ландшафтных особенностей рельефа, энергообеспеченности территории, наличия трудовых ресурсов, дорог и т. д. приходится решать вопросы рационального соотношения горноразведочных, буровых работ и геофизических исследований.

Технические средства геологоразведочных работ различаются по своим возможностям, информативности, стоимости (Шевелев, 2004, Петруха, 2003). Они включают: горные разведочные выработки, буровые скважины, геофизические исследования.

А. *Горные выработки* подразделяются на поверхностные и подземные. К поверхностным относятся канавы и траншеи (магистральные и прослеживающие), мелкие шурфы и дудки, расчистки; к подземным – глубокие шурфы, штольни и шахты с комплексом развиваемых из них горизонтальных выработок (квершлаги, штреки, орты, рассечки), а также наклонных и вертикальных (восстающие, гезенки).

Поверхностные горные выработки используются для вскрытия полезного ископаемого и вмещающих пород в коренном залегании, изучения зоны окисления рудных тел. Проведение этих выработок не требует больших затрат и поэтому широко используется на ранних стадиях изучения месторождений. Ведущее значение имеет проходка *канав.* Обычно их проходят на глубину 2-3 м, реже до 6 м уступами с высотой не более 2 м. При малом объеме работ и их рассредоточенности проходка канав осуществляется вручную. В стадию разведки канавы проходят с применением буровзрывных работ (рыхление, на выброс) и экскаваторами, бульдозерами, канавокопателями, скреперными установками. Те же геологические задачи (вскрытие рудных тел, их документация, опробование) решает проходка *траншей.* От канав они отличаются большим поперечным сечением и глубиной проходки (до 5 м). Используются современные технические средства – бульдозеры, скреперы, роторные установки. При изучении месторождений, представленных жильными зонами (в том числе, камнесамоцветного сырья) и для отбора технологических проб, возможна проходка *разведочных карьеров* (Петруха, 2003). Форма карьеров в плане, их размеры и глубина

определяются целевым заданием. Используются карьеры для разведки полезных ископаемых, выходящих на дневную поверхность или находящихся на небольшой глубине. Глубина карьеров может достигать 50 м, а объем – десятков кубических метров. При проходке применяют разные технические средства.

Для прослеживания и оконтуривания залежей по простиранию при мощности рыхлых отложений более 5 м, а также вскрытия предполагаемых под наносами новых тел полезных ископаемых, предусматривается проходка разведочных *шурфов*. Они подразделяются на мелкие (до 10 м) и глубокие (до 40 м). Площадь сечения шурфов 1,25; 1,5; 2,0; 4,0 м^2. Глубокие шурфы проходят для изучения условий залегания рудных тел, отбора проб монолитов. При необходимости из шурфов проходят рассечки сечением 1,8, 2,7 или 3,6 м^2. Многие годы шурфы служили основным техническим средством при разведке россыпей и других приповерхностных месторождений. Неглубокие шурфы круглого сечения называются *дудками*. Шурфы, проходимые в неустойчивых и рыхлых породах, крепят, а глубиной более 10 м вентилируют.

Механизированная проходка шурфов осуществляется с использованием специализированных технических средств, предназначенных только для бурения (КШК-30А, УБСР-25), или комбинированных, используемых для проходки шурфов и скважин (ЛБУ-50, КБУ-15, УКС-22М).

Подземные горные выработки по целевому назначению подразделяются на подходные (вскрывающие) и собственно разведочные (Шевелев, 2004). К подходным относятся шахты, подходные штольни и квершлаги; к основным – штреки, орты, рассечки и восстающие.

Стволы *разведочных шахт* используются как вскрывающие выработки при разведке месторождений. Сечение разведочных стволов колеблется от 6 до 12 м^2, а глубина – до нескольких сотен метров. *Разведочные штольни* служат горизонтальными вскрывающими выработками при разведке месторождений, залегающих в условиях пересеченного рельефа. Поперечное сечение штолен колеблется в пределах от 6 до 9 м^2. *Квершлаг* также является горизонтальной вскрывающей подземной выработкой и проходится из ствола шахты. Разведочным квершлаг является только в той части, где выработка пересекает залежь полезного ископаемого. *Разведочные штреки* представляют горизонтальные горные выработки, пройденные по простиранию залежей. Их целью является прослеживание по простиранию строения рудных тел, сплошности оруденения. Штрек может быть пройден по полезному ископаемому (*рудный штрек*) или по вмещающим породам (*полевой штрек*). Если тела полезных ископаемых обладают значительной мощностью, то от полевого или рудного штрека через определенные интервалы проходят *орты* (рассечки) или *скважины* с выходом во вмещающие породы для вскрытия продуктивных зон на полную мощность. Эти выработки выполняют роль разведочных пересечений. *Разведочные гезенки* проходят из квершлагов вверх или вниз, пересекая пологопадающие тела полезного ископаемого по их мощности. *Разведочные восстающие* проходят из штреков по восстанию залежей полезного ископаемого. Проходят восстающие с целью прослеживания залежей полезного ископаемого между основными горизонтами горных работ. При этом появляется возможность изучения

сплошности оруденения по восстанию, изменчивости мощности и качества минерального сырья по вертикали.

Площади поперечного сечения в проходке квершлагов и штреков колеблется в пределах 3,6-5,8 м^2, ортов – 2,7-3,6 м^2, восстающих и гезенков – до 4 м^2.

При проходке разведочных выработок используются разнообразные технические средства, осуществляющие буровзрывные, погрузочные, откаточные, подъемные и иные виды работ.

Применение горных работ в качестве технического средства рекомендуется осуществлять с учетом следующих требований (Петруха, 2003):

- при заложении дорогостоящих горных выработок необходимо учитывать геологические особенности объекта (условия залегания, размеры, форма залежей), полученные во многих случаях путем разведочного бурения;
- преобладающая часть горных выработок должна приходиться на вскрытое полезное ископаемое с целью его изучения и опробования;
- горные выработки следует проходить с учетом их дальнейшего использования при эксплуатации месторождения; например: использования разведочных шахт в ранге вентиляционных.

Горные выработки позволяют детально изучить изменчивость параметров оцениваемых объектов (по форме, качеству сырья, сплошности оруденения и т. д.), учет которых крайне необходим при разведке месторождений 3-й и 4-й групп по сложности геологического строения. Примеры размещения горных выработок при вскрытии и разведке тел полезных ископаемых отражены на рисунках, приведенных в учебных пособиях (Петруха, 2003; Шевелев, 2004).

Б. *Буровые разведочные скважины* – наиболее широко применяемые технические средства разведки. Для большинства полезных ископаемых они являются главным и даже единственным техническим средством. Следует учитывать, что скважины дают менее полные сведения об оцениваемом полезном ископаемом, но буровые работы нашли широкое применение благодаря мобильности, скорости проходки скважин, относительной легкости оборудования, меньшим расходом средств на метр проходки (Шевелев, 2004). При всех очевидных преимуществах буровые скважины имеют и недостатки: они вскрывают небольшие участки недр; дают менее точные сведения о составе и строении полезного ископаемого по сравнению с горными выработками; повторное контрольное опробование и отбор проб разного назначения ограничен из-за малого количества получаемого каменного материала; при бурении скважин наблюдается их искривление, что усложняет геометризацию разведанных объемов недр; при бурении по рудоносным интервалам возникают осложнения и отмечается недостаточный выход каменного материала с ненарушенной структурой. Но буровые скважины незаменимы при разведке глубоко залегающих месторождений. Месторождения 1-ой и 2-ой групп по сложности геологического строения в основном разведуются только бурением.

При разведке месторождений твердых полезных ископаемых скважины бурятся с поверхности и из подземных горных выработок. Для поверхностного бурения используются неглубокие ударно-вращательные, вибрационные скважины и более глубокие ударно-канатные, пневмоударные и гидроударные. При оценке глубоких

горизонтов задействуют бурение колонковых скважин и бескерновых скважин вращательного бурения. Из подземных горных выработок бурятся колонковые, шарошечные и перфораторные скважины.

Приповерхностные скважины глубиной до нескольких десятков метров используются для геологического изучения рудовмещающих структур, прослеживания, опробования и оконтуривания приповерхностных участков месторождений (Шевелев, 2004). Возможно использование разного типа буровых установок: УПБ-25 и УБР-2, БУУ-2, УКБ 12/25, БУ-20-2УШ и др.

Колонковое бурение глубиной от десятков метров до 150-200 м осуществляется агрегатами, смонтированными на автомашинах (УКБ-2, БСК, КГК-100 и др.). Более глубокие скважины бурятся агрегатами УКБ-3, УКБ-4, УКБ-5 и станками ЗИФ-650, СБА-500, СБА-800, ЗИФ-1200 и др. В последнее время в практике геологоразведочных работ нашли применение станки, разработанные зарубежными фирмами. Наиболее широко применяются буровые установки компаний Boart Longyear, Atlas Copco, Sandvik, SCHRAMM и их аналогов, произведенных, как правило, в КНР. Известные в нашей стране установки алмазного бурения серии Boart Longyear включают станки LM30, LM45, LM55, LM75. Размещенные на них манипуляторы позволяют ориентировать направление бурения скважины в любую заданную сторону.

Создание новой техники направленного бурения позволило проводить разведку по более рациональным схемам при проходке многоствольных скважин и за счет этого – многократного увеличения массы опробуемого рудного материала (без бурения дополнительных скважин). При этом дополнительные стволы могут располагаться как в одной вертикальной плоскости, искривления в одну сторону, так и задаваться в разных азимутальных направлениях (рис. 5).

Скважины подземного бурения могут являться частью разведочной системы или решать частные задачи, возникающие при геологическом изучении месторождения (прослеживание локальных рудоконтролирующих структур, апофиз, поисков смещенных частей рудных тел и т. д.). Бурение колонковых горизонтальных, наклонных и вертикальный скважин до 100 м осуществляется станками БСК-2М-100, а бескерновое – станками НКР-100. Неглубокие подземные скважины могут буриться с помощью колонковых или телескопных перфораторов без отбора керна глубиной 15-20 м.

В. ***Геофизические исследования*** **играют большую роль в изучении** земных недр, в том числе, на стадии разведки месторождений. Несмотря на то, что непосредственной геологической информации эти исследования не дают, геофизика как метод во многих случаях позволяет сократить количество необходимых разведочных пересечений, получить дополнительную ценную информацию. При обосновании и своевременном проведении комплекса геофизических исследований появляется возможность пересмотра рекомендуемых методик и технических средств разведки. Последние могут меняться в зависимости от конкретной геологической обстановки и разрешающей способности геофизических средств разведки (Шевелев, 2003).

Как основные технические средства, геофизические методы могут применяться для исследования недр в промежутке между разведочными сечениями и при задействовании операций геофизического опробования.

Комплекс геофизических методов для решения основных задач разведки выбирается на основе учета совокупности факторов, определяющих возможную эффективность раздельного и совместного их применения. К таким факторам относятся (Комплексная …, 1990):

- степень дифференциации пород и руд по физическим свойствам, определяющая возможность использования данных каротажа для петрографической характеристики объектов;
- размеры, форма, элементы залегания, число рудных тел, текстурно-структурные особенности руд и их вещественный состав;
- присутствие в разрезе пород, близких по физическим свойствам к рудным образованиям;
- методика ведения горных и буровых работ, техническое состояние скважин.

При обосновании методики разведочных работ в рациональный комплекс необходимо включать минимальное и достаточное число геофизических методов, обеспечивающих получение достоверной информации с наименьшими затратами труда и времени. При задействовании нескольких методов следует предусмотреть последовательную их реализацию, скорректированную в зависимости от результатов каждого предыдущего метода.

Представления о возможностях геофизических методах формируются на основе *физико-геологической модели* (ФГМ) *объекта*. ФГМ включает геологическую модель, сведения о физических свойствах структурных элементов геологической модели, ожидаемые геофизические поля и аномалии на площади или по отдельным профилям (Сапожников, 2012).

В комплекс *наземных геофизических работ* при разведке месторождений входит широкий перечень методов: электроразведки, магниторазведки, радиометрии и др. Геофизические съемки в масштабе 1:2000-1:1000 позволяют более надежно оконтурить площади развития рудной минерализации, поля измененных околорудных пород, проследить выходы рудных тел, установить элементы их залегания, определить мощность рыхлых отложений и границу коры выветривания. Рассмотрим лишь ведущие из перечисленных методов.

Электроразведка включает группу методов, основанных на изучении естественных или искусственно возбужденных в земной коре электромагнитных полей. Электромагнитное поле зависит от свойств горных пород (удельного электрического сопротивления, диэлектрической проницаемости, поляризуемости, электрохимической активности). Это позволяет по изменению параметров поля изучать геологическое строение площади и выявлять залежи полезных ископаемых. Используются следующие основные группы методов.

Электропрофилирование (ЭП) является одним из самых распространенных методов электроразведки и применяется для изучения крутопадающих слоистых толщ при некоторой постоянной глубинности изучения разреза по профилю (Сапожников, 2012). Геологическими предпосылками для применения метода является присутствие в рудах сульфидов, минералов железа и других, обусловливающих их низкое электросопротивление по сравнению с вмещающими породами. Распространенным является вариант ЭП, получивший название срединный градиент (СГ). В этом варианте

токовые электроды разносятся на большое расстояние (1-3 км) и остаются неподвижными в процессе измерения удельного электрического сопротивления ρ_k при перемещении приемной установки *MH* постоянного тока и постоянного размера между электродами *AB*. В горизонтальной однородной среде градиент электрического поля ($\Delta U/MN$) практически постоянен и на его фоне заметны проявления неоднородности разреза в виде локальных тел, крутопадающих пластов с аномальными электрическими свойствами (например, зон окварцевания).

Вертикальное электрическое зондирование (ВЭЗ) – метод электроразведки, применяемый для изучения изменения удельного сопротивления по глубине для некоторой вертикальной трассы. Основан метод на постепенном увеличении размеров установки *AB* с общей центральной точкой (точкой зондирования), при котором увеличивается глубина проникновения тока и, соответственно, глубинность исследований. Метод ВЭЗ используется для изучения пространственного положения, морфологии и элементов залегания рудных тел в вертикальном разрезе. Широко задействуют его при геоморфологических исследованиях, для определения позиции и состава кор выветривания, мощности и строения рыхлого покрова, при гидрогеологических и инженерно-геологических изысканиях.

Метод вызванной поляризации (ВП) основан на изучении электрохимических процессов, возникающих на границе пород с ионной проводимостью (электронных проводников) и окружающей их жидкостью (электролитом) под воздействием пропускаемого тока. После выключения тока некоторое время в цепи возникает вторичная ЭДС – гальванический источник тока, создающий нестандартное поле вторичной поляризуемости. Метод ВП широко используется при разведке месторождений сульфидных, магнетитовых, редкометалльных и иных руд, при оценке ореолов с рассеянной рудной минерализацией.

Метод естественного поля (ЕП) основан на изучении естественных электрических полей, обусловленных разными электрохимическими процессами, самопроизвольно протекающими в земной коре. Метод эффективен при разведке рудных тел близповерхностного залегания, являющихся электронными проводниками. Используется при разведке сульфидных, магнетитовых, марганцевых и графитовых месторождений.

Метод переходных процессов (МПП) основан на изучении низкочастотного электромагнитного поля. В МПП изучается неустановившееся поле вихревых токов, возникающих в породах и рудах при ступенеобразном изменении тока в контуре, который может быть расположен как на наземной поверхности, так и в воздухе (Горбунова, 1982).

Магниторазведка основана на изучении пространственных изменений геомагнитного поля, возникающих вследствие неодинаковой намагниченности горных пород и руд. Магнитное поле измеряют с помощью магнитометров, предназначенных для измерения полного вектора напряженности T и его вертикальной составляющей. Обычно выполняют относительные измерения, находя приращения значений поля между двумя пунктами наблюдений. Интерпретация магнитных аномалий начинается с анализа карт изолиний магнитного поля, по которым судят о морфологии, размерах и природе возмущающих объектов (Сапожников, 2012). Количественную интерпретацию аномалий осуществляют, используя графики по профилям, проходящим крест простирания

геологических объектов. Магнитные съемки с высокой детальностью и точностью 1-2 нТл включаются в разведочный комплекс для решения широкого круга вопросов. В том числе: расчленения пород по литологическому составу; выявления локальных структурных элементов (даек, жил, жерловых построек и т. д.); обоснования зональности размещения разных типов метасоматических пород; выявления магнитных руд черных металлов и слабомагнитных – цветных, благородных, редкометалльных; изучения рудных тел в морфоструктурах месторождения; изучения инженерно-геологических условий и т. д.

Гравитационная разведка основана на изучении пространственного распределения плотности в земной коре с помощью измерения силы тяжести σ (в г/см^3). При интерпретации полей силы тяжести используется характеристика избыточной плотности $\Delta\sigma$, представляющая разность плотностей отдельного геологического тела $\sigma_т$ и вмещающих пород $\sigma_{вм}$. Она может быть положительной или отрицательной. Единицей измерения силы тяжести является Галл (см/с^2). Но обычно пользуются более мелкой единицей – миллигалом (1 мГал =10^{-3} Гала). В разведочной геофизике относительные измерения гравитационного поля g выполняются с помощью гравиметров. Прибор позволяет измерять приращение g от точки к точке, т. е. Δg. На этой основе вычисляются аномальные поля Δg, по которым судят о неоднородностях по плотности в земной коре.

Гравиразведка применяется при структурно-геологическом изучении земной коры, разведке разных полезных ископаемых. Наиболее эффективно гравиметровой съемкой выявляются залежи железорудных и хромитовых месторождений, интенсивность аномалий силы тяжести над которыми может достигать 0,4-0,5 мГал. При увеличении детальности съемки возможно обнаружение рудных тел сульфидных месторождений размером 0,1-0,2 км^2, с интенсивностью аномалий 0,2-0,5 мГал (Шевелев, 2004).

Радиометрические методы основаны на изучении радиоактивности руд и горных пород с целью решения поисково-картировочных и разведочных задач, опробования. Наибольшее применение получила *гамма-съемка*, дающая положительные результаты для обнаружения радиоактивных руд и расчленения горных пород. Съемка проводится в аэро-, пешеходном, автомобильном вариантах. Радиоактивность выражается через мощность дозы излучения за единицу времени в А/кг (в системе СИ) или в микрорентгенах в час (1 мкР/час=10^{-12} А/кг). Изменения выполняют с использованием спектрометрической аппаратуры, позволяющей выделять урановую и калиевую составляющую радиоактивного поля.

Повышенной радиоактивностью обладают породы, в которых в рассеянном состоянии находятся элементы урана, тория. Также повышенная радиоактивность свойственна породам, содержащим изотоп Калий-40. Он присутствует в кварц-серицитовых сланцах, нередко несущих золоторудную минерализацию, полевошпатовых породах, калийных солях.

Геофизические исследования скважин (ГИС) – это отрасль разведочной геофизики, отличающаяся от других методов только по методике исследований. Основные положения теории физических полей, измеряемых в скважинах, остаются теми же, что и в полевой геофизике (Сковородников, 2009, 2016). Роль и значение ГИС постоянно возрастает. В перспективе ГИС открывает путь к бескерновому изучению скважин. В настоящее время в

скважинах регистрируется большое количество разных параметров (около 40). При этом стоимость ГИС составляет незначительную часть от общей стоимости сооружения и оборудования скважины.

В ГИС выделяют три больших раздела: каротаж, операции в скважинах и скважинную геофизику.

Каротаж – это геофизические методы изучения геологического строения разрезов скважин. В каротаже исследуются очень небольшие объемы горных пород, прилегающие к стенкам скважины. Отличительная особенность каротажа – высокая детальность и точность исследований. Результаты фиксируются в виде непрерывных диаграмм по стволу скважины или в виде числовых значений с шагом порядка 10-20 см. Каротаж позволяет выполнять литологическое расчленение разрезов скважин, выделять в них интервалы полезного ископаемого, определять физические свойства горных пород и полезных ископаемых in situ. Именно на основании данных каротажа производится интерпретация полевых геофизических методов: электроразведки – по данным об удельном электрическом сопротивлении (УЭС) пород; магниторазведки – по значениям магнитной восприимчивости пород: гравиразведки – по их плотности. Каротаж дает сведения, необходимые для подсчета запасов месторождения – данные о мощности залежей, содержанию полезного компонента и т. д. Изучение скважин подразделяется по природе изучаемых полей на методы электрического, радиоактивного каротажа и прочие методы (Сковородников, 2009, 2016).

Методы электрического каротажа включают:

а) Группу методов кажущегося сопротивления (КС). В эту группу входят: метод КС – наиболее распространенный; резистометрия – метод определения удельного сопротивления жидкости; метод БКЗ (боковых каротажных зондирований) – скважинный аналог метода ВЭЗ; БК – боковой каротаж и др.

б) Методы токового каротажа: метод скользящих контактов (МСК) – при исследовании рудных скважин; метод бокового токового каротажа (БТК) – для исследования углеразведочных скважин.

в) Группа электромагнитных методов: ИК – индукционный каротаж, использующий поля низких частот; ВМП – высокочастотный волновой метод проводимости и др.

г) Группа методов электрохимической активности: ПС – метод потенциалов самопроизвольной поляризации (аналог метода естественного поля); метод электродных потенциалов (МЭП). Методы ПС и ПК стали применяться совместно, получив название стандартного электрического каротажа.

Методы радиоактивного каротажа (РК) включают: ГК – гамма каротаж – регистрация естественного гамма-излучения горных пород; ГГК – гамма-гамма каротаж, имеющий две разновидности – плотностной (ПГГК) и селективный (СГГК); РРК – рентгенорадиометрический каротаж; НГК – нейтронный гамма-каротаж и другие методы.

Скважинная геофизика – это геофизические методы изучения геологического строения межскважинного, околоскважинного и призабойного пространства. В отличие от каротажа, скважинная геофизика отличается большими объемами исследуемых горных пород. Это позволяет увеличить действующую зону влияния скважин, пройденных по

разряженной сети, обеспечить получение дополнительной геологической информации о межскважинном пространстве.

Методы скважинной и полевой геофизики подразделяются по природе исследуемых физических полей. Широкое использование в практике разведочных работ получили методы скважинной разведки. Выделены методы, основанные на использовании тока разной природы.

На постоянном токе: метод ЕП-С (естественного поля, скважинный вариант), МЗТ – метод заряженного тела, МЭК – метод электрической корреляции разрезов, ЧИМ – метод частичного извлечения металла.

На переменном токе: метод радиоволнового просвечивания, ДЭМПС – дипольного электромагнитного профилирования скважин, ННП-С – наземной незаземленной петли, скважинный вариант.

На импульсном токе: СП-С – метод вызванной поляризации, скважинный вариант; МПП-С – метод переходных процессов, скважинный вариант.

Задачи геофизических исследований в *горных выработках* во многом близки к тем, что уже были сформулированы выше. В том числе: корреляция рудных подсечений; оконтуривание и оценка размеров рудных тел; поиски пропущенных при разведке рудных тел в межвыработанном, межскважинном и околоскважинном пространстве; оценка положения выработок относительно рудных тел; внедрение в практику геофизического опробования.

Геофизическое опробование дополняет геологическое и во многих случаях его заменяет. Оно осуществляется в скважинах и шурфах, на стенках горных выработок. Также опробуется отбитая рудная масса в вагонетках и на транспортерах. Особенности геометрии среды измерений и условий их проведения отражаются в специфичности аппаратуры, в конструкции датчиков.

При измерении в горных выработках основными методами электроразведки являются (Рудничная…, 1986): метод ПС, электропрофилирование, метод электрической корреляции (МЭК), методы грави- и магниторазведки. С их помощью решаются горнотехнические задачи: определяется плотность горных пород и руд, выявляются подземные полости и зоны обрушения, форма карстовых полостей, коэффициенты фильтрации подземных вод и другие вопросы геологического обеспечения добычных работ.

СИСТЕМЫ РАЗВЕДОЧНЫХ РАБОТ

Метод локальных геологических наблюдений реализуется в разведке посредством *разведочной сети* (РС). Разведочная сеть – это методическое обоснование разведки месторождений полезных ископаемых. Она непосредственно влияет на получаемую разведочную информацию об оцениваемом объекте. От влияния собранной при разведке информации позднее невозможно избавиться никакой последующей обработкой данных (включая математическое и иное моделирование). Обоснование рациональной РС, отвечающей геологическим особенностям оцениваемого объекта, является кардинальным вопросом разведки месторождений.

Обоснование РС опирается на ряд понятий.

Любая разведочная выработка, пересекающая природное скопление полезного ископаемого, представляет искусственное обнажение и в случае выполнения определенных условий может рассматриваться как *единичное разведочное пересечение.* Совокупность разведочных пересечений, расположенных в одной плоскости, образует *разведочное сечение*, а совокупность разведочных сечений в пространстве – *разведочную систему*. Таким образом, *под разведочной системой понимается совокупность разведочных сечений (разрезов), определенным образом ориентированных в пространстве по отношению к рудному телу, позволяющих решать стоящие перед разведкой задачи* (Каждан, 1977; Рудничная…, 1986; Шевелев, 2004). Прослеживание объектов разведки в заданном направлении осуществляется с помощью разведочных пересечений, в заданной плоскости – с помощью разведочных сечений (разрезов), в заданном объеме – с помощью разведочных систем.

Разведочное пересечение должно удовлетворять ряду требований. Главные из них (Шевелев, 2004):

а) должно быть ориентировано в направлении близком к направлению максимальной изменчивости важнейших свойств полезных ископаемых в недрах (чаще – по линии мощности);

б) вскрывать залежи полезных ископаемых на полную мощность с выходом во вмещающие породы.

Разведочное пересечение может быть выполнено с применением разных технических средств: скважин, шурфов, подземных горных выработок и др. Их выбор зависит от задач разведки, природных особенностей объекта, технико-экономических соображений. Чем сложнее строение полезного ископаемого, тем в большей степени должно быть вскрыто тело оцениваемой залежи. Оптимальным при этом является использование разведочных горных выработок.

Разведочное пересечение должно быть сплошным, что обеспечивает полную информацию по изучаемому направлению. Вычисленные по нему средние значения свойств наиболее близки к действительным. Они расходятся только на величину технических погрешностей экспериментальных наблюдений.

Разведочные сечения (разрезы) могут быть поперечными, продольными или косыми по отношению к телам полезных ископаемых, а также горизонтальными или вертикальными. Разведочные пересечения в пределах разрезов могут располагаться параллельно под разными углами или пересекая друг друга. Если сведения о строении и свойствах полезного ископаемого накапливаются по линиям на основе данных разведочных пересечений, то площади (объемы) между смежными разведочными разрезами остаются неосвещенными. Чтобы иметь сведения о свойствах полезного ископаемого в пределах этих площадей, необходимо располагать характеристикой изменчивости залежи и геологической информацией, которая может быть получена только по принципу аналогии.

Несколько иной смысл вкладывал в понятие разведочной системы основоположник учения о поисках и разведке МПИ В. М. Крейтер (1961). В основе предложенной им систематики предлагалось брать необходимый комплекс технических средств разведки. Под системой разведки он понимал «такое пространственное размещение разведочных

средств, которое дает возможность построить намеченные разрезы и произвести необходимое опробование для подсчета промышленных запасов полезного ископаемого». Все разведочные системы В. М. Крейтер объединил в три группы, взяв за основу технические средства разведки: группы буровых, горных и горно-буровых систем. Позднее в развитие представлений о разведочных системах уже иными авторами были положены такие базовые понятия как характер изменчивости свойств полезных ископаемых, особенность анизотропии в строении залежей, возможности их изучения на основе комплекса технических средств. Так, А. Б. Каждан (1984) предложил классификацию разведочных систем, разделив их на три класса: системы вертикальных, горизонтальных и продольных разрезов, а также входящих в них ряда групп и видов (табл.).

РАЗВЕДОЧНАЯ СЕТЬ, ЕЁ ТИПЫ, ОБОСНОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ СЕТИ

Типы разведочных сетей

Обоснованность запланированной в проекте разведочной системы раскрывает выбранная разведочная сеть. Под *разведочной сетью* (РЗС) следует понимать взаиморасположение в объекте разведки локальных наблюдений и измерений разведочных параметров (Шевелев, 2004). Практика показала, что при одной и той же разведочной системе могут быть реализованы разные РЗС и, наоборот, разными разведочными системами могут быть созданы одинаковые разведочные сети.

Разведочную сеть характеризуют ряд показателей.

Анизотропия РЗС – это различие в размещении наблюдений и замеров по разным направлениям пространства. Анизотропия проявляется в форме и ориентировке ее ячеек. Если форма ячеек изометричная (квадратная, треугольная), то сеть изотропна. Если ячейка сети обладает удлиненной формой (прямоугольной, ромбической) с одинаковой ориентировкой, то сеть анизотропна.

Геометрия сети может быть разной. Выделяют правильные, неправильные и линейные сети.

Правильные сети – расположение разведочных пересечений подчиняется строгому геометрическому порядку (квадратная, прямоугольная, ромбическая).

Неправильные сети – отсутствует общая геометрическая упорядоченность в расположении разведочных пересечений.

В *линейных сетях* – разведочные пересечения располагаются в плоскости разведочных сечений и образуют отдельные линии на плоскости проекции; они могут быть параллельными или пересекающимися.

РЗС формирует представление об объекте разведки, соответствие которого в действительности можно проверить только в процессе отработки месторождения. Поэтому следует стремиться к обоснованию и реализации на практике «оптимальной» разведочной сети. По мнению В. В. Шевелева (2004) для этого необходимо выполнение ряда условий.

Первое: при ограниченных ассигнованиях на разведку оптимальная РЗС должна быть обеспечена лимитированным количеством разведочных пересечений, позволяющим выполнить разведку с наибольшей точностью и детальностью.

Второе (дополняющее первое): требования по точности и детальности разведки (категоризации запасов) следует реализовать наименьшим количеством разведочных пересечений.

Третье: у разведочной сети должна быть «оптимальная геометрия», отвечающая структурно-морфологическим особенностям объекта.

На примере четырех ведущих морфологических типов полезных ископаемых ниже рассмотрены условия выбора разведочных сетей (Волков, 2006).

1. Горизонтальные пластовые, пластообразные и линзообразные залежи, имеющие в плане изометричную или близкую к ней форму. Элементы анизотропии свойств не выражены. К этой группе следует отнести месторождения осадочного генезиса и кор выветривания: часть месторождений железных руд, марганца, никеля, бокситов, углей, фосфоритов. Если залежь должна быть изучена с одинаковой точностью по всей площади, то для достижения этой цели наиболее эффективна *квадратная сеть* разведочных пересечений (рис. 20). Она дает возможность получить серии взаимно пересекающихся разрезов. Подобная сеть позволяет на отдельных участках более сложного строения дальнейшее развитие РЗС путем проходки детализационных профилей (рис. 21).

При разведке рассматриваемого типа залежей возможны и другие варианты сетей, отвечающих тем же условиям равномерности расположения точек наблюдений. К ним можно отнести *треугольную сеть*, позволяющую построить равноточные разрезы по трем направлениям. При одинаковом расстоянии между точками пересечения у треугольной сети есть преимущество – расстояние до центра ячейки оказывается меньшим (рис. 22). Но треугольная сеть в практике разведок почти не используется (возможности ее дальнейшего развития отсутствуют).

2. Горизонтальные пластовые и пластообразные залежи, обладающие заметно выраженной в плане протяженностью в одном направлении – более распространенный в природе класс залежей по сравнению с предыдущим, шире охватывающий те же типы осадочных и экзогенных месторождений. Наличие у тел длины и ширины определяет анизотропию их строения. Поперек вытянутости залежей изменчивость выше, вдоль тел – меньше. Условию получения равномерной изученности залежей в данном случае наиболее соответствует *прямоугольная сеть*, стороны которой ориентированы по направлению длины и ширины тела. Короткая сторона ячейки располагается по ширине, а длинная – вдоль вытянутости объекта (рис. 23). Прямоугольная сеть обладает возможностями ее развития – сгущение на отдельных участках, проходка детализационных профилей.

Примером рассматриваемой группы залежей служат сильно вытянутые извилистые в плане тела лентообразной формы с резко выраженной анизотропией свойств (рис. 24). Геометрически правильная прямоугольная сеть при этом нарушается, и она становится близкой к сети следующего типа.

3. Наклонные залежи с отчетливо выраженными элементами залегания являются наиболее распространенным типом объектов разведки. Их морфология соответствует пластам, пластообразным залежам. Залежи такого типа обладают анизотропией морфологии, условий залегания и внутреннего строения. Разведочная сеть подчинена этим признакам. Применяется система параллельных вертикальных сечений (при

выдержанном простирании) или непараллельных (при изменчивом простирании), располагающихся на одинаковом расстоянии друг от друга (рис. 25). Способы развития сети точек наблюдений близки к описанным выше. Например, детализация имеющихся профилей, проходка промежуточных линий и выработок.

4. Для крутопадающих залежей, имеющих облик штоков, характерны сложные виды анизотропии (состава, свойств). В этом случае используется комбинированный способ разведки с применением горных выработок и буровых скважин. В одном из вариантов разведки крутопадающее рудное тело рассекается горными выработками по нескольким горизонтальным сечениям. В каждом сечении проходятся поперечные горные выработки и горизонтальные скважины с целью оконтуривания и изучения залежи (рис. 26).

В учебном пособии (Рудничная…, 1986) приведена более лаконичная систематика разведочных сетей. Выделены две системы разведки – по сетке и параллельным сечениям.

В системе разведки по сетке задействованы правильные разведочные сети – квадратная, прямоугольная, ромбическая. Эти РС применяются для крупных по размерам, простых по морфологии и внутреннему строению рудных тел, залегающих горизонтально или слабо наклонно – пластов, пластообразных тел, штокверков, плащеобразных залежей (рис. 27).

В системе разведки по параллельным сечениям следует выделять: а) горизонтальные сечения для крутопадающих тел сложной формы и строения (трубообразных, линейных оруденелых зон); б) вертикальные сечения для любых по форме тел с переменными углами падения, сложным внутренним строением и глубокозалегающим. Иногда системы горизонтальных и вертикальных сечений могут применяться на одной и той же залежи. Здесь верхняя часть разведуется горизонтальными сечениями (горными выработками в комбинации с подземными скважинами), а глубокие горизонты – скважинами с поверхности и подземным бурением, создающими вертикальные сечения.

Принципиальная схема разведки рудных тел линзообразной формы с использованием горноразведочных работ и буровых скважин отражена на рисунке 28.

Плотность разведочной сети, её обоснование

Обсуждение вопроса о плотности разведочной сети имеет высокую актуальность. С одной стороны, этот вопрос касается детальности изучения объекта, а с другой – связан с затратами средств и времени. Выбор плотности сети ориентируется на изучение *наиболее изменчивых параметров залежей*. В одних случаях для надежной оценки объема и условий залегания полезных ископаемых используются характеристики изменчивости формы залежей; в других – для оценки качества минерального сырья результаты исследования изменчивости линейных запасов или содержаний.

Разведочная сеть создается в плоскости залежей. Плотность (густота) разведочной сети определяется площадью, приходящей на одно разведочное пересечение. Плотность разведочной сети (R) есть безразмерный показатель – отношение объёма залежи (Q) к объему разведочной ячейки (q), т. е. $R=Q/q$. Однако в практике разведки практически всегда используют параметры, характеризующие расстояние между разведочными пересечениями, как в плоскости разведочных сечений, так и между ними.

Плотность разведочной сети зависит от размеров скоплений полезных ископаемых, сложности их геологического строения, целей разведочных работ, размеров оцениваемых (подсчетных) блоков. Чем гуще РЗС, чем меньше размер ее ячейки, тем большей разрешающей способностью она обладает и тем более глубокий уровень в строении оцениваемых объектов она вскрывает. По мере сгущения РЗС у наблюдаемой изменчивости разведочных параметров меняется соотношение между ее случайной и закономерной составляющими в сторону увеличения последней. Суммарная изменчивость остается постоянной, что выражается в постоянстве величины ее дисперсии при разной густоте РЗС (Шевелев, 2004).

Мерой, определяющей степень сгущения разведочной сети, служит выявляемая доля координированной изменчивости свойств залежей полезных ископаемых. Только при ее наличии правомерна геометризация параметров залежей. Составляющая неслучайной (координированной) изменчивости может быть выявлена и оценена горно-геометрическими и математическими методами.

В практике геологоразведочных работ при оптимизации РЗС задействуют следующие методы (способы):

- аналогии;
- разрежения (сгущения) разведочной сети;
- сравнения данных разведки с данными эксплуатации;
- геометро-статистический;
- совокупность математических методов

и ряд других способов.

Способ аналогии применяется в соответствии с принципом аналогии. Первоначально разведочная сеть принимается по аналогии с другими близкими по геологическому строению объектами. Месторождения должны относиться к одному геолого-промышленному типу. В данном случае задействуется *межобъектная аналогия.* Наибольшее значение способ приобретает на стадии оценочных работ в связи с недостатком сведений о геологическом строении оцениваемого объекта.

Способ базируется на отнесении разведуемого объекта к определенной группе сложности строения и выборе плотности РЗС на основе обобщения данных разведки многочисленных месторождений, приведенных в «Методических указаниях по применению классификации запасов…», МПР РФ, 2007. Накопленный опыт указывает на определенную условность отнесения объектов к той или иной группе. Индивидуальность объектов является основной причиной ошибок при использовании метода. Чем необычней по строению, составу оцениваемые недра, тем ниже оказывается возможность использования способа аналогии.

В пределах месторождения возможно применение *внутриобъектной аналогии* – использование апробированных разведочных сетей на участках выборочной детализации или в пределах отработанных частей залежей. Способ аналогии является наиболее используемым. Однако в рекомендациях ГКЗ подчеркивается, что он является приближенным и обязательно требует заверки соответствующими экспериментами и расчетами.

Способ разрежения относится к категории экспериментальных. Основан на предположении, что достигнутая на объекте густота сети наблюдений заведомо обеспечивает требуемую точность результатов, что чаще не является бесспорным. Способ сводится к последовательному разрежению исходной разведочной сети в 2, 3, 4 и т. д. раз. По разреженной РС определяются средние параметры разведочного участка, сосредоточенные в них запасы, строятся геологические разрезы. Затем производится их сравнение с «истинными» характеристиками, полученными на основе всех разведочных данных по исходной сети. Обнаруживающиеся различия рассматриваются как погрешности, к которым приводит конкретное разрежение сети. Задавая допустимый уровень погрешности, можно установить минимальную густоту сети, при которой во всех вариантах пространственного расположения точек наблюдений погрешности оценки параметра не превысят допустимого значения. Изменение наблюдаемого облика залежи полезного ископаемого при последовательном разрежении сети точек наблюдений отражено на рисунке 29. В тоже время следует отметить, что способ разрежения, как метод сравнения, следует применять в качестве общетеоретического исследования, а не оперативного средства для оценки сети разведуемого объекта (Шевелев, 2004).

Способ сгущения разведочной сети – экспериментальный способ, имеющий конкретную прикладную направленность. Он применяется в тех случаях, когда имеющаяся сеть точек наблюдений признана недостаточно густой или необходим контроль правильности представлений о геологической модели объекта. При последовательном сгущении сети следует постоянно анализировать изменение представлений о морфологии рудных тел, условиях их залегания и иных геологоразведочных параметров. Одним из показателей достаточности РЗС является однозначная увязка геологических элементов и рудных тел на планах и разрезах.

Следует учитывать, что при каждом сгущении сети имеется только один вариант пространственного положения начального пункта сети. Для этого варианта определяется среднее значение исследуемого параметра и вероятная погрешность его оценки. Достаточной признается такая густота сети, которая обеспечивает погрешности ниже допустимой, а увязка данных по соседним разведочным выработкам становится однозначной.

Способ сравнения данных разведки с данными эксплуатации заключается в сравнении разведочной модели недр с наиболее достоверной, основанной на наиболее детальном изучении недр в процессе эксплуатационных работ. Различие, которое при этом фиксируется, рассматривается как показатель, оценивающий правильность и точность разведки (Комплексная ГЭО…, 1990; Сборник нормативно-методических документов…, 1998, Шевелев, 2004). Данные разведки и отработки сопоставляются в контурах запасов, ранее прошедших экспертизу в ГКЗ РФ, с учетом отработки запасов за пределами этих контуров

Сравнению подлежат запасы полезного ископаемого и их компонентов, все подсчетные параметры (мощность тел полезных ископаемых, содержание полезных и вредных компонентов, объемная масса, площадь тела полезного ископаемого, коэффициент рудоносности и т. д.).

При сопоставлении должны анализироваться не только параметры и общие цифры запасов, но и выявленные изменения в представлениях об особенностях геологического строения месторождения; анализируется их влияние на количество и качество запасов полезного ископаемого. Должны вскрываться причины расхождений сопоставляемых данных разведки и отработки. Должна быть доказана достоверность данных эксплуатационной разведки, эксплуатационного опробования очистных выработок, геолого-маркшейдерского и фабричного учета, достоверность учета потерь и разубоживания (рис. 2, 30, 31).

Необходимо отметить, что результаты эксплуатации месторождения нельзя рассматривать как безошибочные. При разработке месторождения не всегда полностью учитываются потери и разубоживание минерального сырья, а это искажает представление о морфологии и качестве тел полезных ископаемых. Подготовительные и очистные работы часто не проводятся в тектонически сложных зонах, на участках размыва залежей, их расщепления или выклинивания, что снижает достоверность собранных сведений. Поэтому на практике применение способа чаще ведется путем сравнения не с данными добычи, а с результатами эксплуатационного опробования.

В результате сопоставления данных разведки и разработки даются рекомендации, направленные на повышение достоверности исходных разведочных данных, методики разведки, оконтуривания и подсчета запасов.

Геометро-статистический способ имеет достаточно надежный и относительно простой математический аппарат, широкий диапазон применения. Возможности использования метода для решения комплекса горно-геологических задач рассмотрены ранее (см. раздел 11.3). Здесь приведена методика решения лишь одной задачи – определения рациональной плотности разведочной сети.

Для решения прикладных геологоразведочных задач обычно используют данные эксплуатационной разведки. Подбор данных проводится на профилях, ориентированных по простиранию и падению рудных тел. Размеры между точками наблюдений соответствуют расстояниям между точками отбора проб в горных выработках или скважинах. Длина профилей соответствует параметрам рудных тел по исследуемым направлениям. Обработка материалов заключается в построении одномерных графиков изменчивости геологических параметров в системе координат: содержание полезного компонента (мощность залежи) – расстояние. Затем проводится выравнивание (сглаживание) исходных данных, оценка уровненного строения, частотных и амплитудных характеристик изучаемых полей (геохимических, морфометрических).

Для обоснования плотности и геометрии разведочной сети применяется *способ геометрической автокорреляции*, соответствующий геометро-статистической модели (Рудничная…, 1986; Петруха, 2003). Способ позволяет вычислять значение радиуса геометрической автокорреляции (R_q, м) после выравнивания исходных данных по формуле: $R_q=L(1+2K_q)^{-1}$, *где* L – длина участка аппроксимации (исследуемого профиля), м; K_q – количество экстремальных значений аппроксимирующей поле функции на профиле; q – структурный уровень. Оптимальный шаг разведки принимается равным среднему значению радиуса геометрической автокорреляции, вычисленному по сечениям рудного тела (по простиранию и падению).

Геометро-статистическая модель используется для установления связи между уровнями частотной изменчивости параметра (R_q) и категориями разведанных запасов. Применение модели оправдано при преобладании закономерной составляющей изменчивости признака над случайной составляющей или при их равных соотношениях.

Обоснование оптимальной плотности разведочной сети для медноколчеданных месторождений Урала, выполненное Л. М. Петрухой (1991), позволило установить, что распределение меди, цинка, серы в рудных телах месторождений в основном изометричное. Оценка анизотропии (A) изменчивости геологоразведочных параметров, определенной как соотношение значений (R_q) по простиранию и падению рудных тел ($A=R_{q1} / R_{q2}$), показала, что среднее значение A=1,1, т. е. близко к единице. В связи с этим разведочная сеть на медноколчеданных месторождениях должна быть квадратной, а не прямоугольной (как это отражено в Методических рекомендациях ГКЗ).

Обоснование плотности разведочной сети с использованием аппарата стационарной случайной функции и геостатистической модели рассмотрены ранее (см. раздел 11.3).

Контрольные вопросы к теме 3

1. Принципы разведки. Для чего они разработаны?
2. В чем заключается принцип последовательных приближений?
3. Как реализуется принцип аналогии?
4. В чем заключается принцип максимальной эффективности?
5. На какие этапы и стадии подразделяется процесс геологического изучения недр?
6. На какой стадии геологоразведочных работ рудопроявление переходит в разряд месторождений?
7. Что такое – месторождение оценённое, месторождение разведанное?
8. Какой документ подготавливается по результатам разведки месторождения? Каково его содержание?
9. Какие виды горных выработок применяются при разведке? Охарактеризуйте условия их применения.
10. Перечислите преимущества и недостатки применения при разведке буровых скважин.
11. Какие геофизические методы применяются при изучении поверхности месторождений?
12. Какие задачи при разведке позволяет решать каротаж скважин?
13. Какие данные позволяют получить применение геофизических методов при изучении межскважинного пространства?
14. Что такое система разведки?
15. Типы разведочных сетей.
16. Плотность разведочной сети; какие факторы определяют ее обоснование?
17. В чем сущность способов аналогии и разрежения при обосновании плотности разведочной сети?
18. Как осуществляется сопоставление данных разведки и эксплуатации при обосновании плотности сети наблюдений?

19. Что лежит в основе математических методов обоснования плотности разведочной сети (статистического, геометро-статистического, геостатистического и др.)?

Тема 4
Подсчет запасов полезных ископаемых

КОНДИЦИИ ДЛЯ ПОДСЧЕТА ЗАПАСОВ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Кондиции на минеральное сырье представляют собой совокупность требований к качеству и количеству полезных ископаемых, горно-геологическим и иным условиям их разработки, обеспечивающим наиболее полное комплексное и безопасное использование недр на рациональной экономической основе с учетом экологических последствий эксплуатации месторождения (Методические рекомендации…, 2007; Временное руководство…, 1997). Кондиции – это основной инструмент геолого-экономической оценки месторождений. Они разрабатываются и уточняются в процессе геолого-экономической оценки месторождений по материалам их разведки и эксплуатации на основе специального технико-экономического обоснования (ТЭО).

Для подсчета запасов рудных месторождений, а также отдельных видов нерудного сырья (горно-химического, плавикового шпата, барита, графита, талька, асбеста, слюды), кондиции могут включать следующие параметры:

- бортовое содержание компонента в пробе или условия оконтуривания рудных тел в геологических границах;
- минимальное содержание компонента в краевой выработке;
- минимальное промышленное содержание компонента в подсчетном блоке, запасы которого относятся к балансовым;
- коэффициенты приведения содержания попутных компонентов к основному в комплексных рудах и минимальное их содержание, учитываемое при приведении;
- максимально допустимое содержание вредных примесей в краевой пробе, оконтуривающей выработке и по месторождению;
- минимальная мощность тел полезного ископаемого или минимальный метропроцент (метрограмм);
- максимально допустимая мощность прослоев пустых пород и некондиционных руд, включаемых в подсчетный контур полезного ископаемого;
- минимальный коэффициент рудоносности для месторождений с прерывистым и гнездовым распределением полезных компонентов;
- минимальные запасы изолированных тел полезных ископаемых, при которых они относятся к балансовым.

По остальным типам месторождений полезных ископаемых (карбонатные породы, магнезиты, дуниты, цементное сырье и другие) кондиции для подсчета запасов включают:

- требования к качеству полезного ископаемого (или получаемой из него продукции) в соответствии с действующими стандартами и техническими условиями или обусловленными результатами технологических испытаний;
- условия подсчета запасов по сортам (классам, маркам) конечной продукции;
- минимальную мощность тела полезного ископаемого;
- максимально допустимую мощность прослоев пустых пород и некондиционных руд, включаемых в подсчетный контур полезного ископаемого;
- минимальный выход конечной продукции.

Для каждого месторождения, в зависимости от геологического строения, горно-технических условий разработки и требований промышленности к качеству минерального сырья, учитывают только те их перечисленных параметров, которые необходимы для геолого-экономической оценки его промышленного назначения.

Рассмотрим важнейшие кондиционные показатели.

Бортовое содержание – это наименьшее содержание полезных компонентов в пробах, включенных в подсчет запасов, при оконтуривании по мощности тела полезного ископаемого в случае отсутствия четких геологических границ. Оно должно отвечать наибольшему экономическому эффекту разработки месторождения. В комплексных месторождениях бортовое содержание выражается суммой содержаний полезных компонентов, имеющих промышленное значение. Эта сумма должна быть приведена к содержанию условного основного компонента, имеющего максимальную извлекаемую стоимость. Примеры оконтуривания месторождений при различных вариантах бортового содержания приведены на рисунках (рис. 32, 33).

Бортовое содержание определяется на основе повариантных подсчетов запасов. В качестве исходного варианта целесообразно применять бортовое содержание месторождения, аналогичного оцениваемому (по типу оруденения, размерам, морфологии рудных тел, вещественному составу руд, условиям разработки). Варианты с более высокими или низкими бортовыми содержаниями следует подбирать таким образом, чтобы разница в запасах руды, подсчитываемых при снижении (повышении) бортовых содержаний, составляла, как правило, не менее 10 % от общих запасов ближайшего варианта. Количество вариантов обычно не превышает 5 и чаще всего ограничивается значением 3. В случаях, когда сведения о бортовом содержании на аналогичном месторождении отсутствуют, первоначальную ориентировочную величину этого параметра в качестве исходного варианта определяют аналитическим путем, исходя из цены полезного компонента, коэффициента сквозного извлечения, разубоживания при добыче, удельных затрат на добычу и переработку. Последние определяются, исходя из укрупненных показателей намеченных систем добычи и переработки полезных ископаемых и предполагаемого масштаба месторождения. Для аналитического выражения бортового содержания применяются следующие формулы:

а) при ценах на содержащийся в концентрате полезный компонент:

$$С_{борт} = [(З_д + З_о) / (Ц_к \cdot И_о \cdot (1-р))] \cdot 100\ \%,$$

где $З_д$ и $З_о$ – эксплуатационные затраты на добычу и обогащение 1 т руды, руб.; $Ц_к$ – цена 1 т полезного компонента в концентрате без налога на добавленную стоимость (НДС), руб.; $И_о$ – коэффициент извлечения при обогащении, доли ед.; р – разубоживание при добыче, доли ед.;

б) при ценах на товарные концентраты ($Ц_к$) с установленным в них содержанием ($С_к$) полезного компонента:

$$С_{борт} = [((З_д + З_о) \cdot С_к) / (Ц_к \cdot И_о \times (1-р))] \cdot 100\ \%.$$

Оконтуривание рудных тел в соответствии с вычисленной величиной бортового содержания и подсчет запасов позволяют установить, какова будет экономическая эффективность разработки месторождения, а также наметить величину прочих вариантов бортового содержания. При этом верхний предел бортового содержания не должен быть

выше минимального промышленного содержания, подсчитанного с учетом налогов, платежей и отчислений; нижний предел бортового содержания не должен быть ниже уровня содержаний, при которых полезный компонент не извлекается в товарную продукцию.

Минимальное содержание компонента в краевой выработке устанавливается в тех случаях, когда выявлено закономерное снижение содержаний полезных компонентов в краевых частях рудного тела. Оконтуривание рудных тел в соответствии с минимальным содержанием в краевых выработках должно соответствовать наибольшему экономическому эффекту разработки месторождения. Это минимальное содержание определяется вариантным способом.

Минимальное промышленное содержание полезного компонента в подсчетном блоке – это содержание, при котором извлекаемая ценность минерального сырья обеспечивает возмещение всех затрат и получение минимальной установленной прибыли.

Минимальное промышленное содержание без учета налогов, платежей и отчислений определяется по формулам:

а) при ценах на содержащийся в концентрате полезный компонент:

$$С_{мин} = [(З_у + К_у \cdot Е) / (Ц_к \cdot И_о \cdot (1\text{-}р))] \cdot 100\ \%,$$

где $З_у$ – эксплуатационные затраты на добычу и обогащение 1 т руды, руб.; $К_у$ – удельные капитальные вложения в строительство горнопромышленного предприятия, руб.; Е – учетная ставка банка, доли ед.; при отсутствии инфляции принимается 5-6 %;

б) при ценах на товарные концентраты:

$$С_{мин} = [(З_у + К_у \cdot Е) \cdot С_к] / [(Ц_к \cdot И_о \cdot (1\text{-}р))] \cdot 100\ \%.$$

Минимальное промышленное содержание с учетом налогов, платежей и отчислений определяется по формулам:

а) при ценах на содержащийся в концентрате полезный компонент

$$С_{мин.\ н} = [(З_{ун} + К_у \cdot Е + Н_у) / (Ц_к \cdot И_о \times (1\text{-}р))] \cdot 100\ \%\ ,$$

где $З_{ун}$ – эксплуатационные затраты на добычу и обогащение 1 т руды с учетом налогов, которые входят в структуру эксплуатационных затрат; $Н_у$ – налоги, платежи, отчисления на прибыль в расчете на 1 т годовой добычи руды;

б) при ценах на товарные концентраты

$$С_{мин.\ н} = [(З_{ун} + К_у \cdot Е + Н_у) \cdot С_к / (Ц_к \cdot И_о \cdot (1\text{-}р))] \cdot 100\ \%.$$

Приведенное содержание полезных компонентов комплексных руд к содержанию условного компонента осуществляется с использованием переводных коэффициентов. Эти коэффициенты определяются исходя из соотношения цен полезных компонентов и коэффициентов извлечения при обогащении руд. Минимальное содержание, учитываемое при приведении к содержанию условного компонента, принимается равным содержанию, при котором минеральное образование не извлекается при принятой технологии обогащения:

$$К_{пр} = (Ц_п \cdot И_п) / (Ц_о \cdot И_о),$$

где $Ц_о$ и $Ц_п$ – цена 1 т основного и попутного компонента в концентрате, руб.; $И_о$ и $И_п$ – соответственно их коэффициенты извлечения, доли ед.

Максимальные допустимые содержания вредных примесей у полезных ископаемых, используемых без обогащения, устанавливаются в пробе или в интервале

разведочной выработки в соответствии с требованиями промышленности. Если при отработке месторождения предусматривается усреднение добытого минерального сырья, максимально допустимое содержание вредных примесей может быть установлено для подсчетного блока. При обогащении полезного ископаемого, когда вредные примеси полностью или частично переходят в концентрат и не извлекаются из него в дальнейшем, соответствующие ограничения вводятся для подсчетного блока. В случае, когда для удаления вредных примесей из концентрата требуется дополнительная переработка, их содержание в подсчетном блоке учитывается через величину минимального промышленного содержания полезного компонента.

Минимальная мощность полезного ископаемого и *максимально допустимая мощность прослоев пустых пород и некондиционных полезных ископаемых* устанавливается исходя из принятого способа и системы разработки месторождения. Целесообразность отработки рудных тел меньшей мощности, но с повышенным содержанием полезных компонентов, определяется по *метропроценту* (*метрограмму*) исходя из установленной минимальной мощности тела полезного ископаемого и бортового содержания.

В случае сложного строения рудных тел, когда рудные интервалы чередуются с безрудными, для уточнения величины максимально допустимой мощности прослоев пустых пород и некондиционных руд проводится подсчет запасов при разной мощности этих слоев по каждому из оцениваемых вариантов бортового содержания. Оценка влияния прослоев на размеры и форму рудных тел и последующую эффективность добычи и переработки полезного ископаемого позволяет установить оптимальную величину этого параметра кондиций.

Коэффициент рудоносности применяется в случае невозможности выделить и оконтурить в процессе геологоразведочных работ отдельные рудные тела. Минимальная величина коэффициента рудоносности устанавливается для подсчетного блока, исходя из минимально приемлемой рентабельности разработки месторождения, при определении которой наряду с общепринятыми затратами учитываются дополнительные, связанные с доразведкой и оконтуриванием рудных тел и их селективной выемкой.

Минимальные запасы изолированных тел полезных ископаемых, при которых они относятся к балансовым ($Q_{мин}$), устанавливаются исходя из дополнительных расходов, связанных с их вскрытием и отработкой, по формуле:

$$Q_{мин} = [К_д \cdot (1\text{-}р)] / [(Ц_{из} – З_{ун} – Н_у – К_д \cdot Е) \cdot (1\text{-}п)],$$

где $К_д$ – капитальные вложения, необходимые на проходку дополнительных вскрышных выработок, руб.; $Ц_{из}$ – извлекаемая в концентрат ценность полезных компонентов из 1 т руды, руб.; п – потери при добыче, доли ед.

ОКОНТУРИВАНИЕ ЗАПАСОВ

Оконтуривание является одной из самых ответственных операций при подсчете запасов. Оно заключается в ограничении рудных тел или их разведанных участков на площади и в разрезе.

Оконтуривание запасов ведется по промышленным кондициям. Запасы оконтуриваются по трем направлениям: *мощности, простиранию и падению* рудной

залежи. Исходными материалами для оконтуривания служат данные геологической документации и результаты опробования.

Контур может представлять собой: 1) естественные границы рудных тел; 2) линию с бортовым содержанием; 3) линию с нулевым содержанием полезного компонента; 4) линию с минимальной промышленной мощностью рудного тела; 5) линии разных типов и сортов руд; 6) линии, разграничивающие запасы разных категорий; 7) линии участков с разными условиями вскрытия и разработки; 8) линии предельного содержания вредных примесей. Некоторые типы контуров приведены на рисунках 34, 35.

Если тело не имеет естественных природных границ, его оконтуривают чаще всего по бортовому содержанию или по минимальной промышленной мощности.

При оконтуривании запасов различают внутренний и внешний контуры. *Внутренний контур* – линия, соединяющая крайние точки с кондиционными содержанием и мощностью; *внешний контур* – линия, проведенная за пределами этих точек по более низким (некондиционным) показателям. Площадь между внутренним и внешним контурами принято называть *межконтурной полосой* (рис. 36).

Оконтуривание начинается с определения *опорных точек*, через которые затем проводится линия контура. Положение опорных точек устанавливают методами интерполяции и экстраполяции. *Метод интерполяции* заключается в определении мощности или содержания между смежными выработками. *Метод экстраполяции* состоит в определении мощности или содержания за пределами выработок. Различают *ограниченную экстраполяцию*, когда внешняя контурная линия проводится между рудной и безрудной точками, и *неограниченную экстраполяцию*, когда эта линия проводится за пределами контура выработок, где данные о параметрах рудного тела отсутствуют.

Положение опорной точки между двумя пробами определяется с помощью интерполяции, если содержание полезного компонента изменяется закономерно, то есть переход между рудой и вмещающими породами постепенный. При незакономерном изменении содержания промышленный контур проводят обычно через середину расстояния между пробами с кондиционным и некондиционным содержанием или даже через крайнюю кондиционную пробу. Положение опорной точки при экстраполяции принимается на половине, трети или четверти расстояния между выработками или определяется по естественным формам выклинивания рудных тел.

Для полого залегающих плоских изометричных тел площадь оконтуривается в плане, для крутопадающих плоских тел – на продольных разрезах и вертикальных проекциях. Для крутопадающих тел с выдержанными углами падения оконтуривание площади иногда проводят на проекции, параллельной плоскости падения.

Как во внутренних, так и во внешних контурах, производится блокировка запасов по категориям, типам и сортам руд, условиям залегания, вскрытия, разработки и т. д.

Вначале оконтуривание выполняется по отдельным выработкам, затем по отдельным разведочным сечениям (вертикальным или горизонтальным) и только потом в целом по рудному телу.

*Оконтуривание рудных тел в пределах отдельных разведочных выработок з*ависит от их ориентировки относительно рудного тела. В *секущих* выработках при наличии четких геологических контактов с вмещающими породами границы тела определяются по

данным непосредственных наблюдений в забое горных выработок или по керну буровых скважин. При отсутствии четких геологических контактов границы тела полезного ископаемого определяются по результатам опробования и проводятся между породами, показавшими кондиционное и некондиционное содержание полезного компонента. При этом возможны 2 случая: а) если опробование выполнено сплошной бороздой, контур тела проводится по границе последней пробы, показавшей кондиционное содержание; б) если опробование проводится с интервалом между пробами, то границы промышленной части тела проводят между пробами способом интерполяции.

При незакономерном изменении содержания полезного компонента промышленный контур проводят обычно через середину расстояния между пробами, показавшими кондиционное и некондиционное содержание полезного компонента (рис. 37).

В *прослеживающих* выработках кроме распределения полезного компонента необходимо учитывать и характер выклинивания рудного тела. При резком выклинивании контур проводится по данным непосредственных наблюдений. При постепенном выклинивании учитывается характер изменения содержания и мощности.

Если содержание полезного компонента снижается постепенно, а мощность остается постоянной, то оконтуривание производится по содержанию. Здесь существуют те же два варианта, что и для секущих выработок: при опробовании сплошной бороздой контур проводят через границу последней кондиционной пробы, а при поинтервальном опробовании – методом интерполяции по приведенной выше формуле.

Если наблюдается постепенное уменьшение мощности тела, а содержание остается постоянным, то контур проводится либо по мощности, либо по метропроценту (метрограмму). Граница промышленной части тела определяется по следующим формулам:

$$X=L(M_{мин}-M_B)/(M_A-M_B),$$

где X – расстояние от точки B с некондиционной пробой пробы до контура тела; L – расстояние между кондиционной (A) и некондиционной (B) пробами; M_A и M_B –мощности тела соответственно в точках A и B; $M_{мин}$ – минимальная мощность, установленная кондициями;

$$X=L(M\%_{мин} - M\%_B)/(M\%_A - M\%_B),$$

где $M\%_{мин}$ – минимальный метропроцент, установленный кондициями; $M\%_A$ и $M\%_B$ – значение метропроцента соответственно в точках A и B.

Положение контура тела может быть намечено также по данным непосредственных замеров мощности в выработках.

Наконец, при одновременном уменьшении мощности тела и содержания полезного компонента оконтуривание производится по минимальному метропроценту (метрограмму).

Положение контура тела между двумя точками можно определять также графическим способом или специальной палеткой (транспарантом).

Учитывая, что расстояния между пробами обычно небольшие, особенно для руд цветных, редких металлов и золота, нередко поступают проще: проводят контур посередине между кондиционной и некондиционной пробами.

Оконтуривание тел полезных ископаемых по совокупности разведочных выработок производится на планах, разрезах или проекциях. При этом различают 3 случая проведения контура: 1) по опорным точкам, установленным непосредственно в выработках; 2) между двумя крайними выработками, одна из которых характеризуется кондиционными показателями, другая – некондиционными; 3) между двумя крайними выработками, одна из которых характеризуется кондиционными показателями, другая – отсутствием полезного ископаемого.

Проведение контура по опорным точкам, установленным непосредственно в выработках, выполняется двумя путями. При наличии четких геологических границ рудных тел опорные точки наносятся на планы, разрезы или проекции по данным непосредственных замеров в выработках (рис. 38). При отсутствии четких границ опорные точки определяются в пределах каждой выработки по данным химических анализов описанными выше способами. Оконтуривание состоит в соединении опорных точек.

Проведение контура тела полезного ископаемого между двумя крайними выработками, одна из которых характеризуется кондиционными показателями, другая – некондиционными, производится в зависимости от характера распределения полезного компонента. При равномерном распределении и постепенном изменении содержания полезного компонента опорные точки определяются рассмотренным выше способом интерполяции с использованием приведенных формул, графически или с помощью палетки. При неравномерном распределении полезного компонента или неравномерном изменении мощности контур обычно проводят через середину расстояния между выработкой с кондиционными и выработкой с некондиционными показателями. На месторождениях с крайне неравномерным распределением полезного компонента контур рудного тела часто проводят через крайние кондиционные выработки.

Проведение контура тела полезного ископаемого между двумя крайними выработками, одна из которых характеризуется кондиционными показателями, а другая фиксирует полное отсутствие тела полезного ископаемого, осуществляется в зависимости от характера выклинивания тела. При резком выклинивании промышленный контур проводят через середину расстояния между выработками, то есть способом ограниченной экстраполяции. Кондиционная мощность тела, вскрытая выработкой, распространяется до середины расстояния между выработками. При закономерном, постепенном выклинивании рудного тела нулевой контур также проводят через середину расстояния между выработками, а положение подсчетного контура определяется способом интерполяции между выработкой с промышленной концентрацией полезного ископаемого и принятым нулевым контуром (рис. 39).

Описанные приемы оконтуривания тел обычно применяются для определения положения контура не только между разведочными выработками (рис. 40), но и между разведочными разрезами (линиями).

Определение контуров тел полезных ископаемых за пределами разведочных выработок, или неограниченная экстраполяция, практикуется для запасов низких категорий C_1 и C_2, подлежащих дальнейшей разведке. При оконтуривании используются разнообразные геологические, морфологические, геофизические, статистические и геометрические приемы.

ПАРАМЕТРЫ ПОДСЧЕТА ЗАПАСОВ

Подсчет запасов полезных ископаемых в общем случае осуществляется по следующей схеме:

1) определяется объем залежи V как произведение площади S на среднюю мощность M: $V = S \cdot M$;

2) определяется запас руды Q как произведение объема V на объемную массу D: $Q = V \cdot D$, при этом обязательно учитывается естественная влажность руд;

3) определяется запас металла P как произведение запаса руды Q на среднее содержание металла C: $P = Q \cdot C \cdot 10^{-2}$, если содержание выражено в %, или $P = Q \cdot C \cdot 10^{-6}$, если в г/т.

Для одних полезных ископаемых (многие виды строительных материалов, природный газ, а в западных странах и нефть) подсчет запасов останавливается на вычислении объема. Количество некоторых иных видов сырья (железные руды, хромиты и др.) подсчитываются в виде запасов руды. Для большинства рудных элементов требуется расчет запасов металла.

Из приведенной схемы видно, что основными параметрами, необходимыми для подсчета запасов, являются площадь, средняя мощность, объемная масса руды и среднее содержание в ней полезных компонентов. Кроме того, могут использоваться разные поправочные коэффициенты.

Площадь устанавливается в результате оконтуривания рудных тел на планах и проекциях. Простые по конфигурации площади измеряются как геометрические фигуры, сложные – с помощью палетки, планиметра или курвиметра. В современных условиях площадь определяется с помощью компьютерных программ.

При наклонном залегании тела полезного ископаемого необходимо привести полученный замер площади к истинному значению, для чего вводят поправку на угол падения залежи β для замеров на плане по формуле:

$$S_{ист.} = S_{изм.} / \cos\beta,$$

для замеров на вертикальной проекции по формуле:

$$S_{ист.} = S_{изм.} / \sin\beta.$$

Мощность тела полезного ископаемого в пределах контура подсчета запасов определяется по данным горных и буровых работ, а также каротажа скважин. Если рудные тела имеют четкие геологические границы с вмещающими породами, их мощность устанавливается непосредственно с помощью замеров. Если четких геологических контуров нет, мощность рассчитывают по результатам секционного опробования по бортовому или минимальному промышленному содержанию полезного компонента.

В горных выработках мощность определяют замером расстояния от кровли до подошвы залежи при их документации и опробовании. Мощность рудных тел по данным бурения устанавливают прямыми или косвенными способами. Прямой способ – это расчет мощности по керну при колонковом бурении и по данным опробования шлама при ударном бурении, косвенные – по данным каротажа скважин или по наблюдениям в процессе бурения за изменением скорости углубки скважин, за цветом или составом шлама.

Разведочные выработки часто пересекают тело полезного ископаемого не по истинной мощности, а под некоторым углом. При пологом залегании замеряется вертикальная мощность $M_в$, при крутом падении – горизонтальная $M_г$. По керну или геофизическим данным мощность определяется длиной рудного интервала $M_{скв}$. Эти так называемые наблюдаемые мощности отличаются от истинной мощности $M_{ист}$ и приводятся к ней по геометрическим формулам (рис. 41):

$$M_{ист.} = M_г \cdot \mathrm{Sin}\alpha,$$

$$M_{ист.} = M_в \cdot \mathrm{Cos}\alpha;$$

$$M_{ист.} = M_{скв.} \cdot \mathrm{Cos}(\alpha-\beta) \cdot \mathrm{Cos}\gamma,$$

где α – угол падения залежи, β – зенитный угол наклона скважины в месте пересечения залежи; γ – угол между азимутальным направлением скважины и азимутом падения залежи.

Среднее значение мощности определяется среднеарифметическим или средневзвешенным способом. Метод среднего арифметического применяют при более или менее равномерном распределении пунктов замера мощностей. В этом случае средняя мощность M определяется по формуле:

$$M = \sum m / n,$$

где n – количество замеров мощности.

Способ средневзвешенного применяется при резко неравномерном распределении точек замера и установленном направлении закономерностей изменчивости мощности. Средневзвешенная мощность рассчитывается по формуле:

$$M=\sum m \cdot l / \Sigma l,$$

где l – расстояние, на которое распространяется влияние значения данного замера мощности.

Объемная масса руды должна быть установлена с учетом естественной пористости, трещиноватости и кавернозности полезного ископаемого. Она определяется лабораторным или полевым способами. При применении лабораторного способа объемная масса определяется путем взвешивания образцов, покрытых пленкой парафина, в воздухе и в воде или взвешиванием и определением их объема в мерном сосуде. При полевом способе проходится горная выработка и вся добытая горная масса взвешивается, а пройденное пространство замеряется. Соотношение массы полезного ископаемого и объема даст объемную массу. Считается, что для определения объемной массы этим способом достаточно 10 м^3 полезного ископаемого. Этот способ более точный.

Объемная масса должна определяться для каждого сорта и типа полезного ископаемого, запасы которых учитываются самостоятельно. Количество определений объемной массы должно быть достаточным для надежного обоснования средних величин. Считается, что для однообразных по сложению полезных ископаемых достаточно 10-20, а для более сложных 20-30 определений объемной массы типичного материала для каждого сорта полезного ископаемого.

При этом обязательно учитывается *естественная влажность руды*, которая может достигать у отдельных полезных ископаемых 30-40 % и более. Учет естественной влажности необходим в связи с тем, что анализы проводятся с сухими навесками после просушивания проб при 105-110 ºС, а содержание полезных компонентов определяется

для воздушно-сухой массы. Поэтому необходима поправка в содержание на влажность руды по формуле:

$$С_{вл.} = С_{сух.} \cdot (100 - В) / 100,$$

где $С_{вл.}$ – содержание полезного компонента по влажной руды, % или г/т; $С_{сух.}$ – то же в сухой руде; В – влажность, при которой определена объемная масса, %.

Чаще пересчитывают не содержание на сырую руду, а объемную массу сырой руды $D_{вл.}$ на сухую $D_{сух.}$ по формуле:

$$D_{сух.} = D_{вл.} \cdot (100 - В) / 100.$$

Естественная влажность определяется как отношение потери массы штуфа в результате высушивания к массе влажного образца и вычисляется путем сравнения массы проб влажного минерального сырья $Q_{вл.}$ с массой тех же проб, просушенных до постоянной массы при 105-110 ^{o}С, $Q_{сух.}$, по формуле:

$$В = 100 \cdot (1 - Q_{сух.} / Q_{вл.}).$$

Необходимо учитывать, что влажность не является величиной постоянной и изменяется в зависимости от глубины залегания полезного ископаемого, времени года, уровня грунтовых вод и др.

Среднее содержание определяется как среднеарифметическое или средневзвешенное по скважине, выработке, горизонту, блоку, участку и месторождению в целом. Чаще всего применяют среднее содержание, взвешенное на длину проб, то есть на их мощность.

Поправочные коэффициенты вводятся для *уменьшения запасов* при прерывистом (дискретном) оруденении, разобщенности рудных тел, наличии безрудных даек, участков пустых пород, валунов и т. п. Коэффициенты для *увеличения запасов* применяются при избирательном выкрашивании рудных компонентов из керна, при намыве ценных компонентов при разработке россыпей. Могут вводиться поправочные коэффициенты на систематические погрешности химанализов, замеров мощностей в скважинах и др.

МЕТОДЫ ПОДСЧЕТА ЗАПАСОВ

Существует довольно много разных методов подсчета запасов. Все они основаны на определении объема подсчетных контуров, которые сравниваются с равновеликими геометрическими фигурами. Запасы подсчитываются по простейшим формулам:

$$V = S \cdot m,\ Q = V \cdot d,\ P = Q \cdot C / 100,$$

где V – объем тела полезных ископаемых, S – площадь тела на проекции, m – средняя мощность, Q – запасы руды, d – объемная масса руды, C – среднее содержание полезного компонента в %.

Наибольшим распространением пользуются методы геологических и эксплуатационных блоков, разрезов и статистический.

Метод геологических блоков является универсальным для подсчета запасов плоских тел. При этом методе выделяют блоки разной величины, отличающиеся по степени разведанности, мощности, содержанию полезных компонентов, типам и сортам руд, технологическим свойствам, гидрогеологическим и горнотехническим условиям (рис. 42).

Частным случаем этого метода является *метод среднего арифметического*, когда все тело рассматривается как один подсчетный блок.

Метод эксплуатационных блоков применяется также для подсчета запасов плоских тел, разделенных горными выработками и буровыми скважинами на эксплуатационные блоки. Оконтуривание и подсчет запасов по каждому блоку аналогично методу геологических блоков (рис. 43).

Метод разрезов применяют для подсчета запасов изометричных, трудообразных и сложных по форме тел (рис. 44, 45). Разрезы могут быть *вертикальными* или *горизонтальными*. Заключенная между смежными разрезами часть рудного тела рассматривается как призма, если площади смежных сечений близки, или как пирамида, если эти сечения существенно различаются по площади. Объем части рудного тела между двумя разрезами определяется соответственно по формуле для призмы или пирамиды. Объем крайних блоков, каждый из которых опирается на один разрез, определяется по формуле клина. При непараллельных разрезах вносятся соответствующие поправки к подсчету объемов. Среднее содержание определяют вначале для каждого разреза. В блоке, ограниченном двумя разрезами, оно вычисляется как среднеарифметическое или средневзвешенное на площадь сечения.

При крайне дискретном оруденении подсчет запасов проводят *статистическими методами*. Это относится в основном к месторождениям IV группы, когда совмещаются разведка и эксплуатация. По результатам этих работ оценивается средняя продуктивность исследуемого участка и распространяется на менее изученную потенциально рудоносную часть месторождения.

ПОДСЧЕТ ЗАПАСОВ СОПУТСТВУЮЩИХ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

К попутным полезным ископаемым относятся минеральные комплексы (горные породы, руды, подземные воды, рассолы), добыча которых при разработке основного полезного ископаемого экономически целесообразна. К *попутным компонентам* относятся заключенные в полезных ископаемых минералы, металлы и другие химические элементы в их соединениях, которые не имеют определяющего значения для промышленной оценки месторождения, но при переработке полезных ископаемых могут быть рентабельно извлечены и реализованы на внутреннем или международном рынке.

Попутные полезные ископаемые и компоненты в зависимости от форм нахождения, связи с основными для данного месторождения полезными ископаемыми и компонентами и с учетом требований, предъявляемых промышленностью к условиям их разработки (извлечения), разделяются на три группы (Шевелев, 2004). *К первой группе* относятся попутные полезные ископаемые, образующие самостоятельные пласты, залежи или рудные тела в породах, вмещающих основные рудные тела:

- железные руды на марганцевых месторождениях;
- серный колчедан, барит-полиметаллические руды, золотосодержащие кварциты на медноколчеданных месторождениях;
- свинцовые и медно-свинцовые руды на месторождениях медистых песчаников;
- огнеупорные глины, каолины на месторождениях бокситов и угля и др.

К этой же группе относятся вскрышные породы, по составу и свойствам пригодные для производства строительных материалов или для других целей, а также торф и в некоторых случаях почвенно-растительный слой и породы, пригодные для использования в сельском хозяйстве.

К жидким попутным полезным ископаемым относятся подземные воды, участвующие в обводнении подземных горных выработок, если они пригодны для водоснабжения, извлечения из них ценных компонентов или бальнеологических целей.

Ко второй группе относятся попутные компоненты, образующие собственные минералы, которые при обогащении могут быть выделены в самостоятельные концентраты или промпродукты, а в отдельных случаях накапливающиеся в продуктах обогащения основных компонентов в количестве, допускающем их последующее извлечение на экономически рациональной основе.

В эту группу могут быть объединены:

- титановые, медные и ванадийсодержащие минералы, золото- и кобальтсодержащий пирит, иногда апатит, гатчеттолит, бадделеит в железных рудах;
- сера (пирит и другие сульфиды), минералы свинца, цинка, серебра, самородное золото, кобальтсодержащий пирит в медноколчеданных рудах;
- молибденит в меднопорфировых месторождениях в гранитоидах, ванадийсодержащие минералы, апатит, титаномагнетит – в габброидах;
- минералы кобальта и серебра в медно-никелевых месторождениях;
- минералы меди, висмута, серебра, барит, флюорит в полиметаллических рудах и др.

К третьей группе относятся разного рода примеси в минералах основных и попутных компонентов (изоморфные, механические, микровключения собственных минералов и др.), а также органические, металлические или металлоорганические соединения в углях и углистых породах. Преобладающую часть попутных компонентов третьей группы составляют рассеянные элементы, широко распространенных в разных твердых полезных ископаемых при весьма низком содержании. К этой же группе относятся примеси в рудных минералах золота, серебра, платиноидов, тантала, молибдена и др.

При обогащении полезных ископаемых эти компоненты накапливаются в концентратах основных компонентов, а при переработке концентратов или непосредственном использовании полезных ископаемых в металлургическом, химическом, энергетическом и других производствах концентрируются в товарных продуктах или отходах.

К этой же группе относятся попутные компоненты, присутствующие в нефти и газе и выделяемые лишь при их переработке, а также заключенные в подземных минерализованных водах или рассолах. Состав попутных компонентов третьей группы зависит от вида полезного ископаемого и типа руд.

В полиметаллических рудах присутствует сурьма, кадмий, теллур, таллий, галлий, иногда германий.

Медноколчеданные руды обычно содержат селен, кадмий, теллур, реже таллий, индий, иногда кобальт, висмут, галлий и германий. В медистых песчаниках присутствует рений, реже германий, селен и таллий. В медно-никелевых рудах содержатся платиноиды, кобальт, сера, селен, теллур, таллий, галлий, германий.

Для медно-молибденовых руд характерно присутствие рения, селена, теллура, в меньшей степени индия, германия и галлия. Высокими концентрациями рения и низкими селена, теллура, германия и галлия характеризуются молибденовые руды.

Сульфидно-касситеритовым рудам обычно свойственны повышенные концентрации индия, кварц-касситеритовым и вольфрамитовым – скандия, иногда тантала. В кварц-золоторудных месторождениях нередко присутствует теллур, а в золотосульфидных – индий, кадмий, селен, теллур и платина.

Бокситы содержат галлий, ванадий, скандий, алуниты и нефелины – галлий и ванадий. Иногда в алюминиевом сырье в небольшом количестве содержится германий. В месторождениях калийных солей присутствует бром и рубидий, иногда цезий, в некоторых месторождениях каменной соли – литий.

В апатит-нефелиновых рудах содержится титан, галлий, стронций, редкие земли.

Угли и углистые породы могут содержать повышенное содержание германия, урана, галлия, реже – ванадия и рения. В подземных водах наряду с йодом и бромом присутствуют соединения магния, калия, бора, иногда лития, рубидия, цезия, стронция, германия и другие компоненты.

Изучение и геолого-экономическая оценка попутных полезных ископаемых и компонентов производится на всех стадиях геологоразведочных работ и в процессе освоения месторождения.

Запасы попутных полезных ископаемых (компонентов руд) должны подсчитываться способом, отвечающим характеру их залегания в месторождении или распределения в рудах, также учитывающим особенности промышленного использования запасов, которые определяют уровень и показатели их оценки.

При подсчете запасов попутных полезных ископаемых первой группы, образующих самостоятельные рудные и нерудные залежи во вскрыше месторождений, используются способы, применяемые при подсчете запасов аналогичных видов сырья в самостоятельных месторождениях.

Подсчет запасов попутных компонентов второй группы осуществляется в контурах запасов основного полезного ископаемого в соответствии с существующими для них требованиями. Для их изучения и оценки проводятся специальные минералого-геохимические исследования руд и отбираются групповые пробы.

Запасы попутных компонентов третьей группы подсчитываются и учитываются в месторождениях, целесообразность промышленного освоения которых обеспечивается экономикой извлечения основного компонента. При этом подсчет запасов попутных компонентов данной группы выполняется исключительно в пределах контура подсчета балансовых и забалансовых запасов основного компонента.

Комплексное изучение полезных ископаемых должно сопровождаться статистической обработкой результатов опробования на основные и попутные компоненты для обоснования возможности подсчета попутных компонентов корреляционно-регрессионным способом. Статистической обработке должно предшествовать выявление по данным минералогических исследований геохимической связи между отдельными попутными и основными компонентами, выражающейся в

преобладании приуроченности того или иного попутного компонента к минералам одного из основных компонентов.

Параметры кондиций для подсчета запасов должны содержать:

- для каждого технологического типа полезного ископаемого – перечень попутных компонентов, запасы которых подлежат подсчету как балансовые;
- минимальное содержание попутных компонентов, учитываемые при приведении к условному содержанию основного компонента; переводные коэффициенты;
- минимальные содержания попутных компонентов в подсчетных блоках и отдельных рудных телах (залежах, пластах), если раздельная выемка и переработка полезных ископаемых с целью извлечения этих компонентов технически возможна и экономически целесообразна;
- дополнительные условия подсчета валовых и извлекаемых запасов попутных компонентов: по содержанию в рядовых или групповых пробах, по содержанию в минералах или концентратах, в целом по месторождению, по отдельным рудным телам или в подсчетных блоках.

ПОГРЕШНОСТИ ПРИ ПОДСЧЕТЕ ЗАПАСОВ

Сопоставление данных разведки и эксплуатации показывает, что расхождения в определении контуров рудных тел, подсчетных параметров, количественных и качественных показателей неизбежны. Причины этого в том, что разведка осуществляется по прерывистой сети наблюдений, а за пределами разведочных выработок параметры оруденения определяются путем интерполяции и экстраполяции. С другой стороны, при эксплуатации имеют место потери и разубоживание руд, которые при проектировании эксплуатации учитываются приближенно, что тоже вносит свой вклад в расхождение данных разведки и эксплуатации.

Небольшие отклонения рассматриваются как погрешности подсчета запасов. Если ошибки значительны, то говорят о неподтверждении запасов или качества минерального сырья.

Погрешности, возникающие при подсчете, подразделяются на три основные группы: геологические, технические и методические.

Геологические погрешности, или ошибки аналогии, возникают в результате распространения фактических данных, полученных при разведке по отдельным выработкам и скважинам, на соседние участки. Эти погрешности подвержены резким колебаниям, величина их зависит от степени изменчивости параметров оруденения, а также от плотности и равномерности разведочной сети. Геологические погрешности приводят к наиболее крупным ошибкам подсчета запасов, достигающим для категорий А и В до 10-15 %, а в отдельных случаях и выше.

Наиболее типичными геологическими ошибками являются объединение разрозненных мелких рудных тел в крупные, включение в один блок разных по качеству, технологии переработки или условиям залегания руд.

Технические погрешности связаны с техникой замеров и определения исходных параметров для подсчета запасов. Эта группа включает точность замеров мощности, химических анализов, определения объемной массы, естественной влажности и т. д.

Технические ошибки могут быть случайными и систематическими. Неизбежные случайные погрешности обычно не оказывают существенного влияния на точность определения запасов, поскольку, обладая переменным знаком, они взаимно компенсируются.

Систематические погрешности значительно более опасны, так как искажают результаты подсчета запасов, регулярно завышая или занижая их. Если имеются данные о систематических погрешностях, то категории запасов должны быть снижены. Систематические погрешности и их величина устанавливаются специальными контрольными методами, которые позволяют определить соответствующие поправочные коэффициенты и откорректировать результаты подсчета. К ним относятся коэффициент рудоносности, поправочный коэффициент к результатам химических анализов, к объемной массе и др. Систематические погрешности считаются недопустимыми и требуют устранения, хотя это не всегда удается.

Методические погрешности связаны с применением разных методов подсчета запасов. В целом, применение того или иного метода не оказывает существенного влияния на результаты подсчета. Различия обычно составляют 1-5 %, что находится в пределах точности технических операций подсчета. Снизить методические погрешности до минимума позволяет выбор метода подсчета запасов, который наиболее полно соответствует методике разведки и особенностям геологического строения месторождения, дает возможность учитывать распределение качественных показателей (типов и сортов руд) и в то же время сократить затраты времени и средств на разведку.

Оценка погрешностей подсчета запасов в процессе разведки является довольно сложной операцией. В действующих нормативных документах рекомендуется осуществлять подсчет запасов несколькими методами (Шевелев, 2004; Авдонин 2007).

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИИ ПРИ ПОДСЧЕТЕ ЗАПАСОВ

В последнее время при подсчете запасов все в большей степени используют компьютерные технологии. В том числе, применяют приемы блочного моделирования, реализуемые на основе геоинформационных систем (Micromine, Surpak, Datamine и др.).

При обосновании методики моделирования необходимо учитывать особенности геологического строения месторождения, степень его изученности и последовательность проведения разведочных работ. Общая схема компьютерного моделирования и подсчета запасов включает:

- импорт базы геологоразведочных данных;
- проверку базы данных, ввод дополнительной информации;
- статистический анализ данных опробования и определение природных (естественных) бортовых содержаний компонентов;
- оконтуривание рудных тел с использованием кондиций и естественного бортового содержания;
- геометризацию месторождения – каркасное моделирование рудных тел, тектонических нарушений и т. д. (рис. 46);
- геостатистический анализ исследуемых компонентов;
- определение параметров интерполяции;

- блочное моделирование (рис.47);
- интерполяцию содержаний в блочную модель, используя альтернативные методы (обычный кригинг, индикаторный кригинг, метод обратных расстояний и др.);
- оценку запасов и их сравнение с более ранними оценками;
- классификацию запасов/ресурсов.

Схема построения блочной модели (БМ) показана на рисунке 48 (Рекомендации…, 2014).

Блочное моделирование основывается на разделении пространства месторождения на элементарные блоки (ячейки), в которых значения свойств объекта (в частности содержания полезного компонента) интерполируются из исходных данных опробования с учетом рассчитанных весовых коэффициентов. Для этого используются разные методы интерполяции, среди которых чаще применяются метод обратных расстояний (детерминистический способ) и кригинг (геостатистический метод).

Наиболее перспективным является *кригинг*, в основе которого лежат геостатистические исследования данных опробования. Геостатистика на сегодня является наиболее мощным инструментом для получения достоверной информации о запасах полезных ископаемых в недрах, оптимального планирования их отработки и проведения геологоразведочных работ. Геостатистический метод решает *две основные задачи*: нахождение наиболее вероятной оценки запасов руды и определение точности этой оценки.

Предварительной стадией геостатистического исследования является статистический анализ: расчет гистограммы распределений значений содержаний компонентов полезных ископаемых по классам, построение графика накопленных частот, подбор законов распределения данных и определение основных статистических параметров. Вид гистограммы позволяет фиксировать явные погрешности в исходных данных геологического опробования. Следующий этап – вариограммный анализ (вариография). Используется экспериментальная вариограмма, которая строится по результатам опробования (выборочным данным) и учитывает все пары проб, удаленных на некоторое расстояние. Вариограммный анализ начинается без учета направления вектора расстояния. Полученная функция отражает такие свойства случайной величины как: стационарность, наличие эффекта самородков, значение порога и зону влияния. Эти характеристики подбираются в интерактивном режиме с помощью моделирования теоретической функцией, аппроксимирующей дискретную экспериментальную вариограмму. Для дальнейшего исследования необходимо изучить характер корреляционных связей между пробами в различных направлениях, для чего следует построить вариограммы по направлениям. Для каждого направления определяется зона влияния (см. раздел «11.3. Математические способы…). Это необходимый шаг для выявления анизотропии залежи и взаимного влияния значений случайных величин.

Следующей стадией после вариограммного анализа залежи является ее моделирование и оценка запасов. Размеры блоков блочной модели выбираются с таким расчетом, чтобы получить наиболее детальную оценку запасов по всему объему месторождения. Заключительный этап анализа – кригинг (геостатистическая оценка содержаний полезных ископаемых).

Кригинг. Предпосылкой развития геостатистических методов послужило расхождение между содержаниями многих металлов в разведочных пробах и в реально извлекаемых объемах руд. Точность оценки зависит от ряда факторов: количества проб и их значений, расположения проб (здесь важна равномерность их размещения), расстояния между пробами и точкой в середине оцениваемого блока, наличие пространственной непрерывности рассматриваемой переменной. Кригинг – метод интерполяции, который учитывает все эти факторы, был придуман южноафриканским горным инженером Д. Криге и потом усовершенствован Ж. Матероном.

В большинстве методов интерполяции сначала задается диаметр поискового круга (или эллипса). Все точки, попавшие в поисковый круг, используются для расчета взвешенного среднего, которое будет приписано середине элементарного блока. Веса, с которыми будут учитываться исходные точки, зависят (в той или иной мере) от расстояния от узла до этой точки. Разные методы интерполяции – это разные способы взвешивания исходных данных в зависимости от расстояния. В кригинге, как методе интерполяции, взвешивание производится сложнее, чем в других методах. Допустим, что в поисковый круг попали несколько проб. Расстояния между пробами и расстояния между серединой оцениваемого блока или его границами используется для снятия вариограмных значений с модельной вариограммы. Затем вариограмные значения заносятся в матрицы системы линейных уравнений; рассчитываются коэффициенты уравнений, которые и являются весами значений компонента в пробах. После рассчитывается оценка элементарного блока модели рудной залежи.

При решении способом, выбранным Ж. Матероном, появляется небольшое по величине число μ – множитель Лагранжа. Чем множитель меньше, тем более надежно решена система линейных уравнений.

Кригинговая оценка рассчитывается по формуле:

$$Z_k = \sum_{i=1}^{n} a_i Z_i,$$

где Z_k – кригинговая интерполяционная оценка изучаемой переменной; Z_i – значения переменной в n точках, попавших в круг поиска; a_i – веса. Обычно на практике в поисковый круг попадает несколько десятков или также сотен окружающих проб. Соответственно и матричное уравнение расширяется до сотен строк и столбцов. Считается, что кригинг – это интерполяционная процедура, дающая оценки с наименьшей дисперсией.

Другие методы интерполяции основаны на наличии заданной аналитической зависимости между значениями в пространстве, выраженной формулой. Наиболее часто используются линейные интерполяторы. К ним относится *метод обратных расстояний (IDW)*.При его использовании учитываются расстояния ячейки от близлежащих разведочных выработок. Чем дальше находится разведочная выработка от ячейки, тем слабее ее влияние. Значение параметра z в ячейке находят по формуле средневзвешенного:

$$z = \sum_{i=1}^{n} (z_i p_i / \sum p_i),$$

где z_i – значения параметра в разведочных выработках; p_i – весовые коэффициенты, зависящие от расстояния r ячейки от разведочных выработок; n – количество

близлежащих разведочных выработок. Весовые коэффициенты определяют по формуле $p_i = 1/r_i^2$. В расчет параметра *z* включают разведочные выработки, расположенные не далее некоторого заранее заданного расстояния от ячейки. Если центр ячейки совпадает с какой-либо разведочной выработкой, значение *z* принимается таким же, как в разведочной выработке (Поротов, 2004).

В ГКЗ за последние два десятилетия накоплен достаточно большой опыт применения блочного моделирования при подготовке ТЭО и подсчете запасов. Примерами объектов, где блочное моделирование использовалось для решения сформулированных задач, являются золоторудные месторождения (Наталкинское, Тасеевское, Куранах, Дегдекан, Чертово Корыто, Верненское, участок Перевальный, Попутненское, Штурмовское и др.), урановорудные (Орловское, Березовское, Горное), медно-порфировые (Михеевское, Песчанка, Молмыж, Томинское и др.), редкометалльные (Зашихинское), а также ряд других. Запасы золоторудного месторождения Кючус утверждены ГКЗ по данным блочного моделирования (Рекомендации…, 2014).

Удовлетворительная сопоставимость результатов подсчета запасовдля разных вариантов кондиций отмечается для месторождений с зональным типом пространственного размещения оруденения, например, на медно-порфировых объектах (Песчанка, Томинское, Михеевское, Молмыж). Для корректной геометризации запасов в них может быть применена методика локального анизотропного кригинга (ЛАК). Она позволяет определить ориентировку осей анизотропии в локальных участках объекта на основе минимизации дисперсии по пробам, попадающим в границы эллипсоида при разных вариантах его положения. Эта процедура наиболее эффективна при достаточно плотной сети наблюдений.

На месторождениях сложного строения с высокой изменчивостью геологоразведочных параметров расхождения в оценке запасов отмечаются наиболее часто. Дополнительными факторами, осложняющими применение блочного моделирования, являются недостаточная плотность сети по отдельным участкам месторождения и высокие значения эффекта самородков. К объектам этого типа можно отнести жильные зоны, штокверки и штокверкоподобные золоторудные месторождения.

Основным приемом, позволяющим добиться удовлетворительной сопоставимости результатов для разных способов подсчета запасов, является построение каркасов, опирающихся на рудные интервалы, выделенных по соответствующим кондиционным показателям. Этот прием требует построения отдельных «жестких» каркасов для каждого варианта бортового содержания, но считается достаточно трудоемким.

Таким образом, информационные технологии являются т*ехническим*, а геостатистическое и блочное моделирование месторождений твердых полезных ископаемых – *методическим средством* подсчета запасов и технико-экономического обоснования кондиций, удовлетворяющим требованиям международного аудита. Учет их необходим для рационального недропользования в Российской Федерации, а также привлечения иностранных инвестиций.

Контрольные вопросы по теме 4

1. Содержание и назначение промышленных кондиций

2. Основные кондиционные показатели
3. Применение и определение бортового содержания
4. Применение и определение минимального промышленного содержания
5. Виды контуров запасов полезных ископаемых
6. Последовательность оконтуривания запасов
7. Методические приемы оконтуривания запасов
8. Определение параметров подсчета запасов
9. Характеристика ведущих методов подсчета запасов
10. Особенности подсчета запасов попутных полезных ископаемых

Тема 5
Геолого-экономическая оценка месторождений

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ГЭО

Геолого-экономическая оценка (ГЭО) месторождений заключается в определении количества и качества запасов полезного ископаемого в недрах, выявлении условий залегания и добычи, обосновании технико-экономических показателей разработки. ГЭО – важнейшая составная часть геологоразведочного процесса. Она призвана определить промышленную значимость объекта в наиболее эффективном варианте его возможного промышленного освоения.

Основными задачами ГЭО являются (Временное…, 1998):

- определение количества и качества балансовых и забалансовых запасов, а также обоснование кондиций для их подсчета;
- расчет технико-экономических показателей промышленной ценности месторождения;
- обоснование оптимального варианта освоения месторождения;
- расчет размера регулярных платежей за право пользования недрами и др.

ГЭО промышленного значения месторождений производится на всех без исключения стадиях геологоразведочных работ и разработки (см. раздел 5 «Стадийность ГРР»). Однако содержание этого вида исследования во многом зависит от фактического материала, позволяющего дать объективную оценку качества и количества выявленных запасов или прогнозных ресурсов. Только на стадии разведки, в меньшей степени на стадии оценочных работ, могут быть получены достаточно полные сведения о геологическом строении объекта, позволяющие объективно охарактеризовать качество и количество запасов полезного ископаемого, технологические свойства минерального сырья, горнотехнические, гидрогеологические, экологические условия отработки. На стадиях регионального геологического изучения недр и поисковых работ оцениваются лишь прогнозные ресурсы. Практическая значимость прогнозных ресурсов определяется по результатам их ГЭО, когда устанавливается вероятное промышленное значение прогнозируемых месторождений.

Геологическое обоснование прогнозных ресурсов осуществляется в соответствии с Методическим руководством (Методическое руководство по оценке…, Богданов и др., 1986) и с учетом современных представлений по геолого-промышленных типам месторождений (на основе принципиальных геолого-генетических моделей процессов рудообразования).

ГЕОЛОГИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ГЭО

Географо-экономическая характеристика района

Приводится географическое и административное положение месторождения, его удаленность от ближайшей железнодорожной станции, автомобильных дорог, населенных пунктов и возможного потребителя сырья; природно-климатические условия; освоенность района, население, его занятость, возможные источники энергоснабжения, обеспеченность стройматериалами.

Геологическое строение района

Приводятся краткие сведения об изученности и геологическом строении района, о закономерностях размещения месторождений всех видов минерального сырья.

Геологическое строение месторождения

Особенности геологического строения; структурные, литологические и иные факторы, определяющие условия залегания, морфологию рудных тел, вещественный состав руд, распределение основных и попутных компонентов, а также вредных примесей; наличие обогащенных участков и закономерности их размещения; сведения об изменчивости основных параметров рудных тел по простиранию и падению. Наличие промышленных (технологических) типов и сортов полезного ископаемого, подлежащих раздельной добыче и переработке; характеристика их качества. Наличие и закономерности распределения безрудных прослоев, характеристика слагающих их пород.

Для россыпных месторождений – характеристика особенностей формы, размеров и состава продуктивного «пласта», состава и мощности «торфов», строение плотика; содержание ценных компонентов; размер, форма и прочие особенности зерен полезных минералов, пробность золота.

Группа сложности месторождения в соответствии с классификацией запасов и прогнозных ресурсов.

Методика геологоразведочных работ

Сведения о проведенной топографической съемке, системе координат и привязке разведочных выработок.

Изученность поверхности месторождения – геологическая съемка, геохимические и геофизические исследования, проходка шурфов и канав.

Изученность глубоких горизонтов месторождения – система разведки; плотность разведочной сети; обоснование участка, разведанного по более высокой категории; сводная таблица видов и объемов геологоразведочных работ; объем выработок, участвующих в подсчете запасов.

Глубина, диаметры и конструкция разведочных скважин, способ и технология бурения, результаты замеров зенитных и азимутальных искривлений скважин. Выход керна линейный, по массе или объемный; интервалы с низким выходом керна, избирательное истирание керна, поправочные коэффициенты, выход шлама по массе или объемный при шарошечном или ударном бурении.

Методика и техника геофизических работ – основные результаты, случайные и систематические погрешности геофизических измерений.

Методика опробования буровых скважин и горных выработок, качество опробования, оценка достоверности результатов, наличие систематических погрешностей, поправочные коэффициенты, схема обработки проб. Групповые пробы, методика их составления.

Аналитические работы: объемы, методы проведения основных, контрольных и арбитражных анализов, соответствие их действующим стандартам или другим нормативным документам. Результаты обработки данных контроля, качество анализов, оценка влияния низкого качества анализов на результаты подсчета запасов (определение

мощности, площади рудных тел, содержания и т. п.). Обоснованность предполагаемых поправочных коэффициентов.

Методы и число определений объемной массы для разных типов и сортов полезных ископаемых. Обоснование значений объемной массы, принятых для подсчета запасов.

Гидрогеологические и инженерно-геологические условия. Основные водоносные горизонты, наиболее обводненные участки и зоны, их взаимосвязь с поверхностными водотоками, химический состав и бактериологическое состояние поверхностных и подземных вод; величина ожидаемых, а также максимально возможных водопритоков в горные выработки. Для россыпных месторождений, предназначенных для дражной отработки – возможность устройства плотин с целью подъема воды.

Источники питьевого и технического водоснабжения горного предприятия, оценка дальнейшего использования подземных вод месторождения для целей водоснабжения или извлечения ценных компонентов, а также их очистки при сбросе в поверхностные водотоки.

Инженерно-геологические особенности пород месторождения – состав, трещиноватость, тектоническая нарушенность, способность полезных ископаемых к самовозгоранию, радиационная характеристика полезного ископаемого и вмещающих горных пород, возможность возникновения оползней, селевых потоков и т. д. При наличии многолетней мерзлоты необходимо выявить глубины распространения и температурный режим.

ГОРНОТЕХНИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНКИ

Способ разработки месторождения

Выбор способа разработки месторождения зависит от глубины и условий залегания тел полезных ископаемых и производится с учетом экономико-географических и горно-технологических факторов. Оценке подлежат следующие варианты освоения месторождения:

- открытый способ,
- подземный,
- открытый и подземный (комбинированный),
- геотехнологический.

Применение открытого способа разработки устанавливается с помощью предельного коэффициента вскрыши ($К_в^п$), вычисляемого по формуле:

$$К_в^п = (С_п – С_о) / С_в,$$

где $С_п$ – себестоимость добычи 1 т руды при подземном способе разработки, руб.; $С_о$ – то же при открытых работах без учета затрат на выемку пустых пород; $С_в$ – себестоимость 1 т вскрыши, руб.

При комбинированном способе границу освоения месторождения открытым способом устанавливают исходя из равенства себестоимости добычи полезного ископаемого открытым и подземным способами.

Система разработки

Выбор системы разработки и ее основных элементов производится исходя из анализа геологических и горнотехнических условий месторождения.

Потери и разубоживание

Их величину следует устанавливают в значениях, характерных для принятой системы разработки с учетом горно-геологических условий месторождения.

Величина потерь обычно составляет:

- 3-7 % при системах отработки с креплением и закладкой очистного пространства;
- 8-20 % с открытым выработанным пространством и магазинированием руды;
- 15-20 % с массовым обрушением;
- 4-6 % при открытом способе разработки.

Величины разубоживания:

- 5-10 % при системах с магазинированием, креплением и закладкой выработанного пространства;
- 15-20 % при системах с массовым обрушением;
- 5-10 % при открытом способе разработки.

Производительность предприятия и продолжительность периода разработки являются важнейшими оценочными показателями, определяющими себестоимость добычи, капитальные вложения в промышленное строительство и сроки строительства предприятия. Устанавливаются в зависимости от запасов месторождения, особенностей геологического строения, горно-технических условий эксплуатации. Если существуют ограничения потребности в данном сырье, особые природоохранные и другие факторы, регламентирующие добычу, то ограничивается и производительность предприятия.

В зависимости от величины эксплуатационных запасов, горно-геологических особенностей месторождения и способа отработки, годовую производительность можно определить, руководствуясь горно-техническими условиями. Порядок ее расчета установлен в нормах технологического проектирования и осуществляется при оценке объекта по результатам разведки в базовых вариантах оконтуривания.

Для расчета годовой производительности по добыче руды при оценке по результатам поисковых и оценочных работ можно использовать метод аналогии или рекомендовать упрощенные методы, отражающие статистическую зависимость между величиной эксплуатационных запасов и средней продолжительностью работы рудника. В этих целях используются табличные материалы, подготовленные ВИЭМС и представленные в методических разработках для практических занятий.

Для расчета эксплуатационных запасов руд ($З_э$) используется следующая формула:

$$З_э = З \cdot (1 - п) / (1 - р),$$

где З – запасы полезного ископаемого в недрах, тыс. т; п – потери при добыче, доли ед., р – разубоживание при добыче, доли ед.

Коэффициент изменения качества руды при добыче (Р) можно рассчитать, допуская отсутствие полезного компонента в засоряющих породах, по формуле:

$$Р = 1 – р.$$

Этот упрощенный метод, предложенный Тэйлором (Хилл, 1999), позволяет рассчитывать годовую производительность как частное от деления эксплуатационных запасов на срок эксплуатации.

Следует подчеркнуть, что рассчитанная тем или иным способом годовая производительность предприятия является проектной и ее достижение требует

определенного срока. Применительно к оценочным расчетам в условиях рыночных отношений неучет фактора времени достижения проектной производительности приводит к существенному искажению результатов экономической эффективности освоения месторождения независимо от того, проводится ли оценка по результатам поисковых, оценочных или разведочных работ.

Нужно учитывать также опыт рационального обеспечения запасами горнорудных предприятий:

- на 20-25 лет обычно обеспечиваются запасами рудники и карьеры черной металлургии, а крупные горнодобывающие комбинаты – не менее чем на 40 лет;
- на 30-40 лет – крупные горнорудные предприятия алюминиевой, медной, свинцово-цинковой и никелевой промышленности;
- на 20-30 лет – крупные предприятия по добыче вольфрама, молибдена, олова и др.;
- на 15-20 лет – золоторудные предприятия;
- на 5-10 лет – небольшие предприятия, эксплуатирующие богатые месторождения цветных металлов, золота и ценных видов неметаллического сырья, а также россыпные месторождения благородных и редких металлов, горнодобывающие предприятия химической промышленности и промышленности строительных материалов.

При определении фактического коэффициента вскрыши отстраивают схему освоения месторождения открытым способом. Верхний контур карьера откладывают соответственно результирующему углу наклона бортов карьера. Эти углы зависят от крепости пород (по М. М. Протодьяконову) и глубины карьера. Рекомендуемые значения также приводятся в специальных таблицах, представленных в методических разработках для практических занятий.

Для выполнения расчетов следует:

- вынести на план контуры верхнего и нижнего оснований карьера, а при необходимости и промежуточного контура (на уровне рыхлых отложений);
- определить объем карьера ($V_к$) по формулам:

$$V_к = [(S_в + S_н) / 2] \cdot H \text{ или } V_к = [(S_в + S_н + \sqrt{S_B \cdot S_H}) / 3] \cdot H,$$

где $S_в$ и $S_н$ – площади верхнего и нижнего оснований карьера, м^2; H – глубина карьера, м. Вторая формула применяется, если $S_в > S_н$ на 40 %;

- вычислить объемный коэффициент вскрыши ($K_в$):

$$K_в = (V_к - V_р) / V_р,$$

где $V_к$ – объем карьера, м^3; $V_р$ – объем руды, м^3;

- рассчитать (при необходимости) предельный коэффициент вскрыши ($K_в^п$):

$$K_в^п = (З_п - З_о) / З_в,$$

где $З_п$ – затраты (себестоимость) на добычу 1 т руды при подземном способе разработки, руб.; $З_о$ – то же при открытых работах; $З_в$ – затраты на выемку 1 т вскрышных пород при открытом способе, руб.

Если фактически коэффициент вскрыши меньше предельного ($K_в < K_в^п$), то целесообразен открытый способ разработки месторождения; если отмечена обратная зависимость ($K_в > K_в^п$), то подземный.

Расчет годовой производительности горнодобывающего предприятия во многом определяется горнотехническими условиями отработки и зависит, в первую очередь, от

величины эксплуатационных запасов. Таблицы для упрощенного определения годовой производительности также приводятся в методических разработках для лабораторных занятий (Угрюмов, Дворник, 2004; Баранников, Макарова, 2002).

Годовая производительность по руде ($A_р$) может быть также определена по формуле:

$$A_р = З / T,$$

где T – срок существования рудника, лет.

Производительность горнодобывающего предприятия по горной массе ($A_{гм}$) определяется по формуле:

$$A_{гм} = A_р \cdot (1+K_в).$$

Для расчета производительности по горной массе также можно воспользоваться эмпирической зависимостью:

$$A_{гм} = 42S – 10^5 \cdot S^2,$$

где S – средняя по глубине горизонтальная площадь проектного карьера.

Расчет годовой производительности по нормам технологического проектирования осуществляется, как правило, в базовых вариантах оконтуривания. В промежуточных вариантах годовую производительность по руде ($A_р$) рассчитывают по формуле:

$$A_р = \sqrt[a+b]{З_э},$$

где $З_э$ – эксплуатационные запасы руды, тыс. т; a, b – числовые коэффициенты, определяемые путем решения системы уравнений:

$$\begin{cases} A_{р1} = \sqrt[a+b]{З_{э2}} \\ A_{р2} = \sqrt[a+b]{З_{э1}} \end{cases}$$

В соответствии с принятой системой разработки и выбранной производительностью в горнотехнической части также рассматриваются: условия воздухо- и водоснабжения, вентиляции, откатки и подъема полезного ископаемого при подземной разработке, транспортировки вскрыши в отвал, а полезного ископаемого на фабрику. С учетом этого выбирается основное оборудование, режим работы предприятия, определяются укрупнено объемы работ по электро-, тепло- и водоснабжению.

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНКИ

Обоснование технологии переработки минерального сырья. Базируется на данных изучения его вещественного состава, структурно-текстурных особенностей, физико-механических и других свойств, на результатах технологических испытаний, а также передового опыта переработки (обогащения) аналогичных видов минерального сырья. При наличии на месторождении нескольких технологических типов руд, подлежащих раздельной переработке, технология переработки обосновывается для каждого из них.

Объемы и виды технологических исследований. Должны быть достаточны для выбора технологической схемы переработки минерального сырья и обоснования ее основных показателей. К ним относятся качество получаемой товарной продукции, ее выход от исходного минерального сырья, а для рудных месторождений – извлечение основных и попутных компонентов в товарную продукцию в процентах.

В соответствии с выбранной схемой обогащения составляется материальный баланс, согласно которому количество металла, поступившего на обогащение, равно количеству металла, просуммированного по продуктам обогащения. Связь основных показателей обогащения выражается в виде следующей формулы:

$$И_{об} = (В_к \cdot М_к) / М_р,$$

где $И_{об}$ – извлечение при обогащении, %; $В_к$ – выход концентрата, %; $М_к$ и $М_р$ – содержание металла в концентрате и добытой руде, соответственно, %.

При упрощенных расчетах, когда широко используются технико-экономические показатели предприятий-аналогов, коэффициент извлечения металла в концентрат иногда принимают по аналогии. В этом случае может оказаться необходимым обосновать уже другой показатель – выход концентрата (Вк) в тоннах по формуле:

$$В_к = [И_{об} \cdot М_р \cdot (1 - р)] / М_к,$$

где р – показатель разубоживания, доли ед.

При этом расход руды на получение 1 т концентрата (q):

$$q = 1 / В_к.$$

Добытое полезное ископаемое может перерабатываться на вновь построенной на месторождении обогатительной фабрике или на действующих в регионе предприятиях, имеющих свободные мощности или требующих увеличения мощностей по переработке сырья. Выбор местонахождения обогатительной фабрики обосновывается экономическими расчетами.

Производительность обогатительной фабрики по руде в конкретных условиях зависит от масштаба производства снабжающих ее рудников. Как правило, при оценке месторождений она принимается равной годовой производительности предприятия по добыче руды.

При оценке рудных месторождений конечной товарной продукцией обычно является сам металл. Поэтому процесс переработки минерального сырья следует оценивать, включая металлургический передел. Для этого необходимы сведения о технологической схеме переработки концентратов, извлечении полезных компонентов в конечную товарную продукцию, а также перечень выпускаемой конечной товарной продукции по маркам. Эти показатели принимаются по фактическим данным металлургических предприятий, на которых предусматривается переработка концентратов и промпродуктов из руд оцениваемого месторождения.

Сквозное извлечение металла в конечный товарный продукт (И) с учетом металлургического передела:

$$И = И_{об} \cdot И_м,$$

где $И_м$ – извлечение при металлургическом переделе, доли ед.

Изучение поведения попутных компонентов в процессе переработки. Изучается содержание попутных компонентов в продуктах обогащения, баланс распределения каждого попутного компонента по минералам и продуктам.

Определение состава и свойств отходов. Исследуется состав и свойства отходов, возможность их промышленного использования, целесообразность учета количества отдельных видов отходов или утверждение их запасов.

ВОПРОСЫ ОХРАНЫ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

Изучение и прогнозирование воздействия результатов геологоразведочных работ, а также разработки месторождений полезных ископаемых на окружающую среду, является обязательной составной частью ГЭО (Временное…, 1998). Полученные при этом данные должны способствовать ликвидации их негативных последствий, получению исходных данных, необходимых для комплексного промышленного освоения, а также разработке рационального комплекса природоохранных мероприятий, определению их стоимости на разных стадиях изучения и геолого-экономической оценке месторождений. Результаты отмеченных исследований проходят экологическую экспертизу.

Влияние геологоразведочных работ и промышленного освоения месторождений на окружающую среду многоаспектно. Оно может выражаться в нарушении природного ландшафта территории, изменении режима поверхностных и подземных вод, загрязнении воздушного и водного бассейнов, выводе из хозяйственного оборота или снижении продуктивности плодородных земель и других негативных воздействиях. Характер и степень этого влияния в значительной мере обусловлены способом ведения геологоразведочных работ и отработки месторождения, а также составом добываемых и перерабатываемых полезных ископаемых, технологией их обогащения, металлургического и химического передела, степенью очистки отходящих газов и сточных вод.

Предотвращение или нейтрализация отрицательного воздействия освоения месторождения на природную среду возможны только при наличии максимально полной информации о характере объекта и условиях его эксплуатации. Она должна быть получена в процессе разведочных работ и использована для выработки соответствующих проектных решений и природоохранных мероприятий.

Все эти вопросы, разобранные с той или иной степенью достоверности (в зависимости от собранного материала), находят отражение в разрабатываемых ТЭД и ТЭО.

ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНКИ

В данном разделе приводится обоснование величины инвестиций (капитальных вложений и оборотных средств) в освоение месторождения, а также эксплуатационных затрат, связанных с добычей и обогащением полезного ископаемого. Рассчитываются показатели эффективности освоения месторождений, выбирается оптимальный вариант их освоения.

В практике оценки месторождений полезных ископаемых существует два основных метода определения капитальных затрат и производственных (эксплуатационных) расходов: 1 – прямой расчет и 2 – метод аналогии. *Прямые расчеты* более точны и надежны. Они позволяют учесть все специфические особенности проекта. Однако на ранних стадиях изучения объекта данных для прямого расчета недостаточно, и тогда для предварительной оценки необходимых вложений используется *метод аналогии*, который может применяться в двух модификациях. В первом случае выбирается непосредственный объект-аналог – месторождение того же геолого-промышленного типа, расположенное в том же регионе, близкое по геологическим, горнотехническим и горно-технологическим условиям. Технико-экономические показатели объекта-аналога

принимаются за основу для проведения расчетов. Вторая модификация предусматривает оценку необходимых затрат с помощью укрупненных показателей – удельных капиталовложений на разные виды работ. Удельные капвложения – это затраты, отнесенные на единицу объема работ – на 1 т руды, на 1 км строительства дороги, на 1 км проведения ЛЭП и т. д. Удельные показатели определяются отраслевыми институтами – ВИЭМС в Москве, ИГД в Екатеринбурге и др. на основе анализа деятельности профильных предприятий, и позиционируются как соответствующие нормативы.

Обоснование инвестиций в освоение месторождений

Инвестиции включают в себя капитальные вложения на фонды промышленного и непромышленного назначения, а также инвестиции в оборотный капитал.

К *фондам промышленного назначения* относятся рудник с комплексом горно-капитальных выработок, зданий, сооружений и оборудования; обогатительная фабрика с объектами хвостового хозяйства и оборотного водоснабжения; участок автомобильных дорог и железнодорожных путей от месторождения до существующих путей сообщения; службы энерго-, водо- и теплоснабжения, канализации и т. д. *Непромышленные фонды* – это объекты социального, жилищного и бытового назначения.

1. Капитальные вложения в строительство рудника.

Определяются в соответствии с намеченным способом разработки, исходя из годовой производительности и капитальных удельных вложений на горно-капитальные работы, оборудование, здания и сооружения в соответствии с глубиной разработки и с учетом территориального поправочного коэффициента. Учитываются также затраты на получение лицензий: права на пользование землей и недрами, на определенные виды деятельности; организационные расходы, включая регистрацию предприятия; затраты по компенсации потерь от изъятия земель и другие расходы, связанные со строительством объектов.

Капитальные вложения в строительство карьера, рудника могут быть определены по формуле:

$$K_{\text{р}} = K_{\text{ур}} \cdot A_{\text{р}},$$

где $K_{\text{ур}}$ – удельные капитальные затраты на 1 т годовой производительности по руде или горной массе, руб.; $A_{\text{р}}$ – производительность рудника по руде или горной массе, т/год. Удельные показатели принимаются в соответствии с действующими нормативами, приведенными в методических разработках к лабораторным занятиям.

2. Капитальные вложения в строительство обогатительной фабрики.

Определяются с учетом ее производительности и удельных затрат на 1 т производственных мощностей по переработке минерального сырья, а также территориального поправочного коэффициента.

Для определения капитальных вложений в строительство обогатительной фабрики на основе удельных показателей используется формула:

$$K_{\text{ф}} = K_{\text{уд}} \cdot A_{\text{ф}},$$

где $K_{\text{уд}}$ – удельные капвложения на 1 т годовой производительности, руб.; $A_{\text{ф}}$ – годовая производительность фабрики.

3. Капитальные вложения в строительство автомобильных и железных дорог, линий электропередач, водоснабжение и прочее также определяются в соответствии с нормативами удельных капитальных вложений на 1 км сооружений, их протяженностью и поправочными коэффициентами, учитывающими район строительства и рельеф местности.

4. Капитальные вложения на предстоящие геологоразведочные работы учитываются, исходя из запасов месторождения, а также из удельных затрат на разведку 1 т руды запасов категорий $A+B+C_1$, и относятся к первому году строительства горнорудного предприятия. Они определяются по данным объектов-аналогов или методом прямого расчета путем составления сметы на проведение геологоразведочных работ.

5. Прочие капитальные вложения в строительство объектов жилищного, коммунального и культурно-бытового назначения определяются исходя из числа трудящихся на горном предприятии и удельных затрат на одного человека при строительстве этих объектов.

6. Общие капитальные затраты ($K_{общ}$) определяются как сумма затрат на строительство рудника (карьера), обогатительной фабрики, затрат на транспорт, строительство линий электропередач, затрат на геологоразведочные работы и прочих.

Прочие капитальные вложения ориентировочно можно принять в размере 10-15 % для малых и средних объектов и 20-25 % для крупных от суммы капитальных затрат на строительство рудника (карьера) и обогатительной фабрики.

Эксплуатационные затраты

Эксплуатационные затраты, связанные с добычей и обогащением полезного ископаемого, состоят из цеховых, общекомбинатских и внепроизводственных расходов. Они определяют себестоимость продукции горно-обогатительного предприятия. Эксплуатационные затраты также устанавливаются прямым расчетом или с использованием показателей существующих предприятий, разрабатывающих аналогичные месторождения в сходных географо-экономических условиях.

1. Цеховые эксплуатационные затраты

При подземной добыче полезного ископаемого цеховые эксплуатационные затраты определяются с помощью укрупненных нормативных показателей себестоимости добычи руды в зависимости от годовой производительности рудника, глубины разработки, варианта вскрытия и системы добычи.

При открытой добыче цеховые затраты рассчитываются с помощью укрупненных нормативов в зависимости от годовой производительности, типов и размеров основного оборудования, транспортных средств, глубины карьера и коэффициента вскрыши.

Затраты на рекультивацию нарушенных земель, которые входят в цеховые эксплуатационные затраты, определяются исходя из площади нарушенных земель и удельных затрат на рекультивацию 1 га.

Затраты по обогащению полезного ископаемого определяются с помощью укрупненных нормативных показателей цеховой себестоимости в соответствии с намеченной производительностью фабрики, способом обогащения и составом руд.

2. *Общекомбинатские расходы* зависят от цеховой себестоимости добычи, обогащения и составляют обычно 8-10 % от цеховых расходов.

3. *Внепроизводственные расходы* складываются из цеховых погрузочно-разгрузочных работ и транспортировки концентрата до линии железной дороги общего пользования. Укрупненно они могут быть приняты в размере 3-5 % от цеховой себестоимости.

Затраты по охране окружающей среды зависят от характера производственной деятельности и местных условий, рассчитываются отдельно и включаются в эксплуатационные затраты.

Общая величина эксплуатационных затрат определяется как сумма цеховых, общекомбинатских и внепроизводственных расходов, а также затрат по охране среды.

Показатели эффективности освоения месторождения

При оценке эффективности освоения месторождения соизмерение разновременных затрат и показателей осуществляется путем приведения (дисконтирования) их к базисному моменту времени – началу строительства горнодобывающего предприятия. Это реализуется их умножением на коэффициент дисконтирования:

$$K_{\text{д}} = \frac{1}{(1+\text{E})^{t}},$$

где t – номер расчетного года, начиная от начала строительства горнодобывающего предприятия; Е – норма дисконтирования, которая принимается равной приемлемой для инвестора норме дохода или прибыли на капитал (процентная ставка). Эта норма устанавливается на таком уровне, который позволил бы инвестору не только компенсировать риск, но и получить требуемую прибыль. Обычно эта норма при постоянных ценах в горной промышленности колеблется в следующих пределах:

- от 10-12 % при разработке месторождений строительных материалов;
- 15-18 % при разработке месторождений черных и цветных металлов;
- до 20-25 % при разработке месторождений золота.

Кроме того, для учета фактора времени в экономических расчетах применяется коэффициент ежегодной ренты (аннуитета), который определяется по следующей формуле:

$$K_{\text{а}} = \frac{(1+\text{E})^{\text{Тэ}} - 1}{(1+\text{E})^{\text{Тэ}} \times \text{E}}$$

Коэффициенты дисконтирования и аннуитета, рассчитанные для разных значений Е и t, приводятся в виде справочных таблиц в методических разработках по практике ГЭО.

Основными показателями экономической эффективности освоения месторождения являются:

- чистый дисконтированный доход (ЧДД);
- индекс доходности (ИД);
- срок окупаемости капитальных вложений (То);
- внутренняя норма доходности (ВНД);
- рентабельность предприятия по отношению к производственным фондам (Рф);

- рентабельность предприятия по отношению к эксплуатационным затратам (Рэ).

Чистый дисконтированный доход определяется как сумма чистых доходов за весь расчетный период:

$$\text{ЧДД} = \sum_{t=1}^{T}\left[(\text{Ц}_t - \text{З}_t)\cdot\frac{1}{(1+\text{E})^t}\right] - \sum_{t=1}^{T}\left(K_t\cdot\frac{1}{(1+\text{E})^t}\right),$$

где t = 1, 2, 3…T – количество лет от начала строительства до ликвидации предприятия; Ц_t – стоимость продукции (выручка) в t-м году, руб.; З_t – эксплуатационные затраты, произведенные в том же году без учета амортизационных отчислений, руб.; K_t – капитальные вложения (инвестиции) в t-м году, руб.; E – норма дисконтирования.

С использованием соответствующего коэффициента дисконтирования формула несколько упрощается:

$$\text{ЧДД} = \sum_{t=1}^{T}\left[(\text{Ц}_t - \text{З}_t)\cdot K_{\text{д}}\right] - \sum_{t=1}^{T}\left(K_t\cdot K_{\text{д}}\right).$$

Если ЧДД положителен, освоение месторождения эффективно; при отрицательном ЧДД освоение окажется неэффективным как не отвечающее установленной норме дохода.

На начальных стадиях изучения месторождения не представляется возможным определить величину выручки, эксплуатационных затрат и капитальных вложений по отдельным годам. Поэтому величины выручки и затрат принимаются постоянными за все время разработки, а величину капитальных вложений – постоянной за все время строительства. Средняя величина дохода определяется по формуле:

$$\text{Д}_\text{г} = \text{Ц}_\text{г} - \text{З}_\text{г},$$

где $\text{Д}_\text{г}$ – среднегодовой доход; $\text{Ц}_\text{г}$ – среднегодовая стоимость продукции (выручка) за год; $\text{З}_\text{г}$ – среднегодовые эксплуатационные затраты, включая амортизационные отчисления.

Среднегодовой доход с амортизационными отчислениями ($\text{Д}^1_\text{г}$) будет:

$$\text{Д}^1_\text{г} = \text{Д}_\text{г} + \text{А}_\text{о},$$

где $\text{А}_\text{о}$ – амортизационные отчисления.

В этом случае ЧДД определяется по формуле:

$$\text{ЧДД} = \text{Д}^1_\text{г}\cdot\frac{(1+\text{E})^{T_\text{э}}-1}{(1+\text{E})^{T_\text{э}}\text{ x E}} - K_\text{г}\cdot\frac{(1+\text{E})^{T_\text{с}}-1}{(1+\text{E})^{T_\text{с}}\text{ x E}},$$

где $K_\text{г}$ – среднегодовая величина капитальных вложений; $T_\text{э}$ – срок эксплуатации месторождения; $T_\text{с}$ – срок строительства предприятия.

Подставляя коэффициенты дисконтирования и аннуитета, формулу можно значительно упростить:

$$\text{ЧДД} = \text{Д}^1_\text{г}\cdot K_{\text{аэ}}\cdot K_{\text{дс}} - K_\text{г}\cdot K_{\text{ас}},$$

где $K_{\text{аэ}}$ – коэффициент аннуитета на срок эксплуатации, $K_{\text{дс}}$ – коэффициент дисконтирования на срок строительства, $K_{\text{ас}}$ – коэффициент аннуитета на срок строительства.

Индекс доходности (ИД) показывает, во сколько раз приведенные доходы превышают приведенные капитальные вложения:

$$\text{ИД} = \frac{\sum_{t=1}^{T}\left[(\text{Ц}_t-\text{З}_t)\cdot\frac{1}{(1+\text{E})^t}\right]}{\sum_{t=1}^{T}\left(K_t\cdot\frac{1}{(1+\text{E})^t}\right)}$$

Или на начальных этапах изучения месторождения:

$$\text{ИД} = \frac{Д^1_г \cdot \frac{(1+\text{Е})^{T_э}-1}{(1+\text{Е})^{T_э \cdot \text{Е}}} \cdot \frac{1}{(1+\text{Е})^{T_с}}}{\text{Кг} \cdot \frac{(1+\text{Е})^{T_с}-1}{(1+\text{Е})^{T_с \text{ x Е}}}}.$$

Или с использованием коэффициентов:

$$\text{ИД} = (Д^1_г \cdot К_{аэ} \cdot К_{дс}) / (К_г \cdot К_{ас}).$$

Разработка месторождения эффективна, если индекс доходности больше 1.

Срок окупаемости капитальных вложений ($T_о$) – временной интервал с момента начала разработки месторождения, за который приведенные доходы уравнивают приведенные капитальные вложения. Срок окупаемости определяется из условия:

$$\sum_{t=1}^{To}\left[(Ц_t - З_е) \cdot \frac{1}{(1+\text{Е})^t}\right] = \sum_{t=1}^{To}\left(K_t \cdot \frac{1}{(1+\text{Е})^t}\right)$$

или на начальных стадиях изучения месторождений

$$T_о = - \frac{\log\left\{1 - \frac{K_г}{Д^1_г}[(1+\text{Е})^{tc}-1]\right\}}{\log(1+E)}.$$

Логарифмирование производится по любому основанию, так что можно применять как натуральные логарифмы, так и десятичные.

Возможно определение $T_о$ и графическим способом (рис. 49).

Внутренняя норма доходности (ВНД) представляет собой ту норму дисконта, при которой величина приведенных доходов уравнивает приведенные капитальные вложения. ВНД определяется из условия (в неявной форме):

$$\sum_{t=1}^{T}\left[(Ц_t - З_е) \cdot \frac{1}{(1+\text{ВНД})^t}\right] = \sum_{t=1}^{T}\left(K_t \cdot \frac{1}{(1+\text{ВНД})^t}\right)$$

На начальных стадиях изучения месторождения ВНД определяется из условия:

$$Д^1_г \cdot \frac{(1+\text{ВНД})^{T_э}-1}{(1+\text{ВНД})^{T_э} \cdot \text{ВНД}} = К_г \cdot \frac{(1+\text{ВНД})^{T_с}-1}{(1+\text{ВНД})^{T_с} \cdot \text{ВНД}}$$

Ориентировочная величина ВНД определяется соотношением: ВНД = 75 / $T_о$, %.

На практике часто применяется простой графический способ определения ВНД. Для этого рассчитывается 3 значения ЧДД при разной величине Е и строится график, на котором в выбранном масштабе по вертикальной оси откладываются ЧДД, а по горизонтальной – Е. По трем точкам проводится прямая, которая пересечет горизонтальную ось в точке, соответствующей значению ВНД (рис. 50).

Рентабельность разработки месторождения по отношению к основным производственным фондам ($Р_ф$) вычисляется по формуле:

$$Р_ф = П_ч / Ф \cdot 100\ \%, \text{ или } Р_ф = Д_г / К \cdot 100\ \%,$$

где $П_ч$ – среднегодовая прибыль после уплаты налогов; Ф – стоимость производственных фондов предприятия (основных и оборотных средств); $Д_г$ – среднегодовой доход; $К$ – капитальные вложения в освоение месторождения.

Рентабельность предприятия по отношению к годовым эксплуатационным затратам ($Р_з$) может быть определена по формулам:

$$Р_з = П_ч / З_г \cdot 100\ \% \text{ или } Р_з = Д_г / З_г \cdot 100\ \%,$$

где $З_г$ – годовые затраты, руб.

С учетом, платежей, налогов и отчислений расчет показателей ГЭО осуществляется в следующем порядке.

Величина годовой прибыли ($П_г$) определяется по формуле:

$$П_г = Ц_г – (З_г + Н_э),$$

где $Ц_г$ – среднегодовая стоимость продукции без налога на добавленную стоимость (выручка); $З_г$ – среднегодовые эксплуатационные затраты с учетом амортизационных отчислений; $Н_э$ – величина налогов, платежей, отчислений, учитываемая в структуре эксплуатационных затрат. К ним относятся, в первую очередь, налог на добычу и дорожный налог.

Величина чистой годовой прибыли ($П_ч$) определяется по формуле:

$$П_ч = П_г – Н_п,$$

где $Н_п$ – величина налогов, платежей, отчислений, изымаемая из прибыли. Основную их часть составляют налоги на прибыль и на имущество.

Величина чистой годовой прибыли с амортизационными отчислениями ($П^1_ч$) определяется по формуле:

$$П^1_ч = П_ч + А_о,$$

где $А_о$ – амортизационные отчисления, определяемые в соответствии с действующими нормами амортизации.

При расчетах показателей эффективности используется чистая годовая прибыль с амортизационными отчислениями ($П^1_ч$) за исключением расчета рентабельности ($Р_ф$, $Р_з$), где используется чистая годовая прибыль $П_ч$.

Вычисление показателей экономической эффективности освоения месторождения с учетом существующих налогов, платежей и отчислений осуществляется по формулам:

$$ЧДП = \sum_{t=1}^{T}\left[П^1_t \cdot \frac{1}{(1+E)^t}\right] - \sum_{t=1}^{T}\left(K_t \cdot \frac{1}{(1+E)^t}\right),$$

$$ИП = \frac{\sum_{t=1}^{T}\left[П^1_t \cdot \frac{1}{(1+E)^t}\right]}{\sum_{t=1}^{T}\left(K_t \cdot \frac{1}{(1+E)^t}\right)}$$

$T_о$ определяется из условия:

$$\sum_{t=1}^{To}\left[П^1_t \cdot \frac{1}{(1+E)^t}\right] = \sum_{t=1}^{To}\left(K_t \cdot \frac{1}{(1+E)^t}\right)$$

ВНП определяется из условия:

$$\sum_{t=1}^{T}\left[П^1_t \cdot \frac{1}{(1+ВНД)^t}\right] = \sum_{t=1}^{T}\left(K_t \cdot \frac{1}{(1+ВНД)^t}\right)$$

На начальных стадиях изучения используются соответственно следующие формулы:

$$ЧДП = П_ч \cdot \frac{(1+E)^{T_э}-1}{(1+E)^{T_э} \cdot E} - K_г \cdot \frac{(1+E)^{T_с}-1}{(1+E)^{T_с} \cdot E} \text{ или}$$

$$ЧДД = П_ч \cdot К_{аэ} – K_г \cdot K_{ас},$$

$$ИП = \frac{П^1_ч \cdot \frac{(1+E)^{T_э}-1}{(1+E)^{T_э} \cdot E} \cdot \frac{1}{(1+E)^{T_с}}}{Кг \cdot \frac{(1+E)^{T_с}-1}{(1+E)^{T_с} \cdot E}}, \text{ или } ИП = П_ч \cdot K_{аэ} / K_г \cdot K_{ас},$$

$$T_о = - \frac{\log\left\{1 - \frac{K_г}{П^1_ч}\left[(1+E)^{T_с}-1\right]\right\}}{\log(1+E)},$$

ВНП определяется из условия:

$$П^1_ч \cdot \frac{(1+ВНД)^{T_э}-1}{(1+ВНД)^{T_э} \cdot ВНД} = K_г \cdot \frac{(1+ВНД)^{T_с}-1}{(1+ВНД)^{T_с} \cdot ВНД},$$

$$Р_ф = П_ц / Ф \cdot 100\ \%,$$
$$Р_з = П_ц / З_г \cdot 100\ \%.$$

Денежный поток при разработке месторождения является дополнительным показателем эффективности освоения. Его составляющими являются приток и отток средств по годам с начала деятельности горного предприятия. Источниками притока средств являются выручка от реализации производственной продукции и реализации остаточных производственных фондов при ликвидации предприятия, сокращение величины оборотных средств. Основными составляющими оттока средств являются эксплуатационные расходы, налоговые выплаты, платежи и отчисления, которые не входят в структуру эксплуатационных затрат, увеличение оборотных средств, отчисления в развитие геологоразведочных работ и т. д. Суммарная разность между притоком и оттоком средств за весь период существования предприятия называется *чистым денежным потоком*. Если величины этого потока приводят к началу разработки месторождения, то суммарная величина этих значения является дисконтированным чистым денежным потоком. При определении денежного потока при разработке месторождения конкретным частным предприятием при оттоке средств, кроме того, учитывается погашение взятого кредита банка на строительство горного предприятия и выплата процентов по этому кредиту.

ОБОСНОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ВАРИАНТА ОСВОЕНИЯ МЕСТОРОЖДЕНИЯ

Обоснование оптимального варианта освоения месторождения осуществляется на основе сопоставления его технико-экономических показателей при разных значениях бортового содержания, а именно: величины запасов полезных компонентов, размера капитальных вложений, эксплуатационных затрат, чистого дисконтированного дохода и т. д. Полный перечень этих показателей, а также пример повариантных технико-экономических расчетов для полиметаллического месторождения приводится в методических разработках для лабораторных занятий по дисциплине «Разведка и ГЭО МПИ».

Ни один из показателей не является достаточным для окончательного вывода о предпочтении того или иного варианта оконтуривания или подсчета запасов. Однако каждый из них должен отвечать заранее обусловленным требованиям инвестора: чистый дисконтированный доход и внутренняя норма доходности должны быть не меньше заранее установленной величины; срок окупаемости капитальных вложений – не более намеченного времени и т. п.

В целом, промышленное значение месторождения определяется экономической эффективностью его разработки. Наряду с этим необходимо учитывать потребность промышленности в данном виде минерального сырья, наличие трудовых ресурсов, а также социальное положение населения в районе расположения объекта, экологическую ситуацию и т. п. Неполное удовлетворение потребности конкретного района в минеральном сырье может служить основанием для предложения о снижении налогов и предоставлении льгот при разработке месторождения.

Контрольные вопросы к теме 5

1. Цели и задачи ГЭО МПИ
2. Геологические показатели ГЭО
3. Горнотехнические показатели ГЭО
4. Технологические показатели ГЭО
5. Обоснование инвестиций в освоение месторождения
6. Определение эксплуатационных затрат при разработке
7. Назначение и применение коэффициента дисконтирования, ставки дисконта, коэффициента аннуитета
8. Основные показатели эффективности освоения месторождения
9. Определение чистого дисконтированного дохода
10. Определение индекса доходности
11. Определение срока окупаемости инвестиций
12. Определение внутренней нормы доходности

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Становление учения о разведке недр прошло длинный исторический путь, постепенно накапливая опыт и знания при изучении и оценке различных типов месторождений полезных ископаемых. К настоящему времени *разведка* представляет *самостоятельную научную дисциплину*, имеющую объекты изучения, методологические подходы, геолого-экономическую основу оценки полученных результатов.

Накопленный опыт разведки и геолого-экономической оценки месторождений получил отражение в многочисленных литературных источниках: монографиях, учебниках и учебных пособиях, научных статьях, методических разработках и рекомендациях. Направления совершенствования геологоразведочных работ, обоснованные еще в 80-90-е годы XX столетия, во-многом актуальными и в настоящее время. К числу сформулированных при этом задач следует отнести (Комплексная…, 1990):

- повышение достоверности утверждаемых по результатам разведки запасов;
- обоснование комплексного использования минерального сырья на основе совершенствования рациональной технологии переработки полезных ископаемых;
- совершенствование методов опробования и способов обработки проб;
- повышение уровня изученности вещественного состава и технологических свойств полезного ископаемого;
- повышение роли геофизических и геохимических исследований при оконтуривании залежей полезных ископаемых, изучении их внутреннего строения;
- совершенствование методики разведки и геолого-экономической оценки месторождений на основе обобщения передового отечественного и зарубежного опыта.

В то же время нельзя оперировать только накопленным опытом. С течением времени меняются экономические условия хозяйствования, совершенствуются подходы к оценке промышленной значимости месторождений. В современных условиях необходимо внедрение в геологоразведочный процесс геоинформационных технологий. При этом возможны следующие направления сбора информации и её обобщения:

- перевод накапливаемой геологической информации по месторождениям с бумажных носителей на цифровые;
- создание банка цифровых данных по всем разведанным пересечениям, включающим результаты опробования, аналитических, инженерно-геологических и иных исследований;
- разработка цифровых моделей месторождений, позволяющих на базе 3D моделирования анализировать форму и условия залегания тел полезных ископаемых, пространственное распределение качественных показателей в объеме рудных тел, оценивать роль и значение рудоконтролирующих факторов на прилегающих к месторождению территориях (в пределах рудных районов и узлов);
- производить подсчет запасов и ГЭО, обосновывать кондиции на минеральное сырье, укреплять и стабилизировать добычу минерального сырья требуемого качества на горнорудных предприятиях и т. д.

Все изложенное определяет высокую актуальность подготовки квалифицированных кадров в рамках высшей школы, владеющих не только глубокими

геологическими знаниями, но и современными приемами сбора и обработки накопленной информации с использованием IT-технологий.