

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по учебно-методическому
комплексу



**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ
РАБОТЕ СТУДЕНТОВ**

Б1.Б.01 ФИЛОСОФИЯ

Направление подготовки

21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 2

**Поиски и разведка подземных вод
и инженерно-геологические изыскания**

форма обучения: **очная, заочная**

Автор: Гладкова И. В., доцент, канд. филос. н.

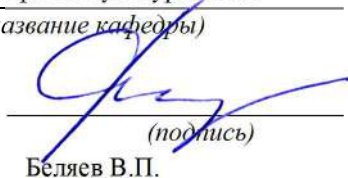
Одобрены на заседании кафедры

Рассмотрены методической комиссией

Философии и культурологии

(название кафедры)

Зав. кафедрой


(подпись)

Беляев В.П.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 6 от 28.02.2020

(Дата)

Факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель


(подпись)

Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020

(Дата)

Екатеринбург
2020

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по работе с текстом лекций	5
2	Методические рекомендации по подготовке к опросу	8
3	Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)	9
4	Методические рекомендации по написанию эссе	11
5	Методические рекомендации по подготовке к семинарским занятиям	14
6	Методические рекомендации по подготовке к дискуссии	15
7	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	17
	Заключение	20
	Список использованных источников	21

ВВЕДЕНИЕ

Инициативная самостоятельная работа студента есть неотъемлемая составная часть учебы в вузе. В современном формате высшего образования значительно возрастает роль самостоятельной работы студента. Правильно спланированная и организованная самостоятельная работа обеспечивает достижение высоких результатов в учебе.

Самостоятельная работа студента (СРС) - это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, при сохранении ведущей роли студентов.

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности. Ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровней. Самостоятельная работа студента – важнейшая составная часть учебного процесса, обязательная для каждого студента, объем которой определяется учебным планом. Методологическую основу СРС составляет деятельностный подход, при котором цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, т. е. на реальные ситуации, в которых студентам надо проявить знание конкретной дисциплины. Предметно и содержательно СРС определяется государственным образовательным стандартом, действующими учебными планами и образовательными программами различных форм обучения, рабочими программами учебных дисциплин, средствами обеспечения СРС: учебниками, учебными пособиями и методическими руководствами, учебно-программными комплексами и т.д.

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

Самостоятельная работа студента - это особым образом организованная деятельность, включающая в свою структуру такие компоненты, как:

- уяснение цели и поставленной учебной задачи;
- четкое и системное планирование самостоятельной работы;
- поиск необходимой учебной и научной информации;
- освоение информации и ее логическая переработка;

- использование методов исследовательской, научно-исследовательской работы для решения поставленных задач;
- выработка собственной позиции по поводу полученной задачи;
- представление, обоснование и защита полученного решения;
- проведение самоанализа и самоконтроля.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию: текущие консультации, коллоквиум, прием и разбор домашних заданий и другие.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия: подготовка презентаций, составление глоссария, подготовка к практическим занятиям, подготовка рецензий, аннотаций на статью, подготовка к дискуссиям, круглым столам.

СРС может включать следующие формы работ:

- изучение лекционного материала;
- работа с источниками литературы: поиск, подбор и обзор литературы и электронных источников информации по заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий, выдаваемых на практических занятиях: тестов, докладов, контрольных работ и других форм текущего контроля;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение; подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе или коллоквиуму;
- подготовка к зачету, экзамену, другим аттестациям;
- написание реферата, эссе по заданной проблеме;
- выполнение расчетно-графической работы;
- выполнение курсовой работы или проекта;
- анализ научной публикации по определенной преподавателем теме, ее реферирование;
- исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения. Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

Подготовка к самостоятельной работе, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

1. Методические рекомендации по работе с текстом лекций

На лекционных занятиях необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на формулировки, определения, раскрывающие содержание тех или иных понятий, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском мастерстве. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента, и помогает усвоить учебный материал.

Желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений, фиксировать вопросы, вызывающие личный интерес, варианты ответов на них, сомнения, проблемы, спорные положения. Рекомендуется вести записи на одной стороне листа, оставляя вторую сторону для размышлений, разборов, вопросов, ответов на них, для фиксирования деталей темы или связанных с ней фактов, которые припоминаются самим студентом в ходе слушания.

Слушание лекций - сложный вид интеллектуальной деятельности, успех которой обусловлен *умением слушать*, и стремлением воспринимать материал, нужное записывая в тетрадь. Запись лекции помогает сосредоточить внимание на главном, в ходе самой лекции продумать и осмыслить услышанное, осознать план и логику изложения материала преподавателем.

Такая работа нередко вызывает трудности у студентов: некоторые стремятся записывать все дословно, другие пишут отрывочно, хаотично. Чтобы избежать этих ошибок, целесообразно придерживаться ряда правил.

1. После записи ориентирующих и направляющих внимание данных (тема, цель, план лекции, рекомендованная литература) важно попытаться проследить, как они раскрываются в содержании, подкрепляются формулировками, доказательствами, а затем и выводами.

2. Записывать следует основные положения и доказывающие их аргументы, наиболее яркие примеры и факты, поставленные преподавателем вопросы для самостоятельной проработки.

3. Стремиться к четкости записи, ее последовательности, выделяя темы, подтемы, вопросы и подвопросы, используя цифровую и буквенную нумерацию (римские и арабские цифры, большие и малые буквы), красные строки, выделение абзацев, подчеркивание главного и т.д.

Форма записи материала может быть различной - в зависимости от специфики изучаемого предмета. Это может быть стиль учебной программы (назывные предложения), уместны и свои краткие пояснения к записям.

Студентам не следует подробно записывать на лекции «все подряд», но обязательно фиксировать то, что преподаватели диктуют – это базовый конспект, содержащий основные положения лекции: определения, выводы, параметры, критерии, аксиомы, постулаты, парадигмы, концепции, ситуации, а также мысли-маяки (ими часто являются афоризмы, цитаты, остроумные изречения). Запись лекции лучше вести в сжатой форме, короткими и четкими фразами. Каждому студенту полезно выработать свою систему сокращений, в которой он мог бы разобраться легко и безошибочно.

Даже отлично записанная лекция предполагает дальнейшую самостоятельную работу над ней (осмысление ее содержания, логической структуры, выводов). С целью доработки конспекта лекции необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить опiski, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополняя и исправляя свои записи. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект. Доработанный конспект и

рекомендуемая литература используется при подготовке к практическому занятию. Знание лекционного материала при подготовке к практическому занятию обязательно.

Особенно важно в процессе самостоятельной работы над лекцией выделить новый понятийный аппарат, уяснить суть новых понятий, при необходимости обратиться к словарям и другим источникам, заодно устранив неточности в записях. Главное - вести конспект аккуратно и регулярно, только в этом случае он сможет стать подспорьем в изучении дисциплины.

Работа над лекцией стимулирует самостоятельный поиск ответов на самые различные вопросы: над какими понятиями следует поработать, какие обобщения сделать, какой дополнительный материал привлечь.

Важным средством, направляющим самообразование, является выполнение различных заданий по тексту лекции, например, составление ее развернутого плана или тезисов; ответы на вопросы проблемного характера, (скажем, об основных тенденциях развития той или иной проблемы); составление проверочных тестов по проблеме, написание по ней реферата, составление графических схем.

По своим задачам лекции могут быть разных жанров: *установочная лекция* вводит в изучение курса, предмета, проблем (что и как изучать), а *обобщающая лекция* позволяет подвести итог (зачем изучать), выделить главное, усвоить законы развития знания, преемственности, новаторства, чтобы применить обобщенный позитивный опыт к решению современных практических задач. Обобщающая лекция ориентирует в истории и современном состоянии научной проблемы.

В процессе освоения материалов обобщающих лекций студенты могут выполнять задания разного уровня. Например: задания *репродуктивного* уровня (составить развернутый план обобщающей лекции, составить тезисы по материалам лекции); задания *продуктивного* уровня (ответить на вопросы проблемного характера, составить опорный конспект по схеме, выявить основные тенденции развития проблемы); задания *творческого* уровня (составить проверочные тесты по теме, защитить реферат и графические темы по данной проблеме). Обращение к ранее изученному материалу не только помогает восстановить в памяти известные положения, выводы, но и приводит разрозненные знания в систему, углубляет и расширяет их. Каждый возврат к старому материалу позволяет найти в нем что-то новое, переосмыслить его с иных позиций, определить для него наиболее подходящее место в уже имеющейся системе знаний.

.

2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента. При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избежать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии ¹.

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)².

¹ Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

² Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. Объем времени на подготовку к устному опросу зависит от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

3.Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)

Доклад – публичное сообщение по заданной теме, представляющее собой развернутое изложение на определенную тему, вид самостоятельной работы, который используется в учебных и внеаудиторных занятиях и способствует формированию навыков исследовательской работы, освоению методов научного познания, приобретению навыков публичного выступления, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить.

При подготовке доклада используется дополнительная литература, систематизируется материал. Работа над докладом не только позволяет учащемуся приобрести новые знания, но и способствует формированию важных научно-исследовательских навыков самостоятельной работы с научной литературой, что повышает познавательный интерес к научному познанию.

Приветствуется использование мультимедийных технологий, подготовка докладов-презентаций.

Доклад должен соответствовать следующим требованиям:

- тема доклада должна быть согласованна с преподавателем и соответствовать теме занятия;
- иллюстрации (слайды в презентации) должны быть достаточными, но не чрезмерными;
- материалы, которыми пользуется студент при подготовке доклада-презентации, должны соответствовать научно-методическим требованиям ВУЗа и быть указаны в докладе;
- необходимо соблюдать регламент: 7-10 минут выступления.

Преподаватель может дать тему сразу нескольким студентам одной группы, по принципу: докладчик и оппонент. Студенты могут подготовить два выступления с противоположными точками зрения и устроить дискуссию по проблемной теме. Докладчики и содокладчики во многом определяют содержание, стиль, активность данного занятия, для этого необходимо:

- использовать технические средства;
- знать и хорошо ориентироваться в теме всей презентации (семинара);
- уметь дискутировать и быстро отвечать на вопросы;
- четко выполнять установленный регламент: докладчик - 7-10 мин.; содокладчик - 5 мин.; дискуссия - 10 мин;
- иметь представление о композиционной структуре доклада.

После выступления докладчик и содокладчик, должны ответить на вопросы слушателей.

В подготовке доклада выделяют следующие этапы:

1. Определение цели доклада: информировать, объяснить, обсудить что-то (проблему, решение, ситуацию и т. п.)
2. Подбор литературы, иллюстративных примеров.
3. Составление плана доклада, систематизация материала, композиционное оформление доклада в виде печатного /рукописного текста и электронной презентации.

Общая структура доклада

Построение доклада включает три части: вступление, основную часть и заключение.

Вступление.

Вступление должно содержать:

- название презентации (доклада);
- сообщение основной идеи;
- обоснование актуальности обсуждаемого вопроса;

- современную оценку предмета изложения;
- краткое перечисление рассматриваемых вопросов;
- живую интересную форму изложения;
- акцентирование оригинальности подхода.

Основная часть.

Основная часть состоит из нескольких разделов, постепенно раскрывающих тему. Возможно использование иллюстрации (графики, диаграммы, фотографии, карты, рисунки) Если необходимо, для обоснования темы используется ссылка на источники с доказательствами, взятыми из литературы (цитирование авторов, указание цифр, фактов, определений). Изложение материала должно быть связным, последовательным, доказательным.

Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели и заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

Заключение.

Заключение - это ясное четкое обобщение, в котором подводятся итоги, формулируются главные выводы, подчеркивается значение рассмотренной проблемы, предлагаются самые важные практические рекомендации. Требования к оформлению доклада. Объем машинописного текста доклада должен быть рассчитан на произнесение доклада в течение 7 -10 минут (3-5 машинописных листа текста с докладом).

Доклад оценивается по следующим критериям:

<i>Критерии оценки доклада, сообщения</i>	<i>Количество баллов</i>
Содержательность, информационная насыщенность доклада	1
Наличие аргументов	1
Наличие выводов	1
Наличие презентации доклада	1
Владение профессиональной лексикой	1
Итого:	5

Электронные презентации выполняются в программе MS PowerPoint в виде слайдов в следующем порядке: • титульный лист с заголовком темы и автором исполнения презентации; • план презентации (5-6 пунктов - это максимум); • основная часть (не более 10 слайдов); • заключение (вывод). Общие требования к стилевому оформлению презентации: • дизайн должен быть простым и лаконичным; • основная цель - читаемость, а не субъективная красота; цветовая гамма должна состоять не более чем из двух-трех цветов; • всегда должно быть два типа слайдов: для титульных и для основного текста; • размер шрифта должен быть: 24–54 пункта (заголовок), 18–36 пунктов (обычный текст); • текст должен быть свернут до ключевых слов и фраз. Полные развернутые предложения на слайдах таких презентаций используются только при цитировании; каждый слайд должен иметь заголовок; • все слайды должны быть выдержаны в одном стиле; • на каждом слайде должно быть не более трех иллюстраций; • слайды должны быть пронумерованы с указанием общего количества слайдов

4. Методические рекомендации по написанию эссе

Эссе - это самостоятельная письменная работа на тему, предложенную преподавателем. Цель эссе состоит в развитии навыков самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных мыслей. Писать эссе чрезвычайно полезно, поскольку это позволяет автору научиться четко и грамотно формулировать мысли, структурировать информацию, использовать основные категории анализа, выделять причинно-следственные связи, иллюстрировать понятия соответствующими примерами, аргументировать свои выводы; овладеть научным стилем речи.

Эссе должно содержать: четкое изложение сути поставленной проблемы, включать самостоятельно проведенный анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария, рассматриваемого в рамках дисциплины, выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме. В зависимости от специфики дисциплины формы эссе могут значительно дифференцироваться. В некоторых случаях это может быть анализ имеющихся статистических данных по изучаемой проблеме, анализ материалов из средств массовой информации и использованием изучаемых моделей, подробный разбор предложенной задачи с развернутыми мнениями, подбор и детальный анализ примеров, иллюстрирующих проблему и т.д.

Построение эссе - это ответ на вопрос или раскрытие темы, которое основано на классической системе доказательств.

Структура эссе

1. *Титульный лист* (заполняется по единой форме);
2. *Введение* - суть и обоснование выбора данной темы, состоит из ряда компонентов, связанных логически и стилистически.

На этом этапе очень важно правильно *сформулировать вопрос, на который вы собираетесь найти ответ в ходе своего исследования.*

3. *Основная часть* - теоретические основы выбранной проблемы и изложение основного вопроса.

Данная часть предполагает развитие аргументации и анализа, а также обоснование их, исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. В этом заключается основное содержание эссе и это представляет собой главную трудность. Поэтому важное значение имеют подзаголовки, на основе которых осуществляется структурирование аргументации; именно здесь необходимо обосновать (логически, используя данные или строгие рассуждения) предлагаемую аргументацию/анализ. Там, где это необходимо, в качестве аналитического инструмента можно использовать графики, диаграммы и таблицы.

В зависимости от поставленного вопроса анализ проводится на основе следующих категорий:

Причина - следствие, общее - особенное, форма - содержание, часть - целое, постоянство - изменчивость.

В процессе построения эссе необходимо помнить, что один параграф должен содержать только одно утверждение и соответствующее доказательство, подкрепленное графическим и иллюстративным материалом. Следовательно, наполняя содержанием разделы аргументацией (соответствующей подзаголовкам), необходимо в пределах параграфа ограничить себя рассмотрением одной главной мысли.

Хорошо проверенный (и для большинства — совершенно необходимый) способ построения любого эссе - использование подзаголовков для обозначения ключевых моментов аргументированного изложения: это помогает посмотреть на то, что предполагается сделать (и ответить на вопрос, хорош ли замысел). Такой подход поможет следовать точно определенной цели в данном исследовании. Эффективное использование подзаголовков - не только обозначение основных пунктов, которые необходимо осветить.

Их последовательность может также свидетельствовать о наличии или отсутствии логичности в освещении темы.

4. *Заключение* - обобщения и аргументированные выводы по теме с указанием области ее применения и т.д. Подытоживает эссе или еще раз вносит пояснения, подкрепляет смысл и значение изложенного в основной части. Методы, рекомендуемые для составления заключения: повторение, иллюстрация, цитата, впечатляющее утверждение. Заключение может содержать такой очень важный, дополняющий эссе элемент, как указание на применение (импликацию) исследования, не исключая взаимосвязи с другими проблемами.

Структура аппарата доказательств, необходимых для написания эссе

Доказательство - это совокупность логических приемов обоснования истинности какого-либо суждения с помощью других истинных и связанных с ним суждений. Оно связано с убеждением, но не тождественно ему: аргументация или доказательство должны основываться на данных науки и общественно-исторической практики, убеждения же могут быть основаны на предрассудках, неосведомленности людей в вопросах экономики и политики, видимости доказательности. Другими словами, доказательство или аргументация - это рассуждение, использующее факты, истинные суждения, научные данные и убеждающее нас в истинности того, о чем идет речь.

Структура любого доказательства включает в себя три составляющие: тезис, аргументы и выводы или оценочные суждения.

Тезис - это положение (суждение), которое требуется доказать. *Аргументы* - это категории, которыми пользуются при доказательстве истинности тезиса. *Вывод* - это мнение, основанное на анализе фактов. *Оценочные суждения* - это мнения, основанные на наших убеждениях, верованиях или взглядах. *Аргументы* обычно делятся на следующие группы:

1. *Удостоверенные факты* — фактический материал (или статистические данные).
2. *Определения* в процессе аргументации используются как описание понятий, связанных с тезисом.
3. *Законы* науки и ранее доказанные теоремы тоже могут использоваться как аргументы доказательства.

Требования к фактическим данным и другим источникам

При написании эссе чрезвычайно важно то, как используются эмпирические данные и другие источники (особенно качество чтения). Все (фактические) данные соотносятся с конкретным временем и местом, поэтому прежде, чем их использовать, необходимо убедиться в том, что они соответствуют необходимому для исследований времени и месту. Соответствующая спецификация данных по времени и месту — один из способов, который может предотвратить чрезмерное обобщение, результатом которого может, например, стать предположение о том, что все страны по некоторым важным аспектам одинаковы (если вы так полагаете, тогда это должно быть доказано, а не быть голословным утверждением).

Всегда можно избежать чрезмерного обобщения, если помнить, что в рамках эссе используемые данные являются иллюстративным материалом, а не заключительным актом, т.е. они подтверждают аргументы и рассуждения и свидетельствуют о том, что автор умеет использовать данные должным образом. Нельзя забывать также, что данные, касающиеся спорных вопросов, всегда подвергаются сомнению. От автора не ждут определенного или окончательного ответа. Необходимо понять сущность фактического материала, связанного с этим вопросом (соответствующие индикаторы? насколько надежны данные для построения таких индикаторов? к какому заключению можно прийти на основании имеющихся данных и индикаторов относительно причин и следствий? и т.д.), и продемонстрировать это в эссе. Нельзя ссылаться на работы, которые автор эссе не читал сам.

Как подготовить и написать эссе?

Качество любого эссе зависит от трех взаимосвязанных составляющих, таких как:

1. Исходный материал, который будет использован (конспекты прочитанной литературы, лекций, записи результатов дискуссий, собственные соображения и накопленный опыт по данной проблеме).

2. Качество обработки имеющегося исходного материала (его организация, аргументация и доводы).

3. Аргументация (насколько точно она соотносится с поднятыми в эссе проблемами).

Процесс написания эссе можно разбить на несколько стадий: обдумывание - планирование - написание - проверка - правка.

Планирование - определение цели, основных идей, источников информации, сроков окончания и представления работы.

Цель должна определять действия.

Идеи, как и цели, могут быть конкретными и общими, более абстрактными. Мысли, чувства, взгляды и представления могут быть выражены в форме аналогий, ассоциации, предположений, рассуждений, суждений, аргументов, доводов и т.д.

Аналогии - выявление идеи и создание представлений, связь элементов значений.

Ассоциации - отражение взаимосвязей предметов и явлений действительности в форме закономерной связи между нервно - психическими явлениями (в ответ на тот или иной словесный стимул выдать «первую пришедшую в голову» реакцию).

Предположения - утверждение, не подтвержденное никакими доказательствами.

Рассуждения - формулировка и доказательство мнений.

Аргументация - ряд связанных между собой суждений, которые высказываются для того, чтобы убедить читателя (слушателя) в верности (истинности) тезиса, точки зрения, позиции.

Суждение - фраза или предложение, для которого имеет смысл вопрос: истинно или ложно?

Доводы - обоснование того, что заключение верно абсолютно или с какой-либо долей вероятности. В качестве доводов используются факты, ссылки на авторитеты, заведомо истинные суждения (законы, аксиомы и т.п.), доказательства (прямые, косвенные, «от противного», «методом исключения») и т.д.

Перечень, который получится в результате перечисления идей, поможет определить, какие из них нуждаются в особенной аргументации.

Источники. Тема эссе подскажет, где искать нужный материал. Обычно пользуются библиотекой, Интернет-ресурсами, словарями, справочниками. Пересмотр означает редактирование текста с ориентацией на качество и эффективность.

Качество текста складывается из четырех основных компонентов: ясности мысли, внятности, грамотности и корректности.

Мысль - это содержание написанного. Необходимо четко и ясно формулировать идеи, которые хотите выразить, в противном случае вам не удастся донести эти идеи и сведения до окружающих.

Внятность - это доступность текста для понимания. Легче всего ее можно достичь, пользуясь логично и последовательно тщательно выбранными словами, фразами и взаимосвязанными абзацами, раскрывающими тему.

Грамотность отражает соблюдение норм грамматики и правописания. Если в чем-то сомневаетесь, загляните в учебник, справьтесь в словаре или руководстве по стилистике или дайте прочитать написанное человеку, чья манера писать вам нравится.

Корректность — это стиль написанного. Стиль определяется жанром, структурой работы, целями, которые ставит перед собой пишущий, читателями, к которым он обращается.

5. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой *дискуссию* в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие подведением итогов обсуждения, заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия, демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Готовясь к конкретной теме занятия следует ознакомиться с новыми официальными документами, статьями в периодических журналах, вновь вышедшими монографиями.

6. Методические рекомендации по подготовке к дискуссии

Современная практика предлагает широкий круг типов семинарских занятий. Среди них особое место занимает *семинар-дискуссия*, где в диалоге хорошо усваивается новая информация, видны убеждения студента, обсуждаются противоречия (явные и скрытые) и недостатки. Для обсуждения берутся конкретные актуальные вопросы, с которыми студенты предварительно ознакомлены. Дискуссия является одной из наиболее эффективных технологий группового взаимодействия, обладающей особыми возможностями в обучении, развитии и воспитании будущего специалиста.

Дискуссия (от лат. discussio - рассмотрение, исследование) - способ организации совместной деятельности с целью интенсификации процесса принятия решений в группе посредством обсуждения какого-либо вопроса или проблемы.

Дискуссия обеспечивает активное включение студентов в поиск истины; создает условия для открытого выражения ими своих мыслей, позиций, отношений к обсуждаемой теме и обладает особой возможностью воздействия на установки ее участников в процессе группового взаимодействия. Дискуссию можно рассматривать как *метод интерактивного обучения* и как особую технологию, включающую в себя другие методы и приемы обучения: «мозговой штурм», «анализ ситуаций» и т.д.

Обучающий эффект дискуссии определяется предоставляемой участнику возможностью получить разнообразную информацию от собеседников, продемонстрировать и повысить свою компетентность, проверить и уточнить свои представления и взгляды на обсуждаемую проблему, применить имеющиеся знания в процессе совместного решения учебных и профессиональных задач.

Развивающая функция дискуссии связана со стимулированием творчества обучающихся, развитием их способности к анализу информации и аргументированному, логически выстроенному доказательству своих идей и взглядов, с повышением коммуникативной активности студентов, их эмоциональной включенности в учебный процесс.

Влияние дискуссии на личностное становление студента обусловливается ее целостно - ориентирующей направленностью, созданием благоприятных условий для проявления индивидуальности, самоопределения в существующих точках зрения на определенную проблему, выбора своей позиции; для формирования умения взаимодействовать с другими, слушать и слышать окружающих, уважать чужие убеждения, принимать оппонента, находить точки соприкосновения, соотносить и согласовывать свою позицию с позициями других участников обсуждения.

Безусловно, наличие оппонентов, противоположных точек зрения всегда обостряет дискуссию, повышает ее продуктивность, позволяет создавать с их помощью конструктивный конфликт для более эффективного решения обсуждаемых проблем.

Существует несколько видов дискуссий, использование того или иного типа дискуссии зависит от характера обсуждаемой проблемы и целей дискуссии.

Дискуссия- диалог чаще всего применяется для совместного обсуждения учебных и производственных проблем, решение которых может быть достигнуто путем взаимодополнения, группового взаимодействия по принципу «индивидуальных вкладов» или на основе согласования различных точек зрения, достижения консенсуса.

Дискуссия - спор используется для всестороннего рассмотрения сложных проблем, не имеющих однозначного решения даже в науке, социальной, политической жизни, производственной практике и т.д. Она построена на принципе «позиционного противостояния» и ее цель - не столько решить проблему, сколько побудить участников дискуссии задуматься над проблемой, уточнить и определить свою позицию; научить аргументировано отстаивать свою точку зрения и в то же время осознать право других иметь свой взгляд на эту проблему, быть индивидуальностью.

Условия эффективного проведения дискуссии:

- информированность и подготовленность студентов к дискуссии,
- свободное владение материалом, привлечение различных источников для аргументации отстаиваемых положений;
- правильное употребление понятий, используемых в дискуссии, их единообразное понимание;
- корректность поведения, недопустимость высказываний, задевающих личность оппонента; установление регламента выступления участников;
- полная включенность группы в дискуссию, участие каждого студента в ней.

Подготовка студентов к дискуссии: если тема объявлена заранее, то следует ознакомиться с указанной литературой, необходимыми справочными материалами, продумать свою позицию, четко сформулировать аргументацию, выписать цитаты, мнения специалистов.

В проведении дискуссии выделяется несколько этапов.

Этап 1-й, введение в дискуссию: формулирование проблемы и целей дискуссии; определение значимости проблемы, совместная выработка правил дискуссии; выяснение однозначности понимания темы дискуссии, используемых в ней терминов, понятий.

Этап 2-й, обсуждение проблемы: обмен участниками мнениями по каждому вопросу. Цель этапа - собрать максимум мнений, идей, предложений, соотнося их друг с другом.

Этап 3-й, подведение итогов обсуждения: выработка студентами согласованного мнения и принятие группового решения.

Далее подводятся итоги дискуссии, заслушиваются и защищаются проектные задания. После этого проводится "мозговой штурм" по нерешенным проблемам дискуссии, а также выявляются прикладные аспекты, которые можно рекомендовать для включения в курсовые и дипломные работы или в апробацию на практике.

Семинары-дискуссии проводятся с целью выявления мнения студентов по актуальным и проблемным вопросам.

7. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы (проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неувоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь

на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала, кратко записав это на листе бумаги, создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неусттомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее и ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или в учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На

консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон, иначе в день экзамена не будет чувства бодрости и уверенности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

- 1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;
- 2) добросовестное выполнение заданий;
- 3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;
- 4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;
- 5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;
- 6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;
- 7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://evolkov.net/case/case.study.html>
2. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml>
3. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по научно-педагогическому
комплексу _____ А. Игноров



**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ
РАБОТЕ СТУДЕНТОВ**

Б1.Б.1.02 ИСТОРИЯ

Направление подготовки
21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 2
**Поиски и разведка подземных вод
и инженерно-геологические изыскания**

форма обучения: очная, заочная

Одобрена на заседании кафедры

Управления персоналом
(название кафедры)
Зав.кафедрой _____
(подпись)
Ветошкина Т.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 06.03.2020
(Дата)

Рассмотрена методической комиссией
факультета

Геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
Бендарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий	4
2	Методические указания по подготовке к опросу	8
3	Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям	9
4	Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям	10
5	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	11
	Заключение	14
	Список использованных источников	15

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

Подразумевается несколько категорий видов самостоятельной работы студентов, значительная часть которых нашла отражения в данных методических рекомендациях:

- работа с источниками литературы и официальными документами (*использование библиотечно-информационной системы*);
- выполнение заданий для самостоятельной работы в рамках учебных дисциплин (*рефераты, эссе, домашние задания, решения практико-ориентированных заданий*);

- реализация элементов научно-педагогической практики (*разработка методических материалов, тестов, тематических портфолио*);
- реализация элементов научно-исследовательской практики (*подготовка текстов докладов, участие в исследованиях*).

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

1. Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий

Практико-ориентированные задания - метод анализа ситуаций. Суть его заключается в том, что студентам предлагают осмыслить реальную жизненную ситуацию, описание которой одновременно отражает не только какую-либо практическую проблему, но и актуализирует определенный комплекс знаний, который необходимо усвоить при разрешении данной проблемы. При этом сама проблема не имеет однозначных решений.

Использование метода практико-ориентированного задания как образовательной технологии профессионально-ориентированного обучения представляет собой сложный процесс, плохо поддающийся алгоритмизации¹. Формально можно выделить следующие этапы:

- ознакомление студентов с текстом;
- анализ практико-ориентированного задания;
- организация обсуждения практико-ориентированного задания, дискуссии, презентации;
- оценивание участников дискуссии;
- подведение итогов дискуссии.

Ознакомление студентов с текстом практико-ориентированного задания и последующий анализ практико-ориентированного задания чаще всего осуществляются за несколько дней до его обсуждения и реализуются как самостоятельная работа студентов; при этом время, отводимое на подготовку, определяется видом практико-ориентированного задания, его объемом и сложностью.

Общая схема работы с практико-ориентированным заданием на данном этапе может быть представлена следующим образом: в первую очередь следует выявить ключевые проблемы практико-ориентированного задания и понять, какие именно из представленных данных важны для решения; войти в ситуационный контекст практико-ориентированного задания, определить, кто его главные действующие лица, отобрать факты и понятия,

¹ Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://evolkov.net/case/case.study.html/>

необходимые для анализа, понять, какие трудности могут возникнуть при решении задачи; следующим этапом является выбор метода исследования.

Знакомство с небольшими практико-ориентированными заданиями и их обсуждение может быть организовано непосредственно на занятиях. Принципиально важным в этом случае является то, чтобы часть теоретического курса, на которой базируется практико-ориентированное задание, была бы прочитана и проработана студентами.

Максимальная польза из работы над практико-ориентированными заданиями будет извлечена в том случае, если аспиранты при предварительном знакомстве с ними будут придерживаться систематического подхода к их анализу, основные шаги которого представлены ниже:

1. Выпишите из соответствующих разделов учебной дисциплины ключевые идеи, для того, чтобы освежить в памяти теоретические концепции и подходы, которые Вам предстоит использовать при анализе практико-ориентированного задания.
2. Бегло прочтите практико-ориентированное задание, чтобы составить о нем общее представление.
3. Внимательно прочтите вопросы к практико-ориентированному заданию и убедитесь в том, что Вы хорошо поняли, что Вас просят сделать.
4. Вновь прочтите текст практико-ориентированного задания, внимательно фиксируя все факторы или проблемы, имеющие отношение к поставленным вопросам.
5. Прикиньте, какие идеи и концепции соотносятся с проблемами, которые Вам предлагается рассмотреть при работе с практико-ориентированным заданием.

Организация обсуждения практико-ориентированного задания предполагает формулирование перед студентами вопросов, включение их в дискуссию. Вопросы обычно подготавливают заранее и предлагают студентам вместе с текстом практико-ориентированного задания. При разборе учебной ситуации преподаватель может занимать активную или пассивную позицию, иногда он «дирижирует» разбором, а иногда ограничивается подведением итогов дискуссии.

Организация обсуждения практико-ориентированных заданий обычно основывается на двух методах. Первый из них носит название традиционного Гарвардского метода - открытая дискуссия. Альтернативным методом является метод, связанный с индивидуальным или групповым опросом, в ходе которого аспиранты делают формальную устную оценку ситуации и предлагают анализ представленного практико-ориентированного задания, свои решения и рекомендации, т.е. делают презентацию. Этот метод позволяет некоторым студентам минимизировать их учебные усилия, поскольку каждый аспирант опрашивается один-два раза за занятие. Метод развивает у студентов коммуникативные навыки, учит их четко выражать свои мысли. Однако, этот метод менее динамичен, чем Гарвардский метод. В открытой дискуссии организация и контроль участников более сложен.

Дискуссия занимает центральное место в методе. Ее целесообразно использовать в том случае, когда аспиранты обладают значительной степенью зрелости и самостоятельности мышления, умеют аргументировать, доказывать и обосновывать свою точку зрения. Важнейшей характеристикой дискуссии является уровень ее компетентности, который складывается из компетентности ее участников. Неподготовленность студентов к дискуссии делает ее формальной, превращает в процесс вытаскивания ими информации у преподавателя, а не самостоятельное ее добывание.

Особое место в организации дискуссии при обсуждении и анализе практико-ориентированного задания принадлежит использованию метода генерации идей, получившего название «мозговой атаки» или «мозгового штурма».

Метод «мозговой атаки» или «мозгового штурма» был предложен в 30-х годах прошлого столетия А. Осборном как групповой метод решения проблем. К концу XX столетия этот метод приобрел особую популярность в практике управления и обучения не только как самостоятельный метод, но и как использование в процессе деятельности с целью усиления ее продуктивности. В процессе обучения «мозговая атака» выступает в

качестве важнейшего средства развития творческой активности студентов. «Мозговая атака» включает в себя три фазы.

Первая фаза представляет собой вхождение в психологическую раскованность, отказ от стереотипности, страха показаться смешным и неудачником; достигается созданием благоприятной психологической обстановки и взаимного доверия, когда идеи теряют авторство, становятся общими. Основная задача этой фазы - успокоиться и расковаться.

Вторая фаза - это собственно атака; задача этой фазы - породить поток, лавину идей. «Мозговая атака» в этой фазе осуществляется по следующим принципам:

- есть идея, - говорю, нет идеи, - не молчу;
- поощряется самое необузданное ассоциирование, чем более дикой покажется идея, тем лучше;
- количество предложенных идей должно быть как можно большим;
- высказанные идеи разрешается заимствовать и как угодно комбинировать, а также видоизменять и улучшать;
- исключается критика, можно высказывать любые мысли без боязни, что их признают плохими, критикующих лишают слова;
- не имеют никакого значения социальные статусы участников; это абсолютная демократия и одновременно авторитаризм сумасшедшей идеи;
- все идеи записываются в протокольный список идей;
- время высказываний - не более 1-2 минут.

Третья фаза представляет собой творческий анализ идей с целью поиска конструктивного решения проблемы по следующим правилам:

- анализировать все идеи без дискриминации какой-либо из них;
- найти место идее в системе и найти систему под идею;
- не умножать сущностей без надобности;
- не должна нарушаться красота и изящество полученного результата;
- должно быть принципиально новое видение;
- ищи «жемчужину в навозе».

В методе мозговая атака применяется при возникновении у группы реальных затруднений в осмыслении ситуации, является средством повышения активности студентов. В этом смысле мозговая атака представляется не как инструмент поиска новых решений, хотя и такая ее роль не исключена, а как своеобразное «подталкивание» к познавательной активности.

Презентация, или представление результатов анализа практико-ориентированного задания, выступает очень важным аспектом метода *case-study*. Умение публично представить интеллектуальный продукт, хорошо его рекламировать, показать его достоинства и возможные направления эффективного использования, а также выстоять под шквалом критики, является очень ценным интегральным качеством современного специалиста. Презентация оттачивает многие глубинные качества личности: волю, убежденность, целенаправленность, достоинство и т.п.; она вырабатывает навыки публичного общения, формирования своего собственного имиджа.

Публичная (устная) презентация предполагает представление решений практико-ориентированного задания группе, она максимально вырабатывает навыки публичной деятельности и участия в дискуссии. Устная презентация обладает свойством кратковременного воздействия на студентов и, поэтому, трудна для восприятия и запоминания. Степень подготовленности выступающего проявляется в спровоцированной им дискуссии: для этого необязательно делать все заявления очевидными и неопровержимыми. Такая подача материала при анализе практико-ориентированного задания может послужить началом дискуссии. При устной презентации необходимо учитывать эмоциональный настрой выступающего: отношение и эмоции говорящего вносят существенный вклад в сообщение. Одним из преимуществ публичной (устной) презентации является ее гибкость. Оратор может откликаться на изменения окружающей обстановки, адаптировать свой стиль и материал, чувствуя настроение аудитории.

Непубличная презентация менее эффектна, но обучающая роль ее весьма велика. Чаще всего непубличная презентация выступает в виде подготовки отчета по выполнению задания, при этом стимулируются такие качества, как умение подготовить текст, точно и аккуратно составить отчет, не допустить ошибки в расчетах и т.д. Подготовка письменного анализа практико-ориентированного задания аналогична подготовке устного, с той разницей, что письменные отчеты-презентации обычно более структурированы и детализированы. Основное правило письменного анализа практико-ориентированного задания заключается в том, чтобы избежать простого повторения информации из текста, информация должна быть представлена в переработанном виде. Самым важным при этом является собственный анализ представленного материала, его соответствующая интерпретация и сделанные предложения. Письменный отчет - презентация может сдаваться по истечении некоторого времени после устной презентации, что позволяет студентам более тщательно проанализировать всю информацию, полученную в ходе дискуссии.

Как письменная, так и устная презентация результатов анализа практико-ориентированного задания может быть групповая и индивидуальная. Отчет может быть индивидуальным или групповым в зависимости от сложности и объема задания. Индивидуальная презентация формирует ответственность, собранность, волю; групповая - аналитические способности, умение обобщать материал, системно видеть проект.

Оценивание участников дискуссии является важнейшей проблемой обучения посредством метода практико-ориентированного задания. При этом выделяются следующие требования к оцениванию:

- объективность - создание условий, в которых бы максимально точно выявлялись знания обучаемых, предъявление к ним единых требований, справедливое отношение к каждому;
- обоснованность оценок - их аргументация;
- систематичность - важнейший психологический фактор, организующий и дисциплинирующий студентов, формирующий настойчивость и устремленность в достижении цели;
- всесторонность и оптимальность.

Оценивание участников дискуссии предполагает оценивание не столько набора определенных знаний, сколько умения студентов анализировать конкретную ситуацию, принимать решение, логически мыслить.

Следует отметить, что оценивается содержательная активность студента в дискуссии или публичной (устной) презентации, которая включает в себя следующие составляющие:

- выступление, которое характеризует попытку серьезного предварительного
- анализа (правильность предложений, подготовленность,
- аргументированность и т.д.);
- обращение внимания на определенный круг вопросов, которые требуют углубленного обсуждения;
- владение категориальным аппаратом, стремление давать определения, выявлять содержание понятий;
- демонстрация умения логически мыслить, если точки зрения, высказанные раньше, подытоживаются и приводят к логическим выводам;
- предложение альтернатив, которые раньше оставались без внимания;
- предложение определенного плана действий или плана воплощения решения;
- определение существенных элементов, которые должны учитываться при анализе практико-ориентированного задания;
- заметное участие в обработке количественных данных, проведении расчетов;
- подведение итогов обсуждения.

При оценивании анализа практико-ориентированного задания, данного студентами при непубличной (письменной) презентации учитывается:

- формулировка и анализ большинства проблем, имеющих в практико-ориентированное задание;
- формулировка собственных выводов на основании информации о практико-ориентированное задание, которые отличаются от выводов других студентов;
- демонстрация адекватных аналитических методов для обработки информации;
- соответствие приведенных в итоге анализа аргументов ранее выявленным проблемам, сделанным выводам, оценкам и использованным аналитическим метода

2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

В соответствии с технологической картой письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента по данной дисциплине. При подготовке к письменному опросу студент должен внимательно изучать лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избежать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии².

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).

²Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)³.

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. В среднем, подготовка к устному опросу по одному семинарскому занятию занимает от 2 до 4 часов в зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

3. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

На практических занятиях необходимо стремиться к самостоятельному решению задач, находя для этого более эффективные методы. При этом студентам надо приучить себя доводить решения задач до конечного «идеального» ответа. Это очень важно для будущих специалистов. Практические занятия вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

Практическое занятие – активная форма учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помочь обучающимся освоиться в «пространстве» (тематике) дисциплины, самостоятельно прооперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале.

Продолжительность одного практического занятия – от 2 до 4 академических часов. Общая доля практических занятий в учебном времени на дисциплину – от 10 до 20 процентов (при условии, что все активные формы займут в учебном времени на дисциплину от 40 до 60 процентов).

Для практического занятия в качестве темы выбирается обычно такая учебная задача, которая предполагает не существенные эвристические и аналитические напряжения и продвижения, а потребность обучающегося «потрогать» материал, опознать в конкретном то общее, о чем говорилось в лекции. Например, при рассмотрении вопросов оплаты труда, мотивации труда и проблем безработицы в России имеет смысл провести практические занятия со следующими сюжетами заданий: «Расчет заработной платы работников предприятия». «Разработка механизма мотивации труда на предприятии N». «В чем причины и особенности безработицы в России?». Последняя тема предполагает уже некоторую аналитическую составляющую. Основная задача первой из этих тем - самим посчитать заработную плату для различных групп работников на примере заданных параметров для конкретного предприятия, т. е. сделать расчеты «как на практике»; второй – дать собственный вариант мотивационной политики для предприятия, учитывая особенности данного объекта, отрасли и т.д.; третьей – опираясь на теоретические знания в области проблем занятости и безработицы, а также статистические материалы, сделать

³Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]:
http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

авторские выводы о видах безработицы, характерных для России, и их причинах, а также предложить меры по минимизации безработицы.

Перед проведением занятия должен быть подготовлен специальный материал – тот объект, которым обучающиеся станут оперировать, активизируя свои теоретические (общие) знания и тем самым, приобретая навыки выработки уверенных суждений и осуществления конкретных действий.

Дополнительный материал для практического занятия лучше получить у преподавателя заранее, чтобы у студентов была возможность просмотреть его и подготовить вопросы.

Условия должны быть такими, чтобы каждый мог работать самостоятельно от начала до конца. В аудитории должны быть «под рукой» необходимые справочники и тексты законов и нормативных актов по тематике занятия. Чтобы сделать практическое занятие максимально эффективным, надо заранее подготовить и изучить материал по наиболее интересным и практически важным темам.

Особенности практического занятия с использованием компьютера

Для того чтобы повысить эффективность проведения практического занятия, может использоваться компьютер по следующим направлениям:

- поиск информации в Интернете по поставленной проблеме: в этом случае преподаватель представляет обучающимся перечень рекомендуемых для посещения Интернет-сайтов;
- использование прикладных обучающих программ;
- выполнение заданий с использованием обучающимися заранее установленных преподавателем программ;
- использование программного обеспечения при проведении занятий, связанных с моделированием социально-экономических процессов.

4.Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой дискуссию в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной

дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия (от доски смелом до самых современных технических средств), демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Во время лекций, связанных с темой семинарского занятия, следует обращать внимание на то, что необходимо дополнительно изучить при подготовке к семинару (новые официальные документы, статьи в периодических журналах, вновь вышедшие монографии и т.д.).

5. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения

воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы (проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неувоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала, кратко записав это на листе бумаги, создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неустойчивый физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее и ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или в учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон. Подготовка к экзамену не должна идти в ущерб сну, иначе в день экзамена не будет чувства свежести и бодрости, необходимых для хороших ответов. Вечер накануне экзамена рекомендуем закончить небольшой прогулкой.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;

- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

- 1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;
- 2) добросовестное выполнение заданий;
- 3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;
- 4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;
- 5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;
- 6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;
- 7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

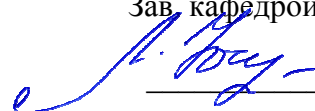
1. Брандес М. П. Немецкий язык. Переводческое реферирование: практикум. М.: КДУ, 2008. – 368с.
2. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально-ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://evolkov.net/case/case.study.html/>
3. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml>
4. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности: Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.
5. Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой, к.п.н., доцент

 Л.Г. Юсупова

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

по дисциплине

Б1.Б.1.03 ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК

Специальность:

21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 2

***Поиски и разведка подземных вод
и инженерно-геологические изыскания***

форма обучения: очная, заочная

Автор: Безбородова С. А., к.п.н.

Одобен на заседании кафедры

*Иностранных языков и деловой
коммуникации*

(название кафедры)

Протокол № 6 от 17.03.2020

(Дата)

Екатеринбург
2020

Содержание

Цели и задачи дисциплины	3
Требования к оформлению контрольной работы	4
Содержание контрольной работы.....	4
Выполнение работы над ошибками.....	8
Критерии оценивания контрольной работы	9
Образец титульного листа	10

Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины: повышение исходного уровня владения иностранным языком, достигнутого на предыдущей ступени образования, и достижение уровня иноязычной коммуникативной компетенции достаточного для общения в социально-бытовой, культурной и профессиональной сферах, а также для дальнейшего самообразования.

Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины:

общекультурные:

- способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-6);

общепрофессиональные:

- готовностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач профессиональной деятельности (ОПК-2).

Для достижения указанной цели необходимо (задачи курса):

- владение иностранным языком как средством коммуникации в социально-бытовой, культурной и профессиональной сферах;
- развитие когнитивных и исследовательских умений с использованием ресурсов на иностранном языке;
- развитие информационной культуры;
- расширение кругозора и повышение общей гуманитарной культуры студентов;
- воспитание толерантности и уважения к духовным ценностям разных стран и народов.

Методические указания по выполнению контрольной работы предназначены для студентов очной и заочной формы обучения, обучающихся по специальности 21.05.02 *Прикладная геология*.

Письменная контрольная работа является обязательной формой *промежуточной аттестации*. Она отражает степень освоения студентом учебного материала по дисциплине Б1.Б.1.03 Иностранный язык. А именно, в результате освоения дисциплины студент должен:

Знать:

- особенности фонетического строя иностранного языка;
- лексические единицы социально-бытовой и академической тематики, основы терминосистемы соответствующего направления подготовки;
- основные правила грамматической системы иностранного языка;
- особенности построения устных высказываний и письменных текстов разных стилей речи;
- правила речевого этикета в соответствии с ситуациями межличностного и межкультурного общения в социально-бытовой, академической и деловой сферах;
- основную страноведческую информацию о странах изучаемого языка;
- лексико-грамматические явления иностранного языка профессиональной сферы для решения задач профессиональной деятельности;

Уметь:

- вести диалог/полилог и строить монологическое высказывание в пределах изученных тем;
- понимать на слух иноязычные тексты монологического и диалогического характера с различной степенью понимания в зависимости от коммуникативной задачи;
- читать аутентичные тексты прагматического, публицистического, художественного и научного характера с целью получения значимой информации;
- передавать основное содержание прослушанного/прочитанного текста;

- записывать тезисы устного сообщения, писать эссе по изученной тематике, составлять аннотации текстов, вести личную и деловую переписку;
- использовать компенсаторные умения в процессе общения на иностранном языке;
- пользоваться иностранным языком в устной и письменной формах, как средством профессионального общения;

Владеть:

- основными приёмами организации самостоятельной работы с языковым материалом с использованием учебной и справочной литературы, электронных ресурсов;
- навыками выполнения проектных заданий на иностранном языке в соответствии с уровнем языковой подготовки;
- умением применять полученные знания иностранного языка в своей будущей профессиональной деятельности.

Требования к оформлению контрольной работы

Контрольные задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, номер контрольной работы и фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Контрольные задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в контрольной работе.

Выполненную контрольную работу необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если контрольная работа выполнена без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «Иностранный язык (английский)» представлено три варианта контрольной работы.

Номер варианта контрольной работы определяется для студентов в соответствии с начальными буквами их фамилий в алфавитном порядке. Например, студенты, у которых фамилии начинаются с букв А, выполняют контрольную работу № 1 и т.д. (см. таблицу №1).

Таблица №1

<i>начальная буква фамилии студента</i>	<i>№ варианта контрольной работы</i>
А, Г, Ж, К, Н, Р, У, Ц, Щ	№1
Б, Д, З, Л, О, С, Ф, Ч, Э, Я	№2
В, Е, И, М, П, Т, Х, Ш, Ю	№3

Содержание контрольной работы

Контрольная работа проводится по теме 1. *Бытовая сфера общения (Я и моя семья)* и теме 2. *Учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование)* и направлена на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Контрольная работа также направлена на проверку сформированности грамматического навыка в рамках тем: порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях, порядок слов в вопросительном предложении, безличные предложения, местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные), имя существительное, артикли (определенный, неопределенный, нулевой), функции и спряжение глаголов *to be* и *to have*, оборот *there+be*, имя прилагательное и наречие, степени сравнения, сравнительные конструкции, имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат), образование видовременных форм глагола в активном залоге.

Распределение выше указанных тем в учебнике:

- Агабекян И. П. Английский язык для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов / И. П. Агабекян. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. - 384 с.: ил. - (Высшее образование) (200 экз. в библиотеке УГГУ) и учебнике:

- Журавлева Р.И. Английский язык: учебник: для студентов горно-геологических специальностей вузов / Р. И. Журавлева. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. - 508 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 502 (192 экз. в библиотеке УГГУ) представлено в таблице №2:

Таблица №2

Название темы	Страницы учебников	
	<i>Агабекян И. П.</i>	<i>Журавлева Р.И.</i>
Порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях	148	9
Порядок слов в вопросительном предложении	163-170	10, 24
Безличные предложения	149	440
Местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные)	41-55	101, 439
Имя существительное	66-78	435
Артикли (определенный, неопределенный, нулевой)	78-84	433
Функции и спряжение глаголов <i>to be</i> и <i>to have</i>	102-104	6-8
Оборот <i>there+be</i>	105-107	100
Имя прилагательное и наречие	115	83
Степени сравнения, сравнительные конструкции	115-121	143
Имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат)	261-271	-
Образование видовременных форм глагола в активном залоге	193-209	10, 36, 69

АНГЛИЙСКИЙ ЯЗЫК

Вариант №1

Задание 1. Заполните пропуски в предложениях, выбрав один ответ.

Пример: Michael _____ everyone he meets because he is very sociable and easygoing. He has five brothers and two sisters, so that probably helped him learn how to deal with people.

A. gets divorced; **B. gets along well with;** C. gets married;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Задание 2. Заполните пропуски местоимениями *some, any, no* или их производными.

Пример: A: Is **anything** the matter with Dawn? She looks upset.

B: She had an argument with her friend today.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «неопределённые местоимения».

Задание 3. Заполните пропуски личными местоимениями (*I, we, you, he, she, it, they, me, us, him, her, them*).

Пример: My teacher is very nice. I like – I like **him**.

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «личные и притяжательные местоимения».

Задание 4. Поставьте в правильную форму глагол, представленный в скобках, обращая при этом внимание на использованные в предложениях маркеры.

Пример: Every morning George **eats** (to eat) cereals, and his wife only **drinks** (to drink) a cup of coffee.

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

Задание 5. Составьте вопросительные предложения и дайте краткие ответы на них.

Пример: Paul was tired when he got home. – **Was Paul tired when he got home? Yes, he was.**

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

Контрольная работа

Вариант №2

Задание 1. Заполните пропуск, выбрав один вариант ответа.

Пример: A British university year is divided into three ____.

1) conferences; 2) sessions; 3) **terms**; 4) periods;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Задание 2. Выберите правильную форму глагола.

Пример: A: I have a Physics exam tomorrow.

B: Oh dear. Physics **is**/are a very difficult subject.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «имя существительное, функции и спряжение глаголов to be и to have».

Задание 3. Раскройте скобки, употребив глагол в форме Present Continuous, Past Continuous или Future Continuous.

Пример: I **shall be studying** (study) Japanese online from 5 till 6 tomorrow evening.

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

Задание 4. Составьте вопросы к словам, выделенным жирным шрифтом.

Пример: **The Petersons** have bought a dog. – Who has bought a dog?

The Petersons have bought **a dog**. – What have the Petersons bought?

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

Задание 5. Подчеркните правильный вариант ответа.

Пример: A: You haven't seen my bag anywhere, haven't you/**have you**?

B: No. You didn't leave it in the car, **did you**/didn't you?

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

Контрольная работа

Вариант № 3

Задание 1. Заполните пропуски, выбрав один вариант ответа.

Пример: The University accepts around 2000 new ____ every year.

1) **students**; 2) teachers; 3) pupils; 4) groups;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

заданных тем.

Задание 2. Поставьте в предложения подходящие по смыслу фразы:

as red as a beet (свекла), as slow as a turtle, as sweet as honey, as busy as a bee, as clumsy as a bear (неуклюжий), as black as coal, as cold as ice, as slippery as an eel (изворотливый как угорь), as free as a bird, as smooth as silk (гладкий)

Пример: Your friend is so unemotional, he is **as cold as ice**.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «имя прилагательное и наречие».

Задание 3. Переведите следующие предложения на английский язык.

Пример: Это самая ценная картина в Русском музее. **This is the most valuable picture in Russian Museum.**

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «степени сравнения имени прилагательного и наречий».

Задание 4. Раскройте скобки, употребив глагол в форме Present Perfect, Past Perfect или Future Perfect.

Пример: Sam **has lost** (lose) his keys. So he can't open the door.

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

Задание 5. Задайте вопросы к предложениям.

Пример: There are two books. The one on the table is Sue's.

a) 'Which book is Sue's?' 'The one on the table.'

b) 'Whose book is on the table?' 'Sue's.'

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

НЕМЕЦКИЙ ЯЗЫК

Задание 1. Заполните пропуски в предложениях, выбрав один ответ.

Пример: Mein Bruder ... Arzt geworden

A. hat; B. ist; C. wird;

Задание 1 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Пассивный залог».

Задание 2. Вставьте подходящее вопросительное слово.

Пример: **Was** machen Sie am Wochenende?

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Вопросительные местоимения».

Задание 3. Заполните пропуски возвратными местоимениями в нужной форме.

Пример: Wo wohnen **deine** Eltern?

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Притяжательные местоимения».

Задание 4. Поставьте в правильную форму глагол, представленный в скобках.

Пример: **Kannst** du mir bitte die Marmelade geben? (können)

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Модальные глаголы».

Задание 5. Составьте вопросительные предложения и дайте краткие ответы на них.

Пример: Sie wohnen in Berlin.

Ответ: Wo wohnen Sie? Wer wohnt in Berlin?

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Вопросительные предложения».

ФРАНЦУЗСКИЙ ЯЗЫК

Задание 1. Заполните пропуски в предложениях следующими предлогами: de, à, chez, dans, pour, depuis, vers, avec, devant, en.

Пример: Monsieur Dupont est en mission.

Задание 1 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Предлоги».

Задание 2. Заполните пропуски, выберите правильно указательное прилагательное:

Пример: Peux-tu me passer ces dictionnaires?

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Указательные прилагательные».

Задание 3. Поставьте нужный артикль или предлог там, где это необходимо:

Пример: C'est la salle des études.

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Употребление слитного артикля».

Задание 4. Выберите правильную форму глагола:

Пример: Tous les matins, il s'est levé à 7 heures depuis un an.

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Спряжение глаголов 1,2,3 группы в Présent».

Задание 5. Ответьте на следующие вопросы:

Пример: Où passez-vous vos vacances d'été? - Je les passe en Crimée.

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Личные местоимения le, la, les».

Проблемные и сложные вопросы, возникающие в процессе изучения курса и выполнения контрольной работы, необходимо решать с преподавателем на консультациях.

Выполнению контрольной работы должно предшествовать самостоятельное изучение студентом рекомендованной литературы.

Студент получает проверенную контрольную работу с исправлениями в тексте и замечаниями. В конце работы выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно». Работа с оценкой «неудовлетворительно» должна быть доработана и представлена на повторную проверку.

Выполнение работы над ошибками

При получении проверенной контрольной работы необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данной контрольной работы. Контрольные работы являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

Критерии оценивания контрольной работы

Оценка за контрольную работу определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 1 балл. Максимум 44 балла.

Результат контрольной работы

Контрольная работа оценивается на «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»:

40-44 балла (90-100%) - оценка «отлично»;

31-39 балла (70-89%) - оценка «хорошо»;

22-30 баллов (50-69%) - оценка «удовлетворительно»;

0-21 балла (0-49%) - оценка «неудовлетворительно».



**Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»**

Кафедра иностранных языков и деловой коммуникации

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

**по дисциплине
ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК**

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация №1
***Геологическая съемка, поиски и разведка месторождений
твердых полезных ископаемых***

формы обучения: очная, заочная

Выполнил: Иванов Иван Иванович
Группа РМ-18

Преподаватель: Петров Петр Петрович,
к.т.н, доцент

**Екатеринбург
2018**

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по учебно-методическому комплексу



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Б1.Б.1.03 ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК

Специальность

21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 2

***Поиски и разведка подземных вод
и инженерно-геологические изыскания***

Автор: Безбородова С. А., к.п.н.

Одобрена на заседании кафедры

Иностранных языков и деловой

коммуникации

(название кафедры)

Зав.кафедрой

(подпись)

к.п.н., доц. Юсупова Л. Г.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 6 от 17.03.2020

(Дата)

Рассмотрена методической комиссией

факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель

(подпись)

д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020

(Дата)

Екатеринбург
2020

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕМА 1. Бытовая сфера общения (Я и моя семья).....	3
1.1 Лексические единицы, необходимые для освоения темы	3
1.2 Устные темы для развития коммуникативной компетенции	5
1.3 Систематизация грамматического материала: теория и упражнения	6
ТЕМА 2. Учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование)	35
2.1 Лексические единицы, необходимые для освоения темы	35
2.2 Устные темы для развития коммуникативной компетенции	36
2.3 Систематизация грамматического материала: теория и упражнения	38
ТЕМА 3. Социально-культурная сфера общения (Я и моя страна. Я и мир)	53
3.1 Лексические единицы, необходимые для освоения темы	53
3.2 Устные темы для развития коммуникативной компетенции	54
3.3 Систематизация грамматического материала: теория и упражнения	58
ТЕМА 4. Профессиональная сфера общения (Я и моя будущая специальность)	74
4.1 Лексические единицы, необходимые для освоения темы	74
4.2 Устные темы для развития коммуникативной компетенции	82
4.3 Систематизация грамматического материала: теория и упражнения	82

ТЕМА 1. Бытовая сфера общения (Я и моя семья)

Тематика общения:

1. Я и моя семья.
2. Дом, жилищные условия.
3. Мой рабочий день.
4. Досуг и развлечения.

Проблематика общения:

1. Взаимоотношения в семье, семейные традиции.
2. Устройство квартиры/загородного дома.
3. Рабочий день студента.
4. Досуг в будние и выходные дни, активный и пассивный отдых.

1.1 Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

родственник	relative, relation
родители	parents
мать (мама)	mother (mom, mum, mama, mamma, mummy, ma)
отец (папа)	father (dad, daddy, papa, pa)
жена	wife
муж	husband
супруг(а)	spouse
ребенок, дети	child, children
дочь	daughter
сын	son
сестра	sister
брат	brother
единственный ребенок	only child
близнец	twin
близнецы, двойняшки	twins
брат-близнец	twin brother
сестра-близнец	twin sister
однояйцевые близнецы	identical twins
тройняшки	triplets
бабушка и дедушка	grandparents
бабушка	grandmother (grandma, granny, grandmamma)
дедушка	grandfather (grandpa, granddad, grandpapa, grandad)
внуки	grandchildren
внучка	granddaughter
внук	grandson
прабабушка	great-grandmother
прадедушка	great-grandfather
прабабушка и прадедушка	great-grandparents
правнуки	great-grandchildren
тётя	aunt
дядя	uncle
крестный (отец)	godfather
крестная (мать)	godmother
отчим, приемный отец	stepfather
мачеха, приемная мать	stepmother
сводный брат	stepbrother
сводная сестра	stepsister
брат по одному из родителей	half-brother
сестра по одному из родителей	half-sister

приемный, усыновленный сын	adopted son
приемная, удочеренная дочь	adopted daughter
приемный ребенок	adopted child
патронатная семья, приемная семья	foster family
приемный отец	foster father
приемная мать	foster mother
приемные родители	foster parents
приемный сын	foster son
приемная дочь	foster daughter
приемный ребенок	foster child
неполная семья (с одним родителем)	single-parent family
родня	the kin, the folks
племянница	niece
племянник	nephew
двоюродный брат	cousin (male)
двоюродная сестра	cousin (female)
двоюродный брат (сестра), кузен (кузина)	first cousin
троюродный брат (сестра)	second cousin
четвероюродный брат (сестра)	third cousin
родня со стороны мужа или жены	in-laws
свекровь	mother-in-law (husband's mother)
свёкор	father-in-law (husband's father)
тёща	mother-in-law (wife's mother)
тесть	father-in-law (wife's father)
невестка, сноха	daughter-in-law
зять	son-in-law
шурин, свояк, зять, деверь	brother-in-law
свояченица, золовка, невестка	sister-in-law
семейное положение	marital status
холостой, неженатый, незамужняя	single
женатый, замужняя	married
брак	marriage
помолвка	engagement
помолвленный, обрученный	engaged
развод	divorce
разведенный	divorced
бывший муж	ex-husband
бывшая жена	ex-wife
расставшиеся, не разведенные, но не проживающие одной семьей	separated
вдова	widow
вдовец	widower
подружка, невеста	girlfriend
друг, парень, ухажер	boyfriend
любовник, любовница	lover
ухажер, жених, подружка, невеста, обрученный	fiance
свадьба	wedding
невеста на свадьбе	bride
жених на свадьбе	(bride)groom
медовый месяц	honeymoon

1.2 Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My family

My name is Vladimir Petrov. I am ... years old. I was born in 19... in Nizhniy Tagil. I went to school when I was 7. In 20... I finished school number 10 in Ekaterinburg. This year I entered the Ural State Mining University. In five years I shall graduate from this University.

I live in the center of Ekaterinburg. I work at the Ministry of Foreign Trade. I'm an engineer & I am also a student. Many engineers in our Ministry learn foreign languages.

My family is not large. I have a wife & two children. My wife's name is Ann & children's names are Nick & Natalie.

My wife is an economist. My wife is a young woman. She is twenty – nine years old. She works at the Ministry of Foreign Trade, too. She goes to the office every day. My wife doesn't learn English. She already knows English very well. She reads many English books, magazines & newspapers. My wife is also a student. She learns German. She likes languages very much & is going to learn French next year.

My daughter is a girl of ten. She goes to school. She has a lot of subjects at school. She also learns English. She also helps her mother at home.

My son is a little boy. He was born five years ago. I take him to the kindergarten every morning.

My parents are not old. My father is 53. He is an engineer. He graduated from The Ural Polytechnical Institute. He works at a big plant. My mother is 51. She is a teacher. She teaches Russian at school. She graduated from the Leningrad Teachers' Training University.

My sister's name is Katya. She works at an office. Besides she studies at an Evening Department. She is married. Her husband is a doctor. He works at a hospital. They have a little son. He is only six months old.

My elder brother, Boris by name, does not stay with us. He lives in Gorky in a large two-roomed flat. He is a designer. He has also a family of his own. He has a wife & two children: a boy & a girl. Their son is already a pupil. My brother & his family often come to see us. We also visit them sometimes.

I also have a grandfather & a grandmother. They are pensioners. My grandmother looks after the house & does the cooking. We usually take our children to the country in summer to stay with their grandparents. They love their grandchildren very much.

My student's life

I'm a student of The Ural State Mining University. I have been a student only one month. I can't speak English very well yet. I am just a beginner. I live in a hostel. It is rather a long way from the University. In fact, it takes me about an hour to get to the University. But it gives me no trouble at all, as I like to get up early. I don't need an alarm-clock to wake me up. I am an early - riser.

Though the hostel is far from the University it is very comfortable & has all modern conveniences.

As a rule I get up at 6.30, do morning exercises & have shower. I don't have a bath in the morning; I have a bath before I go to bed.

For breakfast I have a boiled egg & a cup of coffee in order not to waste the time. At about 7.30 I am quite ready to go. It is about 5 minutes walk from the hostel to the stop. I usually take the 7.40. bus. I walk to the stop as I have plenty of time to catch my bus.

I come to the University 5 minutes before the lesson begins. So I can have a chat with my friends. The majority of my group mates are from Ekaterinburg the others either come from different towns of our country. We usually have a lot of things to talk about.

We don't go out to the lunch. There is a good canteen at the University. It is on the ground floor. But I should say that you have to stand in a queue to have lunch.

I come to the hostel from the University at about 3 o'clock. I live in a single room & have nobody to speak with. In the evening I sometimes go out with my friends. We go to the cinema if there is something new or to the club if there is a dancing party there. But often I stay in, watch TV

programs or listen to the music. Then I read a book for half an hour or so & go to sleep. That doesn't take me long, as a rule.

My flat

I live in Ekaterinburg in a sixteen-storied dwelling house in the center of the city. Five years ago our old wooden house was pulled down & we moved here into three-room flat with all modern conveniences.

Now we have running water, gas, electricity, central heating & a refuse chute. We live on the top floor & from the balcony we have a good view of the park. Besides we needn't mount the staircase because there is a lift to take us up.

The entrance hall is rather small. There is a hallstand & a mirror-stand there.

The sitting-room is a spacious simply furnished room. The floor spacious is about 15 square meters. It is not overcrowded with furniture. Everything fits in well. Nothing is out of place here. Next to the window there is a sofa with a stand – lamp. The bookcase in the corner of the room is full of books. On the left there are two comfortable arm-chairs opposite the TV-set & leaf – table.

In the bedroom we have dark brown suite of furniture of the latest model & thick carpet. Near the wall there is a divan-bed. In the built-in-wardrobe we keep our clothes & bed linen. The adjoining room is the children's room. The bright pattern of the curtains & of wall paper makes the room look gay. There is a writing desk with a desk lamp, a small sofa & a lot of toys there.

In the kitchen there is a fridge, a cupboard, a kitchen table & a gas-stove. Over the sink there is a plate-rack. All kitchen utensils are close at hand.

In the corridor there is a built-in-closet, where we keep our vacuum-cleaner, electric iron & other household objects.

In the bathroom there is a bath-tub & a shower, a towel-rack & a wash-basin with a shelf above it. There tooth-brushes, a cake of soap & some shaving articles on it. Near the bath-room there is a lavatory.

There is nothing special about our flat, no rich decorations but we are accustomed to it & cannot compare it to the old one.

1.3 Систематизация грамматического материала:

1. Порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях. Порядок слов в вопросительном предложении. Безличные предложения.
2. Местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные).
3. Имя существительное. Артикли (определенный, неопределенный, нулевой).
4. Функции и спряжение глаголов *to be* и *to have*. Оборот *there+be*.
5. Имя прилагательное и наречие. Степени сравнения. Сравнительные конструкции.
6. Имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат).

Порядок слов в английском предложении

В русском языке, благодаря наличию падёжных окончаний, мы можем переставлять члены предложения, не меняя основного смысла высказывания. Например, предложения Студенты изучают эти планы и Эти планы изучают студенты совпадают по своему основному смыслу. Подлежащее в обоих случаях - студенты, хотя в первом предложении это слово стоит на первом месте, а во втором предложении - на последнем.

По-английски такие перестановки невозможны. Возьмём предложение The students study these plans Студенты изучают эти планы. Если подлежащее и дополнение поменяются местами, то получится бессмыслица: These plans study the students Эти планы изучают студентов. Произошло это потому, что слово plans, попав на первое место, стало подлежащим.

Английское предложение имеет твёрдый порядок слов.

Порядок слов в английском предложении показан в этой таблице:

I	II	III Дополнение	IV

					Обстоятельство
Подлежащее	Сказуемое	Косвенное без предлога	Прямое	Косвенное с предлогом	
We Мы	study изучаем		math математику		
He Он	gives дает	us нам	lessons уроки		in this room. в этой комнате
She Она	reads читает		her notes свои заметки	to Peter Петру	every day. каждый день

Вопросительное предложение

Общее правило построения вопросов в английском языке таково: Все вопросы (кроме специальных вопросов к подлежащему предложения) строятся путем инверсии. Инверсией называется нарушение обычного порядка слов в английском предложении, когда сказуемое следует за подлежащим.

В тех случаях, когда сказуемое предложения образовано без вспомогательных глаголов (в Present и Past Indefinite) используется вспомогательный глагол to do в требуемой форме - do/does/did.

Общие вопросы

Общий вопрос задается с целью получить подтверждение или отрицание высказанной в вопросе мысли. На общий вопрос обычно дается краткий ответ: "да" или "нет".

Для построения общего вопроса вспомогательный или модальный глагол, входящий в состав сказуемого, ставится в начале предложения перед подлежащим.

а) Примеры сказуемого с одним вспомогательным глаголом: Is he speaking to the teacher?
- Он говорит с учителем?

б) Примеры сказуемого с несколькими вспомогательными глаголами:
You will be writing letters to us. – Ты будешь писать нам письма.

Will you be writing letters to us? – Будешь ли ты писать нам письма?

Примеры с модальными глаголами:

She can drive a car. – Она умеет водить машину.

Can she drive a car? - Она умеет водить машину? (Yes, she can.; No, she cannot)

Когда в составе сказуемого нет вспомогательного глагола (т.е. когда сказуемое выражено глаголом в Present или Past Indefinite), то перед подлежащим ставятся соответственно формы do / does или did; смысловой же глагол ставится в форме инфинитива без to (словарная форма) после подлежащего.

С появлением вспомогательного глагола do на него переходит вся грамматическая нагрузка - время, лицо, число: в Present Indefinite в 3-м лице ед. числа окончание -s, -es смыслового глагола переходит на глагол do, превращая его в does; а в Past Indefinite окончание прошедшего времени -ed переходит на do, превращая его в did.

Do you go to school? – Ходишь ли ты в школу?

Do you speak English well? - Ты хорошо говоришь по-английски?

Ответы на общие вопросы

Общий вопрос требует краткого ответа "да" или "нет", которые в английском языке образуются следующим образом:

а) Положительный состоит из слова Yes за которым (после запятой) идет подлежащее, выраженное личным местоимением в им. падеже (никогда не используется существительное) и тот вспомогательный или модальный глагол, который использовался в вопросе (вспомогательный глагол согласуется с местоимением ответа);

б) Отрицательный ответ состоит из слова No, личного местоимения и вспомогательного (или модального) глагола с последующей частицей not

Например: Are you a student? - Ты студент?

Yes, I am. - Да.; No, I am not. - Нет.

Do you know him? – Ты знаешь его?

Yes, I do. – Да (знаю).; No, I don't. – Нет (не знаю).

Специальные вопросы

Специальный вопрос начинается с вопросительного слова и задается с целью получения более подробной уточняющей информации. Вопросительное слово в специальном вопросе заменяет член предложения, к которому ставится вопрос.

Специальные вопросы могут начинаться словами:

who? – кто? whom? – кого? whose? – чей? what? – что? какой? which? –
который?

when? – когда? where? – где? куда? why? – почему? how? – как?

how much? – сколько? how many? – сколько? how long? – как долго?

сколько времени?

how often? – как часто?

Построение специальных вопросов:

1) Специальные вопросы ко всем членам предложения, кроме подлежащего (и его определения) строятся так же, как и общие вопросы – посредством инверсии, когда вспомогательный или модальный глагол ставится перед подлежащим.

Специальный вопрос (кроме вопроса к подлежащему) начинается с вопросительного слова или группы слов за которым следуют вспомогательный или модальный глагол, подлежащее и смысловой глагол (сохраняется структура общего вопроса).

Вопрос к прямому дополнению:

What are you reading? Что ты читаешь?

What do you want to show us? Что вы хотите показать нам?

Вопрос к обстоятельству

Обстоятельства бывают разного типа: времени, места, причины, условия, образа действия и др.

He will come back tomorrow. – Он вернется завтра.

When will he come back? – Когда он вернется?

What did he do it for? Зачем он это сделал?

Where are you from?

Вопрос к определению

Вопрос к определению начинается с вопросительных слов what какой, which (of) который (из), whose чей, how much сколько (с неисчисляемыми существительными), how many сколько (с исчисляемыми существительными). Они ставятся непосредственно перед определяемым существительным (или перед другим определением к этому существительному), а затем уже идет вспомогательный или модальный глагол.

What books do you like to read? Какие книги вы любите читать?

Which books will you take? Какие книги (из имеющихся) вы возьмете?

Вопрос к сказуемому

Вопрос к сказуемому является типовым ко всем предложениям: "Что он (она, оно, они, это) делает (делал, будет делать)?", например:

What does he do? Что он делает?

Специальные вопросы к подлежащему

Вопрос к подлежащему (как и к определению подлежащего) не требует изменения прямого порядка слов, характерного для повествовательного предложения. Просто подлежащее (со всеми его определениями) заменяется вопросительным местоимением, которое исполняет в вопросе роль подлежащего. Вопросы к подлежащему начинаются с вопросительных местоимений:

who – кто (для одушевленных существительных)

what – что (для неодушевленных существительных)

The teacher read an interesting story to the students yesterday.

Who read an interesting story to the students yesterday?

Сказуемое в таких вопросах (после who, what в роли подлежащего) всегда выражается глаголом в 3-м лице единственного числа (не забудьте про окончание -s в 3-м лице ед. числа в Present Indefinite. Правила образования -s форм см. здесь.):

Who is reading this book? Кто читает эту книгу?

Who goes to school?

Альтернативные вопросы

Альтернативный вопрос задается тогда, когда предлагается сделать выбор, отдать чему-либо предпочтение.

Альтернативный вопрос может начинаться со вспомогательного или модального глагола (как общий вопрос) или с вопросительного слова (как специальный вопрос) и должен обязательно содержать союз or - или. Часть вопроса до союза or произносится с повышающейся интонацией, после союза or - с понижением голоса в конце предложения.

Например вопрос, представляющий собой два общих вопроса, соединенных союзом or:
Is he reading or is he writing?

Did he pass the exam or did he fail?

Вторая часть вопроса, как правило, имеет усеченную форму, в которой остается (называется) только та часть, которая обозначает выбор (альтернативу):

Is he reading or writing?

Разделительные вопросы

Основными функциями разделительных вопросов являются: проверка предположения, запрос о согласии собеседника с говорящим, поиски подтверждения своей мысли, выражение сомнения.

Разделительный (или расчлененный) вопрос состоит из двух частей: повествовательной и вопросительной.

Первая часть - повествовательное утвердительное или отрицательное предложение с прямым порядком слов.

Вторая часть, присоединяемая через запятую, представляет собой краткий общий вопрос, состоящий из местоимения, заменяющего подлежащее, и вспомогательного или модального глагола. Повторяется тот вспомогательный или модальный глагол, который входит в состав сказуемого первой части. А в Present и Past Indefinite, где нет вспомогательного глагола, употребляются соответствующие формы do/ does/ did.

В второй части употребляется обратный порядок слов, и она может переводиться на русский язык: не правда ли?, не так ли?, верно ведь?

1. Если первая часть вопроса утвердительная, то глагол во второй части стоит в отрицательной форме, например:

You speak French, don't you? You are looking for something, aren't you? Pete works at a plant, doesn't he?

2. Если первая часть отрицательная, то во второй части употребляется утвердительная форма, например:

It is not very warm today, is it? John doesn't live in London, does he?

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Write questions and answers for the following statements, as in the example.

- 1 Paul was tired when he got home.
...Was Paul tired when he got home? Yes, he was...
- 2 They live in London.
- 3 She can't play the piano.
- 4 The film starts at nine o'clock.
- 5 You had an English lesson last night.
- 6 She has got blue eyes.
- 7 We didn't want to go to the beach.
- 8 He should follow the doctor's advice.

2. Write the short form of the following negative questions

- 1 Can they not decide where to go on holiday?
...*Can't they decide where to go on holiday?*...
- 2 Did Claire not invite you to her party?
- 3 Do you not enjoy watching horror films?
- 4 Have you not finished your homework yet?
- 5 Can she not go to town on her own?
- 6 Does he not know where we live?
- 7 Has Sue not done the shopping for you?
- 8 Did he not give you any details?

3. Fill in the gaps with the correct question word(s).

A: Now for the general knowledge part of the quiz.

1) ...*What...* is the capital of Egypt?

B: Cairo.

A: That's correct. 2) ... can you see the Mona Lisa?

B: In the Louvre, in Paris.

A: Well done, that's right. 3) ... wrote 'Romeo and Juliet'?

B: Charles Dickens.

A: No, that's incorrect. It was Shakespeare. 4) ... are the Olympic Games held?

B: Every four years.

A: Correct. 5) ... did the Second World War begin?

B: I think it was in 1939.

A: Yes, you're right. And the final question in this round is: 6) ... players are there in a hockey team?

B: Eleven.

A: Correct. Well, at the end of that round, Contestant 2 has the most points, so he goes through to the final round to play for our star prize.

4. Fill in who, whose, what, which, where, when, how long, how often, what time, why, how much or how many.

is your jacket?' 'It's the red one.'

1. '...*Which...* is your jacket?' 'It's the red one.'
2. '...is your birthday?' 'It's next week.'
3. '... is Mary?' 'She's in her bedroom.'
4. '... have you been waiting?' 'Only five minutes.'
5. '... do you go shopping?' 'Once a week.'
6. '... are you doing at the moment?' 'I'm watching TV.'
7. '... are you writing to?' 'Uncle Tom.'
8. '...do you start work?' 'At nine o'clock in the morning.'
9. '... pieces of toast do you want?' 'Two, please.'
10. '... isn't she at work today?' 'Because she's ill.'
11. '... did you spend last month?' 'About £500.'
12. '... party are you going tonight?' 'Alison's'

5. Fill in the gaps with what, which or how.

1 A: ...*What...* do you want to do when you leave school?

B: I'm not really sure. I'd like to be a vet.

2 A: ... bag do you prefer - the black one or the brown one?

B: I like the black one best.

3 A: ... old are you?

B: It was my birthday last week. Now I'm fifteen.

4 A: ... did you get my telephone number?

B: I looked in the staff address book.

5 A: ... shall we do on Saturday?

B: Let's just stay at home and watch a video.

6 A: ... house did you prefer — the one we saw first or second?

B: I didn't like either. We'll have to keep looking.

7 A: ... many pairs of shoes did you buy last year?

B: Only two. One in the summer and one in the winter.

8 A: ... is your favourite food?

B: Roast chicken.

6. Write questions to which the words in bold are the answers.

1 **The tiger** is the largest member of the cat family.

...Which is the largest member of the cat family?...

2 A mature male tiger weighs **between 160 and 230 kg**.

3 Tigers are usually **orange with black stripes**.

4 Tigers live **in Russia, China, India and South-East Asia**.

5 **The Javan tiger, the Bali tiger and the Caspian tiger** are extinct.

6 Tigers eat **a variety of smaller animals, including deer**.

7 Tigers can produce young **at any time of year**.

8 Tigers usually have **two or three** cubs at a time.

9 Tigers live **for an average of eleven years**.

10 Tigers are hunted **for sport or for their fur**.

7. Write questions to which the words in bold are the answers.

Claudette is **32 years old**. She lives **in Paris, France**, and has lived there **since she was 5 years old**. Claudette works as **a lawyer** for a successful law firm, and she travels to work **by car** every day. Claudette is married. Her husband's name is **Jean**. They have **two** dogs. She loves **to take the dogs for long walks** every evening **after work**. Claudette has several hobbies, such as **reading and playing the piano**, but her **favourite hobby is cooking**. Jean thinks this is good, too, **because he gets to eat the wonderful meals she makes**.

8. Write questions to which the words in bold are the answers.

1 **The Petersons** have bought a dog.

...Who has bought a dog?...

2 The Petersons have bought **a dog**.

...What have the Petersons bought?...

3 Rachel is writing **a letter**.

4 **Rachel** is writing a letter.

5 **Brian** likes this car.

6 Brian likes **this car**.

7 Dad broke **the window**.

8 **Dad** broke the window.

9 **Mother** will make a birthday cake.

10 Mother will make **a birthday cake**.

11 **Robin** is going to bake some biscuits.

12 Robin is going to bake **some biscuits**.

9. Write questions to which the words in bold are the answers.

1 Wendy doesn't agree with **her friend's decision**.

...What doesn't Wendy agree with?...

2 James is listening to **some old records**.

3 Sharon is waiting for **the bus**.

4 The boys were talking about **football**.

5 She has got a letter from **her pen-friend**.

6 Martin is thinking about **his holiday**.

7 This jacket belongs to **Stacey**.

8 Pauline was married to **Nigel**.

10. Complete the questions.

1 There are two books. The one on the table is Sue's.

- a) 'Which ...*book is Sue's...*?' 'The one on the table.'
 b) 'Whose ...*book is on the table...*?' 'Sue's.'
 2 Steven wrote four letters.
 a) 'Who ... ?' 'Steven.'
 b) 'How many ... ?' 'Four.'
 3 Teresa is going to wash the car.
 a) 'Who ... ?' 'Teresa.'
 b) 'What ... ?' 'The car.'
 4 Kate visited John in hospital yesterday.
 a) 'Who ... ?' 'Kate.'
 b) 'Who ... ?' 'John.'
 5 David has taken Frank's new CD.
 a) 'Whose ...?' 'Frank's.'
 b) 'Who ...?' 'David.'
 6 Alice is going to the cinema tonight.
 a) 'Who ...?' 'Alice.'
 b) 'Where ...?' 'The cinema.'

Безличные предложения

Поскольку в английском языке подлежащее является обязательным элементом предложения, в безличных предложениях употребляется формальное подлежащее, выраженное местоимением *it*. Оно не имеет лексического значения и на русский язык не переводится.

Безличные предложения используются для выражения:

1. Явлений природы, состояния погоды: *It is/(was) winter.* (Была) Зима. *It often rains in autumn.* Осенью часто идет дождь. *It was getting dark.* Темнело. *It is cold.* Холодно. *It snows.* Идет снег.

2. Времени, расстояния, температуры: *It is early morning.* Раннее утро. *It is five o'clock.* Пять часов. *It is two miles to the lake.* До озера две мили. *It is late.* Поздно.

3. Оценки ситуации в предложениях с составным именным (иногда глагольным) сказуемым, за которым следует подлежащее предложения, выраженное инфинитивом, герундием или придаточным предложением: *It was easy to do this.* Было легко сделать это.

It was clear that he would not come. Было ясно, что он не придет.

4. С некоторыми глаголами в страдательном залоге в оборотах, соответствующих русским неопределенно-личным оборотам: *It is said he will come.* Говорят, он придет.

Местоимение. The Pronoun.

Классификации местоимений.

1	personal	личные
2	possessive	притяжательные
3	demonstrative	указательные
4	indefinite and negative	неопределенные и отрицательные
5	quantifiers	количественные
6	reflexive	возвратные
7	reciprocal	взаимные
8	relative	относительные
9	defining	определятельные
10	interrogative	вопросительные

I. Личные (personal) местоимения

Общий падеж		Объектный падеж	
I	я	me	мне, меня
he	он	him	его, ему

she	она	her	ей, о ней
it	оно, это	it	ей, ему, этому
we	мы	us	нам, нас
they	они	them	им, их
you	ты, вы	you	тебе, вам
Внимание! He (он) и she (она) в английском языке можно говорить только про людей. Все остальные английские существительные (предметы, животные, явления природы, чувства и т. д.) - обозначаются – it (оно, это).			
he	she	it	
a boy – мальчик a man – мужчина brother – брат father – отец Nick – Николай Mr Grey – мистер Грей	a girl – девочка a woman – женщина sister – сестра mother – мама Kate – Катя Mrs Grey – миссис Грей	a cat – кот a wall – стена rain – дождь love – любовь a hand – рука an apple – яблоко	

Англичане говорят **It's me**, а не **It's I** (это я).

II. Притяжательные (possessive) местоимения

Притяжательные местоимения выражают принадлежность и имеют в английском языке две формы - основную (после этой формы обязательно требуется существительное).

Whose pen is it? - Чья это ручка? - **It's my pen.** - Это моя ручка.

И абсолютную (существует самостоятельно, без существительного) - **It's mine.** - Это моя.

Личное местоимение	Основная форма	Абсолютная форма
I – я he – он she – она it – оно, это we – мы you – ты, вы they – они	my (toy) - моя (игрушка) his (toy) - его (игрушка) her (toy) - ее (игрушка) its (toy) - его (не о человеке) our (toy) - наша (игрушка) your (toy) - ваша, твоя (игрушка) their (toy) - их (игрушка)	his - его hers - ее its - его (этого) ours - наша yours - ваша, твоя theirs - их

III. Указательные (demonstrative) местоимения

this (это, эта, этот) – **these** (эти) **that** (то, та, тот) - **those** (те)

IV. Неопределенные (indefinite) и отрицательные (negative) местоимения

Местоимения **some, any, every**, и их производные

- Если у вас есть, например, яблоки и вы знаете, сколько их, вы говорите:

I have/I have got three apples. У меня есть 3 яблока,

- Если вы не знаете точное количество, то используйте неопределенное местоимение **some: I have/I have got apples.** У меня есть несколько яблок (некоторое количество).

Производные от неопределенных местоимений

Слово **“think”** обозначает **“вещь”** (не обязательно материальная).

Слово **“body”** обозначает **“тело”**. Эти слова являются основой для целого ряда словообразований.

Thing используется для неодушевленных (что-то):

some

something – что-то, что-нибудь

any		anything - что-то, что-нибудь
	thing	
no		nothing - ничего, ничто
every		everything - все
Body/one - для одушевленных (кто-то):		
some		somebody/someone – кто-то, кто-нибудь
any		anybody/anyone - кто-то, кто-нибудь
	body/one	
no		nobody / no one - никого, никто
every		everybody /everyone – все, каждый
Местоимение some и основа body должны произноситься и писаться слитно, в противном случае вместо somebody – кто-то, получится some body - какое-то тело, Something/somebody/someone - в утвердительных предложениях, anything/anybody/anyone - в отрицательных и вопросительных предложениях, nothing/nobody/no one – в отрицательных. Anything/anybody/anyone - также используются в утвердительных предложениях, но в значении что угодно/кто угодно		

somewhere - где-нибудь, куда-нибудь	anywhere - где угодно
nowhere - нигде	everywhere - везде

V. Количественные (quantifiers) местоимения

Many и much - оба слова обозначают “ много”, С исчисляемыми существительными (теми, которые можно посчитать, можно образовать множественное число) используется слово many, а с неисчисляемыми - слово much.	
many girls - много девочек many boys - много мальчиков many books - много книжек	much snow - много снега much money - много денег much time - много времени
How many? } сколько? How much? }	How many girls? - Сколько девочек? How much sugar? - Сколько сахара? How much sugar? - Сколько сахара?
a lot of... - много - используется и с исчисляемыми, и с неисчисляемыми существительными a lot без (of) используется и без существительного. Сравните: He writes a lot of funny stories. Он пишет много забавных рассказов. He writes a lot. Он много пишет.	a lot of girls – много девочек sugar - много сахара
<u>В утвердительных</u> предложениях используйте a lot of. <u>В отрицательных</u> и в вопросительных many/much, Сравните: (+) My grandmother often cooks a lot of tasty things. Моя бабушка часто готовит много вкусного. (-) But we don't eat much. Но мы не едим много. (?) Do you eat much? Вы много едите? Иногда слова much и a lot являются синонимами слова “часто”: Do you ski much? Вы много (часто) катаетесь на лыжах? No, not much (= not often). Нет, не часто.	

Few, little, a few, a little

С неисчисляемыми существительными используйте слово **little** (мало), а с исчисляемыми - **few** (мало).

few books - мало книг few girls - мало девочек few boys - мало мальчиков	little time - мало времени little money - мало денег little snow - мало снега
little } мало (т.е. надо еще)	a little } немного (т.е. пока хватает)

few	a few

VI. Возвратные (reflexive) местоимения

Возвратные местоимения образуются от личных местоимений в объектном падеже и притяжательных местоимений прибавлением - **self** в единственном числе и - **selves** во множественном числе. Возвратные местоимения используются для того, чтобы показать, что объект, названный подлежащим предложения сам совершает действие.

Личное местоимение	Возвратное местоимение	Пример	Перевод
I	myself	I did it myself.	Я сделал это сам
he	himself	He did it himself.	Он сделал это сам.
she	herself	She did it herself.	Она сделала это сама
you	yourself	You did it yourself.	Вы сделали это сами.
they	themselves	They did it themselves.	Они сделали это сами.
we	ourselves	We did it ourselves.	Мы сделали это сами.

VII. Взаимные (reciprocal) местоимения

Each other - друг друга (относится к двум лицам или предметам).

One another - друг друга (относится к большому количеству лиц или предметов).

They spoke to each other rather friendly. Они разговаривали друг с другом довольно дружелюбно.

They always help one another. Они всегда помогают друг другу.

VIII. Относительные (relative) местоимения

Who (whom), whose, which, that

who	Именительный падеж <u>who</u> (подлежащее) The girl <u>who</u> is playing the piano is my sister. Девочка, которая играет на пианино, - моя сестра.
	Объектный падеж <u>whom</u> (дополнение) The man <u>whom</u> I love the best is your brother. Человек, которого я люблю больше всех, - твой брат.
which	Для неодушевленных предметов и животных The flowers <u>which</u> you brought me were pretty nice. Цветы, которые ты мне принес, очень милые.
whose	Для одушевленных существительных This is the man <u>whose</u> book we read yesterday. Это человек, книгу которого мы читали вчера.
	Для неодушевленных существительных We saw the tree <u>whose</u> leaves were absolutely yellow. Мы увидели дерево, листья которого были абсолютно желтыми.
that	Для одушевленных существительных This is the man <u>that</u> we saw yesterday. Это мужчина, которого мы видели вчера.
	Для неодушевленных существительных This is the film <u>that</u> we saw yesterday. Это фильм, который мы видели вчера.

IX. Определительные (defining) местоимения
all

Употребление	Примеры	Перевод
определяет неисчисляемые существительные	He spent all his time fishing on the lake.	Он провел все свое время, ловя рыбу на озере.
определяет исчисляемые существительные	All the boys like football. (the после all!)	Все мальчишки любят футбол.
all = everything	I know all/everything .	Я знаю всё.
all = everybody	All were hungry. Everybody was hungry.	Все были голодны. Все были голодны.
we all = all of us you all = all of you they all = all of them	We all love you very much = All of us love you very much.	Мы все тебя очень любим

both

Употребление	Примеры	Перевод
определяет существительные	Both (the/my) friends like football.	Оба моих друга любят футбол
допускается использование артикля вместо указательных местоимений после both	Both these/the men are Russian.	Оба (эти) мужчины - русские.
употребляется вместо существительного	He gave me two apples. Both were sweet.	Он дал мне два яблока. Оба были сладкими.
they both = both of them you both = both of you we both = both of us	They both (both of them) came to visit us.	Они оба пришли навестить нас.
в устойчивой конструкции both...and.	Both mother father were at home	И мама, и папа были дома.
в отрицательных предложениях вместо both используется neither	Both of them know English. Neither of them know English.	Они оба знают английский. Ни один из них не знает английского.

either/neither

	Употребление	Примеры	Перевод
either	любой из двух (артикл не ставится)	I've got 2 cakes. Take either cake.	У меня 2 пирожных. Возьми любое.
	каждый, оба, и тот, и другой	There are windows on either side of the house.	С обеих сторон дома есть окна.
	заменяет существительное (глагол в ед. числе)	Either of dogs is always hungry.	Любая из собак вечно голодная.
neither	отрицательное местоимение-определение (ни тот, ни другой)	Neither of examples is correct.	Ни один из примеров не верен.
	в констр. neither.. .ниг (ни.. .ни)	I like neither tea, nor coffee.	Я не люблю ни чай, ни кофе.

other, another, the other, the others (другой, другие)

	Употребление	Примеры	Перевод
the other	другой (второй), другой из двух	You've got 2 balls: one and the other.	У тебя 2 мяча: один и другой.
another	другой из многих, еще один	Take another ball.	Возьми другой мяч.

			(Любой, но не этот.)
other	другие (любые), не последние	Take other 2 balls.	Возьми другие 2 мяча. (Из многих.)
the others	другие (определенные)	There are 4 balls: 2 balls are red and the others are blue.	Есть 4 мяча: 2 красных, а другие 2 - синие.

X. Вопросительные (interrogative) местоимения

what	что	What's this?	Что это?
which	который	Which of them?	Который из них?
who	кто, кого	Who was that?	Кто это был?
whom	кого	Whom did you meet?	Кого ты встретил?
whose	чей	Whose book is it?	Чья это книга?

Имя существительное. The Noun

Категории	Существительное в русском языке	Существительное в английском языке
Число	Изменяется	Изменяется
Падеж	Изменяется	Не изменяется

Выполните упражнения на закрепление материала:

. Fill in the gaps with the correct subject or object pronoun.

- 1 A: Do your brothers play football?
B: Yes, ...*they*... play ... all the time ... think ...'s a brilliant game.
- 2 A: Does Susan eat chocolate?
B: Yes ... eats ... all the time ... says ...'s her favourite food.
- 3 A: Do your parents know Mr. Jones?
B: Yes, ... know ... very well ... lives next door to
- 4 A: Does Claire like David?
B: No, ... doesn't like ... very much. ... says ...'s too noisy.
- 5 A: Do you listen to rock music?
B: Yes, ... listen to ... all the time. ... think ...'s fantastic.
- 6 A: Does Tony enjoy fishing?
B: Oh, yes ... enjoys ... very much. says ... relaxes him.

2. Fill in the gaps with there or it.

- 1 By the time I got home, ...*it*... was nearly ten o'clock.
- 2 'Is ... your birthday today?' No, ... was last week.'
- 3 Come here, Simon ... is someone here to see you. I think ... is your friend, Rod.
- 4 ... wasn't warm enough to go to the beach, so we went to the cinema.
- 5 ... wasn't very much money left after I had paid for the shopping.

3. Fill in the gaps with one or it.

- 1 A: I need a loaf of bread.
B: I'll buy ...*one*... this afternoon.
- 2 A: Is the phone ringing?
B: I can't hear
- 3 A: 'Titanic' is an amazing film.
B: I know. I've seen ... twice.
- 4 A: When was the last time you read a book?
B: I haven't read ... for months.

- 5 A: Have you got a car?
B: No. I can't afford
- 6 A: Do you like the new Rolling Stones CD?
B: I haven't heard ... yet.
- 7 A: I need a dress for the party.
B: I'll lend you

4. Fill in the correct possessive adjective or pronoun.

- 1 A: Have you met ...*your*... new neighbours yet?
B: No. I've seen ... children in the garden, though.
- 2 A: You took ... coat home last night.
B: I know, I'm sorry. I thought it was ... because they're both black.
- 3 A: What's wrong with Rosie?
B: Oh, she's been having problems with ... back recently.
- 4 A: James is doing well at school.
B: I know ... teacher says he's very advanced for his age.
- 5 A: Is this bag ... ?
B: Oh, yes, thank you. I nearly forgot it.
- 6 A: Julie and Frank are so lucky ... house is beautiful.
B: Yes, and it's so much bigger than ... I envy them.
- 7 A: I like ... shirt. It's like Sandra's.
B: Actually, it is ... I borrowed it from her yesterday.
- 8 A: Why did you lend Tom ... car?
B: Because ... is being repaired at the moment.

5. Fill in its or it's.

- 1 The car is nice to drive, but I don't like ...*its*... colour.
2 This town is wonderful ... got lots of shops!
3 I'm staying at home today because ... cold outside.
4 Let's go in here ... my favourite restaurant.
5 A bird has built ... nest in our garden.
6 The company I work for has changed ... name.

6. Fill in a possessive adjective or the.

- 1 A dog bit him on ...*the*... leg.
2 I banged ... head on the cupboard door.
3 Karen put ... arm around Jane's shoulder.
4 Don't put ... feet on the table!
5 You shouldn't have punched Tom in ... stomach.
6 Paul patted Lisa on ... shoulder.

7. Fill in the gaps with of where necessary, and my, your, etc. own.

- 1 John doesn't live with his parents any more. He's got a flat ...*of his own*...
2 She doesn't travel by bus any more because she's got ... car.
3 I don't need to borrow your umbrella. I've got one
4 Haven't you got ... pen? You're always borrowing mine.
5 My job includes doing research in ... time.
6 Sam is tired of using his friend's computer, so he is going to buy one... .
7 The couple moved into ... house after they got married.
8 Don't let the dog sleep on your bed. It's got a bed

8. Connect the nouns using -'s, -' or ...of...

- 1 car/Helen ...*Helen's car*...
2 the manager/the restaurant
3 shoes/women
4 the results/the test
5 bicycles/my daughters

- 6 secretary/the assistant manager
- 7 the corner/the room
- 8 house/their parents
- 9 the back/the classroom
- 10 shoes/William
- 11 walk/an hour
- 12 partner/Jim
- 13 Rome/the streets
- 14 UN/headquarters

9. Rewrite the sentences using the correct possessive form.

- 1 Nobody went to **the meeting last week**.
...*Nobody went to last week's meeting....*
- 2 The **drive** to the airport takes **two hours**.
- 3 They will get their exam results **six weeks from now**.
- 4 I look after **James - Karen — children**.
- 5 I received the letter in **the post - yesterday**.
- 6 It's autumn. **The tree - the leaves** are falling off.
- 7 Graham never listens to **his doctor - the advice**.
- 8 Are you going to **Jane - Paula - the party**?
- 9 He has never done a hard **day of work** in his life.
- 10 At the moment I'm staying with **a friend - my**.
- 11 I think I'll order **the special of today**.
- 12 The man knocked on **the house - the door**.
- 13 The ticket inspector looked at **the people – the tickets**.
- 14 **Mrs Jones - Miss Smith - cars** are being serviced.
- 15 **The sales target this month** is two million pounds.

10. Fill in the gaps with the correct reflexive pronoun.

- 1 The girl has hurt ... *herself...*
- 2 He put the fire out by ...
- 3 She is looking at ... in the mirror.
- 4 They are serving ...
- 5 He cooked the food by ...
- 6 They bought this house for ...
- 7 They are enjoying ...
- 8 He introduced ...

The Plural Form of Nouns

Образование множественного числа у английских существительных

Способ образования	Примеры	Перевод
после глухих согласных	a book - books a cup - cups	книга - книги чашка - чашки
после звонких согласных и гласных -	a name - names a girl - girls	имя - имена девочка - девочки
после шипящих, свистящих звуков -ch, -sh, -x, -s, -z: -es	a palace - palaces a bush - bushes a box - boxes a church - churches	дворец - дворцы куст - кусты коробка - коробки церковь - церкви
слово заканчивается на -у: 1) гласная +у	a toy - toys a boy - boys	игрушка - игрушки мальчик - мальчики

2) согласная + y	a family - families a story - stories	семья - семьи история - истории
слово заканчивается на <i>-file</i>	a leaf - leaves a shelf - shelves	лист - листья полка - полки

Особые случаи образования множественного числа

Ед. число	Мн. число	Перевод
man	men	мужчина - мужчины
woman	women	женщина - женщины
foot	feet	нога (стопа) - ноги (стопы)
child	children	ребенок - дети
goose	geese	гусь - гуси
mouse	mice	мышь - мыши
ox	oxen	бык - быки
tooth	teeth	зуб - зубы

Слова - заместители существительных Substitutions: one/ones

При повторном использовании одного и того же существительного в одном предложении, вместо него следует использовать one (в единственном числе) и ones (во множественном числе):

This table is bigger than that one - Этот стол больше, чем тот (стол).

These tables are bigger than those ones. - Эти столы больше, чем те (столы).

Со словами one/ones может быть использован артикль, если перед ними стоит прилагательное.

What apple do you want?
Какое ты хочешь яблоко?
The red one. Красное.

What apples do you want?
Какие яблоки ты хочешь?
The red ones. Красные.

Английские существительные не имеют падежных окончаний традиционно выделяют два падежа -общий и притяжательный.

Общий падеж

И. п. Эта девочка хорошо говорит по-английски.	This girl speaks English well.
Р. п. Это собака той девочки.	It's a dog of that girl.
Д. п. Я дал яблоко той девочке. .	I gave an apple to that girl.
В. п. Я вижу маленькую девочку. .	I can see a little girl.
Т. п. Я люблю гулять с этой девочкой.	I like to play with this girl.
П. п. Я часто думаю об этой девочке.	I often think about this girl.

Притяжательный падеж. The Possessive Case

Образование притяжательного падежа

	Образование	Примеры	Перевод
существительные в единственном числе	's	bird's house child's ball	домик птички мячик ребенка
существительные во множественном числе (группа исключений)	's	children's ball women's rights	мячик детей права женщин
существительное во множественном числе	,	girls' toy birds' house	игрушка девочек домик птичек

Формула притяжательного падежа обычно имеют лишь одушевленные существительные, обозначающие живое существо, которому что-то принадлежит,

my mother's book - мамина книга,

this girl's ball - мячик девочки,

the bird's house - домик птички

Для того, чтобы показать принадлежность объекта неодушевленному предмету, используется предлог of:

the handle of the door (ручка (от) двери), но чаще образуется составное существительное door-handle,

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Fill in the gaps with an appropriate noun + of to indicate quantity.

- 1 a ... carton/glass/jug of ... orange juice
- 2 a ... cheese
- 3 a ... bread
- 4 a ... coffee
- 5 a ... water
- 6 a ... wine
- 7 a ... chocolate
- 8 a ... crisps
- 9 a ... honey
- 10 a ... meat
- 11 a ... spaghetti
- 12 a ... flour

2. Fill the gaps with a, an, or some where necessary.

- 1 a) We had ...some... delicious food last night,
b) We had ...a... delicious meal last night.
- 2 a) There is ... beautiful furniture in that shop,
b) There is ... beautiful table in that shop.
- 3 a) I'm thirsty. I need ... drink.
b) I'm thirsty. I need ... water.
- 4 a) She's just bought ... expensive clothes.
b) She's just bought ... expensive dress.
- 5 a) They booked ... room in advance.
b) They booked ... accommodation in advance
- 6 a) The band played ... lovely song.
b) The band played ... lovely music.
- 7 a) We had ... heatwave last week.
b) We had ... hot weather last week.
- 8 a) I can't do this job alone. I need ... assistant
b) I can't do this job alone. I need ... help.
- 9 a) He has got ... heavy luggage to carry.
b) He has got ... heavy suitcase to carry.
- 10 a) I need ... cutlery to eat this food with.
b) I need ... knife and fork to eat this food with.
- 11 a) She has got ... important job to do.
b) She has got ... important work to do.
- 12 a) He found ... coin on the ground.
b) He found ... money on the ground.

3. Complete the sentences using the noun in brackets in the singular or plural form and a/an where necessary.

1. He gave me a box' of my favourite ...chocolates.... (chocolate)
2. His favourite food is (chocolate)
3. She bought ... on her way to work. (paper)
4. He placed all the important ... in his briefcase. (paper)
5. I need some ... to write this message on. (paper)
6. Hurry up! We don't have much (time)
7. She has visited us several ... this month. (time)
8. He has no ... but he is keen to learn. (experience)
9. She had a lot of exciting ... during her travels. (experience)
10. We went far a walk in the ... after lunch. (wood)
11. His desk is made of (wood)
12. Jane is in her... reading a book. (room)
13. We have got plenty of ... for a party in here. (room)
14. I am going to have my ... cut tomorrow. (hair)
15. There was ...in my soup. (hair)
16. I'm thirsty. I need ... of water. (glass)
17. Susan only wears her ... when she reads. (glass)
18. This ornament is made of coloured (glass)
19. Helen bought ... in the sale at the electrical store. (iron)
20. The old gate was made of(iron)

4. Cross out the expressions which cannot be used with the nouns, as in the example.

- 1 There are **several**, **many**, **much**, **plenty of**, **too little** things you can do to help.
- 2 He has met **a couple of**, **a few**, **very little**, **plenty of**, **too much** interesting people.
- 3 She earns **few**, **hardly any**, **plenty of**, **several**, **a great deal** of money.
- 4 We have got **no**, **many**, **lots of**, **a great deal of**, **a few** work to do.
- 5 Don't worry, there's **a little**, **plenty of**, **a couple of**, **many**, **a lot of** time.
- 6 **Both**, **Several**, **A large quantity of**, **Plenty of**, **Too much** students applied for the course.
- 7 He's got **no**, **hardly any**, **a little**, **some**, **a small amount of** qualifications.
- 8 She's got **hardly any**, **several**, **a little**, **a few**, **a lot of** experience in dealing with customers.
- 9 There is **too much**, **a lot of**, **hardly any**, **few**, **several** salt in this soup.
- 10 There is **a little**, **many**, **too much**, **a great number of**, **some** traffic on the roads today.

5. Underline the correct word.

- 1 A: I have a Physics exam tomorrow.
B: Oh dear. Physics **is/are** a very difficult subject.
- 2 A: My office is three miles from my house.
B: Three miles **is/are** a long way to walk to work.
- 3 A: My little brother has got measles.
B: Oh dear. Measles **is/are** quite a serious illness.
- 4 A: Jane looked nice today, didn't she?
B: Yes. Her clothes **were/was** very smart.
- 5 A: I've got two pounds. I'm going to buy a CD.
B: Two pounds **is/are** not enough to buy a CD.
- 6 A: The classroom was empty when I walked past.
B: Yes. The class **was/were** all on a school outing.
- 7 A: Have you just cleaned the stairs?
B: Yes, so be careful. They **is/are** very slippery.
- 8 A: Did you ask John to fix your car?
B: Yes. His advice **was/were** that I take it to a garage.

- 9 A: Did you enjoy your holiday?
B: Yes, thank you. The weather **was/were** wonderful.
- 10 A: These trousers **is/are** very old.
B: You should buy a new pair.
- 11 A: How **is/are** the company doing lately?
B: Great. We opened up two more branches.
- 12 A: 'I am going to travel for two years when I finish school.
B: Two years **is/are** a long time to be away from home.

6. Finish the sentences, as in the example.

- 1 You need a lot of experience to do this job. A lot of experience ...is needed to do this job...
- 2 They gave us some interesting information. The information ...
- 3 She likes Maths more than any other subject. Maths ...
- 4 We had mild weather this winter. The weather ...
- 5 We called the police immediately. The police ...
- 6 I told them some exciting news. The news ...
- 7 He was irritated because of the bad traffic. He was irritated because the ...
- 8 I stayed in very luxurious accommodation. The accommodation ...
- 9 The driver took the luggage out of the car. The luggage ...
- 10 She gave me very sensible advice. The advice she gave me ...
- 11 These shorts are too big for me. This pair of shorts ...
- 12 The hotel is in magnificent surroundings. The hotel surroundings ...
- 13 She's got long blonde hair. Her hair ...

Артикль. The Article

1. Неопределенный a/an (используется перед исчисляемыми существительными в единственном числе)

a cat –кот a dog –собака a boy – мальчик a girl -девочка
a teacher - учитель

2. Определенный the (может использоваться с любыми существительными)

the cat -кот the houses –дома the water -вода the weather –погода
the flowers - цветы

Если слово начинается с гласной буквы, к артиклю "a" добавляется буква "n", для того, чтобы две гласные не сливались: an apple (яблоко), an orange (апельсин), an author (автор) и т. д. Слово "an hour" (час) начинается с согласной буквы "h", но в слове эта буква не читается, т.е. слово начинается с гласного звука, поэтому к артиклю "a" также добавляется n = an

Упоминая объект впервые, перед ним ставят неопределенный артикль a/an при вторичном с упоминании того же самого объекта, перед ним ставят определенный артикль the

I see a cat, Я вижу кота (одного). The cat is black. (этот) Кот – черный.

This is a kitten. Это - котенок. (Один из многих) The kitten is hungry. (этот) Котенок - голодный.

I have a book- У меня есть книга. The book is interesting. (эта) Книга - интересная.

Неопределенный артикль a/an опускается перед исчисляемыми существительными и существительными во множественном числе.

a pen - pens (ручка - ручки) a dog - dogs (собака - собаки) a book - books (книга -книги)
- water (вода) - snow (снег) - meat (мясо)

Использование неопределенного артикля a

один из множества (любой)	This is a cat.
первое упоминание в тексте	I see a bird.
при упоминании профессии	My brother is a pilot.
в восклицательных предложениях	What a good girl! What a surprise!

	Such a fine room!
вместо слова один	She is coming for a weak.
в определенных конструкциях there is a... I have a... he has a... I see a... this is a... that is a... It is a... I am a... he/she is a...	There is a book here. I have got a nice coat. He has a kind smile. I see a wolf. This is a dog. That is a doctor. It is a red pen. I am a good swimmer. He/she is a tourist
в ряде устойчивых словосочетаний at a quarter... in a loud, (a low, an angry voice) to have a good time a lot of to go for a walk such a... after a while in a day (a month, a week, a year)	Come at a quarter to 8. Don't speak to him in an angry voice. We had a good time in the country. She has got a lot of presents. Let's go for a walk. He is such a clever boy. You'll see them after a while. We are living in a day.

Использование определенного артикля the

если речь идет о конкретном лице или предмете	The pen is on the table.
при повторном упоминании того же самого объекта	I see a cat. The cat is black.
если слово обозначает нечто, существующее в единственном лице, с частями света	the sun, the moon, the Earth
со словами: only (только), main (главный), central (центральный), left (левый), right (правый), wrong (неправильный), next (следующий), last (последний), final (заключительный)	The only man I love the main road to the left, to the right It was the right answer. the final test
с порядковыми числительными	the first, the tenth
с прилагательными в превосходной степени	the kindest, the most interesting the best
с музыкальными инструментами и танцами	to play the piano, to dance the tango
с обобщающими существительными (класс людей» животных, термины, жанры)	The Britons keep their traditions.
с названиями музеев, кинотеатров, кораблей, галерей, газет, журналов	the Hermitage the Tretyakov Gallery the Avrora the Sesame Street
с названиями океанов, рек, морей, каналов, пустынь, групп, островов, штатов, горных массивов, наименований с of	the Atlantic ocean the Neva river the Black sea Changing of the Guard

Использование определенного артикля в ряде устойчивых словосочетаний

in the middle, in the corner in the morning, In the evening, in the afternoon what's the use? to the cinema, to the theatre, to the shop, to the market	The table is in the middle of the room. I never drink coffee in the evening. What's the use of going there so late? Do you like going to the theatre? He works at the shop.

at the cinema, at the theatre, at the shop, at the market the fact is (was) that... where is the...? in the country, to the country	The fact is that I have no money at all. Where is the doctor? We always spend summer in the country.

Сколько бы прилагательных-определений ни стояло перед существительным, все эти определения ставятся между артиклем и существительным: A big, black, fat cat большой, черный, толстый кот.

Случай, когда артикль не употребляется

если, перед существительным стоит притяжательное местоимение	a pen - my pen a dog - his dog the teacher - our teacher the apple - her apple
если перед существительным стоит указательное местоимение	the cats - those cats the books - these books a mouse - this mouse
если стоит другое существительное в притяжательном падеже	a car - father's car the horse - farmer's horse a bike - brother's bike the doll - sister's doll
если перед существительным стоит, количественное числительное	5 balls, 7 bananas, 2 cats
если перед существительным стоит отрицание "no"	She has no children. I see no birds.
перед именами	Mike, Kate, Jim, etc
с названиями дней недели	Sunday, Monday, etc.
с названиями месяцев	May, December, etc.
с названиями времен года	in spring, in winter
с названиями цветов	white, etc. I like green
с названиями спортивных игр	football, chess, etc.
с названиями блюд, напитков	tea, coffee, soup, etc,
с названиями праздников	Easter, Christmas, etc.
с названиями языков, если нет слова (язык). Если есть, нужен артикль the	English, etc. I learn English, the English language
с названиями стран	Russia, France, etc HO: the USA, the United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland, the Netherlands, the Ukraine, the Congo
с названиями городов	Moscow, Paris, etc.
с названиями улиц, площадей	Trafalgar Square
с названиями парков	St James' Park, Hyde Park
с названиями мостов	Tower Bridge
с названиями одиночных гор	Kilimanjaro
с названиями озер	Loch Ness
с названиями континентов	Asia, Australia, etc.
с названиями одиночных островов	Cyprus
если перед существительными стоит вопросительное или отрицательное	what animals can swim? I know what thing you have lost!

местоимение	

ГЛАГОЛ (THE VERB)

Глаголом называется часть речи, обозначающая действие или состояние предмета или лица.

В английском языке признаком глагола в неопределенной форме (инфинитиве) является частица to.

По своей структуре глаголы делятся на:

1. Простые, состоящие только из одного корня:

to fire - стрелять; зажигать

to order - приказывать

to read - читать

to play - играть

2. Производные, состоящие из корня и префикса, из корня и суффикса или из корня, префикса и суффикса:

to unpack - распаковывать

to dismiss - увольнять, отпускать

to realize - представлять себе

to shorten - укорачивать (ся)

to encounter - встречать (ся), наталкивать (ся)

to regenerate - перерождаться, возрождаться

3. Сложные, состоящие из двух основ (чаще всего основы существительного или прилагательного и основы глагола):

to broadcast (broad + cast) - передавать по радио

to whitewash (white + wash) - белить

4. Составные, состоящие из глагольной основы и наречия или предлога:

to carry out - выполнять

to sit down - садиться

По значению глаголы делятся на смысловые и служебные.

1. Смысловые глаголы имеют самостоятельное значение, выражают действие или состояние: Lomonosov as a poet and scientist played a great role in the formation of the Russian literary language. Как поэт и ученый Ломоносов сыграл огромную роль в создании русского литературного языка.

2. Служебные глаголы не имеют самостоятельного значения и употребляются для образования сложных форм глагола или составного сказуемого. Они являются спрягаемым элементом сказуемого и в его формах выражается лицо, число и время. К ним относятся:

1. Глаголы-связки to be быть, to become становиться, to remain оставаться, to grow становиться, to get, to turn становиться, to look выглядеть, to keep сохраняться.

Every man is the maker of his own fortune. Каждый человек-творец своей судьбы.

2. Вспомогательные глаголы to be, to do, to have, to let, shall, will (should, would):

The kitchen was supplied with every convenience, and there was even a bath-room, a luxury the Gerhardts had never enjoyed before. На кухне имелись все удобства; была даже ванная комната- роскошь, какой Герхардты никогда до сих пор не обладали.

3. Модальные глаголы can, may, must, ought, need: He that would eat the fruit must climb the tree. Кто любит фрукты, должен влезть на дерево (чтобы сорвать). (Любишь кататься-люби и саночки возить.)

Все формы глагола в английском языке делятся на личные и неличные.

Личные формы глагола выражают время, лицо, число, наклонение. Они выполняют в предложении функцию сказуемого. К личным формам относятся все формы времен действительного и страдательного залога (изъявительного и сослагательного наклонения):

As you leave the Kremlin by Spassky Gate you come out on the Red Square. Если вы выходите из Кремля мимо Спасских Ворот, вы оказываетесь на Красной площади.

Неличные формы глагола не различаются по лицам и числам. Они не могут самостоятельно выполнять в предложении функцию сказуемого, но могут входить в его состав. К неличным формам относятся: инфинитив, причастие и герундий. Every step towards eliminating nuclear weapons is in the interests of every nation. Любой шаг в направлении уничтожения ядерного оружия служит интересам каждого государства.

Личные формы глагола в английском языке имеют три наклонения: изъявительное (the Indicative Mood), повелительное (the Imperative Mood) и сослагательное (the Subjunctive Mood).

Глаголы в изъявительном наклонении выражают реальное действие, передают факты: His son goes to school. Его сын учится в школе.

She has written an interesting article. Она написала интересную статью.

A new building of the theatre was built in this street. На этой улице построили новое здание театра.

Глаголы в повелительном наклонении выражают приказание, просьбу, совет, запрещение, команду:

"Don't buy them", warned our cautious driver. "Не покупайте их", - предупредил наш осторожный шофер.

Undertake not what you cannot perform but be careful to keep your promise. Не беритесь за то, что не сможете выполнить, но старайтесь сдерживать обещание.

Глаголы в сослагательном наклонении выражают действие не реальное, а желательное или предполагаемое: If there were no bad people, there would be no good lawyers. Если бы не было плохих людей, не было бы хороших адвокатов.

Как личные, так и неличные формы глагола имеют **два залога**: действительный (the Active Voice) и страдательный (the Passive Voice).

Глаголы в действительном залоге выражают действие, которое производится подлежащим: I inform you that I have carried out the mission. Сообщаю, что я выполнил задание.

Глаголы в страдательном залоге выражают действие, которое испытывает на себе подлежащее: I was informed that the mission had been carried out. Мне сообщили, что задание было выполнено.

Формы глагола могут выражать отношение между действием и временем. В русском языке бывают глаголы **совершенного и несовершенного вида**. Глаголы совершенного вида обозначают действие, которое закончено, и есть его результат:

Он прочитал эту статью с интересом.

Глаголы несовершенного вида обозначают действие, указывая на его повторяемость, длительность, незаконченность: Вчера он читал эту статью с интересом. (Но он мог и не прочитать ее).

Вид глагола в русском языке выражается либо изменением его формы, либо с помощью суффиксов и приставок. Видовые значения глагола в английском языке выражаются сочетанием вспомогательного глагола с причастием настоящего или прошедшего времени смыслового глагола.

В английском языке четыре видо-временных группы глагола: неопределенные времена (Indefinite Tenses), продолженные времена (Continuous Tenses), совершенные времена (Perfect Tenses), и совершенные продолженные времена (Perfect Continuous Tenses). В каждой временной группе три времени: настоящее (Present), прошедшее (Past), будущее (Future).

Глагол "to be"

A: Are you from England?

B: No, we aren't. We're from China.

He's Tom and she's Helen. They are friends.

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма	Краткая форма	Полная форма	Краткая форма	Am I?

I am	I'm	I am not	I'm not	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Is he?
He is	He's	He is not	He isn't	Is she?
She is	She's	She is not	She isn't	Is it?
It is	It's	It is not	It isn't	Are we?
We are	We're	We are not	We aren't	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Are they?
They are	They're	They are not	They aren't	

Краткими ответами называются ответы на вопросы, начинающиеся с глагольной формы is /are; в кратком ответе содержание вопроса не повторяется. Употребляется только Yes или No, далее личное местоимение в именительном падеже и глагольная форма is (isn't) / are (aren't).
Например: Are you British? No, I'm not.
Yes, I am /we are. No, I'm not/we aren't.
Yes, he/she/it is. No, he/she/it isn't.
Yes, they are. No, they aren't.

WAS/WERE

Bob is eighty. He's old and weak.

Mary, his wife is seventy-nine. She's old too.

Fifty years ago they were young. Bob was strong. He wasn't weak. Mary was beautiful. She wasn't old.

В прошедшем простом времени (past simple) глагол "to be" с личными местоимениями в именительном падеже имеет следующие формы: was для I, he, she, it и –were для –we, you, they.

В вопросах was/were ставятся перед личным местоимением в именительном падеже (I, you, he и т.д.) или существительным. Например: She was ill yesterday. -> Was she ill yesterday? Отрицания образуются путем постановки not после was/were. Например: She was not ill yesterday. She wasn't ill yesterday.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
I was	I was not	I wasn't	Was I?
You were	You were not	You weren't	Were you?
He was	He was not	He wasn't	Was he?
She was	She was not	She wasn't	Was she?
It was	It was not	It wasn't	Was it?
We were	We were not	We weren't	Were we?
You were	You were not	You weren't	Were you?
They were	They were not	They weren't	Were they?

ОБОРОТ THERE IS/THERE ARE

There is a sofa in the room. There are two pictures on the wall. There isn't a TV in the room. What else is there in the room?

Мы употребляем конструкцию there is/there are, чтобы сказать, что кто-то или что-то существует или находится в определенном месте. Краткая форма there is – there's. There are не имеет краткой формы. Например: There is (There's) a sofa in the room. There are four children in the garden.

Вопросительная форма: Is there? Are there? Например: Is there a restaurant in the town? Are there any apples in the basket?

Отрицательная форма: There isn't .../There aren't ... Например: There is not / isn't a man in the room. There are not/aren't any cars in the street.

Краткие ответы строятся с помощью Yes, there is/are или No, there isn't / aren't. Содержание вопроса не повторяется.

Yes, there is. No, there isn't.

Yes, there are. No, there aren't.

Мы употребляем there is / there are, чтобы сказать, что что-то существует или находится в определенном месте, it is / they are - когда уже упоминали об этом. Например: There is a house in the picture.

It is a big house. (Но не: It's a house in the picture.)

There are three books on the desk.

They are history books. (Но не: They are three books on the desk.)

Конструкция There was/There were

This is a modern town today.

There are a lot of tall buildings and shops. There are cars and there isn't much peace and quiet.

This is the same town fifty years ago.

There weren't any tall buildings. There were some old houses. There weren't many cars and there wasn't much noise.

Конструкция There was/There were - это There is / There are в форме past simple. There was употребляется с существительными в единственном числе. Например: There was a post office in the street thirty years ago. There were употребляется с существительными во множественном числе. Например: There were a few houses in the street thirty years ago.

В вопросах was/were ставятся перед there. Например: Was there a post office in the street thirty years ago? Were there any houses in the street thirty years ago?

Отрицания строятся путем постановки not после was / were. Например: There was not / wasn't a post office in the street thirty years ago. There were not / weren't any houses in the street thirty years ago.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
There was There were	Полная форма There was not There were not	Краткая форма There wasn't There weren't	Was there? Were there?

Краткие ответы строятся с помощью Yes или No и there was/there were. Содержание вопроса не повторяется.

Was there a book on the desk? Yes, there was. No, there wasn't.

Were there any people in the shop? Yes, there were. No, there weren't.

Глагол Have got

A bird has got a beak, a tail and wings.

Has she got long hair? No, she hasn't. She's got short hair.

What have they got? They've got roller blades. They haven't got skateboards.

She has got a headache.

Have (got) используется:

а) чтобы показать, что что-то принадлежит кому-то. Например: He's got a ball.

б) при описании людей, животных или предметов. Например: She's got blue eyes.

в) в следующих высказываниях: I've got a headache. I've got a temperature. I've got a cough, I've got a toothache, I've got a cold, I've got a problem.

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма	Краткая форма	Полная форма	Краткая форма	Have I (got)?
I have (got)	I've (got)	I have not (got)	I haven't (got)	Have you (got)?
You have (got)	You've (got)	You have not (got)	You haven't (got)	Has he (got)?
He has (got)	He's (got)	He has not (got)	He hasn't (got)	Has she (got)?
She has (got)	She's (got)	She has not (got)	She hasn't (got)	Has it (got)?
It has (got)	It's (got)	It has not (got)	It hasn't (got)	Have we (got)?
We have (got)	We've (got)	We have not (got)	We haven't (got)	Have you (got)?

You have (got)	You've (got)	You have not (got)	You haven't (got)	Have they (got)?
They have (got)	They've (got)	They have not (got)	They haven't (got)	

Had

Grandpa, did you have a TV when you were five?

No, I didn't. People didn't have TV's then. They had radios.

Have (had) в past simple имеет форму Had для всех лиц.

Вопросы строятся с помощью вспомогательного глагола did, личного местоимения в именительном падеже и глагола - have. Например: Did you have many toys when you were a child?
Отрицания строятся с помощью did not и have. Например: I did not / didn't have many toys when I was a child.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
I had	Полная форма I did not have	Краткая форма I didn't have	Did I have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
He had	He did not have	He didn't have	Did he have?
She had	She did not have	She didn't have	Did she have?
It had	It did not have	It didn't have	Did it have?
We had	We did not have	We didn't have	Did we have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
They had	They did not have	They didn't have	Did they have?

Имя прилагательное. The Adjective

Категории	Прилагательное в русском языке	Прилагательное в английском языке
Число	изменяется	не изменяется
Род	изменяется	не изменяется
Падеж	изменяется	не изменяется

Образование имен прилагательных

Имена прилагательные бывают: **простые и производные**

К **простым** именам прилагательным относятся прилагательные, не имеющие в своем составе **ни приставок, ни суффиксов**: **small** - *маленький*, **long** - *длинный*, **white** - *белый*.

К **производным** именам прилагательным относятся прилагательные, имеющие в своем составе **суффиксы** или **приставки**, или одновременно и те, и другие.

Суффиксальное образование имен прилагательных

Суффикс	Пример	Перевод
- ful	useful doubtful	полезный сомневающийся
- less	helpless useless	беспомощный бесполезный
- ous	famous dangerous	известный опасный
- al	formal central	формальный центральный
- able	eatable capable	съедобный способный

Приставочный способ образования имен прилагательных

Приставка	Пример	Перевод
un -	uncooked unimaginable	невареный невообразимый
in -	incapable inhuman	неспособный негуманный
il -	illegal illiberal	нелегальный необразованный
im -	impossible impractical	невозможный непрактичный
dis -	dishonest disagreeable	бесчестный неприятный
ir -	irregular irresponsible	неправильный безответственный
Некоторые имена прилагательные являются составными и образуются из двух слов, составляющих одно понятие: light-haired – светловолосый, snow-white – белоснежный.		

Прилагательные, оканчивающиеся на – ed и на - ing

- ed	- ing
Описывают чувства и состояния	Описывают предметы, вещи, занятия, вызывающие эти чувства
interested – интересующийся, заинтересованный	interesting - интересный
bored - скучающий	boring - скучный
surprised - удивленный	surprising - удивительный

Степени сравнения прилагательных

Английские прилагательные не изменяются ни по числам, ни по родам, но у них есть **формы степеней сравнения**.

Имя прилагательное в английском языке имеет **три формы** степеней сравнения:

- **положительная** степень сравнения (**Positive Degree**);
- **сравнительная** степень сравнения (**Comparative Degree**);
- **превосходная** степень сравнения (**Superlative Degree**).

Основная форма прилагательного - положительная степень. Форма сравнительной и превосходной степеней обычно образуется от формы положительной степени одним из следующих способов:

1. -er. -est

Односложные прилагательные образуют **сравнительную степень** путем прибавления к **форме прилагательного в положительной степени** суффикса - **er**. Примерно, тоже самое мы делаем и в русском языке - добавляем “е” (большой - больше, холодный - холоднее).

Превосходная степень образуется путем прибавления суффикса - **est**. Артикль **the** **обязателен!!!**

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
cold - холодный	colder - холоднее	the coldest - самый холодный
big - большой	bigger - больше	the biggest - самый большой
kind - добрый	kinder - добрее	the kindest - самый добрый

По этому же способу образуются степени сравнения двусложных прилагательных оканчивающихся на **-y, -er, -ow, -ble**:

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень

clever — умный easy - простой able - способный busy - занятой	cleverer - умнее easier - проще abler - способнее busier - более занятой	the cleverest - самый умный the easiest - самый простой the ablest - самый способный the busiest - самый занятой

При образовании степеней сравнения посредством суффиксов – **er** и – **est** соблюдаются следующие **правила орфографии**:

Если прилагательное заканчивается на немое “**e**”, то при прибавлении – **er** и – **est** немое “**e**” опускается:

large – **larger** - **the largest** / большой – больше – самый большой
brave – **braver** – **the bravest** / смелый – смелее – самый смелый

Если прилагательное заканчивается на согласную с предшествующим кратким гласным звуком, то в сравнительной и превосходной степени **конечная согласная буква удваивается**:

big – **bigger** – **biggest** / большой – больше – самый большой
hot – **hotter** – **hottest** / горячий – горячее – самый горячий
thin – **thinner** – **thinnest** / тонкий – тоньше – самый тонкий

Если прилагательное заканчивается на “**y**” с предшествующей согласной, то в сравнительной и превосходной степени “**y**” переходит в “**i**”:

busy – **busier** – **busiest** / занятой – более занятой – самый занятой
easy – **easier** – **easiest** / простой – проще – самый простой

2. more, the most

Большинство двусложных прилагательных и прилагательных, состоящих из трех и более слогов, образуют сравнительную степень при помощи слова **more**, а превосходную – при помощи слова **most**.

Эти слова ставятся перед именами прилагательными в положительной степени:

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
beautiful - красивый interesting – интересный important - важный	more beautiful - красивее more interesting - интереснее more important - важнее	the most beautiful - самый красивый the most interesting - самый интересный the most important - самый важный

Особые формы

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
good - хороший bad - плохой little - маленький much/many - много far - далекий/далеко old - старый	better - лучше worse - хуже less - меньше more - больше farther/further - дальше older/elder - старше	the best - самый лучший the worst - самый плохой the least - самый маленький, меньше всего the most - больше всего the farthest/furthest - самый дальний the oldest/eldest - самый старый

3. less, the least

Для выражения **меньшей** или **самой низкой** степени качества предмета по сравнению с другими предметами употребляются соответствующие слова **less** – менее и **the least** – наименее, которые ставятся перед прилагательными в форме положительной степени.

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
beautiful – красивый interesting - интересный	less beautiful - менее красивый	the least beautiful – самый некрасивый

important - важный	less interesting – менее интересный less important - менее важный	the least interesting – самый неинтересный the least important – самый неважный

Другие средства сравнения двух предметов или лиц

Конструкция	Комментарий	Примеры
As...as (такой же, так же)	Для сравнения двух объектов одинакового качества	He is as strong as a lion. Он такой же сильный, как лев. She is as clever as an owl. Она такая же умная, как сова.
Not so...as (не такой, как)	в отрицательных предложениях	He is not so strong as a lion. Он не такой сильный, как лев. She is not so clever as an owl. Она не такая умная, как сова.
The...the (с двумя сравнительными степенями)	показывает зависимость одного действия от другого	The more we are together the happier we are. Чем больше времени мы проводим вместе, тем счастливее мы становимся. The more I learn this rule the less I understand it. Чем больше я учу это правило, тем меньше я его понимаю.

Особые замечания об употреблении сравнительных и превосходных степеней имен прилагательных:

- Сравнительная степень может быть усилена употреблением перед ней слов со значением «гораздо, значительно»:
His new book is **much more** interesting than previous one. *Его новая книга гораздо более интересная, чем предыдущая.*
This table is **more** comfortable than **that one**. *Этот стол более удобный чем тот.*
- После союзов **than** и **as** используются либо личное местоимение в именительном падеже с глаголом, либо личное местоимение в объектном падеже:
I can run **as fast as** him (**as he can**). *Я могу бегать так же быстро, как он.*

Числительное. The numeral

Перед сотнями, тысячами, миллионами обязательно называть их количество, даже если всего одна сотня или одна тысяча:

126 – one hundred twenty six

1139 – one thousand one hundred and thirty nine

В составе числительных – сотни, тысячи и миллионы не имеют окончания множественного числа: **two hundred – 200, three thousand – 3000, и т.д.**

НО: окончание множественного числа добавляется hundred, thousand, million, когда они выражают неопределенное количество сотен, тысяч, миллионов. В этом случае после них употребляется существительное с предлогом **“of”**:

hundreds of children – сотни детей

thousands of birds – тысячи птиц

millions of insects – миллионы насекомых

Начиная с 21, числительные образуются так же как в русском языке:

20+1=21 (twenty + one = **twenty one**)

60+7=67 (sixty + seven = **sixty seven**) и т.д.

Как читать даты

1043	ten forty-three
1956	nineteen fifty-six
1601	sixteen o one
2003	two thousand three
В 2003 году	in two thousand three
1 сентября	the first of September
23 февраля	the twenty-third of February

ДРОБНЫЕ ЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ (FRACTIONAL NUMERALS)

В простых дробях (Common Fractions) числитель выражается количественным числительным, а знаменатель порядковым:

1/7- one seventh одна седьмая

При чтении простых дробей, если числитель их больше единицы, к знаменателю прибавляется окончание множественного числа -s:

2/4 - two fourths - две четвертых

2/3 -two thirds - две третьих

3 1/5 - three and one fifth - три целых и одна пятая

1/2 - one second, a second, one half, a half - одна вторая, половина

1/4 -one fourth, a fourth, one quarter, a quarter - одна четвертая, четверть

В десятичных дробях (Decimal Fractions) целое число отделяется точкой, и каждая цифра читается отдельно. Нуль читается nought [no:t] (в США - zero ['zierou]).

4.25 four point twenty-five; four point two five

0.43 nought point forty-three; nought point four three

Существительные, следующие за дробью, имеют форму единственного числа, и перед ними при чтении ставится предлог -of:

2/3 metre- two thirds of a metre

две третьих метра

0.05 ton - nought point nought five of a ton

ноль целых пять сотых тонны

Существительные, следующие за смешанным числом, имеют форму множественного числа и читаются без предлога of:

35 1 /9 tons -thirty-five and one ninth tons

14.65 metres -one four (или fourteen) point six five (или sixty-five) metres

В обозначениях номеров телефонов каждая цифра читается отдельно, нуль здесь читается [ou]:

224-58-06 ['tu:'tu:'fo:'faiv'eit'ou'siks]

ТЕМА 2. Учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование)

Тематика общения:

1. Высшее образование в России и за рубежом.
2. Мой вуз.
3. Студенческая жизнь.

Проблематика общения:

1. Уровни высшего образования.
2. Уральский государственный горный университет.
3. Учебная и научная работа студентов.
4. Культурная и спортивная жизнь студентов.

2.1 Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

The Ural State Mining University

Mining University – Горный университет; higher educational institution - высшее учебное заведение; to provide - зд. Предоставлять; full-time education - очное образование; extramural education - заочное образование; to award – награждать; post-graduate courses – аспирантура;	scientific research centre - центр научных исследований; master of science - кандидат наук; capable – способный; to take part in - принимать участие; graduate – выпускник; to dedicate – посвящать; to carry out scientific work - выполнять научную работу;
Faculty of Mining Technology - горно – технологический; Faculty of Engineering and Economics - инженерно-экономический; Institute of World Economics – Институт мировой экономики; Faculty of Mining Mechanics - горно-механический; Faculty of Civil Protection – гражданской защиты; Faculty of City Economy – городского хозяйства;	Faculty of Geology & Geophysics – геологии и геофизики; Faculty of extramural education – заочный; department – кафедра; dean – декан; to train specialists in - готовить специалистов; to consist of - состоять из; preparatory – подготовительный; additional – дополнительный; to offer – предлагать;
to house - размещать /ся/; building – здание; Rector's office – ректорат; Dean's office – деканат; department – кафедра; library – библиотека; reading hall - читальный зал; assembly hall - актовый зал; layout - расположение, план; administrative offices - административные отделы;	computation centre - вычислительный центр; canteen – столовая; to have meals – питаться; hostel – общежитие; to go in for sports - заниматься спортом; wrestling – борьба; weight lifting - тяжелая атлетика; skiing - катание на лыжах; skating - катание на коньках; chess – шахматы;
academic work - учебный процесс; academic year - учебный год; to consist of - состоять из; bachelor's degree - степень бакалавра;	general geology - общая геология; foreign language - иностранный язык; to operate a computer - работать на компьютере;

course of studies - курс обучения; to last - длиться; term - семестр; to attend lectures and classes - посещать лекции и занятия; period - пара, 2 – х часовое занятие; break - перерыв; subject - предмет; descriptive geometry - начертательная геометрия;	to take a test (an exam) - сдавать зачет, экзамен; to pass a test (an exam) - сдать зачет, экзамен; to fail a test (an exam) - не сдать зачет, экзамен; to fail in chemistry - не сдать химию; holidays, vacations - каникулы; to present graduation paper - представлять дипломные работы; for approval - к защите;

The Faculty of Mining Technology trains specialists in: mine surveying - маркшейдерская съемка; underground mining of mineral deposits - подземная разработка месторождений полезных ископаемых; mine and underground construction - шахтное и подземное строительство; surface mining (open-cut mining) - открытые горные работы; physical processes of mining, oil and gas production - физические процессы горного и нефтегазового производства; placer mining - разработка россыпных месторождений; town cadastre - городской кадастр.

The Institute of World Economics trains specialists in: land improvement, recultivation and soil protection - мелиорация, рекультивация и охрана земель; engineer protection of environment in mining - инженерная защита окружающей среды в горном деле; computer systems of information processing and control - автоматизированные системы обработки информации и управления; economics and management at mining enterprises - экономика и управление на предприятиях горной промышленности.

The Faculty of Mining Mechanics trains specialists in: electromechanical equipment of mining enterprises - электромеханическое оборудование горных предприятий; designing & production of mining, oil and gas machinery - конструирование и производство горных и нефтегазопромысловых машин; technological and service systems of exploitation and maintenance of machines and equipment - технологические и сервисные системы эксплуатации и ремонта машин и оборудования; motorcars and self-propelled mining equipment - автомобили и самоходное горное оборудование; electric drive and automation of industrial units and technological complexes - электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов; automation of technological processes and industries - автоматизация технологических процессов и производств; mineral dressing - обогащение полезных ископаемых.

The Faculty of Geology & Geophysics trains specialists in: geophysical methods of prospecting and exploring mineral deposits - геофизические методы поисков и разведки месторождений полезных ископаемых; according to some specializations: geoinformatics – геоинформатика; applied geophysics - прикладная геофизика; structural geophysics - структурная геофизика; geological surveying and exploration of mineral deposits - геологическая съемка и поиски МПИ; geology and mineral exploration - геология и разведка МПИ; prospecting and exploration of underground waters and engineering - геологическая разведка подземных вод и инженерно-геологические изыскания; applied geochemistry, petrology and mineralogy - прикладная геохимия, петрология и минералогия; drilling technology - технология и техника разведки МПИ.

2.2 Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

This text is dedicated to the history of the Ural State Mining University formerly called the Sverdlovsk Mining Institute. It was founded in 1917. It is the oldest higher technical educational institution in the Urals. In 1920 the Mining Institute became a faculty of the Ural State University and in 1925 of the Ural Polytechnical Institute. In 1930 this faculty was reorganized into the Mining Institute. The Institute was named after V.V. Vakhrushev the USSR Coal Industry Minister in 1947. It was awarded the Order of the Red Banner of Labour in 1967.

In 1993 the Sverdlovsk Mining Institute was reorganized into The Ural State Academy of Mining and Geology. In 2004 The Ural State Academy of Mining and Geology was reorganized into The Ural State Mining University. The University provides full-time and extramural education in many specialties. There are post graduate courses at the University as well.

The University is an important scientific research center. Many doctors and masters of Science teach and carry out scientific work at the University. Capable students take part in research projects. The graduates of the University work all over the country.

There are six faculties at the Ural State Mining University: Faculty of Mining Technology; Faculty of Mining Mechanics; Faculty of Geology & Geophysics; Faculty of Civil Protection; Faculty of City Economy; Faculty of Extramural Education; and The Institute of World Economics.

Besides there is a Preparatory faculty where young people get special training before taking entrance exams. The Faculty of Additional Education offers an opportunity to get the second higher education.

Each faculty trains mining engineers in different specialties.

There are many specialties at the Faculty of Extramural Education where students have to combine work with studies. Very often the Ural State Mining University organizes training specialists in new modern specialties.

Faculties consist of Departments. Each faculty is headed by the Dean. The head of the Academy is the Rector.

The University is housed in four buildings. Building One houses - the Rector's office, the Deans' offices, number of administrative offices, Faculty of City Economy, the Faculty of Mining Mechanics with its numerous departments and laboratories (labs).

Building Two houses the Faculty of Mining Technology, Faculty of Civil Protection, the Deans' offices, many departments, labs and the computation centre.

Building Three houses the Faculty of Geology & of Geophysics, the Faculty of Extramural Education, the Dean's offices, many departments and labs. The Ural Geological Museum, the Museum of the History of the Ural State Mining University and some administrative offices are also housed in this building.

Building Four houses The Institute of World Economics, the Dean's office, departments and labs, the library, reading halls, the Assembly hall, the students cultural centre and a large canteen where students can have their meals.

The library and the reading halls provide students with all kinds of reading: textbooks, reference books / справочники/ dictionaries, magazines and fiction/ художественная литература/.

Besides not far from the University there are four five-storied buildings of the student hostel, where most students live. Near the hostels there is a House of Sports. There students can go in for different kinds of sports: chess, badminton, table tennis, boxing, wrestling, weight lifting, basketball, volleyball, handball.

The Ural State Mining University offers students three different programs of higher education such as: Bachelors, Diplomate Engineers and Magisters.

The course of studies for a bachelor's degree lasts four years. The academic year begins in September and ends in June. It consists of two terms - September to January and February to June. Students attend lectures and practical classes. As a rule, there are three or four periods of lectures and Classes a day with 20 minutes break between them.

During their first two years students take the following subjects: higher mathematics, physics, chemistry, theoretical air-mechanics, descriptive geometry, general geology, mineralogy, geodesy, history, a foreign language (English, French or German). Besides all the students learn to operate a computer.

Students take their tests and exams at the end of each term. After exams students have their holidays or vacations. At the end of the academic year the students of the academy have practical work at mines, mineral dressing plants, geological & geophysical parties. At the end of the final year students present their graduation papers for approval. After getting the Bachelor's degree the graduates have a possibility to continue their education. They can enter a Diplomate Engineer's course or studies

which lasts one academic year or the graduates can take a two-year program of Magister's degree. After defending final papers these graduates can enter the post-graduate courses.

2.3 Систематизация грамматического материала:

1. Образование видовременных форм глагола в активном залоге.

Образование видовременных форм глагола в активном залоге

Present Simple употребляется для выражения:

1. постоянных состояний,
2. повторяющихся и повседневных действий (часто со следующими наречиями: always, never, usually и т.д.). Mr Gibson is a businessman. He lives in New York, (постоянное состояние) He usually starts work at 9 am. (повседневное действие) He often stays at the office until late in the evening, (повседневное действие)
3. непреложных истин и законов природы, The moon moves round the earth.
4. действий, происходящих по программе или по расписанию (движение поездов, автобусов и т.д.). The bus leaves in ten minutes.

Маркерами present simple являются: usually, always и т.п., every day / week / month / year и т.д., on Mondays / Tuesdays и т.д., in the morning / afternoon / evening, at night / the weekend и т.д.

Present Continuous употребляется для выражения:

1. действий, происходящих в момент речи He is reading a book right now.
2. временных действий, происходящих в настоящий период времени, но не обязательно в момент речи She is practising for a concert these days. (В данный момент она не играет. Она отдыхает.)
3. действий, происходящих слишком часто и по поводу которых мы хотим высказать раздражение или критику (обычно со словом "always") "You're always interrupting me!"(раздражение)
4. действия, заранее запланированных на будущее. He is flying to Milan in an hour. (Это запланировано.)

Маркерами present continuous являются: now, at the moment, these days, at present, always, tonight, still и т.д.

Во временах группы **Continuous** обычно **не употребляются** глаголы:

1. выражающие восприятия, ощущения (see, hear, feel, taste, smell), Например: This cake tastes delicious. (Но не: This cake is tasting delicious)
2. выражающие мыслительную деятельность [know, think, remember, forget, recognize(ze), believe, understand, notice, realise(ze), seem, sound и др.],
Например: I don't know his name.
3. выражающие эмоции, желания (love, prefer, like, hate, dislike, want и др.), Например: Shirley loves jazz music.
4. include, matter, need, belong, cost, mean, own, appear, have (когда выражает принадлежность) и т.д. Например: That jacket costs a lot of money. (Но не: That jacket is costing a lot of money.)

Present perfect употребляется для выражения:

1. действий, которые произошли в прошлом в неопределенное время. Конкретное время действия не важно, важен результат, Kim has bought a new mobile phone. (Когда она его купила? Мы это не уточняем, поскольку это не важно. Важно, что у нее есть новый мобильный телефон.)
2. действий, которые начались в прошлом и все еще продолжаются в настоящем, We have been a car salesman since 1990. (Он стал продавцом автомобилей в 1990 году и до сих пор им является.)
3. действий, которые завершились совсем недавно и их результаты все еще ощущаются в настоящем. They have done their shopping. (Мы видим, что они только что сделали покупки, поскольку они выходят из супермаркета с полной тележкой.)

4. Present perfect simple употребляется также со словами "today", "this morning / afternoon" и т.д., когда обозначенное ими время в момент речи еще не истекло. He has made ten photos this morning. (Сейчас утро. Указанное время не истекло.)

К маркерам present perfect относятся: for, since, already, just, always, recently, ever, how long, yet, lately, never, so far, today, this morning/ afternoon / week / month / year и т.д.

Present perfect continuous употребляется для выражения:

1. действий, которые начались в прошлом и продолжаются в настоящее время He has been painting the house for three days. (Он начал красить дом три дня назад и красит его до сих пор.)

2. действий, которые завершились недавно и их результаты заметны (очевидны) сейчас. They're tired. They have been painting the garage door all morning. (Они только что закончили красить. Результат их действий очевиден. Краска на дверях еще не высохла, люди выглядят усталыми.)

Примечание.

1. С глаголами, не имеющими форм группы Continuous, вместо present perfect continuous употребляется present perfect simple. Например: I've known Sharon since we were at school together. (А не: I've been knowing Sharon since we were at school together.)

2. С глаголами live, feel и work можно употреблять как present perfect continuous, так и present perfect simple, при этом смысл предложения почти не изменяется. Например: He has been living/has lived here since 1994.

К маркерам present perfect continuous относятся: for. since. all morning/afternoon/week/day и т.д., how long (в вопросах).

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Put the verbs in brackets into the present simple or the present continuous.

- 1 A: Do you know (you/know) that man over there?
B: Actually, I do. He's Muriel's husband.
- 2 A: Are you doing anything tomorrow evening?
B: Yes. I ... (see) Jack at nine o'clock.
- 3 A: I ... (see) you're feeling better.
B: Yes, I am, thank you.
- 4 A: What's that noise?
B: The people next door ... (have) a party.
- 5 A: Graham ... (have) a new computer.
B: I know. I've already seen it.
- 6 A: This dress (not/fit) me any more.
B: Why don't you buy a new one?
- 7 A: Your perfume ... (smell) nice. What is it?
B: It's a new perfume called Sunshine.
- 8 A: What is Jane doing?
B: She ... (smell) the flowers in the garden.
- 9 A: What ... (you/look) at?
B: Some photos I took during my holidays. They aren't very good, though.
- 10 A: You ... (look) very pretty today.
B: Thank you. I've just had my hair cut.
- 11 A: I ... (think) we're being followed.
B: Don't be silly! It's just your imagination.
- 12 A: Is anything wrong?
B: No. I ... (just/think) about the party tonight.
- 13 A: This fabric ... (feel) like silk.
B: It is silk, and it was very expensive.
- 14 A: What are you doing?

- B: I ... (feel) the radiator to see if it's getting warm.
- 15 A: She ... (be) generous, isn't she?
B: Yes, she has never been a mean person.
- 16 A: He ... (be) very quiet today, isn't he?
B: Yes, I think he has some problems.
- 17 A: Would you like some cherries?
B: Yes, please. I ... (love) cherries. They're my favourite fruit.
- 18 A: I'm sorry, but I ... (not understand) what you mean.
B: Shall I explain it again?
- 19 A: The children are making lots of noise today.
B: I know, but they ... (have) fun.
- 20 A: This cake ... (taste) awful.
B: I think I forgot to put the sugar in it!

2. Fill in the gaps with recently, how long, yet, for, always, ever, already, since, so far or just.

Sometimes more than one answer is possible.

- 1 A: Has Tom finished his exams ...yet...?
B: No. He finishes them next Thursday.
- 2 A: ... has Janet been working at the hospital?
B: She has been working there ... she left school.
- 3 A: How are you finding your new job?
B: Great. I haven't had any problems
- 4 A: Is John at home, please?
B: No, I'm afraid he's ... gone out.
- 5 A: Have you been waiting long?
B: Yes, I've been here ... two hours.
- 6 A: Has Martin ... been to Spain?
B: No. I don't think so.
- 7 A: Have you spoken to Matthew ... ?
B: Yes. I phoned him last night.
- 8 A: Can you do the washing-up for me, please?
B: Don't worry. Mike has ... done it.
- 9 A: Lucy has ... been musical, hasn't she?
B: Yes, she started playing the piano when she was five years old.
- 10 A: Shall we go to that new restaurant tonight?
B: Yes. I have ... been there. It's really nice.
- 11 A: Your dog's been barking ... three hours!
B: I'm sorry. I'll take him inside.
- 12 A: Have you finished reading that book yet?
B: No. I've ... started it.

3. Put the verbs in brackets into the present perfect or continuous, using short forms where appropriate.

- 1 A: How long ...*have you known*... (you/know) Alison?
B: We ... (be) friends since we were children.
- 2 A: Who ... (use) the car?
B: I was. Is there a problem?
- 3 A: What are Andrew and David doing?
B: They ... (work) in the garden for three hours.
- 4 A: Why is Sally upset?
B: She ... (lose) her bag.
- 5 A: I ... (always/believe) that exercise is good for you.

- B: Of course, it's good to keep fit.
- 6 A: Emily ... (teach) maths since she left university.
B: Yes, and she's a very good teacher, too.
- 7 A: Fred ... (open) a new shop.
B: Really? Where is it?
- 8 A: This pie is delicious.
B: Is it? I ... (not/taste) it yet.
- 9 A: Have you found your umbrella yet?
B: No, I ... (look) for it for an hour now.
- 10 A: You look exhausted.
B: Well, I ... (clean) the windows since 8 o'clock this morning.
- 11 A: Can I have some more lemonade, please?
B: Sorry, your brother ... (just/drink) it all.
- 12 A: Have you got new neighbours?
B: Yes, they ... (just/move) to the area.

4. Put the verbs in brackets into the present perfect or the present perfect continuous.

Dear Connie,

I hope you are enjoying yourself at university. I'm sure you 1)...*'ve been studying...* (study) hard. Everything is fine here at home. Billy 2) ... (just/receive) his school report. It was bad, as usual. He 3) ... (decide) to leave school next year and find a job. Fiona 4) ... (go) to the gym every day for the past two weeks. She 5) ... (try) to get in shape for the summer. She 6) ... (already/plan) her holiday in the sun. Your father 7) ... (sell) the old car and he 8) ... (buy) a new one. It's lovely — much nicer than the old one.

Anyway, write soon.

Love, Mum

5. Fill in the gaps with have/has been (to) or have/has gone (to).

- Jack: Hi, Jill. Where's Paul?
- Jill: Oh, he 1) ...*has gone to...* London for a few days.
- Jack: Really! I 2) ... London recently. I came back yesterday. 3) ... you ... there?
- Jill: No, I haven't. Paul 4) ... twice before, though. Where's Sarah?
- Jack: She 5) ... Spain for two weeks with her parents. They 6) ... there to visit some friends.
- Jill: When is she coming back?
- Jack: They'll all be back next weekend.

6. Choose the correct answer.

- 1 'What time does the train leave?'
'I think it ..A... at 2 o'clock.'
A leaves
B has been leaving
C has left
- 2 'Where are Tom and Pauline?'
They ... e supermarket.'
A have just gone
B have been going
C go
- 3 'What is Jill doing these days?'
She ... for a job for six months.'
A is looking
B has been looking
C looks

- 4 Is Mandy watching TV?'
No. She ... her homework right now.'
A is always doing
B is doing
C does
- 5 'Have you been for a walk?'
'Yes. I often ... for walks in the evenings.'
A have gone
B am going
C go
- 6 'Have you seen any films lately?'
'Yes. Actually, I ... two this week.'
A have seen
B am seeing
C see
- 7 'What ... ?'
'It's a piece of cherry pie. Mum made it yesterday.'
A are you eating
B do you eat
C have you eaten
- 8 'Are you going on holiday this summer?'
'Yes. I ... enough money.'
A am saving
B have already saved
C save
- 9 'Is Todd reading the newspaper?'
'No. He ... dinner at the moment.'
A has been making
B makes
C is making
- 10 'Have you bought any new CDs recently?'
'Yes. Actually, I ... two this week.'
A have bought
B have been buying
C am buying
- 11 'What time does the play start?'
'I think it ... at 8 o'clock.'
A has been starting
B starts
C has started
- 12 'Where is Mark?'
'He ... to the library to return some books.'
A has gone
B has been
C is going
- 13 'What ... ?'
'It's a letter to my pen-friend. I'm telling her my news.'
A have you written
B do you write
C are you writing

7. Underline the correct tense.

1. Liz and I are good friends. We **know/have known** each other for four years.
2. Sarah is very tired. She **has been working / is working** hard all day.
3. Where is John? 'He's upstairs. He **does/is doing** his homework.'
4. I can't go to the party on Saturday. I **am leaving/ have been leaving** for Spain on Friday night.
5. Jane **has finished/is finishing** cleaning her room, and now she is going out with her friends.
6. I didn't recognise Tom. He **looks/is looking** so different in a suit.
7. I don't need to wash my car. Jim **washes/has washed** it for me already.
8. Ian **has been talking/is talking** to his boss for an hour now.
9. Claire's train **arrives/has arrived** at 3 o'clock. I must go and meet her at the station.
10. 'Would you like to borrow this book?' 'No, thanks. I **have read/have been reading** it before.'
11. 'Where **are you going/do you go**?' To the cinema. Would you like to come with me?'
12. Have you seen my bag? I **am searching/have been searching** for it all morning.
13. 'Is Colin here?' 'I don't know. I **haven't seen/ haven't been seeing** him all day.'
14. Sophie is very clever. She **is speaking/speaks** seven different languages.
15. We **are moving/have moved** house tomorrow. Everything is packed.

8. Put the verbs in brackets into the correct tense.

- 1 Who ...*has been using* ... (use) my toothbrush?
- 2 'What ... (you/do)?' 'I ... (write) a letter.'
- 3 Samantha ... (play) tennis with friends every weekend.
- 4 Tim and Matilda ... (be) married since 1991.
- 5 Uncle Bill ... (just/decorate) the bathroom.
- 6 Pauline and Tom ... (sing) in the school choir twice a week.
- 7 Who ... (you/speak) to?
- 8 Sarah is very happy. She ... (win) a poetry competition.
- 9 He ... (drink) two cups of coffee this morning.
- 10 My friend ... (live) in America at the moment.
- 11 They ... (usually/change) jobs every five years.
- 12 I ... (normally/cut) my hair myself.
- 13 Linda ... (study) in the library for three hours.
- 14 We ... (play) in a concert next weekend.
- 15 Who ... (read) my diary?
- 16 Tim ... (leave) the house at 7 o'clock every morning.
- 17 ... (your mother/work) in a bank?
- 18 ... (you/drink) coffee with your breakfast every day?
- 19 We ... (make) plans for our summer holidays right now.
- 20 They... (move) house in September.

9. Put the verbs in brackets into the correct tense.

- 1 A: What ...*are you doing*... (you/do)?
B: Nothing. I ... (just/finish) my lunch.
- 2 A: Where ... (you/be) all morning?
B: I ... (clean) my house since 8 o'clock.
- 3 A: ... (you/do) anything next weekend?
B: No, I ... (not/make) any plans yet.
- 4 A: Jane looks great. ... (she/lose) weight?
B: Yes, she ... (exercise) a lot recently.
- 5 A: ... (be/you) busy right now?
B: Yes, I ... (just/start) typing this report.
- 6 A: Where is Peter?
B: He ... (wash) the car at the moment.
- 7 A: Who ... (be) your favourite actor?

- B: I ... (like) Sean Connery since I was a child.
8 A: ... (you/do) your homework yet?
B: Almost; I ... (do) it now.

10. Put the verbs in brackets into the correct tense.

Dear Nick,

This is just a short note to tell you I 1) ...'m arriving/arrive... (arrive) at the airport at 5 pm on Saturday, 10th December. I 2) ... (be) very busy recently, and that's why I 3) ... (not/write) to you for a while. I 4) ... (plan) this trip for months, so now I 5) ... (look forward) to spending some time with you and your family. I 6) ... (hope) you will be able to meet me at the airport. Please give my love to your wife and the children.

See you soon,
James

Past simple употребляется для выражения:

1. действий, произошедших в прошлом в определенное указанное время, то есть нам известно, когда эти действия произошли, They graduated four years ago. (Когда они закончили университет? Четыре года назад. Мы знаем время.)

2. повторяющихся в прошлом действий, которые более не происходят. В этом случае могут использоваться наречия частоты (always, often, usually и т.д.), He often played football with his dad when he was five. (Но теперь он уже не играет в футбол со своим отцом.) Then they ate with their friends.

3. действий, следовавших непосредственно одно за другим в прошлом.
They cooked the meal first.

4. Past simple употребляется также, когда речь идет о людях, которых уже нет в живых.
Princess Diana visited a lot of schools.

Маркерами past simple являются: yesterday, last night / week / month / year I Monday и т.д., two days I weeks I months I years ago, then, when, in 1992 и т.д.

People used to dress differently in the past. Women used to wear long dresses. Did they use to carry parasols with them? Yes, they did. They didn't use to go out alone at night.

• **Used to** (+ основная форма глагола) употребляется для выражения привычных, повторявшихся в прошлом действий, которые сейчас уже не происходят. Эта конструкция не изменяется по лицам и числам. Например: Peter used to eat a lot of sweets. (= Peter doesn't eat many sweets any more.) Вопросы и отрицания строятся с помощью did / did not (didn't), подлежащего и глагола "use" без -d.

Например: Did Peter use to eat many sweets? Mary didn't use to stay out late.

Вместо "used to" можно употреблять past simple, при этом смысл высказывания не изменяется. Например: She used to live in the countryside. = She lived in the countryside.

Отрицательные и вопросительные формы употребляются редко.

Past continuous употребляется для выражения:

1. временного действия, продолжавшегося в прошлом в момент, о котором мы говорим. Мы не знаем, когда началось и когда закончилось это действие, At three o'clock yesterday afternoon Mike and his son were washing the dog. (Мы не знаем, когда они начали и когда закончили мыть собаку.)

2. временного действия, продолжавшегося в прошлом (longer action) в момент, когда произошло другое действие (shorter action). Для выражения второго действия (shorter action) мы употребляем past simple, He was reading a newspaper when his wife came, (was reading = longer action: came = shorter action)

3. двух и более временных действий, одновременно продолжавшихся в прошлом. The people were watching while the cowboy was riding the bull.

4. Past continuous употребляется также для описания обстановки, на фоне которой происходили события рассказа (повествования). The sun was shining and the birds were singing. Tom was driving his old truck through the forest.

Маркерами past continuous являются: while, when, as, all day / night / morning и т.д.
when/while/as + past continuous (longer action) when + past simple (shorter action)

Past perfect употребляется:

1. для того, чтобы показать, что одно действие произошло раньше другого в прошлом. При этом то действие, которое произошло раньше, выражается past perfect simple, а случившееся позже - past simple,

They had done their homework before they went out to play yesterday afternoon. (=They did their homework first and then they went out to play.)

2. для выражения действий, которые произошли до указанного момента в прошлом,
She had watered all the flowers by five o'clock in the afternoon.
(=She had finished watering the flowers before five o'clock.)

3. как эквивалент present perfect simple в прошлом. То есть, past perfect simple употребляется для выражения действия, которое началось и закончилось в прошлом, а present perfect simple - для действия, которое началось в прошлом и продолжается (или только что закончилось) в настоящем. Например: Jill wasn't at home. She had gone out. (Тогда ее не было дома.) ЛИ isn't at home. She has gone out. (Сейчас ее нет дома.)

К маркерам past perfect simple относятся: before, after, already, just, till/until, when, by, by the time и т.д.

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Put the verbs in brackets into the past simple or the past continuous. Which was the longer action in each sentence?

1. They ...were cleaning... (clean) the windows when it ...started... (start) to rain.

Cleaning the windows was the longer action.

2. As he ... (drive) to work, he ... (remember) that his briefcase was still at home.

3. Melanie ... (cook) dinner when her husband ... (come) home.

4. I ... (hear) a loud crash as I ... (sit) in the garden.

5. She ... (type) a letter when her boss ... (arrive).

6. While the dog ... (dig) in the garden, it ... (find) a bone.

7. Mary ... (ride) her bicycle when she ... (notice) the tiny kitten.

8. While I ... (do) my homework, the phone ... (ring).

2. A policeman is asking Mrs Hutchinson about a car accident she happened to see yesterday. Put the verbs in brackets into the past simple or the past continuous.

P: What 1) ...were you doing... (you/do) when you 2) ... (see) the accident, madam?

H: I ... (walk) down the street.

P: What exactly 4) ... (you/see)?

H: Well, the driver of the car 5)... (drive) down the road when suddenly the old man just 5) ... (step) in front of him! It 6) ... (be) terrible!

P: 8) ... (the driver/speed)?

H: No, not really, but the old man 9) ... (not/look) both ways before he ... (try) to cross the road.

P: 11) ... (anyone else/see) the accident?

H: Yes, the lady in the post office.

P: Thank you very much.

3. Put the verbs in brackets into the past simple or the past continuous.

A As soon as Margaret 1) ...got... (get) off the train, she 2) ... (pull) her coat around her. Rain 3) ... (fall) heavily and a cold wind 4) ... (blow) across the platform. She 5) ... (look) around, but no one 6)

... (wait) to meet her. She 7) ... (turn) to leave when she 8) ... (hear) footsteps. A man 9) ... (walk) towards her. He 10) ... (smile) at her, then he 11) ... (say), 'You're finally here.'

B George 1) ... (pick) up his bag then, 2) ... (throw) it over his shoulder. It 3) ... (get) dark and he 4) ... (have) a long way to go. He wished that he had let someone know that he was coming. It 5) ... (start) to rain, and he was feeling cold and tired from the long journey. Suddenly, he 6) ... (hear) a noise, then he 7) ... (see) two bright lights on the road ahead. A car 8) ... (head) towards him. It slowed down and finally 9) ... (stop) beside him. A man 10) ... (sit) at the wheel. He 11) ... (open) the door quickly and 12) ... (say) 'Get in, George.'

C Andy 1) ... (step) into the house and 2) ... (close) the door behind him. Everything 3) ... (be) quiet. His heart 4) ... (beat) fast and his hands 5) ... (shake) as he crept silently into the empty house, but he was trying not to panic. He soon 6) ... (find) what he 7) ... (look) for. He smiled with relief as he put on the clothes. The men who 8) ... (follow) him would never recognise him now.

4. Imagine that you were present when these things happened, then, in pairs, ask and answer questions, as in the example.

SA: What were you doing when the burglar broke in?

SB: I was watching TV.

SA: What did you do?

SB: I called for help.

1 The burglar broke in.

2 The storm broke.

3 The lights went out.

4 The boat overturned.

5 The earthquake hit.

6 The building caught fire.

5. Rewrite each person's comment using used to or didn't use to.

1 Sally - 'I don't walk to work any more.'

I used to walk to work.

2 Gordon - 'I've got a dog now.'

3 Lisa - 'I don't eat junk food any more.'

4 Jane - 'I go to the gym every night now.'

5 Paul - 'I'm not shy any more.'

6 Edward - 'I live in a big house now.'

7 Helen - 'I haven't got long hair any more.'

8 Frank - 'I eat lots of vegetables now.'

6. Choose the correct answer.

1 'I find it hard to get up early.'

'You ...3... to getting up early once you start working.'

A are used

B will get used

C were used

2 'Do you often exercise now?'

'No, but I ... to exercise a lot when I was at school.'

A used

B will get used

C am used

3 'Aren't you bothered by all that noise?'

'No, we ... to noise. We live in the city centre.'

A were used

B will get used

- C are used
- 4 'Does your sister travel a lot?'
'No, but she ... to before she got married.'
A didn't use
B used
C wasn't used
- 5 'I don't like wearing a suit every day.'
'Don't worry, you ... to it very soon.'
A are used
B will get used
C were used
- 6 'Sandra ... to using a computer, but now she enjoys it.'
'It's a lot easier for her now.'
A isn't used
B will get used
C wasn't used
- 7 'Do you remember the things we ... to do when we were kids?'
'Of course I do. How could I forget what fun we had!'
A used
B were used
C got used
- 8 'Do you like living in the city?'
'Well, I ... to it yet, but it's okay.'
A am not used
B wasn't used
C am used

7. Fill in the gaps with one of the verbs from the list in the correct form. Use each verb twice.

wash, walk, play, work

- 1 I used to ...*work*... in a shop, but now I work in an office.
- 2 I can't concentrate. I'm not used to ... in such a noisy office.
- 3 Tom lived in the country for years. He used to ... miles every day.
- 4 I'm exhausted. I'm not used to ... such long distances.
- 5 Mary used to ... her clothes by hand, but now she uses a washing machine.
- 6 We haven't got a washing machine, so we're used to ... our clothes by hand.
- 7 The children are bored with the bad weather. They're used to ... outside.
- 8 When we were younger, we used to ... cowboys and Indians.

8. Put the verbs in brackets into the past simple or the present perfect.

1. A: Do you know that man?
B: Oh yes. He's a very good friend of mine. I 1) ...*'ve known*... (know) him for about ten years.
A: I think I 2) ... (meet) him at a business meeting last month.
2. A: Mum 1) ... (lose) her purse.
B: Where 2) ... (she/lose) it?
A: At the supermarket while she was shopping.
3. A: Who was on the telephone?
B: It 1) ... (be) Jane.
A: Who is Jane?
B: Someone who 2) ... (work) in my office for a few years. She's got a new job now, though.

4. A: Who is your favourite singer?

B: Freddie Mercury. He 1) ... (have) a wonderful voice.

A: Yes, I agree. He 2) ... (enjoy) performing live, too.

9. Fill in the gaps with one of the verbs from the list in the past perfect continuous.

read, scream, argue, try, eat, watch

1. Emily was angry. She ...*had been arguing*... with her parents for an hour.

2. Hannah felt sick. She ... chocolates all afternoon.

3. Allan had a headache. His baby sister ... for half an hour.

4. Emily was frightened. She ... a horror film for half an hour.

5. Simon was confused. He ... to win the game for hours.

6. John was very tired. He ... all night.

10. Put the verbs in brackets into the correct past tense.

A: On Monday morning, Jo 1) ... *missed*... (miss) the bus and had to walk to school. When she 2) ... (arrive), the bell 3) ... (already/ring)', and lessons 4) ... (start). The children 5) ... (work) quietly when Jo 6) ... (walk) into the classroom.

B: When Jamie 1) ... (get) to the party, a lot of people 2) ... (dance) to pop music. Everyone 3) ... (wear) jeans and T-shirts. Jamie 4) ... (buy) a new suit for the party and he 5) ... (wear) that. He 6) ... (feel) quite silly because everyone 7) ... (look) at him.

Future simple употребляется:

1. для обозначения будущих действий, которые, возможно, произойдут, а возможно, и нет, We'll visit Disney World one day.

2. для предсказаний будущих событий (predictions), Life will be better fifty years from now.

3. для выражения угроз или предупреждений (threats / warnings), Stop or I'll shoot.

4. для выражения обещаний (promises) и решений, принятых в момент речи (on-the-spot decisions), I'll help you with your homework.

5. с глаголами hope, think, believe, expect и т.п., с выражениями I'm sure, I'm afraid и т.п., а также с наречиями probably, perhaps и т.п. / think he will support me. He will probably go to work.

К маркерам future simple относятся: tomorrow, the day after tomorrow, next week I month / year, tonight, soon, in a week / month year и т.д.

ПРИМЕЧАНИЕ

Future simple не употребляется после слов while, before, until, as soon as, after, if и when в придаточных предложениях условия и времени. В таких случаях используется present simple. Например: I'll make a phone call while I wait for you. (А не:... while I will wait for you.) Please phone me when you finish work.

В дополнительных придаточных предложениях после "when" и "if" возможно употребление future simple. Например: I don't know when I if Helen will be back.

He is going to throw the ball.

Be going to употребляется для:

1. выражения заранее принятых планов и намерений на будущее,

Например: Bob is going to drive to Manchester tomorrow morning.

2. предсказаний, когда уже есть доказательства того, что они сбудутся в близком будущем. Например: Look at that tree. It is going to fall down.

We use the future continuous:

a) for an action which will be in progress at a stated for an action which will be future time.

This time next week, we'll be cruising round the islands.

b) for an action which will definitely happen in the future as the result of a routine or arrangement. *Don't call Julie. I'll be seeing her later, so I'll pass the message on.*

c) when we ask politely about someone's plans for the near future (what we want to know is if our wishes fit in with their plans.) *Will you be using the photocopier for long?*

No. Why?

I need to make some photocopies.

We use the **future perfect**:

1. For an action which will be finished before a stated future time. *She will have delivered all the newspapers by 8 o'clock.*

2. The future perfect is used with the following time expressions: before, by, by then, by the time, until/till.

We use the **future perfect continuous**:

1. to emphasize the duration of an action up to a certain time in the future. *By the end of next month, she will have been teaching for twenty years.*

The future perfect continuous is used with: by... for.

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Tanya Smirnoff is a famous astrologer. She's been invited on a TV show to give her astrological predictions for next year. Using the prompts below, make sentences, as in the example.

e.g. *An early earthquake will strike Asia.*

- 1 earthquake/strike/Asia
- 2 Tom Murray/win/elections
- 3 economy/not improve/significantly
- 4 number of road accidents/increase
- 5 America/establish/colony/on Mars
- 6 scientists/not discover/cure for common cold

2. In pairs, ask and answer questions using the prompts below, as in the examples.

SA: Are you going to pay the bill?

SB: Yes, that's what I'm going to do.

SA: Are you going to complain to the manager?

SB: No, that's not what I'm going to do.

1. pay the bill (✓)
2. complain to the manager (X)
3. take the skirt back to the shop (✓)
4. buy the jumper (✓)
5. ask the bank manager for a loan (X)
6. order the food (✓)
7. book the airline tickets (X)

3. Fill in the gaps with the correct form of will or be going to and the verb in brackets.

- 1 A: Why are you buying flour and eggs?
B: Because I ...'m going to make... (make) a cake.
- 2 A: I have decided what to buy Mum for her birthday.
B: Really. What ... (you/buy) for her?
- 3 A: Did you ask Jackie to the party?
B: Oh no! I forgot! I ... (ask) her tonight.
- 4 A: Could I speak to Jim, please?
B: Wait a minute. I ... (get) him for you.
- 5 A: What are your plans for the weekend?

- B: I ... (spend) some time with my friends.
 6 A: What are you doing on Friday night?
 B: Oh, I ... (probably/stay) at home with my family.
 7 A: Have you tidied your room yet?
 B: No, but I promise I ... (do) it this afternoon.
 8 A: Look at that boy!
 B: Oh yes! He ... (climb) the tree.
 9 A: Jason is very clever for his age.
 B: Yes. He says he ... (become) a doctor when he grows up.
 10 A: I'm too tired to cut the grass.
 B: Don't worry! I (cut) it for you.

4. Fill in the gaps with shall, will or the correct form of be going to.

- 1 A: It's too hot in here.
 B: You're right. I ...*will*... open a window.
 2 A: ... I put the baby to bed, now?
 B: Yes, he looks a little tired.
 3 A: Have you seen Lucy recently?
 B: No, but I ... meet her for lunch later today.
 4 A: Have you done the shopping yet?
 B: No, but I ... probably do it tomorrow, after work.
 5 A: ... we ask Mr Perkins for help with the project?
 B: That's a good idea. Let's ask him now.

5. Replace the words in bold with will/won't or shall I/we, as in the example.

- 1 I've asked Paul to talk to the landlord, but he **refuses to** do it.
I've asked Paul to talk to the landlord, but he won't do it.
 2 **Do you want me** to make a reservation for you?
 3 **Can** you call Barry for me, please?
 4 **Why don't we** try this new dish?
 5 Where **do you want me** to put these flowers?

6. In pairs, ask and answer questions using the prompts below, as in the example.

- SA: *When will you do the gardening?*
 SB: *I'll do it after I've done the shopping.*
 1 do the gardening / do the shopping
 2 post the letters / buy the stamps
 3 iron the clothes / tidy the bedroom
 4 water the plants / make the bed
 5 do your homework / have my dinner
 6 pay the bills / take the car to the garage

7. Put the verbs in brackets into the present simple or the future simple.

- 1 A: I'm going to the gym tonight.
 B: Well, while you ...*are*... (be) there, I ... (do) the shopping.
 2 A: ... (you/call) me when you ... (get) home?
 B: Yes, of course.
 3 A: As soon as John ... (come) in, tell him to come to my office.
 B: Certainly, sir.
 4 A: I'm exhausted.
 B: Me too. I wonder if David ... (come) to help tonight.
 5 A: Are you going to visit Aunt Mabel this afternoon?

- B: Yes, I ... (visit) her before I ... (do) the shopping.
 6 A: Is George going to eat dinner with us?
 B: No, by the time he ... (get) home it ... (be) very late.
 7 A: When ... (you/pay) the rent?
 B: When I ... (get) my pay cheque.
 8 A: What are your plans for the future?
 B: I want to go to university after I ... (finish) school.
 9 A: If you ... (pay) for dinner, I ... (pay) for the theatre.
 B: Okay, that's a good idea.
 10 A: Can you give this message to Mike, please?
 B: Well, I'll try, but I doubt if I ... (see) him today.

8. Put the verbs in brackets into the future simple, the present simple or the present continuous.

- 1 A: I ...*am seeing*... (see) Roger at seven o'clock tonight.
 B: Really? I thought he was out of town.
 2 A: ... (you/do) anything on Friday morning?
 B: No, I'm free.
 3 A: I ... (go) to the cinema. There's a new film on. Do you want to come with me?
 B: What time ... (the film/start)?
 4 A: Helen ... (have) a party the day after tomorrow. ... (you/go)?
 B: As a matter of fact, I haven't been invited.
 5 A: The new exhibition ... (open) on April 3rd and ... (finish) on May 31st.
 B: I know. I ... (go) on the first day.
 6 A: Aunt Maggie ... (come) to visit us tomorrow.
 B: I know. What time ... (she/arrive)?
 7 A: Excuse me, what time ... (the train/leave)?
 B: At half past three, madam.
 8 A: Michael Jackson ... (give) a concert at the Olympic Stadium next week.
 B: I know. I ... (want) to get a ticket.
 9 A: I'm really thirsty.
 B: I ... (get) you a glass of water.
 10 A: Are you looking forward to your party?
 B: Yes. I hope everyone ... (enjoy) it.
 11 A: How old is your sister?
 B: She .. (be) twelve next month.
 12 A: What are you doing tonight?
 B: I ... (probably/watch) TV after dinner.

9. A) Cliff Turner has his own business and it is doing well. He has already decided to expand. Look at the prompts and say what he is going to do, as in the example.

1. employ more staff
He's going to employ more staff.
2. advertise in newspapers and magazines
3. equip the office with computers
4. increase production
5. move to bigger premises
6. open an office abroad

B) Cliff is always busy. Look at his schedule and say what his arrangements are for the next few days. Make sentences, as in the example.

Wednesday 12th: fly to Montreal

He is flying to Montreal on Wednesday.

Thursday 13th: give an interview to The Financial Times

Friday 14th: have lunch with sales representatives

Saturday 15th: have a meeting with Japanese ambassador

Sunday 16th: play tennis with Carol

10. In Pairs, ask and answer the following questions using *I (don't) think/expect I will or I hope /'m sure/'m afraid I will/won't*, as in the example.

SA: *Do you think you will pass your exams?*

SB: *I hope I will/I'm afraid I won't.*

1 pass/exams

2 move house

3 take up / new hobby

4 make / new friends

5 start having music lessons

6 have / party on / birthday

7 learn/drive

ТЕМА 3. Социально-культурная сфера общения (Я и моя страна. Я и мир)

Тематика общения:

1. Екатеринбург – столица Урала.
2. Общее и различное в национальных культурах.

Проблематика общения:

1. Мой родной город.
2. Традиции и обычаи стран изучаемого языка.
3. Достопримечательности стран изучаемого языка.

3.1 Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

My town

a building – здание
downtown – деловой центр города
town outskirts – окраина города
a road – дорога
an avenue – проспект
a pavement/a sidewalk - тротуар
a pedestrian – пешеход
a pedestrian crossing – пешеходный переход
traffic lights – светофор
a road sign – дорожный знак
a corner – угол
a school - школа
a kindergarten – детский сад
a university - университет
an institute – институт
an embassy - посольство
a hospital - больница
a shop/a store/a shopping centre/a supermarket – магазин, супермаркет
a department store – универсам
a shopping mall/centre – торговый центр
a food market – продуктовый рынок
a greengrocery – фруктово-овощной магазин
a chemist's/a pharmacy/a drugstore - аптека
a beauty salon – салон красоты
a hairdressing salon/a hairdresser's - парикмахерская
a dental clinic/a dentist's – стоматологическая клиника
a vet clinic – ветеринарная клиника
a laundry – прачечная
a dry-cleaner's – химчистка
a post-office – почтовое отделение
a bank – банк
a cash machine/a cash dispenser - банкомат
a library – библиотека
a sight/a place of interest - достопримечательность
a museum – музей
a picture gallery – картинная галерея
a park – парк
a fountain – фонтан
a square – площадь
a monument/a statue – памятник/статуя
a river bank – набережная реки

a beach – пляж
 a bay - залив
 a café – кафе
 a restaurant – ресторан
 a nightclub – ночной клуб
 a zoo - зоопарк
 a cinema/a movie theatre - кинотеатр
 a theatre – театр
 a circus - цирк
 a castle - замок
 a church – церковь
 a cathedral – собор
 a mosque - мечеть
 a hotel – отель, гостиница
 a newsagent's – газетный киоск
 a railway station – железнодорожный вокзал
 a bus station - автовокзал
 a bus stop – автобусная остановка
 an underground (metro, subway, tube) station – станция метро
 a stadium – стадион
 a swimming-pool – плавательный бассейн
 a health club/a fitness club/a gym – тренажерный зал, фитнес клуб
 a playground – игровая детская площадка
 a plant/a factory – завод/фабрика
 a police station – полицейский участок
 a gas station/a petrol station – заправочная автостанция, бензоколонка
 a car park/a parking lot - автостоянка
 an airport - аэропорт
 a block of flats – многоквартирный дом
 an office block – офисное здание
 a skyscraper - небоскреб
 a bridge – мост
 an arch – арка
 a litter bin/a trash can – урна
 a public toilet – общественный туалет
 a bench - скамья

3.2 Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

Ekaterinburg – an Industrial Centre

Ekaterinburg is one of the leading industrial centres of Russia. There are over 200 industrial enterprises of all-Russia importance in it. The key industry is machine-building. The plants of our city produce walking excavators, electric motors, turbines, various equipment for industrial enterprises.

During the Great Patriotic War Sverdlovsk plants supplied the front with arms and munitions and delivered various machinery for restoration of Donbass collieries and industrial enterprises of the Ukraine.

The biggest plants of our city are the Urals Heavy Machine Building Plant (the Uralmash), the Urals Electrical Engineering Plant (Uralelectrotyazhmash), the Torbomotorny Works (TMZ), the Chemical Machinery Building Works (Chimmash), the Verkh Iset Metallurgical Works (VIZ) and many others.

The Urals Heavy Machinery Building Plant was built in the years of the first five-year plan period. It has begun to turn out production in 1933. The machines and equipment produced by the Uralmash have laid the foundation for the home iron and steel, mining and oil industries. The plant

produces walking excavators and draglines, drilling rigs for boring super-deep holes, crushing and milling equipment for concentrators. The plant also produces rolling-mills, highly efficient equipment for blast furnaces, powerful hydraulic presses and other machines. The trade mark of the Uralmash is well-known all over the world.

The Electrical Engineering plant was put into operation in 1934. At the present time it is a great complex of heavy electrical machine-building. It produces powerful hydrogenerators, transformers, air and oil switches, rectifiers & other electrical equipment. Besides, it is one of the main producers of high-voltage machinery.

The Turbo-Motorny Works produces turbines & diesel motors for powerful trucks. The turbines manufactured by this plant are widely known not only in our country, but also abroad. The plant turned out its first turbines in 1941.

The Urals Chemical Works, the greatest plant in the country, produces machinery for the chemical industry. It also produces vacuum- filters used in different branches of oil industry.

The Verkh-Iset Metallurgical Works the oldest industrial enterprise in Ekaterinburg is now the chief producer of high grade transformer steel in the country.

Now complex mechanization & automation of production processes are being used at all industrial enterprises of Ekaterinburg. Its plants make great contribution to the development of our country's national economy.

The History of Ekaterinburg

The famous Soviet poet V. Mayakovsky called our city "A Worker and a Fighter" and these words most fully reflect the features of Ekaterinburg.

Ekaterinburg is nowadays one of the leading industrial cities of Russia, an administrative & cultural centre of the Sverdlovsk region. It is the capital of the Urals.

Ekaterinburg has sprung up in the upper reaches of the Iset River in the middle part of the Urals Mountains near the border of Europe and Asia. It stretches from North to South for 25 km. and 15 km. from East to West.

The history of our city is very interesting. It was founded at the beginning of the XVIII century as a fortress-factory in connection with the construction of the Urals iron works. The works was constructed under the supervision of Tatishchev, a mining engineer, who was sent to the Urals by Peter the first. It was put into operation in November 1723. This date is considered to be the date of the birthday of city. It was named Ekaterinburg. On the place of the first works there is the Historical Square now.

The town grew and developed as the centre of an important mining area where the mining administration office was located. Ekaterinburg was an ordinary provincial town like many others in Russia before the October Revolution. It had only one theatre, four hospitals, one mining school and not a single higher school.

At the end of the XIX century Ekaterinburg became one of the centres of the revolutionary struggle. Many squares, streets and houses of the city keep the memory of the revolutionary events and the Civil War in the Urals. They are: the 1905 Square, a traditional place of the revolutionary demonstrations of the working people, the rocks "Kamenniye Palatki", a memorial park now, which was the place of illegal meetings of Ekaterinburg workers, the Opera House where the Soviet power was proclaimed in November 8, 1917 and many others.

Ekaterinburg is closely connected with the life and activities of many famous people. Here Y.M. Sverdlov, the leader of the Urals Party organization before the Revolution and the first President of the Soviet state, carried out his revolutionary work. In 1924 Ekaterinburg was renamed in his memory.

The name of such a famous scientist and inventor of the radio as Popov, and the names of such writers as Mamin-Sibiriyak and Bazhov are also connected with Ekaterinburg.

After the October Socialist Revolution the town has changed beyond recognition. It grew quickly in the years of the first five-year plan periods. Nowadays our city is constantly growing and

developing. Modern Ekaterinburg is a city of wide straight streets, multistoried blocks of flats, big shops, beautiful palaces of culture, cinemas, fine parks and squares.

The centre of the city is 1905 Square with the monument to V.I. Lenin and the building of the City Soviet. The main street is Lenin Avenue. The total area of the city is over 400 sq. km. The population is about two million.

In connection with its 250th anniversary and for its outstanding achievements in the development of the national economy of our country Ekaterinburg was awarded the Order of Lenin.

Ekaterinburg – a Center of Science & Education

Ekaterinburg is one of the largest & most important centers of science & education in our country. The city has 15 higher schools. The oldest of them are the Mining & the Polytechnical Institutes, the Urals State University founded in 1920, the Medical & Pedagogical & many others. Ekaterinburg higher schools train specialists for practically all branches of industry, economy, education & science. The city has a student population of about 80 thousand. Besides, there are many secondary and vocational schools and over 50 technical schools (colleges). The oldest of them is the Mining Metallurgical College named after Polzunov, founded in 1847.

Much important scientific research work is carried on in Ekaterinburg. The Urals Branch of Sciences, now called the Urals Scientific Centre (UNZ), was founded in 1932. Its first chairman was the famous Soviet scientist, mineralogist and geochemist A.E. Fersman. UNZ is the main centre of scientific work now. It contains nine institutes which solve the most important theoretical and practical problems in the field of geology, mining, metallurgy, biology, economy and others.

The city has more than 120 research and designing institutions, among them Uralmechanobr, Unipromed, Nipigormash and others. It is worth mentioning that important scientific and research work is also carried on in educational establishments and at the industrial enterprises of the city, such as the Uralmash, Uralelectrotyazmash and others.

Thousands of research workers, among them 5 academicians, 10 Corresponding members of the Russian Academy of Sciences, many Doctors and Masters of Science are engaged in scientific and research work. Ekaterinburg has contributed greatly to the development of Russian science.

Ekaterinburg - a Cultural Centre

Ekaterinburg is not only an industrial and educational, but also a large cultural centre. There is a lot to be seen in the city. There are many theatres, cinemas, museums, clubs, libraries, palaces of culture, the Art Gallery and the Circus in it.

The Art Gallery houses a splendid collection of paintings of Russian and Soviet artists such as Repin, Polenov, Levitan, Perov, Slusarev, Burak, Pimenov and many others. Here you will see one of the world famous collections of metal castings made in Kasli and especially a cast Iron pavilion. It was shown in Paris at the World Exhibition and awarded the Highest Prize.

Ekaterinburg is famous for its theaters. They are the Opera & Ballet House, the Drama Theatre, the Musical Comedy, the Children's and Puppet Theatres, the Cinema and Concert Hall "Cosmos". The Opera House was built in 1912. Many famous singers such as S. Lemeshev, I. Koslovsky, I. Arkhipova, B. Shtokolov and many others sang in that theatre. Ekaterinburg has a Philharmonic Society, film and television studios, the Urals Russian Folk Choir which is well known both at home and abroad.

There are many museums in the city: the Museum of Local Studies, the Sverdlov Museum, the Museum of Mamin-Sibiriyak, the Bazhov Museum, the Museum of Architecture. But the Urals Geological Museum is the most famous one. It is a real treasure-house of the Urals riches. The museum was opened in 1937.

Ekaterinburg is a green city with its squares, gardens and parks. The largest and the best of the parks is the Central Park of Culture and Rest. The Central Square of the City is the 1905 Square. Besides, there are some others: the Labor Square, one of the oldest of the city, located in front of the House of Trade Unions, the Komsomolskaya Square with the monument to the Urals Komsomol, the Paris Commune Square with the monument to Y.M. Sverdlov.

There are lots of monuments in the city. They are: the monument dedicated to the students and teachers of the Urals Polytechnical Institute who perished in the Great Patriotic War, the monument to the Urals Tank Corps, the monuments to Bazhov, Popov, Ordjonikidze, Malishev and many others.

There are a lot of places of interest in our city. Any visitor who comes to our city is invited to take sightseeing around it. We will be shown the historical places such as the rocks "Kamenniye Palatki", the Pupils' Creation Palace, the Historical Square, the 1905 Square.

There are several memorials to those who gave their lives in the struggle against fascism, the obelisk in the Square of Communards with the eternal flame. Such famous places of interest at the city pond with granite-lined embankment, the Palace of Youth, the lake Shartash, the Uktus Mountains and some others are most popular with the citizens of Ekaterinburg as well as with its visitors.

Ekaterinburg is a city of sports. There are a lot of sports grounds, stadiums, sports halls and a beautiful Palace of Sport in it. Ekaterinburg is often called the Winter Sports Capital. All sorts of important skiing & skating events are held in the Uktus Mountains.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland (the UK) occupies most of the territory of the British Isles. It consists of four main parts: England, Scotland, Wales and Northern Ireland. London is the capital of England. Edinburgh is the capital of Scotland, Cardiff— of Wales and Belfast — of Northern Ireland. The UK is a small country with an area of some 244,100 square kilometres. It occupies only 0.2 per cent of the world's land surface. It is washed by the Atlantic Ocean in the north-west, north and south-west and separated from Europe by the Severn, but the most important waterway is the Thames.

The climate is moderate and mild. But the weather is very changeable. The population of the United Kingdom is over 57 million people. Foreigners often call British people "English", but the Scots, the Irish and the Welsh do not consider themselves to be English. The English are Anglo-Saxon in origin, but the Welsh, the Scots and the Irish are Celts, descendants of the ancient people, who crossed over from Europe centuries before the Norman Invasion. It was this people, whom the Germanic Angles and Saxons conquered in the 5th and 6th centuries AD. These Germanic conquerors gave England its name — "Angle" land. They were conquered in their turn by the Norman French, when William the Conqueror of Normandy landed near Hastings in 1066. It was from the union of Norman conquerors and the defeated Anglo-Saxons that the English people and the English language were born. The official language of the United Kingdom is English. But in western Scotland some people still speak Gaelic, and in northern and central parts of Wales people often speak Welsh.

The UK is a highly developed industrial country. It is known as one of the world's largest producers and exporters of machinery, electronics, textile, aircraft, and navigation equipment. One of the chief industries of the country is shipbuilding.

The UK is a constitutional monarchy. In law, Head of the State is Queen. In practice, the country is ruled by the elected government with the Prime Minister at the head. The British Parliament consists of two chambers: the House of Lords and the House of Commons. There are three main political parties in Great Britain: the Labour, the Conservative and the Liberal parties. The flag of the United Kingdom, known as the Union Jack, is made up of three crosses. The big red cross is the cross of Saint George, the patron saint of England. The white cross is the cross of Saint Andrew, the patron saint of Scotland. The red diagonal cross is the cross of Saint Patrick, the patron saint of Ireland.

The United Kingdom has a long and exciting history and a lot of traditions and customs. The favorite topic of conversation is weather. The English like to drink tea at 5 o'clock. There are a lot of high days in Great Britain. They celebrate Good Friday, Christmastide, Christmas, Valentine's day and many others. It is considered this nation is the most conservative in Europe because people attach greater importance to traditions; they are proud of them and keep them up. The best examples are their money system, queen, their measures and weights. The English never throw away old things and don't like to have changes.

Great Britain is a country of strong attraction for tourists. There are both ancient and modern

monuments. For example: Hadrian Wall and Stonehenge, York Cathedral and Durham castle. It is no doubt London is the most popular place for visiting because there are a lot of sightseeing like the Houses of Parliament, Buckingham Palace, London Bridge, St Paul's Cathedral, Westminster Abbey, the Tower of London. Also you can see the famous Tower Clock Big Ben which is considered to be the symbol of London. Big Ben strikes every quarter of an hour. You will definitely admire Buckingham Palace. It's the residence of the royal family. The capital is famous for its beautiful parks: Hyde Park, Regent's Park. The last one is the home of London Zoo.

3.3 Систематизация грамматического материала:

1. Модальные глаголы и их эквиваленты.
2. Образование видовременных форм глагола в пассивном залоге.
3. Основные сведения о согласовании времён, прямая и косвенная речь.

Модальные глаголы

<u>Глаголы</u>	<u>Значение</u>	<u>Примеры</u>
CAN	физическая или умственная возможность/умение	I can swim very well. – Я очень хорошо умею плавать.
	возможность	You can go now. — Ты можешь идти сейчас. You cannot play football in the street. – На улице нельзя играть в футбол.
	вероятность	They can arrive any time. – Они могут приехать в любой момент.
	удивление	Can he have said that? – Неужели он это сказал?
	сомнение, недоверчивость	She can't be waiting for us now. – Не может быть, чтобы она сейчас нас ждала.
	разрешение	Can we go home? — Нам можно пойти домой?
	вежливая просьба	Could you tell me what time it is now? – Не могли бы вы подсказать, который сейчас час?
MAY	разрешение	May I borrow your book? – Я могу одолжить у тебя книгу?
	предположение	She may not come. – Она, возможно, не придет.
	возможность	In the museum you may see many interesting things. – В музее вы можете увидеть много интересных вещей.
	упрек – только MIGHT (+ perfect infinitive)	You might have told me that. – Ты мог бы мне это сказать.
MUST	обязательство, необходимость	He must work. He must earn money. – Он должен работать. Он должен зарабатывать деньги.
	вероятность (сильная степень)	He must be sick. — Он, должно быть, заболел.
	запрет	Tourists must not feed animals in the zoo. — Туристы не должны кормить животных в зоопарке.
SHOULD OUGHT TO	моральное долженствование	You ought to be polite. – Вы должны быть любезными.
	совет	You should see a doctor. – Вам следует сходить к врачу.
	упрек, запрет	You should have taken the umbrella. – Тебе следовало взять с собой зонт .
SHALL	указ, обязанность	These rules shall apply in all circumstances. – Эти правила будут действовать при любых

		обстоятельствах.
	угроза	You shall suffer. — Ты будешь страдать.
	просьба об указании	Shall I open the window? – Мне открыть окно?
WILL	готовность, нежелание/отказ	The door won't open. — Дверь не открывается.
	вежливая просьба	Will you go with me? – Ты сможешь пойти со мной?
WOULD	готовность, нежелание/отказ	He would not answer this question. – Он не будет отвечать на этот вопрос.
	вежливая просьба	Would you please come with me? — Не могли бы вы пройти со мной.
	повторяющееся/привычное действие	We would talk for hours. – Мы беседовали часами.
NEED	необходимость	Do you need to work so hard? – Тебе надо столько работать?
NEEDN'T	отсутствие необходимости	She needn't go there. — Ей не нужно туда идти.
DARE	Посметь	How dare you say that? – Как ты смеешь такое говорить?

Модальные единицы эквивалентного типа

to be able (to) = can	Возможность соверш-я конкрет-го дей-ия в опред. момент	She was able to change the situation then. (Она тогда была в состоянии (могла) изменить ситуацию).
to be allowed (to) = may	Возмож-ть совер-ия дей-ия в наст.-м, прош-ом или буд-ем + оттенок разрешения	My sister is allowed to play outdoors. (Моей сестре разрешается играть на улице).
to have (to) = ought, must, should	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом или буд-ем при опред-х об-вах	They will have to set up in business soon. (Им вскоре придется открыть свое дело).
to be (to) = ought, must, should	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом при наличии опред. планов, распис-ий и т.д.	We are to send Nick about his business. (Мы должны (= планируем) выпроводить Ника).

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Rephrase the following sentences using **must**, **mustn't**, **needn't**, **has to** or **doesn't have to**.

- You aren't allowed** to park your car in the college car park.
...*You mustn't park your car in the college car park...*
- I strongly advise** you to speak to your parents about your decision.
- It isn't necessary** for Emma to attend tomorrow's staff meeting.
- Jack is obliged** to wear a suit and a tie at work because the manager says so.
- I'm sure** Antonio is from Milan.
- It's necessary** for Roger to find a job soon.
- It's forbidden** to use mobile phones inside the hospital.
- Susan **is obliged to** work overtime because her boss says so.

2. Rephrase the following sentences using **didn't need to** or **needn't have done**.

- It wasn't necessary for him to wash the car. It wasn't dirty.
...*He didn't need to wash the car...*
- It wasn't necessary for her to buy so many oranges, but she did.
- It wasn't necessary for us to take an umbrella. It wasn't raining.
- It wasn't necessary for us to turn on the light. It wasn't dark.

- 5 It wasn't necessary for him to call me today, but he did.
 6 It wasn't necessary for you to make sandwiches for me, but you did.
 7 It wasn't necessary for them to make reservations at the restaurant, but they did.

3. Rewrite the sentences using the word in bold.

- 1 It isn't necessary for Mark to buy new clothes for the reception.
need ...*Mark doesn't need to/needn't buy new clothes for the reception...*
 2 You aren't allowed to pick these flowers. **must**
 3 Sarah is obliged to type her compositions at university. **has**
 4 It wasn't necessary for Paula to make the beds. **need**
 5 It is your duty to obey the law. **must**
 6 It wasn't necessary for Bob to wait for me, but he did. **need**
 7 It is forbidden to throw litter on the beach. **must**
 8 I'm sure Ronald is at home. **must**
 9 It wasn't necessary for Alice to bake a cake for the party. **need**
 10 It wasn't necessary for George to stay at work late last night, but he did. **have**

4. Fill in the gaps with an appropriate modal verb.

- 1 A: ... *May/Can/Could*... I borrow your pen, please?
 B: No, you I'm using it.
 2 A: I'm bored. What shall we do?
 B: We ... go for a walk.
 A: No, we ... because it's raining.
 B: Let's watch a video, then.
 3 A: My parents told me I ... go to the party tonight.
 B: Never mind, I ... go either. We ... stay at home together, though.
 4 A: Sir, ...I speak to you for a moment, please?
 B: Certainly, but later today; I'm busy now.
 5 A: Excuse me?
 B: Yes?
 A: ... you tell me where the post office is, please?
 B: Certainly. It's on the main road, next to the school.
 6 A: Is anyone sitting on that chair?
 B: No, you ... take it if you want to.

5. Choose the correct answer.

- 1 " Todd was a very talented child.'
 I know. He ..*B*... play the piano well when he was seven.'
 A couldn't B could C can
 2 I've just taken a loaf out of the oven.
 Oh, that's why I ... smell fresh bread when I came home.
 A was able to B can't C could
 3 'How was the test?'
 Easy. All the children ... pass it.'
 A were able to B could C can't
 4 What are you doing this summer?'
 'I hope I'll ... go on holiday with my friends.'
 A could B be able to C can

6 Rewrite the sentences using the words in bold.

- 1 Do you mind if I leave the door open for a while?
can ...*Can I leave the door open for a while?...*

- 2 You're obliged to take notes during the lecture. **have**
- 3 I'm sorry, but you aren't allowed to enter this room. **must**
- 4 Jack managed to unlock the door. **able**
- 5 It wasn't necessary for Ann to cook dinner, but she did. **need**
- 6 Let's play a game of chess. **could**
- 7 I'm certain Sarah is bored with her work. **must**
- 8 I strongly advise you to take up sport. **must**
- 9 I'm certain Liz isn't interested in your ideas. **can**
- 10 You may take the car tonight if you want. **can**

7. Study the situations and respond to each one using an appropriate modal verb.

- 1 You want to go on holiday with your friends this year. Ask your parents for **permission**.
...Can I go on holiday with my friends this year?...
- 2 You are at a job interview. You type fast, you use computers and you speak two foreign languages. Tell the interviewer about your **abilities**.
- 3 Your brother is trying to decide what to buy your mother for her birthday. You **suggest** a box of chocolates.
- 4 Your jacket is dirty and you want to wear it next week. It is **necessary** to take it to the dry cleaner's.
- 5 You want to have a day off work next week. Ask for your boss' **permission**.
- 6 You are in the car with your uncle. It's hot and you want him to open the window. Make a **request**.
- 7 Your mother is going to the shops. She asks you if you want anything. You tell her it **isn't necessary** to get anything for you.

8. Complete the sentences using must or can't.

- 1 I'm certain they go to bed early on Sunday nights. They *...must go to bed early on Sunday nights...*
- 2 I'm sure John didn't stay late at the office. John *...can't have stayed late at the office...*
- 3 I'm certain he hasn't arrived yet. He ...
- 4 I'm certain they are working together. They ...
- 5 I'm sure Amy hasn't finished her homework. Amy ...
- 6 I'm certain she was having a bath when I rang. She ...
- 7 I'm sure he hasn't won the prize. He ...
- 8 I'm sure she is looking for a new house. She ...
- 9 I'm certain Paul didn't invite Linda to the party. Paul ...
- 10 I'm certain you have been planning the project. You ...
- 11 I'm sure she was writing a letter. She ...
- 12 I'm certain they hadn't paid the bill. They ...
- 13 I'm sure he had been fixing the pipe. He ...

9. Rephrase the following sentences in as many ways as possible.

- 1 Perhaps Laura has left the phone off the hook. *...Laura may/might/could have left the phone off the hook...*
- 2 Surgeons are obliged to scrub their hands before operating on patients.
- 3 Do you mind if I open the window?
- 4 It wasn't necessary for Peter to wash the dog, so he didn't.
- 5 Emily managed to reach the top shelf, even though she didn't have a ladder.
- 6 It's forbidden to copy files without the manager's permission.
- 7 Why don't we spend this evening at home?
- 8 I'm certain Patrick misunderstood my instructions.
- 9 I'm sure Helen didn't know about her surprise party.

10. Rephrase the following sentences in as many ways as possible.

- 1 Perhaps they are at work.
They ...*may/might/could be at work*...
- 2 Perhaps he is waiting outside. He ...
- 3 It's possible she will work late tonight. She ...
- 4 It's likely he was driving too fast. He ...
- 5 It's possible they made a mistake. They ...
- 6 Perhaps he has missed the bus. He ...
- 7 It's possible she has been playing in the snow. She ...
- 8 It's likely we will be leaving tomorrow. We ...
- 9 It's likely he will stay there. He ...
- 10 Perhaps she had been trying to call you. She ...
- 11 It's likely they had seen the film already. They ...
- 12 It's possible he is studying in the library. He ...

Страдательный залог (Passive Voice)

образуется при помощи вспомогательного глагола to be в соответствующем времени, лице и числе и причастия прошедшего времени смысл. глагола – Participle II (III –я форма или ed-форма).

В страдательном залоге не употребляются:

1) Непереходные глаголы, т.к. при них нет объекта, который испытывал бы воздействие, то есть нет прямых дополнений которые могли бы стать подлежащими при глаголе в форме Passive.

Переходными в англ. языке называются глаголы, после которых в действительном залоге следует прямое дополнение; в русском языке это дополнение, отвечающее на вопросы винительного падежа – кого? что?: to build строить, to see видеть, to take брать, to open открывать и т.п.

Непереходными глаголами называются такие глаголы, которые не требуют после себя прямого дополнения: to live жить, to come приходить, to fly летать, cry плакать и др.

2) Глаголы-связки: be – быть, become – становиться/стать.

3) Модальные глаголы.

4) Некоторые переходные глаголы не могут использоваться в страдательном залоге. В большинстве случаев это глаголы состояния, такие как:

to fit годиться, быть впору to have иметь to lack не хватать, недоставать to like нравиться
to resemble напоминать, быть похожим to suit годиться, подходить и др.

При изменении глагола из действительного в страдательный залог меняется вся конструкция предложения:

- дополнение предложения в Active становится подлежащим предложения в Passive;
- подлежащее предложения в Active становится предложным дополнением, которое вводится предлогом by или вовсе опускается;
- сказуемое в форме Active становится сказуемым в форме Passive.

Особенности употребления форм Passive:

1. Форма Future Continuous не употребляется в Passive, вместо нее употребляется Future Indefinite:

At ten o'clock this morning Nick will be writing the letter. – At ten o'clock this morning the letter will be written by Nick.

2. В Passive нет форм Perfect Continuous, поэтому в тех случаях, когда нужно передать в Passive действие, начавшееся до какого-то момента и продолжающееся вплоть до этого момента, употребляются формы Perfect:

He has been writing the story for three months. The story has been written by him for three months.

3. Для краткости, во избежание сложных форм, формы Indefinite (Present, Past, Future) часто употребляются вместо форм Perfect и Continuous, как в повседневной речи так и в художественной литературе. Формы Perfect и Continuous чаще употребляются в научной литературе и технических инструкциях.

This letter has been written by Bill. (Present Perfect)

This letter is written by Bill. (Present Indefinite – более употребительно)

Apples are being sold in this shop. (Present Continuous)

Apples are sold in this shop. (Present Indefinite – более употребительно)

4. Если несколько однотипных действий относятся к одному подлежащему, то вспомогательные глаголы обычно употребляются только перед первым действием, например: The new course will be sold in shops and ordered by post.

Прямой пассив (The Direct Passive)

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует прямому дополнению предложения в Active. Прямой пассив образуется от большинства переходных глаголов.

I gave him a book. Я дал ему книгу. A book was given to him. Ему дали книгу. (или Книга была дана ему)

The thief stole my watch yesterday. Вор украл мои часы вчера.

My watch was stolen yesterday. Мои часы были украдены вчера.

В английском языке имеется ряд переходных глаголов, которые соответствуют непереходным глаголам в русском языке. В английском они могут употребляться в прямом пассиве, а в русском – нет. Это: to answer отвечать кому-л.

to believe верить кому-л. to enter входить (в) to follow следовать (за) to help помогать кому-л.

to influence влиять (на) to join присоединяться to need нуждаться to watch наблюдать (за)

Так как соответствующие русские глаголы, являясь непереходными, не могут употребляться в страдательном залоге, то они переводятся на русский язык глаголами в действительном залоге:

Winter is followed by spring.

А при отсутствии дополнения с предлогом by переводятся неопределенно-личными предложениями: Your help is needed.

Косвенный пассив (The Indirect Passive)

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует косвенному дополнению предложения в Active. Она возможна только с глаголами, которые могут иметь и прямое и косвенное дополнения в действительном залоге. Прямое дополнение обычно означает предмет (что?), а косвенное – лицо (кому?).

С такими глаголами в действительном залоге можно образовать две конструкции:

а) глагол + косвенное дополнение + прямое дополнение;

б) глагол + прямое дополнение + предлог + косвенное дополнение:

а) They sent Ann an invitation.- Они послали Анне приглашение.

б) They sent an invitation to Ann. - Они послали приглашение Анне.

В страдательном залоге с ними также можно образовать две конструкции – прямой и косвенный пассив, в зависимости от того, какое дополнение становится подлежащим предложения в Passive. К этим глаголам относятся: to bring приносить

to buy покупать to give давать to invite приглашать to leave оставлять

to lend одалживать to offer предлагать to order приказывать to pay платить

to promise обещать to sell продавать to send посылать to show показывать

to teach учить to tell сказать и др.

Например: Tom gave Mary a book. Том дал Мэри книгу.

Mary was given a book. Мэри дали книгу. (косвенный пассив – более употребителен)

A book was given to Mary. Книгу дали Мэри. (прямой пассив – менее употребителен)

Выбор между прямым или косвенным пассивом зависит от смыслового акцента, вкладываемого в последние, наиболее значимые, слова фразы:

John was offered a good job. (косвенный пассив) Джону предложили хорошую работу.

The job was offered to John. (прямой пассив) Работу предложили Джону.

Глагол to ask спрашивать образует только одну пассивную конструкцию – ту, в которой подлежащим является дополнение, обозначающее лицо (косвенный пассив):

He was asked a lot of questions. Ему задали много вопросов.

Косвенный пассив невозможен с некоторыми глаголами, требующими косвенного дополнения (кому?) с предлогом to. Такое косвенное дополнение не может быть подлежащим в Passive, поэтому в страдательном залоге возможна только одна конструкция – прямой пассив, то есть вариант: Что? объяснили, предложили, повторили...Кому? Это глаголы: to address адресовать

to describe описывать to dictate диктовать to explain объяснять to mention упоминать

to propose предлагать to repeat повторять to suggest предлагать to write писать и др.

Например: The teacher explained the rule to the pupils. – Учитель объяснил правило ученикам. The rule was explained to the pupils. – Правило объяснили ученикам. (Not: The pupils was explained...)

Употребление Страдательного залога

В английском языке, как и в русском, страдательный залог употр. для того чтобы:

1. Обойтись без упоминания исполнителя действия (70% случаев употребления Passive) в тех случаях когда:

а) Исполнитель неизвестен или его не хотят упоминать:

He was killed in the war. Он был убит на войне.

б) Исполнитель не важен, а интерес представляет лишь объект воздействия и сопутствующие обстоятельства:

The window was broken last night. Окно было разбито прошлой ночью.

в) Исполнитель действия не называется, поскольку он ясен из ситуации или контекста:

The boy was operated on the next day. Мальчика оперировали на следующий день.

г) Безличные пассивные конструкции постоянно используются в научной и учебной литературе, в различных руководствах: The contents of the container should be kept in a cool dry place. Содержимое упаковки следует хранить в сухом прохладном месте.

2. Для того, чтобы специально привлечь внимание к тому, кем или чем осуществлялось действие. В этом случае существительное (одушевленное или неодушевленное.) или местоимение (в объектном падеже) вводится предлогом by после сказуемого в Passive.

В английском языке, как и в русском, смысловой акцент приходится на последнюю часть фразы. He quickly dressed. Он быстро оделся.

Поэтому, если нужно подчеркнуть исполнителя действия, то о нем следует сказать в конце предложения. Из-за строгого порядка слов английского предложения это можно осуществить лишь прибегнув к страдательному залогу. Сравните:

The flood broke the dam. (Active) Наводнение разрушило плотину. (Наводнение разрушило что? – плотину)

The dam was broken by the flood. (Passive) Плотина была разрушена наводнением. (Плотина разрушена чем? – наводнением)

Чаще всего используется, когда речь идет об авторстве:

The letter was written by my brother. Это письмо было написано моим братом.

И когда исполнитель действия является причиной последующего состояния:

The house was damaged by a storm. Дом был поврежден грозой.

Примечание: Если действие совершается с помощью какого-то предмета, то употребляется предлог with, например:

He was shot with a revolver. Он был убит из револьвера.

Перевод глаголов в форме Passive

В русском языке есть три способа выражения страдательного залога:

1. При помощи глагола "быть" и краткой формы страдательного причастия, причем в настоящем времени "быть" опускается:

I am invited to a party.

Я приглашён на вечеринку.

Иногда при переводе используется обратный порядок слов, когда русское предложение начинается со сказуемого: New technique has been developed. Была разработана новая методика.

2. Глагол в страдательном залоге переводится русским глаголом, оканчивающимся на –ся(-сь):

Bread is made from flour. Хлеб делается из муки.

Answers are given in the written form. Ответы даются в письменном виде.

3. Неопределенно-личным предложением (подлежащее в переводе отсутствует; сказуемое стоит в 3-м лице множественного числа действительного залога). Этот способ перевода возможен только при отсутствии дополнения с предлогом by (производитель действия не упомянут):

The book is much spoken about. Об этой книге много говорят.

I was told that you're ill. Мне сказали, что ты болен.

4. Если в предложении указан субъект действия, то его можно перевести личным предложением с глаголом в действительном залоге (дополнение с by при переводе становится подлежащим). Выбор того или иного способа перевода зависит от значения глагола и всего предложения в целом (от контекста):

They were invited by my friend. Их пригласил мой друг.(или Они были приглашены моим другом.)

Примечание 1: Иногда страдательный оборот можно перевести двумя или даже тремя способами, в зависимости от соответствующего русского глагола и контекста:

The experiments were made last year.

1) Опыты были проведены в прошлом году.

2) Опыты проводились в прошлом году.

3) Опыты проводили в прошлом году.

Примечание 2: При переводе нужно учитывать, что в английском языке, в отличие от русского, при изменении залога не происходит изменение падежа слова, стоящего перед глаголом (например в английском she и she, а переводим на русский - она и ей):

Примечание 3: Обороты, состоящие из местоимения it с глаголом в страдательном залоге переводятся неопределенно-личными оборотами:

It is said... Говорят...

It was said... Говорили...

It is known... Известно...

It was thought...Думали, полагали...

It is reported... Сообщают...

It was reported...Сообщали...и т.п.

В таких оборотах it играет роль формального подлежащего и не имеет самостоятельного значения: It was expected that he would return soon. Ожидали, что он скоро вернется.

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. What happens to a car when it is taken for a service? Look at the prompts and make sentences using the present simple passive, as in the example.

1. the oil / change

The oil is changed.

2. the brakes / test

3. the filters / replace

4. air / put / in the tyres

5. the battery / check

6. the lights / test
7. broken parts / repair
8. it / take / for a test drive
9. the radiator / fill / with water

2. Mr Sullivan, who is a director, is preparing a scene for his new film. Read the orders and respond using the present continuous passive, as in the example.

1. Move that scenery, please.
It's being moved now, Mr Sullivan.
2. Put those props in place, please.
3. Call the actors, please.
4. Check their costumes, please.
5. Turn on the lights, please.

3. Detective Maguire is talking to a police officer about a burglary which happened early yesterday morning. In pairs, ask and answer questions using the prompts below, as in the example

1. Have you dusted the house for fingerprints yet?
the house / dust / for fingerprints yesterday
Yes, the house was dusted for fingerprints yesterday.
2. Have you found any evidence yet?
a piece of material / find / this morning
3. Have you interviewed the house owners yet?
they / interview / last night
4. Have you questioned the neighbours yet?
they / question / this morning
5. Have you arrested any suspects yet?
two men / arrest / yesterday evening
6. Have you interrogated the suspects yet?
they / interrogate / last night
7. Have you recovered the stolen goods yet?
they / recover / this morning
8. Have you written your report yet?
it / complete / an hour ago

4. Helen and Chris moved house two years ago. Yesterday, they drove past their old house and saw that it looked very different. Describe the changes using the present perfect simple passive, as in the example.

1. the outside walls / paint
The outside walls have been painted.
2. new windows / put in
3. a garden pond / make
4. the trees / cut down
5. a lot of flowers / plant
6. the old gate / replace

5. A young actress is hoping to star in a new film. Her friend is asking her what is going to happen. Respond to her questions using the passive infinitive, as in the example.

1. Will they audition you for the new film?
Well, I hope to be auditioned.
2. Will they give you a leading role?
3. Will they pay you a lot of money?
4. Will they send you to Hollywood?

5. Will they introduce you to all the stars?
6. Will they ask you to give a TV interview?
7. Will they give you an award?

6. Put the verbs in brackets into the correct passive tense.

1. A: Who looks after your garden for you?
B: It *...is looked after...* (look after) by my brother.
2. A: That's a beautiful dress. Where did you buy it?
B: Actually, it ... (make) for me by my aunt.
3. A: Have you typed that letter yet, Miss Brown?
B: It ... (type) right now, sir.
4. A: Did you make the coffee when you got to work this morning?
B: No, it (already/make) by the time I got there.
5. A: Are you going to pick up the children today?
B: No, they ... (pick up) by Roger. I've already arranged it.
6. A: Where is your watch?
B: I broke it. It ... (repair) at the moment.
7. A: Has the new furniture for my bedroom arrived?
B: No, it ... (not/deliver) yet.
8. A: They are building a new sports centre in town.
B: I know. It ... (open) by the mayor next month.

7. Rewrite the sentences in the passive, where possible.

1. John opened the door.
...The door was opened by John.
2. They didn't come home late last night.
...It cannot be changed.
3. Their nanny takes them to the park every day.
4. I left very early yesterday afternoon.
5. Meg asked the policeman for directions.
6. Charles is moving house next month.
7. The letter arrived two days ago.
8. Sam took these photographs.

8. Fill in by or with.

1. The lock was broken *...with...* a hammer.
2. This book was written ... my favourite author.
3. The cake was decorated... icing.
4. The tiger was shot ... a gun.
5. Claire was shouted at ... her teacher.
6. He was hit on the head ... an umbrella.

9. Rewrite the sentences in the passive.

1. Someone is repairing the garden fence.
...The garden fence is being repaired....
2. Do they teach Latin at this school?
3. I don't like people pointing at me.
4. She hit him on the head with a tennis racquet.
5. Michael has made the preparations.
6. Is Tim cleaning the house?
7. Who built the Pyramids?
8. The boss is going to give us a pay rise.

9. I expect they will deliver my new car soon.
10. The police are questioning the suspects.
11. Did your next door neighbours see the thieves?
12. Paul remembers his teacher asking him to star in the school play.
13. A lot of children use computers nowadays.
14. Who smashed the kitchen window?
15. They won't have completed the work by the end of the month.
16. The children will post the letters.
17. People make wine from grapes.
18. Had Helen closed the windows before she left the house?
19. Jill hasn't done the housework yet.
20. They may not deliver the parcel today.

10. Put the verbs in brackets into the correct passive tense.

A: Do you still work at Browns and Co?

B: Yes, I do. I 1) ...*have been employed*... (employ) by Mr Brown for five years now, you know.

A: Oh. Do you still enjoy it?

B: Oh yes! I 2) ... (give) a promotion last year and I'm very happy.

A: A promotion? So, what is your job now?

B: I 3) ... (make) Head of European Sales.

A: So, what do you do?

B: Well, sometimes I 4) ... (send) to other countries on business.

A: I see. Do they pay you well?

B: Well, I 5) ... (pay) quite well and I expect I 6) ... (give) a pay rise soon.

A: Good for you!

Согласование времен (Sequence of Tenses)

Если в главном предложении сказуемое выражено глаголом в одной из форм прошедшего времени, то в придаточном предложении употребление времен ограничено. Правило, которому в этом случае подчиняется употребление времен в придаточном предложении, называется согласованием времен.

Правило 1: Если глагол главного предложения имеет форму настоящего или будущего времени, то глагол придаточного предложения будет иметь любую форму, которая требуется смыслом предложения. То есть никаких изменений не произойдет, согласование времен здесь в силу не вступает.

Правило 2: Если глагол главного предложения имеет форму прошедшего времени (обычно Past Simple), то глагол придаточного предложения должен быть в форме одного из прошедших времен. То есть в данном случае время придаточного предложения изменится. Все эти изменения отражены в нижеследующей таблице:

Переход из одного времени в другое	Примеры	
Present Simple » Past Simple	He can speak French – Он говорит по-французски.	Boris said that he could speak French – Борис сказал, что он говорит по-французски.
Present Continuous » Past Continuous	They are listening to him – Они слушают его	I thought they were listening to him – Я думал, они слушают его.
Present Perfect » Past Perfect	Our teacher has asked my parents to help him – Наш учитель попросил моих родителей помочь ему.	Mary told me that our teacher had asked my parents to help him – Мария сказала мне, что наш учитель попросил моих родителей помочь ему.

Past Simple » Past Perfect	I invited her – Я пригласил ее.	Peter didn't know that I had invited her – Петр не знал, что я пригласил ее.
Past Continuous » Past Perfect Continuous	She was crying – Она плакала	John said that she had been crying – Джон сказал, что она плакала.
Present Perfect Continuous » Past Perfect Continuous	It has been raining for an hour – Дождь идет уже час.	He said that it had been raining for an hour – Он сказал, что уже час шел дождь.
Future Simple » Future in the Past	She will show us the map – Она покажет нам карту.	I didn't expect she would show us the map – Я не ожидал, что она покажет нам карту.

Изменение обстоятельств времени и места при согласовании времен.

Следует запомнить, что при согласовании времен изменяются также некоторые слова (обстоятельства времени и места).

this » that
these » those
here » there
now » then
yesterday » the day before
today » that day
tomorrow » the next (following) day
last week (year) » the previous week (year)
ago » before
next week (year) » the following week (year)

Перевод прямой речи в косвенную в английском языке

Для того чтобы перевести прямую речь в косвенную, нужно сделать определенные действия. Итак, чтобы передать чьи-то слова в английском языке (то есть перевести прямую речь в косвенную), мы:

1. Убираем кавычки и ставим слово that

Например, у нас есть предложение:

She said, "I will buy a dress". Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы передать кому-то эти слова, так же как и в русском, мы убираем кавычки и ставим слово that – «что».

She said that Она сказала, что....

2. Меняем действующее лицо

В прямой речи обычно человек говорит от своего лица. Но в косвенной речи мы не можем говорить от лица этого человека. Поэтому мы меняем «я» на другое действующее лицо. Вернемся к нашему предложению:

She said, "I will buy a dress". Она сказала: «Я куплю платье».

Так как мы передаем слова девушки, вместо «я» ставим «она»:

She said that she Она сказала, что она....

3. Согласовываем время

В английском языке мы не можем использовать в одном предложении прошедшее время с настоящим или будущим. Поэтому, если мы говорим «сказал» (то есть используем прошедшее время), то следующую часть предложения нужно согласовать с этим прошедшим временем. Возьмем наше предложение:

She said, "I will buy a dress". Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы согласовать первую и вторую части предложения, меняем will на would. см. таблицу выше.

She said that she would buy a dress. Она сказала, что она купит платье.

4. Меняем некоторые слова

В некоторых случаях мы должны согласовать не только времена, но и отдельные слова. Что это за слова? Давайте рассмотрим небольшой пример.

She said, "I am driving now". Она сказала: «Я за рулем сейчас».

То есть она в данный момент за рулем. Однако, когда мы будем передавать ее слова, мы будем говорить не про данный момент (тот, когда мы говорим сейчас), а про момент времени в прошлом (тот, когда она была за рулем). Поэтому мы меняем *now* (сейчас) на *then* (тогда) см. таблицу выше.

She said that she was driving then. Она сказала, что она была за рулем тогда.

Вопросы в косвенной речи в английском языке

Вопросы в косвенной речи, по сути, не являются вопросами, так как порядок слов в них такой же, как в утвердительном предложении. Мы не используем вспомогательные глаголы (*do, does, did*) в таких предложениях.

He asked, "Do you like this cafe?" Он спросил: «Тебе нравится это кафе?»

Чтобы задать вопрос в косвенной речи, мы убираем кавычки и ставим *if*, которые переводятся как «ли». Согласование времен происходит так же, как и в обычных предложениях. Наше предложение будет выглядеть так:

He asked if I liked that cafe. Он спросил, нравится ли мне то кафе.

Давайте рассмотрим еще один пример:

She said, "Will he call back?" Она сказала: «Он перезвонит?»

She said if he would call back. Она сказала, перезвонит ли он.

Специальные вопросы в косвенной речи

Специальные вопросы задаются со следующими вопросительными словами: *what* – что *when* – когда *how* – как *why* – почему *where* – где *which* – который

При переводе таких вопросов в косвенную речь мы оставляем прямой порядок слов (как в утвердительных предложениях), а на место *if* ставим вопросительное слово.

Например, у нас есть вопрос в прямой речи:

She said, "When will you come?" Она сказала: «Когда ты придешь?»

В косвенной речи такой вопрос будет выглядеть так:

She said when I would come. Она сказала, когда я приду.

He asked, "Where does she work?" Он спросил: «Где она работает?»

He asked where she worked. Он спросил, где она работает.

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Fill in the gaps with the correct pronoun or possessive adjective.

1. James said, 'My boss wants me to go to London tomorrow.'
James said ...*his*... boss wanted to go to London the following day.
2. Mary said, 'I'm waiting for my son to come out of school.'
Mary said that ... was waiting for ... son to come out of school.
3. George said, 'I've bought a new car for my mum.'
George said ... had bought a new car for ... mum.
4. Julie said to me, 'I need you to help me with the shopping.'
Julie told me that ... needed ... to help ... with the shopping.
5. John said, 'I'd like to take you out to dinner.'
John said ... 'd like to take ... out to dinner.
6. Helen said to Jane, 'I think your new haircut is lovely.'
Helen told Jane that ... thought ... new haircut was lovely.

2. Turn the following sentences into reported speech.

1. Robin said, 'These biscuits taste delicious.' ...
Robin said (that) the biscuits tasted delicious....

2. "I can't see you this afternoon because I've got a lot to do," Ann told me.
3. She came into the room holding some letters in her hand and said, 'I found these while I was tidying the desk drawers.'
4. Fiona said, 'That picture was painted by my great-grandfather.'
5. "Those were good times for my family," Jack said.
6. 'I received a parcel this morning, but I haven't opened it yet,' Tom said.
7. "You mustn't do that again," Mum said to Bob.
8. "These shoes are worn out. You'd better throw them away," Mum said to me.

3. Turn the following sentences into reported speech.

- 1 He said, 'I'm going to the station.'
- ...*He said (that) he was going to the station....*
- 2 Tina said, 'You should exercise regularly.'
- 3 They said, 'We had booked the room before we left.'
- 4 Tom said, 'This meal is delicious.'
- 5 'I've written you a letter,' she said to her friend.
- 6 'We've decided to spend our holidays in Jordan,' they told us.
- 7 Jill said, "I'll go to the bank tomorrow."
- 8 She said to him, 'We've been invited to a wedding.'
- 9 She told me, 'You must leave early tomorrow.'
- 10 They've gone out for the evening,' Jessie said to me.
- 11 They said, 'We may visit Joe tonight.'
- 12 She said, 'I can meet you on Tuesday.'
- 13 Keith said, 'There is a letter for you on the table.'
- 14 'We won't be visiting Tom this evening,' Sam told us.
- 15 Eric said, 'They had been talking on the phone for an hour before I interrupted them.'
- 16 'I haven't spoken to Mary since last week,' Gloria said.
- 17 They delivered the letters this morning,' she said.
- 18 He said, 'I'd like to buy this jumper.'
- 19 They aren't going on holiday this year,' he said.
- 20 Jane said, 'I haven't finished my homework yet.'
- 21 'I'm going to bed early tonight,' Caroline said.
- 22 'My mother is coming to visit us,' I said.
- 23 'We don't want to watch a film tonight,' the children said.
- 24 'He's playing in the garden now,' his mother said.
- 25 She said, 'You must do your homework now.'

4. Turn the sentences into reported speech. In which of the following sentences do the tenses not change? In which do they not have to be changed? Why?

- 1 The article says, "The artist only uses oil paints."
- ...*The article says (that) the artist only uses oil paints....*
- ... *The tenses do not change because the introductory verb is in the present simple....*
- 2 "They are working hard today," he said.
- 3 'I've done the things you asked me to do,' Mary said.
- 4 The sun rises in the east,' she said.
- 5 'He broke the window,' they said.
- 6 'We've never been on holiday abroad,' they said.
- 7 Mum says, 'Dinner is ready.'
- 8 "I'll start cooking at six o'clock," she said.
- 9 'We went to the supermarket yesterday,' he said.
- 10 Mrs Jones says, 'My daughter is going to have a baby.'
- 11 'You're never going to get a job,' Dad always says.

- 12 'Fish live in water,' he said.
- 13 'We went to the beach last weekend,' they said.
- 14 'He showed me his photographs,' she said.
- 15 'I'm working on my project now,' Billy said.

5. Turn the following sentences into reported speech.

- 1 'Seaweed grows in the sea,' the teacher said to the students.
...The teacher said to the students/told the students (that) seaweed grows/grew in the sea....
- 2 'I saw Amanda at the cinema,' she said, (up-to-date reporting)
- 3 'They don't live here any more,' he said to me. (out-of-date reporting)
- 4 'Canada is a large country,' he said.
- 5 'The Statue of Liberty is in America,' she said to us
- 6 'I'll help you with your homework,' he said, (out-of-date reporting)
- 7 'I would go on holiday if I had enough money,' Bill said, (up-to-date reporting)
- 8 'If I'm free, I'll call you,' Tom said, (up-to-date reporting)
- 9 'You should make a decision,' he said to us.
- 10 'You can ask John for advice,' she said, (up-to-date reporting)

6. Turn the following into reported questions.

- 1 'Where do you live?' I asked her.
...I asked her where she lived....
- 2 'How old will you be on your next birthday?' he asked me.
- 3 'Where is your umbrella?' she asked her daughter.
- 4 'Do you like playing football?' John asked us.
- 5 The boss asked, 'What time are you going home today?'
- 6 'Will you take the children to school today?' he asked.
- 7 'Who called you today?' she asked.
- 8 'When will you decorate the kitchen?' Martha asked.
- 9 'Who broke my vase?' I asked.
- 10 Father asked, 'Will you help me lift these boxes, please?'
- 11 'Can you speak a foreign language?' she asked her.
- 12 'Where is the tourist information centre?' we asked.

7. Yesterday, Marion met a couple who were on holiday in London. They were looking at a map. She asked them some questions. Turn them into reported questions.

- 1 'Are you lost?'
...Marion asked them if/whether they were lost....
- 2 'Can you speak English?'
- 3 'Where are you from?'
- 4 'Is your hotel near here?'
- 5 'Where do you want to go?'
- 6 'Were you looking for Big Ben?'
- 7 'Have you been to the British Museum?'
- 8 'Have you visited Buckingham Palace?'
- 9 'Do you like London?'

8. Fill in the gaps with the introductory verbs in the list in the correct form.

order, tell, ask, beg, suggest

- 1 'Please visit me in hospital,' Joan said to Colin.
Joan ...asked... Colin to visit her in hospital.
- 2 'Let's eat out this evening,' Paul said to her.
Paul ... eating out that evening.

- 3 'Please, please be careful,' she said to him.
She ... him to be careful.
- 4 'Don't go near the fire,' Dad said to us.
Dad ... us not to go near the fire.
- 5 'Be quiet!' the commander said to the troops.
The commander ... the troops to be quiet

9. Turn the following sentences into reported speech.

- 1 'Let's try the exercise again.'
The ballet teacher suggested trying the exercise again.
- 2 'Lift your leg higher please, Rachel.'
- 3 'Turn your head a little more.'
- 4 'Don't lean back.'

10. Turn the following sentences into reported speech.

- 1 The doctor said to the patient, 'Come back to see me again next week.'
... *The doctor told the patient to go back and see him again the following week/the week after.*
- 2 The guard said to the driver, 'Stop!'
- 3 He said, 'Shall we go for a walk?'
- 4 She said to him, 'Please, please don't leave me!'
- 5 Jenny said to Dave, 'Please help me with this'
- 6 She said to him, 'Open the window, please.'
- 7 Mother said, 'How about going for a drive?'
- 8 She said, 'Let's eat now.'

ТЕМА 4. Профессиональная сфера общения (Я и моя будущая специальность)

Тематика общения:

1. Избранное направление профессиональной деятельности.

4.1 Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

My speciality

The Earth's Crust and Useful Minerals

cause - *v* заставлять; вызывать; влиять; причинять; *n* причина, основание; дело; общее дело; *syn* **reason**

clay - *n* глина; глинозем

consolidate - *v* твердеть, затвердевать, уплотнять(ся); укреплять; *syn* **solidify**

crust - *n* кора; *геол.* земная кора

decay - *v* гнить, разлагаться; *n* выветривание (*пород*); распад, разложение

derive - *v* (from) происходить, вести свое происхождение (*от*); наследовать

destroy - *v* разрушать; уничтожать; **destructive** *a* разрушительный

dissolve *v* растворять

expose - *v* выходить (*на поверхность*); обнажаться; **exposure** - *n* обнажение

external - *a* внешний

extrusive - *a* эффузивный, излившийся (*о горной породе*)

force - *v* заставлять, принуждать; ускорять движение; *n* сила; усилие

glacier - *n* ледник, глетчер

grain - *n* зерно; **angular grains** - угловатые зерна (*минералов*); **grained** - *a* зернистый

gravel - *n* гравий, крупный песок

internal - *a* внутренний

intrusive - *a* интрузивный, плутонический

iron - *n* железо

layer - *n* пласт

like - *a* похожий, подобный; *syn* **similar**; *ant* **unlike**; *adv* подобно

lime - *n* известь; **limestone** - *n* известняк

loose - *a* несвязанный, свободный; рыхлый

make up - *v* составлять; *n* состав (*вещества*)

particle - *n* частица; включение

peat - *n* торф; торфяник

represent - *v* представлять собою; означать; быть представителем; **representative** - представитель; **representative** - *a* характерный, типичный

rock - *n* горная порода; **igneous** - изверженная порода; **sedimentary** - осадочная порода

sand - *n* песок

sandstone - *n* песчаник; **fine-grained (medium-grained, coarse-grained)** - мелкозернистый (среднезернистый, грубозернистый) песчаник

sediment - *n* отложение; осадочная порода; **sedimentary** - *a* осадочный; **sedimentation** - *n* образование осадочных пород

schist - *n* (*кристаллический*) сланец; **schistose** - *a* сланцеватый, слоистый

shale - *n* сланец, сланцевая глина, глинистый сланец; **clay** - глинистый сланец;

combustible ..., **oil ...** - горючий сланец

siltstone - *n* алевроит

stratification - *n* напластование, залегание

stratify - *v* напластовываться; отлагаться пластами; **stratified** *a* пластовый; *syn* **layered**, **bedded**

substance - *n* вещество, материал; сущность

thickness - *n* толщина, мощность

value - *n* ценность; важность; величина; значение; **valuable** - *a* ценный (*о руде*)

vary - *v* изменять(ся); отличать(ся); *syn* **differ, change (from)**; **variable** - *a* переменный; непостоянный; **various** *a* различный; *syn* **different**

contain - *v* содержать (*в себе*), вмещать

crack - *n* трещина; щель; *v* давать трещину; трескаться, раскалываться

contract - *v* сжиматься; сокращаться

dust - *n* пыль

expand - *v* расширяться); увеличивать(ся) в объеме; **expansion** *n* расширение; *ant*

contract

fissure - *n* трещина (*в породе, угле*); расщелина; щель

fracture - *n* трещина; излом; разрыв; *v* ломать(ся); раздроблять (*породу*)

freeze - *v* замерзать; замораживать; застывать

gradual - *a* постепенный; **gradually** *adv* постепенно

hard - *a* твердый, жесткий; *ant* **soft**; тяжелый (*о работе*); *adv* сильно, упорно; **hardly** *adv*

едва, с трудом

hole - *n* отверстие; скважина; шпур; шурф

influence - *n* влияние; *v* (**on, upon**) влиять (*не что-л.*)

lateral - *a* боковой

occur - *v* залегать; случаться; происходить; *syn* **take place, happen**; **occurrence** - *n*

залегание; **mode of occurrence** - условия залегания

penetrate - *v* проникать (*внутрь*), проходить через (*что-л.*)

phenomenon - *n* явление; *pl* **phenomena**

pressure - *n* давление; **lateral pressure** боковое (*горизонтальное*) давление; **rock pressure**

горное давление, давление породы

rate - *n* степень, темп; скорость, норма; производительность; сорт; *syn* **speed, velocity**

refer - *v* (to) ссылаться (*на что-л.*); относиться (*к периоду, классу*)

resist - *v* сопротивляться; противостоять; противодействовать; **resistance** - *n*

сопротивление; **resistant** - *a* стойкий; прочный; сопротивляющийся

size - *n* размер; величина; класс (*угля*)

solution - *n* раствор; **soluble** - *a* растворимый; **solvent** - растворитель; *a* растворяющий

succession - *n* последовательность, непрерывный ряд; **in succession** последовательно

undergo (*underwent, undergone*) - *v* испытывать (*что-л.*), подвергаться (*чему-л.*)

uniform - *a* однородный; одинаковый

weathering - *n* выветривание; эрозия (*воздействию, влиянию и т.д.*)

to be subjected to подвергаться

Rocks of Earth's Crust

abyssal - *a* абиссальный, глубинный; **hypabissal** - *a* гипабиссальный

adjacent - *a* смежный, примыкающий

ash - *n* зола

belt - *n* пояс; лента; ремень

body - *n* тело, вещество; **solid (liquid, gaseous) bodies** твердые (жидкие, газообразные)

вещества; породная масса; массив; месторождение; пласты

common - *a* обычный; общий; *syn* **general**; *ant* **uncommon**

cool - *v* охлаждать(ся); остывать; прохладный; *ant* **heat** нагревать(ся)

dimension - *n* измерение; *pl* размеры; величина; *syn* **measurement, size**

dust - *n* пыль

dyke - *n* дайка

extrusion - *n* вытеснение; выталкивание; *ant* **intrusion** вторжение; *геол.* интрузия (*внедрение в породу изверженной массы*)

fine - *a* тонкий, мелкий; мелкозернистый; высококачественный; тонкий; прекрасный, ясный (*о погоде*); изящный; **fine-graded (fine-grained)** мелкозернистый, тонкозернистый; **finer** - *n* *pl* мелочь; мелкий уголь

flow - *v* течь; литься; *n* течение; поток; **flow of lava** поток лавы

fragmentary - *a* обломочный, пластический

glass - *n* стекло; **glassy** - *a* гладкий, зеркальный; стеклянный

gold - *n* золото

inclined - *a* наклонный

mica - *n* слюда

permit - *v* позволять, разрешать; *syn* **allow, let; make possible**

probably - *adv* вероятно; *syn* **perhaps, maybe**

shallow - *a* мелкий; поверхностный; *ant* **deep** глубокий

sill - *n* sill, пластовая интрузия

stock - *n* шток, небольшой батолит

vein - *n* жила, прожилок, пропласток

band - *n* слой; полоса; прослойка (*породы*); *syn* **layer**

cleave - *v* расщепляться; трескаться, отделяться по кливажу; **cleavage** *n* кливаж

constituent - *n* составная часть, компонент

define - *v* определять, давать определение

distribute - *v* (**among**) распределять (между); раздавать;

disturb - *v* нарушать; смещать

excess - *n* избыток, излишек; *ant* **deficiency**

flaky - *a* слоистый; похожий на хлопья

fluid - *n* жидкость; жидкая или газообразная среда

foliate - *v* расщепляться на тонкие слои; **foliated** - *a* листоватый, тонкослоистый; *syn* **flaky**

marble - *n* мрамор

mention - *v* упоминать, ссылаться; *n* упоминание

plate - *n* пластина; полоса (*металла*)

pressure - *n* давление; **rock pressure (underground pressure)** горное давление, давление

горных пород

relate - *v* относиться; иметь отношение; **related** *a* родственный; **relation** - *n* отношение;

relationship - *n* родство; свойство; **relative** - *a* относительный; соответственный

run (ran, run) - *v* бегать, двигаться; течь; работать (о *машине*); тянуться, простираться; управлять (*машинной*); вести (*дело, предприятие*)

schistose - *a* сланцеватый; слоистый

sheet - *n* полоса

slate - *n* сланец; *syn* **shale**

split (split) - *v* раскалываться, расщепляться, трескаться; *syn* **cleave**

trace - *n* след; **tracing** - *n* прослеживание

at least по крайней мере

to give an opportunity (of) давать возможность (*кому-л., чему-л.*)

in such a way таким образом

Fossil Fuels

accumulate - *v* накапливать; скопляться

ancient - *a* древний, старинный; *ant* **modern**

associate - *v* связывать, соединять, ассоциироваться; *syn* **connect, link**

burn (burnt) - *v* сжигать; гореть; жечь

charcoal - *n* древесный уголь

convenient - *a* удобный, подходящий

crude - *a* сырой, неочищенный

dig (dug) - *v* добывать; копать; **digger** - *n* угольный экскаватор; землеройная машина

divide - *v* делить; (*from*) отделять; разделять

evidence - *n* доказательство; очевидность; признак(и)

fossil - *a* окаменелый, ископаемый; *n* ископаемое (*органического происхождения*);

окаменелость

heat - *v* нагревать; *n* теплота
liquid - *a* жидкий; *n* жидкость; *ant* **solid**
manufacture - *v* изготавливать, производить; *syn* **produce**
mudstone - *n* аргиллит
purpose - *n* цель; намерение; *syn* **aim, goal**
shale - *n* глинистый сланец
the former ... the latter - первый (*из вышеупомянутых*) последний (*из двух названных*)
bench - *n* слой, пачка (*пласта*)
blend - *v* смешивать(ся); вклинивать(ся)
combustion - *n* горение, сгорание; **spontaneous combustion** самовоспламенение, самовозгорание
continuity - *n* непрерывность, неразрывность
domestic - *a* внутренний; отечественный
estimate - *v* оценивать; *n* оценка; смета
fault - *n* разлом, сдвиг (*породы*); сброс; **faulting** *n* образование разрывов или сбросов
fold - *n* изгиб, складка, флексура; **folding** - *n* складчатость, смешение (*пласта*) без разрыва
inflare - *v* воспламеняться; загорать(ся); **inflammable** - *a* воспламеняющийся, горючий, огнеопасный; **flame** - *n* пламя
intermediate - *a* промежуточный; вспомогательный
liable - *a* (to) подверженный; подлежащий (*чему-л.*)
luster - *n* блеск (*угля, металла*); **lustrous** - *a* блестящий
matter - *n* вещество; материя
moisture - *n* влажность, сырость; влага
parting - *n* прослойка
plane - *n* плоскость; **bedding plane** плоскость напластования
rank - *n* класс, тип; **coal rank** группа угля, тип угля
regular - *a* правильный; непрерывный; *ant* **irregular** неправильный; неравномерный;
regularity *n* непрерывность; правильность
similar - *a* похожий, сходный; подобный; *syn* **alike, the same as**
smelt - *v* плавить (*руды*); выплавлять (*металл*)
store - *v* запасать, хранить на складе; вмещать
strata - *n pl om stratum* пласты породы; свита (*пластов*); формация, напластования породы; *syn* **measures**
thickness - *n* мощность (*пласта, жилы*)
uniform - *a* однородный; равномерный; **uniformity** *n* однородность; единообразие
utilize - *v* использовать; *syn* **use, apply, employ**
volatile - *a* летучий, быстро испаряющийся

Prospecting and Exploration

aerial - *a* воздушный; надземный
certain - *a* определенный; некоторый; **certainly** *adv* конечно
cost - (cost) *v* стоить; *n* цена; стоимость
crop - *v* (out) обнажать(ся), выходить на поверхность (*о пласте, породе*); *syn* **expose**; засеивать, собирать урожай
dredging - *n* выемка грунта; драгирование
drill - *v* бурить, сверлить; *n* бурение, сверление; бурильный молоток; **drilling** - *n* бурение, сверление; **core-drilling** колонковое (керновое) бурение
drive (drore, driven) - *v* проходить (*горизонтальную выработку*); приводить в движение; управлять (*машиной*); *n* горизонтальная выработка; привод; передача
evidence - *n* основание; признак(и); свидетельства
expect - *v* ожидать; рассчитывать; думать; предлагать

explore - v разведывать месторождение полезного ископаемого с попутной добычей;
exploratory - a разведочный; **exploration** - n детальная разведка; разведочные горные работы по месторождению

galena - n галенит, свинцовый блеск

indicate - v указывать, показывать; служить признаком; означать

lead - n свинец

look for - v искать

open up - v вскрывать (*месторождение*); нарезать (*новую лаву, забой*); **opening** - n горная выработка; подготовительная выработка; вскрытие месторождения

panning - n промывка (*золотоносного песка в лотке*)

processing - n обработка; - **industry** обрабатывающая промышленность

prove - v разведывать (*характер месторождения или залегания*); доказывать; испытывать, пробовать; **proved** - a разведанный, достоверный; **proving** - n опробование, предварительная разведка

search - v исследовать; (for) искать (*месторождение*); n поиск; syn **prospecting**

sign - n знак, символ; признак, примета

store - v хранить, накапливать (*о запасах*)

work - v работать; вынимать, извлекать (*уголь, руду*); вырабатывать; **workable** - a подходящий для работы, пригодный для разработки, рабочий (*о пласте*); рентабельный; **working** - n разработка, горная выработка

adit - n горизонтальная подземная выработка, штольня

angle - n угол

approximate - a приблизительный

bit - n режущий инструмент; буровая коронка, коронка для алмазного бурения; головка бура, сверло; **carbide bit** армированная коронка, армированный бур; **diamond bit** - алмазная буровая коронка

borehole - n скважина, буровая скважина

crosscut - n квершлаг

dip - n падение (*залежи*); уклон, откос; v падать

enable - v давать возможность или право (*что-л. сделать*)

exploit - v разрабатывать (*месторождение*); эксплуатировать; **exploitation** - n разработка; эксплуатация

measure - n мера; мерка; критерий; степень; *pl* свита, пласты; v измерять

overburden - n покрывающие породы, перекрывающие породы; верхние отложения, наносы; вскрыша

pit - n шахта; карьер, разрез; шурф

reliable - a надежный; достоверный

rig - n буровой станок, буровая вышка; буровая каретка; буровое оборудование

sample - n образец; проба; v отбирать образцы; опробовать, испытывать

section - n участок, секция, отделение, отрезок, разрез, профиль, поперечное сечение; **geological** ~ геологический разрез (*пород*)

sequence - n последовательность; порядок следования; ряд

sink (sank, sunk) - v проходить (*шахтный ствол, вертикальную выработку*); углублять; погружать; опускать; **sinking** - n проходка (*вертикальных или наклонных выработок*); **shaft sinking** - проходка ствола

slope - n наклон; склон; бремсберг; уклон; v клониться, иметь наклон; **sloping** - a наклонный; **gently sloping** - с небольшим наклоном

steep - a крутой, крутопадающий, наклонный

strike - n *зд.* простирание; v простираться; **across the strike** - вкрест простирания; **along (on) the strike** по простиранию

trench - n траншея, канава; котлован; v копать, рыть, шурфовать

to make use (of) использовать, применять

to take into consideration принимать во внимание; **syn take into account**

General Information on Mining

access - *n* доступ

affect - *v* воздействовать (*на что-л.*); влиять; **syn influence**

barren - *a* непродуктивный; пустой (*о породе*)

chute - *n* скат, спуск; углеспускная выработка; жёлоб

compare - *v* (with) сравнивать, проводить параллель

contribute - *v* способствовать, содействовать; делать вклад (*в науку*); **make a (one's) ~ to**

smth. сделать вклад во что-л.

cross-section - *n* поперечное сечение, поперечный разрез, профиль

develop - *v* разрабатывать (*месторождение*); развивать (*добычу*); производить подготовительные работы; **development** - *n* подготовительные работы; развитие добычи; развитие

drift - *n* штрек, горизонтальная выработка

ensure - *v* обеспечивать, гарантировать; **syn guarantee**

face - *n* забой; лава

floor - *n* почва горной выработки, почва пласта (жила); **quarry** ~ подошва карьера; пол, настил

govern - *v* править, управлять; руководить; определять, обуславливать

inclination - *n* уклон, скат, наклон (*пластов*); наклонение; **seam** ~ падение (*пласта*); наклон (*пласта*)

incline - *n* уклон, бремсберг, скат; наклонный ствол; **gravity** ~ бремсберг

inclined - *a* наклонный; **flatly** ~ слабо наклонный; **gently** ~ наклонного падения; **medium** ~ умеренно наклонный (*о пластах*); **steeply** ~ крутопадающий

level - *n* этаж, горизонт, горизонтальная горная выработка; штольня; уровень (*инструмент*); нивелир; ватерпас; горизонтальная поверхность

recover - *v* извлекать (*целики*); выбирать, очищать; добывать (*уголь и т.п.*); восстанавливать

remove - *v* удалять; убирать; устранять; перемещать; **removal** - *n* вскрыша; выемка; уборка (*породы*); извлечение (*креп*); перемещение; **overburden** - удаление вскрыши

rib - *n* ребро; выступ; узкий целик, предохранительный целик; грудь забоя

roof - *n* крыша; кровля выработки; кровля пласта (*или жилы*); перекрытие; ~ **support** - крепление кровли

shaft - *n* шахтный ствол; **auxiliary** ~ вспомогательный ствол; **hoisting** ~ подъемный ствол; главный шахтный ствол

tabular - *a* пластовый (*о месторождении*); пластообразный; плоский; линзообразный; **syn bedded, layered**

waste - *n* пустая порода; отходы; **syn barren rock**

well - *n* буровая скважина; колодец, источник; водоем; зумф

capital investment - капитальные вложения

gate road - промежуточный штрек

in bulk - навалом, в виде крупных кусков

metal-bearing - содержащий металл

production face/working - очистной забой

productive mining - эксплуатационные работы

in view of - ввиду чего-л., принимая во внимание что-л.

with a view to - с целью

advantage - *n* преимущество; превосходство; выгода; польза; **advantageous** - *a* выгодный; благоприятный, полезный; **to take advantage of smth** воспользоваться чем-л.

caving - *n* обрушение (*кровли*); разработка с обрушением

deliver - *v* доставлять, подавать; питать; нагнетать; произносить (*речь*); читать (*лекцию*)

entry - *n* штрек; выработка горизонтальная; *pl* подготовительные выработки; нарезные выработки; штреки

giant - *n* гидромонитор

gravity - *n* сила тяжести; вес, тяжесть; **by** ~ самотеком, под действием собственного веса

haul - *v* доставлять; откатывать; подкатывать; перевозить; **haulage** - *n* откатка; доставка; транспортировка (*по горизонтали*)

longwall - *n* лава; выемка лавами; сплошной забой, сплошная или столбовая система разработки; *syn* **continuous mining**; ~ **advancing on the strike** выемка лавами прямым ходом по простиранию; сплошная система разработки по простиранию; ~ **advancing to the rise** сплошная система разработки с выемкой по восстанию; ~ **to the dip** сплошная система разработки с выемкой по падению; ~ **retreating** выемка лавами обратным ходом; столбовая система разработки лавами

lose (lost) - *v* терять; **loss** - *n* потеря, убыток

pillar - *n* целик; столб; **shaft** ~ околоствольный целик; ~ **method** столбовая система разработки; ~ **mining** выемка целиков

predominate - *v* преобладать, превалировать; превосходить; господствовать, доминировать

protect - *v* охранять, защищать

reach - *v* простираться, доходить до; добиваться, достигать

satisfy - *v* удовлетворять(ся)

shield - *n* щит; ~ **method** щитовой метод проходки, щитовой способ

room - *n* камера; очистная камера; **room-and-pillar method** камерно-столбовая система разработки

stowing - *n* закладка (*выработанного пространства*)

method of working система разработки

the sequence of working the seams - последовательность отработки пластов

goaf — завал; обрушенное пространство

double-ended drum bearer — комбайн с двойным барабаном

to identify — опознавать

appraisal — оценка

susceptibility — чувствительность

concealed — скрытый, не выходящий на поверхность

crusher — дробилка

concentration — обогащение

blending — смешивание; составление шихты

screen — сортировать (обыден. уголь); просеивать

froth floatation — пенная флотация

core drilling — колонковое бурение

to delineate — обрисовывать, описывать

lender — заимодавец

feasibility — возможность

in situ mining — повторная разработка месторождения в массиве

screening — просеивание; грохочение

processing — обработка, разделение минералов

Mining and Environment

break *v* (**broke, broken**) отбивать (*уголь или породу*), обрушивать кровлю; разбивать; ломать; *л* отбойка, обрушение; **break out** отбивать, производить выемку

(*руды или породы*); расширять забой; **breakage** *л* разрыхление, дробление

drill - *n* бур; перфоратор; бурильный молоток; сверло; *v* бурить; *car* ~ буровая тележка;

mounted ~ перфоратор на колонке; колонковый бурильный молоток; **drilling** - *n* бурение

dump - *n* отвал (*породы*); склад угля; опрокид; **external** ~ внешний отвал; **internal** ~ внутренний отвал; *v* сваливать (*в отвал*); разгружать; отваливать; опрокидывать (*вагонетку*);

dumper опрокид; самосвал; отвалообразователь; **dumping** л опрокидывание; опорожнение; опрокид; *syn* **tip**

environment - *n* окружение; окружающая обстановка/среда

explode - *v* взрывать, подрывать; **explosion** - *n* взрыв; **explosive** - *n* взрывчатое вещество; *a* взрывчатый

friable - *a* рыхлый; хрупкий; рассыпчатый; слабый (о *кровле*)

handle - *v* перегружать; доставлять; транспортировать; управлять машиной; *n* ручка; рукоять; скоба; **handling** - *n* подача; погрузка; перекидка, доставка; транспортировка; обращение с машиной

heap - *v* наваливать; нагребать; *n* породный отвал, терриконик; *syn* **spoil** ~, **waste** ~

hydraulicking - *n* гидродобыча; гидромеханизированная разработка

load - *v* нагружать, грузить, наваливать; *n* груз; нагрузка; **loader** - *n* погрузочная машина, навалочная машина, перегружатель; грузчик; **cutter-loader** - комбайн, комбинированная горная машина

lorry - *n* грузовик; платформа; *syn* **truck**

mention - *v* упоминать

overcasting - *n* перелопачивание (*породы*)

pump - *n* насос; **gravel** ~ песковый насос; **sludge** ~ шламовый насос; *v* качать; накачивать; откачивать

reclamation - *n* восстановление; осушение; извлечение крепи; ~ **of land** восстановление участка (*после открытых работ*)

sidecasting - *n* внешнее отвалообразование

site - *n* участок, место; **building** ~ строительная площадка

slice - *n* слой; **slicing** - *n* выемка слоями, разработка слоями

strip - *v* производить вскрышные работы; разрабатывать; очищать (*лаву*); вынимать породу или руду; *n* полоса; **stripper** - *n* забойщик; вскрышной экскаватор; **stripping** - *n* открытая разработка, открытые горные работы; вскрыша; вскрытие наносов

unit - *n* агрегат; установка; устройство; прибор; узел; секция; деталь; машина; механизм; единица измерения; участок

washery - *n* углемойка; рудомойка; моечный цех

to attract smb's attention привлекать чье-л. внимание

backhoe - *n* обратная лопата

blast - *n* взрыв; *v* взрывать; дуть; продувать; **blasting** - *n* взрывание; взрывные работы; взрывная отбойка

block out - *v* нарезать залежь на блоки; нарезать столбы

clearing - *n* выравнивание почвы; планировка грунта

crash - *v* дробить; разрушать; обрушаться

earth-mover - *n* землеройное оборудование; *syn* **excavator**

excavator - *n* экскаватор; **bucket-wheel** - роторный экскаватор; **multi-bucket** ~ многочерпаковый экскаватор; **single-bucket** - одночерпаковый экскаватор

grab - *n* грейфер, ковш, черпак; экскаватор; *v* захватывать;

grabbing - погрузка грейфером; захватывание

hoist - *n* подъемная установка (машина); подъемник; лебедка; *v* поднимать; **hoisting** шахтный подъем

plough - *n* струг

power shovel - *n* механическая лопата; экскаватор типа механической лопаты

range - *n* колебание в определенных пределах

rate - *n* норма; скорость, темп; коэффициент; степень; разрез; сорт; мощность; расход (*воды*)

remote - *a* отдаленный; ~ **control** дистанционное управление

result - *v* (in) приводить (к); иметь своим результатом; (from) следовать (из), происходить в результате

safety - *n* безопасность; техника безопасности

slope - *n* забой, сплошной забой, очистной забой; *v* очищать забой, вынимать породу, уголь; *syn* **face**; **sloping** очистные работы; очистная выемка; **open sloping** выемка с открытым забоем; **shrinkage sloping** выемка системой с магазинированием (*руды*)

support - *v* крепить; поддерживать; подпирать; *n* стойка; опора; поддержание; крепление; *syn* **timbering**; **powered roof** - механизированная крепь; **self-advancing powered roof** - передвижная механизированная крепь

4.2 Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My speciality is Geology

I am a first year student of the Ural State Mining University. I study at the geological faculty. The geological faculty trains geologic engineers in three specialities: mineral prospecting and exploration, hydrogeology and engineering geology, drilling technology.

Geology is the science which deals with the lithosphere of our planet. Geology studies the composition of the Earth's crust, its history, the origin of rocks, their distribution and many other problems.

That is why the science of geology is commonly divided into several branches, such as:

1. General Geology which deals with the composition and the structure of the Earth and with various geological processes going on below the Earth's surface and on its surface.
2. Petrology which studies the rocks of the Earth.
3. Mineralogy which investigates the natural chemical compounds of the lithosphere.
4. Paleontology which deals with fossil remains of ancient animals and plants found in rocks.
5. Historic Geology which treats of the Earth's history.
6. Structural Geology which deals with the arrangement of rocks due to the Earth's movements.
7. Economic Geology which deals with occurrence, origin and distribution of mineral deposits valuable to man.

All these branches of geology are closely related to each other.

Geology is of great practical importance because it supplies industry with all kinds of raw materials, such as ore, coal, oil, building materials, etc.

Geology deals with the vital problem of water supply. Besides, many engineering projects, such as tunnels, canals, dams, irrigation systems, bridges etc. need geological knowledge in choosing construction sites and materials.

The practical importance of geology has greatly increased nowadays. It is necessary to provide a rapid growth of prospecting mineral deposits, such as ores of iron, copper, lead, uranium and others, as well as water and fossil fuels (oil, gas and coal). They are badly needed for further development of all the branches of the national Economy of our country and for creating a powerful economic foundation of the society. The graduates of the geological faculty of the Ural State Mining University work all over the country in mines, geological teams and expeditions of the Urals, Siberia, Kazakhstan, in the North and Far East, etc. as well as abroad.

Very often geologists have to work under hard climatic and geological conditions. They must be courageous, strong and purposeful people, ready to overcome any hardships which nature has put in their way to its underground treasure-house.

4.3 Систематизация грамматического материала:

1. Неличные формы глагола: инфинитив, причастия, герундий.
2. Основные сведения о сослагательном наклонении.

Инфинитив. The Infinitive

Инфинитив - это неличная глагольная форма, которая только называет действие и выполняет функции как глагола, так и существительного. Инфинитив отвечает на вопрос что делать?, что сделать?

Формальным признаком инфинитива является частица **to**, которая стоит перед ним, хотя в некоторых случаях она опускается. Отрицательная форма инфинитива образуется при помощи частицы **not**, которая ставится перед ним: *It was difficult not to speak. Было трудно не говорить.*

Формы инфинитива

	Active Voice	Passive Voice
Simple	to write	to be written
Continuous	to be writing	
Perfect	to have written	to have been written
Perfect Continuous	to have been writing	

Глаголы, после которых используется инфинитив:

to agree - соглашаться
 to arrange - договариваться
 to ask – (по)просить
 to begin – начинать
 to continue – продолжать
 to decide – решать
 to demand - требовать
 to desire – желать
 to expect – надеяться
 to fail – не суметь
 to forget – забывать
 to hate - ненавидеть
 to hesitate – не решаться
 to hope - надеяться
 to intend – намереваться
 to like – любить, нравиться
 to love – любить, желать
 to manage - удаваться
 to mean - намереваться
 to prefer - предпочитать
 to promise - обещать
 to remember – помнить
 to seem - казаться
 to try – стараться, пытаться
 to want – хотеть

Например:

He asked to change the ticket. *Он попросил поменять билет.*

She began to talk. *Она начала говорить.*

Значение разных форм инфинитива в таблице

Формы инфинитива	Чему я рад?	
Simple	I am glad to speak to you.	Рад поговорить с вами. (Всегда радуюсь, когда говорю с вами).
Continuous	I am glad to be speaking to you.	Рад, что сейчас разговариваю с вами.
Perfect	I am glad to have spoken to you.	Рад, что поговорил с вами.
Perfect Continuous	I am glad to have been speaking to you.	Рад, что уже давно (все это время) разговариваю с вами.
Simple Passive	I am (always) glad to be told the news.	Всегда рад, когда мне рассказывают новости.

Perfect Passive	I am glad to have been told the news.	Рад, что мне рассказали новости.

Причастие. Participle

В английском языке причастие — это неличная форма глагола, которая сочетает в себе признаки глагола, прилагательного и наречия.

Формы причастия

		Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Participle I (Present Participle)	Simple	writing	being written
	Perfect	having written	having been written
Participle II (Past Participle)			written

Отрицательные формы причастия образуются с помощью частицы **not**, которая ставится перед причастием: not asking — не спрашивая, not broken — не разбитый.

Как переводить разные формы причастия на русский язык

Формы причастия	причастием	деепричастием
reading	читающий	читая
having read		прочитав
being read	читаемый	будучи читаемым
having been read		будучи прочитанным
read	прочитанный	
building	строящий	строая
having built		построив
being built	строящийся	будучи строящимся
having been built		будучи построенным
built	построенный	

Герундий. Gerund

Герундий — это неличная форма глагола, которая выражает название действия и сочетает в себе признаки глагола и существительного. Соответственно, на русский язык герундий обычно переводится существительным или глаголом (чаще неопределенной формой глагола). Формы, подобной английскому герундию, в русском языке нет.

My favourite occupation is reading. *Мое любимое занятие — чтение.*

Формы герундия

	Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Simple	writing	being written
Perfect	having written	having been written

Запомните глаголы, после которых употребляется только герундий!

admit (признавать),	advise (советовать),	avoid (избегать),
burst out (разразиться),	delay (задерживать),	deny (отрицать),
dislike (не нравиться),	enjoy (получать удовольствие),	escape (вырваться, избавиться),
finish (закончить),	forgive (прощать),	give up (отказываться, бросать),
keep on (продолжать),	mention (упоминать),	mind (возражать - только в “?” и “-“),
miss (скучать),	put off (отложить),	postpone (откладывать),
recommend (рекомендовать),	suggest (предлагать),	understand (понимать).

Герундий после глаголов с предлогами

accuse of (обвинять в),	agree to (соглашаться с),	blame for (винить за),
complain of (жаловаться на),	consist in (заключаться в),	count on / upon (рассчитывать на),
congratulate on (поздравлять с),	depend on (зависеть от),	dream of (мечтать о),
feel like (хотеть, собираться),	hear of (слышать о),	insist on (настаивать на),

keep from (удерживать(ся) от), look forward to (с нетерпением ждать, предвкушать),
 look like (выглядеть как), object to (возражать против),
 persist in (упорно продолжать), praise for (хвалить за), prevent from (предотвращать от),
 rely on (полагаться на), result in (приводить к), speak of, succeed in (преуспевать в),
 suspect of (подозревать в), thank for (благодарить за), think of (думать о)
 He has always dreamt of visiting other countries. — *Он всегда мечтал о том, чтобы побывать в других странах.*

to be + прилагательное / причастие + герундий

be afraid of (бояться чего-либо), be ashamed of (стыдиться чего-либо),
 be engaged in (быть занятым чем-либо), be fond of (любить что-либо, увлекаться чем-либо),
 be good at (быть способным к), be interested in (интересоваться чем-либо),
 be pleased at (быть довольным), be proud of (гордиться чем-либо),
 be responsible for (быть ответственным за), be sorry for (сожалеть о чем-либо),
 be surprised at (удивляться чему-либо), be tired of (уставать от чего-либо),
 be used to (привыкать к).
 I'm tired of waiting. — *Я устал ждать.*

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Complete the sentences with the correct infinitive tense.

- 1 She has grown taller. She seems ...*to have grown taller*.
- 2 He is getting used to his new job. He appears
- 3 Kate makes friends easily. She tends
- 4 He has finished the report. He claims
- 5 It is raining over there. It seems
- 6 He is on a diet. He appears
- 7 They have sailed round the world. They claim
- 8 She is feeling better. She seems

2. Fill in the correct infinitive tense.

- 1 A: What would you like ...*to do...* (do) tonight?
B: Let's ... (go) to an Italian restaurant.
- 2 A: What's Liz doing?
B: She seems ... (look) for something in her bag.
- 3 A: Alan has been offered a new job!
B: No, he hasn't. He just pretended ... (offer) a new job.
- 4 A: Colin claims ... (meet) lots of famous people.
B: I know, but I don't believe him.
- 5 A: Look at those two men outside. What are they doing?
B: They appear ... (empty) the rubbish bins.
- 6 A: Would you like to go to the cinema tonight?
B: Not really. I would prefer ... (go) to the theatre.
- 7 A: Tara seems ... (work) hard all morning.
B: Yes, she hasn't even stopped for a cup of coffee.
- 8 A: Why is Tom at work so early this morning?
B: He wants ... (finish) early so that he can go to the concert tonight.

3. Rephrase the following sentences, as in the example.

- 1 He must wash the car. I want ...*him to wash the car...*
- 2 You mustn't be late for work. I don't want ...
- 3 Claire must tidy her bedroom. I want ...

- 4 She mustn't go to the disco. I don't want ...
 5 They must go to school tomorrow. I want ...
 6 Gary mustn't make so much noise. I don't want ...
 7 You mustn't make a mess. I don't want ...
 8 He must mend his bike. I want ...

4. Complete the sentences with *too* or *enough* and the adjective in brackets.

- 1 A: Would you like to come to the disco?
 B: Oh no. I'm *...too tired...* to go to a disco, (tired)
 2 A: Can you reach that top shelf?
 B: No, I'm not *...* to reach it. (tall)
 3 A: Did they go on a picnic yesterday?
 B: No. It was *...* to go on a picnic, (cold)
 4 A: Did Jane enjoy the horror film?
 B: No. She was *...* to enjoy it. (scared)
 5 A: Does Tom go to school?
 B: No. He isn't *...* to go to school yet. (old)
 6 A: Will you go to London by bus?
 B: No. The bus is *...* . I'll take the train, (slow)
 7 A: Did she like the dress you bought?
 B: Yes, but it was *...* .(big)
 8 A: Take a photograph of me!
 B: I can't. It isn't *...* in here, (bright)

5. Rewrite the sentences using *too*.

- 1 This music is so slow that I can't dance to it.
...This music, is too slow for me to dance to...
 2 The bird is so weak that it can't fly.
 3 She's so busy that she can't come out with us.
 4 The car was so expensive that he couldn't buy it.
 5 These shoes are so small that they don't fit me.
 6 The book is so boring that she can't read it.
 7 I was so tired that I couldn't keep my eyes open.
 8 The coffee was so strong that he couldn't drink it.

6. Underline the correct preposition and fill in the gaps with the -ing form of the verb in brackets.

- 1 He is ill. He is complaining **with/about** *...having...* (have) a headache.
 2 Marcus went out instead **for/of** *...* (do) his homework.
 3 Tracy was very excited **with/about** *...* (go) to the party.
 4 I hope you have a good excuse **of/for** *...* (be) so late.
 5 Sam is interested **in/for** *...* (take up) French lessons.
 6 You can't stop him **to/from** *...* (take) the job if he wants to.
 7 Susie ran because she was worried **about/of** *...* (miss) the bus.
 8 Thank you **to/for** *...* (help) me with my homework.
 9 She felt tired because she wasn't used **to/with** *...* (work) so hard.
 10 His boss blamed him **for/of** *...* (lose) the deal.
 11 I am in charge **in/of** *...* (make) the Christmas deliveries.
 12 We are thinking **of/from** *...* (buy) a new car next month.
 13 Sandra apologised **for/about** *...* (ruin) the performance.
 14 Ian was talking **with/about** *...* (open) a shop in York.

7. Put the verbs in brackets into the correct infinitive form or the -ing form.

- 1 It's no use ...*talking*... (talk) to Bob; he won't change his mind.
- 2 She will ... (return) the books next weekend.
- 3 It was good of you ... (help) me fix my bicycle.
- 4 The man suggested ... (call) the police in, to investigate.
- 5 I can't get used to ... (live) in such a hot country.
- 6 He admitted ... (rob) the bank.
- 7 You had better ... (hurry), or you'll be late for work.
- 8 They refused ... (give) me my money back.
- 9 She is too short ... (become) a fashion model.
- 10 My parents let me ... (stay) up late at weekends.
- 11 Our teacher makes us ... (do) homework every evening.
- 12 The kitchen windows need ... (clean).
- 13 They have begun ... (make) preparations for the party.
- 14 He advised her ... (speak) to her boss.
- 15 I dislike ... (go) to the theatre alone.
- 16 Mr. Roberts was seen ... (leave) his house at 12:15 last night.
- 17 My sister can't stand ... (watch) horror films. She gets terribly scared.
- 18 Can you imagine ... (spend) your holidays on the moon?
- 19 There's no point in ... (call) again. There's no one at home.
- 20 I don't allow people ... (smoke) in my house.
- 21 It was silly of you ... (forget) to lock the door.
- 22 He risks ... (lose) his wallet when he leaves it on his desk.

8. Put the verbs in brackets into the correct infinitive form or the -ing form.

- 1 A: Is Anne in the room?
B: Yes. I can see her ...*dancing*... (dance) with her husband over there.
- 2 A: Did you see the robber?
B: Yes. I saw him ... (get) into the car and drive away.
- 3 A: Is John here today?
B: Yes. I heard him ... (talk) on the phone as I walked past his office.
- 4 A: Colin is good at speaking in public, isn't he?
B: Yes. I heard him ... (make) a speech last month. It was excellent.
- 5 A: I walked past the sports centre today.
B: So did I, and I stopped for a moment to watch some boys ... (play) football.
- 6 A: Your hair looks great today.
B: Thanks. I watched the hairdresser ... (dry) it so I could learn how to do it myself.
- 7 A: That's a music school, isn't it?
B: That's right. I often hear the students ... (sing) as I walk past.
- 8 A: Did you stay until the end of the contest?
B: Yes. I listened to the chairman ... (announce) the results before I went home.
- 9 A: How do you know Tim is at home?
B: I saw him ... (cut) the grass as I was driving home.
- 10 A: How do you know that man stole the watch?
B: I saw him ... (put) it in his pocket and leave the shop without paying.

9. Put the verbs in brackets into the correct infinitive form or the -ing form.

- 1 I'll never forget ...*sailing*... (sail) down the Danube on that warm spring night last year.
- 2 Please don't forget ... (pay) the bill.
- 3 John said he remembers ... (buy) the newspaper, but now he can't find it.
- 4 Did you remember ... (post) my letters today?
- 5 Gloria regrets ... (shout) at her sister.
- 6 I regret ... (inform) you that we cannot give you your money back.

- 7 The students went on ... (write) for another hour.
 8 After cleaning the windows, he went on ... (wash) the car.
 9 We are sorry ... (announce) that the 7:15 train to Liverpool has been cancelled.
 10 I'm sorry for ... (miss) your birth day party; I'll make it up to you.
 11 She stopped ... (go) to the gym after she had got back into shape.
 12 They stopped ... (have) a rest before they continued their journey.
 13 They tried ... (open) the door, but it was stuck.
 14 You should try ... (make) your own clothes. It's much cheaper.
 15 I'm sorry. I didn't mean ... (break) your vase.
 16 Being a teacher means ... (correct) a lot of homework.
 17 I like ... (tidy) my room at week ends because I don't have time during the week.
 18 They like ... (play) in the sea on hot days.

10. Put the verbs in brackets into the correct infinitive form or the -ing form.

My neighbour, Mr. Mason, loves 1) ...*spending*... (spend) time in his garden. He would rather 2) ... (work) outside than stay indoors, even when it is snowing! Early in the morning, you can 3) ... (see) Mr. Mason 4) ... (eat) breakfast in his garden, and late at night he is there again, with a cup of cocoa in his hand. I'd like 5) ... (help) sometimes when there is lots of work to do, but Mr. Mason prefers 6) ... (do) everything himself. He doesn't mind 7) ... (get) cold and wet in the winter, and his wife says it's no use 8) ... (try) to make him wear a waterproof jacket because he hates 9) ... (wear) them! Mr. Mason says he will go on 10) ... (garden) until he is too old 11) ... (do) it!

Основные сведения о сослагательном наклонении

Conditionals are clauses introduced with *if*. There are three types of conditional clause: Type 1, Type 2 and Type 3. There is also another common type, Type 0.

Type 0 Conditionals: They are used to express something which is always true. We can use *when* (whenever) instead of *if*. *If/When the sun shines, snow melts.*

Type 1 Conditionals: They are used to express real or very probable situations in the present or future. *If he doesn't study hard, he won't pass his exam.*

Type 2 Conditionals: They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the present and, therefore, are unlikely to happen in the present or future. *Bob is daydreaming. If I won the lottery, I would buy an expensive car and I would go on holiday to a tropical island next summer.*

Type 3 Conditionals: They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the past. They are also used to express regrets or criticism. *John got up late, so he missed the bus. If John hadn't got up late, he wouldn't have missed the bus.*

	If-clause (hypothesis)	Main clause (result)	Use
Type 0 general truth	if + present simple	present simple	something which is always true
	If the temperature falls below 0 °C, water turns into ice.		
Type 1 real present	if + present simple, present continuous, present perfect or present perfect continuous	future/imperative can/may/might/must/should/could + bare infinitive	real - likely to happen in the present or future
	If he doesn't pay the fine, he will go to prison. If you need help, come and see me. If you have finished your work, we can have a break. If you're ever in the area, you should come and visit us.		
Type 2 unreal present	if + past simple or past continuous	would/could/might + bare infinitive	imaginary situation contrary

			to facts in the present; also used to give advice
	If I had time, I would take up a sport. (but I don't have time - untrue in the present) If I were you, I would talk to my parents about it. (giving advice)		
Type 3 unreal past	if + past perfect or past perfect continuous	would/could/might + have + past participle	imaginary situation contrary to facts in the past; also used to express regrets or criticism
	If she had studied harder, she would have passed the test. If he hadn't been acting so foolishly, he wouldn't have been punished.		

Conditional clauses consist of two parts: the if -clause (hypothesis) and the main clause (result). When the if - clause comes before the main clause, the two clauses are separated with a comma. When the main clause comes before the if - clause, then no comma is necessary.

e.g. a) If I see Tim, I'll give him his book.

b) I'll give Tim his book if I see him.

We do not normally use will, would or should in an if - clause. However, we can use will or would after if to make a polite request or express insistence or uncertainty (usually with expressions such as / don't know, I doubt, I wonder, etc.).

We can use should after if to talk about something which is possible, but not very likely to happen.

e.g. a) If the weather is fine tomorrow, will go camping. (NOT: If the weather will be fine...)

b) If you will fill in this form, I'll process your application. (Will you please fill in... - polite request)

c) If you will not stop shouting, you'll have to leave. (If you insist on shouting... - insistence)

d) I don't know if he will pass his exams, (uncertainty)

e) If Tom should call, tell him I'll be late. (We do not think that Tom is very likely to call.)

We can use unless instead of if... not in the if -clause of Type 1 conditionals. The verb is always in the affirmative after unless.

e.g. Unless you leave now, you'll miss the bus. (If you don't leave now, you'll miss the bus.)

(NOT: Unless you don't leave now, ...)

We can use were instead of was for all persons in the if - clause of Type 2 conditionals.

e.g. If Rick was/were here, we could have a party.

We use If I were you ... when we want to give advice.

e.g. If I were you, I wouldn't complain about it.

The following expressions can be used instead of if: provided/providing that, as long as, suppose/supposing, etc.

e.g. a) You can see Mr. Carter provided you have an appointment. (If you have an appointment...)

b) We will all have dinner together providing Mary comes on time. (... if Mary comes ...)

c) Suppose/Supposing the boss came now, ...

We can omit if in the if - clause. When if is omitted, should (Type 1), were (Type 2), had (Type 3) and the subject are inverted.

e.g. a) Should Peter come, tell him to wait. (If Peter should come,...)

b) Were I you, I wouldn't trust him. (If I were you, ...)

c) Had he known, he would have called. (If he had known, ...)

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Look at the prompts and make Type 1 conditional sentences, as in the example.

e.g. If we cut down all the forests, the world's climate will change.

- 1 cut down/ all forests / world's climate / change
- 2 not stop/use / aerosols /destroy / ozone layer
- 3 find / alternative sources of energy / solve / some of our environmental problems
- 4 temperatures / go up / by a few degrees /sea levels / rise
- 5 recycle / waste / save / natural resources
- 6 population / continue to increase / not be enough food for everyone

2. Lisa is trying to decide where to go on holiday. She would like to go to one of these places. In pairs, ask and answer questions using the prompts below, as in the example.

A) SPAIN FOR A WEEK

£180 Inclusive!!

2-star hotel beach

Free water sports

B) A TWO WEEK CAMPING HOLIDAY IN THE SOUTH OF FRANCE

ONLY £280 per person

Self-catering

1. How long / be away / choose / Spain?

SA: How long will she be away if she chooses Spain?

SB: If she chooses Spain, she'll be away for a week.

2. Where / go / like / camping?

3. How much / pay / go to / France?

4. What / do / go to / Spain?

5. Where / go / want / cheap holiday?

3. Study the situations, then make Type 2 conditional sentences, as in the example.

I don't have a car, so I have to wait for the bus every day.

1. If I ...had... (have) a car, I ...wouldn't have to... (not/have to) wait for the bus every day.

I never do my homework, so my teacher always gets angry with me.

2. If I ... (do) my homework, my teacher ... (not/get) angry with me.

I live in a small house, so I can't invite friends over.

3. If I ... (live) in a bigger house, I ... (be able to) invite friends over.

I never get up early, so I y am always late for school.

4. If I ... (get up) earlier, I ... (not/be) late for school.

4. Complete the sentences to make Type 3 conditional sentences, as in the example.

1. If he ...hadn't noticed... (not/notice) the mould in one of his glass dishes, Alexander Fleming ...would never have discovered... (never/discover) penicillin.

2. If he ... (sell) some of his paintings, Van Gogh ... (get) some recognition during his lifetime.

3. If Barbara Streisand ... (change) the shape of her nose, her career ... (never/be) the same.

4. If Anne Sullivan ... (not/teach) her, Helen Keller ... (not/be able to) communicate.

5. If Naomi Campbell ... (not/be) so beautiful, she ... (never/become) a supermodel.

5. Read the story below and make Type 3 conditional sentences, as in the example.

e.g. 1) ...if Sally hadn't been in a hurry, she would nave left some important notes at home....

Sally had a terrible day yesterday. She was in a hurry, so she left some important notes at home. She wasn't prepared for her meeting with a new client, so the meeting was a disaster. The client was

disappointed, and as a result he refused to do business with the company. The boss shouted at Sally, so she got upset.

6. Match the items in column A with those in column B in order to make correct Type 0 conditional sentences, as in the example.

e.g. 1 - c ...if you add sugar to a cup of coffee, the coffee tastes sweeter...

A

1. Add sugar to a cup of coffee.
2. Throw salt onto snow.
3. Put an apple in a bowl of water.
4. Water plants regularly.
5. Lie in the sun too long.
6. Take regular exercise.

B

- a The apple floats.
- b Your skin turns red.
- c The coffee tastes sweeter.
- d You feel healthy.
- e The plants grow.
- f The snow melts.

7. Put the verbs in brackets into the correct tense.

- 1 A: What time will you be home tonight?
B: I'm not sure. If I ...have to... (have to) work late. I ...'ll call... (call) you.
- 2 A: I felt very tired at work today.
B: Well, if you ... (not/watch) the late film, you ... (not/feel) so tired
- 3 A: Should I buy that car?
B: Why not? If I ... (have) the money, I ... (buy) it myself.
- 4 A: If you ... (pass) a chemist's, ... (you/get) me some cough medicine?
B: Yes, certainly.
- 5 A: My sister seems very upset at the moment.
B: Were I you, I ... (talk) to her about it.
- 6 A: Unless you ... (hurry), you ... (be) late again.
B: No, I won't. There's plenty of time.
- 7 A: Oh! I forgot to ask Sarah over for dinner.
B: If I ... (speak) to her today, I ... (ask) her for you.
- 8 A: May I join the club, please?
B: Provided you ... (be) over eighteen, you can join the club.
- 9 A: What a lovely restaurant! I'm glad we came here.
B: If you ... (not/burn) the dinner, we ... (not/come) here!
- 10 A: Just think. If I ... (not/move) to York, I ... (never/meet) you.
B: I know, wasn't it lucky?
- 11 A: Jo doesn't spend enough time with me.
B: Well, if she ... (have) the time, I'm sure she ... (try), but she's very busy.
- 12 A: Did you give Bill the message?
B: No, but when I ... (see) him, I ... (tell) him the news.

8. Choose the correct answer.

- 1 'If you ...C... that plate, you'll burn your fingers.'

'Why? Has it been in the oven?'

A would touch

B will touch

C touch

2 '... you're busy, we'll talk now.'

'That's fine. I'm not busy at the moment.'

A If

B Provided

C Unless

3 'If you watch the news, you ... a lot.'

'I know. I watch it every day.'

A learn

B were learning

C would learn

4 '... you wear warm clothes, you won't get cold.'

'I'll wear an extra jumper.'

A Unless

B Providing

C Supposing

5 'Shall I invite John to the party?'

'Well, were I you, I ... him.'

A would invite

B will invite

C am inviting

6 '... the teacher comes back now, what will you do?'

'I don't know.'

A When

B Providing

C Supposing

7 'Could I see the menu, please?'

'Yes, sir. If you ... a seat, I will fetch it for you.'

A take

B had taken

C have taken

8 'Don't cry. Everything will be alright.'

'Yes, but if I ... the bus, I wouldn't have been late for school.'

A didn't miss

B hadn't missed

C don't miss

9 'When water boils, it ... steam.'

'Yes, I know; and the steam is hot, too.'

A would produce

B produce

C produces

10 'Can you help me, please?'

'Well, if I wasn't studying, I ... you.'

A would help

B help

C will help

11 'John crashed his car yesterday.'

'I know, but if he hadn't been changing the cassette, he ...'

A won't crash

B wouldn't crash
 C wouldn't have crashed
 12 'Can I have some chocolate, please?'
 'If you behave yourself, I you some later.'
 A would buy
 B might buy
 C buy
 13 'Should you see Colin ... and tell me.'
 'I will.'
 A come
 B to come
 C will come
 14 'If we were rich, we ... expensive clothes.'
 'Well, unfortunately we aren't rich!'
 A could afford
 B can afford
 C afford

9. Put the verbs in brackets into the correct tense.

- 1 If I ...were... (be) you, I wouldn't drive in the snow.
- 2 Peter ... (be able to) help you if he was here.
- 3 If I had closed the window, the cat ... (not/jump) out.
- 4 I ... (call) for help if I got stuck in a lift.
- 5 Had I known him, I ... (talk) to him.
- 6 John ... (may/lose) his job if he is rude to the boss.
- 7 If you ... (save) some money, you would have been able to go on holiday last year.
- 8 You may win if you ... (take) part in the contest.
- 9 If I had toothache, I ... (go) to the dentist.
- 10 They would have helped us move house if we ... (ask) them.
- 11 If Jane ... (be) older, she could live by herself.
- 12 We would have changed our plans if we ... (hear) the weather forecast.
- 13 Emma ... (send) a card if she had remembered it was their anniversary.
- 14 Robert ... (feel) better if you talked to him.
- 15 If Sam was still living nearby, you ... (can/invite) him for dinner.
- 16 If you ... (put) your money in your wallet, you will not lose it.
- 17 If you ... (like) chocolate, you will love this cake.
- 18 If Bill ... (come) home early, he will eat dinner with us.
- 19 Sandra will join us later unless she ... (have) a lot of work to do.

10. Fill in the gaps using when or if.

- 1 A: Have you phoned Paul yet?
 B: No, I'll phone him ...when... I get home.
- 2 A: ... I get a new job soon, I may have a party.
 B: That's a good idea.
- 3 A: I really liked that dress we saw.
 B: Well, you can buy it ... you get paid.
- 4 A: Shall we go somewhere this weekend?
 B: Yes ... it's sunny, we could go to the beach.
- 5 A: Did you make this cake yourself?
 B: Yes ... you like it, I'll give you the recipe.
- 6 A: Is Jane still asleep?
 B: Yes ... she wakes up, I'll tell her you're here.

7 A: Have you done your homework?

B: No. I'll do it ... we've finished dinner.

8 A: We've run out of milk.

B: Well, ... I go to the shops, I'll buy some more.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по учебно-методической работе



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Б1.Б.1.03 ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК

Специальность

21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 2

**Поиски и разведка подземных вод
и инженерно-геологические изыскания**

Автор: Безбородова С. А., к.п.н.

Одобрена на заседании кафедры

Иностранных языков и деловой

коммуникации

(название кафедры)

Зав. кафедрой

Юсупова Л. Г.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 6 от 17.03.2020

(Дата)

Рассмотрена методической комиссией

Факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель

(подпись)

д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020

(Дата)

Екатеринбург
2020

СОДЕРЖАНИЕ

I. Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям.....	3
1.1 Повторение материала практических занятий.....	3
1.2 Чтение и перевод учебных текстов.....	42
1.3 Подготовка к практическим занятиям (запоминание иноязычных лексических единиц и грамматических конструкций)	60
1.4 Самостоятельное изучение тем курса (для заочной формы обучения)	73
1.5 Подготовка к контрольной работе	73
II. Другие виды самостоятельной работы.....	73
2.1 Выполнение самостоятельного письменного домашнего задания:	
2.1.1 Подготовка к ролевой игре.....	73
2.1.2 Подготовка к практико-ориентированному заданию	74
2.1.3 Подготовка к опросу	75
2.2 Дополнительное чтение профессионально ориентированных текстов и выполнение заданий на проверку понимания прочитанного.....	75
2.3 Подготовка доклада.....	94
2.4 Подготовка к тесту.....	95
2.5 Подготовка к экзамену.....	99

I. Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям

1. Повторение материала практических занятий

Практические занятия направлены на развитие умений иноязычного говорения в рамках заданных РПД тем: бытовая сфера общения (Я и моя семья); учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование); социально-культурная сфера общения (Я и моя страна. Я и мир); профессиональная сфера общения (Я и моя будущая специальность).

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My family

My name is Vladimir Petrov. I am ... years old. I was born in 19... in Nizhniy Tagil. I went to school when I was 7. In 20... I finished school number 10 in Ekaterinburg. This year I entered the Ural State Mining University. In five years I shall graduate from this University.

I live in the center of Ekaterinburg. I work at the Ministry of Foreign Trade. I'm an engineer & I am also a student. Many engineers in our Ministry learn foreign languages.

My family is not large. I have a wife & two children. My wife's name is Ann & children's names are Nick & Natalie.

My wife is an economist. My wife is a young woman. She is twenty – nine years old. She works at the Ministry of Foreign Trade, too. She goes to the office every day. My wife doesn't learn English. She already knows English very well. She reads many English books, magazines & newspapers. My wife is also a student. She learns German. She likes languages very much & is going to learn French next year.

My daughter is a girl of ten. She goes to school. She has a lot of subjects at school. She also learns English. She also helps her mother at home.

My son is a little boy. He was born five years ago. I take him to the kindergarten every morning.

My parents are not old. My father is 53. He is an engineer. He graduated from The Ural Polytechnical Institute. He works at a big plant. My mother is 51. She is a teacher. She teaches Russian at school. She graduated from the Leningrad Teachers' Training University.

My sister's name is Katya. She works at an office. Besides she studies at an Evening Department. She is married. Her husband is a doctor. He works at a hospital. They have a little son. He is only six months old.

My elder brother, Boris by name, does not stay with us. He lives in Gorky in a large two-roomed flat. He is a designer. He has also a family of his own. He has a wife & two children: a boy & a girl. Their son is already a pupil. My brother & his family often come to see us. We also visit them sometimes.

I also have a grandfather & a grandmother. They are pensioners. My grandmother looks after the house & does the cooking. We usually take our children to the country in summer to stay with their grandparents. They love their grandchildren very much.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My student's life

I'm a student of The Ural State Mining University. I have been a student only one month. I can't speak English very well yet. I am just a beginner. I live in a hostel. It is rather a long way from the University. In fact, it takes me about an hour to get to the University. But it gives me no trouble at all, as I like to get up early. I don't need an alarm-clock to wake me up. I am an early - riser.

Though the hostel is far from the University it is very comfortable & has all modern conveniences.

As a rule I get up at 6.30, do morning exercises & have shower. I don't have a bath in the morning; I have a bath before I go to bed.

For breakfast I have a boiled egg & a cup of coffee in order not to waste the time. At about 7.30 I am quite ready to go. It is about 5 minutes walk from the hostel to the stop. I usually take the 7.40. bus. I walk to the stop as I have plenty of time to catch my bus.

I come to the University 5 minutes before the lesson begins. So I can have a chat with my friends. The majority of my group mates are from Ekaterinburg the others either come from different towns of our country. We usually have a lot of things to talk about.

We don't go out to the lunch. There is a good canteen at the University. It is on the ground floor. But I should say that you have to stand in a queue to have lunch.

I come to the hostel from the University at about 3 o'clock. I live in a single room & have nobody to speak with. In the evening I sometimes go out with my friends. We go to the cinema if there is something new or to the club if there is a dancing party there. But often I stay in, watch TV programs or listen to the music. Then I read a book for half an hour or so & go to sleep. That doesn't take me long, as a rule.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

Ekaterinburg – an Industrial Centre

Ekaterinburg is one of the leading industrial centres of Russia. There are over 200 industrial enterprises of all-Russia importance in it. The key industry is machine-building. The plants of our city produce walking excavators, electric motors, turbines, various equipment for industrial enterprises.

During the Great Patriotic War Sverdlovsk plants supplied the front with arms and munitions and delivered various machinery for restoration of Donbass collieries and industrial enterprises of the Ukraine.

The biggest plants of our city are the Urals Heavy Machine Building Plant (the Uralmash), the Urals Electrical Engineering Plant (Uralelectrotyazhmash), the Torbomotorny Works (TMZ), the Chemical Machinery Building Works (Chimmash), the Verkh Iset Metallurgical Works (VIZ) and many others.

The Urals Heavy Machinery Building Plant was built in the years of the first five-year plan period. It has begun to turn out production in 1933. The machines and equipment produced by the Uralmash have laid the foundation for the home iron and steel, mining and oil industries. The plant produces walking excavators and draglines, drilling rigs for boring super-deep holes, crushing and milling equipment for concentrators. The plant also produces rolling-mills, highly efficient equipment for blast furnaces, powerful hydraulic presses and other machines. The trade mark of the Uralmash is well-known all over the world.

The Electrical Engineering plant was put into operation in 1934. At the present time it is a great complex of heavy electrical machine-building. It produces powerful hydrogenerators, transformers, air and oil switches, rectifiers & other electrical equipment. Besides, it is one of the main producers of high-voltage machinery.

The Turbo-Motorny Works produces turbines & diesel motors for powerful trucks. The turbines manufactured by this plant are widely known not only in our country, but also abroad. The plant turned out its first turbines in 1941.

The Urals Chemical Works, the greatest plant in the country, produces machinery for the chemical industry. It also produces vacuum- filters used in different branches of oil industry.

The Verkh-Iset Metallurgical Works the oldest industrial enterprise in Ekaterinburg is now the chief producer of high grade transformer steel in the country.

Now complex mechanization & automation of production processes are being used at all industrial enterprises of Ekaterinburg. Its plants make great contribution to the development of our country's national economy.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland (the UK) occupies most of the territory of the British Isles. It consists of four main parts: England, Scotland, Wales and Northern

Ireland. London is the capital of England. Edinburgh is the capital of Scotland, Cardiff— of Wales and Belfast — of Northern Ireland. The UK is a small country with an area of some 244,100 square kilometres. It occupies only 0.2 per cent of the world's land surface. It is washed by the Atlantic Ocean in the north-west, north and south-west and separated from Europe by the Severn, but the most important waterway is the Thames.

The climate is moderate and mild. But the weather is very changeable. The population of the United Kingdom is over 57 million people. Foreigners often call British people "English", but the Scots, the Irish and the Welsh do not consider themselves to be English. The English are Anglo-Saxon in origin, but the Welsh, the Scots and the Irish are Celts, descendants of the ancient people, who crossed over from Europe centuries before the Norman Invasion. It was this people, whom the Germanic Angles and Saxons conquered in the 5th and 6th centuries AD. These Germanic conquerors gave England its name — "Angle" land. They were conquered in their turn by the Norman French, when William the Conqueror of Normandy landed near Hastings in 1066. It was from the union of Norman conquerors and the defeated Anglo-Saxons that the English people and the English language were born. The official language of the United Kingdom is English. But in western Scotland some people still speak Gaelic, and in northern and central parts of Wales people often speak Welsh.

The UK is a highly developed industrial country. It is known as one of the world's largest producers and exporters of machinery, electronics, textile, aircraft, and navigation equipment. One of the chief industries of the country is shipbuilding.

The UK is a constitutional monarchy. In law, Head of the State is Queen. In practice, the country is ruled by the elected government with the Prime Minister at the head. The British Parliament consists of two chambers: the House of Lords and the House of Commons. There are three main political parties in Great Britain: the Labour, the Conservative and the Liberal parties. The flag of the United Kingdom, known as the Union Jack, is made up of three crosses. The big red cross is the cross of Saint George, the patron saint of England. The white cross is the cross of Saint Andrew, the patron saint of Scotland. The red diagonal cross is the cross of Saint Patrick, the patron saint of Ireland.

The United Kingdom has a long and exciting history and a lot of traditions and customs. The favorite topic of conversation is weather. The English like to drink tea at 5 o'clock. There are a lot of high days in Great Britain. They celebrate Good Friday, Christmastide, Christmas, Valentine's day and many others. It is considered this nation is the most conservative in Europe because people attach greater importance to traditions; they are proud of them and keep them up. The best examples are their money system, queen, their measures and weights. The English never throw away old things and don't like to have changes.

Great Britain is a country of strong attraction for tourists. There are both ancient and modern monuments. For example: Hadrian Wall and Stonehenge, York Cathedral and Durham castle. It is no doubt London is the most popular place for visiting because there are a lot of sightseeing like the Houses of Parliament, Buckingham Palace, London Bridge, St Paul's Cathedral, Westminster Abbey, the Tower of London. Also you can see the famous Tower Clock Big Ben which is considered to be the symbol of London. Big Ben strikes every quarter of an hour. You will definitely admire Buckingham Palace. It's the residence of the royal family. The capital is famous for its beautiful parks: Hyde Park, Regent's Park. The last one is the home of London Zoo.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My speciality is Geology

I am a first year student of the Ural State Mining University. I study at the geological faculty. The geological faculty trains geologic engineers in three specialities: mineral prospecting and exploration, hydrogeology and engineering geology, drilling technology.

Geology is the science which deals with the lithosphere of our planet. Geology studies the composition of the Earth's crust, its history, the origin of rocks, their distribution and many other problems.

That is why the science of geology is commonly divided into several branches, such as:

1. General Geology which deals with the composition and the structure of the Earth and with various geological processes going on below the Earth's surface and on its surface.
2. Petrology which studies the rocks of the Earth.
3. Mineralogy which investigates the natural chemical compounds of the lithosphere.
4. Paleontology which deals with fossil remains of ancient animals and plants found in rocks.
5. Historic Geology which treats of the Earth's history.
6. Structural Geology which deals with the arrangement of rocks due to the Earth's movements.
7. Economic Geology which deals with occurrence, origin and distribution of mineral deposits valuable to man.

All these branches of geology are closely related to each other.

Geology is of great practical importance because it supplies industry with all kinds of raw materials, such as ore, coal, oil, building materials, etc.

Geology deals with the vital problem of water supply. Besides, many engineering projects, such as tunnels, canals, dams, irrigation systems, bridges etc. need geological knowledge in choosing construction sites and materials.

The practical importance of geology has greatly increased nowadays. It is necessary to provide a rapid growth of prospecting mineral deposits, such as ores of iron, copper, lead, uranium and others, as well as water and fossil fuels (oil, gas and coal). They are badly needed for further development of all the branches of the national Economy of our country and for creating a powerful economic foundation of the society. The graduates of the geological faculty of the Ural State Mining University work all over the country in mines, geological teams and expeditions of the Urals, Siberia, Kazakhstan, in the North and Far East, etc. as well as abroad.

Very often geologists have to work under hard climatic and geological conditions. They must be courageous, strong and purposeful people, ready to overcome any hardships which nature has put in their way to its underground treasure-house.

Практические занятия направлены также на формирование грамматического навыка по темам: порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях, порядок слов в вопросительном предложении, безличные предложения, местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные), имя существительное, артикли (определенный, неопределенный, нулевой), функции и спряжение глаголов *to be* и *to have*, оборот *there+be*, имя прилагательное и наречие, степени сравнения, сравнительные конструкции, имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат), образование видовременных форм глагола в активном залоге.

Распределение выше указанных тем в учебнике:

- Агабекян И. П. Английский язык для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов / И. П. Агабекян. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. - 384 с.: ил. - (Высшее образование) (200 экз. в библиотеке УГГУ) и учебнике:

- Журавлева Р.И. Английский язык: учебник: для студентов горно-геологических специальностей вузов / Р. И. Журавлева. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. - 508 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 502 (192 экз. в библиотеке УГГУ) представлено в таблице №1:

Таблица №1

Название темы	Страницы учебников	
	<i>Агабекян И. П.</i>	<i>Журавлева Р.И.</i>
Порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях	148	9
Порядок слов в вопросительном предложении	163-170	10, 24
Безличные предложения	149	440
Местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные)	41-55	101, 439
Имя существительное	66-78	435

Артикли (определенный, неопределенный, нулевой)	78-84	433
Функции и спряжение глаголов <i>to be</i> и <i>to have</i>	102-104	6-8
Оборот <i>there+be</i>	105-107	100
Имя прилагательное и наречие	115	83
Степени сравнения, сравнительные конструкции	115-121	143
Имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат)	261-271	-
Образование видовременных форм глагола в активном залоге	193-209	10, 36, 69

Повторите материал практических занятий!

Порядок слов в английском предложении

В русском языке, благодаря наличию падежных окончаний, мы можем переставлять члены предложения, не меняя основного смысла высказывания. Например, предложения Студенты изучают эти планы и Эти планы изучают студенты совпадают по своему основному смыслу. Подлежащее в обоих случаях - студенты, хотя в первом предложении это слово стоит на первом месте, а во втором предложении - на последнем.

По-английски такие перестановки невозможны. Возьмём предложение The students study these plans Студенты изучают эти планы. Если подлежащее и дополнение поменяются местами, то получится бессмыслица: These plans study the students Эти планы изучают студентов. Произошло это потому, что слово plans, попав на первое место, стало подлежащим.

Английское предложение имеет твёрдый порядок слов.

Порядок слов в английском предложении показан в этой таблице:

I	II	III Дополнение			IV Обстоятельство
Подлежащее	Сказуемое	Косвенное без предлога	Прямое	Косвенное с предлогом	
We Мы	study изучаем		math математику		
He Он	gives дает	us нам	lessons уроки		in this room. в этой комнате
She Она	reads читает		her notes свои заметки	to Peter Петру	every day. каждый день

Вопросительное предложение

Общее правило построения вопросов в английском языке таково: Все вопросы (кроме специальных вопросов к подлежащему предложения) строятся путем инверсии. Инверсией называется нарушение обычного порядка слов в английском предложении, когда сказуемое следует за подлежащим.

В тех случаях, когда сказуемое предложения образовано без вспомогательных глаголов (в Present и Past Indefinite) используется вспомогательный глагол *to do* в требуемой форме - *do/does/did*.

Общие вопросы

Общий вопрос задается с целью получить подтверждение или отрицание высказанной в вопросе мысли. На общий вопрос обычно дается краткий ответ: "да" или "нет".

Для построения общего вопроса вспомогательный или модальный глагол, входящий в состав сказуемого, ставится в начале предложения перед подлежащим.

а) Примеры сказуемого с одним вспомогательным глаголом: Is he speaking to the teacher?
- Он говорит с учителем?

б) Примеры сказуемого с несколькими вспомогательными глаголами:

You will be writing letters to us. – Ты будешь писать нам письма.
Will you be writing letters to us? – Будешь ли ты писать нам письма?

Примеры с модальными глаголами:

She can drive a car. – Она умеет водить машину.

Can she drive a car? – Она умеет водить машину? (Yes, she can.; No, she cannot)

Когда в составе сказуемого нет вспомогательного глагола (т.е. когда сказуемое выражено глаголом в Present или Past Indefinite), то перед подлежащим ставятся соответственно формы do / does или did; смысловой же глагол ставится в форме инфинитива без to (словарная форма) после подлежащего.

С появлением вспомогательного глагола do на него переходит вся грамматическая нагрузка - время, лицо, число: в Present Indefinite в 3-м лице ед. числа окончание -s, -es смыслового глагола переходит на глагол do, превращая его в does; а в Past Indefinite окончание прошедшего времени -ed переходит на do, превращая его в did.

Do you go to school? – Ходишь ли ты в школу?

Do you speak English well? – Ты хорошо говоришь по-английски?

Ответы на общие вопросы

Общий вопрос требует краткого ответа "да" или "нет", которые в английском языке образуются следующим образом:

а) Положительный состоит из слова Yes за которым (после запятой) идет подлежащее, выраженное личным местоимением в им. падеже (никогда не используется существительное) и тот вспомогательный или модальный глагол, который использовался в вопросе (вспомогательный глагол согласуется с местоимением ответа);

б) Отрицательный ответ состоит из слова No, личного местоимения и вспомогательного (или модального) глагола с последующей частицей not

Например: Are you a student? – Ты студент?

Yes, I am. – Да.; No, I am not. – Нет.

Do you know him? – Ты знаешь его?

Yes, I do. – Да (знаю).; No, I don't. – Нет (не знаю).

Специальные вопросы

Специальный вопрос начинается с вопросительного слова и задается с целью получения более подробной уточняющей информации. Вопросительное слово в специальном вопросе заменяет член предложения, к которому ставится вопрос.

Специальные вопросы могут начинаться словами:

who? – кто? whom? – кого? whose? – чей? what? – что? какой? which? –
который?

when? – когда? where? – где? куда? why? – почему? how? – как?

how much? – сколько? how many? – сколько? how long? – как долго?
сколько времени?

how often? – как часто?

Построение специальных вопросов:

1) Специальные вопросы ко всем членам предложения, кроме подлежащего (и его определения) строятся так же, как и общие вопросы – посредством инверсии, когда вспомогательный или модальный глагол ставится перед подлежащим.

Специальный вопрос (кроме вопроса к подлежащему) начинается с вопросительного слова или группы слов за которым следуют вспомогательный или модальный глагол, подлежащее и смысловой глагол (сохраняется структура общего вопроса).

Вопрос к прямому дополнению:

What are you reading? Что ты читаешь?

What do you want to show us? Что вы хотите показать нам?

Вопрос к обстоятельству

Обстоятельства бывают разного типа: времени, места, причины, условия, образа действия и др.

He will come back tomorrow. – Он вернется завтра.

When will he come back? – Когда он вернется?

What did he do it for? Зачем он это сделал?

Where are you from?

Вопрос к определению

Вопрос к определению начинается с вопросительных слов what какой, which (of) который (из), whose чей, how much сколько (с неисчисляемыми существительными), how many сколько (с исчисляемыми существительными). Они ставятся непосредственно перед определяемым существительным (или перед другим определением к этому существительному), а затем уже идет вспомогательный или модальный глагол.

What books do you like to read? Какие книги вы любите читать?

Which books will you take? Какие книги (из имеющихся) вы возьмете?

Вопрос к сказуемому

Вопрос к сказуемому является типовым ко всем предложениям: "Что он (она, оно, они, это) делает (делал, будет делать)?" , например:

What does he do? Что он делает?

Специальные вопросы к подлежащему

Вопрос к подлежащему (как и к определению подлежащего) не требует изменения прямого порядка слов, характерного для повествовательного предложения. Просто подлежащее (со всеми его определениями) заменяется вопросительным местоимением, которое исполняет в вопросе роль подлежащего. Вопросы к подлежащему начинаются с вопросительных местоимений:

who – кто (для одушевленных существительных)

what - что (для неодушевленных существительных)

The teacher read an interesting story to the students yesterday.

Who read an interesting story to the students yesterday?

Сказуемое в таких вопросах (после who, what в роли подлежащего) всегда выражается глаголом в 3-м лице единственного числа (не забудьте про окончание -s в 3-м лице ед. числа в Present Indefinite. Правила образования -s форм см. здесь.):

Who is reading this book? Кто читает эту книгу?

Who goes to school?

Альтернативные вопросы

Альтернативный вопрос задается тогда, когда предлагается сделать выбор, отдать чему-либо предпочтение.

Альтернативный вопрос может начинаться со вспомогательного или модального глагола (как общий вопрос) или с вопросительного слова (как специальный вопрос) и должен обязательно содержать союз or - или. Часть вопроса до союза or произносится с повышающейся интонацией, после союза or - с понижением голоса в конце предложения.

Например вопрос, представляющий собой два общих вопроса, соединенных союзом or:

Is he reading or is he writing?

Did he pass the exam or did he fail?

Вторая часть вопроса, как правило, имеет усеченную форму, в которой остается (называется) только та часть, которая обозначает выбор (альтернативу):

Is he reading or writing?

Разделительные вопросы

Основными функциями разделительных вопросов являются: проверка предположения, запрос о согласии собеседника с говорящим, поиски подтверждения своей мысли, выражение сомнения.

Разделительный (или расчлененный) вопрос состоит из двух частей: повествовательной и вопросительной.

Первая часть - повествовательное утвердительное или отрицательное предложение с прямым порядком слов.

Вторая часть, присоединяемая через запятую, представляет собой краткий общий вопрос, состоящий из местоимения, заменяющего подлежащее, и вспомогательного или модального глагола. Повторяется тот вспомогательный или модальный глагол, который входит в состав сказуемого первой части. А в Present и Past Indefinite, где нет вспомогательного глагола, употребляются соответствующие формы do/ does/ did.

В второй части употребляется обратный порядок слов, и она может переводиться на русский язык: не правда ли?, не так ли?, верно ведь?

1. Если первая часть вопроса утвердительная, то глагол во второй части стоит в отрицательной форме, например:

You speak French, don't you? You are looking for something, aren't you? Pete works at a plant, doesn't he?

2. Если первая часть отрицательная, то во второй части употребляется утвердительная форма, например:

It is not very warm today, is it? John doesn't live in London, does he?

Безличные предложения

Поскольку в английском языке подлежащее является обязательным элементом предложения, в безличных предложениях употребляется формальное подлежащее, выраженное местоимением it. Оно не имеет лексического значения и на русский язык не переводится.

Безличные предложения используются для выражения:

1. Явлений природы, состояния погоды: It is/(was) winter. (Была) Зима. It often rains in autumn. Осенью часто идет дождь. It was getting dark. Темнело. It is cold. Холодно. It snows. Идет снег.

2. Времени, расстояния, температуры: It is early morning. Раннее утро. It is five o'clock. Пять часов. It is two miles to the lake. До озера две мили. It is late. Поздно.

3. Оценки ситуации в предложениях с составным именным (иногда глагольным) сказуемым, за которым следует подлежащее предложения, выраженное инфинитивом, герундием или придаточным предложением: It was easy to do this. Было легко сделать это. It was clear that he would not come. Было ясно, что он не придет.

4. С некоторыми глаголами в страдательном залоге в оборотах, соответствующих русским неопределенно-личным оборотам: It is said he will come. Говорят, он придет.

Местоимение. The Pronoun.

Классификации местоимений.

1	personal	личные
2	possessive	притяжательные
3	demonstrative	указательные
4	indefinite and negative	неопределенные и отрицательные
5	quantifiers	количественные
6	reflexive	возвратные
7	reciprocal	взаимные
8	relative	относительные
9	defining	определятельные
10	interrogative	вопросительные

I. Личные (personal) местоимения

Общий падеж		Объектный падеж	
I	я	me	мне, меня
he	он	him	его, ему
she	она	her	ей, о ней
it	оно, это	it	ей, ему, этому
we	мы	us	нам, нас

they	они	them	им, их
you	ты, вы	you	тебе, вам
Внимание! He (он) и she (она) в английском языке можно говорить только про людей. Все остальные английские существительные (предметы, животные, явления природы, чувства и т. д.) - обозначаются – it (оно, это).			
he	she	it	
a boy – мальчик a man – мужчина brother – брат father – отец Nick – Николай Mr Grey – мистер Грей	a girl – девочка a woman – женщина sister – сестра mother – мама Kate – Катя Mrs Grey – миссис Грей	a cat – кот a wall – стена rain – дождь love – любовь a hand – рука an apple – яблоко	

Англичане говорят **It's me**, а не **It's I** (это я).

II. Притяжательные (possessive) местоимения

Притяжательные местоимения выражают принадлежность и имеют в английском языке две формы - основную (после этой формы обязательно требуется существительное).

Whose pen is it? - Чья это ручка? - **It's my pen.** - Это моя ручка.

И абсолютную (существует самостоятельно, без существительного) - **It's mine.** - Это моя.

Личное местоимение	Основная форма	Абсолютная форма
I – я he – он she – она it – оно, это we – мы you – ты, вы they – они	my (toy) - моя (игрушка) his (toy) - его (игрушка) her (toy) - ее (игрушка) its (toy) - его (не о человеке) our (toy) - наша (игрушка) your (toy) - ваша, твоя (игрушка) their (toy) - их (игрушка)	his - его hers - ее its - его (этого) ours - наша yours - ваша, твоя theirs - их

III. Указательные (demonstrative) местоимения

this (это, эта, этот) – **these** (эти) **that** (то, та, тот) - **those** (те)

IV. Неопределенные (indefinite) и отрицательные (negative) местоимения

Местоимения **some, any, every**, и их производные

• Если у вас есть, например, яблоки и вы знаете, сколько их, вы говорите:

I have/I have got three apples. У меня есть 3 яблока,

• Если вы не знаете точное количество, то используйте неопределенное местоимение **some: I have/I have got apples.** У меня есть несколько яблок (некоторое количество).

Производные от неопределенных местоимений

Слово **“think”** обозначает **“вещь”** (не обязательно материальная).

Слово **“body”** обозначает **“тело”**. Эти слова являются основой для целого ряда словообразований.

Thing используется для неодушевленных (что-то):

some	something – что-то, что-нибудь
any	anything - что-то, что-нибудь
no	nothing - ничего, ничто
thing	

every	everything - все
Body/one - для одушевленных (кто-то):	
some	somebody/someone – кто-то, кто-нибудь
any	anybody/anyone - кто-то, кто-нибудь
	body/one
no	nobody / no one - никого, никто
every	everybody /everyone – все, каждый
Местоимение some и основа body должны произноситься и писаться слитно, в противном случае вместо somebody – кто-то, получится some body - какое-то тело, Something/somebody/someone - в утвердительных предложениях, anything/anybody/anyone - в отрицательных и вопросительных предложениях, nothing/nobody/no one – в отрицательных. Anything/anybody/anyone - также используются в утвердительных предложениях, но в значении <i>что угодно/кто угодно</i>	

somewhere - где-нибудь, куда-нибудь	anywhere - где угодно
nowhere - нигде	everywhere - везде

V. Количественные (quantifiers) местоимения

Many и much - оба слова обозначают “много”, С исчисляемыми существительными (теми, которые можно посчитать, можно образовать множественное число) используется слово many, а с неисчисляемыми - слово much.	
many girls - много девочек many boys - много мальчиков many books - много книжек	much snow - много снега much money - много денег much time - много времени
How many? } сколько? How much? }	How many girls? - Сколько девочек? How much sugar? - Сколько сахара? How much sugar? - Сколько сахара?
a lot of... - много - используется и с исчисляемыми, и с неисчисляемыми существительными a lot of girls – много девочек a lot без (of) используется и без существительного. a lot of sugar - много сахара Сравните: He writes a lot of funny stories. Он пишет много забавных рассказов. He writes a lot. Он много пишет.	
<u>В утвердительных</u> предложениях используйте a lot of. <u>В отрицательных</u> и в вопросительных many/much, Сравните: (+) My grandmother often cooks a lot of tasty things. Моя бабушка часто готовит много вкусного. (-) But we don't eat much. Но мы не едим много. (?) Do you eat much? Вы много едите? Иногда слова much и a lot являются синонимами слова “часто”: Do you ski much? Вы много (часто) катаетесь на лыжах? No, not much (= not often). Нет, не часто.	

Few, little, a few, a little

С **неисчисляемыми** существительными используйте слово **little** (мало), а с **исчисляемыми** - **few** (мало).

few books - мало книг few girls - мало девочек few boys - мало мальчиков	little time - мало времени little money - мало денег little snow - мало снега
little } мало (т.е. надо еще) few }	a little } немного (т.е. пока хватает) a few }

VI. Возвратные (reflexive) местоимения

Возвратные местоимения образуются от личных местоимений в объектном падеже и притяжательных местоимений прибавлением - **self** в единственном числе и - **selves** во множественном числе. Возвратные местоимения используются для того, чтобы показать, что объект, названный подлежащим предложения сам совершает действие.

Личное местоимение	Возвратное местоимение	Пример	Перевод
I	myself	I did it myself.	Я сделал это сам
he	himself	He did it himself.	Он сделал это сам.
she	herself	She did it herself.	Она сделала это сама
you	yourself	You did it yourself.	Вы сделали это сами.
they	themselves	They did it themselves.	Они сделали это сами.
we	ourselves	We did it ourselves.	Мы сделали это сами.

VII. Взаимные (reciprocal) местоимения

Each other - друг друга (относится к двум лицам или предметам).

One another - друг друга (относится к большему количеству лиц или предметов).

They spoke to each other rather friendly. Они разговаривали друг с другом довольно дружелюбно.

They always help one another. Они всегда помогают друг другу.

VIII. Относительные (relative) местоимения

Who (whom), whose, which, that

who	Именительный падеж who (подлежащее) The girl <u>who</u> is playing the piano is my sister. Девочка, которая играет на пианино, - моя сестра.
	Объектный падеж whom (дополнение) The man <u>whom</u> I love the best is your brother. Человек, которого я люблю больше всех, - твой брат.
which	Для неодушевленных предметов и животных The flowers <u>which</u> you brought me were pretty nice. Цветы, которые ты мне принес, очень милые.
whose	Для одушевленных существительных This is the man <u>whose</u> book we read yesterday. Это человек, книгу которого мы читали вчера.
	Для неодушевленных существительных We saw the tree <u>whose</u> leaves were absolutely yellow. Мы увидели дерево, листья которого были абсолютно желтыми.
that	Для одушевленных существительных This is the man <u>that</u> we saw yesterday. Это мужчина, которого мы видели вчера.
	Для неодушевленных существительных This is the film <u>that</u> we saw yesterday. Это фильм, который мы видели вчера.

IX. Определительные (defining) местоимения

all

Употребление	Примеры	Перевод
определяет неисчисляемые	He spent all his time fishing on the	Он провел все свое время,

существительные	lake.	ловя рыбу на озере.
определяет исчисляемые существительные	All the boys like football. (the после all!)	Все мальчишки любят футбол.
all = everything	I know all/everything .	Я знаю всё.
all = everybody	All were hungry. Everybody was hungry.	Все были голодны. Все были голодны.
we all = all of us you all = all of you they all = all of them	We all love you very much = All of us love you very much.	Мы все тебя очень любим

both

Употребление	Примеры	Перевод
определяет существительные	Both (the/my) friends like football.	Оба моих друга любят футбол
допускается использование артикля вместо указательных местоимений после both	Both these/the men are Russian.	Оба (эти) мужчины - русские.
употребляется вместо существительного	He gave me two apples. Both were sweet.	Он дал мне два яблока. Оба были сладкими.
they both = both of them you both = both of you we both = both of us	They both (both of them) came to visit us.	Они оба пришли навестить нас.
в устойчивой конструкции both...and.	Both mother father were at home	И мама, и папа были дома.
в отрицательных предложениях вместо both используется neither	Both of them know English. Neither of them know English.	Они оба знают английский. Ни один из них не знает английского.

either/neither

	Употребление	Примеры	Перевод
either	любой из двух (артикл не ставится)	I've got 2 cakes. Take either cake.	У меня 2 пирожных. Возьми любое.
	каждый, оба, и тот, и другой	There are windows on either side of the house.	С обеих сторон дома есть окна.
	заменяет существительное (глагол в ед. числе)	Either of dogs is always hungry.	Любая из собак вечно голодная.
neither	отрицательное местоимение-определение (ни тот, ни другой)	Neither of examples is correct.	Ни один из примеров не верен.
	в констр. neither.. nor (ни.. ни)	I like neither tea, nor coffee.	Я не люблю ни чай, ни кофе.

other, another, the other, the others (другой, другие)

	Употребление	Примеры	Перевод
the other	другой (второй), другой из двух	You've got 2 balls: one and the other.	У тебя 2 мяча: один и другой.
another	другой из многих, еще один	Take another ball.	Возьми другой мяч. (Любой, но не этот.)
other	другие (любые), не последние	Take other 2 balls.	Возьми другие 2 мяча. (Из многих.)

the others	другие (определенные)	There are 4 balls: 2 balls are red and the others are blue.	Есть 4 мяча: 2 красных, а другие 2 - синие.

X. Вопросительные (interrogative) местоимения

what	что	What's this?	Что это?
which	который	Which of them?	Который из них?
who	кто, кого	Who was that?	Кто это был?
whom	кого	Whom did you meet?	Кого ты встретил?
whose	чей	Whose book is it?	Чья это книга?

Имя существительное. The Noun

Категории	Существительное в русском языке	Существительное в английском языке
Число	Изменяется	Изменяется
Падеж	Изменяется	Не изменяется

The Plural Form of Nouns

Образование множественного числа у английских существительных

Способ образования	Примеры	Перевод
после глухих согласных	a book - books a cup - cups	книга - книги чашка - чашки
после звонких согласных и гласных -	a name - names a girl - girls	имя - имена девочка - девочки
после шипящих, свистящих звуков -ch, -sh, -x, -s, -z: -es	a palace - palaces a bush - bushes a box - boxes a church - churches	дворец - дворцы куст - кусты коробка - коробки церковь - церкви
слово заканчивается на -y: 1) гласная +y	a toy - toys a boy - boys	игрушка - игрушки мальчик - мальчики
2) согласная + y	a family - families a story - stories	семья - семьи история - истории
слово заканчивается на -file	a leaf - leaves a shelf - shelves	лист - листья полка - полки

Особые случаи образования множественного числа

Ед. число	Мн. число	Перевод
man	men	мужчина - мужчины
woman	women	женщина - женщины
foot	feet	нога (стопа) - ноги (стопы)
child	children	ребенок - дети
goose	geese	гусь - гуси
mouse	mice	мышь - мыши
ox	oxen	бык - быки
tooth	teeth	зуб - зубы

Слова - заместители существительных **Substitutions: one/ones**

При повторном использовании одного и того же существительного в одном предложении, вместо него следует использовать one (в единственном числе) и ones (во множественном числе):

This table is bigger than that one - Этот стол больше, чем тот (стол).
 These tables are bigger than those ones. - Эти столы больше, чем те (столы).

Со словами one/ones может быть использован артикль, если перед ними стоит прилагательное.	
What apple do you want? Какое ты хочешь яблоко? The red one. Красное.	What apples do you want? Какие яблоки ты хочешь? The red ones. Красные.

Английские существительные не имеют падежных окончаний традиционно выделяют два падежа -общий и притяжательный.

Общий падеж

И. п. Эта девочка хорошо говорит по-английски. Р. п. Это собака той девочки. Д. п. Я дал яблоко той девочке. . В. п. Я вижу маленькую девочку. . Т. п. Я люблю гулять с этой девочкой. П. п. Я часто думаю об этой девочке.	This girl speaks English well. It's a dog of that girl. I gave an apple to that girl. I can see a little girl. I like to play with this girl. I often think about this girl.

Притяжательный падеж. The Possessive Case

Образование притяжательного падежа

	Образование	Примеры	Перевод
существительные в единственном числе	's	bird's house child's ball	домик птички мячик ребенка
существительные во множественном числе (группа исключений)	's	children's ball women's rights	мячик детей права женщин
существительное во множественном числе	'	girls' toy birds' house	игрушка девочек домик птичек

Формула притяжательного падежа обычно имеют лишь одушевленные существительные, обозначающие живое существо, которому что-то принадлежит,

my mother's book - мамина книга,

this girl's ball - мячик девочки,

the bird's house - домик птички

Для того, чтобы показать принадлежность объекта неодушевленному предмету, используется предлог **of**:

the handle of the door (ручка (от) двери), но чаще образуется составное существительное **door-handle**,

Артикль. The Article

1. Неопределенный a/an (используется перед исчисляемыми существительными в единственном числе)

a cat –кот

a dog –собака

a boy – мальчик

a girl -девочка

a teacher - учитель

2. Определенный the (может использоваться с любыми существительными)

the cat -кот

the houses –дома

the water -вода

the weather –погода

the flowers - цветы

Если слово начинается с гласной буквы, к артиклю "a" добавляется буква "n", для того, чтобы две гласные не сливались: an apple (яблоко), an orange (апельсин), an author (автор) и т. д. Слово "an hour" (час) начинается с согласной буквы "h", но в слове эта буква не читается, т.е. слово начинается с гласного звука, поэтому к артиклю "a" также добавляется n = an

Упомянув объект впервые, перед ним ставят неопределенный артикль a/an при повторном упоминании того же самого объекта, перед ним ставят определенный артикль the

I see a cat, Я вижу кота (одного). The cat is black. (этот) Кот – черный.

This is a kitten. Это - котенок. (Один из многих) The kitten is hungry. (этот) Котенок - голодный.

I have a book- У меня есть книга. The book is interesting. (эта) Книга - интересная.

Неопределенный артикль a/an опускается перед исчисляемыми существительными и существительными во множественном числе.

a pen - pens (ручка - ручки) a dog - dogs (собака - собаки) a book - books (книга - книги)

- water (вода) - snow (снег) - meat (мясо)

Использование неопределенного артикля a

один из множества (любой)	This is a cat.
первое упоминание в тексте	I see a bird.
при упоминании профессии	My brother is a pilot.
в восклицательных предложениях	What a good girl! What a surprise! Such a fine room!
вместо слова один	She is coming for a week.
в определенных конструкциях there is a... I have a... he has a... I see a... this is a... that is a... It is a... I am a... he/she is a...	There is a book here. I have got a nice coat. He has a kind smile. I see a wolf. This is a dog. That is a doctor. It is a red pen. I am a good swimmer. He/she is a tourist
в ряде устойчивых словосочетаний at a quarter... in a loud, (a low, an angry voice) to have a good time a lot of to go for a walk such a... after a while in a day (a month, a week, a year)	Come at a quarter to 8. Don't speak to him in an angry voice. We had a good time in the country. She has got a lot of presents. Let's go for a walk. He is such a clever boy. You'll see them after a while. We are living in a day.

Использование определенного артикля the

если речь идет о конкретном лице или предмете	The pen is on the table.
при повторном упоминании того же самого объекта	I see a cat. The cat is black.
если слово обозначает нечто, существующее в единственном лице, с частями света	the sun, the moon, the Earth
со словами: only (только), main (главный), central (центральный), left (левый), right (правый), wrong (неправильный), next (следующий), last (последний), final (заключительный)	The only man I love the main road to the left, to the right It was the right answer. the final test
с порядковыми числительными	the first, the tenth

с прилагательными в превосходной степени	the kindest, the most interesting the best
с музыкальными инструментами и танцами	to play the piano, to dance the tango
с обобщающими существительными (класс людей» животных, термины, жанры)	The Britons keep their traditions.
с названиями музеев, кинотеатров, кораблей, галерей, газет, журналов	the Hermitage the Tretyakov Gallery the Aurora the Sesame Street
с названиями океанов, рек, морей, каналов, пустынь, групп, островов, штатов, горных массивов, наименований с of	the Atlantic ocean the Neva river the Black sea Changing of the Guard

Использование определенного артикля в ряде устойчивых словосочетаний

in the middle, in the corner in the morning, In the evening, in the afternoon what's the use? to the cinema, to the theatre, to the shop, to the market at the cinema, at the theatre, at the shop, at the market the fact is (was) that... where is the...? in the country, to the country	The table is in the middle of the room. I never drink coffee in the evening. What's the use of going there so late? Do you like going to the theatre? He works at the shop. The fact is that I have no money at all. Where is the doctor? We always spend summer in the country.

Сколько бы прилагательных-определений ни стояло перед существительным, все эти определения ставятся между артиклем и существительным: A big, black, fat cat большой, черный, толстый кот.

Случаи, когда артикль не употребляется

если, перед существительным стоит притяжательное местоимение	a pen - my pen a dog - his dog the teacher - our teacher the apple - her apple
если перед существительным стоит указательное местоимение	the cats - those cats the books - these books a mouse - this mouse
если стоит другое существительное в притяжательном падеже	a car - father's car the horse - farmer's horse a bike - brother's bike the doll - sister's doll
если перед существительным стоит, количественное числительное	5 balls, 7 bananas, 2 cats
если перед существительным стоит отрицание "no"	She has no children. I see no birds.
перед именами	Mike, Kate, Jim, etc
с названиями дней недели	Sunday, Monday, etc.
с названиями месяцев	May, December, etc.
с названиями времен года	in spring, in winter
с названиями цветов	white, etc. I like green
с названиями спортивных игр	football, chess, etc.
с названиями блюд, напитков	tea, coffee, soup, etc,
с названиями праздников	Easter, Christmas, etc.

с названиями языков, если нет слова (язык). Если есть, нужен артикль the	English, etc. I learn English, the English language
с названиями стран	Russia, France, etc HO: the USA, the United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland, the Netherlands, the Ukraine, the Congo
с названиями городов	Moscow, Paris, etc.
с названиями улиц, площадей	Trafalgar Square
с названиями парков	St James' Park, Hyde Park
с названиями мостов	Tower Bridge
с названиями одиночных гор	Kilimanjaro
с названиями озер	Loch Ness
с названиями континентов	Asia, Australia, etc.
с названиями одиночных островов	Cyprus
если перед существительными стоит вопросительное или отрицательное местоимение	what animals can swim? I know what thing you have lost!

ГЛАГОЛ (THE VERB)

Глаголом называется часть речи, обозначающая действие или состояние предмета или лица.

В английском языке признаком глагола в неопределенной форме (инфинитиве) является частица to.

По своей структуре глаголы делятся на:

1. Простые, состоящие только из одного корня:

to fire - стрелять; зажигать

to order - приказывать

to read - читать

to play - играть

2. Производные, состоящие из корня и префикса, из корня и суффикса или из корня, префикса и суффикса:

to unpack - распаковывать

to dismiss - увольнять, отпускать

to realize - представлять себе

to shorten - укорачивать (ся)

to encounter - встречать (ся), наталкивать (ся)

to regenerate - перерождаться, возрождаться

3. Сложные, состоящие из двух основ (чаще всего основы существительного или прилагательного и основы глагола):

to broadcast (broad + cast) - передавать по радио

to whitewash (white + wash) - белить

4. Составные, состоящие из глагольной основы и наречия или предлога:

to carry out - выполнять

to sit down - садиться

По значению глаголы делятся на смысловые и служебные.

1. Смысловые глаголы имеют самостоятельное значение, выражают действие или состояние: Lomonosov as a poet and scientist played a great role in the formation of the Russian literary language. Как поэт и ученый Ломоносов сыграл огромную роль в создании русского литературного языка.

2. Служебные глаголы не имеют самостоятельного значения и употребляются для образования сложных форм глагола или составного сказуемого. Они являются спрягаемым элементом сказуемого и в его формах выражается лицо, число и время. К ним относятся:

1. Глаголы-связки to be быть, to become становиться, to remain оставаться, to grow становиться, to get, to turn становиться, to look выглядеть, to keep сохраняться.

Every man is the maker of his own fortune. Каждый человек-творец своей судьбы.

2. Вспомогательные глаголы to be, to do, to have, to let, shall, will (should, would):

The kitchen was supplied with every convenience, and there was even a bath-room, a luxury the Gerhardts had never enjoyed before. На кухне имелись все удобства; была даже ванная комната- роскошь, какой Герхардты никогда до сих пор не обладали.

3. Модальные глаголы can, may, must, ought, need: He that would eat the fruit must climb the tree. Кто любит фрукты, должен влезть на дерево (чтобы сорвать). (Любишь кататься-люби и саночки возить.)

Все формы глагола в английском языке делятся на личные и неличные.

Личные формы глагола выражают время, лицо, число, наклонение. Они выполняют в предложении функцию сказуемого. К личным формам относятся все формы времен действительного и страдательного залога (изъявительного и сослагательного наклонения):

As you leave the Kremlin by Spassky Gate you come out on the Red Square. Если вы выходите из Кремля мимо Спасских Ворот, вы оказываетесь на Красной площади.

Неличные формы глагола не различаются по лицам и числам. Они не могут самостоятельно выполнять в предложении функцию сказуемого, но могут входить в его состав. К неличным формам относятся: инфинитив, причастие и герундий. Every step towards eliminating nuclear weapons is in the interests of every nation. Любой шаг в направлении уничтожения ядерного оружия служит интересам каждого государства.

Личные формы глагола в английском языке имеют три наклонения: изъявительное (the Indicative Mood), повелительное (the Imperative Mood) и сослагательное (the Subjunctive Mood).

Глаголы в изъявительном наклонении выражают реальное действие, передают факты: His son goes to school. Его сын учится в школе.

She has written an interesting article. Она написала интересную статью.

A new building of the theatre was built in this street. На этой улице построили новое здание театра.

Глаголы в повелительном наклонении выражают приказание, просьбу, совет, запрещение, команду:

"Don't buy them", warned our cautious driver. "Не покупайте их", - предупредил наш осторожный шофер.

Undertake not what you cannot perform but be careful to keep your promise. Не беритесь за то, что не сможете выполнить, но старайтесь сдержать обещание.

Глаголы в сослагательном наклонении выражают действие не реальное, а желательное или предполагаемое: If there were no bad people, there would be no good lawyers. Если бы не было плохих людей, не было бы хороших адвокатов.

Как личные, так и неличные формы глагола имеют **два залога**: действительный (the Active Voice) и страдательный (the Passive Voice).

Глаголы в действительном залоге выражают действие, которое производится подлежащим: I inform you that I have carried out the mission. Сообщаю, что я выполнил задание.

Глаголы в страдательном залоге выражают действие, которое испытывает на себе подлежащее: I was informed that the mission had been carried out. Мне сообщили, что задание было выполнено.

Формы глагола могут выражать отношение между действием и временем. В русском языке бывают глаголы **совершенного и несовершенного вида**. Глаголы совершенного вида обозначают действие, которое закончено, и есть его результат:

Он прочитал эту статью с интересом.

Глаголы несовершенного вида обозначают действие, указывая на его повторяемость, длительность, незаконченность: Вчера он читал эту статью с интересом. (Но он мог и не прочитать ее).

Вид глагола в русском языке выражается либо изменением его формы, либо с помощью суффиксов и приставок. Видовые значения глагола в английском языке выражаются сочетанием вспомогательного глагола с причастием настоящего или прошедшего времени смыслового глагола.

В английском языке четыре видо-временных группы глагола: неопределенные времена (Indefinite Tenses), продолженные времена (Continuous Tenses), совершенные времена (Perfect Tenses), и совершенные продолженные времена (Perfect Continuous Tenses). В каждой временной группе три времени: настоящее (Present), прошедшее (Past), будущее (Future).

Глагол "to be"

A: Are you from England?

B: No, we aren't. We're from China.

He's Tom and she's Helen. They are friends.

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма	Краткая форма	Полная форма	Краткая форма	Am I?
I am	I'm	I am not	I'm not	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Is he?
He is	He's	He is not	He isn't	Is she?
She is	She's	She is not	She isn't	Is it?
It is	It's	It is not	It isn't	Are we?
We are	We're	We are not	We aren't	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Are they?
They are	They're	They are not	They aren't	

Краткими ответами называются ответы на вопросы, начинающиеся с глагольной формы is /are; в кратком ответе содержание вопроса не повторяется. Употребляется только Yes или No, далее личное местоимение в именительном падеже и глагольная форма is (isn't) / are (aren't). Например: Are you British? No, I'm not.

Yes, I am /we are. No, I'm not/we aren't.

Yes, he/she/it is. No, he/she/it isn't.

Yes, they are. No, they aren't.

WAS/WERE

Bob is eighty. He's old and weak.

Mary, his wife is seventy-nine. She's old too.

Fifty years ago they were young. Bob was strong. He wasn't weak. Mary was beautiful. She wasn't old.

В прошедшем простом времени (past simple) глагол "to be" с личными местоимениями в именительном падеже имеет следующие формы: was для I, he, she, it и –were для –we, you, they.

В вопросах was/were ставятся перед личным местоимением в именительном падеже (I, you, he и т.д.) или существительным. Например: She was ill yesterday. -> Was she ill yesterday? Отрицания образуются путем постановки not после was/were. Например: She was not ill yesterday. She wasn't ill yesterday.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
I was	Полная форма	Краткая форма	Was I?
You were	I was not	I wasn't	Were you?
He was	You were not	You weren't	Was he?
	He was not	He wasn't	

She was	She was not	She wasn't	Was she?
It was	It was not	It wasn't	Was it?
We were	We were not	We weren't	Were we?
You were	You were not	You weren't	Were you?
They were	They were not	They weren't	Were they?

ОБОРОТ THERE IS/THERE ARE

There is a sofa in the room. There are two pictures on the wall. There isn't a TV in the room. What else is there in the room?

Мы употребляем конструкцию there is/there are, чтобы сказать, что кто-то или что-то существует или находится в определенном месте. Краткая форма there is – there's. There are не имеет краткой формы. Например: There is (There's) a sofa in the room. There are four children in the garden.

Вопросительная форма: Is there? Are there? Например: Is there a restaurant in the town? Are there any apples in the basket?

Отрицательная форма: There isn't .../There aren't ... Например: There is not / isn't a man in the room. There are not/aren't any cars in the street.

Краткие ответы строятся с помощью Yes, there is/are или No, there isn't / aren't. Содержание вопроса не повторяется.

Yes, there is. No, there isn't.

Yes, there are. No, there aren't.

Мы употребляем there is / there are, чтобы сказать, что что-то существует или находится в определенном месте, it is / they are - когда уже упоминали об этом. Например: There is a house in the picture.

It is a big house. (Но не: It's a house in the picture.)

There are three books on the desk.

They are history books. (Но не: They are three books on the desk.)

Конструкция There was/There were

This is a modern town today.

There are a lot of tall buildings and shops. There are cars and there isn't much peace and quiet.

This is the same town fifty years ago.

There weren't any tall buildings. There were some old houses. There weren't many cars and there wasn't much noise.

Конструкция There was/There were - это There is / There are в форме past simple. There was употребляется с существительными в единственном числе. Например: There was a post office in the street thirty years ago. There were употребляется с существительными во множественном числе. Например: There were a few houses in the street thirty years ago.

В вопросах was/were ставятся перед there. Например: Was there a post office in the street thirty years ago? Were there any houses in the street thirty years ago?

Отрицания строятся путем постановки not после was / were. Например: There was not / wasn't a post office in the street thirty years ago. There were not / weren't any houses in the street thirty years ago.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
There was There were	Полная форма There was not There were not	Краткая форма There wasn't There weren't	Was there? Were there?

Краткие ответы строятся с помощью Yes или No и there was/there were. Содержание вопроса не повторяется.

Was there a book on the desk? Yes, there was. No, there wasn't.

Were there any people in the shop? Yes, there were. No, there weren't.

Глагол Have got

A bird has got a beak, a tail and wings.

Has she got long hair? No, she hasn't. She's got short hair.

What have they got? They've got roller blades. They haven't got skateboards.

She has got a headache.

Have (got) используется:

а) чтобы показать, что что-то принадлежит кому-то. Например: He's got a ball.

б) при описании людей, животных или предметов. Например: She's got blue eyes.

в) в следующих высказываниях: I've got a headache. I've got a temperature. I've got a cough, I've got a toothache, I've got a cold, I've got a problem.

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма	Краткая форма	Полная форма	Краткая форма	Have I (got)?
I have (got)	I've (got)	I have not (got)	I haven't (got)	Have you (got)?
You have (got)	You've (got)	You have not (got)	You haven't (got)	Has he (got)?
He has (got)	He's (got)	He has not (got)	He hasn't (got)	Has she (got)?
She has (got)	She's (got)	She has not (got)	She hasn't (got)	Has it (got)?
It has (got)	It's (got)	It has not (got)	It hasn't (got)	Have we (got)?
We have (got)	We've (got)	We have not (got)	We haven't (got)	Have you (got)?
You have (got)	You've (got)	You have not (got)	You haven't (got)	Have they (got)?
They have (got)	They've (got)	They have not (got)	They haven't (got)	

Had

Grandpa, did you have a TV when you were five?

No, I didn't. People didn't have TV's then. They had radios.

Have (had) в past simple имеет форму Had для всех лиц.

Вопросы строятся с помощью вспомогательного глагола did, личного местоимения в именительном падеже и глагола - have. Например: Did you have many toys when you were a child?

Отрицания строятся с помощью did not и have. Например: I did not / didn't have many toys when I was a child.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
I had	Полная форма I did not have	Краткая форма I didn't have	Did I have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
He had	He did not have	He didn't have	Did he have?
She had	She did not have	She didn't have	Did she have?
It had	It did not have	It didn't have	Did it have?
We had	We did not have	We didn't have	Did we have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
They had	They did not have	They didn't have	Did they have?

Имя прилагательное. The Adjective

Категории	Прилагательное в русском языке	Прилагательное в английском языке
Число	изменяется	не изменяется
Род	изменяется	не изменяется
Падеж	изменяется	не изменяется

Образование имен прилагательных

Имена прилагательные бывают: **простые и производные**

К простым именам прилагательным относятся прилагательные, не имеющие в своем составе

ни приставок, ни суффиксов: **small** - *маленький*, **long** - *длинный*, **white** - *белый*.
 К производным именам прилагательным относятся прилагательные, имеющие в своем составе **суффиксы** или **приставки**, или одновременно и те, и другие.

Суффиксальное образование имен прилагательных

Суффикс	Пример	Перевод
- ful	useful doubtful	полезный сомневающийся
- less	helpless useless	беспомощный бесполезный
- ous	famous dangerous	известный опасный
- al	formal central	формальный центральный
- able	eatable capable	съедобный способный

Приставочный способ образования имен прилагательных

Приставка	Пример	Перевод
un -	uncooked unimaginable	невареный невообразимый
in -	incapable inhuman	неспособный негуманный
il -	illegal illiberal	нелегальный необразованный
im -	impossible impractical	невозможный непрактичный
dis -	dishonest disagreeable	бесчестный неприятный
ir -	irregular irresponsible	неправильный безответственный
Некоторые имена прилагательные являются составными и образуются из двух слов, составляющих одно понятие: light-haired – светловолосый, snow-white – белоснежный.		

Прилагательные, оканчивающиеся на – ed и на - ing

- ed	- ing
Описывают чувства и состояния	Описывают предметы, вещи, занятия, вызывающие эти чувства
interested – интересующийся, заинтересованный	interesting - интересный
bored - скучающий	boring - скучный
surprised - удивленный	surprising - удивительный

Степени сравнения прилагательных

Английские прилагательные не изменяются ни по числам, ни по родам, но у них есть **формы степеней сравнения**.

Имя прилагательное в английском языке имеет **три формы** степеней сравнения:

- **положительная** степень сравнения (**Positive Degree**);
- **сравнительная** степень сравнения (**Comparative Degree**);
- **превосходная** степень сравнения (**Superlative Degree**).

Основная форма прилагательного - положительная степень. Форма сравнительной и

превосходной степеней обычно образуется от формы положительной степени одним из следующих способов:

1. -er. -est

Односложные прилагательные образуют **сравнительную степень** путем прибавления к **форме прилагательного в положительной степени** суффикса - **er**. Примерно, тоже самое мы делаем и в русском языке - добавляем “е” (большой - больше, холодный - холоднее).

Превосходная степень образуется путем прибавления суффикса - **est**. Артикль **the** **обязателен!!!**

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
cold - холодный	colder - холоднее	the coldest - самый холодный
big - большой	bigger - больше	the biggest - самый большой
kind - добрый	kinder - добрее	the kindest - самый добрый

По этому же способу образуются степени сравнения двусложных прилагательных оканчивающихся на **-y, -er, -ow, -ble**:

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
clever — умный	cleverer - умнее	the cleverest - самый умный
easy - простой	easier - проще	the easiest - самый простой
able - способный	abler - способнее	the ablest - самый способный
busy - занятой	busier - более занятой	the busiest - самый занятой

При образовании степеней сравнения посредством суффиксов – **er** и – **est** соблюдаются следующие **правила орфографии**:

Если прилагательное заканчивается на немое “**e**”, то при прибавлении – **er** и – **est** немое “**e**” опускается:

large – **larger** - **the largest** / большой – больше – самый большой
brave – **braver** – **the bravest** / смелый – смелее – самый смелый

Если прилагательное заканчивается на согласную с предшествующим кратким гласным звуком, то в сравнительной и превосходной степени

конечная согласная буква удваивается:

big – **bigger** – **biggest** / большой – больше – самый большой
hot – **hotter** – **hottest** / горячий – горячее – самый горячий
thin – **thinner** – **thinnest** / тонкий – тоньше – самый тонкий

Если прилагательное заканчивается на “**y**” с предшествующей согласной, то в сравнительной и превосходной степени “**y**” переходит в “**i**”:

busy – **busier** – **busiest** / занятой – более занятой – самый занятой
easy – **easier** – **easiest** / простой – проще – самый простой

2. more, the most

Большинство двусложных прилагательных и прилагательных, состоящих из трех и более слогов, образуют сравнительную степень при помощи слова **more**, а превосходную – при помощи слова **most**.

Эти слова ставятся перед именами прилагательными в положительной степени:

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
beautiful - красивый	more beautiful - красивее	the most beautiful - самый красивый
interesting – интересный	more interesting - интереснее	the most interesting - самый интересный
important - важный	more important - важнее	the most important - самый важный

Особые формы

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень

good - хороший bad - плохой little - маленький much/many - много far - далекий/далеко old - старый	better - лучше worse - хуже less - меньше more - больше farther/further - дальше older/elder - старше	the best - самый лучший the worst - самый плохой the least - самый маленький, меньше всего the most - больше всего the farthest/furthest - самый дальний the oldest/eldest - самый старый

3. less, the least

Для выражения **меньшей** или **самой низкой степени** качества предмета по сравнению с другими предметами употребляются соответствующие слова **less** – менее и **the least** – наименее, которые ставятся перед прилагательными в форме положительной степени.

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
beautiful – красивый interesting - интересный important - важный	less beautiful - менее красивый less interesting – менее интересный less important - менее важный	the least beautiful – самый некрасивый the least interesting – самый неинтересный the least important – самый неважный

Другие средства сравнения двух предметов или лиц

Конструкция	Комментарий	Примеры
As...as (такой же, так же)	Для сравнения двух объектов одинакового качества	He is as strong as a lion. Он такой же сильный, как лев. She is as clever as an owl. Она такая же умная, как сова.
Not so...as (не такой, как)	в отрицательных предложениях	He is not so strong as a lion. Он не такой сильный, как лев. She is not so clever as an owl. Она не такая умная, как сова.
The...the (с двумя сравнительными степенями)	показывает зависимость одного действия от другого	The more we are together the happier we are. Чем больше времени мы проводим вместе, тем счастливее мы становимся. The more I learn this rule the less I understand it. Чем больше я учу это правило, тем меньше я его понимаю.

Особые замечания об употреблении сравнительных и превосходных степеней имен прилагательных:

- Сравнительная степень может быть усилена употреблением перед ней слов со значением «гораздо, значительно»:

His new book is **much more** interesting than previous one. *Его новая книга гораздо более интересная, чем предыдущая.*

This table is **more** comfortable than **that one**. *Этот стол более удобный чем тот.*

- После союзов **than** и **as** используются либо личное местоимение в именительном падеже с глаголом, либо личное местоимение в объектном падеже:

I can run **as fast as** him (**as he can**). *Я могу бегать так же быстро, как он.*

Числительное. The numeral

Перед сотнями, тысячами, миллионами обязательно называть их количество, даже если всего одна сотня или одна тысяча:

126 – one hundred twenty six

1139 – one thousand one hundred and thirty nine

В составе числительных – сотни, тысячи и миллионы не имеют окончания множественного числа: **two hundred – 200, three thousand – 3000, и т.д.**

НО: окончание множественного числа добавляется hundred, thousand, million, когда они выражают неопределенное количество сотен, тысяч, миллионов. В этом случае после них употребляется существительное с предлогом **“of”**:

hundreds of children – сотни детей

thousands of birds – тысячи птиц

millions of insects – миллионы насекомых

Начиная с 21, числительные образуются так же как в русском языке:

20+1=21 (twenty + one = **twenty one**)

60+7=67 (sixty + seven = **sixty seven**) и т.д.

Как читать даты

1043	ten forty-three
1956	nineteen fifty-six
1601	sixteen o one
2003	two thousand three
В 2003 году	in two thousand three
1 сентября	the first of September
23 февраля	the twenty-third of February

ДРОБНЫЕ ЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ (FRACTIONAL NUMERALS)

В простых дробях (Common Fractions) числитель выражается количественным числительным, а знаменатель порядковым:

1/7- one seventh одна седьмая

При чтении простых дробей, если числитель их больше единицы, к знаменателю прибавляется окончание множественного числа -s:

2/4 - two fourths - две четвертых

2/3 -two thirds - две третьих

3 1/5 - three and one fifth - три целых и одна пятая

1/2 - one second, a second, one half, a half - одна вторая, половина

1/4 -one fourth, a fourth, one quarter, a quarter - одна четвертая, четверть

В десятичных дробях (Decimal Fractions) целое число отделяется точкой, и каждая цифра читается отдельно. Ноль читается nought [no:t] (в США - zero ['zierou]).

4.25 four point twenty-five; four point two five

0.43 nought point forty-three; nought point four three

Существительные, следующие за дробью, имеют форму единственного числа, и перед ними при чтении ставится предлог -of:

2/3 metre- two thirds of a metre

две третьих метра

0.05 ton - nought point nought five of a ton

ноль целых пять сотых тонны

Существительные, следующие за смешанным числом, имеют форму множественного числа и читаются без предлога of:

35 1 /9 tons -thirty-five and one ninth tons

14.65 metres -one four (или fourteen) point six five (или sixty-five) metres

В обозначениях номеров телефонов каждая цифра читается отдельно, ноль здесь читается [ou]:
224-58-06 ['tu:'tu:'fo:'faiv'eit'ou'siks]

Образование видовременных форм глагола в активном залоге

Present Simple употребляется для выражения:

1. постоянных состояний,
2. повторяющихся и повседневных действий (часто со следующими наречиями: always, never, usually и т.д.). Mr Gibson is a businessman. He lives in New York, (постоянное состояние) He usually starts work at 9 am. (повседневное действие) He often stays at the office until late in the evening, (повседневное действие)
3. непреложных истин и законов природы, The moon moves round the earth.
4. действий, происходящих по программе или по расписанию (движение поездов, автобусов и т.д.). The bus leaves in ten minutes.

Маркерами present simple являются: usually, always и т.п., every day / week / month / year и т.д., on Mondays I Tuesdays и т.д., in the morning / afternoon / evening, at night / the weekend и т.д.

Present Continuous употребляется для выражения:

1. действий, происходящих в момент речи He is reading a book right now.
2. временных действий, происходящих в настоящий период времени, но не обязательно в момент речи She is practising for a concert these days. (В данный момент она не играет. Она отдыхает.)
3. действий, происходящих слишком часто и по поводу которых мы хотим высказать раздражение или критику (обычно со словом "always") "You're always interrupting me!"(раздражение)
4. действия, заранее запланированных на будущее. He is flying to Milan in an hour. (Это запланировано.)

Маркерами present continuous являются: now, at the moment, these days, at present, always, tonight, still и т.д.

Во временах **группы Continuous** обычно **не употребляются** глаголы:

1. выражающие восприятия, ощущения (see, hear, feel, taste, smell), Например: This cake tastes delicious. (Но не: This cake is tasting delicious)
2. выражающие мыслительную деятельность [know, think, remember, forget, recognize(ze), believe, understand, notice, realise(ze), seem, sound и др.],
Например: I don't know his name.
3. выражающие эмоции, желания (love, prefer, like, hate, dislike, want и др.), Например: Shirley loves jazz music.
4. include, matter, need, belong, cost, mean, own, appear, have (когда выражает принадлежность) и т.д. Например: That jacket costs a tot of money. (Но не: That jacket is costing a lot of money.)

Present perfect употребляется для выражения:

1. действий, которые произошли в прошлом в неопределенное время. Конкретное время действия не важно, важен результат, Kim has bought a new mobile phone. (Когда она его купила? Мы это не уточняем, поскольку это не важно. Важного, что у нее есть новый мобильный телефон.)
2. действий, которые начались в прошлом и все еще продолжаются в настоящем, We has been a car salesman since /990. (Он стал продавцом автомобилей в 1990 году и до сих пор им является.)
3. действий, которые завершились совсем недавно и их результаты все еще ощущаются в настоящем. They have done their shopping. (Мы видим, что они только что сделали покупки, поскольку они выходят из супермаркета с полной тележкой.)

4. Present perfect simple употребляется также со словами "today", "this morning / afternoon" и т.д., когда обозначенное ими время в момент речи еще не истекло. He has made ten photos this morning. (Сейчас утро. Указанное время не истекло.)

К маркерам present perfect относятся: for, since, already, just, always, recently, ever, how long, yet, lately, never, so far, today, this morning/ afternoon / week / month / year и т.д.

Present perfect continuous употребляется для выражения:

1. действий, которые начались в прошлом и продолжаются в настоящее время He has been painting the house for three days. (Он начал красить дом три дня назад и красит его до сих пор.)

2. действий, которые завершились недавно и их результаты заметны (очевидны) сейчас. They're tired. They have been painting the garage door all morning. (Они только что закончили красить. Результат их действий очевиден. Краска на дверях еще не высохла, люди выглядят усталыми.)

Примечание.

1. С глаголами, не имеющими форм группы Continuous, вместо present perfect continuous употребляется present perfect simple. Например: I've known Sharon since we were at school together. (А не: I've been knowing Sharon since we were at school together.)

2. С глаголами live, feel и work можно употреблять как present perfect continuous, так и present perfect simple, при этом смысл предложения почти не изменяется.

Например: He has been living/has lived here since 1994.

К маркерам present perfect continuous относятся: for. since. all morning/afternoon/week/day и т.д., how long (в вопросах).

Past simple употребляется для выражения:

1. действий, произошедших в прошлом в определенное указанное время, то есть нам известно, когда эти действия произошли, They graduated four years ago. (Когда они закончили университет? Четыре года назад. Мы знаем время.)

2. повторяющихся в прошлом действий, которые более не происходят. В этом случае могут использоваться наречия частоты (always, often, usually и т.д.), He often played football with his dad when he was five. (Но теперь он уже не играет в футбол со своим отцом.) Then they ate with their friends.

3. действий, следовавших непосредственно одно за другим в прошлом. They cooked the meal first.

4. Past simple употребляется также, когда речь идет о людях, которых уже нет в живых. Princess Diana visited a lot of schools.

Маркерами past simple являются: yesterday, last night / week / month / year I Monday и т.д., two days I weeks I months I years ago, then, when, in 1992 и т.д.

People used to dress differently in the past. Women used to wear long dresses. Did they use to carry parasols with them? Yes, they did. They didn't use to go out alone at night.

• **Used to** (+ основная форма глагола) употребляется для выражения привычных, повторявшихся в прошлом действий, которые сейчас уже не происходят. Эта конструкция не изменяется по лицам и числам. Например: Peter used to eat a lot of sweets. (= Peter doesn't eat many sweets any more.) Вопросы и отрицания строятся с помощью did / did not (didn't), подлежащего и глагола "use" без -d.

Например: Did Peter use to eat many sweets? Mary didn't use to stay out late.

Вместо "used to" можно употреблять past simple, при этом смысл высказывания не изменяется. Например: She used to live in the countryside. = She lived in the countryside.

Отрицательные и вопросительные формы употребляются редко.

Past continuous употребляется для выражения:

1. временного действия, продолжавшегося в прошлом в момент, о котором мы говорим. Мы не знаем, когда началось и когда закончилось это действие, At three o'clock yesterday

afternoon Mike and his son were washing the dog. (Мы не знаем, когда они начали и когда закончили мыть собаку.)

2. временного действия, продолжавшегося в прошлом (longer action) в момент, когда произошло другое действие (shorter action). Для выражения второго действия (shorter action) мы употребляем past simple, He was reading a newspaper when his wife came, (was reading = longer action: came = shorter action)

3. двух и более временных действий, одновременно продолжавшихся в прошлом. The people were watching while the cowboy was riding the bull.

4. Past continuous употребляется также для описания обстановки, на фоне которой происходили события рассказа (повествования). The sun was shining and the birds were singing. Tom was driving his old truck through the forest.

Маркерами past continuous являются: while, when, as, all day / night / morning и т.д. when/while/as + past continuous (longer action) when + past simple (shorter action)

Past perfect употребляется:

1. для того, чтобы показать, что одно действие произошло раньше другого в прошлом. При этом то действие, которое произошло раньше, выражается past perfect simple, а случившееся позже - past simple,

They had done their homework before they went out to play yesterday afternoon. (=They did their homework first and then they went out to play.)

2. для выражения действий, которые произошли до указанного момента в прошлом, She had watered all the flowers by five o'clock in the afternoon. (=She had finished watering the flowers before five o'clock.)

3. как эквивалент present perfect simple в прошлом. То есть, past perfect simple употребляется для выражения действия, которое началось и закончилось в прошлом, а present perfect simple - для действия, которое началось в прошлом и продолжается (или только что закончилось) в настоящем. Например: Jill wasn't at home. She had gone out. (Тогда ее не было дома.) ЛИ isn 't at home. She has gone out. (Сейчас ее нет дома.)

К маркерам past perfect simple относятся: before, after, already, just, till/until, when, by, by the time и т.д.

Future simple употребляется:

1. для обозначения будущих действий, которые, возможно, произойдут, а возможно, и нет, We'll visit Disney World one day.

2. для предсказаний будущих событий (predictions), Life will be better fifty years from now.

3. для выражения угроз или предупреждений (threats / warnings), Stop or I'll shoot.

4. для выражения обещаний (promises) и решений, принятых в момент речи (on-the-spot decisions), I'll help you with your homework.

5. с глаголами hope, think, believe, expect и т.п., с выражениями I'm sure, I'm afraid и т.п., а также с наречиями probably, perhaps и т.п. / think he will support me. He will probably go to work.

К маркерам future simple относятся: tomorrow, the day after tomorrow, next week I month / year, tonight, soon, in a week / month year и т.д.

ПРИМЕЧАНИЕ

Future simple не употребляется после слов while, before, until, as soon as, after, if и when в придаточных предложениях условия и времени. В таких случаях используется present simple. Например: I'll make a phone call while I wait for you. (А не:... while I will wait for you.) Please phone me when you finish work.

В дополнительных придаточных предложениях после "when" и "if" возможно употребление future simple. Например: I don't know when I if Helen will be back.

He is going to throw the ball.

Be going to употребляется для:

1. выражения заранее принятых планов и намерений на будущее, Например: Bob is going to drive to Manchester tomorrow morning.

2. предсказаний, когда уже есть доказательства того, что они сбудутся в близком будущем. Например: Look at that tree. It is going to fall down.

We use the **future continuous**:

a) for an action which will be in progress at a stated for an action which will be future time.

This time next week, we'll be cruising round the islands.

b) for an action which will definitely happen in the future as the result of a routine or arrangement. *Don't call Julie. I'll be seeing her later, so I'll pass the message on.*

c) when we ask politely about someone's plans for the near future (what we want to know is if our wishes fit in with their plans.) *Will you be using the photocopier for long?*

No. Why?

I need to make some photocopies.

We use the **future perfect**:

1. For an action which will be finished before a stated future time. *She will have delivered all the newspapers by 8 o'clock.*

2. The future perfect is used with the following time expressions: before, by, by then, by the time, until/till.

We use the **future perfect continuous**:

1. to emphasize the duration of an action up to a certain time in the future. *By the end of next month, she will have been teaching for twenty years.*

The future perfect continuous is used with: by... for.

Практическая работа также направлена на проверку сформированности грамматического навыка в рамках тем: модальные глаголы и их эквиваленты, образование видовременных форм глагола в пассивном залоге, основные сведения о согласовании времён, прямая и косвенная речь, неличные формы глагола: инфинитив, причастия, герундий, основные сведения о сослагательном наклонении.

Распределение выше указанных тем в учебнике:

- Агабекян И. П. Английский язык для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов / И. П. Агабекян. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. - 384 с.: ил. - (Высшее образование) (200 экз. в библиотеке УГГУ) и учебнике:

- Журавлева Р.И. Английский язык: учебник: для студентов горно-геологических специальностей вузов / Р. И. Журавлева. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. - 508 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 502 (192 экз. в библиотеке УГГУ) представлено в таблице:

Название темы	Страницы учебников	
	<i>Агабекян И. П.</i>	<i>Журавлева Р.И.</i>
Модальные глаголы и их эквиваленты	295	47
Образование видовременных форм глагола в пассивном залоге	236	71, 115
Основные сведения о согласовании времён	323-328	269
Прямая и косвенная речь	324	268
Неличные формы глагола: инфинитив, причастия, герундий	311-322	132, 162, 173, 192, 193
Основные сведения о сослагательном наклонении	329	224

Модальные глаголы

Глаголы	Значение	Примеры
CAN	физическая или умственная возможность/умение	I can swim very well. – Я очень хорошо умею плавать.
	возможность	You can go now. — Ты можешь идти сейчас. You cannot play

		football in the street. – На улице нельзя играть в футбол.
	вероятность	They can arrive any time. – Они могут приехать в любой момент.
	удивление	Can he have said that? – Неужели он это сказал?
	сомнение, недоверчивость	She can't be waiting for us now. – Не может быть, чтобы она сейчас нас ждала.
	разрешение	Can we go home? — Нам можно пойти домой?
	вежливая просьба	Could you tell me what time it is now? – Не могли бы вы подсказать, который сейчас час?
MAY	разрешение	May I borrow your book? – Я могу одолжить у тебя книгу?
	предположение	She may not come. – Она, возможно, не придет.
	возможность	In the museum you may see many interesting things. – В музее вы можете увидеть много интересных вещей.
	упрек – только MIGHT (+ perfect infinitive)	You might have told me that. – Ты мог бы мне это сказать.
MUST	обязательство, необходимость	He must work. He must earn money. – Он должен работать. Он должен зарабатывать деньги.
	вероятность (сильная степень)	He must be sick. — Он, должно быть, заболел.
	запрет	Tourists must not feed animals in the zoo. — Туристы не должны кормить животных в зоопарке.
SHOULD OUGHT TO	моральное долженствование	You ought to be polite. – Вы должны быть любезными.
	совет	You should see a doctor. – Вам следует сходить к врачу.
	упрек, запрет	You should have taken the umbrella. – Тебе следовало взять с собой зонт .
SHALL	указ, обязанность	These rules shall apply in all circumstances. – Эти правила будут действовать при любых обстоятельствах.
	угроза	You shall suffer. — Ты будешь страдать.
	просьба об указании	Shall I open the window? – Мне открыть окно?
WILL	готовность, нежелание/отказ	The door won't open. — Дверь не открывается.
	вежливая просьба	Will you go with me? – Ты сможешь пойти со мной?
WOULD	готовность, нежелание/отказ	He would not answer this question. – Он не будет отвечать на этот вопрос.
	вежливая просьба	Would you please come with me? — Не могли бы вы пройти со мной.
	повторяющееся/привычное действие	We would talk for hours. – Мы беседовали часами.
NEED	необходимость	Do you need to work so hard? – Тебе надо столько работать?
NEEDN'T	отсутствие необходимости	She needn't go there. — Ей не нужно туда идти.
DARE	Посметь	How dare you say that? – Как ты смеешь такое говорить?

Модальные единицы эквивалентного типа

to be able (to) = can	Возможность соверш-я конкрет-го дей-ия в опред. момент	She was able to change the situation then. (Она тогда была в состоянии (могла) изменить ситуацию).
to be allowed (to) = may	Возмож-ть совер-ия дей-ия в наст.-м, прош-ом или буд-ем + оттенок разрешения	My sister is allowed to play outdoors. (Моей сестре разрешается играть на улице).
to have (to)= ought, must, should	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом или буд-ем при опред-х об-вах	They will have to set up in business soon. (Им вскоре придется открыть свое дело).
to be (to)= ought, must, should	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом при наличии опред. планов, распис-ий и т.д.	We are to send Nick about his business. (Мы должны (= планируем) выпроводить Ника)

Страдательный залог (Passive Voice)

образуется при помощи вспомогательного глагола to be в соответствующем времени, лице и числе и причастия прошедшего времени смысл. глагола – Participle II (III –я форма или ed-форма).

В страдательном залоге не употребляются:

1) Непереходные глаголы, т.к. при них нет объекта, который испытывал бы воздействие, то есть нет прямых дополнений которые могли бы стать подлежащими при глаголе в форме Passive.

Переходными в англ. языке называются глаголы, после которых в действительном залоге следует прямое дополнение; в русском языке это дополнение, отвечающее на вопросы винительного падежа – кого? что?: to build строить, to see видеть, to take брать, to open открывать и т.п.

Непереходными глаголами называются такие глаголы, которые не требуют после себя прямого дополнения: to live жить, to come приходиться, to fly летать, to cry плакать и др.

2) Глаголы-связки: be – быть, become – становиться/стать.

3) Модальные глаголы.

4) Некоторые переходные глаголы не могут использоваться в страдательном залоге. В большинстве случаев это глаголы состояния, такие как:

to fit годиться, быть впору to have иметь to lack не хватать, недоставать to like нравиться
to resemble напоминать, быть похожим to suit годиться, подходить и др.

При изменении глагола из действительного в страдательный залог меняется вся конструкция предложения:

- дополнение предложения в Active становится подлежащим предложения в Passive;
- подлежащее предложения в Active становится предложным дополнением, которое вводится предлогом by или вовсе опускается;
- сказуемое в форме Active становится сказуемым в форме Passive.

Особенности употребления форм Passive:

1. Форма Future Continuous не употребляется в Passive, вместо нее употребляется Future Indefinite:

At ten o'clock this morning Nick will be writing the letter. – At ten o'clock this morning the letter will be written by Nick.

2. В Passive нет форм Perfect Continuous, поэтому в тех случаях, когда нужно передать в Passive действие, начавшееся до какого-то момента и продолжающееся вплоть до этого момента, употребляются формы Perfect:

He has been writing the story for three months. The story has been written by him for three months.

3. Для краткости, во избежание сложных форм, формы Indefinite (Present, Past, Future) часто употребляются вместо форм Perfect и Continuous, как в повседневной речи так и в художественной литературе. Формы Perfect и Continuous чаще употребляются в научной литературе и технических инструкциях.

This letter has been written by Bill. (Present Perfect)

This letter is written by Bill. (Present Indefinite – более употребительно)

Apples are being sold in this shop. (Present Continuous)

Apples are sold in this shop. (Present Indefinite – более употребительно)

4. Если несколько однотипных действий относятся к одному подлежащему, то вспомогательные глаголы обычно употребляются только перед первым действием, например: The new course will be sold in shops and ordered by post.

Прямой пассив (The Direct Passive)

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует прямому дополнению предложения в Active. Прямой пассив образуется от большинства переходных глаголов.

I gave him a book. Я дал ему книгу. A book was given to him. Ему дали книгу. (или Книга была дана ему)

The thief stole my watch yesterday. Вор украл мои часы вчера.
My watch was stolen yesterday. Мои часы были украдены вчера.

В английском языке имеется ряд переходных глаголов, которые соответствуют непереходным глаголам в русском языке. В английском они могут употребляться в прямом пассиве, а в русском – нет. Это: to answer отвечать кому-л.

to believe верить кому-л. to enter входить (в) to follow следовать (за) to help помогать кому-л.

to influence влиять (на) to join присоединяться to need нуждаться to watch наблюдать (за)

Так как соответствующие русские глаголы, являясь непереходными, не могут употребляться в страдательном залоге, то они переводятся на русский язык глаголами в действительном залоге:

Winter is followed by spring.

А при отсутствии дополнения с предлогом by переводятся неопределенно-личными предложениями: Your help is needed.

Косвенный пассив (The Indirect Passive)

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует косвенному дополнению предложения в Active. Она возможна только с глаголами, которые могут иметь и прямое и косвенное дополнения в действительном залоге. Прямое дополнение обычно означает предмет (что?), а косвенное – лицо (кому?).

С такими глаголами в действительном залоге можно образовать две конструкции:

а) глагол + косвенное дополнение + прямое дополнение;

б) глагол + прямое дополнение + предлог + косвенное дополнение:

а) They sent Ann an invitation.- Они послали Анне приглашение.

б) They sent an invitation to Ann. - Они послали приглашение Анне.

В страдательном залоге с ними также можно образовать две конструкции – прямой и косвенный пассив, в зависимости от того, какое дополнение становится подлежащим предложения в Passive. К этим глаголам относятся: to bring приносить

to buy покупать to give давать to invite приглашать to leave оставлять

to lend одалживать to offer предлагать to order приказывать to pay платить

to promise обещать to sell продавать to send посылать to show показывать

to teach учить to tell сказать и др.

Например: Tom gave Mary a book. Том дал Мэри книгу.

Mary was given a book. Мэри дали книгу. (косвенный пассив – более употребителен)

A book was given to Mary. Книгу дали Мэри. (прямой пассив – менее употребителен)

Выбор между прямым или косвенным пассивом зависит от смыслового акцента, вкладываемого в последние, наиболее значимые, слова фразы:

John was offered a good job. (косвенный пассив) Джону предложили хорошую работу.

The job was offered to John. (прямой пассив) Работу предложили Джону.

Глагол to ask спрашивать образует только одну пассивную конструкцию – ту, в которой подлежащим является дополнение, обозначающее лицо (косвенный пассив):

He was asked a lot of questions. Ему задали много вопросов.

Косвенный пассив невозможен с некоторыми глаголами, требующими косвенного дополнения (кому?) с предлогом to. Такое косвенное дополнение не может быть подлежащим в Passive, поэтому в страдательном залоге возможна только одна конструкция – прямой пассив, то есть вариант: Что? объяснили, предложили, повторили...Кому? Это глаголы: to address адресовать

to describe описывать to dictate диктовать to explain объяснять to mention упоминать

to propose предлагать to repeat повторять to suggest предлагать to write писать и др.

Например: The teacher explained the rule to the pupils. – Учитель объяснил правило ученикам.
The rule was explained to the pupils. – Правило объяснили ученикам. (Not: The pupils was explained...)

Употребление Страдательного залога

В английском языке, как и в русском, страдательный залог употр. для того чтобы:

1. Обойтись без упоминания исполнителя действия (70% случаев употребления Passive) в тех случаях когда:

а) Исполнитель неизвестен или его не хотят упоминать:

He was killed in the war. Он был убит на войне.

б) Исполнитель не важен, а интерес представляет лишь объект воздействия и сопутствующие обстоятельства:

The window was broken last night. Окно было разбито прошлой ночью.

в) Исполнитель действия не называется, поскольку он ясен из ситуации или контекста:

The boy was operated on the next day. Мальчика оперировали на следующий день.

г) Безличные пассивные конструкции постоянно используются в научной и учебной литературе, в различных руководствах: The contents of the container should be kept in a cool dry place. Содержимое упаковки следует хранить в сухом прохладном месте.

2. Для того, чтобы специально привлечь внимание к тому, кем или чем осуществлялось действие. В этом случае существительное (одушевленное или неодушевленное.) или местоимение (в объектном падеже) вводится предлогом by после сказуемого в Passive.

В английском языке, как и в русском, смысловой акцент приходится на последнюю часть фразы. He quickly dressed. Он быстро оделся.

Поэтому, если нужно подчеркнуть исполнителя действия, то о нем следует сказать в конце предложения. Из-за строгого порядка слов английского предложения это можно осуществить лишь прибегнув к страдательному залогу. Сравните:

The flood broke the dam. (Active) Наводнение разрушило плотину. (Наводнение разрушило что? – плотину)

The dam was broken by the flood. (Passive) Плотина была разрушена наводнением. (Плотина разрушена чем? – наводнением)

Чаше всего используется, когда речь идет об авторстве:

The letter was written by my brother. Это письмо было написано моим братом.

И когда исполнитель действия является причиной последующего состояния:

The house was damaged by a storm. Дом был поврежден грозой.

Примечание: Если действие совершается с помощью какого-то предмета, то употребляется предлог with, например:

He was shot with a revolver. Он был убит из револьвера.

Перевод глаголов в форме Passive

В русском языке есть три способа выражения страдательного залога:

1. При помощи глагола "быть" и краткой формы страдательного причастия, причем в настоящем времени "быть" опускается:

I am invited to a party.

Я приглашён на вечеринку.

Иногда при переводе используется обратный порядок слов, когда русское предложение начинается со сказуемого: New technique has been developed. Была разработана новая методика.

2. Глагол в страдательном залоге переводится русским глаголом, оканчивающимся на – ся(-сь):

Bread is made from flour. Хлеб делается из муки.

Answers are given in the written form. Ответы даются в письменном виде.

3. Неопределенно-личным предложением (подлежащее в переводе отсутствует; сказуемое стоит в 3-м лице множественного числа действительного залога). Этот способ перевода возможен только при отсутствии дополнения с предлогом by (производитель действия не упомянут):

The book is much spoken about. Об этой книге много говорят.

I was told that you're ill. Мне сказали, что ты болен.

4. Если в предложении указан субъект действия, то его можно перевести личным предложением с глаголом в действительном залоге (дополнение с *by* при переводе становится подлежащим). Выбор того или иного способа перевода зависит от значения глагола и всего предложения в целом (от контекста):

They were invited by my friend. Их пригласил мой друг.(или Они были приглашены моим другом.)

Примечание 1: Иногда страдательный оборот можно перевести двумя или даже тремя способами, в зависимости от соответствующего русского глагола и контекста:

The experiments were made last year.

1) Опыты были проведены в прошлом году.

2) Опыты проводились в прошлом году.

3) Опыты проводили в прошлом году.

Примечание 2: При переводе нужно учитывать, что в английском языке, в отличие от русского, при изменении залога не происходит изменение падежа слова, стоящего перед глаголом (например в английском *she* и *she*, а переводим на русский - она и ей):

Примечание 3: Обороты, состоящие из местоимения *it* с глаголом в страдательном залоге переводятся неопределенно-личными оборотами:

It is said... Говорят... It was said... Говорили...

It is known... Известно... It was thought...Думали, полагали...

It is reported... Сообщают... It was reported...Сообщали...и т.п.

В таких оборотах *it* играет роль формального подлежащего и не имеет самостоятельного значения: It was expected that he would return soon. Ожидали, что он скоро вернется.

Согласование времен (Sequence of Tenses)

Если в главном предложении сказуемое выражено глаголом в одной из форм прошедшего времени, то в придаточном предложении употребление времен ограничено. Правило, которому в этом случае подчиняется употребление времен в придаточном предложении, называется согласованием времен.

Правило 1: Если глагол главного предложения имеет форму настоящего или будущего времени, то глагол придаточного предложения будет иметь любую форму, которая требуется смыслом предложения. То есть никаких изменений не произойдет, согласование времен здесь в силу не вступает.

Правило 2: Если глагол главного предложения имеет форму прошедшего времени (обычно Past Simple), то глагол придаточного предложения должен быть в форме одного из прошедших времен. То есть в данном случае время придаточного предложения изменится. Все эти изменения отражены в нижеследующей таблице:

Переход из одного времени в другое	Примеры	
Present Simple » Past Simple	He can speak French – Он говорит по-французски.	Boris said that he could speak French – Борис сказал, что он говорит по-французски.
Present Continuous » Past Continuous	They are listening to him – Они слушают его	I thought they were listening to him – Я думал, они слушают его.
Present Perfect » Past Perfect	Our teacher has asked my parents to help him – Наш учитель попросил моих родителей помочь ему.	Mary told me that our teacher had asked my parents to help him – Мария сказала мне, что наш учитель попросил моих родителей помочь ему.
Past Simple » Past Perfect	I invited her – Я пригласил ее.	Peter didn't know that I had invited her – Петр не знал, что я

		пригласил ее.
Past Continuous » Past Perfect Continuous	She was crying – Она плакала	John said that she had been crying – Джон сказал, что она плакала.
Present Perfect Continuous » Past Perfect Continuous	It has been raining for an hour – Дождь идет уже час.	He said that it had been raining for an hour – Он сказал, что уже час шел дождь.
Future Simple » Future in the Past	She will show us the map – Она покажет нам карту.	I didn't expect she would show us the map – Я не ожидал, что она покажет нам карту.

Изменение обстоятельств времени и места при согласовании времен.

Следует запомнить, что при согласовании времен изменяются также некоторые слова (обстоятельства времени и места).

this » that
these » those
here » there
now » then
yesterday » the day before
today » that day
tomorrow » the next (following) day
last week (year) » the previous week (year)
ago » before
next week (year) » the following week (year)

Перевод прямой речи в косвенную в английском языке

Для того чтобы перевести прямую речь в косвенную, нужно сделать определенные действия. Итак, чтобы передать чьи-то слова в английском языке (то есть перевести прямую речь в косвенную), мы:

1. Убираем кавычки и ставим слово *that*

Например, у нас есть предложение:

She said, "I will buy a dress". Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы передать кому-то эти слова, так же как и в русском, мы убираем кавычки и ставим слово *that* – «что».

She said that Она сказала, что....

2. Меняем действующее лицо

В прямой речи обычно человек говорит от своего лица. Но в косвенной речи мы не можем говорить от лица этого человека. Поэтому мы меняем «я» на другое действующее лицо. Вернемся к нашему предложению:

She said, "I will buy a dress". Она сказала: «Я куплю платье».

Так как мы передаем слова девушки, вместо «я» ставим «она»:

She said that she Она сказала, что она....

3. Согласовываем время

В английском языке мы не можем использовать в одном предложении прошедшее время с настоящим или будущим. Поэтому, если мы говорим «сказал» (то есть используем прошедшее время), то следующую часть предложения нужно согласовать с этим прошедшем временем. Возьмем наше предложение:

She said, "I will buy a dress". Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы согласовать первую и вторую части предложения, меняем *will* на *would*. см. таблицу выше.

She said that she would buy a dress. Она сказала, что она купит платье.

4. Меняем некоторые слова

В некоторых случаях мы должны согласовать не только времена, но и отдельные слова. Что это за слова? Давайте рассмотрим небольшой пример.

She said, "I am driving now". Она сказала: «Я за рулем сейчас».

То есть она в данный момент за рулем. Однако, когда мы будем передавать ее слова, мы будем говорить не про данный момент (тот, когда мы говорим сейчас), а про момент времени в прошлом (тот, когда она была за рулем). Поэтому мы меняем now (сейчас) на then (тогда) см. таблицу выше.

She said that she was driving then. Она сказала, что она была за рулем тогда.

Вопросы в косвенной речи в английском языке

Вопросы в косвенной речи, по сути, не являются вопросами, так как порядок слов в них такой же, как в утвердительном предложении. Мы не используем вспомогательные глаголы (do, does, did) в таких предложениях.

He asked, "Do you like this cafe?" Он спросил: «Тебе нравится это кафе?»

Чтобы задать вопрос в косвенной речи, мы убираем кавычки и ставим if, которые переводятся как «ли». Согласование времен происходит так же, как и в обычных предложениях. Наше предложение будет выглядеть так:

He asked if I liked that cafe. Он спросил, нравится ли мне то кафе.

Давайте рассмотрим еще один пример:

She said, "Will he call back?" Она сказала: «Он перезвонит?»

She said if he would call back. Она сказала, перезвонит ли он.

Специальные вопросы в косвенной речи

Специальные вопросы задаются со следующими вопросительными словами: what – что when – когда how – как why – почему where – где which – который

При переводе таких вопросов в косвенную речь мы оставляем прямой порядок слов (как в утвердительных предложениях), а на место if ставим вопросительное слово.

Например, у нас есть вопрос в прямой речи:

She said, "When will you come?" Она сказала: «Когда ты придешь?»

В косвенной речи такой вопрос будет выглядеть так:

She said when I would come. Она сказала, когда я приду.

He asked, "Where does she work?" Он спросил: «Где она работает?»

He asked where she worked. Он спросил, где она работает.

Инфинитив. The Infinitive

Инфинитив - это неличная глагольная форма, которая только называет действие и выполняет функции как глагола, так и существительного. Инфинитив отвечает на вопрос что делать?, что сделать?

Формальным признаком инфинитива является частица **to**, которая стоит перед ним, хотя в некоторых случаях она опускается. Отрицательная форма инфинитива образуется при помощи частицы **not**, которая ставится перед ним: It was difficult not to speak. *Было трудно не говорить.*

Формы инфинитива

	Active Voice	Passive Voice
Simple	to write	to be written
Continuous	to be writing	
Perfect	to have written	to have been written
Perfect Continuous	to have been writing	

Глаголы, после которых используется инфинитив:

to agree - соглашаться

to arrange - договариваться

to ask – (по)просить

to begin – начинать

to continue – продолжать

to decide – решать
 to demand - требовать
 to desire – желать
 to expect – надеяться
 to fail – не суметь
 to forget – забывать
 to hate - ненавидеть
 to hesitate – не решаться
 to hope - надеяться
 to intend – намереваться
 to like – любить, нравиться
 to love – любить, желать
 to manage - удаваться
 to mean - намереваться
 to prefer - предпочитать
 to promise - обещать
 to remember – помнить
 to seem - казаться
 to try – стараться, пытаться
 to want – хотеть

Например:

He asked to change the ticket. *Он попросил поменять билет.*

She began to talk. *Она начала говорить.*

Значение разных форм инфинитива в таблице

Формы инфинитива	Чему я рад?	
Simple	I am glad to speak to you.	Рад поговорить с вами. (Всегда радуюсь, когда говорю с вами).
Continuous	I am glad to be speaking to you.	Рад, что сейчас разговариваю с вами.
Perfect	I am glad to have spoken to you.	Рад, что поговорил с вами.
Perfect Continuous	I am glad to have been speaking to you.	Рад, что уже давно (все это время) разговариваю с вами.
Simple Passive	I am (always) glad to be told the news.	Всегда рад, когда мне рассказывают новости.
Perfect Passive	I am glad to have been told the news.	Рад, что мне рассказали новости.

Причастие. Participle

В английском языке причастие — это неличная форма глагола, которая сочетает в себе признаки глагола, прилагательного и наречия.

Формы причастия

		Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Participle I (Present Participle)	Simple	writing	being written
	Perfect	having written	having been written
Participle II (Past Participle)			written

Отрицательные формы причастия образуются с помощью частицы **not**, которая ставится перед причастием: not asking — не спрашивая, not broken — не разбитый.

Как переводить разные формы причастия на русский язык

Формы причастия	причастием	деепричастием
reading	читающий	читая

having read		прочитав
being read	читаемый	будучи читаемым
having been read		будучи прочитанным
read	прочитанный	
building	строящий	строя
having built		построив
being built	строящийся	будучи строящимся
having been built		будучи построенным
built	построенный	

Герундий. Gerund

Герундий — это неличная форма глагола, которая выражает название действия и сочетает в себе признаки глагола и существительного. Соответственно, на русский язык герундий обычно переводится существительным или глаголом (чаще неопределенной формой глагола). Формы, подобной английскому герундию, в русском языке нет.

My favourite occupation is reading. *Мое любимое занятие — чтение.*

Формы герундия

	Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Simple	writing	being written
Perfect	having written	having been written

Запомните глаголы, после которых употребляется только герундий!

admit (признавать),	advise (советовать),	avoid (избегать),
burst out (разразиться),	delay (задерживать),	deny (отрицать),
dislike (не нравиться),	enjoy (получать удовольствие),	escape (вырваться, избавиться),
finish (закончить),	forgive (прощать),	give up (отказываться, бросать),
keep on (продолжать),	mention (упоминать),	mind (возражать - только в “?” и “-“),

miss (скучать),	put off (отложить),	postpone (откладывать),
recommend (рекомендовать),	suggest (предлагать),	understand (понимать).

Герундий после глаголов с предлогами

accuse of (обвинять в),	agree to (соглашаться с),	blame for (винить за),
complain of (жаловаться на),	consist in (заключаться в),	count on / upon (рассчитывать на),
congratulate on (поздравлять с),	depend on (зависеть от),	dream of (мечтать о),
feel like (хотеть, собираться),	hear of (слышать о),	insist on (настаивать на),
keep from (удерживать(ся) от),	look forward to (с нетерпением ждать, предвкушать),	
look like (выглядеть как),	object to (возражать против),	
persist in (упорно продолжать),	praise for (хвалить за),	prevent from (предотвращать от),
rely on (полагаться на),	result in (приводить к),	speak of, succeed in (преуспевать в),

suspect of (подозревать в),	thank for (благодарить за),	think of (думать о)

He has always dreamt of visiting other countries. — *Он всегда мечтал о том, чтобы побывать в других странах.*

to be + прилагательное / причастие + герундий

be afraid of (бояться чего-либо),	be ashamed of (стыдиться чего-либо),
be engaged in (быть занятым чем-либо),	be fond of (любить что-либо, увлекаться чем-либо),
be good at (быть способным к),	be interested in (интересоваться чем-либо),
be pleased at (быть довольным),	be proud of (гордиться чем-либо),
be responsible for (быть ответственным за),	be sorry for (сожалеть о чем-либо),
be surprised at (удивляться чему-либо),	be tired of (уставать от чего-либо),
be used to (привыкать к).	

I'm tired of waiting. — *Я устал ждать.*

Основные сведения о сослагательном наклонении

Conditionals are clauses introduced with *if*. There are three types of conditional clause: Type 1, Type 2 and Type 3. There is also another common type, Type 0.

Type 0 Conditionals: They are used to express something which is always true. We can use *when* (whenever) instead of *if*. *If/When the sun shines, snow melts.*

Type 1 Conditionals: They are used to express real or very probable situations in the present or future. *If he doesn't study hard, he won't pass his exam.*

Type 2 Conditionals: They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the present and, therefore, are unlikely to happen in the present or future. *Bob is daydreaming. If I won the lottery, I would buy an expensive car and I would go on holiday to a tropical island next summer.*

Type 3 Conditionals: They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the past. They are also used to express regrets or criticism. *John got up late, so he missed the bus. If John hadn't got up late, he wouldn't have missed the bus.*

	If-clause (hypothesis)	Main clause (result)	Use
Type 0 general truth	if + present simple	present simple	something which is always true
	If the temperature falls below 0 °C, water turns into ice.		
Type 1 real present	if + present simple, present continuous, present perfect or present perfect continuous	future/imperative can/may/might/must/should/ could + bare infinitive	real - likely to happen in the present or future
	If he doesn't pay the fine, he will go to prison. If you need help, come and see me. If you have finished your work, we can have a break. If you're ever in the area, you should come and visit us.		
Type 2 unreal present	if + past simple or past continuous	would/could/might + bare infinitive	imaginary situation contrary to facts in the present; also used to give advice
	If I had time, I would take up a sport. (but I don't have time - untrue in the present) If I were you, I would talk to my parents about it. (giving advice)		
Type 3 unreal past	if + past perfect or past perfect continuous	would/could/might + have + past participle	imaginary situation contrary to facts in the past; also used to express regrets or criticism
	If she had studied harder, she would have passed the test. If he hadn't been acting so foolishly, he wouldn't have been punished.		

Conditional clauses consist of two parts: the *if* -clause (hypothesis) and the main clause (result). When the *if* - clause comes before the main clause, the two clauses are separated with a comma. When the main clause comes before the *if* - clause, then no comma is necessary.

e.g. a) *If I see Tim, I'll give him his book.*

b) *I'll give Tim his book if I see him.*

We do not normally use *will*, *would* or *should* in an *if* - clause. However, we can use *will* or *would* after *if* to make a polite request or express insistence or uncertainty (usually with expressions such as */ don't know, I doubt, I wonder, etc.*).

We can use *should* after *if* to talk about something which is possible, but not very likely to happen.

e.g. a) *If the weather is fine tomorrow, will go camping. (NOT: If the weather will be fine...)*

b) *If you will fill in this form, I'll process your application. (Will you please fill in... - polite request)*

c) *If you will not stop shouting, you'll have to leave. (If you insist on shouting... - insistence)*

d) *I don't know if he will pass his exams, (uncertainty)*

e) *If Tom should call, tell him I'll be late. (We do not think that Tom is very likely to call.)*

We can use **unless** instead of **if**... not in the **if** -clause of Type 1 conditionals. The verb is always in the affirmative after **unless**.

e.g. *Unless you leave now, you'll miss the bus. (If you don't leave now, you'll miss the bus.)*

(NOT: *Unless you don't leave now, ...*)

We can use **were** instead of **was** for all persons in the **if** - clause of Type 2 conditionals.

e.g. *If Rick was/were here, we could have a party.*

We use **If I were you ...** when we want to give advice.

e.g. *If I were you, I wouldn't complain about it.*

The following expressions can be used instead of **if**: **provided/providing that**, **as long as**, **suppose/supposing**, etc.

e.g. a) *You can see Mr. Carter provided you have an appointment. (If you have an appointment...)*

b) *We will all have dinner together providing Mary comes on time. (... if Mary comes ...)*

c) *Suppose/Supposing the boss came now, ...*

We can omit **if** in the **if** - clause. When **if** is omitted, **should** (Type 1), **were** (Type 2), **had** (Type 3) and the subject are inverted.

e.g. a) *Should Peter come, tell him to wait. (If Peter should come,...)*

b) *Were I you, I wouldn't trust him. (If I were you, ...)*

c) *Had he known, he would have called. (If he had known, ...)*

2. Чтение и перевод учебных текстов (по 2 текста на тему)

№1

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

appear - *в* появляться; казаться; *ant* **disappear** - исчезать

bed - *п* пласт, слой, подстилающие породы; *syn* **layer, seam; bedded** - *а* пластовый

call for - *в* требовать; *syn* **demand, require**

carry out - *в* проводить (*исследование, эксперимент*); выполнять (*план*); завершать; *syn* **conduct, make**

colliery - каменноугольная шахта

concentration (dressing) plant - обогатительная фабрика, обогатительная установка

department - *п* отделение, факультет, кафедра; *syn* **faculty**

direct - *в* руководить; направлять; управлять; *а* прямой, точный; **directly** - *adv* прямо, непосредственно

education - *п* образование; просвещение; **get an education** получать образование

establish - *в* основывать, создавать, учреждать; *syn* **found, set up**

ferrous metals - чёрные металлы (**non-ferrous metals** цветные металлы)

iron - *п* железо; **pig iron** чугу́н; **cast iron** чугу́н, чугу́нная отливка

open-cast mines - открытые разработки

ore - *п* руда; **iron ore** - железная руда; **ore mining** – разработка рудных месторождений

process - *в* обрабатывать; *syn* **work, treat; processing** - *п* обработка; разделение минералов

rapid - *а* быстрый

research - *п* научное исследование

technique - *п* техника, способ, метод, технический прием; **mining technique** - горная техника, методы ведения горных работ

train - *в* обучать, готовить (*к чему-л.*); **training** - обучение; подготовка

to be in need of - нуждаться в

to take part in - участвовать в

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 1: The First Mining School in Russia

The Moscow Mining Academy was established in 1918. The main task of the Academy was to train mining engineers and technicians, to popularize technological achievements among miners, to work on important problems of mining and metallurgical engineering and to direct scientific research.

There were three departments in the Academy: mining, geological prospecting and metallurgy. The Moscow Mining Academy introduced a new course in coal mining mechanization which provided the basis for the development of mining engineering. The two scientists A.M. Terpigorev and M.M. Protodyakonov wrote the first textbook on machinery for mining bedded deposits.

Much credit for the establishment of the Moscow Mining Academy and the development of co-operation among outstanding scientists and educators is due to Academician I.M. Gubkin, a prominent geologist and oil expert.

In 1925 the Moscow Mining Academy was one of the best-known educational institutions in Russia. It had well-equipped laboratories, demonstration rooms and a library which had many volumes of Russian and foreign scientific books and journals.

The Academy established close contacts with the coal and ore mining industries. The scientists carried out scientific research and worked on important mining problems.

The rapid growth of the mining industry called for the training of more highly-qualified specialists and the establishment of new educational institutions.

New collieries and open-cast mines, concentration plants, metallurgical works and metal-working factories for processing non-ferrous and ferrous metals appeared in the country. The people took an active part in the construction of new industrial enterprises.

The Academy alone could not cope with the problem of training specialists. In 1930 the Moscow Mining Academy was transformed into six independent institutes. Among the new colleges which grew out of the Academy's departments were the Moscow Mining Institute and the Moscow Institute of Geological Prospecting. Later, the scientific research Institute of Mining appeared near Moscow.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста.

Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. There were four departments in the Academy.
2. The Academy introduced a new course in coal mining mechanization.
3. In 1925 the Academy had only several well-equipped laboratories, demonstration rooms and a library which had many volumes of books.
4. The Academy established close contacts with the coal industry.
5. In 1930 the Academy was transformed into six independent institutes.
6. The Moscow Mining Institute and the Moscow Institute of Geological Prospecting were among the new colleges which grew out of the Academy's departments.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What was the main task of the Academy?
2. What new course did the Academy introduce?
3. Were there three or four departments at the Academy?
4. What industries did the Academy establish contacts with?
5. Who wrote the first textbook on machinery for mining bedded deposits?
6. Why was the Academy transformed into six independent institutes?
7. Why was the Academy transformed?

3. Переведите следующие сочетания слов.

- а) обогатительная фабрика
- б) подготовка горных инженеров
- в) разведка нефти
- г) обработка цветных металлов

- д) техническое образование
- е) новый (учебный) курс по
- ж) принимать активное участие
- з) проводить исследования
- и) направлять научную деятельность
- к) горное оборудование
- л) пластовые месторождения

№2

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

change - *v* изменяться, менять(ся); *syn.* **transform, alter**; *n* изменение, перемена; превращение

determine - *v* определить, устанавливать

engineering - *n* техника; технология; машиностроение; *syn.* **technics, technology, technique; machinery**

composition - *n* структура, состав

connect - *v* соединяться; *syn.* **combine, link**

enterprise - *n* предприятие; предприимчивость

deal (dealt) v (with) - иметь дело с; рассматривать

environment - *n* окружающая обстановка, среда

demand - *n* спрос

field - *n* область, сфера деятельности; поле, участок, месторождение; бассейн; *syn.* **basin, branch**

design - *n* проект; план, чертеж; конструкция; *v* проектировать, планировать; конструировать

graduate - *v* окончить (высшее учебное заведение), *амер.* окончить любое учебное заведение; *n* лицо, окончившее высшее учебное заведение; **undergraduate (student)** - студент последнего курса; **postgraduate (student)** - аспирант; **graduation paper** - дипломная работа

hardware - *n* аппаратура, (аппаратное) оборудование, аппаратные средства; техническое обеспечение

hydraulic - *a* гидравлический, гидротехнический

introduction - *n* введение, вступление

management - *n* управление, заведование; *syn.* **administration; direction**

offer - *v* предлагать (*помощь, работу*); предоставлять; *n* предложение

property - *n* свойство

protection - *n* защита, охрана

range - *n* область, сфера; предел; диапазон; радиус действия; ряд; серия

recreation - *n* отдых, восстановление сил; развлечение

reveal - *v* показывать, обнаруживать

rock - *n* горная порода

shape - *n* форма

software - *n* программное обеспечение; программные средства

skill - *n* мастерство; умение; **skilled** - *a* квалифицированный; опытный; умелый

survey - *n* съемка, маркшейдерская съемка; *v* производить маркшейдерскую или топографическую съемку, производить изыскания; *n* **surveying** съемка, маркшейдерские работы

value - *n* ценность, стоимость; величина; *v* ценить, оценивать; **valuable** *a* ценный

workshop - *n* мастерская, цех; семинар

to be of importance - иметь значение

to give an opportunity of - дать возможность

to meet the requirements - удовлетворять требованиям (потребности)

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 2: Mining and Geological Higher Education in Russia

In Russia young people get mining education at special institutes which train geologists and mining engineers for coal and ore mining. The total number of students of an institute includes full-time students, part-time students and postgraduate students.

Russian higher educational establishments offer different specializations for the students. Thus, at the geological institutes, the students specialize in geology, the science which deals with different problems connected with the Earth, its history, the study of rocks, their physical and chemical properties. One of the main tasks of geology is to prospect, discover and study the deposits of useful minerals.

Geology is both a theoretical and an applied science. Mining geology is of great importance to the mining engineer. As a rule, mining geology includes economic geology.

The outstanding Russian geologist V.A. Obruchev says that geology is the science of the Earth which reveals to us how the Earth took shape, its composition and its changes. Geology helps prospect for ores, coal, oil, salt and other useful minerals.

Higher mining schools (universities, academies, institutes and colleges) develop a wide range of courses and programmes that meet the requirements of the society. They offer courses in mining technology, machinery and transport, hydraulic engineering, electrical engineering, industrial electronics, automation, surveying, geodesy, information technology, etc.

The main trend in the development of higher mining education is the introduction of courses in environmental protection, management (environmental human resources), economics and management of mining enterprises, marketing studies, computer-aided design (CAD) and others.

Computer science is also of great importance. The course aims at providing students with understanding how software and hardware technology helps solving problems.

Laboratory work is an important part in training specialists. Experiments in laboratories and workshops will help students to develop their practical skills. They have a short period of field work to gain working experience.

The students go through practical training at mines, plants and other industrial enterprises.. They become familiar with all stages of production and every job from worker to engineer. Here they get practical knowledge and experience necessary for their diploma (graduation) papers.

A lot of students belong to students' scientific groups. They take part in the research projects which their departments usually conduct. Postgraduates carry out research in different fields of science and engineering.

Sport centres give the students opportunities to play different sports such as tennis, football, basketball, volleyball, swimming, ' skiing, water polo, boxing, wrestling and others.

Students graduate from mining and geological higher schools as mining engineers, mining mechanical engineers, ecologists, mining electrical engineers, geologists, economists and managers for mining industry.

1. Переведите следующие сочетания слов.

- а) широкий круг проблем
- б) денные месторождения полезных ископаемых
- в) горный инженер-механик
- г) вести научно-исследовательскую работу
- д) принимать форму
- е) техническое и программное обеспечение
- ж) студенты (последнего курса)
- з) дипломная работа
- и) физические и химические свойства
- к) месторождение полезных ископаемых
- 1. оканчивать институт
- 2. поступать в университет
- 3. получать образование

4. готовить геологов и горных инженеров
5. высшие горные учебные заведения
6. приобретать опыт
7. студенческие научные общества
8. заниматься различными видами спорта

№3

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

accurate - *a* точный, правильный; **accuracy** - *n* точность

archive - *n* архив

attend - *v* посещать (*лекции, практические занятия, собрания*)

comprehensive - *a* всесторонний, исчерпывающий

concern - *v* касаться, относиться; иметь отношение к чему-л.; *n* дело, отношение; важность; **concerning prep** относительно, касательно

consider - *v* рассматривать; считать; **considerable** - значительный, важный; **consideration** - *n* рассмотрение; обсуждение

draw (drew, drawn) - *v* зд, чертить, рисовать; **draw the conclusion** делать вывод; *syn* **come to the conclusion**

employ - *v* применять, использовать; предоставлять (*работу*); *syn* **use, utilize, apply;**

employment - *n* служба; занятие; применение, использование

familiarize - *v* знакомить; осваивать

fundamental - *n pl* основы (*наук*)

levelling - *n* нивелирование, сглаживание (*различий*); выравнивание

number - *n* число, количество, большое количество; (*порядковый*) номер, ряд

observe - *v* наблюдать, следить (*за чём-л.*), соблюдать (*правило, обычаи*)

obtain - *v* получать; достигать; добывать; *syn* **get, receive**

present - *v* преподносить, дарить; подавать, представлять; **presentation** - *n* изложение; предъявление

proximity - *n* близость, соседство; **in proximity to** поблизости, вблизи от (*чего-л.*)

require - *v* требовать; *syn* **call for; demand; meet the requirements** удовлетворять требованиям

traversing - *n* горизонтальная съемка

to keep in close touch with - поддерживать связь с

to touch upon (on) затрагивать, касаться вкратце (*вопроса*)

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 3: Mining Education in Great Britain

In Great Britain the students get mining education at special colleges and at mining departments of universities.

For example, the Mining Department at the University of Nottingham ranks as one of the foremost teaching and research mining schools in Great Britain. The students come to the University from all parts of the country and from abroad. The close proximity of Nottingham to mines extracting coal and different metals makes it possible for the University to keep in close touch with new achievements in mining.

The aim of training at the University is to give the student an understanding of applied science based on lectures, tutorial system, laboratory work and design classes. The laboratory work trains the student in accurate recording of observations, drawing of logical conclusions and presentation of scientific reports. Besides, it gives the student an understanding of experimental methods and familiarizes him (or her) with the characteristics of engineering materials, equipment and machines.

At Nottingham there are two types of laboratories, general and Specialized. General laboratories deal with the fundamentals of engineering science and specialized ones study the more specialized problems in different branches of engineering.

During the final two years of his course the student gets a comprehensive training in surveying. Practical work both in the field and in drawing classes forms an important part of this course. Besides, the students have practical work in survey camps during two weeks. The equipment available for carrying out traversing, levelling, tacheometric and astronomical surveying is of the latest design.

The practical and laboratory work throughout the three or four years of study forms a very important part of the course, so the students obtain the required standard in their laboratory course work before they graduate.

British educational system is fee-paying. The annual fee includes registration, tuition, examination, graduation and, in the case of full-time students, membership of the Union of Students.

Students from all over the world (nearly 100 countries) study at the University of Nottingham. For many years the University has had a thriving community of international students.

The University pays much attention to learning foreign languages. For individual study there is a 16-place self-access tape library with a tape archive of 3,000 tapes in 30 languages. There are also 16 video work stations where the students play back video tapes or watch TV broadcasts in a variety of languages.

1. Определите, какие предложения соответствуют содержанию текста.

Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. In Great Britain the students can get mining education only at special colleges.
2. The training at universities is based on tutorial system.
3. The laboratory work familiarizes the student with modern equipment.
4. There are three types of laboratories at the University of Nottingham.
5. When the students study surveying, they have practical work both in the field and in drawing classes.
6. The students from abroad don't study at Nottingham.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. Where can one get mining education in Great Britain?
2. Is the Mining Department at the University of Nottingham one of the foremost research mining schools in Great Britain?
3. What makes it possible for the University to keep in close touch with the achievements in mining?
4. What are the students supposed to do in the laboratories?
5. Will the students have practical work in survey camps or in the laboratories?
6. What do the students use surveying equipment for?
7. What can you say about studying foreign languages at the University?

№4

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

advance - *n* прогресс, успех; продвижение вперед; *v* делать успехи, развиваться, продвигаться вперед; **advanced courses** курсы по расширенной программе

authority - *n* администрация; начальство

differ - *v* (from) отличаться (от); **difference** *n* различие; разница; **different** *a* различный; *syn* various

excavate - *v* добывать (*уголь*); вырабатывать полезное ископаемое открытым способом; вынимать (*грунт*); **excavation** - *n* открытая разработка карьером; разрез, карьер; **surface excavation** открытая разработка; *syn* open-cast (**opencast**)

experience - *n* жизненный опыт; опыт работы; стаж

found - *v* основывать; *syn* establish, set up; **foundation** - *n* основание; учреждение; основа; **lay the foundation** положить начало чему-л., заложить основу чего-л.

manage - *в* управлять, заведовать, справляться, уметь обращаться; **management** - *п* управление, заведование; правление, дирекция; **management studies** - наука об управлении
mean (meant) - *в* значить, иметь значение, подразумевать; намереваться, иметь в виду;
means - *п, pl* средства, **meaning** - *п* значение, **by means of** посредством (чего-л)
metalliferous – *а* содержащий металл, рудоносный
preliminary - *а* предварительный; **preliminary course** подготовительные курсы
realize - *в* представлять, себе; понимать (*во всех деталях*); **syn understand**
recognize - *в* признавать; узнавать
work out - *в* разрабатывать (*план*); решать задачу

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 4: Mining Education in Great Britain (continued)

At present in Great Britain there are a number of universities and colleges which give instruction in mechanical engineering, mining, metallurgy, etc. These institutions provide full-time and part-time education. It should be noted that technical colleges confer diplomas' on college graduates.

A university graduate leaves with the degree of Bachelor of Arts or Bachelor of Science, which is an academic qualification awarded by universities.

For example, the University in Cardiff has become one of the largest in Wales. It is one of the four colleges which together with the Welsh National School of Medicine form the University of Wales. There is the Mining Engineering Department in the University of Wales. The Department deals with the whole range of extractive industries such as coal and metalliferous mining, quarrying and oil technology.

After graduating from the college a student can be recommended for entry to the university by a college authority and he can apply for admission to the university.

At the Mining Department students may take several courses such as geology, mining engineering, mine surveying, quarrying, management studies and others. It has become a tradition that the courses are based on an intensive tutorial system. It means that students are allotted to members of the teaching staff for individual tuition separately in mining, in quarrying and in mine surveying. The system is founded on that of the older universities of Great Britain.

At the Department of Mining Engineering of the Newcastle University mining has now become a technically advanced profession. The Department of Mining Engineering trains industrially experienced engineers through various advanced courses in rock mechanics and surface excavation. For many years the Mining Engineering Department at Newcastle has recognized the need for highly-qualified engineers and realized that the courses in rock mechanics and surface excavation are of great importance for mining engineers.

At the University a student studies for three or four years. The organization of the academic year is based on a three-term system which usually runs from about the beginning of October to the middle of December, from the middle of January to the end of March and from the middle of April to the end of June or the beginning of July.

Students course is designed on a modular basis. Modules are self-contained 'units' of study, which are taught and assessed independently of each other. When a student passes a module, he (she) gains a credit. All modules carry a number of credits. At the end of the term, the number of credits a student gets, determines the award he (she) receives. Each module is continuously assessed by coursework and/or end-of-term examinations.

Admission to the British universities is by examination and selection. The minimum age for admission to the four-year course is normally 18 years. Departments usually interview all the candidates. The aim of the interview is to select better candidates.

Just over half of all university students live in colleges, halls of residence, or other accommodation provided by their university, another third lives in lodgings or privately rented accommodation; and the rest live at home.

1. Определите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. At present there are about a hundred technical institutions in Great Britain.
2. It should be noted that British colleges confer degrees.
3. As a rule a college authority recommends the graduates for entry to the university.
4. At the Mining Engineering Department of the University of Wales the students study only metalliferous mining.
5. At the Mining Engineering Department the courses are based on an intensive tutorial system.
6. The Mining Engineering Department at the Newcastle University has recognized the importance of teaching rock mechanics and surface excavation (open-cast mining).

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. Are there many technical institutions in Great Britain?
2. What is the difference between colleges and universities?
3. Is the Mining Engineering Department the only one in the University of Wales?
4. Does the Mining Engineering Department deal only with metalliferous mining?
5. Can a student enter the university after he has graduated from the college?
6. What courses are of special importance for mining engineers?
7. What do you know about the organization of the academic year at British universities?
8. When do the students take their examinations?

3. Переведите следующие сочетания слов.

- а) курсы по расширенной программе
- б) рудоносные отложения
- в) средства производства
- г) горный факультет
- д) открытые горные работы
- е) опытный инженер
- ж) администрация колледжа
- з) поощрять студентов
- и) отвечать требованиям университета
- к) наука об управлении
1. зависеть от условий
2. значить, означать
3. признать необходимость (чего-л.)
4. ежегодная производительность (шахты)
5. начальник шахты
6. добывающая промышленность
7. представлять особую важность
8. механика горных пород
9. единственный карьер
10. основывать факультет (школу, систему и т.д.)

№5

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

abyssal - а абиссальный, глубинный; **hypabissal** - а гипабиссальный

adjacent - а смежный, примыкающий

ash - п зола

belt - п пояс; лента; ремень

body - п тело, вещество; **solid (liquid, gaseous) bodies** твердые (жидкие, газообразные) вещества; породная масса; массив; месторождение; пласты

common - а обычный; общий; **syn general; ant uncommon**

cool - в охлаждать(ся); остывать; прохладный; **ant heat** нагревать(ся)

dimension - *n* измерение; *pl* размеры; величина; *syn* **measurement, size**

dust - *n* пыль

dyke – *n* дайка

extrusion - *n* вытеснение; выталкивание; *ant* **intrusion** вторжение; *геол.* интрузия (*внедрение в породу изверженной массы*)

fine - *a* тонкий, мелкий; мелкозернистый; высококачественный; тонкий; прекрасный, ясный (*о погоде*); изящный; **fine-graded (fine-grained)** мелкозернистый, тонкозернистый; **finer** - *n* *pl* мелочь; мелкий уголь

flow - *v* течь; литься; *n* течение; поток; **flow of lava** поток лавы

fragmentary - *a* обломочный, пластический

glass - *n* стекло; **glassy** - *a* гладкий, зеркальный; стеклянный

gold - *n* золото

inclined - *a* наклонный

mica - *n* слюда

permit - *v* позволять, разрешать; *syn* **allow, let; make possible**

probably - *adv* вероятно; *syn* **perhaps, maybe**

shallow - *a* мелкий; поверхностный; *ant* **deep** глубокий

sill - *n* sill, пластовая интрузия

stock - *n* штوك, небольшой батолит

vein - *n* жила, прожилок, пропласток

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 5: Igneous Rocks

Igneous rocks have crystallized from solidified magma.

Igneous rocks can be classified in a number of ways and one of them is based on mode of occurrence. They occur either as intrusive (below the surface) bodies or as extrusive masses solidified at the Earth's surface. The terms "intrusive" and "extrusive" refer to the place where rocks solidified.

The grain size of igneous rocks depends on their occurrence. The intrusive rocks generally cool more slowly than the extrusive rocks and crystallize to a larger grain size. The coarser-grained intrusive rocks with grain size of more than 0.5 mm called plutonic or abyssal are referred to as intrusive igneous rocks because they are intruded into older pre-existing rocks. Extrusive or volcanic rocks have even finer grains, less than 0.05 mm and are glassy.

Exposed igneous rocks are most numerous in mountain zones for two reasons. First, the mountain belts have been zones of major deformation. Second, uplifts in mountain belts have permitted plutonic masses to be formed.

The largest bodies of igneous rocks are called batholiths. Batholiths cooled very slowly. This slow cooling permitted large mineral grains to form. It is not surprising that batholiths are composed mainly of granitic rocks with large crystals called plutons. As is known, granites and diorites belong to the group of intrusive or plutonic rocks formed by solidification of igneous mass under the Earth's crust. Granites sometimes form smaller masses called stocks, when the occurrence has an irregular shape but smaller dimensions than the batholiths.

Laccoliths and sills, which are very similar, are intruded between sedimentary rocks. Sills are thin and they may be horizontal, inclined or vertical. Laccoliths are thicker bodies and in some cases they form mountains.

Dykes are also intrusive bodies. They range in thickness from a few inches to several thousand feet. Dykes are generally much longer than they are wide. Most dykes occupy cracks and have straight parallel walls. These bodies cool much more rapidly and are commonly fine-grained. For example, granite may occur in dykes that cut older rocks.

Pegmatites (quartz, orthoclase and mica) also belong to the group of plutonic or intrusive rocks. They occur in numerous veins which usually cut through other plutonites, most often granite, or adjacent rocks.

Extrusive igneous rocks have been formed from lava flows which come from fissures to the surface and form fields of volcanic rocks such as rhyolite, andesite, basalt, as well as volcanic ashes and dust, tuff, etc. As a rule, these rocks of volcanic origin cool rapidly and are fine-grained. It is interesting to note that basalt is the most abundant of all lavatypes. It is the principal rock type of the ocean floor.

Igneous rocks are rich in minerals that are important economically or have great scientific value. Igneous rocks and their veins are rich in iron, gold, zinc, nickel and other ferrous metals.

1). Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста.

Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Igneous rocks have been formed by sedimentation.
2. Intrusive rocks have been formed by the cooling of rocks of the Earth's crust.
3. Extrusive rocks have been formed the same way.
4. The grain size of igneous rocks depends on mode of occurrence.
5. Exposed igneous rocks are numerous in mountain zones.
6. Granites and diorites belong to the group of extrusive rocks.
7. As a rule, granite may occur in dykes.
8. Pegmatites do not belong to the group of plutonic or intrusive rocks.

2). Ответьте на вопросы:

1. Have igneous rocks crystallized from magma or have they been formed by sedimentation?
2. Which types of igneous rocks do you know?
3. What does the grain size of igneous rocks depend on?
4. Can you give an example of intrusive or plutonic rocks?
5. Are diorites intrusive or extrusive formations?
6. What do you know about batholiths?
7. Do pegmatites belong to the group of plutonic or volcanic rocks?
8. How do pegmatites occur?
9. What minerals are igneous rocks rich in?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов в сочетаний слов:

1. adjacent layers	а) способ залегания
2. abyssal rocks	б) крупнозернистый
3. dimensions of crystals	в) зоны крупных нарушений
4. valuable minerals	г) абиссальные (глубинные) породы
5. shape and size of grains	д) смежные пласты (слои)
6. mode of occurrence	е) размеры кристаллов
7. coarse-grained	ж) взбросы
8. uplifts	з) форма и размер зерен
9. zones of major deformation	и) ценные минералы

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих сочетаний слов:

1. затвердевшие массы	а) irregular shape
2. обломочные породы	б) at a certain depth
3. медленно остывать	в) economically important
4. мелкозернистый	г) solidified masses
5. многочисленные трещины	д) scientific value
6. неправильная форма	е) to cool slowly
7. на определенной глубине	ж) existing types of rocks
8. экономически важный	з) fine-grained
9. научная ценность	и) fragmentary rocks

10. существующие типы пород к) numerous cracks or fissures

№6

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

band - *n* слой; полоса; прослойка (*породы*); *syn* **layer**

cleave - *v* расщепляться; трескаться, отделяться по кливажу; **cleavage** *n* кливаж

constituent - *n* составная часть, компонент

define - *v* определять, давать определение

distribute - *v* (**among**) распределять (между); раздавать;

disturb - *v* нарушать; смещать

excess - *n* избыток, излишек; *ant* **deficiency**

flaky - *a* слоистый; похожий на хлопья

fluid - *n* жидкость; жидкая или газообразная среда

foliate - *v* расщепляться на тонкие слои; **foliated** - *a* листоватый, тонкослоистый; *syn* **flaky**

marble - *n* мрамор

mention - *v* упоминать, ссылаться; *n* упоминание

plate - *n* пластина; полоса (*металла*)

pressure - *n* давление; **rock pressure (underground pressure)** горное давление, давление горных пород

relate - *v* относиться; иметь отношение; **related** *a* родственный; **relation** - *n* отношение;

relationship - *n* родство; свойство; **relative** - *a* относительный; соответственный

run (ran, run) - *v* бегать, двигаться; течь; работать (о *машине*); тянуться, простираться; управлять (*машинной*); вести (*дело, предприятие*)

schistose - *a* сланцеватый; слоистый

sheet - *n* полоса

slate - *n* сланец; *syn* **shale**

split (split) - *v* раскалываться, расщепляться, трескаться; *syn* **cleave**

trace - *n* след; **tracing** - *n* прослеживание

at least по крайней мере

to give an opportunity (of) давать возможность (*кому-л., чему-л.*)

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 6: Metamorphic Rocks

The problem discussed concerns metamorphic rocks which compose the third large family of rocks. "Metamorphic" means "changed from". It shows that the original rock has been changed from its primary form to a new one. Being subjected to pressure, heat and chemically active fluids beneath the Earth's surface, various rocks in the Earth's crust undergo changes in texture, in mineral composition and structure and are transformed into metamorphic rocks. The process described is called metamorphism.

As is known, metamorphic rocks have been developed from earlier igneous and sedimentary rocks by the action of heat and pressure.

Gneisses, mica schists, phyllites, marbles, slate, quartz, etc. belong to the same group of rocks. Having the same mineral composition as granite, gneisses consist chiefly of quartz, orthoclase and mica. However unlike granite, they have a schistose structure. It means that their constituents are distributed in bands or layers and run parallel to each other in one direction. If disturbed the rock cleaves easily into separate plates.

The role of water in metamorphism is determined by at least four variable geologically related parameters: rock pressure, temperature, water pressure, and the amount of water present.

During a normal progressive metamorphism rock pressure and temperature are interdependent, and the amount of water and the pressure of water are related to the sediments and to the degree of metamorphism in such a way that, generally speaking, the low-grade metamorphic rocks are

characterized by the excess of water. The medium-grade rocks defined by some deficiency of water and the high-grade metamorphic rocks are characterized by the absence of water.

Many of the metamorphic rocks mentioned above consist of flaky materials such as mica and chlorite. These minerals cause the rock to split into thin sheets, and rocks become foliated.

Slate, phyllite, schist and gneiss belong to the group of foliated metamorphic rocks. Marble and quartzite are non-foliated metamorphic rocks.

The structure of metamorphic rocks is of importance because it shows the nature of pre-existing rocks and the mechanism of metamorphic deformation. Every trace of original structure is of great importance to geologists. It gives an opportunity of analysing the causes of its metamorphism.

Being often called crystalline schists, metamorphic rocks such as gneisses and mica have a schistose structure. Metamorphic rocks represent the oldest portion of the Earth's crust. They are mostly found in the regions of mountain belts where great dislocations on the Earth once took place.

1). Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста.

Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Generally speaking, metamorphic rocks have been developed from ores.
2. Marble, slate and phyllite belong to the group of metamorphic rocks.
3. As is known, unlike granite metamorphic rocks have a schistose structure.
4. It is quite obvious that the role of water in metamorphism is great.
5. As a rule, low-grade metamorphic rocks are characterized by the absence of water.
6. Flaky materials cause the rock to split into thin sheets.
7. It should be noted that marble and quartzite are foliated metamorphic rocks.
8. The structure of metamorphic rocks shows the nature of older preexisting rocks and the mechanism of metamorphic deformation as well.
9. All metamorphic rocks are non-foliated.

2). Ответьте на вопросы:

1. Do you know how metamorphic rocks have been formed?
2. Which rocks belong to the group of metamorphic?
3. Does gneiss have the same structure as granite?
4. Is the role of water great in metamorphism?
5. What rocks do we call foliated? What can you say about non-foliated metamorphic rocks?
6. How can geologists trace the original structure of metamorphic rocks?
7. Why are metamorphic rocks often called crystalline schists?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. as a result of the chemical and physical changes
 2. constituents of rocks
 3. to be subjected to constant development
 4. to undergo changes
 5. excess of water
 6. low-grade ores
 7. coal band
 8. to cleave into separate layers
 9. traces of original structure
 10. generally speaking
- а) полоса (или прослойка) угля
б) составляющие пород
в) расщепляться на отдельные слои
г) вообще говоря

- д) в результате химических и физических изменений
- е) избыток воды
- ж) изменяться
- з) находиться в постоянном развитии
- и) низкосортные руды
- к) следы первоначальной структуры

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

- 1. иметь значение
- 2. упомянутые выше
- 3. сланцеватая структура
- 4. в отличие от гранита
- 5. недостаток воды
- 6. существовавшие ранее породы
- 7. слоистые породы
- 8. мрамор и сланец
- 9. гнейс
- 10. давать возможность
- 11. определять структуру
- а) unlike granite
- б) to be of importance
- в) pre-existing rocks
- г) mentioned above
- д) schistose structure
- е) to give an opportunity (of doing smth)
- ж) to define (determine) rock texture
- з) deficiency of water
- и) flaky rocks
- к) marble and slate
- л) gneiss

№7

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

aerial - *a* воздушный; надземный

certain - *a* определенный; некоторый; **certainly** *adv* конечно

cost - (*cost*) *v* стоить; *n* цена; стоимость

crop - *v* (*out*) обнажать(ся), выходить на поверхность (*о пласте, породе*); *syn* **expose**; засеивать, собирать урожай

dredging - *n* выемка грунта; драгирование

drill - *v* бурить, сверлить; *n* бурение, сверление; бурильный молоток; **drilling** - *n* бурение, сверление; **core-drilling** колонковое (керновое) бурение

drive (drore, driven) - *v* проходить (*горизонтальную выработку*); приводить в движение; управлять (*машиной*); *n* горизонтальная выработка; привод; передача

evidence - *n* основание; признак(и); свидетельства

expect - *v* ожидать; рассчитывать; думать; предлагать

explore - *v* разведывать месторождение полезного ископаемого с попутной добычей;

exploratory - *a* разведочный; **exploration** - *n* детальная разведка; разведочные горные работы по месторождению

galena - *n* галенит, свинцовый блеск

indicate - *v* указывать, показывать; служить признаком; означать

lead - *n* свинец

look for - *v* искать

open up - v вскрывать (*месторождение*); нарезать (*новую лаву, забой*); **opening** - n горная выработка; подготовительная выработка; вскрытие месторождения

panning - n промывка (*золотоносного песка в лотке*)

processing - n обработка; - **industry** обрабатывающая промышленность

prove - v разведывать (*характер месторождения или залегания*); доказывать; испытывать, пробовать; **proved** - a разведанный, достоверный; **proving** - n опробование, предварительная разведка

search - v исследовать; (for) искать (*месторождение*); n поиск; syn **prospecting**

sign - n знак, символ; признак, примета

store - v хранить, накапливать (*о запасах*)

work - v работать; вынимать, извлекать (*уголь, руду*); вырабатывать; **workable** - a подходящий для работы, пригодный для разработки, рабочий (*о пласте*); рентабельный; **working** - n разработка, горная выработка

country rock коренная (основная) порода

distinctive properties отличительные свойства

malleable metal ковкий металл

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 7: Prospecting

Mining activities include prospecting and exploration for a mineral deposit through finding, proving, developing, extracting and processing the ore. That is why it is possible to divide the mining activity into three major phases: 1) before mining which involves prospecting and exploration required to locate, characterize and prove a potential ore body; 2) mining which refers to actual coal or ore extraction. Extraction processes include underground or surface mining and dredging; 3) after mining which involves processing and preparing the raw ore for the end product.

As has already been said, before a mineral deposit can be worked, that is, before it can be extracted from the Earth for use by man, it must first be found. The search for economically useful mineral deposits is called prospecting. To establish the quality and quantity of a mineral deposit, the type of country rock, etc. means to prove it and this process is called proving. Prospecting and proving are only two different stages of mining geological exploration, the latter includes drilling and driving of openings.

Last century prospectors looked for visible evidence of mineralization on the surface of the Earth. To recognize valuable minerals it was necessary to know their various distinctive physical properties. For example, gold occurs in nature as a heavy malleable yellow metal. -Galena, the most important mineral containing lead, is dark grey, heavy and lustrous. The first ores of iron to be mined were deposits of magnetite, a black heavy mineral capable of attracting a piece of iron.

As the deposits of mineral that cropped out at the surface were mined, the search for additional supplies of minerals took place. The science of geology was used to explain the occurrence of ore deposits.

The aim of geological prospecting is to provide information on a preliminary estimation of the deposit and the costs of the geological investigations to be made. It also indicates whether it is available to continue the exploration or not.

Prospecting work includes three stages: 1) finding signs of the mineral; 2) finding the deposit; 3) exploring the deposit.

General indications of the possibility of exposing this or that mineral in a locality can be obtained by studying its general topographical relief, the type of ground and its general natural conditions. Thus, in mountainous regions where fissures were formed during the process of mountain formation, ore minerals could be expected in the fissure fillings. In hilly regions, sedimentary deposits would be expected.

Certain deposits are found only in a particular type of ground. Coal seams, for example, are found in sedimentary formations mainly consisting of sandstones and shales. Veins, on the other hand,

are found in crystalline (igneous) rocks, and the type of country rock usually determines the type of minerals.

At present, prospecting methods to be used are as follows:

1. Surface geological and mineralogical prospecting such as panning.
2. Geophysical, geochemical, geobotanical prospecting.
3. Aerial photography with geological interpretation of the data to be obtained is highly effective from aircraft or helicopter. Besides, successful development of space research has made it possible to explore the Earth's resources from space by satellites.

In modern prospecting the methods mentioned above are used together with the study of geological maps.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста.

Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The search for economically useful mineral deposits is called proving.
2. Last century prospectors looked for visible evidence of mineral deposits.
3. The first ores of iron to be mined were deposits of galena.
4. The science of geology can explain the mode of occurrence of ore deposits.
5. As a rule prospecting includes four stages.
6. The study of general topographical relief and the type of ground makes it possible to expose this or that deposit.
7. Geologists know that certain deposits are only found in a particular type of ground.
8. As is known, veins are found in metamorphic rocks.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What is prospecting?
2. What is proving?
3. How did prospectors find mineral deposits in the 19th century?
4. Does gold occur in nature as a heavy malleable yellow metal or as a heavy dark-grey one?
5. What metal is capable of attracting a piece of iron?
6. What does prospecting work provide?
7. What are the three main stages of prospecting?
8. Is it enough to know only the topographical relief of a locality for exposing this or that mineral?
9. What methods of prospecting do you know?
10. What are the most effective aerial methods of prospecting now?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. country rock	а) залегание рудных месторождений
2. panning	б) блестящий металл
3. the search for commercially useful deposits	в) коренная (основная) порода
4. geological exploration	г) дополнительные запасы минералов
5. to look for evidence of mineralization	д) промывка (золотоносного песка в лотке)
6. distinctive properties	е) геологическая разведка (с попутной добычей)
7. lustrous metal	ж) искать доказательства наличия месторождения
8. capable of attracting a piece of iron	з) отличительные свойства
9. additional supplies of minerals	и) поиски экономически полезных месторождений
10. the occurrence of ore deposits	к) способный притягивать кусок металла

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний

слов:

1. стоимость геологических исследований	a) the data obtained
2. выходить на поверхность (обнажаться)	б) galena, sandstones and shales
3. произвести предварительную оценку (месторождения)	в) the cost of geological investigations
4. визуальные наблюдения с воздуха	г) to crop out
5. полученные данные	д) certain ore deposits
6. галенит, песчаники и сланцы	е) to make a preliminary estimation (of a deposit)
7. общие показания	ж) visual aerial observations
8. находить признаки месторождения	з) to find the signs of a deposit
9. определенные рудные месторождения	и) general indications

№8

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

adit - *n* горизонтальная подземная выработка, штольня

angle - *n* угол

approximate - *a* приблизительный

bit - *n* режущий инструмент; буровая коронка, коронка для алмазного бурения; головка бура, сверло; **carbide bit** армированная коронка, армированный бур; **diamond bit** - алмазная буровая коронка

borehole - *n* скважина, буровая скважина

crosscut - *n* квершлаг

dip - *n* падение (*залежи*); уклон, откос; *v* падать

enable - *v* давать возможность или право (*что-л. сделать*)

exploit - *v* разрабатывать (*месторождение*); эксплуатировать; **exploitation** - *n* разработка; эксплуатация

measure - *n* мера; мерка; критерий; степень; *pl* свита, пласты; *v* измерять

overburden - *n* покрывающие породы, перекрывающие породы; верхние отложения, наносы; вскрыша

pit - *n* шахта; карьер, разрез; шурф

reliable - *a* надежный; достоверный

rig - *n* буровой станок, буровая вышка; буровая каретка; буровое оборудование

sample - *n* образец; проба; *v* отбирать образцы; опробовать, испытывать

section - *n* участок, секция, отделение, отрезок, разрез, профиль, поперечное сечение;

geological ~ геологический разрез (*porod*)

sequence - *n* последовательность; порядок следования; ряд

sink (sank, sunk) - *v* проходить (*шахтный ствол, вертикальную выработку*); углублять; погружать; опускать; **sinking** - *n* проходка (*вертикальных или наклонных выработок*); **shaft sinking** - проходка ствола

slope - *n* наклон; склон; бремсберг; уклон; *v* клониться, иметь наклон; **sloping** - *a* наклонный; **gently sloping** - с небольшим наклоном

steep - *a* крутой, крутопадающий, наклонный

strike - *n* зд. простираение; *v* простирается; **across the strike** - вкрест простираения; **along (on) the strike** по простираению

trench - *n* траншея, канава; котлован; *v* копать, рыть, шурфовать

to make use (of) использовать, применять

to take into consideration принимать во внимание; *syn* **take into account**

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 8: Exploration of Mineral Deposits

Exploration is known to include a whole complex of investigations carried out for determining the industrial importance of a deposit. The main task is to determine the quality and quantity of mineral and the natural and economic conditions in which it occurs. The exploration of the deposit is divided into three stages, namely preliminary exploration, detailed exploration and exploitation exploration.

The aim of preliminary exploration is to establish the general size of a deposit and to obtain an approximate idea of its shape, dimensions and quality. At this stage the geological map of the deposit is corrected and a detailed survey of its surface is completed.

The information on the preliminary exploration is expected to give an all-round description of the deposit which will enable the cost of its detailed exploration to be estimated.

The following points should be taken into consideration: 1) the shape and area of the deposit; 2) its depth and angles of dip and strike; 3) its thickness; 4) the properties of the surrounding rock and overburden; 5) the degree of uniformity of distribution of the mineral within the deposit and the country rock, etc.

Preliminary explorations can make use of exploratory openings such as trenches, prospecting pits, adits, crosscuts and boreholes. They are planned according to a definite system, and some are driven to a great depth.

All the exploratory workings are plotted on the plan. These data allow the geologist to establish the vertical section of the deposit.

The quality of the mineral deposit is determined on the basis of analyses and tests of samples taken from exploratory workings.

The method of exploration to be chosen in any particular case depends on the thickness of overburden, the angle of dip, the surface relief, the ground water conditions and the shape of the mineral deposit.

The task of the detailed exploration is to obtain reliable information on the mineral reserves, their grades and distribution in the different sectors of the deposit. Detailed exploration data provide a much more exact estimate of the mineral reserves.

Mine or exploitation exploration is known to begin as soon as mining operations start. It provides data for detailed estimates of the ore reserves of individual sections. It facilitates the planning of current production and calculating the balance of reserves and ore mined.

The searching and discovering of new mineralized areas are based on geological survey and regional geophysical prospecting. The results of these investigations provide data on iron-bearing formations and new deposits for commercial extraction.

In detailed exploration both underground workings and borehole survey are used. Core drilling with diamond and carbide bits is widely used. Non-core drilling is also used in loose rocks in combination with borehole geophysical survey.

One of the main methods to explore coal deposits is also core-drilling. Modern drilling equipment makes it possible to accurately measure bed thickness and determine structure of beds, faults and folds. Recording control instruments are attached to drilling rigs which allow the geologists to get reliable samples good for nearly all parameters of coal quality to be determined.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The purpose of preliminary exploration is to determine the mineral reserves and their distribution in the different sectors of the deposit.
2. The properties of the surrounding rock and overburden should be taken into consideration during the preliminary exploration.
3. The purpose of the detailed exploration is to find out the quantity (reserves) of the deposit.
4. Exploitation exploration facilitates the planning of current production.
5. Both core drilling and non-core drilling are widely used.

6. Recording control instruments allow geologists to get reliable ore samples.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What stages does exploration include?
2. What is the main purpose of preliminary exploration?
3. What should be taken into consideration by geologists during preliminary exploration?
4. What exploratory openings do you know?
5. Do you know how the quality of the mineral deposit is determined?
6. What is the aim of a detailed exploration?
7. Is core drilling used in prospecting for loose rocks?
8. What is drilling equipment used for?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих сочетаний слов:

1.	bedded deposits
2.	core drilling
3.	the angle of dip of the seam
4.	the thickness of overburden
5.	exploratory workings
6.	composition of minerals
7.	pits and crosscuts
8.	to exploit new oil deposits
9.	sampling
10.	geological section
а)	мощность наносов
б)	разрабатывать новые месторождения нефти
в)	шурфы и квершлаг
г)	пластовые месторождения
д)	опробование (отбор) образцов
е)	угол падения пласта
ж)	колонковое бурение
з)	геологический разрез (пород)
и)	состав минералов
к)	разведочные выработки

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих сочетаний слов:

1.	буровые скважины
2.	по простиранию пласта
3.	равномерность распределения минерала в залежи
4.	водоносность пород
5.	карбидные и алмазные коронки
6.	детальная разведка
7.	использовать новые поисковые методы
8.	проникать в залежь
9.	коренная порода
10.	свойства окружающих пород
а)	ground water conditions
б)	detailed exploration
в)	boreholes
г)	along the strike of the bed (seam)
д)	carbide and diamond bits
е)	the uniformity of mineral distribution in the deposit
ж)	the properties of surrounding rocks
з)	to make use of new prospecting methods
и)	country rock
к)	to penetrate into the deposit

3. Подготовка к практическим занятиям (запоминание иноязычных лексических единиц и грамматических конструкций)

Грамматические конструкции представлены на стр. 6 – 40.

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

Семья. Family

родственник	relative, relation
родители	parents
мать (мама)	mother (mom, mum, mama, mamma, mummy, ma)
отец (папа)	father (dad, daddy, papa, pa)
жена	wife
муж	husband
супруг(а)	spouse
ребенок, дети	child, children
дочь	daughter
сын	son
сестра	sister
брат	brother
единственный ребенок	only child
близнец	twin
близнецы, двойняшки	twins
брат-близнец	twin brother
сестра-близнец	twin sister
однояйцевые близнецы	identical twins
тройняшки	triplets
бабушка и дедушка	grandparents
бабушка	grandmother (grandma, granny, grandmamma)
дедушка	grandfather (grandpa, granddad, grandpapa, grandad)
внуки	grandchildren
внучка	granddaughter
внук	grandson
прабабушка	great-grandmother
прадедушка	great-grandfather
прабабушка и прадедушка	great-grandparents
правнуки	great-grandchildren
тётя	aunt
дядя	uncle
крестный (отец)	godfather
крестная (мать)	godmother
отчим, приемный отец	stepfather
мачеха, приемная мать	stepmother
сводный брат	stepbrother
сводная сестра	stepsister
брат по одному из родителей	half-brother
сестра по одному из родителей	half-sister
приемный, усыновленный сын	adopted son
приемная, удочеренная дочь	adopted daughter
приемный ребенок	adopted child
патронатная семья, приемная семья	foster family
приемный отец	foster father
приемная мать	foster mother
приемные родители	foster parents

приемный сын	foster son
приемная дочь	foster daughter
приемный ребенок	foster child
неполная семья (с одним родителем)	single-parent family
родня	the kin, the folks
племянница	niece
племянник	nephew
двоюродный брат	cousin (male)
двоюродная сестра	cousin (female)
двоюродный брат (сестра), кузен (кузина)	first cousin
троюродный брат (сестра)	second cousin
четвероюродный брат (сестра)	third cousin
родня со стороны мужа или жены	in-laws
свекровь	mother-in-law (husband's mother)
свёкор	father-in-law (husband's father)
тёща	mother-in-law (wife's mother)
тесть	father-in-law (wife's father)
невестка, сноха	daughter-in-law
зять	son-in-law
шурин, свояк, зять, деверь	brother-in-law
свояченица, золовка, невестка	sister-in-law
семейное положение	marital status
холостой, неженатый, незамужняя	single
женатый, замужняя	married
брак	marriage
помолвка	engagement
помолвленный, обрученный	engaged
развод	divorce
разведенный	divorced
бывший муж	ex-husband
бывшая жена	ex-wife
расставшиеся, не разведенные, но не проживающие одной семьей	separated
вдова	widow
вдовец	widower
подружка, невеста	girlfriend
друг, парень, ухажер	boyfriend
любовник, любовница	lover
ухажер, жених, подружка, невеста, обрученный	fiance
свадьба	wedding
невеста на свадьбе	bride
жених на свадьбе	(bride)groom
медовый месяц	honeymoon

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

The Ural State Mining University

Mining University – Горный университет; higher educational institution - высшее учебное заведение; to provide - зд. Предоставлять; full-time education - очное образование; extramural education - заочное	scientific research centre - центр научных исследований; master of science - кандидат наук; capable – способный; to take part in - принимать участие; graduate – выпускник; to dedicate – посвящать;

образование; to award – награждать; post-graduate courses – аспирантура;	to carry out scientific work - выполнять научную работу;
Faculty of Mining Technology - горно – технологический; Faculty of Engineering and Economics - инженерно-экономический; Institute of World Economics – Институт мировой экономики; Faculty of Mining Mechanics - горно-механический; Faculty of Civil Protection – гражданской защиты; Faculty of City Economy – городского хозяйства;	Faculty of Geology & Geophysics – геологии и геофизики; Faculty of extramural education – заочный; department – кафедра; dean – декан; to train specialists in - готовить специалистов; to consist of - состоять из; preparatory – подготовительный; additional – дополнительный; to offer – предлагать;
to house - размещать /ся/; building – здание; Rector's office – ректорат; Dean's office – деканат; department – кафедра; library – библиотека; reading hall - читальный зал; assembly hall - актовый зал; layout - расположение, план; administrative offices - административные отделы;	computation centre - вычислительный центр; canteen – столовая; to have meals – питаться; hostel – общежитие; to go in for sports - заниматься спортом; wrestling – борьба; weight lifting - тяжелая атлетика; skiing - катание на лыжах; skating - катание на коньках; chess – шахматы;
academic work - учебный процесс; academic year - учебный год; to consist of - состоять из; bachelor's degree - степень бакалавра; course of studies - курс обучения; to last - длиться; term - семестр; to attend lectures and classes - посещать лекции и занятия; period - пара, 2 – х часовое занятие; break - перерыв; subject - предмет; descriptive geometry - начертательная геометрия;	general geology - общая геология; foreign language - иностранный язык; to operate a computer - работать на компьютере; to take a test (an exam) - сдавать зачет, экзамен; to pass a test (an exam) - сдать зачет, экзамен; to fail a test (an exam) - не сдать зачет, экзамен; to fail in chemistry - не сдать химию; holidays, vacations - каникулы; to present graduation paper - представлять дипломные работы; for approval - к защите;

The Faculty of Mining Technology trains specialists in: mine surveying - маркшейдерская съемка; underground mining of mineral deposits - подземная разработка месторождений полезных ископаемых; mine and underground construction - шахтное и подземное строительство; surface mining (open-cut mining) - открытые горные работы; physical processes of mining, oil and gas production - физические процессы горного и нефтегазового производства; placer mining - разработка россыпных месторождений; town cadastre - городской кадастр.

The Institute of World Economics trains specialists in: land improvement, recultivation and soil protection - мелиорация, рекультивация и охрана земель; engineer protection of environment in mining - инженерная защита окружающей среды в горном деле; computer systems of information processing and control - автоматизированные системы обработки информации и управления; economics and management at mining enterprises - экономика и управление на предприятиях горной промышленности.

The Faculty of Mining Mechanics trains specialists in: electromechanical equipment of mining enterprises - электромеханическое оборудование горных предприятий; designing & production of mining, oil and gas machinery - конструирование и производство горных и нефтегазопромысловых машин; technological and service systems of exploitation and maintenance of machines and equipment - технологические и сервисные системы эксплуатации и ремонта машин и оборудования; motorcars and self-propelled mining equipment - автомобили и самоходное горное оборудование; electric drive and automation of industrial units and technological complexes - электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов; automation of technological processes and industries - автоматизация технологических процессов и производств; mineral dressing - обогащение полезных ископаемых.

The Faculty of Geology & Geophysics trains specialists in: geophysical methods of prospecting and exploring mineral deposits - геофизические методы поисков и разведки месторождений полезных ископаемых; according to some specializations: geoinformatics – геоинформатика; applied geophysics - прикладная геофизика; structural geophysics - структурная геофизика; geological surveying and exploration of mineral deposits - геологическая съемка и поиски МПИ; geology and mineral exploration - геология и разведка МПИ; prospecting and exploration of underground waters and engineering - геологическая разведка подземных вод и инженерно-геологические изыскания; applied geochemistry, petrology and mineralogy - прикладная геохимия, петрология и минералогия; drilling technology - технология и техника разведки МПИ.

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

My town

a building – здание
downtown – деловой центр города
town outskirts – окраина города
a road – дорога
an avenue – проспект
a pavement/a sidewalk - тротуар
a pedestrian – пешеход
a pedestrian crossing – пешеходный переход
traffic lights – светофор
a road sign – дорожный знак
a corner – угол
a school - школа
a kindergarten – детский сад
a university - университет
an institute – институт
an embassy - посольство
a hospital - больница
a shop/a store/a shopping centre/a supermarket – магазин, супермаркет
a department store – универсам
a shopping mall/centre – торговый центр
a food market – продуктовый рынок
a greengrocery – фруктово-овощной магазин
a chemist's/a pharmacy/a drugstore - аптека

a beauty salon – салон красоты
 a hairdressing salon/a hairdresser's - парикмахерская
 a dental clinic/a dentist's – стоматологическая клиника
 a vet clinic – ветеринарная клиника
 a laundry – прачечная
 a dry-cleaner's – химчистка
 a post-office – почтовое отделение
 a bank – банк
 a cash machine/a cash dispenser - банкомат
 a library – библиотека
 a sight/a place of interest - достопримечательность
 a museum – музей
 a picture gallery – картинная галерея
 a park – парк
 a fountain – фонтан
 a square – площадь
 a monument/a statue – памятник/статуя
 a river bank – набережная реки
 a beach – пляж
 a bay - залив
 a café – кафе
 a restaurant – ресторан
 a nightclub – ночной клуб
 a zoo - зоопарк
 a cinema/a movie theatre - кинотеатр
 a theatre – театр
 a circus - цирк
 a castle - замок
 a church – церковь
 a cathedral – собор
 a mosque - мечеть
 a hotel – отель, гостиница
 a newsagent's – газетный киоск
 a railway station – железнодорожный вокзал
 a bus station - автовокзал
 a bus stop – автобусная остановка
 an underground (metro, subway, tube) station – станция метро
 a stadium – стадион
 a swimming-pool – плавательный бассейн
 a health club/a fitness club/a gym – тренажерный зал, фитнес клуб
 a playground – игровая детская площадка
 a plant/a factory – завод/фабрика
 a police station – полицейский участок
 a gas station/a petrol station – заправочная автостанция, бензоколонка
 a car park/a parking lot - автостоянка
 an airport - аэропорт
 a block of flats – многоквартирный дом
 an office block – офисное здание
 a skyscraper - небоскреб
 a bridge – мост
 an arch – арка
 a litter bin/a trash can – урна

a public toilet – общественный туалет
a bench - скамья

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

My speciality

The Earth's Crust and Useful Minerals

cause - v заставлять; вызывать; влиять; причинять; *n* причина, основание; дело; общее дело; *syn* **reason**
clay - *n* глина; глинозем
consolidate - v твердеть, затвердевать, уплотнять(ся); укреплять; *syn* **solidify**
crust - *n* кора; *геол.* земная кора
decay - v гнить, разлагаться; *n* выветривание (*пород*); распад, разложение
derive - v (from) происходить, вести свое происхождение (*от*); наследовать
destroy - v разрушать; уничтожать; **destructive** *a* разрушительный
dissolve v растворять
expose - v выходить (*на поверхность*); обнажаться; **exposure** - *n* обнажение
external - *a* внешний
extrusive - *a* эффузивный, излившийся (*о горной породе*)
force - v заставлять, принуждать; ускорять движение; *n* сила; усилие
glacier - *n* ледник, глетчер
grain - *n* зерно; **angular grains** - угловатые зерна (*минералов*); **grained** - *a* зернистый
gravel - *n* гравий, крупный песок
internal - *a* внутренний
intrusive - *a* интрузивный, плутонический
iron - *n* железо
layer - *n* пласт
like - *a* похожий, подобный; *syn* **similar**; *ant* **unlike**; *adv* подобно
lime - *n* известь; **limestone** - *n* известняк
loose - *a* несвязанный, свободный; рыхлый
make up - v составлять; *n* состав (*вещества*)
particle - *n* частица; включение
peat - *n* торф; торфяник
represent - v представлять собою; означать; быть представителем; **representative** - представитель; **representative** - *a* характерный, типичный
rock – *n* горная порода; **igneous** - изверженная порода; **sedimentary** - осадочная порода
sand - *n* песок
sandstone - *n* песчаник; **fine-grained (medium-grained, coarse-grained)** - мелкозернистый (среднезернистый, грубозернистый) песчаник
sediment - *n* отложение; осадочная порода; **sedimentary** - *a* осадочный; **sedimentation** - *n* образование осадочных пород
schist - *n* (*кристаллический*) сланец; **schistose** - *a* сланцеватый, слоистый
shale - *n* сланец, сланцевая глина, глинистый сланец; **clay** - глинистый сланец;
combustible ..., **oil ...** - горючий сланец
siltstone - *n* алевроит
stratification - *n* напластование, залегание
stratify - v напластовываться; отлагаться пластами; **stratified** *a* пластовый; *syn* **layered**, **bedded**
substance - *n* вещество, материал; сущность
thickness - *n* толщина, мощность
value - *n* ценность; важность; величина; значение; **valuable** - *a* ценный (*о руде*)
vary - v изменять(ся); отличать(ся); *syn* **differ**, **change (from)**; **variable** - *a* переменный; непостоянный; **various** *a* различный; *syn* **different**

contain - *v* содержать (*в себе*), вмещать

crack - *n* трещина; щель; *v* давать трещину; трескаться, раскалываться

contract - *v* сжиматься; сокращаться

dust - *n* пыль

expand - *v* расширяться); увеличивать(ся) в объеме; **expansion** *n* расширение; *ant*

contract

fissure - *n* трещина (*в породе, угле*); расщелина; щель

fracture - *n* трещина; излом; разрыв; *v* ломать(ся); раздроблять (*породу*)

freeze - *v* замерзать; замораживать; застывать

gradual - *a* постепенный; **gradually** *adv* постепенно

hard - *a* твердый, жесткий; *ant* **soft**; тяжелый (*о работе*); *adv* сильно, упорно; **hardly** *adv*

едва, с трудом

hole - *n* отверстие; скважина; шпур; шурф

influence - *n* влияние; *v* (**on, upon**) влиять (*не что-л.*)

lateral - *a* боковой

occur - *v* залегать; случаться; происходить; *syn* **take place, happen; occurrence** - *n*

залегание; **mode of occurrence** - условия залегания

penetrate - *v* проникать (*внутрь*), проходить через (*что-л.*)

phenomenon - *n* явление; *pl* **phenomena**

pressure - *n* давление; **lateral pressure** боковое (*горизонтальное*) давление; **rock pressure**

горное давление, давление породы

rate - *n* степень, темп; скорость, норма; производительность; сорт; *syn* **speed, velocity**

refer - *v* (to) ссылаться (*на что-л.*); относиться (*к периоду, классу*)

resist - *v* сопротивляться; противостоять; противодействовать; **resistance** - *n* сопротивление; **resistant** - *a* стойкий; прочный; сопротивляющийся

size - *n* размер; величина; класс (*угля*)

solution - *n* раствор; **soluble** - *a* растворимый; **solvent** - растворитель; *a* растворяющий

succession - *n* последовательность, непрерывный ряд; **in succession** последовательно

undergo (*underwent, undergone*) - *v* испытывать (*что-л.*), подвергаться (*чему-л.*)

uniform - *a* однородный; одинаковый

weathering - *n* выветривание; эрозия (*воздействию, влиянию и т.д.*)

to be subjected to подвергаться

Rocks of Earth's Crust

abyssal - *a* абиссальный, глубинный; **hypabissal** - *a* гипабиссальный

adjacent - *a* смежный, примыкающий

ash - *n* зола

belt - *n* пояс; лента; ремень

body - *n* тело, вещество; **solid (liquid, gaseous) bodies** твердые (жидкие, газообразные) вещества; породная масса; массив; месторождение; пласты

common - *a* обычный; общий; *syn* **general**; *ant* **uncommon**

cool - *v* охлаждать(ся); остывать; прохладный; *ant* **heat** нагревать(ся)

dimension - *n* измерение; *pl* размеры; величина; *syn* **measurement, size**

dust - *n* пыль

dyke - *n* дайка

extrusion - *n* вытеснение; выталкивание; *ant* **intrusion** вторжение; *геол.* интрузия (*внедрение в породу изверженной массы*)

fine - *a* тонкий, мелкий; мелкозернистый; высококачественный; тонкий; прекрасный, ясный (*о погоде*); изящный; **fine-graded (fine-grained)** мелкозернистый, тонкозернистый; **finer** - *n* *pl* мелочь; мелкий уголь

flow - *v* течь; литься; *n* течение; поток; **flow of lava** поток лавы

fragmentary - *a* обломочный, пластический

glass - *n* стекло; **glassy** - *a* гладкий, зеркальный; стеклянный

gold - *n* золото

inclined - *a* наклонный

mica - *n* слюда

permit - *v* позволять, разрешать; *syn* **allow, let; make possible**

probably - *adv* вероятно; *syn* **perhaps, maybe**

shallow - *a* мелкий; поверхностный; *ant* **deep** глубокий

sill - *n* sill, пластовая интрузия

stock - *n* штوك, небольшой батолит

vein - *n* жила, прожилок, пропласток

band - *n* слой; полоса; прослойка (*породы*); *syn* **layer**

cleave - *v* расщепляться; трескаться, отделяться по кливажу; **cleavage** *n* кливаж

constituent - *n* составная часть, компонент

define - *v* определять, давать определение

distribute - *v* (**among**) распределять (между); раздавать;

disturb - *v* нарушать; смещать

excess - *n* избыток, излишек; *ant* **deficiency**

flaky - *a* слоистый; похожий на хлопья

fluid - *n* жидкость; жидкая или газообразная среда

foliate - *v* расщепляться на тонкие слои; **foliated** - *a* листоватый, тонкослоистый; *syn* **flaky**

marble - *n* мрамор

mention - *v* упоминать, ссылаться; *n* упоминание

plate - *n* пластина; полоса (*металла*)

pressure - *n* давление; **rock pressure (underground pressure)** горное давление, давление горных пород

relate - *v* относиться; иметь отношение; **related** *a* родственный; **relation** - *n* отношение;

relationship - *n* родство; свойство; **relative** - *a* относительный; соответственный

run (ran, run) - *v* бегать, двигаться; течь; работать (о *машине*); тянуться, простираться; управлять (*машинной*); вести (*дело, предприятие*)

schistose - *a* сланцеватый; слоистый

sheet - *n* полоса

slate - *n* сланец; *syn* **shale**

split (split) - *v* раскалываться, расщепляться, трескаться; *syn* **cleave**

trace - *n* след; **tracing** - *n* прослеживание

at least по крайней мере

to give an opportunity (of) давать возможность (*кому-л., чему-л.*)

in such a way таким образом

Fossil Fuels

accumulate - *v* накапливать; скопляться

ancient - *a* древний, старинный; *ant* **modern**

associate - *v* связывать, соединять, ассоциироваться; *syn* **connect, link**

burn (burnt) - *v* сжигать; гореть; жечь

charcoal - *n* древесный уголь

convenient - *a* удобный, подходящий

crude - *a* сырой, неочищенный

dig (dug) - *v* добывать; копать; **digger** - *n* угольный экскаватор; землеройная машина

divide - *v* делить; (*from*) отделять; разделять

evidence - *n* доказательство; очевидность; признак(и)

fossil - *a* окаменелый, ископаемый; *n* ископаемое (*органического происхождения*); окаменелость

heat - *v* нагревать; *n* теплота

liquid - *a* жидкий; *n* жидкость; *ant* **solid**

manufacture - *v* изготавливать, производить; *syn* **produce**
mudstone - *n* аргиллит
purpose - *n* цель; намерение; *syn* **aim, goal**
shale - *n* глинистый сланец
the former ... the latter - первый (*из вышеупомянутых*) последний (*из двух названных*)
bench - *n* слой, пачка (*пласта*)
blend - *v* смешивать(ся); вклинивать(ся)
combustion - *n* горение, сгорание; **spontaneous combustion** самовоспламенение, самовозгорание
continuity - *n* непрерывность, неразрывность
domestic - *a* внутренний; отечественный
estimate - *v* оценивать; *n* оценка; смета
fault - *n* разлом, сдвиг (*породы*); сброс; **faulting** *n* образование разрывов или сбросов
fold - *n* изгиб, складка, флексура; **folding** - *n* складчатость, смешение (*пласта*) без разрыва
inflare - *v* воспламеняться; загорать(ся); **inflammable** - *a* воспламеняющийся, горючий, огнеопасный; **flame** - *n* пламя
intermediate - *a* промежуточный; вспомогательный
liable - *a* (to) подверженный; подлежащий (*чему-л.*)
luster - *n* блеск (*угля, металла*); **lustrous** - *a* блестящий
matter - *n* вещество; материя
moisture - *n* влажность, сырость; влага
parting - *n* прослойка
plane - *n* плоскость; **bedding plane** плоскость напластования
rank - *n* класс, тип; **coal rank** группа угля, тип угля
regular - *a* правильный; непрерывный; *ant* **irregular** неправильный; неравномерный;
regularity *n* непрерывность; правильность
similar - *a* похожий, сходный; подобный; *syn* **alike, the same as**
smelt - *v* плавить (*руды*); выплавлять (*металл*)
store - *v* запасать, хранить на складе; вмещать
strata - *n pl om stratum* пласты породы; свита (*пластов*); формация, напластования породы; *syn* **measures**
thickness - *n* мощность (*пласта, жилы*)
uniform - *a* однородный; равномерный; **uniformity** *n* однородность; единообразие
utilize - *v* использовать; *syn* **use, apply, employ**
volatile - *a* летучий, быстро испаряющийся

Prospecting and Exploration

aerial - *a* воздушный; надземный
certain - *a* определенный; некоторый; **certainly** *adv* конечно
cost - (*cost*) *v* стоить; *n* цена; стоимость
crop - *v* (out) обнажать(ся), выходить на поверхность (*о пласте, породе*); *syn* **expose**; засеивать, собирать урожай
dredging - *n* выемка грунта; драгирование
drill - *v* бурить, сверлить; *n* бурение, сверление; бурильный молоток; **drilling** - *n* бурение, сверление; **core-drilling** колонковое (керновое) бурение
drive (drore, driven) - *v* проходить (*горизонтальную выработку*); приводить в движение; управлять (*машиной*); *n* горизонтальная выработка; привод; передача
evidence - *n* основание; признак(и); свидетельства
expect - *v* ожидать; рассчитывать; думать; предлагать

explore - v разведывать месторождение полезного ископаемого с попутной добычей;
exploratory - a разведочный; **exploration** - n детальная разведка; разведочные горные работы по месторождению

galena - n галенит, свинцовый блеск

indicate - v указывать, показывать; служить признаком; означать

lead - n свинец

look for - v искать

open up - v вскрывать (*месторождение*); нарезать (*новую лаву, забой*); **opening** - n горная выработка; подготовительная выработка; вскрытие месторождения

panning - n промывка (*золотоносного песка в лотке*)

processing - n обработка; - **industry** обрабатывающая промышленность

prove - v разведывать (*характер месторождения или залегания*); доказывать; испытывать, пробовать; **proved** - a разведанный, достоверный; **proving** - n опробование, предварительная разведка

search - v исследовать; (for) искать (*месторождение*); n поиск; syn **prospecting**

sign - n знак, символ; признак, примета

store - v хранить, накапливать (*о запасах*)

work - v работать; вынимать, извлекать (*уголь, руду*); вырабатывать; **workable** - a подходящий для работы, пригодный для разработки, рабочий (*о пласте*); рентабельный; **working** - n разработка, горная выработка

adit - n горизонтальная подземная выработка, штольня

angle - n угол

approximate - a приблизительный

bit - n режущий инструмент; буровая коронка, коронка для алмазного бурения; головка бура, сверло; **carbide bit** армированная коронка, армированный бур; **diamond bit** - алмазная буровая коронка

borehole - n скважина, буровая скважина

crosscut - n квершлаг

dip - n падение (*залежи*); уклон, откос; v падать

enable - v давать возможность или право (*что-л. сделать*)

exploit - v разрабатывать (*месторождение*); эксплуатировать; **exploitation** - n разработка; эксплуатация

measure - n мера; мерка; критерий; степень; *pl* свита, пласты; v измерять

overburden - n покрывающие породы, перекрывающие породы; верхние отложения, наносы; вскрыша

pit - n шахта; карьер, разрез; шурф

reliable - a надежный; достоверный

rig - n буровой станок, буровая вышка; буровая каретка; буровое оборудование

sample - n образец; проба; v отбирать образцы; опробовать, испытывать

section - n участок, секция, отделение, отрезок, разрез, профиль, поперечное сечение;

geological ~ геологический разрез (*пород*)

sequence - n последовательность; порядок следования; ряд

sink (sank, sunk) - v проходить (*шахтный ствол, вертикальную выработку*); углублять; погружать; опускать; **sinking** - n проходка (*вертикальных или наклонных выработок*); **shaft sinking** - проходка ствола

slope - n наклон; склон; бремсберг; уклон; v клониться, иметь наклон; **sloping** - a наклонный; **gently sloping** - с небольшим наклоном

steep - a крутой, крутопадающий, наклонный

strike - n *зд.* простирание; v простираться; **across the strike** - вкрест простирания; **along (on) the strike** по простиранию

trench - n траншея, канава; котлован; v копать, рыть, шурфовать

to make use (of) использовать, применять

to take into consideration принимать во внимание; **syn take into account**

General Information on Mining

access - *n* доступ

affect - *v* воздействовать (*на что-л.*); влиять; **syn influence**

barren - *a* непродуктивный; пустой (*о породе*)

chute - *n* скат, спуск; углеспускная выработка; жёлоб

compare - *v* (with) сравнивать, проводить параллель

contribute - *v* способствовать, содействовать; делать вклад (*в науку*); **make a (one's) ~ to**

smth. сделать вклад во что-л.

cross-section - *n* поперечное сечение, поперечный разрез, профиль

develop - *v* разрабатывать (*месторождение*); развивать (*добычу*); производить подготовительные работы; **development** - *n* подготовительные работы; развитие добычи; развитие

drift - *n* штрек, горизонтальная выработка

ensure - *v* обеспечивать, гарантировать; **syn guarantee**

face - *n* забой; лава

floor - *n* почва горной выработки, почва пласта (жила); **quarry** ~ подошва карьера; пол, настил

govern - *v* править, управлять; руководить; определять, обуславливать

inclination - *n* уклон, скат, наклон (*пластов*); наклонение; **seam** ~ падение (*пласта*); наклон (*пласта*)

incline - *n* уклон, бремсберг, скат; наклонный ствол; **gravity** ~ бремсберг

inclined - *a* наклонный; **flatly** ~ слабо наклонный; **gently** ~ наклонного падения; **medium** ~ умеренно наклонный (*о пластах*); **steeply** ~ крутопадающий

level - *n* этаж, горизонт, горизонтальная горная выработка; штольня; уровень (*инструмент*); нивелир; ватерпас; горизонтальная поверхность

recover - *v* извлекать (*целики*); выбирать, очищать; добывать (*уголь и т.п.*); восстанавливать

remove - *v* удалять; убирать; устранять; перемещать; **removal** - *n* вскрыша; выемка; уборка (*породы*); извлечение (*креп*); перемещение; **overburden** - удаление вскрыши

rib - *n* ребро; выступ; узкий целик, предохранительный целик; грудь забоя

roof - *n* крыша; кровля выработки; кровля пласта (*или жилы*); перекрытие; ~ **support** - крепление кровли

shaft - *n* шахтный ствол; **auxiliary** ~ вспомогательный ствол; **hoisting** ~ подъемный ствол; главный шахтный ствол

tabular - *a* пластовый (*о месторождении*); пластообразный; плоский; линзообразный; **syn bedded, layered**

waste - *n* пустая порода; отходы; **syn barren rock**

well - *n* буровая скважина; колодец, источник; водоем; зумф

capital investment - капитальные вложения

gate road - промежуточный штрек

in bulk - навалом, в виде крупных кусков

metal-bearing - содержащий металл

production face/working - очистной забой

productive mining - эксплуатационные работы

in view of - ввиду чего-л., принимая во внимание что-л.

with a view to - с целью

advantage - *n* преимущество; превосходство; выгода; польза; **advantageous** - *a* выгодный; благоприятный, полезный; **to take advantage of smth** воспользоваться чём-л.

caving - *n* обрушение (*кровли*); разработка с обрушением

deliver - *v* доставлять, подавать; питать; нагнетать; произносить (*речь*); читать (*лекцию*)

entry - *n* штрек; выработка горизонтальная; *pl* подготовительные выработки; нарезные выработки; штреки

giant - *n* гидромонитор

gravity - *n* сила тяжести; вес, тяжесть; **by** ~ самотеком, под действием собственного веса

haul - *v* доставлять; откатывать; подкатывать; перевозить; **haulage** - *n* откатка; доставка; транспортировка (*по горизонтали*)

longwall - *n* лава; выемка лавами; сплошной забой, сплошная или столбовая система разработки; *syn* **continuous mining**; ~ **advancing on the strike** выемка лавами прямым ходом по простиранию; сплошная система разработки по простиранию; ~ **advancing to the rise** сплошная система разработки с выемкой по восстанию; ~ **to the dip** сплошная система разработки с выемкой по падению; ~ **retreating** выемка лавами обратным ходом; столбовая система разработки лавами

lose (lost) - *v* терять; **loss** - *n* потеря, убыток

pillar - *n* целик; столб; **shaft** ~ околоствольный целик; ~ **method** столбовая система разработки; ~ **mining** выемка целиков

predominate - *v* преобладать, превалировать; превосходить; господствовать, доминировать

protect - *v* охранять, защищать

reach - *v* простираться, доходить до; добиваться, достигать

satisfy - *v* удовлетворять(ся)

shield - *n* щит; ~ **method** щитовой метод проходки, щитовой способ

room - *n* камера; очистная камера; **room-and-pillar method** камерно-столбовая система разработки

stowing - *n* закладка (*выработанного пространства*)

method of working система разработки

the sequence of working the seams - последовательность отработки пластов

goaf — завал; обрушенное пространство

double-ended drum bearer — комбайн с двойным барабаном

to identify — опознавать

appraisal — оценка

susceptibility — чувствительность

concealed — скрытый, не выходящий на поверхность

crusher — дробилка

concentration — обогащение

blending — смешивание; составление шихты

screen — сортировать (обыден. уголь); просеивать

froth floatation — пенная флотация

core drilling — колонковое бурение

to delineate — обрисовывать, описывать

lender — заимодавец

feasibility — возможность

in situ mining — повторная разработка месторождения в массиве

screening — просеивание; грохочение

processing — обработка, разделение минералов

Mining and Environment

break *v* (**broke, broken**) отбивать (*уголь или породу*), обрушивать кровлю; разбивать; ломать; *л* отбойка, обрушение; **break out** отбивать, производить выемку

(*руды или породы*); расширять забой; **breakage** *л* разрыхление, дробление

drill - *n* бур; перфоратор; бурильный молоток; сверло; *v* бурить; *car* ~ буровая тележка;

mounted ~ перфоратор на колонке; колонковый бурильный молоток; **drilling** - *n* бурение

dump - *n* отвал (*породы*); склад угля; опрокид; **external** ~ внешний отвал; **internal** ~ внутренний отвал; *v* сваливать (*в отвал*); разгружать; отваливать; опрокидывать (*вагонетку*);

dumper опрокид; самосвал; отвалообразователь; **dumping** л опрокидывание; опорожнение; опрокид; *syn* **tip**

environment - *n* окружение; окружающая обстановка/среда

explode - *v* взрывать, подрывать; **explosion** - *n* взрыв; **explosive** - *n* взрывчатое вещество; *a* взрывчатый

friable - *a* рыхлый; хрупкий; рассыпчатый; слабый (о *кровле*)

handle - *v* перегружать; доставлять; транспортировать; управлять машиной; *n* ручка; рукоять; скоба; **handling** - *n* подача; погрузка; перекидка, доставка; транспортировка; обращение с машиной

heap - *v* наваливать; нагребать; *n* породный отвал, терриконт; *syn* **spoil** ~, **waste** ~

hydraulicking - *n* гидродобыча; гидромеханизированная разработка

load - *v* нагружать, грузить, наваливать; *n* груз; нагрузка; **loader** - *n* погрузочная машина, навалочная машина, перегружатель; грузчик; **cutter-loader** - комбайн, комбинированная горная машина

lorry - *n* грузовик; платформа; *syn* **truck**

mention - *v* упоминать

overcasting - *n* перелопачивание (*породы*)

pump - *n* насос; **gravel** ~ песковый насос; **sludge** ~ шламовый насос; *v* качать; накачивать; откачивать

reclamation - *n* восстановление; осушение; извлечение крепи; ~ **of land** восстановление участка (*после открытых работ*)

sidecasting - *n* внешнее отвалообразование

site - *n* участок, место; **building** ~ строительная площадка

slice - *n* слой; **slicing** - *n* выемка слоями, разработка слоями

strip - *v* производить вскрышные работы; разрабатывать; очищать (*лаву*); вынимать породу или руду; *n* полоса; **stripper** - *n* забойщик; вскрышной экскаватор; **stripping** - *n* открытая разработка, открытые горные работы; вскрыша; вскрытие наносов

unit - *n* агрегат; установка; устройство; прибор; узел; секция; деталь; машина; механизм; единица измерения; участок

washery - *n* углемойка; рудомойка; моечный цех

to attract smb's attention привлекать чье-л. внимание

backhoe - *n* обратная лопата

blast - *n* взрыв; *v* взрывать; дуть; продувать; **blasting** - *n* взрывание; взрывные работы; взрывная отбойка

block out - *v* нарезать залежь на блоки; нарезать столбы

clearing - *n* выравнивание почвы; планировка грунта

crash - *v* дробить; разрушать; обрушаться

earth-mover - *n* землеройное оборудование; *syn* **excavator**

excavator - *n* экскаватор; **bucket-wheel** - роторный экскаватор; **multi-bucket** ~ многочерпаковый экскаватор; **single-bucket** - одночерпаковый экскаватор

grab - *n* грейфер, ковш, черпак; экскаватор; *v* захватывать;

grabbing - погрузка грейфером; захватывание

hoist - *n* подъемная установка (машина); подъемник; лебедка; *v* поднимать; **hoisting** шахтный подъем

plough - *n* струг

power shovel - *n* механическая лопата; экскаватор типа механической лопаты

range - *n* колебание в определенных пределах

rate - *n* норма; скорость, темп; коэффициент; степень; разрез; сорт; мощность; расход (*воды*)

remote - *a* отдаленный; ~ **control** дистанционное управление

result - *v* (in) приводить (к); иметь своим результатом; (from) следовать (из), происходить в результате

safety - *n* безопасность; техника безопасности

slope - *n* забой, сплошной забой, очистной забой; *v* очищать забой, вынимать породу, уголь; *syn* **face**; **sloping** очистные работы; очистная выемка; **open sloping** выемка с открытым забоем; **shrinkage sloping** выемка системой с магазинированием (*руды*)

support - *v* крепить; поддерживать; подпирать; *n* стойка; опора; поддержание; крепление; *syn* **timbering**; **powered roof** - механизированная крепь; **self-advancing powered roof** - передвижная механизированная крепь

1.4 Самостоятельное изучение тем курса (для заочной формы обучения)

Самостоятельное изучение тем курса предполагает изучение тем практических занятий, представленных в разделе 1, 2, 3 данных методических указаний студентами заочной формы обучения в межсессионный период.

1.5 Подготовка к контрольной работе и 1.6 Написание контрольной работы

Для выполнения контрольной работы студентами кафедрой подготовлены *Методические рекомендации и задания к контрольной работе для студентов данной специальности.*

II. Другие виды самостоятельной работы

2.1 Выполнение самостоятельного письменного домашнего задания (Подготовка к ролевой игре, к практико-ориентированным заданиям, опросу)

2.1.1 Подготовка к ролевой игре

Студенты получают ролевые карточки. Им необходимо обдумать свою роль, стратегию своей роли, вопросы и ответы.

Role card 1

Sasha

The worst thing about your house is lack of privacy. You share your room with a younger sister. You think she goes through all your stuff. She asks you embarrassing questions about boys, makes little nasty comments about you.

Your parents treat you like a baby. Your father is too much interested in your studying and homework. Your mother makes you do the work about the house alone. You are going to leave home as soon as you are old enough.

- Collect all the arguments to explain your attitude to your family.
- Listen to what the members of your family are saying.
- Don't interrupt them.
- Don't forget that both parents and children are to blame in conflict situations.
- Be polite and friendly

Role card 2

Mother

Your daughter has written a letter of complaint to the youth magazine. She is not satisfied with your attitude to her. You have read this letter. You are worried about the situation in the family and have decided to discuss the problems with a family therapist.

- Say why you have invited the therapist
- Try to explain Sasha's attitude to you and the whole family.
- Think of your questions to Sasha
- Be objective to her problems – you might have never taken them seriously!
- Try to analyse the situation, don't criticize Sasha

- Follow the therapist's advice
- Be polite and friendly

Role card 3

Father

Your daughter is complaining that you treat her like a baby. You don't let her out at night during the week. You always ask her about the boys. You don't believe her when she says she doesn't have any homework to do. Your wife has invited a family therapist to discuss the problems of your family.

- Say what your attitude to the problem is
- Try to explain Sasha's attitude to you and the whole family.
- Think of your questions to Sasha
- Be objective to her problems – you might have never taken them seriously!
- Try to analyse the situation, don't criticize Sasha
- Follow the therapist's advice
- Be polite and friendly

Role card 4

Sister

Sasha is complaining that you don't help her with the work about the house. She also says that she can't keep anything secret in her room, you go through all her stuff. She is irritated by your behaviour. She is going to leave your home as soon as she is old enough.

- Say what your attitude to the problem is
- Try to explain Sasha's attitude to you and the whole family.
- Think of your questions to Sasha
- Be objective to her problems – you might have never taken them seriously!
- Try to analyse the situation, don't criticize Sasha
- Follow the therapist's advice
- Be polite and friendly

Role card 5

Family therapist

- Encourage all the members of the family to speak
- Take notes
- Ask questions
- Summarize what you have heard from all the members of the family
- Try to analyse the situation in a short report

2.1.2 Подготовка к практико-ориентированному заданию

Подготовьте устные высказывания по темам:

1. From the history of the Ural State Mining University.
2. Faculties and specialties of the University.
3. The layout of the Ural State Mining University.
4. Student's academic work.

Подготовьте письменные ответы на вопросы:

1. Where do you study?
2. What faculty do you study at?
3. How many faculties are there at the Ural State Mining University?
4. What year are you in?
5. What is your future speciality?
6. What specialties are there at your faculty?
7. When did you enter the University?

8. When was the Sverdlovsk Mining Institute founded?
9. When was it reorganized into the University?
10. In how many buildings is the Ural State Mining University housed?
11. In what building is your faculty housed?
12. Who is the dean of your faculty?
13. What books do you take from the library?
14. Where do you live?
15. Where do you usually have your meals?
16. How long does the course of studies for a bachelor's degree last?
17. How long do the students study for a Diplomat Engineer's course and a Magister's degree?
18. What subjects do you study this term?
19. What lectures and practical classes do you like to attend?
20. Where do the students have their practical work?
21. When do the students present their graduation papers for approval?
22. What graduates can enter the post-graduate courses?
23. What kind of sport do you like?
24. Where do you go in for sports?

2.1.3 Подготовка к опросу

Ответьте на вопросы на иностранном языке:

1. What specialities does the geological faculty train geologic engineers in?
2. What problems does Geology study?
3. What branches is Geology divided into?
4. What does Economic Geology deal with?
5. What does mineralogy investigate?
6. What does paleontology deal with?
7. What is the practical importance of Geology?
8. Where do graduates of the geological faculty of the Mining University work?
9. What is your future speciality?
10. What kind of work do geologists-prospectors conduct?
11. What do geologists explore during the early stages of geological exploration?
12. What work do geologists conduct while working in the field?
13. When do geologists start exploratory work?
14. What is the purpose of the exploratory work?
15. How is exploratory work conducted?
16. What contribution do geologists make to the development of the National Economy of our country?
17. What does hydrogeology deal with?
18. Where are ground waters used?
19. Where is thermal (hot) water used?
20. What must hydrogeologists do with ground waters which complicate construction work or mineral extraction?

2.2 Дополнительное чтение профессионально ориентированных текстов и выполнение заданий на проверку понимания прочитанного (по 2 текста на тему)

Text 1: A.M. Terpigorev (1873-1959)

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

to defend graduation paper (thesis) - защищать дипломную работу (диссертацию)

to pass an entrance examination - сдать вступительный экзамен

to get a higher education - получить высшее образование

to do one's best (one's utmost, all one can, everything in one's power) - сделать все возможное, не жалеть сил

to make contribution (to) - вносить вклад в (*науку, технику* и т.д.)

choose (chose, chosen) - *v* выбирать; **choice** - *n* выбор

collect - *v* собирать, коллекционировать

dangerous - *a* опасный

deposit - *n* месторождение, залежь; **bedded deposits** - пластовые месторождения

describe - *v* описывать, изображать; **description** - *n* описание; **descriptive** - *a* описательный

facility - *n* (*pl facilities*) средства; возможности; оборудование; устройства

fire damp - *n* рудничный газ, метан

harm - *n* вред; *v* вредить; **harmful** - *a* вредный

relate - *v* относиться, иметь отношение

safety - *n* безопасность; **mine safety** безопасность труда при горных работах; техника безопасности; **safety measures** меры безопасности; **safe** - *a* безопасный; надежный

seam - *n* пласт (*угля*); *syn bed, layer*; **flat seam** горизонтальный, пологопадающий пласт;

inclined seam наклонный пласт; **steep seam** крутопадающий пласт; **thick seam** мощный пласт; **thin seam** тонкий пласт

state - *n* состояние; государство; штат; *a* государственный; *v* заявлять; констатировать; излагать

success - *v* успех; удача; **be a success** иметь успех; **successful** *a* успешный

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

Academician A.M. Terpigorev is a well-known mining engineer who successfully combined his practical experience with scientific research. He was born in 1873 in Tambov. In 1892 he finished school with honours¹ and decided to get a higher education. He chose the Mining Institute in St. Petersburg, passed all the entrance examinations successfully and became a student of the Mining Institute.

At the Institute he studied the full range of subjects² relating to metallurgy, mining and mining mechanics.

At that time students' specialization was based on descriptive courses and elementary practical training. One of the best lecturers was A. P. Karpinsky. His lectures on historical geology were very popular.

During his practical training Terpigorev visited mines and saw that the miners' work was very difficult. While he was working in the Donbas he collected material for his graduation paper which he soon defended. The Mining of flat seams in the Donbas was carefully studied and described in it.

In 1897 Terpigorev graduated from the Institute with a first-class diploma of a mining engineer.

His first job as a mining engineer was at the Sulim mines where he worked for more than three years first as Assistant Manager and later as Manager.

From 1900 till 1922 Terpigorev worked at the Yekaterinoslav Mining Institute (now the Mining Institute in Dnepropetrovsk).

In 1922 he accepted an offer to take charge of the mining chair at the Moscow Mining Academy and moved to Moscow. From 1930 he headed the chairs⁵ of Mining Transport and Mining of Bedded Deposits at the Moscow Mining Institute.

Academician Terpigorev took a particular interest in mine safety. As a result of his investigations a series of safety measures in gassy collieries was worked out. For some time he was working on the problem of fire damp, the most harmful and dangerous of all the gases in mines.

His two-volume work Coal Mining and Mine Transport Facilities is a full description of the state of mechanization and the economy of the Donbas. His other works are about mining transport facilities, mechanization of coal mining and mining machinery. He is one of the pioneers in scientific methods of coal gasification.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. After school Terpigorev decided to work in a mine.
2. Terpigorev collected material for his graduation paper which dealt with mining thick seams in the Donbas.
3. For more than three years Terpigorev worked at the Sulin mines.
4. In 1922 Terpigorev accepted an offer to take charge of the mining chair at the Moscow Mining Institute.
5. He investigated the problems of mine safety.
6. He was one of the first to work on the problem of gasification of coal.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. When and where was Terpigorev born?
2. What institute did he graduate from?
3. What material did he collect while he was working in the Donbas?
4. Where did Terpigorev work from 1900 till 1922?
5. At what institute did Terpigorev head the chair of Mining Bedded Deposits?
6. What did Terpigorev take a particular interest in?
7. What works by Terpigorev do you know?
8. What problems do Terpigorev's works deal with?
9. What was the result of his investigations on mine safety?

3. Переведите следующие сочетания слов.

- а) охрана труда в шахтах
- б) подтверждать
- в) добыча угля
- г) эксплуатация месторождений
- д) метан
- е) принять предложение
- ж) выполнить задачу, задание
- з) горизонтальный пласт
- и) собирать материал
1. поступить в институт
2. решать важные проблемы
3. выдающиеся исследователи
4. успешно провести эксперименты
5. выбрать профессию
6. описательный курс
7. происхождение железной руды
8. начальник шахты
9. мероприятия по охране труда

Text 2: A.P. Karpinsky (1847-1936)

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

abroad - adv за рубежом

confirm - v подтверждать; утверждать

consider - v считать, полагать, рассматривать

contribute - v вносить вклад; **contribution** вклад

crust - n земная кора

detailed - a подробный, детальный

elect - v избирать, выбирать (*голосованием*); назначать (*на должность*)

embrace - v охватывать; обнимать

entire - a весь, целый; полный; *syn whole*

exist - v существовать, быть, жить

foreign - a иностранный

former - a прежний

investigate - *v* исследовать; изучать

prominent - *a* знаменитый, выдающийся, известный; *syn* **remarkable, outstanding**

regularity - *n* закономерность

significant - *a* значительный; **significance** - *n* значение, важность; **exhaust the significance**

исчерпывать значение

society – *n* общество

staff - *n* персонал; личный состав; штат

various - *a* различный, разный, разнообразный

to advance the view - высказывать мнение (*точку зрения*)

to be interested in - быть заинтересованным (*чём-л.*), интересоваться

to take (an) interest in - заинтересоваться (*чём-л.*)

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

V.A. Obruchev, I.M. Gubkin, A.Y. Fersman, V.I. Vernadsky and A. P. Karpinsky were the prominent Russian scientists who laid the foundation¹ of the Russian school of geology and mining.

An entire epoch in the history of Russian geology is connected with Karpinsky's name. One of the greatest Russian geologists, he was a member and for some time President of the Academy of Sciences of the former USSR and a member of several Academies abroad. The Geological Society of London elected him a foreign member in 1901. His greatest contribution to geology was a new detailed geological map of the European part of Russia and the Urals.

For many years he headed the Russian Geological Committee the staff of which was made up of his pupils. He was one of those geologists who embraced the whole of geological science. He created the new stratigraphy of Russia. He studied the geological systems in various regions of the country and was the first to establish³ the regularity of the Earth's crust movement. His paleontological studies are of no less importance, especially those on palaeozoic ammonoids. He also took an interest in deposits of useful minerals and gave a classification of volcanic rocks. He advanced the view that petroleum deposits existed in Russian, which was confirmed later. He studied some ore and platinum deposits and may be justly considered⁵ the founder of practical geology of the Urals. He was the first Russian scientist who introduced microscope in the study of petrographic slides.

Karpinsky was a prominent scientist, an excellent man and citizen. He was one of the best lecturers at the Mining Institute in his time. He was also one of the greatest Russian scientists who later became the first elected President of the Academy of Sciences of the USSR. Students were attracted to him not only because he was a great scientist but also because of his charming personality and gentle manner.

Every geologist and every geology student knows very well Karpinsky's most significant work An Outline of the Physical and Geographical Conditions in European Russia in Past Geological Periods.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Karpinsky was the first President of the Academy of Sciences.
2. He worked at the Mining Institute in St.Petersburg.
3. Karpinsky was a member of many Academies abroad.
4. Karpinsky made up a detailed map of the Asian part of our country.
5. He headed the Russian Geological Committee.
6. Karpinsky created a new branch of geology, namely stratigraphy.
7. He only tried to establish the regularity of the Earth's crust movement.
8. Karpinsky may be justly considered the founder of the practical geology of the Urals.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What society elected Karpinsky a foreign member and when?
2. Did he head the Russian Geological Committee or was he a member of that Committee?

3. Did Karpinsky investigate various regions of the Russian territory?
4. Which of his works are the most remarkable?
5. What can you say about Karpinsky's investigations in petrology?

3. Переведите следующие сочетания слов.

- а) земная кора
- б) составить подробную карту
- в) замечательные работы
- г) выдающийся ученый
- д) залежи полезных ископаемых
- е) научное общество
- ж) избирать председателя (президента)
- з) заложить основы школы
- и) интересоваться геологией
- к) высказать точку зрения
- л) возглавлять комитет

Text 3: Sedimentary Rocks

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

cause - *v* заставлять; вызывать; влиять; причинять; *n* причина, основание; дело; общее дело; *syn* **reason**
clay - *n* глина; глинозем
consolidate - *v* твердеть, затвердевать, уплотняться(ся); укреплять; *syn* **solidify**
crust - *n* кора; *геол.* земная кора
decay - *v* гнить, разлагаться; *n* выветривание (*пород*); распад, разложение
derive - *v* (from) происходить, вести свое происхождение (*от*); наследовать
destroy - *v* разрушать; уничтожать; **destructive** *a* разрушительный
dissolve *v* растворять
expose - *v* выходить (*на поверхность*); обнажаться; **exposure** - *n* обнажение
external - *a* внешний
extrusive - *a* эффузивный, излившийся (*о горной породе*)
force - *v* заставлять, принуждать; ускорять движение; *n* сила; усилие
glacier - *n* ледник, глетчер
grain - *n* зерно; **angular grains** - угловатые зерна (*минералов*); **grained** - *a* зернистый
gravel - *n* гравий, крупный песок
internal - *a* внутренний
intrusive - *a* интрузивный, плутонический
iron - *n* железо
layer - *n* пласт
like - *a* похожий, подобный; *syn* **similar**; *ant* **unlike**; *adv* подобно
lime - *n* известь; **limestone** - *n* известняк
loose - *a* несвязанный, свободный; рыхлый
make up - *v* составлять; *n* состав (*вещества*)
particle - *n* частица; включение
peat - *n* торф; торфяник
represent - *v* представлять собою; означать; быть представителем; **representative** - представитель; **representative** - *a* характерный, типичный
rock - *n* горная порода; **igneous** - изверженная порода; **sedimentary** - осадочная порода
sand - *n* песок
sandstone - *n* песчаник; **fine-grained (medium-grained, coarse-grained)** - мелкозернистый (среднезернистый, грубозернистый) песчаник
sediment - *n* отложение; осадочная порода; **sedimentary** - *a* осадочный; **sedimentation** - *n* образование осадочных пород

schist - *n* (кристаллический) сланец; **schistose** - *a* сланцеватый, слоистый
shale - *n* сланец, сланцевая глина, глинистый сланец; **clay** - глинистый сланец; **combustible ...**,
oil ... - горючий сланец
siltstone - *n* алевроит
stratification - *n* напластование, залегание
stratify - *v* напластовываться; отлагаться пластами; **stratified** *a* пластовый; *syn* **layered, bedded**
substance - *n* вещество, материал; сущность
thickness - *n* толщина, мощность
value - *n* ценность; важность; величина; значение; **valuable** - *a* ценный (*о руде*)
vary - *v* изменять(ся); отличать(ся); *syn* **differ, change (from)**; **variable** - *a* переменный; непостоянный; **various** *a* различный; *syn* **different**

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

The rocks of the Earth's crust are divided into three main groups: sedimentary rocks, which consist of fragments or particles of pre-existing rocks; igneous rocks which have solidified from magma and metamorphic rocks. Metamorphic rocks have been derived from either igneous or sedimentary rocks.

Sedimentary rocks represent one of the three major groups of rocks that make up the crust of the Earth. Most sedimentary rocks have originated by sedimentation. They are layered or stratified. Thus, stratification is the most important characteristic of sediments and sedimentary rocks. It is necessary to note that the processes which lead to the formation of sedimentary rocks are going on around us.

Sediments are formed at or very near the surface of the Earth by the action of heat, water (rivers, glaciers, seas and lakes) and organisms.

It should be noted that 95 per cent of the Earth's crust is made up of igneous rocks and that only 5 per cent is sedimentary. In contrast, the amount of sedimentary rocks on the Earth's surface is three times that of igneous rocks.

Strictly speaking, sedimentary rocks form a very small proportion by volume of the rocks of the Earth's crust. On the contrary, about three quarters of the Earth's surface is occupied by sedimentary rocks. It means that most of sedimentary rocks are formed by sediments, accumulations of solid material on the Earth's surface.

The thickness of the layers of sedimentary rocks can vary greatly from place to place. They can be formed by the mechanical action of water, wind, frost and organic decay. Such sediments as gravel, sand and clay can be transformed into conglomerates, sandstones and clay schists as a result of the accumulation of materials achieved by the destructive mechanical action of water and wind.

Mechanical sediments can be unconsolidated and consolidated. For example, gravel, sand and clay form the group of unconsolidated mechanical sediments, because they consist of loose uncemented particles (grains).

On the Earth's surface we also find consolidated rocks, which are very similar to the loose sediments whose particles are firmly cemented to one another by some substance. The usual cementing substances are sand, clay, calcium carbonate and others. Thus sandstones are consolidated rocks composed of round or angular sand grains, more or less firmly consolidated. Like sand, sandstones can be divided into fine-grained, medium-grained and coarse-grained.

On the other hand, chemical sediments are the result of deposits or accumulations of substances achieved by the destructive chemical action of water. The minerals such as rock salt, gypsum and others are formed through sedimentation of mineral substances that are dissolved in water.

Sediments can also be formed by the decay of the remains of organisms, by the accumulation of plant relics.¹ They are called organic sediments. Limestones, peat, coal, mineral oil and other sediments may serve as an example of organic sediments.

The most principal kinds of sedimentary rocks are conglomerate, sandstone, siltstone, shale, limestone and dolomite. Many other kinds with large practical value include common salt, gypsum, phosphate, iron oxide and coal.

As is known, water, wind and organisms are called external forces, because their action depends on the energy which our planet receives from the Sun.

1). Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста.

Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The rocks of the Earth's crust are divided into two main groups.
2. Igneous rocks are composed of particles of pre-existing rocks.
3. Sedimentary rocks are stratified.
4. Sediments are formed by the action of glaciers.
5. Igneous rocks make up 75 per cent of exposed rocks.
6. Conglomerates are formed as a result of the accumulation of materials caused by the destructive mechanical action of water.
7. Sandstones are consolidated rocks.
8. Clays are unconsolidated mechanical sediments.
9. Chemical sediments are formed by the destructive chemical action of water.
10. Peat and coal are the organic sediments which are of great practical value.
11. Clay schist was formed at the beginning of the sedimentation period and clay was formed later.

2). Ответьте на вопросы:

1. What main groups of rocks do you know?
2. Do sedimentary rocks consist of particles of pre-existing rocks?
3. How were igneous rocks formed?
4. Do you know how sedimentary rocks have originated?
5. What is the most important characteristic feature of sediments?
6. Do sedimentary rocks account for 10 per cent of the Earth's crust?
7. Is gravel consolidated mechanical sediment? And what about sand and clay?
8. What are cementing substances? Can calcium carbonate be used as a cementing substance?
9. Are there only fine-grained sandstones?
10. What can you say about chemical sediments?
11. Can you give an example of organic sediments? How are they formed?

3) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов.

1. земная кора	а) sandstone
2. растворяться в воде	б) fine-grained sand
3. песчаник	в) the Earth's crust
4. уплотненные осадки	г) exposed rocks
5. изверженные породы	д) to dissolve in water
6. мелкозернистый песок	е) like gypsum
7. затвердевать	ж) consolidated sediments
8. подобно гипсу	з) igneous rocks
9. обнаженные породы	и) to solidify, to consolidate

б) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих сочетаний слов.

1. coarse-grained sand	а) разрушительная сила воды
2. siltstone and shale	б) пластовые месторождения
3. the destructive action of water	в) доледниковый период

4.	existing rocks	г) крупнозернистый (грубо- зернистый) песок
5.	chemical decay	д) частицы вещества
6.	sedimentary rocks	е) алевроит и сланец
7.	stratified deposits	ж) существующие породы
8.	pre-glacial period	з) осадочные породы
9.	particles of a substance	и) химический распад

Text 4: Weathering of Rocks

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

contain - *v* содержать (*в себе*), вмещать

crack - *n* трещина; щель; *v* давать трещину; трескаться, раскалываться

contract - *v* сжиматься; сокращаться

dust - *n* пыль

expand - *v* расширяться; увеличивать(ся) в объеме; **expansion** *n* расширение; *ant* **contract**

fissure - *n* трещина (*в породе, угле*); расщелина; щель

fracture - *n* трещина; излом; разрыв; *v* ломать(ся); раздроблять (*породу*)

freeze - *v* замерзать; замораживать; застывать

gradual - *a* постепенный; **gradually** *adv* постепенно

hard - *a* твердый, жесткий; *ant* **soft**; тяжелый (*о работе*); *adv* сильно, упорно; **hardly** *adv* едва, с трудом

hole - *n* отверстие; скважина; шпур; шурф

influence - *n* влияние; *v* (**on, upon**) влиять (*не что-л.*)

lateral - *a* боковой

occur - *v* залегать; случаться; происходить; *syn* **take place, happen**; **occurrence** - *n* залегание;

mode of occurrence - условия залегания

penetrate - *v* проникать (*внутрь*), проходить через (*что-л.*)

phenomenon - *n* явление; *pl* **phenomena**

pressure - *n* давление; **lateral pressure** боковое (*горизонтальное*) давление; **rock pressure** горное давление, давление породы

rate - *n* степень, темп; скорость, норма; производительность; сорт; *syn* **speed, velocity**

refer - *v* (to) ссылаться (*на что-л.*); относиться (*к периоду, классу*)

resist - *v* сопротивляться; противостоять; противодействовать; **resistance** - *n* сопротивление;

resistant - *a* стойкий; прочный; сопротивляющийся

size - *n* размер; величина; класс (*угля*)

solution - *n* раствор; **soluble** - *a* растворимый; **solvent** - растворитель; *a* растворяющий

succession - *n* последовательность, непрерывный ряд; **in succession** последовательно

undergo (*underwent, undergone*) - *v* испытывать (*что-л.*), подвергаться (*чему-л.*)

uniform - *a* однородный; одинаковый

weathering - *n* выветривание; эрозия (*воздействию, влиянию и т.д.*)

to be subjected to подвергаться

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

All rocks which are exposed on the Earth's surface (high mountain peaks, deserts) are decomposed to a certain degree. The process of rock disintegration by the direct influence of local atmospheric conditions on the Earth's surface is called weathering. This phenomenon is often referred to in geology because weathering is an active process. It takes place in the upper layers of the Earth's crust.

The main cause of physical weathering is the change in temperature that takes place with the succession of day and night. This phenomenon can best be observed in the deserts and high mountains where the changes in temperature are common.

During the day under the influence of heat, rocks expand whereas at night they begin to contract. As rocks are generally composed of different minerals, their expansion and contraction do not occur uniformly. As a result of this rocks crack. At the beginning these cracks or fissures are hardly noticeable but gradually they become wider and deeper until the whole surface of rock is finally transformed into gravel, sand or dust.

In the regions of a moderate or cold climate, where the temperature in winter goes down to below 0 (zero), the decomposition of rocks is greatly facilitated by the action of water. When water freezes it increases in volume and develops enormous lateral pressure. Under the action of water, rocks decompose to pieces of varied forms and sizes.

The decomposition of rocks under the direct influence of heat and cold is called physical weathering.

Rocks are subjected not only to physical decomposition but also to chemical weathering, i.e. to the action of chemical agents, such as water, carbon dioxide and oxygen. In a general way, chemical weathering is an acid attack on the rocks of the Earth's crust, in particular an attack on the most abundant minerals — quartz (sand) and aluminosilicates (clays). Only few minerals and rocks are resistant to the action of natural waters. The solvent action of water is stronger when it contains carbon dioxide. Water causes more complex and varied changes. With the participation of oxygen and carbon dioxide up to 90 per cent of rocks is transformed into soluble minerals, which are carried away by the waters.

Organisms and plants also take part in the disintegration of rocks. Certain marine organisms accelerate the destruction of rocks by making holes in them to live in. The action of plants can often be even more destructive. Their roots penetrate into the fissures of rocks and develop the lateral pressure which fractures and destroys rocks.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста.

Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The process of sedimentation is called weathering.
2. The change in temperature causes physical weathering.
3. As a rule during the night rocks expand.
4. When freezing water decreases in volume and develops enormous lateral pressure.
5. The decomposition of rocks is due to the influence of heat and cold.
6. As a rule water contains dissolved mineral substances.
7. The solvent action of water is stronger when it does not contain carbon dioxide.
8. It should be noticed that the action of organisms and plants is destructive.
9. Certain marine organisms accelerate the destruction of rocks.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What process is called weathering?
2. What process is called physical weathering?
3. Where can the phenomenon of physical weathering be best observed?
4. What process is called chemical weathering?
5. What substances can act as solvents?
6. Are all minerals and rocks resistant to the action of natural waters or only few minerals and rocks can resist the action of water?
7. How do organisms act on the destruction of rocks?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. the Earth's surface
2. to be composed of different minerals
3. the expansion of rocks
4. changes in temperature

5. under the influence of heat
6. weathering
7. destructive forces
8. a great number of fractures
9. to penetrate into fissures
- а) под влиянием тепла
- б) разрушительные силы
- в) выветривание
- г) большое количество трещин
- д) состоять из различных минералов
- е) расширение пород
- ж) проникать в трещины
- з) изменения температуры
- и) поверхность земли

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. увеличиваться в объеме
2. развивать боковое давление
3. способствовать разрушению пород
4. подвергаться гниению
5. растворять вещества
6. сопротивляться (чему-л.)
7. некоторые органические вещества
8. ускорять процесс выветривания
9. куски породы различных размеров
- а) to facilitate the decomposition of rocks
- б) to increase in volume
- в) to resist (smth)
- г) rock pieces of varied (different) sizes
- д) to accelerate the process of weathering
- е) to be subjected to decay
- ж) to dissolve substances
- з) to develop lateral pressure
- и) certain organic substances

Text 5: Fossil Fuels

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

accumulate - *v* накапливать; скопляться

ancient - *a* древний, старинный; *ant* **modern**

associate - *v* связывать, соединять, ассоциироваться; *syn* **connect, link**

burn (burnt) - *v* сжигать; гореть; жечь

charcoal - *n* древесный уголь

convenient - *a* удобный, подходящий

crude - *a* сырой, неочищенный

dig (dug) - *v* добывать; копать; **digger** - *n* угольный экскаватор; землеройная машина

divide - *v* делить; (from) отделять; разделять

evidence - *n* доказательство; очевидность; признак(и)

fossil - *a* окаменелый, ископаемый; *n* ископаемое (*органического происхождения*); окаменелость

heat - *v* нагревать; *n* теплота

liquid - *a* жидкий; *n* жидкость; *ant* **solid**

manufacture - *в* изготавливать, производить; *syn* **produce**

mudstone - *п* аргиллит

purpose - *п* цель; намерение; *syn* **aim, goal**

shale - *п* глинистый сланец

the former ... the latter - первый (*из вышеупомянутых*) последний (*из двух названных*)

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

The chief sources of energy available to man today are oil, natural gas, coal, water power and atomic energy. Coal, gas and oil represent energy that has been concentrated by the decay of organic materials (plants and animals) accumulated in the geologic past. These fuels-are often referred to as fossil fuels.

The word fossil (derived from the Latin fodere "to dig up") originally referred to anything that was dug from the ground, particularly a mineral. Today the term fossil generally means any direct evidence of past life, for example, the footprints of ancient animals. Fossils are usually found in sedimentary rocks, although sometimes they may be found in igneous and metamorphic rocks as well. They are most abundant in mudstone, shale and limestone, but fossils are also found in sandstone, dolomite and conglomerate.

Most fuels are carbon-containing substances that are burned in air. In burning fuels give off heat which is used for different purposes.

Fuels may be solid, liquid and gaseous. Solid fuels may be divided into two main groups, natural and manufactured. The former category includes coal, wood, peat and other plant products. The latter category includes coke and charcoal obtained by heating coal in the absence of air.

Liquid fuels are derived almost from petroleum. In general, natural petroleum, or crude oil, as it is widely known, is the basis of practically all industrial fuels. Petroleum is a mixture of hundreds of different hydrocarbons — compounds composed of hydrogen and carbon — together with the small amount of other elements such as sulphur, oxygen and nitrogen. Petroleum is usually associated with water and natural gas. It is found in porous sedimentary rocks where the geological formation allowed the oil to collect from a wide area. Petroleum is one of the most efficient fuels and raw materials.

Of gaseous fuels the most important are those derived from natural gas, chiefly methane or petroleum. Using gaseous fuels makes it possible to obtain high thermal efficiency, ease of distribution and control. Gas is the most economical and convenient type of fuels. Today gas is widely utilized in the home and as a raw material for producing synthetics.

Scientists consider that a most promising source of natural resources may be the floor of the sea, a subject which now has become an important field of research.

Generally speaking, all types of fossil fuels described in the text are of great economic importance as they represent the sources of energy the man uses today.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Coal, water power and atomic energy are the only sources of energy available to man today.
2. Coal, wood and peat represent natural group of solid fuels.
3. As a rule fossil fuels are found in sedimentary rocks.
4. Crude oil is widely used for producing solid fuels.
5. Petroleum can be found in porous sedimentary rocks.
6. Gas is used to produce synthetic materials.
7. Not all types of fossil fuels burn.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What fuels are often referred to as fossil fuels?
2. What does the word fossil mean?
3. What rocks are most abundant hi fossil fuels?

4. What types of fossil fuels do you know?
5. Is coke a natural or manufactured solid fuel? And what can you say about coal and peat?
6. How are coke and charcoal produced?
7. What rocks is petroleum usually associated with?
8. What are the advantages of gaseous fuels?

3. а) *Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов сочетаний*

слов.

1. fossil fuel	а) дерево и торф
2. raw material	б) небольшое количество аргиллита
3. crude oil	в) органическое топливо
4. the chief sources of energy	г) сланец и известняк
5. to refer to	д) сырье
6. any direct or indirect evidence of the deposit	е) материалы, содержащие углерод
7. shale and limestone	ж) главные источники энергии
8. carbon-containing materials	з) любые прямые или косвенные признаки месторождения
9. wood and peat	и) сырая (неочищенная) нефть
10. the small amount of mudstone	к) относиться к (чему-л.); ссылаться на (что-л.)

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов.

1. древесный уголь и кокс	а) to collect data
2. жидкое топливо	б) charcoal and coke
3. накапливать	в) to be composed of limestones
4. собирать данные	г) liquid fuel
5. происходить от	д) to accumulate
6. получать хорошие результаты	е) to derive from
7. богатый горючими сланцами	ж) to obtain good results
8. состоять из известняков	з) abundant in oil shales

Text 6: Coal and Its Classification

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

bench - *n* слой, пачка (*пласта*)

blend - *v* смешивать(ся); вклинивать(ся)

combustion - *n* горение, сгорание; **spontaneous combustion** самовоспламенение, самовозгорание

continuity - *n* непрерывность, неразрывность

domestic - *a* внутренний; отечественный

estimate - *v* оценивать; *n* оценка; смета

fault - *n* разлом, сдвиг (*породы*); сброс; **faulting** *n* образование разрывов или сбросов

fold - *n* изгиб, складка, флексура; **folding** - *n* складчатость, смешение (*пласта*) без разрыва

inflamm - *v* воспламеняться; загорать(ся); **inflammable** - *a* воспламеняющийся, горючий, огнеопасный; **flame** - *n* пламя

intermediate - *a* промежуточный; вспомогательный

liable - *a* (to) подверженный; подлежащий (*чему-л.*)

luster - *n* блеск (*угля, металла*); **lustrous** - *a* блестящий

matter - *n* вещество; материя

moisture - *n* влажность, сырость; влага

parting - *n* прослоек

plane - *n* плоскость; **bedding plane** плоскость напластования

rank - *n* класс, тип; **coal rank** группа угля, тип угля

regular - *a* правильный; непрерывный; *ant* **irregular** неправильный; неравномерный; **regularity** *n* непрерывность; правильность

similar - а похожий, сходный; подобный; *syn* **alike, the same as**

smelt - v плавить (*руды*); выплавлять (*металл*)

store - v запасать, хранить на складе; вмещать

strata - *n pl om stratum* пласты породы; свита (*пластов*); формация, напластования породы; *syn* **measures**

thickness - *n* мощность (*пласта, жилы*)

uniform - а однородный; равномерный; **uniformity** *n* однородность; единообразие

utilize - v использовать; *syn* **use, apply, employ**

volatile - а летучий, быстро испаряющийся

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

Coal is the product of vegetable matter that has been formed by the action of decay, weathering, the effects of pressure, temperature and time millions of years ago.

Although coal is not a true mineral, its formation processes are similar to those of sedimentary rocks.

Structurally coal beds are geological strata characterized by the same irregularities in thickness, uniformity and continuity as other strata of sedimentary origin. Coal beds may consist of essentially uniform continuous strata or like other sedimentary deposits may be made up of different bands or benches of varying thickness.

You can see a seam limited by two more or less parallel planes, a shape which is typical of sedimentary rocks. The benches may be separated by thin layers, of clay, shale, pyrite or other mineral matter, commonly called partings. Like other sedimentary rocks coal beds may be structurally disturbed by folding and faulting.

According to the amount of carbon coals are classified into: brown coals, bituminous coals and anthracite. Brown coals are in their turn subdivided into lignite and common brown coal. Although carbon is the most important element in coal, as many as 72 elements have been found in some coal deposits, including lithium, chromium, cobalt, copper, nickel, tungsten and others.

Lignite is intermediate in properties between peat and bituminous coal, containing when dry about 60 to 75 per cent of carbon and a variable proportion of ash. Lignite is a low-rank brown-to-black coal containing 30 to 40 per cent of moisture. Developing heat it gives from 2,500 to 4,500 calories. It is easily inflammable but burns with a smoky flame. Lignite is liable to spontaneous combustion. It has been estimated that about 50 per cent of the world's total coal reserves are lignitic.

Brown coal is harder than lignite, containing from 60 to 65 per cent of carbon and developing greater heat than lignite (4,000-7,000 calories). It is very combustible and gives a brown powder. Bituminous coal is the most abundant variety, varying from medium to high rank. It is a soft, black, usually banded coal. It gives a black powder and contains 75 to 90 per cent of carbon. It weathers only slightly and may be kept in open piles with little danger of spontaneous combustion if properly stored. Medium-to-low volatile bituminous coals may be of coking quality. Coal is used intensively in blast furnaces for smelting iron ore. There are non-coking varieties of coal.

As for the thickness, the beds of this kind of coal are not very thick (1-1.5 meters). The great quantities of bituminous coal are found in the Russian Federation.

Anthracite or "hard" coal has a brilliant lustre containing more than 90 per cent of carbon and low percentage of volatile matter. It is used primarily as a domestic fuel, although it can sometimes be blended with bituminous grades of coal to produce a mixture with improved coking qualities. The largest beds of anthracite are found in Russia, the USA and Great Britain.

Coal is still of great importance for the development of modern industry. It may be used for domestic and industrial purposes. Being the main source of coke, coal is widely used in the iron and steel industry. Lignite, for example either in the raw state or in briquetted form, is a source of industrial carbon and industrial gases.

There is a strong tendency now for increased research into new technologies to utilize coal. No doubt, coal will be used as a raw material for the chemical industry and petrochemical processes. All

these processes involve coal conversion which include gasification designed to produce synthetic gas from coal as the basis for hydrogen manufacture, liquefaction (разжижение) for making liquid fuel from coal and other processes.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста.

Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Anthracite coals may be divided into lignite and common brown coal.
2. Coals are ranked according to the percentage of carbon they contain.
3. Peat, with the least amount of carbon is the lowest rank, then comes lignite or brown coal.
4. Brown coal is hard and it is not liable to spontaneous combustion.
5. Bituminous coal weathers rapidly and one cannot keep it in open piles.
6. Being intensively used in the iron and steel industry bituminous coal varies from medium to high rank.
7. Anthracite or hard coal, the highest in percentage of carbon, can be blended with bituminous grades of coal.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What is the classification of coal based on?
2. Is carbon the only element in coal? (Prove it.)
3. Is lignite intermediate in properties between peat and bituminous coal?
4. What heat value does lignite develop when burnt?
5. What coals are liable to spontaneous combustion?
6. What is the difference between lignite and brown coal?
7. Is bituminous coal high- or low-volatile?
8. Does anthracite contain 90 per cent of carbon?
9. Where are the largest deposits of anthracite found? And what can you say about bituminous coal?
10. What do you know about the utilization of coal?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний

слов:

1. spontaneous combustion	а) легковоспламеняющийся газ
2. moisture and ash content	б) высокосортный уголь
3. the most abundant variety	в) плавить железную руду
4. in its turn	г) самовозгорание
5. the amount of volatile matter	д) содержание влаги и золы
6. easily inflammable gas	е) дымное пламя
7. brilliant lustre	ж) наиболее широко распространенные угли
8. to smelt iron ore	з) яркий блеск
9. high-rank coal	и) в свою очередь
10. a smoky flame	к) количество летучих веществ
- б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний

слов:

1. тип угля	а) heat value
2. некоксующийся уголь	б) amount of carbon
3. доменная печь	в) coal rank
4. содержание углерода	г) to store coal
5. смешиваться с другими углями	д) to weather rapidly
6. улучшенного качества	е) non-coking coal
7. складировать уголь	ж) blast furnace
8. теплотворная способность	з) of improved quality
9. быстро выветриваться	и) to blend with other coals

Text 7: General Information on Mining

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

access - *n* доступ

affect - *v* воздействовать (*на что-л.*); влиять; *syn* **influence**

barren - *a* непродуктивный; пустой (*о породе*)

chute - *n* скат, спуск; углеспускная выработка; жёлоб

compare - *v* (with) сравнивать, проводить параллель

contribute - *v* способствовать, содействовать; делать вклад (*в науку*); **make a (one's) ~ to**

smth. сделать вклад во что-л.

cross-section - *n* поперечное сечение, поперечный разрез, профиль

develop - *v* разрабатывать (*месторождение*); развивать (*добычу*); производить подготовительные работы; **development** - *n* подготовительные работы; развитие добычи; развитие

drift - *n* штрек, горизонтальная выработка

ensure - *v* обеспечивать, гарантировать; *syn* **guarantee**

face - *n* забой; лава

floor - *л* почва горной выработки, почва пласта (жила); **quarry** ~ подошва карьера; пол, настил

govern - *v* править, управлять; руководить; определять, обуславливать

inclination - *n* уклон, скат, наклон (*пластов*); наклонение; **seam** ~ падение (*пласта*); наклон (*пласта*)

incline - *n* уклон, бремсберг, скат; наклонный ствол; **gravity** ~ бремсберг

inclined - *a* наклонный; **flatly** ~ слабо наклонный; **gently** ~ наклонного падения; **medium** ~ умеренно наклонный (*о пластах*); **steeply** ~ крутопадающий

level - *n* этаж, горизонт, горизонтальная горная выработка; штольня; уровень (*инструмент*); нивелир; ватерпас; горизонтальная поверхность

recover - *v* извлекать (*целики*); выбирать, очищать; добывать (*уголь и т.п.*); восстанавливать

remove - *v* удалять; убирать; устранять; перемещать; **removal** - *n* вскрыша; выемка; уборка (*породы*); извлечение (*крепя*); перемещение; **overburden** - удаление вскрыши

rib - *n* ребро; выступ; узкий целик, предохранительный целик; грудь забоя

roof - *n* крыша; кровля выработки; кровля пласта (*или* жиля); перекрытие; ~ **support** - крепление кровли

shaft - *n* шахтный ствол; **auxiliary** ~ вспомогательный ствол; **hoisting** ~ подъемный ствол; главный шахтный ствол

tabular - *a* пластовый (*о месторождении*); пластообразный; плоский; линзообразный; *syn* **bedded, layered**

waste - *n* пустая порода; отходы; *syn* **barren rock**

well - *n* буровая скважина; колодец, источник; водоем; зумф

capital investment - капитальные вложения

gate road - промежуточный штрек

in bulk - навалом, в виде крупных кусков

metal-bearing - содержащий металл

production face/working - очистной забой

productive mining - эксплуатационные работы

in view of - ввиду чего-л., принимая во внимание что-л.

with a view to - с целью

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

As has been said, mining refers to actual ore extraction. Broadly speaking, mining is the industrial process of removing a mineral-bearing substance from the place of its natural occurrence in the Earth's crust. The term "mining" includes the recovery of oil and gas from wells; metal, non-metallic minerals, coal, peat, oil shale and other hydrocarbons from the earth. In other words, the work done to extract mineral, or to prepare for its extraction is called mining.

The tendency in mining has been towards the increased use of mining machinery so that modern mines are characterized by tremendous capacities. This has contributed to: 1) improving working conditions and raising labour productivity; 2) the exploitation of lower-grade metal-bearing substances and 3) the building of mines of great dimensions.

Mining can be done either as a surface operation (quarries, opencasts or open pits) or by an underground method. The mode of occurrence of the sought-for metallic substance governs to a large degree the type of mining that is practised. The problem of depth also affects the mining method. If the rock containing the metallic substance is at a shallow site and is massive, it may be economically excavated by a pit or quarry-like opening on the surface. If the metal-bearing mass is tabular, as a bed or vein, and goes to a great distance beneath the surface, then it will be worked by some method of underground mining.

Working or exploiting the deposit means the extraction of mineral. With this point in view a number of underground workings is driven in barren (waste) rock and in mineral. Mine workings vary in shape, dimensions, location and function.

Depending on their function mine workings are described as exploratory, if they are driven with a view to finding or proving mineral, and as productive if they are used for the immediate extraction of useful mineral. Productive mining can be divided into capital investment work, development work, and face or production work. Investment work aims at ensuring access to the deposit from the surface. Development work prepares for the face work, and mineral is extracted (or produced) in bulk.

The rock surfaces at the sides of workings are called the sides, or in coal, the ribs. The surface above the workings is the roof in coal mining while in metal mining it is called the back. The surface below is called the floor.

The factors such as function, direct access to the surface, driving in mineral or in barren rock can be used for classifying mine workings:

I. Underground workings:

- a) Long or deep by comparison with their cross-section may be: 1) vertical (shaft, blind pit); 2) sloping (slopes, sloping drifts, inclines); 3) horizontal (drifts, levels, drives, gate roads, adits, crosscuts).
- b) Large openings having cross dimensions comparable with their length.
- c) Production faces, whose dimensions depend on the thickness of the deposit being worked, and on the method of mining it.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. As a rule, the term "mining" includes the recovery of oil and gas from wells as well as coal, iron ores and other useful minerals from the earth.
2. The increased use of mining machinery has greatly contributed to raising labour productivity and improving working conditions.
3. It is quite obvious that the problem of depth is not always taken into consideration in choosing the mining method.
4. Productive workings are usually used for the immediate extraction of useful mineral.
5. Underground workings are driven in barren rock or in mineral.
6. A shaft is a vertical underground working which is long and deep in comparison with its cross-section.
7. The surface above the mine working is usually called the floor.
8. The rock surfaces at the sides of mine workings are called the ribs.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What is mining?
2. What has contributed to the better working conditions of the miners?
3. What factors influence the choice of the mining method?
4. In what case is useful mineral worked by open pits?
5. Are exploratory workings driven with a view to finding and proving mineral or are they driven for immediate extraction of mineral?
6. What is the difference between development and production work?
7. What main factors are used for classifying mine workings?
8. What do the dimensions of production faces depend on?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. direct access to the surface
2. open-cast mining
3. tabular (or bedded) deposits
4. oil well
5. underground workings
6. cross-section of a working
7. production face
8. the roof of the mine working
9. to drive mine workings in barren rock
10. to affect the mining method
- а) нефтяная скважина
- б) проходить горные выработки по пустой породе
- в) влиять на метод разработки
- г) прямой доступ к поверхности
- д) пластовые месторождения
- е) открытая разработка
- ж) поперечное сечение выработки
- з) подземные выработки
- и) очистной забой
- к) кровля горной выработки

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов сочетаний слов:

1. способствовать чему-л.
2. размер ствола
3. извлекать, добывать (уголь)
4. штреки и квершлаг
5. пустая порода
6. вообще говоря
7. удалять, перемещать (крепь, вскрышу и др.)
8. с целью ...
9. подготовительные работы
10. мощность пласта
- а) thickness of a seam
- б) shaft dimension
- в) with a view to
- г) to contribute to smth.
- д) development work
- е) to remove (timber, overburden, etc.)
- ж) drifts (gate roads) and crosscuts
- з) generally speaking

- и) to recover (coal)
- к) waste (barren) rock

Text 8: Methods of Working Bedded Deposits Underground

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

advantage - *n* преимущество; превосходство; выгода; польза; **advantageous** - *a* выгодный; благоприятный, полезный; **to take advantage of smth** воспользоваться чём-л.

caving - *n* обрушение (*кровли*); разработка с обрушением

deliver - *v* доставлять, подавать; питать; нагнетать; произносить (*речь*); читать (*лекцию*)

entry - *n* штрек; выработка горизонтальная; *pl* подготовительные выработки; нарезные выработки; штреки

giant - *n* гидромонитор

gravity - *n* сила тяжести; вес, тяжесть; **by** ~ самотеком, под действием собственного веса

haul - *v* доставлять; откатывать; подкатывать; перевозить; **haulage** - *n* откатка; доставка; транспортировка (*по горизонтали*)

longwall - *n* лава; выемка лавами; сплошной забой, сплошная или столбовая система разработки; *syn* **continuous mining**; ~ **advancing on the strike** выемка лавами прямым ходом по простиранию; сплошная система разработки по простиранию; ~ **advancing to the rise** сплошная система разработки с выемкой по восстанию; ~ **to the dip** сплошная система разработки с выемкой по падению; ~ **retreating** выемка лавами обратным ходом; столбовая система разработки лавами

lose (lost) - *v* терять; **loss** - *n* потеря, убыток

pillar - *n* целик; столб; **shaft** ~ околоствольный целик; ~ **method** столбовая система разработки; ~ **mining** выемка целиков

predominate - *v* преобладать, превалировать; превосходить; господствовать, доминировать

protect - *v* охранять, защищать

reach - *v* простираться, доходить до; добиваться, достигать

satisfy - *v* удовлетворять(ся)

shield - *n* щит; ~ **method** щитовой метод проходки, щитовой способ

room - *n* камера; очистная камера; **room-and-pillar method** камерно-столбовая система разработки

stowing - *n* закладка (*выработанного пространства*)

method of working система разработки

the sequence of working the seams - последовательность отработки пластов

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

The method of working (or method of mining) includes a definite sequence and organization of development work of a deposit, its openings and its face work in certain geological conditions. It depends on the mining plan and machines and develops with their improvements. A rational method of working should satisfy the following requirements in any particular conditions: 1) safety of the man; 2) maximum output of mineral; 3) minimum development work (per 1,000 tons output); 4) minimum production cost and 5) minimum losses of mineral.

Notwithstanding the considerable number of mining methods in existence, they can be reduced to the following main types: 1. Methods of working with long faces (continuous mining); 2. Methods of working with short faces (room-and-pillar). The characteristic feature of the continuous mining is the absence of any development openings made in advance of production faces. The main advantage of long continuous faces is that they yield more mineral. Besides, they allow the maximum use of combines (shearers), cutting machines, powered supports and conveyers. The longwall method permits an almost 100 per cent recovery of mineral instead of 50 to 80 per cent obtainable in room-and-pillar methods.

The basic principle of room-and-pillar method is that rooms from 4 to 12 meters wide (usually 6-7) are driven from the entries, each room is separated from each other by a rib pillar. Rib pillars are recovered or robbed after the rooms are excavated. The main disadvantage of shortwall work is a considerable loss of mineral and the difficulty of ventilation. In working bedded deposits methods of mining mentioned above may be used either with stowing or with caving.

In Russia, Germany (the Ruhr coal-field), France and Belgium nearly all the faces are now long ones. In Britain longwall faces predominate.

The USA, Canada, Australia and to some extent India are developing shortwall faces and creating the machines for them. In these countries shortwall faces are widely used.

In Russia the thick seams are taken out to full thickness up to 4.5 m thick if they are steep, and up to 3.5 m thick if they are gently sloping or inclined. In the Kuznetsk coal-field long faces are worked to the dip with ashield protection, using a method proposed by N.Chinakal. In shield mining coal is delivered to the lower working by gravity so that additional haulage is not required.

It should also be noted that in Russia hydraulic mining is widely used as it is one of the most economic and advantageous methods of coal getting. New hydraulic mines are coming into use in a number of coal-fields. Hydraulic mining is developing in other countries as well.

The aim of hydraulic mining is to remove coal by the monitors (or giants) which win coal and transport it hydraulically from the place of work right to the surface. It is quite obvious that the choice of the method of mining will primarily depend on the depth and the shape and the general type of the deposit.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста.

Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. A definite sequence and organization of development work is called mining.
2. Mining methods in existence can be reduced to the two main types.
3. The depth and the shape of the deposit influence the choice of the method of working.
4. As is known, in Belgium all the faces are short now, in Great Britain they amount to 84 per cent.
5. In Australian collieries shortwall faces are widely used.
6. The room-and-pillar method is characterized by the absence of any development openings.
7. High-capacity monitors win coal and transport it hydraulically right to the surface.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What factors does mining depend on?
2. What is mining?
3. What are the most important factors which affect the choice of the method of working?
4. Do short faces or long faces predominate in Russia? What can you say about the Ruhr coal-field?
5. Is Canada developing shortwall faces or longwall faces?
6. What are the main disadvantages of shortwall faces?
7. What are the two main methods of working?
8. What is the main advantage of long continuous faces?
9. What methods of mining long faces do you know?
10. What method of mining is characterized by the absence of development openings?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов в сочетаниях слов:

1. development face	а) сплошная система разработки
2. great losses	б) выемка целиков
3. shield method of mining	в) подготовительный забой
4. continuous mining	г) большие потери
5. longwall advancing to the dip	д) удовлетворять требованиям
6. the room-and-pillar method of mining	е) зависеть от геологических условий
7. to open up a deposit	ж) выемка лавами прямым ходом по падению

8.	pillar mining	з) щитовая система разработки
9.	to satisfy the requirements	и) вскрывать месторождение
10.	to depend upon the geological conditions	к) камерно-столбовая система
- разработки
- б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:
- | | | |
|-----|--|---|
| 1. | включать (в себя) | а) safety |
| 2. | выемка лавами обратным ходом | б) annual output |
| 3. | достигать 50% | в) to involve |
| 4. | превышать 60% | г) to propose a new method of mining |
| 5. | безопасность | д) long wall retreating |
| 6. | годовая добыча | е) in connection with difficulties |
| 7. | основной недостаток системы разработки | ж) to exceed 60 per cent |
| 8. | под-этаж | з) notwithstanding (in spite of) |
| 9. | крутопадающий пласт | и) to reach 50 per cent |
| 10. | щитовая система разработки | к) the main disadvantage of the method of |
- mining
- | | | |
|-----|------------------------------------|--------------------------------|
| 11. | предложить новый способ разработки | л) sublevel |
| 12. | в связи с трудностями | м) the shield method of mining |
| 13. | несмотря на | н) open up a deposit |
| 14. | вскрывать месторождение | о) steep seam |

2.3 Подготовка доклада

Подготовьте доклад по одной из предложенных тем.

1. Inigo Jones (1573-1652)
2. Christopher Wren (1632-1723)
3. Geoffrey Chaucer (1340-1400)
4. Samuel Johnson (1709-1784)
5. Alfred Tennyson (1809-1892)
6. Thomas Hardy (1840-1928)
7. John Milton (1608-1674)
8. William Makepeace Thackeray (1811-1863)
9. Henry Wadsworth Longfellow (1807 – 1882)
10. Joshua Reynolds (1723-1792)
11. Thomas More (1478 – 1535)
12. J.M.W. Turner (1775-1851)
13. Thomas Gainsborough (1727 – 1788)
14. Henry Moor (1898-1986)
15. Henry Irving (1838-1905)
16. William Gilbert (1836-1911)
17. Arthur Sullivan (1842-1900)
18. James Watt (1736 - 1819)
19. Thomas Telford (1757 - 1834)
20. Isambard Kingdom Brunel (1806 – 1859)
21. George Stephenson (1781 – 1848)
22. David Livingstone (1813 – 1873)
23. Tony Blair (1953)
24. Winston Churchill (1874 - 1965)
25. Margaret Hilda Thatcher (1925)
26. Sir Isaac Newton (1642 – 1727)
27. Alexander Graham Bell (1847 - 1922)

Правила предоставления информации в докладе

Размер	A4
Шрифт	Текстовый редактор Microsoft Word, шрифт Times New Roman 12
Поля	слева – 2 см., сверху и справа – 1 см., снизу – 1
Абзацный отступ	1 см устанавливается автоматически
Стиль	Примеры выделяются курсивом
Интервал	межстрочный интервал – 1
Объем	1 -2 страницы (до 7 минут устного выступления)
Шапка доклада	<i>Иванова Мария Ивановна</i> Екатеринбург, Россия ФГБОУ ВПО УГГУ, МД-13 НАЗВАНИЕ ДОКЛАДА
	Список использованной литературы

Краткое содержание статьи должно быть представлено на 7-10 слайдах, выполненных в PowerPoint.

2.4 Подготовка к тесту

Тест направлен на проверку страноведческих знаний и знаний межкультурной коммуникации. Для этого студентам необходимо повторить материал, представленный в *Социально-культурной сфере общения* по теме «Страны изучаемого языка» (Я и мир). Для успешного написания теста изучите следующий материал:

THE GEOGRAPHICAL POSITION OF GREAT BRITAIN

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland covers an area of some 244 thousand square miles. It is situated on the British Isles. The British Isles are separated from Europe by the Strait of Dover and the English Channel. The British Isles are washed by the North Sea in the east and the Atlantic Ocean in the west.

England is in the southern and central part of Great Britain. Scotland is in the north of the island. Wales is in the west. Northern Ireland is situated in the north-eastern part of Ireland.

England is the richest, the most fertile and most populated part in the country. There are mountains in the north and in the west of England, but all the rest of the territory is a vast plain. In the northwestern part of England there are many beautiful lakes. This part of the country is called Lake District.

Scotland is a land of mountains. The Highlands of Scotland are among the oldest mountains in the world. The highest mountain of Great Britain is in Scotland too. The chain of mountains in Scotland is called the Grampians. Its highest peak is Ben Nevis. It is the highest peak not only in Scotland but in the whole Great Britain as well. In England there is the Pennine Chain. In Wales there are the Cumbrian Mountains.

There are no great forests on the British Isles today. Historically, the most famous forest is Sherwood Forest in the east of England, to the north of London. It was the home of Robin Hood, the famous hero of a number of legends.

The British Isles have many rivers but they are not very long. The longest of the English rivers is the Severn. It flows into the Irish Sea. The most important river of Scotland is the Clyde. Glasgow stands on it. Many of the English and Scottish rivers are joined by canals, so that it is possible to travel by water from one end of Great Britain to the other.

The Thames is over 200 miles long. It flows through the rich agricultural and industrial districts of the country. London, the capital of Great Britain, stands on it. The Thames has a wide mouth, that's

why the big ocean liners can go up to the London port. Geographical position of Great Britain is rather good as the country lies on the crossways of the sea routes from Europe to other parts of the world. The sea connects Britain with most European countries such as Belgium, Holland, Denmark, Norway and some other countries. The main sea route from Europe to America also passes through the English Channel.

United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland occupies the territory of the British Isles. They lie to the north-west of Europe.

Once upon a time the British Isles were an integral part of the mainland. As a result of sinking of the land surface they became segregated. Great Britain is separated from the continent by the English Channel. The country is washed by the waters of the Atlantic Ocean. Great Britain is separated from Belgium and Holland by the North Sea, and from Ireland — by the Irish Sea.

There are several islands along the coasts. The total area of the British Isles is 325 000 km². The main islands are Great Britain and Ireland.

The surface of the country is much varied. Great Britain is the country of valleys and plains.

The insular geographical position of Great Britain promoted the development of shipbuilding, different trading contacts with other countries. It has also allowed the country to stay independent for quite a long period of time.

THE BRITISH PARLIAMENT

The British Parliament is the oldest in the world. It originated in the 12th century as Witenagemot, the body of wise councillors whom the King needed to consult pursuing his policy. The British Parliament consists of the House of Lords and the House of Commons and the Queen as its head.

The House of Commons plays the major role in law-making. It consists of Members of Parliament (called MPs for short). Each of them represents an area in England, Scotland, Wales and Ireland.

MPs are elected either at a general election or at a by-election following the death or retirement. Parliamentary elections are held every 5 years and it is the Prime Minister who decides on the exact day of the election. The minimum voting age is 18. And the voting is taken by secret ballot.

The election campaign lasts about 3 weeks, The British parliamentary system depends on political parties.

The party which wins the majority of seats forms the government and its leader usually becomes Prime Minister. The Prime Minister chooses about 20 MPs from his party to become the cabinet of ministers. Each minister is responsible for a particular area in the government. The second largest party becomes the official opposition with its own leader and «shadow cabinet». The leader of the opposition is a recognized post in the House of Commons.

The parliament and the monarch have different roles in the government and they only meet together on symbolic occasions, such as coronation of a new monarch or the opening of the parliament. In reality, the House of Commons is the one of three which has true power.

The House of Commons is made up of six hundred and fifty elected members, it is presided over by the speaker, a member acceptable to the whole house. MPs sit on two sides of the hall, one side for the governing party and the other for the opposition. The first 2 rows of seats are occupied by the leading members of both parties (called «front benches»). The back benches belong to the rank-and-file MPs.

Each session of the House of Commons lasts for 160-175 days. Parliament has intervals during his work. MPs are paid for their parliamentary work and have to attend the sittings.

As mention above, the House of Commons plays the major role in law making. The procedure is the following: a proposed law («a bill») has to go through three stages in order to become an act of Parliament; these are called «readings».

The first reading is a formality and is simply the publication of the proposal. The second reading involves debate on the principles of the bill; it is examination by parliamentary committee.

And the third reading is a report stage, when the work of the committee is reported on to the house. This is usually the most important stage in the process.

When the bill passes through the House of Commons, it is sent to the House of Lords for discussion, when the Lords agree it, the bill is taken to the Queen for royal assent, when the Queen signs the bill, it becomes act of the Parliament and the Law of the Land.

The House of Lords has more than 1000 members, although only about 250 take an active part in the work in the house. Members of this Upper House are not elected; they sit there because of their rank. The chairman of the House of Lords is the Lord Chancellor. And he sits on a special seat, called «Woolsack».

The members of the House of Lords debate the bill after it has been passed by the House of Commons. Some changes may be recommended and the agreement between the two houses is reached by negotiations.

BRITISH TRADITIONS AND CUSTOMS

British nation is considered to be the most conservative in Europe. It is not a secret that every nation and every country has its own customs and traditions. In Great Britain people attach greater importance to traditions and customs than in other European countries. Englishmen are proud of their traditions and carefully keep them up. The best examples are their queen, money system, their weights and measures.

There are many customs and some of them are very old. There is, for example, the Marble Championship, where the British Champion is crowned; he wins a silver cup known among folk dancers as Morris Dancing. Morris Dancing is an event where people, worn in beautiful clothes with ribbons and bells, dance with handkerchiefs or big sticks in their hands, while traditional music-sounds.

Another example is the Boat Race, which takes place on the river Thames, often on Easter Sunday. A boat with a team from Oxford University and one with a team from Cambridge University hold a race.

British people think that the Grand National horse race is the most exciting horse race in the world. It takes place near Liverpool every year. Sometimes it happens the same day as the Boat Race takes place, sometimes a week later. Amateur riders as well as professional jockeys can participate. It is a very famous event.

There are many celebrations in May, especially in the countryside.

Halloween is a day on which many children dress up in unusual costumes. In fact, this holiday has a Celtic origin. The day was originally called All Halloween's Eve, because it happens on October 31, the eve of all Saint's Day. The name was later shortened to Halloween. The Celts celebrated the coming of New Year on that day.

Another tradition is the holiday called Bonfire Night. On November 5, 1605, a man called Guy Fawkes planned to blow up the Houses of Parliament where the king James 1st was to open Parliament on that day. But Guy Fawkes was unable to realize his plan and was caught and later, hanged. The British still remember that Guy Fawkes' Night. It is another name for this holiday. This day one can see children with figures, made of sacks and straw and dressed in old clothes. On November 5th, children put their figures on the bonfire, burn them, and light their fireworks.

In the end of the year, there is the most famous New Year celebration. In London, many people go to Trafalgar Square on New Year's Eve. There is singing and dancing at 12 o'clock on December 31st.

A popular Scottish event is the Edinburgh Festival of music and drama, which takes place every year. A truly Welsh event is the Eisteddfod, a national festival of traditional poetry and music, with a competition for the best new poem in Welsh. If we look at English weights and measures, we can be convinced that the British are very conservative people. They do not use the internationally accepted measurements. They have conserved their old measures. There are nine essential measures. For general use, the smallest weight is one ounce, then 16 ounce is equal to a pound. Fourteen pounds is one stone.

The English always give people's weight in pounds and stones. Liquids they measure in pints, quarts and gallons. There are two pints in a quart and four quarts or eight pints are in one gallon. For length, they have inches: foot, yards and miles.

LONDON

As well as being the capital of England, London is the capital of the United Kingdom. London was founded by the Romans in 43 A.D. and was called Londinium. In 61 A.D. the town was burnt down and when it was rebuilt by the Romans it was surrounded by a wall. That area within the wall is now called the City of London. It is London's commercial and business centre. It contains the Bank of England, the Stock Exchange and the head offices of numerous companies and corporations. Here is situated the Tower of London.

The Tower was built by William the Conqueror who conquered England in 1066. He was crowned at Westminster Abbey. Now most of the Government buildings are located there.

During the Tudor period (16th century) London became an important economic and financial centre. The Londoners of the Elizabethan period built the first theatres. Nowadays the theatre land is stretched around Piccadilly Circus. Not far from it one can see the British Museum and the «Covent Garden» Opera House.

During the Victorian period (19th century) London was one of the most important centers of the Industrial Revolution and the centre of the British Empire. Today London is a great political centre, a great commercial centre, a paradise for theatre-goers and tourists, but it is also a very quiet place with its parks and its ancient buildings, museums and libraries.

LONDON

London is the capital of Great Britain, its political, economic and commercial center. It's one of the largest cities in the world and the largest city in Europe. Its population is about 9 million. London is one of the oldest and most interesting cities in the world. Traditionally it's divided into several parts: the City, Westminster, the West End and the East End.

They are very different from each other and seem to belong to different towns and epochs. The heart of London is the City, its financial and business center. Numerous banks, offices and firms are situated there, including the Bank of England, the Stock Exchange and the Old Bailey. Few people live here, but over a million people come to the City to work. There are some famous ancient buildings within the City. Perhaps the most striking of them is St. Paul's Cathedral, the greatest of British churches. St. Paul's Cathedral has always dominated the center of London. It stands on the site of former Saxon and Norman churches. They latter were destroyed in the Great Fire and the present building, completed in 1710, is the work of the eminent architect Sir Christopher Wren. It is an architectural masterpiece.

Londoners have a particular affection for St. Paul's, which is the largest Protestant Church in England. Its high dome, containing the remarkable Whispering Gallery, is a prominent landmark towering above the multistoried buildings which line the river-bank.

The Tower of London was one of the first and most impressive castles built after the Norman invasion of England in 1066. Since the times of William I various kings have built and extended the Tower of London and used it for many purposes. The Tower has been used as a royal palace, an observatory, an arsenal, a state prison, and many famous and infamous people have been executed within its walls. It is now a museum. For many visitors the principal attraction is the Crown Jewels, the finest precious stones of the nation. A fine collection of armour is exhibited in the keep. The security of the Tower is ensured by a military garnison and by the Yeoman Warders or Beefeaters, who still wear their picturesque Tudor uniform.

Westminster is the historic, the governmental part of London. Westminster Abbey is a national shrine where the kings and queens are crowned and famous people are buried. Founded by Edward the Confessor in 1050, the Abbey was a monastery for along time. The present building dates largely from the times of Henry 3, who began to rebuild the church, a task which lasted nearly 300 years. The West towers were added in the eighteenth century. Since William I almost every English monarch has been

crowned in this great church, which contains the tombs and memorials of many of Britain's most eminent citizens: Newton, Darwin, Chaucer, Dickens, Tennyson, Kipling and etc. One of the greatest treasures of the Abbey is the oaken Coronation Chair made in 1300. The Abbey is also known for its Poet's Corner. Graves and memorials to many English poets and writers are clustered round about.

Across the road from Westminster Abbey is Westminster Palace, or the Houses of Parliament, the seat of the British Parliament. The Parliament of Great Britain and Northern Ireland consists of the House of Lords and the House of Commons. The House of Lords consists of just over 1,000 members of the different grades of nobility — dukes, marquises, earls, viscounts and barons.

The House of Commons consists of 650 members. They are elected by secret ballot by men and women aged 18 and over. Every Parliament is divided into Sessions. Each of these may last a year and usually begins early in November. The Clock Tower, which contains the hour-bell called Big Ben, is known over the world. The bell is named after Sir Benjamin Hall.

Buckingham Palace is the official residence of the Queen. The West End is the richest and most beautiful part of London. It is the symbol of wealth and luxury. The best hotels, shops, restaurants, clubs, and theatres are situated there. There are splendid houses and lovely gardens belonging to wealthy people.

Trafalgar Square is the geographical center of London. It was named in memory of Admiral Nelson's victory in the battle of Trafalgar in 1805. The tall Nelson's Column stands in the middle of the square. On the north side of Trafalgar Square is the National Gallery and the National Portrait Gallery.

Not far away is the British Museum — the biggest museum in London. It contains a priceless collection of ancient manuscripts, coins, sculptures, etc., and is famous for its library.

The East End is the poorest district of London. There are a lot of factories, workshops and docks here. The streets are narrow, the buildings are unimpressive. The East End is densely populated by working class families.

PLACES OF INTERESTS IN GREAT BRITAIN

Britain is rich in its historic places which link the present with the past. The oldest part of London is Lud Hill, where the city is originated. About a mile west of it there is Westminster Palace, where the king lived and the Parliament met, and there is also Westminster Abby, the coronation church. Liverpool, the «city of ships», is England's second greatest port, ranking after London. The most interesting sight in the Liverpool is the docks. They occupy a river frontage of seven miles.

The University of Liverpool, established in 1903, is noted for its School of Tropical Medicine. And in the music world Liverpool is a well-known name, for it's the home town of «The Beatles».

Stratford-on-Avon lies 93 miles north-west of London. Shakespeare was born here in 1564, and here he died in 1616.

Cambridge and Oxford Universities are famous centers of learning. Stonehenge is a prehistoric monument, presumably built by Druids, members of an order of priests in ancient Britain. Tintagel Castle is King Arthur's reputed birthplace. Canterbury Cathedral is the seat of the Archbishop of Canterbury, head of the Church of England.

The British Museum is the largest and richest museum in the world. It was founded in 1753 and contains one of the world's richest collections of antiquities. The Egyptian Galleries contain human and animal mummies. Some parts of Athens' Parthenon are in the Greek section.

Madam Tussaud's Museum is an exhibition of hundreds of life-size wax models of famous people of yesterday and today. The collection was started by Madam Tussaud, a French modeller in wax, in the 18th century. Here you can meet Marilyn Monroe, Elton John, Picasso, the Royal Family, the Beatles and many others: writers, movie stars, singers, politicians, sportsmen, etc.

5. Подготовка к экзамену

Подготовка к экзамену включает в себя повторение всех изученных тем курса.

Билет на экзамен включает в себя тест и практико-ориентированное задание.

<i>Наименование оценочного средства</i>	<i>Характеристика оценочного средства</i>	<i>Методика применения оценочного средства</i>	<i>Наполнение оценочного средства в КОС</i>	<i>Составляющая компетенции, подлежащая оцениванию</i>
Экзамен:				
Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Тест состоит из 20 вопросов.	КОС - тестовые задания	Оценивание уровня знаний, умений, владений
Практико-ориентированное задание	Задание, в котором обучающемуся предлагают осмыслить реальную профессионально-ориентированную ситуацию	Количество заданий в билете – 1. Предлагаются задания по изученным темам в виде практических ситуаций.	КОС-Комплект заданий	Оценивание уровня знаний, умений и навыков



Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВПО
«Уральский государственный горный
университет»

Е. М. Суднева

БЕЗОПАСНОСТЬ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ

*Сборник заданий к практическим
и самостоятельным работам
по курсу «Безопасность жизнедеятельности»
для студентов направления 130300
«Прикладная геология»*

Екатеринбург
2013

УДК 796.00

С 89

Рецензент: *А.В. Морозова*, доцент кафедры Геологии Уральского государственного горного университета

Сборник заданий рассмотрен на заседании кафедры геологии и защиты в чрезвычайных ситуациях 29 апреля 2016 г. (протокол № 8) и рекомендован для издания в УГГУ.

Судиева Е.М.

С 89

Безопасность жизнедеятельности: сборник заданий к практическим и самостоятельным работам по курсу «Безопасность жизнедеятельности» / Е. М. Судиева. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. – 35 с.

Данный сборник составлен в полном соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования с учетом особенностей профессиональной деятельности будущих специалистов.

Сборник включает в себя задания для самостоятельной подготовки студентов к лабораторным и практическим работам.

Данный сборник поможет студентам освоить материал изучаемой дисциплины, необходимый для успешной работы в любой области их деятельности.

Для студентов всех специальностей направления 130300 – «Прикладная геология».

© Судиева Е. М., 2013

© Уральский государственный
горный университет, 2013

ОГЛАВЛЕНИЕ

Практикум по теме: Здоровье и окружающая среда	6
Практикум по теме: Чрезвычайные ситуации	17
Практикум по теме: Поведенческие реакции человека в экстремальных ситуациях	25
Акт обследования объекта и предписание.....	26
Образец оформления рабочей тетради по БЖД	28
Темы рефератов.....	29
Приложение	31

1. Практикум по теме: Здоровье и окружающая среда

В *Уставе Всемирной организации здравоохранения* говорится о высшем уровне здоровья как об одном из основных прав человека. Не менее важно право человека на информацию о тех факторах, которые определяют здоровье человека или являются факторами риска, то есть их воздействие может привести к развитию болезни.

Здоровье – это первая и важнейшая потребность человека, определяющая способность его к труду и обеспечивающая гармоническое развитие личности. Оно является важнейшей предпосылкой к познанию окружающего мира, к самоутверждению и счастью человека. Активная долгая жизнь – это важное слагаемое человеческого фактора.

Здоровье – такое состояние организма человека, когда функции всех его органов и систем уравновешены с внешней средой и отсутствуют какие-либо болезненные изменения.

Само понятие «*здоровье*» является условным и объективно устанавливается на основе антропометрических, клинических, физиологических и биохимических показателей.

По определению Всемирной организации здравоохранения (ВОЗ) "*здоровье* – это состояние физического, духовного и социального благополучия, а не только отсутствие болезней и физических дефектов".

Вообще, можно говорить о трех видах здоровья: о здоровье физическом, психическом и нравственном (социальном):

Физическое здоровье - это естественное состояние организма, обусловленное нормальным функционированием всех его органов и систем. Если хорошо работают все органы и системы, то и весь организм человека (система саморегулирующаяся) правильно функционирует и развивается.

Психическое здоровье зависит от состояния головного мозга, оно характеризуется уровнем и качеством мышления, развитием внимания и памяти, степенью эмоциональной устойчивости, развитием волевых качеств.

Нравственное здоровье определяется теми моральными принципами, которые являются основой социальной жизни человека, т.е. жизни в определенном человеческом обществе. Отличительными признаками нравственного здоровья человека являются, прежде

всего, сознательное отношение к труду, овладение сокровищами культуры, активное неприятие нравов и привычек, противоречащих нормальному образу жизни. Физически и психически здоровый человек может быть нравственным уродом, если он пренебрегает нормами морали. Поэтому социальное здоровье считается высшей мерой человеческого здоровья. Нравственно здоровым людям присущ ряд общечеловеческих качеств, которые и делают их настоящими гражданами.

Целостность человеческой личности проявляется, прежде всего, во взаимосвязи и взаимодействии психических и физических сил организма.

Состояние здоровья определяется функцией физиологических систем организма с учётом их возрастных и половых факторов, а также зависит от географических и климатических условий.

На основе этих критериев даётся формальное заключение о состоянии здоровья при наборе в армию, приёме на работу и в учебные заведения.

Состояние здоровья не исключает уже имеющегося в организме, но ещё не обнаруженного болезнетворного начала; оно не исключает также колебаний в самочувствии человека. Следовательно, хотя понятие «здоровье» и противопоставлено понятию «болезнь», но может быть связано с ним многочисленными переходными состояниями

Динамические наблюдения и периодические обследования могут констатировать границы здоровья и болезни в стартовых условиях, когда явная патология отсутствует.

Отсюда возникают понятия об объективном и субъективном здоровье, когда, с одной стороны, при плохом самочувствии отсутствуют объективные подтверждающие его данные, с другой – когда эти данные отличаются, а самочувствие остаётся до определённого времени хорошим.

Отсюда также возникает понятие *«практически здоровый человек»* – состояние, при котором объективно имеются патологические изменения, не отражающиеся на жизненном восприятии и работоспособности человека.

В понятие здоровья вкладываются не только абсолютные качественные, но и количественные признаки, т.к. существует понятие степени здоровья.

Степень здоровья – широта адаптивных возможностей организма, определяемая социальной средой, физической тренировкой, перенесёнными заболеваниями, трудовым навыком и т.д.

Важную роль в понятии здоровья играют и *социальные факторы*, т.к. в него входят и социальная полноценность человека. Однако социальный фактор не следует считать абсолютным, потому что социальная полноценность и общественная значимость человека далеко не всегда являются тождественными понятиями.

Индивидуальное здоровье не является точно детерминируемым, что связано с большой широтой индивидуальных колебаний важнейших показателей жизнедеятельности организма, а также с многообразием факторов, влияющих на него.

Здоровье населения – статистическое понятие, характеризующееся комплексом демографических показателей: рождаемость, смертность, детская смертность, уровень физического развития, заболеваемость, средняя продолжительность жизни и др.

Здоровье населения обеспечивает условия для роста производительности труда, улучшает качественные характеристики воспроизводства населения и трудовых ресурсов. В то же время имеет место и обратное влияние – прогресс в области экономики, науки и культуры способствует улучшению здоровья населения и страны.

Большое значение для сохранения жизни и здоровья населения имеет повышение качества оказания *медицинской помощи*. В этих целях проводится укрупнение и развитие больниц и поликлиник, совершенствование профилактических форм работы.

Одной из важных форм профилактики является *диспансеризация* населения. Это активный метод

систематического наблюдения за состоянием здоровья как практически здорового населения, так и больных, страдающих длительно протекающими хроническими заболеваниями, составляющий основу профилактического направления отечественного здравоохранения.

Одним из важнейших приобретенных по наследству свойств здорового организма является постоянство внутренней среды. Это понятие ввел французский ученый *Клод Бернар* (1813 – 1878), считавший постоянство внутренней среды условием свободной и независимой жизни человека. Внутренняя среда образовалась в процессе эволюции. Она определяется в первую очередь составом и свойствами крови и лимфы.

Постоянство внутренней среды – замечательное свойство организма, которое в какой-то мере освободило его от физических и химических влияний внешней среды. Однако это постоянство – оно называется гомеостазом – имеет свои границы, определяемые наследственностью. А потому, наследственность является одним из важнейших факторов здоровья.

Организм человека приспособлен к определенным физическим (температура, влажность, атмосферное давление), химическим (состав воздуха, воды, пищи), биологическим (разнообразные живые существа) показателям окружающей среды.

Если человек длительно находится в условиях, значительно отличающихся от тех, к которым он приспособлен, нарушается постоянство внутренней среды организма, что может повлиять на здоровье и нормальную жизнь.

В наш век человек, как и все живые организмы, подвержен внешним воздействиям, которые приводят к изменениям наследственных свойств. Эти изменения называются мутационными (мутациями). Особенно возросло количество мутаций за последнее время. Отклонения от определенных, привычных свойств окружающей среды можно отнести к факторам риска заболевания. Итак, заболеваемость и смертность связаны, прежде всего, с условиями среды и образом жизни людей.

Здоровье и окружающая среда.

Немаловажное значение оказывает на здоровье и состояние

окружающей среды. Каждый из нас имеет право знать обо всех экологических изменениях, происходящих и в местности, где он живет, и во всей стране. Мы должны знать все о пище, которую употребляем, о состоянии воды, которую пьем, а медики обязаны объяснить опасность жизни в зонах, зараженных радиацией.

Вмешательство человека в регулирование природных процессов не всегда приносит желаемые положительные результаты. Нарушение хотя бы одного из природных компонентов приводит, в силу существующих между ними взаимосвязей, к перестройке сложившейся структуры природно-территориальных компонентов. Загрязнение поверхности суши, гидросферы, атмосферы и Мирового океана, в свою очередь, сказывается на состоянии здоровья людей, эффект "озоновой дыры" влияет на образование злокачественных опухолей, загрязнение атмосферы на состояние дыхательных путей, а загрязнение вод – на пищеварение, резко ухудшает общее состояние здоровья человечества, снижает продолжительность жизни.

В настоящее время хозяйственная деятельность человека все чаще становится основным источником загрязнения биосферы. В природную среду во все больших количествах попадают газообразные, жидкие и твердые отходы производств. Различные химические вещества, находящиеся в отходах, попадая в почву, воздух или воду, переходят по экологическим звеньям из одной цепи в другую, попадая, в конце концов, в организм человека.

На земном шаре практически невозможно найти место, где бы не присутствовали в той или иной концентрации загрязняющие вещества. Даже во льдах Антарктиды, где нет никаких промышленных производств, а люди живут только на небольших научных станциях, ученые обнаружили различные токсичные (ядовитые) вещества современных производств. Они заносятся сюда потоками атмосферы с других континентов.

Вещества, загрязняющие природную среду, очень разнообразны. В зависимости от своей природы, концентрации, времени действия на организм человека они могут вызвать различные неблагоприятные последствия. Кратковременное воздействие небольших концентраций таких веществ может вызвать головокружение, тошноту, першение в горле, кашель. Попадание в организм человека больших концентраций токсических веществ может привести к потере

сознания, острому отравлению и даже смерти. Примером подобного действия могут являться смоги, образующиеся в крупных городах в безветренную погоду, или аварийные выбросы токсичных веществ промышленными предприятиями в атмосферу.

Реакции организма на загрязнения зависят от индивидуальных особенностей: возраста, пола, состояния здоровья. Как правило, более уязвимы дети, пожилые и престарелые, больные люди.

Кроме химических загрязнителей в природной среде встречаются и биологические, вызывающие у человека различные заболевания. Это болезнетворные микроорганизмы, вирусы, гельминты, простейшие. Они могут находиться в атмосфере, воде, почве, в теле других живых организмов, в том числе и в самом человеке.

Специфика среды обитания человека заключается в сложнейшем переплетении социальных и природных факторов. На заре человеческой истории природные факторы играли решающую роль в эволюции человека. На современного человека воздействие природных факторов в значительной степени нейтрализуется социальными факторами. В новых природных и производственных условиях человек в настоящее время нередко испытывает влияние весьма необычных, а иногда чрезмерных и жестких факторов среды, к которым эволюционно он еще не готов.

Человек, как и другие виды живых организмов, способен адаптироваться, то есть приспособливаться к условиям окружающей среды. Адаптацию человека к новым природным и производственным условиям можно охарактеризовать как совокупность социально-биологических свойств и особенностей, необходимых для устойчивого существования организма в конкретной экологической среде.

В настоящее время значительная часть болезней человека связана с ухудшением экологической обстановки в нашей среде обитания: загрязнением атмосферы, воды и почвы, недоброкачественными продуктами питания, возрастанием шума.

Приспосабливаясь к неблагоприятным экологическим условиям, организм человека испытывает состояние напряжения, утомления.

Напряжение – мобилизация всех механизмов, обеспечивающих определенную деятельность организма человека. В зависимости от величины нагрузки, степени подготовки организма, его функционально-структурных и энергетических ресурсов снижается возможность функционирования организма на заданном уровне, то есть наступает утомление.

Кроме этого, необходимо учитывать еще объективный фактор воздействия на здоровье – *наследственность*. Это присущее всем организмам свойство повторять в ряду поколений одинаковые признаки и особенности развития, способность передавать от одного поколения к другому материальные структуры клетки, содержащие программы развития из них новых особей.

Влияют на наше здоровье и биологические ритмы. Одной из важнейших особенностей процессов, протекающих в живом организме, является их ритмический характер.

В настоящее время установлено, что свыше трехсот процессов, протекающих в организме человека, подчинены суточному ритму.

Наследственные болезни, вызванные плохой экологической обстановкой:

Влияние солей тяжелых металлов на наследственность.

Тяжелые металлы – высокотоксичные вещества, долго сохраняющие свои ядовитые свойства. По данным Всемирной Организацией Здравоохранения, они уже сейчас занимают второе место по степени опасности, уступая пестицидам и значительно опережая такие широко известные загрязнители, как двуокись углерода и серы. В прогнозе же они должны стать самыми опасными, более опасными, чем отходы АЭС (второе место) и твердые отходы (третье место).

Отравление солями тяжелых металлов начинается еще до рождения человека. Соли тяжелых металлов проходят через плаценту, которая вместо того, чтобы оберегать плод, день за днем его отравляет. Нередко концентрация вредных веществ у плода даже выше, чем у матери. Младенцы появляются на свет с пороками развития мочеполовой системы, до 25 процентов малышей – с

отклонениями от нормы при формировании почек. Зачатки внутренних органов появляются уже на пятой неделе беременности и с этого момента испытывают на себе влияние солей тяжелых металлов, а поскольку они влияют и на организм матери, выводя из строя почки, печень, нервную систему, не стоит удивляться, что сейчас практически не встретишь нормальных физиологических родов, а малыши приходят в эту жизнь с недостатком веса, с физическими и психическими пороками развития.

И с каждым годом жизни соли тяжелых металлов, растворенные в воде, прибавляют им болезней или усугубляют врожденные заболевания, прежде всего органов пищеварения и почек. Нередко у одного ребенка страдают 4-6 систем в организме. Мочекаменная и желчекаменная болезни – своего рода индикатор неблагополучия, а они теперь встречаются даже у дошколят. Есть и другие тревожные сигналы. Так, превышение уровня свинца приводит к снижению интеллекта. Психологическое обследование показало, что таких детей у нас до 12 процентов.

Какие же мероприятия должны обеспечить сегодня охрану здоровья человека и среды его обитания от вредного влияния техногенных металлов? Можно обозначить два основных пути: санитарно-технический – уменьшение содержания металлов в объектах внешней среды до предельно допустимых (безопасных) уровней путем внедрения архитектурно-планировочных, технологических, технических и других мероприятий; гигиенический – научная разработка допустимых уровней содержания их во внешней среде, требований и рекомендаций в сочетании с постоянным контролем состояния и качества этой среды.

Профилактика хронических интоксикаций металлами и их соединениями должна обеспечиваться прежде всего их заменой, где это возможно, на безвредные или менее токсичные вещества. В случаях же, когда не представляется реальным исключить их применение, необходима разработка таких технологических схем и конструкций, которые бы резко ограничивали возможность загрязнения ими воздуха производственных помещений и наружной атмосферы. В отношении транспорта, являющегося, как об этом было сказано выше, одним из значительных источников выброса свинца в атмосферу, следует повсеместно внедрять экологически чистое

горючее. Весьма радикальным средством является создание безотходных или малоотходных технологий.

Наряду с указанными выше мероприятиями необходимо постоянное осуществление эффективного контроля над уровнем содержания металлов в организме. С этой целью при медицинском обследовании работающих и населения в случаях их контакта с техногенными металлами должно проводиться определение их в биологических средах организма крови, моче, волосах.

Краткая характеристика экологической обстановки в России

Из всех предприятий России, выбрасывающих вредные вещества в атмосферу и водоемы – 33% дают предприятия металлургии, 29% – энергетические объекты, 7% – химические, 8% – угольной промышленности. Более половины выбросов приходится на транспорт. Особенно тяжелая обстановка складывается в городах, где велика концентрация населения. В России определены 55 городов, в которых уровень загрязнения очень велик. Ежегодно в нашей стране улавливается и обезвреживается лишь около 76 % общего количества вредных веществ, выбрасываемых в атмосферу. Значительно хуже дело обстоит с очисткой сточных вод: 82% сбрасываемых вод не подвергается очистке. Реки Волга, Дон, Енисей, Лена, Кубань, Печора загрязнены органикой, соединениями азота, тяжелыми металлами, фенолами, нефтепродуктами. В настоящее время свыше 70 миллионов человек дышат воздухом, насыщенным опасными для здоровья веществами, в пять и более раз превышающими предельно допустимые концентрации (ПДК). В окружающую среду человеком введено около 4 миллионов химических соединений, из которых лишь немногие изучены на токсическое воздействие.

В России имеется около 30 тысяч предприятий и объектов, использующих радиоактивные вещества и изделия на их основе.

Большой урон экосистемам на территории России нанесен ядерными испытаниями. На полигонах Новой Земли произвели 118 поверхностных и подземных ядерных взрывов – их последствия выяснены не до конца.

Санитарно-эпидемиологическая обстановка в РФ

XX век породил неоправданный оптимизм в отношении того,

что с инфекционными болезнями в скором времени будет покончено. Однако события последних десятилетий показали, что в мире резко активизировались такие инфекции, как туберкулёз, малярия, которые становятся основной причиной смертности; как в России, так и в других странах вновь заявляет о себе дифтерия.

Эпидемиологическая ситуация, сложившаяся в последние годы, остаётся напряжённой. Ежегодно в РФ регистрируется от 33 до 44 миллионов случаев инфекционных заболеваний.

Одной из самых актуальных медицинских и социально-экономических проблем остаётся грипп и ОРВИ.

В РФ (в отличие от ведущих стран мира) до настоящего времени отсутствует производство отечественной вакцины против краснухи. В этих условиях краснуха остаётся неуправляемой инфекцией с возникновением каждые 10 - 12 лет эпидемий. Во время эпидемий краснуха может стать причиной уродств более чем у 2% детей, родившихся живыми.

Динамика заболеваемости почти по всей группе кишечных инфекций в истекшем году имела тенденцию к снижению. Стабилизировалась заболеваемость сальмонеллёзом, острой кишечной инфекцией неустановленной этиологии, ротавирусным инфекционным кампиллобактериозом. Однако ежегодно в стране регистрируется до 100 вспышек кишечных инфекций пищевого и водного характера.

Серьёзной проблемой здравоохранения продолжают оставаться вирусные гепатиты, наносящие ущерб как здоровью населения, так и экономике страны.

Особенно тяжёлое положение складывается по социально обусловленным заболеваниям. Стремительность нарастания масштабов пандемии заболевания, вызываемого вирусом иммунодефицита человека (ВИЧ-инфекции), в мире, отсутствие надёжных средств профилактики и лечения позволяет отнести эту проблему к одной из самых острых

Состояние здоровья детей, проживающих в городах и населённых пунктах с высоким уровнем загрязнения

атмосферного воздуха (Подольск, Ярославль, Воскресенск, Новокузнецк, Салават, Пермь, Казань, Мончегорск) характеризуется значительным снижением неспецифической сопротивляемости организма к развитию инфекционных и других заболеваний.

Проблема многих населенных пунктов – наличие многочисленных мобильных и стационарных источников шума. Более 30% жителей городов РФ подвержены действию сверхнормативных уровней шума и вибрации.

Безопасность и качество пищевых продуктов и продовольственного сырья является одним из основных факторов, определяющих здоровье населения и сохранение его генофонда. Более 5% продукции не отвечает гигиеническим требованиям по содержанию антибиотиков, что влияет также на аллергизацию населения, прежде всего детей.

Негативное влияние на состояние здоровья оказывают также неблагоприятные условия труда, повышающие риск появления профессиональной патологии.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ ДОКЛАДА:

Здоровье населения России.

Здоровье населения Свердловской области.

Здоровье жителей города Екатеринбурга.

План:

1. Месторасположение населенного пункта
2. Демография
3. Состояние техносферной, природной, социальной среды области (города)
4. Здравоохранение (заболеваемость взрослых и детей)

2. Практикум по теме: Чрезвычайные ситуации

Чрезвычайная ситуация (ЧС) – обстановка на определенной

территории, акватории, сложившаяся в результате аварии, катастрофы, стихийного бедствия, эпидемии, эпизоотии, эпифитотии, которая может повлечь или повлекла за собой человеческие жертвы, ущерб здоровью людей или окружающей среде, значительные материальные потери и нарушение жизнедеятельности людей.

Эпидемия – распространение какой-либо инфекционной болезни человека, значительно превышающее уровень обычной (спорадической) заболеваемости на данной территории.

Эпизоотия – широкомасштабное распространение инфекционной болезни среди одного или многих видов животных на определённой территории, значительно превышающее уровень заболеваемости, обычно регистрируемый на данной территории.

Эпифитотия – массовое развитие инфекционной болезни растений на значительной территории в определённый период.

«О классификации чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера» от 21 мая 2007 года № 304 г. Москва.

Во исполнение Федерального закона «О защите населения и территорий от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера» Правительство Российской Федерации постановляет:

1. Установить, что чрезвычайные ситуации природного и техногенного характера подразделяются на:

а) чрезвычайную ситуацию локального характера, в результате которой территория, на которой сложилась чрезвычайная ситуация и нарушены условия жизнедеятельности людей (далее – *зона чрезвычайной ситуации*), не выходит за пределы территории объекта, при этом количество людей, погибших или получивших ущерб здоровью (далее – *количество пострадавших*), составляет не более 10 человек, либо размер ущерба окружающей природной среде и материальных потерь (далее – *размер материального ущерба*) составляет не более 100 тыс. рублей;

б) чрезвычайную ситуацию муниципального характера, в результате которой зона чрезвычайной ситуации не выходит за пределы территории одного поселения или внутригородской территории города федерального значения, при этом количество

пострадавших составляет не более 50 человек либо размер материального ущерба составляет не более 5 млн. рублей, а также данная чрезвычайная ситуация не может быть отнесена к чрезвычайной ситуации локального характера;

в) чрезвычайную ситуацию межмуниципального характера, в результате которой зона чрезвычайной ситуации затрагивает территорию двух и более поселений, внутригородских территорий города федерального значения или межселенную территорию, при этом количество пострадавших составляет не более 50 человек либо размер материального ущерба составляет не более 5 млн. рублей;

г) чрезвычайную ситуацию регионального характера, в результате которой зона чрезвычайной ситуации не выходит за пределы территории одного субъекта Российской Федерации, при этом количество пострадавших составляет свыше 50 человек, но не более 500 человек либо размер материального ущерба составляет свыше 5 млн. рублей, но не более 500 млн. рублей;

д) чрезвычайную ситуацию межрегионального характера, в результате которой зона чрезвычайной ситуации затрагивает территорию двух и более субъектов Российской Федерации, при этом количество пострадавших составляет свыше 50 человек, но не более 500 человек либо размер материального ущерба составляет свыше 5 млн. рублей, но не более 500 млн. рублей;

е) чрезвычайную ситуацию федерального характера, в результате которой количество пострадавших составляет свыше 500 человек либо размер материального ущерба составляет свыше 500 млн. рублей».

Задание: выбрать чрезвычайную ситуацию техногенного, природного или биолого-социального характера, данные внести в таблицу № 1. Код ЧС смотреть в приложении № 1.

Таблица № 1

Формы статистического учета данных о чрезвычайных ситуациях.
Техногенные чрезвычайные ситуации (форма № 7/ЧС)

№ п/п	Наименование показателей	Показатели
1	Классификация ЧС	
2	Код ЧС	
3	Дата возникновения ЧС	
	Дата ликвидации ЧС	
4	Время возникновения ЧС:	
	московское (час, мин.)	
	местное (час, мин.)	
5	Место: страна	
	субъект Федерации	
	город	
	населенный пункт	
6	Общая площадь зоны ЧС (кв.км.)	
7	Объект экономики (наименование)	
	отрасль	
	министерство (ведомство)	
	форма собственности	
8	Номер лицензии, дата и кем выдана	
	Дата утверждения декларации, кем утверждена	
	Номер страхового документа, дата, кем выдан	
9	Метеоданные: температура (град)	
	направление и скорость ветра (м/с)	
	влажность (%)	
	осадки (вид, количество)	
10	Причины возникновения ЧС	
11	Поражающие факторы источника ЧС	
12	Основные характеристики ЧС	
13	Мероприятия по ликвидации ЧС:	
	аварийно-спасательные работы (перечень/длительность, час)	
	аварийно-восстановительные работы (перечень/длительность час)	
14	Силы и средства, задействованные в ликвидации ЧС:	
	личный состав РСЧС	
	наименование/количество чел.	
	техника наименование/количество ед.	
	материальные ресурсы перечень/количество	
15	Работы по организации защиты населения:	
	инженерная защита:	
	укрытие в защитных сооружениях различных типов, (чел.)	
	радиационно-химическая защита:	
	выдано средств индивидуальной защиты (чел.)	
	медицинская защита:	

	население которому была оказана медицинская помощь (чел.)	
	госпитализировано (чел.)	
	в т.ч. детей до 14 лет, (чел.)	
	эвакуационные мероприятия:	
	всего эвакуировано из зоны ЧС, (чел.)	
	в том числе:	
	автомобильным транс-ом (чел.)	
	железнодорожным транс-ом (чел.)	
	авиационным транс-ом (чел.)	
	морским (речным) транс-ом (чел.)	
	транспортные средства эвакуации, кол-во единиц, по видам	
	расчетное время на проведение эвакуации (час, мин.)	
	районы размещения эвакуируемого населения	
16	Состояние зданий и сооружений, ед.:	
	разрушено всего	
	повреждено всего	
	уничтожено всего	
17	Нанесенный материальный ущерб, (тыс. (млн.) руб.)	
18	Потери, чел. пострадавшие/пораженные/погибшие	
	население:	
	дети до 14 лет	
	взрослые от 14 до 60 лет	
	старше 60 лет	
	промпersoнал	
	личный состав сил РСЧС	
19	Дополнительная текстовая информация	
20	Мероприятия по предупреждению ЧС	

« _____ » 20 ____ г. _____

(фамилия, И.О. № телефона и
и подпись исполнителя)

(фамилия, И., О., № телефона
и подпись руководителя)

Природные чрезвычайные ситуации (форма № 8/ЧС)

№ п/п	Наименование показателей	Показатели
1	Классификация ЧС	
2	Код ЧС	
3	Дата возникновения ЧС	
	Дата ликвидации ЧС	
4	Время возникновения ЧС:	
	московское (час, мин.)	
	местное (час, мин.)	
5	Место: страна	
	субъект Федерации	
	город	
	населенный пункт	
6	Общая площадь зоны ЧС (кв.км.)	
7	Метеоданные: температура (град)	
	направление и скорость ветра (м/с)	
	влажность (%)	
	осадки (вид, количество)	
8	Причины возникновения ЧС	
9	Поражающие факторы источника ЧС	
10	Основные характеристики ЧС	
11	Мероприятия по ликвидации ЧС:	
	аварийно-спасательные работы (перечень/длительность, час)	
	аварийно-восстановительные работы (перечень/длительность час)	
12	Силы и средства, задействованные в ликвидации ЧС:	
	личный состав РСЧС (наименование/количество чел.)	
	техника (наименование/количество ед.)	
	расход материальных ресурсов (перечень/количество израсходованных)	
13	Работы по организации защиты населения:	
	инженерная защита:	
	укрытие в защитных сооружениях различных типов, (чел.)	
	радиационно-химическая защита:	
	выдано средств индивидуальной защиты чел.)	
	медицинская защита:	
	население которому была оказана меди- цинская помощь (чел.)	
	госпитализировано (чел.)	

	в т.ч. детей до 14 лет, (чел.)	
	эвакуационные мероприятия:	
	всего эвакуировано из зоны ЧС, (чел.)	
	в том числе:	
	автомобильным транспортом (чел.)	
	железнодорожным транспортом (чел.)	
	авиационным транспортом (чел.)	
	морским (речным) транспортом (чел.)	
	транспортные средства эвакуации, кол-во единиц, по видам	
	расчетное время на проведение эвакуации (час, мин.)	
	районы размещения эвакуируемого населения	
14	Состояние зданий и сооружений, ед.:	
	разрушено всего	
	повреждено всего	
	уничтожено огнем всего	
15	Нанесенный материальный ущерб, (тыс. (млн.) руб.)	
16	Потери, чел.	
	пострадавшие/пораженные/погибшие население:	
	дети до 14 лет	
	взрослые от 14 до 60 лет	
	старше 60 лет	
	промпersoнал	
	личный состав сил РСЧС	
17	Сельскохозяйственные животные:	
	погибло (тыс. голов)	
	эвакуировано из опасных зон (тыс. голов)	
	вынужденный забой (тыс. голов)	
18	Уничтожено сельскохозяйственных угодий (тыс.га)	
19	Дополнительная текстовая информация	
20	Мероприятия по предупреждению ЧС	

« _____ » _____ 200 ____ г.

(фамилия, И. О., № телефона и
и подпись исполнителя)

(фамилия, И. О., № телефона
и подпись руководителя)

Биолого-социальные чрезвычайные ситуации (форма № 9 ЧС)

№ п/п	Наименование показателей	Показатели
1	Классификация ЧС	
2	Код ЧС	
3	Дата возникновения ЧС	
	Дата ликвидации ЧС	
4	Место, страна	
	субъект Федерации	
	город	
	населенный пункт	
5	Общая площадь зоны ЧС (кв. км.)	
6	Метеоданные: температура (град)	
	направление и скорость ветра (м/с)	
	влажность (%)	
	осадки (вид, количество)	
7	Причины возникновения ЧС	
8	Вид бактериального средства, возбудитель	
9	Основные характеристики ЧС:	
9.1	эпидемия:	
	выявлено заболевших (чел.)	
	в том числе детей до 14 лет	
	госпитализировано (чел.)	
	в том числе детей до 14 лет	
	умерло (чел.)	
	в том числе детей до 14 лет	
9.2	эпизоотия:	
	всего по учету (тыс.голов)	
	выявлено заболевших (тыс. голов)	
	из них погибло (тыс. голов)	
9.3	эпифитотия:	
	всего по учету (тыс. га)	
	потери всего (тыс. га)	
10	Мероприятия по ликвидации ЧС:	
10.1	противоэпидемические:	
	эвакуировано из опасных зон (чел.)	
	организована обсервация	
	введен карантин	
10.2	противоэпизоотические:	
	эвакуировано из опасных зон (тыс. голов)	
	оказана ветеринарная помощь (тыс. голов)	
10.3	противоэпифитотические:	
	обработано зараженных с/х культур (мест скопления вредителей) (тыс. га)	
11	Силы и средства, участвовавшие в ликвидации ЧС:	
	личный состав РСЧС	
	наименование/количество чел.)	

	техника (наименование количество ед.)	
	расход материальных ресурсов (перечень/количество израсходованных)	
12	Нанесенный материальный ущерб, (тыс. млн.) руб.)	
13	Дополнительная текстовая информация	
14	Мероприятия по предупреждению ЧС	

«_____»_____200_____ г.

(фамилия, И., О., № телефона и
и подпись исполнителя)

(фамилия, И., О., № телефона
и подпись руководителя)

3. Практикум по теме: Поведенческие реакции человека в экстремальных ситуациях

Экстремальная ситуация – это такое усложнение условий жизни и деятельности, которое приобрело для личности, группы особую значимость. Любая ситуация предполагает включенность в нее субъекта. Поэтому экстремальная ситуация воплощает в себе единство объективного и субъективного. Объективное — это крайне усложненные внешние условия и процесс деятельности; субъективное — психологическое состояние, установки, способы действий в резко изменившихся обстоятельствах. Экстремальная ситуация может иметь разные формы проявления: а) понижение организованности поведения; б) – торможение действий и движения; в) повышение эффективности деятельности. Экстремальная ситуация может быть скоропреходящей или длительной. При определении пригодности человека к той или иной профессии необходимо определить и учитывать, наряду с особенностями психических процессов и свойств личности, его потенциальную возможность вырабатывать и сохранять готовность к активным действиям в экстремальных ситуациях.

Задание по Экстремальной ситуации:

План (на примере прохождения практики в окрестностях города Сухой Лог):

1. Инструктаж по технике безопасности.
2. Адаптационный синдром (место, условия проживания).
3. Воздействие окружающей среды на биохимическое состояние человека.
4. Физиологическое состояние (заболевание индивида и окружающих, какое было заболевание, чем лечились, какова была реакция на укус клеща).
5. Умственная и физическая работоспособность.
6. Отъезд.

4. Акт обследования объекта и предписание

Образец

Акт-предписание N _____

(наименование проверяемой организации
или индивидуального предпринимателя и
вышестоящей организации)

(должность, Ф.И.О. представителя
юридического лица или представителя
индивидуального предпринимателя)

Мною, государственным инспектором по энергетическому
надзору Управления государственного энергетического надзора
_____ комиссией в составе: _____
(фамилия, имя, отчество, должность)

на основании распоряжения (приказа) органа
государственного энергетического надзора
_____ от _____ 20__ г N _____

в присутствии _____
(должность, фамилия, имя, отчество)

в период с _____ по _____ 200 г. проведена
проверка

(вид проверки)

(наименование проверяемой организации)
по теме _____

Краткая характеристика установленного оборудования,
характеристика сетей:

1. _____
2. _____
3. _____

В порядке государственного энергетического надзора предлагается выполнить следующие мероприятия по устранению выявленных нарушений:

Срок исполнения _____

1. _____
2. _____

Информацию о выполнении настоящего акта-предписания представлять

(Куда, кому, срок и порядок представления)

Инспектор
(старший группы, председатель комиссии,
члены комиссии)

(ЛИЧНЫЙ штамп)

(подпись)

(Φ.И.О.)

При проверке присутствовали:

(ДОЛЖНОСТЬ)

(подпись)

(Φ.И.О.)

Акт-предписание (экз.) для исполнения получил:

(руководитель
проверяемой организации)

(подпись)

(Ф.И.О.)

Пер. N

5. Образец оформления титульного листа рабочей тетради по БЖД

Практика:

ЧС	тэс	коп	Риск р	Риск п	Отравления	Термические поражения	Десмургия	пмп	Акт обследования	ГОЧС	отчеты				реферат
											город	ЧС	ЭС		

Теория:

Медицина, БЖД	ЧС	Риск, несчастные случаи, ошибки	Техногенные опасности	Природные опасности

ТЕМЫ РЕФЕРАТОВ

1. Автономное выживание человека в природной среде
2. Обеспечение безопасности в геологии
3. Обеспечение безопасности на предприятии горно-добывающей промышленности
4. Обеспечение безопасности на промышленно опасных объектах
5. Психология поведения людей в мультипликативных ЧС (на примере природных и техногенных ЧС)
6. Методы психофизиологической коррекции пострадавших в ЧС
7. Поведенческие реакции человека в ЧС (на примере стихийных бедствий)
8. Психология выживания в ЧС (на примере природных и техногенных ЧС)
9. Обеспечение безопасности жизнедеятельности на предприятии по обогащению урана
10. Научно-технический прогресс и безопасность труда
11. Производственный травматизм в России
12. Радиоактивные излучения как источник информации о предприятиях атомной промышленности и их продукции
13. Расследование и учет нарушений при обращении с радиационными источниками и радиоактивными веществами в России
14. Влияние электромагнитных излучений на организм человека и способы борьбы с ними
15. Вопросы совершенствования оценки травмобезопасности рабочих мест при их аттестации по условиям труда
16. Обеспечение пожарной безопасности на производственном объекте
17. Обеспечение пожарной безопасности на геологическом предприятии
18. Назначение и классификация защитных сооружений
19. Влияние изменений окружающей среды на здоровье человека
20. Обеспечение безопасности Жизнедеятельности на ЖД транспорте

21. Безопасность жизнедеятельности на предприятиях повышенной опасности
22. Инженерная психология
23. Защита окружающей среды от подвижных источников выбросов
24. Выживание в экстремальных ситуациях
25. Разработка стандарта рабочего места
26. Поведение человека в аварийных ситуациях
27. Обеспечение безопасности жизнедеятельности при эпизоотии, эпидемии, эпифитотии
28. Последствия техногенного воздействия на биосферу
29. Воздействие производственных вибрации и шума на организм человека
30. Законодательное и нормативно-правовое обеспечение безопасности жизнедеятельности
31. Информационно- психологическая безопасность
32. Основные угрозы экономической безопасности РФ
33. Психологические свойства личности и воздействие различных видов трудовой деятельности на исполнителей

Приложение 1

Перечень чрезвычайных ситуаций, подлежащих государственному статистическому учету

Наименование источника ЧС	Код ЧС
I. Техногенные чрезвычайные ситуации	10000
1.1. Транспортные аварии (катастрофы)	10100
1.1.1. Аварии грузовых поездов	10101
1.1.2. Аварии пассажирских поездов и поездов метрополитена	10102
1.1.3. Аварии грузовых судов и флота рыбной промышленности	10103
1.1.4 Аварии (катастрофы) пассажирских судов	10104
1.1.5. Авиационные катастрофы в аэропортах и населенных пунктах	10105
1.1.6. Авиационные катастрофы вне аэропортов и населенных пунктов	10106
1.1.7 Аварии (катастрофы) на автодорогах (крупные автомобильные катастрофы)	10107
1.1.8. Аварии транспорта на мостах, в тоннелях, горных выработках, на железнодорожных переездах.	10108
1.1.9. Аварии на магистральных трубопроводах	10109
1.1.10. Аварии на внутрипромысловых нефтепроводах	10110
1.1.11. Аварии с плавучими буровыми установками и буровыми судами	10111
1.2. Пожары и взрывы (с возможным последующим горением)	10200
1.2.1. Пожары (взрывы) в зданиях, на коммуникациях и технологическом оборудовании промышленных объектов	10201
1.2.2. Пожары (взрывы) на объектах добычи, переработки и хранения легковоспламеняющихся, горючих и взрывчатых веществ.	10202
1.2.3. Пожары (взрывы) на транспорте и судах рыбной промышленности	10203
1.2.4. Пожары (взрывы) в шахтах, подземных и горных выработках, метрополитенах.	10204
1.2.5. Пожары (взрывы) в зданиях и сооружениях жилого, социально-бытового, культурного назначения.	10205
1.2.6. Обнаружение неразорвавшихся боеприпасов	10206
1.2.7. Обнаружение, утрата взрывчатых веществ (боеприпасов)	10207
1.2.8. Пожары (взрывы) на магистральных газонефтепродуктопроводах	10208

1.3. Аварии с выбросом (угрозой выброса (аварийно химически опасных веществ (АХОВ)	10300
1.3.1. Аварии с выбросом (угрозой выброса) АХОВ при их производстве, переработке или хранении (захоронении)	10301
1.3.2. Аварии на транспорте с выбросом (угрозой выброса) АХОВ	10302
1.3.3. Образование и распространение АХОВ в процессе химических реакций, начавшихся в результате аварии	10303
1.3.4. Аварии с боевыми отравляющими веществами	10304
1.3.5. Обнаружение (утрата) источников АХОВ	10305
1.3.6. Внезапные выбросы метана, углекислого газа и других ядовитых веществ и газов	10306
1.3.7. Выбросы на нефтяных и газовых месторождениях (открытые фонтаны нефти и газа)	10307
1.4. Аварии с выбросом (угрозой выброса) радиоактивных веществ (РВ)	10400
1.4.1. Аварии на АЭС, атомных энергетических установках производственного и научно-исследовательского назначения с выбросом (угрозой выброса) РВ	10401
1.4.2. Аварии с выбросом (угрозой выброса) РВ на предприятиях ядерно-топливного цикла	10402
1.4.3. Аварии транспортных средств и космических аппаратов с ядерными установками или грузом РВ на борту	10403
1.4.4. Аварии при промышленных и испытательных ядерных взрывах с выбросом (угрозой выброса) РВ	10404
1.4.5. Аварии с ядерными боеприпасами в местах их хранения, эксплуатации, уничтожения или при транспортировке.	10405
1.4.6. Обнаружение (утрата) источников ионизирующих излучений	10406
1.5.Аварии с выбросом (угрозой выброса) опасных биологических веществ (ОБВ)	10500
1.5.1. Аварии с выбросом (угрозой выброса) ОБВ на предприятиях и в научно-исследовательских учреждениях (лабораториях)	10501
1.5.2. Аварии на транспорте с выбросом (угрозой выброса) ОБВ	10502
1.5.3. Обнаружение (утрата) ОБВ	10503
1.6. Внезапное обрушение зданий, сооружений, пород	10600
1.6.1.Обрушение элементов транспортных коммуникаций	10601
1.6.2. Обрушение производственных зданий и сооружений	10602
1.6.3. Обрушение зданий и сооружений жилого, социально-бытового и культурного назначения	10603
1.6.4. Обрушение пород и полезных ископаемых в горных выработках, включая карьеры.	10604

1.6.5. Авария на подземном сооружении	10605
1.7. Аварии в электроэнергетических системах	10700
1.7.1. Аварии на автономных электростанциях с долговременным перерывом электроснабжения потребителей	10701
1.7.2. Аварии в электроэнергетических системах (сетях) с долговременным перерывом электроснабжения основных потребителей или обширных территорий	10702
1.7.3. Выход из строя транспортных электрических контактных сетей	10703
1.8. Аварии на коммунальных системах жизнеобеспечения	10800
1.8.1. Аварии на канализационных системах с массовым выбросом загрязняющих веществ	10801
1.8.2. Аварии в системах снабжения населения питьевой водой	10802
1.8.3. Аварии на тепловых сетях (системах горячего водоснабжения) в холодное время года	10803
1.8.4. Аварии на коммунальных газопроводах	10804
1.9. Аварии на очистных сооружениях	10900
1.9.1. Аварии на очистных сооружениях сточных вод промышленных предприятий с массовым выбросом загрязняющих веществ	10901
1.9.2. Аварии на промышленных установках по очистке газов (массовый выброс загрязняющих веществ)	10902
1.10. Гидродинамические аварии	11000
1.10.1. Прорывы плотин (дамб, шлюзов, перемычек, др) с образованием волн прорыва и катастрофических затоплений	11001
1.10.2. Прорывы плотин (дамб, шлюзов, перемычек и др) с образованием прорывного паводка	11002
1.10.3. Прорывы плотин (дамб, шлюзов, перемычек и др), повлекшие смыв плодородных почв или отложение наносов на обширных территориях	11003
1.10.4. Прорывы плывунов, пульпы и глинистой массы, а также затопление водой действующих горных выработок при разработке полезных ископаемых	11004
1.10.5. Размыв береговой полосы штормовыми нагонами	11005
2. Природные чрезвычайные ситуации	20000
2.1. Опасные геофизические явления	20100
2.1.1. Землетрясения	20101
2.1.2. Извержения вулканов	20102
2.2. Опасные геологические явления	20103
2.2.1. Оползни	20201
2.2.2. Сели	20202
2.2.3. Обвалы, осыпи	20203
2.2.4. Склоновой смыв	20204

2.2.5. Просадка лессовых пород	20205
2.2.6. Каретовая просадка (провал) земной поверхности	20206
2.2.7. Абразия, эрозия	20207
2.2.8. Лурумы	20208
2.2.9. Повышение уровня грунтовых вод	20209
2.3. Опасные метеорологические (агрометеорологические) явления	20300
2.3.1. Бури (9-11 баллов)	20301
2.3.2. Ураганы (12-15 баллов)	20302
2.3.3. Смерчи, торнадо	20303
2.3.4. Шквалы	20304
2.3.5. Вертикальные вихри	20305
2.3.6. Крупный град	20306
2.3.7. Сильный дождь (ливень)	20307
2.3.8. Сильный снегопад	20308
2.3.9. Сильный гололед	20309
2.3.10. Сильный мороз	20310
2.3.11. Сильная метель	20311
2.3.12. Сильная жара	20312
2.3.13. Сильный туман	20313
2.3.14. Засуха	20314
2.3.15. Суховей	20315
2.3.16. Заморозки	20316
2.3.17. Лавины	20317
2.3.18. Пыльные бури	20318
2.4. Морские опасные гидрологические явления	20400
2.4.1. Тропические циклоны (тайфуны)	20401
2.4.2. Цунами	20402
2.4.3. Сильное волнение (5 баллов и более)	20403
2.4.4. Сильное колебание уровня моря	20404
2.4.5. Сильный тягун в портах	20405
2.4.6. Ранний ледяной покров и припай	20406
2.4.7. Напор льдов, интенсивный дрейф льдов	20407
2.4.8. Непроходимый (труднопроходимый) лед	20408
2.4.9. Обледенение судов и портовых сооружений	20409
2.4.10. Отрыв прибрежных льдов	20410
2.4.11. Затиранье плавсредств и их гибель напором льда	20411
2.5. Опасные гидрологические явления	20500
2.5.1. Высокие уровни воды (наводнения, половодье, дождевые паводки, заторы, ветровые нагоны)	20501
2.5.2. Низкие уровни вод	20502
2.5.3. Ранний ледостав	20503
2.6. Природные пожары	20600

2.6.1. Лесные пожары	20601
2.6.2. Пожары степных и хлебных массивов	20602
2.6.3. Торфяные пожары	20603
2.6.4. Подземные пожары горючих ископаемых	20604
3. Биолого-социальные чрезвычайные ситуации	30000
3.1. Инфекционная заболеваемость людей	30100
3.1.1. Единичные случаи экзотических и особо опасных инфекционных заболеваний	30101
3.1.2. Групповые случаи опасных инфекционных заболеваний	30102
3.1.3. Эпидемическая вспышка особо опасных инфекционных заболеваний	30103
3.1.4. Эпидемия	30104
3.1.5. Пандемия	30105
3.1.6. Инфекционные заболевания людей невыявленной этиологии	30106
3.2. Инфекционная заболеваемость сельскохозяйственных животных	30200
3.2.1. Единичные случаи экзотических и особо опасных инфекционных заболеваний	30201
3.2.2. Энзоотия	30202
3.2.3. Эпизоотии	30203
3.2.4. Панзоотии	30204
3.2.5. Инфекционные заболевания сельскохозяйственных животных и водных организмов (гидробионтов) невыявленной этиологии	30205
3.2.6. Инфекционные заболевания водных животных и гидробионтов	30206
3.3. Поражение сельскохозяйственных растений болезнями и вредителями	30300
3.3.1. Прогрессирующая эпифитотия	30301
3.3.2. Панфитотия	30302
3.3.3. Болезни сельскохозяйственных растений невыявленной этиологии	30303
3.3.4. Массовое распространение вредителей растений	30304

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой,



Д.Ф. Шулиманов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

по дисциплине

ФИЗИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА И СПОРТ

Направление подготовки

21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 2

***Поиски и разведка подземных вод
и инженерно-геологические изыскания***

Автор: Шулиманов Д.Ф.

Одобен на заседании кафедры

Физической культуры

(название кафедры)

Протокол № 8 от 03.03.2020

(Дата)

Екатеринбург
2020

Содержание

Цели и задачи дисциплины	3
Место дисциплины в структуре основной образовательной программы	3
Требования к оформлению контрольной работы	3
Содержание контрольной работы.....	3
Выполнение работы над ошибками.....	9
Критерии оценивания контрольной работы	9
Образец титульного листа	10

1. Цели и задачи дисциплины

Цель: формирование физической культуры личности и способности направленного использования разнообразных средств физической культуры, спорта и туризма для сохранения и укрепления здоровья, психофизической подготовки и самоподготовки к будущей жизни и профессиональной деятельности.

Задачи:

- формирование осознания социальной значимости физической культуры и её роли в развитии личности и подготовке к профессиональной деятельности;
- изучение научно-биологических, педагогических и практических основ физической культуры и здорового образа жизни;
- формирование мотивационно-ценностного отношения к физической культуре, установки на здоровый стиль жизни, физическое совершенствование и самовоспитание привычки к регулярным занятиям физическими упражнениями и спортом;

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Дисциплина «Физическая культура и спорт» относится к разделу «Блок 1. Базовая часть».

3. Требования к оформлению контрольной работы

Контрольные задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, номер контрольной работы и фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Контрольные задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в контрольной работе.

Выполненную контрольную работу необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если контрольная работа выполнена без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «физическая культура и спорт» представлен 1 вариант контрольной работы.

Содержание контрольной работы

№ п/п	Вопросы	Варианты ответов
1	Физическая культура представляет собой:	А) учебный предмет в школе Б) выполнение физических упражнений В) процесс совершенствования возможностей человека Г) часть общей культуры общества
2	Физическая подготовленность, приобретаемая в процессе физической подготовки к трудовой или иной деятельности, характеризуется:	А) высокой устойчивостью к стрессовым ситуациям, воздействию неблагоприятных условий внешней среды и различным заболеваниям Б) уровнем работоспособности и запасом двигательных умений и навыков В) хорошим развитием систем дыхания, кровообращения, достаточным запасом надежности, эффективности и экономичности Г) высокими результатами в учебной, трудовой и спортивной деятельности
3	Под физическим развитием понимается:	А) процесс изменения морфофункциональных свойств организма на протяжении жизни Б) размеры мускулатуры, формы тела, функциональные возможности дыхания и

		кровообращения, физическая работоспособность В) процесс совершенствования физических качеств при выполнении физических упражнений Г) уровень, обусловленный наследственностью и регулярностью занятий физической культурой и спортом
4	Физическая культура ориентирована на совершенствование	А) физических и психических качеств людей Б) техники двигательных действий В) работоспособности человека Г) природных физических свойств человека
5	Отличительным признаком физической культуры является:	А) развитие физических качеств и обучение двигательным действиям Б) физическое совершенство В) выполнение физических упражнений Г) занятия в форме уроков
6	В иерархии принципов в системе физического воспитания принцип всестороннего развития личности следует отнести к:	А) общим социальным принципам воспитательной стратегии общества Б) общим принципам образования и воспитания В) принципам, регламентирующим процесс физического воспитания Г) принципам обучения
7	Физическими упражнениями называются:	А) двигательные действия, с помощью которых развивают физические качества и укрепляют здоровье Б) двигательные действия, дозируемые по величине нагрузки и продолжительности выполнения В) движения, выполняемые на уроках физической культуры и во время утренней гимнастики Г) формы двигательных действий, способствующие решению задач физического воспитания
8	Нагрузка физических упражнений характеризуется:	А) подготовленностью занимающихся в соответствии с их возрастом, состоянием здоровья, самочувствием во время занятия Б) величиной их воздействия на организм В) временем и количеством повторений двигательных действий Г) напряжением отдельных мышечных групп
9	Величина нагрузки физических упражнений обусловлена:	А) сочетанием объема и интенсивности двигательных действий Б) степенью преодолеваемых при их выполнении трудностей В) утомлением, возникающим при их выполнении Г) частотой сердечных сокращений
10	Если ЧСС после выполнения упражнения восстанавливается за 60 сек до уровня, который был в начале урока, то это свидетельствует о том, что нагрузка	А) мала и ее следует увеличить Б) переносится организмом относительно легко В) достаточно большая и ее можно повторить Г) чрезмерная и ее нужно уменьшить
11	Интенсивность выполнения упражнений можно определить по ЧСС. Укажите, какую частоту пульса вызывает большая интенсивность упражнений	А) 120-130 уд/мин Б) 130-140 уд/мин В) 140-150 уд/мин Г) свыше 150 уд/мин
12	Регулярные занятия физическими упражнениями способствуют повышению работоспособности, потому что:	А) во время занятий выполняются двигательные действия, содействующие развитию силы и выносливости Б) достигаемое при этом утомление активизирует процессы восстановления и адаптации В) в результате повышается эффективность и

		экономичность дыхания и кровообращения. Г) человек, занимающийся физическими упражнениями, способен выполнить большой объем физической работы за отведенный отрезок времени.
13	Что понимают под закаливанием:	А) купание в холодной воде и хождение босиком Б) приспособление организма к воздействию внешней среды В) сочетание воздушных и солнечных ванн с гимнастикой и подвижными играми Г) укрепление здоровья
14	Во время индивидуальных занятий закаливающими процедурами следует соблюдать ряд правил. Укажите, какой из перечисленных ниже рекомендаций придерживаться не стоит:	А) чем ниже температура воздуха, тем интенсивней надо выполнять упражнение, т.к. нельзя допускать переохлаждения Б) чем выше температура воздуха, тем короче должны быть занятия, т.к. нельзя допускать перегревания организма В) не рекомендуется тренироваться при активном солнечном излучении Г) после занятия надо принять холодный душ
15	Правильное дыхание характеризуется:	А) более продолжительным выдохом Б) более продолжительным вдохом В) вдохом через нос и выдохом через рот Г) равной продолжительностью вдоха и выдоха
16	При выполнении упражнений вдох не следует делать во время:	А) вращений и поворотов тела Б) наклонах туловища назад В) возвращение в исходное положение после наклона Г) дыхание во время упражнений должно быть свободным, рекомендации относительно времени вдоха и выдоха не нужны
17	Что называется осанкой?	А) качество позвоночника, обеспечивающее хорошее самочувствие и настроение Б) пружинные характеристики позвоночника и стоп В) привычная поза человека в вертикальном положении Г) силуэт человека
18	Правильной осанкой можно считать, если вы, стоя у стены, касаетесь ее:	А) затылком, ягодицами, пятками Б) лопатками, ягодицами, пятками В) затылком, спиной, пятками Г) затылком, лопатками, ягодицами, пятками
19	Соблюдение режима дня способствует укреплению здоровья, потому, что:	А) он обеспечивает ритмичность работы организма Б) он позволяет правильно планировать дела в течение дня В) распределение основных дел осуществляется более или менее стандартно в течение каждого дня Г) он позволяет избегать неоправданных физических напряжений
20	Замена одних видов деятельности другими, регулируема режимом дня, позволяет поддерживать работоспособность в течение дня, потому что:	А) это положительно сказывается на физическом и психическом состоянии человека Б) снимает утомление нервных клеток организма В) ритмическое чередование работы с отдыхом предупреждает возникновение перенапряжения Г) притупляется чувство общей усталости и повышает тонус организма

21	Систематические и грамотно организованные занятия физическими упражнениями укрепляют здоровье, так как	А) хорошая циркуляция крови во время упражнений обеспечивает поступление питательных веществ к органам и системам организма Б) повышается возможность дыхательной системы, благодаря чему в организм поступает большее количество кислорода, необходимого для образования энергии В) занятия способствуют повышению резервных возможностей организма Г) при достаточном энергообеспечении организм легче противостоит простудным и инфекционным заболеваниям
22	Почему на уроках физической культуры выделяют подготовительную, основную и заключительную части?	А) так учителю удобнее распределять различные по характеру упражнения Б) это обусловлено необходимостью управлять динамикой работоспособности занимающихся. В) выделение частей в уроке требует Министерства образования России Г) потому, что перед уроком, как правило, ставятся задачи, и каждая часть урока предназначена для решения одной из них
23	Укажите, в какой последовательности должны выполняться в комплексе утренней гимнастикой перечисленные упражнения: 1. Дыхательные. 2. На укрепление мышц и повышение гибкости. 3. Потягивания. 4 бег с переходом на ходьбу. 5. Ходьба с постепенным повышением частоты шагов. 6. Прыжки. 7. Поочередное напряжение и расслабление мышц. 8. Бег в спокойном темпе.	А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 Б) 7, 5, 8, 6, 2, 3, 2, 1, 4 В) 3, 7, 5, 8, 1, 2, 6, 4 Г) 3, 1, 2, 4, 7, 6, 8, 4
24	Под силой как физическим качеством понимается:	А) способность поднимать тяжелые предметы Б) свойство человека противодействовать внешним силам за счет мышечных напряжений В) свойство человека воздействовать на внешние силы за счет внешних сопротивлений Г) комплекс свойств организма, позволяющих преодолевать внешнее сопротивление либо противодействовать ему.
25	Выберите правильное распределение перечисленных ниже упражнений в занятии по общей физической подготовке. 1. Ходьба или спокойный бег в чередовании с дыхательными упражнениями. 2. Упражнения, постепенно включающие в работу все большее количество мышечных групп. 3. Упражнения на развитие выносливости. 4. Упражнения на развитие быстроты и гибкости. 5. упражнения на развитие силы. 6. Дыхательные упражнения.	А) 1, 2, 5, 4, 3, 6 Б) 6, 2, 3, 1, 4, 5 В) 2, 6, 4, 5, 3, 1 Г) 2, 1, 3, 4, 5, 6
26	Основная часть урока по общей физической подготовке отводится развитию физических качеств. Укажите, какая последовательность воздействий на физические качества наиболее эффективна. 1. Выносливость. 2. Гибкость. 3. быстрота. 4. Сила.	А) 1, 2, 3, 4 Б) 2, 3, 1, 4 В) 3, 2, 4, 1 Г) 4, 2, 3, 1

27	Какие упражнения неэффективны при формировании телосложения	А) упражнения, способствующие увеличению мышечной массы Б) упражнения, способствующие снижению массы тела В) упражнения, объединенные в форме круговой тренировки Г) упражнения, способствующие повышению быстроты движений
28	И для увеличения мышечной массы, и для снижения веса тела можно применять упражнения с отягощением. Но при составлении комплексов упражнений для увеличения мышечной массы рекомендуется:	А) полностью проработать одну группу мышц и только затем переходит к упражнениям, нагружающим другую группу мышц Б) чередовать серии упражнений, включающие в работу разные мышечные группы В) использовать упражнения с относительно небольшим отягощением и большим количеством повторений Г) планировать большое количество подходов и ограничивать количество повторений в одном подходе
29	Под быстротой как физическим качеством понимается:	А) комплекс свойств, позволяющих передвигаться с большой скоростью Б) комплекс свойств, позволяющий выполнять работу в минимальный отрезок времени В) способность быстро набирать скорость Г) комплекс свойств, позволяющий быстро реагировать на сигналы и выполнять движения с большой частотой
30	Для развития быстроты используют:	А) подвижные и спортивные игры Б) упражнения в беге с максимальной скоростью на короткие дистанции В) упражнения на быстроту реакции и частоту движений Г) двигательные действия, выполняемые с максимальной скоростью
31	Лучшие условия для развития быстроты реакции создаются во время:	А) подвижных и спортивных игр Б) челночного бега В) прыжков в высоту Г) метаний
32	Под гибкостью как физическим качеством понимается:	А) комплекс морфофункциональных свойств опорно-двигательного аппарата, определяющий глубину наклона Б) способность выполнять упражнения с большой амплитудой за счет мышечных сокращений. В) комплекс свойств двигательного аппарата, определяющих подвижность его звеньев Г) эластичность мышц и связок
33	Как дозируются упражнения на развитие гибкости, т.е. сколько движений следует делать в одной серии:	А) Упражнение выполняется до тех пор, пока не начнет уменьшаться амплитуда движений Б) выполняются 12-16 циклов движения В) упражнения выполняются до появления пота Г) упражнения выполняются до появления болевых ощущений
34	Для повышения скорости бега в самостоятельном занятии после разминки рекомендуется выполнять перечисленные ниже упражнения.	А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Б) 7, 5, 4, 3, 2, 6, 1 В) 2, 1, 3, 7, 4, 5, 6 Г) 3, 6, 2, 7, 5, 4, 1

	Укажите их целесообразную последовательность: 1. Дыхательные упражнения. 2. Легкий продолжительный бег. 3. Прыжковые упражнения с отягощением и без них. 4. дыхательные упражнения в интервалах отдыха. 5. Повторный бег на короткие дистанции. 6.Ходьба. 7. Упражнения на частоту движений.	
35	При развитии гибкости следует стремиться	А) гармоничному увеличению подвижности в основных суставах Б) достижению максимальной амплитуды движений в основных суставах В) оптимальной амплитуде движений в плечевом, тазобедренном, коленном суставах Г) восстановлению нормальной амплитуды движений суставов
36	Под выносливостью как физическим качеством понимается:	А) комплекс свойств, обуславливающий возможность выполнять разнообразные физические нагрузки Б) комплекс свойств, определяющих способность противостоять утомлению В) способность длительно совершать физическую работу, практически не утомляясь Г) способность сохранять заданные параметры работы
37	Выносливость человека не зависит от:	А) функциональных возможностей систем энергообеспечения Б) быстроты двигательной реакции В) настойчивости, выдержки, мужественности, умения терпеть Г) силы мышц
38	При развитии выносливости не применяются упражнения, характерными признаками которых являются:	А) максимальная активность систем энергообеспечения Б) умеренная интенсивность В) максимальная интенсивность Г) активная работа большинства звеньев опорно-двигательного аппарата
39	Техникой физических упражнений принято называть	А) способ целесообразного решения двигательной задачи Б) способ организации движений при выполнении упражнений В) состав и последовательность движений при выполнении упражнений Г) рациональную организацию двигательных действий
40	При анализе техники принято выделять основу, ведущее звено и детали техники. Что понимают под основой (ведущим звеном и деталями техники).	А) набор элементов, характеризующий индивидуальные особенности выполнения целостного двигательного действия Б) состав и последовательность элементов, входящих в двигательное действие В) совокупность элементов, необходимых для решения двигательной задачи Г) наиболее важная часть определенного способа решения двигательной задачи
41	В процессе обучения двигательным действиям используют методы целостного или расчлененного	А) возможности расчленения двигательного действия на относительно самостоятельные элементы Б) сложности основы техники

	упражнения. Выбор метода зависит от	В) количества элементов, составляющих двигательное действие Г) предпочтения учителя
42	Процесс обучения двигательному действию рекомендуется начинать с освоения	А) основы техники Б) ведущего звена техники В) подводящих упражнений Г) исходного положения
43	Физкультминутку, как одну из форм занятий физическими упражнениями следует отнести к:	А) урочным формам занятий физическими упражнениями Б) «малым» неурочным формам В) «крупным» неурочным формам Г) соревновательным формам
44	Какой раздел комплексной программы по физическому воспитанию для общеобразовательных школ не является типовым?	А) уроки физической культуры Б) внеклассная работа В) физкультурно-массовые и спортивные мероприятия Г) содержание и организация педагогической практики
45	Измерение ЧСС сразу после пробега отрезка дистанции следует отнести к одному из видов контроля:	А) оперативному Б) текущему В) предварительному Г) итоговому

Проблемные и сложные вопросы, возникающие в процессе изучения курса и выполнения контрольной работы, необходимо решать с преподавателем на консультациях.

Выполнению контрольной работы должно предшествовать самостоятельное изучение студентом рекомендованной литературы.

Студент получает проверенную контрольную работу с исправлениями в тексте и замечаниями. В конце работы выставляется оценка «зачтено», «не зачтено». Работа с оценкой «не зачтено» должна быть доработана и представлена на повторную проверку.

Выполнение работы над ошибками

При получении проверенной контрольной работы необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данной контрольной работы. Контрольные работы являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

Критерии оценивания контрольной работы

Оценка за контрольную работу определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 2 балл. Максимум 90 баллов.

Результат контрольной работы

Контрольная работа оценивается на «зачтено», «не зачтено»:

46-90 балла (50-100%) - оценка «зачтено»;

0-44 балла (0-49%) - оценка «не зачтено»;

Образец оформления титульного листа



**Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»**

Кафедра физической культуры

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

**по дисциплине
ФИЗИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА И СПОРТ**

Выполнил: Иванов Иван Иванович
Группа _____

Преподаватель: Петров Петр Петрович

**Екатеринбург
2018**

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по учебно-методическому комплексу

С.А. Упоров



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

ФИЗИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА И СПОРТ

Направление подготовки

21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 2

**Поиски и разведка подземных вод
и инженерно-геологические изыскания**

Автор: Шулиманов Д.Ф.

Одобрены на заседании кафедры

Физической культуры

(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
Шулиманов Д.Ф.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 8 от 03.03.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики

(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Содержание

Цели и задачи дисциплины	3
Место дисциплины в структуре основной образовательной программы	3
Требования к оформлению теста	3
Содержание теста.....	3
Содержание опроса.....	9
Выполнение работы над ошибками.....	11

Цели и задачи дисциплины

Цель: формирование физической культуры личности и способности направленного использования разнообразных средств физической культуры, спорта и туризма для сохранения и укрепления здоровья, психофизической подготовки и самоподготовки к будущей жизни и профессиональной деятельности.

Задачи:

- формирование осознания социальной значимости физической культуры и её роли в развитии личности и подготовке к профессиональной деятельности;
- изучение научно-биологических, педагогических и практических основ физической культуры и здорового образа жизни;
- формирование мотивационно-ценностного отношения к физической культуре, установки на здоровый стиль жизни, физическое совершенствование и самовоспитание привычки к регулярным занятиям физическими упражнениями и спортом;

Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Дисциплина «Физическая культура и спорт» относится к разделу «Блок 1. Базовая часть».

Требования к оформлению теста

Задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в тесте.

Выполненный тест необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если тест выполнен без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «физическая культура и спорт» представлен, тест, вопросы для проведения опроса.

Содержание теста

№ п/п	Вопросы	Варианты ответов
1	Физическая культура представляет собой:	А) учебный предмет в школе Б) выполнение физических упражнений В) процесс совершенствования возможностей человека Г) часть общей культуры общества
2	Физическая подготовленность, приобретаемая в процессе физической подготовки к трудовой или иной деятельности, характеризуется:	А) высокой устойчивостью к стрессовым ситуациям, воздействию неблагоприятных условий внешней среды и различным заболеваниям Б) уровнем работоспособности и запасом двигательных умений и навыков В) хорошим развитием систем дыхания, кровообращения, достаточным запасом надежности, эффективности и экономичности Г) высокими результатами в учебной, трудовой и спортивной деятельности
3	Под физическим развитием понимается:	А) процесс изменения морфофункциональных свойств организма на протяжении жизни Б) размеры мускулатуры, формы тела, функциональные возможности дыхания и кровообращения, физическая работоспособность

		В) процесс совершенствования физических качеств при выполнении физических упражнений Г) уровень, обусловленный наследственностью и регулярностью занятий физической культурой и спортом
4	Физическая культура ориентирована на совершенствование	А) физических и психических качеств людей Б) техники двигательных действий В) работоспособности человека Г) природных физических свойств человека
5	Отличительным признаком физической культуры является:	А) развитие физических качеств и обучение двигательным действиям Б) физическое совершенство В) выполнение физических упражнений Г) занятия в форме уроков
6	В иерархии принципов в системе физического воспитания принцип всестороннего развития личности следует отнести к:	А) общим социальным принципам воспитательной стратегии общества Б) общим принципам образования и воспитания В) принципам, регламентирующим процесс физического воспитания Г) принципам обучения
7	Физическими упражнениями называются:	А) двигательные действия, с помощью которых развивают физические качества и укрепляют здоровье Б) двигательные действия, дозируемые по величине нагрузки и продолжительности выполнения В) движения, выполняемые на уроках физической культуры и во время утренней гимнастики Г) формы двигательных действий, способствующие решению задач физического воспитания
8	Нагрузка физических упражнений характеризуется:	А) подготовленностью занимающихся в соответствии с их возрастом, состоянием здоровья, самочувствием во время занятия Б) величиной их воздействия на организм В) временем и количеством повторений двигательных действий Г) напряжением отдельных мышечных групп
9	Величина нагрузки физических упражнений обусловлена:	А) сочетанием объема и интенсивности двигательных действий Б) степенью преодолеваемых при их выполнении трудностей В) утомлением, возникающим при их выполнении Г) частотой сердечных сокращений
10	Если ЧСС после выполнения упражнения восстанавливается за 60 сек до уровня, который был в начале урока, то это свидетельствует о том, что нагрузка	А) мала и ее следует увеличить Б) переносится организмом относительно легко В) достаточно большая и ее можно повторить Г) чрезмерная и ее нужно уменьшить
11	Интенсивность выполнения упражнений можно определить по ЧСС. Укажите, какую частоту пульса вызывает большая интенсивность упражнений	А) 120-130 уд/мин Б) 130-140 уд/мин В) 140-150 уд/мин Г) свыше 150 уд/мин
12	Регулярные занятия физическими упражнениями способствуют повышению работоспособности, потому что:	А) во время занятий выполняются двигательные действия, содействующие развитию силы и выносливости Б) достигаемое при этом утомление активизирует процессы восстановления и адаптации В) в результате повышается эффективность и экономичность дыхания и кровообращения.

		Г) человек, занимающийся физическими упражнениями, способен выполнить большой объем физической работы за отведенный отрезок времени.
13	Что понимают под закаливанием:	А) купание в холодной воде и хождение босиком Б) приспособление организма к воздействию внешней среды В) сочетание воздушных и солнечных ванн с гимнастикой и подвижными играми Г) укрепление здоровья
14	Во время индивидуальных занятий закаливающими процедурами следует соблюдать ряд правил. Укажите, какой из перечисленных ниже рекомендаций придерживаться не стоит:	А) чем ниже температура воздуха, тем интенсивней надо выполнять упражнение, т.к. нельзя допускать переохлаждения Б) чем выше температура воздуха, тем короче должны быть занятия, т.к. нельзя допускать перегревания организма В) не рекомендуется тренироваться при активном солнечном излучении Г) после занятия надо принять холодный душ
15	Правильное дыхание характеризуется:	А) более продолжительным выдохом Б) более продолжительным вдохом В) вдохом через нос и выдохом через рот Г) равной продолжительностью вдоха и выдоха
16	При выполнении упражнений вдох не следует делать во время:	А) вращений и поворотов тела Б) наклонах туловища назад В) возвращение в исходное положение после наклона Г) дыхание во время упражнений должно быть свободным, рекомендации относительно времени вдоха и выдоха не нужны
17	Что называется осанкой?	А) качество позвоночника, обеспечивающее хорошее самочувствие и настроение Б) пружинные характеристики позвоночника и стоп В) привычная поза человека в вертикальном положении Г) силуэт человека
18	Правильной осанкой можно считать, если вы, стоя у стены, касаетесь ее:	А) затылком, ягодицами, пятками Б) лопатками, ягодицами, пятками В) затылком, спиной, пятками Г) затылком, лопатками, ягодицами, пятками
19	Соблюдение режима дня способствует укреплению здоровья, потому, что:	А) он обеспечивает ритмичность работы организма Б) он позволяет правильно планировать дела в течение дня В) распределение основных дел осуществляется более или менее стандартно в течение каждого дня Г) он позволяет избегать неоправданных физических напряжений
20	Замена одних видов деятельности другими, регулируема режимом дня, позволяет поддерживать работоспособность в течение дня, потому что:	А) это положительно сказывается на физическом и психическом состоянии человека Б) снимает утомление нервных клеток организма В) ритмическое чередование работы с отдыхом предупреждает возникновение перенапряжения Г) притупляется чувство общей усталости и повышает тонус организма
21	Систематические и грамотно	А) хорошая циркуляция крови во время упражнений

	организованные занятия физическими упражнениями укрепляют здоровье, так как	обеспечивает поступление питательных веществ к органам и системам организма Б) повышается возможность дыхательной системы, благодаря чему в организм поступает большее количество кислорода, необходимого для образования энергии В) занятия способствуют повышению резервных возможностей организма Г) при достаточном энергообеспечении организм легче противостоит простудным и инфекционным заболеваниям
22	Почему на уроках физической культуры выделяют подготовительную, основную и заключительную части?	А) так учителю удобнее распределять различные по характеру упражнения Б) это обусловлено необходимостью управлять динамикой работоспособности занимающихся. В) выделение частей в уроке требует Министерство образования России Г) потому, что перед уроком, как правило, ставятся задачи, и каждая часть урока предназначена для решения одной из них
23	Укажите, в какой последовательности должны выполняться в комплексе утренней гимнастикой перечисленные упражнения: 1. Дыхательные. 2. На укрепление мышц и повышение гибкости. 3. Потягивания. 4 бег с переходом на ходьбу. 5. Ходьба с постепенным повышением частоты шагов. 6. Прыжки. 7. Поочередное напряжение и расслабление мышц. 8. Бег в спокойном темпе.	А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 Б) 7, 5, 8, 6, 2, 3, 2, 1, 4 В) 3, 7, 5, 8, 1, 2, 6, 4 Г) 3, 1, 2, 4, 7, 6, 8, 4
24	Под силой как физическим качеством понимается:	А) способность поднимать тяжелые предметы Б) свойство человека противодействовать внешним силам за счет мышечных напряжений В) свойство человека воздействовать на внешние силы за счет внешних сопротивлений Г) комплекс свойств организма, позволяющих преодолевать внешнее сопротивление либо противодействовать ему.
25	Выберите правильное распределение перечисленных ниже упражнений в занятии по общей физической подготовке. 1. Ходьба или спокойный бег в чередовании с дыхательными упражнениями. 2. Упражнения, постепенно включающие в работу все большее количество мышечных групп. 3. Упражнения на развитие выносливости. 4. Упражнения на развитие быстроты и гибкости. 5. упражнения на развитие силы. 6. Дыхательные упражнения.	А) 1, 2, 5, 4, 3, 6 Б) 6, 2, 3, 1, 4, 5 В) 2, 6, 4, 5, 3, 1 Г) 2, 1, 3, 4, 5, 6
26	Основная часть урока по общей физической подготовке отводится развитию физических качеств. Укажите, какая последовательность воздействий на физические качества наиболее эффективна. 1. Выносливость. 2. Гибкость. 3. быстрота. 4. Сила.	А) 1, 2, 3, 4 Б) 2, 3, 1, 4 В) 3, 2, 4, 1 Г) 4, 2, 3, 1

27	Какие упражнения неэффективны при формировании телосложения	А) упражнения, способствующие увеличению мышечной массы Б) упражнения, способствующие снижению массы тела В) упражнения, объединенные в форме круговой тренировки Г) упражнения, способствующие повышению быстроты движений
28	И для увеличения мышечной массы, и для снижения веса тела можно применять упражнения с отягощением. Но при составлении комплексов упражнений для увеличения мышечной массы рекомендуется:	А) полностью проработать одну группу мышц и только затем переходить к упражнениям, нагружающим другую группу мышц Б) чередовать серии упражнений, включающие в работу разные мышечные группы В) использовать упражнения с относительно небольшим отягощением и большим количеством повторений Г) планировать большое количество подходов и ограничивать количество повторений в одном подходе
29	Под быстротой как физическим качеством понимается:	А) комплекс свойств, позволяющих передвигаться с большой скоростью Б) комплекс свойств, позволяющий выполнять работу в минимальный отрезок времени В) способность быстро набирать скорость Г) комплекс свойств, позволяющий быстро реагировать на сигналы и выполнять движения с большой частотой
30	Для развития быстроты используют:	А) подвижные и спортивные игры Б) упражнения в беге с максимальной скоростью на короткие дистанции В) упражнения на быстроту реакции и частоту движений Г) двигательные действия, выполняемые с максимальной скоростью
31	Лучшие условия для развития быстроты реакции создаются во время:	А) подвижных и спортивных игр Б) челночного бега В) прыжков в высоту Г) метаний
32	Под гибкостью как физическим качеством понимается:	А) комплекс морфофункциональных свойств опорно-двигательного аппарата, определяющий глубину наклона Б) способность выполнять упражнения с большой амплитудой за счет мышечных сокращений. В) комплекс свойств двигательного аппарата, определяющих подвижность его звеньев Г) эластичность мышц и связок
33	Как дозируются упражнения на развитие гибкости, т.е. сколько движений следует делать в одной серии:	А) Упражнение выполняется до тех пор, пока не начнет уменьшаться амплитуда движений Б) выполняются 12-16 циклов движения В) упражнения выполняются до появления пота Г) упражнения выполняются до появления болевых ощущений
34	Для повышения скорости бега в самостоятельном занятии после разминки рекомендуется выполнять перечисленные ниже упражнения. Укажите их целесообразную	А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Б) 7, 5, 4, 3, 2, 6, 1 В) 2, 1, 3, 7, 4, 5, 6 Г) 3, 6, 2, 7, 5, 4, 1

	последовательность: 1. Дыхательные упражнения. 2. Легкий продолжительный бег. 3. Прыжковые упражнения с отягощением и без них. 4. дыхательные упражнения в интервалах отдыха. 5. Повторный бег на короткие дистанции. 6. Ходьба. 7. Упражнения на частоту движений.	
35	При развитии гибкости следует стремиться	А) гармоничному увеличению подвижности в основных суставах Б) достижению максимальной амплитуды движений в основных суставах В) оптимальной амплитуде движений в плечевом, тазобедренном, коленном суставах Г) восстановлению нормальной амплитуды движений суставов
36	Под выносливостью как физическим качеством понимается:	А) комплекс свойств, обуславливающий возможность выполнять разнообразные физические нагрузки Б) комплекс свойств, определяющих способность противостоять утомлению В) способность длительно совершать физическую работу, практически не утомляясь Г) способность сохранять заданные параметры работы
37	Выносливость человека не зависит от:	А) функциональных возможностей систем энергообеспечения Б) быстроты двигательной реакции В) настойчивости, выдержки, мужественности, умения терпеть Г) силы мышц
38	При развитии выносливости не применяются упражнения, характерными признаками которых являются:	А) максимальная активность систем энергообеспечения Б) умеренная интенсивность В) максимальная интенсивность Г) активная работа большинства звеньев опорно-двигательного аппарата
39	Техникой физических упражнений принято называть	А) способ целесообразного решения двигательной задачи Б) способ организации движений при выполнении упражнений В) состав и последовательность движений при выполнении упражнений Г) рациональную организацию двигательных действий
40	При анализе техники принято выделять основу, ведущее звено и детали техники. Что понимают под основой (ведущим звеном и деталями техники).	А) набор элементов, характеризующий индивидуальные особенности выполнения целостного двигательного действия Б) состав и последовательность элементов, входящих в двигательное действие В) совокупность элементов, необходимых для решения двигательной задачи Г) наиболее важная часть определенного способа решения двигательной задачи
41	В процессе обучения двигательным действиям используют методы целостного или расчлененного упражнения. Выбор метода зависит от	А) возможности расчленения двигательного действия на относительно самостоятельные элементы Б) сложности основы техники В) количества элементов, составляющих двигательное

		действие Г) предпочтения учителя
42	Процесс обучения двигательному действию рекомендуется начинать с освоения	А) основы техники Б) ведущего звена техники В) подводящих упражнений Г) исходного положения
43	Физкультминутку, как одну из форм занятий физическими упражнениями следует отнести к:	А) урочным формам занятий физическими упражнениями Б) «малым» неурочным формам В) «крупным» неурочным формам Г) соревновательным формам
44	Какой раздел комплексной программы по физическому воспитанию для общеобразовательных школ не является типовым?	А) уроки физической культуры Б) внеклассная работа В) физкультурно-массовые и спортивные мероприятия Г) содержание и организация педагогической практики
45	Измерение ЧСС сразу после пробегания отрезка дистанции следует отнести к одному из видов контроля:	А) оперативному Б) текущему В) предварительному Г) итоговому

Критерии оценивания теста

Оценка за тест определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 2 балл. Максимум 90 баллов.

Результат теста

Тест оценивается на «зачтено», «не зачтено»:

46-90 балла (50-100%) - оценка «зачтено»;

0-44 балла (0-49%) - оценка «не зачтено»;

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ОПРОСА

1. Определение понятий в области физической культуры
2. Понятие «здоровье» и основные его компоненты
3. Факторы, определяющие здоровье человека.
4. Образ жизни и его составляющие.
5. Разумное чередование труда и отдыха, как компонент ЗОЖ.
6. Рациональное питание и ЗОЖ.
7. Отказ от вредных привычек и соблюдение правил личной и общественной гигиены.
8. Двигательная активность — как компонент ЗОЖ.
9. Выполнение мероприятий по закаливанию организма.
10. Физическое самовоспитание и самосовершенствование как необходимое условие реализации мероприятий ЗОЖ.
11. Врачебный контроль как обязательная процедура для занимающихся физической культурой.
12. Самоконтроль — необходимая форма контроля человека за физическим состоянием.
13. Методика самоконтроля физического развития.
14. Самостоятельное измерение артериального давления и частоты сердечных сокращений.
15. Проведение функциональных проб для оценки деятельности сердечно-сосудистой системы.
16. Проведение функциональных проб для оценки деятельности дыхательной системы.
17. Самоконтроль уровня развития физических качеств: быстроты, гибкости, ловкости, силы и выносливости
18. Ведение дневника самоконтроля.
19. Цель и задачи физического воспитания в вузе.

20. Специфические функции физической культуры.
21. Социальная роль и значение спорта.
22. Этапы становления физической культуры личности студента.
23. Понятия физическая культура, физическое воспитание, физическое развитие, физическое совершенство.
24. Реабилитационная физическая культура, виды, краткая характеристика.
25. Разделы учебной программы дисциплины «Физическая культура».
26. Комплектование учебных отделений студентов для организации и проведения занятий по физическому воспитанию.
27. Преимущества спортивно-ориентированной программы дисциплины «Физическая культура» для студентов.
28. Особенности комплектования студентов с различным характером заболеваний в специальном учебном отделении.
29. Зачетные требования по учебной дисциплине «Физическая культура».
30. Формирование двигательного навыка.
31. Устойчивость организма к воздействию неблагоприятных факторов.
32. Мотивация и направленность самостоятельных занятий.
33. Утренняя гигиеническая гимнастика.
34. Мотивация выбора видов спорта или систем физических упражнений.
35. Самостоятельные занятия оздоровительным бегом.
36. Самостоятельные занятия атлетической гимнастикой.
37. Особенности самостоятельных занятий женщин.
38. Мотивация и направленность самостоятельных занятий. Утренняя гигиеническая гимнастика.
39. Физические упражнения в течение учебного дня: физкультминутки, физкультпаузы.
40. Самостоятельные тренировочные занятия: структура, требования к организации и проведению.
41. Мотивация выбора видов спорта или систем физических упражнений.
42. Самостоятельные занятия оздоровительным бегом.
43. Самостоятельные занятия атлетической гимнастикой.
44. Особенности самостоятельных занятий женщин.
45. Роль физической культуры в профессиональной деятельности бакалавра и специалиста.
46. Производственная физическая культура, ее цели и задачи.
47. Методические основы производственной физической культуры.
48. Производственная физическая культура в рабочее время.
49. Физическая культура и спорт в свободное время.
50. Профилактика профессиональных заболеваний и травматизма средствами физической культуры.
51. Понятие ППФП, её цель, задачи. Прикладные знания, умения и навыки.
52. Прикладные психические качества.
53. Прикладные специальные качества.
54. Факторы, определяющие содержание ППФП: формы труда, условия труда.
55. Факторы, определяющие содержание ППФП: характер труда, режим труда и отдыха.
56. Дополнительные факторы, определяющие содержание ППФП.
57. Средства ППФП.
58. Организация и формы ППФП в вузе.
59. Понятия общей и специальной физической подготовки.
60. Отличия понятий спортивная подготовка и спортивная тренировка.
61. Стороны подготовки спортсмена.
62. Средства спортивной подготовки.
63. Структура отдельного тренировочного занятия.
64. Роль подготовительной части занятия в тренировочном процессе.
65. Понятие «физическая нагрузка», эффект ее воздействия на организм.
66. Внешние признаки утомления.
67. Виды и параметры физических нагрузок.
68. Интенсивность физических нагрузок.
69. Психофизиологическая характеристика умственной деятельности.
70. Работоспособность: понятие, факторы, периоды
71. Физические упражнения в течение учебного дня для поддержания работоспособности.
72. Бег как самое эффективное средство восстановления и повышения работоспособности.
73. Плавание и работоспособность.
74. Методические принципы физического воспитания, сущность и значение.
75. Принципы сознательности и активности, наглядности в процессе физического воспитания.
76. Принципы доступности и индивидуализации, систематичности и динамичности.
77. Средства физической культуры.
78. Общепедагогические методы физического воспитания.
79. Методы обучения технике двигательного действия.
80. Этапы обучения двигательного действия.

81. Методы развития физических качеств: равномерный, повторный, интервальный.
82. Метод круговой тренировки, игровой и соревновательный методы.
83. Сила как физическое качество, общая характеристика силовых упражнений.
84. Методы развития силы.
85. Выносливость — виды выносливости, особенности развития выносливости.
86. Развитие физических качеств: быстроты, гибкости, ловкости.
87. Понятие «спорт». Его принципиальное отличие от других видов занятий физическими упражнениями.
88. Массовый спорт: понятие, цель, задачи.
89. Спорт высших достижений: понятие, цель, задачи.
90. Студенческий спорт, его организационные особенности.
91. Студенческие спортивные соревнования.
92. Студенческие спортивные организации.
93. Всероссийский физкультурно-спортивный комплекс «ГТО» (Готов к труду и обороне).

Выполнение работы над ошибками

При получении проверенного теста необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данного теста. Тесты, тесты являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Саторов



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ ПО ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЕ И СПОРТУ

Направление подготовки

21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 2

**Поиски и разведка подземных вод
и инженерно-геологические изыскания**

Автор: Шулиманов Д.Ф.

Одобрены на заседании кафедры _____

Физической культуры _____

(название кафедры)

Зав. кафедрой _____

Шулиманов Д.Ф.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 8 от 03.03.2020

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией _____

факультета геологии и геофизики _____

(название факультета)

Председатель _____

(подпись)

Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020

(Дата)

Екатеринбург
2020

СОДЕРЖАНИЕ

1. Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к практическим занятиям физической культурой и спортом	3
1.1. Планирование, формы и организация самостоятельных занятий	3
1.1.1. Утренняя физическая гимнастика.....	3
1.1.2. Упражнения в течение учебного дня.....	4
1.1.3. Самостоятельные тренировочные занятия.....	4
1.1.4. Методика самостоятельных тренировочных занятий.....	5
1.1.5. Особенности самостоятельных занятий для женщин.....	6
1.2 Самоконтроль занимающихся за состоянием своего организма.....	7
1.2.1 Оценка физического развития.....	9
1.2.2. Оценка функционального состояния (подготовленности).....	10
2. Другие виды самостоятельной работы	
2.1 Самостоятельная подготовка к сдаче обязательных тестов оценки общей физической подготовленности.....	12
2.1.1 Тест на скоростно-силовую подготовленность (бег на 100 м).....	12
2.1.2 Техника выполнения упражнения.....	12
2.1.3 Методы самостоятельной тренировки.....	13
2.1.4. Средства тренировки быстроты.....	13
2.1.5. Подготовка и сдача контрольного норматива.....	14
2.2. Тест на силовую подготовленность для женщин	15
2.2.1. Техника выполнения упражнения.....	15
2.3. Тест на силовую подготовленность для мужчин.....	15
2.3.1. Техника выполнения упражнения.....	15
2.3.2. Методы развития силы.....	16
2.4. Тест на общую выносливость (бег 2000 и 3000 м).....	17
2.4.1. Техника бега на длинные дистанции.....	17
2.4.3. Возможные ошибки и осложнения в ходе проведения самостоятельных тренировок.....	18
3.Актуальность задачи повышения уровня готовности обучающихся к зачетным занятиям, на основе управляемой адаптации к смене видов учебно-познавательной деятельности.....	21

1. Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к практическим занятиям физической культурой и спортом

1.1. Планирование, формы и организация самостоятельных занятий

Планирование самостоятельных занятий осуществляется студентами при консультации преподавателей и должно быть направлено на достижение единой цели – сохранение хорошего здоровья, поддержание высокого уровня физической и умственной работоспособности, достижение поставленной задачи.

Существуют три формы самостоятельных занятий:

1. Утренняя физическая гимнастика (УФГ).
2. Упражнения в течение учебного (рабочего) дня.
3. Самостоятельные тренировочные занятия.

1.1.1. Утренняя физическая гимнастика

Выполняется ежедневно. В комплекс УФГ следует включать упражнения для всех групп мышц, упражнения на гибкость и дыхание, бег, бег (прыжковые упражнения).

Не рекомендуется выполнять:

- упражнения статического характера;
- со значительными отягощениями;
- упражнения на выносливость.

При выполнении УФГ рекомендуется придерживаться определенной последовательности выполнения упражнений:

- медленный бег, ходьба (2-3 мин.);
- потягивающие упражнения в сочетании с глубоким дыханием;
- упражнение на гибкость и подвижность для мышц рук, шеи, туловища и ног;
- силовые упражнения без отягощений или с небольшими отягощениями для рук, туловища, ног (сгибание-разгибание рук в упоре лежа, упражнения с легкими гантелями, с эспандерами);
- различные наклоны в положении стоя, сидя, лежа, приседания на одной и двух ногах и др.;
- легкие прыжки или подскоки (например, со скалкой) – 20-30 с.;
- упражнения на расслабление с глубоким дыханием.

При составлении комплексов УФГ рекомендуется физиологическую нагрузку на организм повышать постепенно, с максимумом во второй половине комплекса. К концу выполнения комплекса нагрузка снижается и организм приводится в спокойное состояние.

Между сериями из 2-3 упражнений (а при силовых – после каждого) выполняется упражнение на расслабление или медленный бег (20-30с.).

УФГ должна сочетаться с самомассажем и закаливанием организма. Сразу же после выполнения комплекса УФГ рекомендуется сделать самомассаж основных мышечных групп ног, туловища, рук (5-7 мин.) и выполнить водные процедуры с учетом правил и принципов закаливания.

1.1.2. Упражнения в течение учебного дня

Выполняются в перерывах между учебными и самостоятельными занятиями.

Они обеспечивают предупреждение наступающего утомления, способствуют поддержанию высокой работоспособности на длительное время без перенапряжения.

При выполнении этих упражнений следует придерживаться следующих правил:

1. Проводить в хорошо проветренных помещениях или на открытом воздухе.
2. Растягивать и расслаблять мышцы, испытывающие статическую нагрузку.
3. Нагружать неработающие мышцы.

1.1.3. Самостоятельные тренировочные занятия

Можно проводить индивидуально или в группе из 3-5 человек и более. Групповая тренировка более эффективна, чем индивидуальная. Заниматься рекомендуется 3-4 раза в неделю по 1,5 -2 часа. Заниматься менее двух раз в неделю нецелесообразно, т.к. это не способствует повышению уровня тренированности организма. Тренировочные занятия должны носить комплексный характер, т.е. способствовать развитию всего комплекса физических качеств, а также укреплению здоровья и повышению общей работоспособности организма.

Каждое самостоятельное тренировочное занятие состоит из трех частей:

1. Подготовительная часть (разминка) (15-20 мин. для одночасового занятия): ходьба (2-3 мин.), медленный бег (8-10 мин.), общеразвивающие упражнения на все группы мышц, соблюдая последовательность «сверху вниз», затем выполняются специально-подготовительные упражнения, выбор которых зависит от содержания основной части.

2. В основной части (30-40 мин.) изучаются спортивная техника и тактика, осуществляется тренировка развития физических, волевых качеств. При выполнении упражнений в основной части занятия необходимо придерживаться следующей последовательности:

После разминки выполняются упражнения, направленные на изучение и совершенствование техники, и упражнения на быстроту, затем упражнения для развития силы и в конце основной части занятия – для развития выносливости.

3. В заключительной части (5-10 мин.) выполняются медленный бег (3-8 мин.), переходящий в ходьбу (2-6 мин.), упражнения на расслабление в сочетании с глубоким дыханием, которые обеспечивают постепенное снижение тренировочной нагрузки и приведение организма в сравнительно спокойное состояние.

1.1.4. Методика самостоятельных тренировочных занятий

Методические принципы, которыми необходимо руководствоваться при проведении самостоятельных тренировочных занятий, следующие:

- принцип сознательности и активности предполагает углубленное изучение занимающимися теории и методики спортивной тренировки, осознанное отношение к тренировочному процессу, понимание целей и задач занятий, рациональное применение средств и методов тренировки в каждом занятии, учет объема и интенсивности выполняемых упражнений и физических нагрузок, умение анализировать и оценивать итоги тренировочных занятий;

- принцип систематичности требует непрерывности тренировочного процесса, рационального чередования физических нагрузок и отдыха, преемственности и последовательности тренировочных нагрузок от занятия к занятию. Эпизодические занятия или занятия с большими перерывами (более 4-5 дней) неэффективны и приводят к снижению достигнутого уровня тренированности;

- принцип доступности и индивидуализации обязывает планировать и включать в каждое тренировочное занятие физические упражнения, по своей сложности и интенсивности доступные для выполнения занимающимися. При определении содержания тренировочных занятий необходимо соблюдать правила: от простого – к сложному, от легкого – к трудному, от известного – к неизвестному, а также осуществлять учет индивидуальных особенностей занимающихся: пол, возраст, физическую подготовленность, уровень здоровья, волевые качества, трудолюбие, тип высшей нервной деятельности и т.п. Подбор упражнений, объем и интенсивность тренировочных нагрузок нужно осуществлять в соответствии с силами и возможностями организма занимающихся;

- принцип динамичности и постепенности определяет необходимость повышения требований к занимающимся, применение новых, более сложных физических упражнений, увеличение тренировочных нагрузок по объему и интенсивности. Переход к более высоким тренировочным нагрузкам должен проходить постепенно с учетом функциональных возможностей и индивидуальных особенностей занимающихся.

Если в тренировочных занятиях был перерыв по причине болезни, то начинать занятия следует после разрешения врача при строгом соблюдении принципа постепенности. Вначале тренировочные нагрузки значительно снижаются и постепенно доводятся до занимающегося в тренировочном плане уровня.

Все выше перечисленные принципы находятся в тесной взаимосвязи. Это различные стороны единого, целостного повышения функциональных возможностей занимающихся.

1.1.5. Особенности самостоятельных занятий для женщин

Организм женщины имеет анатомо-физиологические особенности, которые необходимо учитывать при проведении самостоятельных занятий физическими упражнениями или спортивной тренировки. В отличие от мужского, у женского организма менее прочное строение костей, ниже общее развитие мускулатуры тела, более широкий тазовый пояс и мощнее мускулатура тазового дна. Для здоровья женщины большое значение имеет развитие мышц брюшного пресса, спины и тазового дна. От их развития зависит нормальное положение внутренних органов. Особенно важно развитие мышц тазового дна.

Одной из причин недостаточного развития этих мышц у студенток и работниц умственного труда является малоподвижный образ жизни. При положении сидя мышцы тазового дна не противодействуют внутрибрюшному давлению и растягиваются от тяжести лежащих над ними органов. В связи с этим мышцы теряют свою эластичность и прочность, что может привести к нежелательным изменениям положения внутренних органов и к ухудшению их функциональной деятельности.

Ряд характерных для организма женщины особенностей имеется и в деятельности сердечно-сосудистой, дыхательной, нервной и других систем. Все это выражается более продолжительным периодом восстановления организма после физической нагрузки, а также более быстрой потерей состояния тренированности при прекращении тренировок.

Особенности женского организма должны строго учитываться в организации, содержании, методике проведения самостоятельных занятий. Подбор физических упражнений, их характер и интенсивность должны соответствовать физической подготовленности, возрасту, индивидуальным возможностям студенток. Необходимо исключать случаи форсирования тренировок для того, чтобы быстро достичь высоких результатов. Разминку следует проводить более тщательно и более продолжительно, чем при занятиях мужчин. Рекомендуется остерегаться резких сотрясений, мгновенных напряжений и усилий, например, при занятиях прыжками и в упражнениях с отягощением. Полезны упражнения, в положении сидя, и лежа на спине с подниманием, отведением, приведением и круговыми движениями ног, с подниманием ног и таза до положения «березка», различного рода приседания.

Даже для хорошо физически подготовленных студенток рекомендуется исключить упражнения, вызывающие повышение внутрибрюшного давления и затрудняющие деятельность органов брюшной полости и малого таза. К таким упражнениям относятся прыжки в глубину, поднимание больших тяжестей и другие, сопровождающиеся задержкой дыхания и натуживанием.

При выполнении упражнений на силу и быстроту движений следует более постепенно увеличивать тренировочную нагрузку, более плавно доводить ее до оптимальных пределов, чем при занятиях мужчин.

Упражнения с отягощениями применяются с небольшими весами, сериями по 8-12 движений с вовлечением в работу различных мышечных групп. В интервалах между сериями выполняются упражнения на расслабление с глубоким дыханием и другие упражнения, обеспечивающие активный отдых.

Функциональные возможности аппарата кровообращения и дыхания у девушек и женщин значительно ниже, чем у юношей и мужчин, поэтому нагрузка на выносливость для девушек и женщин должна быть меньше по объему и повышаться на более продолжительном отрезке времени.

Женщинам при занятиях физическими упражнениями и спортом следует особенно внимательно осуществлять самоконтроль. Необходимо наблюдать за влиянием занятий на течение овариально-менструального цикла и характер его изменения. Во всех случаях неблагоприятных отклонений необходимо обращаться к врачу.

Женщинам противопоказаны физические нагрузки, спортивная тренировка и участие в спортивных соревнованиях в период беременности. После родов к занятиям физическими упражнениями и спортом рекомендуется приступать не ранее чем через 8-10 месяцев.

1.2. Самоконтроль занимающихся за состоянием своего организма

Данные самоконтроля записываются в дневник, они помогают контролировать и регулировать правильность подбора средств, методику проведения учебно-тренировочных занятий. У отдельных занимающихся количество показателей самоконтроля в дневнике и порядок записи могут быть различными, но одинаково важно для всех правильно оценивать отдельные показатели, лаконично фиксировать их в дневнике.

В дневнике самоконтроля рекомендуется регулярно регистрировать:

- субъективные данные (самочувствие, сон, аппетит, болевые ощущения);
- объективные данные (частота сердечных сокращений (ЧСС), масса тела, тренировочные нагрузки, нарушения режима, спортивные результаты).

Субъективные данные:

Самочувствие - отмечается как хорошее, удовлетворительное или плохое. При плохом самочувствии фиксируется характер необычных ощущений.

Сон - отмечается продолжительность и глубина сна, его нарушения (трудное засыпание, беспокойный сон, бессонница, недосыпание и др.).

Аппетит - Отмечается как хороший, удовлетворительный, пониженный и плохой. Различные отклонения состояния здоровья быстро отражаются, поэтому его ухудшение, как правило, является результатом переутомления или заболевания.

Болевые ощущения - фиксируются по месту их локализации, характеру (острые, тупые, режущие и т.п.) и силе проявления.

Объективные данные:

ЧСС – важный показатель состояния организма. Его рекомендуется подсчитывать регулярно, в одно и то же время суток, в покое. Лучше всего утром, лежа, после пробуждения, а также до тренировки (за 3-5 мин) и сразу после спортивной тренировки.

Нормальными считаются следующие показатели ЧСС в покое:

- мужчины (тренированные/не тренированные) 50-60/70-80;
- женщины (тренированные/не тренированные) 60-70/75-85.

С увеличением тренированности ЧСС понижается.

Интенсивность физической нагрузки также определяется по ЧСС, которая измеряется сразу после выполнения упражнений.

При занятиях физическими упражнениями рекомендуется придерживаться следующей градации интенсивности:

- малая интенсивность – ЧСС до 130 уд/мин. При этой интенсивности эффективного воспитания выносливости не происходит, однако создаются предпосылки для этого, расширяется сеть кровеносных сосудов в скелетных мышцах и в сердечной мышце (целесообразно применять при выполнении разминки);

- средняя интенсивность от 130 до 150 уд/мин.;

- большая интенсивность – ЧСС от 150 до 180 уд/мин. В этой тренировочной зоне интенсивности к аэробным механизмам подключаются анаэробные механизмы энергообеспечения, когда энергия образуется при распаде энергетических веществ в условиях недостатка кислорода;

- предельная интенсивность – ЧСС 180 уд/мин. и больше. В этой зоне интенсивности совершенствуются анаэробные механизмы энергообеспечения.

Существенным моментом при использовании ЧСС для дозирования нагрузки является ее зависимость от возраста.

Известно, что по мере старения уменьшается возможность усиления сердечной деятельности за счет учащения сокращения сердца во время мышечной работы. Оптимальную ЧСС с учетом возраста при продолжительных упражнениях можно определить по формулам:

- для начинающих: ЧСС (оптимальная) = 170 – возраст (в годах)
- для занимающихся регулярно в течении 1-2 лет:

- ЧСС (оптимальная) = 180 – возраст (в годах)

Зависимость максимальной величины ЧСС от возраста при тренировке на выносливость можно определить по формуле:

- ЧСС (максимальная) = 220 – возраст (в годах)

Например, для занимающихся в возрасте 18 лет максимальная ЧСС будет равна $220 - 18 = 202$ уд/мин.

Важным показателем приспособленности организма к нагрузкам является скорость восстановления ЧСС сразу после окончания нагрузки. Для этого определяется ЧСС в первые 10 секунд после окончания нагрузки, пересчитывается на 1 мин. и принимается за 100%. Хорошей реакцией восстановления считается:

- снижение через 1 мин. на 20%;
- через 3 мин. – на 30%;
- через 5 мин. – на 50%,
- через 10 мин. – на 70 – 75%. (отдых в виде медленной ходьбы).

Масса тела должна определяться периодически (1-2 раза в месяц) утром натощак, на одних и тех же весах. В первом периоде тренировки масса обычно снижается, а затем стабилизируется и в дальнейшем за счет прироста мышечной массы несколько увеличивается. При резком снижении массы тела следует обратиться к врачу.

Тренировочные нагрузки в дневник самоконтроля записываются коротко, вместе с другими показателями самоконтроля они дают возможность объяснить различные отклонения в состоянии организма.

Спортивные результаты показывают, правильно ли применяются средства и методы тренировочных занятий. Их анализ может выявить дополнительные резервы для роста физической подготовленности и спортивного мастерства.

В процессе занятий физическими упражнениями рекомендуется периодически оценивать уровень своего физического развития и физической (функциональной) подготовленности.

1.2.1. Оценка физического развития

Проводится с помощью антропометрических измерений: рост стоя и сидя, масса тела, окружность грудной клетки, жизненная емкость легких (ЖЁЛ) и сила кисти сильнейшей руки, которые дают возможность определить:

- уровень и особенности физического развития;
- степень его соответствия полу и возрасту;
- имеющиеся отклонения;
- улучшение физического развития под воздействием занятий физическими упражнениями.

Применяются следующие антропометрические индексы:

- Весо-ростовой показатель
- ВРП= масса тела (грамм.)/длина тела (см.)

Хорошая оценка:

- для женщин 360-405 г/см.;
- для мужчин 380-415 г/см.

Индекс Брока

Оптимальная масса тела для людей ростом от 155 до 165 см. равна длине тела в сантиметрах минус 100. При росте 165-175 см. вычитают 105, при росте более 175 см. – 110.

Силовой показатель (СП)

Показывает соотношение между массой тела и мышечной силой. Обычно, чем больше мышечная масса, тем больше сила. Силовой показатель определяется по формуле и выражается в процентах:

$$\frac{\text{сила (кг)}}{\text{общая масса тела (кг)}} \times 100$$

Для сильнейшей руки:

- для мужчин - 65-80%
- для женщин - 48-50%.

1.2.2. Оценка функционального состояния (подготовленности)

Определение резервных возможностей организма

Осуществляется с помощью физиологических проб сердечно-сосудистой (ССС) и дыхательной (ДС) систем.

Общие требования:

1. Проводить в одно и то же время суток.
2. Не ранее чем через 2 часа после приема пищи.
3. При температуре 18-20 градусов, влажности менее 60%.

Функциональная проба с приседанием

Проверяемый отдыхает стоя 3 мин., на 4-й мин. подсчитывается ЧСС за 15 с. с пересчетом на 1 мин. (исходная частота). Далее выполняется 20 приседаний за 40 с., поднимая руки вперед. Сразу после приседаний подсчитывается ЧСС в течение первых 15 с. с пересчетом на 1 мин. Определяется увеличение ЧСС после приседаний сравнительно с исходной в процентах.

Оценка:

- отлично – до 20%;

- хорошо – 20-40%;
- удовлетворительно – 40-65%;
- плохо – 66-75%;
- более 75%.

Ортостатическая проба

Применяется для оценки сосудистого тонуса.

Отдых 5 минут в положении лежа, подсчитывают ЧСС в положении лежа за 1 мин. (исходная ЧСС), после чего занимающийся встает, и снова подсчитывает пульс за 1 мин.

Оценка:

- «хорошо» - не более 11 ударов (чем меньше разница, тем лучше);
- «удовлетворительно» - от 12 до 18 ударов (потливость);
- «неудовлетворительно» - более 19 ударов (потливость, шум в ушах).

Проба Штанге (задержка дыхания на вдохе),

проба Генча (задержка дыхания на выдохе)

Оценивается устойчивость организма к недостатку кислорода, а также общий уровень тренированности.

После 5 мин. отдыха сидя, сделать 2-3 глубоких вдоха и выдоха, затем сделать полный вдох (выдох) и задержать дыхание. Отмечается время от момента задержания дыхания до ее прекращения.

Оценка	Юноши	Девушки
Отлично	90 сек	80 сек
Хорошо	80-89 сек	70-79 сек
Удовлетворительно	50-79 сек	40-69 сек
Неудовлетворительно	50 и ниже	40 и ниже

Проба Генча

Оценка	Юноши	Девушки
Отлично	45 сек	35 сек
Хорошо	40-44 сек	30-34 сек
Удовлетворительно	30-39 сек	20-29 сек
Неудовлетворительно	30 и ниже	20 и ниже

С нарастанием тренированности время задержания дыхания возрастает, при снижении или отсутствии тренированности – снижается.

Самоконтроль прививает занимающимся грамотное и осмысленное отношение к своему здоровью и к знаниям физической культурой и спортом, имеет большое воспитательное значение.

2. Другие виды самостоятельной работы

2.1. Самостоятельная подготовка к сдаче обязательных тестов оценки общей физической подготовленности

2.1.1 Тест на скоростно-силовую подготовленность (бег на 100 метров)

Нормативы:

- у студенток нормативы в беге на 100 метров следующие: 15,7 сек - 5 очков; 16,0 - 4; 17,0 - 3; 17,9 - 2; 18,7 - 1.

- студенты должны показать результаты в следующих пределах: 13,2 сек - 5 очков; 13,8 - 4; 14,0 - 3; 14,3 - 2; 14,6 - 1.

2.1.2. Техника выполнения упражнения

При анализе бега на 100 м. принято выделять следующие основные фазы:

- старт и стартовый разгон;
- бег по дистанции;
- финиширование.

Старт и стартовый разгон

Существует два вида старта: низкий и высокий. Экспериментальные данные показывают, что новичкам и спортсменам 2-го разряда лучше применять высокий старт. Такая закономерность наблюдается до результата 11,4-11,6 с. и объясняется технической сложностью низкого старта. Поэтому следует ограничиться только овладением техникой высокого старта.

По команде «На старт» занимающийся подходит к стартовой линии, ставит сильнейшую (толчковую ногу) вплотную к линии, маховая нога располагается на 1,5-2 стопы назад на носок, расстояние между ними 15-20 см. Туловище выпрямлено, руки опущены, вес тела распределяется равномерно на обе ноги.

По команде «Внимание» вес тела переносится на впереди согнутую стоящую ногу, разноименная рука вперед. Проекция плеч находится за стартовой линией на расстоянии 5-8 см. Взгляд направлен вперед - вниз.

По команде «Марш» бегун мощно разгибает толчковую ногу и стремится максимально быстро вынести маховую ногу вперед с постановкой ее сверху вниз на дорожку. Руки работают максимально активно, плечевой пояс не закрепощен, кисти расслаблены. Стартовый разгон характеризуется постепенным увеличением длины шагов, уменьшением наклона туловища и приближением стоп к средней линии.

Бег по дистанции

Перед бегущим стоит задача удержать развитую горизонтальную скорость до финиша. Этому будет способствовать сохранение длины и частоты шагов.

Во время бега маховая нога ставится с носка спереди проекции общего центра тяжести тела (ОЦТТ) сверху вниз. Взаимодействие маховой ноги с грунтом называется передним толчком. Задний толчок выполняется мощным разгибанием бедра и сгибанием стопы. Голова держится прямо. Руки согнуты (угол сгибания в локтевых суставах примерно 90 град.).

При движении руки вперед кисть поднимается до уровня плеч. Назад рука отводится до «отказа» и угол сгибания в локтевом суставе увеличивается. Пальцы рук слегка согнуты.

Финиширование

Наклон туловища увеличивается. На последних метрах дистанции необходимо стремиться не потерять свободы движений и пробежать финиш без снижения скорости.

2.1.3. Методы самостоятельной тренировки

- Повторный метод - повторное выполнение упражнений с около-предельной и предельной скоростью. Отдых продолжается до восстановления. Упражнения повторяются до тех пор, пока скорость не начнет снижаться.

- Переменный метод - когда пробегаются дистанции, например, с варьированием скорости и ускорения. Цель - исключить стабилизацию скорости («скоростной барьер»).

- Соревновательный метод - предполагает выполнение упражнений на быстроту в условиях соревнований. Эмоциональный подъем на соревнованиях способствует мобилизации на максимальные проявления быстроты, позволяет выйти на новый рубеж скорости.

2.1.4. Средства тренировки быстроты

Частоту движений, а вместе с ней и быстроту циклических движений развивают с помощью упражнений, которые можно выполнять с максимальной скоростью, а также с помощью скоростно-силовых упражнений для ациклических движений. При этом упражнения должны отвечать следующим требованиям:

- техника упражнений должна обеспечивать выполнение движений на предельных скоростях;

- упражнения должны быть хорошо освоены, чтобы не требовалось волевого усилия для их выполнения;

- продолжительность упражнений должна быть такой, чтобы скорость не снижалась вследствие утомления - 20-22 с.

Основным средством отработки бега по дистанции является бег с максимальной скоростью. Такой бег выполняется 5-6 раз по 30-40 метров. В тренировке можно чередовать бег в обычных, облегченных (с горки, угол 4-5 град.) и затрудненных (в горку или с сопротивлением) условиях.

Для развития скоростной выносливости рекомендуется пробегать большую дистанцию (120-150 м), когда очередная пробежка начинается при пульсе 120 уд/мин.

Для тренировки в беге на 100 метров следует использовать кроссы (6 км, 30 мин), повторный бег на отрезках 200 м в 3/4 силы. Спортивные игры (баскетбол, футбол) также приносят пользу в развитии быстроты.

Можно рекомендовать и упрощенную методику, обеспечивающую минимально необходимый уровень подготовленности:

- повторный метод - в одном занятии 3-4 пробегания по 20-30 метров с максимальной скоростью и интервалами отдыха для восстановления пульса до 110-120 уд/мин;

- переменный метод - пробегание 2-х отрезков по 30 метров с максимальной скоростью и последующим переходом на спокойный бег 150--200 метров. Выполняется 3-4 подхода.

Для ощутимого сдвига в подготовленности такие тренировки рекомендуется проводить 3-4 раза в неделю.

2.1.5. Подготовка и сдача контрольного норматива

При подготовке к сдаче бега на 100 метров следует учитывать общие требования по питанию при занятиях физическими упражнениями:

1. По времени - прием пищи не менее чем за 2-3 часа.
2. По составу - не есть тяжелой пищи (мясо, яйца, масло, молочные продукты, жирную, долго перевариваемую пищу).

Не рекомендуется выходить на старт с переполненным желудком.

Непосредственно перед сдачей норматива необходимо провести разминку с использованием специальных упражнений:

1. Бег с высоким подниманием бедра.
2. Бег с «захлестыванием» голени назад.
3. Семенящий бег.
4. Прыжки с ноги на ногу (шаги).
5. Бег в упоре стоя у гимнастической стенки.
6. Бег с ускорением с высокого старта с подачей стартовых команд (2-3 ускорения по 10-15 метров).

Разминка заканчивается за 10 минут до старта.

Непосредственно перед стартом нельзя отдыхать лежа, сидя, необходимо постоянно находиться в движении (прохаживаться, выполнять упражнения на растяжку). Частота сердечных сокращений непосредственно перед стартом должна быть 110 – 120 уд/мин.

Психологическая подготовка заключается в мысленном «прокручивании» в голове этапов преодоления дистанции: старта, стартового разбега, бега по дистанции, финиширования с концентрацией внимания на технике выполнения каждого этапа.

При выполнении теста не разрешается:

- наступать на линию старта (стартовая линия входит в дистанцию);
- перебегать на соседние дорожки.

2.2. Тест на силовую подготовленность для женщин

(поднимание (сед) и опускание туловища из положения лежа, ноги закреплены, руки за головой)

Нормативы: 60 раз - 5 очков, 50 - 4, 40 - 3, 30 - 2, 20 - 1.

Это упражнение используется для оценки развития мышц живота (брюшного пресса).

О мышцах брюшного пресса следует сказать особо. Эта группа мышц участвует в большинстве движений. Она создает хороший «мышечный корсет», охватывающий брюшную полость и способствующий нормальному функционированию внутренних органов, что положительно влияет на состояние здоровья.

2.2.1. Техника выполнения упражнения

И.п. (исходное положение) – лежа на спине, ноги согнуты в коленях, стопы прижаты к полу, руки в замок за головой, локти разведены.

Это силовое упражнение состоит из 4-х фаз:

- поднимание туловища;
- фиксация его в вертикальном положении;
- опускание;
- пауза в горизонтальном положении.

Голова держится прямо, локти в стороны, дыхание ритмично.

2.3. Тест на силовую подготовленность для мужчин (подтягивание на перекладине)

Учебной программой по физической культуре предусмотрено тестирование студентов для определения уровня их силового развития. Нормативы следующие: 15 раз - 5 очков, 12 - 4, 9 - 3, 7 - 2, 5 - 1;

2.3.1. Техника выполнения упражнения

Каждый цикл подтягивания в висе на перекладине включает:

- исходное положение - вис на вытянутых руках хватом сверху (большими пальцами внутрь);
- подъем до пересечения подбородком линии перекладины;
- опускание в исходное положение.

При выполнении теста разрешается сгибание, разведение ног, запрещаются рывковые движения туловищем и руками, хлестовые движения ногами. Выполнение засчитывается только при полном выпрямлении рук в локтевых суставах.

Наиболее экономично подтягивание при хвате рук на ширине плеч. Если кисти рук расположены ближе друг к другу, то положение тела становится менее устойчивым и отклонения придется компенсировать за счет дополнительных мышечных усилий, что будет увеличивать энерготраты и снижать результат. Возрастают энерготраты и при широком хвате (шире плеч). Это связано с тем, что для фиксации лопаток при широком хвате требуется большая, чем при хвате на ширине плеч, сила мышц, приближающих лопатки к позвоночному столбу.

Опускание в вис (в исходное положение) после подтягивания должно выполняться спокойно. Дыхание не задерживается.

2.3.2. Методы развития силы

На практике распространены следующие методы силовой подготовки:

- метод максимальных усилий;
- метод повторных усилий;
- метод динамических усилий.

Согласно методу максимальных усилий выполнение упражнений организуется таким образом, чтобы занимающийся смог подтянуться 1-3 раза в одном подходе (при условии, что он способен самостоятельно подтянуться как минимум 2-3 раза). Такое достигается за счет применения дополнительного внешнего отягощения. Делается 5-6 подходов с перерывами 2-4 минуты.

По методу повторных усилий подтягивания в одном подходе выполняются до «отказа». Если занимающийся имеет максимальный индивидуальный показатель 10-15 подтягиваний и более, то следует применять отягощение весом 30-70% от максимального. Например, занимающийся может подтянуться 1 раз с максимальным отягощением 10 кг. Значит, для тренировки по методу повторных усилий следует подобрать вес отягощения 3-7 кг. Выполняется 3-6 подходов с отдыхом между ними 2-4 мин.

Разнообразить упражнения можно, применяя метод динамических усилий. Если занимающийся легко выполняет 10-15 подтягиваний, то следует применять отягощения до 30% от максимального. В одном подходе 10-15 повторений. Темп - максимально быстрый. Всего 3-6 подходов. Во время отдыха следует добиваться наиболее полного восстановления, чтобы в следующем подходе выполнить упражнение без существенной потери скорости.

Сравнивая динамический и статический методы развития силы, необходимо отметить следующее:

- При динамическом режиме работы мышц происходит достаточное кровоснабжение. Мышца функционирует как насос - при расслаблении наполняется кровью и получает кислород и питательные вещества.

- Во время статического усилия мышца постоянно напряжена и непрерывно давит на кровеносные сосуды. В результате она не получает кислород и питательные вещества. Это ограничивает продолжительность работы мышц.

2.4. Тест на общую выносливость - бег 2000 и 3000 метров

Нормативы:

- студентки - бег 2000 метров - 10 мин.15 сек. - 5 очков; 10.50 - 4; 11.15 - 3; 11.50 - 2; 12.15 - 1;

- студенты - бег 3000 метров - 12.00 - 5; 12.35 - 4; 13.10 - 3; 13.50 - 2; 14.00 - 1.

2.4.1. Техника бега на длинные дистанции

Бег на средние и длинные дистанции начинается с высокого старта. По команде «На старт!» бегун ставит у линии более сильную ногу, а другую отставляет назад на носок (на 30 – 50 см), немного сгибает ноги, туловище наклоняет вперед и тяжесть тела переносит на впереди стоящую ногу. По команде «Марш!» бегун начинает бег, делая первые шаги в большом наклоне, который постепенно уменьшается. Длина шагов увеличивается, бег ускоряется, бегун набирает скорость и в короткое время переходит к свободному бегу на дистанции. Бег на дистанции. Во время бега на дистанции туловище вертикально или слегка наклонено вперед (5-7°). Небольшой наклон туловища вперед позволяет лучше использовать силы отталкивания и быстрее продвигаться вперед. Слишком большой наклон приводит к «падающему» бегу, при котором труднее выносить вперед согнутую ногу, в связи с чем уменьшается длина шага, а следовательно, и скорость бега. Кроме того, при большом наклоне постоянно напряжены мышцы, удерживающие туловище от увеличивающегося наклона. Отсутствие наклона ухудшает условия отталкивания, однако улучшает возможность выноса вперед согнутой в коленном суставе свободной ноги. При правильном положении туловища создаются благоприятные условия для работы мышц и внутренних органов. Наклон туловища у бегунов изменяется в пределах 2-3°: увеличивается к моменту отталкивания и уменьшается в полетной фазе. Положение головы существенно влияет на положение туловища. Надо держать голову прямо и смотреть вперед. В фазе отталкивания таз подается вперед, что является важной особенностью техники бега на длинные дистанции и позволяет полнее использовать силу реакции опоры. В технике бега на длинные дистанции важнее всего движения ног. Нога, немного согнутая, ставится на грунт упруго и эластично с передней части стопы, а затем касается его всей стопой. Постановка ноги на переднюю часть стопы позволяет эффективнее использовать эластические свойства мышц голени, активно участвующие в отталкивании.

Следы стоп на дорожке у бегунов находятся на одной линии, носки почти не разворачиваются в стороны. Эффективное отталкивание характеризуется выпрямлением ноги во всех суставах. Угол отталкивания в беге на средние дистанции примерно равен 50-55°. При правильном отталкивании таз подан вперед, голень маховой согнутой ноги параллельна бедру толчковой ноги. Быстрый вынос маховой ноги вперед облегчает отталкивание. Бегуны на длинные дистанции меньше поднимают бедро маховой ноги вверх, чем бегуны на средние и короткие дистанции. Длина шага на длинные дистанции не постоянна даже у одних и тех же бегунов. Колебания зависят от наступившего утомления, неравномерности пробегания отдельных участков дистанции, качества беговой дорожки, ветра и состояния бегуна. Обычно шаг с сильнейшей ноги на несколько сантиметров больше, чем шаг со слабейшей ноги. Длина шага равна 160 – 215 см. Повышение скорости бега за счет увеличения длины шага ограничено, так как слишком длинный шаг требует очень больших затрат сил. Кроме того, длина шага в основном зависит от индивидуальных данных бегуна. Поэтому скорость бега повышают за счет увеличения частоты шагов, которая зависит от тренированности бегуна. Движения плечевого пояса и рук связаны с движениями ног. Выполнять их надо легко, не напряженно. Это во многом зависит от умения расслаблять мышцы плечевого пояса. Движения рук помогают бегуну сохранять равновесие тела во время бега. Амплитуда движения рук зависит от скорости бега. Кисти при движении вперед не пересекают средней линии тела и поднимаются примерно до уровня ключицы. При движении рук назад кисти доходят до задней линии туловища (если смотреть на бегуна сбоку). Руки двигаются маятникообразно, пальцы рук свободно сложены, предплечья не напряжены, плечи не поднимаются вверх. При финишировании, длина которого зависит от дистанции и оставшихся сил бегуна, движения руками делаются быстрее, наклон тела увеличивается, а угол отталкивания уменьшается. Спортсмен переходит на скоростной бег, при котором скорость повышается главным образом за счет увеличения частоты шагов. К концу дистанции вследствие утомления некоторые бегуны наклоняют туловище назад. Такое положение туловища не способствует эффективности бега, так как усилия отталкивания направляются больше вверх. Техника бега на вираже имеет некоторые особенности: туловище немного наклонено влево, к бровке, правая рука движется несколько размашистей левой, причем правый локоть дальше отводится в сторону, а правая стопа ставится с некоторым поворотом внутрь. Ритм дыхания зависит от индивидуальных особенностей и скорости бега (с увеличением скорости бега увеличивается и частота дыхания). Бегун не должен задерживать дыхание. Дышать следует одновременно через нос и полуоткрытый рот, при этом важно следить за полным выдохом.

2.4.3. Возможные ошибки и осложнения в ходе проведения самостоятельных тренировок

В некоторых случаях тренировка может стать причиной различных осложнений, включая травмы опорно-двигательного аппарата.

Основная причина травматизма опорно-двигательного аппарата - перенапряжение. Слишком быстрое увеличение тренировочных нагрузок является чрезмерным для детренированных мышц, связок и суставов. К дополнительным факторам, способствующим повреждению опорно-двигательного аппарата, можно отнести:

- бег по твердому грунту;
- избыточную массу тела;
- обувь, не пригодную для бега;
- грубые ошибки в технике.

Следовательно, меры по профилактике травм должны быть направлены на устранение или ослабление воздействия этих факторов:

- Во время кроссового бега часто болит в правом боку (печень), либо в левом боку (селезенка). Печень важный орган в жизнедеятельности нашего организма (синтез жиров и углеводов, обмен белков и витаминов) является кровяным депо. Так вот в результате переполнения кровью печени возникают колики. Глубокое дыхание снижает приток крови к правому предсердию, уменьшает болевые ощущения. Бег не надо прекращать, необходимо снизить скорость передвижения и стараться дышать глубже.

- В процессе тренировок после значительного перерыва (отдыха) или при резком увеличении нагрузок могут появляться боли в мышцах, как правило, на другой день. Во время физической работы в организме образуются продукты распада, часть которых выводится из организма через мочевыделительную систему, а другая часть, в том числе, молочная кислота задерживается в мышечных тканях. Чтобы избавиться от нее, необходимо мышцу непосредственно после физической нагрузки заставить растянуться (с помощью упражнений на растяжение), а на следующий день выполнять какую-либо физическую работу, т.е. сокращаться. Эти меры помогут ускорить вывод молочной кислоты из мышц. Боли могут длиться несколько дней и если не предпринимать никаких мер, мышца теряет эластичность, становится твердой. В этом случае могут помочь: массаж, банные процедуры, применение согревающих мазей и гелей.

- При выполнении напряженной физической работы длительное время, например, кроссовый бег, возникают такие состояния, которые получили название «мертвая точка» и «второе дыхание». Уже через некоторое время бега в организме начинаются изменения, которые заставляют нас прекратить мышечную деятельность. Такое временное снижение работоспособности получило название «мертвая точка». Механизм возникновения такого состояния недостаточно изучен. Предполагают, что он обусловлен временным нарушением

деятельности скелетных мышц и органов, обеспечивающих доставку кислорода в организм. Эти нарушения приводят к изменениям в работе нервных центров, что, в свою очередь, приводит к нарушениям в работе отдельных физиологических систем. Время возникновения и продолжительность этого состояния зависит от многих факторов, в частности от длительности и интенсивности физической нагрузки (например, при беге на 5-10 км и более возникает через 5-6 мин бега), от тренированности. Чем лучше тренирован человек, тем позже возникает это состояние и протекает менее тяжело (почти незаметно). Преодоление этого состояния требует значительного волевого усилия. В процессе проведения учебных и тренировочных занятий необходимо приучать себя преодолевать это неприятное ощущение, возникающее при кислородной недостаточности и накоплении продуктов кислотно-щелочного распада при обмене веществ. Наступлению «второго дыхания» способствуют усиленные дыхательные упражнения, глубокие выдохи, освобождающие организм от накопившейся углекислоты, что способствует наступлению кислотно-щелочного баланса в организме. Преодолеть состояние «мертвой точки» можно, если снизить интенсивность физической нагрузки, но это нежелательно, т.к. не будет адаптации организма к такого рода деятельности.

- При занятиях физическими упражнениями могут возникнуть отклонения в деятельности сердца - учащенное сердцебиение. Оно может быть следствием стенокардии, ссоры, неурядицы в быту, семье, боязни, страха, дистрофий миокарда. Возникновение болей - сигнал опасности, в этих случаях необходимо прекратить занятия и обратиться к врачу.

- Существует состояние, называемое гравитационным шоком. Часто возникает при внезапной остановки после относительно интенсивного бега (чаще после финиша) в связи с прекращением действия «мышечного насоса». Большая масса крови застаивается в раскрытых капиллярах и венах мышц нижних конечностей, на периферии. Возникает анемия (обескровливание) мозга, недостаточное снабжение его кислородом. Появляется резкое побледнение, слабость, головокружение, тошнота, потеря сознания, исчезновение пульса. Пострадавшего необходимо уложить на спину, поднять вверх ноги (выше головы), обеспечив отток венозной крови к сердцу, улучшив снабжение головного мозга кислородом, поднести к носу ватку смоченную нашатырным спиртом. Основная профилактика гравитационного шока - исключение внезапной остановки, постепенное замедление бега.

- Гипогликемическое состояние - следствие недостаточного количества в организме сахара, нарушение углеводного обмена в результате длительной физической нагрузки. Ощущается сильный голод, головокружение, иногда потеря сознания. Профилактика – легко усваиваемые углеводы до начала длительной физической нагрузки (немного сахара, меда и т.п.) или специальные питательные смеси.

- Солнечный и тепловой удары - возникают при длительной работе под действием солнечных лучей на обнаженную голову или тело. Тепловой удар - остро развивающееся болезненное состояние, обусловленное перегревом организма. Его признаками являются: усталость, головная боль, слабость, боли в ногах, спине, тошнота, шум в ушах, повышение температуры, потемнение в глазах, ухудшение дыхания (прерывистое), потеря сознания.

Первая помощь: пострадавшего поместить в прохладное место, снять одежду, приподнять голову, охладить область сердца (холодный компресс), напоить. Дать понюхать нашатырный спирт, сердечные средства. При нарушении дыхания сделать искусственное дыхание.

При обморожениях на охлажденном участке вначале чувствуется легкое пощипывание, затем чувствительность теряется. Особенно поддаются ему пальцы рук, ног, нос, уши. Если произошло обморожение нельзя растирать пораженные места снегом, это только повредит кожу. Необходимо поместить обмороженный участок в тепло не растирать, а согревать при комнатной температуре. Обмороженные места смазать жиром (вазелином).

3. Актуальность задачи повышения уровня готовности обучающихся к зачетным занятиям, на основе управляемой адаптации к смене видов учебно-познавательной деятельности

Выполнение контрольных нормативов требует от студента мобилизации всех своих сил и здесь следует принимать во внимание и учитывать все что может повлиять на конечный результат, в том числе характер учебно-познавательной деятельности предшествующий зачетному занятию.

В течение учебного дня, занимаясь то одним видом учебно-познавательной деятельности, то другим, обучающиеся должны переключаться с выполнения одного вида задач на другой, и каждый раз проходит какое-то время, пока будет достигнуто оптимальное соответствие состояния личности и организма обучающегося к условиям проведения определенного вида учебно-познавательной деятельности – период адаптации.

Можно говорить о том, что к каждому учебному занятию кроме практической и теоретической подготовленности, определенного уровня умений и навыков по предмету, от студентов требуется некоторая психофизиологическая и физическая готовность. В этом случае под ней подразумевается готовность психических, физиологических и обеспечивающих двигательные действия систем человека к выполнению определенного рода учебно-познавательной деятельности.

Многообразие видов учебно-познавательной деятельности определяет многообразие психофизиологических и физических состояний обучающихся. Под психофизиологическим и физическим состоянием предлагается понимать целостные психофизиологические и

физические реакции обучаемого на внешние и внутренние факторы, направленные на достижение полезного результата.

Параметром психофизиологического и физического состояния является величина, характеризующая какую-либо из реакций организма обучаемого на внешние или внутренние факторы.

Уровень психофизиологической и физической готовности к предстоящему занятию, зависит от индивидуальных особенностей личности обучаемого и определенных внешних факторов, воздействующих на него на предыдущем занятии. Эти факторы можно разделить на три вида:

- санитарно-гигиенические условия;
- временные условия;
- организация предыдущего вида учебно-познавательной деятельности.

К санитарно-гигиеническим условиям относятся температура и влажность воздуха, освещенность, содержание кислорода в воздухе, эргономичность учебных мест, запыленность, загазованность места проведения занятия. К временным условиям относятся: время дня, день недели, месяц семестра, время года, а также время, прошедшее после последнего приема пищи.

Вышеперечисленные факторы оказывают существенное влияние на психофизиологическую и физическую готовность. Второй фактор заставляет учитывать объективные закономерности колебания уровня работоспособности студентов в течение учебного дня, учебной недели, семестра. Как известно, в течение учебного дня объективно наблюдается два периода подъема работоспособности: один в первой половине дня, второй – в послеобеденное время. Каждому периоду характерны три фазы: вработывание, повышенная работоспособность, снижение работоспособности. В течение недели те же фазы распределяются следующим образом: понедельник, вторник – вработывание; среда, четверг – повышенная работоспособность; пятница, суббота – снижение работоспособности. Исследования показали, что и семестровый цикл разделяется на те же фазы.

Влияние фактора «организация предыдущего вида учебно-познавательной деятельности» в данном случае рассматривается, как влияние особенностей психофизиологической и физической деятельности обучаемых на предыдущем занятии на их психофизиологическую и физическую готовность к последующему виду учебно-познавательной деятельности, в нашем случае к зачету. Психофизиологическая деятельность характеризуется напряженностью и характером мыслительной деятельности, а также нервно-эмоциональной напряженностью учебной деятельности.

Физическая деятельность характеризуется интенсивностью, видом мышечных действий и работой обеспечивающих эту деятельность физиологических систем. Мышечные действия

могут носить статический и динамический характер: поддержание рабочей позы «сидя», «стоя», выполнение чертежной, письменной работы, настройка и обслуживание аппаратуры, выполнение гимнастических упражнений и т.п. При этом используются, в той или иной степени, основные физические качества: сила, быстрота, выносливость, ловкость.

Влияние всех вышеперечисленных факторов преломляется через индивидуальные особенности личности, такие как типологические свойства нервной системы и темперамента, возрастные, морфологические, биохимические особенности организма, уровень физической подготовленности, состояние здоровья и другие, выливаясь, в итоге, в психофизиологическую и физическую готовность студента к предстоящему виду учебно-познавательной деятельности.

Следует отметить, что особенно явно эти проблемы проявляются при чередовании занятий по общенаучным, инженерным и специальным дисциплинам с практическими занятиями по физической культуре. В этом случае происходит смена видов деятельности, в одном из которых доминирующую роль играет умственная работа с пониженной двигательной активностью и сохранением определенной рабочей позы, в другом – разнообразная активная двигательная деятельность с сопровождающей ее мыслительной работой.

Методика проведения занятий предусматривает проведение вводной (подготовительной) части для организации обучающихся, приведения их в состояние готовности к решению задач основной части, в нашем случае к сдаче контрольного норматива, и заключительной – для подведения итогов, приведения организма в относительно спокойное состояние (для занятий по физической культуре), но при проведении этих частей занятий, как правило, не учитывается характер предыдущей и последующей деятельности студентов. Неучтение этого факта отрицательно влияет на скорость адаптации к виду учебно-познавательной деятельности, что особенно наглядно проявляется при чередовании практических занятий по физической культуре с занятиями по инженерным и специальным дисциплинам.

Складывается противоречие между имеющим место в практике обучения несоответствием уровня психофизиологической и физической готовности обучающихся, объективно складывающейся в ходе проведения предшествующего занятия, видом учебно-познавательной деятельности последующего занятия и неучтением этого факта в общепринятых методиках проведения вводных (подготовительных) и заключительных частей занятий, в том числе, по дисциплине «физическая культура»

Это противоречие можно устранить, обеспечив управление процессом адаптации студентов к смене видов учебно-познавательной деятельности в ходе проведения вводных (подготовительных) и заключительных частей занятий.

Для каждой темы занятия по физической культуре в зависимости от педагогической ситуации, складывающейся из контекстной пары - вид предшествующего и вид последующего

занятия, можно установить наиболее предпочтительные адаптирующие, предметно-ориентированные варианты проведения подготовительной и заключительной частей, оперативно поддерживающие достаточно высокий уровень психофизиологической и физической готовности при чередовании этих занятий с занятиями по другим дисциплинам.

Видится актуальной задача управления процессом адаптации обучаемых к смене видов учебно-познавательной деятельности с целью сокращения времени вработывания и повышения эффективности как занятий, так и сдачи контрольных нормативов. Для решения этой задачи представляется наиболее целесообразным использовать проведение подготовительной (разминки) и заключительной частей занятий с адаптирующим, предметно-ориентированным содержанием.

В этом случае под управлением адаптацией следует понимать процесс педагогического воздействия с целью установления оптимального соответствия личности обучаемого и условий осуществления учебной деятельности в ходе осуществления им познавательной деятельности, которое позволяет индивидууму более эффективно удовлетворять актуальные познавательные потребности, и реализовывать связанные с ними значимые цели.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой,

 Д.Ф. Шулиманов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

по дисциплине

ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ ПО ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЕ И СПОРТУ

Направление подготовки

21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 2

***Поиски и разведка подземных вод
и инженерно-геологические изыскания***

Автор: Шулиманов Д.Ф.

Одобен на заседании кафедры

Физической культуры

(название кафедры)

Протокол № 8 от 03.03.2020

(Дата)

Екатеринбург
2020

Содержание

Цели и задачи дисциплины	3
Место дисциплины в структуре основной образовательной программы	3
Требования к оформлению контрольной работы	3
Содержание контрольной работы.....	3
Выполнение работы над ошибками.....	10
Критерии оценивания контрольной работы	10
Образец титульного листа	11

1. Цели и задачи дисциплины

Цель: формирование физической культуры личности и способности направленного использования разнообразных средств физической культуры, спорта и туризма для сохранения и укрепления здоровья, психофизической подготовки и самоподготовки к будущей жизни и профессиональной деятельности.

Задачи:

- формирование осознания социальной значимости физической культуры и её роли в развитии личности и подготовке к профессиональной деятельности;
- изучение научно-биологических, педагогических и практических основ физической культуры и здорового образа жизни;
- формирование мотивационно-ценностного отношения к физической культуре, установки на здоровый стиль жизни, физическое совершенствование и самовоспитание привычки к регулярным занятиям физическими упражнениями и спортом;

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Дисциплина «Элективные курсы по физической культуре и спорту» относится к разделу «Блок 1. Базовая часть».

3. Требования к оформлению контрольной работы

Контрольные задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, номер контрольной работы и фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Контрольные задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в контрольной работе.

Выполненную контрольную работу необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если контрольная работа выполнена без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «элективные курсы по физической культуре и спорту» представлено 2 варианта контрольной работы.

Содержание контрольной работы

Вопросы для групповой дискуссии

1. Что можно отнести к средствам физического воспитания?
2. Влияние климатогеографического фактора на здоровье и работоспособность человека
3. Чем отличается спорт от физической культуры?
4. Что мы относим к материальным ценностям физической культуры, а что – к духовным?
5. В чем состоит взаимосвязь физической и умственной деятельности человека?
6. Причины возникновения таких явлений как гипокинезия и гиподинамия
7. Для чего нужна адаптивная физическая культура?
8. При выборе вида спорта на какие аспекты и характеристики необходимо обратить основное внимание.

Контрольная работа №1

Вариант 1

ДЕ-1: Физическая культура в общекультурной и профессиональной подготовке обучающихся.

1. Часть общечеловеческой культуры, специфический процесс и результат человеческой деятельности, средство и способ физического совершенствования личности – это:
а) физическая культура; б) спорт; в) туризм; г) физическое развитие.
2. Физическое воспитание – это:

- а) педагогический процесс, направленный на формирование физической культуры личности в результате педагогического воздействия и самовоспитания;
- б) приобщение человека к физической культуре;
- в) биологический процесс становления, изменения естественных морфологических и функциональных свойств организма в течение жизни человека;
- г) процесс формирования определенных физических и психических качеств.

3. Чем спорт отличается от физической культуры:

- а) наличием специального оборудования;
- б) присутствием зрителей;
- в) наличием соревновательного момента;
- г) большой физической нагрузкой.

4. Какой из ниже перечисленных принципов не относится к основным принципам физического воспитания:

- а) сознательности и активности;
- б) наглядности;
- в) последовательности;
- г) систематичности;

5. Под физическим развитием понимается:

- а) процесс изменения морфофункциональных свойств организма на протяжении жизни;
- б) размеры мускулатуры, форма тела, функциональные возможности дыхания и кровообращения, физическая работоспособность;
- в) процесс совершенствования физических качеств, при выполнении физических упражнений;
- г) уровень, обусловленный наследственностью и регулярностью занятий физической культурой и спортом.

ДЕ-2: Основы здорового образа жизни обучающегося.

1. Определение понятия «Здоровье» Всемирной организации здравоохранения. Здоровье это:

- а) естественное состояние организма без болезней и недугов;
- б) состояние полного физического, умственного и социального благополучия;
- в) состояние отсутствия каких-либо заболеваний;
- г) все перечисленное.

2. Состояние здоровья обусловлено:

- а) резервными возможностями организма;
- б) образом жизни;
- в) уровнем здравоохранения;
- г) отсутствием болезней.

3. Что не относится к внешним факторам, влияющим на человека:

- а) природные факторы;
- б) факторы социальной среды;
- в) генетические факторы;
- г) биологические факторы.

4. Сколько времени необходимо нормальному человеку для ночного сна:

- а) 5 – 6 часов;
- б) 6 – 7 часов;
- в) 7 – 8 часов;
- г) 8 – 9 часов.

5. К активному отдыху относится:

- а) сон;
- б) отдых сидя;
- в) занятия двигательной деятельностью;
- г) умственная деятельность.

ДЕ-3: Средства и методы физической культуры.

1. Физическими упражнениями называются:

- а) двигательные действия, используемые для формирования техники движений;
- б) двигательные действия, используемые для развития физических качеств и укрепления здоровья;
- в) двигательные действия, выполняемые на занятиях по физической культуре и самостоятельно;
- г) двигательные действия, направленные на реализацию задач физического воспитания.

2. Занятия физическими упражнениями отличаются от трудовых действий:

- а) интенсивностью;
- б) задачами;
- в) местом проведения;
- г) все ответы верны.

3. Физические упражнения являются:

- а) принципом физического воспитания;
- б) методом физического воспитания;
- в) средством физического воспитания;
- г) функцией физического воспитания.

4. Что не относится к методам физического воспитания:

- а) игровой;
- б) регламентированного упражнения;
- в) словесный и сенсорный;
- г) самостоятельный.

5. Метод в физической культуре – это

- а) основное положение, определяющее содержание учебного процесса по физической культуре;
- б) руководящее положение, раскрывающее принципы физической культуры;
- в) конкретная причина, заставляющая человека выполнять физические упражнения;
- г) способ применения физических упражнений.

ДЕ-4: Общая физическая и специальная подготовка в системе физического воспитания.

1. Физическая подготовка – это:

- а) педагогический процесс, направленный на формирование физической культуры личности в результате педагогического воздействия и самовоспитания;
- б) приобщение человека к физической культуре, в процессе которой он овладевает системой знаний, ценностей, позволяющих ему осознанно и творчески развивать физические способности;

- в) биологический процесс становления, изменения естественных морфологических и функциональных свойств организма в течение жизни человека;
- г) процесс формирования определенных физических и психических качеств, умений и навыков человека посредством направленных занятий с применением средств физической культуры.

2. К основным физическим качествам относятся:

- а) рост, вес, объем бицепсов, становая сила; б) бег, прыжки, метания, лазания;
- в) сила, выносливость, быстрота, ловкость, гибкость; г) взрывная сила, прыгучесть, меткость.

3. Различают гибкость:

- а) абсолютную и относительную; б) общую и специальную; в) активную и пассивную;
- г) простую и сложную.

4. Какие виды спорта развивают преимущественно выносливость:

- а) спортивные единоборства; б) циклические; в) спортивные игры; г) ациклические.

5. Скоростно-силовые качества преимущественно развиваются:

- а) в тяжелой атлетике; б) в акробатике; в) в конькобежном спорте; г) в лыжном спорте.

Вариант 2

ДЕ-1: Физическая культура в общекультурной и профессиональной подготовке обучающихся.

1. На что преимущественно влияют занятия по физической культуре:

- а) на интеллектуальные способности;
- б) на удовлетворение социальных потребностей;
- в) на воспитание лидерских качеств;
- г) на полноценное физическое развитие.

2. Физическая культура – это:

- а) часть общечеловеческой культуры, специфический процесс и результат человеческой деятельности, средство и способ физического совершенствования личности;
- б) часть науки о природе двигательной деятельности человека
- в) вид воспитательного процесса, специфика которого заключена в обучении двигательным актам и управлением развитием и совершенствованием физических качеств человека;
- г) процесс физического образования и воспитания, выражающий высокую степень развития индивидуальных физических способностей.

3. Что не относится к компонентам физической культуры:

- а) физическое развитие; б) спорт высших достижений; в) оздоровительно-реабилитационная физическая культура;
- г) гигиеническая физическая культура.

4. Выбрать правильное определение термина «Физическое развитие»:

- а) физическое развитие – это педагогический процесс, направленный на формирование физической культуры личности в результате педагогического воздействия и самовоспитания;
- б) физическое развитие – это приобщение человека к физической культуре, в процессе которой он овладевает системой знаний, ценностей, позволяющих ему осознанно и творчески развивать физические способности;
- в) физическое развитие – это биологический процесс становления, изменения естественных морфологических и функциональных свойств организма в течение жизни человека;
- г) физическое развитие – это процесс формирования определенных физических и психических качеств, умений и навыков человека посредством направленных занятий с применением средств физической культуры.

5. Теоретический материал учебного предмета «Физическая культура и спорт» в высших учебных заведениях включает в себя:

- а) фундаментальные знания общетеоретического характера;
- б) инструктивно-методические знания;
- в) знания о правилах выполнения двигательных действий;
- г) все вышеперечисленное.

ДЕ-2: Основы здорового образа жизни обучающегося.

1. Что понимается под закаливанием:

- а) купание в холодной воде и хождение босиком;
- б) приспособление организма к воздействиям внешней среды;
- в) сочетание воздушных и солнечных ванн с гимнастикой и подвижными играми;
- г) укрепление здоровья.

2. Определение понятия «Здоровье» Всемирной организации здравоохранения. Здоровье это:

- а) естественное состояние организма без болезней и недугов;
- б) состояние полного физического, умственного и социального благополучия;
- в) состояние отсутствия каких-либо заболеваний;
- г) все перечисленное.

3. Какое понятие не относится к двигательной активности человека:

- а) гипоксия; б) гиподинамия; в) гипокинезия; г) гипердинамия.

4. Какая из перечисленных функций не относится к функции кожи:

- а) защита внутренней среды организма; б) терморегуляция; в) выделение из организма продуктов обмена веществ; г) звукоизоляция.

5. Соблюдение режима дня способствует укреплению здоровья, потому что:

- а) обеспечивает ритмичность работы организма;
- б) позволяет правильно планировать дела в течение дня;
- в) распределение основных дел осуществляется более или менее стандартно в течение каждого дня;
- г) позволяет избегать неоправданных физических напряжений.

ДЕ-3: Средства и методы физической культуры.

1. Физическое упражнение - это:

- а) двигательные действия, используемые для формирования техники движений;
- б) двигательные действия, используемые для развития физических качеств и укрепления здоровья;
- в) двигательные действия, выполняемые на занятиях по физической культуре и самостоятельно;
- г) двигательные действия, направленные на реализацию задач физического воспитания.

2. Положительное влияние физических упражнений на развитие функциональных возможностей организма будет зависеть:

- а) от технической и физической подготовленности занимающихся;
- б) от особенностей реакций систем организма в ответ на выполняемые упражнения;
- г) от состояния здоровья и самочувствия занимающихся во время выполнения упражнений;
- г) от величины физической нагрузки и степени напряжения в работе определенных мышечных групп.

3. Что не относится к средствам физического воспитания:

- а) физические упражнения;
- б) подвижные игры;
- в) соревнования;
- в) спортивные игры.

4. Что относится к методическим принципам физического воспитания:

- а) сознательность и активность;
- б) наглядность и доступность;
- в) систематичность и динамичность;
- г) все вышеперечисленное.

5. Регулярные занятия физическими упражнениями способствует повышению работоспособности, потому что:

- а) во время занятий выполняются двигательные действия, содействующие развитию силы и выносливости;
- б) достигаемое при этом утомление активизирует процессы восстановления и адаптации;
- в) в результате повышается эффективность и экономичность дыхания и кровообращения;
- г) человек, занимающийся физическими упражнениями, способен выполнять больший объем физической работы за отведенный отрезок времени.

ДЕ-4: Общая физическая и специальная подготовка в системе физического воспитания.

1. Степень владения техникой действий, при которой повышена концентрация внимания на составные операции (части), наблюдается нестабильное решение двигательной задачи – это

- а) двигательное умение; в) массовый спорт; в) двигательный навык;
- г) спорт высших достижений.

2. Для воспитания быстроты используются:

- а) упражнения в беге с максимальной скоростью на короткие дистанции;
- б) подвижные и спортивные игры;
- в) упражнения на быстроту реакции и частоту движений;
- г) двигательные упражнения, выполняемые с максимальной скоростью.

3. Различают два вида выносливости:

- а) абсолютная и относительная; б) общая и специальная; в) активная и пассивная;
- г) динамическую и статическую.

4. Процесс воспитания физических качеств, обеспечивающих преимущественное развитие тех двигательных способностей, которые необходимы для конкретной спортивной дисциплины - это

- а) общая физическая подготовка; б) двигательное умение; в) специальная физическая подготовка; г) двигательный навык.

5. Различают силу:

- а) абсолютную и относительную; б) общую и специальную; в) активную и пассивную;
- г) статическую и динамическую.

Контрольная работа №2

Вариант 1

ДЕ-1: Основы методики самостоятельных занятий физическими упражнениями.

1. В комплекс утренней гимнастики следует включать:
а) упражнения с отягощением; б) упражнения статического характера;
в) упражнения на гибкость и дыхательные упражнения; г) упражнения на выносливость.
2. К объективным показателям самоконтроля относится:
а) частота сердечных сокращений; б) самочувствие; в) аппетит; г) сон.
3. При нагрузке интенсивности выше средней частота пульса достигает:
а) 100 – 130 уд/мин; б) 130 – 150 уд/мин; в) 150 – 170 уд/мин; г) более 170 уд/мин.
4. Самостоятельные тренировочные занятия рекомендуется выполнять:
а) после приема пищи; б) после сна натошак; в) во второй половине дня, через 2-3 часа после обеда; г) перед сном.

ДЕ-2: Спорт. Индивидуальный выбор видов спорта или систем физических упражнений.

1. Регулярные занятия доступным видом спорта, участия в соревнованиях с целью укрепления здоровья, коррекции физического развития и телосложения, активного отдыха, достижение физического совершенствования – это:
а) спорт высших достижений;
б) лечебная физическая культура;
в) профессионально-прикладная физическая культура;
г) массовый спорт.
2. Какой вид спорта наиболее эффективно развивает гибкость и ловкость:
а) фехтование;
б) баскетбол;
в) фигурное катание;
г) художественная гимнастика.
3. Количество игровых одной команды в волейболе на площадке:
а) 7; б) 6; в) 5; г) 8.
4. Как осуществляется контроль за влиянием физических нагрузок на организм во время занятий физическими упражнениями:
а) по частоте дыхания;
б) по частоте сердечно-сосудистых сокращений;
в) по объему выполненной работы.

ДЕ-3: Особенности занятий избранным видом спорта или системой физических упражнений.

1. Степень владения техникой действия, при которой управление движением происходит автоматически, и действия отличаются надежностью – это:
а) двигательное умение;
б) массовый спорт;
в) двигательный навык;
г) спорт высших достижений.
2. Как дозируются упражнения на гибкость:
а) до появления пота;
б) до снижения амплитуды движений;
в) по 12-16 циклов движений;
г) до появления болевых ощущений.
3. При воспитании силы применяются специальные упражнения с отягощениями. Их отличительная особенность заключается в том, что:
а) в качестве отягощения используется собственный вес человека;
б) они выполняются до утомления;
в) они вызывают значительное напряжение мышц;
г) они выполняются медленно.
4. В каком из перечисленных видов спорта преимущественно развивается выносливость:
а) в фигурном катании;
б) в пауэрлифтинге;
в) в художественной гимнастике;
г) в лыжном спорте.

ДЕ-4: Самоконтроль занимающихся физическими упражнениями и спортом.

1. Регулярные занятия физическими упражнениями способствуют повышению работоспособности, потому что:

- а) обеспечивают усиленную работу мышц;
- б) обеспечивают выполнение большого объема мышечной работы с разной интенсивностью;
- в) обеспечивают усиленную работу систем дыхания и кровообращения;
- г) обеспечивают усиленную работу системы энергообеспечения.

2. Меры профилактики переутомления:

- а) посидеть 3-4 минуты;
- б) сменить вид деятельности;
- в) прекратить выполнение действий, пройти обследование у врачей, выполнить их рекомендации;
- г) достаточно 2 дней полноценного отдыха для восстановления.

3. При нагрузке средней интенсивности частота пульса достигает:

- а) 100 – 130 уд/мин;
- б) 130 – 150 уд/мин;
- в) 150 – 170 уд/мин;
- г) более 170 уд/мин

4. Что называется «разминкой», проводимой в подготовительной части занятия:

- а) чередование легких и трудных общеразвивающих упражнений;
- б) чередование беговых и общеразвивающих упражнений;
- в) подготовка организма к предстоящей работе;
- г) чередование беговых упражнений и ходьбы.

ДЕ-5: Профессионально-прикладная физическая подготовка (ППФП) обучающихся.

Специально направленное и избирательное использование средств физической культуры и спорта для подготовки человека к определенной профессиональной деятельности – это:

- а) спорт высших достижений;
- б) лечебная физическая культура;
- в) производственная физическая культура;
- г) массовый спорт.

1. ППФП строится на основе и в единстве с:

- а) физической подготовкой; б) технической подготовкой; в) тактической подготовкой;
- г) психологической подготовкой.

3. Какая из нижеперечисленных задач не является задачей ППФП:

- а) развитие физических способностей, специфических для данной профессии;
- б) формирование профессионально-прикладных сенсорных умений и навыков;
- в) сообщение специальных знаний для успешного освоения практических навыков трудовой деятельности;
- г) повышение функциональной устойчивости организма к неблагоприятному воздействию факторов окружающей среды.

4. Что не является формой занятий по ППФП:

- а) спортивно-прикладные соревнования; б) учебные занятия; в) занятия в период учебной практики; г) рекреационные занятия.

Вариант 2

ДЕ-1: Основы методики самостоятельных занятий физическими упражнениями.

1. Определение повседневных изменений в подготовке занимающихся – это:

- а) педагогический поэтапный контроль;
- б) педагогический текущий контроль;
- в) педагогический оперативный контроль;
- г) педагогический двигательный контроль.

1. В комплекс утренней гимнастики не рекомендуется включать:

- а) упражнения на гибкость;
- б) дыхательные упражнения;
- в) упражнения с отягощением;
- г) упражнения для всех групп мышц.

2. Самостоятельные тренировочные занятия не рекомендуется выполнять:

- а) за час до приема пищи;
- б) после сна натошак;
- в) во второй половине дня, через 2-3 часа после обеда;
- г) за 3 часа до отхода ко сну.

4. Дневник самоконтроля нужен для:

- а) коррекции содержания и методики занятий физическими упражнениями;
- б) контроля родителей;
- в) лично спортсмену;
- г) лично тренеру.

ДЕ-2: Спорт. Индивидуальный выбор видов спорта или систем физических упражнений.

1. К циклическим видам спорта не относится:
 - а) волейбол;
 - б) стайерский бег;
 - в) плавание;
 - г) спортивная ходьба.
2. Какой из перечисленных видов спорта преимущественно развивает координацию движений:
 - а) спортивная гимнастика;
 - б) лыжный спорт;
 - в) триатлон;
 - г) атлетическая гимнастика.
3. Систематическая плановая многолетняя подготовка и участие в соревнованиях в избранном виде спорта с целью достижения максимальных спортивных результатов – это:
 - а) спорт высших достижений;
 - б) лечебная физическая культура;
 - в) профессионально-прикладная физическая культура;
 - г) массовый спорт.
4. Какие упражнения включаются в разминку почти во всех видах спорта:
 - а) упражнения на развитие выносливости;
 - б) упражнения на развитие гибкости и координации движений;
 - в) бег и общеразвивающие упражнения.

ДЕ-3: Особенности занятий избранным видом спорта или системой физических упражнений.

1. Какая из представленных способностей не относится к группе координационных:
 - а) способность сохранять равновесие;
 - б) способность точно дозировать величину мышечных усилий;
 - в) способность быстро реагировать на стартовый сигнал;
 - г) способность точно воспроизводить движения в пространстве.
2. Почему на занятиях по «физической культуре» выделяют подготовительную, основную и заключительную части:
 - а) так удобнее распределять различные по характеру упражнения;
 - б) выделение частей занятий связано с необходимостью управлять динамикой работоспособности занимающихся;
 - в) выделение частей в занятии требует Министерство науки и образования;
 - г) перед занятием, как правило, ставятся 3 задачи, и каждая часть предназначена для них.
3. Величина нагрузки физических упражнений обусловлена:
 - а) сочетанием объема и интенсивности двигательных действий;
 - б) степенью преодолеваемых при их выполнении трудностей;
 - в) утомлением, возникающим в результате их выполнения;
 - г) частотой сердечных сокращений.
4. Назовите количество игроков на волейбольной площадке:
 - а) 4; б) 5; в) 6; г) 7.

ДЕ-4: Самоконтроль занимающихся физическими упражнениями и спортом.

1. К объективным показателям самоконтроля относится:
 - а) частота сердечных сокращений; б) самочувствие; в) аппетит; г) сон.
2. При нагрузке интенсивности выше средней частота пульса достигает:
 - а) 100 – 130 уд/мин; б) 130 – 150 уд/мин; в) 150 – 170 уд/мин; г) более 170 уд/мин.
3. Самостоятельные тренировочные занятия рекомендуется выполнять:
 - а) после приема пищи; б) после сна натошак; в) во второй половине дня, через 2-3 часа после обеда; г) перед сном.
4. Меры профилактики переутомления:
 - а) посидеть 3-4 минуты;
 - б) сменить вид деятельности;
 - в) прекратить выполнение действий, пройти обследование у врачей, выполнить их рекомендации;
 - г) достаточно 2 дней полноценного отдыха для восстановления.

ДЕ-5: Профессионально-прикладная физическая подготовка (ППФП) обучающихся.

1. Система методически обоснованных физических упражнений, физкультурно-оздоровительных и спортивных мероприятий, направленных на повышение и сохранение устойчивой и профессиональной дееспособности – это:
 - а) физкультурная пауза;
 - б) производственная физическая культура;
 - в) спорт высших достижений;

г) массовый спорт.

2. Профессионально-прикладная физическая подготовка - это

а) специализированный вид физического воспитания, осуществляемый в соответствии с особенностями и требованиями данной профессии;

б) система профессиональных мероприятий, осуществляемая в соответствии с особенностями данной профессии;

в) процесс формирования специализированных знаний, умений и навыков;

г) целенаправленное воздействие на развитие физических качеств человека посредством нормированных нагрузок.

3. Какой вид спорта наиболее эффективно развивает координационные способности монтажников-высотников:

а) фехтование; б) баскетбол; в) мото-спорт; г) гимнастика.

4. Что не является формой занятий по ППФП:

а) спортивно-прикладные соревнования; б) учебные занятия; в) занятия в период учебной практики; г) рекреационные занятия.

Проблемные и сложные вопросы, возникающие в процессе изучения курса и выполнения контрольной работы, необходимо решать с преподавателем на консультациях.

Выполнению контрольной работы должно предшествовать самостоятельное изучение студентом рекомендованной литературы.

Студент получает проверенную контрольную работу с исправлениями в тексте и замечаниями. В конце работы выставляется оценка «зачтено», «не зачтено». Работа с оценкой «не зачтено» должна быть доработана и представлена на повторную проверку.

Выполнение работы над ошибками

При получении проверенной контрольной работы необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данной контрольной работы. Контрольные работы являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

Критерии оценивания контрольной работы

Оценка за контрольную работу определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 2 балл. Максимум 40 баллов.

Результат контрольной работы

Контрольная работа оценивается на «зачтено», «не зачтено»:

20-40 балла (50-100%) - оценка «зачтено»;

0-19 балла (0-49%) - оценка «не зачтено»;

Образец оформления титульного листа



**Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»**

Кафедра физической культуры

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

**по дисциплине
ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ ПО ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЕ И СПОРТУ**

Выполнил: Иванов Иван Иванович
Группа _____

Преподаватель: Петров Петр Петрович

**Екатеринбург
2018**

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по учебно-методическому

комплексу
С.А. Упоров



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.1.06 ЭКОНОМИКА. ОСНОВЫ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ТЕОРИЙ

Специальность

21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 2

*Поиски и разведка подземных вод
и инженерно-геологические изыскания*

форма обучения: очная , заочная

Автор: Мочалова Л.А., д.э.н., Комарова О.Г.

Одобрена на заседании кафедры
Экономики и менеджмента

Зав. кафедрой

(название кафедры)

(подпись)

д.э.н., проф.. Мочалова Д.А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 78 от 19.03.2020

(Дата)

Рассмотрена методической комиссией

факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель

(подпись)

д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020

(Дата)

Екатеринбург
2020

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ.....	5
ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ.....	18
САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ.....	29
ПОДГОТОВКА ДОКЛАДА.....	32
ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ.....	36
ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ.....	38
ПОДГОТОВКА К ТЕСТИРОВАНИЮ.....	88
ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ.....	89
ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ.....	104

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа в высшем учебном заведении - это часть учебного процесса, метод обучения, прием учебно-познавательной деятельности, комплексная целевая стандартизованная учебная деятельность с запланированным видом, типом, формами контроля.

Самостоятельная работа представляет собой плановую деятельность обучающихся по поручению и под методическим руководством преподавателя.

Целью самостоятельной работы студентов является закрепление тех знаний, которые они получили на аудиторных занятиях, а также способствование развитию у студентов творческих навыков, инициативы, умению организовать свое время.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- предполагает освоение курса дисциплины;
- помогает освоению навыков учебной и научной работы;
- способствует осознанию ответственности процесса познания;
- способствует углублению и пополнению знаний студентов, освоению ими навыков и умений;
- формирует интерес к познавательным действиям, освоению методов и приемов познавательного процесса,
- создает условия для творческой и научной деятельности обучающихся;
- способствует развитию у студентов таких личных качеств, как целеустремленность, заинтересованность, исследование нового.

Самостоятельная работа обучающегося выполняет следующие функции:

- развивающую (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- информационно-обучающую (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях, неподкрепленная самостоятельной работой, становится мало результативной);
- ориентирующую и стимулирующую (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательную (формируются и развиваются профессиональные качества специалиста и гражданина);
- исследовательскую (новый уровень профессионально-творческого мышления).

Организация самостоятельной работы студентов должна опираться на определенные требования, а, именно:

- сложность осваиваемых знаний должна соответствовать уровню развития студентов;
- стандартизация заданий в соответствии с логической системой курса дисциплины;
- объем задания должен соответствовать уровню студента;
- задания должны быть адаптированными к уровню студентов.

Содержание самостоятельной работы студентов представляет собой, с одной стороны, совокупность теоретических и практических учебных заданий, которые должен выполнить студент в процессе обучения, объект его деятельности; с другой стороны – это способ деятельности студента по выполнению соответствующего теоретического или практического учебного задания.

Свое внешнее выражение содержание самостоятельной работы студентов находит во всех организационных формах аудиторной и внеаудиторной деятельности, в ходе самостоятельного выполнения различных заданий.

Функциональное предназначение самостоятельной работы студентов в процессе лекций, практических занятий по овладению специальными знаниями заключается в самостоятельном прочтении, просмотре, прослушивании, наблюдении, конспектировании, осмыслении, запоминании и воспроизведении определенной информации. Цель и планирова-

ние самостоятельной работы студента определяет преподаватель. Вся информация осуществляется на основе ее воспроизведения.

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

Таким образом, самостоятельная работа студентов является важнейшей составной частью процесса обучения.

Методические указания по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся по дисциплине «Экономика. Основы экономических теорий» обращают внимание студента на главное, существенное в изучаемой дисциплине, помогают выработать умение анализировать явления и факты, связывать теоретические положения с практикой, а также облегчают подготовку к сдаче *зачета*.

Настоящие методические указания позволят студентам самостоятельно овладеть фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю подготовки, опытом творческой и исследовательской деятельности, и направлены на формирование компетенций, предусмотренных учебным планом поданному профилю.

Видами самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Экономика. Основы экономических теорий» являются:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение тем курса (в т.ч. рассмотрение основных категорий дисциплины, работа с литературой);
- ответы на вопросы для самопроверки (самоконтроля);
- подготовка к практическим (семинарским) занятиям (в т.ч. подготовка доклада, подготовка к выполнению практико-ориентированного задания);
- подготовка к тестированию;
- подготовка к зачету.

В методических указаниях представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

Раздел 1. ВВЕДЕНИЕ В ЭКОНОМИЧЕСКУЮ ТЕОРИЮ

1.1. Экономическая теория: предмет и метод, основные этапы развития

1. Дайте определение понятию «экономика».
2. Что изучает экономическая теория? Охарактеризуйте различные подходы к предмету экономической теории.
3. Назовите основные отличия между макро- и микроэкономикой. В чем проявляется их взаимосвязь?
6. Перечислите и охарактеризуйте функции экономической теории.
7. Какова взаимосвязь между экономическими фактами, теорией и государственной экономической политикой?
8. Охарактеризуйте методы экономической теории.
9. Дайте определение экономическим категориям и законам. Какое значение они имеют с точки зрения познания экономической действительности? Претерпевают ли они изменения в историческом аспекте?
10. В чем заключается сущность меркантилистской концепции? Каковы основные цели, рекомендации, положения школы?
11. Что такое физиократизм, каковы его основные идеи?
12. В чем заключается сущность концепции А. Смита об «экономическом человеке» и «невидимой руке»?
13. В чем заключаются характерные особенности классической политической экономики, раскройте ее роль и значение.
14. Каковы исторические предпосылки возникновения марксизма?
15. Что такое маржинальная революция и каковы основные положения маржиналистов?
16. Обрисуйте основные особенности институционального направления в экономической науке.
17. В чем отличие концепции, выдвинутой Дж. М. Кейнсом, от неоклассической теории?
18. Что такое чикагский монетаризм? Охарактеризуйте его основные положения.
19. Охарактеризуйте понятие «потребность». На какие группы делятся потребности экономических субъектов?
20. Что такое «благо»? Охарактеризуйте виды благ, приведите примеры.
21. Кто такие экономические субъекты (агенты)? Охарактеризуйте их функции в экономическом кругообороте.
22. Изобразите простую модель экономического кругооборота. Назовите факторы, которые не учитываются в данной модели.
23. Каково предназначение экономических ресурсов?
24. Какие вы знаете факторы производства?
25. Сформулируйте сущность основной проблемы экономической теории.
26. Почему кривая производственных возможностей имеет выпуклый вид по отношению к началу координат? Что означала бы прямая, а не выпуклая линия производственных возможностей?
27. Какой вид хозяйствования является эффективным, а какой неэффективным? Приведите конкретные примеры.
28. Дайте определение понятию «экономические интересы». Охарактеризуйте проблему упорядочения личных, коллективных и общественных интересов.

1.2. Сущность и типы экономических систем. Отношения собственности

1. Дайте определение понятию «экономическая система».

2. Охарактеризуйте способы координации выбора, реализуемого экономическими субъектами, которые осуществляют деятельность в определенной экономической системе.
3. Что собой представляют издержки эксплуатации экономической системы? Назовите их виды. Проведите аналогию между данными издержками в экономике и трением в физике.
4. Назовите основные элементы экономической системы с точки зрения формационного подхода, объясните их экономическую сущность и охарактеризуйте взаимосвязи между ними.
5. Что следует понимать под термином «воспроизводство»? Охарактеризуйте виды воспроизводства.
6. Объясните значимость каждой стадии воспроизводственного цикла: производства, распределения, обмена и потребления. В чем проявляется диалектическая связь производства и потребления?
7. Дайте определение понятию «собственность». Охарактеризуйте объективную и субъективную стороны отношений собственности.
8. Имеется ли разница между содержанием терминов «право собственности» и «отношения собственности»?
9. Чем различаются владение, распоряжение, пользование объектом собственности? Кто является полным собственником, а кто – частичным?
10. Назовите достоинства и недостатки частной и государственной форм собственности. Охарактеризуйте их разновидности.
11. Назовите основные критерии отличия традиционной, административно-командной и рыночной экономики. Каким образом в каждой из перечисленных экономических систем происходит решение трех основных вопросов экономики: ЧТО, КАК и ДЛЯ КОГО производить?
12. Что следует понимать под такой системой хозяйства как смешанная экономика? Охарактеризуйте известные вам национальные модели смешанной экономики (например, американскую, шведскую, японскую, южнокорейскую, российскую).
13. Что такое переходная экономика?
14. Охарактеризуйте типы переходной экономики.
15. Каковы цели и задачи переходной экономики в России в 90-е годы XX в.?
16. Каковы достоинства и недостатки административно-командной системы?

1.3. Общая характеристика рыночной системы хозяйствования

1. Дайте определение рынку. Назовите основополагающие предпосылки и условия его формирования и развития.
2. Что собой представляет процесс разделения труда? Назовите его виды и формы проявления. С чем связано то, что с расширением и углублением разделения труда одновременно разворачивается процесс его обобществления?
3. Охарактеризуйте сущность общественного разделения труда и специализации, которые являются важнейшими условиями возникновения рынка.
4. Что собой представляет товарное производство?
5. Чем отличаются друг от друга понятия «благо» и «товар»? Как можно объяснить то, что не всякое благо, имеющее потребительскую ценность, является товаром?
6. Что собой представляет меновая стоимость товара? Охарактеризуйте подходы к ее определению.
7. Чем отличаются друг от друга формы простого товарного обмена и товарного обращения?
8. Почему для развития рынка важна экономическая обособленность, или хозяйственная автономия, рыночных субъектов?
9. Каким образом свободный обмен экономическими ресурсами способствует повышению эффективности рыночной экономики?

10. Охарактеризуйте основные элементы рынка (цена, спрос, предложение, конкуренция).
11. Что означает понятие «невидимая рука рынка»?
12. Назовите различные виды рынка в соответствии с различными классификационными признаками.
13. Охарактеризуйте достоинства рыночной экономики по сравнению с другими экономическими системами.
14. Назовите проблемы, которые рынок не может решить? Каковы причины его не состоятельности?
15. Необходимо ли вмешательство государства в рыночную экономику? Если да, то в чем оно должно заключаться?
16. Что собой представляет инфраструктура рынка? Каково ее предназначение? Назовите элементы инфраструктуры современного рынка.
17. Охарактеризуйте направления и задачи преобразования административно-командной системы в рыночную.
18. Объясните экономическую роль приватизации в переходной экономике.
19. Назовите цели, способы и этапы приватизации в России.
20. Объясните смысл следующего утверждения: «Зачастую то, что является оптимальным с позиции рынка, является социально неприемлемым».
21. Что собой представляет социальная политика государства? Каковы ее основные направления и формы реализации?
22. Какая форма социальной политики государства экономически более приемлема: активная или пассивная? Поясните свой ответ.
23. Что такое социальная справедливость? Существуют ли противоречия между понятиями «распределение доходов» и «социальная справедливость» в условиях рыночной и административно-командной экономики? Если да, то какие?
24. Охарактеризуйте термин «благополучие». Каковы его экономический и этический аспекты?
25. Проанализируйте следующее утверждение американского экономиста П. Хейне: «Поскольку в действительности доход не распределяется, он, по существу, не может и перераспределяться... Самое большое, что может сделать государство, – это изменить правила игры в надежде обеспечить более желанный результат». Ответьте, почему же мы продолжаем использовать выражение «государственная политика перераспределения доходов»?
26. Проклассифицируйте доходы по различным признакам.
27. Охарактеризуйте различные концепции справедливого распределения доходов, указав их достоинства и недостатки.
28. В чем заключается отличие функционального и персонального распределений доходов?
29. Как изменит конфигурацию кривой Лоренца социальная политика государства, направленная на увеличение трансфертов для малообеспеченных семей и повышение ставок налогообложения доходов наиболее обеспеченной доли населения?
30. Согласны ли вы со следующим утверждением: «Чем ниже коэффициент Джини, тем в большей степени мы можем утверждать, что распределение доходов осуществляется в условиях совершенной конкуренции»? Аргументируйте свой ответ.

Раздел 2. ОСНОВЫ МИКРОЭКОНОМИКИ

2.1. Спрос и предложение. Формирование рыночной цены

1. Дайте определение понятиям «спрос» и «объем спроса».

2. Используя термин «платежеспособный спрос», поясните, чем отличаются друг от друга такие экономические категории, как «производитель» и «продавец», «потребитель» и «покупатель».

3. Сформулируйте закон спроса и назовите исключения из него.

4. Перечислите неценовые факторы, влияющие на объем спроса.

5. Чем отличается движение по кривой и сдвиг кривой спроса?

6. Дайте определение понятиям «предложение» и «объем предложения».

7. Сформулируйте закон предложения. Поясните, почему кривая предложения является восходящей.

8. Назовите неценовые факторы, влияющие на объем предложения.

9. Охарактеризуйте подходы Л. Вальраса и А. Маршалла к установлению рыночного равновесия. Объясните различия между ними.

10. Что означает двойное и множественное рыночное равновесие?

11. Назовите случаи отсутствия рыночного равновесия в статичной модели.

12. В чём заключается отличие между статичной и динамической моделями рыночного равновесия?

2.2. Теория потребительского выбора

1. Сформулируйте три объяснения закона спроса.

2. Дайте определение понятию «полезность». В каких единицах измеряется полезность?

3. Что вы понимаете под термином «предельная полезность»?

4. Какова динамика предельной полезности по мере увеличения количества потребляемого блага?

5. Может ли предельная полезность принимать отрицательное значение?

6. Чем, по-вашему, объясняется сходство кривой предельной полезности и кривой рыночного спроса (обе имеют отрицательный наклон)? Может ли кривая спроса иметь положительный наклон?

7. На основании различия понятий «общая» и «предельная полезность» объясните «парадокс Смита»: почему вода, столь полезная для человека, стоит так дешево, а алмаз, чья польза намного меньше для удовлетворения жизненных потребностей, стоит так дорого?

8. Объясните следующее утверждение. «Не потому дорог бензин, что высоки затраты на добычу нефти, а, наоборот, из-за высокой ценности для автомобилистов бензина будут высоки и затраты на добычу нефти».

9. Охарактеризуйте закон убывающей предельной полезности. Как может быть использован данный закон при объяснении потребительского поведения?

10. Сформулируйте правило максимизации общей полезности.

11. Охарактеризуйте смысл эффектов дохода и замещения. В каком случае они объясняют действие закона спроса.

12. Что собой представляют товары Гиффена?

13. Какие эффекты взаимного влияния потребителей Вы знаете?

14. Что собой представляет излишек потребителя? Каких видов он бывает и как рассчитывается?

2.3. Производство экономических благ. Издержки и прибыль предприятия

1. Охарактеризуйте сущность деятельности предприятия.

2. Назовите виды предприятий в соответствии с различными классификационными признаками.

3. Почему, по Вашему мнению, предприятия объединяются? Какие формы объединения предприятий Вы знаете?

4. Каково предназначение производственной функции? Претерпевает ли она изменение при совершенствовании технологии производства?
5. Свяжите между собой понятия «масштаб производства» и «предельная производительность фактора». Что такое постоянная, возрастающая и убывающая отдача от масштаба?
6. Сформулируйте правило использования факторов производства.
7. Что собой представляет изокванта? Назовите и поясните свойства изокванты. Каких видов она бывает?
8. Какие издержки производства являются внешними (явными), а какие - внутренними (неявными)? Приведите примеры.
9. Охарактеризуйте различия между следующими понятиями: «бухгалтерская прибыль», «экономическая прибыль», «нормальная прибыль».
10. Если предприятие имеет нулевой объем производства, то будет ли оно иметь определенные затраты; если да, то какие?
11. На чем основано деление издержек производства на постоянные и переменные?
12. Объясните, почему равенство предельного дохода и предельных издержек является условием максимальной прибыли (минимальных убытков).
13. Объясните экономический смысл излишка производителя. Каких видов он бывает и как рассчитывается?

2.4. Предприятие в условиях совершенной и несовершенной конкуренции

1. Что следует понимать под рыночной структурой? Какие типы рыночных структур Вы знаете? В чем заключаются их особенности?
2. Что собой представляет модель предприятия? С какой целью она используется?
3. Назовите основные черты такой рыночной структуры, как совершенная (чистая) конкуренция.
4. Ответьте, почему предприятие, функционирующее в условиях совершенной конкуренции, называют «ценополучателем»?
5. Какую форму имеет кривая спроса на продукцию конкурентного предприятия?
6. Чем определяется угол наклона кривой общей выручки конкурентного предприятия? При каких условиях линия будет более крутой или более пологой (пунктирные линии)?
7. Может ли конкурентное предприятие влиять на величину своей общей выручки? Если да, то таким образом? Если нет, то почему?
8. Охарактеризуйте сущность чистой монополии. Есть ли реальные возможности существования данной рыночной структуры?
9. Зачем предприятие-монополист прибегает к снижению цен, ведь оно должно быть заинтересовано в максимально высокой цене?
10. Какие бывают входные барьеры для вступления в отрасль?
11. Почему в условиях чистой монополии кривая спроса и кривая предельного дохода не совпадают?
12. Что такое ценовая дискриминация? Назовите ее виды.
13. Назовите типичные черты олигополистического рынка. Приведите конкретные примеры олигополий.
14. Охарактеризуйте модели ценового поведения олигополистов.
15. На чем основана рыночная власть у предприятий – монополистических конкурентов: ведь их объемы производства и продаж, как правило, очень малы?
16. Охарактеризуйте ситуации равновесия монополистического конкурента в краткосрочном и долгосрочном периодах.
17. Дайте понятие дифференциации продукции. Назовите ее формы.
18. В чем проявляется влияние монополизма (несовершенной конкуренции) на интересы потребителей и интересы общества в целом?

19. Назовите основные направления антимонопольной политики государства.

2.5. Рынки факторов производства

1. Отметьте особенности рынков факторов производства по сравнению с рынками готовой продукции?

2. Кем и чем определяются спрос и предложение природных ресурсов на рынке?

3. В чем заключаются особенности труда по сравнению с другими факторами производства?

4. От чего зависит эластичность спроса на труд?

5. Почему формы кривых предложения одного работника и рыночного предложения труда неодинаковы?

6. Объясните экономическую сущность заработной платы. Что такое ставка заработной платы? Какие факторы лежат в основе дифференциации ставок заработной платы?

7. В чем главное отличие капитала от прочих факторов производства?

8. В чем разница между физическим и финансовым капиталом?

9. Объясните сущность амортизации. Почему амортизационные отчисления относятся к экономическим издержкам?

10. Назовите три сегмента рынка капиталов. Что является ценой на данных сегментах рынка? Кто обеспечивает на них спрос и предложение?

11. Почему при принятии инвестиционных решений необходимо учитывать рыночную ставку процента? Объясните сущность процедуры дисконтирования при инвестировании.

12. В чем заключается специфика рынка природных ресурсов?

13. Объясните сущность экономической ренты.

14. Каковы причины возникновения дифференциальной ренты? Как определяется цена природного ресурса?

15. Охарактеризуйте сущность предпринимательства.

16. В чем заключаются особенности различных видов предпринимательства?

17. Какими специфическими чертами обладает предпринимательство как фактор производства, которые выделяют его из всего комплекса факторов производства?

18. Зависят ли способности к предпринимательству от следующих факторов: а) образования; б) национальности; в) климата, в условиях которого живет человек; г) наследственности; д) социально-общественного устройства страны?

19. Какие функции по отношению к предпринимательству выполняет прибыль? Охарактеризуйте факторы экономической прибыли.

20. Предпринимательство связано с риском. Ответьте, с чем конкретно связан этот риск и какие существуют способы по его снижению.

21. Что такое юридическое лицо? Каковы признаки предприятия как юридического лица?

22. В чем заключается смысл существования предприятия в соответствии с технологическим и институциональным подходами?

23. Назовите достоинства и недостатки следующих форм предпринимательства: а) индивидуального предприятия; б) партнерства (хозяйственного товарищества); в) корпорации (хозяйственного общества). Можно ли назвать одну из данных форм наиболее оптимальной для ведения бизнеса?

24. Выделите основные особенности организационно-правовых форм предпринимательской деятельности в России.

25. Чем отличаются цели создания коммерческих и некоммерческих организаций?

26. Объясните роль малых, средних и крупных предприятий в экономике. Каково распределение функций между ними с точки зрения развития экономики?

27. Опишите порядок создания и регистрации нового предприятия в России? Какие трудности в данном случае могут возникнуть? Какие ресурсы необходимы?
28. Охарактеризуйте понятие «банкротство». Какова процедура банкротства предприятий в России? Что такое санация? Что включают в себя мероприятия по санации предприятия?
29. Дайте определение терминам «управление» и «менеджмент».
30. Назовите функции, уровни и основные элементы менеджмента на предприятии.
- Объясните смысл следующих понятий: диверсификация производства, концентрация производства, централизация производства?

Раздел 3. ОСНОВЫ МАКРОЭКОНОМИКИ

3.1. Национальная экономика: цели и результаты развития

1. Дайте определение макроэкономики. В чем специфика объекта её изучения?
2. Как можно объяснить возникновение макроэкономики в 1930-х гг. XX века? Какое событие в это время вызвало к ней особый интерес?
3. Назовите основные макроэкономические цели. С помощью каких инструментов макроэкономической политики они достижимы?
4. Что такое макроэкономическая модель? Насколько детально макроэкономическая модель должна отражать реальность?
5. Объясните сущность следующих терминов: эндогенные переменные, экзогенные переменные; переменные потока, переменные запаса.
6. Опишите секторальную структуру национальной экономики.
7. Что собой представляют модели закрытой и открытой экономики?
8. Назовите основные формы результатов функционирования национальной экономики. В чем заключаются их особенности?
9. Дайте определение понятию «национальное богатство». Что является источником его возникновения?
10. Назовите основные макроэкономические показатели системы национальных счетов. Покажите взаимосвязь между ними.
11. Кто такие «резиденты» и «нерезиденты» страны?
12. Охарактеризуйте методы расчета валового внутреннего продукта. Почему при его расчете учитывается стоимость только конечной продукции?
13. Объясните смысл показателя «национальный доход» и опишите методику его расчета.
14. Поясните отличие личного дохода от личного располагаемого дохода.
15. В чем заключается проблема полноты учета всего совокупного общественного продукта в составе валового внутреннего продукта. Каким образом она решается?
16. Что собой представляет теневая (ненаблюдаемая) экономика и как можно учесть ее продукцию при расчете совокупного общественного продукта?
17. В чем различие между номинальным и реальным ВВП?
18. Какие индексы цен вы знаете? Опишите методику их расчета.
19. Охарактеризуйте отраслевую структуру национальной экономики.
20. Что собой представляет межотраслевой баланс? Каким образом и с какой целью он составляется?

3.2. Макроэкономическое равновесие и макроэкономическая динамика

1. Что собой представляет макроэкономическое равновесие? Охарактеризуйте ситуацию частичного и общего макроэкономического равновесия.
2. Охарактеризуйте взгляды кейнсианцев и классиков к проблеме обеспечения стабильности макроэкономического равновесия.

3. Каковы подходы кейнсианской и классической школ к анализу экономики в краткосрочном и долгосрочном периодах? Дайте определение понятию «гистерезис».
4. Дайте определение совокупному спросу. Назовите его составляющие элементы. Какие факторы вызывают динамику совокупного спроса?
5. Дайте определение совокупному предложению. Какие факторы вызывают динамику совокупного предложения?
6. В чем заключается особенность синтетической кривой предложения?
7. Какие причины могут привести к смещению кривой совокупного предложения?
8. Ситуацию макроэкономического равновесия можно графически проиллюстрировать при помощи следующих моделей: 1) «кейнсианский крест»; 2) модель *AD-AS*. В чем вы видите сходства и различия двух указанных моделей?
9. Согласны ли вы со следующим высказыванием: «Политика, направленная на стимулирование совокупного спроса, всегда ведет к инфляции»?
10. Чем определяется наклон кривой потребления и кривой сбережений?
11. Что такое предельная склонность к потреблению и предельная склонность к сбережению? Как объяснить то, что их сумма равна единице?
12. Что собой представляют инвестиции? Назовите факторы, влияющие на инвестиции.
13. Какая из составных частей совокупных расходов (абстрагируемся от государственных расходов и чистого экспорта) отличается большей нестабильностью – потребительские расходы или инвестиционные расходы? Аргументируйте свой ответ.
14. В чем вы видите разницу между планируемыми и фактическими инвестициями? Почему вообще возникает это расхождение?
15. Что такое инфляционный и дефляционный разрыв?
16. Что означает выражение «автономные инвестиции»? От чего независимы такого рода инвестиции?
17. Объясните действие эффекта мультипликатора автономных расходов. Ответьте, почему увеличение любого из компонентов автономных расходов вызывает рост совокупного дохода на величину, большую, чем сам прирост расходов.
18. Каким образом мультипликатор автономных расходов связан с предельной склонностью к потреблению?
19. Каким образом проявляет себя эффект мультипликатора на различных участках кривой совокупного предложения: а) при ситуации, далекой от состояния полной занятости; б) при состоянии, приближающемся к ситуации полной занятости; в) при состоянии полной занятости?
20. В чем заключается «парадокс бережливости»? Почему он проявляется себя лишь в условиях экономики с неполной занятостью?
21. Что включает в себя понятие «макроэкономическая динамика»?
22. В чем проявляются циклические колебания экономики? С помощью каких показателей можно охарактеризовать экономическую конъюнктуру?
23. В чем отличие экономического цикла от тренда? Изобразите их графически.
24. Охарактеризуйте фазы экономического цикла.
25. Какие вы знаете виды экономических циклов в зависимости от продолжительности? Противоречат ли они друг другу?
26. Охарактеризуйте факторы экономических циклов и соответствующие методологические подходы к их рассмотрению.
27. Приведите примеры нововведений, в различной степени влияющих на экономическую конъюнктуру.
28. Что такое инфляция? Чем отличается инфляция от обычного повышения цен?
29. В чем проявляется подавленная инфляция? В чем вы видите смысл эпитета «подавленная»? Как можно объяснить причины «брежневской» стабильности цен; что стало результатом этого?

30. Каковы проявления открытой инфляции? С помощью каких показателей ее можно измерить и проанализировать?
31. Назовите основные причины инфляции.
32. В чем принципиальное различие между инфляцией спроса и инфляцией издержек? Как бы вы изобразили графически инфляцию спроса и инфляцию издержек с помощью кривых совокупного спроса и совокупного предложения?
33. В чем вы видите различия между умеренной, галопирующей и гиперинфляцией? Каковы критерии их разграничения? Каков критерий гиперинфляции по Кейгену?
34. Что собой представляют инфляционные ожидания? В чем различие концепций адаптивных и рациональных инфляционных ожиданий?
35. Что демонстрирует кривая Филлипса? Как выглядит данная кривая в краткосрочном и долгосрочном периодах?
36. Каковы социально-экономические последствия инфляции?
37. Назовите методы борьбы с инфляцией в соответствии со стадиями инфляционного процесса.
38. Что понимается под экономическим ростом?
39. Назовите основные факторы экономического роста.
40. Чем определяются экстенсивный и интенсивный типы развития экономики различных стран?
41. Назовите показатели экономического роста.
42. В чем суть модели экономического роста Харрода-Домара? Что такое гарантированный и естественный темп прироста?
43. В чем заключается ограниченность модели Харрода-Домара? Каким образом в модели Солоу преодолена ограниченность модели Харрода-Домара?
44. В чем суть золотого правила накопления?
45. Каким образом увеличение темпа роста населения влияет на равновесный экономический рост?
46. Как научно-технический прогресс влияет на равновесный экономический рост? Перечислите виды нейтрального научно-технического прогресса и прокомментируйте их.
47. Назовите меры государства, способствующие росту экономики.

3.3. Деньги, кредит, банки. Кредитно-денежная политика

1. Что такое деньги?
2. Назовите и дайте объяснение функциям денег.
3. Объясните, почему при использовании денег в качестве орудия обмена издержки обращения ниже, чем при использовании бартера.
4. Как влияет инфляция на полезность денег как меры стоимости и средства накопления?
5. Опишите историю появления денег. Охарактеризуйте различные формы денег в соответствии с эволюцией их развития.
6. Каковы преимущества бумажных денег по сравнению с монетами, изготовленными из драгоценных металлов? Каковы преимущества золотых и серебряных монет? Объясните, почему бумажные деньги вытеснили из обращения золотые и серебряные монеты.
7. Охарактеризуйте особенности наличных и безналичных денег.
8. Что собой представляет денежное обращение? Какие основные показатели характеризуют денежное обращение?
9. Представьте структуру денежной массы с учетом ликвидности ее элементов.
10. Сформулируйте закон денежного обращения. Какие факторы влияют на количество денег в обращении?
11. Какой основной фактор определяет: а) спрос на деньги для сделок; б) спрос на деньги как средство накопления?

12. Как определяется равновесная ставка процента на денежном рынке? Какое воздействие на спрос на деньги для сделок и равновесную ставку процента может оказать: а) расширение использования кредитных карточек; б) уменьшение промежутка между выплатами очередной заработной платы рабочим; в) увеличение номинального ВВП?

13. Допустим, что денежный рынок изначально находился в состоянии равновесия, а затем увеличилось предложение денег. Как при этом изменилась равновесная процентная ставка? Какое влияние оказало ее изменение на объем производства, занятости, уровень цен, уровень доходности других финансовых активов? Что произойдет при уменьшении предложения денег?

14. Охарактеризуйте модель одновременного равновесия на рынках благ и денег.

15. Какие факторы являются постоянными, а какие – переменными при построении линий *IS* и *LM*?

16. Что собой представляет кредит? Какие формы кредита вы знаете?

18. Что способствует возникновению предложения и спроса на кредит?

19. Охарактеризуйте структуру современной кредитно-денежной системы. Назовите ее основные функции.

20. Каковы основные функции Центрального банка в современной кредитно-денежной системе?

21. Что собой представляет кредитно-денежная политика Центрального банка?

22. Как инструменты кредитно-денежной политики могут повлиять на ставку процента и предложение денег?

23. Назовите основные виды кредитно-денежной политики.

24. Что собой представляют коммерческие банки? Какие функции они выполняют в рамках современной кредитно-денежной системы?

25. Охарактеризуйте операции коммерческих банков.

26. Что такое банковские резервы?

27. В чем заключается сущность дилеммы «прибыльность – ликвидность», стоящей перед коммерческими банками?

28. Охарактеризуйте процесс создания кредитных денег коммерческими банками. Как наличие избыточных резервов влияет на способность банков создавать деньги? Как стремление к обеспечению ликвидности влияет на способность банков создавать деньги?

29. Что такое денежный мультипликатор и как он рассчитывается?

30. Какую функцию выполняют специализированные кредитно-финансовые учреждения в кредитно-денежной системе?

3.4. Государственные финансы и налогообложение. Бюджетно-налоговая политика

1. Охарактеризуйте сущность финансов и их функции в экономике страны.

2. Опишите структуру финансовой системы государства.

3. Объясните значение государственных финансов с точки зрения выполнения государством своих экономических, политических, социальных и иных функций.

4. Назовите основные направления расходования государственных средств и источники их финансирования.

5. Составьте основное уравнение государственных расходов и доходов.

6. Что собой представляет государственный бюджет? Объясните необходимость формирования госбюджета, опишите его структуру.

7. Охарактеризуйте процедуру принятия государственного бюджета в развитой стране.

8. Что собой представляют внебюджетные фонды? Приведите примеры внебюджетных фондов в России.

9. Охарактеризуйте понятие «бюджетный федерализм». Каким образом формируются бюджеты разных уровней и как происходит расходование привлеченных средств?

10. Какие регионы в России являются регионами-донорами, а какие – дотационными регионами?
11. Что означают понятия: «общий профицит», «первичный профицит», «общий дефицит» и «первичный дефицит»?
12. Назовите причины и виды бюджетного дефицита. Какие существуют способы сокращения бюджетного дефицита и каковы последствия их применения для национальной экономики (в частности, в чем выражаются эффекты монетаризации и вытеснения)?
13. Что собой представляет государственный долг? К каким последствиям может привести внутренний и внешний государственный долг? Может ли государство стать банкротом?
14. Существует ли, по вашему мнению, проблема перемещения государственного долга, возникающего в результате заимствований на внешних и внутренних финансовых рынках, на будущие поколения?
15. Что собой представляет управление государственным долгом? В чем проявляется цикличность данного процесса? Какие факторы существенно влияют на него?
16. Проклассифицируйте государственные ценные бумаги в соответствии с различными признаками. Может ли вызвать выпуск государственных ценных бумаг инфляционные процессы в стране?
17. Охарактеризуйте сущность налогов и их роль в национальной экономике.
18. Выскажите собственное отношение к следующим высказываниям: а) «Налоги – это дозволенная форма грабежа» (Ф. Аквинский); б) «Налоги для тех, кто их выплачивает, – признак рабства, а свободы» (А. Смит); в) «Налоги – это то, чем мы оплачиваем цивилизованное общество» (О. Холмс).
19. Назовите принципы, которыми необходимо руководствоваться при построении налоговой системы страны.
20. Охарактеризуйте налоговые теории равенства выгод и равенства жертв с точки зрения их достоинств и недостатков. Приведите примеры из реальной жизни.
21. Охарактеризуйте основные элементы налоговой системы страны.
22. Дайте классификацию налогов по различным признакам. Приведите конкретные примеры различных видов налогов из зарубежной и отечественной практики.
23. Назовите отличительные особенности прямых и косвенных налогов.
24. Обоснуйте ваше мнение относительно характера налогообложения в России – прогрессивный, пропорциональный или регрессивный.
25. В чем заключается проблема перемещения налогов? По какому из перечисленных налогов налоговое бремя может быть переложено по закону с плательщика налога на носителя налога: налог на доходы физических лиц, налог на имущество физических лиц, акцизы, налог на добавленную стоимость, налог на прибыль организаций?
26. Какая закономерность описывается кривой Лаффера?
27. Объясните, как Вы понимаете выражение «налоговая лазейка». Несут ли один и тот же социально-экономический смысл понятия «налоговая оптимизация» и «налоговое правонарушение»?
28. Как влияет размер налогов на величину ВВП? Охарактеризуйте различные подходы к данной проблеме.
29. Охарактеризуйте сущность бюджетно-налоговой политики. Назовите ее основные инструменты.
30. Что собой представляет дискреционная бюджетно-налоговая политика? Каковы пути ее реализации? В чем заключаются ее недостатки?
31. Каковы особенности недискреционной бюджетно-налоговой политики? Объясните смысл действия встроенных стабилизаторов на экономическую конъюнктуру?
32. В чем заключаются основные отличия между стимулирующей и сдерживающей бюджетно-налоговой политикой?

3.5. Мировая экономика и внешнеэкономическая политика

1. Охарактеризуйте механизм функционирования мировой экономики.
2. Каковы достоинства и недостатки открытой и закрытой экономики? С чем связана тенденция повышения открытости экономики стран?
3. Назовите виды международных экономических отношений.
4. В чем проявляется международное разделение труда? Какие факторы оказывают на него влияние? С помощью каких показателей можно определить уровень участия страны в международном разделении труда?
5. Охарактеризуйте меркантилистскую теорию международной торговли. В чем заключается ее ограниченность?
6. Сформулируйте принцип абсолютного преимущества Смита и принцип сравнительного преимущества Рикардо. Если страна имеет абсолютное преимущество в производстве какого-то товара, означает ли это, что она имеет и сравнительное преимущество в его производстве?
7. Сформулируйте теорему международной торговли Хекшера-Олина.
8. В чем заключается парадокс Леонтьева? Почему его нельзя считать полным опровержением теории Хекшера-Олина?
9. Охарактеризуйте сущность двух видов внешнеторговой политики (фритрейдерства и протекционизма) с точки зрения достоинств и недостатков. Какие могут существовать тарифные и нетарифные ограничения при реализации политики протекционизма?
10. Что такое платежный баланс и для чего он составляется? В чем заключается смысл системы двойной записи при его составлении? Какие операции регистрируются по кредиту, а какие – по дебету?
11. Охарактеризуйте структуру платежного баланса. Какой баланс называется активным, а какой – пассивным?
12. Дайте определение понятиям «валюта», «валютный рынок», «валютная система», «валютная котировка», «валютный курс». Поясните влияние девальвации и ревальвации валюты на экономику страны.
13. Каким образом определяются номинальные и реальные валютные курсы? В чем заключается суть паритета покупательной способности?
14. Сравните системы фиксированных и плавающих валютных курсов. Каковы достоинства и недостатки каждой из них?
15. Проанализируйте этапы формирования мировой валютной системы. Каковы их особенности? Как решается проблема дефицита платежного баланса в условиях: Золотого стандарта, Бреттон-Вудской системы, Ямайской системы?
16. Если курс национальной валюты повысится (понижится), как это скажется на условиях экспортной и импортной деятельности?
17. Что такое «конвертируемость национальной валюты»? Какие выделяются виды валют в зависимости от их конвертируемости? Приведите примеры.
18. В чем заключается смысл мировой экономической интеграции? Назовите ее формы. Приведите примеры.
19. Охарактеризуйте этапы формирования Европейского союза. В чем заключается смысл развития данной интеграционной группировки?
20. Охарактеризуйте деятельность международных организаций с точки зрения выполнения ими функций по мониторингу и регулированию важнейших процессов мировой экономики.

ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Раздел 1. ВВЕДЕНИЕ В ЭКОНОМИЧЕСКУЮ ТЕОРИЮ

ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ – это наука, изучающая и формирующая теоретические представления об экономических процессах и явлениях, о функционировании хозяйства, об экономических отношениях, которые основаны, с одной стороны, на логике и историческом опыте, а с другой – на теоретических концепциях и взглядах ученых-экономистов.

ПРИКЛАДНАЯ ЭКОНОМИКА является *точной* наукой. Она ставит перед собой практические задачи управления хозяйственной деятельностью. Ей свойственны расчеты с использованием реальной информации, конкретных показателей экономической деятельности. Прикладная экономика приближена к микроэкономике.

МИКРОЭКОНОМИКА (приставка «микро-» означает «малый») изучает экономическое поведение индивидуумов, отдельных домохозяйств, предприятий и отраслей.

МАКРОЭКОНОМИКА (приставка «макро-» означает «большой») занимается изучением законов функционирования национальной экономики в целом, а также входящих в нее так называемых агрегатов – домохозяйств, предприятий, правительственного сектора – и связей между ними. Под агрегатами понимается совокупность отдельных экономических единиц (например, домохозяйств), которые в процессе экономического анализа рассматриваются как единое целое.

ПОЗИТИВНАЯ ЭКОНОМИКА ищет объективные, или научные, объяснения функционирования экономики; она имеет дело с тем, что было, есть или может быть.

НОРМАТИВНАЯ ЭКОНОМИКА предлагает рецепты действий, основанные на субъективных оценочных суждениях; она имеет дело с тем, что должно быть.

ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ПОЛИТИКА представляет собой комплекс мер, направленных на регулирование поведения экономических агентов (потребителей и производителей) или последствий их деятельности с целью достижения поставленных экономических целей (экономической свободы, экономического роста, полной занятости, стабилизации цен, справедливого налогообложения и др.), в достижении которых заинтересованы все макроэкономические субъекты. При реализации экономической политики государство использует административные (прямые) и экономические (косвенные) методы воздействия, эффективность которых зависит от степени учета основных принципов экономической теории и результатов ее исследований.

МЕРКАНТИЛИЗМ (от итал. слова «мерканте» – купец, торговец) – направление экономической мысли, представители которого источник богатства видели во внешней торговле (за счет активного торгового баланса).

ФИЗИОКРАТИЗМ (от греч. слова «физиократия» – власть природы) – это теоретическая школа, которая получила развитие одновременно с меркантилизмом. Представители физиократизма центральную роль в экономике отводили сельскохозяйственному производству, выражали интересы крупного капиталистического фермерства, критиковали меркантилизм.

КЛАССИЧЕСКАЯ ПОЛИТИЧЕСКАЯ ЭКОНОМИЯ (от лат. слова «классикус» – образцовый) – экономическое течение, ориентированное на решение проблем свободного предпринимательства.

ПОЛИТИЧЕСКАЯ ЭКОНОМИЯ МАРКСИЗМА возникла в XIX в. в Германии. Основоположителем экономического научного направления является Карл Маркс (основной труд – «Капитал»). Продолжил и развил идеи Маркса Фридрих Энгельс.

МАРЖИНАЛИЗМ (от фр. слова «мёжинал» – предельный, дополнительный) – направление экономической теории, которое широко использует в анализе экономических процессов и законов предельные величины. В качестве самостоятельного течения экономической мысли маржинализм оформился во второй половине XIX в. Маржинальная револю-

ция заключается в переходе от концепции классической экономической школы к неоклассической теории.

КЕЙНСИАНИЗМ – учение, получившее развитие с середины 30-х гг. XX в.

ЧИКАГСКИЙ МОНЕТАРИЗМ – экономическая теория, основанная на определяющей роли денежной массы, находящейся в обращении, на состоянии экономики в целом, а также на осуществлении политики стабилизации экономики, ее функционирования и развития.

РЕСУРСЫ – это совокупность всех материальных и нематериальных благ, используемых при создании экономических благ. Все ресурсы условно делят на два класса: свободные (неэкономические) и экономические.

СВОБОДНЫЕ (НЕЭКОНОМИЧЕСКИЕ) РЕСУРСЫ – ресурсы, находящиеся в неограниченном количестве и, как следствие, имеющие нулевую цену на рынке.

ЭКОНОМИЧЕСКИЕ РЕСУРСЫ – ресурсы, находящиеся в ограниченном количестве и, как следствие, имеющие определённую цену на рынке.

ФАКТОРЫ ПРОИЗВОДСТВА – экономические ресурсы, вовлеченные в производство.

ПОТРЕБНОСТЬ – это состояние неудовлетворенности или нужды человека в чём-либо. Именно потребности выступают внутренним побудительным фактором активной деятельности человека.

БЛАГО – это средство, непосредственно удовлетворяющее потребности. Количество потребностей наряду с редкостью (ограниченностью) блага определяет его ценность. Ценность блага есть то, что за него можно получить. Стоимость блага есть то, что за него надо отдать.

ЭКОНОМИЧЕСКИЕ СУБЪЕКТЫ (АГЕНТЫ) – это участники экономических отношений, возникающих в процессе производства, распределения, обмена и потребления экономических благ.

ЭКОНОМИЧЕСКИЙ КРУГООБОРОТ – это движение экономических благ и ресурсов между экономическими субъектами, которое сопровождается денежными потоками (доходами и расходами).

АЛЬТЕРНАТИВНАЯ СТОИМОСТЬ БЛАГА – это определённая жертва для собственника блага, которая выражается в количестве другого блага, от производства которого следует отказаться, чтобы произвести определенное количество данного блага.

ПРОИЗВОДСТВО представляет собой процесс взаимодействия средств производства и людей с целью получения необходимых экономических благ. В зависимости от вида удовлетворяемых создаваемым экономическим благом потребностей различают материальное и нематериальное производство.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ предполагает определенным образом осуществляемое разделение созданного экономического блага между участниками процесса производства. В качестве известных способов распределения созданного блага выступают следующие: поровну, по потребностям, по затратам, по результатам труда, по вложенному капиталу.

ОБМЕН обеспечивает выход созданного экономического блага на рынок, связывая процессы производства и потребления. Он способствует перемещению в пространстве различных экономических благ таким образом, чтобы полнее удовлетворялись потребности экономических субъектов.

ПОТРЕБЛЕНИЕ представляет собой процесс использования экономического блага по назначению. Это конечная цель производства, его предпосылка и условие, а также собственно «производство» рабочей силы. В зависимости от функционального назначения потребляемого блага различают личное и производственное потребление.

СОБСТВЕННОСТЬ выражает объективно складывающиеся экономические отношения между людьми в процессе производства, распределения, обмена и потребления по поводу присвоения средств производства и произведенных благ.

ПРАВО СОБСТВЕННОСТИ – определенная совокупность правомочий, принадлежащих лицу-правообладателю.

ФОРМА СОБСТВЕННОСТИ – это вид собственности, характеризующийся по признаку субъекта собственности.

ЧАСТНАЯ СОБСТВЕННОСТЬ выступает в качестве собственности одного или группы членов общества.

ГОСУДАРСТВЕННАЯ СОБСТВЕННОСТЬ выступает в качестве собственности всех членов общества. В зависимости от уровня органов власти и управления, которые распоряжаются объектом собственности, выделяют следующие ее формы: федеральную, субфедеральную (региональную), местную (муниципальную).

РАЗДЕЛЕНИЕ ТРУДА – это исторический процесс обособления различных видов трудовой деятельности в самостоятельные или взаимосвязанные производства.

ТОВАРНОЕ ПРОИЗВОДСТВО – это такая общественная форма производства, при которой блага производятся не для собственного потребления, а для удовлетворения потребностей других экономических субъектов.

РЫНОЧНАЯ СИСТЕМА ХОЗЯЙСТВОВАНИЯ – это система взаимосвязей между экономическими субъектами, основанная на действии механизма саморегуляции, равноправии прав частных собственников, меновых отношениях и платности всех экономических благ.

ПРИВАТИЗАЦИЯ – передача государственной собственности в частные руки. Она способствует устранению фактической монополии государственной собственности, обеспечению многообразия и равноправия различных форм собственности.

Раздел 2. ОСНОВЫ МИКРОЭКОНОМИКИ

СПРОС (D) – обобщающий термин, описывающий поведение фактических и потенциальных покупателей товара.

ЭЛАСТИЧНОСТЬ СПРОСА ПО ЦЕНЕ (E^D_P) показывает, на сколько процентов изменится объем спроса на товар при изменении его цены на один процент при условии, что прочие факторы останутся неизменными.

ПЕРЕКРЕСТНАЯ ЭЛАСТИЧНОСТЬ СПРОСА (E^{DA}_{PB}) показывает, на сколько процентов изменится объем спроса на товар А при изменении цены товара В на один процент при условии, что прочие факторы останутся неизменными.

ЭЛАСТИЧНОСТЬ СПРОСА ПО ДОХОДУ (E^D_I) показывает, на сколько процентов изменится объем спроса на товар при изменении величины доходов покупателей на один процент при условии, что прочие факторы останутся неизменными.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ (S) – обобщающий термин, описывающий поведение фактических и потенциальных продавцов товара.

ЭЛАСТИЧНОСТЬ ПРЕДЛОЖЕНИЯ ПО ЦЕНЕ (E^S_P) показывает, на сколько процентов изменится объем предложения товара при изменении его цены на один процент при условии, что прочие факторы останутся неизменными.

ПЕРЕКРЕСТНАЯ ЭЛАСТИЧНОСТЬ ПРЕДЛОЖЕНИЯ (E^{SA}_{PB}) показывает, на сколько процентов изменится объем предложения товара А при изменении цены товара В на один процент при условии, что прочие факторы останутся неизменными.

ПОЛЕЗНОСТЬ (U) – это удовлетворение, получаемое людьми от потребления благ. Это понятие сугубо индивидуальное.

КРИВАЯ БЕЗРАЗЛИЧИЯ – это кривая, демонстрирующая все возможные наборы двух благ (А и В), дающие потребителю равный объем удовлетворения (т. е. они для него абсолютно равноценны).

БЮДЖЕТНАЯ ЛИНИЯ – это линия, показывающая различные наборы двух благ (*A* и *B*), которые могут быть приобретены при данной величине дохода (бюджета) и ценах благ.

ИЗЛИШЕК ПОТРЕБИТЕЛЯ (рента потребителя) – это разница между той суммой денег, которую потребитель согласен уплатить за покупаемое экономическое благо, и той суммой, которую он действительно платит.

ПРЕДПРИЯТИЕ – это самостоятельно хозяйствующий субъект, созданный в порядке, установленном действующим законодательством, и осуществляющий производство продукции, выполнение работ и оказание услуг в целях удовлетворения общественных потребностей и получения прибыли.

ПРОИЗВОДСТВО – процесс преобразования ресурсов в блага, прямо или косвенно служащих удовлетворению человеческих потребностей.

ТЕХНОЛОГИЯ – это определенная устойчивая комбинация факторов производства.

ИЗОКВАНТА – это кривая, демонстрирующая все возможные сочетания двух факторов производства, обеспечивающие один и тот же объем выпуска экономического блага (*Q*).

ИЗОКОСТА – это линия, показывающая различные сочетания двух факторов производства, которые обеспечивают определенную сумму общих затрат, ограниченных бюджетом производителя.

ИЗДЕРЖКИ ПРОИЗВОДСТВА – это совокупность затрат, связанных с использованием факторов для производства экономического блага.

ИЗЛИШЕК ПРОИЗВОДИТЕЛЯ (рента производителя) – это разница между той суммой денежных средств, которую он получает от реализации определенного количества экономического блага, и той суммой, на которую он согласен.

РЫНОЧНАЯ СТРУКТУРА – характеристика рынка с точки зрения его воздействия на положение и поведение производителей, а также влияния производителей на его состояние.

МОДЕЛЬ ПОВЕДЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ В УСЛОВИЯХ СОВЕРШЕННОЙ (ЧИСТОЙ) КОНКУРЕНЦИИ – модель поведения предприятия в условиях идеальных конкурентных отношений, когда предприятий много, у всех из них равные возможности и отсутствует возможность влияния на рынок и цену продукции.

МОДЕЛЬ ПОВЕДЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ В УСЛОВИЯХ ЧИСТОЙ МОНОПОЛИИ – модель поведения предприятия, когда одно предприятие становится единственным производителем продукции, у которой нет близких заменителей; оно может влиять на рынок и цену продукции. Это чисто теоретическая модель. В качестве сфер деятельности, где она может наблюдаться, являются те, которые относятся к естественным монополиям.

ЦЕНОВАЯ ДИСКРИМИНАЦИЯ («ценовое разделение») – это продажа одной и той же продукции разным потребителям (группам потребителей) по разным ценам, при этом различия в ценах не обусловлены различиями в издержках производства. Смысл проведения данной ценовой политики состоит в стремлении монополиста присвоить себе излишек потребителя.

МОДЕЛЬ ПОВЕДЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ В УСЛОВИЯХ ОЛИГО-ПОЛИИ – модель поведения предприятия в условиях рыночной ситуации, когда на рынке функционирует несколько производителей продукции, которые обладают определенной властью над ценой (их власть ограничена количеством производителей, поделивших рынок между собой). Эта модель характерна для сфер деятельности, которые требуют значительных капиталовложений: металлургия, электротехника, химическая промышленность, машиностроение, топливная энергетика.

МОДЕЛЬ ПОВЕДЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ В УСЛОВИЯХ МОНОПОЛИСТИЧЕСКОЙ КОНКУРЕНЦИИ – модель поведения предприятия в рыночной ситуации, которая характеризуется наличием множества производителей, производящих дифференцированную продукцию.

РЫНОК ТРУДА – это сфера взаимоотношений между продавцами и покупателями трудовых услуг, т. е. между теми, кто желает работать (в их число входят занятые и безработные), и теми, кто нанимает работников для производства товаров и услуг.

ЗАРАБОТНАЯ ПЛАТА – это доход от предоставления трудовых услуг.

СТАВКА ЗАРАБОТНОЙ ПЛАТЫ – цена, выплачиваемая за использование единицы труда в течение определенного периода: часа, дня и т. д.

КАПИТАЛ в широком смысле – ценность, приносящая приток дохода; самовозрастающая стоимость. Это производственные фонды предприятий, земля, ценные бумаги, банковские депозиты, человеческий капитал (накопленные профессиональные знания).

ССУДНЫЙ ПРОЦЕНТ – цена, уплачиваемая собственнику капитала за его использование в течение определенного периода времени.

ИНВЕСТИРОВАНИЕ – процесс создания или пополнения запаса капитала.

ДИСКОНТИРОВАНИЕ – процедура определения сегодняшней стоимости будущей суммы денег.

ЭКОНОМИЧЕСКАЯ РЕНТА – доход, получаемый собственником ресурса, предложение которого строго ограничено.

ПРИРОДНАЯ РЕНТА – доход от использования природного ресурса, предложение которого строго ограничено.

ОБЩАЯ РЕНТА – доход, который получает собственник природного ресурса. Она включает абсолютную ренту и при возможности дифференцированную.

АБСОЛЮТНАЯ РЕНТА – доход, который получают все собственники природного ресурса независимо от его качества.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ РЕНТА – дополнительный доход от использования природного ресурса, образуемый благодаря лучшим характеристикам (сверхприбыль).

ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСТВО – сфера деятельности, предполагающая наличие способности организовывать производство, объединять факторы производства для создания продукции, создавать что-то новое, рисковать, нести ответственность за свою деятельность.

ПРИБЫЛЬ – это вознаграждение за такой человеческий ресурс, как предпринимательские способности.

УПРАВЛЕНИЕ – это сознательное воздействие на объекты и процессы, а также на участие в них людей, осуществляемое с целью придания определенной направленности хозяйственной деятельности и получения желаемых результатов.

МЕНЕДЖМЕНТ – это определенная философия, основанная на интуиции и профессионализме организаторов деятельности или процесса, умении добиваться поставленных целей при использовании труда, интеллекта, мотивов поведения других людей.

Раздел 3. ОСНОВЫ МАКРОЭКОНОМИКИ

МАКРОЭКОНОМИКА – это комплекс знаний, взглядов, идей, объясняющих поведение экономики страны как единого целого и основных ее совокупных величин.

НАЦИОНАЛЬНАЯ ЭКОНОМИКА представляет собой совокупность всех экономических явлений и процессов, происходящих в стране на основе действующих в ней имущественных отношений и организационных форм.

НАЦИОНАЛЬНОЕ БОГАТСТВО – это многолетний результат функционирования национальной экономики, отражающий её экономический потенциал и представляющий всю совокупность благ и ресурсов, которыми она располагает на данный момент времени.

СИСТЕМА НАЦИОНАЛЬНЫХ СЧЕТОВ (СНС) – это система взаимосвязанных показателей совокупного выпуска и совокупного дохода страны, характеризующих результаты функционирования экономики, ориентированной на рыночные отношения.

ВАЛОВОЙ ВНУТРЕННИЙ ПРОДУКТ (ВВП) (англ. GIP – Gross Internal Product) – это суммарная рыночная стоимость всех конечных товаров и услуг, произведенных в течение

ние года внутри страны предприятиями-резидентами и предприятиями-нерезидентами с использованием национальных и зарубежных факторов производства.

ВАЛОВОЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ПРОДУКТ (ВНП) (англ. GNP – Gross National Product) – это суммарная рыночная стоимость всех конечных товаров и услуг, произведенных в течение года предприятиями-резидентами внутри страны и за ее пределами с использованием национальных факторов производства.

ЧИСТЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ПРОДУКТ (ЧНП) (англ. NNP – Net National Product) – созданный валовой национальный продукт за вычетом той части инвестиций, которая пошла на обновление устаревших и изношенных основных фондов.

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ДОХОД (НД) (англ. NI – National Income) – это совокупный доход, заработанный резидентами страны за вклад собственных факторов производства в процесс создания валового национального продукта.

ЛИЧНЫЙ ДОХОД (ЛД) (англ. PI – Personal Income) – это совокупный доход, заработанный или полученный домохозяйствами за год.

ЛИЧНЫЙ РАСПОЛАГАЕМЫЙ ДОХОД (ЛРД) (англ. DI – Domestic Income) – это доход, используемый домашними хозяйствами на потребление (осуществление текущих расходов по приобретению товаров и услуг) и сбережения (накопление богатства).

ЧИСТОЕ ЭКОНОМИЧЕСКОЕ БЛАГОСОСТОЯНИЕ (ЧЭБ) – это интегральный результат функционирования внутренней экономики в определенном году, демонстрирующий благосостояние страны в целом. ЧЭБ применяется в дополнение к показателю ВВП, который не даёт точной картины экономического благосостояния.

ТЕНЕВАЯ (НЕНАБЛЮДАЕМАЯ ЭКОНОМИКА) включает в себя сферы производства, распределения, обмена и потребления товарно-материальных ценностей, денег, услуг, которые не контролируются обществом и органами государственного управления.

МЕЖОТРАСЛЕВОЙ БАЛАНС (МОБ) является одним из важных разделов современной СНС, он отражает процессы, происходящие на нынешнем этапе развития экономики, позволяет производить системный счет основных показателей СНС и анализ взаимосвязей между отраслями экономики, выявлять главные экономические пропорции, изучать структурные сдвиги и особенности ценообразования в экономике и т. д.

МАКРОЭКОНОМИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ – это равновесие национальной экономики, характеризуемое сбалансированностью и пропорциональностью экономических явлений и процессов. Макроэкономическое равновесие необходимо для обеспечения стабильности развития экономики страны и достижения макроэкономических целей.

СОВОКУПНЫЙ СПРОС (AD) – это суммарные планируемые (желаемые) расходы экономических субъектов на конечные товары и услуги, предлагаемые на рынке благ, при каждом возможном уровне цен.

СОВОКУПНОЕ ПРЕДЛОЖЕНИЕ (AS) – реальный объем национального производства при каждом возможном уровне цен.

ПОТРЕБЛЕНИЕ (C) – это сумма денег, которая тратится домохозяйствами на приобретение потребительских благ.

СБЕРЕЖЕНИЯ (S) – это та часть личного располагаемого дохода, которая отложена для будущего потребления.

ИНВЕСТИЦИИ (I) – это расходы, связанные с обновлением и увеличением производственных мощностей и прочих капитальных активов.

ДЕНЬГИ – всеобщий эквивалент; универсальный товар, обмениваемый на любые экономические блага и пригодный для расчетов и платежей. Деньги являются общепризнанным высоколиквидным активом: на них можно всё купить.

ДЕНЕЖНОЕ ОБРАЩЕНИЕ – это денежный кругооборот, движение денег, опосредующее оборот товаров и услуг, а также финансовых активов.

ДЕНЕЖНАЯ МАССА – совокупность всего многообразия денежных средств, обращающихся в стране: обслуживающих экономические связи и принадлежащих различным экономическим субъектам.

СКОРОСТЬ ОБРАЩЕНИЯ ДЕНЕГ – это среднегодовое количество оборотов, совершаемых деньгами, находящимися в обращении. Скорость обращения денег показывает среднегодовое количество владельцев, в состав дохода которых вошла одна и та же денежная единица, или среднегодовое количество сделок, в которых она участвовала.

ДЕНЕЖНАЯ СИСТЕМА – это форма организации денежного обращения в стране, сложившаяся исторически и закреплённая национальным законодательством.

ДЕНЕЖНАЯ РЕФОРМА – полное или частичное преобразование денежной системы страны, проводимое государством в целях укрепления национальной валюты, стабилизации денежной единицы в условиях нарушения денежного обращения.

ДЕНЕЖНЫЙ РЫНОК – это рынок, на котором взаимодействуют между собой спрос и предложение денег, а также формируется равновесная цена денег (равновесная процентная ставка).

ПРОЦЕНТНАЯ СТАВКА – это цена денег, уплачиваемая за их использование. Процентная ставка бывает номинальной (R) и реальной (r). В отличие от номинальной реальная процентная ставка корректируется, или «дефлируется», в соответствии с темпом инфляции.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ ДЕНЕГ (M_s) – это общее количество денег, находящихся в обращении. Предложение денег обеспечивается банковской системой страны (Центральным и коммерческими банками).

СПРОС НА ДЕНЬГИ (M_d) – это величина денежных средств, которыми желают (планируют) обладать экономические субъекты.

КРЕДИТ представляет собой особую форму движения денег, связанную с мобилизацией свободных денежных средств национальной экономики и их распределением на условиях возвратности, срочности, платности в целях расширенного воспроизводства.

КРЕДИТНЫЙ РЫНОК – это общее обозначение тех рынков, где возникают и взаимодействуют между собой спрос и предложение различных видов кредитных ресурсов.

КРЕДИТНО-ДЕНЕЖНАЯ СИСТЕМА представляет собой комплекс кредитно-финансовых учреждений, активно используемых государством в целях регулирования экономики.

ДЕПОЗИТЫ, или банковские вклады (D), – это денежные средства, переданные клиентом во временное пользование банка.

БАНК – это кредитно-финансовое учреждение, аккумулирующее денежные средства, предоставляющее кредиты, производящее денежные расчеты, осуществляющее выпуск банкнот и ценных бумаг, выступающее посредником во взаимных платежах и расчетах между государствами, предприятиями и домохозяйствами.

БАНКОВСКАЯ СИСТЕМА – совокупность банков страны. В организационном плане банковская система может быть одноуровневой и двухуровневой. Для России, как и для большинства стран мира, характерна двухуровневая банковская система: верхний уровень – Центральный банк («банк банков»), второй уровень – подконтрольные ему коммерческие банки.

ЦЕНТРАЛЬНЫЙ БАНК – эмиссионный, кредитный, расчетный и валютный центр страны, а также центр кредитно-денежного регулирования экономики.

КРЕДИТНО-ДЕНЕЖНАЯ (МОНЕТАРНАЯ) ПОЛИТИКА – комплекс взаимосвязанных мероприятий, предпринимаемых Центральным банком в целях регулирования деловой активности в стране путем воздействия на кредитно-денежное обращение.

КОММЕРЧЕСКИЙ БАНК – кредитно-финансовое учреждение, наделённое исключительным правом привлекать свободные денежные средства субъектов хозяйствования и населения и размещать их от своего имени и за свой счет на условиях возвратности, срочности, платности, а также осуществлять другие банковские операции.

БАНКОВСКИЕ РЕЗЕРВЫ – это часть привлечённых на депозиты денежных средств, не выданных в качестве кредитов (не использованных в активных операциях).

ФИНАНСЫ – система отношений между экономическими субъектами по поводу формирования, распределения и использования фондов денежных средств.

ФИНАНСОВАЯ СИСТЕМА – совокупность финансовых отношений национальной экономики. С точки зрения субъектов экономики, вступающих в финансовые отношения.

ФИНАНСОВЫЙ РЫНОК – это рынок, на котором формируются спрос и предложение на все финансовые ресурсы страны и осуществляется их движение в направлении обеспечения финансовыми средствами различных сфер экономики.

РЫНОК ЦЕННЫХ БУМАГ представляет собой рынок, на котором формируются и развиваются экономические отношения по поводу выпуска и обращения ценных бумаг между его участниками.

ГОСУДАРСТВЕННЫЕ ФИНАНСЫ призваны обеспечить государство денежными средствами, необходимыми для выполнения им экономических, политических и социальных функций.

ГОСУДАРСТВЕННЫЕ ДОХОДЫ – денежные средства, привлечённые для реализации государственных функций.

ГОСУДАРСТВЕННЫЕ РАСХОДЫ – это часть финансовых отношений, обусловленная использованием государственных доходов.

БЮДЖЕТ ГОСУДАРСТВА – это консолидированный бюджет РФ.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ БЮДЖЕТ – это главное звено финансовой системы страны. Он представляет собой форму образования и использования централизованного фонда денежных средств для обеспечения функций органов государственной власти. На основании Конституции РФ государственный бюджет носит название федерального.

БЮДЖЕТНЫЙ ДЕФИЦИТ – ситуация превышения расходной части бюджета над доходной.

БЮДЖЕТНЫЙ ПРОФИЦИТ – ситуация превышения доходной части бюджета над расходной.

ГОСУДАРСТВЕННЫЕ ВНЕБЮДЖЕТНЫЕ ФОНДЫ – это фонды денежных средств, образуемые вне государственного бюджета и предназначенные для реализации конституционных прав граждан на пенсионное обеспечение, охрану здоровья и медицинскую помощь.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ДОЛГ – это величина государственной задолженности. Он равняется сумме накопленных в стране за определенный период бюджетных дефицитов за вычетом накопленных бюджетных профицитов.

НАЛОГ – обязательный и безвозмездный платёж, взимаемый в пользу государства с дохода или стоимости имущества физического и юридического лица в размере, заранее определенном и установленном в законодательном порядке.

НАЛОГОВАЯ СИСТЕМА – это совокупность всех налогов, методы и принципы их построения, способы исчисления и взимания, налоговый контроль, устанавливаемые в законодательном порядке.

БЮДЖЕТНО-НАЛОГОВАЯ (ФИСКАЛЬНАЯ) ПОЛИТИКА – это воздействие государства на уровень деловой активности в стране посредством изменения государственных расходов и налогов.

СОЦИАЛЬНАЯ ПОЛИТИКА – комплекс мер государства, направленных на обеспечение социальной справедливости и поддержание достойного уровня благосостояния населения.

СОЦИАЛЬНАЯ СПРАВЕДЛИВОСТЬ проявляется в правомерном распределении национального дохода, наличии одинаковых возможностей для получения работы согласно имеющимся способностям и профессиональной подготовке, наличии системы социальной защиты населения и социальных гарантий.

БЛАГОСОСТОЯНИЕ – это количественная и качественная характеристика условий жизнедеятельности населения. Рассмотрение сущности данного термина требует учета двух подходов.

ДОХОДЫ – совокупность денежных средств и материальных благ, которыми обладает человек, семья, социальная группа, население в целом.

ПРОЖИТОЧНЫЙ МИНИМУМ выражает минимально допустимую материальную обеспеченность, ниже которой возникает угроза воспроизводству населения страны.

ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДОХОДОВ – изъятие части доходов наиболее обеспеченных экономических субъектов в пользу менее обеспеченных.

ЗАНЯТОСТЬ – это обеспеченность населения рабочими местами.

БЕЗРАБОТИЦА – это социально-экономическое явление, при котором часть трудоспособного населения не занята в общественном производстве по причине превышения предложения рабочей силы над спросом на нее.

ЕСТЕСТВЕННАЯ БЕЗРАБОТИЦА (U') – безработица, существующая при полной занятости, которой соответствует потенциальный ВВП. Естественная безработица способствует созданию резерва рабочей силы, поддержанию конкуренции между работниками и тем самым повышению производительности труда.

СОЦИАЛЬНАЯ ЗАЩИТА – система мер, осуществляемых обществом в целом и его звеньями по обеспечению приемлемого материального и социального положения граждан.

СОЦИАЛЬНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ – социальная отрасль экономики, обеспечивающая людей, находящихся на длительном или постоянном иждивении государства и общества.

СОЦИАЛЬНОЕ СТРАХОВАНИЕ – важный элемент социального обеспечения населения, ориентированный на обеспечение человека экономической защитой в случае болезни и старости, в связи с несчастными случаями и болезнями по производственной причине, в связи с безработицей.

ПЕНСИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ – форма социального обеспечения, имеющая следующие цели: борьба с бедностью, компенсация утраченного заработка, обеспечение материальной достаточности гражданина.

СОЦИАЛЬНАЯ РЕАБИЛИТАЦИЯ – это восстановление нарушенной социальной справедливости по отношению к невинно пострадавшим. К ним относятся: жертвы противозаконных репрессий; жертвы войн; лица, пострадавшие от катастроф, стихийных бедствий и аварий; инвалиды по болезни, жертвы эпидемий, пострадавшие от вредности производства; вынужденные переселенцы.

СОЦИАЛЬНЫЕ ГАРАНТИИ – это система обязательств общества перед своими членами по удовлетворению их насущных потребностей.

УРОВЕНЬ ЖИЗНИ определяется, с одной стороны, количеством и качеством жизненных благ, используемых для удовлетворения потребностей населения, а с другой – степенью развития самих потребностей людей.

КАЧЕСТВО ЖИЗНИ определяется качественной стороной жизни населения – здоровьем, физическим развитием, уровнем образования, условиями труда, возможностями использования свободного времени, состоянием экологии. Применение данного показателя затруднительно из-за сложности проявления качественных характеристик жизни в количественном и стоимостном выражениях.

МАКРОЭКОНОМИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА – нестабильное развитие национальной экономики.

ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ЦИКЛЫ – это периодические взлеты и падения деловой активности, проявляющиеся во всевозможных формах несоответствия совокупного спроса и предложения.

СТАБИЛИЗАЦИОННАЯ (АНТИЦИКЛИЧЕСКАЯ) ПОЛИТИКА – комплекс мероприятий, способствующих сглаживанию негативных последствий макроэкономической динамики.

ИНФЛЯЦИЯ – это переполнение экономики страны избыточной денежной массой при отсутствии адекватного увеличения товарной массы, которое приводит к повышению общего уровня цен, обесценению денежной единицы, снижению ее покупательной способности.

ИНФЛЯЦИЯ ИЗДЕРЖЕК – инфляция, которая вызвана факторами, лежащими на стороне совокупного предложения.

ИНФЛЯЦИОННЫЕ ОЖИДАНИЯ – это оценка экономическими субъектами изменения темпов инфляции в будущем периоде. Они выражаются в показателе под названием «ожидаемый темп инфляции (π^e)».

АНТИИНФЛЯЦИОННАЯ ПОЛИТИКА – макроэкономическая политика, направленная на обеспечение стабилизации общего уровня цен, предупреждения или смягчения инфляционной напряженности.

ЭКОНОМИЧЕСКИЙ РОСТ – долговременное устойчивое увеличение масштабов экономики, выражающееся в поступательном росте реального ВВП и улучшении других показателей деловой активности.

МИРОВАЯ ЭКОНОМИКА – это система экономических отношений, сложившаяся и развивающаяся между странами; другими словами, это вся совокупность национальных экономик в той части, которая сориентирована на внешние рынки и использует внешние ресурсы и продукцию для внутреннего развития.

ОТКРЫТАЯ ЭКОНОМИКА – это экономика страны с высокой степенью вовлеченности в мировые хозяйственные связи, предполагающая отсутствие ограничений международного обмена ресурсами и благами. Снятие внешнеэкономических ограничений способствует усилению конкуренции и тем самым повышению эффективности национальной экономики.

ЗАКРЫТАЯ ЭКОНОМИКА (автаркия) предполагает экономическую самообеспеченность страны (примеры: бывшие страны Совета Экономической Взаимопомощи, Северная Корея, Куба).

МЕЖДУНАРОДНЫЕ ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ОТНОШЕНИЯ – это система хозяйственных связей между экономиками различных стран.

МЕЖДУНАРОДНАЯ ТОРГОВЛЯ заключается в экспорте (вывозе) и импорте (ввозе) благ (товаров и услуг).

МЕЖДУНАРОДНОЕ РАЗДЕЛЕНИЕ ТРУДА заключается в специализации отдельных стран на производстве определенных видов благ, которыми эти страны обмениваются между собой.

АБСОЛЮТНОЕ ПРЕИМУЩЕСТВО – возможность страны производить благодаря ее естественным и приобретенным преимуществам какой-либо товар с меньшими затратами труда на единицу продукции по сравнению с другими странами, производящими этот же товар.

СРАВНИТЕЛЬНОЕ ПРЕИМУЩЕСТВО – это способность страны производить товар с относительно меньшими издержками замещения по сравнению с другими странами. Издержки замещения (альтернативные издержки) представляют собой соотношение абсолютных удельных затрат труда по двум видам товаров в одной стране.

ВНЕШНЕТОРГОВАЯ ПОЛИТИКА – это государственная политика в области внешней торговли. Известны два основных направления внешнеторговой политики государства: протекционизм и фритрейдерство.

ФРИТРЕЙДЕРСТВО – политика свободной торговли, которая не предполагает установление каких-либо ограничений на внешнеторговый оборот, в т. ч. взимание таможенных пошлин. Такую политику может проводить страна с высокоэффективной экономикой, в котором отечественные предприниматели способны выдерживать иностранную конкуренцию и активно внедряться на мировой рынок. Свободная торговля дает возможность открытой экономике страны и мировой экономике эффективно размещать ресурсы и повышать уровень материального благосостояния.

ПРОТЕКЦИОНИЗМ – политика государства, направленная на ограничение внешней торговли с целью защиты собственных производителей (в случае наличия более сильных иностранных конкурентов) или потребителей (в случае продажи за границу большого ко-

личества благ или ресурсов, востребованных внутри страны) путем установления тарифных и нетарифных ограничений.

ТАРИФНЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ заключаются во взимании таможенных пошлин с ввозимых и вывозимых ресурсов и благ, затрудняя тем самым их движение. Таможенные пошлины увеличивают цену ресурсов и благ и снижают их конкурентоспособность на мировом рынке.

НЕТАРИФНЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ – прямые административные нормы, определяющие количество, качество и номенклатуру вывозимых или ввозимых в страну ресурсов и благ.

ПЛАТЕЖНЫЙ БАЛАНС – это систематизированная запись итогов всех экономических сделок между резидентами данной страны и остальным миром в течение определенного периода времени (месяца, квартала, года).

МЕЖДУНАРОДНЫЕ ВАЛЮТНЫЕ ОТНОШЕНИЯ – это отношения между странами по поводу обмена валютой.

ВАЛЮТА – это денежная единица страны или группы стран (например, рубль, доллар, фунт стерлингов, евро, йена и т. д.). В узком смысле – это денежные знаки иностранных государств.

ВАЛЮТНЫЙ РЫНОК – это особый рынок, на котором осуществляются валютные сделки. Подавляющая часть денежных активов, продаваемых на валютном рынке, имеет вид депозита до востребования в крупнейших банках, осуществляющих торговлю друг с другом, лишь незначительная часть валютного рынка приходится на обмен наличных денег.

ВАЛЮТНЫЙ (ОБМЕННЫЙ) КУРС – это относительная цена валют двух стран, или валюта одной страны, выраженная в единицах другой страны.

ВАЛЮТНАЯ КОТИРОВКА – установление курса национальной денежной единицы в иностранной валюте на определенный момент времени.

ВАЛЮТНАЯ СИСТЕМА – совокупность валютных отношений, складывающихся на уровне отдельной страны, группы стран или мира в целом.

СИСТЕМА ФИКСИРОВАННЫХ ВАЛЮТНЫХ КУРСОВ – это валютная система, при которой номинальный валютный курс фиксируется Центральным банком страны.

СИСТЕМА ПЛАВАЮЩИХ (ГИБКИХ) ВАЛЮТНЫХ КУРСОВ – это валютная система, при которой номинальный валютный курс формируется на валютном рынке в результате взаимодействия спроса и предложения валют, без какого-либо вмешательства Центрального банка в этот процесс.

СИСТЕМА СМЕШАННЫХ ВАЛЮТНЫХ КУРСОВ – это валютная система, при которой номинальный валютный курс формируется на валютном рынке в результате взаимодействия спроса и предложения валют, а также валютных интервенций Центрального банка.

КОНВЕРТИРУЕМОСТЬ (ОБРАТИМОСТЬ) НАЦИОНАЛЬНОЙ ВАЛЮТЫ – способность валюты страны свободно использоваться в международном платежном обороте для совершения различных расчетов.

ВАЛЮТНАЯ ПОЛИТИКА – это совокупность государственных мероприятий в сфере международных расчетов. Она непосредственно связана с внешнеторговой политикой и состоянием денежного обращения.

МИРОВАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ИНТЕГРАЦИЯ – это процесс экономического взаимодействия стран, приводящий к сближению хозяйственных механизмов, принимающий форму межгосударственных соглашений и согласованно регулируемый межгосударственными органами.

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебными и научными изданиями профессиональной и общекультурной тематики – это важнейшее условие формирования научного способа познания.

Основные приемы работы с литературой можно свести к следующим:

- составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;
- перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и выпускных квалификационных работ (ВКР), а что выходит за рамками официальной учебной деятельности, и расширяет общую культуру);
- обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и выпускных квалификационных работ это позволит экономить время);
- определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;
- при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и руководителями ВКР, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;
- все прочитанные монографии, учебники и научные статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);
- если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;
- следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать). Таким образом, чтение текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того, насколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьезный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студентам с этой целью рекомендуется заводить

специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);
- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);
- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);
- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;
- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;
- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц; цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;
- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;
- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым, или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной и научной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках образовательной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис – это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта – основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование – наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

ПОДГОТОВКА ДОКЛАДА

Одной из форм текущего контроля является доклад, который представляет собой продукт самостоятельной работы студента.

Доклад - это публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы.

Как правило, в основу доклада ложится анализ литературы по проблеме. Он должен носить характер краткого, но в то же время глубоко аргументированного устного сообщения. В нем студент должен, по возможности, полно осветить различные точки зрения на проблему, выразить собственное мнение, сделать критический анализ теоретического и практического материала.

Подготовка доклада является обязательной для обучающихся, если доклад презентацией указан в перечне форм текущего контроля успеваемости в рабочей программе дисциплины.

Доклад должен быть рассчитан на 7-10 минут.

Презентация (от англ. «presentation» - представление) к докладу - это набор цветных слайдов на определенную тему, который хранится в файле специального формата с расширением PP.

Целью презентации - донести до целевой аудитории полноценную информацию об объекте презентации, изложенной в докладе, в удобной форме.

Перечень примерных тем докладов с презентацией представлен в рабочей программе дисциплины, он выдается обучающимся заблаговременно вместе с методическими указаниями по подготовке. Темы могут распределяться студентами самостоятельно (по желанию), а также закрепляться преподавателем дисциплины.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления.

Для этого, остановитесь на теме, которая вызывает у Вас больший интерес; определите цель выступления; подумайте, достаточно ли вы знаете по выбранной теме или проблеме и сможете ли найти необходимый материал;

- осуществить сбор материала к выступлению.

Начинайте подготовку к докладу заранее; обращайтесь к справочникам, энциклопедиям, научной литературе по данной проблеме; записывайте необходимую информацию на отдельных листах или тетради;

- организовать работу с литературой.

При подборе литературы по интересующей теме определить конкретную цель поиска: что известно по данной теме? что хотелось бы узнать? для чего нужна эта информация? как ее можно использовать в практической работе?

- во время изучения литературы следует: записывать вопросы, которые возникают по мере ознакомления с источником, а также ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;

- обработать материал.

Учитывайте подготовку и интересы слушателей; излагайте правдивую информацию; все мысли должны быть взаимосвязаны между собой.

При подготовке доклада с презентацией особо необходимо обратить внимание на следующее:

- подготовка доклада начинается с изучения источников, рекомендованных к соответствующему разделу дисциплины, а также специальной литературы для докладчика, список которой можно получить у преподавателя;

- важно также ознакомиться с имеющимися по данной теме монографиями, учебными пособиями, научными информационными статьями, опубликованными в периодической печати.

Относительно небольшой объем текста доклада, лимит времени, отведенного для публичного выступления, обуславливает потребность в тщательном отборе материала, умелом выделении главных положений в содержании доклада, использовании наиболее доказательных фактов и убедительных примеров, исключении повторений и многословия.

Решить эти задачи помогает составление развернутого плана.

План доклада должен содержать следующие главные компоненты: краткое вступление, вопросы и их основные тезисы, заключение, список литературы.

После составления плана можно приступить к написанию текста. Во вступлении важно показать актуальность проблемы, ее практическую значимость. При изложении вопросов темы раскрываются ее основные положения. Материал содержания вопросов полезно располагать в таком порядке: тезис; доказательство тезиса; вывод и т. д.

Тезис - это главное основополагающее утверждение. Он обосновывается путем привлечения необходимых цитат, цифрового материала, ссылок на статьи. При изложении содержания вопросов особое внимание должно быть обращено на раскрытие причинно-следственных связей, логическую последовательность тезисов, а также на формулирование окончательных выводов. Выводы должны быть краткими, точными, достаточно аргументированными всем содержанием доклада.

В процессе подготовки доклада студент может получить консультацию у преподавателя, а в случае необходимости уточнить отдельные положения.

Выступление

При подготовке к докладу перед аудиторией необходимо выбрать способ выступления:

- устное изложение с опорой на конспект (опорой могут также служить заранее подготовленные слайды);
- чтение подготовленного текста.

Чтение заранее написанного текста значительно уменьшает влияние выступления на аудиторию. Запоминание написанного текста заметно сковывает выступающего и привязывает к заранее составленному плану, не давая возможности откликаться на реакцию аудитории.

Короткие фразы легче воспринимаются на слух, чем длинные.

Необходимо избегать сложных предложений, причастных и деепричастных оборотов. Излагая сложный вопрос, нужно постараться передать информацию по частям.

Слова в речи надо произносить четко и понятно, не надо говорить слишком быстро или, наоборот, растягивать слова. Надо произнести четко особенно ударную гласную, что оказывает наибольшее влияние на разборчивость речи.

Пауза в устной речи выполняет ту же роль, что знаки препинания в письменной. После сложных выводов или длинных предложений необходимо сделать паузу, чтобы слушатели могли вдуматься в сказанное или правильно понять сделанные выводы. Если выступающий хочет, чтобы его понимали, то не следует говорить без паузы дольше, чем пять с половиной секунд.

Особое место в выступлении занимает обращение к аудитории. Известно, что обращение к собеседнику по имени создает более доверительный контекст деловой беседы. При публичном выступлении также можно использовать подобные приемы. Так, косвенными обращениями могут служить такие выражения, как «Как Вам известно», «Уверен, что Вас

это не оставит равнодушными». Выступающий показывает, что слушатели интересны ему, а это самый простой путь достижения взаимопонимания.

Во время выступления важно постоянно контролировать реакцию слушателей. Внимательность и наблюдательность в сочетании с опытом позволяют оратору уловить настроение публики. Возможно, рассмотрение некоторых вопросов придется сократить или вовсе отказаться от них.

После выступления нужно быть готовым к ответам на возникшие у аудитории вопросы.

Стоит обратить внимание на вербальные и невербальные составляющие общения. Небрежность в жестах недопустима. Жесты могут быть приглашающими, отрицающими, вопросительными, они могут подчеркнуть нюансы выступления.

Презентация

Презентация наглядно сопровождает выступление.

Этапы работы над презентацией могут быть следующими:

- осмыслите тему, выделите вопросы, которые должны быть освещены в рамках данной темы;
- составьте тезисы собранного материала. Подумайте, какая часть информации может быть подкреплена или полностью заменена изображениями, какую информацию можно представить в виде схем;
- подберите иллюстративный материал к презентации: фотографии, рисунки, фрагменты художественных и документальных фильмов, материалы кинохроники, разработайте необходимые схемы;
- подготовленный материал систематизируйте и «упакуйте» в отдельные блоки, которые будут состоять из собственно текста (небольшого по объему), схем, графиков, таблиц и т.д.;
- создайте слайды презентации в соответствии с необходимыми требованиями;
- просмотрите презентацию, оцените ее наглядность, доступность, соответствие языковым нормам.

Требования к оформлению презентации

Компьютерную презентацию, сопровождающую выступление докладчика, удобнее всего подготовить в программе MS Power Point.

Презентация как документ представляет собой последовательность сменяющих друг друга слайдов. Чаще всего демонстрация презентации проецируется на большом экране, реже – раздается собравшимся как печатный материал.

Количество слайдов должно быть пропорционально содержанию и продолжительности выступления (например, для 5-минутного выступления рекомендуется использовать не более 10 слайдов).

На первом слайде обязательно представляется тема выступления и сведения об авторах.

Следующие слайды можно подготовить, используя две различные стратегии их подготовки:

1-я стратегия: на слайды выносятся опорный конспект выступления и ключевые слова с тем, чтобы пользоваться ими как планом для выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- объем текста на слайде – не больше 7 строк;
- маркированный/нумерованный список содержит не более 7 элементов;
- отсутствуют знаки пунктуации в конце строк в маркированных и нумерованных списках;
- значимая информация выделяется с помощью цвета, кегля, эффектов анимации.

Особо внимательно необходимо проверить текст на отсутствие ошибок и опечаток. Основная ошибка при выборе данной стратегии состоит в том, что выступающие заменяют свою речь чтением текста со слайдов.

2-я стратегия: на слайды помещается фактический материал (таблицы, графики, фотографии и пр.), который является уместным и достаточным средством наглядности, помогает в раскрытии стержневой идеи выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- выбранные средства визуализации информации (таблицы, схемы, графики и т. д.) соответствуют содержанию;
- использованы иллюстрации хорошего качества (высокого разрешения), с четким изображением (как правило, никто из присутствующих не заинтересован вчитываться в текст на ваших слайдах и всматриваться в мелкие иллюстрации).

Максимальное количество графической информации на одном слайде – 2 рисунка (фотографии, схемы и т.д.) с текстовыми комментариями (не более 2 строк к каждому). Наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана.

Обычный слайд, без эффектов анимации, должен демонстрироваться на экране не менее 10 - 15 секунд. За меньшее время аудитория не успеет осознать содержание слайда.

Слайд с анимацией в среднем должен находиться на экране не меньше 40 – 60 секунд (без учета времени на случайно возникшее обсуждение). В связи с этим лучше настроить презентацию не на автоматический показ, а на смену слайдов самим докладчиком.

Особо тщательно необходимо отнестись к оформлению презентации. Для всех слайдов презентации по возможности необходимо использовать один и тот же шаблон оформления, кегль – для заголовков - не меньше 24 пунктов, для информации - не менее 18.

В презентациях не принято ставить переносы в словах.

Наилучшей цветовой гаммой для презентации являются контрастные цвета фона и текста (белый фон – черный текст; темно-синий фон – светло-желтый текст и т. д.).

Лучше не смешивать разные типы шрифтов в одной презентации.

Рекомендуется не злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже).

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ

Практико-ориентированные задания выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций. Это могут быть ситуации, требующие применения умений и навыков, специфичных для соответствующего профиля обучения (знания содержания предмета), ситуации, требующие организации деятельности, выбора её оптимальной структуры личностно-ориентированных ситуаций (нахождение нестандартного способа решения).

Кроме этого, они выступают средством формирования у студентов умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач. Они строятся на основе ситуаций, возникающих на различных уровнях осуществления практики и формулируются в виде производственных поручений (заданий).

Под практико-ориентированными заданиями понимают задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием элементов производственных процессов.

Цель практико-ориентированных заданий – приобретение умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Задачи практико-ориентированных заданий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний студентов при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- обучение приемам решения практических задач;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Важными отличительными особенностями практико-ориентированных заданий от стандартных задач (предметных, межпредметных, прикладных) являются:

- значимость (познавательная, профессиональная, общекультурная, социальная) получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию обучающегося;
- условие задания сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задания;
- информация и данные в задании могут быть представлены в различной форме (рисунков, таблица, схема, диаграмма, график и т.д.), что потребует распознавания объектов;
- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задания.

Кроме выделенных четырех характеристик, практико-ориентированные задания имеют следующие:

1. по структуре эти задания – нестандартные, т.е. в структуре задания не все его компоненты полностью определены;
2. наличие избыточных, недостающих или противоречивых данных в условии задания, что приводит к объемной формулировке условия;
3. наличие нескольких способов решения (различная степень рациональности), причем данные способы могут быть неизвестны учащимся, и их потребуется сконструировать.

При выполнении практико-ориентированных заданий следует руководствоваться следующими общими рекомендациями:

- для выполнения практико-ориентированного задания необходимо внимательно прочитать задание, повторить лекционный материал по соответствующей теме, изучить рекомендуемую литературу, в т.ч. дополнительную;

- выполнение практико-ориентированного задания включает постановку задачи, выбор способа решения задания, разработку алгоритма практических действий, программы, рекомендаций, сценария и т. п.;

- если практико-ориентированное задание выдается по вариантам, то получить номер варианта исходных данных у преподавателя; если нет вариантов, то нужно подобрать исходные данные самостоятельно, используя различные источники информации;

- для выполнения практико-ориентированного задания может использоваться метод малых групп. Работа в малых группах предполагает решение определенных образовательных задач в рамках небольших групп с последующим обсуждением полученных результатов. Этот метод развивает навыки сотрудничества, достижения компромиссного решения, аналитические способности.

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ

1. ВВЕДЕНИЕ В ЭКОНОМИЧЕСКУЮ ТЕОРИЮ

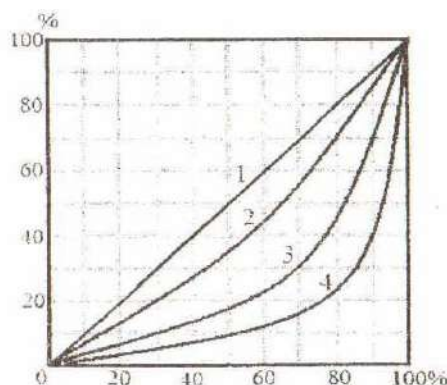
1.3. Общая характеристика рыночной системы хозяйствования

Благосостояние. Распределение доходов

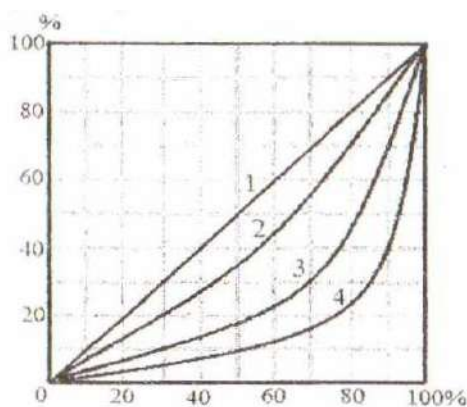
1. На основании следующих данных постройте кривую Лоренца; обозначьте точки, через которые вы ее строили. Какие действия государства могли бы приблизить кривую Лоренцу: а) к линии абсолютного равенства; б) к линии абсолютного неравенства?

Доли населения, по 20%	Доля доходов, %
Первая (низшая)	2
Вторая	8
Третья	10
Четвертая	15
Пятая (высшая)	65

2. Распределение доходов в обществе иллюстрирует линия 3. Если предельная ставка прогрессивного налога на доход любого домохозяйства будет снижена, то кривая Лоренца сместится в положение...



3. Наименьшее неравенство в распределении доходов в обществе отражает линия...



4. В таблице представлены данные по распределению доходов между группами населения в двух странах. В какой стране степень неравенства больше? Почему? Постройте кривую Лоренца для страны А.

Доли населения, по 20%	Доля доходов, %	
	Страна А	Страна В
Первая (низшая)	5	2
Вторая	10	8
Третья	17	10

Четвертая	28	15
Пятая (высшая)	40	65

5. При оценке степени неравенства в персональном распределении доходов с помощью кривой Лоренца следует обращать внимание на форму кривой. На рис. 1 и 2 представлены кривые Лоренца для двух стран с одинаковым коэффициентом Джини. О чем говорят представленные формы кривых: а) степень неравенства больше в стране А; б) степень неравенства больше в стране Б; в) в странах одинаковая степень неравенства? Выберите правильный ответ и поясните.

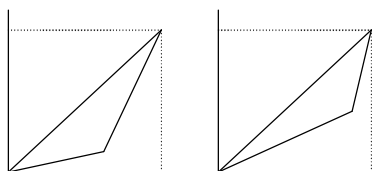


Рис. 1. Страна А Рис. 2. Страна Б

6. Проанализируйте ситуацию неравенства в распределении доходов в России в период 1991–2000 гг., учитывая, что условно допустимое значение коэффициента Джини составляет 0,3.

Коэффициент Джини в России

1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
0,260	0,289	0,398	0,409	0,381	0,375	0,375	0,379	0,394	0,400	0,400	0,400

Примеры решения типовых задач

1. В таблице представлены данные по распределению доходов между группами населения в конкретной стране. Рассчитайте на основании представленной информации квинтильный коэффициент, демонстрирующий степень неравенства в стране.

Доля населения, по 20 %	1	2	3	4	5
Доля доходов, %	5	10	18	27	40

Решение. Квинтильный коэффициент позволяет осуществлять сопоставление доходов, в среднем получаемых наиболее и наименее обеспеченными группами населения, каждая из которых составляет 20 % от общей численности населения: $K.к. = 40 \% / 5 \% = 8$ раз.

2. Ниже представлено распределение семей граждан страны по уровню годового дохода. Постройте кривую Лоренца.

Группы семей по уровню доходов	Доля от общей суммы доходов, %
Беднейшие 20%	3,7
Вторые 20%	9,0
Средние 20%	15,0
Четвертые 20%	23,0
Высшие 20%	49,3

Решение. Кривая Лоренца представляет собой графический метод определения неравномерности распределения совокупного дохода общества между различными группами населения. Построение кривой происходит следующим образом. Вначале все население страны и совокупный доход общества делятся на 5 частей – квинтилей (квинтиль – это 1/5 часть исследуемой совокупности), т.е. по 20 %. Далее определяется, какой % дохода получают каждые 20 % населения. На основании этих данных производятся расчеты кумулятивных (накопленных) долей и строится кумулятивная кривая, которая показывает фактическое распределение дохода в обществе.

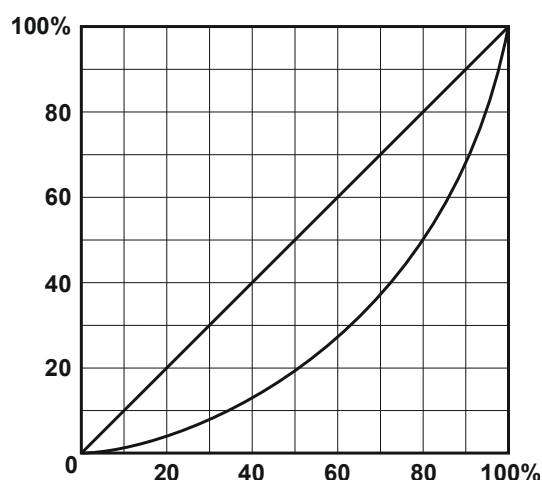
Прямая линия, проводимая из начала осей координат (биссектриса), дает представление о равном распределении дохода. Это линия абсолютного равенства. Линия абсолютного неравенства идет под прямым углом (ломаная линия). Точки на ней означают, что все население не получает никакого дохода, кроме одного – единственного, последнего в ряду человека, который присваивает 100 % всего дохода.

Следует отметить, что чем больше кривая Лоренца отклоняется от линии абсолютного равенства и, соответственно, становится ближе к линии абсолютного неравенства, тем больше неравенство в персональном распределении доходов в обществе.

Учитывая то, что построение кривой Лоренца осуществляется с использованием кумулятивного метода, представим имеющиеся данные в виде, необходимом для графического изображения.

Группы семей по уровню доходов	Доля от общей суммы доходов, %	Доля от общей численности семей нарастающим итогом, %	Доля от общей суммы доходов нарастающим итогом, %
Беднейшие 20%	3,7	20	3,7
Вторые 20%	9,0	40	12,7
Средние 20%	15,0	60	27,7
Четвертые 20%	23,0	80	50,7
Высшие 20%	49,3	100	100

Используя две последних колонки таблицы, строим кривую Лоренца.



Раздел 2. ОСНОВЫ МИКРОЭКОНОМИКИ

Тема 2.1. Спрос и предложение. Формирование рыночной цены

Спрос и эластичность спроса

1. Известно, что товар X приобретается всего двумя потребителями, и при этом спрос первого потребителя описывается функцией $Qd_1 = 90 - P$, а спрос второго – функцией $Qd_2 = 240 - 2P$. Чему будет равна цена при величине рыночного спроса 42?

2. Как изменится спрос на товар, если изменится цена на товар-субститут: а) спрос на уголь (при росте цены на нефть); б) спрос на чай (при росте цены на кофе); в) спрос на мясо кур (при снижении цены на мясо говядины). В каком направлении сдвинется кривая спроса на эти товары, т. е. уголь, чай, мясо кур?

3. Как изменится спрос на товар, если изменится цена на товар-комплемент: а) спрос на ягоды (при росте цены на сахар); б) спрос на фотоаппараты (при росте цены на фотопленку); в) спрос на энергоемкие марки автомобилей (при росте цены на бензин). В

каком направлении сдвинется кривая спроса на эти товары, т. е. ягоды, фотоаппараты, автомобили?

4. По цене $P_1 = 100$ руб. было продано 100 000 т картофеля, а когда цену повысили до $P_2 = 120$ руб., то – 80 000 т. Определите коэффициент эластичности спроса на картофель по цене.

5. В результате повышения цены товара с 5 до 7 ден. ед. объем спроса на него сократился с 9 до 7 млн шт. Определите коэффициент эластичности спроса на товар по цене.

6. При повышении цены на товар с 20000 до 40000 руб. за 1 шт. объем спроса на него сократился со 100 до 50 шт. в день. Определите, чему в этом случае будут равны коэффициент эластичности спроса на товар по цене и изменение общей выручки продавца.

7. Коэффициент эластичности спроса на данный товар по цене равен 0,8, по доходу – 0,4. В предстоящем периоде доходы населения увеличатся на 10 %, цена товара снизится на 5 %. На сколько процентов изменится объем спроса на данный товар?

8. Коэффициент эластичности спроса на данный товар по цене равен – 0,5, а по доходу + 0,9. В предстоящем периоде доходы населения увеличатся на 4 %, а цена товара уменьшится на 3 %. Как изменится объем спроса на данный товар?

9. Коэффициент перекрестной эластичности спроса на товар X по цене товара Y равна +1,5. Что вы можете сказать об этих двух товарах? О чем свидетельствует величина коэффициента эластичности?

Предложение и эластичность предложения

10. На рынке товара три производителя, предложение которых задано следующими уравнениями: $Q_{s1} = 2P - 10$; $Q_{s2} = 3P$; $Q_{s3} = P + 5$. Определите и исследуйте эластичность во всех трех случаях.

11. На рынке товара все производители имеют одинаковые индивидуальные функции предложения $Q_s = 2P - 10$. Рассчитайте коэффициент эластичности предложения товара по цене, если $P = 45$ руб. и число производителей на рынке равно: а) 20; б) 50; в) 100.

Микроэкономическое равновесие

12. Предположим, что общий объем спроса и предложения пшеницы в месяц характеризуется данными, представленными в таблице.

Таблица

$P, \$/\text{т}$	$Q_d, \text{тыс. т}$	$Q_s, \text{тыс. т}$
3,4	85	72
3,7	80	73
4,0	75	75
4,3	70	77
4,6	65	79
4,9	60	81

А. Какова будет равновесная цена пшеницы? Каков равновесный объем? Покажите графически.

Б. Допустим, правительством установлен потолок цены 3,7 \$ за 1 т. Какие последствия влечет данная цена? Покажите графически.

В. Допустим, правительством установлен пол цены 4,6 \$ за 1 т. Какие последствия влечет данная цена? Покажите графически.

13. Функция спроса на товар А: $Q_d = 8 - 2P$, а функция предложения: $Q_s = -7 + 3P$. Определите равновесную цену товара и равновесный объем продаж. Что произойдет, если правительство установит цену на уровне 5 руб.?

14. На рынке соевых бобов функции спроса и предложения следующие: $Q_d = 100 - 10P$; $Q_s = 20 + 5P$, где Q_d – величина спроса, кг; Q_s – величина предложения, кг; P – цена,

долл. Каков будет результат при назначении правительством нижнего уровня цены в 7 долл.?

15. Спрос и предложение на рынке некоторого продукта описываются уравнениями: $Q_d = 25 - 0,2P$ и $Q_s = 4P - 80$, где Q_d – объем спроса (тыс. шт.); Q_s – объем предложения (тыс. шт.), P – цена, ден. ед. Государство вмешалось и установило минимальную цену на товар в размере 30 ден. ед. за 1 тыс. шт.

Задание 1. Выберите из предложенных ниже вариантов один правильный ответ и вставьте в предложение.

Примером рынка с таким участием государства может служить рынок _____.

Варианты: крепких спиртных напитков; товаров первой необходимости; пшеницы в сверхурожайный год; горюче-смазочных материалов.

Задание 2. Выберите из предложенных ниже вариантов два правильных ответа и вставьте в предложение.

Установление минимальной цены имеет целью помочь _____ и приведет к ситуации _____ товара на рынке.

Варианты: дефицита, потребителям, товаропроизводителям, излишка.

Задание 3. Решите задачу.

До вмешательства государства рынок характеризовался как равновесный с объемом продаж _____ тыс. шт.

16. Рынок цемента характеризуется следующими функциями спроса и предложения: $Q_d = 12 - P$; $Q_s = -3 + 2P$. Определите: 1) какая сумма налога будет собрана с продажи цемента, если государство установит 50 % налога с оборота (выручки); 2) насколько возрастет объем продажи цемента при отмене налога?

Примеры решения типовых задач

1. Товар X приобретается потребителями, принадлежащими к двум разным группам. Численность первой группы 100 чел., а второй – 200 чел. Спрос типичного потребителя, принадлежащего к первой группе, описывается функцией $Q_{d1} = 50 - P$, ко второй – $Q_{d2} = 60 - 2P$. Чему равна величина рыночного спроса при значении цены 22?

Решение. Рыночный спрос определяется как сумма индивидуальных спросов всех потребителей на рынке данного товара. Поэтому для определения величины рыночного спроса необходимо суммировать обе функции, учитывая количество потребителей в каждой группе: $100(50 - P) + 200(60 - 2P) = 5000 - 100P + 12000 - 400P = 17000 - 500P$. Подставив вместо P значение цены, равное 22, определяем величину спроса, которая составит 96.

2. Является ли предложение товара эластичным, если известно следующее:

Таблица

Рыночные данные		
Цена, руб.	1500	1700
Объем предложения, шт.	30000	34000

Решение. Определяем коэффициент эластичности предложения по цене товара с использованием следующей формулы:

$$E_s = \frac{\Delta P}{\Delta Q} \cdot \frac{P_1 + P_2}{Q_1 + Q_2}.$$

Получаем, что

$$E_s = \frac{(34000 - 30000)}{(1500 + 1700)} = \frac{4000}{3200} = 1.$$

$$(17000 - 15000) (30000 + 34000) \quad 200 \quad 64000$$

Таким образом, мы имеем дело с предложением единичной эластичности по цене.

3. Функция спроса на товар $Q_d = 2500 - 200P$, а предложения – $Q_s = 1000 + 100P$. Определите равновесную цену и равновесный объем товара. Что произойдет в случае, если правительство зафиксирует цену товара на уровне 3 руб.?

Решение. В условиях рыночного равновесия объем спроса и объем предложения равны. Поэтому мы можем приравнять обе функции: $Q_d = Q_s$, т. е. $2500 - 200P = 1000 + 100P$. Решив это уравнение, найдем равновесную цену: $P^* = 5$ руб. Подставив значение цены в любую из функций, определим равновесный объем товара: $Q^* = 1500$ ед.

Если правительство фиксирует цену товара на уровне 3 руб., объем спроса (Q_d) будет равен 1900 ед., а объем предложения (Q_s) – 1300 ед. Иначе говоря, на рынке образуется товарный дефицит, равный разнице между объемом спроса и объемом предложения: $Q_s - Q_d = 1300 - 1900 = -600$ ед.

4. Допустим, функциями спроса и предложения холодильников «Север» являются соответственно $Q_d = 400 - P$ и $Q_s = 2P - 260$, где Q_d – величина спроса на холодильники, тыс. шт.; Q_s – величина предложения холодильников, тыс. шт.; P – цена, ден. ед. Определите, к чему приведет введение налога с оборота (выручки) в размере 12,5 % от цены.

Решение. До введения налога равновесная цена товара на рынке составляла 220 ден. ед., а *равновесное* количество – 180 тыс. шт. (пояснения в предыдущей задаче). После введения налога в распоряжении производителя остается $7/8$ цены, что уменьшает предложение: $Q_s = 2(7/8)P - 260$. Поэтому новая цена равновесия равна 240 ден. ед., а объем продаж – 160 тыс. шт. При этом общая выручка уменьшается с 39,6 до 38,4 млн ден. ед., а выручка, оставшаяся в распоряжении производителя, – с 39,6 до 33,6 млн ден. ед.

Тема 2.2. Теория потребительского выбора

Количественная теория полезности

1. Если некто потребляет 8 единиц товара при совокупной полезности 38 ютилей и 9 единиц при совокупной полезности 45 ютилей, чему равна предельная полезность (в ютилях) 9-й потребленной единицы?

2. Заполните пустые ячейки таблицы и постройте кривые общей и предельной полезности товара.

Таблица

Полезность товара		
Номер единицы товара	Общая полезность	Предельная полезность
1	?	20
2	37	?
3	51	?
4	?	11
5	71	9

3. Цена товара A составляет 3 руб., цена товара B – 1,5 руб. Потребитель максимизирует удовлетворение от покупки товаров A и B . При этом он оценивает предельную полезность товара B в 60 единиц. Как потребитель оценивает предельную полезность товара A ?

4. В таблице предельная полезность каждого продукта для потребителя считается независимой от количества другого продукта. Цена продукта X составляет 2 долл., а цена продукта Y – 1 долл.

А. Изобразите кривые предельной и общей полезности блага X .

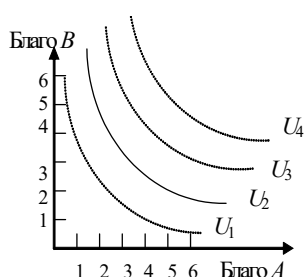
Б. Ответьте, сколько единиц каждого продукта купит потребитель при доходе в 12 долл.?

Таблица

Предельная полезность продуктов			
Продукт X		Продукт Y	
номер единицы	предельная полезность	номер единицы	предельная полезность
1	40	1	22
2	35	2	20
3	30	3	18
4	25	4	16
5	20	5	14
6	15	6	12
7	10	7	10
8	5	8	8

Сравнительная теория полезности

5. На рисунке представлена карта кривых безразличия.



А. Каков экономический смысл кривой безразличия?

Б. Что означает форма и положение кривой U_2 , т. е. ее отрицательный наклон и выпуклость по отношению к началу координат?

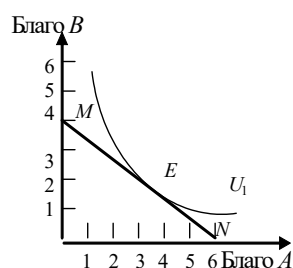
В. Что означают кривые безразличия, расположенные выше и ниже U_2 ?

Г. Могут ли пересекаться кривые безразличия?

Рис. Карта кривых безразличия

6. Допустим, некий потребитель считает, что ему одинаково полезно еженедельно выпивать как 8 стаканов молока и 3 стакана кефира, так и 6 стаканов молока и 4 стакана кефира. Чему в этом случае равна предельная норма замещения кефира молоком?

7. На рисунке представлены кривая безразличия и бюджетная линия.



А. Каков экономический смысл бюджетной линии MN ? Чем определяется ее наклон? Если благо B подешевеет, как изменится наклон MN ?

Б. Каковы возможности потребления в каждой точке на бюджетной линии?

В. Что означает для потребителя касание кривой безразличия U_1 и MN в точке E ?

Г. Возможно ли касание U_1 линией MN в другой точке? Какие условия должны при этом измениться?

Д. Как можно выразить условия потребительского равновесия с помощью уравнения?

Рис. Касание кривой безразличия бюджетной линии

8. Потребитель имеет доход 3000 руб. На рисунке показаны две бюджетные линии и соответствующие им кривые безразличия.

А. Определите цену товара Y .

Б. Определите координаты двух точек линии спроса данного потребителя на товар X .

В. Напишите уравнения обеих бюджетных линий.

Г. Каков был бы доход потребителя, если бы цена товара Y равнялась 100 руб.?

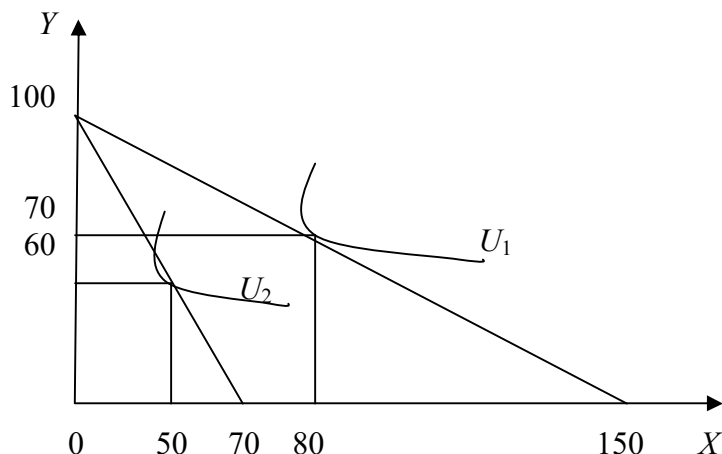


Рис. Ситуации равновесия потребителя

Эффекты спроса

9. На рис. 8 представлена кривая спроса.

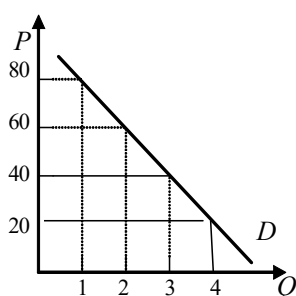


Рис. Кривая спроса

А. Какова рыночная цена первой, второй и третьей единиц блага при объеме рыночного спроса в 4 единицы блага?

Б. По какой максимальной цене потребитель оценивает каждую дополнительную единицу блага?

В. Сформулируйте понятие «излишек потребителя» и определите его величину при покупке 2, 3 и 4 единиц блага.

10. Функция спроса на товар задана уравнением $Q_d = 50 - 2P$, а функция предложения уравнением $Q_s = 5 + 3P$. Определите величину излишка потребителя.

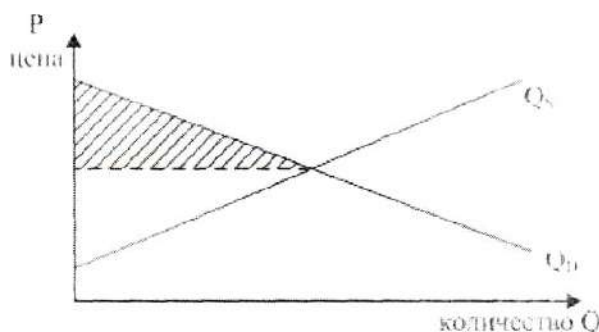


Рис. 9. Излишек потребителя

Примеры решения типовых задач

1. Используя данные рисунка, определите излишек потребителя при покупке трёх единиц блага.

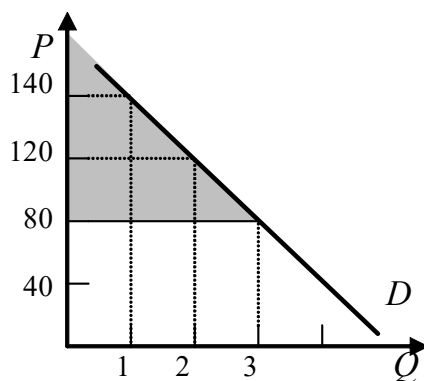


Рис. Излишек потребителя

Решение. На рисунке излишек потребителя – это окрашенная область, ограниченная сверху кривой спроса, а снизу – линией рыночной цены. Чем ниже цена, тем больше величина излишка потребителя.

При покупке трех единиц товара излишек потребителя составит:

$$(140 + 120 + 80) - (80 + 80 + 80) = 100 \text{ ден. ед.}$$

Примеры решения типовых задач

2. Представим гипотетическую ситуацию. Вы пришли в магазин за покупками, имея определенное количество денег (350 руб.). В магазине имеется два интересующих вас блага: благо *A* и благо *B*, цены которых соответственно равны 50 и 100 руб.

Таблица

Информация по предпочтениям покупателя

Номер единицы блага	Благо <i>A</i>		Благо <i>B</i>	
	MU_A	MU_A/P_A	MU_B	MU_B/P_B
1	5		9	
2	4		6	
3	3		5	
4	2		3	
5	1		1	
6	0,5		0,8	

Решение. Рассчитаем отношение предельной полезности к цене для каждого из благ.

Таблица

Отношение предельной полезности к цене для каждого из благ

Номер единицы блага	Благо <i>A</i> ($P_A = 50$ руб.)		Благо <i>B</i> ($P_B = 100$ руб.)	
	MU_A	MU_A/P_A	MU_B	MU_B/P_B
1	5	0,1	9	0,09
2	4	0,08	6	0,06
3	3	0,06	5	0,05
4	2	0,04	3	0,03
5	1	0,02	1	0,01
6	0,5	0,01	0,8	0,008

Второй закон Г. Госсена гласит, что при максимизации общей полезности отношения предельных полезностей к цене для каждого из благ должны быть равны. Из табл. 9 видно, что данное условие соблюдается при комбинациях: 1) $3A + 2B$; 2) $6A + 5B$.

Проверим достаточность располагаемых средств для приобретения каждой из этих комбинаций:

1) необходимый бюджет = $3 \cdot 50 + 2 \cdot 100 = 350$;

2) необходимый бюджет = $6 \cdot 50 + 5 \cdot 100 = 800$.

Таким образом, при комбинации $3A + 2B$ общая полезность от покупки и потребления двух благ окажется максимальной.

3. На перемене студент решает выпить сок и/или съесть 1–2 порции салата. Проанализируйте его бюджетные возможности, если стакан сока стоит 50 руб., порция салата – 100 руб., а денежные средства, которые он готов потратить на еду, ограничиваются 200 руб.

Решение. Если студент потратит все деньги на сок, то он сможет приобрести 4 стакана ($200 : 50 = 4$), если же он все деньги потратит на салаты, то сможет максимум купить 2 порции ($200 : 100 = 2$).

Отложим на графике полученные точки и соединим их прямой, получим бюджетную линию. Совокупность потребительских наборов, лежащих левее и ниже данной прямой, будет являть собой бюджетную область рассматриваемого потребителя.

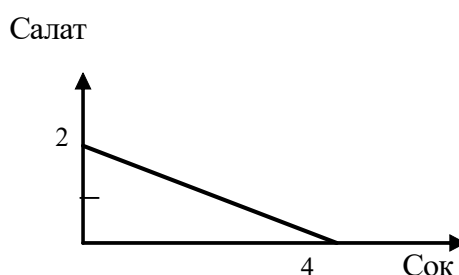


Рис. Бюджетная линия

Тема 2.3. Производство экономических благ. Издержки и прибыль предприятия

1. Если производственная функция определяется уравнением $Q = 100 + \quad + 12K + 10L$, то какой вид имеют уравнения предельного продукта капитала и предельного продукта труда?

2. Заполните пустые ячейки табл. 10. На основе имеющихся данных изобразите кривые TP_L , MP_L , AP_L . Объясните действие закона убывающей отдачи.

Таблица

Общие, предельные и средние продукты труда

K	L	TP_L	MP_L	AP_L
10	0	0		
10	1	15		
10	2	40		
10	3	63		
10	4	76		
10	5	85		
10	6	90		
10	7	91		
10	8	88		

3. Заполните пропуски в таблице

Таблица

Общие, предельные и средние продукты труда

Объем применения	Общий выпуск	Предельный	Средний

переменного ресурса	продукции	продукт	продукт
3	9	-	?
4	?	30	?
5	140	?	?
6	?	?	25

4. Фирма использует в производстве товара капитал (K) и труд (L), при этом $MP_K = 8$, а $MP_L = 20$. Цены единиц факторов производства: $P_K = 4$, $P_L = 10$. Является ли оптимальным использование ресурсов фирмой с точки зрения минимизации издержек?

5. В производстве некоего вида товара требуется два фактора: труд и земля. В каких из нижеперечисленных случаев достигается минимизация издержек?

Таблица

Предельные продукты и цены факторов производства

Случай	Предельный продукт земли	Цена земли	Предельный продукт труда	Цена труда
1	6	2	9	3
2	16	8	15	5
3	9	2	8	2
4	20	5	16	4

6. Предположим, что конкурирующая фирма использует 2 фактора в производственном процессе: труд и капитал. Предельный продукт труда составляет 10 ед. продукции, а предельный продукт капитала – 25 ед. Чему будет равна цена ед. капитала, если цена труда равна 5 ден. ед. и предприятие максимизирует прибыль?

7. Предположим, что производительность труда и капитала равны значениям, указанным в табл. 13. Цена единицы продукции, производимой с помощью этих факторов производства, равна 1\$. Цена единицы труда составляет 2\$, цена единицы капитала – 3\$. Определите, каково соотношение труда и капитала, обеспечивающее предприятию: а) минимальные издержки; б) максимальную прибыль?

Таблица

Цены и предельные продукты капитала и труда

K	MP_K	MRP_K	MRP_K/P_K	L	MP_L	MRP_L	MRP_L/P_L
1	24			1	22		
2	21			2	18		
3	18			3	16		
4	15			4	14		
5	9			5	12		
6	6			6	8		
7	3			7	2		
8	1			8	1		

8. Заполните пустые ячейки табл. 14.

Таблица 14

Определение предельного продукта труда в денежном выражении

Единицы труда	Совокупный продукт	Предельный продукт	Цена, руб.	Совокупный доход	Предельный продукт в денежной форме, руб.
1	10		5		
2	19		5		
3	27		5		

4	34		5		
5	40		5		
6	45		5		
7	49		5		
8	52		5		
9	54		5		
10	55		5		

9. В нижеприведенных примерах MRP_L и MRP_K – величины предельных продуктов в денежном выражении труда и капитала, а P_L и P_K – цены на них. Определите, соответствуют ли в каждом случае условия для достижения предприятием максимальной прибыли. Если нет, то укажите, какие ресурсы следует использовать в большем или меньшем количестве.

А. $MRP_L = 8\$$; $P_L = 4\$$; $MRP_K = 8\$$; $P_K = 4\$$.

Б. $MRP_L = 10\$$; $P_L = 12\$$; $MRP_K = 14\$$; $P_K = 9\$$.

В. $MRP_L = 6\$$; $P_L = 6\$$; $MRP_K = 12\$$; $P_K = 12\$$.

Г. $MRP_L = 12\$$; $P_L = 26\$$; $MRP_K = 16\$$; $P_K = 19\$$.

10. Дана производственная функция: $Q = 7x_1 + 4x_2 - 3$. Цена выпускаемой продукции равна 5. Найдите: а) предельный продукт факторов x_1 и x_2 ; б) предельный доход факторов x_1 и x_2 ; в) предельную норму технологического замещения фактора x_1 фактором x_2 .

11. Что собой представляет изокванта? Назовите и поясните свойства изокванты. Каких видов она бывает? Постройте изокванту по следующим данным: $3x_1 + 5x_2 = 15$.

12. Объем производства увеличивается. Проследите, как изменяются общие, постоянные, переменные и др. издержки. Что вы понимаете под этими издержками? Заполните таблицу, показав, как рассчитываются все виды издержек.

Таблица

Определение различных видов издержек производства

Выпуск продукции (в шт.) Q	Общие издержки TC	Общие постоянные издержки TFC	Общие переменные издержки TVC	Средние общие издержки ATC	Средние постоянные издержки AFC	Средние переменные издержки AVC	Предельные издержки MC
0	20						
1	30						
2	50						
3	80						
4	120						
5	170						

13. Заполните пустые ячейки таблицы

Таблица

Определение различных видов издержек производства

Q	FC	VC	TC	AFC	AVC	ATC	MC
0	60	0					
1	60	45					
2	60	85					
3	60	120					
4	60	150					
5	60	185					
6	60	225					
7	60	270					

8	60	325					
9	60	390					
10	60	465					

А. Изобразите кривые FC , VC , TC . Объясните, каким образом закон убывающей отдачи воздействует на форму кривых VC и TC .

Б. Изобразите кривые AFC , AVC , ATC , MC . Объясните, почему кривая MC пересекает кривые ATC и AVC в точках их минимума?

14. В краткосрочном периоде фирма производит 500 ед. продукции. Средние переменные издержки – 20 руб., средние постоянные издержки – 5 руб. Чему будут равны общие издержки?

15. В краткосрочном периоде фирма производит 500 ед. продукции. Средние переменные издержки составляют 2 долл., средние постоянные издержки – 0,5 долл. Чему будут равны общие издержки?

Примеры решения типовых задач

1. Заполните пропуски в таблице, отражающей зависимость результативности производства от объема используемого труда.

Таблица

Зависимость результативности производства от объема используемого труда

Объем труда, L	Объем выпуска, Q	Предельный продукт труда, MP_L	Средний продукт труда, AP_L
1	?	?	1000
2	?	1000	?
3	2790	?	?
4	?	610	?
5	?	?	770

Решение. Предельный продукт труда, или предельная производительность труда – это количество экономического блага, произведенное при использовании дополнительной единицы труда. Его величина определяется по формуле $MP_L = \Delta Q / \Delta L$.

Если известен MP_L , то $\Delta Q = MP_L \cdot \Delta L$, а $Q_1 = Q_0 + \Delta Q$.

Средний продукт, или средняя производительность, труда – это количество экономического блага, приходящееся на единицу труда. Его величина определяется по формуле $AP_L = Q / L$.

Если известен AP_L , то $Q = AP_L \cdot L$.

Сделаем необходимые расчёты и заполним пропуски в табл.

Таблица

Зависимость результативности производства от объема используемого труда

Количество труда, L	Объем выпуска, Q	Предельный продукт труда, MP_L	Средний продукт труда, AP_L
1	1000	-	1000
2	2000	1000	1000
3	2790	790	930
4	3400	610	850
5	3850	450	770

2. Производственные функции фирм A и B заданы соответствующими уравнениями: $Q_A = 7K^2 + 8L^2 - 5KL$ и $Q_B = 2KL^2 + 400$, где K – количество единиц оборудования; L – количество труда рассматриваемых фирм. У какой фирмы предельная производи-

тельность труда выше, если на обоих производствах используется 5 ед. оборудования и 10 ед. труда?

Решение. Предельная производительность труда по фирме *A*:

$MP_L = Q_A'(L) = 16L - 5K$. При $L = 10$ ед., $K = 5$ ед.: $MP_L = 16 \cdot 10 - 5 \cdot 5 = 185$.

Предельная производительность труда по фирме *B*:

$MP_L = Q_B'(L) = 4KL$. При $L = 10$ ед., $K = 5$ ед.: $MP_L = 4 \cdot 5 \cdot 10 = 200$.

Таким образом, у фирмы *B* предельная производительность труда выше.

Задача 3. Вы создали собственную фирму. По окончании года, по расчетам бухгалтера, прибыль составила 8 млн руб. Насколько прибыльным оказался ваш бизнес, с вашей точки зрения, принимая во внимание тот факт, что вам пришлось оставить работу, которая приносила ежегодный доход в 3 млн руб. Кроме того, для создания фирмы вы вложили собственные денежные средства в размере 10 млн руб. Ставка процента составляет 20 % годовых. Будете ли вы иметь экономическую прибыль и чему она будет равна?

Решение. Экономическая прибыль = бухгалтерская прибыль – внутренние (неявные) издержки.

Внутренние (неявные) издержки = $3 + 10 \cdot 0,2 = 5$ млн руб.

Экономическая прибыль = $8 - 5 = 3$ млн руб.

Задача 4. Задана зависимость валовых издержек предприятия (TC) от выпуска продукции (Q).

Таблица

Зависимость валовых издержек предприятия от выпуска продукции

Выпуск продукции	0	1	2	3	4	5	6
Валовые издержки	60	100	130	155	190	245	335

Рассчитайте: постоянные (FC), переменные (VC), предельные (MC), средние общие (ATC), средние постоянные (AFC), средние переменные (AVC) издержки.

Решение. Постоянные издержки (FC) – это издержки, величина которых не изменяется при изменении объема производства. $FC = TC$ при $Q = 0$.

Переменные издержки (VC) – это издержки, величина которых изменяется при изменении объема производства. $VC = TC - FC$.

Средние издержки (ATC) – это издержки на производство единицы экономического блага. $ATC = TC/Q$.

Средние постоянные издержки: $AFC = FC/Q$.

Средние переменные издержки: $AVC = VC/Q$.

Предельные издержки (MC) – это издержки, связанные с производством дополнительной единицы продукции. $MC = \Delta TC / \Delta Q$.

Сделаем необходимые расчёты и запишем все данные в табл.

Таблица

Определение издержек производства

Q	TC	FC	VC	MC	ATC	AFC	AVC
0	60	60	0	–	–	–	–
1	100	60	40	40	100,0	60	40,0
2	130	60	70	30	65,0	30	35,0
3	155	60	95	25	51,7	20	31,7
4	190	60	130	45	47,5	15	32,5
5	245	60	185	55	49,0	12	37,0
6	335	60	275	90	55,8	10	45,8

Задача 5. Предприятие находится в условиях совершенной конкуренции. Цена продукции, создаваемой фирмой, установилась на уровне 10 руб. Зависимость валовых издержек от выпуска продукции представлена в таблице. Какой объем производства выберет предприятие, максимизирующее прибыль?

Таблица

Зависимость валовых издержек от выпуска продукции						
Выпуск продукции	10	11	12	13	14	15
Валовые издержки	80	86	93	102	112	125

Решение. Конкурентное предприятие постоянно старается пребывать в состоянии равновесия, которому соответствует оптимальный объем производства, обеспечивающий максимальную экономическую прибыль или минимальные убытки. Экономическая прибыль (убытки) = $TR - TC$. Если $TR > TC$, то главной целью предприятия является максимизация экономической прибыли, если $TR < TC$, то минимизация убытков.

Условием равновесия предприятия является равенство предельных издержек и предельного дохода, т. е. $MC = MR$. В условиях совершенной конкуренции $MR = P$. Поэтому для решения задачи будем учитывать условие: $P = MR$.

Определим предельные издержки по формуле $MC = \Delta TC / \Delta Q$, где Q – объем выпуска, TC – валовые издержки. Запишем полученные данные в таблице

Таблица

Зависимость предельных издержек от выпуска продукции						
Выпуск продукции	10	11	12	13	14	15
Предельные издержки	–	6	7	9	10	12

Таким образом, объем производства, который выберет предприятие, максимизирующее прибыль, равен 14 ед., так как при данном объеме достигается равенство цены продукции и предельных издержек.

Тема 2.4. Поведение предприятия в условиях совершенной и несовершенной конкуренции

Предприятие в условиях совершенной конкуренции

1. Предприятие находится в условиях совершенной конкуренции. Цена установилась на уровне 10 руб. Зависимость общих затрат от выпуска продукции представлена в таблице

Таблица

Зависимость общих затрат от выпуска продукции	
Q	TC
10	80
11	86
12	93
13	102
14	113
15	125

Какой объем производства выберет это предприятие, если оно максимизирует прибыль?

2. Заполните пустые ячейки таблицы. Определите:

а) какой объем производства обеспечивает конкурентному предприятию максимальную экономическую прибыль;

б) не обнаруживает ли динамика экономических показателей развития данного предприятия действие закона убывающей отдачи;

в) при каком соотношении MR и MC данное предприятие примет решение о прекращении наращивания объемов производства.

Таблица

Определение оптимального объема производства

Q	P	TR	TC	$TR - TC$	MR	MC
0	40		50			
1	40		100			
2	40		128			
3	40		148			
4	40		162			
5	40		180			
6	40		200			
7	40		222			
8	40		260			
9	40		305			
10	40		360			
11	40		425			

3. Кривая долгосрочных средних общих издержек фирмы ($LATC$), функционирующей в некоторой отрасли, имеет следующий вид:

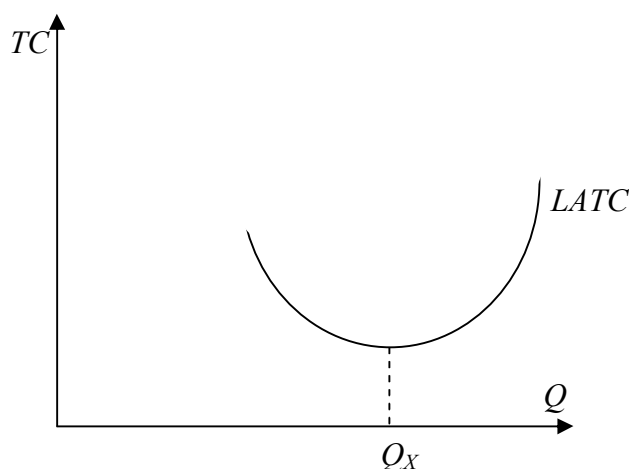


Рис. Кривая долгосрочных средних общих издержек фирмы

и задана функцией $LATC = Q^2 - 4Q + 14$, где Q – количество продукции. Каждая единица продукции в краткосрочном периоде реализуется по цене 20 ден. ед.

Задание 1. Выберите из предложенных ниже вариантов один правильный ответ и вставьте в предложение.

Фирмы, работающие на таком рынке, функционируют в условиях _____.

Варианты: совершенной конкуренции; монополистической конкуренции; олигополии; монополии.

Задание 2. Выберите из предложенных ниже вариантов не менее двух правильных ответов и вставьте в предложение.

Форма кривой долгосрочных средневальных издержек определяется _____ и до точки Q_x иллюстрирует действие _____.

Варианты: эффекта масштаба производства; отрицательного эффекта масштаба производства; закона убывающей отдачи; положительного эффекта масштаба производства.

Задание 3. Решите задачу.

Цена в долгосрочном периоде установится на уровне _____ ден. ед.

4. Фирма, функционирующая на рынке совершенной конкуренции, выпекает 4 млн буханок хлеба в месяц. Если средние переменные издержки составляют 2,5 руб., а средние постоянные издержки – 0,5 руб., то какую прибыль фирма получит за месяц при цене 3,5 руб. за буханку?

Предприятие в условиях несовершенной конкуренции

5. Функция спроса монополиста имеет вид $P = 40 - 4Q$, а функция совокупных издержек $TC = 5Q^2 + 4Q + 750$. Определите объем производства (в тыс. ед.) фирмы в условиях краткосрочного равновесия.

6. Спрос на продукцию монополизированной отрасли описывается функцией $Q = 200 - P$, а восходящий отрезок кривой предельных издержек выражен функцией $MC = 5Q - 10$. При какой цене монополист обеспечит себе максимальную экономическую прибыль?

7. Функция рыночного спроса имеет вид $P = 42 - Q$, а функция совокупных издержек фирмы $TC = Q^2 + 2Q + 35$. Определите оптимальный объем производства и цену в условиях совершенной конкуренции и чистой монополии.

8. Предприятие-монополист, у которого постоянные издержки равны 7500 тыс. руб., запланировало на следующий год следующие показатели:

Таблица

Показатели предприятия-монополиста

P , руб./шт.	400	375	350	325	300
Q , тыс. шт.	40	50	70	95	105
TC , тыс. руб.	17500	19700	22800	26000	28000

Определите наиболее выгодные для предприятия P и Q с помощью двух методов: сопоставление TR и TC , сопоставление MR и MC . Дайте графическую иллюстрацию полученным результатам.

9. Функция спроса на продукцию монополиста имеет вид $P = 14 - 5Q$, а функция совокупных издержек – $TC = 2Q^2 + 80$. Определите коэффициент рыночной власти данной фирмы.

10. Среди участников отраслевого рынка представлены 4 компании, которые занимают следующие доли: 10, 20, 32 и 38 %. Определите индекс концентрации данной отрасли.

Примеры решения типовых задач

1. Если общие издержки производства описаны в таблице, то какой объем производства выберет фирма в условиях совершенной конкуренции при сложившейся цене одной ед. в 60 руб. и размере постоянных издержек 60 руб.?

Таблица

Зависимость общих затрат от выпуска продукции

Q	1	2	3	4	5	6
TC	100	130	170	222	281	351

Решение. Заполним таблицу данными о предельных издержках, рассчитав их по формуле $MC = \Delta TC / \Delta Q$.

Таблица

Зависимость общих и предельных затрат от выпуска продукции

Q	1	2	3	4	5	6

<i>TC</i>	100	130	170	222	281	351
<i>MC</i>	40	30	40	52	59	70

Фирма – совершенный конкурент – выберет такой объем производства, при котором предельные издержки не превышают цену (равны или чуть ниже ее уровня). Отсюда найдем объем производства: он равен 5 ед. Выручка составит 300 руб. = 5 ед. · 60 руб., а затраты 281 руб. Отсюда прибыль равна 19 руб.

2. На рынке в условиях совершенной конкуренции действуют 10 фирм, общие издержки которых описываются одинаковой функцией $TC = Q^2 - 10Q + 35$. Рыночный спрос задан функцией $Q = 110 - P$. Найти равновесную цену (P^*) и объем производства (Q^*) для каждой из этих фирм.

Решение. Определим предельные издержки как первую производную общих издержек: $MC = 2Q - 10$. Учитывая, что $MC = P$, рассчитаем индивидуальное предложение каждой из фирм: $P = 2Q - 10$; $Q = 0,5P + 5$. Рыночное предложение: $Q = 10(0,5P + 5) = 5P + 50$. Условием равновесия является равенство спроса и предложения: $110 - P = 5P + 50$; $P^* = 10$; $Q^* = 100$; объем производства отдельной фирмы $Q = 100/10 = 10$.

3. Функция спроса монополиста имеет вид $P = 50 - 10Q$, а функция совокупных издержек $TC = 5Q^2 + 20Q + 5$. Определите объем производства, обеспечивающий фирме максимальную прибыль.

Решение. Поскольку условием максимизации прибыли является равенство предельных издержек и предельных доходов, определим их величину и приравняем друг к другу.

Предельные издержки выводятся из функции совокупных издержек: $MC = TC'(Q) = 10Q + 20$.

Предельные доходы выводятся из функции совокупных доходов и функции спроса: $TR = P \cdot Q = (50 - 10Q)Q = 50Q - 10Q^2$; $MR = TR'(Q) = 50 - 20Q$.

Приравняем полученные функции предельных издержек и предельных доходов и определим величину оптимального объема производства: $10Q + 20 = 50 - 20Q$; $30Q = 30$; $Q^* = 1$ тыс. ед.

Оптимальная цена выводится из функции спроса:

$$P = 50 - 10Q = 50 - 10 \cdot 1; P^* = 40 \text{ руб.}$$

4. Функция спроса монополиста имеет вид $P = 5000 - 17Q$, функция совокупных издержек – $TC = 75000 + 200Q - 17Q^2 + Q^3$. Определить: объем производства, обеспечивающий фирме максимальную прибыль; оптимальную рыночную цену; величину совокупной прибыли.

Решение. Условием максимизации прибыли является $MC = MR$. Найдем MC и MR из данных уравнений:

$$1. TR = PQ = (5000 - 17Q)Q = 5000Q - 17Q^2.$$

$$MR = (TR)' = dTR/dQ = 5000 - 34Q.$$

$$2. MC = (TC)' = dTC/dQ = 200 - 34Q + 3Q^2.$$

$$3. MC = MR; 200 - 34Q + 3Q^2 = 5000 - 34Q; 3Q^2 = 4800; Q^* = 40.$$

Оптимальный объем производства равен 40. Оптимальная рыночная цена находится путем подстановки оптимального объема производства (Q^*) в функцию спроса: $P = 5000 - 17Q$; $P = 5000 - 17 \cdot 40 = 4320$ руб.

Совокупная прибыль может быть найдена как разница между TC и TR при $Q^* = 40$. Прибыль = $TR - TC = 52000$ руб.

2. На рынке кондитерских изделий России конкурируют российские и зарубежные производители. Доля рынка представлена в таблице.

Таблица

Российские и зарубежные производители на рынке
кондитерских изделий России

Компания	Доля рынка по стоимости, в %
<i>Nestle</i>	25,2

Объединенные кондитеры, в т. ч.	18,0
кондитерский концерн «Бабаевский»	8,4
фабрика «Красный октябрь»	6,0
фабрика «Рот Фронт»	3,6
<i>Kraft Foods</i>	12,9
<i>Mars</i>	11,2

Среди участников рынка шоколадной продукции важное место занимает кондитерский холдинг «Объединенные кондитеры», созданный в 2005 году. Индекс концентрации крупнейших иностранных корпораций, производящих кондитерские изделия, на российском рынке составляет более ____ %. (Ответ запишите с точностью до десятых).

Решение. Степень концентрации (индекс) рассчитывается как сумма рыночных долей крупнейших продавцов, действующих на рынке данного товара: $I = \sum S_i$, где S – рыночная доля производства (продаж) каждого предприятия отрасли. Из табл. 29 видно, что *Nestle*, *Kraft Foods*, *Mars* производят более 10 % каждая. Их суммарная доля составит: $I = 25,2 + 12,9 + 11,2 = 49,3$.

Раздел 3. ОСНОВЫ МАКРОЭКОНОМИКИ

Тема 3.1. Национальная экономика: цели и результаты развития

Система национальных счетов и её показатели

1. При производстве автомобилей на сумму 3,5 млн руб. фирма использовала полуфабрикаты на сумму 1 млн руб., выплатила рабочим заработную плату в размере 2 млн руб. Кроме того, она зачислила в амортизационный фонд 300 тыс. руб. Чему равна добавленная стоимость?

2. Производство одного трикотажного изделия проходит несколько этапов и на каждом этапе имеет свою стоимость: 1) овцеводческая ферма – 50 ден. ед.; 2) шерстеперерабатывающая фабрика – 100 ден. ед.; 3) трикотажное ателье – 200 ден. ед.; 4) предприятие оптовой торговли – 250 ден. ед.; 5) предприятие розничной торговли – 350 ден. ед. Найдите: стоимость конечного продукта, суммарную добавленную стоимость, величину исключаемого повторного счёта при расчёте ВВП.

3. Предположим, что продажные цены материалов и продукции для производства шерстяного костюма составили: шерсть – 60 ден. ед., шерстяная ткань – 100 ден. ед., костюм (цена производителя) – 125 ден. ед., костюм (оптовая цена) – 175 ден. ед., костюм (розничная цена) – 250 ден. ед. Найдите: стоимость конечного продукта, суммарную добавленную стоимость, величину исключаемого повторного счёта при расчёте ВВП.

4. На основании имеющихся статей расходов и доходов страны определите валовой национальный продукт по расходам, чистый национальный продукт, национальный доход, личный доход.

Показатели	Значения, млрд руб.
1. Государственные закупки товаров и услуг	70
2. Конечное потребление населения	220
3. Доходы от собственности	30
4. Чистый экспорт	34
5. Амортизационные отчисления	25
6. Дивиденды	10
7. Заработная плата наемных работников	200
8. Косвенные налоги на бизнес	15
9. Чистые внутренние инвестиции	28

10. Трансфертные выплаты	10
11. Налоги на доходы корпораций	28
12. Проценты на вложенный капитал	12
13. Прибыли корпораций	60
14. Рента	15

5. Определите личный располагаемый доход при наличии следующих данных (в ден. ед.): национальный доход – 3000, взносы на социальные нужды – 400, налоги на прибыль корпораций – 140, нераспределенная прибыль – 60, трансфертные платежи – 180, дивиденды – 40, подоходный налог – 20, налог на имущество физических лиц – 15.

6. Определите ВВП исходя из следующих данных (в ден. ед.): личные потребительские расходы – 300, зарплата наемных работников – 220, амортизация – 20, чистый экспорт – 15, прибыли корпораций – 55, госзакупки товаров и услуг – 60, чистые инвестиции – 28.

7. Определите чистый валовой продукт исходя из следующих данных (в ден. ед.): зарплата наемных работников – 300, арендная плата – 10, процент – 20, доход от собственности – 200, прибыль корпораций – 70, косвенные налоги – 16, амортизация – 13.

8. Известны следующие данные (в ден. ед.): ВВП – 5000, потребительские расходы – 3200, государственные расходы – 900, экспорт – 350, чистый экспорт – 80, амортизация – 150, косвенные налоги – 150. Найти: валовые инвестиции, величину импорта, чистый национальный продукт, национальный доход.

9. Известны следующие данные (в ден. ед.): государственные закупки – 57, личные потребительские расходы – 1810, экспорт – 367, импорт – 338, валовые инвестиции – 437, амортизация – 307, зарплата – 1442, рента – 33, процент на капитал – 201, косвенные налоги – 275, чистый факторный доход – 25. Найти валовой национальный продукт (ВНП).

10. Определите чистый национальный продукт (ЧНП) исходя из следующих данных: личные потребительские расходы – 255, зарплата наемных работников – 230, амортизация – 22, чистый экспорт – 5, прибыли корпораций – 56, госзакупки товаров и услуг – 70, чистые инвестиции – 38, трансферты – 15, чистый факторный доход – 3.

11. Известны следующие данные (в ден. ед.): государственные расходы – 70; потребительские расходы – 200; экспорт – 40; импорт – 30; валовые инвестиции – 100; амортизация – 30; зарплата – 170; рента – 50; процент на капитал – 80; косвенные налоги – 40; чистый факторный доход – 10. Найти чистый национальный продукт (ЧНП).

12. ВВП страны равен 4000 ден. ед., потребление – 2500, инвестиции – 400, государственные расходы – 1200, экспорт – 200. Чему равна величина импорта?

13. ВВП страны равен 5000 ден. ед., потребительские расходы – 3200, государственные расходы – 900, чистый экспорт – 80. Рассчитайте величину валовых инвестиций.

Индексы цен

14. Если номинальный ВВП страны за 2010 год составил 5 млрд ден. ед., а дефлятор ВВП в 2010 году равен 1,05, то реальный ВВП составил _____ млрд ден. ед.

15. Если номинальный ВВП страны за 2010 год равен 64 млрд ден. ед., а темп инфляции в 2010 году – 28 %, то реальный ВВП составил _____ млрд ден. ед.

16. В 1990 году номинальный ВВП составил 300 млрд долл. Через год дефлятор ВВП увеличился в 1,2 раза, а реальный ВВП вырос на 10 %. Определите номинальный ВВП в 1991 году, если 1990 год – базовый.

17. Предположим, что номинальный ВВП увеличился с 500 до 600 млрд долл., а дефлятор ВВП – со 125 до 150 %. Чему равна величина реального ВВП?

18. Допустим, что в экономике производится и потребляется три товара. Определите индекс потребительских цен в 2006 году, если 2005 год – базисный.

Товар	2005 год		2006 год	
	объем выпуска	цена	объем выпуска	цена
А	1500	4	1200	8

Б	1200	6	0	10
В	1200	10	1500	6

19. В экономике производятся только три товара: груши, гитары и гетры. Рассчитайте реальный ВВП и дефлятор ВВП в 2003 году, приняв за базовый 2002 год.

Товар	2002 год		2003 год	
	объем выпуска	цена	объем выпуска	цена
Груши	3	20	3	25
Гитары	35	6	40	5
Гетры	14	10	15	8

20. В стране производится только два товара: чай и кофе. Подсчитайте индекс Фишера 2003 года, приняв за базовый 2002 год.

Товар	2002 год		2003 год	
	объем выпуска	цена	объем выпуска	цена
Чай	1100	9	1000	6
Кофе	1200	4	1500	10

21. Рассчитайте дефлятор ВВП, если были произведены огурцы, помидоры и кабачки в количестве 100, 75 и 50 т соответственно и проданы по цене 100, 150 и 75 ден. ед. за 1 кг. В предыдущем году цены были: 60, 90 и 80 ден. ед. за 1 кг соответственно.

Межотраслевой баланс

22. Пусть по экономике страны, которая состоит только из трех отраслей, для отчетного года построен межотраслевой баланс и рассчитаны коэффициенты прямых затрат. Определить конечный спрос на продукцию трех отраслей.

Отрасль экономики	Коэффициенты прямых затрат продукции i -й отрасли на единицу продукции j -й отрасли (a_{ij})			Конечный спрос (y_{ij})	Выпуск (x_{ij})
	отрасль 1	отрасль 2	отрасль 3		
1	$a_{11}=0,250$	$a_{12}=0,400$	$a_{13}=0,083$	$y_1= ?$	$x_1=140$
2	$a_{21}=0,140$	$a_{22}=0,120$	$a_{23}=0,100$	$y_2= ?$	$x_2=110$
3	$a_{31}=0,800$	$a_{32}=0,600$	$a_{33}=0,133$	$y_3= ?$	$x_3=420$

23. Пусть по экономике страны, которая состоит только из двух отраслей, для отчетного года построен межотраслевой баланс и рассчитаны коэффициенты прямых затрат. Определить конечный спрос на продукцию двух отраслей.

Отрасль экономики	Коэффициенты прямых затрат продукции i -й отрасли на единицу продукции j -й отрасли (a_{ij})		Конечный спрос (y_{ij})	Выпуск (x_{ij})
	отрасль 1	отрасль 2		
1	$a_{11}=0,2$	$a_{12}=0,3$	$y_1= ?$	$x_1=476$
2	$a_{21}=0,5$	$a_{22}=0,5$	$y_2= ?$	$x_2=836$

24. В экономике, состоящей из трех отраслей, технология производства характеризуется коэффициентами прямых затрат a_{ij} , представленными в таблице. При полном использовании производственных мощностей отрасль I может произвести 717,51; отрасль II – 1338,98; отрасль III – 1389,83 ед. продукции. Каков должен быть спрос на конечную продукцию этих отраслей, чтобы их производственные мощности использовались полностью?

Отрасль	I	II	III
I	0,1	0,2	0,2
II	0,3	0,2	0,4
III	0,3	0,4	0,1

Примеры решения типовых задач

1. Предположим, что имеется четырехстадийное производство, конечный продукт которого – 1 кг хлеба: 1-я стадия – агропитомник продает агрофирме выращенные семена пшеницы и удобрения для производства зерна за 10 ден. ед.; 2-я стадия – агрофирма производит зерно, затрачивая при этом 60 ден. ед., и продает его за 70 ден. ед.; 3-я стадия – мельница покупает у агрофирмы зерно, производит муку, затратив 30 ден. ед., и продает ее пекарне за 100 ден. ед.; 4-я стадия – пекарня выпекает хлеб, прибавив к стоимости муки 50 ден. ед., и продает его магазину за 150 ден. ед. Магазин, в свою очередь, продает 1 кг хлеба населению за 170 ден. ед. Найдите: стоимость конечного продукта, суммарную добавленную стоимость, величину исключаемого повторного счёта при расчёте ВВП.

Решение. В качестве конечного продукта в данном случае выступает 1 кг хлеба, который приобретают потребители и используют его по назначению – употребляют в пищу. Его стоимость – 170 ден. ед.

Суммарная добавленная стоимость равна стоимости конечного продукта. Порядок её формирования представлен ниже.

Стадия производства и реализации продукции	Стоимость продукции или сырья, ден. ед.	Добавленная стоимость, ден. ед.
1. Выращивание семян пшеницы и производство удобрений	10	$10 - 0 = 10$
2. Производство зерна	70	$70 - 10 = 60$
3. Помол муки	100	$100 - 70 = 30$
4. Выпекание хлеба и оптовая продажа	150	$150 - 100 = 50$
5. Розничная продажа	170	$170 - 150 = 20$
Всего	500	170

Величина исключаемого повторного счёта при расчёте ВВП равна сумме стоимостей промежуточной продукции – продукции, по отношению к которой цикл производства не завершён или она подлежит перепродаже: $10 + 70 + 100 + 150 = 330$ ден. ед.

2. Дано (в млрд руб.): личные потребительские расходы – 245; трансфертные платежи – 12; арендная плата – 14; амортизация – 27; взносы на социальные нужды – 20; проценты – 13; доход от собственности – 31; дивиденды – 16; чистый экспорт – 3; заработная плата наемных работников – 221; косвенные налоги на бизнес – 18; индивидуальные налоги – 26; нераспределенная прибыль корпораций – 21; прибыль корпораций – 56; налог на прибыль корпораций – 13; чистые инвестиции – 33; государственные закупки товаров и услуг – 72; чистый факторный доход – 4. Необходимо рассчитать: ВВП (по расходам и по доходам), ВНП, ЧНП, НД, ЛД, ЛРД.

Решение. Вначале рассчитаем ВВП с использованием метода по расходам по следующей формуле:

$$GIP = C + I_g + G + X_n,$$

где C – личные потребительские расходы (потребление), ден. ед.;

I_g – валовые инвестиции в экономику (инвестиции-брутто), ден. ед.; $I_g = I_n + I_r$;

I_n – чистые инвестиции (инвестиции-нетто), ден. ед.;

I_r – инвестиции замещения (направляются на обновление устаревших и изношенных основных фондов; финансируются за счёт амортизационных отчислений: $I_r = D$), ден. ед.;

D – амортизационные отчисления (амортизация), ден. ед.;

G – государственные закупки товаров и услуг и др., ден. ед.;

X_n – чистый экспорт, ден. ед.; $X_n = X - Z$;

X – экспорт, ден. ед.;

Z – импорт, ден. ед.

Итак, $GIP = 245 + (33 + 27) + 72 + 3 = 380$ млрд руб.

Рассчитаем ВВП с использованием метода по доходам по следующей формуле:

$$GIP = W + R + r + P + D + T_{ind},$$

где W – заработная плата наемных работников и надбавки к ней, ден. ед.;

R – рентные доходы, получаемые домохозяйствами в результате сдачи в аренду имущества (арендная плата), ден. ед.;

r – процент на ссудный капитал, ден. ед.;

P – доходы от собственности и прибыль корпораций, ден. ед.;

D – амортизационные отчисления, ден. ед.;

T_{ind} – косвенные налоги (налог на добавленную стоимость, акцизы, таможенные пошлины), ден. ед.

$GIP = 221 + 14 + 13 + (31 + 56) + 27 + 18 = 380$ млрд руб.

Валовой национальный продукт (ВНП) определяется по формуле

$$GNP = GIP + NFP,$$

где NFP – чистый факторный доход, ден. ед.

$GNP = 380 + 4 = 384$ млрд руб.

Чистый национальный продукт (ЧНП) определяется по формуле

$$NNP = GNP - D,$$

$NNP = 384 - 27 = 357$ млрд руб.

Национальный доход (НД) определяется по формуле

$$NI = NNP - T_{ind},$$

$NI = 357 - 18 = 339$ млрд руб.

Личный доход (ЛД, PI) рассчитывается следующим образом:

ЛД = национальный доход – взносы на социальные нужды – налог на прибыль корпораций – нераспределенная прибыль корпораций + дивиденды + трансфертные платежи.

$PI = 339 - 20 - 13 - 21 + 16 + 12 = 313$ млрд руб.

Личный располагаемый доход (ЛРД, DI) рассчитывается следующим образом:

ЛРД = ЛД – индивидуальные налоги (подходный налог с физических лиц, налог на имущество физических лиц).

$DI = 313 - 26 = 287$ млрд руб.

3. Допустим, что в экономике производится и потребляется три товара. Определите индекс Фишера в 2006 году, если 2005 год – базисный.

Товар	2005 год		2006 год	
	объем выпуска	цена	объем выпуска	цена
А	2000	10	1100	11
Б	1500	2	1200	10
В	1200	10	1500	6

Решение. Индекс Фишера – индекс, представляющий собой среднегеометрическое значение из индексов Ласпейреса и Пааше: $I_F = \sqrt{I_L \cdot I_P}$.

Индекс Ласпейреса – индекс, где в качестве весов представлен неизменный набор благ (потребительская корзина), определяется по формуле

$$I_L = \sum(p^i_1 \cdot q^i_0) / \sum(p^i_0 \cdot q^i_0),$$

где q^i_0 – количество блага i -го вида в базисном году;

p^i_0 – цена блага i -го вида в базисном году;

p^i_1 – цена блага i -го вида в текущем году.

$I_L = (11 \cdot 2000 + 10 \cdot 1500 + 6 \cdot 1200) / (10 \cdot 2000 + 2 \cdot 1500 + 10 \cdot 1200) = 1,263$, или 126,3 %.

Индекс Пааше – индекс цен, где в качестве весов берутся количества благ, созданных в текущем году (изменяющийся набор благ), определяется по формуле

$$I_P = \sum(p^i_1 \cdot q^i_1) / \sum(p^i_0 \cdot q^i_1),$$

где q^i_1 – количество блага i -го вида в текущем году.

$I_P = (11 \cdot 1100 + 10 \cdot 1200 + 6 \cdot 1500) / (10 \cdot 1100 + 2 \cdot 1200 + 10 \cdot 1500) = 1,165$, или 116,5 %.

$I_F = \sqrt{1,263 \cdot 1,165} = 1,213$, или 121,3 %.

4. Пусть по экономике страны, которая состоит только из двух отраслей, для отчетного года построен межотраслевой баланс и рассчитаны коэффициенты прямых затрат. Определить конечный спрос на продукцию двух отраслей.

Отрасль экономики	Коэффициенты прямых затрат продукции i -й отрасли на единицу продукции j -й отрасли (a_{ij})		Конечный спрос (y_i)	Выпуск (x_i)
	отрасль 1	отрасль 2		
1	$a_{11}=0,2$	$a_{12}=0,3$	$y_1 = ?$	$x_1=440$
2	$a_{21}=0,5$	$a_{22}=0,5$	$y_2 = ?$	$x_2=840$

Решение. Межотраслевой баланс, построенный с использованием модели «затраты – выпуск», характеризуется следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} x_1 = a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + y_1 \\ x_2 = a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + y_2, \end{cases}$$

где x_i – количество продукции i -й отрасли, ед.;

y_i – количество конечной продукции i -й отрасли, ед.

Отсюда $y_1 = x_1 - a_{11} \cdot x_1 - a_{12} \cdot x_2$,

$y_2 = x_2 - a_{21} \cdot x_1 - a_{22} \cdot x_2$.

Итак, $y_1 = 440 - 0,2 \cdot 440 - 0,3 \cdot 840 = 100$ ед.;

$y_2 = 840 - 0,5 \cdot 440 - 0,5 \cdot 840 = 200$ ед.

Тема 3.2. Макроэкономическое равновесие и макроэкономическая динамика

Модель AD-AS

1. В классической интерпретации модели AD-AS потенциальный ВВП равен 1200. В базисном году прямая совокупного спроса описывалась функцией: $Y = 1800 - 3P$, в текущем году: $Y = 1500 - 3P$, где P – уровень цен, %. На сколько изменился уровень цен в текущем году по сравнению с базисным при учёте эффекта хруповика.

2. В кейнсианской интерпретации модели AD-AS уровень цен зафиксирован на уровне 130 %. В базисном году прямая совокупного спроса описывалась функцией: $Y = 1400 - 2P$, в текущем году: $Y = 1600 - 2P$. Как поменялся фактический ВВП в текущем году по сравнению с базисным? Решите задачу аналитическим и графическим методами.

3. Совокупное предложение характеризуется данными, представленными ниже.

Уровень цен	250	225	200	175	150	125	125	125
Реальный ВВП	2000	2000	1900	1700	1400	1000	500	0

Совокупный спрос представлен тремя вариантами.

Уровень цен		250	225	200	175	150	125	100
Реальный ВВП	I	1400	1500	1600	1700	1800	1900	2000
	II	1900	2000	2100	2200	2300	2400	2500
	III	400	500	600	700	800	900	1000

Постройте график совокупного предложения и графики совокупного спроса, соответствующие трем вариантам. Определите равновесный объем ВВП и равновесный уровень цен для каждого из трех вариантов. Дайте их характеристику.

Модель Кейнса

4. Если при увеличении личного располагаемого дохода с 400 до 800 млн руб. сбережения домохозяйств увеличились с 40 до 160 млн руб., то на сколько процентов увеличилась средняя склонность к сбережению?

5. Линейные уравнения для графиков потребления и сбережения имеют следующую общую форму: $C = a + b \cdot Y$, $S = -a + (1 - b) Y$.

А. Постройте графики потребления и сбережений, используя данные таблицы:

Y , ден. ед.	0	100	200	300	400
C , ден. ед.	80	140	200	260	320

Б. Составьте уравнение потребления и сбережений. Определите равновесный уровень национального дохода для условий односекторной экономики.

В. Предположим, что объем сбережений при данном уровне Y падает на 20 ден. ед., а величины b , $(1 - b)$ остаются неизменными. Составьте уравнение потребления и сбережений с новыми числовыми значениями и найдите фактор, который мог бы вызвать это изменение. Определите новый равновесный уровень национального дохода.

Г. Определите мультипликатор личных потребительских расходов.

6. Функция потребления имеет вид: $C = 100 + 0,8Y$.

а) рассчитайте потребительские расходы (потребление) и сбережения при данных значениях дохода:

Доход	Потребление	Сбережение
600		
800		
1000		
1200		
1400		

б) постройте графики потребления и сбережений;

в) определите предельную склонность к потреблению и предельную склонность к сбережению;

г) определите равновесный уровень национального дохода;

д) рассчитайте мультипликатор личных потребительских расходов.

7. Увеличение национального дохода на 10 млрд долл. произошло в результате первоначальных инвестиций некой величины. Если MPS равна 0,2, то каков был размер этих первоначальных инвестиций?

8. В базовом году ВВП составил 2400 ден. ед., в текущем году – 2200 ден. ед. Снижение ВВП связано с уменьшением инвестиций на 40 ден. ед. при неизменности прочих компонентов совокупных расходов. Чему равна предельная склонность к сбережению?

9. Если функция сбережений описывается формулой: $S = -30 + 0,1Y$, а автономные инвестиции равны 125 ден. ед., то каков будет равновесный уровень национального дохода в условиях двухсекторной экономики?

10. В экономике страны функция инвестиций определяется уравнением: $I = 40 + 0,4Y$, а функция сбережений – уравнением: $S = -20 + 0,6Y$. Определите равновесный уровень национального дохода.

11. Инвестиционный спрос в стране описывается функцией: $I = 1000 - 5000r$, где r измеряется в дол. ед. Функция потребления имеет вид: $C = 100 + 0,7Y$. Процентная ставка равна 10 %. Найти: а) объем инвестиций; б) равновесный уровень национального дохода.

12. Если реальный ВВП увеличился с 466 до 490 млрд ден. ед., расходы домашних хозяйств возросли на 10 млрд ден. ед. и инвестиционные расходы возросли на 6 млрд ден. ед., то чему равна величина мультипликатора инвестиционных расходов.

13. Реальный национальный доход изменился с 600 до 760 млрд ден. ед., предельная склонность к потреблению равна 0,7, потребительские расходы базового периода равны 360 млрд ден. ед. Чему равна средняя склонность к потреблению отчетного года?

14. Если предельная склонность к сбережению равна 0,3, средняя склонность к сбережению в базовом периоде – 0,4, потребительские расходы изменились с 400 до 472 млрд ден. ед., то чему равен реальный национальный доход в текущем периоде?

15. Если мультипликатор равен 5, то чему равна предельная склонность к потреблению?

16. Если уравнение потребления имеет вид $C = 200 + 0,8Y$, то при увеличении автономных инвестиций на 30 млрд ден. ед. равновесный ВВП увеличится на _____ млрд ден. ед.

17. Функция потребления задана формулой: $C = 100 + 0,2Y$. Определите величину равновесного национального дохода для односекторной экономики страны.

18. Если функция сбережений описывается формулой: $S = -40 + 0,2Y$, а инвестиции равны 100 ден. ед., то какова будет величина равновесного национального дохода в условиях двухсекторной экономики страны?

19. Сбережения в экономике описываются следующей функцией: $S = -90 + 0,4Y$, $I = 40$. Чему равен совокупный доход в условиях равновесия двухсекторной экономики?

20. Потребление в экономике описывается следующей функцией: $C = 90 + 0,8Y$, инвестиции равны 60 ден. ед. Чему равен совокупный доход в условиях равновесия двухсекторной экономики?

21. Инвестиционный спрос в стране описывается функцией: $I = 530 - 20r$, где r – процентная ставка, %. Функция потребления имеет вид: $C = 30 + 0,7Y$. Реальная процентная ставка равна 10 %. Найти величину равновесного национального дохода.

22. Функция сбережения задана формулой: $S = -80 + 0,2Y$. Инвестиции равны 90 ден. ед, государственные закупки товаров и услуг – 40, экспорт – 30, импорт – 20. Определите величину равновесного национального дохода для односекторной, двухсекторной, трехсекторной и четырехсекторной экономики страны; покажите графически.

23. Заполните таблицу и сделайте соответствующие выводы.

Y	C	S	ΔY	ΔC	ΔS	MPC	MPS
1000		0					
1100		10					
1200		30					
1300		60					
1400		110					

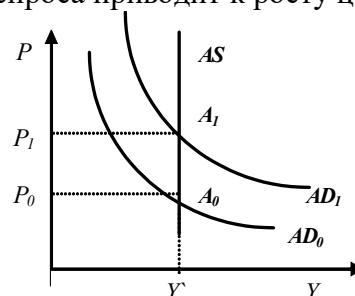
Примеры решения типовых задач

1. В классической интерпретации модели $AD-AS$ потенциальный ВВП равен 2000 ден. ед. В базовом году прямая совокупного спроса описывалась функцией: $Y = 2200 - 2P$, в

текущем году: $Y = 2400 - 2P$, где P – уровень цен, %. Как поменялся уровень цен в текущем году по сравнению с базисным? Решите задачу аналитическим и графическим методами.

Решение. В классической интерпретации модели $AD-AS$ кривая совокупного предложения выглядит как вертикальная прямая, проводимая на уровне потенциального ВВП ($Y = 2000$ ден. ед.). В данной ситуации увеличение совокупного спроса приводит к росту цен.

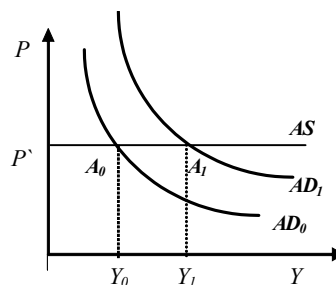
Находим уровень цен в базовом году, приравняв совокупный спрос и совокупное предложение ($AD = AS$): $2000 = 2200 - 2P$, $P = 100$ %. Подобным образом определяем уровень цен в текущем году: $2000 = 2400 - 2P$, $P = 200$ %. Таким образом, уровень цен вырос на 100 %, или в 2 раза.



2. В кейнсианской интерпретации модели $AD-AS$ уровень цен зафиксирован на уровне 150 %. В базовом году прямая совокупного спроса описывалась функцией: $Y = 2100 - 2P$, в текущем году: $Y = 2200 - 2P$, где P – уровень цен, %. Как поменялся реальный ВВП в текущем году по сравнению с базисным? Решите задачу аналитическим и графическим методами.

Решение. В кейнсианской интерпретации модели $AD-AS$ кривая совокупного предложения выглядит как горизонтальная прямая, проводимая на уровне фиксированного индекса цен ($P^* = 150$ %). В данной ситуации изменение совокупного спроса не влияет на уровень цен, но приводит к изменению реального ВВП.

Находим реальный ВВП в базовом году, подставляя в уравнение совокупного спроса фиксированное значение индекса цен: $Y = 2100 - 2 \times 150 = 1800$ ден. ед. Подобным образом определяем реальный ВВП в текущем году: $Y = 2200 - 2 \cdot 150 = 1900$ ден. ед. Таким образом, реальный ВВП вырос на 100 ден. ед.



3. Доход домохозяйства после уплаты налогов возрос по сравнению с прошлым годом с 200 до 220 млрд ден. ед., при этом потребление увеличилось на 15 млрд ден. ед. Определите предельную склонность к сбережению и предельную склонность к потреблению.

Решение. Предельная склонность к потреблению (MPC) – это часть прироста дохода, которая потребляется. MPC определяется по следующей формуле:

$$MPC = \Delta C / \Delta Y,$$

где ΔC – прирост потребления, ден. ед.;

ΔY – прирост дохода, ден. ед.

Предельная склонность к сбережению (MPS) – это часть прироста дохода, которая сберегается. MPS определяется по следующей формуле:

$$MPS = \Delta S / \Delta Y,$$

где ΔS – прирост сбережений, ден. ед.

Так как $C + S = Y$, то $\Delta C + \Delta S = \Delta Y$, $\Delta C / \Delta Y + \Delta S / \Delta Y = 1$, $MPC + MPS = 1$. Отсюда, $MPS = 1 - MPC$.

Используя выше представленные формулы, рассчитаем необходимые показатели: $MPC = 15 / (220 - 200) = 0,75$; $MPS = 1 - 0,75 = 0,25$.

4. Каков должен быть прирост инвестиций при $MPS = 0,5$, чтобы обеспечить прирост дохода в 4000 ден. единиц? В 2000 ден. единиц?

Решение. Инвестиционный мультипликатор указывает на то, что если происходит приращение общей суммы инвестиций (осуществляются автономные инвестиции), то национальный доход увеличивается на сумму (ΔY), в m раз большую, чем сам прирост инвестиций (ΔI): $m = \Delta Y / \Delta I$.

По формуле $m = 1 / MPS$ находим значение инвестиционного мультипликатора: $m = 1/0,5 = 2$. Таким образом, для того чтобы получить прирост дохода в 4000 ден. ед., необходим прирост инвестиций в 2000 ден. ед. ($2000 \cdot 2 = 4000$), в 2000 ден. ед. – прирост инвестиций должен составить 1000 ден. ед. ($1000 \cdot 2 = 2000$).

5. Предельная склонность к сбережению составляет 0,25, автономное потребление – 100 ден. ед. Инвестиции равны 50 ден. ед, государственные закупки товаров и услуг – 200, экспорт – 140, импорт – 70. Определите величину равновесного национального дохода для односекторной, двухсекторной, трехсекторной и четырехсекторной экономики страны.

Решение. Условие равновесия национальной экономики: $Y = E$. Левая часть уравнения представляет собой национальный доход (Y), или совокупное предложение, правая часть иллюстрирует планируемые совокупные расходы (E), или совокупный спрос.

Условие равновесия односекторной экономики: $Y = C$. Учитывая типовую функцию потребления: $C = a + b \cdot Y$, где a – автономное потребление, $b = MPC$, и то, что $MPC = 1 - MPS$, получаем: $C = 100 + 0,75Y$. Находим величину равновесного национального дохода для односекторной экономики: $Y = 100 + 0,75Y$, $Y^*_1 = 400$ ден. ед.

Условие равновесия двухсекторной экономики: $Y = C + I$. Находим величину равновесного национального дохода: $Y = 100 + 0,75Y + 50$, $Y^*_2 = 600$ ден. ед.

Условие равновесия трехсекторной экономики: $Y = C + I + G$. Находим величину равновесного национального дохода: $Y = 100 + 0,75Y + 50 + 200$, $Y^*_3 = 1400$ ден. ед.

Условие равновесия четырехсекторной экономики: $Y = C + I + G + X_n$. Находим величину равновесного национального дохода: $Y = 100 + 0,75Y + 50 + 200 + (140 - 70)$, $Y^*_4 = 1680$ ден. ед.

6. Заполните таблицу и сделайте соответствующие выводы.

Y	C	S	ΔY	ΔC	ΔS	MPC	MPS
4000	3110						
5000	4000						
6000	4850						
7000	5600						
8000	6200						
9000	6730						

Решение. Используя следующие формулы: $S = Y - C$, $MPC = \Delta C / \Delta Y$, $MPS = \Delta S / \Delta Y$, заполним пустые ячейки таблицы.

Y	C	S	ΔY	ΔC	ΔS	MPC	MPS
4000	3110	890	–	–	–	–	–
5000	4000	1000	1000	890	110	0,89	0,11
6000	4850	1150	1000	850	150	0,85	0,15
7000	5600	1400	1000	750	250	0,75	0,25
8000	6200	1800	1000	600	400	0,60	0,40
9000	6730	2270	1000	530	470	0,53	0,47

Динамика MPC и MPS подтверждает действие основного психологического закона Кейнса: при росте личного располагаемого дохода абсолютно увеличиваются потребление и сбережения, но при этом относительная доля потребления уменьшается, а относительная доля сбережений увеличивается.

Темп инфляции

1. Имеются следующие данные о динамике уровня цен в стране: $ИПЦ_{1998} = 120\%$, $ИПЦ_{1999} = 122\%$, $ИПЦ_{2000} = 128\%$, $ИПЦ_{2001} = 136\%$, $ИПЦ_{2002} = 140\%$. Проследите динамику уровня инфляции за представленный период.

2. В условную потребительскую корзину входят следующие продукты питания: 3 кг хлеба, 2 л молока, 1 кг колбасы. Цены продуктов питания представлены ниже.

Продукт	Цена базисного периода, ден. ед.	Цена текущего периода, ден. ед.
1 кг хлеба	5	6
1 л молока	7	9
1 кг колбасы	8	10

Индекс цен базисного периода – 110 %. Рассчитать темп инфляции за рассматриваемый период.

3. В условную потребительскую корзину входят следующие товары: еда (5 ед.), жилье (3 ед.), развлечения (4 ед.). Цены базового периода: 1 ед. еды – 14 долл.; 1 ед. жилья – 10 долл.; 1 ед. развлечения – 5 долл. Цены текущего периода: 1 ед. еды – 30 долл.; 1 ед. жилья – 20 долл.; 1 ед. развлечения – 6 долл. Индекс цен базового периода – 100 %. Рассчитать темп инфляции в текущем периоде.

4. Предположим, что индекс потребительских цен учитывает только два товара: еду и жилье. Доля продуктов питания – 0,33, а жилья – 0,67. Цены на продукты питания выросли на 20 %, а на жилье снизились на 2 %. Каков темп инфляции за год?

5. Инфляционным налогом называют часть доходов, сгорающих в огне инфляции. Инженер подрядился сделать работу в течение месяца за 2000 руб. Определите «инфляционный налог», или сколько потеряет инженер, потому что не получил плату вперед, при инфляции, равной 50% в месяц.

6. На основании следующих данных рассчитайте инфляционный налог: темп инфляции составляет 40 % в год, наличность – 5 млн руб., депозиты – 15 млн руб. Номинальная процентная ставка – 30 %.

7. Как изменится темп инфляции в стране, если при фактическом уровне безработицы 7 %, ожидаемом темпе инфляции 9,5 % и коэффициенте эластичности инфляции по уровню безработицы 0,8 естественный уровень безработицы снизился с 6 до 5 %? Что при этом произойдет с кривой Филлипса?

Показатели экономического роста

8. Заполните пустые ячейки таблицы.

Показатели	1-й год	2-й год	3-й год	4-й год	5-й год
Номинальный ВВП, трлн руб.	500	622	600	880	980
Индекс цен (дефлятор)	1,2	1,3	0,9	1,4	1,1
Реальный ВВП, трлн руб.					
Темп роста номинального ВВП, %					
Темп роста реального ВВП, %					
Темп прироста номинального ВВП, %					
Темп прироста реального ВВП, %					

Примеры решения типовых задач

1. Рассчитайте темп инфляции для каждого года, если базовым годом считать каждый предыдущий, и сделайте вывод о виде наблюдаемой инфляции.

Годы	Индекс цен, %

1	100
2	114
3	125
4	129

Решение. При расчёте темпа инфляции используем формулу

$$\pi = ((P_1 - P_0) / P_0) \cdot 100 \%,$$

где P_1 и P_0 – индексы (уровни) цен текущего и базисного периодов соответственно, %.

В качестве базисного периода рассматриваем предыдущий год. Получаем результаты, представленные в таблице.

Годы	Индекс цен, %	Темп инфляции, %
1	100	–
2	114	14,00
3	125	9,65
4	129	3,20

В зависимости от темпов инфляции, она делится: на умеренную (ползучую) – до 10 % в год; галопирующую – от 10 до 200 % в год; гиперинфляцию – свыше 200 % в год. В данном случае наблюдается умеренная инфляция.

2. Объем депозитов в 3 раза превышает объем наличности при денежной массе, равной 5000 млрд руб. Рассчитайте величину инфляционного налога, если темп инфляции равен 20 % в год, а номинальная ставка процента 18 % годовых.

Решение. Денежная масса, равная 5000 млрд. рублей, состоит из наличности (C) и депозитов (D), что, исходя из условий задачи, соответствует 1250 + 3750. Расчет инфляционного налога ведется по формуле

$$IT = \pi \cdot C + (\pi - i) \cdot D,$$

где IT – сумма инфляционного налога, ден. ед.;

π – темп инфляции, дол.ед.;

i – номинальная ставка процента, дол. ед.

Подставив в данную формулу исходные данные, получим

$$IT = 0,2 \cdot 1250 + (0,2 - 0,18) \cdot 3750 = 325.$$

Таким образом, величина инфляционного налога составляет 325 млрд руб.

3. Реальный ВВП страны в 2005 г. составил 150 ден. ед., в 2006 г. – 160 ден. ед. Определить темпы роста и прироста ВВП.

Решение.

$$\text{Темп роста ВВП} = (Y_1 / Y_0) \cdot 100 \%,$$

где Y_1 – объем реального ВВП в отчетном периоде, ден. ед.;

Y_0 – объем реального ВВП в базисном периоде, ден. ед.

$$\text{Темп роста ВВП} = (160 / 150) \cdot 100 \% = 106 \, \%.$$

$$\text{Темп прироста ВВП} = ((Y_1 - Y_0) / Y_0) \cdot 100 \, \%.$$

$$\text{Темп прироста ВВП} = ((160 - 150) / 150) \cdot 100 \% = 6 \, \%.$$

Тема 3.3. Деньги, кредит, банки. Кредитно-денежная политика

Денежное обращение

1. Если реальный ВВП увеличится в 1,12 раза, а денежная масса возрастет на 14 %, то что произойдет с уровнем цен при стабильной скорости обращения денег?

2. В таблице приведены данные о номинальном объеме ВВП и денежной массе США (млрд долл.).

Год	M_1	M_2	Номин. ВВП	V_1	V_2
1969	209	392,5	963,9		
1971	234	471,9	1102,7		
1973	270,5	571,4	1359,3		
1975	295,5	664,7	1598,4		
1977	338,5	809,5	1990,5		

Сравните скорость обращения денег в США, исчисленную на основе M_1 и M_2 , за указанный в таблице период.

3. В среднем за год денежный агрегат M_2 и ВВП в РФ составили величину, представленную в таблице. Рассчитайте коэффициент монетизации и скорость денежного обращения за указанные годы, сделайте соответствующие выводы.

Показатели	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
M_2 , трлн руб.	12,9	13,0	15,3	20,0	24,5	27,4	31,4
ВВП, трлн руб.	33,2	41,3	38,8	46,3	56,0	62,2	66,8

Денежный рынок. Спрос на деньги. Предложение денег

4. Трансакционный спрос на деньги составляет 300 млрд долл. Спекулятивный спрос на деньги представлен в таблице.

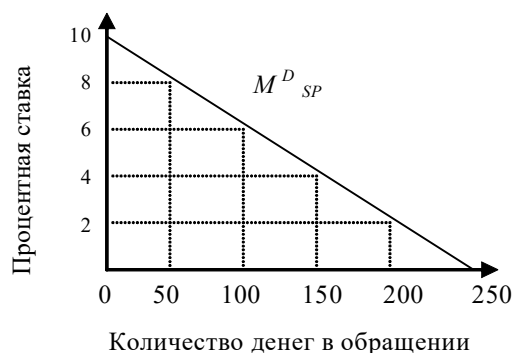
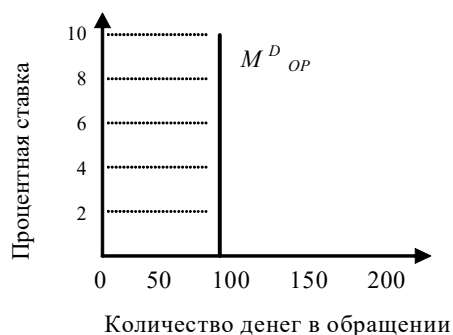
Ставка процента, %	Объем спроса на деньги, млрд долл.	
	спекулятивный	общий
14	30	?
13	50	?
12	70	?
11	90	?

А. Определите общий спрос на деньги.

Б. Предложение денег составляет 370 млрд долл. Определите равновесную процентную ставку.

В. Определите величину равновесной процентной ставки, если предложение денег сократилось до 350 млрд долл.

5. Рассмотрите графики операционного и спекулятивного спроса на деньги. Постройте график общего спроса на деньги, найдите точку равновесия на денежном рынке при предложении денег 250 млрд долл.



6. Трансакционный спрос на деньги составляет 400 млрд долл.

А. Определите общий спрос на деньги при имеющихся данных по спекулятивному спросу.

Ставка процента, %	Спекулятивный спрос на деньги, млрд долл.

11	90
10	110
9	130
8	150

Б. Предложение денег составляет 510 млрд долл. Определите равновесную процентную ставку.

В. Определите равновесную процентную ставку, если предложение денег возросло до 530 млрд долл.

7. Предположим, что каждый доллар США, предназначенный для сделок, обращается в среднем 5 раз в год. Номинальный ВВП составляет 2000 млрд долл.

А. Определите величину спроса на деньги для сделок.

Б. В таблице показана величина спроса на деньги в целях накопления при различных ставках процента. Определите общий спрос на деньги.

Ставка процента, %	Объем спроса на деньги как средство накопления, млрд долл.
15	20
14	40
13	60
12	80
11	100
10	120
9	140

В. Предложение денег составляет 460 млрд руб. Определите равновесную ставку процента.

Модель IS-LM

8. Спрос домашних хозяйств на отечественные блага характеризуется функцией $C = 50 + 0,5Y$, а спрос предпринимателей на инвестиции задан формулой $I = 400 - 50r$. Государство закупает товаров и услуг на 100 ед. Вывести уравнение линии IS.

9. Заданы функции, определяющие поведение экономических субъектов на рынках благ и денег: $C = 50 + 0,6Y$; $I = 200 - 20r$; $M_{OP}^D = 0,4Y$; $M_{SP}^D = 500 - 50r$, где r – реальная процентная ставка, %. В обращении находится 400 ден. ед. Определите ситуацию совместного равновесия на рынках благ и денег.

10. Заданы функции, определяющие поведение экономических субъектов на рынках благ и денег: $C = 50 + 0,6Y$; $I = 200 - 20r$; $M_{OP}^D = 0,4Y$; $M_{SP}^D = 500 - 50r$, где r – реальная процентная ставка, %. В обращении находится 400 ден. ед. Как они распределятся между M_{OP}^D и M_{SP}^D при достижении совместного равновесия на рынках благ и денег?

Кредит. Создание кредитных денег

11. Какие формы кредита используются в каждом из нижеперечисленных случаев?

1) молодая семья берет кредит в банке сроком на несколько лет для покупки мебели;

2) государство выпускает облигационный заем для частичного погашения дефицита госбюджета;

3) завод по производству автомобильных двигателей поставляет автомобильному заводу партию своего товара с отсрочкой платежа;

4) коммерческий банк берет у другого коммерческого банка кредит.

12. В коммерческий банк внесен депозит на сумму 5000 руб. Норма обязательного банковского резервирования равна 5 %. Определить: а) какой максимальный кредит может

выдать данный коммерческий банк; б) какой кредит может выдать банковская система в целом.

13. Чему будет равен общий прирост денежной массы в стране, если при норме обязательного банковского резервирования 20 % первоначальное увеличение депозитов составило 500 долл.?

14. Норма обязательного банковского резервирования равна 0,25. Объем депозитов в два раза больше наличности. Подсчитайте денежный мультипликатор с учетом наличности.

Коммерческие банки

15. Собственный капитал банка равен 7 млн руб., заемный – 23 млн руб.; ставка процента по ссудам (кредитный процент) – 14 %, по вкладам (депозитный процент) – 7 %. Расходы банка по выдаче кредита составляют 0,8 млн руб., по приему вкладов – 0,3 млн руб. Определите прибыль банка, если в кредит отдается 20 млн руб.

16. На основе баланса коммерческого банка определить следующее: 1) величину высоколиквидных активов банка, не приносящих ему доход; 2) величину кредитного портфеля банка; 3) величину инвестиционного портфеля банка; 4) величину собственных средств банка; 5) размер заемных средств банка; 6) величину обязательных и избыточных резервов банков, если норма обязательных резервов составляют 10 %.

АКТИВ		ПАССИВ	
Наличные деньги	200	Уставный капитал	200
Резервы в ЦБ	200	Вклады до востребования	100
Кредиты	200	Срочные вклады	250
Ценные бумаги	100	Нераспределенная прибыль	150
БАЛАНС	700	БАЛАНС	700

17. Даны балансы двух коммерческих банков. Необходимо оценить их деятельность с точки зрения дилеммы «прибыльность – ликвидность».

Банк А				Банк В			
АКТИВ		ПАССИВ		АКТИВ		ПАССИВ	
Наличные деньги	100	Уставный капитал	200	Наличные деньги	80	Уставный капитал	100
Резервы	50	Счета до востребования	500	Резервы	60	Счета до востребования	540
Ссуды	350			Ссуды	350		
Ценные бумаги	200			Ценные бумаги	150		
	700		700		640		640

Примеры решения типовых задач

1. Если реальный ВВП увеличится в 1,2 раза, а денежная масса возрастет на 8 %, то что произойдет с уровнем цен при стабильной скорости обращения денег?

Решение. Используем модификацию уравнения Фишера, отражающую «монетарное правило» М. Фридмена:

$$\Delta M + \Delta V = \Delta P + \Delta Y,$$

где ΔM – прирост количества денег в обращении, %;

ΔV – прирост скорости обращения денег, %;

ΔP – прирост общего уровня цен (темпы инфляции), %;

ΔY – прирост реального объема производства, т.е. реального ВВП, %.

Таким образом, $\Delta P = \Delta M + \Delta V - \Delta Y$, $\Delta P = 8 \% + 0 \% - 20 \% = -12 \%$. Уровень цен снизится на 12 %.

2. По данным, представленным ниже, определите по годам скорость обращения денег в России за указанный период и коэффициент монетизации, сделайте соответствующие выводы.

Показатели	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
M_2 , трлн руб.	0,4	0,7	4,0	21,9	65,2	159,3	255,4
ВВП, трлн руб.	0,6	1,4	19,0	171,5	611,0	1658,3	2145,3

Решение. Скорость обращения денег рассчитываем на основании использования уравнения И. Фишера:

$$M \cdot V = P \cdot Y,$$

где M – прирост количества денег в обращении, ден. ед.;

V – скорость обращения денег, количество оборотов в год;

P – общий уровень цен, дол. ед.;

Y – реальный объем производства, т.е. реальный ВВП, ден. ед.

Таким образом, $V = P \cdot Y / M$.

Учитывая, что коэффициент монетизации является обратной величиной скорости обращения денег и выражается в %, получаем следующую формулу: $k = (M \cdot 100 \%) / (P \cdot Y)$.

Итоги расчётов представлены ниже.

Показатели	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
V	1,50	2,00	4,75	7,83	9,37	10,41	8,40
k , %	67	50	21	13	11	10	12

На основании полученных результатов можно сделать соответствующие выводы. С 1990 по 1995 гг. наблюдался рост скорости обращения денег и одновременно снижение коэффициента монетизации, что свидетельствует о том, что величина денежной массы уменьшалась по сравнению со стоимостью создаваемой продукции. Улучшение ситуации наблюдалось в 1996 г.

3. Операционный спрос на деньги составляет 500 млрд руб. Спекулятивный спрос в зависимости от процентной ставки представлен в таблице.

Ставка процента, %	Спекулятивный спрос на деньги, млрд долл.
14	30
13	50
12	70
11	90
10	110
9	130
8	150

А. Определите общий спрос на деньги.

Б. Предложение денег составляет 630 млрд руб. Определите равновесную ставку процента.

В. Определите величину равновесной ставки процента, если предложение денег выросло до 650 млрд руб.; сократилось до 550 млрд руб.

Решение.

А. Суммируя последовательно спекулятивный и операционный спрос на деньги, получим следующие значения общего спроса на деньги:

Ставка процента, %	Спекулятивный спрос на деньги, млрд долл.	Общий спрос на деньги, млрд долл.
14	30	530
13	50	550
12	70	570
11	90	590
10	110	610
9	130	630
8	150	650

Б. Равновесная ставка процента характеризует равновесие на денежном рынке, что предполагает равенство общего спроса на деньги и предложения денег. При предложении денег в 630 млрд руб. равновесная ставка процента, как видно из таблицы, будет равна 9 %.

В. При увеличении предложения денег до 650 млрд руб. и сокращения до 550 млрд руб. равновесная ставка процента будет соответственно составлять 8 и 13 %.

4. В коммерческий банк внесен депозит на сумму 10000 руб. Норма обязательного банковского резервирования равна 25 %. Определить, какой максимальный кредит может выдать: а) данный коммерческий банк; б) банковская система в целом.

Решение. Максимальный кредит, который может выдать данный коммерческий банк, определяется по формуле

$$K = D - R_{об},$$

где D – первоначальный депозит, ден. ед.;

$R_{об}$ – обязательные резервы коммерческого банка, ден. ед.;

$$R_{об} = r_{об} \cdot D,$$

где $r_{об}$ – норма обязательного банковского резервирования, дол. ед.

$$K = 10000 - 0,25 \cdot 10000 = 7500 \text{ руб.}$$

Под максимальным кредитом, который может выдать банковская система в целом, понимается созданная кредитно-денежная масса (M) в результате внесения денежных средств в банковскую систему:

$$M = D \cdot 1/r_{об},$$

где $1/r_{об}$ представляет расчёт банковского (депозитного) мультипликатора, показывающего, во сколько раз созданная кредитно-денежная масса больше первоначального депозита.

Итак, $M = 10000 \cdot 1/0,25 = 40000$ руб.

5. Даны балансы двух коммерческих банков. Необходимо их оценить с точки зрения решения дилеммы «прибыльность – ликвидность».

Банк А			
АКТИВ, ден. ед.		ПАССИВ, ден. ед.	
Наличные деньги	200	Уставный капитал	100
Резервы в ЦБ	200	Вклады до востребования	100
Кредиты	100	Срочные вклады	350
Ценные бумаги	100	Прибыль банка	50
БАЛАНС	600	БАЛАНС	600

Банк Б			
АКТИВ, ден. ед.		ПАССИВ, ден. ед.	
Наличные деньги	50	Уставный капитал	100
Резервы в ЦБ	100	Вклады до востребования	200
Кредиты	450	Срочные вклады	400
Ценные бумаги	200	Прибыль банка	100

БАЛАНС	800	БАЛАНС	800

Решение. Основными показателями, характеризующими деятельность коммерческого банка, являются: *платежеспособность (ликвидность)* – способность банка своевременно и в полном объеме обеспечивать выполнение своих обязательств перед клиентами – и *прибыльность* – способность банка получать от своей деятельности прибыль. Обеспечение полной платежеспособности (ликвидности) банком возможно в ситуации неиспользования вкладов клиентов (невыдачи кредитов). Однако прибыльность банковской деятельности как раз и обеспечивается привлечением средств по низкой процентной ставке и последующей выдачей кредитов по более высокой процентной ставке. Поэтому перед банком всегда существует дилемма «прибыльность – ликвидность».

Банк А больше ориентирован на обеспечение своей ликвидности (платежеспособности), так как доля его высоколиквидных активов, не приносящих ему доход больше, чем доля доходных активов, обеспечивающих прибыльность банка:

$$(200 + 200) / 600 > (100 + 100) / 600, 2/3 > 1/3.$$

Банк Б больше ориентирован на обеспечение своей прибыльности, так как доля его доходных активов, обеспечивающих прибыльность банка, больше доли высоколиквидных активов, не приносящих ему доход:

$$(50 + 100) / 800 < (450 + 200) / 800, 3/16 < 13/16.$$

6. В экономике с постоянным уровнем цен ($P = 4$) и отсутствием государственного вмешательства предприниматели ежегодно инвестируют в производство 100 ед. независимо от уровня реальной процентной ставки, а коэффициент чувствительности инвестиций к динамике процентной ставки равен 20. Население имеет предельную склонность к потреблению 0,5, а когда его доход достигнет 180 ед., оно доводит свой объем сбережений до 40 ед. В обращении находится 320 денежных единиц. Операционный спрос на деньги представлен функцией: $M_{OP}^D = 0,8Y$, спекулятивный спрос на деньги: $M_{SP}^D = 120 - 40r$.

А. Составьте уравнение *IS*.

Б. Составьте уравнение *LM*.

В. Определите долю операционного и спекулятивного спроса в общем объеме спроса на деньги в условиях совместного равновесия на рынках благ и денег.

Решение.

А. Составляем уравнение *IS*.

На основании представленных данных выводим функции: инвестиций $I = 100 - 20r$, потребления $C = 50 + 0,5Y$, сбережений $S = -50 + 0,5Y$.

Условие равновесия на рынке благ: $I = S$.

$$100 - 20r = -50 + 0,5Y, \text{ отсюда уравнение } IS: Y = 300 - 40r.$$

Б. Составляем уравнение *LM*.

$$M^D = M_{SP}^D + M_{OP}^D. \text{ Так как } M_{OP}^D = 0,8Y \text{ и } M_{SP}^D = 120 - 40r, \text{ то } M^D = 0,8Y + (120 - 40r).$$

Условие равновесия на рынке денег: $M^S = M^D$.

$$320 = 0,8Y + (120 - 40r). \text{ Уравнение } LM: Y = 250 + 50r.$$

В. Решаем систему уравнений: $Y = 300 - 40r$, $Y = 250 + 50r$. При решении системы уравнений находим равновесный национальный доход ($Y^* = 278$ ден. ед.) и равновесную процентную ставку ($r^* = 0,56\%$).

Отсюда $M_{OP}^D = 0,8 \cdot 278 = 222,4$ ден. ед. (или 69,5 % от денежной массы страны), $M_{SP}^D = 120 - 40 \cdot 0,56 = 97,6$ ден. ед. (или 30,5 % от денежной массы страны).

7. С использованием модели *IS-LM* представьте последствия наступления следующих событий:

- снижение предельной склонности к сбережению;
- при каждой ставке процента объем инвестиций увеличивается;
- скорость обращения денег снижается;

- г) предложение денег увеличивается;
 д) спрос на деньги как средство накопления снижается;
 е) подоходный налог увеличивается;
 ж) экспорт страны увеличивается.

Решение. Последствия наступления представленных событий отражены ниже.

Событие	На состоянии какого рынка отразится	График какой функции и как изменится	Что произойдет на графике модели $IS-LM$	Направление изменения Y	Направление изменения r
а	благ	$C \uparrow$	IS вверх-вправо	$\uparrow$	$\uparrow$
б	благ	$I \uparrow$	IS вверх-вправо	$\uparrow$	$\uparrow$
в	денег	$M^s \downarrow$	LM вверх-влево	$\downarrow$	$\uparrow$
г	денег	$M^s \uparrow$	LM вниз-вправо	$\uparrow$	$\downarrow$
д	денег	$M^D_{SP} \downarrow$	LM вниз-вправо	$\uparrow$	$\downarrow$
е	благ	$C \downarrow$	IS вниз-влево	$\downarrow$	$\downarrow$
ж	благ	$Xn \uparrow$	IS вверх-вправо	$\uparrow$	$\uparrow$

Тема 3.4. Государственные финансы и налогообложение. Бюджетно-налоговая политика

Налоги

1. В таблице приведены данные о размере налогооблагаемого дохода и уровне предельных ставок налога. На основании имеющихся данных заполните таблицу. Сопоставьте динамику предельных и средних ставок налога. Сделайте выводы о характере данного налога (прогрессивный, пропорциональный, регрессивный).

Доход, млnden.ед.	Налог, млnden.ед.	Средняя налоговая ставка, %	Предельная налоговая ставка, %
12,5	2,50		-
22,5	4,95		24,5
32,5			26,0
42,5			28,5
52,5			32,0
62,5			36,0

2. Рассчитайте средние и предельные налоговые ставки по данным таблицы и укажите, является ли налог прогрессивным, регрессивным или пропорциональным.

Y	T	ATR	MTR
1 000	0		
2200	220		
4800	576		
6400	896		

3. Имеются следующие данные о размере налогооблагаемой базы и общей суммы уплачиваемого налога.

Размер налогооблагаемой базы, млн ден. ед.	10	30	50	80
Общая сумма налога, млн ден. ед.	1.2	4.5	8.8	20

Чему равна средняя ставка налога для 10, 30, 50 и 80млн ден. ед.? Чему равна предельная ставка налога при изменении налогооблагаемой базы от 10 до 30, от 30 до 50, от 50 до 80 млн ден. ед.? Определите тип системы налогообложения.

4. Приведенная ниже таблица представляет данные о гипотетической налоговой системе.

Скорректированный совокупный доход, руб.	Вычеты из дохода и освобождение от уплаты налога, руб.	Налогооблагаемый доход, руб.	Личный подоходный налог, руб.
5000	5000		0
10000	9000		150
20000	12000		1200
50000	20000		4500
100000	30000		14500
500000	100000		97000

Просчитайте предельные и средние ставки налогов для каждого значения налогооблагаемого дохода в таблице. Определите, налоговая система является прогрессивной, пропорциональной или регрессивной?

5. Рассчитайте величину добавленной стоимости, налога на добавленную стоимость (НДС) и цену продукции с учётом НДС, если ставка налога 18 %.

Наименование производственной стадии	Покупатель продукции на каждой производственной стадии	Цена продукции, ден. ед.
1. Добыча боксита	Глиноземный завод	50
2. Производство глинозема	Алюминиевый завод	80
3. Выплавка алюминия	Металлургический завод	110
4. Металлопрокат	Потребитель	255

Государственный бюджет

6. ВВП в условиях полной занятости составляет 30 млрд долл. Фактический объем ВВП = 26 млрд долл. Сумма налогов составляет 10 % от величины ВВП. Государственные расходы на товары и услуги равны 1,8 млрд долл., государственные трансферты – 0,1 млрд долл., выплаты по государственному долгу – 0,2 млрд долл. Определите сальдо государственного бюджета в условиях неполной и полной занятости.

7. ВВП в условиях полной занятости составляет 50 млрд долл. Фактический объем ВВП равен 44 млрд долл. Налоговые поступления в госбюджет составляют 30 % от величины ВВП. Государственные расходы на закупку товаров и услуг равны 9,2 млрд долл., государственные трансферты – 2 млрд долл. Определите сальдо государственного бюджета в условиях неполной и полной занятости.

8. В таблице приведены данные об уровне цен и государственном бюджете. Основываясь на этой информации, заполните таблицу полностью.

Год	Уровень цен, дол.ед.	Налоги, ден. ед.	Гос. расходы, ден. ед.	Сальдо госбюджета, ден. ед.	Номинальный гос. долг, ден. ед.	Реальный гос. долг, ден. ед.
1	1,00	100	120			
2	1,11	110	140			
3	1,20	120	130			
4	1,30	130	135			
5	1,52	140	145			

Бюджетно-налоговая политика

10. Предположим, что стимулирующая бюджетно-налоговая политика, в рамках которой государственные расходы увеличиваются на 20 млн руб., приводит в краткосрочном периоде к росту национального дохода на 80 млн руб. Определите величину мультипликатора государственных расходов.

11. Модель экономики страны А характеризуется следующими исходными данными: $C = 100 + 0,7Y$, где C – плановые потребительские расходы, Y – располагаемый доход; $G = 200$, G – государственные расходы; $I = 100$, I – валовые инвестиции. Определите величину мультипликатора государственных расходов.

12. Предположим, что равновесный объем ВВП равен 2000 ден. ед., $MPC = 0,5$. Правительство решает увеличить государственные закупки на 200 ден. ед., но при этом не менять уровень равновесного ВВП. Как этого добиться?

13. Пусть $MPC = 0,5$. Определите, чему равен мультипликатор государственных расходов и налоговый мультипликатор. Почему налоговый мультипликатор меньше мультипликатора государственных расходов?

14. Функция потребления имеет вид $C = 100 + 0,8Y$. Государственные расходы выросли на 2. Чему равно изменение равновесного уровня национального дохода?

15. Функция потребления имеет вид: $C = 100 + 0,8Y$. Налоги сократились на 2. Чему равно изменение равновесного уровня дохода?

16. Модель экономики страны А характеризуется следующими исходными данными:

C – плановые потребительские расходы, $C = 200 + 0,8Y$;

Y – национальный доход, $Y = GIP - T$;

G – государственные расходы, $G = 300$;

I – частные плановые инвестиции, $I = 200$.

А. Постройте кривую плановых потребительских расходов для экономики страны А.

Б. Постройте кривую совокупных расходов для экономики страны А.

В. Рассчитайте и покажите на рисунке равновесный объем ВВП для закрытой модели экономики.

Г. Определите величину мультипликатора государственных расходов.

Д. Определите величину налогового мультипликатора.

Е. Определите новый равновесный объем ВВП, если государственные расходы возросли до 600 ден. ед., а все прочие показатели развития экономики страны А остались без изменения.

Ж. Определите новый равновесный объем ВВП, если инвестиции возросли до 500 ден. ед., а все прочие совокупные расходы в экономике страны А остались без изменения.

З. Определите новый равновесный объем ВВП, если налоги выросли до 600 ден. ед., а все прочие показатели остались без изменения.

И. Определите новый равновесный объем ВВП, если одновременно произошло увеличение налогов до 600 ден. ед. и государственных расходов до 600 ден. ед., а все прочие показатели остались без изменения.

Примеры решения типовых задач

1. В таблице приведены условные данные о размере налогооблагаемого дохода и уровне предельных ставок налога. На основании имеющихся данных заполните таблицу. Сопоставьте динамику предельных и средних ставок налога. Сделайте выводы о характере данного налога.

Доход, ден. ед.	Налог, ден. ед.	Средняя налоговая ставка, %	Предельная налоговая ставка, %
125	25	20	–
225	50	22,2	25,0
325			26,0
425			28,5

525			32,0

Решение. Предельная налоговая ставка – ставка обложения налогом дополнительной единицы дохода или стоимости имущества– определяется как отношение прироста выплачиваемых налогов (ΔT), поделенного на прирост дохода (ΔY): $MTR = (\Delta T / \Delta Y) \cdot 100 \%$.

Используя формулу предельной налоговой ставки, определяем прирост выплачиваемых налогов: $\Delta T = MTR \cdot \Delta Y / 100 \%$. Учитывая то, что $\Delta Y = 100$ ден. ед., получаем $\Delta T = MTR$ (ден. ед.). Находим величину выплачиваемых налогов по формуле: $T_{t+1} = T_t + MTR_{t+1}$.

Средняя налоговая ставка – ставка обложения всей суммы налогооблагаемого дохода или стоимости имущества– определяется как отношение величины выплачиваемых налогов (T), поделенной на величину дохода (Y): $ATR = (T / Y) \cdot 100 \%$.

Результаты расчётов приведены в таблице. Так как наблюдается рост налоговой ставки по мере возрастания величины объекта налогообложения, налог является прогрессивным.

Доход, ден. ед.	Налог, ден. ед.	Средняя налоговая ставка, %	Предельная налоговая ставка, %
125	25,0	20,0	–
225	50,0	22,2	25,0
325	76,0	23,4	26,0
425	104,5	24,6	28,5
525	136,5	26,0	32,0

2. ВВП в условиях полной занятости равен 20 млрд долл. Фактический объем ВВП составляет 16 млрд долл. Сумма налогов составляет 10 % от величины ВВП. Государственные расходы на товары и услуги равны 1,8 млрд долл., государственные трансферты – 0,1 млрд долл. Определите фактическое, структурное и циклическое сальдо государственного бюджета.

Решение. Фактическое сальдо государственного бюджета – разница между фактическими доходами и расходами государственного бюджета (в условиях неполной занятости):

$$C_{\phi} = T_{\phi} - (G + TR),$$

где T_{ϕ} – сумма налогов в условиях неполной занятости, ден. ед.; $T_{\phi} = 0,1Y$; итак, $T_{\phi} = 0,1 \cdot 16 = 1,6$ млрд долл.

$C_{\phi} = 1,6 - (1,8 + 0,1) = -0,3$ млрд долл. Наблюдается фактический бюджетный дефицит.

Структурное сальдо государственного бюджета – разница между доходами и расходами государственного бюджета, рассчитанная для уровня национального дохода, соответствующего полной занятости, т. е. потенциального ВВП:

$$C_c = T_c - (G + TR),$$

где T_c – сумма налогов в условиях неполной занятости, ден. ед.; $T_c = 0,1Y$; итак, $T_c = 0,1 \cdot 20 = 2$ млрд долл.

$C_c = 2 - (1,8 + 0,1) = 0,1$ млрд долл. Наблюдается структурный бюджетный профицит.

Циклическое сальдо государственного бюджета – разница между фактическим и структурным сальдо государственного бюджета:

$$C_{\pi} = C_{\phi} - C_c.$$

$C_{\pi} = -0,3 - 0,1 = -0,4$ млрд долл. Наблюдается циклический бюджетный дефицит.

3. Предположим, что фактический ВВП равен 2000 ден. ед., равновесный ВВП составляет 2600 ден. ед., $MPC = 0,75$. Какие изменения в бюджетно-налоговой политике должны произойти, чтобы экономическая система пришла в состояние макроэкономического равновесия?

Решение. Для того чтобы экономическая система пришла в состояние макроэкономического равновесия путём прироста ВВП на 600 ден. ед., необходимо осуществить стимулирующую бюджетно-налоговую политику, предполагающую рост государственных расходов или снижение налогов.

Если государственные расходы увеличиваются на ΔG , то ВВП возрастает на величину $\Delta Y = \Delta G \cdot m_g$, где m_g – мультипликатор государственных расходов. Отсюда $\Delta G = \Delta Y / m_g$.

Для определения мультипликатора государственных расходов может быть использована следующая формула:

$$m_g = 1 / (1 - b),$$

где $b = MPC$ – предельная склонность к потреблению, дол.ед.

Таким образом, $m_g = 1 / (1 - 0,75) = 4$.

$\Delta G = 600 / 4 = 150$ ден. ед.

Если налоговые отчисления снижаются на ΔT , то ВВП возрастает на величину $\Delta Y = \Delta T \cdot m_t$, где m_t – налоговый мультипликатор. Отсюда $\Delta T = \Delta Y / m_t$.

Для определения налогового мультипликатора может быть использована следующая формула:

$$m_t = -b / (1 - b).$$

Таким образом, $m_t = -0,75 / (1 - 0,75) = -3$.

$\Delta T = 600 / (-3) = -200$ ден. ед.

Для того чтобы экономическая система пришла в состояние макроэкономического равновесия, необходимо или увеличить государственные расходы на 150 ден. ед., или снизить налоги на 200 ден. ед.

Тема 3.5. Мировая экономика и внешнеэкономическая политика

Теории международной торговли

1. Допустим, что Россия производит 360 электровозов и 2400 вагонов, а Украина – 160 электровозов и 800 вагонов. Если бы Россия производила только электровозы, то их ежегодный выпуск составил бы 600 шт., а если бы только вагоны, то выпустила бы их 6000 шт. Соответственно, Украина могла бы производить либо 200 электровозов, либо 4000 вагонов.

Определите, какая страна обладает абсолютным и сравнительным преимуществом в производстве этих видов продукции; к каким выгодам приводят специализация и внешняя торговля?

2. В Казахстане один работник производит 1 т мяса или 20 ц пшеницы в год, а в Кыргызстане – 2 т мяса или 10 ц пшеницы. Всего в Казахстане на производстве мяса и пшеницы специализируются 400 тыс. человек, а в Кыргызстане – 100 тыс. человек. Президенты Казахстана и Кыргызстана подписывают соглашение об экономическом сотрудничестве, включая эффективное разделение труда в производстве пшеницы и мяса. Как будут выглядеть кривые производственных возможностей двух государств по производству мяса и пшеницы?

3. Россия и Германия производят два вида товара: каждая – велосипеды и очки. В России общее количество труда, расходуемое на их производство, составляет 1000 час, а в Германии – 1200 час. В России необходимо затратить 5 час на производство каждого велосипеда и 2 час – на каждые очки. В Германии и на велосипед, и на очки требуется по 3 час.

А. Покажите графически границу производственных возможностей при одновременном производстве двух товаров отдельно для России и Германии.

Б. Подсчитайте относительную цену велосипедов, выраженную через цену очков, в России и Германии.

В. Изобразите графически расширение возможностей потребления и велосипедов, и очков в России и Германии в результате торговли.

4. Предположим, что страны *A* и *B* производят только два товара – велосипеды и очки. Уровень затрат труда на их производство характеризуется данными таблицы, а предельные издержки замещения остаются неизменными при любых объемах производства.

Страна	Затраты на выпуск 1 велосипеда, час	Затраты на выпуск 1 очков, час
<i>A</i>	100	20
<i>B</i>	160	40

А. Какая из стран имеет абсолютное преимущество в производстве велосипедов (очков)?

Б. Какая из стран имеет сравнительное преимущество в производстве велосипедов (очков)?

В. Какие товары будут экспортировать и импортировать страны *A* и *B* в условиях свободной торговли?

Г. В каких пределах должна установиться соотношение мировых цен на велосипед и очки в условиях свободной торговли между странами *A* и *B*?

5. Ознакомьтесь с характеристиками производственных возможностей стран *X* и *Y*. Предположим, что структура спроса такова, что при отсутствии внешней торговли в стране *X* производится и потребляется 8 тыс. автомобилей и 3 тыс. т риса, а в стране *Y* – 8 тыс. автомобилей и 9 тыс. т риса.

Продукт	Производственные возможности страны <i>X</i>					
Автомобиль, тыс.шт.	10	8	6	4	2	0
Рис, тыс. т	0	3	6	9	12	15
	Производственные возможности страны <i>Y</i>					
Автомобиль, тыс.шт.	20	16	12	8	4	0
Рис, тыс. т	0	3	6	9	12	15

А. Изобразите графики производственных возможностей стран *X* и *Y* при учете того, что издержки замещения постоянны.

Б. На производстве каких товаров выгодно специализироваться странам *X* и *Y*? Почему?

В. Каков будет прирост мирового производства автомобилей и риса, полученный в результате такой специализации?

Г. В каких пределах может установиться мировая цена одного автомобиля?

Д. Предположим, что мировая цена устанавливается на уровне «1 автомобиль за 1 т риса» и что объемы внешней торговли составляют 10 тыс. автомобилей и 10 тыс. т риса. Каким будет выигрыш от специализации и торговли для каждой страны?

6. Ознакомьтесь с характеристиками производственных возможностей стран *X* и *Y*. Предположим, что структура спроса такова, что при отсутствии внешней торговли в стране *X* производится и потребляется 6 тыс. т пшеницы и 9 тыс. т кукурузы, а в стране *Y* – 16 тыс. пшеницы и 6 тыс. т кукурузы.

Продукт, тыс. т	Производственные возможности страны <i>X</i>					
Пшеница	12	10	8	6	4	0
Кукуруза	0	3	6	9	12	18
	Производственные возможности страны <i>Y</i>					
Пшеница	24	20	16	12	8	0
Кукуруза	0	3	6	9	12	18

А. Изобразите графики производственных возможностей стран *X* и *Y* при учете того, что издержки замещения постоянны.

Б. На производстве каких товаров выгодно специализироваться странам *X* и *Y*? Почему?

В. Каков будет прирост мирового производства пшеницы и кукурузы, полученный в результате такой специализации?

Г. В каких пределах может установиться мировая цена 1 т пшеницы и 1 т кукурузы?

Тарифные и нетарифные ограничения

7. Россия производит и потребляет постоянные магниты. Их внутреннее предложение: $Q^S = 50 + 5P$, а спрос: $Q^D = 400 - 10P$. Мировая цена на магниты составляет 10 долл. Правительство вводит квоту, ограничивающую импорт магнитов в размере 50 шт.

А. Сколько магнитов и по какой цене Россия будет производить в условиях свободы торговли?

Б. Каков будет объем их импорта при мировой цене на магниты 10 долл.?

В. Как импортная квота повлияет на внутренние цены магнитов?

Г. Насколько увеличатся доходы импортеров, получивших право на импорт в рамках квоты, от ее введения?

Д. Каковы будут потери потребителей?

8. Россия производит 70, потребляет 20 и экспортирует 50 легких спортивных самолетов в год по цене 6000 долл. за самолет. Правительство, считая самолетостроение перспективной отраслью, предоставляет производителям субсидию в размере 15% от стоимости самолета, в результате чего внутренняя цена самолета увеличивается до 6450 долл., а его цена на внешнем рынке сокращается до 5550 долл.

А. Почему внутренняя цена на самолет увеличилась меньше, чем размер субсидии?

Б. Как введение субсидии отразилось на объемах внутреннего производства и экспорта самолетов?

В. Как повлияло введение субсидии на потребителей и доходы бюджета?

Г. Какое воздействие оказало введение субсидии на условия торговли России?

9. Говядина стоит 5,4 долл. за 1 кг. По этой цене российские фермеры производят 20 тыс. т, тогда как спрос на российском рынке достигает 60 тыс. т. В странах ближнего зарубежья, являющихся экспортерами говядины в Россию, ее цена составляет 3,6 долл. за 1 кг. По такой цене российские фермеры смогут произвести только 5 тыс. т при спросе, увеличивающемся до 65 тыс. т. Для защиты внутреннего рынка Россия вводит импортную квоту, лицензия на получение которой стоит как раз столько, сколько составляет разница между внутренней ценой говядины и ее ценой в странах ближнего зарубежья, то есть 1,8 долл. за 1 кг.

А. Каков объем импорта говядины при свободе торговли и при защите внутреннего рынка импортной квотой?

Б. Как скажется введение квоты на потребителях и на производителях?

В. Каков доход импортеров, получивших разрешение на импорт в рамках квоты, от ее введения?

Платежный баланс

10. К какому счету – счету текущих операций или счету движения капиталов – Вы отнесли бы: а) покупку японцами гостиницы в США; б) покупку американцами японских установок для опреснения морской воды? Учítывая, что и гостиница, и опреснительная установка с точки зрения экономической теории являются товарами, установите, в чем состоит их различие?

11. Классифицируйте каждую из названных операций (отток или приток капитала) с точки зрения российской экономики: а) «новый русский» приобретает виллу в Испании; б) крупный московский банк предоставляет правительству Казахстана ссуду в 100 тыс. долл.; в) российский импортер вина берет краткосрочный займ в одном из итальянских банков для оплаты приобретаемой им партии итальянского ликера; г) кондитерская фабрика в Самаре приобретает акции американской корпорации по производству шоколадных конфет.

12. На основании приведенных статей составьте платежный баланс страны «Дельта», классифицируя каждую из операций как кредит или дебет, выделяя основные его разделы – текущий баланс и баланс движения капиталов, определяя сальдо по итогам каждого счета и итоговое сальдо. Экспорт нефти 6 млн долл. Импорт зерна 5 млн долл. Экспорт оружия 2 млн долл. Доходы от туризма иностранцев в «Дельте» 6 млн долл. Денежные пе-

реводы иностранцам из «Дельты» 2 млн долл. Покупка акций частных корпораций страны «Альфа» 6 млн долл. Покупка золота у иностранных граждан 1 млн долл.

13. На основании приведенных статей составьте платежный баланс страны «Альфа», классифицируя каждую из операций как кредит или дебет.

Операция	Сумма, млрд руб.
Экспорт нефти	90
Импорт зерна	60
Экспорт оружия	30
Доходы от туризма иностранцев в «Альфе»	70
Денежные переводы иностранцам из «Альфы»	35
Покупка акций частных корпораций страны «Дельта»	70
Покупка золота у иностранных граждан	15

14. Европейская компания закупает автомобили в США по цене 12000 долл. Валютный курс составляет: 1 евро = 1,2 долл. Какими будут последствия повышения курса евро по отношению к доллару США на 10 % для импортера?

15. Допустим, курс доллара к евро составляет 1:3, следовательно, один и тот же товар стоит в США, например, 400 долл., а в Европе 1200 евро. Какой экспортер получит дополнительный доход (США или европейская страна), если курс доллара искусственно понизится до 1:2? Определите величину дополнительного дохода.

16. Допустим, корзина американского потребителя стоит 200 долл., а российского – 7500 руб. Номинальный валютный курс американского доллара составляет: 1 долл. = 30 руб. Чему равен реальный валютный курс?

17. Два одинаковых по своим качествам автомобиля – российский и американский – стоят соответственно 210 тыс. руб. и 10 тыс. долл. Номинальный обменный курс американского доллара составляет 30 руб.

А. Чему равен реальный обменный курс доллара?

Б. Как должен измениться номинальный обменный курс американской валюты, чтобы реальный обменный курс составил 1?

В. Из-за высокой инфляции российский автомобиль стал стоить 270 тыс. руб. Как при этом изменился реальный обменный курс, если номинальный курс остался прежним? Как должен измениться номинальный обменный курс, чтобы реальный обменный курс остался неизменным?

18. Спрос домашних хозяйств на отечественные блага выражается формулой: $C = 1000 + 0,6Y$, а на импортные: $Z = 0,2Y$. Объем инвестиций представлен функцией: $I = 5000 - 1250r + 0,1Y$. Государственные расходы в точности равны сумме подоходного налога, ставка которого составляет 25 %. Экспорт страны равен 10000 ден. ед. В обращении находится 20000 ден. ед., а операционный и спекулятивный спрос на деньги соответственно представлен формулами: $M_{OP}^D = 0,5Y$; $M_{SP}^D = 20625(r - 1,5) - 2000$. Определить состояние торгового баланса страны при достижении совместного равновесия на рынках благ и денег.

Примеры решения типовых задач

1. Предположим, что страны *A* и *B* производят только два товара – сахар и сталь. Уровень затрат труда на их производство характеризуется данными таблицы, а предельные издержки замещения остаются неизменными при любых объемах производства.

Страна	Затраты на выпуск 1 т стали, час	Затраты на выпуск 1 т сахара, час
<i>A</i>	150	100
<i>B</i>	120	120

А. Какая из стран имеет абсолютное преимущество в производстве стали (сахара)?

Б. Какая из стран имеет сравнительное преимущество в производстве стали (сахара)?

В. Какие товары будут экспортировать и импортировать страны A и B в условиях свободной торговли?

Г. В каких пределах должно установиться соотношение мировых цен на сталь и сахар в условиях свободной торговли между странами A и B ?

Решение.

А. Абсолютное преимущество – возможность страны производить благодаря ее естественным и приобретенным преимуществам какой-либо товар с меньшими издержками труда на единицу продукции по сравнению с другими странами, производящими этот же товар. Абсолютным преимуществом в производстве стали обладает страна B ($120 \text{ т/час} < 150 \text{ т/час}$), в производстве сахара – страна A ($100 \text{ т/час} < 120 \text{ т/час}$).

Б. Сравнительное преимущество – способность страны производить товар или услугу с относительно меньшими издержками замещения по сравнению с другими странами. Издержки замещения представляет собой соотношение абсолютных удельных затрат труда по двум видам товаров в одной стране.

Издержки замещения стали определяются по формуле

$$Z_a = a/b,$$

Где a – удельные затраты труда на производство стали, час./т стали;

b – удельные затраты труда на производство сахара, час./т сахара.

Страна B имеет сравнительное преимущество в производстве стали, так как издержки замещения у неё минимальны:

$$Z_a (\text{страна } A) = 150 \text{ час/т стали} : 100 \text{ час/т сахара} = 1,5 \text{ т сахара /т стали};$$

$$Z_a (\text{страна } B) = 120 \text{ час/т стали} : 120 \text{ час/т сахара} = 1 \text{ т сахара /т стали} \rightarrow \min.$$

Издержки замещения сахара определяются по формуле

$$Z_b = b/a.$$

Страна A имеет сравнительное преимущество в производстве сахара, так как издержки замещения у неё минимальны:

$$Z_b (\text{страна } A) = 100 \text{ час/т сахара} : 150 \text{ час/т стали} = 0,67 \text{ т стали/т сахара} \rightarrow \min;$$

$$Z_b (\text{страна } B) = 120 \text{ час/т сахара} : 120 \text{ час/т стали} = 1 \text{ т стали/т сахара}.$$

В. Международная торговля является выгодной в том случае, если две страны торгуют товарами, которые каждая из стран производит с меньшими издержками, чем страна-партнер. Страны должны экспортировать те товары, которые они производят с меньшими издержками, и импортировать те товары, которые производятся другими странами с меньшими издержками.

В условиях свободной торговли страна A будет экспортировать сахар и импортировать сталь, страна B будет экспортировать сталь и импортировать сахар.

Г. В условиях свободной торговли мировая цена стали установится в следующих пределах: $1 \text{ т сахара} < 1 \text{ т стали} < 1,5 \text{ т сахара}$; мировая цена сахара: $0,67 \text{ т стали} < 1 \text{ т сахара} < 1 \text{ т стали}$.

2. В стране внутренний спрос на товар $Q^D = 50 - P$ и внутреннее предложение $Q^S = -10 + P$, а мировая цена на товар составляет 20 долл. Какова будет цена товара на внутреннем рынке при импортной квоте, равной 10 ед. товара?

Решение. В условиях закрытой экономики равновесный объем товара будет равен 20 ед. при равновесной цене 30 долл.:

$$Q^D = Q^S; 50 - P = -10 + P, P = 30, Q = 20.$$

В условиях открытой экономики внутренняя цена товара установится на уровне мировой цены 20 долл. Отсюда: внутренний спрос $Q^D = 50 - 20 = 30$ ед. больше предложения товара отечественных производителей $Q^S = -10 + 20 = 10$ ед. на величину импорта в размере 20 ед.

Политика импортного квотирования приводит к увеличению цены товара на внутреннем рынке до 25 долл.: $Q^D = 50 - 25 = 25$ ед., $Q^S = -10 + 25 = 15$ ед.; $Q^D - Q^S = 25 - 15 = 10$ ед.

3. Платежный баланс условной страны Скорпио за год представлен в таблице (млрд долл.).

- Каково сальдо торгового баланса?
- Каково сальдо баланса текущих операций?
- Каково сальдо баланса движения капиталов?
- Каково сальдо баланса официальных расчетов страны?
- Каково изменение официальных резервов страны?

Экспорт товаров	+ 40
Импорт товаров	– 30
Экспорт услуг	+ 15
Импорт услуг	– 10
Доходы от зарубежных инвестиций	+ 20
Доходы на зарубежные инвестиции	– 10
Трансферты из-за границы	+ 1
Трансферты за границу	– 6
Приток капитала	+ 10
Отток капитала	– 40

Решение. Представим платежный баланс условной страны Скорпио за год в следующем виде (млрд долл.):

Платежный баланс условной страны Скорпио за год выглядит следующим образом (млрд долл.):

КРЕДИТ (+)		ДЕБЕТ (–)	
I. Счет текущих операций			
1. Экспорт товаров	+ 40	2. Импорт товаров	– 30
Сальдо торгового баланса + 10			
3. Экспорт услуг	+ 15	4. Импорт услуг	– 10
5. Доходы от зарубежных инвестиций +20		6. Доходы на зарубежные инвестиции -10	
7. Трансферты из-за границы	– 6	8. Трансферты за границу	+ 1
Сальдо баланса текущих операций + 20			
II. Счет движения капитала			
9. Приток капитала	+ 10	10. Отток капитала	– 40
Сальдо баланса движения капитала – 30			
Сальдо баланса текущих операций и движения капитала (сальдо баланса официальных расчетов)– 10			
11. Изменение официальных валютных резервов + 10			

Таким образом, платежный баланс условной страны Скорпио, имея отрицательное итоговое сальдо, является пассивным.

4. Два одинаковых по своим качествам автомобиля – российский и американский – стоят соответственно 210 тыс. руб. и 10 тыс. долл. Номинальный обменный курс американского доллара составляет: 1 долл. = 30 руб. Чему равен реальный обменный курс доллара?

Решение. Реальный обменный курс определяем по формуле

$$\varepsilon = P / (e \cdot P^*),$$

где ε – реальный обменный курс;

P – цена отечественного товара, руб.;

P^* – цена товара за рубежом, долл.;

e – номинальный обменный курс, руб./долл.

Реальный обменный курс составит: $210 \text{ тыс. руб.} / (30 \text{ руб./долл.} \times 10 \text{ тыс. долл.}) = 0,7$. Значит, за 1 российский автомобиль можно приобрести 0,7 американского. $0,7 < 1 \rightarrow$ отечественный товар является более конкурентоспособным.

5. Ниже приведена карта спроса и предложения на рынке фунтов стерлингов (£):

Цена £, \$	2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5
Объем предложения £, млн	160	170	180	190	200	220
Объем спроса на £, млн	200	190	180	170	160	150

А. Федеральная резервная система США устанавливает валютный курс на уровне: $1 \text{ £} = 2,1 \text{ \$}$. Должна ли ФРС в этой ситуации покупать или продавать фунты стерлингов? Если да, то какое количество?

Б. Что произойдет в этом случае с официальными валютными резервами США?

Решение.

А. В соответствии с имеющимися данными при валютном курсе $1 \text{ £} = 2,1 \text{ \$}$ существует дефицит фунтов стерлингов в размере 20 млн ($170 - 190$). Таким образом, для поддержания фиксированного валютного курса Федеральная резервная система США должна продавать 20 млн фунтов стерлингов.

Б. Официальные валютные резервы уменьшатся на 20 млн фунтов стерлингов.

ПОДГОТОВКА К ТЕСТИРОВАНИЮ

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответ на имеющиеся эталоны ответов. При самостоятельной подготовке к тестированию студенту необходимо:

1. готовясь к тестированию, проработать информационный материал по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора учебной литературы;

2. четко выяснить все условия тестирования заранее. Студент должен знать, сколько тестов ему будет предложено, сколько времени отводится на тестирование, какова система оценки результатов и т. д.;

3. приступая к работе с тестами, внимательно и до конца нужно прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов; выбрать правильные (их может быть несколько); на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам;

- в процессе решения желательно применять несколько подходов в решении задания. Это позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант;

- не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, нужно переходить к другим тестовым заданиям; к трудному вопросу можно обратиться в конце;

- обязательно необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Раздел 1. ВВЕДЕНИЕ В ЭКОНОМИЧЕСКУЮ ТЕОРИЮ

Тема 1.2. Сущность и типы экономических систем. Отношения собственности

1. Правильная последовательность фаз (стадий) общественного производства такова:

- а) производство, распределение, обмен, потребление;
- б) производство, обмен, распределение, потребление;
- в) распределение, производство, обмен, потребление;
- г) распределение, потребление, производство, обмен.

2. Воспроизводство, которое связано с привлечением дополнительных экономических ресурсов, называется:

- а) простым;
- б) сокращающимся;
- в) интенсивным;
- г) экстенсивным.

3. Непрерывное возобновление процесса создания благ и услуг в увеличивающихся размерах называется:

- а) расширенным воспроизводством;
- б) воспроизводством;
- в) производством;
- г) простым воспроизводством.

4. Из приведенных ниже комбинаций включает различные факторы производства только следующая:

- а) нефть, нефтяник, владелец нефтяной компании, газ;
- б) работник конвейера, конвейер, автомобиль;
- в) поле, трактор, фермер-предприниматель, доярка;
- г) банкир, компьютер, деньги.

5. Капитал как фактор производства – это:

- а) оборудование, орудия труда, машины, сырье, с помощью которых производятся товары;
- б) накопления и сбережения физических и юридических лиц;
- в) деньги и ценные бумаги;
- г) денежные средства, используемые в расчетах между покупателем и продавцом.

6. Что вы понимаете под экономической категорией «собственность»:

- а) обладание материальными или духовными благами;
- б) юридически закрепленное право владеть, распоряжаться, использовать принадлежащие людям материальные или духовные блага;
- в) отношения между людьми по поводу присвоения материальных и духовных благ;
- г) комплекс прав владельца блага.

7. «Пучок прав собственности» предполагает:

- а) право на исключение из доступа к ресурсам других агентов;
- б) право на получение ресурса;
- в) право на получение дохода от ресурса;

г) право на передачу всех предыдущих полномочий.

8. Владение – это:

- а) право производительно или лично потреблять вещь;
- б) право физического обладания вещью;
- в) право определения способа использования вещи.

9. Общественная собственность НЕ может выступать в форме:

- а) акционерной;
- б) коллективной;
- в) государственной;
- г) общенародной.

10. В какой из вариантов включены основные вопросы, решаемые любой экономической системой:

- а) что производится, как производится, для кого производится;
- б) что потребляется, как производится, кто производит;
- в) что потребляется, как потребляется, кем потребляется;
- г) что производится, как потребляется, кем производится?

11. Главным критерием дифференциации экономических систем является:

- а) характер распределяемых доходов;
- б) основная форма собственности;
- в) предпосылки для экономического роста;
- г) состояние рыночного обмена.

12. Стихийный способ координации деятельности экономических агентов характерен:

- а) для рыночной экономики;
- б) плановой экономики;
- в) традиционной экономики;
- г) любой экономической системы.

13. Одно из преимуществ административно-командной экономики состоит в следующем:

- а) возможности быстрой концентрации ресурсов в государственном секторе;
- б) свободном выборе хозяйствующими субъектами видов деятельности;
- в) возможности полного удовлетворения потребностей общества;
- г) формировании цен на основе взаимодействия спроса и предложения.

14. Когда экономические проблемы решаются частично рынком, частично государством, то экономика:

- а) административно-командная;
- б) рыночная;
- в) натуральная;
- г) смешанная.

15. К трансакционным издержкам НЕ относятся:

- а) издержки, связанные с поиском информации;
- б) издержки, связанные с оплатой сырья и материалов;
- в) издержки оппортунистического поведения;
- г) издержки, связанные со спецификацией и защитой прав собственности.

Тема 1.3. Общая характеристика рыночной системы хозяйствования

1. Какой из ниже перечисленных элементов является наиболее важным для рыночной экономики:

- а) эффективные профсоюзы;
- б) продуманное государственное регулирование;
- в) ответственные действия предпринимателей;
- г) активная конкуренция на рынке.

2. К характеристике рыночной экономики НЕ относится:

- а) централизованное планирование;
- б) предпринимательская деятельность;
- в) частная собственность;
- г) конкуренция.

3. Проблема «как производить» в рыночной экономике решается:

- а) через стремление производителей к получению прибыли и, следовательно, к минимизации издержек производства;
- б) на основе широкого использования в экономике средств производства;
- в) на основе динамики и объема потребительского спроса, которые определяются через цены на конечные продукты;
- г) на основе специализации, которая используется при применении разных технологических способов производства;
- д) нет верного ответа.

4. Фиаско рынка проявляется в ...

- а) отсутствии стимулов к производству товаров и услуг коллективного пользования;
- б) неспособности уравнивать экономические интересы продавцов и покупателей;
- в) отсутствии механизмов «вымывания» неконкурентоспособных предприятий;
- г) неспособности информировать фирмы об объемах и структуре производства.

5. К функциям рынка не относится ...

- а) социальная;
- б) ценообразующая;
- в) стимулирующая;
- г) посредническая.

6. Рынок не обеспечивает:

- а) удовлетворения потребностей всех членов общества;
- б) экономического стимулирования эффективности производства;
- в) установления ценностных эквивалентов для обмена;
- г) согласования производства и потребления по структуре.

7. Роль государства в экономике в период развития капитализма свободной конкуренции определялась взглядами ...

- а) классической политэкономии;
- б) монетаризма;
- в) институционализма;
- г) кейнсианства.

8. Натуральной форме общественного хозяйства НЕ присущи отношения:

- а) обмена;
- б) распределения;
- в) потребления;
- г) производства.

9. Товарное производство непременно предполагает:

- а) обособленность товаропроизводителей;
- б) господство государственной собственности;
- в) преобладание ручного труда;
- г) непосредственную связь производства и потребления.

10. Главным критерием при разделении рынка на легальный и нелегальный является:

- а) степень конкурентности рынков;
- б) экономическое назначение объектов рыночных отношений;
- в) уровень насыщенности рынков;
- г) степень соответствия законодательству;
- д) территориальный (географический) признак.

11. Рыночная инфраструктура НЕ включает:

- а) товарные биржи;
- б) фондовые биржи;
- в) бюджет государства;
- г) банки и кредитные организации;
- д) биржи труда.

12. Классический рынок характеризуется...

- а) неограниченным числом участников и свободной конкуренцией между ними;
- б) отсутствием самостоятельности в коммерческой деятельности;
- в) монополизмом производителя;
- г) государственным регулированием.

13. Решение проблемы внешних эффектов, предложенное Р. Коузом, предполагает, кроме всего прочего, что величина _____ издержек незначительна, или они отсутствуют.

- а) транзакционных;
- б) социальных;
- в) внешних;
- г) предельных.

14. Международный пример решения проблемы загрязнения окружающей среды как проблемы внешних эффектов под названием «Киотский протокол» предусматривает...

- а) создание рынка прав на загрязнение;
- б) введение платы за выбросы;
- в) введение корректирующих налогов;
- г) запрет на применение отходных технологий.

15. Общественные блага характеризуются _____ в потреблении.

- а) неисключаемостью и неконкурентностью;
- б) неисключаемостью и конкурентностью;
- в) неконкурентностью и исключаемостью;
- г) исключаемостью и конкурентностью.

Раздел 2. ОСНОВЫ МИКРОЭКОНОМИКИ

Тема 2.2. Теория потребительского выбора

1. Условная единица полезности, введенная сторонниками количественного подхода для измерения удовлетворения от потребления блага, называется:

- а) ютиль;
- б) эцю;
- в) тратта;
- г) сеньораж.

2. Под предельной полезностью понимается:

- а) способность товаров и услуг удовлетворять человеческие потребности;
- б) субъективная оценка благ людьми;
- в) добавочная полезность или удовлетворение, извлекаемое потребителем из одной дополнительной единицы конкретного продукта;
- г) объективное свойство экономических благ;
- д) нижний предел цены.

3. Закон уменьшающейся предельной полезности констатирует, что:

- а) предельная полезность товара X падает по мере приобретения дополнительных единиц других товаров;
- б) общая полезность товара X повышается при потреблении последующих единиц этого товара;
- в) общая полезность максимизируется, когда выполняется условие $MU_x/P_x = MU_y/P_y$;
- г) приобретение каждой дополнительной единицы товара X приносит все меньше удовлетворения покупателю.

4. Теория потребительского поведения предполагает, что потребитель стремится максимизировать:

- а) разницу между общей и предельной полезностью;
- б) общую полезность;
- в) предельную полезность;
- г) каждую из перечисленных величин.

5. Общая полезность блага максимальна, если предельная полезность его дополнительной единицы:

- а) увеличивается;
- б) уменьшается;
- в) является величиной положительной;
- г) является величиной отрицательной;
- д) равна 0.

6. Чтобы максимизировать полезность, потребитель должен так распределить доход, чтобы:

- а) предельная полезность каждого потребленного товара была одинаковой;
- б) общая полезность каждого товара в расчете на единицу товара была одинаковой;
- в) предельная полезность каждого товара, полученная в расчете на 1 руб. была одинаковой;
- г) приобретать максимальное количество товаров, не являющихся заменителями.

7. Кривая безразличия:

- а) представляет совокупность набора товаров, для приобретения которой используется весь доход потребителя;
- б) отражает объективные рыночные характеристики, касающиеся величины дохода и цен;
- в) меняет свой наклон, если изменяется доход потребителя;
- г) введена в экономический анализ Вальрасом;
- д) это линия, каждая точка которой представляет комбинацию товаров, дающую потребителю равный объем удовлетворения потребности.

8. Предельная норма замещения:

- а) всегда положительна;
- б) представляет собой отношение предельных полезностей товаров-заменителей;
- в) показывает, от какого количества одного блага потребитель должен отказаться для приобретения единицы другого блага так, чтобы уровень общей полезности не изменился;
- г) характеризует наклон бюджетной линии.

9. Бюджетная линия:

- а) характеризует предельную полезность товара;
- б) показывает общую полезность;
- в) при изменении цен товаров не меняет своего наклона;
- г) представляет все доступные комбинации товаров при заданных ценах и величине дохода потребителя;
- д) определяет субъективную информацию потребителя о его предпочтениях.

10. Потребительское равновесие на карте безразличия – это:

- а) любое пересечение бюджетной линии и кривой безразличия;
- б) любая точка на самой высокой из кривых безразличия;
- в) та точка, в которой наклон бюджетной линии равен наклону касательной к ней кривой безразличия;
- г) любая точка, расположенная на бюджетной линии;
- д) любая точка, расположенная на пространстве, ограниченном бюджетной линией.

11. Эффект дохода гласит, что...

- а) при постоянном доходе снижение цены увеличивает покупательную способность;
- б) при постоянном доходе снижение цены вызовет уменьшение покупательной способности;
- в) в определенных ситуациях закон спроса нарушается, а кривая спроса получает положительный наклон;
- г) с ростом дохода потребитель начинает приобретать только «престижные» товары.

12. Эффект замещения – это...

- а) изменение объема и структуры потребления вследствие изменения относительной цены и перемещения из одной точки кривой безразличия в другую;
- б) изменение объема и структуры потребления вследствие перемещения на более высокую или низкую кривую безразличия;
- в) вытеснение из потребления низкокачественных товаров более качественными и дорогостоящими;
- г) демонстрационное потребление с положительной зависимостью между ценой и количеством спроса на товар.

13. Под эффектом Веблена понимается...

- а) демонстрационное потребление, т. е. увеличение потребительского спроса, связанное с тем, что товар имеет более высокую цену;
- б) спонтанный спрос, управляемый сиюминутным желанием;
- в) изменение спроса группы людей из-за того, что другие люди потребляют данный товар;
- г) изменение спроса на товар, обусловленное качествами, присущими самому товару.

14. Ситуация, когда снижение цены приводит к уменьшению спроса, а увеличение цены – повышению спроса на некачественный или низший товар, который занимает значительное место в структуре потребления, называется эффектом ...

- а) Гиффена;
- б) Веблена;
- в) сноба;
- г) дохода.

15. Излишек потребителя – это сумма денег:

- а) которая не нужна потребителю;
- б) которую государство забирает у потребителя при помощи налогов;
- в) которую выигрывает потребитель из-за разницы между ценой, которую он готов уплатить, и рыночной ценой;
- г) которую потребитель желает отдать тем фирмам-производителям, у которых наиболее высококачественная продукция.

Раздел 3. ОСНОВЫ МАКРОЭКОНОМИКИ

Тема 3.1. Национальная экономика: цели и результаты развития

1. Специфическим методом макроэкономики является:

- а) метод индукции;
- б) агрегирование;
- в) метод синтеза;
- г) метод научной абстракции;
- д) метод функционального анализа.

2. Функцией предпринимательского сектора в рамках модели экономики страны является:

- а) предложение факторов производства;
- б) потребление экономических благ;
- в) предложение общественных экономических благ;
- г) предложение денег;
- д) предложение частных экономических благ.

3. В модели кругооборота экономики страны в качестве доходов государственного сектора выступают:

- а) трансферты;
- б) факторные доходы;
- в) налоги и сборы;
- г) сбережения;
- д) инвестиции.

4. Национальное богатство в широком понимании:

- а) стоимость имущества, которым владеет страна: лесов, рек, полей, фабрик, заводов, имущества ее граждан;
- б) стоимость всех факторов производства;
- в) совокупность всех ценностей, которыми располагает страна на каждом этапе развития.

5. Повторный счет при расчете ВВП устраняется путем исключения из его величины:

- а) стоимости конечной продукции;
- б) стоимости промежуточной продукции;
- в) добавленной стоимости;
- г) государственных субсидий;
- д) косвенных налогов.

6. Какие из нижеперечисленных доходов вы включили бы в ВВП?

- а) зарплату репетитора на дому;
- б) продажу старого холодильника;
- в) доход владельца автозаправочной станции;
- г) денежный перевод внуку от бабушки, живущей в другом городе.

7. Для расширения производственного потенциала страны необходимо, чтобы:

- а) ВНП превышал ЧНП на величину амортизации;
- б) НД превышал объем потребительских расходов населения и государства;
- в) инвестиции превышали величину амортизации;
- г) ЧНП превышал НД.

8. При расчете стоимости потребительской корзины базового года учитываются: (два ответа)

- а) цены произведенных товаров и услуг базового года;
- б) цены произведенных товаров и услуг текущего года;
- в) объемы производства товаров и услуг базового года;
- г) объемы производства товаров и услуг текущего года.

9. Если объем номинального ВВП и уровень цен повысились, то:

- а) реальный ВВП не изменился;
- б) реальный ВВП увеличился, но в меньшей степени, чем цены;
- в) реальный ВВП сократился;
- г) эта информация не позволяет определить динамику реального ВВП.

10. К третичному сектору экономики относится следующий вид экономической деятельности:

- а) образование;
- б) лесное хозяйство;
- в) обрабатывающее производство;
- г) добыча полезных ископаемых;
- д) производство и распределение электроэнергии, газа и воды.

11. Межотраслевые пропорции отражают количественные соотношения между:

- а) различными отраслями национальной экономики;
- б) отдельными производствами отрасли;
- в) накоплением и потреблением;
- г) национальными отраслями производства различных стран.

12. Законная, но официально не зарегистрированная деятельность – это:

- а) криминальная экономическая деятельность;
- б) скрытая (квази-легальная) экономическая деятельность;
- в) нелегальная экономическая деятельность;
- г) неформальная экономическая деятельность.

Тема 3.2. Макроэкономическое равновесие и макроэкономическая динамика

1. Согласно кейнсианской модели для повышения совокупного спроса при нарушении макроэкономического равновесия, применяются...

- а) отвлечение потенциальных расходов;
- б) инъекции;
- в) повышение учетной ставки;
- г) изъятия в виде сбережений.

2. Какое из перечисленных утверждений о кривой AD является ошибочным?

- а) отрицательная зависимость между уровнем цен и объёмом выпуска выводится из уравнения количественной теории денег при условии фиксированного предложения денег и скорости их обращения;
- б) кривая AD имеет положительный наклон;
- в) когда Центральный банк увеличивает предложение денег, изменения в экономике могут быть описаны движением от одной точки на стационарной кривой AD до другой;
- г) при движении вдоль кривой AD предполагается, что предложение денег остаётся постоянным;
- д) каждая точка на кривой AD представляет собой объём товаров и услуг, который потребители могут приобрести при данном уровне цен.

3. Нарушение равновесия в результате увеличения совокупного спроса на кейнсианском отрезке совокупного предложения приведет к росту:

- а) объема производства и росту цен;
- б) объема производства и снижению цен;
- в) объема производства при неизменных ценах;
- г) цен при неизменном объеме производства.

4. Воздействие отрицательного шока совокупного предложения отражается:

- а) сдвигом кривой AS влево – вверх;
- б) сдвигом кривой AS вправо – вниз;
- в) движением вдоль кривой AS;
- г) изменением наклона кривой AS.

5. Отношение объема потребления к объему дохода является формальным выражением...

- а) акселератора;
- б) предельной склонности к потреблению;
- в) мультипликатора инвестиций;
- г) средней склонности к потреблению.

6. Валовые инвестиции – это...

- а) затраты на средства производства, предназначенные на возмещение стоимости потребленного основного капитала и его прирост;
- б) затраты на средства производства;

- в) затраты на средства производства, предназначенные на возмещение стоимости потребленного основного капитала;
- г) затраты на повышение уровня квалификации наемных работников.

7. Эффект мультипликатора при ситуации неполной занятости:

- а) действует не в полную силу;
- б) проявляется максимально;
- в) отсутствует;
- г) действует, но не всегда.

8. Потребительские расходы: $C = 100 + 0,8Y$; национальный доход $Y = 1000$; объем сбережений:

- а) 200;
- б) 800;
- в) 400;
- г) 100.

9. Согласно монетаристской концепции обратная зависимость между инфляцией и безработицей существует...

- а) в краткосрочном периоде;
- б) в долгосрочном периоде;
- в) как в краткосрочном, так и в долгосрочном периоде;
- г) только в странах с переходной экономикой.

10. Если для удвоения цен необходимо 10 лет, среднегодовой темп инфляции:

- а) 17 %;
- б) 10 %;
- в) 3 %;
- г) 7 %.

11. Инфляция, сопровождаемая всеобщим государственным контролем, называется ...

- а) подавленная;
- б) открытая;
- в) ожидаемая;
- г) сбалансированная.

12. Ярко выраженная антиинфляционная политика предполагает:

- а) повышение уровня налогообложения и сокращение государственных расходов;
- б) рост налогов и более высокий уровень государственных расходов;
- в) снижение налогов и более высокий уровень государственных расходов;
- г) постоянство уровня и государственных расходов, и налоговых поступлений.

13. Если индекс цен в базовом году составил 182,5 %, в текущем – 232,5 %, то темп инфляции в текущем году равен:

- а) 50 %;
- б) 127 %;
- в) 1,27;
- г) 27,4 %.

14. Если в стране за текущий год реальная заработная плата увеличилась на 8 % при уровне инфляции 3 %, то номинальная оплата труда:

- а) повысилась на 5 %;
- б) повысилась на 11 %;
- в) снизилась на 3 %;
- г) повысилась на 3,67 %.

15. К среднесрочным экономическим циклам относят циклы:

- а) Кондратьева;
- б) Митчелла;
- в) Китчина;
- г) Жуглара.

16. Величина реального ВВП в (t-1)-й год составила 15932,3 млрд. руб., в t-й год 16802,8. Чему будут равны темп роста и темп прироста?

- а) 105,76% и 5,76%;
- б) 105,96% и 5,96%;
- в) 104,58% и 4,58%;
- г) 105,46% и 5,46%;
- д) 103,89% и 3,89%.

17. К интенсивным факторам экономического развития НЕ относятся:

- а) использование достижений НТП;
- б) увеличение количества используемых ресурсов;
- в) повышение квалификации работников;
- г) рост производительности труда;
- д) повышение фондоотдачи и снижение материалоемкости.

Тема 3.3. Деньги, кредит, банки. Кредитно-денежная политика

1. Что не относится к функциям денег?

- а) измерять стоимость товаров и услуг;
- б) сохранять богатство;
- в) способствовать обороту товаров и услуг;
- г) улучшать благосостояние людей.

2. В состав денежного агрегата М3 не входят:

- а) бумажные деньги;
- б) облигации государственного займа;
- в) акции предприятий;
- г) металлические деньги.

3. Бумажные деньги отличаются от кредитных тем, что:

- а) бумажные деньги – это наличные, а кредитные деньги существуют в форме записей на банковских счетах;
- б) бумажные деньги не подлежат вывозу за пределы страны;
- в) бумажные деньги имеют принудительную покупательную способность, а кредитные деньги – это векселя эмиссионного банка;
- г) бумажные деньги предназначены для оплаты недорогих товаров, а кредитные используются при оплате дорогостоящих товаров и услуг.

4. Равновесие на денежном рынке имеет место при:

- а) равенстве предложения и спроса на деньги;

- б) равенстве операционного и спекулятивного спроса;
- в) равенстве реальных кассовых остатков и предложения денег;
- г) равенстве операционного спроса на деньги и предложения денег;
- д) равенстве спекулятивного спроса на деньги и предложения денег.

5. Функцией деятельности Центрального банка является:

- а) получение прибыли;
- б) кредитование предприятий;
- в) первичный учет векселей;
- г) поддержка устойчивости и покупательной способности национальной валюты.

6. Депозиты...

- а) составляют основную часть ресурсов коммерческих банков;
- б) представляют собой отношение суммы вкладов к сумме выданных кредитов;
- в) являются основной сферой приложения капитала пенсионных фондов;
- г) являются элементом регулирования банковской системы, защищая вкладчиков от потерь при банкротстве банков.

7. Снижение учётной ставки Центрального банка свидетельствует о проведении политики.

- а) рестрикционной фискальной;
- б) рестрикционной монетарной;
- в) экспансионной фискальной;
- г) экспансионной монетарной.

8. Допустим, Вы разместили имеющуюся у Вас сумму денег в размере 100 тыс. руб. в банке под 10 % годовых. Таким образом, через год Вы получили 110 тыс. руб. Инфляция за этот период времени составила 15 %. Вывод о выгодности размещения Ваших денежных средств таков:

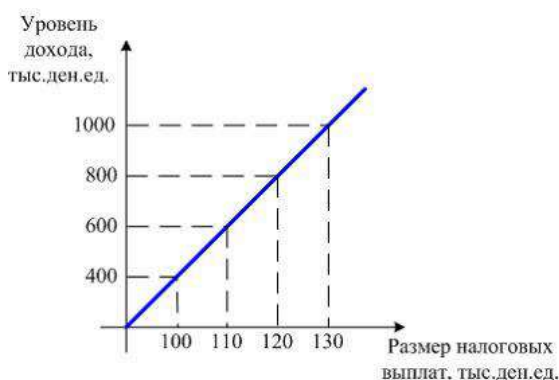
- а) удачно, реальная процентная ставка равна 25 %;
- б) не удачно, реальная процентная ставка равна (- 5 %);
- в) не удачно, реальная процентная ставка равна (- 10 %);
- г) удачно, реальная процентная ставка равна 5 %.

Тема 3.4. Государственные финансы и налогообложение. Бюджетно-налоговая политика

1. Основной принцип налогообложения:

- а) неравенство налогообложения;
- б) независимость производства от уровня налогообложения;
- в) равенство и справедливость;
- г) независимость налоговых изъятий от величины дохода.

2. На основании данных графической модели определите тип налоговой системы по характеру начисления налога...



- а) регрессивная;
- б) прогрессивная;
- в) пропорциональная;
- г) фиксированная.

3. К бюджетным расходам относятся:

- а) государственные займы;
- б) эмиссия денег;
- в) трансфертные платежи;
- г) налоговые платежи.

4. Дефицит госбюджета составлял 250 ден. ед., налоговые поступления выросли на 200 ден. ед., при прочих равных условиях:

- а) дефицит бюджета сократился до 50 ден. ед.;
- б) возник профицит бюджета в 50 ден. ед.;
- в) дефицит бюджета вырос на 50 ден. ед.;
- г) госбюджет стал сбалансированным.

5. Предположим, что фактический ВВП равен 200 ден. ед., равновесный ВВП составляет 240 ден. ед., $MPC = 0,8$. Какие изменения в бюджетно-налоговой политике должны произойти, чтобы экономическая система пришла в состояние макроэкономического равновесия?

- а) увеличение государственных расходов на 8 ден. ед.;
- б) уменьшение государственных расходов на 8 ден. ед.;
- в) увеличение государственных расходов на 40 ден. ед.;
- г) увеличение налогов на 10 ден. ед..

6. Увеличение правительственных расходов в краткосрочном периоде приводит к:

- а) снижению совокупного спроса;
- б) увеличению ВВП;
- в) снижению ВВП;
- г) росту цен.

7. Увеличение предложения денег вызовет:

- а) сдвиг кривой IS вправо;
- б) сдвиг кривой IS влево;
- в) сдвиг кривой LM вправо;
- г) сдвиг кривой LM влево;
- д) сдвиги обеих кривых вправо.

8. Инструментом стимулирующей бюджетно-налоговой политики является:

- а) повышение налогов и сокращение государственных расходов;
- б) сокращение налогов и государственных расходов;
- в) повышение налогов и государственных расходов;
- г) снижение налогов и повышение государственных расходов.

Тема 3.5. Мировая экономика и внешнеэкономическая политика

1. Бреттон-Вудская валютная система действовала:

- а) с 1867 по 1944 гг.;
- б) с 1881 по 1922 гг.;
- в) с 1944 по 1976 гг.;
- г) с 1935 по 1953 гг.

2. При плавающем валютном курсе наблюдается следующее:

- а) предсказуемость и стабильность;
- б) фиксация валютного курса на одном уровне;
- в) автоматическая корректировка платежного баланса;
- г) возможность возникновения избыточного спроса или избыточного предложения иностранной валюты.

3. Исходя из паритета покупательной способности, если телефон продается за 400 долларов в США и за 10000 рублей в РФ, то обменный курс, выраженный в количестве рублей, приходящихся на 1 доллар, составит...

- а) 25;
- б) 1;
- в) 40;
- г) 0,04.

4. Внутренняя конвертируемость валюты – это:

- а) обратимость валюты для нерезидентов;
- б) обратимость валюты для резидентов;
- в) возможность использования валюты при осуществлении любых видов внешне-экономических операций;
- г) возможность использования валюты при осуществлении некоторых видов внешне-экономических операций.

5. Парадокс Леонтьева заключается в том, что:

- а) страны экспортируют те товары, которые они производят с меньшими удельными издержками труда, и импортируют те товары, которые производятся другими странами с меньшими удельными издержками труда;
- б) в экспорте развитой страны при относительно избыточном факторе капитала преобладают относительно более трудоемкие товары, а в импорте – капиталоемкие;
- в) в импорте развитой страны при относительно избыточном факторе капитала преобладают относительно более трудоемкие товары, а в экспорте – капиталоемкие;
- г) страны с одинаковой обеспеченностью факторами производства выигрывают от внешней торговли при специализации на тех производствах, в которых наблюдается эффект масштаба.

6. К мерам государственного протекционизма относится...

- а) введение таможенных пошлин на импортируемые товары;
- б) введение налоговых льгот для филиалов зарубежных компаний;

- в) отмена любых ограничений на экспорт товаров;
- г) полная отмена таможенных пошлин на импортируемые товары.

7. Основной целью существования Всемирной торговой организации является:

- а) надзор за валютными курсами и макроэкономической политикой стран-членов и развитием международной экономики в целом;
- б) выявление тенденции в экономическом развитии стран-членов, влияния военных действий в сфере экономики на платежные балансы других стран;
- в) регулирование торговли товарами и услугами между странами;
- г) предоставление кредитов развивающимся странам и странам с переходной экономикой для осуществления мероприятий структурной политики;
- д) осуществление банковского надзора и международных расчетов.

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к *зачету* по дисциплине «Экономика. Основы экономических теорий» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «Экономика. Основы экономических теорий».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к *зачету* на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования**

«Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому
комплексу С.А.Упоров

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

Б1.Б.1.07 ИНФОРМАТИКА

Специальность

21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 2

*Поиски и разведка подземных вод
и инженерно-геологические изыскания*

Форма обучения: очная, заочная

Автор: Колмогорова С.М., Дружинин А.В., Волкова Е.А.

Одобрена на заседании кафедры

Информатики

(название кафедры)

Зав.кафедрой

(подпись)

Дружинин А.В.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 19.03.2020

(Дата)

Рассмотрена методической комиссией

факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель

(подпись)

д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020

(Дата)

Екатеринбург
2020

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА	4
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ.4	
Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса	4
Подготовка к практическим занятиям	5
Подготовка и написание контрольной работы	6
Подготовка к выполнению и написанию курсовой работы (проекта)	8
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ	7
Подготовка к зачёту	7
Подготовка к экзамену.....	8

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов – это разнообразные виды деятельности студентов, осуществляемые под руководством, но без непосредственного участия преподавателя в аудиторное и/или внеаудиторное время.

Это особая форма обучения по заданиям преподавателя, выполнение которых требует активной мыслительной, поисково-исследовательской и аналитической деятельности.

Методологическую основу самостоятельной работы студентов составляет деятельностный подход, когда цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, то есть на реальные ситуации, где студентам надо проявить знание конкретной дисциплины, использовать внутриспредметные и междисциплинарные связи.

Цель самостоятельной работы – закрепление знаний, полученных на аудиторных занятиях, формирование способности принимать на себя ответственность, решать проблему, находить конструктивные выходы из сложных ситуаций, развивать творческие способности, приобретение навыка организовывать своё время

Кроме того самостоятельная работа направлена на обучение студента осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией, заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свой профессиональный уровень.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирование практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитие исследовательских умений;
- получение навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

В соответствии с реализацией рабочей программы дисциплины в рамках самостоятельной работы студенту необходимо выполнить следующие виды работ:

для подготовки ко всем видам текущего контроля:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение курса;
- подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе, написание контрольной работы;
- выполнение и написание курсовой работы (проекта);

для подготовки ко всем видам промежуточной аттестации:

- подготовка к зачёту;
- подготовка к экзамену.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов как online, так и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита контрольных и курсовых работ (проектов), защита зачётных работ в виде доклада с презентацией и др.

Текущий контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

Промежуточный контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного для сдачи экзамена / зачёта.

В методических указаниях по каждому виду контроля представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса

Лекционный материал по дисциплине излагается в виде устных лекций преподавателя во время аудиторных занятий. Самостоятельная работа студента во время лекционных аудиторных занятий заключается в ведении записей (конспекта лекций).

Конспект лекций, выполняемый во время аудиторных занятий, дополняется студентом при самостоятельном внеаудиторном изучении некоторых тем курса. Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и дополнительной литературы к дисциплине.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины приведён в рабочей программе дисциплины.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на повторение материала лекций и самостоятельное изучение тем курса:

для овладения знаниями:

- конспектирование текста;
- чтение основной и дополнительной литературы;
- составление плана текста;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- повторная работа над учебным материалом;
- составление таблиц для систематизации учебного материала;
- изучение нормативных материалов;
- составление плана и тезисов ответа на вопросы для самопроверки;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Вопросы для самопроверки приведены учебной литературе по дисциплине или могут быть предложены преподавателем на лекционных аудиторных занятиях после изучения каждой темы.

Подготовка к практическим занятиям

Практические занятия по дисциплине выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций, а также умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач.

На практических занятиях происходит закрепление теоретических знаний, полученных в ходе лекций, осваиваются методики и алгоритмы решения типовых задач по образцу и вариантных задач, разбираются примеры применения теоретических знаний для практического использования, выполняются доклады с презентацией по определенным учебно-практическим, учебно-исследовательским или научным темам с последующим их обсуждением.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к практическим занятиям:

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- подготовка публичных выступлений;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;

- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Практические занятия по дисциплине выступают средством формирования у студентов навыков работы с использованием лабораторного оборудования, планирования и выполнения экспериментов, оформления отчётной документации по выполнению практических работ.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к практическим занятиям:

для овладения знаниями:

- изучение методик работы с использованием различных видов и типов лабораторного оборудования;
- изучение правил безопасной эксплуатации лабораторного оборудования;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

- составление плана проведения эксперимента;
- составление отчётной документации по результатам экспериментирования;
- аналитическая обработка результатов экспериментов.

для формирования навыков и умений:

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- оформление отчётной документации по выполнению практических работ.

Подготовка и написание контрольной работы

Контрольная работа – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся. Контрольная работа является средством проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к контрольной работе:

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки.

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- оформление отчётной документации по выполнению контрольной работы.

Контрольная работа может быть выполнена в виде доклада с презентацией.

Доклад с презентацией – это публичное выступление по представлению полученных результатов знаний по определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной теме.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления;
- осуществить сбор материала к выступлению;
- организовать работу с источниками;
- -во время изучения источников следует записывать вопросы, возникающие по мере ознакомления, ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;
- сформулировать возможные вопросы по теме доклада, подготовить тезисы ответов на них;
- обработать материал и представить его в виде законченного доклада и презентации.

При выполнении контрольной работы в виде доклада с презентацией самостоятельная работа студента включает в себя:

для овладения знаниями:

- чтение основное и дополнительной литературы по заданной теме доклада;
- составление плана доклада;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей по теме доклада

для закрепления и систематизации знаний:

- составление плана и тезисов презентации по теме доклада;
- составление презентации;
- составление библиографического списка по теме доклада;
- подготовка к публичному выступлению;
- составление возможных вопросов по теме доклада и ответов на них.

для формирования навыков и умений:

- публичное выступление;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Варианты контрольных работ и темы докладов приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Подготовка к зачёту

Зачёт по дисциплине может быть проведён в виде теста или включать в себя защиту контрольной работы (доклад с презентацией).

Тест – это система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

При самостоятельной подготовке к зачёту, проводимому в виде теста, студенту необходимо:

- проработать информационный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора дополнительной учебной литературы;
- выяснить условия проведения теста: количество вопросов в тесте, продолжительность выполнения теста, систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с тестом, нужно внимательно и до конца прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов, выбрать правильные (их может быть несколько),

на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам.

В процессе выполнения теста рекомендуется применять несколько подходов в решении заданий. Такая стратегия позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант. Не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, а сразу переходить к другим тестовым заданиям, к трудному вопросу можно обратиться в конце. Необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Зачёт также может проходить в виде защиты контрольной работы (доклад с презентацией). Методические рекомендации по подготовке и выполнению доклада с презентацией приведены в п. «Подготовка и написание контрольной работы».

Подготовка к экзамену

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины проводится в форме экзамена.

Билет на экзамен включает в себя теоретические вопросы и практико-ориентированные задания.

Теоретический вопрос – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся.

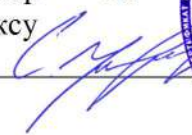
Практико-ориентированное задание – средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по определенной теме.

При самостоятельной подготовке к экзамену студенту необходимо:

- получить перечень теоретических вопросов к экзамену;
- проработать пройденный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине, при необходимости изучить дополнительные источники;
- составить планы и тезисы ответов на вопросы;
- проработать все типы практико-ориентированных заданий;
- составить алгоритм решения основных типов задач;
- выяснить условия проведения экзамена: количество теоретических вопросов и практико-ориентированных заданий в экзаменационном билете, продолжительность и форму проведения экзамена (устный или письменный), систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с экзаменационным билетом, нужно внимательно прочитать теоретические вопросы и условия практико-ориентированного задания;
- при условии проведения устного экзамена составить план и тезисы ответов на теоретические вопросы, кратко изложить ход решения практико-ориентированного задания;
- при условии проведения письменного экзамена дать полные письменные ответы на теоретические вопросы; изложить ход решения практико-ориентированного задания с численным расчётом искомых величин.

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по
комплексу





МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Б1.Б.1.09 РУССКИЙ ЯЗЫК И КУЛЬТУРА РЕЧИ

Специальность

21.05.02. Прикладная геология

Специализация № 2

**Поиски и разведка подземных вод
и инженерно-геологические изыскания**

квалификация выпускника: специалист

формы обучения: очная, заочная

Автор: Меленкова Е. С., канд. филол. наук, доц.

Одобрены на заседании кафедры

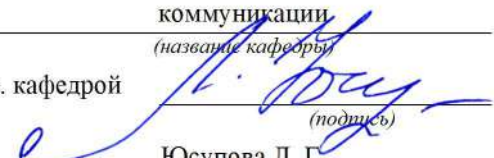
Рассмотрены методической комиссией

Иностранных языков и деловой

коммуникации

(название кафедры)

Зав. кафедрой



Юсупова Л. Г.

(Фамилия И.О.)

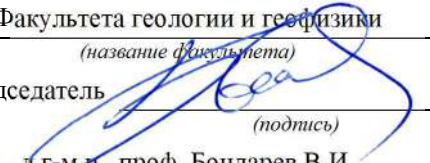
Протокол № 6 от 17.03.2020

(Дата)

Факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель



д.г.м.н., проф. Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020

(Дата)

Екатеринбург
2020

Методические рекомендации к практическим занятиям

Значительную роль в изучении предмета выполняют практические занятия, которые призваны, прежде всего, закреплять теоретические знания, полученные в ходе лекций, ознакомления с учебной литературой, а также выполнения самостоятельных заданий. Тем самым практические занятия способствуют более качественному усвоению знаний, помогают приобрести навыки самостоятельной работы.

Приступая к подготовке к практическому занятию необходимо изучить соответствующие конспекты лекций по заданной теме, главы учебников или учебных пособий, разобрать примеры, ознакомиться с дополнительной литературой (например, словарями). Конспектирование дополнительных источников также способствует более плодотворному усвоению учебного материала. Следует обращать внимание на основные понятия и классификации, актуальные для темы практического занятия.

Записи имеют первостепенное значение для самостоятельной работы студента. Они помогают понять построение изучаемого материала, выделить основные положения и проследить их логику. Ведение записей способствует превращению чтения в активный процесс, мобилизует, наряду со зрительной, и моторную память. Следует помнить: у студента, систематически ведущего записи, создается свой индивидуальный фонд подсобных материалов для быстрого повторения прочитанного, для мобилизации накопленных знаний. Все это находит свое отражение в процессе выполнения итогового зачетного теста.

Очевидны три структурные части практического занятия: предваряющая (подготовка к занятию), непосредственно само практического занятия (обсуждение вопросов темы в группе, выполнение упражнений по теме) и завершающая часть (последующая работа студентов по устранению обнаружившихся пробелов). Не только само практическое занятие, но и предваряющая, и заключающая части его являются необходимыми звеньями целостной системы усвоения вынесенной на обсуждение темы.

Перед очередным практическим занятием целесообразно выполнить все задания, предназначенные для самостоятельного рассмотрения, изучить лекцию, соответствующую теме практического занятия. В процессе подготовки к практическому занятию закрепляются и уточняются уже известные и осваиваются новые знания. Столкнувшись в ходе подготовки с недостаточно понятными моментами темы, необходимо найти ответы самостоятельно или зафиксировать свои вопросы для постановки и уяснения их на самом практическом занятии.

В начале занятия следует задать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и освоении, поскольку всегда сначала студенты под руководством преподавателя более глубоко осмысливают теоретические положения по теме занятия.

В ходе практического занятия каждый должен опираться на свои конспекты, сделанные на лекции или по учебникам и учебным пособиям, на самостоятельно выполненные упражнения по данной теме.

В процессе подготовки к занятиям рекомендуется взаимное обсуждение материала, во время которого закрепляются знания, а также приобретается практика в изложении и разъяснении полученных знаний, развивается речь/

Значительную роль в изучении предмета выполняют практические занятия, которые призваны, прежде всего, закреплять теоретические знания, полученные в ходе прослушивания и запоминания лекционного материала, ознакомления с учебной и научной литературой, а также выполнения самостоятельных заданий. Тем самым практические занятия способствуют получению наиболее качественных знаний, помогают приобрести навыки самостоятельной работы. Планы практических занятий состоят из отдельных тем, расположенных в соответствии с рабочей программой изучаемой дисциплины. Каждая тема включает следующие элементы:

- цель проведения занятия;
- теоретические вопросы, необходимые для усвоения темы;
- задания;
- список литературы по теме для подготовки к практическому занятию.

Работа на практических занятиях направлена на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам изучаемой дисциплины;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- развитие интеллектуальных умений (например, аналитических).

В ходе занятий у студентов формируются практические умения и навыки, отраженный в РУП.

Методические материалы к практическим занятиям

ТЕМА 1. СЛОВАРИ И СПРАВОЧНИКИ ПО КУЛЬТУРЕ РЕЧИ. СИСТЕМА СЛОВАРНЫХ ПОМЕТ

Цель – вспомнить классификацию словарей и проверить у студентов умение работать с ними (лексикографическая грамотность).

Основные понятия темы:

Лексикография – раздел науки о языке, занимающийся теорией и практикой составления словарей.
Энциклопедический словарь – книга, содержащая описание научных понятий и терминов, исторических событий, характеристики персоналий из разных областей или определенной области знания.
Лингвистический словарь – книга, содержащая собрание слов (морфем, фразеологизмов и т. д.), расположенных по определённому принципу (как правило, по алфавиту), и дающая сведения об их значениях, употреблении, происхождении, переводе на другой язык и т. п.
Словарная статья – отдельный текст, посвященный языковой единице (слову, морфеме и т. п.) или их группе (лексической группе, гнезду слов и т. п.).
Помета – применяемое в словарях сокращенное указание на какие-либо характерные признаки слова или его употребления.

Задание 1. Прочитайте и сравните словарные статьи, взятые из разных словарей. Найдите общую и различающую их дополнительную информацию. Объясните, чем вызвано различие.

ФАЗА – 1. В геохимии: совокупность однородных частей системы, одинаковых по термодинамическим свойствам (тем, которые не зависят от количества вещества) и отграниченных от других частей поверхностью раздела. В природных процессах минералообразования могут принимать участие газовая Ф., жидкие Ф. и твердые Ф. – металлы. Системы, состоящие из одной Ф., называются однофазными, или гомогенными (напр., раствор различных солей в воде; кристалл кварца без включений; мономинеральная горная порода); состоящие из нескольких Ф. – многофазными, или гетерогенными (напр., раствор вместе с твердым осадком; кристалл кварца с газово-жидким включением; полиминеральная порода). 2. В исторической геологии: термин, иногда употребляющийся для обозначения времени, соответствующего длительности накопления отложений, составляющих зону как часть яруса. Термин был условно принят в этом значении VIII сессией МГК в Париже в 1900 г., но не стал общепринятым. При изучении четвертичного периода иногда фазой называют время каждого отдельного оледенения и промежутков между ними (*Геологический толковый словарь*¹).

ФА́ЗА, -ы, жс. [нем. Phase < греч. phasis появление (о небесных светилах)]. 1. Момент, отдельная стадия в ходе развития и изменения чего-н., а также само положение, форма чего-н. в данный момент; то же, что фазис. *Новая ф. в развитии общества. Луна в первой фазе.* 2.

¹ Геологический толковый словарь [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.edudic.ru/geo/>

физ. Величина, характеризующая состояние какого-н. процесса в каждый момент времени. *Ф. колебания маятника. Газообразная ф. вещества.* **Фа́зовый** – относящийся к фазе (в 1-м и 2-м знач.), фазам. **3. эл.** Отдельная группа обмоток генератора. **Фа́зный** – относящийся к фазе, фазам. (Крысин Л. П. Толковый словарь иноязычных слов. М., 2001. С. 810).

ФА́ЗА, -ы, *ж.* 1. Момент, отдельная стадия в ходе развития и изменения чего-н. (напр. положения планеты, формы или состояния вещества, периодического явления, общественного процесса), а также само положение, форма в этот момент (книжн.). *Первая ф. Луны. Жидкая ф. Газообразная ф. Ф. колебания маятника. Вступить в новую ф. развития.* 2. Отдельная группа обмоток генератора (спец.). || *прил.* **фа́зовый**, -ая, -ое (к 1 знач.) и **фа́зный**, -ая, -ое (к 2 знач.). ♦ **Фазовые глаголы** – в лингвистике: глаголы со значением начала, продолжения или окончания действия. (Ожегов С. И. и Шведова Н. Ю. Толковый словарь русского языка. М., 2005. С. 847).

Задание 2. *Познакомьтесь с типами помет, используемых в толковых словарях. Объясните значение всех помет, приведенных в качестве примера.*

ТИПЫ ПОМЕТ ТОЛКОВОГО СЛОВАРЯ

Типы помет	Примеры помет	Значение отсутствия помет
1. Помета, указывающая на принадлежность к функциональному стилю	<i>науч., газет., публиц., оф.-дел., разг., книжн. и др.</i>	Слово межстилевое
2. Помета, указывающая на сферу употребления слова	<i>обл., прост., жарг., спец. и др.</i>	Слово общеупотребительное
3. Помета, указывающая на принадлежность к активному / пассивному запасу	<i>устар., ист., арх., нов. и др.</i>	Слово принадлежит к активному запасу
4. Помета, указывающая на эмоционально-экспрессивную окраску слова	<i>ласк., ирон., шутл., унич., бран., пренебр., высок., неодобр. и др.</i>	Слово нейтральное

Задание 3. *Прочитайте словарные статьи, извлеченные из толкового словаря современного русского языка. Укажите пометы и объясните, что они означают.*

Аборигén, -а, *м.* (книжн.) – коренной житель страны, местности. || *ж.* **аборигénка** (разг.)

Грамотéй, -я, *м.* (устар. и ирон.) – грамотный человек.

Деяние, -я, *ср.* (высок. и спец.) – действие, поступок, свершение.

Женáтик, -а, *м.* (прост. шутл.) – женатый человек (обычно о молодожене).

Иждивénчество, -а, *ср.* (неодобр.) – стремление во всем рассчитывать не на свои силы, а на помощь других, вообще жить за чужой счет.

Карапу́з, -а, *м.* (разг. шутл.) – толстый, пухлый малыш.

Кляча, -и, *ж.* (разг. пренебр.) – плохая (обычно старая) лошадь.

Лéнчик, -а, *м.* (спец.) – деревянная основа седла.

Матéрщина, -ы, *ж.*, *собирает.* (прост. груб.) – неприличная брань.

Мíшка, -и, *м.* (разг. ласк.) – то же, что медведь.

Небезызвéстный, -ая, -ое; -тен, -тна (обычно ирон.) – достаточно, хорошо известный.

Неулыба, -ы, *м.* и *ж.* (обл. и прост.) – человек, который редко улыбается, неулыбчив.

Новодёл, -а, *м.* (разг.) – здание, сооружение, построенное на месте уничтоженного, исчезнувшего и воспроизводящее его прежний внешний вид.

Нуворѳш, -а, *м.* (книжн. презр.) – богач, наживший свое состояние на социальных переменах или бедствиях, на разорении других.

Общепѳт, -а, *м.* (офиц.) – сокращение: общественное питание – отрасль народного хозяйства, занимающаяся производством и продажей готовой пищи и полуфабрикатов. || *прил. общепѳтовский*, -ая, -ое (разг.).

Остолѳп, -а, *м.* (прост. бран.) – глупец, болван.

Отчѳзна, -ы, *ж.* (высок.) – отечество, родина.

Побѳры, -ов. 1. Чрезмерные, непосильные налоги или сборы (устар.). 2. *перен.* Неофициальные сборы средств на что-нибудь (разг. неодобр.).

Предувѳдомить, -млю, -мишь; -мленный; *сов., кого-что* (устар. и офиц.) – заранее уведомить.

Ристѳлице, -а, *ср.* (стар.) – площадь для гимнастических, конных и других состязаний, а также само такое состязание.

Свѳра, -ы, *ж.* (прост.) – шумная перебранка, ссора.

Торгѳш, -а, *м.* 1. То же, что торговец (устар. неодобр.). 2. *перен.* Человек, который выше всего ставит свою выгоду, корысть, личный интерес (презр.).

Умка, -и, *м.* (обл.) – белый медведь.

Уповѳние, -а, *ср.* (книжн., часто ирон.) – то же, что надежда.

Хѳм, -а, *м.* (презр. и бран.) – грубый, наглый человек.

Задание 4. *Познакомьтесь с пометами, используемыми в орфоэпических словарях, словарях грамматических трудностей и т. п. Какие пометы указывают на императивную норму, а какие на диспозитивную? Запишите их в предложенную ниже таблицу.*

НОРМАТИВНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА СЛОВ²

Словарь является не просто нормативным, а ставит своей задачей показать литературную норму во всем многообразии ее проявлений. В отличие от большинства нормативных словарей, словарь отражает и такие факты речи, которые считаются неверными с точки зрения литературной нормы. Все запретительные пометы, которые характеризуют неверные варианты, снабжаются значком «восклицательный знак» (!). В Словаре используются ясные и общедоступные способы нормативной оценки вариантов.

1. Равноправные варианты соединяются союзом *и*:

бѳрхатка *и* бархѳтка;

ведѳрцев *и* ведѳрец.

При этом на первом месте помещается обычно традиционный вариант, более частотный в употреблении.

2. Помета «допустимо» (*и доп.*) свидетельствует о том, что оба варианта соответствуют нормам литературного языка. Естественно, что предпочтителен вариант, помещѳнный на первом месте. Такая помета используется, как правило, применительно к

² Орфоэпический словарь русского языка для школьников / Сост. О. А. Михайлова. Екатеринбург: У-Фактория, 2002. С. 6-8.

новым, входящим в норму вариантам ударения, произношения и грамматическим формам. Например:

бредо́вый и *доп.* бредово́й;
белёсый и *доп.* белёсый;
ма́шет и *доп.* маха́ет.

3. Помета «допустимо устаревшее» (*доп. устар.*) означает, что второй вариант, хотя и находится в пределах литературной нормы, всё реже встречается в речевой практике, постепенно утрачивается, переходя в пассивный языковой фонд. Например:

ворва́лся и *доп. устар.* ворвался́
вспё́ненный, -ая, -ое, *кратк. ф.* вспё́нен, вспё́нена и *доп. устар.* вспе́ненный, вспе́нен, вспене́на
бу́до[чн]ик и *доп. устар.* бу́до[шн]ик.

4. Помета «не рекомендуется» (*не рек.*) применяется в тех случаях, когда отмеченный ею вариант в данное время не признаётся нормативным. Однако его широкое употребление в современной речи и соответствие общим тенденциям языкового развития не исключают возможности признания этого варианта литературной нормой в будущем. Например:

бало́ванный ! *не рек.* ба́лованный;
вручи́т ! *не рек.* вру́чит;
грифе́ли, -ей ! *не рек.* грифеля́, -е́й.

5. Помета «не рекомендуется устаревшее» (*не рек. устар.*) означает, что снабжённый ею вариант, ныне находящийся за пределами нормы, представляет собой бывшую норму. Например:

горшо́чек, горшо́чка ! *не рек. устар.* горше́чек;
да́рит ! *не рек. устар.* дару́т.

6. Помета «неправильно» (*неправ.*) служит для предупреждения распространённых речевых ошибок. Например:

вы́боры, вы́боров ! *неправ.* выбо́ра, выбо́ров;
компроме́товать, -рую, -рует ! *неправ.* компроме[н]ту́ровать

Рекомендательные пометы	Запретительные пометы

ТЕМА 2. ОРФОГРАФИЧЕСКИЕ И ПУНКТУАЦИОННЫЕ НОРМЫ

Цель – повторить основные правила орфографии и пунктуации русского языка.

Основные понятия темы:

Орфографические нормы – это правила написания слов.

Пунктуационные нормы – это правила расстановки знаков препинания.

Задание 1. Повторите правописание гласных (безударных и чередующихся) и согласных в корне слова. Перепишите текст, вставив пропущенные буквы. Расставьте знаки препинания. Объясните свой выбор.

Я р...шил в...рнуться д...мой. Быстрыми шагами я прошел зар...сли кустов. У моих ног т...нулась р...внина а дальше ст...ной возвышался мрачный лес. Я осм...трел окрес...ность и спустился с х...лма. Высокая тр...ва на дне д...лины б...лела р...вной скат...ртью. Я вышел на опушку и пошел полем. Трудно было проб...раться по у...кой тр...пинке. Кругом р...сла высокая ро...ь. Н...чная птица промчалась и к...снулась меня св...им крылом. В т...шине глухо разд...вались мои шаги. Но вот на в...чернем небе стали заж...гаться звезды. Забл...стел серп м...л...дого мес...ца. Теперь я узнал д...рогу и предпол...гал что через час буду дома.

Задание 2. Повторите правописание приставок. Перепишите предложения, вставив пропущенные буквы. Расставьте недостающие знаки препинания при однородных членах предложения.

Перед самым селом п...р...езжаем речку вброд. На спуске перед церковью ра...ливается море сарафанов мужицких голосов. Народ все пр...бывает мужики в пиджаках ребятишки со свистульками, на ра...пряженных телегах сидят пр...старелые пр...езжие. Над колокольнями белеют верхи палаток, а над ними – облака, и падают вьются стрелами свищут в воздухе стрижи.

Медленно пр...бираясь в ра(с, сс)тупившейся толпе, по...ъезжаем к ограде пр...вязываем лошадей. На дощатом пр...лавке ра...ложены картинки и книги, и мещанин-пр...давец по...совывает календари и книги с з...манчивыми названиями. Всё смех и ржанье лошадей крик бабы, ругающей мужика, (с, з)ливается в один ярмарочный гул. За время работы ярмарки хочется успеть (с, з)делать многое пр...смотреть липового меда п...дешевле п...торговаться в свое удовольствие пр...купить гостинцев родным.

В обед негаданно с...бирается туча, и дождь, по...нимая пыль, барабанит по усыпанной по...солнечной шелухой дороге. Но летний дождь быстро пр...ходит, и яркая радуга, упершись в реку, широким полотенцем ра...кидывается над ярмаркой. С ярмарки народ ра...ъезжается только после обеда. (По И. Соколову-Микитову)

Задание 3. Повторите правописание Ъ и Б (учтите разные функции Б). Перепишите, вставив, где необходимо, пропущенные буквы.

Пред...юбилейное мероприятие, обжеч...ся огнем, решил удалит...ся проч..., кофе был горяч..., достан...те багаж..., чувствовать гореч... неудач..., быть по-волч...и, любител...ская кинос...емка, должность камен...щика, выйти замуж... осен...ю, береч... здоров...е, сроч...ный заказ, лечить кон...юнктивит, уловить фал...ш... в голосе, трех...этажный павил...он, заменить мед...ю, назнач...те время трех встреч..., с...еш... во время лан...ча, следить за своей реч...ю, купает...ся в реке, оформиш... пен...сию, остав...те антиквару старинную брош..., четырех...ядерный процессор, волосы до плеч..., сер...езный компан...он, умнож...те полученный резул...тат, он хорош... собой, выявить из...ян, декабр...ские морозы, с...агитировать на выборы, коротко стрич...ся, сверх...естественный об...ект, боиш...ся ос...минога, неб...ющаяся вещ..., об...емный текст п...есы, не забуд...те плащ..., невтерпеж... ждать, раз...яренный бык, разрабатывать кар...ер.

Задание 4. Повторите правописание Н и НН в причастиях, прилагательных и образованных от них формах. Перепишите текст, вставив пропущенные буквы и расставив недостающие знаки препинания при причастных оборотах. Причастные обороты подчеркните.

Было нестерпимо холодн...о, и даже не верилось, что днем придется жариться в раскален...ом пекле. Среди потрескавшихся от зноя пород обнаруживаются словно бы отполирован...ые плиты гранита. В этом заброшен...ом неповторимом уголке необозримой пустыни существование человека – никогда не прекращающееся сражение с природой. Палатки кочевников соседствуют с домами сложен...ыми из обожжен...ого кирпича.

Снаружи жилище покрывает сетка сплетен...ая из жесткой травы. Узор наносится и на пленку, которой палатка скрепляется изнутри.

Все палатки украшен...ы под цвет камен...ых глыб. Комнаты соединен...ы переходами из плетен...ых циновок. Все разложено...о аккуратно...о, повсюду чистота. Сбоку вышел мужчина в незаменимом традицион...ом облачении. На нем накидка казавшаяся накрахмален...ой. Бросался в глаза и меч повеш...н...ый к поясу.

Геолог подходит к карте разукрашен...ой цветными пометками. Все, что нанесен...о на нее, – плод трудн...ых поисков в горах прокален...ых солнцем. Новые месторождения открывают разведчики недр. (По Б. Фетисову)

Задание 5. Повторите правописание НЕ и НИ с разными частями речи. Перепишите текст, вставив пропущенные буквы и раскрыв скобки.

Нет (н...)чего лучше Невского проспекта, по крайней мере в Петербурге. Чем (н...)блестит эта улица – красавица нашей столицы! Я знаю, что (н...)один из бедных чиновных ее жителей (н...)променяет на все блага Невского проспекта. Да и кому же он (н...)приятен? Здесь единствен...ое место, где показываются люди (н...)по(н...)обходимости, куда загнала их надобность и меркантильный интерес, об...емлющий весь Петербург. Здесь житель Петербургской или Выборгской части, (н...)сколько лет (н...)бывавший у своего приятеля в Песках или у Московской заставы, может быть уверен, что встретится с ним (н...)пр...мен...о.

Можно сказать решительно, что в это время, то есть до двенадцати часов, Невский проспект (н...)составляет (н...)(для)кого цели, он служит только средством: он постепен...о заполняется лицами, имеющими свои занятия, свои заботы, свои досады, но вовсе (н...)думающими о нем. В это время, что бы вы на себя (н...)надели, хотя бы даже вместо шляпы был картуз у вас на голове, хотя воротнички слишком высунулись из вашего галстука, – (н...)кто этого (н...)заметит. (по Н. В. Гоголю)

Задание 6. Повторите правописание наречий и частиц. Перепишите текст, вставив пропущенные буквы и раскрыв скобки. Вставьте недостающие знаки при деепричастных оборотах. Деепричастия подпишите.

Лето выдалось знойное и сокрушило все. Земля иссохла, прокалилась до того, что ящерицы (не)боясь (ни)кого прибегали на порог с отчаянно колотящимися глотками, лиш...(бы) куда(нибудь) спрятаться. А коршуны забирались (в)высь и (на)долго умолкали в горящем мареве.

И ребят непоседливых сморила (не)померная жара. Они прятались от нее под стенами домов выглядывая (из)редк... (от)туда на проходящие мимо них пассажирские и товарные поезда. Когда у разъезда составы сбавляли ход, детям казалось, что уж... этот(то) поезд

притормозит и остановится. Они бежали за ним (в)догонку заслоняясь ручонками от солнца и (по)детски наивно надеясь укатить из пекла.

Тяжко было смотреть, с какой завистью и печалью малыши глядели (в)след уходящим в неизвестность, (на)стеж... раскрытым вагонам. Пассажиры выглядывали из открытых окон, то(же) сходили с ума от духоты и мечтали о том, что(бы) (на)утро очутиться там, где прохладные реки и зеленые леса. Вряд(ли) они задумывались о том, что жара может задержаться... (По Ч. Айтматову)

Задание 7. *Повторите правила постановки знаков препинания в сложных предложениях. Перепишите предложения, расставив знаки препинания. Обратите особое внимание на пунктуацию при однородных и обособленных членах предложения. Подчеркните грамматические основы.*

1. Сначала соседи смеялись между собою над высокомерием Троекурова и каждый день ожидали чтоб незваные гости посетили Покровское где было им чем поживиться но наконец принуждены были с ним согласиться и сознаться что и разбойники оказывали ему непонятное уважение. (А. С. Пушкин)

2. Раза три в год Финский залив и покрывающее его серое небо нарядаются в голубой цвет и млеют любуясь друг другом и северный человек едучи из Петербурга в Петергоф не насмотрится на редкое чудо млеет в непривычном зное и все заликует дерево цветов и животное. (И. А. Гончаров)

3. Я писал вам как мы гонимые бурным ветром дрожа от холода пробежали мимо берегов Европы как в первый раз пал на нас у подошвы гор Мадейры ласковый луч солнца и заплескали голубые волны засияли синие небеса как мы жадно бросились к берегу погреться горячим дыханием земли. (И. А. Гончаров)

4. Иногда бывает что облака в беспорядке толпятся на горизонте а солнце прячась за них красит их и небо во всевозможные цвета в багряный оранжевый золотой лиловый грязно-розовый. (А. П. Чехов)

5. Направо темнели холмы налево все небо было запито багровым заревом и трудно было понять был ли то пожар или же собиралась всходить луна. (А. П. Чехов)

6. Живя здесь я реже попадался на глаза отцу и его гостям и мне казалось что если я живу не в настоящей комнате и не каждый день хожу в дом то слова отца что я сижу у него на шее звучат уже как будто не так обидно. (А. П. Чехов)

7. Он пел и от каждого звука его голоса веяло чем-то родным и необозримо широким словно знакомая степь раскрывалась перед нами уходя в бесконечную даль. (И. С. Тургенев)

8. Большая низкая лампа с непрозрачным абажуром стоящая на письменном столе горела ясно но освещала только поверхность стола да часть потолка образуя на нем дрожащее круглое пятно света в остальной комнате все было в полумраке в нем можно было разглядеть только шкаф с книгами большой диван еще кое-какую мебель. (В. Гаршин)

9. Куда ни обращаешь взор всюду как будто встречаешь быстро удаляющийся образ лета которое время от времени оборачивается назад и бросает прощальную меланхолически-задумчивую улыбку. (Д. Григорович)

10. А на него посмотришь и кажется что вся эта земная деятельность для него только лишь забава и ею занят он пока а настоящие его заботы где-то впереди куда порою устремлялись его бойкие но как бы неживые оловянного блеска глаза. (Ф. Сологуб)

11. На седом фоне тумана ближайшие сосны однотонно плоско и неясно вырисовываются своими прямыми и голыми стволами и в их неподвижности среди этой голубой тишины и среди этого холодного тумана чувствуется что-то суровое печальное и покорное. (А. И. Куприн)

ТЕМА 3. АКЦЕНТОЛОГИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – повторить характеристику русского языка, составить собственный акцентологический словарь при выполнении упражнений³.

Основные понятия темы:

Акцентологические нормы – это правила постановки ударения в слове.

Омонимы – слова, у которых от постановки ударения зависит значение.

Задание 1. *Расставьте ударения в следующих словах. Укажите варианты постановки ударения (например, ста́ртер и ста́ртёр):*

1) Асимметрия, блага, кулинария, столяр, добыча, плато, диоптрия, творог, средства, шофер, туфля, эксперт, кремьнь, страховщик, нефтепровод, маркетинг, шасси, христианин, рассредоточение, досуг, жалюзи, танцовщица, шарфы, торты, искра, бармен, вероисповедание, квартал, симметрия, диспансер, обеспечение, склады, таможня, щебень, баржа, алкоголь, индустрия, приговор, генезис, договор, свекла, бижутерия, каталог, ходатайство, километр, пережитое, хвоя, полиграфия, ортопедия, пиццерия, стюард, овен, упрочение (*имена существительные*).

2) Асбестовый, совестливый, мизерный, оптовый, мастерски, украинский, втридорога, важно, тотчас, просмотрный, завидно, правы, давнишний, стары, одновременный, красивее, красивейший, равны, семестровый, счастливо, досыта, иначе, поутру, начерно, зубчатый (*имена прилагательные и наречия*).

3) Аранжировать, заржаветь, нормировать, убыстрить, заплесневеть, новорожденный, опошлить, баловать, балованный, расклешенный, дарит, включишь, включенный, копировать, повторишь, понял, звонит, закупорить, начался, начатый, положить, положил, вручит, врученный, доложишь, облегчить, осведомиться, премировать, черпать, ободрить, пломбировать, вогнутый, вскружит, буксировать, скрещенный, разрыхлить, плодоносить, наклоненный, окислить (*глагольные формы*).

Задание 2. *Поясните, как зависит значение от постановки ударения в следующих словах (омонимах):*

Глазки, замок, рожки, выкупать, ирис, характерный, полки, хлопок, мука, вычитать, орган, видение, острота, трусить, свойство, гвоздики, бронировать, кредит, угольный, правило, провидение, полнить, лавровый, электрик.

Например: пла́чу (1 лицо ед. число от глагола «плакать») – плачу́ (1 лицо ед. число от глагола «платить»).

³ При выполнении заданий пользуйтесь орфоэпическим словарем или словарем трудностей при постановке ударения.

Задание 3. Прочитайте предложения, обращая внимание на постановку ударения в подчёркнутых словах. Составьте по аналогии свои предложения, используя любые слова из задания 1 и / или 2.

1. В последнем квартале этого года эксперты одной из фирм заключили выгодный договор на прокладку газопровода, за что были премированы. 2. Для обеспечения здорового образа жизни исключите из своего рациона арахис, торты и алкоголь, а включите в него творог, свеклу и щавель. 3. В мебельном отделе нашего торгового центра вы можете приобрести красивейшие кухонные гарнитуры по оптовым ценам.

ТЕМА 4. ОРФОЭПИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – повторить правила транскрибирования слов, выявить основные трудности в плане произношения, составить собственный орфоэпический словарь при выполнении упражнений⁴.

Основные понятия темы:

Орфоэпические нормы – это правила произношения слов.

Транскрипция – графическая запись того, как произносится слово (всегда в квадратных скобках).

Задание 1. Отметьте правильное произношение сочетания ЧН в следующих словах. Распределите слова на три группы:

[шн]	[шн] и [чн]	[чн]

1) Шуточный, копеечный, отличник, девичник, будничный, булочная, очечник, полуночник, нарочно, прачечная, скучно, скворечник, горчичник, Фоминична, яичница, достаточно, порядочный, горничная, Никитична, двоечник, пустячный, Ильинична, конечно, спичечный, подсвечник, Кузьминична.

2) Шапочный мастер – шапочное знакомство, сердечные капли – друг сердечный, подаренная перечница – чертова перечница.

Задание 2. Отметьте правильное произношение согласного перед Е в следующих словах. Распределите слова на три группы:

Твёрдое произношение	Варианты	Мягкое произношение

Автосервис, дефис, агрессия, дендрарий, бухгалтер, депрессия, гарем, термин, шинель, термос, патент, сессия, тенденция, рейд, газель, дезодорант, фанера, Одесса, академия, бизнесмен, деградация, менеджер, музей, деканат, темперамент, тезис, аксессуар, протекция, бандероль, гипотеза, детектив, кредо, бассейн, экспресс, дедукция, декада, темп, терапевт, дефицит, интервал, дебаты, рельсы, ниппель, компетентный, дезинформация, пресса, цистерна, стратегия, тренинг, сенсорный, сейф, портмоне.

⁴ При выполнении заданий пользуйтесь орфоэпическим словарем или словарем трудностей произношения.

Задание 3. Прочитайте слова, обращая внимание на произношение ударного звука, обозначенного буквой Е:

1) Острие, поблекший, афера, хребет, оседлый, одноименный, маневренный, опека, жернов, желчь, блеклый, желоб, безнадежный, бытие, повлекший, жердочка, никчемный, гладкошерстный, гашеный, недоуменный.

2) Именительный падеж – падеж скота;

Истекший срок – истекший кровью;

Кричит как оглашенный – оглашенный приговор;

Совершенные пропорции – совершенные поступки;

Крестный ход – крестный отец.

Задание 4. Прочитайте слова, обращая внимание на произношение выделенных согласных:

1) Масса, суррогат, группа, грипп, террраса, атттестат, колллега, металл, сумма, аннотация, кристалл, одиннадцать, иллюзия, ванна, апелляция, касса, галллюцинация, нетто.

2) Дрожжи, бухгалтер, позже, вожжи, изжарить, выжженный, пессчанный, изжить, разжать, жесттче, низзий, дожди, реззче, виззать, изжога, массштаб, можжевельник, безжизненный, рассчет, съеззу, приезжай.

Задание 5*. Прочитайте следующий текст, обращая внимание на правильное произношение и постановку ударения в подчеркнутых словах:

Примером успешного ведения бизнеса в различных отраслях экономики является деятельность фирмы «Mihail-tur». За 11 лет ее существования удалось сформировать коллектив профессионалов из высококвалифицированных менеджеров, компетентных экспертов, торговых агентов. Компании принадлежат две трети долей уставного фонда АО «Лейбл-мастер», владельца одного из крупнейших торговых центров города. Занимаясь оптовым поставкам подростковой одежды, фирма поддерживает связи с модельными агентствами, что позволяет обновлять коллекции на 15 процентов каждый квартал. С ассортиментом одежды можно познакомиться по объемному каталогу, размещенному на корпоративном интернет-сайте. Руководство фирмы заявило о намерении углубить это направление, для чего налаживаются связи с другими поставщиками, проводятся маркетинговые исследования с целью изучения конъюнктуры рынка в трех крупнейших областях региона. В планы компании входит также сосредоточение средств в области дорожного строительства. Начата подготовка к тендерным торгам, намеченным на первую декаду ноября, к участию в которых приглашаются компании, заинтересованные в строительстве современного путепровода.

ТЕМА 5. СЛОВООБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ НОРМЫ

Цель – вспомнить состав слова, научиться находить в предложениях ошибки, связанные с неверным образованием слова.

Основные понятия темы:

Словообразовательные нормы – это правила образования новых слов.

Задание 1. Найдите в предложениях слова, в которых нарушена словообразовательная норма, запишите их. Выделите неправильно выбранную часть слова (приставку, суффикс). Исправьте допущенные ошибки.

1. Завесьте, пожалуйста, килограмм помидоров с витрины. 2. Студенты в очередной раз немного запоздали на лекцию. 3. Уважаемые пассажиры, проходите по-быстрому в середину вагона или садитесь взади. 4. Он был коренным курчанином и после учебы в Москве вернулся в родной Курск. 5. Чтобы сдать зачет, важно завсегда посещать занятия. 6. Одна из самых актуальных проблем современной России – это взяточничество в государственных учреждениях. 7. После концерта микрофоны со сцены надо будет перенести взад. 8. Многие кавказские народы отличает их гостеприимчивость. 9. Моя жизнь в этом году была наполнена заботами о заканчивании школы и поступлении в университет. 10. Сегодня у первого курса была лекция по химии заместо высшей математики.

ТЕМА 6. ЛЕКСИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – вспомнить основные типы речевых ошибок, связанных со значением слова.

Основные понятия темы:

Лексические нормы – это правила употребления слова в точном значении, которое закрепилось в литературном языке и зафиксировано в толковых словарях.

Паронимы – это слова однокоренные, близкие по форме, но абсолютно разные по значению.

Речевая избыточность – это употребление лишних слов (тавтология, плеоназм).

Лексическая сочетаемость – это способность слова соединяться с другими словами по значению.

Жаргонизм – слово, свойственные для речи той или иной социальной, профессиональной группы людей.

Фразеологизм – устойчивое словосочетание, смысл которого не определяется значением отдельно взятых слов

Задание 1. Объясните разницу в значении приведенных ниже паронимов. Составьте с каждым из них словосочетание, подобрав подходящее по смыслу слово.

Осудить – обсудить, удачливый – удачный, соседний – соседский, жилой – жилищный, поступок – проступок, опечатки – отпечатки, командированный – командировочный, усвоить – освоить, эффектность – эффективность, невежа – невежда, представить – предоставить, цельный – целый, искусный – искусственный, практический – практичный; гуманный – гуманистический – гуманитарный; плодовитый – плодовый – плодотворный, экономический – экономичный – экономный.

Задание 2. Найдите в следующих предложениях избыточные словосочетания, выпишите их. Объясните причину избыточности, указав на лишнее слово (или лишние слова).

1. При входе в «Копирус» висит преysкурaнт цен на предлагаемые услуги. 2. Уезжая из Москвы, мы купили памятные сувениры в киоске у вокзала. 3. Для преподавателя важно то, какие взаимоотношения друг с другом сложились между студентами в группе. 4.

Неприятно резал слух голос, доносившийся из конференц-зала. **5.** Депутату приходится встречаться со всеми социальными слоями общества.

Задание 3. Найдите в следующих предложениях иноязычные по происхождению слова, которые употреблены в неточном значении. Запишите свой вариант исправления.

1. Рабочий станка допустил целый ряд дефектов при изготовлении деталей. **2.** Пейзаж Екатеринбурга за последние десять лет обогатился современными постройками, хотя многие памятники архитектуры и были реконструированы до основания. **3.** В целях профилактики основное внимание уделяется ранним проявлениям, т. е. дебюту гриппа. **4.** Для окон актового зала мы долго искали гардины длиной 4 метра, а уже потом подбирали шторы в тон стен. **5.** В январе состоялся бенефис талантливого исполнителя: он впервые выступал на профессиональной сцене.

Задание 4. Найдите в следующих предложениях нарушения правил лексической сочетаемости слов. Запишите свой вариант исправления.

1. Грамотный руководитель должен показывать образец своим подчиненным. **2.** Нововведения сыграли важное значение в развитии горного комбината. **3.** Красочное оформление детских книг издательства «Эгмонт» должно вызвать внимание и заинтересовать покупателей. **4.** Новогодний спектакль в Театре кукол оказал на детей большое впечатление. **5.** Первую лекцию по геологии в этом году провел молодой преподаватель.

Задание 5. Найдите в предложениях жаргонные, просторечные, разговорные слова, замените их литературным вариантом и запишите исправленный вариант.

1. Несколько студентов до сих пор не отнесло хвостовки в деканат. **2.** В центре Екатеринбурга забабахали очередную свечку. **3.** Я считаю, что необходимо избавляться от любой нецензурщины в нашей речи. **4.** После окончания вуза мы решили замутить свой бизнес, решив, что в этом деле нам по-любому повезет. **5.** Работяги привыкли вкалывать на заводе от зари до зари.

Задание 6. Исправьте в следующих предложениях речевые ошибки, вызванные неправильным употреблением фразеологизма.

1. Михаил на публике говорит очень убедительно, язык у него хорошо подвязан. **2.** Туристам кинулась в глаза красота уральской природы. **3.** Его обещания рубля ломаного не стоят. **4.** Об умельцах у нас говорят: «Они в своем деле коня подковали». **5.** К сожалению, студенты редко сейчас грызут камень науки по-настоящему.

Задание 7*. Найдите и исправьте в следующих предложениях речевые ошибки. Запишите правильный вариант.

1. Норвежские спортсмены по-прежнему остаются нашими самыми серьезными оппонентами в биатлоне. **2.** В своей работе руководители горных предприятий руководствуются новейшей научной и методической литературой. **3.** Многодетным семьям, чтобы жить достойно, приходится искать несколько истоков доходов. **4.** Обычно мы общаемся, не придавая важности невербальным средствам коммуникации. **5.** Екатеринбургская Епархия активно распространяет душевную литературу. **6.** Продукты Черкашинского мясокомбината пользуются авторитетом у покупателей. **7.** Исправьте

ошибки в контрольной работе так, чтобы было правильно. **8.** Все места на парковке были заняты, и поэтому много машин толпилось на обочине. **9.** К маю ветераны ВОВ получили очередную добавку к пенсии. **10.** После собеседования она сказала, что на должность промоутера брали только смазливых молодых людей. **11.** В прошлом году выдался неурожайный год в плане картошки. **12.** Ребенок с рождения имитирует поведение родителей. **13.** На Неделе первокурсника нам сразу выдали студики и зачётки. **14.** Команда нашего факультета заняла первенство в смотре художественной самодеятельности. **15.** После первых же дней изнурительной работы на Севере очень хотелось вернуться назад домой.

ТЕМА 7. МОРФОЛОГИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – вспомнить правила определения рода у существительных и аббревиатур, особенности несклоняемых существительных, образования некоторых грамматических форм разных частей речи и научиться исправлять ошибки, связанные с их неверным образованием (все это с опорой на учебную литературу и словари⁵).

Основные понятия темы:

Морфологические нормы – это правила образования грамматических форм слова.

Задание 1. *Определите род у следующих существительных и аббревиатур. Подберите к ним подходящие по смыслу прилагательные (или причастия), учитывая правила синтаксического согласования.*

1) Атташе, авеню, адвокат, ампула, ассорти, аэрозоль, белоручка, бра, безе, боа, боди, бродяга, видео, визави, врач, выскочка, гну, гуру, денди, доцент, евро, жалюзи, жюри, зануда, иваси, какаду, кантри, каре, кашне, кенгуру, киви, кимоно, колибри, коллега, колли, кольраби, кофе, крупье, кутюрье, лама, левша, манго, картины, маэстро, меню, миледи, монпансье, недоросль, непоседа, ниндзя, пани, пари, педагог, пенальти, пенсне, пони, преподаватель, протеже, профессор, растяпа, резюме, рефери, сабо, салями, сирокко, спагетти, табу, такси, тамада, танго, толь, торнадо, турне, тюль, фламинго, фрау, хачапури, хиппи, цеце, цунами, шасси (*склоняемые и несклоняемые существительные*).

2) Айдахо, Бали, Борнео, Гоби, Дели, Калахари, Капри, Килиманджаро, Колорадо, Лимпопо, Мехико, Миссисипи, Онтарио, Сорренто, Тбилиси, Толедо, Чили (*имена собственные*).

3) АО, АТС, БАМ, бомж, ВТО, вуз, ГАЗ, ГОК, ГУМ, ДК, дот, ДСП, ДТП, жэк, колхоз, КПП, ЛДПР, МВД, МИД, НИИ, НХЛ, НЭП, общепит, ООН, ПК, полпред, СЕ, СМУ, СНГ, СССР, ТАУ, ТВ, ТРЦ, УЗТМ, ФГБОУ, ФМС, ФСБ, ЦУМ (*аббревиатуры*).

Задание 2. *Определите род у следующих сложносоставных существительных. Составьте с ними словосочетания **прил.** + **сущ.***

Диван-кровать, музей-квартира, генерал-губернатор, плащ-палатка, идея-фикс, конференц-зал, жар-птица, кафе-столовая, чудо-человек, матч-реванш, салон-парикмахерская, программа-максимум, женщина-космонавт, альфа-излучение, ракета-носитель, премьер-министр, кофе-пауза.

⁵ При выполнении заданий пользуйтесь орфоэпическим словарем или словарем грамматических трудностей.

Задание 3. Определите, какие фамилии при заполнении бланка письма или заявления будут склоняться, а какие нет. Обращайте внимание на пол человека. Запишите эти имена и фамилии в нужном падеже.

Кому:

Сергей Левченко, Александр Живаго, Елена Сверчук, Анна Шевченко, Константин Ярош, Татьяна Чубинец, Вероника Лежава, Андрей Горенко, Борис Станкевич, Виталий Воробей, Ирина Шевчук, Иван Миклухо-Маклай, Виктор Доброво, Владислав Карамыш, Анна Диоп, Андрей Кожемяк, Мария Мицкевич, Петр Галаган, Маргарита Венда, Вадим Черных.

От кого:

Николай Черныш, Наталья Седых, Светлана Карась, Семен Фоменко, Лев Щерба, Сергей Соловьев-Седой, Александр Максимаджи, Екатерина Франюк, Леонид Березняк, Юлия Родных, Максим Жук, Алёна Ремесло, Николай Стрижак, Наталия Черных, Марат Ардзинба, Вера Ноздреватых, Виктория Приходько, Евгений Столпнер, Кирилл Шапиро, Станислав Горбачевич.

Задание 33. Заполните таблицу следующими существительными, в зависимости от того, как у них образуется форма именительного падежа множественного числа.

Окончание -а/ -я	Окончание -ы/ -и	Варианты -а/ -я и -ы/ -и

Отдельно укажите существительные, у которых от выбора окончания в этой форме зависит значение (например, ордера – «документы» и ордеры – «элементы в архитектуре»).

1) Брелок, бухгалтер, ветер, вексель, возраст, герб, год, директор, договор, жемчуг, инженер, инспектор, клин, колос, купол, лектор, медвежонок, небо, окорок, офицер, отпуск, пандус, паспорт, плинтус, почерк, прииск, прожектор, профессор, ребенок, редактор, сектор, семя, слесарь, столяр, сторож, табель, токарь, тополь, трактор, хозяин, цех, чудо, шило, шофёр, штемпель.

2) Корпус, лагерь, образ, повод, полоз, полутон, провод, пропуск, прут, тормоз, хлеб.

Задание 4. Образуйте форму родительного падежа множественного числа от следующих существительных. Отметьте наличие вариантов (например, ла́сты – ла́стов и ла́ст□).

Армяне, апельсины, басни, блюда, болгары, ботинки, брызги, буряты, валенки, гардемарины, гектары, граммы, грузины, дела, деньги, джинсы, заморозки, казахи, калории, кастрюли, килограммы, клавиши, комментарии, макароны, мандарины, мечты, микроны, мокасины, носки, осетины, партизаны, перила, перипетии, петли, плечи, полотенца, поместья, помидоры, просьбы, развилки, рельсы, русла, сани, сапоги, сбои, свадьбы, сваи, свечи, серьги, солдаты, тапочки, тиски, турки, туфли, цыгане, чукчи, чулки, южане, юнги, яблоки, ясли.

Задание 5. Раскройте скобки, заменяя цифровые обозначения словами, правильно определяя падеж числительных и существительных.

1. Выборы в Государственную Думу состоялись в (358 округов). 2. Появилась серия вспомогательных пособий с (5 735 чертежей). 3. Теплоход с (657 отдыхающих) плыл вниз по Волге. 4. За время последней экспедиции мы прошли свыше (2 580 километров). 5. Нарушения техники безопасности были выявлены на (4 893 предприятия).

Задание 6. *Исправьте неверное употребление числительных в следующих предложениях:*

1. Лекция по философии будет прочитана для **обоих** студенческих групп. 2. Мать-героиня воспитала **семерых** сыновей и **четверых** дочерей. 3. Забор тянулся по **обоим** сторонам улицы и ограничивал движение. 4. **Двоих** подруг она уже встретила по приезду в родной город. 5. Главные достопримечательности Санкт-Петербурга расположены по **обеим** берегам Невы.

Задание 7. *Выпишите из предложений неправильно образованные грамматические формы. Запишите исправленный вариант.*

1. Всем стало понятно, что **ейное** предложение по реконструкции здания не будет одобрено. 2. После второго матча наша команда оказалась в более лучшем положении. 3. Староста пожаловалась преподавателю, что наша группа не **влазает** в аудиторию 3519. 4. **Съезды** в другой город, она поняла, как хорошо на родине. 5. Ремонтники уже второй месяц не могли сменить треснутое стекло в окне. 6. Он схватился за канат **двумя** руками. 7. Хозяйка встретила гостей в бигудях и халате. 8. Наши альпинисты покорили самые высочайшие вершины мира. 9. Я надеялся, что к началу сессии **выздоровлю**. 10. В этот раз студенты справились с заданием еще более хуже.

Задание 8. *Найдите нарушения морфологических норм. Запишите исправленный вариант предложений.*

1. Новый преподаватель кажется более образованнее. 2. Студенческое общежитие находится в полтора километрах от здания университета. 3. ФНС был создан как федеральный орган исполнительной власти. 4. В магазине «Лео-строй» разнообразные варианты цветных жалюзи. 5. Куратор совсем не интересовался ихними проблемами в учебе. 6. МВФ выделило очередной транш в 1,5 миллиарда долларов. 7. В столовой нельзя пользоваться лопнутыми стаканами. 8. Эту сумму мы добавим к тысяче двести сорокам рублям. 9. На конференцию молодых ученых пригласили самых умнейших студентов старших курсов. 10. Вскоре Сергей Исаев стал популярной тамадой на свадьбах и других торжествах. 11. На вновь открытое предприятие требуются бухгалтера, сторожи и инженера АСУП. 12. Южнее Сочи находится солнечное Сухуми. 13. На дипломную практику горный комбинат принял троих девушек с нашего курса. 14. Мама традиционно купила пять килограмм мандарин и апельсин для праздничного новогоднего стола. 15. Увидя раздраженное состояние преподавателя, студентка решила с ним не спорить.

ТЕМА 8. СИНТАКСИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – повторить основные правила построения словосочетаний и предложений

Основные понятия темы:

Синтаксические нормы – это правила, регулирующие порядок и связь слов в

Задание 1. Раскройте скобки, правильно определив падеж зависимого слова. При необходимости используйте предлоги. Запишите получившиеся словосочетания.

Согласно (устав университета), точка зрения (события), благодаря (поддержка друга), анонс (предстоящие гастроли), вопреки (мнение большинства), наперекор (судьба), вклад (развитие науки), жажда (слава), заведующий (кафедра), по (возвращение) из отпуска, отзыв (курсовая работа), рецензия (новый фильм), оплачивать (проезд), свидетельствовать (необходимость перемен), доказывать (новая теория), поделиться (результаты исследования), апеллировать (здравый смысл), по (прибытие) поезда; предостеречь (опасность) – предупредить (опасность), обращать внимание (недостатки) – уделять внимание (подготовка к экзаменам), уверенность (свои силы) – вера (победа).

Задание 2. Найдите предложения, в которых неверно употреблен деепричастный оборот. Предложите свой вариант исправления.

Образец: Подводя итог проделанной работы, мною был вдвинут ряд предложений по модернизации (действие, названное деепричастием, не относится к подлежащему).

Варианты исправления: 1) Подводя итог проделанной работы, я выдвинул ряд предложений по модернизации. 2) Когда я подвел итог проделанной работы, мною был вдвинут ряд предложений по модернизации. 3) После подведения ряда итогов проделанной работы мною был вдвинут ряд предложений по модернизации.

1. Будучи ребенком, Дмитрия всегда интересовали вопросы, связанные с техникой. 2. Читая произведения русской классики, меня охватывает чувство гордости за отечественную литературу. 3. Не чувствуя ни усталости, ни голода, наш путь к вершине продолжался. 4. Узнав эту прекрасную новость, радости студентов не было предела. 5. Первым, слегка хромя, из автобуса вышел седой старик. 6. Записываясь на практику, у студентов были очень ограничены возможности выбора места ее прохождения. 7. Вспоминая родные места, мне видится наш маленький кирпичный домик в тени тополей. 8. Глядя на ярко освещенные стены Зимнего дворца, у меня возникло желание приехать сюда еще раз. 9. Позвонив в третий раз, он с грустью понял, что никого нет дома. 10. Произведя ряд расчетов, задача была решена студентами в течение 15 минут.

Задание 3. Найдите предложения, в которых неправильно согласовано подлежащее со сказуемым. Запишите исправленный вариант.

1. Много знаменитых людей закончили наш университет. 2. Немало средств были потрачены на восстановление полуразрушенного памятника архитектуры. 3. Несколько важных дат будут отмечены в календаре помимо официальных государственных праздников. 4. На собрание по поводу летней практики явились лишь 31 студент. 5. Часть студентов не справились с итоговой контрольной работой. 6. Множество горожан приняли участие в шествии «Бессмертного полка». 7. Ряд важных вопросов не были решены во время последнего заседания Ученого совета. 8. Половина участников соревнований были размещены в студенческом общежитии. 9. Тысяча периодических изданий имеются в открытом доступе в электронной библиотеке. 10. Газета «Екатеринбургские новости» опубликовали интересную статью о творчестве молодых поэтов и писателей Урала.

Задание 4. Найдите нарушения синтаксических норм. Запишите исправленный вариант предложений.

1. Согласно распоряжения ректора всем студентам и сотрудникам необходимо пройти флюорографический осмотр. 2. Открыв дверь в аудиторию, перед моими глазами предстала странная картина. 3. Важно изучать условия жизни человека и как они связаны с процессами, происходящими сегодня в нашем обществе. 4. Молодежь всегда принимали участие в студенческой самодеятельности и спортивных мероприятиях. 5. В своей новой статье автор исследует и размышляет о возможностях искусственного интеллекта. 6. Приказ был подписан ректором университета, устанавливающий обязательное посещение занятий, и доведен до сведения сотрудников вуза, преподавателей и студентов. 7. Несколько членов Ученого совета не присутствовали на очередном заседании. 8. В район приехал инструктор для подготовки специалистов по борьбе с сельскохозяйственными вредителями из местных жителей. 9. Ученики горного лицея поступают в престижные учебные заведения, родители которых гордятся их успехами в учебе. 10. Можно было согласиться лишь с теми положениями доклада, где приводились статистические данные для подтверждения гипотезы. 11. Сдав нормативы ГТО, большинству из нас был вручен золотой значок. 12. Учебное пособие не только предназначено для преподавателей, а также и для студентов и аспирантов. 13. Скоро будет заселен многоквартирный дом, выросший на глазах за несколько месяцев и который уже приняла комиссия. 14. Нам предложили поселиться в номере-люкс новой гостиницы для туристов с видом на море. 15. Преподаватель попросил студентов, чтобы они ему напомнили на следующем занятии, чтобы он им распечатал раздаточный материал к семинарскому занятию.

ТЕМА 9. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ СТИЛЕЙ

Цель – повторить систему функциональных стилильных стилей русского языка, научиться определять стиль текста и доказывать свою точку зрения в этом вопросе.

КОНСПЕКТ следующего материала к занятию (основные понятия выделены в тексте):

Функциональный стиль – это исторически сложившаяся и социально осознанная разновидность языка, функционирующая в определенной сфере человеческой деятельности и общения, создаваемая особенностями употребления в этой сфере языковых средств и их специфической организацией.

В основе классификации стилей лежат экстралингвистические факторы: сфера применения языка, обусловленная ею тематика и цели общения. Сферы применения языка соотносятся с видами деятельности человека, соответствующими формам общественного сознания: наука, идеология, право, искусство, религия. Выделяются стили официальной речи (книжные): **научный, официально-деловой, публицистический, литературно-художественный, церковно-религиозный**. Им противопоставлен стиль неофициальной речи – **разговорный**, экстралингвистической основой которого является сфера бытовых отношений и общения (быт как область отношений людей вне их непосредственной производственной и общественно-политической деятельности).

Сферы применения языка в значительной мере влияют на тематику и содержание высказывания. Каждая из них имеет свои актуальные темы. Например, в научной сфере обсуждаются проблемы научного познания мира, в сфере бытовых отношений – бытовые

вопросы. Однако в разных сферах может обсуждаться одна и та же тема, но цели преследуются неодинаковые, вследствие чего высказывания различаются и по содержанию, и по форме (см. **Задание 1**).

Каждый стиль обладает определёнными языковыми особенностями (прежде всего лексическими и грамматическими). Можно говорить лишь об относительной замкнутости функциональных стилей: большинство языковых средств в каждом стиле нейтральные, межстилевые. Однако ядро каждого стиля образуют присущие именно ему языковые средства с соответствующей стилистической окраской и едиными нормами употребления.

Следует отбирать слова и конструкции в соответствии с выбранным стилем, особенно в письменной речи. Употребление разностилевых языковых средств в рамках одного текста ведет к появлению стилистических ошибок. Часто встречаются ошибки, связанные с неуместным употреблением канцеляризов, а также злоупотреблением специальными терминами в ненаучном тексте и использованием разговорной и просторечной лексики в книжных текстах (см. **Задание 2**).

Можно сделать вывод, что **стилистические нормы** – это 1) правила употребления языковых средств в соответствии с выбранным стилем и 2) правила выбора стиля, соответствующего условиям общения.

Таким образом, специфические черты каждого функционального стиля можно описать, ориентируясь на целый ряд признаков, которые обозначаются как **стилеобразующие факторы**, а также на его стилевые и языковые особенности. Кроме того, каждый стиль включает в себя тексты разных жанров (см. **Задание 3**).

Функциональный стиль	Стилеобразующий фактор						Жанры
	Доминирующая языковая функция	Форма общественно-го сознания	Основная форма речи	Типичный вид речи	Тон речи	Тип адресата	
Научный	Сообщение	Научное сознание	Письменная	Монолог	Нейтральный	Массовый (подготовленный к восприятию научной информации)	Учебник, монография лекция, научная статья, аннотация, реферат, конспект, тезисы, курсовая работа, выпускная работа, диссертация, доклад
Официально-деловой	Сообщение / воздействие	Правовое сознание	Письменная	Монолог	Нейтральный / императивный	Массовый	Конституция, закон, приказ, указ, распоряжение, положение, регламент, заявление, автобиография, резюме, характеристика
Публицистический	Сообщение + воздействие	Идеологическое сознание	Письменная и устная	Монолог и диалог	Обусловленный содержанием	Массовый	Репортаж, интервью, очерк, дискуссионное выступление, статья, информационная заметка
Литературно-художественный	Воздействие	Эстетическое сознание	Письменная	Обусловленный родом и жанром литературы	Обусловленный эстетической задачей	Массовый (подготовленный к восприятию классических произведений)	Роман, повесть, рассказ, новелла, стихотворение, поэма, баллада
Церковно-религиозный	Воздействие	Религиозное сознание	Письменная и устная	Монолог	Обусловленный ситуативно	Массовый	Исповедь, проповедь, житие, молитва
Разговорный	Общение	Обыденное сознание	Устная	Диалог и полилог	Обусловленный ситуативно	Личный (конкретный собеседник)	Дружеская беседа, семейная беседа, бытовой спор, байка

Задание 1. Прочитайте тексты, посвященные одной теме. Определите функционально-стилевую принадлежность текстов, опираясь на стилиобразующие факторы и языковые особенности каждого из них.

Текст 1

Гроза – атмосферное явление, заключающееся в электрических разрядах между так называемыми кучево-дождевыми (грозовыми) облаками или между облаками и земной поверхностью, а также находящимися над ней предметами. Эти разряды – молнии – сопровождаются осадками в виде ливня, иногда с градом и сильным ветром (иногда до шквала). Гроза наблюдается в жаркую погоду при бурной конденсации водяного пара над перегретой сушей, а также в холодных воздушных массах, движущихся на более теплую подстилающую поверхность.

Текст 2

Как передает наш корреспондент, вчера над центральными районами Пензенской области прошла небывалой силы гроза. В ряде мест были повалены телеграфные столбы, порваны провода, с корнем вырваны столетние деревья. В двух деревнях возникли пожары в результате удара молнии. К этому прибавилось еще одно стихийное бедствие: ливневый дождь вызвал сильное наводнение. Нанесен значительный ущерб сельскому хозяйству. Временно было прервано железнодорожное и автомобильное сообщение между соседними районами.

Текст 3

Доводим до Вашего сведения, что вчера после полуночи над районным центром – городом Нижний Ломов и прилегающей к нему сельской местностью – пронеслась сильная гроза, продолжавшаяся около получаса. Скорость ветра достигала 30-35 метров в секунду. Причинен значительный материальный ущерб жителям деревень Ивановка, Щепилово и Вязники, исчисляемый, по предварительным данным, сотнями тысяч рублей. Имели место пожары, возникшие вследствие удара молнии. Сильно пострадало здание школы в деревне Курково, для его восстановления понадобится капитальный ремонт. Вышедшая из берегов в результате проливного дождя река Вад затопила значительную площадь. Человеческих жертв нет. Образована специальная комиссия для выяснения размеров причиненного стихийным бедствием ущерба и оказания помощи пострадавшему местному населению. О принятых мерах будет незамедлительно доложено.

Текст 4

Ты не поверишь, какая гроза прошла вчера над нами! Я человек не робкого десятка, и то испугался насмерть.

Сначала все было тихо, нормально, я уже собирался было лечь, да вдруг как сверкнет молния, бабахнет гром! И с такой силищей, что весь наш домишко задрожал. Я уже подумал, не разломалось ли небо над нами на куски, которые вот-вот обрушатся на мою несчастную голову. А потом разверзлись хляби небесные... В придачу ко всему наша безобидная речушка вздулась, распухла и ну заливать своей мутной водицей все вокруг. А совсем рядом, что называется – рукой подать, загорелась школа. И стар и млад – все повысыпали из изб, толкутся, орут, скотина ревет – вот страсти какие! Здорово я перепугался в тот час, да, слава Богу, все скоро кончилось.

Текст 5

При Крещении священник крестообразно помазывает лоб христианина святым миром, говоря: «Печать дара Духа Святаго». Впоследствии всякий раз, когда христианин осеняет себя крестным знамением, он поклоняется спасительной Страсти Господней и призывает

крестную силу, иже есть сила крестной смерти нашего Христа. Говоря: «Кресте Христов, спаси нас силою твоею», мы призываем силу крестной жертвы Господа. Поэтому крест обладает великой силой. Например, началась гроза. Сверкают молнии, и в большой железный крест на колокольне тоже может ударить молния. Однако, если стоящий под этим железным крестом христианин имеет на себе вот такой маленький крестик и говорит: «Кресте Христов, спаси мя силою твоею», то молния ему не повредит. В первом случае действуют природные законы: молния попадает в крест и сбивает его на землю. Во втором случае такой вот малюсенький крестик хранит верующего человека, призвавшего на помощь силу Креста.

Текст 6

Между далью и правым горизонтом мигнула молния, и так ярко, что осветила часть степи и место, где ясное небо граничило с чернотой. Страшная туча надвигалась не спеша, сплошной массой; на ее краю висели большие, черные лохмотья; точно такие же лохмотья, давя друг друга, громоздились на правом и на левом горизонте. Этот оборванный, разлохмаченный вид тучи придавал ей какое-то пьяное, озорническое выражение. Явственно и не глухо проворчал гром. Егорушка перекрестился и стал быстро надевать пальто.

Вдруг рванул ветер и со свистом понесся по степи, беспорядочно закружился и поднял с травой такой шум, что из-за него не было слышно ни грома, ни скрипа колес. Он дул с черной тучи, неся с собой облака пыли и запах дождя и мокрой земли. Лунный свет затуманился, стал как будто грязнее, звезды еще больше нахмурились, и видно было, как по краю дороги спешили куда-то назад облака пыли и их тени.

Чернота на небе раскрыла рот и дыхла белым огнем; тотчас же опять загредел гром.

Дождь почему-то долго не начинался... Было страшно темно. А молнии в потемках казались белее и ослепительнее, так что глазам было больно.

Вдруг над самой головой его [Егорушки] со страшным, оглушительным треском разломалось небо; он нагнулся и притаил дыхание, ожидая, когда на его затылок и спину посыпятся обломки... Раздался новый удар, такой же сильный и ужасный. Небо уже не гремело, не грохотало, а издавало сухие, трескучие, похожие на треск сухого дерева звуки. (А. П. Чехов. *Степь*)

Задание 2. Найдите в следующих предложениях стилистические ошибки и запишите исправленный вариант.

1. Некоторым министрам необходимо включить мозги, чтобы до них дошло, что на прожиточный минимум люди в России могут только существовать. 2. В статье сообщается, что левые лекарства отследят по аптекам и конфискуют. 3. Мэр города рассказал, что в настоящее время ведется возведение двух бюджетных высоток в Пионерском поселке. 4. Новый сотрудник редакции сумел нарыть некий компромат на верхушку министерства, но опубликовать материалы ему не дали. 5. Директор гимназии был в ауте, когда ему сообщили, что гимназия получила-таки грант в размере 1 млн. рублей. 6. Бытие в хрущевках и интенсивные трудовые затраты скрашивала душевная атмосфера, царившая в те годы в коллективе. 7. Благополучие родных деревень отстаивает наш председатель, который по восемнадцать часов в сутки мотается по полям, фермам, частит по делам в Екатеринбург. 8. Трудно понять, почему ученый допустил такую промашку в расчетах. 9. Семь школ, которые дислоцируются в нашем районе, переполнены, поэтому некоторым детям приходится ездить за тридевять земель. 10. Избранников народа одолевает такое количество проблем, что у некоторых уже крыша поехала.

Задание 3. *Определите, к какому стилю принадлежит каждый из предложенных текстов⁶. Попробуйте обосновать свою точку зрения.*

Текст 1

В психологии и этике делового общения речь пойдет не столько об абстрактных общепсихологических категориях и принципах, сколько о профессиональных психологических и в то же время практически ориентированных знаниях, которые могут обеспечить успех той или иной деятельности. Под **деловым** понимается общение, обеспечивающее успех какого-то общего дела, создающее условия для сотрудничества людей, чтобы осуществить значимые для них цели. Деловое общение содействует установлению и развитию отношений сотрудничества и партнерства между коллегами по работе, руководителями и подчиненными, партнерами, соперниками и конкурентами. Оно предполагает такие способы достижения общих целей, которые не только не исключают, но, наоборот, предполагают также и достижение лично значимых целей, удовлетворение личных интересов.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 2

Веруем в Единого Бога Отца Всемогущего, Творца неба и земли.

Веруем также в Иисуса Христа, Его Единородного Сына и Господа нашего, Который был зачат Духом Святым, рожден девой Марией, Который страдал во времена Понтия Пилата, был распят, умер и был погребен, сошел в царство смерти, на третий день воскрес из мертвых, вознесся на Небо и воссел одесную Всемогущего Бога Отца, откуда вернется судить живых и мертвых.

Веруем также во Святого Духа, Святую Соборную Церковь, собрание святых, в прощение грехов, воскресение мертвых и жизнь вечную.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 3

В Горном университете прошел День открытых дверей. На площадке перед Большим актовым залом – Залом УГМК развернулся настоящий наукоград: кроме презентации различных направлений подготовки, школьников ждали специализированные мастер-классы.

Об основах робототехники будущим абитуриентам рассказывали сотрудники кафедры горных машин и комплексов и робот Герман. О далеких экспедициях и романтике походов – студенты-геологоразведчики. У стенда **Уральского геологического музея** ребята рассматривали минералы под микроскопом, а вместе с инструкторами **студенческого патриотического центра «Святогор»** учились основам безопасного обращения с оружием.

⁶ Задание может быть выполнено как тестовое.

Всего на **День открытых дверей** в **Горный университет** пришли около тысячи школьников. Многие из них уже серьезно задумались о том, чтобы стать частью дружной семьи горняков.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 4

В соответствии с Федеральным законом от 18.06.2001 N 77-ФЗ «О предупреждении распространения туберкулеза в Российской Федерации», Постановлением Правительства РФ от 25.12.2001 N 892 «О реализации Федерального закона «О предупреждении распространения туберкулеза в Российской Федерации», санитарно-эпидемиологическими правилами СП 3.1.2.3114-13 «Профилактика туберкулеза» и в целях раннего выявления заболеваний органов грудной клетки среди студентов и сотрудников университета

ПРИКАЗЫВАЮ:

Организовать с 10 апреля по 12 мая 2017 года флюорографический профилактический осмотр студентов и сотрудников университета в передвижном цифровом флюорографическом кабинете, установленном во дворе I учебного здания, с предъявлением каждым студентом и сотрудником копии полиса обязательного медицинского страхования.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 5

Страны, которые являются участниками процесса торговли минеральным сырьем, решают разные задачи, что отражается на структуре их экономики, влияет на характер воспроизводственных процессов, порождает специфические для каждой страны проблемы. Взаимодействие экспортеров и импортеров сырья накладывает отпечаток на международные отношения, являясь причиной возникновения конфликтов, создания экономических и военно-политических союзов. Стремление к поддержанию и расширению экспорта вызывает дополнительные потребности в производстве сырья внутри страны, в развитии минерально-сырьевой базы. Импорт сырья следует рассматривать как источник удовлетворения потребностей и стимулирование развития несырьевых отраслей.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 6

Отец наш шибко тада заболел // У него было очень большое сердце // А что такое большое сердце в те годы / это же неизлечимая болячка! Он работал у нас мастером в заводе / в формовочном цехе / где делались изделия для сталелитейного завода / для нижнетагильского // Ковшовые кирпичи / розетки / воронки всякие / сифоны / вообще / всякая всячина // Всё было для фронта / всё для победы // Щас этого никто не понимает / особенно нынешняя молодёжь // Какие же тяжёлые дни пережило наше поколение! И не дай

вам Бог узнать / что такое война! Да даже твои родители ещё воспитывались в этом послевоенном духе // Ну да ладно / всё равно меня трудно понять...

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 7

Реклама работает на подсознательном уровне, обращается к иррациональному в природе человека. Ее влияние и глубже и сильнее, чем мы думаем, потешаясь над каким-нибудь слабоумным персонажем вроде пропагандиста бытовой техники. Кого и в чем может убедить этот шут гороховый? Оказалось – нас. Но не в том, что его товары дешевле и лучше, а совсем в другом – в преимуществе нового образа жизни.

От рекламы не требуется реализма. Задавая высокие нравственные стандарты, она порождает особое позитивное мышление. Задача рекламы состоит в том, чтобы потребитель подсознательно стремился отождествить себя с героем «коммершелз». Тогда он купит сковородку не для того, чтобы жарить яичницу, а для того, чтобы стать участником идеальной экранной жизни.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 8

Наутро поднявшееся яркое солнце быстро съело тонкий ледок, подернувший воды, и весь теплый воздух задрожал от наполнивших его испарений отжившей земли. Зазеленела старая и вылезающая иглами молодая трава, надулись почки калины, смородины и липкой спиртовой березы, и на обсыпанной золотым светом лозине загудела выставленная облетававшая пчела. Залились невидимые жаворонки над бархатом зеленей и обледеневшим жнивьем, заплакали чибисы над налившимися бурю неубравшеюся водой низами и болотами, и высоко пролетели с весенним гоготаньем журавли и гуси. Заревела на выгонах облезшая, только местами еще не перелинявшая скотина, заиграли кривоногие ягнята вокруг теряющих волну блеющих матерей, побежали быстроногие ребята по просыхающим, с отпечатками босых ног тропинкам, затрещали на пруду веселые голоса баб с холстами, и застучали по дворам топоры мужиков, налаживающих сохи и бороны. Пришла настоящая весна.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 9

К нашему большому сожалению, мы должны сообщить Вам, что партия лакокрасочных материалов, отгруженных Вами на судне «Ленинград» по контракту 27-005/40289, не соответствует по качеству нашим спецификациям, на основании которых был заключен контракт.

Согласно параграфу № 03 в договоре, мы имеем право отказаться от приемки этой партии товара. Однако, принимая во внимание наши длительные деловые отношения и то

обстоятельство, что предыдущие поставки лакокрасочных материалов в счет данного контракта были произведены в соответствии с условиями договора и надлежащего качества, мы согласны принять эту партию товара, если Вы предоставите нам скидку в 10 %.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 10

Человек должен быть широк. Из универсализма вытекает креативность, а ЕГЭ не обеспечивает ни того, ни другого. Даже те ребята, которые прекрасно сдали тесты по выбранным предметам, далеко не всегда в состоянии объяснить, откуда взялись все эти ответы, вывести их самостоятельно. А предложение «докрутить» чуть дальше и глубже вообще ставит в тупик: «Почему вы у нас спрашиваете то, что вы нам не рассказали?» Но креативность как раз и состоит в умении давать такие ответы. Учащийся – это же не шляпа, в которую положили кролика, чтобы его же и достать. Это неинтересно.

Убрать ЕГЭ нельзя. Но если оставить все как есть, мы обречены на дальнейшее отставание в науке, в любых творческих профессиях. Поэтому необходимо уточнить функционал ЕГЭ. А для этого надо все же назвать кошку кошкой и понять, что такое образование.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 11

На религию после революции 1917 года было наложено так называемое табу. Христианское вероисповедание и все реалии, связанные с ним, воспринимались только как культурное наследие и пережиток царского режима. Соборы и церкви были лишь памятниками архитектуры, жития святых – памятниками литературы, иконы и фрески – памятниками художественного творчества. Очень многие храмы были разрушены или применялись не по своему прямому назначению; они становились складами, конторами, монастыри превращались в тюрьмы и колонии. Люди, особенно священнослужители, преследовались за свою веру. Как следствие, лексика религиозного характера со временем стала постепенно переходить в пассивный состав языка, используясь в основном в составе фразеологизмов и афоризмов (как Бог на душу положит; как у Христа за пазухой; человек предполагает, а Бог располагает). Некоторые слова изменили свою семантику (воскресение, братия), многие приобрели в современном русском языке отрицательную окраску (вертеп).

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

ТЕМА 10. НАУЧНЫЙ СТИЛЬ

Цель – познакомиться со спецификой научного стиля, научиться определять основные стилевые и языковые особенности научных текстов.

КОНСПЕКТ следующего материала к занятию (основные понятия выделены в тексте):

Научный стиль – один из важнейших функциональных стилей литературного языка, относящийся к письменно-книжному типу речи и обслуживающий сферу науки и производства. Цель текста научного стиля может заключаться в передаче объективной информации о природе, человеке и обществе, доказательстве ее новизны, истинности или ценности.

Основные стилевые черты научного стиля:

– **объективность**, которая проявляется в изложении разных точек зрения на рассматриваемую проблемы, в отсутствии субъективных оценок при передаче содержания, в безличности языкового выражения, в сосредоточенности на предмете высказывания;

– **логичность**, которая проявляется в последовательности и непротиворечивости изложения научной теории и создается с помощью особых синтаксических конструкций (сложные предложения с придаточными причины, условия, следствия; предложения с вводными словами *во-первых, во-вторых, наконец, итак, следовательно* и др.);

– **доказательность**, которая проявляется в цепочке рассуждений, аргументации определенных положений и гипотез;

– **точность**, которая достигается благодаря использованию терминов (т. е. слов и словосочетаний, обозначающих понятия особой области знания или деятельности), однозначных слов; четким оформлением синтаксических связей;

– **обобщенность и отвлеченность**, которые проявляются в отборе слов (преобладание имен существительных над глаголом, общенаучные слова, имена существительные с абстрактным значением, конкретные существительные в обобщенном значении), в употреблении грамматических форм (глаголы настоящего времени во «вневременном» значении, возвратные и безличные глаголы, преобладание форм 3-го лица, форм несовершенного вида), в использовании синтаксических конструкций (неопределенно-личные предложения, страдательные обороты), в существовании авторского «мы», характерного только для научного стиля;

– **насыщенность фактической информацией**;

– **отсутствие выражения эмоций** (отсутствуют разговорные элементы, эмоционально-экспрессивная лексика, неполные конструкции и т. п.).

Основные языковые особенности научного стиля:

Языковые особенности				Примеры			
				Лексические			
1) термины				обогащение	полезных	ископаемых,	
				месторождение,	осадочные	породы,	
				смешанослойный минерал,	рудное тело	и др.	
2) общенаучная лексика				закон,	теория,	аспект,	носитель,
				конструкция	и др.		
3) книжная лексика абстрактного значения				применение,	явление,	замедление,	
				обязательство,	подготовка	и др.	
				Морфологические			
1) частотность существительных				(Примерно 40 % существительных на единицу текста)			
2) частотность форм родительного				попадание	в	водоемы	масло-

падежа существительных

3) широкое использование существительных среднего рода

4) преобладание глаголов несовершенного вида настоящего времени

5) полузнаменательные глаголы-связки

6) употребление причастий и деепричастий

смазывающих продуктов (род. п.) отдельных узлов (род. п.) механического оборудования (род. п.) гидротехнических сооружений (род. п.) и т. п. отношение, употребление, дело, доказательство, заполнение и др.

равняется, оказывается, возрастает, наблюдается, составляет и др.

есть, быть, являться

подчеркнутый, обрабатываемый, соответствующий; замечая, решая, сменив и др.

Синтаксические

1) вводные слова и конструкции

вероятно, возможно, таким образом; по словам ученых, по мнению большинства исследователей и др.

2) бессубъектные конструкции

карьер был разработан; оборудование было закуплено; проект был одобрен и др.

3) безличные предложения

необходимо отметить; следует подчеркнуть; можно сделать ряд выводов и др.

4) обобщенно-личные предложения

подчеркнем следующие положения; выделим важные особенности; отметим ряд недостатков и др.

5) цепочки однородных членов

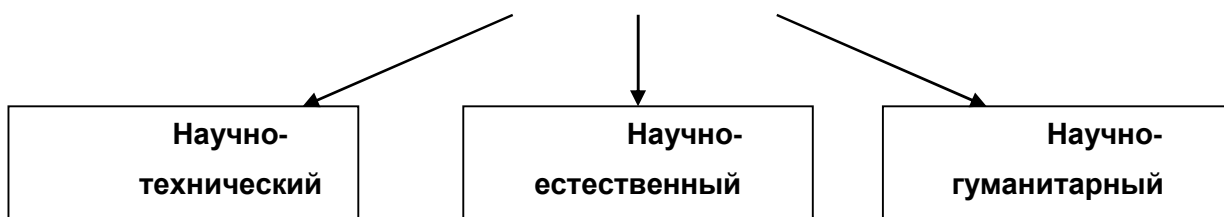
Хорошие каталоги Интернета обеспечивают разнообразный дополнительный сервис: поиск по ключевым словам в базе данных, списки последних поступлений, списки наиболее интересных из них, выдачу случайной ссылки, автоматическое оповещение по электронной почте о свежих поступлениях.

6) многокомпонентные сложные предложения с союзной связью

Если эксперимент оправдывает надежды, то гипотеза детализируется и конкретизируется, а затем ставится новый эксперимент.

Подстили научной речи:

Тематические



(с соответствующим жанром)



Задание 1. Проанализируйте текст по следующей схеме:

1. Охарактеризуйте текст по стилеобразующим факторам научного стиля.
2. Докажите принадлежность текста к научному стилю с опорой на основные стилевые черты.
3. Определите отнесенность текста к тематическому и функциональному подстилю научного стиля.
4. Составьте план текста и сформулируйте главную мысль.
5. Выделите в тексте языковые особенности научного стиля.

Вариант 1: ПРИКЛАДНАЯ ГЕОЛОГИЯ⁷

В геологии существует более ста различных специальностей и специализаций. Одни из них тесно связаны с химией (геохимическое направление), другие – с физикой (геофизическое направление), третьи – с биологией (палеонтологическое и палеобиологическое направления), четвертые – с математикой и кибернетикой (компьютерное моделирование геологических процессов), пятые – с астрономией и астрофизикой (космическая геология) и т. д.

В недрах Земли находятся залежи полезных ископаемых, вопросами поиска и разведки которых занимается геология. На земной поверхности протекают разнообразные геологические процессы, люди возводят здания и различные инженерные сооружения, строят транспортные магистрали. Задачей геологов является обеспечение их устойчивости и безопасного функционирования. Правильное решение этих двух основных практических задач невозможно без глубокого знания общих закономерностей строения и развития отдельных геосфер. Раскрытие данных закономерностей и познание лежащих в их основе причин невозможны без изучения всей Земли, так как наша планета представляет собой единую природную среду и развивается так же, как и все планеты Солнечной системы.

Знание происхождения и эволюции Земли, условий образования и развития земной коры, ее строения и состава во взаимодействии с внешними оболочками – водной (гидросферой) и воздушной (атмосферой), а также с внутренними оболочками – земным ядром и мантией – составляет необходимое звено мировоззрения. Оно позволяет понять, как осуществляется постепенный переход от неживого неорганического мира к органическому, как эволюционируют живые существа и вместе с ними изменяются геологические процессы.

Велико и познавательное значение геологии как науки о Земле, ее строении, происхождении и развитии. Она затрагивает проблемы происхождения и эволюции жизни и природных условий. Геология всегда стояла в центре ожесточенной борьбы научных воззрений и научных школ против религиозных предрассудков.

⁷ Геология: учебник для студ. высш. учеб. заведений / Н. В. Короновский, Н. А. Ясаманов. – 7-е изд., перераб. – М.: Издательский центр «Академия», 2011. С. 6-7.

Практическое значение геологии огромно и разнообразно. Весь арсенал современной науки и техники основан на использовании продуктов земных недр – нефти, угля, различных металлов, строительных материалов, подземных вод и др. Воды минеральных источников используют в лечебных и бальнеологических целях. Для поисков, разведки и извлечения разнообразного минерального сырья из земных недр требуется прежде всего разработка методов обнаружения залежей полезных ископаемых, которые необходимы для промышленности, сельского хозяйства и строительства.

Среди полезных ископаемых различают рудные, или металлические, из которых добывают различные металлы, и нерудные, или неметаллические. Из последних добывают удобрения, каменную соль, серу, строительные материалы, драгоценные (алмаз, рубин, сапфир, изумруд), полудрагоценные (аметист, циркон, топаз, цитрин, нефрит, малахит и др.) и поделочные камни (яшма, кварциты и др.), а также горючие полезные ископаемые (нефть, каменный и бурый уголь, горючие сланцы, газ). Подземные воды (пресные и минеральные) также являются полезными ископаемыми. Поисками залежей подземных вод и практическим их использованием занимается специальная отрасль геологии – гидрогеология. В особые научные дисциплины выделились геология рудных и геология нерудных месторождений, геология горючих полезных ископаемых. Без знания геологического строения территории не обходится ни одно строительство промышленных и гражданских зданий, транспортных магистралей, трубопроводов и средств связи. Эта особая отрасль геологии именуется инженерной геологией. Работами, проводимыми в районах развития многолетней мерзлоты, занимается такая наука, как мерзлотоведение.

Все перечисленные специальные научные дисциплины образуют самостоятельный раздел геологии, который называется *практической*, или *прикладной*, геологией.

ВАРИАНТ 2: ГЕОЛОГИЯ И РАЗВЕДКА МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ⁸

Современная мировая экономика характеризуется неуклонным ростом потребления минерального сырья, расширением круга используемых в промышленности элементов, вовлечением в производство новых типов месторождений полезных ископаемых. Укрепление и совершенствование минерально-сырьевой базы России – основная задача геологической службы.

Обеспечение ресурсами и запасами не только действующих отраслей горнодобывающей промышленности, но и ее перспективных направлений требует оперативного решения проблемы освоения новых видов полезных ископаемых. Успешное осуществление геолого-разведочных работ возможно лишь при условии постоянного совершенствования теории и методов поисков и разведок месторождений полезных ископаемых. Результативность геолого-разведочной отрасли определяется уровнем научных и методических разработок, степенью использования современных поисково-разведочных средств.

Научные основы поисков и разведок месторождений полезных ископаемых созданы трудами нескольких поколений отечественных геологов, среди которых в первую очередь необходимо назвать Г. Д. Ажгирея, Я. Н. Белевцева, А. Г. Бетехтина, Ю. А. Билибина,

⁸ Геология и разведка месторождений полезных ископаемых: учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / [В. В. Авдонин, В. В. Мосейкин, Г. В. Ручкин и др.]; под ред. В. В. Авдонова. – М.: Издательский центр «Академия», 2011. С. 5-6.

П. П. Бурова, А. Б. Каждана, В. М. Крейтера, В. А. Обручева, А. П. Прокофьева, В. И. Смирнова, С. С. Смирнова, А. А. Якжина и др.

Многими ведущими учеными были написаны замечательные учебники и методические руководства по поискам и разведкам месторождений, не утратившие своего значения до настоящего времени. Тем не менее в последние годы произошли существенные изменения в самой структуре минерально-сырьевой базы, оценке перспектив использования природных ресурсов и методов их вовлечения в промышленное использование.

В геолого-разведочной отрасли можно отметить несколько областей, в которых наблюдаются наиболее значимые изменения.

Во-первых, это касается совершенствования теории и методики поисковых работ. Во-вторых, широкое внедрение компьютерных технологий во все направления геолого-разведочного процесса качественно изменило методику подсчета запасов и оценки месторождений на всех стадиях их освоения.

Существенные изменения происходят и в методике добычных работ, в особенности в связи с требованиями экологической безопасности.

Наконец, необходимо учитывать еще одно важное обстоятельство. Наряду с неуклонно возрастающей потребностью в различных видах минерального сырья отчетливо проявляется тенденция истощения минерально-сырьевой базы, снижения открываемости новых месторождений, вовлечения в промышленное производство неблагоприятных по геологической позиции месторождений и руд более низкого качества. Эти причины стимулируют повышенный интерес к минерально-сырьевому потенциалу Мирового океана. Вследствие интенсификации научно-исследовательских и поисково-разведочных работ в океане в последние годы сложилась качественно новая ситуация – возникла необходимость решения проблем освоения минерально-сырьевых ресурсов океана в практической плоскости, что ознаменовалось интенсивными усилиями по разработке теоретических основ, методики и технических средств морских геолого-разведочных работ.

Авторский коллектив настоящего учебника постарался отразить в нем все важнейшие достижения, касающиеся поисков, разведки и эксплуатации месторождений и характеризующие современное состояние геолого-разведочной отрасли.

Вариант 3: ОСНОВЫ ГОРНОГО ДЕЛА⁹

Полезные ископаемые, располагающиеся в земной коре в пределах территории страны, образуют ее минерально-сырьевую базу. Эти природные ресурсы называют богатством недр государства.

Добычу полезных ископаемых обеспечивают горно-добывающие отрасли промышленности, перспективы развития которых зависят прежде всего от состояния природных ресурсов. Их освоение играет важнейшую роль в развитии экономики России.

В нашей стране выявлены в промышленных концентрациях все виды минерального сырья, используемого в мировой практике.

Оценка прогнозных ресурсов, которую сегодня осуществляют в основном до глубины освоенных промышленностью недр, составляющей для твердых полезных ископаемых около 1 км, свидетельствует о том, что в России в обозримом будущем исчерпания минеральных

⁹ Городниченко В. И., Дмитриев А. П. Основы горного дела: учебник для вузов. М.: Издательство «Горная Книга», Издательство московского государственного горного университета, 2008. С. 7-8.

ресурсов не предвидится, тем более что результаты исследований сверхглубоких скважин подтверждают наличие промышленных концентраций полезных компонентов на глубинах до 10 км.

По данным Министерства природных ресурсов России, в нашей стране 60–70 % запасов важнейших видов полезных ископаемых сосредоточено в ограниченном числе крупных месторождений. В настоящее время сохраняют свое значение освоенные крупные месторождения полезных ископаемых и имеют большие перспективы развития месторождения в регионах Сибири, Дальнего Востока и Севера.

В Сибири находится около 84 % разведанных запасов угля России (категории А, В, С₁), из них бурых и каменных углей примерно поровну. В этих запасах сосредоточено до 90 % коксующихся углей России и около 85 % особо ценных для коксования углей марок ГЖ, Ж, КЖ, К, ОС.

В настоящее время в Сибири, включая республику Саха, добывается около 70 % углей России. Как считают эксперты, этот показатель будет возрастать в связи с сокращением добычи угля в европейской части страны, а также на Урале и Дальнем Востоке. Можно предположить, что основная роль в обеспечении потребностей страны в углях в будущем будет принадлежать Кузбассу.

Повышение эффективности производства имеет особое значение для горнодобывающих отраслей промышленности, которые обеспечивают топливом, минеральным сырьем и материалами многие отрасли экономики страны: черную и цветную металлургию, энергетику, химическую, строительных материалов, сельское хозяйство и др.

Результаты работы горных предприятий в значительной степени определяют уровень эффективности производства во всех других отраслях, потребляющих их продукцию.

Так, в общих затратах на производство цветных металлов затраты на добычу руды составляют более 50 %. В затратах на производство электроэнергии 60–70 % составляют затраты на топливо.

Повышение эффективности горного производства должно осуществляться путем его технического перевооружения, обеспечивающего снижение затрат на производство продукции, повышение качества продукции, экономное и рациональное использование трудовых и материальных ресурсов, комплексное освоение богатства земных недр.

Задание 2. *Отредактируйте предложения таким образом, чтобы они соответствовали научному стилю, запишите исправленный вариант. Определите, с чем связаны допущенные ошибки.*

1. В своей курсовой работе я хотел бы ответить на очень актуальные в наше нелегкое время вопросы. 2. Авторы этих статей абсолютно неправильно думают, что только их точка зрения имеет право на существование. 3. Выводы оказались неожиданными, на первый взгляд просто сумасшедшими. 4. Однако вначале необходимо разобраться, есть ли угроза энергетического голода. 5. Мне кажется, что первый способ решения проблемы более целесообразный. 6. Стоит представить, а какой будет польза от этого изобретения. 7. Компьютерный вирус – это сильный паразит! 8. Современное состояние экономики, энергетики и экологии выдвигает необходимость проведения междисциплинарных исследований. 9. Это приводит к необходимости изыскания и выделения огромных усилий общества, чтобы противостоять результатам экологически опасных действий. 10. В настоящее время сетевые технологии претерпевают бурное развитие. 11. Свобода в современной России – это не столько свобода сотрудничества и доброжелательного диалога,

как своевольное навязывание своего понимания свободы ради сокрушения чужой. **12.** Математическая модель включала в себя систему уравнений, описывающая течение газа около криволинейной поверхности. **13.** Земля должна рассматриваться как некая квазизамкнутая система, ресурс жизнеобеспечения которой большой, но ограничен. **14.** Изучение новых материалов дает свои плоды. **15.** Используя метод аналогий, на кафедре систем управления разработан комплекс программных средств для изучения систем путем их моделирования.

ТЕМА 11. ОФИЦИАЛЬНО-ДЕЛОВОЙ СТИЛЬ

Цель – познакомиться со спецификой официально-делового стиля, научиться определять основные стилевые и языковые особенности документов, их жанр, видеть реквизиты.

КОНСПЕКТ следующего материала к занятию (основные понятия выделены в тексте):

Официально-деловой стиль – это стиль, который обслуживает правовую и административно-общественную сферы деятельности. Он используется при написании документов, деловых бумаг и писем в государственных учреждениях, суде, а также в разных видах делового устного общения.

Среди книжных стилей официально-деловой стиль выделяется относительной устойчивостью и замкнутостью. С течением времени он, естественно, подвергается некоторым изменениям, но многие его черты: исторически сложившиеся жанры, специфическая лексика, морфология, синтаксические обороты – придают ему в целом консервативный характер.

Основные стилевые черты официально-делового стиля:

- **объективный, абстрагированный (неличный) характер изложения**, который проявляется в отсутствии субъективных оценок при передаче содержания, в безличности языкового выражения (отсутствуют местоименные и глагольные формы 2-го лица, ограничены – 1-го лица);

- **точность и детальность изложения**, которые не допускают каких-либо разночтений; быстрота понимания не является важной, так как заинтересованный человек в случае необходимости прочитает документ несколько раз, стремясь к полному пониманию;

- **стандартизированность, стереотипность изложения**, которая проявляется в том, что разнородные явления жизни в официально-деловом стиле укладываются в ограниченное количество стандартных форм (*анкета, справка, инструкция, заявление, деловое письмо* и т. д.);

- **долженствующе-предписующий характер изложения**, т. е. **волюнтаристичность** (выражение воли), которая в текстах выражается семантически (подбором слов) и грамматически (формы первого лица глагола – *предлагаю, приказываю, поздравляю*; формами должествования – *надлежит, необходимо, следует, предлагается*);

- **отсутствие выражения эмоций и оценок** (не употребляются эмоционально-экспрессивные средства).

Эти черты находят свое выражение 1) в отборе языковых средств (лексических, морфологических и синтаксических); 2) в оформлении деловых документов.

Основные языковые особенности официально-делового стиля:

Языковые особенности	Примеры
Лексические	
1) языковые штампы (канцеляризмы, клише)	<i>ставит вопрос, на основании решения, по собственному желанию, по семейным обстоятельствам, входящие-исходящие документы, контроль за исполнением возложить, по истечении срока и др.</i>
2) профессиональная терминология	<i>недоимка, алиби, черный нал, теневой бизнес, жилищный найм, прокурорский надзор, единовременное пособие и др.</i>
3) архаизмы	<i>оним удостоверяю, сей документ, в надлежащем виде, во избежание и др.</i>
4) тяготение к использованию родовых понятий с широкой и бедной семантикой	<i>прибыть (вместо приехать, прилететь, прийти и т. д.), транспортное средство (вместо автобус, самолет, «Волга» и т. д.), населенный пункт (вместо деревня, город, село и т. д.), помещение (вместо: квартира, цех, ангар, вестибюль, кров, обитель, апартаменты и т. д.)</i>
Морфологические	
1) существительные-названия людей по признаку, обусловленному действием	<i>налогоплательщик, ответчик, арендатор, свидетель и др.</i>
2) существительные, обозначающие должности и звания в форме мужского рода	<i>сержант полиции Ушакова, инспектор Неверова, ответчик Прошина и др.</i>
3) отглагольные существительные с частицей <i>не-</i>	<i>нелишение, неявка, несоблюдение, непризнание и др.</i>
4) производные предлоги	<i>в связи, в течение, за счет, в силу, по мере, в отношении, на основании и др.</i>
5) инфинитивные конструкции	<i>провести осмотр, оказать помощь, доказать невиновность и др.</i>
6) глаголы настоящего времени в значении обычно производимого действия	<i>обвиняемому обеспечивается право на защиту, за неуплату взимается штраф и др.</i>
7) сложные слова, образованные от двух и более основ	<i>бракосочетание, правонарушение, налогообложение, землепользование, пассажироперевозки, дачевладелец, нетрудоспособность, работодатель, квартиросъемщик, материально-технический, осенне-зимний, ремонтно-эксплуатационный, вышеуказанный, нижепоименованный и др.</i>

8) нанизывание существительных с суффиксом -ние	<i><u>Приготовлением</u> к <u>преступлению</u> признается <u>приискание</u> и <u>приспособление</u> средств или орудий или умышленное <u>создание</u> условий для <u>совершения</u> <u>преступлений</u>....</i>
9) гигантский пласт официальных наименований номенклатуре учреждений, профессий, должностей и т. п.	<i>Российское акционерное общество «Единая энергетическая система России», Открытое акционерное общество «Нефтяная компания «Лукойл», Всероссийский научно-исследовательский институт документоведения и архивного дела, главный научный сотрудник, заместитель командира полка по инженерной службе, главный специалист сектора делопроизводства компании, председатель Военной коллегии Верховного Суда Российской Федерации, депутат Государственной Думы РФ и др.</i>
10) широкое использование аббревиатур	<i>РФ, МИД, МЧС, ФСБ, РЖД, Сбербанк, МОК, СМИ, РПЦ, УГТУ, ЕГЭ, ОСАГО, ТРЦ, ТК, УФМС, МОУ, ФГБОУ, ГТО, ГОСТ, ФГОС, КамАЗ, Роспечатать и др.</i>
11) употребление цепочки имен существительных в родительном падеже	<i>Для <u>применения</u> (род. п.) <u>мер</u> (род. п.) <u>общественного воздействия</u> (род. п.); в целях широкой <u>гласности</u> (род. п.) <u>работы</u> (род. п.) <u>Министерства</u> (род. п.) высшего <u>образования</u> (род. п.); результаты <u>деятельности</u> (род. п.) <u>органов</u> (род. п.) налоговой <u>полиции</u> (род. п.) и др.</i>
Синтаксические	
1) употребление простых предложений с однородными членами, причем ряды этих однородных членов могут быть весьма распространенными (до 8–10)	<i>Объектами общей собственности крестьянского хозяйства является <u>имущество</u>: земельный <u>участок</u>, <u>насаждения</u>, хозяйственные или иные <u>постройки</u>, мелиоративные и другие <u>сооружения</u>, продуктивный и рабочий <u>скот</u>, <u>птица</u>, сельскохозяйственная и иная <u>техника</u>, <u>оборудование</u>, транспортные <u>средства</u>, <u>инвентарь</u> и другое <u>имущество</u> и др.</i>
2) наличие пассивных конструкций	<i><u>платежи</u> вносятся в указанное время, <u>сроки выплат</u> установлены на год и др.</i>
3) преобладание сложных предложений, в особенности сложноподчиненных, с придаточными	<i>При наличии спора о размерах причитающихся уволенному работнику сумм <u>администрация обязана</u> уплатить указанное</i>

условия	в настоящей статье возмещение в том случае, если <u>спор решен</u> в пользу работника.

Документ – зафиксированная на материальном носителе информация с реквизитами, позволяющими её идентифицировать.

Форма документа (схема, отражающая семантико-информативную структуру текста) предоставляет в распоряжение его составителя определенный набор **реквизитов** (необходимые элементы оформления документа) и определенную их **композицию** (последовательность и порядок их размещения в тексте). Состав реквизитов, требования к реквизитам и бланкам документов устанавливаются ГОСТом. В настоящее время это ГОСТ Р 6.30-2003 «Унифицированные системы документации. Унифицированная система организационно-распорядительной документации. Требования к оформлению документов».

	Состав реквизитов документа
1.	Государственный герб Российской Федерации
2.	Герб субъекта Российской Федерации
3.	Эмблема организации или товарный знак
4.	Код организации
5.	Основной государственный регистрационный номер юридического лица (ОГРН)
6.	Идентификационный номер налогоплательщика / код причины постановки на учет (ИНН / КПП)
7.	Код формы документа
8.	Наименование организации
9.	Справочные данные об организации
10.	Наименование вида документа (жанр документа)
11.	Дата составления документа
12.	Регистрационный номер документа
13.	Ссылка на регистрационный номер или дату документа
14.	Место составления или издания документа
15.	Адресат
16.	Гриф утверждения документа
17.	Резолюция
18.	Заголовок к тексту
19.	Отметка о контроле
20.	Текст документа
21.	Отметка о наличии приложения
22.	Подпись
23.	Гриф согласования документа
24.	Визы согласования документа
25.	Оттиск печати
26.	Отметка о заверении копии
27.	Отметка об исполнителе
28.	Отметка об исполнении документа и направлении его в дело
29.	Отметка о поступлении документа в организацию

Состав реквизитов конкретного документа определяется его видом и назначением. К наиболее частотным реквизитам можно отнести: **адресата, адресанта, название жанра документа, основной текст документа, список приложений, дату и подпись**. Логическому делению текста способствует его рубрикация, деление на части с помощью внутренних заголовков, подзаголовков, нумерация или графически единообразное выделение всех однотипных частей.

Способы классификации документов:

1. **По месту составления:** *внутренние* и *внешние* документы. **Внутренний** документ создаётся в рамках одной организации, где работают и составитель, и адресат текста (*приказы администрации предприятия, служебные записки, должностные инструкции* и др.). **Внешние** документы предназначаются адресатам, работающим на других предприятиях (*все виды деловых писем, приказы и распоряжения вышестоящих организаций* и др.).

2. **По содержанию:** *простые* и *сложные*. **Простые** документы посвящены решению одного вопроса (*заявление, объяснительная записка* и другие виды личной документации), **сложные** – двух и более (*приказы, письма, инструкции*).

3. **По форме:** *индивидуальные* и *типовые*. **Индивидуальные** документы предполагают некоторую самостоятельность текста и элементы творческого подхода, что не исключает их стандартизованности (*отдельные виды писем, служебных и докладных записок*). **Типовые** документы строятся на базе заранее заданного текста путём видоизменения его отдельных элементов; чаще всего эти документы одинаковы для групп однородных предприятий (*штатное расписание, положение о персонале* и др.). Если в типовом документе постоянные элементы отпечатаны типографским способом, а для переменных предусмотрены пробелы, которые заполняются при его составлении, то такой документ называют **трафаретным** (*анкеты, некоторые виды справок, трудовые договоры*).

4. **По срокам исполнения:** *срочные* и *бессрочные*. В **срочных** документах содержится указание на выполнение некоторых действий в ограниченный временной период (*распоряжения, указания* и др.). Действие **бессрочных** документов не ограничено временными рамками (*указы, законы, некоторые виды инструкций*).

5. **По происхождению:** *служебные* и *личные*. **Служебные** документы направлены на реализацию интересов организации (*приказы, деловые письма, контракты*). **Личные** документы, как правило, отражают взаимодействие отдельного физического лица с официальными органами или другими лицами (*заявление, доверенность, расписка, объяснительная записка* и др.).

6. **По виду оформления:** *подлинник* (подписанный и надлежащим образом оформленный экземпляр документа, составленный в первый раз), *копия* (абсолютно точно воспроизводит подлинник, но имеет ограниченную юридическую силу, за исключением нотариально заверенных.), *дубликат* (копия, имеющая одинаковую силу с подлинником, выдающаяся в случае его утери) и *выписки* (воспроизведение только одной из частей подлинника).

7. **По функции:** **организационные** документы, направленные на регламентацию деятельности организации или предприятия (*устав, положение, штатное расписание, положение о персонале, должностную инструкцию*), **распорядительные** документы,

содержащие конкретные распоряжения (*приказы, распоряжения, указания, решения*), **информационно-справочные** документы, документы **по персоналу предприятия** (*трудовой договор, личные карточки, учётные карточки, анкеты*), **письма, договоры**.

Задание 1. Проанализируйте текст официально-делового стиля:

1. Укажите характеристику данного текста с точки зрения классификации документов.
2. Обозначьте реквизиты и композиционные элементы государственного документа.
3. Опишите стилевые и языковые особенности текста¹⁰.

Федеральный закон от 1 июня 2005 г. N 53-ФЗ

«О государственном языке Российской Федерации»

С изменениями и дополнениями от: 2 июля 2013 г., 5 мая 2014 г.

Принят Государственной Думой 20 мая 2005 года

Одобен Советом Федерации 25 мая 2005 года

Настоящий Федеральный закон направлен на обеспечение использования государственного языка Российской Федерации на всей территории Российской Федерации, обеспечение права граждан Российской Федерации на пользование государственным языком Российской Федерации, защиту и развитие языковой культуры.

Статья 1. Русский язык как государственный язык Российской Федерации

1. В соответствии с Конституцией Российской Федерации государственным языком Российской Федерации на всей ее территории является русский язык.

2. Статус русского языка как государственного языка Российской Федерации предусматривает обязательность использования русского языка в сферах, определенных настоящим Федеральным законом, другими федеральными законами, Законом Российской Федерации от 25 октября 1991 года N 1807-І «О языках народов Российской Федерации» и иными нормативными правовыми актами Российской Федерации, его защиту и поддержку, а также обеспечение права граждан Российской Федерации на пользование государственным языком Российской Федерации.

3. Порядок утверждения норм современного русского литературного языка при его использовании в качестве государственного языка Российской Федерации, правил русской орфографии и пунктуации определяется Правительством Российской Федерации.

4. Государственный язык Российской Федерации является языком, способствующим взаимопониманию, укреплению межнациональных связей народов Российской Федерации в едином многонациональном государстве.

5. Защита и поддержка русского языка как государственного языка Российской Федерации способствуют приумножению и взаимообогащению духовной культуры народов Российской Федерации.

6. При использовании русского языка как государственного языка Российской Федерации не допускается использование слов и выражений, не соответствующих нормам современного русского литературного языка (в том числе нецензурной брани), за

¹⁰ Возможна работа по вариантам: 1 вариант – анализ Статьи 1; 2 вариант – анализ Статьи 3; 3 вариант – анализ статьи 4.

исключением иностранных слов, не имеющих общеупотребительных аналогов в русском языке.

7. Обязательность использования государственного языка Российской Федерации не должна толковаться как отрицание или умаление права на пользование государственными языками республик, находящихся в составе Российской Федерации, и языками народов Российской Федерации.

<...>

Статья 3. Сферы использования государственного языка Российской Федерации

1. Государственный язык Российской Федерации подлежит обязательному использованию:

1) в деятельности федеральных органов государственной власти, органов государственной власти субъектов Российской Федерации, иных государственных органов, органов местного самоуправления, организаций всех форм собственности, в том числе в деятельности по ведению делопроизводства;

2) в наименованиях федеральных органов государственной власти, органов государственной власти субъектов Российской Федерации, иных государственных органов, органов местного самоуправления, организаций всех форм собственности;

3) при подготовке и проведении выборов и референдумов;

4) в конституционном, гражданском, уголовном, административном судопроизводстве, судопроизводстве в арбитражных судах, делопроизводстве в федеральных судах, судопроизводстве и делопроизводстве у мировых судей и в других судах субъектов Российской Федерации;

5) при официальном опубликовании международных договоров Российской Федерации, а также законов и иных нормативных правовых актов;

6) во взаимоотношениях федеральных органов государственной власти, органов государственной власти субъектов Российской Федерации, иных государственных органов, органов местного самоуправления, организаций всех форм собственности и граждан Российской Федерации, иностранных граждан, лиц без гражданства, общественных объединений;

7) при написании наименований географических объектов, нанесении надписей на дорожные знаки;

8) при оформлении документов, удостоверяющих личность гражданина Российской Федерации, за исключением случаев, предусмотренных законодательством Российской Федерации, изготовлении бланков свидетельств о государственной регистрации актов гражданского состояния, оформлении документов об образовании и (или) о квалификации установленного в соответствии с Федеральным законом от 29 декабря 2012 года N 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» образца, а также других документов, оформление которых в соответствии с законодательством Российской Федерации осуществляется на государственном языке Российской Федерации, при оформлении адресов отправителей и получателей телеграмм и почтовых отправлений, пересылаемых в пределах Российской Федерации, почтовых переводов денежных средств;

9) в продукции средств массовой информации;

9.1) при показах фильмов в кинозалах;

9.2) при публичных исполнениях произведений литературы, искусства, народного творчества посредством проведения театрально-зрелищных, культурно-просветительных, зрелищно-развлекательных мероприятий;

10) в рекламе;

11) в иных определенных федеральными законами сферах.

1.1. В сферах, указанных в пунктах 9, 9.1, 9.2 и 10 части 1 настоящей статьи, и в иных предусмотренных федеральными законами случаях наряду с государственным языком Российской Федерации могут использоваться государственные языки республик, находящихся в составе Российской Федерации, другие языки народов Российской Федерации, а в случаях, предусмотренных законодательством Российской Федерации, также иностранные языки.

<...>

Статья 4. Защита и поддержка государственного языка Российской Федерации

В целях защиты и поддержки государственного языка Российской Федерации федеральные органы государственной власти в пределах своей компетенции:

1) обеспечивают функционирование государственного языка Российской Федерации на всей территории Российской Федерации;

2) разрабатывают и принимают федеральные законы и иные нормативные правовые акты Российской Федерации, разрабатывают и реализуют направленные на защиту и поддержку государственного языка Российской Федерации соответствующие федеральные целевые программы;

3) принимают меры, направленные на обеспечение права граждан Российской Федерации на пользование государственным языком Российской Федерации;

4) принимают меры по совершенствованию системы образования и системы подготовки специалистов в области русского языка и преподавателей русского языка как иностранного языка, а также осуществляют подготовку научно-педагогических кадров для образовательных организаций с обучением на русском языке за пределами Российской Федерации;

5) содействуют изучению русского языка за пределами Российской Федерации;

6) осуществляют государственную поддержку издания словарей и грамматик русского языка;

7) осуществляют контроль за соблюдением законодательства Российской Федерации о государственном языке Российской Федерации, в том числе за использованием слов и выражений, не соответствующих нормам современного русского литературного языка, путем организации проведения независимой экспертизы;

8) принимают иные меры по защите и поддержке государственного языка Российской Федерации.

<...>

Президент Российской Федерации

В. Путин

Задание 2. Проанализируйте следующий текст¹¹:

1. Обозначьте реквизиты и структурно-содержательные элементы документа.

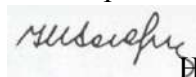
2. Опишите стилевые и языковые особенности.

3. Имеются ли в тексте документа средства, не соответствующие требованиям официально-делового стиля? Докажите свою точку зрения.

¹¹ Текст Регламента приводится без изменений и исправлений.

УТВЕРЖДАЮ:

Ректор УГГУ, профессор



Н.П. Косарев

РЕГЛАМЕНТ
ношения форменной одежды преподавателями,
сотрудниками и студентами УГГУ

1. Общие положения

Форменная одежда УГГУ – важнейший наряду с флагом и гербом символ корпоративной чести и достоинства, принадлежности преподавателей, сотрудников и студентов к высшему учебному заведению – Уральскому государственному горному университету.

Ношение форменной одежды в установленных случаях является почетным правом и обязанностью (моральным долгом) всех преподавателей, сотрудников и студентов УГГУ, облегченных этим доверием. По решению ректора почетное право ношения форменной одежды предоставляется заслуженным выпускникам.

Отказ от форменной одежды рассматривается как пренебрежение горняцким единством и неуважение к корпоративной символике Уральского государственного горного университета.

2. Руководящий состав университета: члены Ученого совета, включая ректорат, деканов, заведующих кафедрами, представителей студенческого, ветеранского и профсоюзного актива, а также руководителя управления отделов и служб, не входящие в Ученый совет, обязаны носить форму в следующих случаях:

- на всех рабочих совещаниях, проводимых ректором, первым проректором и проректором по научной работе;
- на заседаниях Ученого совета и Президиума Ученого совета университета, ученых советах факультетов;
- на торжественных собраниях сотрудников и студентов, митингах, конференциях, проводимых по планам ректората и деканатов;
- при участии в совещаниях, конференциях, торжественных собраниях и других официальных мероприятиях, проводимых органами власти, а также политическими, общественными и научными организациями.

3. Преподаватели университета, имеющие форму, обязаны быть в форменной одежде в следующих случаях:

- во время лекционных занятий;
- при участии в собраниях студентов, преподавателей, конференциях и митингах;
- при посещениях ректората и деканатов.

4. Сотрудники из числа административно-управленческого персонала (помощники ректора, проректоров, референты, секретари) обязаны быть в форменной одежде в следующих случаях:

- при нахождении на рабочем месте в дни проведения крупных общеуниверситетских мероприятий, при приеме делегаций, гостей и в иных случаях по распоряжению ректора;
- при участии, в том числе при орг. техническом обеспечении заседании Ученого совета и ректорских совещаний;

- при сопровождении ректора, проректоров во время официальных мероприятий вне университета.

5. Студенты – представители студенческого актива, имеющие форму, обязаны быть в форменной одежде:

- при посещении ректората, деканатов;
- на всех официальных мероприятиях, проводимых в университете;
- при участии в официальных мероприятиях, проводимых вне стен университета органами власти, политическими, общественными, научными и образовательными учреждениями.

6. По собственной инициативе студенты, сотрудники и преподаватели университета могут находиться в форменной одежде во всех случаях, если это не наносит ущерба почетному статусу формы и ее функциональному назначению.



Ученый секретарь совета, профессор
28.09.2005 г.

О. В. Ошкордин

Задание 3. Проанализируйте текст¹² с точки зрения использованных языковых средств, характерных для официально-делового стиля. Опишите средства, с помощью которых в тексте реализуется такая стилевая черта, как волюнтаривность.

Есть ли в Правилах отступления от требований официально-делового стиля? Подтвердите свою точку зрения, опираясь на текст документа.



Правила внутреннего распорядка обучающихся в ФГБОУ ВПО «Уральский государственный горный университет»

Дата введения 01 сентября 2014 года

<...>

5. Основные права и обязанности обучающихся

5.1 Права обучающихся

Обучающиеся в университете имеют право:

- получать образование в соответствии с ГОС и ФГОС (в т. ч. актуализированными ФГОС) обучаться в пределах этих стандартов по индивидуальным учебным планам, ускоренным курсам обучения;
- бесплатно пользоваться библиотечно-информационными ресурсами, получать дополнительные (в том числе платные) образовательные услуги;
- участвовать в управлении университетом;
- свободно выражать собственные мнения и убеждения;

¹² Текст Правил внутреннего распорядка приводится без изменений и исправлений.

- выбирать факультативные (необязательные для данного направления подготовки (специальности) и элективные (избираемые в обязательном порядке) курсы, предлагаемые факультетом и кафедрой;

- участвовать в формировании содержания своего образования при условии соблюдения требований ГОС и ФГОС (в т. ч. актуализированными ФГОС) среднего профессионального и высшего образования; указанное право может быть ограничено условиями договора, заключенного между студентом и физическим или юридическим лицом, оказывающим ему содействие в получении образования и последующем трудоустройстве;

- осваивать помимо учебных дисциплин по избранным направлениям подготовки (специальностям) любые другие учебные дисциплины, преподаваемые в университете, в порядке, предусмотренном Уставом, а также преподаваемые в других высших учебных заведениях (по согласованию между их руководителями);

- определять по согласованию с деканатом и кафедрами набор дисциплин по специальности в пределах, установленных учебным планом, а также посещать дополнительно любые виды учебных занятий, проводимых в университете;

- ставить перед деканом и ректором, руководителем территориально обособленного учебного подразделения вопрос о замене преподавателей, не обеспечивающих должное качество учебного материала, нарушающих расписание занятий, иные правила организации учебно-воспитательного процесса;

- участвовать в обсуждении и решении важнейших вопросов деятельности университета и его обособленных структурных подразделений, в том числе через общественные организации и органы управления;

- бесплатно пользоваться услугами учебных, научных, лечебных и других подразделений университета в порядке, установленном Уставом;

- принимать участие во всех видах научно-исследовательских работ, конференциях, симпозиумах;

- совмещать учебу с профессиональной деятельностью и иной работой;

- представлять свои работы для публикации, в том числе в изданиях университета;

- обжаловать приказы и распоряжения администрации высшего учебного заведения в установленном законодательством РФ порядке;

- переходить с платного договорного обучения на бесплатное обучение в порядке, предусмотренном Уставом университета;

- получать от университета информацию о положении дел в сфере занятости населения и возможностях трудоустройства по специальности в соответствии с заключенными договорами и законодательством о занятости выпускников образовательных учреждений.

Обучающиеся в университете по заочной форме, выполняющие учебный план, имеют право на дополнительный оплачиваемый и не оплачиваемый отпуск по месту работы, на сокращенную рабочую неделю и на другие льготы, которые предоставляются в порядке, устанавливаемом законодательством РФ (ст. 173-176 ТК РФ).

Обучающиеся в университете имеют право на свободное посещение мероприятий, не предусмотренных учебным планом.

Обучающиеся в университете имеют право на перевод в другое образовательное учреждение, реализующее образовательную программу соответствующего уровня, при согласии этого образовательного учреждения и успешном прохождении ими аттестации.

Обучающиеся в университете по очной форме обучения имеют право на получение отсрочки от призыва на военную службу в соответствии с Федеральным законом «О воинской обязанности и военной службе».

5.2 Обязанности обучающихся

Обучающиеся в университете обязаны:

- добросовестно посещать учебные занятия, глубоко овладевать теоретическими знаниями, практическими навыками и современными методами для работы по избранной специальности;
- выполнять в установленные сроки все виды заданий, предусмотренных соответствующими учебными планами и программами обучения;
- постоянно повышать общую культуру, нравственность и физическое совершенство;
- нетерпимо относиться к недостаткам в учебно-воспитательном процессе и быту;
- бережно и аккуратно относиться к учебным и иным помещениям, оборудованию, учебным пособиям, литературе, приборам, другому имуществу университета; без соответствующего разрешения студентам запрещается выносить предметы и оборудование из лабораторий, кабинетов, аудиторий, учебных, бытовых корпусов и других помещений;
- нести материальную ответственность за ущерб, причиненный имуществу университета в соответствии с нормами действующего законодательства;
- незамедлительно сообщать в администрацию университета о возникновении ситуации, представляющей угрозу жизни и здоровью людей, сохранности имущества университета;
- соблюдать требования Устава университета, настоящие Правила и Правила проживания в общежитиях;
- поддерживать деловую репутацию, честь и престиж университета.

Обучающиеся в территориально обособленном учебном подразделении университета (филиале) помимо указанных выше полномочий пользуются правами и исполняют обязанности, предусмотренные Положением о соответствующем структурном подразделении или договорами о профессиональной подготовке, включая договоры на индивидуальную подготовку специалиста.

При неявке на занятия по уважительным причинам обучающийся ставит об этом в известность декана факультета, руководителя (уполномоченного работника) иного учебного структурного подразделения и в первый день явки на учебу представляет данные о причине неявки и документы установленного образца (справки, письма, телеграммы и т. п.), содержащие сведения оправдательного характера.

5.3 Требования к ношению формы

Обучающиеся в университете должны быть дисциплинированными и опрятными, вести себя достойно в университете, на улице, в общественном месте и в быту. В соответствии с решением Ученого совета университета от 25.06.2004 года, обучающиеся обязаны носить форменную одежду в ниже перечисленных случаях:

- на всех совещаниях, проводимых ректором, проректорами и деканами факультетов;
- на торжественных собраниях коллектива, митингах и конференциях;
- при участии в совещаниях, конференциях, торжественных собраниях и иных официальных мероприятиях, проводимых органами власти, а также общественными и

научными организациями, на которых обучающиеся университета являются его представителями;

– при участии, в т. ч. организационно-техническом обеспечении заседаний Ученого совета университета и ректорских совещаний; при сопровождении ректора, проректоров во время официальных мероприятий вне университета.

– в иных случаях по распоряжению ректора.

По собственной инициативе обучающиеся университета могут находиться в форменной одежде в иных случаях, если это не наносит ущерба почетному статусу формы и её функциональному назначению.

Запрещается ношение предметов формы одежды измененных или неустановленных образцов, а также знаков различия, не предусмотренных Положением о форменной одежде.

<...>

ТЕМА 12. ОФОРМЛЕНИЕ ДЕЛОВЫХ БУМАГ

Цель – научиться оформлять основные жанры деловых бумаг.

КОНСПЕКТ следующего материала к занятию (требуется записать определение, основные реквизиты и образец):

Заявление – это документ, содержащий просьбу, предложение или жалобу какого-либо лица.

Заявление, как и большинство деловых бумаг, составляется в произвольной форме от руки или печатается на листе бумаги формата А4.

Основные реквизиты заявления:

1. Сведения об адресате (должность, фамилия, инициалы).
2. Сведения об адресате (должность, ФИО полностью, в некоторых случаях адрес или другая контактная информация).
3. Наименование жанра документа.
4. Основной текст заявления с точным изложением просьбы, предложения или жалобы.
5. Опись приложений к документу, если они имеются.
6. Дата.
7. Подпись.

Образец оформления заявления

Декану ФГиГ
проф. Талалаю А. Г.
от студента группы МПГ-16
Волкова Михаила Владимировича

Заявление

Прошу отпустить меня с занятий на 3 дня с 25 по 27 октября 2018 года в связи с участием в областных соревнованиях по футболу.

Копию справки-вызова прилагаю.

01.10.2018 г.



Доверенность – это документ, выдаваемый одним лицом (доверителем) другому лицу (доверенному) для представительства перед третьими лицами и дающий право доверенному лицу действовать от имени доверителя.

Доверенность предоставляет полномочия доверенному лицу предпринимать за доверителя какое-либо действие. В зависимости от вида полномочий различают три вида доверенности: 1) **разовая** (дает право на совершение одного конкретного действия), 2) **специальная** (дает право на совершение однородных действий), 3) **генеральная** (дает право на общее управление имуществом доверителя).

Основные реквизиты разовой доверенности:

1. Наименование жанра документа.
2. Наименование доверителя (ФИО полностью, должность, паспортные данные, адрес регистрации или проживания).
3. Наименование доверенного лица (ФИО полностью, должность, паспортные данные, адрес регистрации или проживания).
4. Формулировка доверяемой функции.
5. Дата.
6. Подпись.

Образец оформления разовой доверенности

Доверенность

Я, Зорянова Евгения Михайловна, студентка группы ВД-16 (паспорт: серия 3209 № 345177, выдан Отделом УФМС России по Свердловской области в Чкаловском районе гор. Екатеринбурга 09.06.2009 г., проживающая по адресу: г. Екатеринбург, ул. 8 марта, д. 104, кв. 190), доверяю Соловчуку Сергею Станиславовичу, студенту группы ГМО-17 (паспорт: серия 5404 № 654321, выдан Железнодорожным РУВД г. Ульяновска 13.09. 2008 г., проживающему по адресу: г. Екатеринбург, ул. Сулимова, д. 63, кв. 77), получить в кассе УГГУ мою стипендию за март 2017 года.

25.02.2017 г.



Расписка – это документ, подтверждающий произведенное кем-либо определенное действие (получение ценных предметов).

Расписка всегда составляется от руки. Если она имеет особо важное значение, ее необходимо заверить.

Основные реквизиты расписки:

1. Наименование жанра документа.
2. Наименование лица, получившего ценности (ФИО полностью, должность, паспортные данные, адрес регистрации или проживания).
3. Наименование лица, выдавшего ценности (ФИО полностью, должность, паспортные данные, адрес регистрации или проживания).
4. Точное наименование полученных ценностей с указанием количества (цифрами и прописью).
5. Дата, до которой необходимо вернуть полученные ценности.
6. Дата.
7. Подпись.

Образец оформления расписки

Расписка

Я, Воробьева Наталия Александровна, студентка группы УП-17 (паспорт: серия 5009 № 2435672, выдан отделом УФМС Ленинского района г. Новосибирска 25.09.2005 г., проживающая по адресу: Свердловская область, г. Первоуральск, ул. Горького, д. 7, кв. 5), получила от Штиппеля Артемия Павловича, инженера кафедры ГД (паспорт: серия 6507 № 575849, выдан Отделом УФМС России по Свердловской области в Кировском районе г. Екатеринбурга 05.10.2004 г., проживающего по адресу: г. Екатеринбург, пер. Красный, д. 34, кв. 33), 10 000 (десять тысяч) рублей.

Обязуюсь вернуть указанную сумму до 31 декабря 2017 г.

07 ноября 2017 г.



Докладная записка – это документ, информирующий адресата о сложившейся ситуации, а также содержащий выводы и предложения составителя.

Основной текст докладной записки делится на две части:

- в первой излагаются причины, послужившие поводом для ее написания;
- во второй анализируется сложившаяся ситуация, содержатся выводы и предложения о действиях, которые необходимо предпринять.

Основные реквизиты докладной записки:

1. Сведения об адресате (должность, фамилия, инициалы).

2. Наименование жанра документа.
3. Основной текст, состоящий из двух смысловых частей.
4. Описание приложений к документу, если они имеются.
5. Подпись автора документа, состоящая из трех частей (должность, собственно личная подпись и расшифровка подписи).
6. Дата.

Образец оформления докладной записки

*Ректору УГГУ
проф. Душину А. В.*

Докладная записка

24 декабря 2018 г. примерно в 12.30 я сдал свой пуховик в гардероб 4 учебного корпуса. Через два часа (после окончания праздничных мероприятий) я попытался получить пуховик по бирке, но его не оказалось на вешалке. Студенты, дежурившие в гардеробе в тот день, отказались объяснять, что произошло и куда пропала моя одежда.

Прошу разобраться в сложившейся ситуации и помочь с поисками пуховика.

Описание прилагается.

*Студент группы ТБ-17
25 декабря 2018 г.*



/Вутенко Б. Н./

Объяснительная записка – это документ, объясняющий причины какого-либо события, факта, поступка (нарушения трудовой или учебной дисциплины, невыполнение задания, поручения и т. д.).

Основной текст объяснительной записки делится на две части:

- в первой излагаются, констатируются факты нарушения;
- во второй объясняются причины нарушения.

Основные реквизиты объяснительной записки:

1. Сведения об адресате (должность, фамилия, инициалы).
2. Наименование жанра документа.
3. Основной текст, состоящий из двух смысловых частей.
4. Описание приложений к документу, если они имеются.
5. Подпись автора документа, состоящая из трех частей (должность, собственно личная подпись и расшифровка подписи).
6. Дата.

Образец оформления объяснительной записки

*Зав. кафедрой ИЯДК
доц. Юсуповой Л. Г.*

Объяснительная записка

05.03.2018 г. я опоздала на практическое занятие по иностранному языку по причине транспортной аварии на перекрестке улиц Малышева и Гагарина.

Выданную транспортным предприятием справку прилагаю.

*Студентка группы МЭ-15
07.03.2018 г.*



/Вайслер Ю. М./

Задание 1. *Напишите от своего имени следующие жанры деловых бумаг:*

- а) заявление с просьбой продлить Вам сессию на неделю;
- б) заявление с просьбой принять Вас на работу;
- в) доверенность на получение Вашей стипендии в этом месяце;
- г) расписку в получении Вами образцов минералов для выполнения лабораторной работы;
- д) докладную записку о пропаже Ваших личных вещей из аудитории;
- е) объяснительную записку о пропуске Вами занятий в течение недели;
- ж) объяснительную записку о неявке на экзамен.

Задание 2. *Исправьте допущенные ошибки в оформлении и содержании следующих документов. Обратите внимание на нарушение разного типа языковых норм (орфографических, пунктуационных, лексических и грамматических). Запишите исправленный вариант.*

Текст 1

*Декану УГТУ
От студента III курса очной формы
обучения факультета гражданской защиты
Волк Василия Васильевича*

заявление

В связи с отъездом на лидерские сборы очень прошу разрешить не посещать мне занятия на следующей неделе.

09.09.18 г.



Текст 2

Ректору УГТУ

Н. П. Косареву

доверенность.

Я, Задорин Виктор, студент УГТУ, даю право на получение получаемой мной стипендии студенту Гудину Александру Геннадьевичу (паспорт 6509 номер 124338, ул. Мира, 90-1).

1.5.18 г.



/Задорин В. З./

Текст 3

Кафедре ИЯДК

расписка

Я – Пустник Валентин Пимурович, прошу выдать мне учебные пособия для практических занятий. Автор – Мясникова Юлия Марковна в размере одной штуки. Паспортные данные – серия 6102, номер 879521, УФМС России, дата рождения – 19.02.2000 года, проживаю в городе Лангепас на улице Парковая, 7.

Обязуюсь вернуть в срок.

25 сентября



Текст 4

*Декану ТМФ
Козину Владимиру
Зиновьевичу*

Докладная

Уважаемый Владимир Зиновьевич!

Сегодня я, Курпатова Вера, студентка ТМФ, оставила без присмотра свои вещи в учебной аудитории 2240. При возвращении моих вещей в аудитории не было. Я очень расстроилась.

Пропали: куртка черная кожанная, красная сумка в цветочек, белый платок.



1 октября 2018 года

Текст 5

*Зав. кафедры ТПФ Волкову М. Н.
От студента Хлебникова Семена.*

Объяснительная о прогуле

Я, Семен Хлебников, отсутствовал на занятиях два месяца всвязи болезни. Справку из 6 городской больницы прилогаю.

01.11.18

Хлебников С.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

1. *Голуб И. Б.* Русский язык и культура речи [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. Б. Голуб. – Электрон. текстовые данные. – М.: Логос, 2014. – 432 с. – 978-5-98704-534-3. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/39711.html>
2. *Культура устной и письменной речи делового человека*: Справочник. Практикум. М.: Флинта: Наука, 2012 (и другие издания).
3. *Меленкова Е. С.* Культура речи и деловое общение: тестовые задания для студентов всех специальностей. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. 78 с.
4. *Федосюк М. Ю., Ладыженская Т. А., Михайлова О. А., Николина Н. А.* Русский язык для студентов-нефилологов: учебное пособие. М.: Флинта: Наука, 2014 (и другие стереотипные издания).

Дополнительная литература

1. *Введенская Л. А., Павлова Л. Г., Кашаева Е. Ю.* Русский язык и культура речи: учебное пособие для вузов. Ростов-на-Дону: Феникс, 2004. – 544 с. (и другие стереотипные издания)
2. *Введенская Л. А., Павлова Л. Г., Кашаева Е. Ю.* Русский язык и культура речи для инженеров: учебное пособие. Ростов-на-Дону: Феникс, 2003. 384 с.
3. *Веселкова Т. В.* Культура устной и письменной коммуникации [Электронный ресурс]: учебное пособие / Т. В. Веселкова, И. С. Выходцева, Н. В. Любезнова. – Электрон. текстовые данные. – Саратов: Вузовское образование, 2016. – 268 с. – 2227-8397. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/54473.html>
4. *Гавриленко Р. И., Меленкова Е. С., Шалина И. В.* Русский язык и культура речи: учебное пособие. 4-е изд., стереотип. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. 84 с.
5. *Голуб И. Б.* Русский язык и культура речи: учебное пособие. М.: Логос, 2005. 432 с. (и другие стереотипные издания)
6. *Данцев А. А., Нефёдова Н. В.* Русский язык и культура речи для технических вузов. Ростов-на-Дону: Феникс, 2001. 320 с. (и другие стереотипные издания)
7. *Дускаева Л. Р., Протопопова. О. В.* Стилистика официально-деловой речи: учебное пособие. М.: Академия, 2012. 272 с.
8. *Карякина М. В.* Русский язык и культура речи. Подготовка к контрольному тестированию. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 71 с.
9. *Коренькова Е. В., Пушкарева Н. В.* Русский язык и культура речи: учебник. М.: Проспект, 2013. 376 с.
10. *Котюрова М. П.* Стилистика научной речи: учебное пособие для студентов учреждений высшего профессионального образования. М.: Академия, 2012. 240 с.
11. *Лапынина Н. Н.* Русский язык и культура речи [Электронный ресурс]: курс лекций / Н. Н. Лапынина. — Электрон. текстовые данные. – Воронеж: Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2012. – 161 с. – 978-5-89040-431-2. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/22667.html>
12. *Лыткина О. И.* Теоретический курс культуры речи [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. И. Лыткина. – Электрон. текстовые данные. – М.: Московская государственная академия водного транспорта, 2009. – 105 с. – 2227-8397. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/46332.html>

13. Меленкова Е. С. Русский язык делового общения: учебное пособие для студентов всех специальностей и направлений подготовки. Екатеринбург: УГГУ, 2018. 80 с.
14. Меленкова Е. С. Русский язык и культура речи: учебное пособие с упражнениями и контрольными работами для студентов всех специальностей очной и заочной форм обучения. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 80 с.
15. Меленкова Е. С. Стилистика русского языка: учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 86 с.
16. Миняева В. И. Репетитор по русскому языку. Орфография. Пунктуация. Культура речи: учебное пособие. 5-е изд., испр. и доп. Екатеринбург: УГГУ, 2007. 239 с.
17. Петрова Ю. А. Культура и стиль делового общения [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю. А. Петрова. – Электрон. текстовые данные. – М.: ГроссМедиа, 2007. – 190 с. – 5-476-003-476. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/1129.html>
18. Сковцов Л. И. Большой толковый словарь правильной русской речи [Электронный ресурс] / Сковцов Л. И. – Электрон. текстовые данные. – М.: Мир и Образование, Оникс, 2009. – 1104 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/14555.html>
19. Словарь-справочник по культуре речи: для школьников и студентов / Отв. ред. А. А. Евтюгина. - Екатеринбург: У-Фактория, 2004. 334 с.
20. Усанова О. Г. Культура профессионального речевого общения [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / О. Г. Усанова. – Электрон. текстовые данные. – Челябинск: Челябинский государственный институт культуры, 2008. – 93 с. – 5-94839-062-4. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/56426.html>

ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. ГОСТ 6.30-2003. «Унифицированные системы документации. Унифицированная система организационно-распорядительной документации. Требования к оформлению документов» (электронная публикация <http://docs.cntd.ru/document/1200031361>).
2. Грамота (сайт). [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.gramota.ru>.
3. Колтунова М. В. Язык и деловое общение. Нормы. Риторика. Этикет. М.: Экономика, 2000. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://bibliotekar.ru/delovoe-obschenie/index.htm>
4. Культура письменной речи (сайт) [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.grammar.ru>.
5. Русский язык и культура речи/ под ред. Максимова В. И. М., 2001 [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.bibliotekar.ru/russkiy-yazyk/>
6. Русский язык: энциклопедия русского языка (сайт). [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://russkiyyazik.ru>.
7. Стилистический энциклопедический словарь русского языка (сайт). [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://stylistics.academic.ru>.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу



поров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Б2.Б.1.09 РУССКИЙ ЯЗЫК И КУЛЬТУРА РЕЧИ

Специальность

21.05.02. *Прикладная геология*

Специализация № 2

***Поиски и разведка подземных вод
и инженерно-геологические изыскания***

квалификация выпускника: специалист

формы обучения: очная, заочная

Автор: Меленкова Е. С., канд. филол. наук, доц.

Одобрены на заседании кафедры

Иностранных языков
и деловой коммуникации

(название кафедры)

Зав. кафедрой

(подпись)

к. п. н., доц. Юсупова Л. Е.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 6 от 17.03.2020

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

Факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель

(подпись)

д. г.-м. н., проф. Бондарев В. И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020

(Дата)

Екатеринбург
2020

Контрольная работа по дисциплине «Русский язык и культура речи» является оценочным средством по Разделу 2. «Современный русский язык. Типология языковых норм».

Её задания направлены на оценку уровня умений и навыков, формирующих компетенции *ОК-6 (способность к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия); ОПК-2 (готовность к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач профессиональной деятельности).*

<i>уметь</i>	– узнавать диалектизмы, жаргонизмы, профессионализмы, просторечные слова и давать им верную для конкретной речевой ситуации оценку; – фиксировать в устной речи нарушения акцентологических, орфоэпических норм и исправлять допущенные ошибки; – находить речевые и грамматические ошибки в устной и письменной речи, устранять их; – соблюдать орфографические и пунктуационные нормы в своей письменной речи.
<i>владеть</i>	– навыками работы с орфографическими словарями; – навыками эффективного общения с соблюдением всех языковых и этических норм.

Для выполнения студентам может быть предложена 1) контрольная работа по орфографическим и пунктуационным нормам и 2) контрольная работа на разные типы языковых норм. Можно их рассматривать как две части одной большой контрольной работы по языковым нормам.

Контрольная работа по орфографическим и пунктуационным нормам

В данной контрольной работе студентам предлагается списать текст научного стиля, вставив пропущенные буквы, раскрыв скобки и расставив знаки препинания.

Пример варианта данной контрольной работы:

Контрольная работа по орфографическим и пунктуационным нормам Вариант 1

***Задание: пишите текст, вставив пропущенные буквы,
раскрыв скобки и расставив знаки препинания.***

Горные п...роды сл...гают поверхность (З, з)емли и уходят (в)глубь на десятки кил...ометров. Их изучением занимается...ся геология. (З, с)десь нужно ут...чнить пр...дмет этой одной из др...внейших естествен...ых наук. Геология в широком смысле слова наука о (З, з)емле. Но это определение слишком общее так как (З, з)емля являет...ся пр...дметом изучения ряда других наук астрономии геодезии (поч...во)ведения географии и т. д. (По)этому прав...льнее сказать что геология изучает верхнюю ч...сть нашей планеты называ...мую з...мной корой и...следуя ее состав стр...ение и процес...ы прот...кающие на ней с момента обр...зования до наш...х дней.

З...мная кора состоит из камней или горных п...род. Од...наковое ли зн...чение имеют эти н...звания? Камень это бытовое или т...хническое понятие и в геологии оно не прим...няет...ся. Геологи пользуют...ся понятием «горная п...рода». Что(же) представляют собой горные п...роды? Это твердые мя...кие рыхлые и сыпучие мас...ивы из которых с...стоит верхняя об...лоч...ка (З, з)емли т...лщиной до 40-60 кил...ометров. Таким образом горная п...рода (в)отличи... от ж...тейского понимания слова «камень» вовсе (не)об...зательно твердая. (По)этому к горным п...родам относят...ся (не)только гранит извес...няк и другие крепкие п...роды но и пл...стич...ная глина и рыхлый п...сок. От горных п...род нужно отл...чать м...нералы природные химические соедин...нения и (само)родные химические эл...менты. Они своего рода «кирпичи» из которых построен...о «(з, с)дание» горной п...роды.

О со...тношении между горными п...родами и м...нералами очень хорошо писал выд...ющийся (петро)граф Ф. Ю. Левинсон-Лессинг *если(бы) можно было сравнивать з...мную кору по сложности ее стр...ения и с...става с (не)каким сложным организмом можно было(бы) ск...зать что горные п...роды это ткани из которых построе(н, нн) наш организм а м...нералы сл...гающие его клетки.*

Перед контрольной работой рекомендуется в качестве тренировки выполнить упражнения с целью повторения основных правил орфографии и пунктуации:

Меленкова Е. С. КУЛЬТУРА РЕЧИ И СТИЛИСТИКА РУССКОГО ЯЗЫКА: учебное пособие для студентов специальностей 21.05.02 – «Прикладная геология», 21.05.03 – «Технология геологической разведки», 21.05.04 – «Горное дело». – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – 88 с.

Зад. 5-12 стр. 10-19

В случае возникновения трудностей при выполнении упражнений можно обратиться к следующим учебным пособиям:

Культура устной и письменной речи делового человека: Справочник. Практикум. М.: Флинта: Наука, 2012 (и другие издания). Раздел «Трудные случаи орфографии и пунктуации» стр. 135-148.

Миняева В. И. Репетитор по русскому языку. Орфография. Пунктуация. Культура речи. Екатеринбург: УГГУ, 2007. 239 с. (и другие издания)

Контрольная работа на разные типы языковых норм

В данную контрольную работу включены задания, нацеленные на проверку владения акцентологическими, орфоэпическими, лексическими и грамматическими (словообразовательными, морфологическими, синтаксическими) нормами.

Пример варианта данной контрольной работы:

Контрольная работа по акцентологическим, орфоэпическим, лексическим и грамматическим нормам

Вариант 1

1. Расставьте ударения в следующих словах:

Асимметрия, важно, диспансер, звонит, ирис, обеспечение, откупорить, пуловер, склады, по средам.

2. Укажите произношение выделенного сочетания:

Алчный, артерия, двоечник, дедукция, декада, кое-что, Вера Кузьминична, темп, терапевт, шапочное знакомство.

3. Найдите в следующих предложениях нарушения лексических норм. Запишите исправленный вариант:

1. В коллективе бригадир пользовался особым приоритетом. 2. Все герои романа Булгакова имеют свои индивидуальные черты. 3. Студенты долго не могли сдать «хвосты» за первую сессию. 4. Первая премьера этого фильма состоялась на «Четвертом канале». 5. В последнем письме к родителям сын выразил свои мысли более понятливо. 6. В последний раз на экзамене Стасу подфартило как никогда. 7. В моей жизни поступление в университет стало самым памятным событием. 8. Религия вновь возродилась в нашей стране после распада СССР. 9. Чистота улиц Екатеринбурга в целом не прогрессировала от предпринимаемых администрацией города мер. 10. К четвергу нам задали написать эссе по отечественной истории и две письменные работы по химии и геодезии.

4. Найдите существительные, у которых неправильно определен род. Запишите словосочетания в исправленном виде.

Очередное НЛО, хрустальная бра, симпатичное колли, неудавшийся НЭП, далекое Мехико, упрямая недоросль, современный ТВ, сильный цунами, молодой коллега, серьезная завкафедрой, ответственные жюри, страшная зануда, индийский раджа, освещенное авеню, известная адвокат.

5. Образуйте форму родительного падежа множественного числа от следующих существительных:

Беляши, джинсы, гетры, кочерги, мечты, носки, татары, полотенца, чулки, яблоки, болгары, граммы, цыгане, сани, вафли.

6. Запишите прописью числительные в следующих предложениях:

1. В ходе проверки нарушения техники безопасности были выявлены на 3 545 предприятиях. 2. К августу мы гарантируем доставку товара на сумму 6 247 900 рублей. 3. В этом месяце прививки от гриппа были сделаны 283 сотрудикам и 534 студентам.

7. Найдите и исправьте нарушения грамматических норм в следующих предложениях:

1. Деревья росли по обоим сторонам улицы. 2. Руководство комбината потребовало доложить годовые итоги работы. 3. Выросло целое поколение, для которых Советский Союз является историей. 4. Окончив школу, мне захотелось пойти работать, а не продолжать учебу. 5. ООН принял к рассмотрению предложенный Россией документ. 6. Им руководила жажда к деятельности. 7. Говорят, что много лет потребуются на восстановление заповедника после пожара. 8. К концу соревнований в более лучшем положении оказалась команда «Москва». 9. Алёна не ответила ему, задумчиво следя за игрой волн, колыхая тяжёлый баркас. 10. Перед нами новая интересная игрушка для детей из пластмассы.

Комментарии по заданиям.

1. В задании № 1 необходимо расставить ударения в предложенных словах или найти слова, в которых ударение поставлено неверно, и исправить.
2. В задании № 2 необходимо указать произношение выделенных сочетаний или найти слова, в которых неверно указано произношение, и исправить.

3. В задании № 3 проверяется владение лексическими нормами и умение исправлять речевые ошибки.
4. В задании № 4 проверяется умение студента определять род у существительных и аббревиатур: необходимо либо определить род у предложенных слов, либо найти словосочетания, в которых род определен неправильно, и исправить.
5. В задании № 5 проверяется умение студента образовывать две формы существительных: либо форму именительного падежа множественного числа, либо родительного падежа множественного числа. От студента требуется образовать необходимую форму или исправить допущенные при образовании определенной формы ошибки.
6. В задании № 6 проверяются различные умения студентов в плане морфологических или синтаксических норм (образование той или иной части речи, склонение числительных, построение словосочетаний по типу управления, построение предложения с деепричастным оборотом и др.).
7. В задании № 7 необходимо найти в предложении допущенную синтаксическую или грамматическую ошибку и записать исправленный вариант.

Перед контрольной работой рекомендуется в качестве тренировки выполнить упражнения, на основе которых данная работа составлена:

Меленкова Е. С. КУЛЬТУРА РЕЧИ И СТИЛИСТИКА РУССКОГО ЯЗЫКА: учебное пособие для студентов специальностей 21.05.02 – «Прикладная геология», 21.05.03 – «Технология геологической разведки», 21.05.04 – «Горное дело». – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – 88 с.

Зад. 13-15 стр. 19-20 (акцентологические нормы)

Зад. 16-20 стр. 20-23 (орфоэпические нормы)

Зад. 21 стр. 23 (словообразовательные нормы)

Зад. 22-29 стр. 23-26 (лексические нормы)

Зад. 30-40 стр. 27-31 (морфологические нормы)

Зад. 41-44 стр. 31-34 (синтаксические нормы)

При выполнении заданий рекомендуется обращаться к словарям и справочникам. В указанном учебном пособии есть отсылки к необходимой литературе.

Обе контрольные работы выполняются на отдельных листах и сдаются на проверку ведущему преподавателю. Критерии оценивания указаны в КОМ дисциплины «Русский язык и культура речи» для данной специальности и специализации.

Автор-составитель: Меленкова Е. С., кандидат филологических наук, доцент

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу

А. И. Порохов



МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Б2.Б.1.09 РУССКИЙ ЯЗЫК И КУЛЬТУРА РЕЧИ

Специальность

21.05.02. *Прикладная геология*

Специализация № 2

***Поиски и разведка подземных вод
и инженерно-геологические изыскания***

формы обучения: очная, заочная

Автор: Меленкова Е. С., канд. филол. наук, доц.

Одобрена на заседании кафедры

Иностранных языков
и деловой коммуникации
(название кафедры)

Зав. кафедрой

(подпись)
к. н. н., доц. Юсупова Я. Г.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 6 от 17.03.2020

(Дата)

Рассмотрена методической комиссией

Факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель

(подпись)
д. г. м. н., проф. Бондарев В. И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020

(Дата)

Екатеринбург
2020

Самостоятельная работа обучающегося в образовательном процессе рассматривается как форма организации обучения, которая способна обеспечивать самостоятельный поиск необходимой информации, творческое восприятие и осмысление учебного материала в ходе аудиторных занятий, разнообразные формы познавательной деятельности студентов на занятиях и во внеаудиторное время, развитие аналитических способностей, навыков контроля и планирования учебного времени, выработку умений и навыков рациональной организации учебного труда.

Самостоятельная работа – форма организации образовательного процесса, стимулирующая активность, самостоятельность, познавательный интерес студентов.

Основные виды аудиторных занятий по дисциплине «Русский язык и культура речи» – лекция и практическое занятие.

Формы контроля самостоятельной работы студентов – опрос, дискуссия, проверка на практическом занятии, контрольная работа, разноуровневые задания, зачет.

Обоснование затрат времени на самостоятельную работу обучающихся (СРО)

Суммарный объем часов на СРО очной формы обучения составляет 76 часов.

№ п/п	Виды самостоятельной работы	Единица измерения	Норма времени, час	Расчетная трудоемкость СРО по нормам, час.	Принятая трудоемкость СРО, час.
Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям					56
1	Повторение материала лекций	1 час	0,1-4,0	1,0 x 16	16
2	Самостоятельное изучение тем курса	1 тема	1,0-8,0	2,0 x 3	6
3	Ответы на вопросы для самопроверки (самоконтроля)	1 тема	0,5-1,0	1,0 x 3	3
4	Подготовка к практическим (семинарским) занятиям	1 занятие	0,3-2,0	2,0 x 8	16
5	Подготовка к дискуссии	1 занятие	1,0-4,0	4,0 x 1	4
6	Подготовка к контрольной работе и ее выполнение	1 работа	1,0-25,0	19,0 x 1	19
Другие виды самостоятельной работы					12
7	Выполнение самостоятельного письменного домашнего задания (разноуровневые задания)	1 задание	1,0-25,0	1,0 x 12	12
Итого:					76

Суммарный объем часов на СРО заочной формы обучения составляет 100 часов.

№ п/п	Виды самостоятельной работы	Единица измерения	Норма времени, час	Расчетная трудоемкость СРО по нормам, час.	Принятая трудоемкость СРО, час.
Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям					89
1	Самостоятельное изучение тем курса	1 тема	1,0-8,0	3,0 x 11	33
2	Ответы на вопросы для самопроверки (самоконтроля)	1 тема	1,0-5,0	3,0 x 11	33
3	Подготовка к практическим (семинарским) занятиям	1 занятие	0,3-2,0	1,0 x 4	4
4	Подготовка к контрольной работе и ее выполнение	1 работа	1,0-25,0	19,0 x 1	19

Другие виды самостоятельной работы					11
5	Выполнение самостоятельного письменного домашнего задания (разноуровневые задания)	1 задание	1,0-25,0	1,0 x 7	7
6	Подготовка к зачету	1 зачет	1,0-25,0	4,0 x 1	4
	Итого:				100

Подготовка к лекции и опросу

Необходимость самостоятельной работы по подготовке к лекции или опросу определяется тем, что изучение любой дисциплины строится по определенной логике освоения ее разделов, представленных в РУП данной дисциплины.

Перечень примерных вопросов для самоконтроля.

Раздел 1. Культура речи и деловое общение

1. Каковы основные отличия общения в официальной и неофициальной обстановке?
2. Какие функции общения реализуются в ситуации занятия? Каких функций необходимо избегать?
3. Какие основные требования предъявляются к деловому общению?
4. По каким аспектам мы оцениваем культуру речи каждого человека?
5. Почему наши тексты должны соответствовать коммуникативным качествам речи?

Раздел 2. Современный русский язык. Типология языковых норм

1. Как соотносятся понятия «язык» и «речь»?
2. Как можно охарактеризовать современный русский язык?
3. Какие разновидности выделяются в национальном русском языке?
4. Что такое литературный язык? Как это понятие соотносится с литературно-художественным стилем?
5. Перечислите типы языковых норм. Что такое императивная и диспозитивная норма?

Раздел 3. Стилистика русского языка. Официально-деловой стиль

1. Перечислите функциональные стили, которые выделяются в современном русском языке. Дайте им краткую характеристику.
2. Каковы основные стилевые и языковые особенности официально-делового стиля?
3. Какие требования предъявляются к оформлению документов?

Часть тем дается на самостоятельное изучение с опорой на список предложенной литературы. Перечень и тем их количество определяется формой обучения.

Очная форма

1. Общая характеристика функциональных стилей
2. Научный стиль русского языка
3. Силевая, языковая и жанровая специфика научного стиля

Заочная форма

1. Общая характеристика общения и делового общения
2. Язык как знаковая система
3. Разновидности национального русского языка и их характеристика

4. Литературный язык и его признаки
5. Система функциональных стилей русского языка
6. Общая характеристика функциональных стилей
7. Научный стиль русского языка
8. Стилистая, языковая и жанровая специфика научного стиля
9. Официально-деловой стиль русского языка
10. Стилистые и языковые особенности официально-делового стиля
11. Классификация документов и правила их оформления

Подготовка к практическому занятию

Подготовка к практическому занятию нередко требует подбора материала, с которым предстоит работа на занятии, или отработку навыков, проверка которых состоится непосредственно в аудитории (например, выполнение аналогичных, однотипных заданий). Здесь же можно отметить еще один вид СРО – это **выполнение самостоятельного письменного домашнего задания**.

К практическим занятиям студенты самостоятельно готовят задания, посвященные лексикографии:

Меленкова Е. С. Культура речи и стилистика русского языка: учебное пособие для студентов специальностей 21.05.02 – «Прикладная геология», 21.05.03 – «Технология геологической разведки», 21.05.04 – «Горное дело». – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – С. 4-10.

Особое внимание при подготовке уделяется заданию 4, которое выполняется письменно.

К Разделу 3 по указанному пособию необходимо сделать следующую работу самостоятельно:

Стр. 35-37 – конспект

Зад. 45 стр. 38-40, зад. 47 стр. 41-47 (в качестве подготовки к тестированию)

Стр. 47-50 – конспект

Зад. 48 стр. 50-56 (по вариантам в сильных группах)

Стр. 77-82 – конспект

Зад. 53 стр. 82-83, зад. 54 стр. 83-84 (в качестве подготовки к разноуровневым заданиям)

Подготовка к дискуссии

Дискуссия – это целенаправленное обсуждение конкретного вопроса, сопровождающееся обменом мнениями, идеями между двумя и более лицами. Задача дискуссии – обнаружить различия в понимании вопроса и в споре попытаться установить истину. Обсуждение проблемы (нравственной, политической, научной, профессиональной и другой, которая не имеет общепринятого, однозначного решения) происходит в аудитории коллективно. Дискуссия позволяет включить обучающихся в процесс обсуждения спорного вопроса в рамках актуальной проблематики, оценить их умение формулировать и аргументировать собственную точку зрения.

При подготовке к дискуссии необходимо выбрать актуальную тему, разбиться на три группы 1) те, кто будет отстаивать точку зрения «ЗА», 2) те, кто будет приводить контраргументы и отстаивать позицию «ПРОТИВ», и 3) сторонние наблюдатели, которые будут оценивать происходящее и объяснять, почему они склоняются в итоге к мнению

первой или второй команды. Первые две группы готовят тексты своих выступлений заранее. Также заранее можно сформулировать вопросы, которые будут корректироваться по ходу дискуссии.

Подготовка к контрольной работе

Самостоятельная подготовка к контрольной работе включает в себя:

- изучение конспектов лекций, посвященных темам Раздела 2;
- повторение учебного материала, полученного при подготовке к практическим занятиям и во время их проведения;
- изучение дополнительной литературы, в которой конкретизируется содержание проверяемых умений и навыков;
- выполнение упражнений, по аналогии с которыми составлены задания в контрольной работе.

Перед контрольной работой по орфографии и пунктуации рекомендуется в качестве тренировки выполнить упражнения по пособию:

Меленкова Е. С. Культура речи и стилистика русского языка: учебное пособие для студентов специальностей 21.05.02 – «Прикладная геология», 21.05.03 – «Технология геологической разведки», 21.05.04 – «Горное дело». – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – 88 с.

Зад. 5-12 стр. 10-19

В случае возникновения трудностей при выполнении упражнений можно обратиться к следующим учебным пособиям:

Культура устной и письменной речи делового человека: Справочник. Практикум. М.: Флинта: Наука, 2012 (и другие издания). Раздел «Трудные случаи орфографии и пунктуации» стр. 135-148.

Миняева В. И. Репетитор по русскому языку. Орфография. Пунктуация. Культура речи. Екатеринбург: УГГУ, 2007. 239 с. (и другие издания)

Перед контрольной работой на разные типы языковых норм рекомендуется в качестве тренировки выполнить упражнения, на основе которых данная работа составлена:

Меленкова Е. С. Культура речи и стилистика русского языка: учебное пособие для студентов специальностей 21.05.02 – «Прикладная геология», 21.05.03 – «Технология геологической разведки», 21.05.04 – «Горное дело». – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – 88 с.

Зад. 13-15 стр. 19-20 (акцентологические нормы)

Зад. 16-20 стр. 20-23 (орфоэпические нормы)

Зад. 21 стр. 23 (словообразовательные нормы)

Зад. 22-29 стр. 23-26 (лексические нормы)

Зад. 30-40 стр. 27-31 (морфологические нормы)

Зад. 41-44 стр. 31-34 (синтаксические нормы)

При выполнении заданий рекомендуется обращаться к словарям и справочникам. В указанном учебном пособии есть отсылки к необходимой литературе.

Часть этих упражнений преподаватель на свое усмотрение предлагает в качестве самостоятельного письменного домашнего задания.

Подготовка к зачету

Зачет является традиционной формой проверки знаний, умений и навыков, сформированных у студентов в процессе освоения всего содержания изучаемой дисциплины.

Самостоятельная подготовка к зачету должна осуществляться в течение всего семестра. Подготовка включает следующие действия: прежде всего нужно перечитать все лекции, конспекты, а также просмотреть материалы, которые самостоятельно готовились к лекциям или практическим занятиям. Поскольку зачет проходит в форме теста, можно предварительно потренироваться выполнять тестовые задания по дисциплине «Русский язык и культура речи».

Для подготовки к тесту рекомендуется использовать учебное пособие:

Меленкова Е. С. Культура речи и деловое общение: Тестовые задания для студентов всех специальностей очной и заочной формы обучения. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011.

Тестовые задания позволяют обобщить полученные теоретические знания (часть заданий нацелена на проверку знания теории курса) и практические навыки (часть тестовых заданий составлена с опорой на упражнения, которые студенты выполняют при подготовке к занятиям).

ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Основная литература

№ п/п	Наименование	Кол-во экз.
1	Голуб И. Б. Русский язык и культура речи [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. Б. Голуб. – Электрон. текстовые данные. – М.: Логос, 2014. – 432 с. – 978-5-98704-534-3. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/39711.html	Электронный ресурс
2	Культура устной и письменной речи делового человека: Справочник. Практикум. М.: Флинта: Наука, 2012 (и другие издания).	166
3	Меленкова Е. С. Культура речи и деловое общение: тестовые задания для студентов всех специальностей. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. 78 с.	98
4	Меленкова Е. С. Русский язык делового общения: учебное пособие для студентов всех специальностей и направлений подготовки. Екатеринбург: УГГУ, 2018. 80 с.	101

2. Дополнительная литература

№ п/п	Наименование	Кол-во экз.
1.	Введенская Л. А., Павлова Л. Г., Кашаева Е. Ю. Русский язык и культура речи: учебное пособие для вузов. Ростов-на-Дону: Феникс, 2004. – 544 с. (и другие стереотипные издания)	216
2.	Введенская Л. А., Павлова Л. Г., Кашаева Е. Ю. Русский язык и культура речи для инженеров: учебное пособие. Ростов-на-Дону: Феникс, 2003. 384 с.	19
3.	Веселкова Т. В. Культура устной и письменной коммуникации [Электронный ресурс]: учебное пособие / Т. В. Веселкова, И. С. Выходцева, Н. В. Любезнова. – Электрон. текстовые данные. – Саратов: Вузовское образование, 2016. – 268 с. – 2227-8397. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/54473.html	Электронный ресурс
4.	Карякина М. В. Русский язык и культура речи. Подготовка к контрольному тестированию. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 71 с.	40
5.	Лапынина Н. Н. Русский язык и культура речи [Электронный ресурс]: курс лекций / Н. Н. Лапынина. — Электрон. текстовые данные. – Воронеж: Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2012. – 161 с. – 978-5-89040-431-2. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/22667.html	Электронный ресурс
6.	Лыткина О. И. Теоретический курс культуры речи [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. И. Лыткина. – Электрон. текстовые данные. – М.: Московская государственная академия водного транспорта, 2009. – 105 с. – 2227-8397. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/46332.html	Электронный ресурс
7.	Меленкова Е. С. Русский язык и культура речи: учебное пособие с упражнениями и контрольными работами для студентов всех специальностей очной и заочной форм обучения. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 80 с.	38
8.	Меленкова Е. С. Стилистика русского языка: учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 86 с.	27
9.	Миняева В. И. Репетитор по русскому языку. Орфография. Пунктуация. Культура речи: учебное пособие. 5-е изд., испр. и доп. Екатеринбург: УГГУ, 2007. 239 с.	20
10.	Петрова Ю. А. Культура и стиль делового общения [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю. А. Петрова. – Электрон. текстовые данные. – М.: ГроссМедиа, 2007. – 190 с. – 5-476-003-476. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/1129.html	Электронный ресурс
11.	Скворцов Л. И. Большой толковый словарь правильной русской речи [Электронный ресурс]/ Скворцов Л. И. – Электрон. текстовые данные. – М.: Мир и Образование, Оникс, 2009. – 1104 с. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/14555.html . – ЭБС «IPRbooks».	Электронный ресурс
12.	Усанова О. Г. Культура профессионального речевого общения [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / О. Г. Усанова. – Электрон. текстовые	Электронный ресурс

	данные. – Челябинск: Челябинский государственный институт культуры, 2008. – 93 с. – 5-94839-062-4. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/56426.html	
13.	<i>Федосюк М. Ю., Ладыженская Т. А., Михайлова О. А., Николина Н. А.</i> Русский язык для студентов-нефилологов: учебное пособие. М.:Флинта: Наука, 2014 (и другие стереотипные издания)	169

ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. *ГОСТ 6.30-2003.* «Унифицированные системы документации. Унифицированная система организационно-распорядительной документации. Требования к оформлению документов» (электронная публикация <http://docs.cntd.ru/document/1200031361>).
2. *Грамота (сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.gramota.ru>.
3. *Культура письменной речи (сайт)* [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.gramma.ru>.
4. *Русский язык: энциклопедия русского языка (сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://russkiyyazik.ru>.
5. *Стилистический энциклопедический словарь русского языка (сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://stylistics.academic.ru>.

Автор-составитель: Меленкова Е. С., кандидат филологических наук, доцент

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет геологии и геофизики

Кафедра “Математики”



ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Решебник задач по высшей математике

Екатеринбург 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

Часть 1. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА С ЭЛЕМЕНТАМИ ОБЩЕЙ АЛГЕБРЫ	6
1. ВВЕДЕНИЕ В ОБЩУЮ АЛГЕБРУ	
Практическое занятие 1	6
Множества, операции, отношения	6
Практическое занятие 2	12
Комплексные числа	12
Задания для самостоятельной работы	15
2. ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ	20
Практическое занятие 1	20
Метод координат, векторы	20
Практическое занятие 2	31
Векторное и смешанное произведения	31
Прямая линия и плоскость, взаимное расположение прямой линии и плоскости	33
Практическое занятие 3	37
Абстрактные векторные пространства	37
Практическое занятие 4	58
Операторы, матрицы, определители и СЛАУ	58
Практическое занятие 5	73
Ядро и ранг линейного оператора. Критерии совместности СЛАУ	73
Задания для самостоятельной работы	82
Векторная алгебра	82
Прямые линии и плоскости	84
Операторы, матрицы	85
Часть 2. ОПЕРАТОРЫ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ	93
Практическое занятие 1	93
Собственные и инвариантные подпространства. Самосопряжённые и ортогональные операторы	93
Практическое занятие 2	114

Наклонная, перпендикуляр, проекция, оператор проектирования	114
Практическое занятие 3	121
Квадратичные формы. Поверхности второго порядка	121
Задания для самостоятельной работы	131
Собственные значения и собственные векторы	131
Инвариантные подпространства	132
Геометрия пространства E^n	134
 ЧАСТЬ 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ФУНКЦИЙ ОДНОГО И НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ	 138
Практическое занятие 1	138
Определение предела последовательности	138
Вычисление предела последовательности	140
Непрерывность и предел функции	146
Практическое занятие 2	150
Дифференцируемость функции одного переменного	150
Логарифмическое дифференцирование	155
Дифференцирование функций, заданных неявно	156
Дифференцирование функций, заданных параметрически	158
Понятие дифференциала функции. Приближённые вычисления	159
Практическое занятие 3. Основные теоремы дифференци- ального исчисления	 161
Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши	161
Правила Лопиталя	165
Формула Тейлора и формула Маклорена	166
Практическое занятие 4. Исследование функций одного пе- ременного	 170
Промежутки монотонности функции	170
Схема исследования функции на локальные экстремумы с помощью пер- вой производной	172
Полное исследование функции	177
Практическое занятие 5. Интегрируемость функций одного переменного	 178

Непосредственное интегрирование	178
Подведение под дифференциал	178
Методы подстановки (замены переменной интегрирования) и интегрирования по частям	180
Формула Ньютона-Лейбница, вычисление определённого интеграла методом замены переменной и интегрирования по частям	181
Практическое занятие 6. Дифференцируемость функций нескольких переменных	183
Первые частные производные функций нескольких переменных	183
Частные производные функций нескольких переменных высших порядков	189
Дифференцируемость функций нескольких переменных	191
Дифференциалы высших порядков	193
Производные сложных и неявно заданных функций	194
Практическое занятие 7	197
Градиент функции и производная по направлению	197
Экстремум функции двух переменных	198
Практическое занятие № 8	200
Непосредственное вычисление суммы числового ряда	200
Необходимый признак сходимости	201
Признак сравнения	202
Признак Даламбера	203
Знакопеременные ряды	204
Практическое занятие 9	206
Функциональные ряды	206
Ряд Тейлора (Маклорена)	210
Задания для самостоятельной работы	212
Предел и дифференцируемость функций одного переменного	212
Дифференцируемость функций нескольких переменных.	218
Интегрируемость функции одного переменного	218
Числовые ряды	225
Функциональные ряды	227
 ЧАСТЬ 4. ТЕОРИЯ ПОЛЯ. ВЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ.	
ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ	230

Практическое занятие 1	230
Базисные векторные поля	230
Практическое занятие 2	240
Вычисление криволинейных интегралов	240
Практическое занятие 3	243
Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах	243
Вычисление площади, объёма и массы	245
Вычисление двойного интеграла в полярных координатах	246
Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах	250
Вычисление тройного интеграла в цилиндрических и сферических координатах	251
Практическое занятие 4	253
Приложения криволинейных и кратных интегралов	253
Практическое занятие 5	259
Поверхностные интегралы первого и второго рода	259
Практическое занятие 6	262
Векторный анализ	262
Практическое занятие 7	271
Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными	271
Дифференциальные уравнения с однородной правой частью	273
Линейные дифференциальные уравнения первого порядка	274
Неполные обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка	276
Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка	279
Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка.	
Метод Лагранжа	281
Примеры из механики	283
Практическое занятие 8	286
Линейные системы ОДУ, методы Эйлера и Лагранжа	286
Задания для самостоятельной работы	293
Интегрирование и теория поля	293
Обыкновенные дифференциальные уравнения	298

ЧАСТЬ 1. Линейная алгебра с элементами общей алгебры

1. ВВЕДЕНИЕ В ОБЩУЮ АЛГЕБРУ

Практическое занятие 1

Множества, операции, отношения

Задача 1.1.1. Найти все подмножества множества $M = \{7, 9\}$.

Решение. Подмножествами данного множества являются: пустое множество $\emptyset$; само множество M ; одноэлементные множества $\{7\}, \{9\}$; двухэлементные множества $\{7, 9\}$. $\otimes$

Задача 1.1.2. Найти пересечение, объединение и разность множеств $A = \{b, c, d, e, f\}$, $B = \{e, f, k\}$.

Решение. Пересечение множеств $A \cap B$ содержит три элемента

$$A \cap B = \{e, f\},$$

объединение множеств содержит семь элементов

$$A \cup B = \{b, c, d, e, f, k\},$$

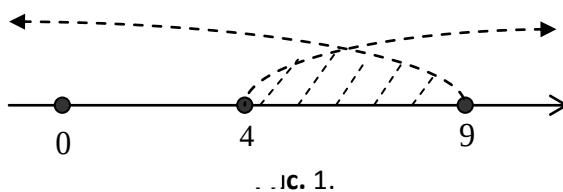
разность

$$A - B = \{c, d\}. \otimes$$

Задача 1.1.3. Найти пересечение множеств решений неравенств

$$2x - 3 > x + 1, 3x - 8 < 2x + 1,$$

полагая, что $x \in \mathbb{R}^1$.



Решение. Решением первого неравенства является множество действительных чисел $x > 4$, решением второго неравенства является множество действительных чисел $x < 9$. Их пересечением (рисунок 1.1.1) является множество $M = \{x \in \mathbb{R}^1: 4 < x < 9\}$. $\otimes$

Задача 1.1.4. Найти произведение $A \times B$ множеств

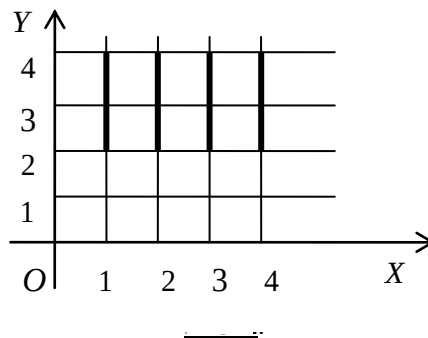
$$A = \{m, p\}, B = \{e, f, k\}.$$

Решение. Составляем, согласно определению, всевозможные упорядоченные пары, первой компонентой которых является элемент множества A , а второй – элемент множества B :

$$A \times B = \{m, e\}, \{m, f\}, \{m, k\}, \{p, e\}, \{p, f\}, \{p, k\}. \otimes$$

Задача 1.1.5. Изобразить на координатной плоскости произведение $A \times B$ множеств $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{R}^1 : 2 \leq y \leq 4\}$.

Решение. Множество A конечно, а множество B – бесконечно, поэтому произведение множеств состоит из бесконечного множества упорядоченных пар, первым компонентом которых являются числа 1, 2, 3 или 4, а вторым – любое действительное число из замкнутого промежутка $[2, 4]$. Множество пар координатной плоскости изобразится



в виде четырёх отрезков, параллельных оси ординат (рисунок 2). $\otimes$

Задача 1.1.6. Доказать транзитивность отношения равенства для произвольных множеств.

Решение. Пусть X , Y и Z – произвольные множества. Покажем, что из $X = Y$ и $Y = Z \Rightarrow X = Z$.

Пусть $x \in X$. Тогда, так как $X = Y$, имеем $x \in Y$. Но так как $Y = Z$, получаем $x \in Z$. Обратно, из $x \in Z$ следует, что $x \in Y$. По закону тождества получаем $X = Z$.

$\otimes$

Задача 1.1.7. Доказать, что для произвольных множеств A , B и C справедливо равенство: $A \setminus (B \cap C) \supseteq (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.

Решение. Покажем, что

$$A \setminus (B \cap C) \supseteq (A \setminus B) \cup (A \setminus C).$$

Пусть $x \in A \setminus (B \cap C)$. Откуда следует, что $x \in A$ и $x \notin B \cap C$. То есть, $x \in A$ и $x \notin B$, или $x \in A$ и $x \notin C$. Поэтому

$$x \in A \setminus B, \text{ или } x \in A \setminus C,$$

то есть

$$x \in (A \setminus B) \cup (A \setminus C).$$

Следовательно, в соответствии с определением части множества включение

$$A \setminus (B \cap C) \supseteq (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$$

доказано.

Включение $(A \setminus B) \cup (A \setminus C) \supseteq A \setminus (B \cap C)$ доказывается аналогично.

Из доказанных включений с учётом закона тождества получаем требуемое равенство $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$. $\otimes$

Задача 1.1.8. Проверить непосредственно, что для множеств

$$X = \{5, 7\}, Y = \{9\}, Z = \{1\}$$

выполняется следующее равенство: $(X \cup Y) \times Z = (X \times Z) \cup (Y \times Z)$.

Решение. Для левой части равенства непосредственно получаем $X \cup Y = \{5, 7, 9\}$ и далее имеем:

$$\begin{aligned} (X \cup Y) \times Z &= \{5, 7, 9\} \times \{1\} \\ &= \{0, 5, 7, 9\} \times \{1\} \end{aligned}$$

Для правой части получаем аналогично:

$$\begin{aligned} (X \times Z) \cup (Y \times Z) &= \{5, 7\} \times \{1\} \cup \{9\} \times \{1\} \\ &= \{0, 5, 7, 9\} \times \{1\} \cup \{9\} \times \{1\} \\ &= \{0, 5, 7, 9\} \times \{1\} \end{aligned}$$

Сравнивая полученные равенства, видим, что оба множества состоят из одних и тех же элементов, то есть, равны друг другу. $\otimes$

Задача 1.1.9. Выяснить, является ли на подмножестве

$$R^+ = \{x \in R^1 : x > 0\}$$

множества действительных чисел R^1 алгебраической операция $x * y = x^2$ и указать, обладает ли эта операция свойствами коммутативности и ассоциативности.

Решение. Пусть x, y, z – любые элементы из R^+ . Тогда, очевидно, $\forall x \in R^+ \quad x^2 \in R^+$, то есть операция $\lceil \cdot \rceil$ является бинарной алгебраической операцией. Так как по определению операции имеем

$$\forall x \neq y \quad x * y = x^2 \neq y * x = y^2,$$

то операция $\lceil \cdot \rceil$ не является коммутативной. Далее, так как

$$\forall x \neq y \neq z \in R^+ \quad x * (y * z) = x^2 \neq (x * y) * z = (x * y)^2 = x^4,$$

то операция $\lceil \cdot \rceil$ не является ассоциативной. $\otimes$

Задача 1.1.10. Ассоциативна ли на множестве действительных чисел R^1 операция $x * y = \sin x \cdot \sin y$.

Решение. Для определённой операции имеем:

$$\forall x, y, z \in R \quad (x * y) * z = \sin(x \cdot \sin y) \cdot \sin z,$$

$$x * (y * z) = \sin x \cdot \sin(y \cdot \sin z).$$

Очевидно, что $(x * y) * z = x * (y * z)$ выполняется не для всех x, y, z , следовательно, операция $\lceil \cdot \rceil$ свойством ассоциативности не обладает. $\otimes$

Задача 1.1.11. На множестве $M = \{4, 6, 8\}$ задано отношение «меньше». Изобразить это отношение: 1) выписав все упорядоченные пары; 2) построив граф отношения.

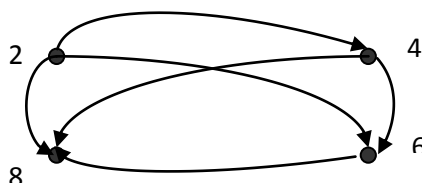


Рис. 1.8.3.

Решение. Отношение имеет вид:

$$2 < 4, 2 < 6, 2 < 8, 4 < 6, 4 < 8, 6 < 8.$$

Запишем отношение в виде подмножества $\mathcal{R} \subset M \times M$ произведения множества M на себя, то есть в виде множества упорядоченных пар:

$$\{ \{4, 6\}, \{4, 8\}, \{6, 8\} \}.$$

Граф отношения приведён на рисунке 3. $\otimes$

Задача 1.1.12. Пусть $M = \{a, p, q\}$ и задано подмножество $\mathcal{R}$ множества $M \times M$

$$\mathcal{R} = \{(a, p), (a, q), (a, f), (p, f), (q, f), (a, q), (a, p), (p, q), (q, p)\}.$$

Обладает ли определяемое этим подмножеством отношение свойствами рефлексивности, симметричности и транзитивности?

Решение. Очевидно, что для элементов множества $\mathcal{R}$ истинны следующие высказывания:

$$1) (a, f) \in \mathcal{R};$$

$$2) (a, p) \in \mathcal{R}, (a, q) \in \mathcal{R}, (p, q) \in \mathcal{R}, (q, p) \in \mathcal{R};$$

$$3) (a, p) \in \mathcal{R} \wedge (a, q) \in \mathcal{R} \Rightarrow (a, q) \in \mathcal{R}, \\ (a, q) \in \mathcal{R} \wedge (p, q) \in \mathcal{R} \Rightarrow (a, p) \in \mathcal{R}, \\ (a, f) \in \mathcal{R} \wedge (a, q) \in \mathcal{R} \Rightarrow (a, q) \in \mathcal{R}.$$

Поэтому отношение $\mathcal{R}$ на множестве M , заданное множеством упорядоченных пар элементов M , рефлексивно, симметрично и транзитивно. $\otimes$

Задача 1.1.13. Показать, что отношение включения $\subset$ является отношением порядка.

Решение. 1) Пусть X – произвольное множество. Так как всегда $X \subset X$, то отношение $\subset$ рефлексивно. 2) Пусть X, Y, Z – произвольные множества, для которых выполняются включения $X \subset Y$ и $Y \subset Z$. Если $x \in X$, то в силу $X \subset Y$ имеем $x \in Y$, а так как $Y \subset Z$, то и $x \in Z$. Поэтому $X \subset Y \wedge Y \subset Z \Rightarrow X \subset Z$, то есть отношение $\subset$ транзитивно. 3) Так как по закону тождества имеем

$$X \subset Y \wedge Y \subset X \Leftrightarrow X = Y,$$

то отношение $\subset$ антисимметрично.

Отношение $\subset$ рефлексивно, транзитивно и антисимметрично и, следовательно, является отношением порядка. $\otimes$

Задача 1.1.14. Пусть функция $f: M_1 \rightarrow M_2$, где $M_1 \subset \mathbb{R}^1$ и $M_2 \subset \mathbb{R}^1$, задана формулой $y = \pm\sqrt{1-x^2}$. Требуется: найти множество определения M_1 и множество значений M_2 этой функции; выяснить, является ли данная функция отображением или преобразованием; выяснить, является ли f инъективной, сюръективной или биективной.

Р е ш е н и е. Множеством определения функции f является множество $M_1 = \{x \in \mathbb{R}^1 : -1 \leq x \leq 1\}$, а множеством значений – множество $M_2 = M_1$, следовательно f осуществляет отображение M_1 на M_1 , то есть является преобразованием. Так как $\forall x \in M_1 : f(x) = f(-x)$, то преобразование f не является инъективным, но очевидно, что f – сюръективно. Следовательно, отображение f не является биективным. $\otimes$

Задача 1.1.15. Доказать, что множество натуральных чисел N с операцией $\langle \cdot \rangle : x * y = \min\{x, y\}$ является полугруппой.

Р е ш е н и е. Исходя из определения полугруппы, нужно проверить, что операция $\langle \cdot \rangle$ является алгебраической и ассоциативной. Так как

$$\forall x, y \in N : x * y = \min\{x, y\} \in N,$$

то операция $\langle \cdot \rangle$ является алгебраической. Проверим её на ассоциативность, имеем:

$$\forall x, y, z \in N : (x * y) * z = \min\{\min\{x, y\}, z\} = \min\{x, \min\{y, z\}\}.$$

Операция $\langle \cdot \rangle$ ассоциативна. Поэтому $(N, *)$ – полугруппа. $\otimes$

Задача 1.1.16. Доказать, что множество положительных действительных чисел $R^+ = \{x \in \mathbb{R}^1 : x > 0\}$, в котором операции «сложения» и «умножения на число» введены по правилам

$$\forall x, y \in R^+ \wedge \forall \alpha \in R : x + y \stackrel{\text{def}}{=} x \cdot y \wedge \alpha \cdot x \stackrel{\text{def}}{=} x^\alpha,$$

является векторным пространством.

Р е ш е н и е. Согласно определению векторного пространства, в множестве R^+ должны выполняться две группы аксиом.

Аксиомы сложения:

- 1) $\forall x, y \in A : x + y = y + x$ (коммутативность);
- 2) $\forall x, y, z \in A : (x + y) + z = x + (y + z)$ (ассоциативность);
- 3) $\exists 0 \in A : \forall x \in A : x + 0 = x$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\forall x \in A : \exists (-x) \in A : x + (-x) = 0$ (существование противоположного элемента).

Аксиомы умножения на число:

- 5) $\forall x \in A \wedge \forall \alpha, \beta \in R : (\alpha + \beta) \cdot x = \alpha \cdot x + \beta \cdot x$;
- 6) $\forall x, y \in A \wedge \forall \alpha \in R : \alpha \cdot (x + y) = \alpha \cdot x + \alpha \cdot y$;
- 7) $\forall x \in A : 1 \cdot x = x$;
- 8) $\forall x \in A \wedge \forall \alpha, \beta \in R : (\alpha \cdot \beta) \cdot x = \alpha \cdot (\beta \cdot x)$.

Во множестве R^+ операция «сложения» является бинарной алгебраической операцией, а операция «умножения на число» является внешней бинарной операцией, так как

$$\forall x, y \in R^+ \wedge \forall \alpha \in R^1 \quad x \cdot y \in R^+ \wedge x^\alpha \in R^+.$$

Проверим выполнение аксиом.

1) Коммутативность операции «сложения» выполняется, так как

$$\forall x, y \in R^+ \quad x \cdot y = y \cdot x.$$

2) Ассоциативность операции «сложения» выполняется, так как

$$\forall x, y, z \in R^+ \quad (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z).$$

3) В качестве нулевого элемента выбираем единицу, так как

$$\forall x \in R^+ \quad 1 \cdot x = x \cdot 1 = x.$$

4) Противоположный элемент

$$-x = \frac{1}{x},$$

так как $\forall x \in R^+ \quad x \cdot \frac{1}{x} = 1.$

5) Так как $x^{\alpha+\beta} = x^\alpha \cdot x^\beta$, то

$$(\alpha + \beta) \cdot x = \alpha \cdot x + \beta \cdot x.$$

6) Так как $(x \cdot y)^\alpha = x^\alpha \cdot y^\alpha$, то

$$\alpha \cdot (x \cdot y) = \alpha \cdot x + \alpha \cdot y.$$

7) Так как $x^1 = x$, то

$$1 \cdot x = x.$$

8) Так как $x^{\alpha \cdot \beta} = (x^\beta)^\alpha$, то

$$(\alpha \cdot \beta) \cdot x = \alpha \cdot (\beta \cdot x).$$

Все аксиомы векторного пространства выполняются, следовательно, множество R^+ с введенными операциями является векторным пространством над полем действительных чисел R^1 . $\otimes$

Практическое занятие 2

Комплексные числа

Задача 1.2.1. Построить точку, изображающую комплексное число

$$z = -3 - 4i.$$

Решение. В данной задаче $z = a + bi = -3 - 4i$. Так как на комплексной плоскости $a = x$ и $b = y$, то точка, изображающая на комплексной плоскости число z , имеет координаты $x = -3$ и $y = -4$. $\otimes$

Задача 1.2.2. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -4 - 4\sqrt{3}i$.

Решение. Модуль числа $|z| = \sqrt{(-4)^2 + (-4\sqrt{3})^2} = 8$. Точка z лежит в третьей четверти, поэтому $\arg z = \arctg \sqrt{3} = -\frac{2\pi}{3}$. $\otimes$

Задача 1.2.3. Выполнить указанные действия:

$$\frac{-4i - i}{2+i} - \frac{-4i + i}{2-i}.$$

Решение. Выполняем действия, раскрывая скобки и учитывая свойство мнимой единицы $i^2 = -1$. $\otimes$

Задача 1.2.4. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие: $-2 < \operatorname{Im} z \leq 3$.

Решение. Так как на комплексной плоскости $\operatorname{Im} z = y$, то искомое множество точек является полосой, заключённой между прямыми линиями с уравнениями $y = -2$ и $y = 3$, причём точки первой прямой этому множеству не принадлежат, а точки второй прямой принадлежат. $\otimes$

Задача 1.2.5. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие: $|z - 1| < 3$.

Решение. Положим $z = x + iy$. Тогда имеем $z - 1 = (-1) + iy$, откуда получаем

$$|z - 1| = \sqrt{(-1)^2 + y^2} < 3,$$

или

$$(-1)^2 + y^2 < 9.$$

Искомое множество точек комплексной плоскости является внутренностью круга радиуса 3 с центром в точке $(0; 0)$. $\otimes$

Задача 1.2.6. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие: $\log_3 |z - 3i| < 1$.

Решение. Положим $z = x + iy$. Тогда для числа $z - 3i$ имеем

$$z - 3i = x + i(y - 3),$$

откуда получаем

$$|z - 3i| = \sqrt{x^2 + (y - 3)^2}.$$

Решая неравенство

$$\log_3 \sqrt{x^2 + (y - 3)^2} < 1,$$

получаем $x^2 + (y - 3)^2 < 9$. Искомое множество точек является внутренностью круга радиуса 3 с центром в точке с координатами $(0; 3)$. $\otimes$

Задача 1.2.7. Представить комплексное число

$$z = -\cos \vartheta + i \sin \vartheta$$

в тригонометрической форме.

Решение. Стандартная запись комплексного числа в тригонометрической форме имеет вид $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$. По формулам приведения имеем $-\cos \vartheta = \cos(\pi - \vartheta)$. Поэтому, полагая $r = 1$ и $\varphi = \pi - \vartheta$, получаем стандартную запись комплексного числа в тригонометрической форме

$$z = \cos(\pi - \vartheta) + i \sin(\pi - \vartheta). \otimes$$

Задача 1.2.8. Представить комплексное число $z = 4 - 4\sqrt{3} \cdot i$ в тригонометрической форме.

Решение. 1) Находим модуль: $|z| = \sqrt{4^2 + (-4\sqrt{3})^2} = 8$.

2) Находим аргумент. Так как $\cos \varphi = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$, $\sin \varphi = \frac{-4\sqrt{3}}{8} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, то $\varphi = -\frac{\pi}{3}$.

Следовательно, $z = 8 \left[\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \right]. \otimes$

Задача 1.2.9. Выполнить умножение комплексных чисел:

$$8 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) \cdot \frac{1}{16} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right).$$

Решение. Используя формулу умножения, получаем:

$$8 \cdot \frac{1}{16} \left(\cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) \right) = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right) = \frac{1}{2} i. \otimes$$

Задача 1.2.10. Выполнить деление комплексных чисел:

$$2 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right) : 4 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right).$$

Решение. Используем формулу деления комплексных чисел, получаем:

$$\frac{2}{4} \left(\cos\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) \right) = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4} i. \otimes$$

Задача 1.2.11. Возвести комплексное $2 \left(\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) \right)$ число в

седьмую степень.

Решение. По формуле возведения комплексного числа в степень имеем:

$$\begin{aligned} \left[2 \left(\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) \right) \right]^7 &= 2^7 \left(\cos\left(-\frac{21\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{21\pi}{4}\right) \right) = \\ &= -64\sqrt{2} + 64\sqrt{2} i. \otimes \end{aligned}$$

Задания для самостоятельной работы

1. Пусть $M = \{8, 11, 22\}$. Образовать всевозможные подмножества этого множества и указать их число.

2. Пусть

$$X = \{2, 3, 4, 5, 6\}, Y = \{4, 6, 8, 10\}.$$

Найти $X \cap Y$, $X \cup Y$, $X - Y$, $Y - X$.

3. Пусть $X = [3, 7]$ и $Y = [1, 6]$. Найти $X \cap Y$, $X \cup Y$, $X - Y$, $Y - X$.

4. Найти пересечение и объединение множеств решений неравенств:

$$3x + 4 \geq 7x - 16, |x - 3| < 1.$$

5. Изобразить на декартовой плоскости произведение множеств:

а) $X = \{x: 2 \leq x \leq 6\}, Y = \{y: 3 < y \leq 5\};$

б) $X = R, Y = \{y: -2 < y \leq 3\};$

в) $[1, 1] \times [1, 1];$

г) $[2, 2] \times (-\infty, +\infty);$

д) $(-\infty, +\infty) \times [2, -3].$

6. Доказать, что для произвольных множеств X, Y, Z справедливы равенства:

а) $X \cup (X \cap Y) = X;$

б) $X \cap (X \cup Y) = X;$

в) $(X \cup Y) \cap (X \cap Y) = (X \setminus Y) \cup (Y \setminus X);$

г) $(X \setminus Y) \cap Z = (X \cap Z) \setminus Y;$

д) $Y \cup (X \setminus Y) = X \cup Y;$

е) $(X \cup Y) \times Z = (X \times Z) \cup (Y \times Z);$

ж) $(X \cap Y) \times Z = (X \times Z) \cap (Y \times Z);$

з) $(X - Y) \times Z = (X \times Z) - (Y \times Z);$

и) $X \cup Y \subset Z \Rightarrow X \times Y = (X \times Z) \cap (Y \times Z).$

7. Слушатели потока в 100 человек изучают английский, немецкий и французский языки. Причём, 28 слушателей изучают английский язык, 30 - немецкий, 42 - французский, 8 - английский и немецкий, 10 - английский и французский, 5 - немецкий и французский. Сколько слушателей

изучают только один язык? (проиллюстрировать решение задачи геометрически, используя диаграммы Эйлера).

8. Истинны или ложны для любых X, Y, Z следующие высказывания:

а) $X \subset Y \wedge Y \subset Z \Rightarrow X \subset Z$;

б) $X \neq Y \wedge Y \neq Z \Rightarrow X \neq Z$.

9. Найти множество истинности предиката: $\left\langle \frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 1} < 0 \right\rangle$.

10. Найти множество истинности предиката:

$$\left\langle \begin{array}{l} \text{Корни системы} \\ \text{уравнений} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x - y = t - 1 \\ 2x - y = 3 - t \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{одновременно} \\ \text{положительны.} \end{array} \right\rangle$$

11. Найти множество истинности предиката: $\langle x \cdot (x - 2) : (x + 3) > 0 \rangle$.

12. Записать высказывания, используя логические символы:

1) «существует такое число x , что для любого числа y справедливо равенство $x + y = 0$ »;

2) «если число больше 6, то его квадрат больше 36».

13. Выяснить, являются ли алгебраическими операции сложения, вычитания, умножения и деления на указанных подмножествах множества R действительных чисел и указать, какие из алгебраических операций обладают свойствами коммутативности и ассоциативности:

а) N ; б) $N_{2k} = \{2k : k \in N\}$; в) $N_{2k-1} = \{2k-1 : k \in N\}$;

г) Z ; д) $Z_{2k} = \{2k : k \in Z\}$; е) R ; ж) $R - \{0\}$;

з) $R^+ = \{x \in R : x > 0\}$; и) $R - Q$; к) $\{0, 1\}$.

14. Выяснить, являются ли алгебраическими указанные операции на подмножестве $R^+ = \{x \in R : x > 0\}$ множества действительных чисел R , и указать, какие из алгебраических операций обладают свойствами коммутативности и ассоциативности:

1) $x * y = \frac{x + y}{2}$; 2) $x * y = x + y - 1$; 3) $x * y = x^2 y$;

4) $x * y = \sqrt{xy}$; 5) $x * y = |x - y|$; 6) $x * y = x^y$;

7) $x * y = x^2 + y^2$; 8) $x * y = x \cdot y^{\frac{x}{|x|}}$.

15. На множестве $X = \{4, 6, 8\}$ рассматриваются отношения « X равно Y », « X кратно Y » и « X больше Y на 2». Какое из приведённых ниже подмножеств множества $X \times X$ задаёт соответствующее отношение?

а) $\{(2, 6), (2, 8), (4, 8), (6, 4), (8, 4), (8, 6), (2, 4), (4, 4), (6, 6), (8, 8)\}$;

б) $\{(2, 6), (4, 8), (6, 8)\}$;

в) $\{(2, 4), (4, 4), (6, 6), (8, 8)\}$.

16. Доказать, что:

а) множество натуральных чисел N с операциями $x * y = x$ и $x \circ y = 1$ является полугруппой;

б) множества всех целых чисел Z , всех рациональных чисел Q и всех действительных чисел R являются аддитивными группами, если в качестве групповой операции выбрано сложение чисел.

17. Найти действительные числа x и y , если:

а) $\frac{5x + 2xi - 3y - 3yi}{3 + 4i} = 2$; б) $\frac{2u + 4i}{2x + y} - \frac{y}{x - i} = 0$.

18. Найти $\operatorname{Re} z$ и $\operatorname{Im} z$, если:

а) $z = \frac{-2i^3}{i} + 4i^{16}$; б) $z = \frac{3 - 2i}{1 - 4i} + i^9$;

в) $z = \frac{5i - 2}{3i + 1} + i + \frac{8i - 3}{2 - i}$; г) $z = \frac{1}{4} \left(\frac{17 + 31i}{7 + i} + \frac{12}{+i^4} \right) + i$.

19. Выполнить указанные действия:

1) $(+2i)^6$;

2) $(+3i) \cdot (-5i) + (-3i) \cdot (+5i)$;

3) $(-1 - i) \cdot (-1 + i) \cdot (+1 + i) \cdot (+1 - i)$;

4) $(+2i)^5 - (-2i)^5$;

5) $\left(-\frac{1}{2} + \frac{i \cdot \sqrt{3}}{2} \right)^2$;

$$6) \frac{-i^5 - 1}{+i^5 + 1};$$

$$7) \frac{+2i^8 - (-i^8)}{-i^8 + (-i^8)};$$

$$8) \frac{+2i^8 + (-2i^8)}{(-i^8) - (-i^8)};$$

$$9) \frac{(-4i)(-i) - (-4i)(+i)}{2+i} - \frac{(-4i)(+i) - (-4i)(-i)}{2-i};$$

$$10) \frac{5+12i}{8-6i} + \frac{+2i^8}{2+i};$$

$$11) \left[\frac{1}{3} \left((-i)^8 + \frac{7-24i}{4-3i} \right) + i \right] \frac{8}{(+i)^8}.$$

20. Найти такие вещественные числа x и y , что следующие пары комплексных чисел будут комплексно-сопряжёнными:

$$a) z_1 = y^2 - 2y + xy - x + y + (-i + y^2), z_2 = -y^2 + 2y + 11 - 4i;$$

$$б) z_1 = x + y^2 + 1 + 4i, z_2 = ixy^2 + iy^2 - 3.$$

21. Решить уравнения:

$$1) |z| + z = 1 + 2i;$$

$$2) 2|z| - 4az + 1 + ai = 0 \quad a \in \mathbb{R};$$

$$3) |z| + z = 2 - i;$$

$$4) 3z^2 - (-4 - 8i)z + 8(-4 - 3i) = 0;$$

$$5) 2(-i)z^2 + (-i)z + 5(+i) = 0;$$

$$6) (-4 + 4i)z^2 + 2z + 6 - 6i = 0;$$

$$7) z^4 - 12z^2 + 64 = 0.$$

22. Решить систему уравнений:

$$1) \begin{cases} (-i)x - (-1+i)y = 4, \\ 5x - (-1+i)y = 4i; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} (-i)x + 3iy = 5, \\ 2x - (-1-i)y = 6. \end{cases}$$

23. Построить точки, изображающие комплексные числа:

$$1) z_1 = -3 + 3i; 2) z_2 = 5 - i; 3) z_3 = 2i; 4) z_4 = -\sqrt{2}i.$$

24. Найти модуль и аргумент комплексных чисел:

$$1) z_1 = -3 + 3i; 2) z_2 = -2i; 3) z_3 = 5 - \sqrt{2}.$$

25. Найти множество точек комплексной плоскости, для которых:

$$1) -\frac{\pi}{6} < \arg z < \frac{\pi}{4}; 2) 1 \leq |z+1| < 3; 3) |z+i| = 1;$$

$$4) \frac{\pi}{4} \leq \arg (-2+i) \leq \pi; 5) \begin{cases} \frac{\pi}{4} < \arg z < \pi, \\ |1-2i-z| = 2; \end{cases}$$

$$6) |z-1-i| \geq |z-2+i|; 7) |z-1+2i| \geq 3; 8) |z-2i| + |z-i| = 1.$$

26. Представить комплексные числа в тригонометрической форме:

$$1) z = 16 - 16\sqrt{3}i; 2) z = -6\sqrt{3} - 6i; 3) z = \sqrt{5} - 2i.$$

27. Представить комплексные числа в алгебраической форме:

$$1) z = 5\sqrt{2} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right);$$

$$2) z = 4 \left(\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + i \sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) \right).$$

28. Представив комплексные числа в тригонометрической форме, выполнить указанные действия:

$$\left(\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{12}\right) \right) (-3 + \sqrt{3}i);$$

$$4\sqrt{3} \left(\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3} \right) : (\sqrt{3} - i);$$

$$\left(-\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}i \right) (-1+i); (-\sqrt{5} + \sqrt{5}i)^3 (-1+i)^2; \frac{2\sqrt{3} - 2i}{(-1+i)(\sqrt{2} + \sqrt{6}i)}.$$

29. Извлечь корни из комплексных чисел, предварительно представив их в тригонометрической форме:

1) $\sqrt{-6 + 6\sqrt{3}i}$;

2) $\sqrt[3]{-13,5\sqrt{2} - 13,5\sqrt{2}i}$;

3) $\sqrt[4]{-8 - 8\sqrt{3}i}$.

30. Представив комплексные числа

$$z_1 = -1 - i, z_2 = \sqrt{2} - \sqrt{2}i, z_3 = 1 + \sqrt{3}i$$

в тригонометрической форме, вычислить выражение $\frac{z_1 z_3}{z_2}$.

2. ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ

Практическое занятие 1

Метод координат, векторы

Пример 2.1.1. В декартовой системе координат задана точка $A(5; 3)$. Найти координаты точки B , расположенной симметрично точке $A(5; 3)$ относительно координатной плоскости $X^1 O X^2$.

Решение. Координаты точки B по осям OX^1 и OX^2 такие же, как и у точки A , а координата по оси OX^3 имеет противоположный знак. Следовательно, $B(5; -3)$. $\otimes$

Пример 2.1.2. В декартовой системе координат своими разложениями по каноническому базису заданы векторы

$$\vec{x} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3, \vec{y} = 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3, \vec{z} = 3\vec{e}_1 + 13\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3.$$

Найти значение линейной комбинации

$$\vec{u} = 3\vec{x} + 2\vec{y} - \vec{z}$$

этих векторов и сделать вывод о линейной зависимости, или линейной независимости системы

$\left\{ \vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \right\}$ и взаимном расположении векторов.

Решение. Находим линейную комбинацию:

$$\begin{aligned} 3\vec{x} + 2\vec{y} - \vec{z} &= \\ &= 3\left(\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3\right) + 2\left(2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3\right) - \left(3\vec{e}_1 + 13\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3\right) = \\ &= 0\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2 + 0\vec{e}_3 = \vec{0}. \end{aligned}$$

Значением линейной комбинации трёх векторов с ненулевыми коэффициентами является нуль-вектор. Поэтому система векторов линейно зависима. Так как векторы заданы в пространстве R^3 , заключаем, что они компланарны, то есть лежат в одной плоскости. $\otimes$

Пример 2.1.3. В декартовой системе координат заданы векторы

$$\vec{x} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3, \quad \vec{y} = 4\vec{e}_1 + 6\vec{e}_3.$$

Найти норму вектора $\vec{z} = 2\vec{x} - 5\vec{y}$.

Решение. Находим вектор

$$\begin{aligned} \vec{z} = 2\vec{x} - 5\vec{y} &= 2\left(\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3\right) - 5\left(4\vec{e}_1 + 6\vec{e}_3\right) = \\ &= -18\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 24\vec{e}_3. \end{aligned}$$

Находим норму вектора $\vec{z}$: $\|\vec{z}\| = \sqrt{(-18)^2 + 4^2 + (-24)^2} = \sqrt{916}$. $\otimes$

Пример 2.1.4. На плоскости R^2 задан параллелограмм, три вершины которого имеют, соответственно, координаты $O(0; 0)$, $B(2; 2)$, $D(6; 0)$ (рисунок 1.1). Найти:

- 1) координаты вершины C ;
- 2) косинус угла между сторонами OB и OD ;
- 3) длины диагоналей и косинус угла между ними.

Р е ш е н и е. 1) По определению координаты вершины C равны координатам вектора

$\vec{OC}$ (рисунок 1.1), который равен сумме векторов

$$\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}.$$

Так как $\vec{OB} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$, а $\vec{OD} = 5\vec{e}_1$, то $\vec{OC} = 6\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$.

2) Вычисляем скалярное произведение векторов $\vec{OB}$ и $\vec{OD}$:

$$\left(\vec{OB}, \vec{OD} \right) = 5.$$

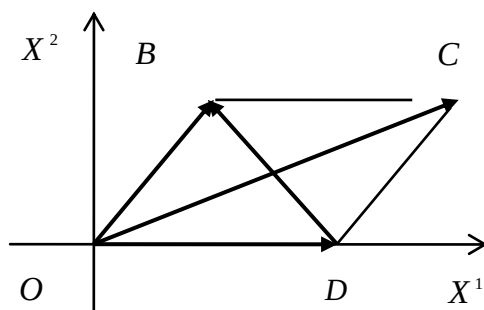


Рис. 1.1.

3) Вычисляем длины векторов: $\vec{OB}$ и $\vec{OD}$:

$$\left\| \vec{OB} \right\| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \approx 2,236;$$

$$\left\| \vec{OD} \right\| = \sqrt{5^2 + 0^2} = \sqrt{25} = 5.$$

4) Находим $\cos \left\{ \vec{OB}, \vec{OD} \right\}$: $\cos \left\{ \vec{OB}, \vec{OD} \right\} = \frac{5}{5 \cdot 2,236} \approx 0,447.$

5) Находим диагональ $\vec{DB}$:

$$\vec{DB} = \vec{OB} - \vec{OD} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 5\vec{e}_1 = -4\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2.$$

6) Далее, $\left\| \vec{OC} \right\| = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}$; $\left\| \vec{DB} \right\| = \sqrt{(-4)^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}.$

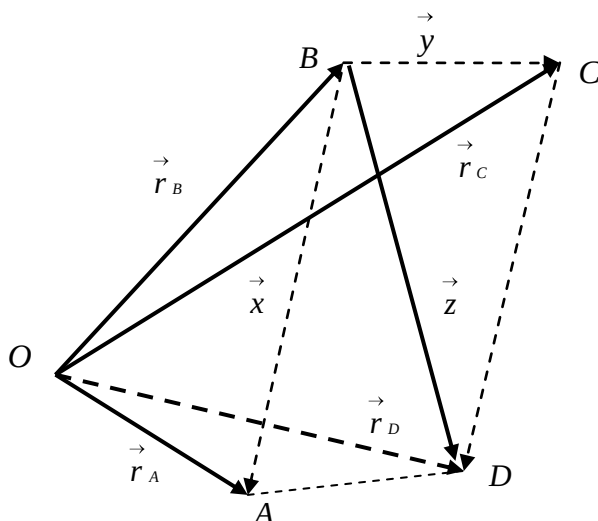
7) Находим косинус угла между диагоналями:

$$\cos\left\{\vec{OC}, \vec{DB}\right\} = \frac{\left(\vec{OC}, \vec{DB}\right)}{\|\vec{OC}\| \cdot \|\vec{DB}\|} = \frac{\leftarrow 4 \rightarrow 6 + 2 \cdot 2}{2\sqrt{10} \cdot 2\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}. \otimes$$

Пример 2.1.5. Даны радиус-векторы трёх последовательных вершин параллелограмма $ABCD$. Найти радиус-вектор четвёртой вершины и косинусы углов между диагоналями параллелограмма, если известно, что:

$$\vec{r}_A = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \quad \vec{r}_B = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3, \quad \vec{r}_C = -7\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 10\vec{e}_3;$$

Решение. Изобразим ситуацию на рисунке, не заботясь о точности изображения. Главное, чтобы рисунок отображал ситуацию качественно.



Из рисунка видно, что:

$$\vec{r}_A - \vec{r}_B = \vec{x}, \quad \vec{r}_C - \vec{r}_B = \vec{y}, \quad \vec{x} + \vec{y} = \vec{z},$$

$$\vec{r}_D = \vec{r}_B + \vec{z} = \vec{r}_B + \vec{r}_A - \vec{r}_B + \vec{r}_C - \vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_C - \vec{r}_B.$$

Подставляя разложения векторов в полученную формулу, вычисляем все требуемые в задаче величины. $\otimes$

Пример 2.1.6. В пространстве R^2 своими координатами заданы векторы

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 + \sqrt{7}\vec{e}_2, \quad \vec{y} = \vec{e}_1 + \sqrt{24}\vec{e}_2.$$

Найти какой-либо вектор $\vec{z}$, направленный по биссектрисе угла $\left\{\vec{x}, \vec{y}\right\}$.

Решение. 1) Находим длины векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$:

$$\|\vec{x}\| = \sqrt{3^2 + (\sqrt{7})^2} = 4;$$

$$\|\vec{y}\| = \sqrt{1^2 + (\sqrt{24})^2} = 5.$$

2) Находим орты векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$:

$$\vec{e}_x = \frac{1}{\|\vec{x}\|} \cdot \vec{x} = \frac{3}{4} \vec{e}_1 + \frac{\sqrt{7}}{4} \vec{e}_2; \quad \vec{e}_y = \frac{1}{\|\vec{y}\|} \cdot \vec{y} = \frac{1}{5} \vec{e}_1 + \frac{\sqrt{24}}{5} \vec{e}_2.$$

3) Находим диагональ ромба, построенного на ортах $\vec{e}_x$ и $\vec{e}_y$:

$$\vec{z} = \vec{e}_x + \vec{e}_y = \frac{19}{20} \vec{e}_1 + \frac{5\sqrt{7} + 8\sqrt{6}}{20} \vec{e}_2.$$

Диагональ ромба направлена по биссектрисе угла, образованного его сторонами, поэто-

му найденный вектор $\vec{z}$ является искомым вектором. $\otimes$

Пример 2.1.7. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами задан вектор

$$\vec{x} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3.$$

Найти направляющие косинусы данного вектора.

Решение. 1) Находим длину вектора:

$$\|\vec{x}\| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 4^2} = \sqrt{21}.$$

2) Находим орт вектора: $\vec{e}_x = \frac{1}{\sqrt{21}} \vec{e}_1 + \frac{-2}{\sqrt{21}} \vec{e}_2 + \frac{4}{\sqrt{21}} \vec{e}_3.$

3) Направляющие косинусы вектора равны координатам его орта, поэтому имеем:

$$\cos\left\{\vec{x}, \vec{e}_1\right\} = \frac{1}{\sqrt{21}}, \quad \cos\left\{\vec{x}, \vec{e}_2\right\} = -\frac{2}{\sqrt{21}}, \quad \cos\left\{\vec{x}, \vec{e}_3\right\} = \frac{4}{\sqrt{21}}. \quad \otimes$$

Пример 2.1.8. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами заданы векторы

$$\vec{x} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3, \quad \vec{y} = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Найти скалярное произведение $\left(\vec{x} - 2\vec{y}, 3\vec{x} + \vec{y}\right)$ двумя способами.

Решение. 1. Находим линейные комбинации $\vec{x} - 2\vec{y}$ и $3\vec{x} + \vec{y}$:

$$\vec{x} - 2\vec{y} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3 - 2(\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3) = -\vec{e}_1 - 10\vec{e}_2 + 8\vec{e}_3,$$

$$3\vec{x} + \vec{y} = 3(\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3) + (\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3) = 4\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 10\vec{e}_3.$$

Находим скалярное произведение $\left(\vec{x} - 2\vec{y}, 3\vec{x} + \vec{y}\right)$:

$$\begin{aligned} \left(-\vec{e}_1 - 10\vec{e}_2 + 8\vec{e}_3, 4\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 10\vec{e}_3\right) = \\ = -4 + 20 + 80 = 96. \end{aligned}$$

2. Используем свойства скалярного произведения:

$$\begin{aligned} \left(\vec{x} - 2\vec{y}, 3\vec{x} + \vec{y}\right) &= \left(\vec{x}, 3\vec{x}\right) + \left(\vec{x}, \vec{y}\right) + \left(-2\vec{y}, 3\vec{x}\right) + \left(-2\vec{y}, \vec{y}\right) = \\ &= 3\left(\vec{x}, \vec{x}\right) + \left(\vec{x}, \vec{y}\right) - 6\left(\vec{y}, \vec{x}\right) - 2\left(\vec{y}, \vec{y}\right) = \\ &= 3\|\vec{x}\|^2 - 5\|\vec{x}\|\|\vec{y}\|\cos\left\{\vec{x}, \vec{y}\right\} - 2\|\vec{y}\|^2. \end{aligned}$$

Теперь можно произвести вычисления, используя данные задачи. $\otimes$

Пример 2.1.9. Дано: $\|\vec{x}\| = 3$, $\|\vec{y}\| = 2\sqrt{5}$, $\left\{\vec{x}, \vec{y}\right\} = \frac{\pi}{4}$. Найти

$$\left(\vec{x} + 3\vec{y}, 3\vec{x} - \vec{y}\right).$$

Р е ш е н и е. Используя свойства скалярного произведения, получаем:

$$\begin{aligned} \left(\vec{x} + 3\vec{y}, 3\vec{x} - \vec{y} \right) &= 3\|\vec{x}\|^2 - \left(\vec{x}, \vec{y} \right) + 9\left(\vec{y}, \vec{x} \right) - 3\|\vec{y}\|^2 = \\ &= 3\|\vec{x}\|^2 + 8\|\vec{x}\| \cdot \|\vec{y}\| \cos\left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\} - 3\|\vec{y}\|^2 = -33 + 24\sqrt{10}. \otimes \end{aligned}$$

Пример 2.1.10. В пространстве R^3 своими координатами относительно канонического базиса заданы три вектора:

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_3, \vec{a}_2 = 5\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{a}_3 = -2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

1) Показать, что векторы $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$ образуют новый базис в пространстве R^3 .

2) Найти координаты вектора $\vec{x} = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 6\vec{e}_3$ относительно базиса $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$.

Р е ш е н и е. 1) Исходя из определения линейной независимости, составляем систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \alpha_1 + 5\alpha_2 - 2\alpha_3 = 0, \\ 2\alpha_1 - 3\alpha_2 + 4\alpha_3 = 0, \\ -3\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0. \end{cases}$$

Решая эту СЛАУ методом Гаусса, получаем $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$. Следовательно, система векторов линейно независима и, так как число векторов совпадает с размерностью пространства, является одним из базисов в пространстве R^3 .

2) Для нахождения координат вектора $\vec{x}$ относительно нового базиса записываем разложение вектора $\vec{x}$ по векторам этого базиса и СЛАУ, следующую из этого разложения и инвариантности вектора как геометрического объекта:

$$\vec{x} = x^1 \vec{a}_1 + x^2 \vec{a}_2 + x^3 \vec{a}_3 \Rightarrow \begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ 2x^1 - 3x^2 + 4x^3 = 1, \\ -3x^1 + x^2 + x^3 = 6. \end{cases}$$

Решаем СЛАУ методом Гаусса.

1) Из первого уравнения $x^1 = 3 - 5x^2 + 2x^3$. Подставляя во второе и третье уравнения, получаем:

$$\begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ -13x^2 + 8x^3 = -5, \\ 16x^2 - 5x^3 = 15. \end{cases}$$

2) Из второго уравнения $x^2 = \frac{8}{13}x^3 + \frac{15}{13}$. Подставляя в третье уравнение, получаем:

$$\begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ -13x^2 + 8x^3 = -5, \\ 63x^3 = 115. \end{cases}$$

Обратный ход: из третьего уравнения

$$x^3 = \frac{115}{63}.$$

Подставляя во второе уравнение, находим

$$x^2 = \frac{95}{63}.$$

Подставляя найденные значения в первое уравнение, получаем

$$x^1 = -\frac{56}{63}. \otimes$$

Пример 2.1.11. В пространстве R^3 своими координатами относительно канонического базиса заданы радиус-векторы

$$\vec{x} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3, \quad \vec{y} = 10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3, \quad \vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

Найти расстояние между конечными точками векторов

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} \vec{x}, 2\vec{z} \end{pmatrix} \vec{x} + \vec{y},$$

$$\vec{v} = \vec{x} + \begin{pmatrix} 2\vec{x}, \vec{z} \end{pmatrix} \vec{y}.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим скалярное произведение $\begin{pmatrix} \vec{x}, 2\vec{z} \end{pmatrix}$:

$$\begin{pmatrix} \vec{x}, 2\vec{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3, 2(\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3) \end{pmatrix} = 2 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + (-3) \cdot 2 = 2.$$

2) находим вектор $\vec{u} = \begin{pmatrix} \vec{x}, 2\vec{z} \end{pmatrix} \vec{x} + \vec{y}$:

$$\begin{aligned} \vec{u} &= \begin{pmatrix} \vec{x}, 2\vec{z} \end{pmatrix} \vec{x} + \vec{y} = 2 \begin{pmatrix} 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3 \end{pmatrix} = \\ &= 14\vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 10\vec{e}_3. \end{aligned}$$

3) Находим скалярное произведение $\begin{pmatrix} 2 \cdot \vec{x}, \vec{z} \end{pmatrix}$:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 2 \cdot \vec{x}, \vec{z} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 2(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3), \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3, \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 \end{pmatrix} = 4 + 4 - 6 = 2. \end{aligned}$$

4) Находим вектор $\vec{v} = \vec{x} + \begin{pmatrix} 2\vec{x}, \vec{z} \end{pmatrix} \vec{y}$:

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \vec{x} + \begin{pmatrix} 2\vec{x}, \vec{z} \end{pmatrix} \vec{y} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 + 2 \begin{pmatrix} 10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3 \end{pmatrix} = \\ &= 22\vec{e}_1 - 5\vec{e}_2 - 11\vec{e}_3. \end{aligned}$$

5) Находим расстояние между векторами $\vec{u}$ и $\vec{v}$:

$$\rho\left(\vec{u}, \vec{v}\right)=\left\|\vec{u}-\vec{v}\right\|=\sqrt{\left(-8\right)^2+4^2+1^2}=\sqrt{81}=9. \otimes$$

Пример 2.1.12. В пространстве R^3 своими координатами относительно канонического базиса заданы три точки $A(-4; 6; -)$, $B(-3; 5; -)$, $C(0; 2; 3)$. Найти длины сторон треугольника ABC , косинусы углов при вершинах треугольника и проекцию вектора $\vec{AB} + \vec{AC}$ на направление вектора $\vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 5\vec{e}_3$.

Решение. 1) Находим векторы, определяющие стороны треугольника:

$$\vec{AB} = -\vec{e}_1 - \vec{e}_2 - \vec{e}_3;$$

$$\vec{AC} = -2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_3;$$

$$\vec{BC} = -\vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

2) Находим длины сторон треугольника $\triangle ABC$:

$$\left\|\vec{AB}\right\|=\sqrt{\left(-1\right)^2+\left(-1\right)^2+\left(-1\right)^2}=\sqrt{3};$$

$$\left\|\vec{AC}\right\|=\sqrt{\left(-2\right)^2+\left(-2\right)^2+\left(-3\right)^2}=\sqrt{17};$$

$$\left\|\vec{BC}\right\|=\sqrt{\left(-1\right)^2+\left(-1\right)^2+\left(-2\right)^2}=\sqrt{6}.$$

3) Находим косинусы углов при вершинах треугольника по формуле

$$\cos \vartheta = \frac{\left(\vec{x}, \vec{y}\right)}{\left\|\vec{x}\right\| \cdot \left\|\vec{y}\right\|} = \frac{x^1 y^1 + x^2 y^2 + x^3 y^3}{\sqrt{\left(x^1\right)^2+\left(x^2\right)^2+\left(x^3\right)^2} \sqrt{\left(y^1\right)^2+\left(y^2\right)^2+\left(y^3\right)^2}};$$

$$\cos \left\{\vec{AB}, \vec{AC}\right\} = \frac{\left(\vec{AB}, \vec{AC}\right)}{\left\|\vec{AB}\right\| \cdot \left\|\vec{AC}\right\|} = \frac{7}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{17}} = \frac{7}{\sqrt{51}};$$

$$\cos\left\{\vec{BA}, \vec{BC}\right\} = \frac{\left(\vec{BA}, \vec{BC}\right)}{\|\vec{AB}\| \cdot \|\vec{BC}\|} = \frac{-4}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}} = -\frac{4}{\sqrt{18}};$$

$$\cos\left\{\vec{CA}, \vec{CB}\right\} = \frac{\left(\vec{CA}, \vec{CB}\right)}{\|\vec{CA}\| \cdot \|\vec{CB}\|} = \frac{10}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{6}} = \frac{10}{\sqrt{102}}.$$

4) Находим проекцию вектора $\vec{AB} + \vec{AC}$ на направление вектора $\vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 5\vec{e}_3$:

$$\text{Pr}_{\vec{z}}\left\{\vec{AB} + \vec{AC}\right\} = \frac{(-3) \cdot 1 + (-3) \cdot 2 + (-4) \cdot (-5)}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-5)^2}} = \frac{11}{\sqrt{30}}. \otimes$$

Пример 2.1.13. Пусть на плоскости $X^1 O X^2$ даны две точки $A_1(x_1^1; x_1^2)$ и $A_2(x_2^1; x_2^2)$. Найти координаты точки $A(x^1; x^2)$, делящей отрезок $A_1 A_2$ в отношении $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \lambda$.

Решение. Предположим, что отрезок $A_1 A_2$ не параллелен оси $O X^1$. Точки A_1, A, A_2 спроектируем на оси $O X^1$, и $O X^2$ (рисунок).

Имеем по условию задачи

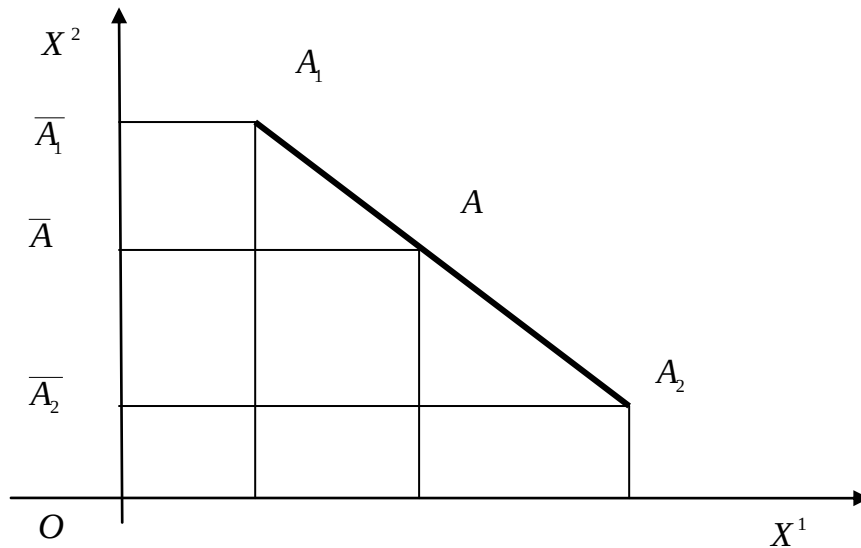
$$\frac{A_1 A}{A A_2} = \frac{\overline{A_1 A}}{\overline{A A_2}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \lambda.$$

Далее получаем, что

$$\overline{A_1 A} = |x_1^2 - x^2|, \quad \overline{A A_2} = |x^2 - x_2^2|.$$

Откуда

$$\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{|x_1^2 - x^2|}{|x^2 - x_2^2|}.$$



Точка $\bar{A}$ лежит между точками A_1 и A_2 , поэтому

$$\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{|x_1^2 - x^2|}{|x^2 - x_2^2|} = \frac{x_1^2 - x^2}{x^2 - x_2^2}.$$

Из последнего равенства находим

$$x^2 = \frac{\lambda_2 x_1^2 + \lambda_1 x_2^2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\lambda_2 \left(x_1^2 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} x_2^2 \right)}{\lambda_2 \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} + 1 \right)} = \frac{x_1^2 + \lambda x_2^2}{\lambda + 1}.$$

Аналогично находим первую координату точки A :

$$x^1 = \frac{\lambda_2 x_1^1 + \lambda_1 x_2^1}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\lambda_2 \left(x_1^1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} x_2^1 \right)}{\lambda_2 \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} + 1 \right)} = \frac{x_1^1 + \lambda x_2^1}{\lambda + 1}. \otimes$$

Практическое занятие 2

Векторное и смешанное произведения

Пример 2.2.1. Вычислить площадь треугольника, построенного на приведённых к общему началу векторах

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3, \vec{y} = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 6\vec{e}_3.$$

Решение. Если в некоторой декартовой системе координат векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$ заданы своими разложениями

$$\vec{x} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3, \vec{y} = y^1 \vec{e}_1 + y^2 \vec{e}_2 + y^3 \vec{e}_3,$$

то справедлива формула

$$\left[\begin{matrix} \vec{x} & \vec{y} \end{matrix} \right] = (x^2 y^3 - x^3 y^2) \vec{e}_1 + (x^3 y^1 - x^1 y^3) \vec{e}_2 + (x^1 y^2 - x^2 y^1) \vec{e}_3.$$

Применим эту формулу для решения задачи.

1) Вычисляем векторное произведение:

$$\begin{aligned} \left[\begin{matrix} \vec{x} & \vec{y} \end{matrix} \right] &= \begin{vmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -6 \end{vmatrix} \vec{e}_1 + \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -2 & -6 \end{vmatrix} \vec{e}_2 + \\ &+ \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} \vec{e}_3 = 13\vec{e}_1 + 20\vec{e}_2 - \vec{e}_3. \end{aligned}$$

2) Площадь треугольника

$$S = \frac{1}{2} \left\| \left[\begin{matrix} \vec{x} & \vec{y} \end{matrix} \right] \right\|.$$

Вычисляем площадь треугольника:

$$S = \frac{1}{2} \left\| \left[\begin{matrix} \vec{x} & \vec{y} \end{matrix} \right] \right\| = \frac{1}{2} \sqrt{13^2 + 20^2 + (-1)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{169 + 400 + 1} = \frac{1}{2} \sqrt{570}. \otimes$$

Пример 2.2.2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{x} = \vec{a} + 3\vec{b}, \vec{y} = 3\vec{a} + \vec{b},$$

если

$$\|\vec{a}\| = \|\vec{b}\| = 1 \text{ и } \left\{ \begin{matrix} \vec{a} & \vec{b} \end{matrix} \right\} = \frac{\pi}{6}.$$

Решение. Вычисляем векторное произведение, используя его свойства:

$$\left[\begin{matrix} \vec{x} & \vec{y} \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} \vec{a} + 3\vec{b} & 3\vec{a} + \vec{b} \end{matrix} \right] = 3 \left[\begin{matrix} \vec{a} & \vec{a} \end{matrix} \right] + \left[\begin{matrix} \vec{a} & \vec{b} \end{matrix} \right] +$$

$$+9 \begin{bmatrix} \vec{b}, \vec{a} \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} \vec{b}, \vec{b} \end{bmatrix} = -8 \begin{bmatrix} \vec{a}, \vec{b} \end{bmatrix}.$$

По определению площадь параллелограмма равна:

$$S = \left\| \begin{bmatrix} \vec{x}, \vec{y} \end{bmatrix} \right\| = 8 \left\| \begin{bmatrix} \vec{a}, \vec{b} \end{bmatrix} \right\| = 8 \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cdot \sin \left\{ \begin{bmatrix} \vec{a}, \vec{b} \end{bmatrix} \right\} = 8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 4. \otimes$$

Пример 2.2.3. Найти орт вектора, перпендикулярного векторам

$$\vec{x} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 3\vec{e}_3, \quad \vec{y} = 4\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Предлагается решить задачу самостоятельно. $\otimes$

Прямая линия и плоскость, взаимное расположение

прямой линии и плоскости

Пример 2.2.4. Получить уравнение плоскости $H^2 \subset R^3$, проходящей через начало координат O и через две точки $M_1(-2; 1; 1)$, $M_2(4; -3; 2)$.

Р е ш е н и е. Радиус-векторы точек M_1 и M_2

$$\vec{x} \equiv \vec{OM}_1 = 4\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \quad \vec{y} \equiv \vec{OM}_2 = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 3\vec{e}_3.$$

Нормальный вектор плоскости находим как векторное произведение, используя формулу

$$\begin{aligned} \vec{N} &= \left[\vec{OM}_1, \vec{OM}_2 \right] \equiv \left[\vec{x}, \vec{y} \right] = \\ &= \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 4 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & -3 \end{vmatrix} = \\ &= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & -3 \end{vmatrix} \vec{e}_1 - \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} \vec{e}_2 + \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} \vec{e}_3 = \\ &= 2\vec{e}_1 + 14\vec{e}_2 + 20\vec{e}_3. \end{aligned}$$

Из условия ортогональности радиус-вектора

$$\vec{OM} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3$$

текущей точки M плоскости её нормальному вектору

$$\left(\vec{N}, \vec{OM} \right) = 0,$$

получаем уравнение плоскости в неявном виде:

$$x^1 + 7x^2 + 10x^3 = 0. \otimes$$

Пример 2.2.5. Найти угол между плоскостями, определяемыми уравнениями:

$$3x^1 - x^2 + 3 = 0, \quad x^1 - 2x^2 + 5x^3 - 10 = 0.$$

Решение. Угол между плоскостями равен углу между их нормальными векторами

$$\vec{N}_1 = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2, \quad \vec{N}_2 = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3.$$

Поэтому имеем:

$$\begin{aligned} \cos \left\{ \vec{N}_1, \vec{N}_2 \right\} &= \frac{\left(\vec{N}_1, \vec{N}_2 \right)}{\left\| \vec{N}_1 \right\| \cdot \left\| \vec{N}_2 \right\|} = \frac{3 \cdot 1 + (-1) \cdot (-2) + 0 \cdot 5}{\sqrt{3^2 + (-1)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 5^2}} = \\ &= \frac{5}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{30}} = \frac{\sqrt{3}}{6}. \end{aligned}$$

Следовательно, $\varphi = \arccos \frac{\sqrt{3}}{6}. \otimes$

Пример 2.2.6. Написать канонические уравнения прямой линии, заданной пересечением двух плоскостей с уравнениями

$$x^1 + x^2 + x^3 - 2 = 0, \quad x^1 - x^2 - 3x^3 + 6 = 0.$$

Решение. Проверяем, что плоскости не параллельны (то есть их нормальные векторы не коллинеарны), для чего проверяем пропорциональны или нет координаты нормальных векторов:

$$\frac{1}{1} \neq \frac{1}{-1} \neq \frac{1}{-3}.$$

Координаты не пропорциональны, следовательно, нормальные векторы неколлинеарны, то есть плоскости не параллельны.

Так как прямая линия принадлежит обеим плоскостям, её направляющий вектор ортогонален нормальным векторам плоскостей, поэтому находим его как векторное произведение нормальных векторов плоскостей:

$$\begin{aligned}
\vec{a} &= \left[\vec{N}_1, \vec{N}_2 \right] = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ y^3 & y^1 & y^2 \\ x^3 & x^1 & x^2 \end{vmatrix} \vec{e}_1 + \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ y^3 & y^2 & y^1 \\ x^3 & x^2 & x^1 \end{vmatrix} \vec{e}_2 + \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ y^3 & y^1 & y^2 \\ x^3 & x^2 & x^1 \end{vmatrix} \vec{e}_3 = \\
&= \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ y^3 & y^1 & y^2 \\ x^3 & x^1 & x^2 \end{vmatrix} \vec{e}_1 + \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ y^3 & y^2 & y^1 \\ x^3 & x^2 & x^1 \end{vmatrix} \vec{e}_2 + \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ y^3 & y^1 & y^2 \\ x^3 & x^2 & x^1 \end{vmatrix} \vec{e}_3 = \\
&= -2 \vec{e}_1 + 4 \vec{e}_2 - 2 \vec{e}_3.
\end{aligned}$$

Направляющий вектор прямой не параллелен ни одной из координатных плоскостей, поэтому прямая линия пересекает все три координатные плоскости. Найдём, например, точку пересечения прямой и плоскости X^1OX^3 , для чего решаем систему трёх уравнений

$$\begin{cases} x^1 + x^3 = 2, \\ x^1 - 3x^3 = -6 \\ x^2 = 0. \end{cases}$$

Получаем решение $x_0^1 = 0$, $x_0^2 = 0$, $x_0^3 = 2$.

Подставляя найденные координаты направляющего вектора и точки в канонические уравнения прямой линии, получаем канонические уравнения

$$\frac{x^1}{-2} = \frac{x^2}{4} = \frac{x^3 - 2}{-2}. \otimes$$

Пример 2.2.7. Найти точку пересечения прямой линии с уравнениями

$$\frac{x^1 - 2}{1} = \frac{x^2 - 3}{1} = \frac{x^3 + 1}{-4},$$

и плоскости с уравнением $x^1 + x^2 + 2x^3 - 9 = 0$.

Решение. Проверяем, пересекается ли прямая линия с плоскостью, для чего находим скалярное произведение нормального вектора плоскости и направляющего вектора прямой линии:

$$\left(\vec{N}, \vec{l} \right) = \left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 2\vec{e}_3, \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 4\vec{e}_3 \right) = -6 \neq 0.$$

Векторы не ортогональны, а следовательно, прямая линия и плоскость не параллельны. Параметрические уравнения прямой линии имеют вид:

$$\begin{cases} x^1 = 2 + t, \\ x^2 = 3 + t, \\ x^3 = -1 - 4t. \end{cases}$$

Найдём значение параметра t_0 , соответствующее точке пересечения прямой линии и плоскости, для чего подставим x^1, x^2, x^3 из параметрических уравнений прямой линии в уравнение плоскости. Решая получившееся уравнение, найдём $t_0 = -1$. Подставляя найденное значение параметра в параметрические уравнения прямой линии, находим координаты точки пересечения:

$$x_0^1 = 1, x_0^2 = 2, x_0^3 = 3. \otimes$$

Пример 2.2.8. Найти расстояние от точки $M \in [0; 1]$ до плоскости H^2 с уравнением $4x^1 + 6x^2 + 4x^3 - 25 = 0$.

Решение. Расстояние от точки M до плоскости – это длина вектора $\vec{M_0M}$ с начальной точкой M и конечной точкой M_0 – проекцией точки M на плоскость H^2 .

Проекция точки на плоскость – это основание перпендикуляра, опущенного из данной точки на плоскость. Поэтому следует составить уравнение прямой линии, проходящей через точку $M \in [0; 1]$ перпендикулярно плоскости с уравнением

$$4x^1 + 6x^2 + 4x^3 - 25 = 0,$$

и найти точку её пересечения с плоскостью.

Если в качестве направляющего вектора прямой линии выбрать нормальный вектор

плоскости $\vec{l} = \vec{N} = 4\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$, то канонические уравнения прямой линии примут вид

$$\frac{x^1 - 1}{4} = \frac{x^2}{6} = \frac{x^3 - 1}{4},$$

откуда получаем параметрические уравнения

$$\begin{cases} x^1 = 1 + 4t, \\ x^2 = 6t, \\ x^3 = 1 + 4t. \end{cases}$$

Подставляя общее выражение для координат текущей точки прямой линии из параметрических уравнений в уравнение плоскости, получаем уравнение для параметра, решение которого даёт для параметра значение

$$t_0 = \frac{1}{4},$$

соответствующее искомой точке пересечения прямой линии и плоскости.

Подставляя это значение параметра в параметрические уравнения прямой линии, получаем находим искомые координаты проекции M_0 точки $M \in [0; 1]$ на плоскость H^2 :

$$x^1 = 2, x^2 = \frac{3}{2}, x^3 = 2.$$

Вектор

$$\vec{M_0M} = (-1)\vec{e}_1 + \left(\frac{3}{2} - 0\right)\vec{e}_2 + (-1)\vec{e}_3 = \vec{e}_1 + \frac{3}{2}\vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

Расстояние

$$\rho(M, H^2) = \sqrt{1 + \frac{9}{4} + 1} = \frac{\sqrt{17}}{2}.$$

Практическое занятие 3

Абстрактные векторные пространства

Пример 2.3.1. Пусть P – числовое поле. На множестве объектов

$$P^n = \left\{ |a\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix}, a_k \in P \right\},$$

которые назовём вектор-столбцами, определим операции сложения вектор-столбцов и умножения вектора-столбца на числа из поля P :

$$\begin{aligned}
 1) \quad \forall |a\rangle, |b\rangle \in P^n \quad |a\rangle + |b\rangle &= \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{pmatrix} \\
 2) \quad \forall |a\rangle \in P^n \text{ и } \forall \alpha \in P \quad \alpha \cdot |a\rangle &= \alpha \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \cdot a_1 \\ \alpha \cdot a_2 \\ \dots \\ \alpha \cdot a_n \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Показать, что множество P^n является n -мерным векторным пространством.

Р е ш е н и е. Для доказательства требуется проверить выполнение всех аксиом векторного пространства и построить хотя бы один базис из вектор-столбцов.

Аксиомы сложения.

1) Аксиома ассоциативности выполняется в силу ассоциативности операции сложения в поле P , действительно

$$\begin{aligned}
 |a\rangle + |b\rangle + |c\rangle &= \left[\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} \right] + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (a_1 + b_1) + c_1 \\ (a_2 + b_2) + c_2 \\ \dots \\ (a_n + b_n) + c_n \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} a_1 + (b_1 + c_1) \\ a_2 + (b_2 + c_2) \\ \dots \\ a_n + (b_n + c_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 + c_1 \\ b_2 + c_2 \\ \dots \\ b_n + c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix} \right] = |a\rangle + |b\rangle + |c\rangle.
 \end{aligned}$$

2) Аксиома коммутативности выполняется в силу коммутативности операции сложения в поле P , действительно

$$|a\rangle + |b\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 + a_1 \\ b_2 + a_2 \\ \dots \\ b_n + a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = |b\rangle + |a\rangle.$$

3) Вектор-нуль определим так

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что аксиома о нейтральном элементе выполняется, действительно имеем:

$$\forall |a\rangle \in P^n \quad |a\rangle + |0\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + 0 \\ a_2 + 0 \\ \dots \\ a_n + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix}.$$

4) Противоположный вектор-столбец определим так

$$\forall |a\rangle \in P^n \quad -|a\rangle = \begin{pmatrix} -a_1 \\ -a_2 \\ \dots \\ -a_n \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что аксиома об обратном (противоположном элементе) выполняется, действительно имеем:

$$|a\rangle + (-|a\rangle) = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -a_1 \\ -a_2 \\ \dots \\ -a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - a_1 \\ a_2 - a_2 \\ \dots \\ a_n - a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Аксиомы умножения вектор-столбца на числа. Аналогично показывается, что выполняются аксиомы умножения вектор-столбца на числа:

$$1) \quad \forall |a\rangle \in P^n \quad \text{и} \quad \forall \alpha \in P$$

$$\alpha |a\rangle + |b\rangle = \alpha \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha a_1 + b_1 \\ \alpha a_2 + b_2 \\ \dots \\ \alpha a_n + b_n \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix};$$

$$2) \forall \alpha, \beta \in P$$

$$(\alpha + \beta) |a\rangle = (\alpha + \beta) \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha + \beta a_1 \\ \alpha + \beta a_2 \\ \dots \\ \alpha + \beta a_n \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \alpha |a\rangle + \beta |a\rangle;$$

$$3) 1 \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix};$$

$$4) \alpha \beta |a\rangle = \alpha \beta \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \beta a_1 \\ \alpha \beta a_2 \\ \dots \\ \alpha \beta a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \beta a_1 \\ \alpha \beta a_2 \\ \dots \\ \alpha \beta a_n \end{pmatrix} = \dots = \alpha \beta |a\rangle.$$

Таким образом, все аксиомы векторного пространства выполняются и, следовательно, множество P^n является векторным пространством.

Рассмотрим следующее тождественное преобразование:

$$|a\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ a_2 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} = a_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + a_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \dots + a_n \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Из этого разложения видно, что в силу произвольности вектор-столбца $|a\rangle$, он представлен разложением по вектор-столбцам специального вида

$$|e_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, |e_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, \dots, |e_n\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Система этих вектор-столбцов образует простейший, или **канонический** базис в векторном пространстве P^n .

Теперь очевидно, что множество P^n является n -мерным векторным пространством. $\otimes$

Пример 2.3.2. Показать, что если система векторов $\left\{ \vec{X}_1, \vec{X}_2, \dots, \vec{X}_n \right\}$ линейно независима,

то и любая её подсистема также линейно независима.

Решение. Пусть $\left\{ \vec{X}_1, \vec{X}_2, \dots, \vec{X}_m \right\}$ – подсистема данной системы, то есть

$m < n$. Предположим, что условие задачи неверно, то есть подсистема $\left\{ \vec{X}_1, \vec{X}_2, \dots, \vec{X}_m \right\}$

линейно зависима. Тогда можно подобрать такие числа $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$, не все равные нулю одновременно, что справедливо тождество

$$\alpha_1 \vec{X}_1 + \alpha_2 \vec{X}_2 + \dots + \alpha_m \vec{X}_m = \vec{0}.$$

Учитывая свойство нуля вектора

$$\left(\forall \vec{x} \in X \right) \vec{x} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{x} = \vec{x},$$

добавим его в обе части последнего тождества, представив его в виде линейной комбинации оставшихся векторов исходной системы с нулевыми коэффициентами

$$\vec{0} = 0 \vec{X}_{m+1} + \dots + 0 \vec{X}_n.$$

Получаем

$$\alpha_1 \vec{X}_1 + \alpha_2 \vec{X}_2 + \dots + \alpha_m \vec{X}_m + 0 \vec{X}_{m+1} + \dots + 0 \vec{X}_n = \vec{0},$$

то есть линейная комбинация векторов исходной системы с коэффициентами, не все из которых равны нулю одновременно, даёт нулевой вектор. По определению это означает линейную зави-

симость векторов системы $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_n \right\}$, что противоречит условию задачи.

Следовательно, предположение о линейной зависимости *произвольной* подсистемы

$$\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\} \text{ линейно независимой системы } \left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_n \right\} \text{ не верно. } \otimes$$

Пример 2.3.3. Показать, что система из двух векторов линейно зависима в том и только в том случае, если векторы коллинеарны.

Решение. Необходимость. Если из двух векторов $\left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\}$ хотя бы один равен нулю

вектору, то векторы коллинеарны. Поэтому предположим, что векторы $\vec{x} \neq \vec{0}, \vec{y} \neq \vec{0}$.

Пусть система $\left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\}$ линейно зависима. Покажем, что векторы коллинеарны. По определению найдутся такие числа $\alpha, \beta \in R$, что

$$\alpha \vec{x} + \beta \vec{y} = \vec{0},$$

причём эти числа не равны нулю одновременно.

Пусть $\beta \neq 0$. Тогда получаем:

$$\vec{y} = \left(-\frac{\alpha}{\beta} \right) \vec{x}.$$

Обозначая $\lambda = -\frac{\alpha}{\beta}$, получим

$$\vec{y} = \lambda \vec{x},$$

то есть по определению векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$ коллинеарны.

Достаточность. Пусть теперь векторы $\vec{X}$ и $\vec{Y}$ коллинеарны, покажем, что система

$\left\{ \vec{X}, \vec{Y} \right\}$ линейно зависима. По определению коллинеарности имеем, например:

$$\vec{Y} = \lambda \vec{X}.$$

Пусть $\nu \neq 0$, тогда можем записать

$$\vec{Y} = \frac{\lambda}{\nu} \nu \vec{X},$$

откуда получаем

$$\nu \vec{Y} = \lambda \nu \vec{X},$$

или

$$\mu \vec{X} + \nu \vec{Y} = \vec{0},$$

где $\mu = -\lambda \nu$. Так как $\lambda \neq 0$ и $\nu \neq 0$, то система векторов $\left\{ \vec{X}, \vec{Y} \right\}$ линейно зависима. $\otimes$

Пример 2.3.4. Показать, что система трёх векторов пространства R^3 линейно зависима в том и только в том случае, если векторы компланарны.

Решение. Предположим, что никакие два вектора из тройки векторов $\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}$ не коллинеарны (в противном случае система векторов заведомо будет линейно зависимой).

Необходимость. Пусть система $\left\{ \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z} \right\}$ линейно зависима, покажем, что векторы

системы компланарны. В силу линейной зависимости системы, можно подобрать три неравных одновременно нулю числа $\alpha, \beta, \gamma \in R$ так, чтобы выполнялось равенство

$$\alpha \vec{X} + \beta \vec{Y} + \gamma \vec{Z} = \vec{0}.$$

Пусть, например, $\gamma \neq 0$. Тогда имеем:

$$\vec{Z} = \left(-\frac{\alpha}{\gamma} \right) \vec{X} + \left(-\frac{\beta}{\gamma} \right) \vec{Y}.$$

Приложив векторы $\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}$ к общей точке O , легко видеть, что вектор $\vec{Z}$ равен диагонали параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{a} = \left(-\frac{\alpha}{\gamma} \right) \vec{x}, \vec{b} = \left(-\frac{\beta}{\gamma} \right) \vec{y},$$

а это и означает, что они лежат в одной плоскости, то есть компланарны.

Достаточность. Пусть векторы $\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}$ компланарны, покажем, что система $\left\{ \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z} \right\}$ линейно зависима. Доказательство почти очевидно. Действительно, компланарность векторов означает, что справедливо, например, равенство

$$\vec{x} = \mu \vec{y} + \lambda \vec{z}.$$

Следовательно, один из векторов системы линейно выражается через два других. Тогда из свойств линейно зависимых систем векторов следует линейная зависимость системы векторов

$$\left\{ \vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \right\}. \otimes$$

Пример 2.3.5. Выяснить вопрос о линейной зависимости или линейной независимости следующей системы вектор-столбцов:

$$|a_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, |a_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, |a_3\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, |a_4\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решение. Составим линейную комбинацию векторов системы с произвольными коэффициентами и потребуем, чтобы её значением был нуль вектор-столбец:

$$\alpha_1 |a_1\rangle + \alpha_2 |a_2\rangle + \alpha_3 |a_3\rangle + \alpha_4 |a_4\rangle = |0\rangle \Rightarrow$$

$$\alpha_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Используя правила выполнения операций с вектор-столбцами, получаем

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_1 + \alpha_2 \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ \alpha_1 + \alpha_2 = 0, \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0, \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 0. \end{cases}$$

Совершая последовательные подстановки из первого уравнения во второе, из второго в третье и так далее, получаем, что

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0,$$

что и доказывает линейную независимость данной системы вектор-столбцов. $\otimes$

Пример 2.3.6. Пусть

$$\left\{ \begin{matrix} \vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_m, \vec{a}_{m+1}, \dots, \vec{a}_{n-1}, \vec{a}_n \end{matrix} \right\}$$

– некоторая система векторов векторного пространства и пусть

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_m \right\},$$

– её максимальная по числу векторов линейно независимая подсистема.

Показать, что любой из векторов $\vec{a}_{m+1}, \dots, \vec{a}_{n-1}, \vec{a}_n$ можно выразить в виде разложения по векторам подсистемы $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_m \right\}$.

Р е ш е н и е. Так как подсистема $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_m \right\}$ – максимальная по числу век-

торов линейно независимая система, то добавляя к ней любой из оставшихся векторов, напри-

мер, вектор $\vec{a}_{m+1}$, получим уже линейно зависимую систему

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_m, \vec{a}_{m+1} \right\}.$$

Следовательно, можно подобрать такие неравные одновременно нулю числа $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m, \alpha_{m+1}$, что выполняется равенство

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \dots + \alpha_m \vec{a}_m + \alpha_{m+1} \vec{a}_{m+1} = \vec{0}.$$

В этом равенстве $\alpha_{m+1} \neq 0$ так как в противном случае имели бы равенство

$$\vec{\alpha}_1 \vec{a}_1 + \vec{\alpha}_2 \vec{a}_2 + \dots + \vec{\alpha}_m \vec{a}_m = \vec{0},$$

в котором не все коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ одновременно равны нулю. Но тогда система векторов

$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_m \right\}$ будет линейно зависимой, что противоречит условию задачи.

Из равенства

$$\vec{\alpha}_1 \vec{a}_1 + \vec{\alpha}_2 \vec{a}_2 + \dots + \vec{\alpha}_m \vec{a}_m + \vec{\alpha}_{m+1} \vec{a}_{m+1} = \vec{0}$$

следует, что

$$\vec{a}_{m+1} = -\frac{\alpha_1}{\alpha_{m+1}} \vec{a}_1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_{m+1}} \vec{a}_2 - \dots - \frac{\alpha_m}{\alpha_{m+1}} \vec{a}_m.$$

Вводя обозначения

$$\beta_1 = -\frac{\alpha_1}{\alpha_{m+1}}, \beta_2 = -\frac{\alpha_2}{\alpha_{m+1}}, \dots, \beta_m = -\frac{\alpha_m}{\alpha_{m+1}},$$

получаем

$$\vec{a}_{m+1} = \beta_1 \vec{a}_1 + \beta_2 \vec{a}_2 + \dots + \beta_m \vec{a}_m,$$

что и доказывает сформулированное утверждение. $\otimes$

Пример 2.3.7. Дана система функций

$$e^t, e^{2t}, e^{3t}.$$

Показать, что эта система функций является линейно независимой в пространстве функций, непрерывных на промежутке $(-\infty, +\infty)$.

Решение. По определению линейной независимости условие

$$\alpha_1 e^t + \alpha_2 e^{2t} + \alpha_3 e^{3t} = 0 \quad \forall t \in (-\infty, +\infty)$$

влечёт за собой выполнение условия $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$.

Составим СЛАУ для коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. Для этого положим в тождестве $t = 0$, получим

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0.$$

Дифференцируя тождество по t и полагая $t = 0$, получим

$$\alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3 = 0.$$

Дифференцируя тождество ещё раз и, снова полагая $t = 0$, получим

$$\alpha_1 + 4\alpha_2 + 9\alpha_3 = 0.$$

Объединяя полученные равенства в систему уравнений для неизвестных коэффициентов, получим

$$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0, \\ \alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3 = 0, \\ \alpha_1 + 4\alpha_2 + 9\alpha_3 = 0. \end{cases}$$

Это однородная СЛАУ, применяя метод Гаусса, получаем единственное решение

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.$$

Таким образом, система функций e^t, e^{2t}, e^{3t} является базисом подмножества функций, непрерывных на промежутке $(-\infty, +\infty)$. Поэтому множество функций вида

$$f(t) = \alpha e^t + \beta e^{2t} + \lambda e^{3t}$$

образует подпространство в пространстве таких функций. $\otimes$

Пример 2.3.8. Используя процедуру ортогонализации Шмидта, ортонормировать систему

векторов $\left\{ \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3 \right\} \subset E^4$, заданных в некотором ортонормированном базисе

$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\} \subset E^4$ своими разложениями:

$$\vec{g}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$

$$\vec{g}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 - 3\vec{e}_4,$$

$$\vec{g}_3 = 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 0\vec{e}_3 - \vec{e}_4.$$

Решение. Для ортогонализации системы векторов

$$\left\{ \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3 \right\} \subset E^4$$

воспользуемся формулами процедуры ортогонализации Шмидта.

Для этого положим

$$\vec{a}_1 = \vec{g}_1,$$

то есть

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Далее имеем:

$$\begin{aligned} \vec{a}_2 &= \vec{g}_2 - \frac{\left(\vec{a}_1, \vec{g}_2 \right)}{\left\| \vec{a}_1 \right\|^2} \vec{a}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 - 3\vec{e}_4 - \\ &- \frac{1}{4} \left(4 \left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4 \right) \right) = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4; \\ \vec{a}_3 &= \vec{g}_3 - \frac{\left(\vec{a}_1, \vec{g}_3 \right)}{\left\| \vec{a}_1 \right\|^2} \vec{a}_1 - \frac{\left(\vec{a}_2, \vec{g}_3 \right)}{\left\| \vec{a}_2 \right\|^2} \vec{a}_2 = \\ &= 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_4 - \frac{3}{2} \left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4 \right) - \\ &- \left(2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4 \right) = \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \frac{1}{2}\vec{e}_3 - \frac{1}{2}\vec{e}_4. \end{aligned}$$

Для получения ортонормированной системы, векторы системы нормируем:

$$\begin{aligned} \vec{e}_{a1} &= \frac{1}{2} \left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4 \right); \\ \vec{e}_{a2} &= \frac{1}{4} \left(2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4 \right); \\ \vec{e}_{a3} &= \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \frac{1}{2}\vec{e}_3 - \frac{1}{2}\vec{e}_4. \end{aligned}$$

Прямой проверкой убеждаемся, что система векторов $\left\{ \vec{e}_{a1}, \vec{e}_{a2}, \vec{e}_{a3} \right\}$ ортонорми-

рованная. $\otimes$

Пример 2.3.9. Показать, что линейная оболочка $L\left\{ \vec{g}_1, \vec{g}_2 \right\}$, где элементы L вы-

числяются по формулам

$$\vec{g}_1 = \alpha_1 \cdot \sin x + \beta_1 \cdot \cos x, \quad \vec{g}_2 = \alpha_2 \cdot \sin x + \beta_2 \cdot \cos x,$$

а скалярное произведение определено формулой

$$\left(\vec{g}_1, \vec{g}_2 \right) = \alpha_1 \cdot \alpha_2 + \beta_1 \cdot \beta_2 + \frac{1}{2} \cdot \left(\alpha_1 \cdot \beta_2 + \alpha_2 \cdot \beta_1 \right),$$

является двумерным линейным многообразием с ортонормированным базисом

$$\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sin x + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \cos x, \quad \vec{e}_2 = \sin x - \cos x.$$

Решение. Находим скалярное произведение и скалярные квадраты векторов предполагаемого базиса:

$$\left(\vec{e}_1, \vec{e}_1 \right) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1;$$

$$\left(\vec{e}_1, \vec{e}_2 \right) = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = 0;$$

$$\left(\vec{e}_2, \vec{e}_2 \right) = 1 + 1 + \frac{1}{2} \cdot \left(1 - 1 \right) = 2 - 1 = 1.$$

Видим, что система векторов $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\}$ является ортонормированной и, следовательно, её

можно принять за один из базисов линейного многообразия L . $\otimes$

Пример 2.3.10. Пусть X – множество ведущих радиус-векторов точек прямой линии. Операции в этом множестве введены обычным образом. Выяснить, является ли это множество векторным подпространством евклидова пространства R^2 .

Р е ш е н и е. 1) Пусть прямая не проходит через начало системы координат (рисунок 3.1).

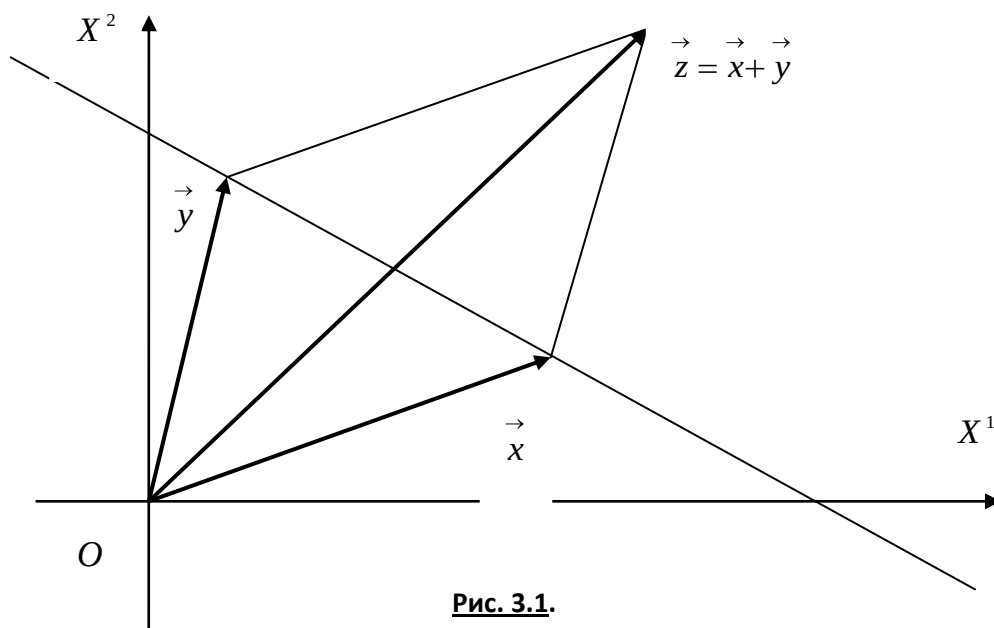


Рис. 3.1.

Очевидно, что сумма двух произвольных ведущих векторов точек прямой линии не принадлежит множеству X , так как конечная точка радиус-вектора их суммы не лежит на данной прямой линии. Следовательно, операция сложения векторов в данном случае не является алгебраической. Множество X не является векторным подпространством пространства R^2 .

2) Если прямая линия проходит через начало системы координат, то очевидно, что сумма двух произвольных ведущих векторов точек прямой линии принадлежит множеству X и, следовательно, операция сложения векторов в данном случае является алгебраической. Множество X является векторным подпространством пространства R^2 . $\otimes$

Пример 2.3.11. Дана система функций

$$\{ \cos t, \sin t, \sin 2t \}.$$

Показать, что множество функций вида

$$f(t) = \alpha \cos t + \beta \sin t + \lambda \sin 2t,$$

где $\alpha, \beta, \lambda \in R^1$, является подпространством векторного пространства функций, непрерывных на промежутке $[-\pi, \pi]$.

Р е ш е н и е. Покажем сначала, что система функций

$$\{ \cos t, \sin t, \sin 2t \}$$

является линейно независимой на промежутке $[-\pi, \pi]$.

В соответствие с определением линейной независимости потребуем выполнения условия

$$\alpha_1 \cos t + \alpha_2 \sin t + \alpha_3 \sin 2t = 0.$$

При различных значениях $t \in \left(-\pi, \pi \right)$ получаем бесконечное множество систем линейных алгебраических уравнений. Положим, например,

$$t = 0, t = \frac{\pi}{6}, t = \frac{\pi}{4}.$$

Тогда имеем систему уравнений

$$\begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ \frac{\sqrt{3}}{2}\alpha_1 + \frac{1}{2}\alpha_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\alpha_3 = 0, \\ \frac{\sqrt{2}}{2}\alpha_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\alpha_2 + \alpha_3 = 0. \end{cases}$$

Это однородная система уравнений. Решая СЛАУ методом Гаусса, получаем

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.$$

Поэтому система функций $\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}$ линейно независима на промежутке $\left(-\pi, \pi \right)$.

Легко видеть, что любая функция вида

$$f(t) = \alpha \cos t + \beta \sin t + \lambda \sin 2t$$

является линейной комбинацией функций системы $\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}$, что и доказывает требуемой. $\otimes$

Пример 2.3.12. Показать, что система векторов

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\} \subset E^4,$$

заданных в некотором ортонормированном базисе евклидова пространства E^4

$$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\} \subset E^4$$

разложениями

$$\begin{aligned}
\vec{a}_1 &= a_1^1 \vec{e}_1 + a_1^2 \vec{e}_2 + a_1^3 \vec{e}_3 + a_1^4 \vec{e}_4 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \\
\vec{a}_2 &= a_2^1 \vec{e}_1 + a_2^2 \vec{e}_2 + a_2^3 \vec{e}_3 + a_2^4 \vec{e}_4 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,
\end{aligned} \tag{1}$$

линейно независима. Дополнить систему до ортонормированного базиса всего пространства E^4 .

Р е ш е н и е. Находим значение скалярного произведения:

$$\left(\vec{a}_1, \vec{a}_2 \right) = \left(\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4 \right) = 0.$$

Следовательно, система векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$ ортогональна.

Для того чтобы дополнить эту систему до ортогонального базиса пространства евклидова E^4 , найдём векторы

$$\vec{x} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3 + x^4 \vec{e}_4$$

такие, чтобы выполнялись условия

$$\begin{cases} \left(\vec{x}, \vec{a}_1 \right) = 0, \\ \left(\vec{x}, \vec{a}_2 \right) = 0. \end{cases} \tag{2}$$

Из условий (2) получаем СЛАУ:

$$\begin{cases} x^1 - x^2 + x^3 - x^4 = 0, \\ x^1 + x^2 + x^3 + x^4 = 0. \end{cases} \tag{3}$$

Решаем СЛАУ (3) методом Гаусса, принимая x^3 и x^4 за свободные неизвестные, то есть, например, полагая $x^3 = a$ и $x^4 = b$. Полученное решение СЛАУ (3) записывается в виде

$$|\vec{x}\rangle = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a \\ -b \\ a \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \tag{4}$$

или

$$\vec{x} = a\vec{a}_3 + b\vec{a}_4,$$

где векторы фундаментальной системы решений

$$\vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 0\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_4 = 0\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 0\vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Легко проверяется, что фундаментальная система $\left\{ \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\}$ ортогональна и в сово-

купности с векторами $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$ также образует ортогональную систему

$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\}$. Для получения ортонормированного базиса пространства E^4 норми-

руем векторы этой системы:

$$\vec{h}_1 = \frac{\vec{a}_1}{\|\vec{a}_1\|} = \frac{1}{2} \left(\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4 \right);$$

$$\vec{h}_2 = \frac{\vec{a}_2}{\|\vec{a}_2\|} = \frac{1}{2} \left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4 \right);$$

$$\vec{h}_3 = \frac{\vec{a}_3}{\|\vec{a}_3\|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-\vec{e}_1 + \vec{e}_3 \right);$$

$$\vec{h}_4 = \frac{\vec{a}_4}{\|\vec{a}_4\|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-\vec{e}_2 + \vec{e}_4 \right).$$

Прямой проверкой убеждаемся, что система векторов $\left\{ \vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3, \vec{h}_4 \right\}$ ортонор-

мирована. $\otimes$

Пример 2.3.13. В евклидовом пространстве E^4 в некотором ортонормированном базисе

$$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\} \subset E^4$$

задана система векторов:

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 + \vec{e}_4, \quad \vec{a}_2 = -3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 - 5\vec{e}_4.$$

1) Выяснить, можно ли на векторах этой системы как на направляющих векторах построить подпространство H^2 пространства E^4 . Если это возможно, то написать параметрические уравнения подпространства H^2 .

2) Найти базис $\left\{ \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\}$ и построить ортогональное дополнение $H^{2\perp}$ к подпространству H^2 , записать параметрические уравнения ортогонального дополнения $H^{2\perp}$.

Решение. 1) Координаты векторов системы $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$ непропорциональны – век-

торы неколлинеарны. Следовательно, система векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$ линейно независимая.

Векторы системы могут служить одним из базисов (быть направляющими векторами) линейного двумерного многообразия. Векторное параметрическое уравнение такого многообразия в общем случае имеет вид

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + t_1 \vec{a}_1 + t_2 \vec{a}_2,$$

где $\vec{x}_0$ – вектор сдвига многообразия. Если $\vec{x}_0 = \vec{0}$, то многообразие превращается в подпространство. В последнем случае ведущий вектор точек этого многообразия превращается в текущий вектор подпространства и представляется в виде:

$$\vec{x} = t_1 \vec{a}_1 + t_2 \vec{a}_2.$$

Откуда имеем параметрические уравнения подпространства:

$$\begin{cases} x^1 = t_1 - 3t_2, \\ x^2 = 2t_1 + 4t_2, \\ x^3 = -3t_1 + 3t_2, \\ x^4 = t_1 - 5t_2. \end{cases}$$

Таким образом, подпространство является, очевидно, двумерной плоскостью, проходящей через начало системы координат.

2) Пусть

$$\vec{x} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3 + x^4 \vec{e}_4$$

– произвольный вектор из ортогонального дополнения $H^\perp$. Так как система $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$ – ба-

зис подпространства H , то должны выполняться условия

$$\begin{cases} \left(\vec{a}_1, \vec{x} \right) = 0, \\ \left(\vec{a}_2, \vec{x} \right) = 0. \end{cases}$$

Эти условия приводят к СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 3x^3 + x^4 = 0, \\ -3x^1 + 4x^2 + 3x^3 - 5x^4 = 0. \end{cases}$$

Применение метода Гаусса приводит к следующему результату: СЛАУ совместна и неопределённая, а множество её решений выражается следующей формулой

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{9}{5}a - \frac{7}{5}b \\ \frac{3}{5}a + \frac{1}{5}b \\ a \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} \frac{9}{5} \\ \frac{3}{5} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} -\frac{7}{5} \\ \frac{1}{5} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

где a и b – свободные неизвестные. Следовательно, имеем векторное подпространство с направляющими векторами

$$\vec{a}_3 = \frac{9}{5} \vec{e}_1 + \frac{3}{5} \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \quad \vec{a}_4 = -\frac{7}{5} \vec{e}_1 + \frac{1}{5} \vec{e}_2 + \vec{e}_4.$$

Нетрудно проверить, что полученные векторы $\left\{ \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\}$ образуют линейно независимую систему, а любая их линейная комбинация ортогональна любой линейной комбинации векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$.

Следовательно, на этих векторах можно построить ортогональное дополнение $H^{2\perp}$, параметрические уравнения которого имеют вид, аналогичный параметрическим уравнениям подпространства H^2 :

$$\begin{cases} x^1 = \frac{9}{5}\tau_1 - \frac{7}{5}\tau_2, \\ x^2 = \frac{3}{5}\tau_1 + \frac{1}{5}\tau_2, \otimes \\ x^3 = \tau_1, \\ x^4 = \tau_2. \end{cases}$$

Пример 2.3.14. В аффинном пространстве A^4 координатами относительно репера $\left\{ O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\}$ заданы четыре точки:

$$A_1 \llbracket 4; 2; 0 \rrbracket, A_2 \llbracket 7; 3; 2 \rrbracket, A_3 \llbracket 6; 3; -1 \rrbracket, A_4 \llbracket 4; 5; 2 \rrbracket.$$

Получить уравнения гиперплоскости, проходящей через заданные точки.

Решение. Обозначим точку A_1 через $O^* \equiv A_1$ и примем её за начало репера на гиперплоскости $H^3 \subset A^4$.

Рассмотрим векторы:

$$\begin{aligned} \vec{a}_1 &= O^* A_2 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 &= O^* A_3 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \\ \vec{a}_3 &= O^* A_4 = 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4. \end{aligned} \tag{1}$$

Требуя, чтобы для линейной комбинации этих векторов выполнялось условие

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \alpha_3 \vec{a}_3 = \vec{0},$$

решая вытекающую из этого условия СЛАУ для неопределённых коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ методом Гаусса, выясняем, что данное условие выполняется только при $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$.

Из этого результата заключаем, что система векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$ линейно независима и

её можно выбрать в качестве базиса репера

$$\left\{ O^*, \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$$

на гиперплоскости $H^3 \subset A^4$.

Пусть $M(x^1; x^2; x^3; x^4)$ – текущая точка гиперплоскости, координаты которой определены относительно репера $\left\{ O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\}$ вмещающего пространства A^4 .

Тогда её радиус-векторы $\vec{OM}$ относительно репера $\left\{ O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\}$ пространства

A^4 и O^*M относительно репера $\left\{ O^*, \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$ гиперплоскости $H^3 \subset A^4$ мо-

гут быть, соответственно, представлены в виде разложений:

$$\begin{aligned} \vec{x} \equiv \vec{OM} &= x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3 + x^4 \vec{e}_4, \\ O^*M &= t_1 \vec{a}_1 + t_2 \vec{a}_2 + t_3 \vec{a}_3. \end{aligned} \tag{2}$$

Векторное уравнение гиперплоскости имеет вид:

$$\vec{x} = x_0 + O^*M, \tag{3}$$

где

$$x_0 \equiv OO^* = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3. \tag{4}$$

Подставляя (1), (2) и (4) в (3), получаем *параметрические уравнения*

$$\begin{cases} x^1 = 1 + 2t_1 + t_2, \\ x^2 = 4 + 3t_1 + 2t_2, \\ x^3 = 2 + t_1 + t_2 + 3t_3, \\ x^4 = 2t_1 - t_2 + 2t_3, \end{cases} \quad (5)$$

гиперплоскости $H^3 \subset A^4$. Для получения неявного уравнения гиперплоскости выразим три параметра t_1, t_2, t_3 из первых трёх уравнений (5), решая СЛАУ

$$\begin{cases} 2t_1 + t_2 = x^1 - 1, \\ 3t_1 + 2t_2 = x^2 - 4, \\ t_1 + t_2 + 3t_3 = x^3 - 2 \end{cases} \quad (6)$$

методом Гаусса, и подставим их в четвёртое уравнение. В процессе решения устанавливаем, что СЛАУ совместна и имеет единственное решение:

$$t_1 = 2x^1 - x^2 + 2;$$

$$t_2 = -3x^1 + 2x^2 - 5;$$

$$t_3 = \frac{1}{3}x^1 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}.$$

Подстановка в четвёртое из уравнений (5) приводит к неявному уравнению гиперплоскости

$H^3 \subset A^4$, проходящей через заданные четыре точки:

$$23x^1 - 14x^2 + 2x^3 - 3x^4 + 29 = 0. \otimes$$

Практическое занятие 4

Операторы, матрицы, определители и СЛАУ

Пример 2.4.1. В пространстве R^3 оператор $\hat{P}$ действует по правилу

$$\left(\forall \vec{x} \in R^3 \right) \hat{P} \vec{x} = x^1 \vec{e}_1,$$

то есть ставит в соответствие произвольному вектору $\vec{X}$ его координатную проекцию на ось OX^1 . Показать, что оператор линейный и найти его матрицу.

Решение. покажем, что оператор линейный. По определению для линейного оператора справедливо равенство:

$$\hat{P}\left(\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2\right) = \alpha_1 \hat{P} \vec{x}_1 + \alpha_2 \hat{P} \vec{x}_2.$$

Проверим его выполнение для заданного оператора:

$$\begin{aligned} \hat{P}\left(\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2\right) &= \\ &= \hat{P}\left[\alpha_1\left(x_1^1 \vec{e}_1 + x_1^2 \vec{e}_2 + x_1^3 \vec{e}_3\right) + \alpha_2\left(x_2^1 \vec{e}_1 + x_2^2 \vec{e}_2 + x_2^3 \vec{e}_3\right)\right] = \\ &= \hat{P}\left[\alpha_1 x_1^1 + \alpha_2 x_2^1 \vec{e}_1 + \alpha_1 x_1^2 + \alpha_2 x_2^2 \vec{e}_2 + \alpha_1 x_1^3 + \alpha_2 x_2^3 \vec{e}_3\right] = \\ &= \alpha_1 x_1^1 + \alpha_2 x_2^1 \vec{e}_1 = \alpha_1 x_1^1 \vec{e}_1 + \alpha_2 x_2^1 \vec{e}_1 = \alpha_1 \hat{P} \vec{x}_1 + \alpha_2 \hat{P} \vec{x}_2. \end{aligned}$$

Определение выполняется и оператор $\hat{P}$ линейный.

Действуя оператором $\hat{P}$ последовательно на базисные векторы, получаем:

$$\hat{P} \vec{e}_1 = 1 \cdot \vec{e}_1 = \vec{e}_1 + 0 \cdot \vec{e}_2 + 0 \cdot \vec{e}_3,$$

$$\hat{P} \vec{e}_2 = 0 \cdot \vec{e}_1 = 0 \cdot \vec{e}_1 + 0 \cdot \vec{e}_2 + 0 \cdot \vec{e}_3,$$

$$\hat{P} \vec{e}_3 = 0 \cdot \vec{e}_1 = 0 \cdot \vec{e}_1 + 0 \cdot \vec{e}_2 + 0 \cdot \vec{e}_3.$$

Теперь матрица оператора принимает следующий вид:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Оператор $\hat{P}$ называется *оператором ортогонального проектирования на ось OX^1* .

⊗

Пример 2.4.2. Показать, что оператор $\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3$, действующий по правилу

$$\left(\forall \vec{x} \in R^3 \right) \hat{A} \vec{x} = \left[\vec{a}, \left[\vec{x}, \vec{b} \right] \right],$$

где фиксированные векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ заданы своими разложениями

$$\vec{a} = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - \vec{e}_3, \quad \vec{b} = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

по каноническому базису, является линейным, и найти его матрицу.

Решение. Из свойств векторного произведения следует, что:

$$\begin{aligned} \hat{A}(\alpha \vec{x} + \beta \vec{y}) &= \left[\vec{a}, \left[\alpha \vec{x} + \beta \vec{y}, \vec{b} \right] \right] = \left[\vec{a}, \alpha \left[\vec{x}, \vec{b} \right] + \beta \left[\vec{y}, \vec{b} \right] \right] = \\ &= \alpha \left[\vec{a}, \left[\vec{x}, \vec{b} \right] \right] + \beta \left[\vec{a}, \left[\vec{y}, \vec{b} \right] \right] = \alpha \hat{A} \vec{x} + \beta \hat{A} \vec{y}. \end{aligned}$$

Матрицу оператора определяем, находя образы базисных векторов. При этом возможны три варианта решения:

- 1) использовать свойства векторного произведения;
- 2) использовать формулу для вычисления векторного произведения;
- 3) использовать для двойного векторного произведения формулу

$$\left[\vec{A}, \left[\vec{B}, \vec{C} \right] \right] = \vec{B} \left(\vec{A}, \vec{C} \right) - \vec{C} \left(\vec{A}, \vec{B} \right).$$

Используем второй вариант решения, находя векторное произведение

$$\hat{A} \vec{e}_k = \left[\vec{a}, \left[\vec{e}_k, \vec{b} \right] \right]$$

по формуле

$$\left[\vec{x}, \vec{y} \right] = (x^2 y^3 - x^3 y^2) \vec{e}_1 + (x^3 y^1 - x^1 y^3) \vec{e}_2 + (x^1 y^2 - x^2 y^1) \vec{e}_3.$$

Пусть $k = 1$, тогда получаем:

$$\left[\vec{e}_1, \vec{b} \right] = (0 \cdot 1 - 0 \cdot (-1)) \vec{e}_1 + (0 \cdot 1 - 1 \cdot 1) \vec{e}_2 + (-1 \cdot (-1) - 0 \cdot 1) \vec{e}_3 = -\vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

Далее имеем:

$$\hat{A} \vec{e}_1 = \left[\vec{a}, \left[\vec{e}_1, \vec{b} \right] \right] = -5 \vec{e}_1 + 2 \vec{e}_2 - 2 \vec{e}_3.$$

Аналогично находим:

$$\hat{A} \vec{e}_2 = \left[\vec{a}, \left[\vec{e}_2, \vec{b} \right] \right] = -4 \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 4 \vec{e}_3,$$

$$\hat{A} \vec{e}_3 = \left[\vec{a}, \left[\vec{e}_3, \vec{b} \right] \right] = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 2 \vec{e}_3.$$

Матрица оператора имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -4 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -2 & -4 & -2 \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 2.4.3. Показать, что если $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\} \subset X^n$ – линейно зависимая

система векторов, то и система образов $\left\{ \hat{A} \vec{x}_1, \hat{A} \vec{x}_2, \dots, \hat{A} \vec{x}_m \right\} \subset X^n$ при действии

линейного оператора $\hat{A}: X^n \rightarrow X^n$ также линейно зависима.

Р е ш е н и е. Составим справедливое в силу линейной зависимости системы векторов равенство

$$\overset{\rightarrow}{\alpha}_1 \vec{x}_1 + \overset{\rightarrow}{\alpha}_2 \vec{x}_2 + \dots + \overset{\rightarrow}{\alpha}_m \vec{x}_m = \overset{\rightarrow}{0},$$

где не все коэффициенты $\overset{\rightarrow}{\alpha}_1, \overset{\rightarrow}{\alpha}_2, \dots, \overset{\rightarrow}{\alpha}_m$ равны нулю одновременно. Действуя на обе ча-

сти последнего равенства оператором $\hat{A}$, в силу его линейности получаем:

$$\overset{\alpha}_1 \hat{A} \vec{x}_1 + \overset{\alpha}_2 \hat{A} \vec{x}_2 + \dots + \overset{\alpha}_m \hat{A} \vec{x}_m = \overset{\rightarrow}{0},$$

Так как среди коэффициентов $\overset{\alpha}_1, \overset{\alpha}_2, \dots, \overset{\alpha}_m$ есть ненулевые, то система образов

$$\left\{ \hat{A} \vec{x}_1, \hat{A} \vec{x}_2, \dots, \hat{A} \vec{x}_m \right\}$$

линейно зависима. $\otimes$

Пример 2.4.4. Показать, что если система

$$\left\{ \hat{A} \vec{x}_1, \hat{A} \vec{x}_2, \dots, \hat{A} \vec{x}_m \right\} \subset X^n$$

образов векторов системы

$$\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\} \subset X^n$$

при действии оператора $\hat{A}: X^n \rightarrow X^n$ линейно независимая, то и сама система

$$\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\} \subset X^n \text{ также линейно независима.}$$

Решение. Для системы векторов $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\}$ потребуем выполнения ра-

венства нуль вектору линейной комбинации, предполагая, что не все коэффициенты её равны нулю одновременно

$$\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 + \dots + \alpha_m \vec{x}_m = \overset{\rightarrow}{0},$$

то есть предположим, что система $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\}$ линейно зависима.

Действуя на обе части равенства оператором $\hat{A}$, получим

$$\alpha_1 \hat{A} \vec{x}_1 + \alpha_2 \hat{A} \vec{x}_2 + \dots + \alpha_m \hat{A} \vec{x}_m = \overset{\rightarrow}{0},$$

где в силу линейной независимости системы образов векторов

$$\left\{ \hat{A} \vec{x}_1, \hat{A} \vec{x}_2, \dots, \hat{A} \vec{x}_m \right\}$$

выполняется условие

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m = 0.$$

Следовательно, предположение о линейной зависимости системы векторов

$$\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\}$$

неверное. Система линейно независима. $\otimes$

Пример 2.4.5. Пусть $\vec{x} \in R^3$ – произвольный вектор. Вычислить коммутатор

$$\left[\hat{A}, \hat{B} \right] \vec{x} \equiv \left(\hat{A} \hat{B} - \hat{B} \hat{A} \right) \vec{x}$$

операторов $\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3$ и $\hat{B}: R^3 \rightarrow R^3$, представленных в каноническом базисе пространства R^3 своими матрицами

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Коммутатор операторов – коммутатор их матриц, равен:

$$\begin{aligned} AB - BA &= \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 32 & 22 & 16 \\ 8 & 16 & 26 \\ 12 & 8 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 14 & 4 & 14 \\ 15 & 12 & 23 \\ 14 & 20 & 26 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 18 & 2 \\ -7 & 4 & 3 \\ -2 & -12 & -22 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Находим коммутатор операторов – результат воздействия оператора $\hat{A} \hat{B} - \hat{B} \hat{A}$ на произвольный вектор $\vec{x} \in R^3$, для чего находим координаты образа вектора:

$$\left[\hat{A} \hat{B} - \hat{B} \hat{A} \right] \vec{x} = \begin{pmatrix} 18 & 18 & 2 \\ -7 & 4 & 3 \\ -2 & -12 & -22 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18x^1 + 18x^2 + 2x^3 \\ -7x^1 + 4x^2 + 3x^3 \\ -2x^1 - 12x^2 - 22x^3 \end{pmatrix}.$$

Теперь образ вектора равен:

$$\begin{aligned} \left[\hat{A}, \hat{B} \right] \vec{x} &= \left(\hat{A} \hat{B} - \hat{B} \hat{A} \right) \vec{x} = \left(18x^1 + 18x^2 + 2x^3 \right) \vec{e}_1 + \\ &+ \left(-7x^1 + 4x^2 + 3x^3 \right) \vec{e}_2 + \left(-2x^1 - 12x^2 - 22x^3 \right) \vec{e}_3. \otimes \end{aligned}$$

Пример 2.4.6. В каноническом базисе трёхмерного пространства R^3 действия операторов $\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3$ и $\hat{B}: R^3 \rightarrow R^3$ на произвольный вектор $\vec{x} \in R^3$ заданы соотношениями:

$$A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 \\ x_2 + 3x_3 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}; B \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 - x_3 \\ x_2 + x_3 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Найти координаты вектора $\left(2\hat{A} + \hat{A}\hat{B}\right)\vec{x}$.

Решение. Находим матрицы операторов, исходя из координатной формы записи действия оператора в фиксированном базисе:

$$A|x\rangle = \begin{pmatrix} a_1^1 & a_1^2 & a_1^3 \\ a_2^1 & a_2^2 & a_2^3 \\ a_3^1 & a_3^2 & a_3^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^1 x^1 + a_1^2 x^2 + a_1^3 x^3 \\ a_2^1 x^1 + a_2^2 x^2 + a_2^3 x^3 \\ a_3^1 x^1 + a_3^2 x^2 + a_3^3 x^3 \end{pmatrix}.$$

Сравнивая данные условия задачи с координатной формулой действия оператора, находим их матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Производим указанные в условии задачи действия с матрицами:

$$\begin{aligned} 2A + AB &= 2 \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 4 & -10 & -6 \\ 0 & 2 & 6 \\ 4 & -10 & -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -3 & -10 \\ 0 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -13 & -16 \\ 0 & 3 & 10 \\ 6 & -13 & -16 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

$\rightarrow$

Находим координаты образа вектора $\vec{x}$, используя координатную форму записи:

$$\left(\begin{matrix} 6 & -13 & -16 \\ 0 & 3 & 10 \\ 6 & -13 & -16 \end{matrix} \right) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6x_1 - 13x_2 - 16x_3 \\ 3x_2 + 10x_3 \\ 6x_1 - 13x_2 - 16x_3 \end{pmatrix}.$$

Окончательно получаем:

$$\vec{x} = (6x_1 - 13x_2 - 16x_3) \vec{e}_1 + (3x_2 + 10x_3) \vec{e}_2 + (6x_1 - 13x_2 - 16x_3) \vec{e}_3. \otimes$$

Пример 2.4.7. Найти $\left(\hat{A} \vec{x} + \vec{y}, \vec{x} + \hat{B} \vec{y} \right)$, если

$$\vec{x} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3; \vec{y} = -3\vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 5\vec{e}_3;$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение. 1) Находим вектор $\hat{A} \vec{x} + \vec{y}$ в координатном представлении:

$$A|\vec{x}\rangle + |\vec{y}\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ 17 \\ 18 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 \\ 16 \\ 13 \end{pmatrix};$$

$$\hat{A} \vec{x} + \vec{y} = 22\vec{e}_1 + 16\vec{e}_2 + 13\vec{e}_3.$$

2) Находим вектор $\vec{x} + \hat{B} \vec{y}$ в координатном представлении:

$$|\vec{x}\rangle + B|\vec{y}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -20 \\ -20 \\ -14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -19 \\ -17 \\ -8 \end{pmatrix};$$

$$\vec{x} + \hat{B} \vec{y} = -19\vec{e}_1 - 17\vec{e}_2 - 8\vec{e}_3.$$

3) Находим указанное в условии скалярное произведение:

$$\left(\hat{A} \vec{x} + \vec{y}, \vec{x} + \hat{B} \vec{y} \right) = 22 \cdot (-19) + 16 \cdot (-17) + 13 \cdot (-8) = -794. \otimes$$

Пример 2.4.8. Решить методом Гаусса СЛАУ

$$\begin{cases} 2x^1 - x^2 + x^3 - x^4 = 5, \\ x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ 3x^1 + x^2 - x^3 + 2x^4 = -1. \end{cases} \quad (1)$$

Р е ш е н и е. 1) Удобно поменять местами первое и второе уравнения системы (1), так как у второго уравнения коэффициент при первом неизвестном равен 1:

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ 2x^1 - x^2 + x^3 - x^4 = 5, \\ 3x^1 + x^2 - x^3 + 2x^4 = -1. \end{cases} \quad (2)$$

Выражаем из первого уравнения СЛАУ (2) неизвестное x^1 и подставляем результат в оставшиеся уравнения:

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17. \end{cases} \quad (3)$$

Два последних уравнения в (3) одинаковы, поэтому одно уравнение можно отбросить:

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17. \end{cases} \quad (4)$$

Принимаем в (4) неизвестные x^3, x^4 за свободные неизвестные и, полагая $x^3 = a$ и $x^4 = b$, выражаем через них x^2, x^1 , имеем общее решение СЛАУ:

$$x^2 = -\frac{17}{5} + a - \frac{7}{5}x^4, \quad x^1 = \frac{4}{5} - \frac{1}{5}b, \quad x^3 = a, \quad x^4 = b.$$

2) Приведём матричную реализацию метода Гаусса. Перепишем систему уравнений в виде расширенной матрицы и поменяем местами первую и вторую строки матрицы:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Умножая мысленно первую строку матрицы первый раз на 2, а второй раз на 3 и вычитая в реальности последовательно из второй и третьей строки (как вектор-строку), получаем:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix}.$$

Вторая и третья строки матрицы идентичны, то есть второе и третье уравнения системы одинаковы. Отбрасывая третью строку, получаем:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix}.$$

Эквивалентная система уравнений имеет вид (4):

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17. \end{cases}$$

Дальше решение повторяет выполненные в первом пункте операции.

Дадим интерпретацию полученного общего решения СЛАУ, для чего запишем вектор-столбец решения так

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} - \frac{1}{5}b \\ -\frac{17}{5} + a - \frac{7}{5}b \\ a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} \\ -\frac{17}{5} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} \\ -\frac{7}{5} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Если теперь переписать полученный результат в символическом виде

$$|x\rangle = |x_0\rangle + a|a\rangle + b|b\rangle,$$

где

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix}, |x_0\rangle = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} \\ -\frac{17}{5} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |a\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |b\rangle = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} \\ -\frac{7}{5} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

То становится очевидным, что общее решение системы уравнений с геометрической точки зрения представляет собой двумерное линейное многообразие проходящее через “точку” $|x_0\rangle$ и имеющее направляющие векторы $|a\rangle$ и $|b\rangle$. $\otimes$

Пример 2.4.9. Вычислить определитель

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -5 \end{vmatrix}.$$

Р е ш е н и е. 1) Вычтем элементы первого столбца из соответствующих элементов второго и третьего столбцов, получим:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -5 & -1 \\ 4 & -5 & -9 \end{vmatrix}.$$

2) В полученном определителе в первой строке отличен от нуля только один первый элемент. Применяя формулу разложения определителя по элементам первой строки, получаем:

$$\begin{aligned} D &= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -5 & -1 \\ 4 & -5 & -9 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -1 \\ -5 & -9 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -9 \end{vmatrix} + \\ &+ 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -5 & -1 \\ -5 & -9 \end{vmatrix} = 45 - 5 = 40. \otimes \end{aligned}$$

Пример 2.4.10. Найти матрицу, обратную матрице

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Определитель матрицы $\det A = 5 \neq 0$. Матрица A невырожденная, следовательно, обратная матрица A^{-1} существует.

Находим алгебраические дополнения элементов матрицы A :

$$A_1^1 = 1; A_2^1 = -3; A_3^1 = 1$$

$$A_1^2 = 3; A_2^2 = 1; A_3^2 = -2;$$

$$A_1^3 = -2; A_2^3 = 1; A_3^3 = 3.$$

Находим присоединённую матрицу:

$$\text{adj}A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Находим обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \text{adj}A = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Проверка по формулам $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$ подтверждает правильность расчёта.

⊗

Пример 2.4.11. Матричным методом решить СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 + 3x^2 = 0, \\ 2x^1 + 4x^2 = 6. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. 1) Проверяем условие невырожденности основной матрицы системы уравнений, для чего вычисляем определитель основной матрицы системы:

$$\det A = -2 \neq 0.$$

Обратная матрица существует.

2) Перепишем СЛАУ в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

3) Находим алгебраические дополнения элементов основной матрицы системы:

$$A_1^1 = 4, A_2^1 = -2, A_1^2 = -3, A_2^2 = 1.$$

4) Составляем матрицу алгебраических дополнений и, транспонируя её, находим присоединённую матрицу:

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{adj}A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

5) Находим обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{\text{adj}A}{\det A} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & \frac{3}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

6) Находим значения неизвестных:

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & \frac{3}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow x^1 = 9, x^2 = -3. \otimes$$

Пример 2.4.12. Найти неизвестную матрицу X из уравнения

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение. Имеем матричное уравнение вида $AX = B$, где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Чтобы его решить, нужно найти матрицу A^{-1} и умножить уравнение на неё слева. Тогда решение запишется в виде $X = A^{-1}B$.

1) Проверяем условие невырожденности. Определитель матрицы A равен:

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 6 - 5 = 1 \neq 0.$$

Матрица невырождена, следовательно, обратная матрица существует.

2) Вычисляем алгебраические дополнения элементов матрицы A :

$$A_1^1 = 3, A_2^1 = -1, A_1^2 = -5, A_2^2 = 2.$$

Составляем союзную матрицу и находим обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} A_1^1 & A_2^1 \\ A_1^2 & A_2^2 \end{pmatrix}^T = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} A_1^1 & A_1^2 \\ A_2^1 & A_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

3) Умножаем данное матричное уравнение на матрицу A^{-1} слева:

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 2 & -23 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

Проверка правильности вычислений осуществляется путём подстановки в исходное уравнение. $\otimes$

Пример 2.4.13. Решить СЛАУ, используя формулы Крамера:

$$\begin{cases} 3x^1 + 2x^2 + x^3 = 5, \\ 2x^1 + 3x^2 + x^3 = 1, \\ 2x^1 + x^2 + 3x^3 = 11. \end{cases}$$

Решение. 1) Вычисляем определитель матрицы СЛАУ:

$$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 12.$$

Так как $\det A \neq 0$, то система уравнений совместна и определённа.

2) Для нахождения её решения используем формулы Крамера:

$$\begin{aligned} x^1 &= \frac{1}{12} \begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 11 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \frac{5}{12} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - \frac{1}{12} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + \frac{11}{12} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = \\ &= \frac{40}{12} - \frac{5}{12} - \frac{11}{12} = \frac{24}{12} = 2. \end{aligned}$$

Аналогично находим x^2 и x^3 :

$$x^2 = \frac{1}{12} \begin{vmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 11 & 3 \end{vmatrix} = -2; \quad x^3 = \frac{1}{12} \begin{vmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 11 \end{vmatrix} = 3. \quad \otimes$$

Пример 2.4.14. Пусть $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\} \subset X^4$ – некоторый (старый) базис

пространства X^4 и

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

– матрица линейного оператора $\hat{T} : X^4 \rightarrow X^4$ в этом базисе. Найти матрицу линейного оператора $\hat{T}$ в новом базисе

$$\left\{ \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3, \vec{g}_4 \right\} \subset X^4,$$

если известно, что векторы нового базиса выражаются через векторы старого базиса разложениями:

$$\vec{g}_1 = \vec{a}_1, \vec{g}_2 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2, \vec{g}_3 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3, \vec{g}_4 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4.$$

Решение. Матрица перехода от старого базиса к новому имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матрица невырождена, так как $\det A = 1$. Следовательно, существует обратная матрица. Для нахождения обратной матрицы найдём сначала алгебраические дополнения элементов матрицы A :

$$\begin{aligned} A_1^1 &= 1; & A_2^1 &= -1; & A_3^1 &= 0; & A_4^1 &= 0; \\ A_1^2 &= 0; & A_2^2 &= 1; & A_3^2 &= -1; & A_4^2 &= 0; \\ A_1^3 &= 0; & A_2^3 &= 0; & A_3^3 &= 1; & A_4^3 &= -1; \\ A_1^4 &= 0; & A_2^4 &= 0; & A_3^4 &= 0; & A_4^4 &= 1. \end{aligned}$$

Теперь обратная матрица находится по формуле $\hat{A} = \frac{1}{\det A} \text{adj} A$ и имеет вид:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

При переходе от старого базиса к новому базису матрица оператора T преобразуется по формуле $T' = A^{-1} T A$. Проводя вычисления, получаем матрицу T' :

$$\begin{aligned}
T' &= \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & -8 & -7 \\ 1 & 4 & 6 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 7 \end{pmatrix} \cdot \otimes
\end{aligned}$$

Практическое занятие 5

Ядро и ранг линейного оператора. Критерии совместности СЛАУ

Пример 2.5.1. Найти ядро $K(\hat{A})$ линейного оператора $\hat{A}: X^4 \rightarrow X^3$, заданного в некоторых базисах

$$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\} \subset X^4, \left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\} \subset X^3$$

этих пространств матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. По определению ядро

$$K(\hat{A}) = \left\{ \vec{x} \in X^4 : \hat{A}\vec{x} = \vec{0} \right\},$$

поэтому

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

откуда имеем СЛАУ вида

$$\begin{cases} x^1 + 2 \cdot x^3 + 4 \cdot x^4 = 0, \\ 3 \cdot x^2 + x^3 + 2 \cdot x^4 = 0, \\ -x^2 - 2 \cdot x^3 = 0. \end{cases}$$

Решая эту СЛАУ, например, метом Гаусса, получаем:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 0 & 0 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 2 & 0 \end{array} \right).$$

Принимая неизвестное x^4 за свободное неизвестное и, полагая $x^4 = t$, где t может принимать произвольные значения из R , получаем:

$$x^3 = \frac{2}{5}t, \quad x^2 = -\frac{4}{5}t, \quad x^1 = -\frac{24}{5}t.$$

Откуда для ядра оператора имеем

$$K\left(\hat{A}\right) = \left\{ \vec{x} \in X^4 : \vec{x} = t \vec{a}; t \in R \right\},$$

где

$$\vec{a} = -\frac{24}{5} \vec{e}_1 - \frac{4}{5} \vec{e}_2 + \frac{2}{5} \vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Таким образом, ядро оператора является одномерным линейным многообразием $L\left\{\vec{a}\right\}$ с

направляющим вектором $\vec{a}$. $\otimes$

Пример 2.5.2. Пусть Y – множество симметричных матриц 2-го порядка с обычными матричными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число. Показать, что это множество является векторным подпространством векторного пространства всех квадратных матриц второго порядка.

Р е ш е н и е. Сначала покажем, что множество X квадратных матриц 2-го порядка вида

$$A = \begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_1^2 & a_2^2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_1^1 & b_2^1 \\ b_1^2 & b_2^2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} c_1^1 & c_2^1 \\ c_1^2 & c_2^2 \end{pmatrix}$$

является векторным пространством. Для этого надо показать, что операция сложения, являясь алгебраической, удовлетворяет четырём аксиомам для операции сложения векторного пространства.

То, что операция сложения во множестве X алгебраическая, очевидно. Легко видеть, что операция сложения ассоциативна и коммутативна, то есть

$$A + B = B + A; (A + B) + C = A + (B + C).$$

Во множестве X имеется нейтральный элемент

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

и противоположный элемент

$$-A = \begin{pmatrix} -a_1^1 & -a_2^1 \\ -a_1^2 & -a_2^2 \end{pmatrix}.$$

Нетрудно проверить и выполнение аксиом для операции умножения на число.

Легко видеть, что во множестве X каноническим базисом является система матриц вида

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Действительно, произвольная матрица может быть записана в виде разложения по матрицам этой системы:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Множество симметричных матриц Y вида

$$A = \begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_2^1 & a_2^2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_1^1 & b_2^1 \\ b_2^1 & b_2^2 \end{pmatrix}$$

является подпространством векторного пространства X . Действительно, симметрические матрицы образуют подмножество пространства X . Операции сложения и умножения на число не

нарушают свойства симметричности матрицы. Действительно, результат выполнения этих операций является, очевидно, снова симметричной матрицей:

$$A + B = \begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_2^1 & a_2^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1^1 & b_2^1 \\ b_2^1 & b_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^1 + b_1^1 & a_2^1 + b_2^1 \\ a_2^1 + b_2^1 & a_2^2 + b_2^2 \end{pmatrix},$$

$$\alpha A = \alpha \cdot \begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_2^1 & a_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \cdot a_1^1 & \alpha \cdot a_2^1 \\ \alpha \cdot a_2^1 & \alpha \cdot a_2^2 \end{pmatrix} \cdot \otimes$$

Пример 2.5.3. Найти ранг матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

Решение. 1. *Первый метод* (элементарные преобразования матрицы). Ранг матрицы подчинён неравенству $r(A) \leq \min\{n, m\} = 3$ (n — число строк, m — число столбцов). Для нахождения ранга применим элементарные преобразования матрицы.

Вычтем первую строку матрицы из второй строки и, умножив её мысленно на 3, из третьей:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 7 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & -2 & -2 \\ 0 & 5 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Вычёркивая из матрицы третью строку, совпадающую со второй строкой, получаем

$$A \cong \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Здесь символ $\cong$ использован для обозначения эквивалентности матриц по рангу в процессе преобразований.

Видим, что наивысший порядок отличного от нуля минора равен 2 (левый угловой минор является треугольным). Таким образом, ранг матрицы $r = 2$.

2. *Второй метод* (окаймляющих миноров). Минор

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = 5 \neq 0. A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

Минор, окаймляющий первый минор

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 2 = 0.$$

Следующий окаймляющий минор

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & -2 \\ 0 & 5 & -2 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} = 2 - 2 = 0.$$

Все окаймляющие миноры равны нулю, следовательно, ранг матрицы

$$r(\hat{A}) = 2.$$

Пример 2.5.4. Найти ранг $r(\hat{A})$, множество значений $\hat{A}|_{X^5}$ и дефект $d(\hat{A})$ линейного оператора $\hat{A}: X^5 \rightarrow X^3$, если этот оператор в некоторых базисах пространств X^5 и X^3 имеет матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Решение. Пусть отмечены базисы

$$\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5 \subset X^5, \quad \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3 \subset X^3,$$

в которых матрица оператора имеет указанный вид.

1) Находим ранг матрицы оператора:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 10 & -13 & -19 \\ 0 & 1 & 1 & -5 & -7 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 10 & -13 & -19 \\ 0 & 0 & -9 & 8 & 12 \end{pmatrix}.$$

Угловой минор третьего порядка преобразованной матрицы

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & -9 \end{vmatrix} = -9 \neq 0,$$

следовательно, ранг матрицы $r \mathbf{A} = 3$.

2) Вектор-столбцы преобразованной матрицы, образующие её базисный минор, составлены из координат базисных векторов множества значений оператора, то есть базис множества значений имеет вид

$$|a\rangle_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |a\rangle_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |a\rangle_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 10 \\ -9 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\vec{a}_1 = \vec{g}_1,$$

$$\vec{a}_2 = \vec{g}_2,$$

$$\vec{a}_3 = -2\vec{g}_1 + 10\vec{g}_2 - 9\vec{g}_3.$$

Множеством значений оператора является линейная оболочка системы векторов

$$\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 :$$

$$\hat{A} X^5 = \vec{y} \in X^3 : \forall \alpha, \beta, \eta \in R^1 \quad \vec{y} = \alpha \cdot \vec{a}_1 + \beta \cdot \vec{a}_2 + \eta \cdot \vec{a}_3 ,$$

3) По теореме о связи ранга и дефекта линейного оператора имеем

$$r(\hat{A}) + d(\hat{A}) = 5,$$

откуда получаем $d(\hat{A}) = 2$. Итак, $r(\hat{A}) = 3$, $d(\hat{A}) = 2$. $\otimes$

Пример 2.5.5. Найти базисы суммы и пересечения подпространств

$$L_1 \left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\} = \left\{ \alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \alpha_3 \vec{a}_3 \right\},$$

$$L_2 \left\{ \vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3 \right\} = \left\{ \beta_1 \vec{b}_1 + \beta_2 \vec{b}_2 + \beta_3 \vec{b}_3 \right\},$$

если $\alpha_k, \beta_k \in R^1$ и

$$\begin{aligned} \vec{a}_1 &= \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3, \vec{a}_3 = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3; \\ \vec{b}_1 &= 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3, \vec{b}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3, \vec{b}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3. \end{aligned}$$

Р е ш е н и е. Находим базисы подпространств:

$$\dim L_1 = r \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} = 2, \text{ базисный минор } \Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix};$$

$$\dim L_2 = r \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix} = 2, \text{ базисный минор } \Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}.$$

Базисом L_1 является подсистема

$$\begin{aligned} \vec{a}_1 &= \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \\ \vec{a}_2 &= \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3, \end{aligned}$$

а базисом L_2 подсистема

$$\begin{aligned} \vec{b}_1 &= 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3, \\ \vec{b}_2 &= \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3. \end{aligned}$$

Чтобы найти базис подпространства $L_1 + L_2$, вычислим ранг матрицы, столбцами ко-

торой являются векторы $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{b}_1, \vec{b}_2$:

$$r \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} = 3, \text{ базисный минор } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, имеем

$$\dim \mathbf{C}_1 + L_2 \rhd = 3$$

и базис подпространства $L_1 + L_2$ есть система $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{b}_1 \right\}$.

Теперь базис пересечения подпространств

$$\dim \mathbf{C}_1 \cap L_2 \rhd = \dim L_1 + \dim L_2 - \dim \mathbf{C}_1 + L_2 \rhd = 4 - 3 = 1.$$

Таким образом, базис $L_1 \cap L_2$ состоит из одного вектора.

Вектор $\vec{b}_2$ разложим по базису $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{b}_1 \right\}$ подпространства $L_1 + L_2$:

$$\vec{b}_2 = \alpha_2^1 \vec{a}_1 + \alpha_2^2 \vec{a}_2 + \beta_2^1 \vec{b}_1.$$

Составляем систему уравнений, используя разложения векторов

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \quad \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3,$$

$$\vec{b}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3, \quad \vec{b}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3.$$

Решение этой СЛАУ даёт:

$$\alpha_2^1 = 2, \quad \alpha_2^2 = 1, \quad \beta_2^1 = -1,$$

Таким образом,

$$\vec{b}_2 = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 - \vec{b}_1,$$

Следовательно, вектор

$$\vec{c} = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 = \vec{b}_1 + \vec{b}_2 = 3\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

является базисом подпространства $L_1 \cap L_2$. $\otimes$

Пример 2.5.6. Выяснить вопрос о совместности СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 - 2x^2 + x^3 = 3, \\ x^1 + 3x^2 - x^3 = 1, \\ 3x^1 - x^2 + x^3 = 7. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. Выписываем основную и расширенную матрицы СЛАУ:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

Минор второго порядка в левом верхнем углу (см. предыдущий пример) равен $5 \neq 0$. Все миноры третьего порядка, как у матрицы A , так и у матрицы B , равны нулю: ранги основной и расширенной матриц $r \mathbf{A} = r \mathbf{B} = 2$. Следовательно, СЛАУ совместна. $\otimes$

Пример 2.5.7. Выяснить, при каких значениях параметра a СЛАУ с основной матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

и столбцом правых частей $|b\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ a \end{pmatrix}$ является совместной.

Решение. Нетрудно видеть, что ранг матрицы A СЛАУ $r \mathbf{A} = 2$. Расширенная матрица имеет вид

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & -1 & 1 & a \end{pmatrix}.$$

Вычеркнем в расширенной матрице третий и четвёртый столбцы. Так как ранг матрицы не изменится, то имеем

$$\det B = \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -3 & a \end{pmatrix} = 3a + 6.$$

Если $a \neq -2$, то $\det B \neq 0$ и $r \mathbf{B} = 3 \neq r \mathbf{A} = 2$ – СЛАУ несовместна. Если $a = -2$, то $\det B = 0$. Так как у матрицы B имеются отличные от нуля миноры, то $r \mathbf{B} = 2 = r \mathbf{A}$. Поэтому при $a = -2$ СЛАУ совместна. $\otimes$

Задания для самостоятельной работы

Векторная алгебра

1. Даны векторы $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$. Найти линейную комбинацию (вектор)

$$\vec{u} = \alpha \vec{x} + \beta \vec{y} + \gamma \vec{z}$$

и норму (длину) вектора $\vec{u}$:

$$1) \vec{x} = -2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{y} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2, \vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3,$$

$$\alpha = 4, \beta = -3, \gamma = 1;$$

$$2) \vec{x} = -3\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 4\vec{e}_3, \vec{y} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{z} = -\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3,$$

$$\alpha = -4, \beta = 3, \gamma = -2;$$

$$3) \vec{x} = \vec{e}_1 - 6\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3, \vec{y} = -3\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3, \vec{z} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3,$$

$$\alpha = 7, \beta = -5, \gamma = -1.$$

2. Найти косинус угла между векторами $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$, если:

$$1) A(0; -2; 3), B(1; 2), C(4; -4; 5);$$

$$2) A(0; -2; 6), B(12; -2; -3), C(9; -2; -6);$$

$$3) A(0; 3; -1), B(4; 5; -2), C(6; 1; 1).$$

3. На плоскости R^2 заданы своими координатами три вершины A, B и C параллелограмма. Найти:

1) координаты четвёртой вершины D ;

2) косинус угла между сторонами AB и AC ;

3) длины диагоналей и косинус угла между ними.

$$1) A(1; 2; -2), B(4; -5), C(1; 0);$$

$$2) A(2; -2; 0), B(1; -2; 4), C(6; -2; 1);$$

$$3) A(3; -1), B(2; 0), C(4; 4; -1).$$

4. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами заданы векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$. Найти $\left(\alpha \vec{x} + \beta \vec{y}, \gamma \vec{x} + \lambda \vec{y} \right)$, если дано:

$$1) \vec{x} = \vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{y} = \vec{e}_1 + 7\vec{e}_2 + \vec{e}_3,$$

$$\alpha = 4, \beta = -3, \gamma = 1, \lambda = 2;$$

$$2) \vec{x} = 2\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 8\vec{e}_3, \vec{y} = \vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 7\vec{e}_3,$$

$$\alpha = -2, \beta = -5, \gamma = -1, \lambda = -2;$$

$$3) \vec{x} = -2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 8\vec{e}_3, \vec{y} = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 7\vec{e}_3,$$

$$\alpha = 11, \beta = 6, \gamma = 2, \lambda = -7.$$

5. Найти $\left(\vec{x} - 4\vec{y}, 6\vec{x} + \vec{y} \right)$, если дано:

$$1) \|\vec{x}\| = 4, \|\vec{y}\| = 5, \left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\} = \frac{\pi}{4};$$

$$2) \|\vec{x}\| = 6, \|\vec{y}\| = 1, \left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\} = \frac{\pi}{3};$$

$$3) \|\vec{x}\| = 2,5, \|\vec{y}\| = 1,5, \left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\} = \frac{\pi}{6}.$$

6. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами задан вектор $\vec{x}$. Найти направляющие косинусы и орт данного вектора, если дано:

$$1) \vec{x} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3;$$

$$2) \vec{x} = -\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3;$$

$$3) \vec{x} = 5\vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 6\vec{e}_3.$$

Прямые линии и плоскости

1. Вычислить объём параллелепипеда, построенного на векторах:

$$1) \vec{x} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2, \vec{y} = -\vec{e}_1 - \vec{e}_3, \vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3;$$

$$2) \vec{x} = 3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{y} = 5\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3, \vec{z} = -\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3;$$

$$3) \vec{x} = 6\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{y} = 2\vec{e}_2, \vec{z} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{X}$ и $\vec{Y}$, если дано:

$$1) \vec{x} = \vec{a} + 3\vec{b}, \vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b}, \|\vec{a}\| = 2, \|\vec{b}\| = 1, \left\{ \vec{a}, \vec{b} \right\} = \frac{\pi}{6};$$

$$2) \vec{x} = 2\vec{a} + \vec{b}, \vec{y} = \vec{a} - 3\vec{b}, \|\vec{a}\| = 2, \|\vec{b}\| = 2, \left\{ \vec{a}, \vec{b} \right\} = \frac{\pi}{4};$$

$$3) \vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b}, \vec{y} = \vec{a} + 3\vec{b}, \|\vec{a}\| = 1, \|\vec{b}\| = 2, \left\{ \vec{a}, \vec{b} \right\} = \frac{\pi}{2}.$$

3. В пространстве R^3 получить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2; 3; 1)$, $B(3; 1; 2)$ и $C(1; 2; 3)$ и найти косинусы углов, образованных её нормальным вектором с осями координат. Построить эту плоскость.

4. Написать канонические уравнения прямой линии, заданной пересечением двух плоскостей, проходящих через точки $A_1(0; 0; 0)$, $B_1(3; 0; 0)$, $C_1(0; 3; 3)$ и $A_2(4; 5; 0)$, $B_2(6; 3; 0)$, $C_2(0; 0; 7)$ соответственно.

5. В пространстве R^3 получить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(7; 3; 1)$ и имеющей нормальный вектор, заданный точками $M_1(2; -1; -8)$ и $M_2(1; 8; 1)$. Найти

объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{ON}_1$, $\vec{ON}_2$ и $\vec{ON}_3$, где N_1 , N_2 и N_3 — точки пересечения данной плоскости и осей координат.

6. В пространстве R^3 найти угол между плоскостями, проходящими через точки M_1 , M_2 , M_3 и N_1 , N_2 , N_3 :

$$\begin{aligned}
& 1) \vec{M}_1(0; 7; -4); \vec{M}_2(4; 8; -1); \vec{M}_3(2; 1; 3); \\
& \vec{N}_1(4; 3; 1); \vec{N}_2(4; 0; 3); \vec{N}_3(4; 2; 0); \\
& 2) \vec{M}_1(4; -2; 2); \vec{M}_2(3; 2; 3); \vec{M}_3(6; 0; 6); \\
& \vec{N}_1(4; 3; 5); \vec{N}_2(4; -1; 3); \vec{N}_3(4; 0; 0).
\end{aligned}$$

7. Найти точку пересечения прямой линии и плоскости:

$$\begin{aligned}
1) \frac{x^1 - 2}{1} &= \frac{x^2 - 3}{1} = \frac{x^3 + 1}{-4}, x^1 + x^2 + 3x^3 - 10 = 0; \\
2) \frac{x^1 + 1}{2} &= \frac{x^2 - 3}{-4} = \frac{x^3 + 1}{5}, x^1 + 2x^2 - x^3 + 5 = 0.
\end{aligned}$$

8. Найти координаты проекции точки M_0 на плоскость:

$$\begin{aligned}
1) \vec{M}_0(4; -3; -2); 2x^1 + 10x^2 + 10x^3 - 1 &= 0; \\
2) \vec{M}_0(4; 0; -1); 2x^2 + 4x^3 - 1 &= 0.
\end{aligned}$$

9. В пространстве R^3 найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2 и M_3 :

$$\begin{aligned}
1) \vec{M}_1(4; 7; -4); \vec{M}_2(4; 8; -1); \vec{M}_3(2; 1; 3); \vec{M}_0(4; 10; 11; 13); \\
2) \vec{M}_1(4; 8; 3); \vec{M}_2(4; 0; 5; 6); \vec{M}_3(4; 7; 4); \vec{M}_0(4; 17; 14); \\
3) \vec{M}_1(4; 3; 5); \vec{M}_2(4; 5; 5; 2); \vec{M}_3(4; -1; 8); \vec{M}_0(4; 0; 0).
\end{aligned}$$

Операторы, матрицы

1. Пусть $\vec{a} \neq \vec{0}$ – некоторый фиксированный вектор из R^3 , а операторы $\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3$ и

$$\hat{B}: R^3 \rightarrow R^3, \text{ действуют по правилам } \left(\forall \vec{x} \in R^3 \right)$$

$$1) \hat{A}\vec{x} = \begin{pmatrix} \vec{a} & \vec{x} \end{pmatrix} \vec{a}, 2) \hat{A}\vec{x} = \begin{bmatrix} \vec{a} & \vec{x} \end{bmatrix}.$$

Показать, что эти операторы линейные и найти их матрицы.

2. Показать, что операторы

$$\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3, \hat{B}: R^3 \rightarrow R^3, \hat{C}: R^3 \rightarrow R^3,$$

действие которых задано координатными соотношениями

$$1) \hat{A} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 3x_3 \\ 2x_2 - 3x_3 \end{pmatrix},$$

$$2) \hat{B} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 \\ 2x_2 - 3x_3 \end{pmatrix},$$

$$3) \hat{C} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - 2x_2 - x_3 \\ 3x_1 - 2x_2 \\ 3x_2 + x_3 \end{pmatrix},$$

являются линейными и записать их матрицы.

3. В каноническом базисе трёхмерного пространства R^3 действия операторов $\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3$

и $\hat{B}: R^3 \rightarrow R^3$ на произвольный вектор $\vec{x} \in R^3$ заданы соотношениями:

$$\hat{A} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 3x_3 \\ 2x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}; \hat{B} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x_1 - x_2 - x_3 \\ 2x_1 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Найти координаты вектора:

$$1) \left(\hat{A}^2 + 2\hat{B} \right) \vec{x}; 2) \left(2\hat{A}^2 + 3\hat{B}^2 \right) \vec{x}; 3) \left(\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} \right) \vec{x}.$$

4. Найти матрицы, обратные данным матрицам:

$$a) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}; б) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}; в) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить СЛАУ матричным методом и по формулам Крамера:

$$1) \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 3x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 4; \end{array} \right. 2) \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 3x_2 + x_3 = -5, \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 11, \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 = -9. \end{array} \right.$$

6. Найти решение СЛАУ по формулам Крамера:

$$1) \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -5, \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10; \end{array} \right. 2) \left\{ \begin{array}{l} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11; \end{array} \right.$$

$$3) \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8. \end{array} \right.$$

7. Разложить вектор $\vec{X}$ по системе векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$:

$$1) \vec{a}_1 = -\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3, \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_3, \vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3,$$

$$\vec{X} = -2\vec{e}_1 + 9\vec{e}_3.$$

$$2) \vec{a}_1 = \vec{e}_1 - 3\vec{e}_2, \vec{a}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{a}_3 = -\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3,$$

$$\vec{X} = 5\vec{e}_1 - 12\vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

$$3) \vec{a}_1 = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3, \vec{a}_2 = -3\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{a}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3,$$

$$\vec{X} = 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3.$$

8. В каноническом базисе пространства R^3 дана линейно независимая система векторов

$$\vec{X}_1 = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2,$$

$$\vec{X}_2 = 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3,$$

$$\vec{X}_3 = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_3$$

и матрица

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Будет ли линейно независимой система векторов $\vec{Ax_1}, 2\vec{Ax_2}, 3\vec{Ax_3}$?

9. Проверить, что $AB^T = A^T B$, если

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

10. Вычислить многочлен

$$P(X) = X^3 - 3X + 2$$

от матрицы

$$X = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

11. Найти матрицу X , удовлетворяющую условию:

$$\text{а) } 5A + 2X = 0, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 \\ 8 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -2 \end{pmatrix};$$

$$\text{и) } A + 3X = 2B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}.$$

12. Вычислить определители:

$$\text{ф) } \begin{vmatrix} a & -a & a \\ a & a & -a \\ a & -a & -a \end{vmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ y^2 & y & 1 \\ z^2 & z & 1 \end{vmatrix}.$$

13. Решить уравнения:

$$\text{а)} \begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0;$$

$$\text{б)} \begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

14. Решить неравенства:

$$\text{а)} \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} < 1;$$

$$\text{б)} \begin{vmatrix} 2 & x+2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & x \end{vmatrix} > 0.$$

15. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 246 & 427 & 327 \\ 1014 & 543 & 443 \\ -342 & 721 & 621 \end{vmatrix}.$$

16. Решить матричные уравнения:

$$\text{а)} X \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

17. Решить методом Гаусса СЛАУ:

$$\begin{aligned}
 \text{а) } & \begin{cases} 2x^1 - x^2 - x^3 = 4, \\ 3x^1 + 4x^2 - 2x^3 = 11, \\ 3x^1 - 2x^2 + 4x^3 = 11; \end{cases} \\
 \text{б) } & \begin{cases} 2x^1 + x^2 - 4x^3 = 0, \\ 3x^1 + 5x^2 - 7x^3 = 0, \\ 4x^1 - 5x^2 - 6x^3 = 0; \end{cases} \\
 \text{в) } & \begin{cases} x^1 + 2x^2 + 3x^3 - 2x^4 = 6, \\ 2x^1 - x^2 - 2x^3 - 3x^4 = 8, \\ 3x^1 + 2x^2 - x^3 + 2x^4 = 4, \\ 2x^1 - 3x^2 + 2x^3 + x^4 = -8. \end{cases}
 \end{aligned}$$

18. Пространство R^3 подвергается деформации под действием линейного оператора $\hat{A}$, заданного в каноническом базисе матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти объём треугольной пирамиды с вершинами

$$A(0; 0; 0); B(3; 0; 0); C(0; 3; 3); D(0; 0; 3)$$

до и после деформации пространства.

19. Пусть $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\} \subset X^4$ – некоторый базис, а

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

– матрица линейного оператора $\hat{T}: X^4 \rightarrow X^4$. Найти матрицу оператора в базисе

$$\left\{ \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3, \vec{g}_4 \right\} \subset X^4, \text{ если:}$$

$$\text{a) } \vec{g}_1 = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4, \vec{g}_2 = 3\vec{a}_1 + 2\vec{a}_2 + 3\vec{a}_3 + \vec{a}_4,$$

$$\vec{g}_3 = 4\vec{a}_1 + 3\vec{a}_2 + 2\vec{a}_3 + \vec{a}_4, \vec{g}_4 = 5\vec{a}_1 + 4\vec{a}_2 + 3\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4;$$

$$\text{б) } \vec{g}_1 = 2\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - 2\vec{a}_3 + 3\vec{a}_4, \vec{g}_2 = 3\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - 2\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4,$$

$$\vec{g}_3 = 2\vec{a}_1 - 2\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4, \vec{g}_4 = 2\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - \vec{a}_3 + 2\vec{a}_4.$$

20. Используя понятие ранга матрицы и теоремы о совместности, выяснить вопрос о совместности следующих СЛАУ:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x^1 + x^2 - 4x^3 = 0, \\ 3x^1 + 5x^2 - 7x^3 = 0, \\ 4x^1 - 5x^2 - 6x^3 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^1 + x^2 + x^3 + x^4 = 0, \\ x^1 + 2x^2 + 3x^3 - x^4 = 0, \\ x^1 + 4x^2 + 5x^3 + 2x^4 = 0, \\ x^1 - x^3 + 3x^4 = 0. \end{cases}$$

21. При каких значениях параметра a СЛАУ является совместной:

$$\text{a) } \begin{cases} x^1 - 2x^2 + x^3 + x^4 = a, \\ x^1 - 2x^2 + x^3 - x^4 = -1, \\ x^1 - 2x^2 + x^3 + 5x^4 = 5; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x^1 - 5x^2 + 2x^3 + 4x^4 = 2, \\ 7x^1 - 4x^2 + x^3 + 3x^4 = a, \\ 5x^1 + ax^2 - 4x^3 - 6x^4 = 3. \end{cases}$$

22. Найти ядро оператора, заданного в пространстве R^3 своей матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Дать геометрическую интерпретацию и получить параметрические уравнения ядра.

23. Найти ядро, дефект, ранг и множество значений линейного оператора $\hat{A}: R^m \rightarrow R^n$, заданного в некоторых базисах

$$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_m \right\} \subset R^m, \left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n \right\} \subset R^n$$

своей матрицей:

$$\begin{aligned} \text{а) } & \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}; \text{б) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}; \text{в) } \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}; \\ \text{г) } & \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}; \text{д) } \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & -5 & 11 \end{pmatrix}; \text{е) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Часть 2. ОПЕРАТОРЫ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Практическое занятие 1

Собственные и инвариантные подпространства.

Самосопряжённые и ортогональные операторы

Пример 2.1.1. В каноническом базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\} \subset R^2$ оператор $\hat{T}$ задан матрицей

$$T = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найти собственные значения и собственные подпространства оператора $\hat{T}$.

Р е ш е н и е. 1. Составляем характеристическое уравнение:

$$\det \hat{T} - \mu \cdot I = 0; \mu^2 - 7 \cdot \mu + 10 = 0.$$

Откуда получаем собственные значения оператора $\mu_1 = 2, \mu_2 = 5$.

2. Находим собственный вектор, соответствующий собственному значению $\mu_1 = 2$, для чего решаем СЛАУ

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Получаем решение в виде

$$x_1^1 = -1, x_1^2 = 1 \Rightarrow |x_1\rangle = c|a_1\rangle, c \in R^1 \Rightarrow |a_1\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решением является бесконечное множество векторов

$$\vec{x} = c \vec{a}_1$$

– одномерное линейное многообразие с базисным вектором

$$\vec{a}_1 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

3. Аналогично находим собственный вектор, соответствующий собственному значению $\mu_2 = 5$, решая СЛАУ

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Получаем решение в виде

$$x_2^1 = c/2, x_2^2 = c, c \in R^1 \Rightarrow |x_2\rangle = c|a_2\rangle \Rightarrow |a_2\rangle = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решением является бесконечное множество векторов

$$\vec{x} = c \vec{a}_2$$

– одномерное линейное многообразие с базисным вектором

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{2} \vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

Оператор имеет два одномерных собственных подпространства

$$L \left\{ \begin{pmatrix} \vec{a}_1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \vec{x} : \vec{x} = t \vec{a}_1; t \in R^1 \right\}$$

и

$$L \left\{ \begin{pmatrix} \vec{a}_2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \vec{x} : \vec{x} = t \vec{a}_2; t \in R^1 \right\},$$

с образующими векторами

$$\vec{a}_1 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2, \vec{a}_2 = \frac{1}{2} \vec{e}_1 + \vec{e}_2. \otimes$$

Пример 2.1.2. Найти матрицу, собственные значения и собственные подпространства оператора (аффинора) зеркального отражения относительно координатной плоскости $X^1 O X^2$ в пространства R^3 .

Решение. Оператор зеркального отражения в пространстве R^3 относительно координатной плоскости $X^1 O X^2$, очевидно, действует по правилу (рисунок 7.2.1)

$$\left(\forall \vec{x} \in R^3 \right) \vec{y} = \hat{R} \vec{x} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 - x^3 \vec{e}_3.$$

Подействуем на базисные векторы оператором отражения:

$$\hat{R} \vec{e}_1 = \vec{e}_1; \hat{R} \vec{e}_2 = \vec{e}_2; \hat{R} \vec{e}_3 = -\vec{e}_3.$$

Следовательно, для матрицы оператора отражения относительно координатной плоскости

$X^1 O X^2$ получаем:

$$R = \begin{pmatrix} r_1^1 & r_1^2 & r_1^3 \\ r_2^1 & r_2^2 & r_2^3 \\ r_3^1 & r_3^2 & r_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Характеристический многочлен оператора $\hat{R}$ имеет вид:

$$R(\mu) = \det \begin{pmatrix} 1-\mu & 0 & 0 \\ 0 & 1-\mu & 0 \\ 0 & 0 & -1-\mu \end{pmatrix} = (-\mu)(-\mu)(-1-\mu).$$

Откуда видно, что многочлен имеет простой корень $\mu_1 = -1$ и двукратный корень $\mu_2 = 1$.

1) Для собственного значения $\mu_2 = -1$ имеем

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

откуда

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{pmatrix}, c \in R^1$$

– любое действительное число. Собственное подпространство, соответствующее собственному значению $\mu_1 = -1$, есть линейная оболочка вида

$$c \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow L\left\{\vec{e}_3\right\} = \left\{\vec{x} \in R^3 : \vec{x} = c \cdot \vec{e}_3; c \in R^1\right\},$$

то есть ось OX^3 .

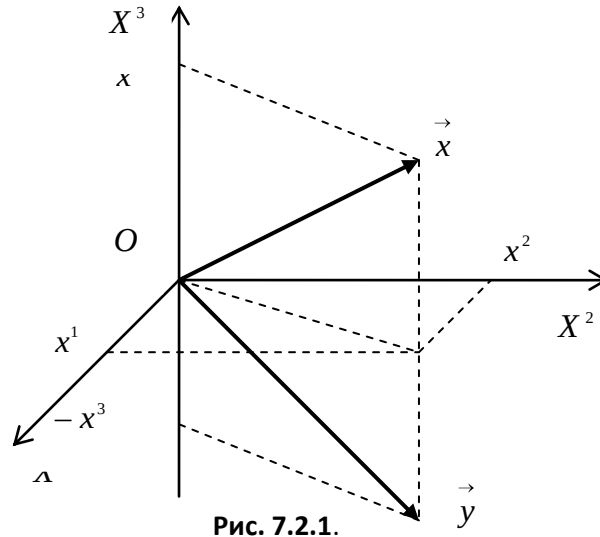


Рис. 7.2.1.

2) Для собственного значения $\mu_2 = 1$ имеем

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

откуда

$$|x\rangle \equiv \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ 0 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

где $a, b \in R^1$ – любые действительные числа. Получаем собственное подпространство, соответствующее собственному значению $\mu_1 = 1$, являющееся линейной оболочкой вида

$$L\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\} = \left\{\vec{x} \in R^3 : \vec{x} = a \cdot \vec{e}_1 + b \cdot \vec{e}_2; a, b \in R^1\right\},$$

то есть координатной плоскостью $X^1 O X^2$. Это подпространство является прямой суммой двух собственных подпространств $O X^1 \oplus O X^2$. $\otimes$

Пример 2.1.3. В евклидовом пространстве E^3 в ортонормированном (каноническом) базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$ оператор $\hat{T} : E^3 \rightarrow E^3$ задан матрицей

$$T = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти собственные значения и собственные подпространства оператора.

Р е ш е н и е. Составим характеристическое уравнение:

$$T = \begin{pmatrix} 3-\mu & 0 & 0 \\ 1 & 2-\mu & -1 \\ 1 & -1 & 2-\mu \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 3-\mu & 0 & 0 \\ 1 & 2-\mu & -1 \\ 1 & -1 & 2-\mu \end{vmatrix} = 0.$$

Собственные значения $\mu_1 = 1, \mu_{2,3} = 3$.

Собственный вектор, соответствующий $\mu_1 = 1$ находится как решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2x^1 + 0x^2 + 0x^3 = 0, \\ x^1 + x^2 - x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 + x^3 = 0. \end{cases}$$

Решение имеет вид:

$$|a_1\rangle = \begin{pmatrix} a_1^1 \\ a_1^2 \\ a_1^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Собственный вектор, соответствующий $\mu_{2,3} = 3$ находится как решение системы уравнений

$$\begin{cases} 0x^1 + 0x^2 + 0x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 - x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 - x^3 = 0. \end{cases}$$

Решение имеет вид:

$$|a_2\rangle = \begin{pmatrix} a_2^1 \\ a_2^2 \\ a_2^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; |x_3\rangle = \begin{pmatrix} a_3^1 \\ a_3^2 \\ a_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Получаем два собственных подпространства:

$$X_1 = \vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_1; t \in R^1; X_2 = \vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_2 + \tau\vec{a}_3; t, \tau \in R^1. \otimes$$

Пример 2.1.4. Линейный оператор $\hat{T} : E^3 \rightarrow E^3$ в некотором ортонормированном базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$ задан матрицей

$$T_e = \begin{pmatrix} 11 & 2 & -8 \\ 2 & 2 & 10 \\ -8 & 10 & 5 \end{pmatrix}.$$

Построить в пространстве E^3 ортонормированный базис собственных векторов оператора $\hat{T}$ и записать матрицу оператора $\hat{T}$ в этом базисе.

Решение. Составим характеристический многочлен оператора $\hat{T}$:

$$T(\mu) = \begin{vmatrix} 11-\mu & 2 & -8 \\ 2 & 2-\mu & 10 \\ -8 & 10 & 5-\mu \end{vmatrix} = -\mu^3 + 18\mu^2 + 81\mu - 1458.$$

Откуда характеристическое уравнение

$$\mu^3 - 18\mu^2 - 81\mu + 1458 = 0 \Rightarrow \mu - 18 \mu^2 - 81 = 0,$$

или

$$\mu - 18 \mu - 9 \mu + 9 = 0.$$

Откуда собственные значения оператора

$$\mu_1 = -9, \mu_2 = 9, \mu_3 = 18.$$

Оператор является симметрическим, то есть самосопряжённым. Поэтому все собственные значения оператора различны, а собственные векторы ортогональны. Найдём собственные

векторы оператора $\hat{T}$ в базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$.

1) Для собственного значения $\mu_1 = -9$ имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 20 & 2 & -8 \\ 2 & 11 & 10 \\ -8 & 10 & 14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Определитель

$$\begin{vmatrix} 20 & 2 & -8 \\ 2 & 11 & 10 \\ -8 & 10 & 14 \end{vmatrix} = 0$$

– СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор – угловой. Принимая третью координату за свободное неизвестное, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 10x^1 + x^2 = 4a, \\ 2x^1 + 11x^2 = -10a; \end{cases} \det A = 108 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}a \\ -a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, первое собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^1 = L \left\{ \vec{a}_1 \right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{2} \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

2) Для собственного значения $\mu_2 = 9$ имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -8 \\ 2 & -7 & 10 \\ -8 & 10 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -8 \\ 2 & -7 & 10 \\ -8 & 10 & -4 \end{vmatrix} = 0$$

– СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор матрицы СЛАУ – угловой минор. Принимая третью координату за свободное неизвестное, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 = 8a, \\ 2x^1 - 7x^2 = -10a; \end{cases} \det A = -18 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a \\ 2a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, второе собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^2 = L \left\{ \vec{a}_2 \right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_2 = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

3) Для собственного значения $\mu_3 = 18$ имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} -7 & 2 & -8 \\ 2 & -16 & 10 \\ -8 & 10 & -13 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Для решения этой СЛАУ применим критерий нетривиальной совместности однородной СЛАУ.

Определитель СЛАУ

$$\begin{vmatrix} -7 & 2 & -8 \\ 2 & -16 & 10 \\ -8 & 10 & -13 \end{vmatrix} = 0,$$

следовательно, СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор матрицы СЛАУ – угловой минор

$$\begin{vmatrix} -7 & 2 \\ 2 & -16 \end{vmatrix} = 108.$$

Поэтому первые два уравнения СЛАУ линейно независимы. Принимая третью координату вектора за свободное неизвестное, то есть, полагая $x^3 = a$, где a – произвольное действительное число, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} -7x^1 + 1x^2 = -5a, \\ 2x^1 - 16x^2 = -10a; \end{cases} \det A = -54 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a \\ \frac{1}{2}a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -1 \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, третье собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^3 = L\left\{ \vec{a}_3 \right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

4) Найденные собственные векторы ортогональны. Нормируем их:

$$\vec{h}_1 = \frac{\vec{a}_1}{\|\vec{a}_1\|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{4} + 1}} \vec{a}_1 = -\frac{2}{3}\vec{e}_1 + \frac{1}{3}\vec{e}_2 + \frac{2}{3}\vec{e}_3;$$

$$\vec{h}_2 = \frac{\vec{a}_2}{\|\vec{a}_2\|} = \frac{1}{\sqrt{4 + 4 + 1}} \vec{a}_2 = \frac{2}{3}\vec{e}_1 + \frac{2}{3}\vec{e}_2 + \frac{1}{3}\vec{e}_3;$$

$$\vec{h}_3 = \frac{\vec{a}_3}{\|\vec{a}_3\|} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} + 1 + 1}} \vec{a}_3 = \frac{1}{3}\vec{e}_1 - \frac{2}{3}\vec{e}_2 + \frac{2}{3}\vec{e}_3.$$

5) Матрица перехода от старого базиса к новому базису

$$A: \left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\} \rightarrow \left\{ \vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3 \right\}$$

имеет вид:

$$A = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}; \det A = -1 \neq 0; A^T = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Обратная матрица к матрице перехода от старого базиса к новому базису и транспонированная к ней имеют вид:

$$A^{-1} = -\frac{1}{2} \operatorname{adg} A = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}; A^{-1 \top} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Находим матрицу оператора в новом базисе $\left\{ \vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3 \right\}$:

$$\begin{aligned} T_a &= A^{-1 \top} T_e A^T = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 11 & 2 & -8 \\ 2 & 2 & 10 \\ -8 & 10 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 18 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & -9 \end{pmatrix} \cdot \otimes \end{aligned}$$

Пример 2.1.5. В евклидовом пространстве E^3 в ортонормированном (каноническом)

базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$ оператор $\hat{T}: E^3 \rightarrow E^3$ задан матрицей

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_1^2 & t_1^3 \\ t_2^1 & t_2^2 & t_2^3 \\ t_3^1 & t_3^2 & t_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти матрицу оператора $\hat{T}^*$ в базисе

$$\vec{g}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{g}_2 = \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{g}_3 = \vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Находим матрицу сопряжённого оператора в старом (ортонормированном) базисе:

$$T_e^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Записываем матрицу перехода от старого базиса к новому базису и транспонируем её:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}; A^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Находим матрицу, обратную к матрице перехода от старого базиса к новому базису.

Определитель матрицы

$$\det A = -2.$$

Алгебраические дополнения

$$A_1^1 = -2, A_2^1 = 0, A_3^1 = 0,$$

$$A_1^2 = 2, A_2^2 = -1, A_3^2 = -1,$$

$$A_1^3 = 0, A_2^3 = -1, A_3^3 = 1;$$

$$adgA = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}; A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Находим матрицу оператора $\hat{T}^*$ в новом базисе:

$$\begin{aligned}
 T_g^* &= A^{-1T} T_e^* A^T = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \\
 &= -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \otimes
 \end{aligned}$$

Пример 2.1.6. Ранее показано, что линейная оболочка $L\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2\right\}$, где элементы L

вычисляются по формулам

$$\vec{g}_1 = \alpha_1 \cdot \sin x + \beta_1 \cdot \cos x, \quad \vec{g}_2 = \alpha_2 \cdot \sin x + \beta_2 \cdot \cos x,$$

а скалярное произведение определено формулой

$$\left(\vec{g}_1, \vec{g}_2\right) = \alpha_1 \cdot \alpha_2 + \beta_1 \cdot \beta_2 + \frac{1}{2} \cdot (\alpha_1 \cdot \beta_2 + \alpha_2 \cdot \beta_1),$$

является двумерным линейным многообразием с ортонормированным базисом

$$\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sin x + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \cos x, \quad \vec{e}_2 = \sin x - \cos x.$$

1) Найти матрицу оператора дифференцирования $\hat{D}$ в базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$ и матрицу

сопряжённого оператора $\hat{D}^*$.

2) Выяснить, является ли оператор $\hat{D}$ симметрическим.

Решение. Находим матрицу оператора дифференцирования в базисе

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\} \subset R^2.$$

Для чего находим образы базисных векторов $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$:

$$\begin{aligned}\hat{D} \vec{e}_1 &= \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{3} \cdot \sin x + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \cos x \right) = \frac{1}{\sqrt{3}} (\cos x - \sin x) \\ &= 0 \cdot \vec{e}_1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \vec{e}_2;\end{aligned}$$

$$\hat{D} \vec{e}_2 = \frac{d}{dx} (\sin x - \cos x) = \cos x + \sin x = \sqrt{3} \cdot \vec{e}_1 + 0 \cdot \vec{e}_2.$$

Следовательно, матрица оператора $\hat{D}$ в базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\}$ имеет вид:

$$D = \begin{pmatrix} d_1^1 & d_2^1 \\ d_1^2 & d_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{3} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \end{pmatrix}.$$

Данное многообразие является вещественным пространством, поэтому матрица сопря-

жённого оператора $\hat{D}^*$ равна транспонированной матрице оператора $\hat{D}$, то есть

$$D^* = \begin{pmatrix} d_1^1 & d_1^2 \\ d_2^1 & d_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \sqrt{3} & 0 \end{pmatrix}.$$

Так как в базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\}$ для матрицы оператора $\hat{D}$ имеем $d_2^1 \neq d_1^2$, оператор не является симметрическим. $\otimes$

Пример 2.1.7. В евклидовом пространстве E^3 линейный оператор $\hat{T}$ переводит систему векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$ в систему векторов $\left\{ \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3 \right\}$. Является ли этот оператор самосопряжённым, если:

$$|a_1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; |a_2\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; |a_3\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$|g_1\rangle = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}; |g_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}; |g_3\rangle = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Решение. По условию задачи имеем

$$\hat{T} \vec{a}_1 = \vec{g}_1, \hat{T} \vec{a}_2 = \vec{g}_2, \hat{T} \vec{a}_3 = \vec{g}_3,$$

откуда для векторов-столбцов из координат получаем:

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} t_2^1 + t_3^1 &= 2, \\ t_2^2 + t_3^2 &= 3, \\ t_2^3 + t_3^3 &= 1; \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} t_1^1 + t_3^1 &= -1, \\ t_1^2 + t_3^2 &= 0, \\ t_1^3 + t_3^3 &= 3; \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} t_1^1 + t_2^1 &= -5, \\ t_1^2 + t_2^2 &= 1, \\ t_1^3 + t_2^3 &= 4. \end{aligned}$$

Из последних равенств получаем три СЛАУ для элементов матрицы оператора:

для элементов первой строки

$$\begin{cases} t_2^1 + t_3^1 = 2, \\ t_1^1 + t_3^1 = -1, \\ t_1^1 + t_2^1 = -5; \end{cases}$$

для элементов второй строки

$$\begin{cases} t_2^2 + t_3^2 = 3, \\ t_1^2 + t_3^2 = 0, \\ t_1^2 + t_2^2 = 1; \end{cases}$$

для элементов третьей строки

$$\begin{cases} t_2^3 + t_3^3 = 1, \\ t_1^3 + t_3^3 = 3, \\ t_1^3 + t_2^3 = 4. \end{cases}$$

Решая эти СЛАУ по формулам Крамера, получаем матрицу оператора:

$$T = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Видим, что $\forall i \neq j = 1, 2, 3 \quad t_i^j = t_j^i$. Следовательно, оператор $\hat{T}$ является самосопряжённым. $\otimes$

Пример 2.1.8. Матрица линейного оператора $\hat{T}: E^3 \rightarrow E^3$ в базисе векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\} \subset E^3$ имеет вид:

$$T' = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Выяснить, является ли оператор $\hat{T}$ ортогональным, если в ортонормированном базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$ имеют место разложения

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \quad \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_3, \quad \vec{a}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

Решение. 1) *Первый способ.* Проверим выполнение определения ортогональности, то есть выполнение условия

$$\left(\forall \vec{x}, \vec{y} \in E^n \right) \left(\hat{T} \vec{x}, \hat{T} \vec{y} \right) = \left(\vec{x}, \vec{y} \right).$$

Найдём скалярное произведение векторов $\vec{x}, \vec{y} \in E^3$ в произвольном базисе

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\} \subset E^3 \text{ по формуле}$$

$$\left(\vec{x}, \vec{y} \right) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 g_{ij} x^i y^j,$$

где

$$\vec{x} = x^1 \vec{a}_1 + x^2 \vec{a}_2 + x^3 \vec{a}_3, \vec{y} = y^1 \vec{a}_1 + y^2 \vec{a}_2 + y^3 \vec{a}_3,$$

а матрица метрических коэффициентов имеет вид

$$G = (g_{ij}) = \begin{pmatrix} \left(\vec{a}_1, \vec{a}_1 \right) & \left(\vec{a}_1, \vec{a}_2 \right) & \left(\vec{a}_1, \vec{a}_3 \right) \\ \left(\vec{a}_2, \vec{a}_1 \right) & \left(\vec{a}_2, \vec{a}_2 \right) & \left(\vec{a}_2, \vec{a}_3 \right) \\ \left(\vec{a}_3, \vec{a}_1 \right) & \left(\vec{a}_3, \vec{a}_2 \right) & \left(\vec{a}_3, \vec{a}_3 \right) \end{pmatrix}.$$

Несложные вычисления показывают, что

$$G = (g_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Теперь получаем для скалярного произведения произвольных векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$ следующий результат:

$$\begin{aligned} \left(\vec{x}, \vec{y} \right) &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 g_{ij} x^i y^j = 2x^1 y^1 + x^1 y^2 + x^1 y^3 + \\ &+ x^2 y^1 + 2x^2 y^2 + x^2 y^3 + x^3 y^1 + x^3 y^2 + 2x^3 y^3. \end{aligned}$$

Находим координаты образов векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$ при действии оператора $\hat{T}$:

$$\hat{T} \vec{x} = \vec{u} \Rightarrow T|x\rangle = \begin{pmatrix} u^1 \\ u^2 \\ u^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}x^1 + x^2 \\ -x^1 \\ \frac{2}{3}x^1 + x^3 \end{pmatrix};$$

$$\hat{T} \vec{y} = \vec{v} \Rightarrow T|y\rangle = \begin{pmatrix} v^1 \\ v^2 \\ v^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \\ y^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}y^1 + y^2 \\ -y^1 \\ \frac{2}{3}y^1 + y^3 \end{pmatrix}.$$

После подстановки найденных координат образов векторов $\vec{x}, \vec{y}$ и метрических коэффициентов g_{ij} в формулу для скалярного произведения

$$\left(\hat{T} \vec{x}, \hat{T} \vec{y} \right) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 g_{ij} u^i v^j$$

и сравнения с формулой для скалярного произведения преобразов, убеждаемся в справедливости равенства

$$\left(\hat{T} \vec{x}, \hat{T} \vec{y} \right) = \left(\vec{x}, \vec{y} \right).$$

2) *Второй способ.* Матрица перехода от старого (ортонормированного) базиса $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$ к новому базису $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$ и обратная к ней матрица имеют, соответственно, вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}; A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Так как формула преобразования матрицы оператора при переходе от старого базиса к новому базису имеет вид

$$T' = A^{-1} T A^T,$$

то для матрицы оператора в старом базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$ получаем:

$$T = A^T T' A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2/3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2/3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & -1/2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & -2/3 \\ 1/3 & 2/3 & 2/3 \\ 2/3 & -2/3 & 1/3 \end{pmatrix}.$$

Убедиться в том, что полученная матрица является ортогональной, можно с помощью свойств ортогональных матриц. Например, умножая матрицу T на транспонированную матрицу T^T , получим

$$TT^T = T^T T = I.$$

Таким образом, выполняется свойство $T^T = T^{-1}$. Следовательно, оператор $\hat{T}$ и, соответственно, его матрица являются ортогональными. $\otimes$

Пример 2.1.9. Пусть $\hat{T} : X \rightarrow X$. Показать, что если $X_{inv}^{\mathbf{e}}, X_{inv}^{\mathbf{e}^-}$ – инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$, то $X_{inv}^{\mathbf{e}} \cap X_{inv}^{\mathbf{e}^-}$ и $X_{inv}^{\mathbf{e}} + X_{inv}^{\mathbf{e}^-}$ также являются инвариантными подпространствами оператора $\hat{T}$.

Решение. Пусть $X_{inv}^{\mathbf{e}}, X_{inv}^{\mathbf{e}^-}$ – инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$. Предположим, что вектор $\vec{x} \in X_{inv}^{\mathbf{e}} \cap X_{inv}^{\mathbf{e}^-}$. Но тогда вектор $\vec{x} \in X_{inv}^{\mathbf{e}}$ и $\vec{x} \in X_{inv}^{\mathbf{e}^-}$, следовательно, и его образ

$$\hat{T} \vec{x} \in X_{inv}^{\mathbf{e}} \wedge \hat{T} \vec{x} \in X_{inv}^{\mathbf{e}^-}.$$

Теперь очевидно, что образ вектора $\vec{x}$ принадлежит пересечению этих подпространств, то есть

$$\hat{T} \vec{x} \in X_{inv}^{\subset} \cap X_{inv}^{\supset}.$$

Пусть теперь

$$\vec{x} \in X_{inv}^{\subset} + X_{inv}^{\supset}.$$

Тогда, по определению суммы подпространств $\vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2$, где $\vec{x}_1 \in X_{inv}^{\subset}$,

$\vec{x}_2 \in X_{inv}^{\supset}$, откуда в силу того, что снова $\hat{T} \vec{x} \in X_{inv}^{\subset} \wedge \hat{T} \vec{x} \in X_{inv}^{\supset}$, получаем

$$\hat{T} \vec{x} = \hat{T} \vec{x}_1 + \hat{T} \vec{x}_2 \in X_{inv}^{\subset} + X_{inv}^{\supset} \otimes$$

Пример 2.1.10. Пусть $\hat{T} : X \rightarrow X$. Показать, что если оператор $\hat{T}$ биективный, то его инвариантное подпространство X_{inv} является инвариантным подпространством и для обратного оператора $\hat{T}^{-1}$.

Решение. Известно, что линейный оператор $\hat{T} : X \rightarrow X$ взаимно однозначен (биективен) в том и только в том случае, если он невырожденный.

Пусть

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_m \right\} \subset X_{inv}^m$$

– базис в X_{inv}^m , тогда система образов векторов исходной системы

$$\left\{ \hat{T} \vec{a}_1, \hat{T} \vec{a}_2, \dots, \hat{T} \vec{a}_m \right\}$$

принадлежат тому же инвариантному подпространству и образуют в нём другой базис.

Покажем сначала, что система образов линейно независима. Для этого составим линейную комбинацию образов векторов

$$\left\{ \hat{T} \vec{a}_1, \hat{T} \vec{a}_2, \dots, \hat{T} \vec{a}_m \right\}$$

и потребуем, чтобы

$$\alpha_1 \hat{T} \vec{a}_1 + \alpha_2 \hat{T} \vec{a}_2 + \dots + \alpha_m \hat{T} \vec{a}_m = \overset{\rightarrow}{0}.$$

Далее получаем в силу линейности оператора $\hat{T}$

$$\hat{T} \left(\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \dots + \alpha_m \vec{a}_m \right) = \overset{\rightarrow}{0}.$$

Так как оператор невырожденный, то

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \dots + \alpha_m \vec{a}_m = \overset{\rightarrow}{0}.$$

Последнее равенство, в силу линейной независимости системы

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_m \right\},$$

возможно только в случае одновременного обращения в нуль всех коэффициентов линейной комбинации. Что и доказывает линейную независимость системы образов.

Пусть теперь $\left(\forall \vec{X} \in X_{inv}^m \right)$. Разложим вектор $\vec{X}$ по базису из образов векторов ис-

ходного базиса подпространства X_{inv}^m , то есть представим вектор $\vec{X}$ в виде

$$\vec{X} = x^1 \hat{T} \vec{a}_1 + x^2 \hat{T} \vec{a}_2 + \dots + x^m \hat{T} \vec{a}_m.$$

Так как для невырожденного линейного оператора обратный оператор снова линейный, то, дей-

ствуя на обе части оператором $\hat{T}^{-1}$, получаем

$$\begin{aligned} \hat{T}^{-1} \vec{X} &= x^1 \hat{T}^{-1} \hat{T} \vec{a}_1 + x^2 \hat{T}^{-1} \hat{T} \vec{a}_2 + \dots + x^m \hat{T}^{-1} \hat{T} \vec{a}_m = \\ &= x^1 \vec{a}_1 + x^2 \vec{a}_2 + \dots + x^m \vec{a}_m, \end{aligned}$$

причём

$$x^1 \vec{a}_1 + x^2 \vec{a}_2 + \dots + x^m \vec{a}_m \in X_{inv}^m,$$

так как он разложен по базису X_{inv} .

Итак, получили, что если $\vec{X} \in X_{inv}^m$, то $\hat{T}^{-1} \vec{X} \in X_{inv}^m \otimes$

Напомним определение операторного многочлена: пусть $\hat{T}: X^n \rightarrow X^n$ и

$$F_m(\lambda) = a_0 + a_1\lambda + a_2\lambda^2 + \dots + a_m\lambda^m \in C[\lambda]$$

– некоторый многочлен. Тогда оператор

$$F_m(\hat{T}) = a_0 \hat{I} + a_1 \hat{T} + a_2 \hat{T}^2 + \dots + a_m \hat{T}^m$$

называется многочленом от оператора $\hat{T}$ или **операторным многочленом**.

Пример 2.1.11. Показать, что любое инвариантное подпространство оператора

$\hat{T}: X^n \rightarrow X^n$ является инвариантным и для операторного многочлена

$$F_p(\hat{T}) = a_0 \hat{I} + a_1 \hat{T} + a_2 \hat{T}^2 + \dots + a_p \hat{T}^p.$$

Решение. Пусть операторы $\hat{A}: X^n \rightarrow X^n$ и $\hat{B}: X^n \rightarrow X^n$ имеют одно и тоже инвариантное подпространство $Y^m \subset X^n$. Тогда

$$\left(\forall \vec{x} \in Y^m \right) \vec{y}_1 = \hat{A} \vec{x} \in Y^m \wedge \vec{y}_2 = \hat{B} \vec{x} \in Y^m.$$

Так как любые линейные комбинации векторов подпространства Y^m снова являются векторами этого же подпространства, то имеем

$$\alpha \cdot \vec{y}_1 + \beta \cdot \vec{y}_2 = \alpha \cdot \hat{A} \vec{x} + \beta \cdot \hat{B} \vec{x} = \left(\alpha \cdot \hat{A} + \beta \cdot \hat{B} \right) \vec{x} \in Y^m.$$

То есть подпространство $Y^m \subset X^n$, инвариантное относительно операторов

$\hat{A}: X^n \rightarrow X^n$ и $\hat{B}: X^n \rightarrow X^n$, инвариантно и относительно оператора

$\alpha \cdot \hat{A} + \beta \cdot \hat{B}$. Далее, из того, что подпространство $Y^m \subset X^n$ является инвариантным от-

носительно оператора $\hat{A}: X^n \rightarrow X^n$, следует, что оно инвариантно и относительно степе-

ней этого оператора $\hat{A}^k$ $k = 0, 1, \dots, p$.

Теперь очевидно, что любое инвариантное подпространство оператора $\hat{T}$ является инвариантным и относительно операторного многочлена

$$F_p(\hat{T}) = a_0 \hat{I} + a_1 \hat{T} + a_2 \hat{T}^2 + \dots + a_p \hat{T}^p. \otimes$$

Практическое занятие 2

Наклонная, перпендикуляр, проекция, оператор проектирования

Пример 2.2.1. Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3 \subset R^3$, если имеют место разложения

$$\vec{x}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3, \vec{x}_2 = 2\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 7\vec{e}_3, \vec{x}_3 = 3\vec{e}_1 + 7\vec{e}_2 + 10\vec{e}_3.$$

Решение. Находим попарные скалярные произведения векторов системы:

$$\left(\vec{x}_1, \vec{x}_1\right) = 14, \left(\vec{x}_1, \vec{x}_2\right) = 33, \left(\vec{x}_1, \vec{x}_3\right) = 47.$$

$$\left(\vec{x}_2, \vec{x}_1\right) = 33, \left(\vec{x}_2, \vec{x}_2\right) = 78, \left(\vec{x}_2, \vec{x}_3\right) = 111,$$

$$\left(\vec{x}_3, \vec{x}_1\right) = 47, \left(\vec{x}_3, \vec{x}_2\right) = 111, \left(\vec{x}_3, \vec{x}_3\right) = 158.$$

Составляем определитель Грама и вычисляем его значение:

$$\begin{vmatrix} 14 & 33 & 47 \\ 33 & 78 & 111 \\ 47 & 111 & 158 \end{vmatrix} = 14 \cdot \begin{vmatrix} 78 & 111 \\ 111 & 158 \end{vmatrix} - 33 \cdot \begin{vmatrix} 33 & 111 \\ 47 & 158 \end{vmatrix} + 47 \cdot \begin{vmatrix} 33 & 78 \\ 47 & 111 \end{vmatrix} = 0.$$

В соответствие с критерием Грама система векторов $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3$ является линейно зависимой. $\otimes$

Пример 2.2.2. Радиус-вектор $\vec{x}$ в пространстве R^3 имеет разложение по стандартному базису (рисунок 1)

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3.$$

Обозначим координатную плоскость X^1OX^2 как L^2 .

Представить вектор $\vec{X}$ в виде разложения

$$\vec{X} = \vec{g}_L + \vec{h}^\perp,$$

где $\vec{g}_L \in L^2$, $\vec{h}^\perp \in L^{2\perp}$.

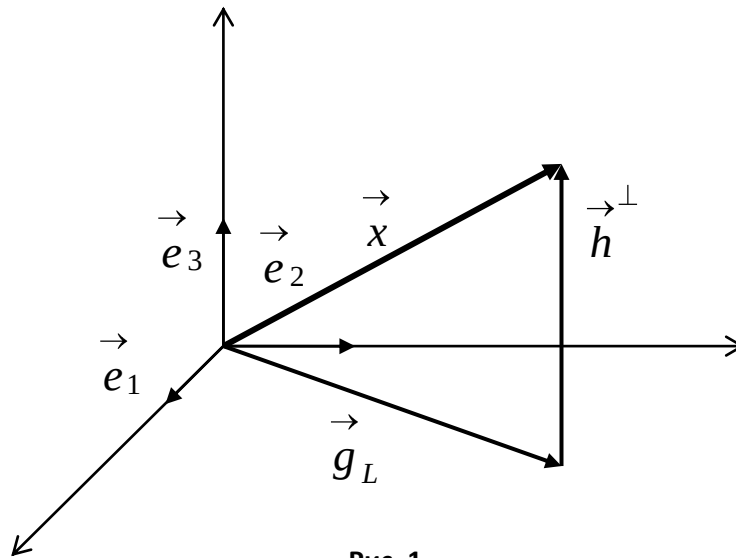


Рис. 1

Р е ш е н и е. Разложим вектор $\vec{g}_L$ по базису подпространства L^2 :

$$\vec{g}_L = g^1 \vec{e}_1 + g^2 \vec{e}_2.$$

Вектор

$$\vec{h}^\perp = \vec{X} - \vec{g}_L \in L^{2\perp}.$$

Следовательно, он ортогонален базису подпространства L^2 . Запишем условия ортогональности

вектора $\vec{h}^\perp$ подпространству L^2 , состоящие в том, что вектор $\vec{h}^\perp$ должен быть ортогонален всем векторам базиса $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\}$:

$$\left(\vec{h}^\perp, \vec{e}_1 \right) = 0,$$

$$\left(\begin{array}{c} \vec{h}^\perp \\ \vec{h} \end{array}, \vec{e}_2 \right) = 0.$$

Получаем СЛАУ

$$\begin{cases} \left(\begin{array}{c} \vec{x} - \vec{g}_L \\ \vec{x} - \vec{g}_L \end{array}, \vec{e}_1 \right) = 0, \\ \left(\begin{array}{c} \vec{x} - \vec{g}_L \\ \vec{x} - \vec{g}_L \end{array}, \vec{e}_2 \right) = 0, \end{cases}$$

которую перепишем в виде

$$\begin{cases} \left(\begin{array}{c} g^1 \vec{e}_1 + g^2 \vec{e}_2 \\ g^1 \vec{e}_1 + g^2 \vec{e}_2 \end{array}, \vec{e}_1 \right) = \left(\begin{array}{c} 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 \\ 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 \end{array}, \vec{e}_1 \right), \\ \left(\begin{array}{c} g^1 \vec{e}_1 + g^2 \vec{e}_2 \\ g^1 \vec{e}_1 + g^2 \vec{e}_2 \end{array}, \vec{e}_2 \right) = \left(\begin{array}{c} 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 \\ 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 \end{array}, \vec{e}_2 \right). \end{cases}$$

После простых преобразований имеем

$$\begin{cases} g^1 = 3, \\ g^2 = 4. \end{cases}$$

Таким образом, получаем

$$\vec{g}_L = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2.$$

Далее имеем:

$$\vec{h}^\perp = \vec{x} - \vec{g}_L = \left(\begin{array}{c} 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 \\ 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 \\ 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 \end{array} \right) = 5\vec{e}_3.$$

Окончательно получаем

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^\perp = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3. \otimes$$

Пример 2.2.3. В пространстве R^4 опустить перпендикуляр из точки $P(-1; 5; 3; 2)$ на гиперплоскость H^3 , проходящую через заданные точки

$$A_1(4; 2; 0; 2), A_2(7; 3; 2; 1), A_3(6; 3; -1; 2), A_4(4; 5; 2; 1).$$

Решение. В пространстве R^4 все координаты точек заданы в ортонормированном базисе, который обозначим $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4$. Неявное уравнение гиперплоскости получено

выше в примере 3.14 и имеет вид

$$23x^1 - 14x^2 + 2x^3 - 3x^4 + 29 = 0.$$

Там же записаны направляющие векторы гиперплоскости:

$$\vec{a}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_3 = 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4.$$

Проверим, что точка $P(-1; 5; 3; 2)$ не лежит в плоскости, для чего подставим координаты точки в неявное уравнение плоскости:

$$23 \cdot (-1) - 14 \cdot 5 + 2 \cdot 3 - 3 \cdot 2 + 29 = -64 \neq 0.$$

Точка плоскости не принадлежит.

Поставим в соответствие точке $P(-1; 5; 3; 2)$ её радиус-вектор

$$\vec{x} = -\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4$$

– наклонную к плоскости. Представим наклонную в виде

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^\perp,$$

где вектор $\vec{g}_L \in H^3$, а вектор $\vec{h}^\perp \in H^{3\perp}$.

Вектор

$$\vec{h}^\perp = \vec{x} - \vec{g}_L \in H^{3\perp}.$$

Следовательно, он ортогонален локальному базису подпространства H^3 . Запишем условия

ортогональности вектора $\vec{h}^\perp$ подпространству H^3 (плоскость проходит через начало систе-

мы координат), состоящие в том, что вектор $\vec{h}^\perp$ должен быть ортогонален всем векторам ба-

зиса $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$:

$$\left(\vec{h}^\perp, \vec{a}_1 \right) = 0, \left(\vec{h}^\perp, \vec{a}_2 \right) = 0, \left(\vec{h}^\perp, \vec{a}_3 \right) = 0.$$

Получаем СЛАУ

$$\left(\vec{x} - \vec{g}_L, \vec{a}_1 \right) = 0,$$

$$\left(\vec{x} - \vec{g}_L, \vec{a}_2 \right) = 0,$$

$$\left(\vec{x} - \vec{g}_L, \vec{a}_3 \right) = 0.$$

Представляя наклонную $\vec{g}_L$ разложением по направляющим векторам плоскости (по локальному базису), перепишем СЛАУ в виде

$$\left(g^1 \vec{a}_1 + g^2 \vec{a}_2 + g^3 \vec{a}_3, \vec{a}_1 \right) = \left(\vec{x}, \vec{a}_1 \right),$$

$$\left(g^1 \vec{a}_1 + g^2 \vec{a}_2 + g^3 \vec{a}_3, \vec{a}_2 \right) = \left(\vec{x}, \vec{a}_2 \right),$$

$$\left(g^1 \vec{a}_1 + g^2 \vec{a}_2 + g^3 \vec{a}_3, \vec{a}_3 \right) = \left(\vec{x}, \vec{a}_3 \right),$$

или в виде

$$\left(\vec{a}_1, \vec{a}_1 \right) g^1 + \left(\vec{a}_2, \vec{a}_1 \right) g^2 + \left(\vec{a}_3, \vec{a}_1 \right) g^3 = \left(\vec{x}, \vec{a}_1 \right),$$

$$\left(\vec{a}_1, \vec{a}_2 \right) g^1 + \left(\vec{a}_2, \vec{a}_2 \right) g^2 + \left(\vec{a}_3, \vec{a}_2 \right) g^3 = \left(\vec{x}, \vec{a}_2 \right),$$

$$\left(\vec{a}_1, \vec{a}_3 \right) g^1 + \left(\vec{a}_2, \vec{a}_3 \right) g^2 + \left(\vec{a}_3, \vec{a}_3 \right) g^3 = \left(\vec{x}, \vec{a}_3 \right).$$

Далее, находим значения попарных скалярных произведений векторов локального базиса на плоскости

$$G^T = \begin{pmatrix} \left(\vec{a}_1, \vec{a}_1 \right) & \left(\vec{a}_2, \vec{a}_1 \right) & \left(\vec{a}_3, \vec{a}_1 \right) \\ \left(\vec{a}_1, \vec{a}_2 \right) & \left(\vec{a}_2, \vec{a}_2 \right) & \left(\vec{a}_3, \vec{a}_2 \right) \\ \left(\vec{a}_1, \vec{a}_3 \right) & \left(\vec{a}_2, \vec{a}_3 \right) & \left(\vec{a}_3, \vec{a}_3 \right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 1 \\ 7 & 1 & 13 \end{pmatrix}$$

и записываем СЛАУ в окончательном виде:

$$\begin{cases} 18g^1 + 7g^2 + 7g^3 = 20, \\ 7g^1 + 7g^2 + g^3 = 10, \\ 7g^1 + g^2 + 13g^3 = 13. \end{cases}$$

Решение Слау ищем по формулам Крамера.

1) Находим определитель основной матрицы:

$$\det \begin{pmatrix} 18 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 1 \\ 7 & 1 & 13 \end{pmatrix} = 738.$$

СЛАУ совместна и определённа.

2) Находим определители, соответствующие каждому неизвестному:

$$\Delta_1 = \det \begin{pmatrix} 20 & 7 & 7 \\ 10 & 7 & 1 \\ 13 & 1 & 13 \end{pmatrix} = -6306,$$

$$\Delta_2 = \det \begin{pmatrix} 18 & 20 & 7 \\ 7 & 10 & 1 \\ 7 & 13 & 13 \end{pmatrix} = 573,$$

$$\Delta_3 = \det \begin{pmatrix} 18 & 7 & 20 \\ 7 & 7 & 10 \\ 7 & 1 & 13 \end{pmatrix} = 471.$$

Записываем решение СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} g^1 \\ g^2 \\ g^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6306/738 \\ 573/738 \\ 471/738 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1051/123 \\ 191/123 \\ 157/123 \end{pmatrix}.$$

Записываем разложение проекции $\vec{g}_L$ на плоскость по локальному базису:

$$\vec{g}_L = -\frac{1051}{123} \vec{a}_1 + \frac{191}{123} \vec{a}_2 + \frac{157}{123} \vec{a}_3.$$

Теперь находим перпендикуляр:

$$\vec{h}^\perp = \vec{x} - \vec{g}_L = -\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4 - \left(-\frac{1051}{123} \vec{a}_1 + \frac{191}{123} \vec{a}_2 + \frac{157}{123} \vec{a}_3 \right).$$

Если теперь подставить в последнее равенство разложения векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ по векторам ортонормированного базиса $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4$, то получим вектор $\vec{h}$ – перпендикуляр, опу-

щенный из конца наклонной $\vec{g}_L$ на плоскость $H^3 \cdot \otimes$

Пример 2.2.4. Записать матрицу оператора $\hat{P}_{x^1ox^2}^\perp$ ортогонального проектирования на координатную плоскость X^1OX^2 в пространстве R^3 .

Решение. Этот оператор любому вектору пространства R^3 ставит в соответствие его проекцию на координатную плоскость X^1OX^2 параллельно координатной оси OX^3 .

Согласно изложенной выше теории, оператор $\hat{P}_{x^1ox^2}^\perp$ является прямой суммой единичного оператора

$$\hat{I}_{x^1ox^2} : R_{x^1ox^2}^2 \rightarrow R_{x^1ox^2}^2$$

и нулевого оператора

$$\hat{O}_{ox^3} : R_{ox^3}^1 \rightarrow R_{ox^3}^1.$$

На главной диагонали его матрицы расположены 2×2 клетка вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

и 1×1 клетка вида $\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$. Остальные элементы равны нулю:

$$P_{x^1ox^2}^\perp = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Легко видеть, что оператор $\hat{P}_{x^1ox^2}^\perp$ является самосопряжённым.

Найдём, например, проекцию вектора $\vec{X}$ из предыдущей задачи на координатную плоскость X^1OX^2 . Запишем для этого образ вектора

$$\vec{X} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$$

при действии оператора $\hat{P}_{x^1ox^2}^\perp$ в координатной форме

$$P_{x^1ox^2}^\perp |x\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Результат, очевидно, совпадает с результатом предыдущей задачи. $\otimes$

Практическое занятие 3

Квадратичные формы. Поверхности второго порядка

Пример 2.3.1. Привести квадратичную форму, имеющую в пространстве R^3 вид

$$\varphi\left(\begin{matrix} \vec{x}, \vec{x} \end{matrix}\right) = 3x^2 + 3x^3 + 4x^1x^2 + 4x^1x^3 - 2x^2x^3,$$

к каноническому виду ортогональным преобразованием.

Решение. Вид квадратичной формы задан в базисе

$$\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \subset R^3.$$

Запишем симметричную матрицу квадратичной формы, для чего слагаемые с перекрёстными произведениями представим в виде суммы двух равных слагаемых:

$$\begin{aligned} \varphi\left(\begin{matrix} \vec{x}, \vec{x} \end{matrix}\right) &= \\ &= 3x^2 + 3x^3 + (x^1x^2 + 2x^2x^1) + (x^1x^3 + 2x^3x^1) - (x^2x^3 + x^3x^2) \\ &= 2x^1x^2 + 2x^1x^3 + 2x^2x^1 + 3x^2 + x^2x^3 + 2x^3x^1 - x^3x^2 + 3x^3. \end{aligned}$$

Теперь матрица квадратичной формы принимает вид:

$$\Phi\left(\begin{matrix} \vec{x}, \vec{x} \end{matrix}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Запишем характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} -\mu & 2 & 2 \\ 2 & 3-\mu & -1 \\ 2 & -1 & 3-\mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mu^3 - 6\mu^2 + 32 = 0.$$

Корни характеристического уравнения $\mu_1 = -2$, $\mu_{2,3} = 4$.

Чтобы построить матрицу ортогонального преобразования найдём собственные векторы этого оператора. Для этого решим следующие системы линейных алгебраических уравнений.

1) Случай $\mu_1 = -2$. Система уравнений записывается в виде:

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 + 2x^3 = 0, \\ 2x^1 + 5x^2 - x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 + 5x^3 = 0. \end{cases}$$

Решением этой системы уравнений является вектор-столбец

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} -2a \\ a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, первый собственный вектор

$$\vec{x}_1 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

2) Случай $\mu_{2,3} = 4$. Система уравнений записывается в виде:

$$\begin{cases} -4x^1 + 2x^2 + 2x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 - x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 - x^3 = 0. \end{cases}$$

Решением этой системы уравнений является вектор-столбец

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} \frac{a+b}{2} \\ a \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1/2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, второй и третий собственные векторы

$$\vec{x}_2 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2, \quad \vec{x}_3 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_3.$$

Векторы $\vec{x}_2$ и $\vec{x}_3$ ортогональны вектору $\vec{x}_1$, но не ортогональны между собой. Для ортогонализации системы собственных векторов применим алгоритм ортогонализации Шмидта. Положим

$$\vec{g}_1 = \vec{x}_1, \quad \vec{g}_2 = \vec{x}_2, \quad \vec{g}_3 = \vec{x}_3 + \alpha \vec{x}_2.$$

Так как должно быть $\begin{pmatrix} \vec{g}_2, \vec{g}_3 \end{pmatrix} = 0$, то

$$\left(\vec{x}_2, \vec{x}_3 + \alpha \vec{x}_2 \right) = 0, \left(\vec{x}_2, \vec{x}_3 \right) + \alpha \left(\vec{x}_2, \vec{x}_2 \right) = 0.$$

Откуда

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{4} \alpha = 0, \alpha = -\frac{1}{5}.$$

Приходим к ортогональной системе собственных векторов ассоциированного оператора:

$$\vec{g}_1 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{g}_2 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2, \vec{g}_3 = \frac{2}{5}\vec{e}_1 - \frac{1}{5}\vec{e}_2 + \vec{e}_3,$$

$$\|\vec{g}_1\| = \sqrt{6}, \|\vec{g}_2\| = \frac{\sqrt{5}}{2}, \|\vec{g}_3\| = \frac{\sqrt{30}}{5}.$$

Нормируя эту систему, получаем:

$$\vec{h}_1 = -\frac{2}{\sqrt{6}}\vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_2 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_3,$$

$$\vec{h}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_1 + \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_2,$$

$$\vec{h}_3 = \frac{2}{\sqrt{30}}\vec{e}_1 - \frac{1}{\sqrt{30}}\vec{e}_2 + \frac{5}{\sqrt{30}}\vec{e}_3.$$

Матрица ортогонального преобразования

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix}$$

осуществляет переход между ортонормированными базисами

$$\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \Rightarrow \vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3$$

и, следовательно, является ортогональной. Учитывая, что для ортогональной матрицы выполняется условие

$$A^{-1} = A^T,$$

Запишем формулу преобразования матрицы квадратичной формы при переходе от старого базиса к новому базису:

$$\Phi' = \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix}^T.$$

Проводя вычисления, получаем

$$\Phi' = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Обозначая координаты в базисе $\vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3$ как y^1, y^2, y^3 , запишем канонический вид квадратичной формы

$$\phi\left(\begin{matrix} \vec{x} \\ \vec{x} \end{matrix}\right) = -2 y^1{}^2 + 4 y^2{}^2 + 4 y^3{}^2. \otimes$$

Пример 2.3.2. Найти значения параметра λ , при которых является положительно определённой квадратичная форма

$$\phi\left(\begin{matrix} \vec{x} \\ \vec{x} \end{matrix}\right) = 4 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} x^1 x^2 + 2 x^1 x^2 + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} x^2 x^3 + 4 x^1 x^3 - 6 x^2 x^3 + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} x^3 x^3.$$

Решение. Выпишем матрицу квадратичной формы:

$$\Phi = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \\ 2 & -3 & \lambda \end{pmatrix}.$$

Находя её главные миноры и применяя критерий Сильвестра, имеем:

$$M_1 = \varphi_{11} = 4 > 0;$$

$$M_2 = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 > 0;$$

$$M_3 = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \\ 2 & -3 & \lambda \end{vmatrix} = 3\lambda - 52 > 0.$$

Следовательно, $\lambda > \frac{52}{3}$. $\otimes$

Пример 2.3.3. Выяснить, какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 - 4x_2 = 0.$$

Решение. Уравнение перепишем в виде

$$\left(x_1 + 1\right)^2 + \left(x_2 - 2\right)^2 = 5.$$

Вводим новые координаты по формулам

$$x_1' = x_1 + 1, \quad x_2' = x_2 - 2.$$

Эти формулы описывают параллельный перенос начала системы координат в точку $O'(-1; 2)$, в которой уравнение принимает вида

$$x_1'^2 + x_2'^2 = 5.$$

Это уравнение, очевидно, описывает окружность с центром в точке $O'(-1; 2)$ радиуса

$$R = \sqrt{5}. \quad \otimes$$

Пример 2.3.4. Какую линию описывает уравнение

$$x_2 = 1 - \sqrt{11 - 4x_1 - x_1^2}.$$

Решение. Уравнение переписываем в виде

$$x_2 - 1 = -\sqrt{11 - 4x_1 - x_1^2}$$

и возводим обе части в квадрат (приобретаем новые корни)

$$\left(x_2 - 1\right)^2 = 11 - 4x_1 - x_1^2.$$

Преобразуем уравнение, выделяя полный квадрат:

$$x_1^2 + 4x_1 + 4 + \left(x_2 - 1\right)^2 = 15,$$

$$\left(x_1 + 2\right)^2 + \left(x_2 - 1\right)^2 = 15.$$

Это уравнение описывает часть окружности с центром в точке $O'(-2; 1)$ радиуса

$$R = \sqrt{15}, \text{ лежащую ниже новой горизонтальной оси с уравнением } x_2 = 1. \quad \otimes$$

Пример 2.3.5. Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1^2 - 4x_1 + x_2^2 - 2x_2 + 5 = 0.$$

Решение. Уравнение запишем в виде

$$\left(x_1 - 2\right)^2 + \left(x_2 - 1\right)^2 = 0.$$

Это уравнение описывает точку $M(2; 1)$. $\otimes$

Пример 2.3.6. Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$100x_1^2 + 25x_2^2 + 200x_1 - 100x_2 - 200 = 0.$$

Решение. Уравнение переписываем в виде

$$100\left(x_1 + 1\right)^2 + 25\left(x_2 - 2\right)^2 = 400$$

и делим обе части на 400:

$$\frac{x_1^2 + 1}{4} + \frac{x_2^2 - 2}{16} = 1.$$

Это каноническое уравнение эллипса с центром в точке $O' (1; 2)$ и полуосями $a = 2$ и $b = 4$. $\otimes$

Пример 2.3.7. Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1 = -2\sqrt{-5 - 6x_2 - x_2^2}.$$

Решение. Уравнение преобразуем к виду

$$x_1^2 + 4x_2 + 3 = 16,$$

возводя обе части в квадрат. Делим обе части на 16:

$$\frac{x_1^2}{16} + \frac{x_2 + 3}{4} = 1.$$

Уравнение описывает часть эллипса с центром в точке $O' (0; -3)$ и полуосями $a = 4$ и $b = 2$, лежащую слева относительно оси OX_2 . $\otimes$

Пример 2.3.8. Линия второго порядка задана в каноническом (ортонормированном) базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\} \subset R^2$ уравнением

$$11x_1^2 - 20x_1x_2 - 4x_2^2 - 20x_1 - 8x_2 + 1 = 0.$$

Привести уравнение линии к каноническому виду и определить её тип.

Решение. Рассмотрим квадратичную форму

$$\begin{aligned} \varphi \begin{pmatrix} \vec{x} \\ \vec{x} \end{pmatrix} &= 11x_1^2 - 20x_1x_2 - 4x_2^2 = \\ &= 11x_1^2 - 10x_1x_2 - 10x_2x_1 - 4x_2^2 \end{aligned}$$

Матрица квадратичной формы имеет вид

$$\Phi = \begin{pmatrix} 11 & -10 \\ -10 & -4 \end{pmatrix}.$$

Квадратичной форме $\varphi \begin{pmatrix} \vec{x} \\ \vec{x} \end{pmatrix}$ ставим в соответствие симметрический оператор $\hat{T}$ с

матрицей $T = \Phi$ и записываем характеристическое уравнение:

$$\begin{aligned} \det \begin{pmatrix} t_1^1 - \mu & t_2^1 \\ t_1^2 & t_2^2 - \mu \end{pmatrix} = 0 &\Rightarrow \begin{vmatrix} 11 - \mu & -10 \\ -10 & -4 - \mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \\ \mu^2 - 7 \cdot \mu - 144 &= 0. \end{aligned}$$

Корни характеристического уравнения $\mu_1 = -9$ и $\mu_2 = 16$. Находим собственные векторы оператора $\hat{T}$, соответствующие собственным значениям $\mu_1 = -9$ и $\mu_2 = 16$, для чего решаем две однородные СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 20 & -10 \\ -10 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 20x^1 - 10x^2 = 0, \\ -10x^1 + 5x^2 = 0, \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} -5 & -10 \\ -10 & -20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -5x^1 - 10x^2 = 0, \\ -10x^1 - 20x^2 = 0. \end{cases}$$

Фундаментальная система решений первой СЛАУ приводит к первому собственному вектору

$$\vec{x}_1 = \frac{1}{2} \vec{e}_1 + \vec{e}_2,$$

а фундаментальная система решений второй – ко второму собственному вектору

$$\vec{x}_2 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

Эти векторы ортогональны, но не нормированы. Нормируем их:

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{\|\vec{x}_1\|} \vec{x}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1}{2} \vec{e}_1 + \vec{e}_2 \right) = \frac{1}{\sqrt{5}} \vec{e}_1 + \frac{2}{\sqrt{5}} \vec{e}_2;$$

$$\vec{a}_2 = \frac{1}{\|\vec{x}_2\|} \vec{x}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(-2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 \right) = -\frac{2}{\sqrt{5}} \vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{5}} \vec{e}_2.$$

Матрица перехода от старого базиса к новому базису имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}.$$

Преобразование от нового базиса к старому осуществляется при помощи обратной матрицы, которая в силу ортогональности матрицы A равна транспонированной к ней, то есть

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & -2/\sqrt{5} \\ 2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}.$$

Координаты в новом базисе выражаются через координаты в старом базисе при помощи матрицы

$$\vec{A}^{-1} \vec{T} = \vec{A}^T \vec{T} = A,$$

обратный переход от новых координат к старым производится при помощи матрицы A^{-1} .
Имеем:

$$\begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & -2/\sqrt{5} \\ 2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix}.$$

В базисе $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$ квадратичная форма приводится к каноническому виду

$$\mu_1 \mathbf{e}_1^2 + \mu_2 \mathbf{e}_2^2 = -9 \mathbf{e}_1^2 + 16 \mathbf{e}_2^2.$$

Линейные слагаемые преобразуются так:

$$-20x^1 = -\frac{20}{\sqrt{5}} y^1 + \frac{40}{\sqrt{5}} y^2;$$

$$-8x^2 = -\frac{16}{\sqrt{5}} y^1 - \frac{8}{\sqrt{5}} y^2.$$

Подстановка в уравнение приводит его к виду:

$$-9 \mathbf{e}_1^2 + 16 \mathbf{e}_2^2 - \frac{36}{\sqrt{5}} y^1 + \frac{32}{\sqrt{5}} y^2 + 1 = 0.$$

Выделяя полный квадрат по y^1 , y^2 и приводя подобные члены, получаем каноническое уравнение линии в виде

$$-9 \left(y^1 + \frac{2}{\sqrt{5}} \right)^2 + 16 \left(y^2 + \frac{1}{\sqrt{5}} \right)^2 + 5 = 0,$$

Откуда совершая параллельный перенос, то есть полагая

$$z^1 = y^1 + \frac{2}{\sqrt{5}}, \quad z^2 = y^2 + \frac{1}{\sqrt{5}},$$

окончательно имеем:

$$\frac{\mathbf{e}_1^2}{5/9} - \frac{\mathbf{e}_2^2}{5/16} = 1.$$

Получили каноническое уравнение линии второго порядка – гиперболы. Отметим, что матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}$$

перехода от старого базиса к новому базису является матрицей оператора (аффинора) поворота системы координат на такой угол φ , что $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{5}}$ и $\sin \varphi = \frac{2}{\sqrt{5}}$. Далее, в соответствии с формулами

$$z^1 = y^1 + \frac{2}{\sqrt{5}}, z^2 = y^2 + \frac{1}{\sqrt{5}},$$

осуществляется параллельный перенос начала системы координат в новое положение – точку с координатами $O' \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{5}} \right)$. $\otimes$

Пример 2.3.9. Поверхность второго порядка задана в каноническом (ортонормированном) базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\} \subset R^3$ уравнением

$$3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3 - 12\sqrt{30}x_1 - 14\sqrt{30}x_2 + 2\sqrt{30}x_3 + 506 = 0.$$

Привести уравнение поверхности к каноническому виду и определить её тип.

Решение. Рассмотрим квадратичную форму

$$\varphi \left(\begin{matrix} \vec{x} \\ \vec{x} \end{matrix} \right) = 3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3.$$

Матрица квадратичной формы

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Собственные значения ассоциированного оператора $\mu_1 = -2$, $\mu_{2,3} = 4$. Собственные векторы

$$\vec{x}_1 = -\frac{2}{\sqrt{6}}\vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_2 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_3,$$

$$\vec{x}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_1 + \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_2 + 0\vec{e}_3,$$

$$\vec{x}_3 = \frac{2}{\sqrt{30}}\vec{e}_1 - \frac{1}{\sqrt{30}}\vec{e}_2 + \frac{5}{\sqrt{30}}\vec{e}_3.$$

Это ортонормированная система. Матрица перехода от старого базиса к новому базису получается непосредственно из приведённых разложений:

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix}$$

и является ортогональной ($A^{-1} = A^T$).

Преобразование координат осуществляется с помощью матрицы A

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1'} \\ x_{2'} \\ x_{3'} \end{pmatrix}$$

и приводит квадратичную форму к виду

$$\varphi\left(\begin{matrix} \vec{x} \\ \vec{x} \end{matrix}\right) = 4x_{1'}^2 - 2x_{2'}^2 + 4x_{3'}^2.$$

Линейные члены преобразуются так:

$$-12\sqrt{30}x_1 - 14\sqrt{30}x_2 + 2\sqrt{30}x_3 = -40\sqrt{6}x_{1'} + 12\sqrt{5}x_{2'}.$$

В новой системе координат уравнение поверхности принимает вид:

$$4x_{1'}^2 - 2x_{2'}^2 + 4x_{3'}^2 - 40\sqrt{6}x_{1'} + 12\sqrt{5}x_{2'} + 506 = 0.$$

Выделяя полные квадраты, приводим уравнение к виду

$$4\left(x_{1'} - 5\sqrt{6}\right)^2 - 2\left(x_{2'} - 3\sqrt{5}\right)^2 + 4x_{3'}^2 - 4 = 0.$$

Вводя обозначения $y_1 = x_{1'} - 5\sqrt{6}$, $y_2 = x_{2'} - 3\sqrt{5}$, $y_3 = x_{3'}$, получаем следующий вид уравнения:

$$y_1^2 - \frac{y_2^2}{2} + y_3^2 = 1.$$

Получили уравнение однополостного гиперболоида. $\otimes$

Задания для самостоятельной работы

Собственные значения и собственные векторы

1. Найти собственные значения и собственные подпространства линейного оператора

$$\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3,$$

имеющего в каноническом базисе пространства $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\} \subset R^3$ матрицу:

$$1) A = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}; 2) B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Найти собственные значения и собственные подпространства линейного оператора

$\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3$, действие которого задано приведёнными ниже координатные равенства:

$$\left(\forall \vec{x} \in R^3 \right)$$

$$1) A \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 2x^2 \\ 3x^3 \end{pmatrix};$$

$$2) A \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^1 + x^2 \\ x^1 + x^2 + x^3 \end{pmatrix};$$

$$3) A \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 - x^2 \\ 0 \\ x^1 + x^2 \end{pmatrix};$$

$$4) A \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$5) A \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix};$$

$$6) A \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 0 \\ x^3 \end{pmatrix}.$$

3. Линейный оператор $\hat{T}: E^3 \rightarrow E^3$ в некотором ортонормированном базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$ задан матрицей:

$$1) T = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}; 2) T = \begin{pmatrix} 17 & -8 & 4 \\ -8 & 17 & -4 \\ 4 & -4 & 11 \end{pmatrix};$$

$$3) T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 2 & -2 & -2 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}; 4) T = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 4 \\ -2 & 8 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Построить в пространстве E^3 ортонормированный базис собственных векторов оператора $\hat{T}$ и записать матрицу оператора $\hat{T}$ в этом базисе.

Инвариантные подпространства

1. Пусть в пространстве зафиксирован канонический базис

$$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\} \subset R^3$$

и пусть дан некоторый линейный оператор $\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3$. Показать, что линейные оболочки следующего вида

$$L\left\{ \vec{e}_1 \right\}, L\left\{ \vec{e}_2 \right\}, L\left\{ \vec{e}_3 \right\}, L\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\}, L\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_3 \right\}, L\left\{ \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$$

являются инвариантными подпространствами относительно оператора $\hat{A}$.

2. Пусть подпространства $L_1 \subset X^n$ и $L_2 \subset X^n$ инвариантны относительно оператора

$$\hat{A}: X^n \rightarrow X^n.$$

Показать, что подпространства $L_1 + L_2$ и $L_1 \cap L_2$ также инвариантны относительно оператора $\hat{A}$.

3. Показать, что если $L \subset X^n$ – инвариантное подпространство оператора

$$\hat{A}: X^n \rightarrow X^n,$$

то L является инвариантным подпространством и относительно операторного многочлена

$$\hat{F}\left(\hat{A}\right) = a_0 \hat{I} + a_1 \hat{A} + a_2 \hat{A}^2 + \dots + a_m \hat{A}^m.$$

4. Пусть $\hat{A}: X^n \rightarrow X^n$ – некоторый линейный оператор. Доказать, что если оператор $\hat{A}$ биективный, то его инвариантные подпространства являются инвариантными и относительно оператора $\hat{A}^{-1}$.

5. Пусть $\hat{T}: R^2 \rightarrow R^2$ имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 \\ t_1^2 & t_2^2 \end{pmatrix}.$$

Найти все инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$, если

$$T = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Пусть $\hat{T}: R^3 \rightarrow R^3$ имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix}.$$

Найти все инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$, если

$$1) T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}; 2) T = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

7. Пусть $\hat{T}: R^4 \rightarrow R^4$ имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти все собственные значения и собственные подпространства оператора $\hat{T}$.

Показать, что линейная оболочка

$$L\left\{\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2, \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4\right\}$$

является инвариантным подпространством оператора $\hat{T}$.

Геометрия пространства E^n

Задание 1. Получить параметрические и неявные уравнения плоскости $H^m \subset R^n$, проходящей через заданные точки

$$A_1 \left(\begin{matrix} 0 \\ 6 \\ 3 \\ 5 \\ 1 \end{matrix} \right), A_2 \left(\begin{matrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \\ 0 \end{matrix} \right),$$

$$A_3 \left(\begin{matrix} 6 \\ 1 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \end{matrix} \right), A_4 \left(\begin{matrix} 1 \\ 3 \\ -4 \\ 2 \\ -1 \end{matrix} \right).$$

Задание 2. Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов

$$\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3 \subset R^3:$$

$$1) \vec{x}_1 = -3\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 5\vec{e}_3,$$

$$\vec{x}_2 = 6\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3,$$

$$2) \vec{x}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3,$$

$$\vec{x}_2 = 4\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3,$$

$$\vec{x}_3 = 7\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2 + 9\vec{e}_3.$$

Задание 3. Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов

$$\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3, \vec{x}_4 \subset R^4:$$

$$\vec{x}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$

$$\vec{x}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$

$$\vec{x}_3 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4,$$

$$\vec{x}_4 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3 - \vec{e}_4.$$

Задание 4. Пусть $L^3 \left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$ – линейное многообразие в E^4 , а $\vec{x}$ – наклонная

к многообразию L^3 . Найти наименьший угол между вектором $\vec{x}$ и многообразием L^3 , если:

$$\vec{x} = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + 4\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_2 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_3 = \vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_4.$$

Задание 5. В ортонормированном базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\}$ пространства E^4 за-

дана система векторов

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3 + 4\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_3 = 3\vec{e}_1 - 6\vec{e}_3 - 13\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_4 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3 + 9\vec{e}_4.$$

1) Выяснить, является ли эта система векторов линейно независимой.

2) Найти объём параллелепипеда, построенного на тройке векторов

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}.$$

3) Используя процесс ортогонализации Шмидта, построить на их основе

новый ортонормированный базис пространства R^4 .

Задание 6. В пространстве R^5 найти ортонормированный базис ортогонального дополнения линейной оболочки системы векторов:

$$1) \vec{a}_1 = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 2\vec{e}_4 + 2\vec{e}_5,$$

$$\vec{a}_2 = 9\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3 - 4\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 6\vec{e}_3 - \vec{e}_5;$$

$$2) \vec{a}_1 = 4\vec{e}_1 + 10\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + 4\vec{e}_4 - 2\vec{e}_5,$$

$$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3 - 2\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_3 = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + \vec{e}_5.$$

Задание 7. Систему строк матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

дополнить двумя строками так, чтобы вся система стала ортогональной.

Задание 8. В пространстве R^4 даны две плоскости H_1 и H_2 с направляющими векторами

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\} \subset H_1$$

и

$$\left\{ \vec{b}_1, \vec{b}_2 \right\} \subset H_2,$$

соответственно. Найти наименьший угол, образованный векторами первой плоскости с векторами второй плоскости, если:

$$1) \vec{a}_1 = \vec{e}_1, \vec{a}_2 = \vec{e}_2,$$

$$\vec{b}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \vec{b}_2 = 2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4;$$

$$2) \vec{a}_1 = \vec{e}_1, \vec{a}_2 = \vec{e}_2,$$

$$\vec{b}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \vec{b}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4$$

Задание 9. Выяснить, какую линию на плоскости описывает уравнение:

$$1) x_2 = -1 - \frac{3}{5} \sqrt{26 - 2x_1 + x_1^2};$$

$$2) x_1 = -4x_2^2 + 8x_2 - 1;$$

$$3) x_1 = 2 - \sqrt{3 - x_2}.$$

Задание 10. Привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка:

$$1) 17x_1^2 + 12x_1x_2 + 8x_2^2 - 80 = 0;$$

$$2) 4x_1x_2 + 3x_2^2 + 16 = 0.$$

Задание 11. Привести к каноническому виду уравнение поверхности второго порядка:

$$1) 2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3 + \frac{4}{3}x_1 - \frac{16}{3}x_2 + \frac{32}{3}x_3 + 10 = 0;$$

$$2) \alpha x_1 - 3\sqrt{2}x_2 + 2\sqrt{3}x_3 - 7 = 0,$$

где $\alpha = 5$ или $\alpha = 0$.

ЧАСТЬ 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ФУНКЦИЙ ОДНОГО И НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Практическое занятие 1. Понятие предела

Определение предела последовательности

Пример 3.1.1. Показать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1$.

Решение. Действительно, для произвольного $\varepsilon > 0$ имеем:

$$\left| \frac{n+1}{n} - 1 \right| < \varepsilon \Rightarrow \left| \frac{n+1}{n} - 1 \right| = \left| \frac{n+1-n}{n} \right| = \frac{1}{n} < \varepsilon \Rightarrow n > \frac{1}{\varepsilon}.$$

Таким образом, для любого наперед заданного $\varepsilon > 0$ мы нашли номер $n_0 = \left[\frac{1}{\varepsilon} \right] + 1$,

такой, что $\forall n \geq n_0 \quad \left| \frac{n+1}{n} - 1 \right| < \varepsilon$, следовательно, 1 является пределом данной последовательности. $\otimes$

Пример 3.3.1.2. Доказать существование предела последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{1}{2+1} + \frac{1}{2^2+1} + \frac{1}{2^3+1} + \dots + \frac{1}{2^n+1}.$$

Решение. Покажем, что данная последовательность монотонна и ограничена. Из формулы общего члена последовательности имеем:

$$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{2^{n+1}+1} \Rightarrow x_{n+1} > x_n,$$

то есть последовательность монотонно возрастает и ограничена снизу, например, первым элементом x_1 . При любом n , очевидно, $\frac{1}{2^n+1} < \frac{1}{2^n}$. Последовательность ограничена сверху:

$$\begin{aligned} x_n &= \frac{1}{2+1} + \frac{1}{2^2+1} + \frac{1}{2^3+1} + \dots + \frac{1}{2^n+1} < \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} = \\ &= \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2^{n+1}}}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2^n} < 1. \end{aligned}$$

Последовательность монотонна и ограничена, следовательно, по критерию сходимости имеет предел. $\otimes$

Пример 3.3.1.3. Доказать, что последовательность $\left\langle \frac{1}{n} \right\rangle$ есть бесконечно малая последовательность, если

$$1) x_n = \frac{1}{n}; 2) x_n = \frac{2n}{n^3 + 1}; 3) x_n = \frac{1}{n!}; 4) x_n = \left\langle \frac{1}{n} \right\rangle \cdot 0,999^n.$$

Составить для каждого случая таблицу следующего вида:

ε	0,1	0,001	0,0001	...
n_0				

Решение. 1) По определению

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists n_0 \in \mathbb{N} : \forall n \geq n_0 \quad \left| \frac{1}{n} - 0 \right| < \varepsilon.$$

Решаем неравенство:

$$\left| \frac{1}{n} \right| < \varepsilon \Rightarrow \frac{1}{n} < \varepsilon \Rightarrow n > \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow n > \left[\frac{1}{\varepsilon} \right] \Rightarrow n_0 = \left[\frac{1}{\varepsilon} \right] + 1.$$

Таким образом, по произвольному положительному числу ε мы нашли номер $n_0 = n_0(\varepsilon)$ такой, что начиная с этого номера, выполнено определение предела последовательности. Следовательно, последовательность имеет предел, который равен

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0.$$

Таким образом, последовательность является бесконечно малой последовательностью.

Пусть, например, $\varepsilon = 0,1$. Тогда

$$n_0 = \left[\frac{1}{1/10} \right] + 1 = 11.$$

И так далее, для указанных в таблице значений ε . Искомая таблица принимает вид:

ε	0,1	0,001	0,0001	...
n_0	11	1001	10001	...

2) По определению

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists n_0 \in \mathbb{N} : \forall n \geq n_0 \quad \left| \frac{2n}{n^3 + 1} - 0 \right| < \varepsilon.$$

Решаем неравенство:

$$\left| \frac{2n}{n^3+1} \right| < \varepsilon \Rightarrow \frac{2n}{n^3} < \varepsilon \Rightarrow \frac{2}{n^2} < \varepsilon \Rightarrow \frac{n^2}{2} > \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow n > \sqrt{\frac{2}{\varepsilon}} \Rightarrow$$

$$n > \left[\sqrt{\frac{2}{\varepsilon}} \right] \Rightarrow n_0 = \left[\sqrt{\frac{2}{\varepsilon}} \right] + 1.$$

Таким образом, по произвольному положительному числу ε мы нашли номер $n_0 = n_0(\varepsilon)$ такой, что начиная с этого номера, выполнено определение предела последовательности. Следовательно, последовательность имеет предел, который равен

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n^3+1} = 0.$$

Таким образом, последовательность является бесконечно малой последовательностью.

Пусть, например, $\varepsilon = 0,1$. Тогда

$$n_0 = \left[\sqrt{\frac{2}{1/10}} \right] + 1 \approx \left[4,472 \right] + 1 = 5.$$

И так далее, для указанных в таблице значений ε . Искомая таблица принимает вид:

ε	0,1	0,001	0,0001	...
n_0	5	46	142	...

Остальные примеры решаются аналогично и предлагаются для самостоятельного решения. $\otimes$

Вычисление предела последовательности

Пример 3.3.1.4. Найти предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{2n^2}{n^2-1}.$$

Решение. Преобразуем общий член последовательности:

$$x_n = \frac{2n^2}{n^2-1} = 2 \cdot \frac{n}{n-1} \cdot \frac{n}{n+1} = 2 \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{1+\frac{1}{n}}.$$

Используя правила действий с пределами последовательностей, имеем:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2}{n^2-1} = 2 \cdot \frac{1}{1 - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{1 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}} = 2 \cdot \otimes$$

Пример 3.3.1.5. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{(2n+1) \cdot (3n+1)}{n^2}.$$

Решение. Преобразуем общий член последовательности:

$$x_n = \frac{(2n+1) \cdot (3n+1)}{n^2} = \frac{2n+1}{n} \cdot \frac{3n+1}{n} = \left(2 + \frac{1}{n}\right) \cdot \left(3 + \frac{1}{n}\right).$$

Используя правила действий с пределами, имеем:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1) \cdot (3n+1)}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{1}{n}\right) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 + \frac{1}{n}\right) = 2 \cdot 3 = 6. \otimes$$

Пример 3.3.1.6. Найти предел последовательности с общим членом

$$x_n = \sqrt{n^2 + n} - n.$$

Решение. Имеем неопределённость вида $\infty - \infty$. Преобразуем формулу для общего члена:

$$\sqrt{n^2 + n} - n = \frac{(\sqrt{n^2 + n} - n)(\sqrt{n^2 + n} + n)}{\sqrt{n^2 + n} + n} = \frac{n}{\sqrt{n^2 + n} + n} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{n}} + 1}.$$

Вычисляем предел последовательности:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{n}} + 1} = \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{1}{n}} + 1} = \frac{1}{2}. \otimes$$

Пример 3.3.1.7. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)}.$$

Решение. Преобразуем формулу для общего члена последовательности:

$$\begin{aligned} x_n &= \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = \\ &= 1 - \frac{1}{n+1}. \end{aligned}$$

Теперь

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = 1. \otimes$$

Пример 3.3.1.8 (неперово число e). Показать, что последовательность с общим членом

$$x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

сходится, то есть, существует предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \equiv \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e.$$

Р е ш е н и е. Приведём значение этого числа, применяемое в обычных расчётах, не требующих слишком большой точности: $e = 2,71828\dots$

Приступим к строгому исследованию данного предела. Докажем сходимость последовательность $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

Покажем, что

$$\forall b > -1 \wedge \forall n \in \mathbb{N} \quad \left(1 + \frac{b}{n}\right)^n \geq 1 + nb.$$

Для этого применим индукцию по n :

- 1) при $n = 1$ имеем $1 + \frac{b}{1} \geq 1 + b$, что всегда выполняется;
- 2) предположим, что $\forall n = k \quad \left(1 + \frac{b}{k}\right)^k \geq 1 + kb$;
- 3) покажем, что $\forall b > -1 \wedge \forall k \in \mathbb{N} \quad \left(1 + \frac{b}{k+1}\right)^{k+1} \geq 1 + (k+1)b$.

Справедливость заключения следует из цепочки выкладок:

$$\left(1 + \frac{b}{k+1}\right)^{k+1} = \left(1 + \frac{b}{k+1}\right)^k \left(1 + \frac{b}{k+1}\right) \geq \left(1 + \frac{b}{k}\right)^k \left(1 + \frac{b}{k+1}\right) \geq 1 + kb + b + kb^2 \geq 1 + (k+1)b,$$

так как $kb^2 > 0$.

Так как неравенство справедливо при $n = 1$, оно справедливо и при любом $n \in \mathbb{N}$.

Итак, $\forall b > -1$ и $\forall n \in \mathbb{N}$

$$\left(1 + \frac{b}{n}\right)^n \geq 1 + nb. \quad (1)$$

Рассмотрим последовательность с общим членом

$$y_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}.$$

Для этой последовательности

$$\begin{aligned} \frac{y_{n-1}}{y_n} &= \frac{\left(1 + \frac{1}{n-1}\right)^n}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}} = \frac{n^{2n+1} \cdot (n-1)^n}{(n-1)^n \cdot (n+1)^{n+1} \cdot (n-1)^n} = \\ &= \frac{n^{2n+1} \cdot (n-1)^n}{(n^2-1)^{n+1} \cdot n} = \frac{(n^2-1+1)^{n+1}}{(n^2-1)^{n+1}} \cdot \frac{n-1}{n} = \\ &= \left(\frac{n^2-1+1}{n^2-1}\right)^{n+1} \cdot \frac{n-1}{n} = \left(1 + \frac{1}{n^2-1}\right)^{n+1} \cdot \frac{n-1}{n} \geq \text{используем (1)} \\ &\geq \left(1 + \frac{1}{n^2-1}\right) \cdot \frac{n-1}{n} = \left(1 + \frac{1}{n-1}\right) \cdot \frac{n-1}{n} = 1. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \frac{y_{n-1}}{y_n} \geq 1$$

а, следовательно, $y_n \leq y_{n-1}$, то есть, последовательность с общим членом

$$y_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$$

монотонно убывает. Так как

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} > 1,$$

эта последовательность ограничена снизу. Но тогда по критерию сходимости ограниченной последовательности данная последовательность сходится.

Далее имеем:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1},$$

где использовано, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right) = 1.$$

Так как предел в правой части равенства существует

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} = e,$$

то существует и предел левой части. Итак, предел существует и обозначается

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n. \quad \otimes$$

Пример 3.3.1.9. Доказать неравенство Бернулли:

$$\left(1 + x_1\right)\left(1 + x_2\right) \dots \left(1 + x_n\right) \geq 1 + x_1 + x_2 + \dots + x_n.$$

Решение. Неравенство справедливо при $n = 1, 2$, что легко проверяется.

Например, для $n = 2$ имеем:

$$\left(1 + x_1\right)\left(1 + x_2\right) = 1 + x_1 + x_2 + x_1x_2 \geq 1 + x_1 + x_2.$$

Предположим, что неравенство справедливо при $n = k$, то есть

$$\left(1 + x_1\right)\left(1 + x_2\right) \dots \left(1 + x_k\right) \geq 1 + x_1 + x_2 + \dots + x_k$$

и покажем, что оно справедливо и при $n = k + 1$. Имеем:

$$\begin{aligned} & \left(1 + x_1\right)\left(1 + x_2\right) \dots \left(1 + x_k\right)\left(1 + x_{k+1}\right) \geq \left(1 + x_1 + x_2 + \dots + x_k\right)\left(1 + x_{k+1}\right) = \\ & = 1 + x_1 + x_2 + \dots + x_k + x_{k+1} + \left(1 + x_1 + x_2 + \dots + x_k\right)x_{k+1} \geq \\ & \geq 1 + x_1 + x_2 + \dots + x_k + x_{k+1}. \end{aligned}$$

По заключению индукции неравенство справедливо при любом $k = n$. $\otimes$

Пример 3.3.1.10. Показать, что если $x > -1$, то

$$1 + x^n \geq 1 + nx \quad \forall n \in \mathbb{N},$$

причём знак равенства имеет место только при $x = 0$.

Решение. Полагая в неравенстве предыдущего примера

$$x_1 = x_2 = \dots = x_n = x,$$

получаем требуемое неравенство. $\otimes$

Пример 3.3.1.11. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = n \ln \left(1 + \frac{3}{n} \right) - \ln n.$$

Решение. Преобразуем формулу для общего члена:

$$x_n = n \ln \left(1 + \frac{3}{n} \right) - \ln n = \ln \left(\frac{n+3}{n} \right)^n = 3 \cdot \ln \left(1 + \frac{1}{n/3} \right)^{n/3}.$$

Переходя к пределу, имеем:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 3 \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left(1 + \frac{1}{n/3} \right)^{n/3} = 3 \cdot \ln e = 3. \quad \otimes$$

Пример 3.3.1.12. Доказать, что последовательность $\{a^n\}$ является:

1) бесконечно большой последовательностью при $|a| > 1$;

2) бесконечно малой последовательностью при $|a| < 1$.

Решение. 1) Пусть $|a| > 1$. Покажем, что последовательность $\{a^n\}$ удовлетворяет определению бесконечно большой последовательности, то есть $\forall A > 0 \quad \exists n_0 \in \mathbb{N} \quad \forall n \geq n_0$

$$|a|^n > A. \quad (1)$$

Зададимся произвольным числом $A > 0$. Для нахождения номера n_0 решим неравенство (1) относительно номера. Получим

$$\log_{|a|} |a|^n > \log_{|a|} A \Rightarrow n > \log_{|a|} A \Rightarrow n > \lceil \log_{|a|} A \rceil.$$

Следовательно, выполнение неравенства (1) начинается с номера

$$n_0 = \lceil \log_{|a|} A \rceil + 1.$$

Что и требовалось доказать.

2) Пусть $|a| < 1$. Если $a = 0$, то $\forall n \in \mathbb{N} \quad a^n = 0$ и, следовательно, последовательность $\{a^n\}$ бесконечно малая. Пусть $a \neq 0$. Тогда

$$a^n = \left(\left(\frac{1}{a} \right)^n \right)^{-1}. \quad (2)$$

Так в этом случае $\frac{1}{|a|} > 1$, то последовательность $\left(\frac{1}{a^n} \right)$ является бесконечно большой последовательностью, последовательность

$$a^n = \left(\left(\frac{1}{a} \right)^n \right)^{-1}$$

– бесконечно малой последовательностью. Поэтому в силу (2) при $|a| < 1$ последовательность

$\left(\frac{1}{a^n} \right)$ – бесконечно малая последовательность. $\otimes$

Пример 3.3.1.13. Показать, что если $\left(x_n \right)$ – сходящаяся последовательность, а $\left(y_n \right)$ – бесконечно большая последовательность, то последовательность

$$\left(x_n + y_n \right)$$

– бесконечно большая последовательность.

Решение. Покажем, что

$$\forall A > 0 \exists n_0 \in \mathbb{N} \exists n \geq n_0 |x_n + y_n| > A.$$

В силу критерия сходимости последовательности сходящаяся последовательность $\left(x_n \right)$ ограничена, то есть

$$\exists M > 0 \exists n \in \mathbb{N} |x_n| < M. \quad (1)$$

Пусть задано произвольное $A > 0$. Так как последовательность $\left(y_n \right)$ бесконечно большая, то для числа $A + M$

$$\exists n_0 \in \mathbb{N} \exists n \geq n_0 |y_n| > A + M. \quad (2)$$

Из неравенств (1) и (2) получаем: $|x_n + y_n| \geq |y_n| - |x_n| > A + M - M = A$.

Что и требовалось доказать. $\otimes$

Пример 3.3.1.14. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{\sqrt{n}}{n+1} \cos n. \quad (1)$$

Решение. Так как $\forall x \in \mathbb{R}^1 |\cos x| < 1$, то последовательность $\left(\cos n \right)$ ограничена. Покажем, что последовательность $\left(\frac{\sqrt{n}}{n+1} \right)$ – бесконечно малая последовательность. Действительно,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{1 + \frac{1}{n}} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}}}{\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)} = 0.$$

По свойствам бесконечно малых последовательностей произведение ограниченной последовательности на бесконечно малую последовательность, то есть последовательность с общим членом (1), является бесконечно малой последовательностью и, следовательно,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{n+1} \cos n = 0. \otimes$$

Непрерывность и предел функции

Пример 3.3.1.15. Вычислить предел функции в точке: $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x + 5)$.

Решение. Выбираем произвольную последовательность значений аргумента (x_n) , сходящуюся к 1, то есть такую, что $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 1$. Используем определение по Гейне:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x + 5) &= \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n^2 + x_n + 5) \\ &= 3 \lim_{n \rightarrow \infty} x_n^2 + \lim_{n \rightarrow \infty} x_n + \lim_{n \rightarrow \infty} 5 = 3 + 1 + 5 = 9. \otimes \end{aligned}$$

Пример 3.3.1.16. Показать, что $\lim_{x \rightarrow 6} (2x - 5) = 7$.

Решение. Выбираем произвольное $\varepsilon > 0$. Найдём для него такое $\delta > 0$, что из неравенства

$$|x - 6| < \delta \Rightarrow 6 - \delta < x < 6 + \delta. \quad (1)$$

будет следовать неравенство

$$|(2x - 5) - 7| < \varepsilon.$$

Производя тождественные преобразования, получаем:

$$\begin{aligned} |2x - 5 - 7| < \varepsilon &\Rightarrow |2x - 12| < \varepsilon \Rightarrow 2|x - 6| < \varepsilon \Rightarrow |x - 6| < \frac{\varepsilon}{2} \\ &\Rightarrow 6 - \frac{\varepsilon}{2} < x < 6 + \frac{\varepsilon}{2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Сравнивая (1) и (2), получаем, что

$$\delta = \frac{\varepsilon}{2}.$$

Последнее и доказывает, что $\lim_{x \rightarrow 6} (2x - 5) = 7. \otimes$

Пример 3.3.1.17. Показать, что

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{15x^2 - 2x - 1}{x - \frac{1}{3}} = 8.$$

Р е ш е н и е. По определению предела нужно чтобы выполнялось условие:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \left| x - \frac{1}{3} \right| < \delta \Rightarrow \left| \frac{15x^2 - 2x - 1}{x - \frac{1}{3}} - 8 \right| < \varepsilon.$$

Решаем неравенство

$$\left| \frac{15x^2 - 2x - 1}{x - \frac{1}{3}} - 8 \right| < \varepsilon \Leftrightarrow \left| \frac{15\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{5}\right)}{x - \frac{1}{3}} - 8 \right| < \varepsilon \Leftrightarrow$$

$$|15x - 5| < \varepsilon \Leftrightarrow \frac{1}{3} - \frac{\varepsilon}{15} < x < \frac{1}{3} + \frac{\varepsilon}{15}.$$

Таким образом, как только

$$x \in \left(\frac{1}{3} - \frac{\varepsilon}{15}, \frac{1}{3} \right) \cup \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3} + \frac{\varepsilon}{15} \right),$$

так сразу

$$\left| \frac{15x^2 - 2x - 1}{x - \frac{1}{3}} - 8 \right| < \varepsilon.$$

Из этого следует, что $\delta = \frac{\varepsilon}{15}$. Итак,

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \left| x - \frac{1}{3} \right| < \frac{\varepsilon}{15} \Rightarrow \left| \frac{15x^2 - 2x - 1}{x - \frac{1}{3}} - 8 \right| < \varepsilon,$$

а значит $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{15x^2 - 2x - 1}{x - \frac{1}{3}} = 8. \otimes$

Пример 3.3.1.18. Найти предел функции в точке: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{3x^2 + x - 4}.$

Решение. Непосредственно перейти к пределу в числителе и знаменателе нельзя, так как $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{3x^2 + x - 4} = \left[\frac{0}{0} \right]$, то есть получаем так называемую **неопределённость вида** $\frac{0}{0}$.

Для «раскрытия» этой неопределённости разложим числитель и знаменатель на множители, предварительно приравняв их к нулю $x^2 - 3x + 2 = 0, 3x^2 + x - 4 = 0$ и решив соответствующие квадратные уравнения. В результате получаем:

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{3x^2 + x - 4} = \frac{(x-2)(x-1)}{3(x-1)\left(x + \frac{4}{3}\right)}.$$

Так как $x \rightarrow 1$, но $x \neq 1$, то на множитель $(x-1)$, дающий в пределе $x \rightarrow 1$ нуль, можно сократить. В результате получаем:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{3x^2 + x - 4} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2)}{3\left(x + \frac{4}{3}\right)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\lim_{x \rightarrow 1} (x-2)}{\lim_{x \rightarrow 1} \left(x + \frac{4}{3}\right)} = -\frac{1}{7}. \otimes$$

Пример 3.3.1.19. Пользуясь определением непрерывности по Коши, показать, что функция $f(x) = 5x^2 + 5$ непрерывна в точке $x_0 = 8$.

Решение. Значение функции в точке $x_0 = 8$ равно $f(8) = 325$. По определению функция будет в точке $x_0 = 8$ непрерывной, если

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : |x - 8| < \delta \Rightarrow |5x^2 + 5 - 325| < \varepsilon.$$

Решаем последнее неравенство, чтобы найти промежуток числовой оси M такой, что как только $x \in M$, так сразу $|5x^2 + 5 - 325| < \varepsilon$. Имеем:

$$|5x^2 + 5 - 325| < \varepsilon \Rightarrow |5x^2 - 320| < \varepsilon \Rightarrow 64 - \frac{\varepsilon}{5} < x^2 < 64 + \frac{\varepsilon}{5} \Rightarrow \sqrt{64 - \frac{\varepsilon}{5}} < x < \sqrt{64 + \frac{\varepsilon}{5}}.$$

Таким образом,

$$x \in \left(\sqrt{64 - \frac{\varepsilon}{5}}, \sqrt{64 + \frac{\varepsilon}{5}} \right) \Rightarrow |5x^2 + 5 - 325| < \varepsilon,$$

а это и означает, что функция в точке $x_0 = 8$ непрерывна. $\otimes$

Пример 3.3.1.20. Найти и классифицировать точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x, & x \leq 0; \\ \cos x, & 0 < x < \frac{\pi}{2}; \\ 0, & x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Решение. Функция непрерывна в промежутках

$$(-\infty, 0], \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \left[\frac{\pi}{2}, +\infty\right).$$

Исследуем функцию в точках 0 и $\frac{\pi}{2}$.

Так как

$$\lim_{x \rightarrow 0-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0-0} (2 - x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 0+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0+0} \cos x = 1,$$

то $x = 0$ является точкой разрыва первого рода, в ней функция испытывает скачок

$$\lim_{x \rightarrow 0-0} f(x) - \lim_{x \rightarrow 0+0} f(x) = 2.$$

Далее имеем:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} \cos x = 0, \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}+0} 0 = 0.$$

Так как $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$, то

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}+0} f(x) = f\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

и функция в точке $x = \frac{\pi}{2}$ непрерывна. Таким образом, функция непрерывна на всей числовой

оси $\mathbb{R}$, кроме точки $x = 0$, которая является точкой разрыва первого рода. $\otimes$

Пример 3.3.1.21. Найти точки разрыва функции, определённой формулой

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3x^2 - 9}, & x \neq 3, \\ 1, & x = 3. \end{cases}$$

Если точки разрыва существуют, то дать их классификацию.

Решение. Вычислим односторонние пределы при $x \rightarrow 3$:

$$\lim_{x \rightarrow 3-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3-0} \frac{1}{3x^2 - 9} = \frac{1}{18};$$

$$\lim_{x \rightarrow 3+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3+0} \frac{1}{3x^2 - 9} = \frac{1}{18}.$$

Итак, пределы слева и справа существуют, равны, но не равны значению функции в точке $x = 3$:

$$\lim_{x \rightarrow 3-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3+0} f(x) = \frac{1}{18} \neq 1.$$

Имеем точку разрыва первого рода, а именно, точку устранимого разрыва. $\otimes$

Пример 3.3.1.22. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \sin x}{1 - \cos x}.$$

Решение. Непосредственно вычислить предел нельзя. Поэтому заметим, что

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \sin x = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) = 0.$$

Таким образом, функции в числителе и знаменателе при $x \rightarrow 0$ являются бесконечно малыми функциями.

Для нахождения предела их отношения заменим эти функции эквивалентными бесконечно малыми при $x \rightarrow 0$ функциями. Вспомним, что

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1,$$

то есть, $\sin x \approx x$ при $x \rightarrow 0$.

Далее, вспоминая, что $1 - \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$ и заменяя $\sin \frac{x}{2} \approx \frac{x}{2}$, получим, что

$$1 - \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2} \approx 2 \frac{x^2}{4} = \frac{x^2}{2}.$$

Теперь предел легко находится как предел отношения эквивалентных бесконечно малых функций:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \sin x}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot x}{\frac{x^2}{2}} = 4. \quad \otimes$$

Практическое занятие 2. Дифференцируемость

Дифференцируемость функции одного переменного

Пример 3. 2.1. Найти производную функцию и дифференциал для функции, определённой формулой

$$f(x) = 4x^5 - 25x^{1/5} - 2\sqrt{x^3} + 7\sqrt[4]{x^{17}}.$$

Р е ш е н и е. Для решения задачи используем правило вычисления производной суммы (дифференцируемых) функций, правило вычисления производной функции на число, а также табличную производную $(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$:

$$\begin{aligned} f' &= \left(4x^5 - 25x^{1/5} - 2\sqrt{x^3} + 7\sqrt[4]{x^{16}} \right)' = \\ &= \left(4x^5 - 25x^{1/5} - 2x^{3/2} + 7x^4 \right)' = 20x^4 - 5x^{-4/5} - 3x^{1/2} + \frac{119}{4}x^{13/4} = \\ &= 20x^4 - \frac{5}{\sqrt[5]{x^4}} - 3\sqrt{x} + \frac{119}{4}\sqrt[4]{x^{13}}. \end{aligned}$$

Так как дифференциал функции (в произвольной точке x) $df = f' dx$, то имеем:

$$df = \left(20x^4 + 9x^2 - \frac{5}{\sqrt[5]{x^4}} - 3\sqrt{x} + \frac{119}{4}\sqrt[4]{x^{13}} \right) dx. \otimes$$

Пример 3.2.2. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f = \frac{g_1}{g_2} = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x + 5}.$$

Р е ш е н и е. В этом примере следует воспользоваться правилом дифференцирования частного двух (дифференцируемых) функций

$$f' = \left(\frac{g_1}{g_2} \right)' = \frac{g_1' g_2 - g_1 g_2'}{g_2^2},$$

для чего вычислим сначала производные числителя и знаменателя:

$$f' = (x^2 - 2x + 3)' = 2x - 2, \quad g' = (x^2 + 2x + 5)' = 2x + 2$$

(здесь мы воспользовались тем, что согласно таблице производных производная постоянной равна нулю, а производная степенной функции вычисляется по формуле $(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$).

Теперь используем правило дифференцирования частного:

$$f' = \left[\frac{g_1}{g_2} \right]' = \frac{g_1' g_2 - g_1 g_2'}{g_2^2} = \left[\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x + 5} \right]' =$$

$$= \frac{(x-2)(x^2+2x+5) - (x^2-2x+3)(x+2)}{(x^2+2x+5)^2} =$$

$$= \frac{4x^2+4x-16}{(x^2+2x+5)^2} = 4 \frac{x^2+x-4}{(x^2+2x+5)^2}. \otimes$$

Пример 3.2.3. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = a^2 \cdot (x-a) \cdot (x^2+ax+a^2) + x^2 - 2bx + b^2,$$

и вычислить $f'(5)$ при $a=3$, $b=10$.

Решение. Имеем:

$$f'(x) = a^2 \cdot (x-a)' \cdot (x^2+ax+a^2) + x^2 - 2bx + b^2' =$$

$$= a^2(x^3 - a^3)' + (x^2 - 2bx + b^2)' = 3a^2x^2 + 2(x-b).$$

Далее получаем при $a=3$, $b=10$:

$$f'(5) = 3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 + 2 \cdot (5-10) = 675 - 10 = 665. \otimes$$

Пример 3.2.4. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{x^2 + 2 \cos x}{\sin x}.$$

Решение. Используя правило дифференцирования частного двух функций и табличные производные для синуса и косинуса, имеем:

$$f'(x) = \frac{d}{dx} \left[\frac{x^2 + 2 \cos x}{\sin x} \right] = \frac{(x^2 + 2 \cos x)' \sin x - (x^2 + 2 \cos x) \cos x}{\sin^2 x} =$$

$$= \frac{2x \sin x - x^2 \cos x - 2(\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin^2 x} = \frac{2x \sin x - x^2 \cos x - 2}{\sin^2 x} =$$

$$= \frac{2x}{\sin x} - x^2 \frac{\cos x}{\sin x} - \frac{2}{\sin^2 x}. \otimes$$

Пример 3.2.5. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}}.$$

Решение. Используя правило дифференцирования частного двух функций и формулу дифференцирования композиции функций

$$g \circ f' = g' \cdot f'$$

имеем:

$$\begin{aligned} f' &= \frac{e^{x-1} \sqrt{x^2+1} - (\sqrt{x^2+1})' e^{x-1}}{(\sqrt{x^2+1})^2} = \\ &= \frac{2\sqrt{x^2+1} - \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}} (x^2+1)' e^{x-1}}{x^2+1} = \\ &= \frac{2\sqrt{x^2+1} - \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}} 2x e^{x-1}}{x^2+1} = \frac{2x^2+2-2x^2+x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} = \\ &= \frac{x+2}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} = \frac{x+2}{(x^2+1)^{3/2}}. \quad \otimes \end{aligned}$$

Пример 3.2.6. Найти производную функцию для функции, действие которой определено формулой $f(x) = \ln(x+1+\sqrt{x^2+2x+3})$.

Решение. Используя правила рациональных операций с производными функций и табличную производную от логарифма, получаем:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \ln'(x+1+\sqrt{x^2+2x+3}) = \\ &= \frac{1}{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}} \cdot (x+1+\sqrt{x^2+2x+3})' = \\ &= \frac{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+3}} \cdot 2 \cdot (x+1)'}{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}} = \\ &= \frac{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}}{(x+1+\sqrt{x^2+2x+3}) \cdot (\sqrt{x^2+2x+3})} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+3}}. \quad \otimes \end{aligned}$$

Пример 3. 2.7. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}, \text{ и вычислить производные } f'(1/e), f'(e^2).$$

Решение. Сначала находим производную функцию:

$$f'(x) = \frac{d}{dx} \left(\frac{\ln x}{x} \right) = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}.$$

Вычисляем производные в указанных точках:

$$f'(1/e) = \frac{1 - \ln e}{e^2} = 0; \quad f'(e) = \frac{1 - \ln \left(\frac{1}{e} \right)}{\left(\frac{1}{e} \right)^2} = \frac{1 + 1}{\frac{1}{e^2}} = 2e^2;$$

$$f'(e^2) = \frac{1 - 2 \ln e}{e^4} = \frac{1 - 2}{e^4} = -e^{-4}. \quad \otimes$$

Пример 3. 2.8. Найти производную функцию $f''(x)$ для функции f , если $f(x) = e^{-x^2}$.

Решение. Используя формулу для нахождения производной сложной функции, имеем:

$$f'(x) = \left(e^{-x^2} \right)' = e^{-x^2} \cdot (-1) \cdot 2x = -2x \cdot e^{-x^2},$$

$$\begin{aligned} f''(x) &= \left(-2x \cdot e^{-x^2} \right)' = -2 \cdot e^{-x^2} - 2x \cdot \left(2x \cdot e^{-x^2} \right) = (-2x^2 - 2) \cdot e^{-x^2} = \\ &= -2 \cdot (x^2 + 1) \cdot e^{-x^2}. \quad \otimes \end{aligned}$$

Пример 3. 2.9^{*}. Найти производную функцию $f'''(x)$ для функции f , если $f(x) = x^2 \cdot \sin x$.

Решение. Используя формулу для нахождения производной сложной функции, имеем:

$$f'(x) = \left(x^2 \cdot \sin x \right)' = 2x \sin x + x^2 \cos x;$$

$$f''(x) = 2 \sin x + 4x \cos x - x^2 \sin x;$$

$$f'''(x) = 6 \cos x - 6x \sin x - x^2 \cos x. \quad \otimes$$

Логарифмическое дифференцирование

Рассмотрим случай мультипликативных функций, которые могут быть записаны в виде

$$\forall x \in M$$

$$f(x) = g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \dots g_m^{\alpha_m}(x),$$

где $M \subset \mathbb{R}^1$ – общее множество определения для функций $g_k^{\alpha_k}(x)$, а числа α_k , $k = 1, 2, \dots, m$ – показатели степени. Предположим, что функция f удовлетворяет условию

$$\forall x \in M \quad f(x) > 0.$$

Найти производную функции $f(x)$ очевидно, затруднительно даже для малых $k = 1, 2, \dots, m$. Поступим следующим образом.

Введём новую функцию:

$$u(x) = \ln f(x) = \ln [g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \dots g_m^{\alpha_m}(x)].$$

Нетрудно видеть, что эта функция имеет вид

$$\begin{aligned} u(x) &= \ln f(x) = \ln [g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \dots g_m^{\alpha_m}(x)] \\ &= \alpha_1 \ln g_1(x) + \alpha_2 \ln g_2(x) + \dots + \alpha_m \ln g_m(x). \end{aligned}$$

Дифференцируя функцию

$$u(x) = \ln f(x)$$

с учётом последнего равенства, получаем:

$$u'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} \Rightarrow f'(x) = f(x) u'(x);$$

$$u'(x) = \alpha_1 \frac{g_1'(x)}{g_1(x)} + \alpha_2 \frac{g_2'(x)}{g_2(x)} + \dots + \alpha_m \frac{g_m'(x)}{g_m(x)}.$$

Из последних двух равенств следует, что

$$\begin{aligned} f'(x) &= f(x) u'(x) = \\ &= g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \dots g_m^{\alpha_m}(x) \left[\alpha_1 \frac{g_1'(x)}{g_1(x)} + \alpha_2 \frac{g_2'(x)}{g_2(x)} + \dots + \alpha_m \frac{g_m'(x)}{g_m(x)} \right]. \end{aligned}$$

Выражение

$$u' = \left(\ln f(x) \right)' = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

называется *логарифмической производной функции* $f(x)$.

Пример 3. 2.10. Найти производную функцию для функции

$$f(x) = \frac{x}{(x+1)(x+2)}.$$

Решение. Имеем:

$$u = \ln f = \ln x - \ln(x+1) - \ln(x+2).$$

Далее получаем:

$$u' = \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} = \frac{-(x^2-2)}{x \cdot (x+1)(x+2)}.$$

Используя формулу для логарифмической производной, имеем

$$\begin{aligned} f'(x) &= f(x) u'(x) = \\ &= \frac{x}{(x+1)(x+2)} \cdot \frac{-(x^2-2)}{x \cdot (x+1)(x+2)} = \frac{-(x^2-2)}{(x+1)^2 \cdot (x+2)}. \quad \otimes \end{aligned}$$

Пример 3. 2.11 *. Найти производную функцию для функции

$$f(x) = x^2 \cdot \sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}.$$

Решение. Логарифмируя имеем:

$$u(x) = \ln f(x) = 2 \ln x + \frac{1}{2} \ln(2x-1) - \frac{1}{2} \ln(x+1).$$

Откуда получаем

$$\begin{aligned} u'(x) &= \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{2}{x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{2x-1} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x+1} = \frac{8x^2+7x-4}{2 \cdot x \cdot (x+1)(2x-1)}, \\ f'(x) &= x^2 \sqrt{\frac{2x-1}{x+1}} \cdot \frac{8x^2+7x-4}{2 \cdot x \cdot (x+1)(2x-1)} = \frac{x \cdot (8x^2+7x-4)}{2 \cdot (x+1)(2x-1)} \sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}. \quad \otimes \end{aligned}$$

Если функция, определённая формулой $y = f(x)$, задана неявно, то есть посредством уравнения $F(x, y) = 0$, то для нахождения производной функции нужно продифференцировать это уравнение (то есть, обе его части) по x , помня, что $y = f(x)$, и разрешить уравнение относительно y' .

Пример 3. 2.12. Найти первую производную функцию для функции $y = f(x)$, заданной неявно уравнением

$$y = \cos(x + y).$$

Решение. Дифференцируем обе части уравнения

$$y = \cos(x + y),$$

помня, что $y = f(x)$, получаем:

$$y' = (\cos(x + y))' = -\sin(x + y) \cdot (x + y'),$$

откуда имеем $y' = \frac{-\sin(x + y)}{1 + \sin(x + y)}$. $\otimes$

Пример 3. 2.13. Найти вторую производную функцию для функции $y = f(x)$, заданной неявно уравнением

$$y^3 - 3y + 3x = 1.$$

Решение. Дифференцируя по x обе части уравнения, имеем

$$3y^2 y' - 3y' + 3 = 0 \Rightarrow y^2 y' - y' + 1 = 0,$$

откуда

$$y' = \frac{1}{1 - y^2}.$$

Дифференцируя ещё раз, получаем

$$2yy' y' + y^2 y'' - y'' = 0,$$

откуда имеем

$$y'' = \frac{2y y'^2}{1 - y^2}.$$

Заменяя y' полученным выше выражением, получаем окончательно:

$$y'' = \frac{2y \psi'(\tau)}{1 - y^2} = \frac{2y}{-y^2} \cdot \otimes$$

Дифференцирование функций, заданных параметрически

Пусть функция $y = f(\tau)$ задана параметрически, то есть

$$\begin{cases} y = \psi(\tau), \\ x = \varphi(\tau). \end{cases}$$

Тогда

$$dy = \psi'(\tau) d\tau, \quad dx = \varphi'(\tau) d\tau,$$

откуда имеем:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\psi'(\tau)}{\varphi'(\tau)} \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\frac{d}{d\tau} \left(\frac{dy}{dx} \right)}{\frac{dx}{d\tau}} = \frac{\frac{d}{d\tau} \left(\frac{\psi'(\tau)}{\varphi'(\tau)} \right)}{\varphi'(\tau)}.$$

Пример 3. 2.14. Найти первую и вторую производную функцию для функции y , заданной параметрически

$$\begin{cases} y = t^2 - 1, \\ x = t^3 + 5. \end{cases}$$

Решение. Непосредственно находим:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y'(\tau)}{x'(\tau)} = \frac{2}{3t^2}; \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\frac{d}{d\tau} \left(\frac{dy}{dx} \right)}{\frac{dx}{d\tau}} = \frac{\frac{d}{d\tau} \left(\frac{2}{3t^2} \right)}{2t} = -\frac{2}{3t^2}.$$

Так как из второго уравнения для x имеем $t = \sqrt[3]{x-5}$, откуда получаем:

$$y_x'' = \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{2}{3 \cdot \sqrt[3]{x-5}}. \otimes$$

Пример 3. 2.15^{*}. Найти первую производную функцию для функции y , заданной параметрически

$$\begin{cases} y = 3 \sin t, \\ x = 3 \cos t. \end{cases}$$

Решение. Имеем: $\frac{dy}{dx} = \frac{y'}{x'} = -\frac{3 \cos t}{3 \sin t} = -\operatorname{ctgt}. \otimes$

Понятие дифференциала функции. Приближённые вычисления

Пример 3.2.16. Найти дифференциал функции, определённой формулой

$$y = \frac{3 \cdot \cos x}{2x + 1}.$$

Решение. Находим дифференциал функции y , используя определение:

$$dy = y' dx = -3 \frac{2x \sin x + \sin x + 2 \cos x}{(x + 1)^2} dx. \otimes$$

Пример 3.2.17. Найти дифференциал функции, определённой формулой

$$y = e^{x^3}.$$

Решение. Путём непосредственного дифференцирования получаем:

$$dy = y' dx = (e^{x^3})' = 3x^2 e^{x^3} dx. \otimes$$

Пример 3.2.18. Найти дифференциалы первого, второго и третьего порядков функции, определённой формулой

$$y = f(x) = x^2 - 3.$$

Решение. Для первого дифференциала имеем:

$$df = 5 \cdot (x^2 - 3) \cdot 4x \cdot dx = 20x(x^2 - 3) dx.$$

Аналогично, для второго и третьего дифференциалов получаем:

$$\begin{aligned} d^2 df &= 10x(x^2 - 3) \cdot dx^2 = 60 \cdot (x^2 - 3) \cdot x^2 \cdot dx^2; \\ d^3 df &= 12 \cdot x \cdot (x^2 - 3) \cdot (x^2 - 1) + 12 \cdot x \cdot (x^2 - 3) \cdot dx^3 = \\ &= 720x \cdot (x^2 - 3) \cdot (x^2 - 4) \cdot dx^3 = \\ &= 2880 \cdot x \cdot (x^2 - 3) \cdot (x^2 - 1) \cdot dx^3. \otimes \end{aligned}$$

Пример 3. 2.19. Вычислить приближённо $\sin 32^0$.

Решение. Используя приближённую формулу

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0),$$

получаем:

$$f(x) \approx f(x_0) + \frac{df}{dx}(x_0)(x - x_0) = f(x_0) + df(x_0).$$

Определяя функцию f формулой $f(x) = \sin x$, видим, что нам нужно вычислить значение

$f(x)$ в точке $x = 32^0$ при $x_0 = 30^0$, или в радианах $x = \frac{\pi}{180} \cdot 32$, $x_0 = \frac{\pi}{6}$. Учитывая,

что $\frac{d \sin x}{dx} = \cos x$, имеем:

$$\sin x \approx \sin x_0 + \cos x_0 \cdot (x - x_0),$$

или

$$\begin{aligned} \sin 32^0 &\approx \sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{6} \cdot \left(\frac{32}{180} \cdot \pi - \frac{\pi}{6} \right) = \\ &= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\pi}{90} \approx 0,5 + \frac{1,73 \cdot 3,14}{90} \approx 0,5 + 0,03 = 0,53. \end{aligned}$$

Для сравнения табличное значение с точностью до четырёх знаков $\sin 32^0 = 0,5299$.

⊗

Пример 3. 2.20*. Вывести приближённую формулу

$$\sqrt{a^2 + h} \approx a + \frac{h}{2a}.$$

Найти приближённо значения $\sqrt{101}$, $\sqrt{1,04}$.

Решение. Рассмотрим функцию f , определив её формулой $f(x) = \sqrt{x}$. По приближённой формуле

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

имеем:

$$\sqrt{x_0 + \Delta x} \approx \sqrt{x_0} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x_0}} \cdot \Delta x.$$

Полагая здесь $x_0 = a^2$, $\Delta x = h$, получаем требуемую формулу:

$$\sqrt{a^2 + h} \approx \sqrt{a^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^2}} \cdot h = a + \frac{h}{2a}.$$

Вычислим $\sqrt{101}$ и $\sqrt{1,04}$:

$$\sqrt{101} = \sqrt{100 + 1} = \sqrt{10^2 + 1} \approx 10 + \frac{1}{20} = 10,05;$$

$$\sqrt{1,04} = \sqrt{1 + 0,04} \approx 1 + \frac{0,04}{2} = 1,02. \otimes$$

Пример 3.2.21^{*}. Найти приближённо приращение

$$\Delta f(x) = f(x) - f(x_0)$$

функции, определённой формулой $y = x^2$ при $x_0 = 2$, $\Delta x = x - x_0 = 0,01$.

Решение. Из приближённой формулы

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

имеем

$$f(x) - f(x_0) \approx \frac{df}{dx}(x_0)(x - x_0) = df(x_0).$$

Подставляя в формулу $x_0 = 2$, $\Delta x = x - x_0 = 0,01$, получаем:

$$\Delta f(x) = f(x) - f(x_0) = (2 + 0,01)^2 - 2^2 \approx 2 \cdot 2 \cdot 0,01 = 0,04. \otimes$$

Практическое занятие 3. Основные теоремы дифференциального исчисления

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши

Пример 3.3.1. Выяснить, удовлетворяет ли функция, заданная формулой

$$f(x) = 3 - x^2$$

условиям теоремы Ферма на промежутке $(-1, 4)$.

Р е ш е н и е. Данная функция на промежутке $(-\infty; 4]$ монотонно убывает и, следовательно, достигает своего максимума в точке 1, а минимума в точке 4. Следовательно, в промежутке $(-\infty; 4]$ не существует точки x_0 локального экстремума, в которой $f'(x_0) = 0$. Поэтому данная функция условиям теоремы Ферма на данном промежутке не удовлетворяет. $\otimes$

Пример 3.3.2. Выяснить, удовлетворяет ли функция, определённая формулой

$$f(x) = 3 + 2x - x^2,$$

на промежутке $[1; 4]$ условиям теоремы Ферма. Если функция условиям теоремы Ферма удовлетворяет, найти точку $x_0 \in (1; 4)$, в которой $f'(x_0) = 0$.

Р е ш е н и е. На промежутке $(1; 4)$ функция дифференцируема, следовательно $\forall x_0 \in (1; 4) f'(x_0) = 0$. Находим эту точку:

$$f'(x) = 2 - 2x \Rightarrow 2 - 2x_0 = 0 \Rightarrow x_0 = 1. \otimes$$

Пример 3.3.3. Выяснить, удовлетворяет ли функция, определённая формулой

$$f(x) = x^2 + 6x - 35,$$

на промежутке $[-5; -1]$ условиям теоремы Ролля. Если функция условиям теоремы Ролля удовлетворяет, найти точку $x_0 \in (-5; -1)$, в которой $f'(x_0) = 0$.

Р е ш е н и е. Функция представляет собой многочлен, который непрерывен и дифференцируем на всей числовой оси. Кроме этого, имеем

$$f(-5) = f(-1) = -40.$$

Поэтому условия теоремы Ролля для данной функции выполнены, следовательно точка $x_0 \in (-5; -1)$, в которой $f'(x_0) = 0$, существует. Найдём её:

$$f'(x_0) = 0 \Rightarrow 2x_0 + 6 = 0 \Rightarrow x_0 = -3. \otimes$$

Пример 3.3.4. На дуге кривой, определяемой уравнением

$$y = x^3 - 3x$$

найти точку, в которой касательная параллельна хорде, проходящей через точки $A(-1; 2)$ и $B(6; 18)$.

Р е ш е н и е. Функция определена на промежутке $[-1; 3]$, непрерывна на этом промежутке и дифференцируема на открытом промежутке $(-1; 3)$. Условия теоремы

Лагранжа выполнены. Следовательно, по теореме Лагранжа найдётся такая точка $x_0 \in (-1, 3)$, что

$$f'(x_0) = \frac{f(3) - f(-1)}{3 - (-1)} = 4.$$

Так как $f'(x) = x^3 - 3x = 3x^2 - 3$, то имеем $3x^2 - 3 = 4$. Из этого уравнения находим $x_{01} = +\sqrt{\frac{7}{3}}$, $x_{02} = -\sqrt{\frac{7}{3}}$. Так как из этих двух точек $x_{01} \in (-1, 3)$ а

$$x_{02} \notin (-1, 3), \text{ то } x_0 = x_{01} = \sqrt{\frac{7}{3}}. \otimes$$

Пример 3.3.5. В какой точке касательная к кривой, определённой уравнением

$$y = f(x) = x^2 - 8x,$$

параллельна хорде, стягивающей точки $A(-1; 9)$, $B(6; -15)$.

Решение. На промежутке $[-1, 5]$ функция удовлетворяет условиям теоремы Лагранжа. Поэтому имеем:

$$\frac{f(6) - f(-1)}{5 - (-1)} = \frac{-24}{6} = -4 \Rightarrow f'(x_0) = 2x_0 - 8 = -4 \Rightarrow x_0 = 2.$$

Подставляя это значение x в формулу для функции, получаем

$$y = f(x) = -12.$$

Таким образом, искомой является точка $C(2; -12)$. $\otimes$

Пример 3.3.6. Проверить справедливость теоремы Коши для функций, заданных формулами

$$f(x) = x^3, \quad g(x) = x^2$$

на промежутке $[1, 2]$. Если теорема Коши справедлива, найти точку x_0 , в которой выполняется равенство

$$\frac{f(2) - f(1)}{g(2) - g(1)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}.$$

Решение. Обе функции непрерывны на промежутке $[1, 2]$ и дифференцируемы на промежутке $(1, 2)$, причём $\forall x \in (1, 2) g'(x) \neq 0$. Поэтому условия теоремы Коши выполнены. Так как

$$f'(x) = 3x^2, \quad g'(x) = 2x,$$

то из условия

$$\frac{f(2) - f(1)}{g(2) - g(1)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)} = \frac{7}{3}$$

находим

$$\frac{f'(x_0)}{g'(x_0)} = \frac{3x_0^2}{2x_0} = \frac{3}{2}x_0 = \frac{7}{3} \Rightarrow x_0 = \frac{14}{9}. \quad \otimes$$

Пример 3.3.7. Проверить справедливость теоремы Коши для функций, заданных формулами

$$f(x) = x^2 - 2x + 3, \quad g(x) = x^3 - 7x^2 + 20x - 5$$

на промежутке $[1, 4]$. Если теорема Коши справедлива, найти точку x_0 , в которой выполняется равенство

$$\frac{f(4) - f(1)}{g(4) - g(1)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}.$$

Решение. Обе функции на данном промежутке непрерывны и дифференцируемы. Производные функций, соответственно равны

$$f'(x) = 2x - 2, \quad g'(x) = 3x^2 - 14x + 20.$$

Кроме этого, производная функции g в точках промежутка $(1, 4)$ не обращается в нуль, так как для дискриминанта уравнения $3x^2 - 14x + 20 = 0$ имеем

$$D = b^2 - 4ac = -44 < 0 \quad (\text{график функции } g \text{ не имеет точек пересечения с осью } OX).$$

Следовательно, теорема Коши для данных функций справедлива. Поэтому имеем:

$$\frac{f(4) - f(1)}{g(4) - g(1)} = \frac{11 - 2}{27 - 9} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2x_0 - 2}{3x_0^2 - 14x_0 + 20} = \frac{1}{2}.$$

Откуда получаем

$$x_0^2 - 6x_0 + 8 = 0 \Rightarrow x_{01} = 4, \quad x_{02} = 2$$

Так как из этих двух точек промежутку $(4, \infty)$ принадлежит только точка $x_{02} = 2$, то она и является искомой точкой. $\otimes$

Правила Лопиталья

Пример 3.3.8. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}$.

Решение. Имеем неопределённость

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)} = \left[\frac{0}{0} \right].$$

Применяя правило Лопиталья, получаем:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + x^{-x}}{\frac{1}{1+x}} = \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x^{-x}) \cdot (1+x) = 2. \otimes$$

Пример 3.3.9. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3}$.

Решение. Имеем неопределённость

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right].$$

Применяя правило Лопиталья, получаем:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4x + 1}{9x^2 - 2x - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x + 4}{18x - 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6}{18} = \frac{1}{3}. \otimes$$

Пример 3.3.10. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^3 \cdot e^x$.

Решение. Имеем неопределённость вида $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^3 \cdot e^x = \infty \cdot 0$. Для раскрытия

неопределённости заменим переменную:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^3 \cdot e^x = e^3 = -t \quad \lim_{t \rightarrow \infty} t^3 \cdot e^{-t} = - \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^3}{e^t} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right].$$

Применяя правило Лопиталья, получаем:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 \cdot e^x) = -\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^3}{e^t} = -\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{3t^2}{e^t} = -\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{6t}{e^t} = -6 \cdot \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{e^t} = 0. \otimes$$

Пример 3.3.11. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$.

Решение. Имеем неопределённость вида $\left[\frac{\infty}{\infty} \right]$. Для раскрытия неопределённости приводим выражения, стоящие в скобках, к общему знаменателю:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x-1-\ln x}{x \cdot \ln x - \ln x} \right).$$

Получаем неопределённость вида $\left[\frac{0}{0} \right]$. Применяя правило Лопиталя два раза, имеем:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right) &= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x-1-\ln x}{x \cdot \ln x - \ln x} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1 - \frac{1}{x}}{\ln x + 1 - \frac{1}{x}} \right) = \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x \cdot \ln x + 1 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\ln x + 2} = \frac{1}{2}. \otimes \end{aligned}$$

Формула Тейлора и формула Маклорена

Пример 3.3.12. Разложить многочлен

$$P(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1$$

по степеням $x-1$ по формуле Тейлора.

Решение. В нашем случае формула Тейлора имеет вид:

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x-x_0)^k = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!} (x-x_0) + \\ &+ \frac{f''(x_0)}{2!} (x-x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x-x_0)^n, \end{aligned}$$

где $x_0 = 1$. Находим значение многочлена и его производных в точке $x_0 = 1$:

$$\begin{aligned}
P(x) &= x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1, & P'(x) &= 0; \\
P'(x) &= 5x^4 - 8x^3 + 3x^2 - 2x + 2, & P''(x) &= 0; \\
P''(x) &= 20x^3 - 24x^2 + 6x - 2, & P'''(x) &= 0; \\
P'''(x) &= 60x^2 - 48x + 6, & P^{(4)}(x) &= 18; \\
P^{(4)}(x) &= 120x - 48, & P^{(5)}(x) &= 72; \\
P^{(5)}(x) &= 120, & P^{(6)}(x) &= 120.
\end{aligned}$$

Подставляя найденные производные в формулу Тейлора, получаем:

$$P(x) = 3 \cdot (x-1)^3 + 3 \cdot (x-1)^4 + (x-1)^5. \otimes$$

Пример 3.3.13. Разложить многочлен

$$P(x) = x^4 + 2x^3 - 8x^2 + 4x + 4$$

по степеням $x+1$ по формуле Тейлора.

Решение. Вычисляя значение многочлена и его производных в точке $x_0 = -1$, получаем:

$$\begin{aligned}
P(x) &= x^4 + 2x^3 - 8x^2 + 4x + 4, & P(-1) &= -9; \\
P'(x) &= 4x^3 + 6x^2 - 16x + 4, & P'(-1) &= 22; \\
P''(x) &= 12x^2 + 12x - 16, & P''(-1) &= -16; \\
P'''(x) &= 24x + 12, & P'''(-1) &= -12; \\
P^{(4)}(x) &= 24, & P^{(4)}(-1) &= 24.
\end{aligned}$$

Подставляя найденные производные в формулу Тейлора, получаем:

$$\begin{aligned}
P(x) &= -9 + \frac{22}{1!} \cdot (x+1) + \frac{-16}{2!} \cdot (x+1)^2 + \frac{-12}{3!} \cdot (x+1)^3 + \\
&+ \frac{24}{4!} \cdot (x+1)^4 = -9 + 22 \cdot (x+1) - 8 \cdot (x+1)^2 - \\
&- 2 \cdot (x+1)^3 + (x+1)^4. \quad \otimes
\end{aligned}$$

Пример 3.3.14. Представить функцию $f(x) = e^x$ в виде разложения по формуле Маклорена.

Решение. Формула Маклорена имеет вид:

$$f(x) = f(x_0) + \sum_{k=1}^n \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \frac{x^k}{k!} + \frac{d^{n+1} f}{dx^{n+1}}(x_0) \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}.$$

Очевидно выполнение равенств: $\forall n \in \mathbb{N}$

$$f'(x) = \frac{df}{dx}(x) = \frac{d^2 f}{dx^2}(x) = \dots = \frac{d^n f}{dx^n}(x) = e^0 = 1.$$

Кроме этого, очевидно, что $\frac{d^{n+1} f}{dx^{n+1}}(x) = e^x$.

Тогда формула Маклорена с остаточным членом в форме Лагранжа принимает вид:

$$e^x = 1 + \sum_{k=1}^n \frac{x^k}{k!} + e^\xi \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}.$$

В этой формуле можно положить $\xi = \theta \cdot x$, где $0 < \theta < 1$. $\otimes$

Приведём вид формулы Тейлора с остаточным членом в форме Пеано:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{df}{dx}(x_0) \frac{x - x_0}{1!} + \frac{d^2 f}{dx^2}(x_0) \frac{(x - x_0)^2}{2!} + \dots +$$

$$+ \frac{d^n f}{dx^n}(x_0) \frac{(x - x_0)^n}{n!} + \frac{d^{n+1} f}{dx^{n+1}}(x_0) \frac{(x - x_0)^{n+1}}{(n+1)!}.$$

Здесь многочлен Тейлора

$$T_n(x, x_0) = \sum_{k=0}^n \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \frac{(x - x_0)^k}{k!} = f(x_0) + \frac{df}{dx}(x_0) \frac{(x - x_0)}{1!} +$$

$$+ \frac{d^2 f}{dx^2}(x_0) \frac{(x - x_0)^2}{2!} + \dots + \frac{d^n f}{dx^n}(x_0) \frac{(x - x_0)^n}{n!},$$

а остаточный член в форме Лагранжа

$$R_n(x, n) = f(x) - T_n(x, x_0) = f(x) - \sum_{k=0}^n \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \frac{(x - x_0)^k}{k!}.$$

При условии $\Delta x \rightarrow 0$ выполняется

$$R_n(x, n) = f(x) - T_n(x, x_0) = o((x - x_0)^n) = o((\Delta x)^n).$$

Теперь формулу Тейлора можно записать в виде

$$f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \frac{(x-x_0)^k}{k!} + o((x-x_0)^n).$$

Последняя форма записи называется *формулой Тейлора с остаточным членом в форме Пеано*.

Пример 3.3.15. Разложить функцию $f(x) = \sin x$ по формуле Маклорена.

Решение. Рассмотрим производные функции $f(x) = \sin x$ в точке x :

$$\frac{d}{dx} \sin x = \cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \sin x = \frac{d}{dx} \cos x = -\sin x = \sin\left(x + 2\frac{\pi}{2}\right);$$

.....;

$$\frac{d^k}{dx^k} \sin x = \sin\left(x + k\frac{\pi}{2}\right).$$

Кроме этого, имеем

$$\frac{d^{2n+1}}{dx^{2n+1}} \sin x = \sin\left(x + (2n+1)\frac{\pi}{2}\right) = (-1)^n \cos x.$$

Действительно, видим, что

$$\sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2} + \theta x\right) = \sin\left(n\pi + \frac{\pi}{2} + \theta x\right) = (-1)^n \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta x\right) = (-1)^n \cos \theta x$$

Здесь мы положили $\xi = \theta x$, где $0 < \theta < 1$, $x \in [a, b]$.

Формула Маклорена принимает вид

$$\begin{aligned} \sin x &= \sin 0 + \frac{1}{1!}x + 0 - \frac{x^3}{3!} + 0 + \frac{x^5}{5!} + 0 - \frac{x^7}{7!} + \dots + \\ &+ (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \alpha \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} = \\ &= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \cos \theta x. \end{aligned}$$

В виде разложения по формуле Маклорена с остаточным членом в форме Пеано это разложение записывается так:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + o(x^{2n}). \quad \otimes$$

Аналогично можно получить и разложение по формуле Маклорена функции $f(x) = \cos x$:

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n+1}).$$

Пример 3.3.16. Найти предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3}$.

Решение. Записываем для $\sin x$ разложение по формуле Маклорена

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + o(x^4).$$

Подставляя это разложение, имеем:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \frac{x^3}{3!} - x + o(x^4)}{x^3} = -\frac{1}{3!} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{o(x^4)}{x^3} = -\frac{1}{6}. \quad \otimes$$

Пример 3.3.17. Найти предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{x^2}{2}} - \cos x}{x^3 \cdot \sin x}$.

Решение. Используем разложение для e^x , $\sin x$ и $\cos x$. Получаем:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{x^2}{2}} - \cos x}{x^3 \cdot \sin x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{8} + o(x^4)}{x^3 \cdot (x + \alpha x^3 + o(x^5))} \cdot \frac{1 + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24}}{x^4 + o(x^5)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x^4}{8} - \frac{x^4}{24} + o(x^4)}{x^4 + o(x^5)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{8} - \frac{1}{24} + \frac{o(x^4)}{x^4}}{1 + \frac{o(x^5)}{x^4}} = \frac{1}{12}. \quad \otimes \end{aligned}$$

Промежутки монотонности функции

Пример 3.4.1. Найти промежутки монотонности функции, определённой формулой

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 2.$$

Решение. Множеством определения функции является вся числовая ось. Находим первую производную функции

$$f' = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x^2 + 2x - 3) = 3(x + 1)(x - 1).$$

Поэтому имеем:

$$f' > 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 > 0 \Rightarrow 3 \cdot (x + 1)(x - 1) > 0;$$

$$f' < 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 < 0 \Rightarrow 3 \cdot (x + 1)(x - 1) < 0.$$

Корни уравнения

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

есть

$$x_1 = -3, x_2 = 1.$$

График функции – парабола, ветви которой направлены вверх, а вершина находится в точке с координатами $x_0 = -1$, $y_0 = -12$. Следовательно, неравенство $f' > 0$ выполняется при $x < -3$ и $x > 1$, а неравенство $f' < 0$ при $-3 < x < 1$.

На множестве $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$ функция строго монотонно возрастает, а на множестве $(-3, 1)$ строго монотонно убывает. $\otimes$

Пример 3.4.2. Предприятие производит x единиц продукции в месяц. Зависимость финансовых накоплений предприятия от объёма выпуска выражается формулой

$$\Phi = -0,01 \cdot x^3 + 300 \cdot x - 500.$$

Определить количество единиц продукции, начиная с которого финансовые накопления предприятия начинают убывать.

Решение. Производная от Φ равна:

$$\Phi' = -0,03 \cdot x^2 + 300.$$

Финансовые накопления убывают, если

$$\Phi' = -0,03 \cdot x^2 + 300 < 0,$$

откуда имеем $x^2 - 10000 > 0$. Из последнего неравенства получаем: $x_1 > 100$, $x_2 < -100$. Имеет экономический смысл только неравенство $x_1 > 100$. Следовательно, при $x > 100$ финансовые накопления предприятия начинают убывать, то есть повышать выпуск продукции свыше 100 единиц становится экономически не выгодно. $\otimes$

Схема исследования функции на локальные экстремумы с помощью первой производной

Пример 3.4.3. Исследовать на наличие локальных экстремумов функцию, заданную формулой $f(x) = x^3 - 5x + 2$.

Решение. 1) Производная функция для функции f есть

$$f'(x) = 3x^2 - 5.$$

2) Находим критические точки функции, решая уравнение

$$3x^2 - 5 = 0.$$

Корни уравнения (критические точки) есть $x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}$, $x_2 = +\sqrt{\frac{5}{3}}$.

3) Выясняем вопрос о наличии локальных экстремумов функции согласно теореме, для чего определяем знаки производной $f'(x)$ справа и слева от каждой критической точки, результаты заносим в таблицу:

x	$x < -\sqrt{\frac{5}{3}}$	$x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}$	$-\sqrt{\frac{5}{3}} < x < \sqrt{\frac{5}{3}}$	$x_2 = \sqrt{\frac{5}{3}}$	$x > \sqrt{\frac{5}{3}}$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
f		Максимум $f(x_1) = 6,3$		Минимум $f(x_2) = -2,3$	

4. Вычисляем значения функции в точках x_1, x_2 и результаты вычислений тоже заносим в таблицу.

Получаем следующий результат: функция имеет в точке $x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}$ локальный

максимум $f(x_1) = 6,3$, а в точке $x_2 = +\sqrt{\frac{5}{3}}$ – локальный минимуму $f(x_2) = -2,3$. $\otimes$

Пример 3.4.4. Найти экстремумы функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 4x + 3.$$

Решение. Множеством определения функции является вся числовая ось R .

1) Находим производную функции:

$$f'(x) = x^2 + 5x + 4.$$

2) Находим критические точки функции, для чего решаем уравнение

$$x^2 + 5x + 4 = 0.$$

В результате решения имеем корни: $x_1 = -1$, $x_2 = -4$. Критические точки разбивают R^1 на промежутки

$$-\infty < x < -4, -4 < x < -1, -1 < x < \infty.$$

3) Исследуем поведение первой производной функции в полученных промежутках:

в промежутке $(-\infty, -4)$ имеем $y' > 0$;

в промежутке $(-4, -1)$ имеем $y' < 0$;

в промежутке $(-1, \infty)$ имеем $y' > 0$.

Следовательно, в точке -4 имеем **максимум**; в точке -1 имеем **минимум**.

4) Вычисляем экстремальные значения функции:

$$\max f(x) = f(-4) \approx 5,67; \min f(x) = f(-1) = 1,17. \otimes$$

Пример 3.4.5. Найти экстремумы функции, определённой формулой

$$f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 10.$$

Решение. 1) Находим производную функции:

$$f'(x) = 15x^4 - 15x^2.$$

2) Находим критические точки функции, для чего решаем уравнение

$$15x^4 - 15x^2 = 0, x^4 - x^2 = 0, x^2 \cdot (x-1)(x+1) = 0.$$

Имеем три корня: $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = -1$.

3) Находим вторую производную функцию:

$$f''(x) = 60 \cdot x^3 - 30 \cdot x.$$

4) Находим вторую производную в критических точках:

$$f''(0) = 0; f''(1) = 30; f''(-1) = -30.$$

В точке $x_2 = 1$ функция имеет **минимум**, а в точке $x_3 = -1$ - **максимум**. В точке $x_1 = 0$ функция экстремума не имеет, так как первая производная при переходе через эту точку не меняет своего знака. $\otimes$

Промежутки выпуклости и вогнутости и асимптоты графика функции

Пример 3.4.6. Найти промежутки выпуклости и вогнутости и точки перегиба графика функции, заданной формулой:

$$f(x) = x^2 + 7x^{\frac{1}{3}} - 5x - 8.$$

Решение. Множество определения функции $M = R$. Преобразованная формула

$$f(x) = x^2 + 7 \cdot x^{\frac{1}{3}} - 5x - 8.$$

1) Находим нули и точки разрыва второй производной функции, для чего находим

$$f''(x):$$

$$f'(x) = \frac{7}{3} \cdot x^{\frac{4}{3}} + \frac{28}{3} \cdot x^{-\frac{2}{3}} - 5;$$

$$f''(x) = \frac{28}{9} \cdot x^{\frac{1}{3}} + \frac{28}{9} \cdot x^{-\frac{2}{3}} = \frac{28}{9} \cdot \frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2}}.$$

Очевидно, что точка $x = -1$ является нулём второй производной $f''(x)$, а точка $x = 0$ является точкой разрыва второго рода второй производной $f''(x)$. Эти точки делят множество определения функции $f(x)$ на промежутки

$$(-\infty, -1), (-1, 0), (0, +\infty).$$

2) Определяем знак второй производной в полученных промежутках:

$$\forall x \in (-\infty, -1) f'' < 0;$$

$$\forall x \in (-1, 0) f'' > 0;$$

$$\forall x \in (0, +\infty) f'' > 0.$$

Следовательно: на $(-\infty, -1)$ график функции **выпуклый**; на $(-1, 0) \cup (0, +\infty)$ график функции **вогнутый**.

3) Так как функция в точке $x_0 = -1$ определена, а $f''(-1) = 0$, то в точке $x_0 = -1$ график функции испытывает перегиб, а точка

$$(-1; f(-1)) = (-1; 3)$$

является точкой перегиба графика функции. $\otimes$

Пример 3.4.7. Найти асимптоты графика функции, заданной формулой:

$$f(x) = \frac{-x^2 + 7x}{x - 3}.$$

Решение. 1) Точка $x = 3$ является точкой разрыва второго рода, следовательно, график функции имеет вертикальную асимптоту с уравнением $x = 3$.

2) По определению асимптоты, функция может быть представлена в виде

$$f(x) = (x + b) + \alpha(x),$$

где $\alpha(x)$ – бесконечно малая функция при неограниченном удалении точки графика от начала системы координат более высокого порядка, чем x , то есть

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\alpha(x)}{x} = 0.$$

Чтобы записать функцию в указанном виде, разделим числитель на знаменатель с остатком:

$$\frac{-x^2 + 7x}{x - 3} = -x + 4 + \frac{12}{x - 3}.$$

Так как

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{12}{x - 3} = 0,$$

график функции имеет наклонную асимптоту с уравнением $y = -x + 4$. $\otimes$

Пример 3.4.8. Найти асимптоты графика функции, заданной формулой:

$$f(x) = \sqrt{1+x^2} - 2x.$$

Решение. 1) Так как функция определена на всей числовой оси, вертикальных асимптот нет.

2) Из представления функции в виде

$$f(x) = a(x+b) + \alpha$$

Следует, что для нахождения наклонных асимптот нужно найти правый и левый пределы, которые равны соответственно

$$k_+ = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}, \quad b_+ = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - kx],$$

$$k_- = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}, \quad b_- = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - kx].$$

Правый предел:

$$k_1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+x^2} - 2x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{\frac{1}{x^2}} + 1 - 2 \right) = -1;$$

$$b_1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{1+x^2} - 2x + x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{1+x^2} - x) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{1+x^2} + x} = 0.$$

Правая наклонная асимптота графика функции имеет уравнение

$$y = -x.$$

Левый предел:

$$k_2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1+x^2} - 2x}{x} = \lim_{z \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+z^2} + 2z}{-z} =$$

$$= - \lim_{z \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{\frac{1}{z^2}} + 1 + 2 \right) = -3;$$

$$b_2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{1+x^2} - 2x + 3x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{1+x^2} + x) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{1+x^2} - x} = 0.$$

Левая наклонная асимптота графика функции имеет уравнение

$$y = -3x. \otimes$$

Полное исследование функции

Пример 3.4.9. Исследовать функцию, заданную формулой $y \Leftarrow x \cdot e^{-x}$.

Р е ш е н и е. 1) Множеством определения функции служит всё множество действительных чисел R .

2) Нуль функции – точка $x = 0$, причём $\lim_{x \rightarrow 0} y \Leftarrow 0$. Следовательно, функция в точке $x = 0$ асимптот не имеет.

3) Находим критические точки функции:

$$y' \Leftarrow e^{-x} - x \cdot e^{-x} = e^{-x} \cdot (-x) \Rightarrow x = 1.$$

4) Имеем два промежутка $\Leftarrow \infty, 1$ и $\Leftarrow \infty$. На этих промежутках

$$\forall x \in \Leftarrow \infty, 1 \Rightarrow y' \Leftarrow > 0,$$

$$\forall x \in \Leftarrow \infty \Rightarrow y' \Leftarrow < 0,$$

соответственно. Следовательно, при $x \in \Leftarrow \infty, 1$ функция строго монотонно возрастает, а при $x \in \Leftarrow \infty$ функция строго убывает.

5) Вторая производная функции равна

$$y'' \Leftarrow -e^{-x} \cdot (-x) - e^{-x} = e^{-x} \cdot (-2).$$

Так как в точке $x = 1$ вторая производная равна

$$y'' \Leftarrow \frac{1-2}{e} = -\frac{1}{e} < 0,$$

то функция в этой точке имеет локальный максимум, равный $\frac{1}{e}$.

6) Вторая производная функции в точке $x = 2$ обращается в нуль, а при переходе через эту точку меняет знак с минуса на плюс. Следовательно, график функции при $x = 2$ имеет

перегиб, причём при $x < 2$ график функции выпуклый, а при $x > 2$ – вогнутый. Значение функции в точке перегиба равно

$$y = 2 \cdot e^{-2} = \frac{2}{e^2}. \otimes$$

Практическое занятие 5. Интегрируемость функций одного переменного

Непосредственное интегрирование

Пример 3.5.1. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \sqrt[3]{x^2} dx.$$

Решение. Непосредственно имеем:

$$\int \sqrt[3]{x^2} dx = \int x^{\frac{2}{3}} dx = \frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} + C = \frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} + C. \otimes$$

Пример 3.5.2. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int (6x^2 - 3\sqrt{x} + 5) dx.$$

Решение. Используя свойства неопределённого интеграла и таблицу первообразных, получаем:

$$\begin{aligned} \int (6x^2 - 3\sqrt{x} + 5) dx &= 6 \int x^2 dx - 3 \int x^{\frac{1}{2}} dx + 5 \int dx = \\ &= 2x^3 - 2x^{\frac{3}{2}} + 5x + C = 2x^3 - 2\sqrt{x^3} + 5x + C, \end{aligned}$$

где все постоянные интегрирования объединены в одну постоянную C . $\otimes$

Пример 3.5.3. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \left(5x^2 + 11 - 3\sin x + \frac{2}{x} - \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx.$$

Решение. Используя свойства неопределённого интеграла и табличные первообразные, имеем:

$$\int \left(5x^2 + 11 - 3\sin x + \frac{2}{x} - \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx =$$

$$\begin{aligned}
&= 5 \int x^2 dx + 11 \int dx - 3 \int \sin x dx + 2 \int \frac{dx}{x} - \int \frac{dx}{\sin^2 x} = \\
&= \frac{5}{3} x^3 + 11x + 3 \cos x + 2 \ln|x| + \operatorname{ctg} x + C. \otimes
\end{aligned}$$

Подведение под дифференциал

По определению логарифмической производной имеем:

$$y = \ln f \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} \ln f = \frac{1}{f} \cdot \frac{df}{dx} \equiv \frac{f'}{f}.$$

Тогда по определению неопределённого интеграла имеем:

$$\int \ln f \cdot f' dx = \int \frac{f'}{f} \cdot f dx = \int \frac{f' \cdot f dx}{f \cdot f} = \int \frac{df \cdot f}{f \cdot f} = \ln f + C.$$

Этот метод нахождения неопределённого интеграла называется **методом подведения под дифференциал**.

Пример 3.5.4. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{dx}{x+1}.$$

Решение. Замечая, что $dx = d(x+1)$ и, используя табличную первообразную для

функции $\frac{1}{x}$, в соответствии с формулой подведения под дифференциал получаем:

$$\int \frac{dx}{x+1} = \int \frac{d(x+1)}{x+1} = \ln|x+1| + C. \otimes$$

Пример 3.5.5. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{dx}{ax+b}.$$

Решение. Замечая, что $dx = \frac{1}{a} d(ax+b)$, имеем:

$$\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \int \frac{d(ax+b)}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C. \otimes$$

Пример 3.5.6. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{x dx}{1+x^2}.$$

Решение. Так как $x dx = \frac{1}{2} d(1+x^2)$, получаем:

$$\int \frac{x dx}{1+x^2} = \frac{1}{2} \int \frac{d(1+x^2)}{1+x^2} = \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C. \otimes$$

Пример 3.5.7. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{3x+2}{x+5} dx.$$

Решение. Преобразуем подынтегральную функцию:

$$\frac{3x+2}{x+5} \equiv \frac{3x+15-13}{x+5} = \frac{3(x+5)-13}{x+5} = 3 - \frac{13}{x+5}.$$

Используя свойства неопределённого интеграла и табличные первообразные, получаем:

$$\begin{aligned} \int \frac{3x+2}{x+5} dx &= \int \left(3 - \frac{13}{x+5} \right) dx = 3 \int dx - 13 \int \frac{1}{x+5} dx = \\ &= 3x - 13 \ln|x+5| + C. \otimes \end{aligned}$$

Методы подстановки (замены переменной интегрирования) и интегрирования по частям

Пример 3.5.8. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \sqrt{x+3} dx.$$

Решение. Заменяя переменную по формуле $t = x+3 \Rightarrow dx = dt$, получаем:

$$\int \sqrt{x+3} dx = \int \sqrt{t} dt = \int t^{1/2} dt = \frac{2}{3} t^{3/2} + C = \frac{2}{3} \sqrt{(x+3)^3} + C. \otimes$$

Пример 3.5.9. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{x^2+1}{x^3+3x+1} dx.$$

Решение. Заменяя переменную

$$t = x^3 + 3x + 1 \Rightarrow dx = \frac{1}{3x^2 + 1} dt,$$

получаем:

$$\int \frac{x^2 + 1}{x^3 + 3x + 1} dx = \frac{1}{3} \int \frac{dt}{t^4} = -\frac{1}{9t^3} + C = -\frac{1}{9(x^3 + 3x + 1)} + C. \otimes$$

Пример 3.5.10. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int x \cdot \cos x dx.$$

Решение. Замечая, что $\cos x dx = d(\sin x)$ и используя формулу интегрирования по частям, получаем:

$$\begin{aligned} \int x \cdot \cos x dx &= \left\{ \begin{array}{l} u = x, \quad du = dx, \\ dv = \cos x dx \equiv d(\sin x), \quad v = \sin x \end{array} \right\} = \\ &= x \cdot \sin x - \int \sin x dx + C = x \cdot \sin x + \cos x + C. \otimes \end{aligned}$$

Пример 3.5.11. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int x \cdot \ln x dx.$$

Решение. Интегрируя по частям, получаем:

$$\begin{aligned} \int x \cdot \ln x dx &= \left\{ \begin{array}{l} u = \ln x, \quad du = \frac{dx}{x}, \\ dv = x dx, \quad v = \frac{x^2}{2} \end{array} \right\} = \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{1}{2} \int x dx + C = \\ &= \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{x^2}{4} + C. \otimes \end{aligned}$$

Формула Ньютона-Лейбница, вычисление определённого интеграла методом замены переменной и интегрирования по частям

Пример 3.5.12. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_0^1 x^2 dx$$

по формуле Ньютона-Лейбница, дать геометрическую интерпретацию.

Р е ш е н и е. Проводя непосредственное интегрирование и применяя формулу Ньютона-

Лейбница, получаем: $\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3}$. Полученное число $\frac{1}{3}$ имеет смысл площади

криволинейного треугольника с вершинами в точках

$$O(0, 0), A(1, 0), B(0, 1). \otimes$$

Пример 3.5.13. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x}.$$

Р е ш е н и е. Используя таблицу первообразных и формулу Ньютона-Лейбница, получаем:

$$\int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x \Big|_{\pi/6}^{\pi/4} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}. \otimes$$

Пример 3.5.14. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_1^2 2^{3x-4} dx.$$

Р е ш е н и е. Используем методом “подведения под дифференциал”:

$$\begin{aligned} \int_1^2 2^{3x-4} dx &= \left\{ dx = \frac{1}{3} d(3x-4) \right\} = \frac{1}{3} \int_1^2 2^{3x-4} d(3x-4) = \\ &= \left\{ \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \right\} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2^{3x-4}}{\ln 2} \Big|_1^2 = \frac{1}{3 \ln 2} \left(4 - \frac{1}{2} \right) = \frac{7}{6 \ln 2}. \otimes \end{aligned}$$

Пример 3.5.15. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_0^1 x \cdot (2 - x^2)^5 dx.$$

Р е ш е н и е. Для решения воспользуемся методом замены переменной. Введём новую переменную $t = 2 - x^2$. Дифференциал новой переменной равен

$$dt = d(2 - x^2) = -2x dx \Rightarrow x dx = -\frac{1}{2} dt.$$

Пределы изменения новой переменной определяются так:

$$x = 0 \Rightarrow t = 2; x = 1 \Rightarrow t = 1.$$

Учитывая эти формулы, получаем:

$$\int_0^1 x \cdot (-x^2)' dx = \left\{ \begin{array}{l} dt = d(-x^2) = -2x dx; x dx = -\frac{1}{2} dt; \\ x = 0 \Rightarrow t = 2; x = 1 \Rightarrow t = 1. \end{array} \right\} =$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot \int_2^1 t^5 dt = \frac{1}{2} \int_1^2 t^5 dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \cdot t^6 \Big|_1^2 = \frac{1}{12} \cdot (4^3 - 1^3) = \frac{63}{12} = \frac{21}{4}. \otimes$$

Пример 3.5.16. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx.$$

Решение. Используя замену переменной интегрирования $t = \ln x$, имеем:

$$\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx = \left\{ \begin{array}{l} t = \ln x, \\ dt = \frac{dx}{x}, \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow t = 0, \\ x = e \Rightarrow t = 1. \end{array} \right\} = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3}. \otimes$$

Пример 3.5.17. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_0^1 x \cdot e^{-x} dx.$$

Решение. Данный интеграл вычисляется методом «интегрирования по частям»:

$$\int_0^1 x \cdot e^{-x} dx = \left\{ \begin{array}{l} u = x, \quad du = dx, \\ dv = e^{-x} dx, \quad v = \int e^{-x} dx = -e^{-x}. \end{array} \right\} =$$

$$= x \cdot e^{-x} \Big|_0^1 - \int_0^1 e^{-x} dx = -x \cdot e^{-x} \Big|_0^1 - e^{-x} \Big|_0^1 =$$

$$= -e^{-1} - e^{-1} + 1 = 1 - 2 \cdot e^{-1} = 1 - \frac{2}{e} = e - \frac{2}{e}. \otimes$$

Практическое занятие 6. Дифференцируемость функций нескольких переменных

Первые частные производные функций нескольких переменных

Пример 3.6.1. Используя определение, найти первые частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$z(x, y) = x^2 y + 4x - 2y + 5,$$

в точке $M_0(5; 1)$.

Решение. Для частной производной по переменной x имеем по определению:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{z(x_0 + \Delta x, y_0) - z(x_0, y_0)}{\Delta x}.$$

Фиксируя значение $y = y_0$, находим сужение функции $z(x, y)$ на прямую линию $y = y_0$, параллельную оси Ox . На этой прямой сужение

$$z(x, y_0) = y_0 x^2 + 4x - 2y_0 + 5$$

функции $z(x, y)$ является функцией одной переменной x . Используем схему нахождения производной функции одного переменного для сужения $z(x, y_0)$.

1) Придавая переменной x приращение Δx в точке $(x_0; y_0)$, получим:

$$\begin{aligned} z(x_0 + \Delta x, y_0) &= x_0^2 y_0 + 2x_0 y_0 \cdot \Delta x + y_0 (\Delta x)^2 + \\ &+ 4x_0 + 4 \cdot \Delta x - 2y_0 + 5. \end{aligned}$$

2) Находим приращение функции $z(x, y_0)$ в точке $(x_0; y_0)$, придавая переменной x приращение Δx :

$$z(x_0 + \Delta x, y_0) - z(x_0, y_0) = 2x_0 y_0 \cdot \Delta x + y_0 (\Delta x)^2 + 4 \cdot \Delta x.$$

3) Находим предел конечно-разностного отношения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial x} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{z(x_0 + \Delta x, y_0) - z(x_0, y_0)}{\Delta x} = \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2x_0 y_0 \cdot \Delta x + y_0 (\Delta x)^2 + 4\Delta x}{\Delta x} = 2x_0 y_0 + 4. \end{aligned}$$

4) Подставляя координаты точки $(x_0; y_0) = (5; 1)$, получаем:

$$\frac{\partial z}{\partial x}(5, 1) = 2x_0 y_0 + 4 \Big|_{\substack{x_0=5 \\ y_0=1}} = 14.$$

Аналогично находим частную производную в точке $(x_0; y_0) = (6; 1)$ по второй переменной y :

$$\frac{\partial z}{\partial y}(6; 1) = 6^2 - 2 \Big|_{\substack{x_0=6 \\ y_0=1}} = 23. \quad \otimes$$

Пример 3.6.2. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = x^3 + 3x^2y - y^3.$$

Решение. Фиксируя переменные и используя формулу вычисления производной степенной функции, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = 3x^2 + 6xy; \quad \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 3x^2 - 3y^2. \quad \otimes$$

Пример 3.6.3. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = \frac{xy}{x+y}.$$

Решение. Фиксируя переменные и используя формулы вычисления производной частного и произведения двух функций, получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{xy}{x+y} \right) = \frac{y^2}{(x+y)^2}; \\ \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{xy}{x+y} \right) = \frac{x^2}{(x+y)^2}. \quad \otimes \end{aligned}$$

Пример 3.6.4. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = (-x)^{y^2}.$$

Решение. Для вычисления частной производной по переменной x фиксируем переменную y и используем формулу для производной степенной функции:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = -y^2 (-x)^{y^2-1}.$$

Для вычисления частной производной по переменной y фиксируем переменную x и используем формулу $(a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 2y \cdot (-x)^2 \cdot \ln(-x). \quad \otimes$$

Пример 3.6.5. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = x^3 y^2 + 2x \ln y + x^y.$$

Решение. Используя таблицу производных, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = 3x^2 y^2 + 2 \ln y + yx^{y-1},$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 2x^3 y + \frac{2x}{y} + x^y \ln x. \quad \otimes$$

Пример 3.6.6. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = (1 + xy)^y.$$

Решение. Фиксируя переменную y и используя формулу дифференцирования степенной функции, для частной производной по переменной x получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = y(1 + xy)^{y-1} \cdot y = y^2 (1 + xy)^{y-1}.$$

Для вычисления частной производной по переменной y фиксируем переменную x и используем понятие логарифмической производной:

$$\begin{aligned} z = \ln u(x, y) &= y \ln(1 + xy) \rightarrow z'_y = \ln(1 + xy) + \frac{xy}{1 + xy} \rightarrow \\ z' &= \frac{u'}{u} \rightarrow \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = (1 + xy)^y \cdot \ln(1 + xy) + (1 + xy)^y \frac{xy}{1 + xy} = \\ &= (1 + xy)^y \left[\ln(1 + xy) + \frac{x \cdot y}{1 + xy} \right]. \quad \otimes \end{aligned}$$

Пример 3.6.7. Найти частные производные первого порядка функции трёх переменных, заданной формулой

$$u(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}}$$

в точке $M_0(1; -1; -2)$.

Решение. Для нахождения частных производных используем таблицу производных и правила дифференцирования функций:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = -\frac{1}{2} \frac{2x_1}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{3/2}} = -\frac{x_1}{\sqrt{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^3}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2} = -\frac{1}{2} \frac{2x_2}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{3/2}} = -\frac{x_2}{\sqrt{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^3}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3} = -\frac{1}{2} \frac{2x_3}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{3/2}} = -\frac{x_3}{\sqrt{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^3}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}(1; -1; -2) = -\frac{1}{\sqrt{216}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2}(1; -1; -2) = \frac{1}{\sqrt{216}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3}(1; -1; -2) = -\frac{2}{\sqrt{216}}.$$

Пример 3.6.8. Найти частные производные первого порядка функции трёх переменных

$$u(x_1, x_2, x_3) = \exp(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) = e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$$

в точке $M(1; 2)$.

Решение. Для нахождения частных производных, используя таблицу производных и правила дифференцирования функций, дифференцируем сужения функции на отрезки прямых, параллельных осям системы координат:

$$\begin{aligned} 1) \frac{\partial u}{\partial x_1}(x_1, x_2, x_3) &= \frac{\partial}{\partial x_1} e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \frac{\partial}{\partial x_1} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) \\ &= 2x_1 e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} \llbracket M \rrbracket = 0;$$

$$\begin{aligned} 2) \frac{\partial u}{\partial x_2} \llbracket x_1, x_2, x_3 \rrbracket &= \frac{\partial}{\partial x_2} e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \frac{\partial}{\partial x_2} \llbracket x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \rrbracket \\ &= 2x_2 e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2} \llbracket M \rrbracket = 2e^5;$$

$$\begin{aligned} 3) \frac{\partial u}{\partial x_3} \llbracket x_1, x_2, x_3 \rrbracket &= \frac{\partial}{\partial x_3} e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \frac{\partial}{\partial x_3} \llbracket x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \rrbracket \\ &= 2x_3 e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3} \llbracket M \rrbracket = 4e^5. \otimes$$

Пример 3.6.9. Показать, что функция, заданная формулой

$$z = \ln \llbracket x^2 + y^2 \rrbracket$$

удовлетворяет уравнению

$$y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$

Решение. Находим частные производные функции в произвольной точке $\llbracket x, y \rrbracket$:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2x}{x^2 + y^2}; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{x^2 + y^2}.$$

Подставляя в правую часть уравнения, получаем

$$y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2xy}{x^2 + y^2} - \frac{2xy}{x^2 + y^2} = 0. \otimes$$

Пример 3.6.10. Показать, что функция

$$u \llbracket x_1, x_2 \rrbracket = x_2 \ln \llbracket x_1^2 - x_2^2 \rrbracket$$

удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{x_1} \frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{1}{x_2} \frac{\partial u}{\partial x_2} = \frac{u}{x_2^2}.$$

Решение. Находим частные производные данной функции:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} (x_1, x_2) = x_2 \frac{\partial}{\partial x_1} \ln (x_1^2 - x_2^2) = x_2 \frac{1}{x_1^2 - x_2^2} \frac{\partial}{\partial x_1} (x_1^2 - x_2^2) = \frac{2x_1 x_2}{x_1^2 - x_2^2};$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x_2} (x_1, x_2) &= \ln (x_1^2 - x_2^2) + x_2 \frac{\partial}{\partial x_2} \ln (x_1^2 - x_2^2) \\ &= \ln (x_1^2 - x_2^2) + x_2 \frac{1}{x_1^2 - x_2^2} \frac{\partial}{\partial x_2} (x_1^2 - x_2^2) = \ln (x_1^2 - x_2^2) - \frac{2x_2^2}{x_1^2 - x_2^2}. \end{aligned}$$

Полученные выражения подставим в левую часть уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x_1} \frac{2x_1 x_2}{x_1^2 - x_2^2} + \frac{1}{x_2} \left[\ln (x_1^2 - x_2^2) - \frac{2x_2^2}{x_1^2 - x_2^2} \right] &= \\ = \frac{2x_2}{x_1^2 - x_2^2} - \frac{2x_2}{x_1^2 - x_2^2} + \frac{\ln (x_1^2 - x_2^2)}{x_2} &= \frac{u (x_1, x_2)}{x_2^2}. \end{aligned}$$

Таким образом, приходим к тождеству:

$$\frac{u (x_1, x_2)}{x_2^2} = \frac{u (x_1, x_2)}{x_2^2}.$$

То есть функция $u (x_1, x_2) = x_2 \ln (x_1^2 - x_2^2)$ удовлетворяет данному уравнению

$$\frac{1}{x_1} \frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{1}{x_2} \frac{\partial u}{\partial x_2} = \frac{u}{x_2^2}. \otimes$$

Частные производные функций нескольких переменных

высших порядков

Пример 3.6.11. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных, заданной формулой:

$$u (x, y) = x^4 + 5x^2 y^2 + 6xy + 5.$$

Решение. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \llbracket x, y \rrbracket = 4x^3 + 10xy^2 + 6y; \quad \frac{\partial u}{\partial y} \llbracket x, y \rrbracket = 10x^2y + 6x;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \llbracket x, y \rrbracket = 12x^2 + 10y^2; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \llbracket x, y \rrbracket = 10x^2;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \llbracket x, y \rrbracket = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} \llbracket x, y \rrbracket = 20xy + 6. \quad \otimes$$

Пример 3.6.12. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных

$$u \llbracket x, y \rrbracket = e^x \ln y.$$

Решение. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \llbracket x, y \rrbracket = e^x \ln y; \quad \frac{\partial u}{\partial y} \llbracket x, y \rrbracket = \frac{e^x}{y};$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \llbracket x, y \rrbracket = e^x \ln y; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \llbracket x, y \rrbracket = -\frac{e^x}{y^2};$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \llbracket x, y \rrbracket = \frac{e^x}{y}. \quad \otimes$$

Пример 3.6.13. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных $u \llbracket x, y \rrbracket = \sin \llbracket x + y \rrbracket$.

Решение. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \llbracket x, y \rrbracket = \cos \llbracket x + y \rrbracket; \quad \frac{\partial u}{\partial y} \llbracket x, y \rrbracket = \cos \llbracket x + y \rrbracket;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \llbracket x, y \rrbracket = -\sin \llbracket x + y \rrbracket; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \llbracket x, y \rrbracket = -\sin \llbracket x + y \rrbracket;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \llbracket x, y \rrbracket = -\sin \llbracket x + y \rrbracket. \quad \otimes$$

Пример 3.6.14. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных

$$u \llbracket x_1, x_2 \rrbracket = x_1^{x_2}.$$

Решение. 1) Находим частные производные первого порядка:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = x_2 x_1^{x_2-1}, \quad \frac{\partial u}{\partial x_2} = x_1^{x_2} \ln x_1.$$

2) Находим частные производные второго порядка, дифференцируя частные производные первого порядка:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = x_2 (x_2 - 1) x_1^{x_2-2},$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_1} = x_1^{x_2-1} + x_2 x_1^{x_2-1} \ln x_1 = x_1^{x_2-1} (1 + x_2 \ln x_1),$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} = x_2 x_1^{x_2-1} \ln x_1 + x_1^{x_2} \frac{1}{x_1} = x_1^{x_2-1} (x_2 \ln x_1 + 1),$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = x_1^{x_2} \ln^2 x_1.$$

Дифференцируемость функций нескольких переменных

Пример 3.6.15. Вычислить полный дифференциал функции двух переменных, заданной формулой

$$z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

в точке $M_0(1; -1)$.

Решение. Находим частные производные функции:

$$1) \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{1}{2} \frac{2x}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}},$$

$$\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{\substack{x=1 \\ y=-1}} = -\frac{1}{\frac{2^{\frac{3}{2}}}{2^2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4};$$

$$2) \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{1}{2} \frac{2y}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{y}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{y}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}},$$

$$\left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_{\substack{x=1 \\ y=-1}} = \frac{1}{\frac{3}{2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{4};$$

$$3) dz|_{1, -1} = -\frac{\sqrt{2}}{4} dx + \frac{\sqrt{2}}{4} dy. \otimes$$

Пример 3.6.16. Вычислить приближённо $0,98^{2,01}$.

Решение. Рассмотрим функцию $z = x^y$. В точке $(2; 2)$ значение функции $z(2; 2) = 1$. Вычислим значение функции в точке $(0,98; 2,01)$. Имеем $\Delta x = -0,02$, $\Delta y = 0,01$. Находим частные производные функции $z = x^y$ в точке $(2; 2)$:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = yx^{y-1} \Rightarrow \left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{\substack{x=1 \\ y=2}} = 2;$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x^y \ln x \Rightarrow \left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_{\substack{x=1 \\ y=2}} = 0.$$

Получаем:

$$0,98^{2,01} = z(0,98; 2,01) \approx z(2; 2) + \left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{\substack{x=1 \\ y=2}} \cdot \Delta x + \left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_{\substack{x=1 \\ y=2}} \cdot \Delta y = 1 - 0,04 = 0,96. \otimes$$

Пример 3.6.17. Найти дифференциал функции

$$f = f(x + y^2, y + x^2)$$

в точке $M(1; 1)$.

Решение. Обозначим, например,

$$u = x + y^2, v = y + x^2.$$

Для нахождения дифференциала используем формулу дифференциала и правило нахождения производной композиции функций:

$$df(x, y) = \frac{\partial f}{\partial u} dx + \frac{\partial f}{\partial v} dy = \left(\frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x} \right) dx + \left(\frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial y} \right) dy;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u} \cdot 1 + \frac{\partial f}{\partial v} \cdot 2x;$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u} \cdot 2y + \frac{\partial f}{\partial v} \cdot 1;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} \llbracket M \rrbracket = \frac{\partial f}{\partial u} \llbracket Q; 2 \rrbracket - \frac{\partial f}{\partial v} \llbracket Q; 2 \rrbracket;$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} \llbracket M \rrbracket = \frac{\partial f}{\partial u} \llbracket Q; 2 \rrbracket + \frac{\partial f}{\partial v} \llbracket Q; 2 \rrbracket.$$

Подставляя в выражение для полного дифференциала, получаем:

$$\begin{aligned} df \llbracket M \rrbracket &= \frac{\partial f}{\partial x} \llbracket M \rrbracket dx + \frac{\partial f}{\partial y} \llbracket M \rrbracket dy = \\ &= \left[\frac{\partial f}{\partial u} \llbracket Q; 2 \rrbracket - 2 \frac{\partial f}{\partial v} \llbracket Q; 2 \rrbracket \right] dx + \left[2 \frac{\partial f}{\partial u} \llbracket Q; 2 \rrbracket + \frac{\partial f}{\partial v} \llbracket Q; 2 \rrbracket \right] dy. \otimes \end{aligned}$$

Дифференциалы высших порядков

Пример 3.6.18. Найти дифференциал второго порядка функции

$$f = f \llbracket x + y, xy \rrbracket.$$

Решение. Обозначим $u = x + y$, $v = xy$. Теперь находим:

$$\frac{\partial f}{\partial x} =$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u} \llbracket x + y, xy \rrbracket + \frac{\partial f}{\partial v} \llbracket x + y, xy \rrbracket y;$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial f}{\partial u} \llbracket x + y, xy \rrbracket + \frac{\partial f}{\partial v} \llbracket x + y, xy \rrbracket x;$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial v \partial u} \cdot x + \frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v} \cdot y + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} \cdot xy + \frac{\partial f}{\partial v} =$$

$$= \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + \llbracket x + y \rrbracket \frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v} + xy \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} + \frac{\partial f}{\partial v};$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial v \partial u} \cdot x + \frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v} \cdot x + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} \cdot x^2 =$$

$$= \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + 2x \frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v} + x^2 \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} \cdot \otimes$$

Производные сложных и неявно заданных функций

Пусть функция $u = f(x, y)$ задана *параметрическим способом*, то есть, с помощью формул

$$x = \varphi(t), y = \psi(t).$$

Тогда функция u является функцией одного переменного t :

$$u = f(\varphi(t), \psi(t)).$$

Пусть функции $x = \varphi(t)$ и $y = \psi(t)$ дифференцируемы в некоторой точке t , то есть, существуют производные

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\varphi(t + \Delta t) - \varphi(t)}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt},$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\psi(t + \Delta t) - \psi(t)}{\Delta t} = \frac{d\psi}{dt}.$$

Если функция $u = f(x, y)$ дифференцируема, то придавая переменной t приращение Δt , видим, что все функции получают соответствующие приращения Δx , Δy и Δu , причём по определению дифференцируемости

$$\begin{aligned} \Delta u &= f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y) \\ &= \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y + \alpha \cdot \Delta x + \beta \cdot \Delta y \end{aligned}$$

где $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \beta = 0$. Из последнего равенства вытекает, что

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\Delta y}{\Delta t} + \alpha \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} + \beta \cdot \frac{\Delta y}{\Delta t} \right\} = \\ &= \frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dt}. \end{aligned}$$

Итак, имеем формулу:

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \frac{dy}{dt}.$$

Если $x = \varphi(s)$ и $y = \psi(s)$, то имеем две формулы:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t},$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s}.$$

Пример 3.6.19. Найти $\frac{dz}{dt}$, если

$$z = x^3 - x^2 y, \quad x = 1 - t^2, \quad y = t^4.$$

Решение. Находим непосредственно:

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = (3x^2 - 2xy) \cdot 2t + (-x^2) \cdot 4t^3 = \\ &= 4t^7 + 2t^6 + 8t^5 + 4t^4 - 4t^3 - 12t^2 + 2t. \quad \otimes \end{aligned}$$

Пример 3.6.20. Найти $\frac{du}{dt}$, если

$$u = \ln \frac{x_1 - x_2 + x_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} + \sin(x_1 + x_2 + x_3),$$

$$x_1 = a \sin t, \quad x_2 = b \cos t, \quad x_3 = ce^{-kt},$$

где a, b, c, k – некоторые постоянные.

Пример 3.6.21. Найти $\frac{\partial z}{\partial t}$ и $\frac{\partial z}{\partial s}$ для функции $z = x^3 e^y$, если

$$x = ts, \quad y = t^2 - s^2.$$

Решение.

$$1) \quad \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = e^{t^2-s^2} t^2 s^3 + 2t^2.$$

$$2) \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s} = e^{t^2-s^2} t^3 s^2 - 2s^2. \quad \otimes$$

Пусть функция $y = f(x)$ задана неявно посредством уравнения

$$F(x, y) = 0,$$

тогда её производная находится с использованием правила дифференцирования сложной функции путём прямого дифференцирования уравнения, определяющего функцию:

$$\frac{\partial F}{\partial x}(x, y) + \frac{\partial F}{\partial y}(x, y) \frac{dy}{dx} = 0,$$

где учтено, что $\frac{dx}{dx} = 1$. Если $\frac{\partial F}{\partial y}(x, y) \neq 0$, то получаем

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial x}(x, y)}{\frac{\partial F}{\partial y}(x, y)}.$$

Пусть теперь уравнение

$$F(x, y, u) = 0$$

задаёт функцию двух переменных $u = \varphi(x, y)$. Тогда

$$\frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial u}}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{\frac{\partial F}{\partial u}}.$$

Пример 3.6.22. Найти частные производные функции $z = z(x, y)$, заданной неявно уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 4y - 1 = 0.$$

Решение. Здесь

$$F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 4y - 1,$$

следовательно, имеем:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 2x + 2y; \quad \frac{\partial F}{\partial y} = 2x + 2y - 4; \quad \frac{\partial F}{\partial z} = 2z.$$

Используя формулы дифференцирования неявно заданной функции, получаем:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F'_x}{F'_z} = -\frac{x+y}{z}; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F'_y}{F'_z} = \frac{2-x-y}{z}. \quad \otimes$$

Практическое занятие 6

Градиент функции и производная по направлению

Пример 3.7.1. Найти $\vec{\text{grad}} f$ и $\left\| \vec{\text{grad}} f \right\|$ для функции, определённой формулой

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$$

в точке $M_0(-1; 2)$.

Решение. Находим частные производные и их значение в указанной точке:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z) = 2x, \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x, y, z) = 2y, \quad \frac{\partial f}{\partial z}(x, y, z) = -2z;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(-1, 2) = 2, \quad \frac{\partial f}{\partial y}(-1, 2) = 2, \quad \frac{\partial f}{\partial z}(-1, 2) = -4.$$

Теперь имеем:

$$\vec{\text{grad}} f|_{M_0} = 2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3,$$

$$\left\| \vec{\text{grad}} f \right\| = \sqrt{4+4+16} = 2\sqrt{6}. \quad \otimes$$

Пример 3.7.2. Найти производную функции, заданной формулой

$$u(x, y, z) = x^2 - 2xz + y^2$$

в точке $M_0(2; -1)$ по направлению вектора $\vec{M_0M}$, где $M(4; -3)$.

Решение. Находим вектор

$$\vec{M_0M} : \vec{M_0M} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Далее, находим градиент функции в произвольной точке и в точке $M_0(2; -1)$:

$$\vec{\text{grad}} u = \frac{\partial u}{\partial x} \vec{e}_1 + \frac{\partial u}{\partial y} \vec{e}_2 + \frac{\partial u}{\partial z} \vec{e}_3 = (x - 2z) \vec{e}_1 + 2y \vec{e}_2 - 2x \vec{e}_3,$$

$$\vec{\text{grad}} u|_{M_0} = 4\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Находим производную по направлению вектора $\vec{M_0M}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \vec{M_0M}}|_{M_0} &= \frac{\left(\vec{\text{grad}} u|_{M_0}, \vec{M_0M} \right)}{\left\| \vec{M_0M} \right\|} = \frac{4 \cdot 4 - 2 \cdot (-2)}{\sqrt{1+4+4}} = \\ &= \frac{4+8+4}{\sqrt{9}} = \frac{16}{3}. \otimes \end{aligned}$$

Экстремум функции двух переменных

Пример 3.7.3. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой:

$$z(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y.$$

Решение. 1) Находим критические точки:

$$\begin{cases} z'_x = 0, \\ z'_y = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 2, \\ x + 2y = 3. \end{cases}$$

Решение СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 4/3 \end{pmatrix}.$$

Имеем одну критическую точку $M_0\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

2) Вычисляем определитель:

$$D = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3 > 0.$$

Точка $M\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$ является точкой экстремума. Так как

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} > 0,$$

то точка $M_0\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$ является точкой локального **минимума**.

3) Находим значение функции в точке локального минимума:

$$z_{M_0} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} + \left(\frac{4}{3}\right)^2 - \frac{2}{3} - \frac{12}{3} = -\frac{7}{3}. \otimes$$

Пример 3.7.4. Исследовать на экстремуму функцию, заданную формулой:

$$z(x, y) = x^2 + y^2 + \frac{x + 2y - 16}{2}.$$

Решение. 1) Находим критические точки:

$$\begin{cases} z'_x = 0, \\ z'_y = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 16, \\ x + 3y = 16. \end{cases}$$

Эта СЛАУ имеет решение:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16/7 \\ 32/7 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, имеем одну критическую точку $M_0\left(\frac{16}{7}; \frac{32}{7}\right)$.

2) Вычисляем определитель:

$$D = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = 14 > 0.$$

Точка $M_0\left(\frac{16}{7}; \frac{32}{7}\right)$ является точкой локального экстремума. Так как

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} > 0,$$

то точка $M_0\left(\frac{16}{7}; \frac{32}{7}\right)$ является точкой локального **минимума**.

3) Находим значение функции в точке локального минимума:

$$z(M_0) \approx 36,6. \otimes$$

Практическое занятие № 8

Непосредственное вычисление суммы числового ряда

Пример 3.8.1. Найти сумму ряда

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} + \dots$$

Решение. Общий член ряда равен

$$a_n = \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}.$$

Следовательно, для последовательности частичных сумм ряда имеем

$$s_n = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) \dots = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

Сумма ряда находится путём непосредственного предельного перехода:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = 1. \otimes$$

Пример 3.8.2. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$.

Решение. Общий член ряда можно представить в виде:

$$a_n = \frac{1}{4n^2 - 1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right).$$

Записывая общий член последовательности частичных сумм ряда в виде

$$s_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \dots + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2(n+1)}$$

и переходя непосредственно к пределу, получаем:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2(n+1)} \right] = \frac{1}{2}. \otimes$$

Пример 3.8.3. Найти сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n-1}} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} + \dots$$

Решение. Имеем геометрическую прогрессию, которая в силу неравенства $q = \frac{1}{2} < 1$

сходится и имеет сумму

$$S = \frac{1}{1-q} = 2. \otimes$$

Необходимый признак сходимости

Пример 3.8.4. Проверить выполнение необходимого признака сходимости для ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}.$$

Решение. Вычисляя предел последовательности членов ряда, имеем

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{2 - \frac{1}{n}} = \frac{0}{2} = 0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется. $\otimes$

Пример 3.8.5. Проверить выполнение необходимого признака сходимости для ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 1}.$$

Решение. Вычисляя предел последовательности членов ряда, имеем

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2}}{1 + \frac{1}{n^2}} = \frac{0}{1} = 0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется. $\otimes$

Признак сравнения

Пример 3.8.6. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1 + 2^{2n}}.$

Решение. Для почти всех n выполняется неравенство

$$\frac{2^n}{1 + 2^{2n}} < \frac{2^n}{2^{2n}} = \frac{1}{2^n}.$$

Следовательно, ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1 + 2^{2n}}$ является минорантой ряда геометрической прогрессии $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n},$

который сходится, так как $q = \frac{1}{2} < 1.$

Следовательно, ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1 + 2^{2n}}$ по признаку сравнения сходится. $\otimes$

Пример 3.8.7. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3 + 1}}{n^2 + \sin n}.$

Решение. Проверяем выполнение необходимого признака сходимости:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3 + 1}}{n^2 + \sin n} = 0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется.

Общий член ряда удовлетворяет следующим условиям: $\forall n \in \mathbb{N}$

$$-1 \leq \sin n \leq 1; 1 < 2 + \sin n < 3; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2 + \sin n} > 0.$$

Имеем ряд с положительными членами, для которого можно применить признак сравнения.

Предположим, что ряд сходится, и попробуем подтвердить это предположение. Для этого заметим, что

$$\sqrt{n^3+1} < 2n^{3/2}.$$

Поэтому имеем:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2 + \sin n} < \frac{2n^{3/2}}{n^2} = \frac{2}{n^{1/2}}.$$

Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^{1/2}}$ является так называемым обобщённым гармоническим рядом $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{n^{\alpha}}$, который при

$0 < \alpha < 1$ расходится. Поэтому предположение о сходимости исходного ряда подтвердить не удалось.

Предположим, что ряд расходится, и попробуем подтвердить это предположение. Для этого заметим, что

$$\sqrt{n^3+1} > \sqrt{n^3}.$$

Поэтому имеем:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2 + \sin n} > \frac{n^{3/2}}{3n^2} = \frac{1}{3n^{1/2}}.$$

Так как обобщённый гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^{1/2}}$ расходится, то и исходный ряд также

расходится. $\otimes$

Признак Даламбера

Пример 3.8.8. Выяснить вопрос о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. Находя отношение $\frac{a_{n+1}}{a_n}$, получаем:

$$a_n = \frac{\sqrt{n}}{2^n}, a_{n+1} = \frac{\sqrt{n+1}}{2^{n+1}};$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\sqrt{n+1} \cdot 2^n}{2^n \cdot 2 \cdot \sqrt{n}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{n+1}{n}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n}}.$$

Очевидно, что для всех n выполняется неравенство $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$. Поэтому ряд сходится по признаку Даламбера. $\otimes$

Пример 3.8.9. Выяснить вопрос о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$.

Решение. Находя отношение $\frac{a_{n+1}}{a_n}$, получаем:

$$a_n = \frac{n^n}{n!}, a_{n+1} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!};$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1} \cdot n!}{(n+1)! \cdot n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$$

Очевидно, что для всех n выполняется неравенство

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n > 1.$$

Поэтому ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$ по признаку Даламбера расходится. $\otimes$

Знакопеременные ряды

Пример 3.8.10. Выяснить вопрос о сходимости знакочередующегося ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}.$$

Решение. Члены ряда по абсолютной величине монотонно убывают:

$$1 > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \dots$$

Последовательность абсолютных величин членов ряда сходится к нулю:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| (-1)^{n-1} \frac{1}{n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0.$$

Поэтому ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}$ по признаку Лейбница сходится. $\otimes$

Пример 3.8.11. Оценить ошибку, допускаемую при замене суммы ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}$$

суммой четырёх его первых членов.

Решение. Ряд сходится (см. предыдущую задачу). Ошибка, получающаяся при замене суммы ряда суммой четырёх его первых членов, меньше абсолютной величины пятого члена: $\Delta < 0,2$. $\otimes$

Пример 3.8.12. Выяснить вопрос о типе сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n!}$.

Решение. Ряд сходится (см. задачу 8.11). Рассмотрим ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$. Вычисляем отношение

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n!}{(n+1)!} = \frac{1}{n+1}.$$

Для всех n , очевидно, имеет место неравенство

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{n+1} < 1.$$

Поэтому ряд сходится абсолютно. $\otimes$

Пример 3.8.13. Выяснить вопрос о типе сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$.

Решение. Ряд знакочередующийся, последовательность его членов монотонно убывает и сходится к нулю. Поэтому ряд сходится по признаку Лейбница.

Рассмотрим ряд, составленный из абсолютных величин его членов, то есть ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$.

Сравнивая его с гармоническим рядом, замечаем, что для почти всех n (начиная с $n=2$) каждый член этого ряда больше соответствующего члена гармонического ряда:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{n}} > \frac{1}{n}.$$

Так как гармонический ряд расходится, то по признаку сравнения расходится и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$. Поэтому ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{n}}\right)^{n-1} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ не является абсолютно сходящимся, то есть сходится условно. $\otimes$

Практическое занятие 9

Функциональные ряды

Пример 3.9.1. Исследовать сходимость функционального ряда

$$\frac{4-x}{7x+2} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^2 + \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^3 + \dots + \frac{1}{2n-1} \cdot \left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^n + \dots$$

в точках $x_1 = 0$ и $x_2 = 1$.

Решение. 1) В точке $x_1 = 0$ имеем

$$2 + \frac{1}{3} \cdot 2^2 + \frac{1}{5} \cdot 2^3 + \dots + \frac{1}{2n-1} \cdot 2^n + \dots$$

Это ряд с положительными членами. Применим признак Даламбера:

$$u_n = \frac{2^n}{2n-1}; u_{n+1} = \frac{2^{n+1}}{2n+1};$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{2n+1} \cdot \frac{2n-1}{2^n} = 2 \cdot \frac{2n-1}{2n+1} = 2 \cdot \frac{2n+1-2}{2n+1} = 2 \cdot \left(1 - \frac{2}{2n+1}\right) > 1.$$

Поэтому в точке $x_1 = 0$ ряд расходится.

2) В точке $x_2 = 1$ имеем

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{2n-1} \cdot \frac{1}{3^n} + \dots$$

Применяем признак Даламбера:

$$u_n = \frac{1}{3^n \cdot (2n-1)}; u_{n+1} = \frac{1}{3^{n+1} \cdot (2n+1)};$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n-1)3^n}{(n+1)3^{n+1}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2n-1}{2n+1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2n+1-2}{2n+1} = \frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{2}{2n+1}\right) < 1.$$

Поэтому в точке $x_2 = 1$ ряд сходится. $\otimes$

Пример 3.9.2. Найти промежуток сходимости и сумму ряда

$$1 + e^{-x} + e^{-2x} + \dots + e^{-(n-1)x} + \dots$$

Решение. В точке $x = 0$ не выполняется необходимый признак сходимости и ряд, очевидно, расходится. Рассмотрим промежутки $(-\infty, 0)$ и $(0, \infty)$.

1) На промежутке $(-\infty, 0)$ имеем:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} e^{-(n-1)x} = \lim_{n \rightarrow \infty} e^{-(n-1)(-x)} = \lim_{n \rightarrow \infty} e^{(n-1)x} = \lim_{n \rightarrow \infty} e^{(n-1)t},$$

где $t \in (0, \infty)$. Поэтому $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} e^{(n-1)t} \neq 0$. Снова не выполняется необходимый

признак сходимости. Ряд на промежутке $(-\infty, 0)$ расходится.

2) На промежутке $(0, \infty)$ выполняется необходимый признак сходимости. Далее имеем:

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{e^{-nx}}{e^{-(n-1)x}} = \frac{e^{-(n-1)x}}{e^{nx}} = e^{-x} = \frac{1}{e^x}.$$

На $(0, \infty)$ всегда $\frac{1}{e^x} < 1$. Поэтому ряд сходится.

Перепишем ряд в виде:

$$1 + \frac{1}{e^x} + \left(\frac{1}{e^x}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{e^x}\right)^n + \dots$$

Имеем геометрическую прогрессию со знаменателем $q = \frac{1}{e^x} < 1$. Поэтому сумма ряда равна

$$S = \frac{1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1}{e^x}} = \frac{e^x}{e^x-1}. \otimes$$

Пример 3.9.3. Исследовать сходимость степенного ряда

$$x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \dots + \frac{1}{n}x^n + \dots$$

Решение. Здесь

$$a_n = \frac{1}{n}, a_{n+1} = \frac{1}{n+1}.$$

Радиус сходимости

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1.$$

Ряд сходится в промежутке $-1 < x < 1$.

Если $x = 1$, имеем гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$, который расходится.

Если $x = -1$, то получаем ряд

$$-1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \dots$$

Это ряд Лейбница и, следовательно, он сходится.

Таким образом, областью сходимости данного ряда является промежуток $x \in [-1, 1)$,

который можно задать двойным неравенством $-1 \leq x < 1$. $\otimes$

Пример 3.9.4. Исследовать сходимость ряда

$$(-2)^{-1} + \frac{1}{2^2} (-2)^{-2} + \frac{1}{3^2} (-2)^{-3} + \dots + \frac{1}{n^2} (-2)^{-n} + \dots$$

Решение. Коэффициенты ряда выражаются формулами:

$$a_n = \frac{1}{n^2}; a_{n+1} = \frac{1}{(n+1)^2}.$$

Поэтому радиус сходимости

$$r = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}\right) = 1.$$

Таким образом, ряд сходится, если

$$-1 < x - 2 < 1 \Rightarrow 1 < x < 3.$$

На левом конце промежутка сходимости $x = 1$ имеем ряд

$$-1 + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} - \dots$$

Это знакочередующийся ряд Лейбница, который сходится, так как сходится ряд из абсолютных величин его членов.

На правом конце промежутка сходимости $x = 3$ имеем ряд

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots$$

Этот ряд сходится, так как при $p > 1$ сходится ряд

$$1 + \frac{1}{2^p} + \frac{1}{3^p} + \frac{1}{4^p} + \dots,$$

что является табличным фактом.

Степенной ряд сходится для значений x , удовлетворяющих двойному неравенству $1 \leq x \leq 3$. $\otimes$

Пример 3.9.5. Исследовать сходимость ряда

$$1!(-5)^{-1} + 2!(-5)^{-2} + 3!(-5)^{-3} + \dots + n!(-5)^{-n} + \dots$$

Решение. Коэффициенты ряда

$$a_n = n!; a_{n+1} = (n+1)!.$$

Поэтому радиус сходимости

$$r = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n \cdot (n+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} = 0.$$

Ряд сходится только при $x - 5 = 0$, то есть в точке $x = 5$. $\otimes$

Пример 3.9.6. Показать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{x^4 + n^2}$ сходится равномерно на промежутке

$$(-\infty, \infty).$$

Решение. Выпишем несколько первых членов ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{x^4 + n^2} = -\frac{1}{x^4 + 1^2} + \frac{2}{x^4 + 2^2} - \frac{3}{x^4 + 3^2} + \dots$$

Имеем знакочередующийся ряд, причём

$$|u_1| = \frac{1}{x^4 + 1} > |u_2| = \frac{2}{x^4 + 4} > |u_3| = \frac{3}{x^4 + 9} > \dots$$

Применим признак Лейбница:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{(-1)^n \cdot n}{x^4 + n^2} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{\left(\frac{x^2}{n}\right)^2 + 1} = 0.$$

Ряд сходится для любых $x \in (-\infty, \infty)$.

Для остатка ряда имеем

$$|r_n| = \left| \sum_{n=m+1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{x^4 + n^2} \right| < |u_{m+1}| = \left| \frac{(-1)^{m+1} \cdot (m+1)}{x^4 + (m+1)^2} \right| < \frac{1}{m+1},$$

так как $x^4 > 0$. Рассмотрим неравенство $\frac{1}{m+1} < \varepsilon$. Из этого неравенства получаем

$m > \frac{1}{\varepsilon} - 1$. Если теперь мы выберем $m_0 = \left[\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right] + 1$, то $\forall m \geq m_0$ получаем

$|r_m| < \frac{1}{m+1} < \varepsilon$. Таким образом, ряд сходится на $(-\infty, \infty)$ независимо от x , то есть

равномерно по $x \in (-\infty, \infty) \otimes$

Ряд Тейлора (Маклорена)

Пример 3.9.7. Разложить функцию

$$f(x) = \frac{3}{2 - x - x^2}$$

по степеням x , $x_0 = 0$ в ряд Тейлора.

Решение. Данную функцию разложим на элементарные дроби:

$$f(x) = \frac{3}{2 - x - x^2} = \frac{1}{1 - x} + \frac{1}{x + 2}.$$

Теперь можно использовать готовое табличное разложение

$$\frac{1}{1 - t} = 1 + t + t^2 + t^3 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} t^n, \quad t \in (-1, 1).$$

Применяя это разложение, получаем:

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} x^n;$$

$$\frac{1}{x+2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1+\frac{x}{2}} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2^n} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2^{n+1}}, \quad x \in (-2, 2).$$

Получаем разложение для исходной функции:

$$f(x) = \frac{3}{2-x-x^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 + \frac{(-1)^n}{2^{n+1}} \right) x^n.$$

Область сходимости данного ряда – пересечение указанных областей сходимости:

$$M = (-1, 1) \cap (-2, 2) = (-1, 1) \otimes$$

Пример 3.9.8. Разложить в ряд Маклорена функцию, определённую формулой $f(x) = \sin^2 x$.

Решение. Вычисляем производные данной функции:

$$f^{(0)}(x) = \sin^2 x;$$

$$f^{(1)}(x) = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = \sin 2x;$$

$$f^{(2)}(x) = 2 \cdot \cos 2x = 2 \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$f^{(3)}(x) = -4 \cdot \sin 2x = 2^2 \cdot \sin\left(2x + 2 \cdot \frac{\pi}{2}\right);$$

$$f^{(4)}(x) = -8 \cdot \cos 2x = 2^3 \cdot \sin\left(2x + 3 \cdot \frac{\pi}{2}\right);$$

.....;

$$f^{(n)}(x) = 2^{n-1} \cdot \sin\left[2x + (n-1) \cdot \frac{\pi}{2}\right];$$

$$f^{(n+1)}(x) = 2^n \cdot \sin\left[2x + n \cdot \frac{\pi}{2}\right];$$

.....

Вычисляем производные в точке $x = 0$:

$$f^{(0)}(0) = 0;$$

$$f^{(0)}(0) = 0;$$

$$f^{(2)}(0) = 2;$$

$$f^{(4)}(0) = 0;$$

$$f^{(6)}(0) = 2^3;$$

$$f^{(8)}(0) = 0;$$

$$f^{(10)}(0) = 2^5;$$

.....

Остаточный член в форме Лагранжа имеет вид

$$\begin{aligned} r_n &= \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} x^{n+1} = \frac{2^n \cdot \sin\left(2 \cdot \xi + \frac{n \cdot \pi}{2}\right)}{(n+1)!} \cdot x^{n+1} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot x^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \sin\left(2 \cdot \xi + \frac{n \cdot \pi}{2}\right). \end{aligned}$$

Так как

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot x^{n+1}}{(n+1)!} = 0, \quad \left| \sin\left(2 \cdot \xi + \frac{n \cdot \pi}{2}\right) \right| \leq 1,$$

получаем $\lim_{n \rightarrow \infty} r_n = 0$. Поэтому функция $f(x) = \sin^2 x$ может быть разложена в ряд

Маклорена

$$\sin^2 x = \frac{2}{2!} \cdot x^2 - \frac{2^3}{4!} \cdot x^4 + \frac{2^5}{6!} \cdot x^6 - \frac{2^7}{8!} \cdot x^8 + \dots$$

на любом промежутке $[b, b'] \subset \mathbb{R}$

Задания для самостоятельной работы

Предел и дифференцируемость функций одного переменного

1. Выяснить тип монотонности последовательностей:

$$1) \left(\frac{n}{2n+1} \right); 2) \left(\frac{n}{5^n} \right); 3) \left(\frac{n}{4n-3} \right); 4) \left(\frac{n}{n+1} \right); 5) \left(1 + \frac{1}{2^n} \right).$$

2. Используя определение, показать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x_0$, если:

$$1) x_n = \frac{3n+1}{5n+2}, x_0 = \frac{3}{5};$$

$$2) x_n = \frac{2n-2}{3n-1}, x_0 = \frac{2}{3};$$

$$3) x_n = \frac{4n-2}{2n+3}, x_0 = 2;$$

$$4) x_n = \frac{4n^2+1}{n^2+2}, x_0 = 4;$$

$$5) x_n = \frac{3-n^3}{1+n^3}, x_0 = -1;$$

$$6) x_n = \frac{6n-2}{2n+1}, x_0 = 3;$$

$$7) x_n = \frac{3+8n^2}{1+4n^2}, x_0 = 2;$$

$$8) x_n = \frac{5n+2}{3n+1}, x_0 = \frac{5}{3}.$$

3. Вычислить предел последовательности:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n}{n};$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{2n+5};$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{6-n} + \sqrt[n]{6+n}}{\sqrt[n]{6-n} - \sqrt[n]{6+n}};$$

$$4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{4-n} - \sqrt[n]{4-n}}{\sqrt[n]{-n} - \sqrt[n]{4+n}};$$

$$5) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2 - (n+1)^2}{(n+1)^2 - (-n)^2};$$

$$6) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3}{(n+2)^2 - (n+1)^3};$$

$$7) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^2 - (n+5)^3}{(n-n)^3};$$

$$8) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + \frac{n}{2^n}}{n^2 - 1};$$

$$9) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3}{n^2 + 1} - \frac{3n^2}{3n - 1} \right);$$

$$10) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{a^2 n^2 + bn - an});$$

$$11) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \sqrt[3]{3n^2} + \sqrt[4]{4n^8 + 1}}{(n + \sqrt{n}) \sqrt{7 - n + n^2}};$$

$$12) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n-1} - \sqrt{2n^2 + 3}}{\sqrt[3]{n^3 + 3} + \sqrt[4]{n^5 + 2}};$$

$$13) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^3 - \sqrt{n^3 + 2}}{\sqrt{4n^6 + 3} - n};$$

$$14) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt[3]{8n^3 + 3}}{\sqrt[4]{n+5} + n};$$

$$15) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 5^{n+1}}{2^n + 5^n};$$

$$16) \lim_{n \rightarrow \infty} e^{-n} \sin x;$$

$$17) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n-1} \right)^n;$$

$$18) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 1}{n^2} \right)^{n^2};$$

$$19) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + n + 3}{n^2 + n - 1} \right)^{-n^2};$$

$$20) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + n + 5}{2n^2 + n + 1} \right)^{3n^2};$$

$$21) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n+1};$$

$$22) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{3n} \right)^n.$$

23. Найти множество определения M и множество значений $f(M)$ функции $f(x) = \lg x$.

24. Найти множество определения M следующих функций:

$$1) f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}; 2) f(x) = \frac{2x}{x^2 - 5x + 4}; 3) f(x) = \sqrt{x + 1} - 2;$$

$$4) f(x) = \lg \sqrt{x + 2} - 2; 5) f(x) = \frac{3x^2 - 5x + 2}{2x^3 - 3x^2 + x}.$$

25. Выяснить, какие из данных функций являются чётными, а какие нечётными:

$$1) f(x) = 1 - x; 2) f(x) = x^3 + x; 3) f(x) = \sqrt{2x - x^2};$$

$$4) f(x) = x^5 - x^3 + x; 5) f(x) = x^2 + x - 1.$$

26. Выяснить, является ли данная функция периодической и если функция является периодической, то найти её период:

$$1) f(x) = 5; 2) f(x) = \sin(x + 3); 3) f(x) = \cos x^2;$$

$$4) f(x) = 2 \{x\} + 1, \text{ где } \{x\} - \text{целая часть } x.$$

27. Используя определение непрерывности функции по Гейне, доказать, что функция $f(x) = x^2 + 3x + 3$ непрерывна в любой точке действительной числовой оси $(-\infty, +\infty)$.

28. Используя определение непрерывности по Коши показать, что следующие функции непрерывны в заданных точках x_0 :

1) $f(x) = 3x - 5, x_0 = 2$; 2) $f(x) = 4x^2 - 1, x_0 = 2$;

3) $f(x) = -3x^2 + 8, x_0 = 4$; 4) $f(x) = 4x^2 + 1, x_0 = 8$;

5) $f(x) = \sin x - \cos 2x, x_0 = \frac{\pi}{2}$.

29. Решить неравенство $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 1} < 0$.

30. Найти предел данной функции при $x \rightarrow x_0$:

1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 5x + 2}{2x^3 - 3x^2 + x}$; 2) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 3x^2 + 7x + 5}{x^2 - x - 2}$;

3) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 - 3x - 2}$; 4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^4 - x^3 + x - 1}$;

5) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 - x - 2}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$; 6) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^4 - a^4}{x^3 - a^3}$; 7) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \sin x}{1 - \cos 2x}$;

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin 2x)}{\sin 3x}$; 9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 5x - \cos 3x}$; 10) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + x3^x}{1 + x2^x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$;

12) $\lim_{x \rightarrow 0} (-\ln \cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$.

31. Используя свойства бесконечно малых и бесконечно больших функций, найти следующие пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x + 5}{x - 5}$; 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$; 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(x \cdot \cos \frac{1}{x} \right)$;

$$4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x - 1}; 5) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{6-x}}{x^2 - 4};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2}{4x^5 + x + 1}; 7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^{x+1} + 3^{x+1}}{2^x + 3^x};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1}); 9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{4x}; 10) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)^{3x}.$$

32. Используя таблицу производных, найти первую производную функцию для заданной функции и, если требуется, её значение в заданных точках:

$$1) f'(x) = \ln \frac{5 - 4x^2}{3 + 7x^2}, x_0 = 3; 2) f'(x) = \ln \frac{(x^2 - 2x)^3}{x^2 - 5};$$

$$3) f'(x) = x \cdot \ln x, x = 1, x = 1x = e, x = \frac{1}{e}, x = \frac{1}{e^2};$$

$$4) f'(x) = \sqrt[8]{x^3} - 4x^6 + 5 \ln x - 7 \cos x + \operatorname{tg}(x^2 + 2) + \operatorname{ctg} 6x;$$

$$5) f'(x) = \ln^2(-\cos x); 6) f'(x) = \frac{3^x (\sin x + \cos x \cdot \ln 3)}{1 + \ln^2 3};$$

$$7) f'(x) = \ln \sin 3 - \frac{\cos^2 x}{\sin x}; 8) f'(x) = \ln(x + \sqrt{thx}).$$

33. Найти первую производную и дифференциал функции

$$f(x) = \frac{\ln x}{\sin x} + (x^2 + 1) \operatorname{ctg} x.$$

$$34. \text{Найти } f'(x) \text{ и } df(x), \text{ если } f(x) = \frac{1 - 10^x}{1 + 10^x}.$$

$$35. \text{Найти } f'(x) \text{ и } df(x), \text{ если } f(x) = \ln(e^x + 7).$$

36. Пусть функции f и g , определённые на одном и том же множестве $M \subset \mathbb{R}$, n -раз дифференцируемы на этом множестве. Показать, что сумма и произведение этих функций также n -раз дифференцируемы на M .

37. Найти производные указанных порядков для данных функций:

$$1) f'(x) = \ln(x - 3), f''(x) = ?;$$

$$2) f(x) = \sin 2x + \cos 3x, f'''(x) = ?;$$

$$3) f(x) = \frac{x+1}{2x+3}, f'''(x) = ?;$$

$$4) f(x) = \ln(x+1), f'''(x) = ?;$$

$$5) f(x) = 3^{2x+1}, f'''(x) = ?;$$

$$6) f(x) = x^2 \cdot \sin x, f^{(6)}(x) = ?.$$

38. Найти производные и дифференциалы указанных порядков:

$$1) f(x) = \cos^2 x, f''(x) = ?, d^2 f(x) = ?;$$

$$2) f(x) = e^x \cos x, f^{(6)}(x) = ?, d^{(6)} f(x) = ?.$$

Дифференцируемость функций нескольких переменных

Интегрируемость функций одного переменного

1. Найти частные производные первого порядка функций, заданных формулами:

$$1) u(x, y) = x^3 \sin y + y^4; 2) u(x, y) = x^2 \sqrt{\frac{x+y}{x-y}}.$$

2. Найти частные производные в заданных точках:

$$1) u(x, y) = \frac{1-xy}{1+xy}, A(0; 1);$$

$$2) u(x, y) = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt[3]{x}}, A(1; 1);$$

$$3) u(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2}, A(\sqrt{2}; 1).$$

3. Найти полные дифференциалы следующих функций:

$$1) u = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}; 2) u = \ln(x_1 + \sqrt{x_1^2 + x_2^2});$$

$$3) u = \ln \sin(x_1 - 2x_2); 4) u = x^2 y z^4; 5) u = \ln(x^3 - y^3 + 2z^3).$$

4. Пусть функция задана формулой $f(x, y) = x^2 \sin^2 y$. Вычислить $df(x_0, y_0)$ в точке

$$(x_0, y_0) = \left(-1; \frac{\pi}{4}\right).$$

5. Вычислить значения полных дифференциалов функций, заданных формулами:

$$1) u = \frac{x_2}{x_2 - x_1}, x_1 = 1, x_2 = 2, dx_1 = \frac{1}{2}, dx_2 = -\frac{1}{3};$$

$$2) u = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$x = 3, y = 4, z = 5, dx = -0,1, dy = 0,3, dz = 0,2.$$

6. Вычислить приближённое значение выражения $\ln 0,02 \cdot \ln 0,97$.

7. Найти $\frac{du}{dt}$, если $u = e^{x-3y}$, $x = \sin t$, $y = t^2$.

8. Найти $\frac{\partial f}{\partial u}, \frac{\partial f}{\partial v}$, если $f = \ln(x^2 + y^2)$, $x = uv$, $y = \frac{u}{v}$.

9. Функция задана уравнением $e^u = \cos x \cos y$. Найти $\frac{\partial u}{\partial x}$ и $\frac{\partial u}{\partial y}$.

10. Проверить справедливость теоремы Ферма для функции $f(x) = 3x^2 - 1$ на промежутке $[1, 2]$.

11. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции $f(x) = x$ на промежутке $[1, 1]$.

12. Проверить справедливость первой теоремы о среднем для функции $f(x) = 2x - x^2$ на промежутке $[1, 3]$. Найти точку ξ , удовлетворяющую условию $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(\xi)$.

13. Раскрыть неопределённости по правилам Лопиталя:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \left[\frac{0}{0} \right]; 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right];$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right) = \infty - \infty; 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \left[\frac{0}{0} \right];$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^3 - 4x^2 + 3} = \left[\frac{0}{0} \right]; 6) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right].$$

14. Показать, что разложение функции $f(x) = \cos x$ по формуле Маклорена имеет вид:

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^{k-1} \frac{x^{2k-2}}{(2k-2)!} + (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} \cos \theta x.$$

15. Показать, что разложение функции $\ln(1+x)$ по формуле Маклорена имеет вид:

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1} \left(\frac{1}{1+\theta x} \right)^{n+1}.$$

16. Написать разложение для функции $f(x) = e^{\sin x}$ по формуле Маклорена до степени x^3 включительно.

17. Найти промежутки монотонности функции:

$$1) f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 2; 2) f(x) = \frac{1}{x^2 + 1};$$

$$3) f(x) = x(\sqrt{x}); 4) f(x) = x - 2 \sin x, \quad 0 \leq x \leq 2\pi.$$

18. Исследовать на экстремум функцию:

$$1) f(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3 + \frac{5}{2} \cdot x^2 + 4x + 3;$$

$$2) f(x) = e^{-5x};$$

$$3) f(x) = e^{-1/x};$$

$$4) f(x) = \frac{1}{x} + \ln x.$$

19. Определить наименьшее и наибольшее значения функции на заданном промежутке:

$$1) f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 10, \quad [1, 2];$$

$$2) f(x) = 1 - \sqrt[3]{x^2 - 2x}, \quad [1, 2];$$

$$3) f(x) = \frac{4x^2}{3 + x^2}, \quad [1, 1];$$

$$4) f(x) = 2 - 12x^2 - 8x^3, \quad [2, 0];$$

$$5) f(x) = \frac{x^3 - 9x^2}{6x - 5}, \quad [1, 4];$$

$$6) f(x) = 2 - 12x^2 - 8x^3, \quad [-2, 0].$$

20*. Из прямоугольного куска жести шириной 50 см. и длиной 80 см. делают ящики: в углах вырезают квадраты, закрывают выступающие края и запаивают кромки. Определить, какого размера квадраты следует вырезать, чтобы объём ящика был максимальным.

21*. Разложить число 20 на два слагаемых так, чтобы их произведение было наибольшим.

22. Имеет ли точки перегиба функция $f(x) = x^3 - 6x^2 + 2x - 1$?

23. Показать, что график функции

$$f(x) = \frac{1}{30}x^6 - \frac{13}{12}x^4 + 18x^2 - 7x - 1$$

имеет точки перегиба графика в точках $x_{1,2} = \pm 2$, $x_{3,4} = \pm 3$ множества определения функции.

24. Найти промежутки, на которых график функции является выпуклым и вогнутым:

$$1) f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x + 4; 2) f(x) = x^4 + 8x^2 + 16.$$

25. Найти асимптоты графика функции:

$$1) f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1} + 2; 2) f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3};$$

$$3) f(x) = \frac{-5x + 3}{x + 2}; 4) f(x) = \frac{-x^2 + 7x}{x - 3};$$

$$5) f(x) = \sqrt{1 + x^2} - 2x.$$

26*. Исследовать функцию и построить её график:

$$1) f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + 7x - 3}{2x^2}; 2) f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 1;$$

$$3) f(x) = 2x - 1 + \sqrt{x + 1}; 4) f(x) = x(-x^2)^2;$$

$$5) f(x) = x^4 \sqrt{x + 1}; 6) f(x) = x^2 \sqrt{-x} + x^2.$$

27. Найти градиент функции $u = \sqrt{4 + x^2 + y^2}$ в точке $M(1; 1)$.

Ответ: $\frac{2}{3} \vec{e}_1 + \frac{1}{3} \vec{e}_2$.

28. Найти производную функции

$$u = x^2 + y^2 - 3x + 2y$$

по направлению радиус-вектора точки $M(4; 4)$ в начале координат.

Ответ: $\frac{1}{5}$.

29. Найти производную функции, определённой формулой

$$u = \frac{x_1 x_2 x_3}{3},$$

в точке $M_0(2; 3)$ по направлению вектора $\vec{M_0 M}$, если $M(4; 1; 6)$.

30. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой:

$$f(x, y) = 3x_1 + 6x_2 - x_1^2 - x_1 x_2 - x_2^2.$$

Ответ: функция в точке $M(0; 3)$ имеет локальный максимум $f(0; 3) = 9$.

31. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой:

$$f(x, y) = e^{\frac{x}{2}} + y^2.$$

Ответ: функция в точке $M(2; 0)$ имеет локальный минимум: $f(2; 0) = -\frac{2}{e}$.

32*. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой

$$z = x^2 + y^2$$

при условии, что $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$.

Ответ: функция в точке $M\left(\frac{36}{25}; \frac{48}{25}\right)$ имеет локальный минимум

$$f\left(\frac{36}{25}; \frac{48}{25}\right) = \frac{144}{25}.$$

33*. Найти наибольшее и наименьшее значения функции, заданной формулой

$$f(x, y) = xy$$

в круге $x^2 + y^2 \leq 1$.

Ответ: $f_{\min} = -\frac{1}{2}; f_{\max} = \frac{1}{2}$.

34. Найти неопределённые интегралы непосредственным интегрированием, используя свойства неопределённого интеграла и таблицу первообразных:

1) $\int (x^6 - 6x^5 + 40x^3 - 24x^2) dx$; 2) $\int \sqrt[3]{x^2} (\sqrt[3]{x} - 1) dx$;

3) $\int \frac{4 - 3\sqrt{x}}{x^2} dx$; 4) $\int \frac{x+2}{x+3} dx$; 5) $\int \left(\sum_{k=0}^n a_k x^k \right) dx$;

6) $\int (x^2 + 1)^3 dx$; 7) $\int (1 + \sqrt{x})^4 dx$; 8) $\int \frac{(x+1)(x^2-3)}{3x^2} dx$;

9) $\int \frac{(x - \sqrt{x})(x + \sqrt{x})}{\sqrt[3]{x}} dx$; 10) $\int (e^x - 1)(e^{-x} + 1) dx$;

11) $\int \frac{x^2 + 3}{x^2 + 1} dx$; 12) $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x} dx$; 13) $\int \frac{\sin 3x - \sin 5x}{\cos 4x} dx$;

14) $\int \frac{2^{x+1} - 5^{x-1}}{10^x} dx$; 15) $\int \frac{dx}{2 + 3x^2} dx$.

35. Найти неопределённые интегралы методом подведения под дифференциал:

1) $\int \frac{dx}{ax + b}$, где a, b – постоянные;

2) $I = \int \frac{x dx}{1 + x^2}$;

3) $\int \sqrt{x+3} dx$ (**Указание:** использовать подстановку $t = x + 3$);

4) $I = \int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$ (**Указание:** использовать подстановку $t = e^x$);

5) $\int \frac{x^2 + 1}{(x^3 + 3x + 1)^4} dx$; 6) $\int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$;

$$7) \int \frac{3\sqrt{x}+1}{2x\sqrt{x}+x} dx; 8) \int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^4}};$$

$$9) \int \frac{x \cos x + \sin x}{\sin x} dx; 10) \int \frac{\sin 2x - \cos x}{\cos^2 x + \sin x} dx.$$

36. Найти неопределённые интегралы методом подстановки:

$$1) \int x \cdot e^{x^2} dx \text{ (Указание: использовать подстановку } t = x^2);$$

$$2) \int \frac{\ln^3 x}{x} dx; 3) \int (2x-5) dx; 4) \int e^{4-3x} dx;$$

$$5) \int 6^{5x+2} dx; 6) \int \frac{6x-5}{\sqrt{3x^2-5x+4}} dx; 7) \int \frac{e^x dx}{2e^x+7}; 8) \int \frac{dx}{x \ln x};$$

$$9) \int \frac{\sqrt[6]{\ln^5 x}}{x} dx; 10) \int \frac{e^{5x}}{4-e^{10x}} dx; 11) \int \sin x \cos^2 x dx;$$

$$12) \int \frac{\cos x}{\sqrt[3]{\sin x}} dx; 13) \int \frac{\sin x}{\cos^2 x \sqrt{\cos x}} dx;$$

$$14) \int \frac{\sqrt{5 \operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx; 15) \int e^{4 \cos x - 1} \sin x dx.$$

37. Найти неопределённый интеграл методом интегрирования по частям:

$$1) \int x^2 \cdot \cos x dx; 2) \int x^2 \cdot \sin x dx; 3) \int x \cdot e^x dx;$$

$$4) \int (x^2 + 2x + 3) \cos x dx; 5) \int \frac{x}{\sin^2 x} dx; 6) \int e^{2x} \cos x dx;$$

$$7) \int x^2 e^x dx; 8) \int x \ln x dx.$$

38. Найти определённый интеграл:

$$1) \int_0^1 x \cdot e^{-x} dx;$$

$$2) \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx \text{ (Указание: использовать подстановку } t = \ln x);$$

3) $\int_0^r \sqrt{r^2 - x^2} dx$ (Указание: использовать замену переменной интегрирования

$x = r \cdot \sin t$ и формулу интегрирования по частям);

4) $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\cos x + \sin x} dx$; 5) $\int_1^e \frac{1 + \ln^3 x}{x} dx$; 6) $\int_{-2}^5 \sqrt[5]{5x + 2} dx$;

7) $\int_{0,5}^{0,5} \frac{3^x}{1 + 9^x} dx$; 8) $\int_0^{0,5} e^{\sin \pi x} \cos \pi x dx$; 9) $\int_0^1 x e^{-x} dx$;

10) $\int_0^{\pi} e^x \cos^2 x dx$; 11) $\int_0^{\pi} (7 - x) \sin x dx$; 12) $\int_{-1}^0 (x + 3) e^{-x} dx$;

13) $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{x dx}{\sin^2 x}$; 14) $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\cos x}{3 + \cos x} dx$; 15) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x} dx$; 16) $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1 + \operatorname{tg} x}{\sin 2x} dx$.

Числовые ряды

1. Выяснить вопрос о сходимости и найти суммы рядов:

1) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots$; 2) $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots$;

3) $1 + \frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{4}} + \frac{1}{\sqrt[3]{8}} + \dots$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{n^2 + 5n + 6}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2 - 5n + 6}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{30}{25n^2 + 5n - 6}$;

7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{90}{4n^2 + 8n - 5}$; 8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{18}{n^2 + 3n}$; 9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{9n^2 - 3n - 2}$;

10) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{4n^2 - 1}$; 11) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{16}{16n^2 - 8n - 3}$; 12) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{60}{(n+1)(n+3)(n+5)}$.

2. Проверить, выполнение необходимого признака сходимости для рядов:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}$;

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 1}; 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3 + 1}}{n^2 + \sin n};$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4 - n)^3 - (e - n)^3}{(-n)^2 - (e + n)^4}; 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(e - n)^3 - (e - n)^3}{(-n)^3 - (-n)^3}.$$

3. Исследовать сходимость ряда, используя признак сравнения:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1 + 2^{2n}}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n \cdot (1 + 2^n)};$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 - 2 \sin n}{n - \ln n}; 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + \cos n}{n^2 + 3};$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \ln n}{n^3 - 2}; 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[4]{n^9}};$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[3]{n + 3}}; 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{n^2 + 1};$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^3 + 6}{n^3 + 5}; 10) \sum_{n=1}^{\infty} n \ln \frac{n^4 + 3}{n^4 + 2};$$

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} n \ln \frac{3^n + n}{7^n + 2n}; 12) \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left(e^{\frac{1}{2n^3}} - 1 \right).$$

4. Исследовать сходимость ряда, используя признак Даламбера:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^5}; 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!};$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n + 2)!}{2^n (n + 5)!}; 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (5 - 1)^n}{n!}; 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n n!}{(n!)^2};$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{(n!)^2}; 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}.$$

5. Исследовать сходимость ряда, используя радикальный признак Коши:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2 + 1}{2n^2 + 1} \right)^{n^2}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^3 + n}{3n^3 - 1} \right)^{n^2};$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n - 3}{7n + 1} \right)^{n^3}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n + 1}{5n + 3} \right)^n;$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{n} \left(\frac{n}{2n + 1} \right)^{2n}; \quad 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 3^n}{5^{n+1}}.$$

6. Исследовать сходимость знакопеременного ряда и выяснить тип сходимости (абсолютная или условная):

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{3n - 2}{3n - 1}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(1 + \frac{n}{10^n} \right);$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n + 1}{n^2 + n + 1}.$$

Функциональные ряды

1. Исследовать сходимость функциональных рядов в указанных точках:

$$1) \frac{3x + 1}{x^2 + x + 1} + \left(\frac{3x + 1}{x^2 + x + 1} \right)^2 + \dots + \left(\frac{3x + 1}{x^2 + x + 1} \right)^n + \dots,$$

$$x = 1, x = 2, x = 3;$$

$$2) \frac{1!}{1} (-2 - 4x + 6)^1 + \frac{2!}{2^2} (-2 - 4x + 6)^2 + \dots + \frac{n!}{n^2} (-2 - 4x + 6)^n + \dots,$$

$$x = 1, x = 2, x = 3.$$

9. Найти область сходимости функционального ряда

$$1) \frac{1}{1 + x^2} + \frac{1}{2^2 (1 + x^2)^2} + \dots + \frac{1}{n^2 (1 + x^2)^n} + \dots;$$

$$2) 1 + \frac{1}{2^x} + \frac{1}{3^x} + \dots + \frac{1}{n^x} + \dots;$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n(x^2 - 6x + 10)^n};$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n(x^2 - 5x + 9)^n};$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^2(x^2 + 3)^n};$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n(x^2 - 4x + 8)^n};$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n^2(x^2 - 2x + 6)^n};$$

$$8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(1 + \sqrt{n})^n}.$$

3. Найти радиус и промежуток сходимости степенного ряда:

$$1) \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots;$$

$$2) 1 + \frac{x^3}{10} + \frac{x^6}{10^2} + \dots + \frac{x^{3(n-1)}}{10^{n-1}} + \dots;$$

$$3) 2x^5 + \frac{4x^{10}}{3} + \frac{8x^{15}}{5} + \dots + \frac{2^n x^{5n}}{2n-1} + \dots;$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n(n-1)/2}}{n!};$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-2)^n}{n \cdot 9^n};$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+5)^{2n}}{4^n};$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{(n+1)2^n};$$

$$8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}(n+3)^n}{n^2+1};$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-3)^{2n-1}}{(n^3+3n)4^n};$$

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+2)^n}{(n+1)2^n 3^n}.$$

4. Разложить данную функцию в ряд Тейлора в окрестности данной точки, или в ряд Маклорена в окрестности нуля;

$$1) f(x) = \frac{x}{\sqrt{9+x^2}};$$

$$2) f(x) = \frac{x}{3+2x};$$

$$3) f(x) = \sqrt[4]{16+x};$$

$$4) f(x) = 2^x;$$

$$5) f(x) = \cos^2 x;$$

$$6) f(x) = e^{-x^2};$$

$$7) f(x) = \frac{1}{x} \text{ по степеням } x-2;$$

$$8) f(x) = 3^x;$$

$$9) f(x) = e^{-2x};$$

$$10) f(x) = \sqrt{x+2}.$$

**ЧАСТЬ 4. ТЕОРИЯ ПОЛЯ.
ВЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ.
ОБЫКНОВЕННЫЕ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

Практическое занятие 1

Базисные векторные поля

Пример 4.1.1. Показать, что орты полярной системы координат связаны с ортами декартовой системы координат соотношениями

$$\vec{g}_{\langle r \rangle} = \cos \varphi \vec{e}_1 + \sin \varphi \vec{e}_2, \quad \vec{g}_{\langle \varphi \rangle} = -\sin \varphi \vec{e}_1 + \cos \varphi \vec{e}_2. \quad (1)$$

Решение. В полярной системе координат связь между старыми (декартовыми) и новыми (полярными) координатами даётся обратным отображением

$$x^1 = r \cos \varphi, \quad x^2 = r \sin \varphi. \quad (2)$$

Следовательно, для радиус-вектора получаем

$$\vec{r} = r \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \sin \varphi \cdot \vec{e}_2. \quad (3)$$

Воспользуемся формулами связи базисных векторных полей:

$$\vec{g}_j \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^j} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial q^j} = \frac{\partial x^i}{\partial q^j} \vec{e}_i = A_j^i \vec{e}_i. \quad (4)$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_r$ имеем:

$$\begin{aligned} \vec{g}_r &= \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial r} = \\ &= \frac{\partial}{\partial r} \left(\cos \varphi \right) \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r} \left(\sin \varphi \right) \vec{e}_2 = \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + \sin \varphi \cdot \vec{e}_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_\varphi$ имеем:

$$\begin{aligned}
\vec{g}_\varphi &= \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial \varphi} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial \varphi} = \\
&= \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\cos \varphi \right) \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sin \varphi \right) \vec{e}_2 = \\
&= -r \sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \cos \varphi \cdot \vec{e}_2.
\end{aligned} \tag{6}$$

Так как

$$\left\| \vec{g}_r \right\| = \sqrt{\left(\vec{g}_r, \vec{g}_r \right)} = \sqrt{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi} = 1,$$

то базисное векторное поле $\vec{g}_r$ нормировано и, следовательно, имеем

$$\vec{g}_{\langle r \rangle} \equiv \vec{g}_r = \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + \sin \varphi \cdot \vec{e}_2. \tag{7}$$

Векторное поле $\vec{g}_\varphi$ не нормировано, а его норма

$$\left\| \vec{g}_\varphi \right\| = \sqrt{\left(\vec{g}_\varphi, \vec{g}_\varphi \right)} = \sqrt{(-r \sin \varphi)^2 + (r \cos \varphi)^2} = r. \tag{8}$$

Орт векторного поля $\vec{g}_\varphi$ равен

$$\begin{aligned}
\vec{g}_{\langle \varphi \rangle} &= \frac{1}{\left\| \vec{g}_\varphi \right\|} \vec{g}_\varphi = \frac{1}{r} \left(-r \sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \cos \varphi \cdot \vec{e}_2 \right) = \\
&= -\sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + \cos \varphi \cdot \vec{e}_2.
\end{aligned} \tag{9}$$

Формулы (7) и (9) решают поставленную задачу. $\otimes$

Пример 4.1.2. В полярной системе координат закон движения точки задан уравнениями

$$x^1 \llcorner = r \llcorner \cos \varphi \llcorner, \quad x^2 \llcorner = r \llcorner \sin \varphi \llcorner, \tag{1}$$

где t – время. Найти скорость и ускорение точки в декартовых и полярных координатах.

Решение. Векторная параметризация движения имеет вид

$$\vec{r} = r \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \sin \varphi \cdot \vec{e}_2. \quad (2)$$

Вектор скорости

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\cos \varphi \right) \vec{e}_1 + \frac{d}{dt} \left(\sin \varphi \right) \vec{e}_2 = \\ &= \left(\frac{dr}{dt} \cdot \cos \varphi + r \cdot \frac{d}{d\varphi} \left(\cos \varphi \right) \frac{d\varphi}{dt} \right) \cdot \vec{e}_1 + \\ &+ \left(\frac{dr}{dt} \cdot \sin \varphi + r \cdot \frac{d}{d\varphi} \left(\sin \varphi \right) \frac{d\varphi}{dt} \right) \cdot \vec{e}_2 = \\ &= \left(\frac{dr}{dt} \cdot \cos \varphi - r \cdot \sin \varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt} \right) \cdot \vec{e}_1 + \left(\frac{dr}{dt} \cdot \sin \varphi + r \cdot \cos \varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt} \right) \cdot \vec{e}_2. \end{aligned} \quad (3)$$

Найдём проекции вектора скорости на оси полярной системы координат. Для этого вычислим значения скалярных произведений вектора скорости и ортов полярной системы координат, найденных в предыдущей задаче (формулы (7) и (9)):

$$\begin{aligned} v_r &\equiv \text{Pr}_{\vec{e}_r} \vec{v} = \left(\vec{v}, \vec{g}_{\langle r \rangle} \right) = \\ &= \left(\frac{dr}{dt} \cos \varphi - r \frac{d\varphi}{dt} \sin \varphi \right) \cos \varphi + \left(\frac{dr}{dt} \sin \varphi + r \frac{d\varphi}{dt} \cos \varphi \right) \sin \varphi = \frac{dr}{dt}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} v_\varphi &\equiv \text{Pr}_{\vec{e}_\varphi} \vec{v} = \left(\vec{v}, \vec{g}_{\langle \varphi \rangle} \right) = \\ &= \left(\frac{dr}{dt} \cos \varphi - r \frac{d\varphi}{dt} \sin \varphi \right) \left(-\sin \varphi \right) + \left(\frac{dr}{dt} \sin \varphi + r \frac{d\varphi}{dt} \cos \varphi \right) \cos \varphi = \\ &= r \frac{d\varphi}{dt}. \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, вектор скорости в полярной системе координат имеет вид

$$\vec{v} = \frac{dr}{dt} \vec{g}_{\langle r \rangle} + r \frac{d\varphi}{dt} \vec{g}_{\langle \varphi \rangle}. \quad (6)$$

Найдём разложение вектора ускорения по ортам полярной системы координат. Для этого используем формулы (7) и (9) из предыдущей задачи и формулу (6) из этой задачи:

$$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2} \vec{g}_{\langle r \rangle} + \frac{dr}{dt} \frac{d\vec{g}_{\langle r \rangle}}{dt} + \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} \vec{g}_{\langle \varphi \rangle} + r \frac{d^2\varphi}{dt^2} \vec{g}_{\langle \varphi \rangle} + r \frac{d\varphi}{dt} \frac{d\vec{g}_{\langle \varphi \rangle}}{dt};$$

$$\frac{d\vec{g}_{\langle r \rangle}}{dt} = -\sin \varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_1 + \cos \varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_2;$$

$$\frac{d\vec{g}_{\langle \varphi \rangle}}{dt} = -\cos \varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_1 - \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_2;$$

$$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2} \vec{g}_{\langle r \rangle} + \frac{dr}{dt} \left(-\sin \varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_1 + \cos \varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_2 \right) +$$

$$+ \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} \vec{g}_{\langle \varphi \rangle} + r \frac{d^2\varphi}{dt^2} \vec{g}_{\langle \varphi \rangle} +$$

$$+ r \frac{d\varphi}{dt} \left(-\cos \varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_1 - \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_2 \right) =$$

$$= \left(\frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right) \vec{g}_{\langle r \rangle} + \left(r \frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} \right) \vec{g}_{\langle \varphi \rangle}.$$

Итак, в полярной системе координат для ускорения получаем следующее выражение:

$$\vec{w} = \left(\frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right) \vec{g}_{\langle r \rangle} + \left(r \frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} \right) \vec{g}_{\langle \varphi \rangle}. \quad \otimes \quad (7)$$

Пример 4.1.3. Закон движения точки в полярных координатах имеет вид:

$$\begin{cases} r = t \cdot \sin 3t, \\ \varphi = t^3. \end{cases} \quad (1)$$

Найти скорость и ускорение точки в полярных и декартовых координатах в момент времени $t = 1$ с. Радиус дан в метрах.

Решение. 1) Полярные координаты точки в заданный момент времени:

$$r \Big|_{t=1} = \sin 3 = 0,141; \quad \varphi \Big|_{t=1} = 1.$$

2) Дифференцируя уравнения движения (1) по времени, получаем:

$$\begin{cases} \dot{r} = \sin 3t + 3t \cos 3t, \\ \dot{\varphi} = 3t^2. \end{cases} \quad (2)$$

При $t = 1$ с имеем:

$$\dot{r} \Big|_{t=1} = -2,829, \quad \dot{\varphi} \Big|_{t=1} = 3.$$

3) По формулам (4) и (5) предыдущей задачи находим компоненты скорости в полярных координатах:

$$v_r \Big|_{t=1} = \dot{r} \Big|_{t=1} = -2,829 \frac{M}{c}; \quad v_\varphi \Big|_{t=1} = r \Big|_{t=1} \dot{\varphi} \Big|_{t=1} = 0,423 \frac{M}{c}.$$

4) Норма скорости:

$$v \Big|_{t=1} = \sqrt{v_r^2 \Big|_{t=1} + v_\varphi^2 \Big|_{t=1}} = 2,860 \frac{M}{c}.$$

5) Дифференцируя формулы связи полярных и декартовых координат по времени, находим компоненты скорости в декартовых координатах:

$$v^1 = \dot{x}^1 = \dot{r} \cos \varphi - r \dot{\varphi} \sin \varphi = v_r \cos \varphi - v_\varphi \sin \varphi;$$

$$v^2 = \dot{x}^2 = \dot{r} \sin \varphi + r \dot{\varphi} \cos \varphi = v_r \sin \varphi + v_\varphi \cos \varphi.$$

В заданный момент времени имеем:

$$v^1 \Big|_{t=1} = -1,883 \frac{M}{c}; \quad v^2 \Big|_{t=1} = -2,148 \frac{M}{c}.$$

Проверка правильности вычислений (норма вектора скорости в декартовых и полярных координатах должна быть одинаковой):

$$v = \sqrt{(v^1 \Big|_{t=1})^2 + (v^2 \Big|_{t=1})^2} = 2,85 \frac{M}{c}.$$

6) Находим вторые производные, дифференцируя (2):

$$\ddot{r} = 6 \cos 3t - 9t \sin 3t; \quad \ddot{\varphi} = 6t.$$

При $t = 1$ имеем:

$$\ddot{r} \Big|_{t=1} = -9,74; \quad \ddot{\varphi} \Big|_{t=1} = 6.$$

7) Находим компоненты ускорения в полярных координатах:

$$w_r = \ddot{r} - r \dot{\varphi}^2 = -11,01 \frac{M}{c^2};$$

$$w_\varphi = r \ddot{\varphi} + 2 \dot{r} \dot{\varphi} = -16,128 \frac{M}{c^2}.$$

8) Норма ускорения

$$w = \sqrt{w_r^2 + w_\varphi^2} = 19,52 \frac{M}{c^2}.$$

9) Компоненты ускорения в декартовых координатах находим двукратным дифференцированием формулы (2) по времени:

$$w^1 = \left(\ddot{r} - r \dot{\varphi}^2 \right) \cos \varphi - \left(r \ddot{\varphi} + 2 \dot{r} \dot{\varphi} \right) \sin \varphi \equiv w_r \cos \varphi - w_\varphi \sin \varphi;$$

$$w^2 = \left(\ddot{r} - r \dot{\varphi}^2 \right) \sin \varphi + \left(r \ddot{\varphi} + 2 \dot{r} \dot{\varphi} \right) \cos \varphi = w_r \sin \varphi + w_\varphi \cos \varphi.$$

При $t = 1$ имеем:

$$w^1 = 7,602; w^2 = -17,95.$$

Проверка:

$$w = \sqrt{(w^1)^2 + (w^2)^2} = 19,49. \otimes$$

Пример 4.1.4. Закон движения точки в полярных координатах имеет вид:

$$r = 22 \cdot \frac{1 - \frac{t^2}{121}}{t}; \quad \varphi = \arccos\left(\frac{t}{11}\right).$$

Найти скорость и ускорение точки в полярных и декартовых координатах в момент времени $t = 9 \text{ с}$. Радиус дан в метрах.

Ответ:

r	$\dot{r}$	φ	$\dot{\varphi}$	v_r	v_φ	v	v^1	v^2
м	м/с	рад	рад/сек			м/с		
0,81	-0,45	0,61	-0,16	-0,45	-0,13	0,47	-0,3	-0,37

Пример 4.1.5. Выразить базисные векторные поля цилиндрической системы координат в виде разложения по ортам декартовой системы координат.

Решение. Связь декартовых и цилиндрических координат имеет вид

$$\begin{cases} x^1 = r \cos \varphi, \\ x^2 = r \sin \varphi, \\ x^3 = h, \end{cases} \det \left(\frac{\partial (x^1, x^2, x^3)}{\partial (r, \varphi, h)} \right) = \begin{vmatrix} \cos \varphi & -r \sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & r \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = r,$$

где для цилиндрических координат принимаются следующие пределы изменения:

$$D = \{ (r, \varphi, h) \in R_2^3 : 0 \leq r < +\infty, 0 \leq \varphi < 2\pi, -\infty < h < +\infty \}.$$

Для радиус-вектора имеем

$$\vec{r} = r \cos \varphi \vec{e}_1 + r \sin \varphi \vec{e}_2 + h \vec{e}_3.$$

Дифференцируем разложение радиус-вектора последовательно по цилиндрическим координатам и используем формулу разложения базисных векторных полей по ортам декартовой системы координат

$$\vec{g}_j \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial \vec{r}}{\partial q^j} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial q^j} = \frac{\partial x^i}{\partial q^j} \vec{e}_i = \frac{\partial x^1}{\partial q^j} \vec{e}_1 + \frac{\partial x^2}{\partial q^j} \vec{e}_2 + \frac{\partial x^3}{\partial q^j} \vec{e}_3.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_r$ имеем:

$$\begin{aligned} \vec{g}_r &= \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3} \frac{\partial x^3}{\partial r} = \\ &= \frac{\partial}{\partial r} (r \cos \varphi) \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r} (r \sin \varphi) \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial r} h \cdot \vec{e}_3 = \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + \sin \varphi \cdot \vec{e}_2. \end{aligned}$$

Так как для векторного поля $\vec{g}_r$

$$\|\vec{g}_r\| = \sqrt{\left(\vec{g}_r, \vec{g}_r \right)} = \sqrt{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi} = 1,$$

то базисное векторное поле $\vec{g}_r$ нормированное, то есть

$$\vec{g}_{\langle r \rangle} \equiv \vec{g}_r.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_\varphi$ имеем:

$$\begin{aligned}\vec{g}_\varphi &= \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial \varphi} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3} \frac{\partial x^3}{\partial \varphi} = \\ &= \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\cos \varphi \right) \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sin \varphi \right) \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial \varphi} h \cdot \vec{e}_3 = \\ &= -r \sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \cos \varphi \cdot \vec{e}_2.\end{aligned}$$

Так как для векторного поля $\vec{g}_\varphi$

$$\left\| \vec{g}_\varphi \right\| = \sqrt{\left(\vec{g}_\varphi, \vec{g}_\varphi \right)} = \sqrt{\left(-r \sin \varphi \right)^2 + \left(r \cos \varphi \right)^2} = r,$$

то поле $\vec{g}_\varphi$ ненормированное. Находим орт поля:

$$\begin{aligned}\vec{g}_{\langle \varphi \rangle} &= \frac{1}{\left\| \vec{g}_\varphi \right\|} \vec{g}_\varphi = \frac{1}{r} \left(-r \sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \cos \varphi \cdot \vec{e}_2 \right) = \\ &= -\sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + \cos \varphi \cdot \vec{e}_2.\end{aligned}$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_h$ имеем:

$$\begin{aligned}\vec{g}_h &= \frac{\partial \vec{r}}{\partial h} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial h} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial h} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial h} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3} \frac{\partial x^3}{\partial h} = \\ &= \frac{\partial}{\partial h} \left(\cos \varphi \right) \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial h} \left(\sin \varphi \right) \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial h} h \cdot \vec{e}_3 = \vec{e}_3.\end{aligned}$$

Таким образом, базисное векторное поле $\vec{g}_h$ нормированное, то есть

$$\vec{g}_{\langle h \rangle} = \vec{e}_3. \otimes$$

Пример 4.1.6. Выразить базисные векторные поля сферической системы координат в виде разложения по ортам декартовой системы координат.

Р е ш е н и е. Связь декартовых и сферических координат имеет вид

$$\begin{cases} x^1 = r \sin \theta \cdot \cos \varphi, \\ x^2 = r \sin \theta \cdot \sin \varphi, \\ x^3 = r \cos \theta, \end{cases}$$

$$\det \left(\frac{\partial (x^1, x^2, x^3)}{\partial (r, \varphi, \theta)} \right) = \begin{vmatrix} \sin \theta \cos \varphi & -r \sin \theta \sin \varphi & r \cos \theta \cos \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi & r \sin \theta \cos \varphi & r \cos \theta \sin \varphi \\ \cos \theta & 0 & -r \sin \theta \end{vmatrix} =$$

$$= -r^2 \sin \theta,$$

где для сферических координат принимаются следующие пределы изменения:

$$D = \{ (r, \varphi, \theta) \in R_2^3 : 0 \leq r < +\infty, 0 \leq \varphi < 2\pi, 0 < \theta \leq \pi \}.$$

Радиус-вектор имеет вид:

$$\vec{r} = r \sin \theta \cdot \cos \varphi \vec{e}_1 + r \sin \theta \cdot \sin \varphi \vec{e}_2 + r \cos \theta \vec{e}_3.$$

Дифференцируем разложение радиус-вектора последовательно по сферическим координатам и снова используем формулу разложения базисных векторных полей по ортам декартовой системы координат.

Для базисного векторного поля $\vec{g}_r$ имеем:

$$\begin{aligned} \vec{g}_r &= \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3} \frac{\partial x^3}{\partial r} = \\ &= \frac{\partial}{\partial r} (\sin \theta \cos \varphi) \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r} (\sin \theta \sin \varphi) \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial r} (\cos \theta) \vec{e}_3 = \\ &= \sin \theta \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + \sin \theta \sin \varphi \cdot \vec{e}_2 + \cos \theta \cdot \vec{e}_3. \end{aligned}$$

Норма поля

$$\|\vec{g}_r\| = \sqrt{(\sin \theta \cos \varphi)^2 + (\sin \theta \sin \varphi)^2 + \cos^2 \theta} = 1.$$

Поле нормированное. Следовательно, имеем:

$$\vec{g}_{\langle r \rangle} \equiv \vec{g}_r = \sin \theta \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + \sin \theta \sin \varphi \cdot \vec{e}_2 + \cos \theta \cdot \vec{e}_3.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_\varphi$ имеем:

$$\begin{aligned}\vec{g}_\varphi &= \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial \varphi} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3} \frac{\partial x^3}{\partial \varphi} = \\ &= \frac{\partial}{\partial \varphi} \langle \sin \theta \cos \varphi \rangle \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \varphi} \langle \sin \theta \sin \varphi \rangle \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial \varphi} \langle \cos \theta \rangle \vec{e}_3 = \\ &= -r \sin \theta \sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \sin \theta \cos \varphi \cdot \vec{e}_2.\end{aligned}$$

Норма поля

$$\|\vec{g}_\varphi\| = \sqrt{\langle r \sin \theta \sin \varphi \rangle^2 + \langle \sin \theta \cos \varphi \rangle^2} = \sqrt{r^2 \sin^2 \theta} = r \sin \theta.$$

Поле ненормированное. Находим орт поля:

$$\begin{aligned}\vec{g}_{\langle \varphi \rangle} &= \frac{1}{\|\vec{g}_\varphi\|} \vec{g}_\varphi = \frac{1}{r \sin \theta} \left(-r \sin \theta \sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \sin \theta \cos \varphi \cdot \vec{e}_2 \right) = \\ &= -\sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + \cos \varphi \cdot \vec{e}_2.\end{aligned}$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_\theta$ имеем:

$$\begin{aligned}\vec{g}_\theta &= \frac{\partial \vec{r}}{\partial \theta} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial \theta} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial \theta} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial \theta} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3} \frac{\partial x^3}{\partial \theta} = \\ &= \frac{\partial}{\partial \theta} \langle \sin \theta \cos \varphi \rangle \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \theta} \langle \sin \theta \sin \varphi \rangle \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial \theta} \langle \cos \theta \rangle \vec{e}_3 = \\ &= r \cos \theta \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \cos \theta \sin \varphi \cdot \vec{e}_2 - r \sin \theta \cdot \vec{e}_3.\end{aligned}$$

Норма поля

$$\|\vec{g}_\theta\| = \sqrt{\langle \cos \theta \cos \varphi \rangle^2 + \langle \cos \theta \sin \varphi \rangle^2 + \langle r \sin \theta \rangle^2} = r.$$

Поле ненормированное. Находим орт поля:

$$\begin{aligned}\vec{g}_{\langle\theta\rangle} &= \frac{1}{\|\vec{g}_\theta\|} \vec{g}_\theta = \frac{1}{r} \left(r \cos \theta \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \cos \theta \sin \varphi \cdot \vec{e}_2 - r \sin \theta \cdot \vec{e}_3 \right) = \\ &= \cos \theta \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + \cos \theta \sin \varphi \cdot \vec{e}_2 - \sin \theta \cdot \vec{e}_3. \otimes\end{aligned}$$

Практическое занятие 2

Вычисление криволинейных интегралов

Пример 4.2.1. Вычислить криволинейный интеграл первого рода

$$I = \int_L \sqrt{x} + y \, dl$$

по меньшей части окружности

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = R^2, \\ y = x, \end{cases}$$

ограниченной точками $A(0, 0, R)$, $B\left(\frac{R}{2}, \frac{R}{2}, \frac{R}{\sqrt{2}}\right)$.

Решение. Параметризация окружности:

$$x = t, y = t, z = \sqrt{R^2 - 2t^2}, \quad 0 \leq t \leq \frac{R}{2},$$

$$\sqrt{\left[\frac{dx}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz}{dt}\right]^2} = \frac{\sqrt{2}R}{\sqrt{R^2 - 2t^2}}.$$

Используем формулу

$$\int_L f(x, y, z) \, dl = \int_\alpha^\beta f(x(t), y(t), z(t)) \sqrt{\left[\frac{dx}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz}{dt}\right]^2} dt.$$

Получаем:

$$I = \int_L \sqrt{x} + y \, dl = \int_0^{R/2} 2t \frac{\sqrt{2}R dt}{\sqrt{R^2 - 2t^2}} = R^2 (\sqrt{2} - 1). \otimes$$

Пример 4.2.2. Найти массу $\frac{1}{4}$ окружности

$$x_1^2 + x_2^2 = R^2,$$

если $\rho \ll 1$, $x_2 \geq x_1$ и $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$.

Решение. Воспользуемся формулой для случая плоского пути, заданного непрерывно дифференцируемой параметризацией. Параметрические уравнения окружности

$$\begin{cases} x_1 = R \cos t, \\ x_2 = R \sin t. \end{cases}$$

Поэтому имеем:

$$\begin{aligned} M &= \int_W \rho \ll 1, x_2 \geq x_1 dl = \\ &= \int_0^{\pi/2} R \sin t \sqrt{R^2 \sin^2 t + R^2 \cos^2 t} dt = R^2 \int_0^{\pi/2} \sin t dt = R^2. \otimes \end{aligned}$$

Пример 4.2.3. Вычислить криволинейный интеграл

$$I = \int_W (x + y) dx - x dy,$$

где путь W — отрезок прямой, соединяющий точки $M_0(0; 0)$ и $M_1(4; 2)$.

Решение. Используем формулу (10.1.18) для случая плоского пути. Здесь

$$\vec{M_0 M_1} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = 4 \vec{e}_1 + 2 \vec{e}_2, \quad \vec{M_0 M} = x \vec{e}_1 + y \vec{e}_2,$$

$$\vec{M_0 M} = t \cdot \vec{M_0 M_1}, \quad \begin{cases} x = 4t, \\ y = 2t, \end{cases} \quad y = \frac{1}{2}x, \quad x \in [0, 4].$$

Имеем:

$$\int_W (x + y) dx - x dy = \int_0^4 \left(\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x \right) dx = \int_0^4 x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 = 8. \otimes$$

Пример 4.2.4. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int_W x^2 y dx + y^2 x dy$$

по пути с параметризацией $x = t$, $y = t^3$, $t \in [0, 1]$.

Р е ш е н и е. Используем формулу с естественной параметризацией для случая плоского пути:

$$\begin{aligned} \int_{W_{\alpha, \beta}} F_1 \left(\vec{x} \right) dx_1 + F_2 \left(\vec{x} \right) dx_2 = \\ = \int_{\alpha}^{\beta} \left[F_1 \left(x_1(t), x_2(t) \right) \frac{dx_1}{dt} + F_2 \left(x_1(t), x_2(t) \right) \frac{dx_2}{dt} \right] dt \end{aligned}$$

Получаем:

$$\int_W x^2 y dx + y^2 x dy = \int_0^1 (t^6 + 3t^9) dt = \left(\frac{t^6}{6} + 3 \frac{t^{10}}{10} \right) \Big|_0^1 = \frac{7}{15}. \quad \otimes$$

Пример 4.2.5. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int_{\hat{W}} (x_2^2 - x_3^2) dx_1 + 2x_2 x_3 dx_2 - x_1^2 dx_3$$

по замкнутому пути с параметризацией $x_1 = t$, $x_2 = t^2$, $x_3 = t^3$, начальной и конечными точками $M_0(0; 0; 0)$, $M_1(1; 1; 1)$ соответственно.

Р е ш е н и е. Для вычисления применим формулу:

$$\begin{aligned} I_{W_{a, b}} = \int_{W_{a, b}} F_1 \left(\vec{x} \right) dx_1 + F_2 \left(\vec{x} \right) dx_2 + F_3 \left(\vec{x} \right) dx_3 = \\ = \int_{\alpha}^{\beta} \left[F_1 \left(x_1(t), x_2(t), x_3(t) \right) \frac{dx_1}{dt} + F_2 \left(x_1(t), x_2(t), x_3(t) \right) \frac{dx_2}{dt} + \right. \\ \left. + F_3 \left(x_1(t), x_2(t), x_3(t) \right) \frac{dx_3}{dt} \right] dt. \end{aligned}$$

Пределы изменения параметра $t \in [0, 1]$, то есть $\alpha = 0$, $\beta = 1$. Подстановка данных задачи даёт:

$$\begin{aligned} \int_{\hat{W}} (x_2^2 - x_3^2) dx_1 + 2x_2 x_3 dx_2 - x_1^2 dx_3 = \int_0^1 (t^4 - t^6) (4t^6 - 3t^4) dt = \\ = \int_0^1 (t^{10} - 2t^4) dt = \left(\frac{3}{7} t^7 - \frac{2}{5} t^5 \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{35}. \quad \otimes \end{aligned}$$

Пример 4.2.6. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\oint_W (x + y) dx + (x - y) dy,$$

где W – окружность с уравнением $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$.

Решение. Запишем параметризацию окружности:

$$\vec{x}(t) = (1 + 2 \cos t, 1 + 2 \sin t),$$

$$0 \leq t \leq 2\pi.$$

Интеграл вычисляем, пользуясь формулой

$$\int_W F_1(x) dx + F_2(x) dy = \int_{\alpha}^{\beta} \left[F_1(\vec{x}(t)) \frac{dx(t)}{dt} + F_2(\vec{x}(t)) \frac{dy(t)}{dt} \right] dt$$

и тем, что

$$\frac{dx(t)}{dt} = -2 \sin t, \quad \frac{dy(t)}{dt} = 2 \cos t.$$

Имеем:

$$\begin{aligned} \oint_W (x + y) dx + (x - y) dy &= \\ &= \int_0^{2\pi} (1 + 2 \cos t + 2 \sin t)(-2 \sin t) + (1 + 2 \cos t - 2 \sin t)(2 \cos t) dt = \\ &= \int_0^{2\pi} (-4 \sin t - 8 \sin t \cdot \cos t + 4 \cos 2t) dt = 0. \quad \otimes \end{aligned}$$

Практическое занятие 3

Кратные интегралы

Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах

Пример 4.3.1. Изменить порядок интегрирования в интеграле

$$\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x, y) dy.$$

Решение. Область интегрирования D ограничена линиями

$$x = -1, x = 1, y = -\sqrt{1-x^2}, y = 1-x^2.$$

Первые две линии – вертикальные прямые линии, третья линия – нижняя полуокружность радиуса 1, четвертая линия – парабола с вершиной в точке $(0; 1)$, ветви параболы направлены вниз. Область D представим объединением двух областей: области D_1 , ограниченной ветвями параболы $x = \pm\sqrt{1-y}$ и прямыми линиями $y = 0, y = 1$; области D_2 , ограниченной линиями $x = \pm\sqrt{1-y^2}, y = -1, y = 0$. Тогда имеем:

$$\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x, y) dy = \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y}}^{+\sqrt{1-y}} f(x, y) dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{+\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx. \otimes$$

Пример 4.3.2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D x \ln y dx dy,$$

где $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 4; 1 \leq y \leq e\}$.

Решение. Так как область D является прямоугольником, то интеграл вычисляется непосредственно по формуле

$$\iint_D f(x, y) dx dy = \int_a^b dx \int_c^d f(x, y) dy.$$

Имеем:

$$\begin{aligned} \iint_D x \ln y dx dy &= \int_0^4 x dx \int_1^e \ln y dy = \left\{ \begin{array}{l} u = \ln y, \quad du = \frac{dy}{y}, \\ dv = dy, \quad v = y. \end{array} \right\} = \\ &= \int_0^4 x dx \left\{ y \ln y \Big|_1^e - \int_1^e dy \right\} = \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 \cdot \left\{ y \ln y \Big|_1^e - y \Big|_1^e \right\} = 8 \cdot (e - e + 1) = 8. \otimes \end{aligned}$$

Пример 4.3.3. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x + 2y) dx dy$ по области D , ограниченной линиями $y = x, y = 2x, x = 2, x = 3$.

Решение. Область D ограничена, соответственно, слева – вертикальной прямой линией $x = 2$, справа – вертикальной прямой линией $x = 3$, сверху – прямой линией $y = 2x$,

снизу – прямой линией $y = x$. Область простая относительно оси OY , следовательно, вычисляем интеграл по формуле

$$\iint_D f(x, y) dx dy = \int_a^b dx \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x, y) dy.$$

Имеем:

$$\begin{aligned} \iint_D (x + 2y) dx dy &= \int_2^3 dx \int_x^{2x} (x + 2y) dy = \int_2^3 dx \left[xy + y^2 \right]_{y=x}^{y=2x} = \\ &= \int_2^3 (x^2 + 4x^2 - x^2 - x^2) dx = 4 \int_2^3 x^2 dx = \frac{4}{3} x^3 \Big|_2^3 = \frac{76}{3}. \otimes \end{aligned}$$

Пример 4.3.4. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x - y) dx dy$ по области D , ограниченной линиями $x = 1$, $x = 2$, $y = x$, $y = x^2$.

Решение. Пользуясь формулой вычисления двойного интеграла по простой области, получаем:

$$\begin{aligned} \iint_D (x - y) dx dy &= \int_1^2 dx \int_x^{x^2} (x - y) dy = \int_1^2 dx \left(2xy - \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=x}^{y=x^2} = \\ &= \int_1^2 \left(2x^3 - \frac{x^4}{2} - \frac{3}{2}x^2 \right) dx = \left(\frac{x^4}{2} - \frac{x^5}{10} - \frac{x^3}{2} \right) \Big|_1^2 = \frac{9}{10}. \otimes \end{aligned}$$

Вычисление площади, объёма и массы

Пример 4.3.5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$x = 4y - y^2, \quad x + y = 6.$$

Решение. Решая систему уравнений

$$\begin{cases} y^2 - 4y + x = 0, \\ x + y = 6, \end{cases}$$

находим точки пересечения линий: $A(4; 2)$, $B(3; 3)$. Поэтому площадь фигуры равна

$$\begin{aligned}
 S &\equiv \mu \iint_D dx dy = \int_2^3 dy \int_{6-y}^{4y-y^2} dx = \int_2^3 \left(x \Big|_{6-y}^{4y-y^2} \right) dy = \\
 &= \int_2^3 (y^2 + 5y - 6) dy = \left(-\frac{1}{3}y^3 + \frac{5}{2}y^2 - 6y \right) \Big|_2^3 = \frac{1}{6}. \otimes
 \end{aligned}$$

Пример 4.3.6. Найти массу пластины D с поверхностной плотностью

$$\sigma(x, y) = 16x + \frac{9}{2}y^2$$

и ограниченной линиями с уравнениями

$$x = \frac{1}{4}, y = 0, y^2 = 16x, y \geq 0.$$

Решение. Так как

$$x = \frac{1}{16}y^2,$$

то $x \geq 0$. Поэтому область D можно задать неравенствами

$$0 \leq x \leq \frac{1}{4}, 0 \leq y \leq 4\sqrt{x}.$$

Вычисляя двойной интеграл в декартовых координатах, получаем:

$$\begin{aligned}
 m &\equiv \iint_D \sigma(x, y) dx dy = \iint_D \left(16x + \frac{9}{2}y^2 \right) dx dy = \\
 &= \int_0^{1/4} dx \int_0^{4\sqrt{x}} \left(16x + \frac{9}{2}y^2 \right) dy = \int_0^{1/4} \left(16xy + \frac{3}{2}y^3 \right) \Big|_0^{4\sqrt{x}} dx = 160 \int_0^{1/4} x^{3/2} dx = 2. \otimes
 \end{aligned}$$

Вычисление двойного интеграла в полярных координатах

Пример 4.3.7. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy,$$

переходя к полярным координатам, где область D – 1-я четверть круга

$$x^2 + y^2 \leq a^2.$$

Решение. Так как $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$, то область в полярных координатах имеет вид

$$\Omega = \left\{ \varphi; 0 \leq r \leq a; 0 < \varphi \leq \frac{\pi}{2} \right\}$$

и, применяя формулу перехода к полярной системе координат, получаем:

$$\begin{aligned} \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy &= \iint_{\Omega} \sqrt{r^2 \cos^2 \varphi + r^2 \sin^2 \varphi} r dr d\varphi = \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^a r^2 dr = \\ &= \frac{1}{3} \int_0^{\pi/2} r^3 \Big|_0^a d\varphi = \frac{a^3}{3} \int_0^{\pi/2} d\varphi = \frac{\pi a^3}{6}. \otimes \end{aligned}$$

Пример 4.3.8. Вычислить двойной интеграл $\iint_D \ln \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, переходя к поляр-

ным координатам, если область D – кольцо, заключённое между окружностями $x^2 + y^2 = e^2$ и $x^2 + y^2 = e^4$.

Решение. Переходя к полярным координатам, имеем:

$$\iint_D \ln \sqrt{x^2 + y^2} dx dy = \iint_{\Omega} \ln r^2 r dr d\varphi = 2 \iint_{\Omega} r \ln r dr d\varphi =$$

$$= \left\{ \varphi: 0 \leq \varphi \leq 2\pi; e \leq r \leq e^2 \right\}$$

$$= 2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_e^{e^2} r \ln r dr = \left\{ \begin{array}{l} u = \ln r, \quad du = \frac{dr}{r}, \\ dv = r dr, \quad v = \frac{r^2}{2}. \end{array} \right\} =$$

$$= 2 \int_0^{2\pi} d\varphi \left\{ \frac{r^2}{2} \ln r \Big|_e^{e^2} - \frac{1}{2} \int_e^{e^2} r dr \right\} = 2 \int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{4} e^2 (e^2 - 1) \right] d\varphi = \pi e^2 (e^2 - 1). \otimes$$

Пример 4.3.9. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = 8, x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 4.$$

Решение. Тело ограничено кругом на плоскости XOY с центром в начале системы координат, координатными плоскостями и плоскостью

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1.$$

Поэтому в полярных координатах имеем

$$\begin{aligned} V &= \iint_D f(x, y) dx dy = \iint_{\Omega} f(\cos \varphi, r \sin \varphi) r dr d\varphi = \\ &= \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{2\sqrt{2}} f(\cos \varphi, r \sin \varphi) r dr = \\ &= \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{2\sqrt{2}} (4 - r \cos \varphi - r \sin \varphi) r dr = 16 \int_0^{\pi/2} \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{3} (\cos \varphi + \sin \varphi) \right] d\varphi = \\ &= 16 \left[\varphi - \frac{\sqrt{2}}{3} (\sin \varphi - \cos \varphi) \right]_0^{\pi/2} = 8\pi - \frac{32\sqrt{2}}{3}. \quad \otimes \end{aligned}$$

Пример 4.3.10. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D x dx dy,$$

где область D ограничена линиями с уравнениями:

$$y^2 - 4y + x^2 = 0; \quad y^2 - 8y + x^2 = 0; \quad y = \frac{1}{\sqrt{3}}x; \quad x = 0.$$

Решение. Задаём область D неравенствами в декартовой системе координат, для чего выделяем полные квадраты в уравнениях окружностей:

$$(y-2)^2 + x^2 = 4; \quad (y-4)^2 + x^2 = 16,$$

Центры обеих окружностей имеют координаты $(0; 2)$ и $(0; 4)$, а сами окружности касаются начала системы координат. Первая окружность имеет радиус 2 и лежит, следовательно, внутри второй окружности с радиусом 4. Область D лежит между окружностями и координаты её точек удовлетворяют неравенствам

$$(y-2)^2 + x^2 \geq 4; \quad (y-4)^2 + x^2 \leq 16.$$

Кроме этого, область D лежит между указанными прямыми линиями, проходящими через начало системы координат. Так как окружности лежат выше оси OX , то область D ле-

жит над прямой линией $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ и справа от прямой линии $x = 0$. Поэтому координаты

точек области D удовлетворяют неравенствам

$$y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, x \geq 0.$$

Таким образом,

$$D = \begin{cases} x^2 - 2x + x^2 \geq 4, \\ x^2 - 4x + x^2 \leq 16, \\ y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, x \geq 0. \end{cases}$$

Для вычисления используем полярную систему координат:

$$x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi.$$

Формула вычисления двойного интеграла принимает вид

$$\iint_D x dx dy = \iint_{\Omega} r \cos \varphi r dr d\varphi.$$

В неравенствах, определяющих область интегрирования, производим замену $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$, получаем

$$\Omega = \begin{cases} r^2 \sin^2 \varphi - 2r \sin \varphi + r^2 \cos^2 \varphi \geq 4, \\ r^2 \sin^2 \varphi - 4r \sin \varphi + r^2 \cos^2 \varphi \leq 16, \\ r \sin \varphi \geq \frac{r \cos \varphi}{\sqrt{3}}, r \cos \varphi \geq 0. \end{cases}$$

Решение этих неравенств относительно r и φ имеет вид

$$\Omega = \begin{cases} \frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}, \\ 4 \sin \varphi \leq r \leq 8 \sin \varphi. \end{cases}$$

Переход от двойного интеграла к повторному интегралу даёт:

$$\iint_D x dx dy = \iint_{\Omega} r \cos \varphi r dr d\varphi = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \varphi d\varphi \int_{4 \sin \varphi}^{8 \sin \varphi} r^2 dr,$$

Интегрируя последовательно, получаем:

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \varphi d\varphi \int_{4 \sin \varphi}^{8 \sin \varphi} r^2 dr = 35. \otimes$$

Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах

Пример 4.3.11. Вычислить тройной интеграл

$$I = \iiint_V (-2y + z) dx dy dz,$$

где область V – параллелепипед, заданный неравенствами

$$-1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 3, 0 \leq z \leq 1.$$

Решение. Используя формулу (1.50)

$$\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz = \int_a^b dx \int_{y=g_1(x)}^{y=g_2(x)} dy \int_{z=u_1(x,y)}^{z=u_2(x,y)} f(x, y, z) dz,$$

получаем:

$$I = \iiint_V (-2y + z) dx dy dz = \int_{-1}^2 dx \int_1^3 dy \int_0^1 (-2y + z) dz = -18. \otimes$$

Пример 4.3.12. Вычислить тройной интеграл

$$I = \iiint_V (x + y + z) dx dy dz,$$

где область V – пирамида, ограниченная плоскостями

$$x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 2.$$

Решение. Запишем уравнение плоскости

$$z = 2 - x - y,$$

«ограничивающей пирамиду» сверху, в отрезках

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1.$$

Теперь можем изобразить пирамиду (рисунок 3.1).

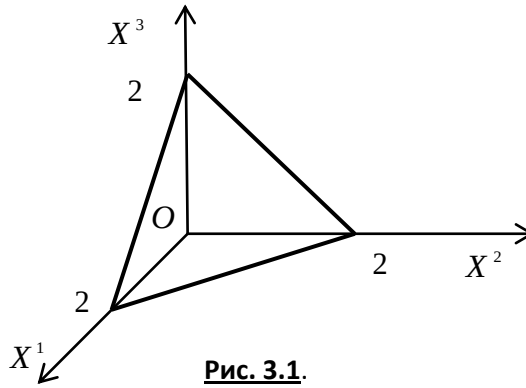


Рис. 3.1.

Применяем для решения формулу

$$\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz = \int_a^b dx \int_{y=g_1(x)}^{y=g_2(x)} dy \int_{z=u_1(x,y)}^{z=u_2(x,y)} f(x, y, z) dz,$$

расставляя пределы в соответствии с условиями задачи:

$$\begin{aligned} I &= \iiint_V (x + y + z) dx dy dz = \int_0^2 dx \int_0^{2-x} dy \int_0^{2-x-y} (x + y + z) dz = \\ &= \int_0^2 dx \int_0^{2-x} \left[x \cdot z + y \cdot z + \frac{z^2}{2} \right]_0^{2-x-y} dy = \int_0^2 \left[2y - x \cdot \frac{y^2}{2} - y \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{y^3}{6} \right]_0^{2-x} dx = \\ &= \int_0^2 \left(\frac{8}{3} - 2x + \frac{x^3}{6} \right) dx = \left[\frac{8}{3}x - x^2 + \frac{x^4}{24} \right]_0^2 = 2. \otimes \end{aligned}$$

Вычисление тройного интеграла в цилиндрических

и сферических координатах

Пример 4.3.13. Найти объём кругового цилиндра высоты H с радиусом основания R .

Р е ш е н и е. Формула для вычисления тройного интеграла в цилиндрической системе координат имеет вид:

цилиндрических координатах:

$$V_V = \iiint_V dx dy dz = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R r dr \int_0^H dz = \pi R^2 H. \otimes$$

Пример 4.3.14. Найти объём шара радиуса R .

Решение. Для вычисления объёма шара используем формулу вычисления тройного интеграла в сферических координатах. Учитывая, что

$$f(x, y, z) = f(r \sin \theta \cos \varphi, r \sin \theta \sin \varphi, r \cos \theta) = 1,$$

получаем:

$$V_V = \iiint_V dx dy dz = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \int_0^R r^2 dr = \frac{4}{3} \pi R^3.$$

Пример 4.3.15. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint_V \frac{x^2}{x^2 + y^2} dx dy dz,$$

где область V ограничена поверхностями

$$z = \frac{9}{2} \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\text{конус}),$$

$$z = \frac{11}{2} - x^2 - y^2 \quad (\text{эллиптический параболоид}).$$

Решение. Область V – тело вращения вокруг оси OZ , поэтому переходим к цилиндрическим координатам:

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi, \\ y = r \sin \varphi, \\ z = z. \end{cases}$$

Для искомого интеграла получаем:

$$\iiint_V \frac{x^2}{x^2 + y^2} dx dy dz = \iiint_{\Omega} \cos^2 \varphi r dr d\varphi dz.$$

Задаём область Ω' неравенствами, заменяя в уравнениях поверхностей декартовы координаты цилиндрическими координатами:

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi.$$

Получаем два двойных неравенства:

$$\frac{9}{2} r \leq z \leq \frac{11}{2} - r^2 \quad \text{и} \quad \frac{11}{2} - r^2 \leq z \leq \frac{9}{2} r.$$

Для выбора верного неравенства решаем уравнение

$$\frac{9}{2}r = \frac{11}{2} - r^2.$$

Единственное положительное решение $r = 1$, следовательно, $0 \leq r \leq 1$. При этих значениях верно неравенство

$$\frac{9}{2}r \leq z \leq \frac{11}{2} - r^2.$$

Область

$$\Omega = \begin{cases} 0 \leq r \leq 1, \\ \frac{9}{2}r \leq z \leq \frac{11}{2} - r^2, \\ 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \end{cases}$$

Переход к повторному интегралу даёт:

$$\begin{aligned} \iiint_V \frac{x^2}{x^2 + y^2} dx dy dz &= \iiint_{\Omega} \cos^2 \varphi r dr d\varphi dz = \\ &= \iiint_{\Omega} \frac{r^2 \cos^2 \varphi}{r^2 \cos^2 \varphi + r^2 \sin^2 \varphi} r dr d\varphi dz = \dots = \pi. \otimes \end{aligned}$$

Практическое занятие 4

Приложения криволинейных и кратных интегралов

Пример 4.4.1. Электрическое поле линейного непрерывно-распределённого электрического заряда вычисляется по формуле

$$\vec{E}(\vec{x}_0) = \int_W \frac{\gamma(\vec{x}) \cdot (\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \|\vec{x}_0 - \vec{x}\|^3} dl, \quad (1)$$

$\vec{x}_0$

где $\vec{x}_0$ – точка наблюдения, а линейная плотность заряда равна

$$\gamma\left(\begin{smallmatrix}\rightarrow \\ x\end{smallmatrix}\right) = \frac{dQ\left(\begin{smallmatrix}\rightarrow \\ x\end{smallmatrix}\right)}{dl}.$$

Найти напряжённость электрического поля однородно заряженной проволоки длиной L , имеющей форму дуги окружности радиуса r , в центре окружности, считая линейную плотность заряда постоянной.

Р е ш е н и е. Так как $\gamma\left(\begin{smallmatrix}\rightarrow \\ x\end{smallmatrix}\right) = \text{const}$, то формула (1) принимает вид

$$\begin{aligned} \vec{E}\left(\begin{smallmatrix}\rightarrow \\ x_0\end{smallmatrix}\right) &= \frac{\gamma}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_w \frac{\left(\begin{smallmatrix}\rightarrow \\ x_0 - x\end{smallmatrix}\right)}{\left\|\begin{smallmatrix}\rightarrow \\ x_0 - x\end{smallmatrix}\right\|^3} dl = \\ &= \frac{\gamma}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[\left(\int_w \frac{x_0 - x}{\left\|\begin{smallmatrix}\rightarrow \\ x_0 - x\end{smallmatrix}\right\|^3} dl \right) \vec{e}_1 + \left(\int_w \frac{y_0 - y}{\left\|\begin{smallmatrix}\rightarrow \\ x_0 - x\end{smallmatrix}\right\|^3} dl \right) \vec{e}_2 \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

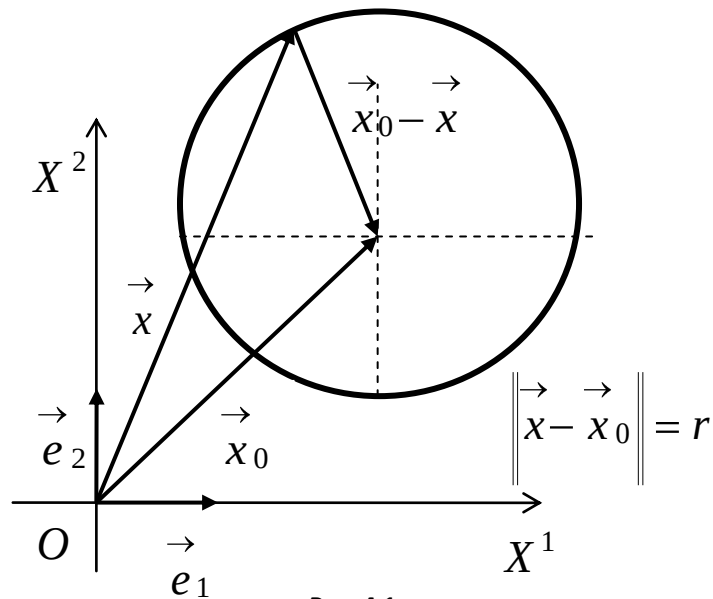


Рис. 4.1.

Вспомним параметрические уравнения окружности (рисунок 4.1):

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + r \cos t \cdot \vec{e}_1 + r \sin t \cdot \vec{e}_2 \quad (3)$$

– векторная форма;

$$\begin{cases} x = x_0 + r \cos t, \\ y = y_0 + r \sin t \end{cases} \quad (4)$$

– скалярная форма.

Чтобы воспользоваться для вычисления интеграла формулой

$$\int_W f(x, y) dl = \int_{\alpha}^{\beta} f(x(t), y(t)) \sqrt{\left[\frac{dx}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}\right]^2} dt,$$

нам нужен дифференциал длины дуги кривой $dl = \left\| \frac{d\vec{x}}{dt} \right\| dt$. По формуле (3) имеем:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = -r \sin t \cdot \vec{e}_1 + r \cos t \cdot \vec{e}_2.$$

Отсюда для нормы вектора скорости получаем

$$\left\| \frac{d\vec{x}}{dt} \right\| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = \sqrt{(-r \sin t)^2 + (r \cos t)^2} = r,$$

откуда имеем

$$dl = \left\| \frac{d\vec{x}}{dt} \right\| dt = r dt.$$

С учётом того, что в рассматриваемом случае точка наблюдения помещена в центр окружности, а точки источника поля находятся в точках самой окружности и очевидного равенства

$$\left\| \vec{x} - \vec{x}_0 \right\| = \left\| \vec{x}_0 - \vec{x} \right\|,$$

дальнейшие вычисления напряжённости электрического поля в центре окружности проводятся так:

$$\begin{aligned}
\vec{E}\left(\vec{x}_0\right) &= \frac{\gamma}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[\left(\int_W \frac{x_0 - x}{\left\| \vec{x} - \vec{x}_0 \right\|^3} dl \right) \vec{e}_1 + \left(\int_W \frac{y_0 - y}{\left\| \vec{x} - \vec{x}_0 \right\|^3} dl \right) \vec{e}_2 \right] = \\
&= -\frac{\gamma}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[\left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{r \cos t}{r^3} r dt \right) \vec{e}_1 + \left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{r \sin t}{r^3} r dt \right) \vec{e}_2 \right] = \\
&= -\frac{\gamma}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[\left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{\cos t}{r} dt \right) \vec{e}_1 + \left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{\sin t}{r} dt \right) \vec{e}_2 \right] = \\
&= -\frac{\gamma}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \left[\left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \cos t dt \right) \vec{e}_1 + \left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \sin t dt \right) \vec{e}_2 \right] = \\
&= -\frac{\gamma}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \left[\left(\sin t \Big|_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \right) \vec{e}_1 + \left(-\cos t \Big|_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \right) \vec{e}_2 \right] = \\
&= -\frac{\gamma}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \left[2 \sin \frac{\alpha}{2} \vec{e}_1 - \underbrace{\left(\cos \frac{\alpha}{2} - \cos \left(-\frac{\alpha}{2} \right) \right)}_{=0} \vec{e}_2 \right] = -\frac{\gamma}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} \sin \frac{\alpha}{2} \vec{e}_1.
\end{aligned}$$

Получили следующую формулу для электрического поля, создаваемого в центре окружности линейным равномерным распределением заряда

$$\vec{E}\left(\vec{x}_0\right) = -\frac{\gamma}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \vec{e}_1. \quad (6)$$

Из формулы (6) легко получаем формулу для нормы напряжённости электрического поля

$$E = \left\| \vec{E}\left(\vec{x}_0\right) \right\| = \frac{\gamma}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} \sin \frac{\alpha}{2}, \quad (7)$$

из которой следует:

$$1) E = \frac{\gamma}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} \text{ при } \alpha = \pi;$$

$$2) E = 0 \text{ при } \alpha = 2\pi. \otimes$$

Пример 4.4.2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями с уравнениями

$$y^2 - 4y + x^2 = 0, \quad y^2 - 8y + x^2 = 0, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad x = 0.$$

Решение. Область ограничена окружностями и прямыми, поэтому решаем задачу в полярных координатах:

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi.$$

При переходе к полярным координатам область D перейдёт в область D' , ограниченную линиями

$$r = 4 \cos \varphi, \quad r = 8 \cos \varphi, \quad \frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}.$$

Искомая площадь равна $S = \iint_{D'} r^2 dr d\varphi$. В полярных координатах область D' задаётся неравенствами

$$D' = \begin{cases} \frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}, \\ 4 \cos \varphi \leq r \leq 8 \cos \varphi. \end{cases}$$

Переход от двойного интеграла к повторному интегралу даёт:

$$S = \iint_{D'} r^2 dr d\varphi = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_{4 \cos \varphi}^{8 \cos \varphi} r dr.$$

Результат получается интегрированием:

$$\begin{aligned} S &= \iint_{D'} r^2 dr d\varphi = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_{4 \cos \varphi}^{8 \cos \varphi} r dr = 24 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \varphi d\varphi = \left\{ \cos^2 \varphi = \frac{1 + \cos 2\varphi}{2} \right\} = \\ &= 12 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi + 6 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2\varphi d\varphi = 8\pi - 6 + 3\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Пример 4.4.3. Применяя формулу Грина, вычислить криволинейный интеграл

$$\oint_{\Gamma} -x^2 y dx + xy^2 dy, \quad (1)$$

где Γ – окружность с уравнением $x^2 + y^2 = R^2$, причём обход окружности осуществляется против часовой стрелки.

Решение. Формула Грина имеет вид:

$$\iint_{\Omega} \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = \oint_{\Gamma} P dx + Q dy.$$

Сравнивая с (1), видим, что $P = -x^2 y$, $Q = xy^2$. Поэтому

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) = x^2 + y^2.$$

Следовательно, получаем

$$\oint_{\Gamma} -x^2 y dx + xy^2 dy = \iint_{\Omega} (x^2 + y^2) dx dy.$$

Вычисления проводим в полярных координатах:

$$x = R \cos \varphi, y = R \sin \varphi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi,$$

$$\oint_{\Gamma} -x^2 y dx + xy^2 dy = \iint_{\Omega} r^2 r dr d\varphi = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{4} R^4 \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{\pi R^4}{2}. \quad \otimes$$

Пример 4.4.4. Применяя формулу Грина, вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми линиями с уравнениями

$$y = x^2, x = y^2, 8xy = 1,$$

примыкающей к началу системы координат.

Решение. Площадь плоской фигуры вычисляется по формуле:

$$S_{\Omega} = \iint_{\Omega} dx dy = \frac{1}{2} \oint_{\Gamma} x dy - y dx.$$

Рассмотрим вид фигуры. Первая и вторая кривые линии – это стандартные параболы с осью OY и OX соответственно. Решая совместно уравнения кривых линий, найдём точки их пересечения:

$$A\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right), B\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right).$$

Применим формулу для вычисления площади плоской фигуры:

$$S_{\Omega} = \frac{1}{2} \oint_{\Gamma} x dy - y dx = \frac{1}{2} \int_{OA} x dy - y dx + \frac{1}{2} \int_{AB} x dy - y dx + \frac{1}{2} \int_{BO} x dy - y dx =$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{\frac{1}{2}} x^2 dx - \frac{1}{8} \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{4}} \frac{dx}{x} - \frac{1}{4} \int_{\frac{1}{4}}^0 \sqrt{x} dx = \frac{1+3\ln 2}{24} \approx 0,13. \otimes$$

Практическое занятие 5

Поверхностные интегралы первого и второго рода

Пример 4.5.1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint_F (x^2 + y^2) dS,$$

где F – часть конической поверхности, заключённой между плоскостями с уравнениями $z = 0$ и $z = 1$.

Решение. Поверхностный интеграл первого рода вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} \iint_F f(x, y, z) dS &= \\ &= \iint_{G^{12}} f(x, y, \varphi(x, y)) \sqrt{1 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y) \right]^2 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y) \right]^2} dx dy. \end{aligned} \quad (1)$$

В силу условий задачи выбираем верхнюю часть конической поверхности с уравнением

$$z = \varphi(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Поэтому

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y) &= \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y) = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \\ dS &= \sqrt{1 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y) \right]^2 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y) \right]^2} dx dy = \\ &= \sqrt{1 + \frac{x^2}{x^2 + y^2} + \frac{y^2}{x^2 + y^2}} dx dy = \sqrt{2} dx dy. \end{aligned}$$

Искомый интеграл преобразуется в двойной интеграл по формуле (1):

$$\iint_F (x^2 + y^2) dS = \iint_{G^{12}} \sqrt{2} \cdot (x^2 + y^2) dx dy.$$

Так как область G^{12} – это круг, определённый неравенством $x^2 + y^2 \leq 1$, то

$$\iint_F (x^2 + y^2) dS = \iint_{G^{12}} \sqrt{2} \cdot (x^2 + y^2) dx dy = 4\sqrt{2} \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^1 r^3 dr = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \pi \cdot 2$$

Пример 4.5.2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint_F (\sqrt{a^2 - x^2} + z) dS,$$

где F – поверхность цилиндра

$$x^2 + z^2 = a^2,$$

заключённая между плоскостями $y = b$ и $y = c$.

Решение. Из уравнения

$$x^2 + z^2 = a^2$$

следует

$$z = \varphi(x, y) = \pm \sqrt{a^2 - x^2}.$$

Поверхность F разбилась на две части: $F_1 (z \geq 0)$ и $F_2 (z \leq 0)$. Определим элемент поверхности dS в соответствии с формулой вычисления поверхностного интеграла первого рода:

$$\frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} = -\frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}; \quad \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} = 0;$$

$$dS = \sqrt{1 + \left[\frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} \right]^2 + \left[\frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} \right]^2} dx dy = \frac{a dx dy}{\sqrt{a^2 - x^2}}.$$

Подставляя элемент поверхности в формулу для вычисления поверхностного интеграла первого рода

$$\iint_F f(x, y, z) dS = \iint_G f(x, y, \varphi(x, y)) \sqrt{1 + \left[\frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} \right]^2 + \left[\frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} \right]^2} dx dy,$$

получим:

$$\iint_F (\sqrt{a^2 - x^2} + z) dS =$$

$$\begin{aligned}
&= \iint_{F_1} (\sqrt{a^2 - x^2} + \sqrt{a^2 - x^2}) y dS + \iint_{F_2} (\sqrt{a^2 - x^2} - \sqrt{a^2 - x^2}) y dS = \\
&= \iint_{G_1} 2\sqrt{a^2 - x^2} y \frac{adx dy}{\sqrt{a^2 - x^2}} = 2a \iint_{G_1} y dx dy = \\
&= 2a \int_{-a}^a dx \int_b^c y dy = 2a^2 (c^2 - b^2) \cdot \frac{1}{2} \otimes
\end{aligned}$$

Пример 4.5.3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint_F x^2 y^2 z dx dy$$

по верхней стороне верхней половины сферы с уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2.$$

Решение. Проекцией верхней полусферы на координатную плоскость XOY является круг, ограниченный окружностью

$$x^2 + y^2 = R^2.$$

Уравнение верхней полусферы

$$z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}.$$

Следовательно, искомый интеграл преобразуется в двойной интеграл так:

$$\iint_F x^2 y^2 z dx dy = \iint_{G^{12}} x^2 y^2 \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dx dy.$$

Вычисления проводим в полярных координатах:

$$\begin{aligned}
&\iint_{G^{12}} x^2 y^2 \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dx dy = \iint_{G^{12}} r^5 \cos^2 \varphi \cdot \sin^2 \varphi \sqrt{R^2 - r^2} dr d\varphi = \\
&= 4 \int_0^{\pi/2} \cos^2 \varphi \cdot \sin^2 \varphi d\varphi \int_0^R r^5 \sqrt{R^2 - r^2} dr = \\
&= \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{R^2 - r^2} = t; R^2 - r^2 = t^2; \\ r dr = -t dt; r^4 = R^2 - t^2 \end{array} \right\} = \int_0^{\pi/2} \frac{1 - \cos 4\varphi}{2} d\varphi \int_0^R (R^2 - t^2) t^2 dt \\
&= \frac{2}{105} \pi R^7 \cdot \otimes
\end{aligned}$$

Пример 4.5.4. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint_F x dy dz + y dz dx + z dx dy,$$

где F – верхняя сторона части плоскости с уравнением $x + z - 1 = 0$, отсечённая плоскостями с уравнениями $y = 0$, $y = 4$ и лежащая в первом октанте.

Решение. Заданная поверхность изображена на рисунке 5.1. Для вычисления интеграла используем формулу вычисления общего поверхностного интеграла второго рода:

$$\begin{aligned} & \iint_F P(x, y, z) dy dz + Q(x, y, z) dz dx + R(x, y, z) dx dy = \\ & = \iint_{G_{23}} P(\varphi(\psi, z), \psi, z) dy dz + \iint_{G_{13}} Q(\varphi(\psi, z), \psi, z) dx dz + \\ & + \iint_{G_{12}} R(\varphi(\psi, z), \psi, z) dx dy. \end{aligned}$$

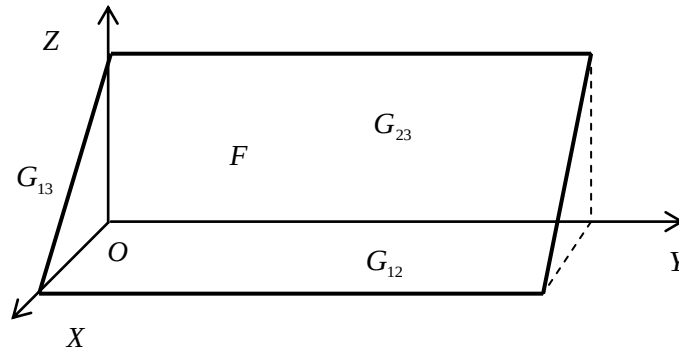


Рис. 5.1.

Так как плоскость параллельна оси OY , то

$$\iint_{G_{13}} Q(\varphi(\psi, z), \psi, z) dx dz = 0.$$

Получаем:

$$\iint_F x dy dz + y dz dx + z dx dy = \iint_{G_{23}} (-z) dy dz + \iint_{G_{12}} (-x) dx dy = 4. \quad \otimes$$

Практическое занятие 6

Векторный анализ

Пример 4.6.1. Найти градиент сферически-симметричного скалярного поля

$$u = \varphi(r),$$

где $r = \left\| \vec{r} \right\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Решение. По определению градиента имеем

$$\begin{aligned} \text{grad } \varphi &= \frac{\partial}{\partial x} \varphi \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial y} \varphi \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial z} \varphi \vec{e}_3 = \\ &= \frac{d\varphi}{dr} \frac{x}{r} \vec{e}_1 + \frac{d\varphi}{dr} \frac{y}{r} \vec{e}_2 + \frac{d\varphi}{dr} \frac{z}{r} \vec{e}_3 = \frac{d\varphi}{dr} \cdot \frac{\vec{r}}{r}. \quad \otimes \end{aligned}$$

Отметим, что векторное поле, определяемое соотношением $\vec{a} = \text{grad } \varphi$, называется **потенциальным полем**, а скалярная функция φ называется **потенциалом** векторного поля

$\vec{a}$. Само векторное поле $\vec{a} = \frac{d\varphi}{dr} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$ называется **потенциальным** полем. Иногда потенци-

альное поле определяют соотношением $\vec{a} = -\text{grad } \varphi$.

Пример 4.6.2. Найти дивергенцию сферически-симметричного векторного поля

$$\vec{a} = \varphi \vec{r}.$$

Решение. По определению дивергенции имеем:

$$\begin{aligned} \text{div } \vec{a} &= \left(\vec{\nabla}, \varphi \vec{r} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \varphi x + \frac{\partial}{\partial y} \varphi y + \frac{\partial}{\partial z} \varphi z = \\ &= \frac{d\varphi}{dr} \frac{x^2}{r} + \varphi \frac{d}{dr} \frac{x^2}{r} + \frac{d\varphi}{dr} \frac{y^2}{r} + \varphi \frac{d}{dr} \frac{y^2}{r} + \frac{d\varphi}{dr} \frac{z^2}{r} + \varphi \frac{d}{dr} \frac{z^2}{r} = \frac{d\varphi}{dr} \cdot r + 3\varphi. \quad \otimes \end{aligned}$$

Векторное поле называется **соленоидальным**, если выполнено условие $\text{div } \vec{a} = 0$. $\otimes$

Пример 4.6.3. Найти условие соленоидальности векторного поля из предыдущего примера.

Решение. Условие соленоидальности $\text{div } \vec{a} = 0$ для поля $\vec{a} = \varphi \vec{r}$ приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\frac{d\varphi}{dr} \cdot r + 3\varphi = 0$$

С разделяющимися переменными. Разделяя переменные и учитывая, что в случае функций одного переменного производная $\frac{d\varphi}{dr}$ – это отношение двух дифференциалов, получаем:

$$\frac{d\varphi}{\varphi} = -3 \frac{dr}{r}. \quad (1)$$

Интегрируя уравнение (1), получаем $\ln|\varphi| = -3\ln r + C_1$. Записывая произвольную постоянную в логарифмическом виде $C_1 = \ln C$, где C – произвольная положительная постоянная, получаем $\varphi = \frac{C}{r^3}$. Здесь C уже произвольная (не обязательно положительная) постоянная. $\otimes$

Пример 4.6.4. Найти ротор сферически-симметричного векторного поля

$$\vec{a} = \varphi \vec{r},$$

$$\text{где } r = \|\vec{r}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Решение. Записывая векторное поле в разложении по декартовому базису

$$\vec{a} = \varphi \vec{r} = \varphi \vec{x} e_1 + \varphi \vec{y} e_2 + \varphi \vec{z} e_3,$$

и используя определение ротора, получаем:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{a} &= \left[\vec{\nabla}, \vec{a} \right] = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \varphi \vec{x} & \varphi \vec{y} & \varphi \vec{z} \end{vmatrix} = \\ &= \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \varphi \vec{z} - \frac{\partial}{\partial z} \varphi \vec{y} \right\} \vec{e}_1 + \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \varphi \vec{x} - \frac{\partial}{\partial x} \varphi \vec{z} \right\} \vec{e}_2 \\ &+ \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \varphi \vec{y} - \frac{\partial}{\partial y} \varphi \vec{x} \right\} \vec{e}_3 = \frac{d\varphi}{dr} \left(\frac{yz}{r} - \frac{zy}{r} \right) \vec{e}_1 + \\ &+ \frac{d\varphi}{dr} \left(\frac{zx}{r} - \frac{xz}{r} \right) \vec{e}_2 + \frac{d\varphi}{dr} \left(\frac{xy}{r} - \frac{yx}{r} \right) \vec{e}_3 = \vec{0}. \otimes \end{aligned}$$

Векторное поле, для которого выполнено соотношение $\text{rot } \vec{a} = \vec{0}$, называется *безвихревым* полем. Из предыдущей задачи следует, что сферически-симметричное векторное поле является безвихревым полем.

Пример 4.6.5. Доказать, что

$$\text{div} \left[\vec{A}, \vec{B} \right] = \left(\vec{B}, \text{rot } \vec{A} \right) - \left(\vec{A}, \text{rot } \vec{B} \right). \quad (1)$$

Решение. Для решения применим правило действия оператора $\vec{\nabla}$ на произведение функций

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} (\varphi \cdot \omega \cdot \dots \cdot \psi) &= \\ &= \vec{\nabla} \left(\overset{\vee}{\varphi} \cdot \omega \cdot \dots \cdot \psi \right) + \vec{\nabla} \left(\varphi \cdot \overset{\vee}{\omega} \cdot \dots \cdot \psi \right) + \dots + \vec{\nabla} \left(\varphi \cdot \omega \cdot \dots \cdot \overset{\vee}{\psi} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где символ $\vee$ над функцией устанавливает порядок действия оператора $\vec{\nabla}$ на соответствующую функцию. Для скалярных полей имеется в виду просто произведение функций, для векторных полей произведение может быть как скалярным, так и векторным.

Учитывая, что

$$\text{div} \left[\vec{A}, \vec{B} \right] = \left(\vec{\nabla}, \left[\vec{A}, \vec{B} \right] \right),$$

в левой части (1) получаем:

$$\text{div} \left[\vec{A}, \vec{B} \right] = \left(\vec{\nabla}, \left[\vec{A}, \vec{B} \right] \right) = \left(\vec{\nabla}, \left[\overset{\vee}{\vec{A}}, \vec{B} \right] \right) + \left(\vec{\nabla}, \left[\vec{A}, \overset{\vee}{\vec{B}} \right] \right),$$

Первое смешанное произведение в правой части последнего равенства преобразуется к виду:

$$\left(\vec{\nabla}, \left[\overset{\vee}{\vec{A}}, \vec{B} \right] \right) = \left(\left[\vec{\nabla}, \vec{A} \right], \vec{B} \right) = \left(\vec{B}, \left[\vec{\nabla}, \vec{A} \right] \right) = \left(\vec{B}, \text{rot } \vec{A} \right). \quad (3)$$

Аналогично, второе смешанное произведение в правой части того же равенства преобразуется к виду

$$\left(\vec{\nabla}, \left[\vec{A}, \vec{B} \right] \right) = - \left(\vec{\nabla}, \left[\vec{B}, \vec{A} \right] \right) = - \left(\vec{A}, \left[\vec{\nabla}, \vec{B} \right] \right) = - \left(\vec{A}, \text{rot } \vec{B} \right). \quad (4)$$

Складывая (3) и (4), получаем (1). $\otimes$

Пример 4.6.6. Доказать, что справедлива формула

$$\text{rot} \left(u \cdot \vec{A} \right) = \left[\vec{\text{grad}} u, \vec{A} \right] + u \cdot \text{rot } \vec{A},$$

где $u \in \mathcal{M}^{\sim}$ – скалярное, а $\vec{A} \in \mathcal{M}^{\sim}$ – векторное поля.

Решение. Преобразуем левую часть:

$$\begin{aligned} \text{rot} \left(u \cdot \vec{A} \right) &= \left[\vec{\nabla}, u \cdot \vec{A} \right] = \left[\vec{\nabla}, u \cdot \vec{A} \right] + \left[\vec{\nabla}, u \cdot \vec{A} \right] = \\ &= \left[\vec{\nabla} u, \vec{A} \right] + u \cdot \left[\vec{\nabla}, \vec{A} \right] = \left[\vec{\text{grad}} u, \vec{A} \right] + u \cdot \text{rot } \vec{A}. \quad \otimes \end{aligned}$$

Пример 4.6.7. Доказать, что справедлива формула

$$\text{rot rot } \vec{A} = \text{grad div } \vec{A} - \Delta \vec{A},$$

где Δ – оператор Лапласа $\Delta = \left(\vec{\nabla}, \vec{\nabla} \right)$.

Решение. Для доказательства используем формулу для двойного векторного произведения

$$\left[\vec{A}, \left[\vec{B}, \vec{C} \right] \right] = \vec{B} \left(\vec{A}, \vec{C} \right) - \vec{C} \left(\vec{A}, \vec{B} \right),$$

полагая $\vec{A} = \vec{B} = \vec{\nabla}$, получим:

$$\text{rot rot } \vec{A} = \left[\vec{\nabla}, \left[\vec{\nabla}, \vec{A} \right] \right] = \vec{\nabla} \left(\vec{\nabla}, \vec{A} \right) - \left(\vec{\nabla}, \vec{\nabla} \right) \vec{A} = \text{grad div } \vec{A} - \Delta \vec{A}. \quad \otimes$$

Пример 4.6.8. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{A} = x^3 \vec{e}_1 - y^2 \vec{e}_2 + y \vec{e}_3$$

по замкнутому контуру $\Gamma \in [0, 2\pi]$, заданному уравнениями

$$x = \cos t, \quad y = 3 \sin t, \quad z = \cos t - \sin t.$$

Решение. По определению циркуляция равна криволинейному интегралу второго рода

$$C = \oint_{\Gamma} \left(\vec{A}, d\vec{x} \right) = \oint_{\Gamma} x^3 dx - y^2 dy + y dz.$$

Криволинейный интеграл вычисляем, сводя его к определённомu интегралу:

$$\begin{aligned} & \oint_{\Gamma} x^3 dx - y^2 dx^2 + y dx^3 = \\ &= \int_0^{2\pi} (\cos^3 t \sin t - 27 \sin^2 t \cos t - 3 \sin^2 t - 3 \sin t \cos t) dt = \\ &= - \int_0^{2\pi} \cos^3 t \sin t dt - 27 \int_0^{2\pi} \sin^2 t \cos t dt - 3 \int_0^{2\pi} \sin^2 t dt - 3 \int_0^{2\pi} \sin t \cos t dt = \\ &= \int_0^{2\pi} \cos^3 t d(\cos t) - 27 \int_0^{2\pi} \sin^2 t d(\sin t) - \\ &- \frac{3}{2} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2t \right) dt - 3 \int_0^{2\pi} \sin t d(\sin t) = -3\pi. \quad \otimes \end{aligned}$$

Пример 4.6.9. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F} = -\omega x_2 \vec{e}_1 + \omega x_1 \vec{e}_2$$

по простому замкнутому контуру, представляющему собой окружность с центром в начале системы координат и радиусом R , в положительном направлении.

Решение. Параметризация окружности

$$x_1 = R \cos t, \quad x_2 = R \sin t,$$

где $t \in [0, 2\pi]$. Поэтому по определению циркуляции получаем:

$$\begin{aligned} C &= \oint_{\Gamma} \left(\vec{F}, d\vec{x} \right) = \oint_{\Gamma} -\omega x_2 dx_1 + \omega x_1 dx_2 = \\ &= \omega \int_0^{2\pi} (-R^2 \sin^2 t + R^2 \cos^2 t) dt = 2\pi R^2 \omega. \quad \otimes \end{aligned}$$

Пример 4.6.10. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F} = \vec{e}_1 + 3x_2 + 2x_3 \vec{e}_1 + x_1 + x_3 \vec{e}_2 + x_1 - x_2 \vec{e}_3$$

по контуру треугольника ABC , если $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $C(0; 0; 1)$.

Решение. Для решения применим формулу Стокса, согласно которой

$$C = \oint_{\Gamma} \left(\vec{F}, d\vec{x} \right) = \iint_S \left(\vec{n}, \text{rot } \vec{F} \right) ds.$$

Уравнение плоскости, в которой лежит треугольник, имеет вид

$$\frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{3} + \frac{x_3}{1} = 1,$$

или

$$3x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 6.$$

Находим ротор векторного поля:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{F} &= \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 & 2x_1 + x_3 & x_1 - x_2 \end{vmatrix} = \\ &= \left[\frac{\partial}{\partial x_2} (x_1 - x_2) - \frac{\partial}{\partial x_3} (x_1 + x_3) \right] \vec{e}_1 - \\ &- \left[\frac{\partial}{\partial x_1} (x_1 - x_2) - \frac{\partial}{\partial x_3} (x_1 + 3x_2 + 2x_3) \right] \vec{e}_2 + \\ &- \left[\frac{\partial}{\partial x_1} (x_1 + x_3) - \frac{\partial}{\partial x_2} (x_1 + 3x_2 + 2x_3) \right] \vec{e}_3 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3. \end{aligned}$$

Теперь циркуляция

$$\begin{aligned} C &= \oint_{\Gamma} \left(\vec{F}, d\vec{x} \right) = \iint_S \left(\vec{n}, \text{rot } \vec{F} \right) ds = \\ &= -2 \iint_{G^{23}} dx_2 dx_3 + \iint_{G^{13}} dx_3 dx_1 - \iint_{G^{12}} dx_1 dx_2 = \\ &= -2 \int_0^3 dx_2 \int_0^{1-x_2/3} dx_3 + \int_0^1 dx_3 \int_0^{2-x_3} dx_1 - \int_0^2 dx_1 \int_0^{3-x_1/2} dx_2 = \end{aligned}$$

$$= -2 \left[x_2 - \frac{1}{6} x_2^2 \right]_0^3 + \left[x_3 - x_3^2 \right]_0^1 - \left[3x_1 - \frac{3}{4} x_1^2 \right]_0^2 = -5. \otimes$$

Пример 4.6.11. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F} = x_2 \vec{e}_1 - x_1 \vec{e}_2 + a \vec{e}_3 \quad (a = \text{const})$$

вдоль окружности с уравнением

$$x_1^2 + x_2^2 = 1, \quad x_3 = 0$$

в положительном направлении двумя способами.

Решение. 1) Вычислим циркуляцию непосредственно, учитывая, что параметризация окружности имеет вид $\vec{R} = 1$:

$$x_1 = \cos t, \quad x_2 = \sin t.$$

Теперь имеем:

$$\begin{aligned} C &= \oint_{\Gamma} \left(\vec{F}, d\vec{x} \right) = \oint_{\Gamma} F_1 dx_1 + F_2 dx_2 + F_3 dx_3 = \\ &= \int_0^{2\pi} (\sin t - \cos t \cos t) dt = - \int_0^{2\pi} (\sin^2 t + \cos^2 t) dt = -2\pi. \end{aligned}$$

2) Вычислим циркуляцию по формуле Стокса. Сначала найдём ротор векторного поля:

$$\text{rot } \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ x_2 & -x_1 & a \end{vmatrix} = -2 \vec{e}_3.$$

Нормаль плоскости треугольника $\vec{n} = \vec{e}_3$. Следовательно, имеем

$$\begin{aligned} C &= \oint_{\Gamma} \left(\vec{F}, d\vec{x} \right) = \iint_S \left(\vec{n}, \text{rot } \vec{F} \right) ds = -2 \iint_S \left(\vec{n}, \vec{e}_3 \right) ds = -2 \iint_S dx_1 dx_2 = \\ &= -2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 r dr = -2 \cdot 2\pi \cdot \frac{1}{2} = -2\pi. \otimes \end{aligned}$$

Пример 4.6.12. Найти поток радиус-вектора

$$\vec{r} = x \vec{e}_1 + y \vec{e}_2 + z \vec{e}_3$$

через произвольную гладкую замкнутую поверхность F , ограничивающую область Ω , имеющую объём V .

Решение. Находим дивергенцию поля радиус-вектора:

$$\operatorname{div} \vec{r} = 1 + 1 + 1 = 3.$$

Воспользуемся формулой Остроградского-Гаусса (10.10.13):

$$\oiint_F \left(\vec{r}, d\vec{s} \right) = \iiint_V \left(\vec{\nabla}, \vec{r} \right) dV = 3 \iiint_V dV = 3V.$$

Из полученной формулы следует формула для вычисления объёма области Ω при помощи поверхностных интегралов

$$V = \frac{1}{3} \oiint_F \left(\vec{r}, \vec{n} \right) ds,$$

которая в декартовых координатах принимает вид

$$V = \frac{1}{3} \oiint_F (x n_1 + y n_2 + z n_3) ds = \frac{1}{3} \oiint_F (\cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma) ds,$$

где $\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \gamma$ – координаты орта нормали $\vec{n}$. $\otimes$

Пример 4.6.13. Найти поток векторного поля радиус-вектора

$$\vec{r} = x \vec{e}_1 + y \vec{e}_2 + z \vec{e}_3$$

Через поверхность с уравнением

$$z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}, \quad z = 0 \quad 0 \leq z \leq 1.$$

Решение. Воспользуемся теоремой Остроградского-Гаусса:

$$\Phi = \oiint_S \left(\vec{F}, \vec{n} \right) ds = \iiint_V \operatorname{div} \vec{F} dv.$$

Так как

$$\operatorname{div} \vec{r} = 1 + 1 + 1 = 3,$$

а поверхность – это конус с вершиной в точке $(0; 0; 1)$, ограниченный плоскостями с уравнениями $z = 0$ и $z = 1$, то переходя к цилиндрическим координатам, получаем:

$$\Phi = \oiint_S \left(\vec{r}, \vec{n} \right) ds = \iiint_V \operatorname{div} \vec{r} dv = 3 \iiint_V dv = 3 \iiint_{\Omega} r d\varphi dr dz =$$

$$= 3 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 r dr \int_0^{1-r} dz = 3 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 r \left(\int_0^{1-r} dz \right) dr = 3 \cdot 2\pi \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = \pi. \otimes$$

Пример 4.6.14. Найти поток поля

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

точечного источника электрического поля через сферу с уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2.$$

Р е ш е н и е. Поток векторного поля через поверхность вычисляется по формуле

$$\Phi = \iint_S \left(\vec{F}, d\vec{s} \right) = \iint_S \left(\vec{F}, \vec{n} \right) ds = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \iint_S \frac{1}{r^2} \left(\frac{\vec{r}}{r}, \vec{n} \right) ds.$$

Так как $r = R = \text{const}$ и скалярное произведение ортов

$$\left(\frac{\vec{r}}{r}, \vec{n} \right) = 1,$$

получаем:

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \iint_S \frac{1}{r^2} \left(\frac{\vec{r}}{r}, \vec{n} \right) ds = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R^2} \iint_S ds = \frac{q 4\pi R^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R^2} = \frac{4\pi q}{4\pi\epsilon\epsilon_0}. \otimes$$

Практическое занятие 7

Дифференциальные уравнения,

интегрируемые в квадратурах

Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными

Пример 4.7.1. Найти интегральные кривые дифференциального уравнения

$$6x dx - 6y dy = 2x^2 y dy - 3xy^2 dx.$$

Р е ш е н и е. 1) Перепишем данное уравнение в виде

$$2y \sqrt{x^2 + 3} \, dy = 3x \sqrt{2 + y^2} \, dx.$$

2) Замечаем, что $x^2 + 3 > 0$, $2 + y^2 > 0$. Поэтому можно разделить переменные, деля обе части уравнения на $\sqrt{x^2 + 3} \sqrt{2 + y^2}$:

$$\frac{2y}{2 + y^2} dy = \frac{3x}{x^2 + 3} dx.$$

3) Используем формулу для нахождения решения:

$$\int \frac{2y}{2 + y^2} dy + C_1 = \int \frac{3x}{x^2 + 3} dx + C_2;$$

$$\ln \sqrt{2 + y^2} = \frac{3}{2} \ln \sqrt{x^2 + 3} + C;$$

$$C = C_2 - C_1.$$

4) Преобразуем полученный интеграл:

$$2 \ln \sqrt{2 + y^2} - 3 \ln \sqrt{x^2 + 3} = C;$$

$$\ln \frac{2 + y^2}{x^2 + 3} = C.$$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением

$$\ln \frac{2 + y^2}{x^2 + 3} = C$$

при всевозможных значениях параметра C . $\otimes$

Пример 4.7.2. Найти частное решение уравнения

$$\sqrt{1 + y^2} \, dx = xy \, dy,$$

если $y = 1$ при $x = 2$.

Решение. 1) Разделяем переменные:

$$\frac{y}{1 + y^2} dy = \frac{dx}{x}.$$

2) Интегрируем полученное уравнение:

$$\int \frac{y}{1+y^2} dy = \int \frac{dx}{x} + \ln C;$$

$$\frac{1}{2} \ln 1+y^2 = \ln |x| + \ln C;$$

$$1+y^2 = Cx^2.$$

Так как C – произвольная постоянная, то имеем

$$y^2 = Cx^2 - 1$$

3) Используем начальные условия:

$$4 = 2C; C = 2; x^2 = 2(1+y^2).$$

4) Частный интеграл:

$$y = \sqrt{\frac{x^2}{2} - 1}.$$

$$\text{Ответ: } y = \sqrt{\frac{x^2}{2} - 1}. \otimes$$

Дифференциальные уравнения с однородной правой частью

Пример 4.7.3. Найти интегральные кривые дифференциального уравнения

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 2xy - 5y^2}{2x^2 - 6xy}.$$

Решение. Это уравнение с однородной правой частью.

1) Разделим числитель и знаменатель на x^2 :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 + 2\frac{y}{x} - 5\left(\frac{y}{x}\right)^2}{2 - 6\frac{y}{x}}.$$

2) Совершаем подстановку

$$u \llbracket \rceil = \frac{y}{x},$$

где $u \llbracket \rceil$ — новая искомая функция. Так как

$$y' = u + xu',$$

получаем новый вид уравнения:

$$u + x \frac{du}{dx} = \frac{1 + 2u - 5u^2}{2 - 6u}.$$

После простых преобразований получаем

$$\frac{du}{dx} x = \frac{1 + u^2}{2 - 6u}.$$

3) Разделяем переменные, предполагая, что $1 + u^2 \neq 0$, $x \neq 0$:

$$\frac{2 - 6u}{1 + u^2} du = \frac{dx}{x}.$$

4) Интегрируем:

$$2 \arctg u - 3 \ln \llbracket 1 + u^2 \rceil = \ln |x| + C.$$

Заменяя $u \llbracket \rceil = \frac{y}{x}$, получаем:

$$2 \arctg \frac{y}{x} - 3 \ln \left(1 + \frac{y^2}{x^2} \right) - \ln |x| = C.$$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением

$$2 \arctg \frac{y}{x} - 3 \ln \left(1 + \frac{y^2}{x^2} \right) - \ln |x| = C. \otimes$$

Линейные дифференциальные уравнения первого порядка

Пример 4.7.4. Найти общее решение уравнения

$$\frac{dy}{dx} + 3y = e^{2x}.$$

Решение. Здесь $p \llbracket \rceil = 3$, $f \llbracket \rceil = e^{2x}$.

1) Сначала решаем однородное уравнение

$$\frac{dy}{dx} = -3y,$$

соответствующее данному неоднородному уравнению:

$$\frac{dy}{dx} = -3y;$$

$$\frac{dy}{y} = -3dx;$$

$$\ln|y| = -3x + \ln C_1;$$

$$|y| = C_1 e^{-3x};$$

$$y = C_2 e^{-3x}.$$

2) Ищем решение исходного уравнения в виде $z = C_2 e^{-3x}$. Подстановка в исходное уравнение даёт:

$$\frac{dC_2 x}{dx} = e^{5x};$$

$$C_2 x = \int e^{5x} dx + C;$$

$$C_2 x = \frac{1}{5} e^{5x} + C.$$

3) Подставляем в решение:

$$z = \frac{1}{5} e^{2x} + C e^{-3x}.$$

Ответ: общее решение имеет вид

$$z = \frac{1}{5} e^{2x} + C e^{-3x}. \otimes$$

Пример 4.7.5. Найти решение задачи Коши для уравнения

$$\frac{dy}{dx} - \frac{1}{x} y = -\frac{2}{x^2}$$

с начальным условием $y|_{x=1} = 1$.

Р е ш е н и е. Воспользуемся формулой

$$y = e^{-\int p dx} \left(\int q e^{\int p dx} + C \right),$$

следующей из метода вариации произвольной постоянной.

1) Находим общее решение:

$$z = e^{-\int p dx} \left(\int q e^{\int p dx} + C \right) = e^{\int \frac{dx}{x}} \left(-2 \int \frac{1}{x^2} e^{-\int \frac{1}{x} dx} \right) = \frac{1}{x} + Cx.$$

2) Используем начальное условие

$$\frac{1}{1^2} + C = 1,$$

откуда $C = 0$. Решение задачи Коши принимает вид:

$$z = \frac{1}{x}.$$

Ответ: $y = \frac{1}{x}.$ ⊗

Неполные обыкновенные дифференциальные уравнения

второго порядка

Пример 4.7.6. Найти частное решение ОДУ

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = xe^x,$$

удовлетворяющее начальным условиям $y|_{x=0} = 1, \frac{dy}{dx}|_{x=0} = 0$.

Р е ш е н и е. Интегрируем уравнение последовательно:

$$\begin{aligned} 1) \frac{dy}{dx} &= \int xe^x dx + C_1 = \left\{ \begin{array}{l} u = x, \quad du = dx, \\ dv = e^x dx, \quad v = e^x. \end{array} \right\} = xe^x - \int e^x dx + C_1 = \\ &= -e^x + C_1; \end{aligned}$$

$$2) y = \int -e^x dx + C_1 x + C_2 = \left\{ \begin{array}{l} u = x-1, \quad du = dx, \\ dv = e^x dx, \quad v = e^x. \end{array} \right\} =$$

$$= -2e^x + C_1x + C_2.$$

Так как в силу первого начального условия $\frac{dy}{dx}\big|_{x=0} = 0$, получаем:

$$-1 + C_1 = 0, C_1 = 1.$$

Так как в силу второго начального условия $y\big|_{x=0} = 1$, получаем:

$$-2 + C_1 \cdot 0 + C_2 = 1, C_2 = 3.$$

Теперь частное решение, удовлетворяющее заданным условиям, принимает вид

$$y = -2e^x + x + 3. \otimes$$

Пример 4.7.7. Найти общее решение ОДУ

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 - 3\frac{d^2y}{dx^2} + 2 = 0.$$

Решение. Решаем уравнение относительно $z = \frac{d^2y}{dx^2}$:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 1, \frac{d^2y}{dx^2} = 2.$$

Интегрируем получившиеся ОДУ последовательно:

$$1) \frac{d^2y}{dx^2} = 1, \frac{dy}{dx} = x + C_1, y = \frac{1}{2}x^2 + C_1x + C_2;$$

$$2) \frac{d^2y}{dx^2} = 2, \frac{dy}{dx} = 2x + C_3, y = x^2 + C_3x + C_4.$$

Совокупность этих решений образует общий интеграл ОДУ.

Так как квадратный трёхчлен имеет разложение

$$z^2 - 3z + 2 = (z - z_1)(z - z_2),$$

то общий интеграл ОДУ имеет вид:

$$\left(y - \frac{1}{2}x^2 - C_1x - C_2\right) \cdot (y - x^2 - C_3x - C_4) = 0. \otimes$$

Пример 4.7.8. Найти общее решение ОДУ

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = -\frac{1}{2} \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^3.$$

Решение. Положим $\frac{d^2 y}{dx^2} = z$, тогда из уравнения получаем

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{1}{2} z^3.$$

Интегрируя получившееся уравнение, получаем

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{1}{2} z^3, \quad \frac{dz}{z^3} = -\frac{1}{2} dx, \quad \frac{1}{z^2} = x + C_1, \quad z^2 = \frac{1}{x + C_1}.$$

Заменяя $z = \frac{d^2 y}{dx^2}$, получаем уравнение

$$\left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 = \frac{1}{x + C_1}.$$

Уравнение содержит только x и y . Разрешая его относительно $\frac{d^2 y}{dx^2}$, получаем

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\pm 1}{\sqrt{x + C_1}}.$$

Это уравнение интегрируем последовательно:

$$\frac{dy}{dx} = \pm \int \frac{dx}{\sqrt{x + C_1}} + C_2 = \pm \sqrt{x + C_1} + C_2$$

$$= \pm \int (x + C_1)^{-1/2} dx + C_2 = \pm (x + C_1)^{1/2} + C_2$$

$$y_1 = \int (x + C_1)^{1/2} dx + C_2 x + C^3 = \frac{2}{3} (x + C_1)^{3/2} + C_2 x + C^3,$$

$$y_2 = -\int (x + C_1)^{1/2} dx + C_2 x + C^3 = -\frac{2}{3} (x + C_1)^{3/2} + C_2 x + C^3. \otimes$$

Линейные однородные дифференциальные уравнения

второго порядка

Пример 4.7.9. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 2y = 0.$$

Решение. Характеристическое уравнение

$$k^2 + k - 2 = 0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1 = -2, k_2 = 1.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{-2x}, e^x.$$

Общее решение имеет вид:

$$y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^x. \otimes$$

Пример 4.7.10. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + y = 0.$$

Решение. Характеристическое уравнение

$$k^2 - 2k + 1 = 0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1 = k_2 = 1.$$

Фундаментальная система решений

$$e^x, x e^x.$$

Общее решение имеет вид:

$$y = C_1 + C_2 x e^x. \otimes$$

Пример 4.7.11. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 4 \frac{dy}{dx} + 13y = 0.$$

Решение. Характеристическое уравнение

$$k^2 - 4k + 13 = 0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1 = 2 + 3i, k_2 = 2 - 3i.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{2x} \cos 3x, e^{2x} \sin 3x.$$

Общее решение имеет вид:

$$y = e^{2x} (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x). \quad \otimes$$

Пример 4.7.12. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^3 y}{dx^3} - 2 \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + 2y = 0.$$

Решение. Характеристическое уравнение

$$k^3 - 2k^2 - k + 2 = 0.$$

Преобразуем характеристическое уравнение:

$$(k^2 - 1)(k - 2) = 0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1 = -1, k_2 = 1, k_3 = 2.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{-x}, e^x, e^{2x}.$$

Общее решение имеет вид:

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^x + C_3 e^{2x}. \quad \otimes$$

Пример 4.7.13. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^3 y}{dx^3} - 4 \frac{d^2 y}{dx^2} + 6 \frac{dy}{dx} - 4y = 0.$$

Решение. Характеристическое уравнение

$$k^3 - 4k^2 + 6k - 4 = 0.$$

Корень ищем среди множителей свободного члена, это 2 и 4. Проверяем 2, для чего делим уголком:

$$k^3 - 4k^2 + 6k - 4 = (k - 2)(k^2 - 2k + 2).$$

Уравнение принимает вид:

$$(k - 2)(k^2 - 2k + 2) = 0.$$

Находим оставшиеся корни характеристического уравнения

$$k_1 = 2, k_2 = 1 + i, k_3 = 1 - i.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{2x}, e^x \cos x, e^x \sin x.$$

Общее решение записывается в виде:

$$y = C_1 e^{2x} + e^x (C_2 \cos x + C_3 \sin x). \otimes$$

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения

второго порядка. Метод Лагранжа

Пример 4.7.14. Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - y = x^2 - x + 1.$$

Решение. 1) Однородное уравнение

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - y = 0.$$

Характеристическое уравнение

$$k^2 - 1 = 0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1 = -1, k_2 = 1.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{-x}, e^x.$$

Общее решение имеет вид:

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^x.$$

2) Решение неоднородного уравнения ищем в виде

$$z = C_1 e^{-x} + C_2 e^x.$$

Система линейных алгебраических уравнений для производных новых функций в общем виде

$$\begin{cases} y_1 \frac{dC_1}{dx} + y_2 \frac{dC_2}{dx} = 0, \\ \frac{dy_1}{dx} \frac{dC_1}{dx} + \frac{dy_2}{dx} \frac{dC_2}{dx} = f(x). \end{cases}$$

В нашем случае

$$\begin{cases} e^{-x} \frac{dC_1}{dx} + e^x \frac{dC_2}{dx} = 0, \\ -e^{-x} \frac{dC_1}{dx} + e^x \frac{dC_2}{dx} = x^2 - x + 1. \end{cases}$$

Решаем систему, например, по формулам Крамера, в результате получаем:

$$\frac{dC_1}{dx} = -\frac{1}{2} e^x (x^2 - x + 1); \quad \frac{dC_2}{dx} = \frac{1}{2} e^{-x} (x^2 - x + 1).$$

3) Решение первого из уравнений:

$$C_1 = -\frac{1}{2} \int e^x (x^2 - x + 1) dx + A_1 = \dots = \left(-\frac{1}{2} x^2 + \frac{3}{2} x - 2 \right) e^x + A_1.$$

Решение второго уравнения:

$$C_2 = -\frac{1}{2} \int e^{-x} (x^2 - x + 1) dx + A_2 = \dots = \left(-\frac{1}{2} x^2 - \frac{3}{2} x + 12 \right) e^{-x} + A_2.$$

Общее решение неоднородного уравнения

$$z = A_1 e^{-x} + A_2 e^x - x^2 + x - 1. \quad \otimes$$

Примеры из механики

Пример 4.7.15. С аэростата, падающего с высоты H со скоростью V_0 , сбросили балласт, после чего его падение замедлилось и через некоторое время сменилось подъёмом, так что через время t_0 аэростат поднялся на высоту, с которой сбросили балласт. Считая, что масса аэростата без балласта равна m , а сила сопротивления воздуха R и подъёмная сила аэростата T постоянны, определить, сколько времени после сброса балласта аэростат опускался.

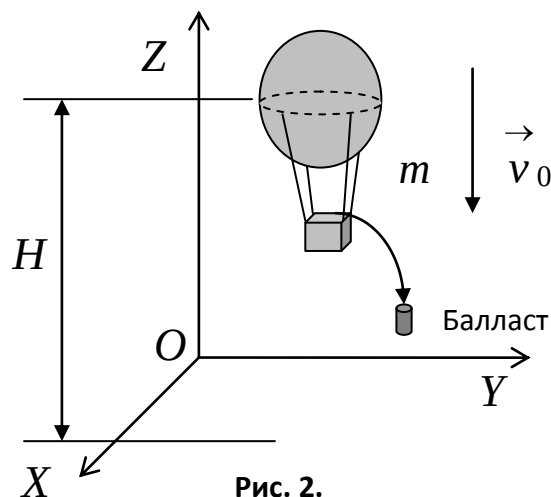
Решение. Начало системы координат поместим в нижнюю точку траектории аэростата, ось OZ направим вертикально вверх (рисунок 1). По условию задачи силы, действующие на аэростат в течение всего времени движения остаются постоянными.

Уравнение второго закона динамики для опускающегося аэростата имеет вид:

$$m \ddot{z} = T + R - G, \quad (1)$$

где $G = mg$ – сила тяжести. В начальный момент времени аэростат находился на высоте H , поэтому начальные условия запишутся в виде

$$z(0) = H, \quad \dot{z}(0) = -v_0. \quad (2)$$



Уравнение (1) – это простейшее обыкновенное дифференциальное уравнение, не содержащее в правой части искомой функции и независимой переменной. Интегрируя два раза, получаем:

$$\dot{mz} = \int (T + R - G) dt + C_1, \quad (3)$$

$$mz = \frac{T + R - G}{2}t^2 + C_1t + C_2. \quad (4)$$

Используя начальные условия (2), получаем для постоянных: $C_1 = -mv_0$, $C_2 = mH$. Теперь уравнения движения принимают вид:

$$\dot{z} = \frac{T + R - G}{m}t - v_0, \quad (5)$$

$$z = \frac{T + R - G}{2m}t^2 - v_0t + H. \quad (6)$$

Для поднимающегося аэростата уравнение второго закона динамики и начальные условия имеют вид:

$$m\ddot{z} = T - R - G, \quad (7)$$

$$\dot{z}|_{t=0} = 0, \quad z|_{t=0} = 0. \quad (8)$$

Интегрируя (7), получаем:

$$m\dot{z} = (T - R - G)t + C_1, \quad (9)$$

$$mz = \frac{T - R - G}{2}t^2 + C_1t + C_2. \quad (10)$$

Из начальных условий (8) для постоянных получаем $C_1 = 0$, $C_2 = 0$, откуда получаем уравнение движения:

$$z = \frac{T - R - G}{2m}t^2. \quad (11)$$

Обозначим время падения аэростата t_1 , а время подъёма t_2 . Из условия задачи

$t_0 = t_1 + t_2$. Подставляя $t = t_1$, $\dot{z}|_{t=t_1} = 0$, $z|_{t=t_1} = 0$ в (5) и (6) и $t = t_2$, $z|_{t=t_2} = H$ в (11), получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{T + R - G}{m}t_1 - v_0 = 0, \\ \frac{T + R - G}{2m}t_1^2 - v_0t_1 + H = 0, \\ \frac{T - R - G}{2m}t_2^2 = H. \end{cases} \quad (12)$$

Исключая из уравнений системы (12) неизвестные H и v_0 с учётом того, что $t_2 = t_0 - t_1$, получаем:

$$t_1 = \frac{t_0}{1 + \frac{\sqrt{T + R - mg}}{T - R - mg}}. \quad \otimes$$

Пример 4.7.16. Грузовик массой m имеет максимальную скорость $V_{\max}$ и разгоняется с места до скорости V_* за время t_* . Сила сопротивления пропорциональна скорости. Чему равняется средняя сила тяги двигателя грузовика?

Решение. Силы, действующие на грузовик, изображены на рисунке 2. При решении задачи предполагаем, что средняя сила тяги двигателя $\vec{F}$ постоянна.

После проектирования на оси системы координат дифференциальное уравнение движения имеет вид:

$$m \ddot{x} = F - R.$$

Здесь сила трения $\vec{R} = k \vec{v}$, где коэффициент динамического трения $k > 0$ неизвестен; $\vec{N}$ – сила реакции опоры (дороги); $\vec{G}$ – сила тяжести.

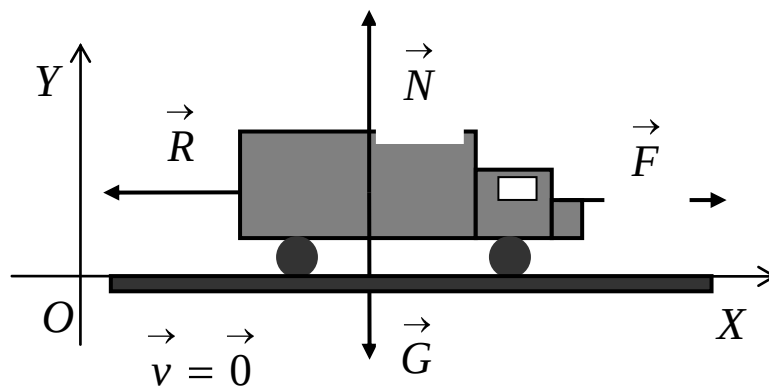


Рис. 2.

Обозначая $\dot{x} = v$, получаем:

$$m \dot{v} = F - kv \Rightarrow m \frac{dv}{dt} = F - kv \Rightarrow \frac{mdv}{F - kv} = dt \Rightarrow$$

$$-\frac{m}{k} \int \frac{d(F - kv)}{F - kv} = t + C \Rightarrow -\frac{m}{k} \ln(F - kv) = t + C.$$

Начальные условия $x(0) = 0$ и $\dot{x}(0) = v(0) = 0$. Из условия на скорость получаем,

что $C = -\frac{m}{k} \ln F$. Подстановка даёт

$$t = -\frac{m}{k} \ln(F - kv) + \frac{m}{k} \ln F = -\frac{m}{k} \ln \frac{F - kv}{F} \Rightarrow t = -\frac{m}{k} \ln \left(1 - \frac{kv}{F} \right). \quad (1)$$

Так как задана максимальная скорость $v_{\max}$, то из необходимого условия экстремума получаем:

$$\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow m \ddot{x} = F - kv_{\max} = 0 \Rightarrow k = \frac{F}{v_{\max}}. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), при $t = t_*$ и $v = v_*$, получаем:

$$t_* = -\frac{m}{F/v_{\max}} \ln \left(1 - \frac{(F/v_{\max})v_*}{F} \right) \Rightarrow t_* = -\frac{mv_{\max}}{F} \ln \left(1 - \frac{v_*}{v_{\max}} \right) \Rightarrow$$

$$F = -\frac{mv_{\max}}{t_*} \ln \frac{v_{\max} - v_*}{v_{\max}} \Rightarrow F = \frac{mv_{\max}}{t_*} \ln \frac{v_{\max}}{v_{\max} - v_*}. \quad \otimes$$

Практическое занятие 8

Линейные системы ОДУ, методы Эйлера и Лагранжа

Пример 4.8.1. Дана система ОДУ

$$\begin{cases} \frac{dy^1}{dt} + y^1 + 2y^2 = 0, \\ \frac{dy^2}{dt} - 3y^1 - 4y^2 = 0. \end{cases}$$

Найти общее решение этой системы.

Решение. Систему можно записать в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Частное решение ищем в виде

$$y^1 = x^1 e^{-\mu t}, \quad y^2 = x^2 e^{-\mu t}.$$

Подставляя в систему уравнений частное решение и сокращая на неравный нулю множитель $e^{-\mu t}$, получаем

$$\begin{cases} -\mu x^1 + 2x^2 = 0, \\ -3x^1 - \mu x^2 = 0. \end{cases}$$

Это однородная СЛАУ, характеристическое уравнение для неё имеет вид

$$\begin{vmatrix} 1-\mu & 2 \\ -3 & -\mu-4 \end{vmatrix} = 0,$$

или

$$\mu^2 + 3\mu + 2 = 0.$$

Характеристические числа (собственные значения)

$$\mu_1 = -2, \quad \mu_2 = -1.$$

1) Для $\mu_1 = -2$ имеем СЛАУ

$$\begin{cases} 3x^1 + 2x^2 = 0, \\ -3x^1 - 2x^2 = 0, \end{cases}$$

которая сводится к уравнению

$$3x^1 + 2x^2 = 0.$$

Решение этого уравнения, полагая $x^2 = a \in R^1$, запишем в виде

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix},$$

Таким образом, имеем первый собственный вектор

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Частное решение, соответствующее первому собственному значению, имеет вид

$$\begin{pmatrix} y_1^1 \\ y_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} \\ e^{2t} \end{pmatrix}.$$

2) Для $\mu_1 = -2$ имеем СЛАУ

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 = 0, \\ -3x^1 - 3x^2 = 0, \end{cases}$$

которая сводится к одному уравнению

$$x^1 + x^2 = 0.$$

Полагая $x^2 = b \in R^1$, получим

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b \\ b \end{pmatrix} = b \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Второй собственный вектор имеет вид

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Частное решение, соответствующее второму собственному вектору, имеет вид

$$\begin{pmatrix} y_2^1 \\ y_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^t \\ e^t \end{pmatrix}.$$

3) Составляем фундаментальную матрицу:

$$Y \llbracket = \begin{pmatrix} y_1^1 & y_2^1 \\ y_1^2 & y_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} & -e^t \\ e^{2t} & e^t \end{pmatrix}.$$

Теперь общее решение находится по формуле

$$|y \llbracket = Y \llbracket C \rangle.$$

Подставляя в эту формулу выражение для фундаментальной матрицы, получаем:

$$\begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} & -e^t \\ e^{2t} & e^t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}C_1e^{2t} - C_2e^t \\ C_1e^{2t} + C_2e^t \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 4.8.2. Найти общее решение системы ОДУ

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} - y_2 - y_3 = 0, \\ \frac{dy_2}{dt} - y_1 - y_3 = 0, \\ \frac{dy_3}{dt} - y_1 - y_2 = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Решение. Решение ищем в виде

$$y_1 = x_1 e^{-\mu t}, \quad y_2 = x_2 e^{-\mu t}, \quad y_3 = x_3 e^{-\mu t}.$$

Подставляя в систему уравнений (1), получаем СЛАУ для определения собственных векторов

$$\begin{cases} -\mu x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - \mu x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - x_2 - \mu x_3 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Эта система уравнений нетривиально совместна, если выполнено условие

$$\begin{vmatrix} -\mu & -1 & -1 \\ -1 & -\mu & -1 \\ -1 & -1 & -\mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mu_1 = -2, \quad \mu_2 = \mu_3 = 1.$$

Корню $\mu_1 = -2$ соответствует система уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

Если решать данную систему методом Гаусса, то получим

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Получаем одно решение исходной системы уравнений

$$|y_1\rangle = a|a_1\rangle = e^{2t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{2t} \\ e^{2t} \\ e^{2t} \end{pmatrix}.$$

Так как ранг матрицы СЛАУ (2) при $\mu_2 = \mu_3 = 1$ равен 1, то система уравнений сводится к одному уравнению

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0.$$

Полагая $x_2 = a$, $x_3 = b$, получаем решение в виде

$$|x\rangle = a|a_2\rangle + b|a_3\rangle \Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = b \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Каждому из базисных решений

$$|a_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |a_3\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

соответствует одно частное решение

$$|y_2\rangle = e^{-t} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^{-t} \\ e^{-t} \\ 0 \end{pmatrix}, |y_3\rangle = e^{-t} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^{-t} \\ 0 \\ e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Определитель, составленный из этих решений

$$\begin{vmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{vmatrix} = 1 \neq 0,$$

следовательно, найденные решения образуют линейно независимую систему, то есть фундаментальную систему решений исходной системы ОДУ. Составим фундаментальную матрицу

$$Y \Leftarrow \begin{pmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Теперь общее решение запишем в виде

$$|y\rangle = \begin{pmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 e^{2t} - C_2 e^{-t} - C_3 e^{-t} \\ C_1 e^{2t} + C_2 e^{-t} \\ C_1 e^{2t} + C_3 e^{-t} \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 4.8.3. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} - y_2 = 0, \\ \frac{dy_2}{dt} - y_1 = \frac{1}{t^2} + \ln t. \end{cases} \quad (1)$$

Решение. Решаем систему методом Лагранжа. Для этого сначала находим общее решение соответствующей однородной системы

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} - y_2 = 0, \\ \frac{dy_2}{dt} - y_1 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Подставляя $y_1 = x_1 e^{-\mu t}$ и $y_2 = x_2 e^{-\mu t}$, записываем характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} \mu & 1 \\ 1 & \mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mu^2 - 1 = 0: \mu_1 = -1; \mu_2 = 1.$$

Находим собственные векторы.

1) Для $\mu_1 = -1$ система сводится к уравнению

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 - x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 - x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = a \Rightarrow x_1 = a.$$

Вектор решения принимает вид:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Первый собственный вектор

$$|x_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2) Для $\mu_2 = 1$ система сводится к уравнению

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = b \Rightarrow x_1 = -b.$$

Второй собственный вектор

$$|x_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Теперь частные решения имеют вид:

$$\mu_1 = -1 \Rightarrow |y_1\rangle = e^t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^t \\ e^t \end{pmatrix};$$

$$\mu_2 = 1 \Rightarrow |y_2\rangle = e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-t} \\ e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Общее решение системы (2) записывается так:

$$|y\rangle = C_1 |y_1\rangle + C_2 |y_2\rangle = C_1 e^{-\mu_1 t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 e^{-\mu_2 t} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}?$$

откуда имеем

$$y_1 = C_1 e^t + C_2 e^{-t}, \quad y_2 = C_1 e^t - C_2 e^{-t}.$$

Общее решение неоднородной системы ищем в виде:

$$\begin{cases} z_1 = C_1 \underline{\hat{e}}^t + C_2 \underline{\hat{e}}^{-t}, \\ z_2 = C_1 \underline{\hat{e}}^t - C_2 \underline{\hat{e}}^{-t}. \end{cases} \quad (3)$$

Подставляя в систему уравнений (1), получаем после дифференцирований и приведения подобных

$$\begin{cases} \frac{dC_1}{dt} \underline{\hat{e}}^t + \frac{dC_2}{dt} \underline{\hat{e}}^{-t} = 0, \\ \frac{dC_1}{dt} \underline{\hat{e}}^t - \frac{dC_2}{dt} \underline{\hat{e}}^{-t} = \frac{1}{t^2} + \ln t. \end{cases}$$

Определитель системы

$$\begin{vmatrix} e^t & e^{-t} \\ e^t & -e^{-t} \end{vmatrix} = -1 - 1 = -2.$$

Решение системы по формулам Крамера имеет вид:

$$\frac{dC_1}{dt} \llcorner = -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & e^{-t} \\ \frac{1}{t^2} + \ln t & -e^{-t} \end{vmatrix} = \frac{1}{2} e^{-t} \left(\frac{1}{t^2} + \ln t \right),$$

$$\frac{dC_2}{dt} \llcorner = -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & e^{-t} \\ \frac{1}{t^2} + \ln t & -e^{-t} \end{vmatrix} = \frac{1}{2} e^t \left(\frac{1}{t^2} + \ln t \right).$$

Откуда, после интегрирования получаем

$$C_1 \llcorner = -\frac{1}{2} e^{-t} \left(\frac{1}{t} + \ln t \right) + A_1, \quad C_2 \llcorner = \frac{1}{2} e^t \left(\frac{1}{t} - \ln t \right) + A_2.$$

Подставляя в формулы (3), получаем общее решение неоднородной системы уравнений (1) в виде:

$$\begin{cases} z_1 \llcorner = A_1 e^t + A_2 e^{-t} - \ln t, \\ z_2 \llcorner = A_1 e^t - A_2 e^{-t} - \frac{1}{t}. \end{cases} \otimes$$

Задания для самостоятельной работы

Интегрирование и теория поля

1. Вычислить криволинейный интеграл первого рода

$$I = \int_W xy dl,$$

где путь W — контур треугольника с вершинами: $A \llcorner 1; 0 \rceil$, $B \llcorner 0 \rceil$, $C \llcorner 1 \rceil$.

2. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int_W \llcorner + y \rceil dx - x dy,$$

где путь W — отрезок ломаной линии, соединяющий точки

$$A \llcorner 0 \rceil, B \llcorner 0 \rceil, C \llcorner 2 \rceil.$$

3. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int_W x dy - y dx,$$

где W — путь, заданный неявным уравнением $y = x^3$, соединяющий точки $A(0; 0)$ и $B(8; 8)$.

4. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int_W x^2 dx + y^2 dy,$$

где W — путь, заданный неявным уравнением $y = \sqrt{x}$, соединяющий точки $A(0; 0)$ и $B(1; 1)$.

5. Вычислить двойной интеграл

$$I = \iint_D (x^2 y - 2y^3) dx dy$$

по прямоугольнику $D = \{(x, y) \in R_2 : 2 \leq x \leq 5 \wedge 1 \leq y \leq 3\}$.

6. Вычислить двойной интеграл

$$I = \iint_D (x^2 + y) dx dy$$

по области, ограниченной параболой $y = x^2$ и $y^2 = x$.

7. Вычислить двойные интегралы, переходя к полярным координатам:

а) $\iint_D e^{x^2+y^2} dx dy$, где D — круг $x^2 + y^2 \leq 1$;

б) $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где D — круг $x^2 + y^2 \leq 4$;

в) $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где D — круг $x^2 + y^2 \leq 2x$;

г) $\iint_D \sqrt{1+x^2+y^2} dx dy$, где D — первая четверть круга $x^2 + y^2 \leq 1$.

8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями с уравнениями:

а) $y = \ln x$, $x - y = 1$, $y = -1$;

б) $y = x^2$, $4y = x^2$, $x = 2$, $x = -2$.

9. Вычислить тройные интегралы:

а) $\iiint_V \frac{dx dy dz}{x + y + z}$, где область V ограничена плоскостями с уравнениями

$$x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 1;$$

б) $\iiint_V (x + y) dx dy dz$, где область V ограничена плоскостями с уравнениями

$$x = 0, y = 0, z = 0, x = 1, y = 1, z = 1.$$

10. Переходя к цилиндрическим координатам, вычислить тройные интегралы:

а) $\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$, где область V ограничена поверхностями с уравнениями

$$x^2 + y^2 = 1, z = 2;$$

б) $\iiint_V z dx dy dz$, где область V ограничена поверхностями с уравнениями

$$x^2 + y^2 = 1, z = 0, z = a \quad (a > 0).$$

11. Переходя к сферическим координатам, вычислить тройные интегралы:

а) $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$, где область V – это шар $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$;

б) $\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$, где область V – это верхняя половина шара

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2.$$

12. Вычислить поверхностные интегралы первого рода:

а) $\iint_F (x + 18y + 24z) dS$, где поверхность F задана неявным уравнением

$$x + 2y + 3z = 1,$$

и неравенствами $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$;

б) $\iint_F (x^2 + y^2) dS$, где поверхность F задана неявным уравнением

$$x^2 + y^2 - z^2 = 0,$$

и неравенствами $0 \leq z \leq 1$.

13. Вычислить поверхностные интегралы второго рода:

а) $\iint_F z dx dy$, где поверхность F – верхняя сторона верхней половины сферы

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9;$$

б) $\iint_F (x^2 + y^2) dx dy$, где поверхность F – верхняя сторона части параболоида с

уравнением

$$z = 1 - x^2 - y^2,$$

отсечённая плоскостью $z = 0$.

14. Найти производную скалярного поля $u = x^2 + y^2 - 3x + 2y$ по направлению радиуса-вектора точки $M(4; 4)$ в начале координат.

15. Найти градиент плоского скалярного поля $u = \sqrt{4 + x^2 + y^2}$ в точке $M(1; 1)$.

16. Найти производную функции, определённой формулой $u = \frac{xyz}{3}$, в точке $M_0(2; 3)$

по направлению вектора $\vec{M_0M}$, если $M(4; 1; 6)$.

17. Доказать, что

$$\text{а) } \operatorname{grad} r = \frac{\vec{r}}{r}; \text{ б) } \operatorname{grad} \frac{1}{r} = -\frac{\vec{r}}{r^3}.$$

18. Показать, что

$$\operatorname{grad} f(u, v) = \frac{\partial f}{\partial u} \operatorname{grad} u + \frac{\partial f}{\partial v} \operatorname{grad} v.$$

19. Найти

$$\text{а) } \operatorname{div} \vec{r}; \text{ б) } \operatorname{div} \left(r^4 \vec{r} \right); \text{ в) } \operatorname{div} \left(\left(\vec{A}, \vec{r} \right) \vec{B} \right).$$

20. Найти $\operatorname{div} \vec{A}$, если:

$$\text{а) } \vec{A} = (x - y) \vec{e}_1 + (y - z) \vec{e}_2 + (z - x) \vec{e}_3;$$

$$\text{б) } \vec{A} = (x^2 + y^2) \vec{e}_1 + (y^2 + z^2) \vec{e}_2 + (x^2 + y^2) \vec{e}_3.$$

21. Найти ротор векторного поля $\vec{A}(x, y, z)$:

$$\text{а) } \vec{A} = \frac{y}{x} \vec{e}_1 + \frac{z}{y} \vec{e}_2 + \frac{x}{z} \vec{e}_3;$$

$$\text{б) } \vec{A} = yz \vec{e}_1 + z \vec{e}_2 + 2y \vec{e}_2 + y \vec{e}_3 + y \vec{e}_3.$$

22. Доказать двумя способами (в декартовых координатах и с помощью оператора Гамильтона),

что для произвольного скалярного поля φ и для произвольных векторных полей $\vec{A}$ и $\vec{B}$

и $\vec{B}$ справедливы следующие формулы:

$$\text{а) } \left(\vec{A}, \nabla \right) \varphi \vec{B} = \vec{B} \left(\vec{A}, \nabla \varphi \right) + \varphi \left(\vec{A}, \nabla \right) \vec{B};$$

$$\text{б) } \vec{C} \cdot \nabla \left(\vec{A}, \vec{B} \right) = \vec{A} \cdot \left(\left(\vec{C}, \nabla \right), \vec{B} \right) + \vec{B} \cdot \left(\left(\vec{C}, \nabla \right), \vec{A} \right);$$

$$\text{в) } \left(\vec{C}, \nabla \right) \left[\vec{A}, \vec{B} \right] = \left[\vec{A}, \left(\vec{C}, \nabla \right) \vec{B} \right] - \left[\vec{B}, \left(\vec{C}, \nabla \right) \vec{A} \right].$$

23. Найти результат действия векторных дифференциальных операций:

$$\text{а) } \operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi;$$

$$\text{б) } \operatorname{rot} \operatorname{grad} \psi;$$

$$\text{в) } \operatorname{rot} \left[\vec{A}, \operatorname{rot} \vec{B} \right].$$

24. Найти векторные линии векторных полей:

$$\text{а) } \vec{A} \left(\vec{x} \right) = 2y \vec{e}_1 + 6x \vec{e}_2;$$

$$\text{б) } \vec{A} \left(\vec{x} \right) = 2x \vec{e}_1 + 3y \vec{e}_2;$$

$$\text{в) } \vec{A} \left(\vec{x} \right) = 2y \vec{e}_2 + 6z \vec{e}_3.$$

25. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{A} \left(\vec{x} \right)$ вдоль заданного замкнутого контура с заданной параметризацией:

$$\text{а) } \vec{A}\left(\begin{matrix} \vec{x} \\ x \end{matrix}\right) = y \vec{e}_1 - z \vec{e}_2 + x^2 y \vec{e}_3,$$

$$x = 2 \cos t, y = \sin t, z = 1, t \in [0, 2\pi];$$

$$\text{б) } \vec{A}\left(\begin{matrix} \vec{x} \\ x \end{matrix}\right) = z \vec{e}_1 - x \vec{e}_2 + yz \vec{e}_3,$$

$$x = 2 \cos t, y = 6 \sin t, z = 3, t \in [0, 2\pi];$$

$$\text{в) } \vec{A}\left(\begin{matrix} \vec{x} \\ x \end{matrix}\right) = 4y \vec{e}_1 + x \vec{e}_2 + y \vec{e}_3,$$

$$x = \cos t, y = \sin t, z = 2 - \cos t - \sin t, t \in [0, 2\pi].$$

Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Найти общее решение обыкновенного дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.

1) Решить уравнение $(x + y) dx - (x - y) dy = 0$.

Ответ: $(x + y)^2 - (x - y)^2 = C$.

2) Решить уравнение $(x + e^x) y y' = e^x$.

Ответ: $\frac{y^2}{2} = \ln(x + e^x) + C$.

3) Решить уравнение $x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0$.

Ответ: $\sqrt{1+y^2} + \sqrt{1+x^2} = C$.

2. Найти общее решение уравнения с однородной правой частью.

1) Найти интегральные кривые уравнения $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$.

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением $e^{-\frac{y}{x}} + \ln|x| = C$.

2) Найти интегральные кривые уравнения $y' = \frac{y}{x} - 1$.

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением $xe^{\frac{y}{x}} = C$.

3) Найти интегральные кривые уравнения

$$x^2 + 2xy \frac{dy}{dx} + xy \frac{dx}{dy} = 0.$$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением

$$\ln|x+y| + \frac{x}{x+y} = C.$$

3. Найти общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка. Если указаны начальные условия, то найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию.

1) $x + 1 \frac{dy}{dx} = 4x + 2y.$

2) $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{1-x^2} - 1 - x = 0, y|_{x=0} = 0.$

3) $x \frac{dy}{dx} + y - e^x = 0, y|_{x=b} = b.$

4) $\frac{dy}{dx} \cos^2 x + y = \operatorname{tg} x, y|_{x=0} = 0.$

5) $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x \ln x} = x \ln x, y|_{x=e^2} = \frac{e^2}{2}.$

6) $\frac{dy}{dx} - y \operatorname{tg} x = \cos x, y|_{x=0} = 0.$

7) $\frac{dy}{dx} + y \cos x = e^{\sin x}, y|_{x=0} = 0.$

8) $x \frac{dy}{dx} + y = x^2.$

9) $x^2 \frac{dy}{dx} - 2xy = 3.$

10) $x^2 \frac{dy}{dx} - 2xy = 3y.$

$$11) \frac{dy}{dx} - ay = e^{bx}.$$

4. Найти общее решение линейного однородного обыкновенного дифференциального уравнения порядка выше второго.

$$1) \frac{d^3 y}{dx^3} - 8y = 0.$$

$$2) \frac{d^4 y}{dx^3} - y = 0.$$

$$3) \frac{d^4 y}{dx^4} - 5 \frac{d^2 y}{dx^2} + 4y = 0.$$

$$4) \frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{d^3 y}{dx^3} + 8 \frac{d^2 y}{dx^2} + 8 \frac{dy}{dx} + 4y = 0.$$

$$5) \frac{d^5 y}{dx^5} - 6 \frac{d^4 y}{dx^4} + 9 \frac{d^2 y}{dx^2} = 0.$$

5. Найти общее решение линейного неоднородного обыкновенного дифференциального уравнения.

$$1) \frac{d^2 y}{dx^2} - 4y = -12x^2 + 6x - 4.$$

$$2) \frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + y = 4e^x.$$

$$3) \frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} - 3y = -4e^x + 3.$$

$$4) \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 6 \sin 2x.$$

$$5) \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + y = -13 \sin 2x.$$

6. Найти общее решение однородных систем ОДУ методом Эйлера и, если указано, выделить частное решение, удовлетворяющее поставленным начальным условиям.

$$1) \begin{cases} \frac{dy^1}{dt} - 2y^1 + 3y^2 = 0, \\ \frac{dy^2}{dt} - 3y^1 - 2y^2 = 0. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{dy^1}{dt} - 2y^1 + 3y^2 = 0, \\ \frac{dy^2}{dt} - 3y^1 - 2y^2 = 0. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{dy_1}{dt} - 4y_1 + y_2 = 0, \\ \frac{dy_2}{dt} - 3y_1 - y_2 + y_3 = 0, \\ \frac{dy_3}{dt} - y_1 - y_3 = 0. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{dy_1}{dt} + y_1 - y_2 - y_3 = 0, \\ \frac{dy_2}{dt} - y_1 + y_2 - y_3 = 0, \\ \frac{dy_3}{dt} - y_1 - y_2 + y_3 = 0. \end{cases}$$

$$5) \frac{d}{dt}|y\rangle = A|y\rangle, |y\rangle = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$6) \frac{d}{dt}|y\rangle = A|y\rangle, |y\rangle = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

7. Решить неоднородные системы ОДУ методом Лагранжа.

$$1) \begin{cases} \frac{dy_1}{dt} - y_2 = \cos t, \\ \frac{dy_2}{dt} + y_1 = 1. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{dy_1}{dt} - 2y_1 + 4y_2 = 4e^{-2t}, \\ \frac{dy_2}{dt} - 2y_1 + 2y_2 = 0. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{dy_1}{dt} - 2y_1 - y_2 + 2y_3 = -t + 2, \\ \frac{dy_2}{dt} + y_1 = 1, \\ \frac{dy_3}{dt} - y_1 - y_2 + y_3 = -t + 1. \end{cases}$$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО

**«Уральский государственный горный
университет»**

О. В. Садырева, И. Г. Коршунов

Ф И З И К А

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ
ВСЕХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ

Екатеринбург

2020

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО

Учебно-методическим советом УГГУ

Председатель совета



Упоров С.А.

ФИЗИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
СТУДЕНТОВ ВСЕХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ

Екатеринбург, 2019

Методические указания рассмотрены на заседании кафедры физики 26 марта 2019 года (протокол № 19) и рекомендованы для издания в УГГУ

ФИЗИКА. Методические указания для самостоятельной работы студентов всех направлений подготовки/Садырева О.В., Коршунов И.Г.; Урал.гос. горный ун-т.– Екатеринбург, 2019.– 29 стр.

Методические указания составлены в соответствии с программами по курсу физики для студентов всех направлений подготовки в УГГУ. Они содержат условия задач для самостоятельной работы, при выполнении контрольных работ студентами по следующим темам курса физики: механика; молекулярная физика и термодинамика; электричество и магнетизм; механические и электромагнитные колебания и волны; волновая и квантовая оптика; квантовая физика и физика атома; элементы ядерной физики. Также в них содержатся методические указания к решению задач, их оформлению, список рекомендуемой литературы и справочные данные, необходимые для решения задач.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ И ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНИХ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются преподавателем в начале соответствующего семестра.
2. Контрольные работы нужно выполнять чернилами в школьной тетради, на обложке указывается фамилия и инициалы студента, номер группы.
3. Условия задач в контрольной работе необходимо переписать полностью без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради нужно оставлять поля.
4. Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, при решении которых допущены ошибки.
5. При решении задач необходимо пользоваться следующей схемой:
 - Внимательно прочитать условие задачи.
 - Выписать столбиком все величины, входящие в условие, и выразить их в одних единицах (преимущественно в Международной системе единиц СИ).
 - Если это возможно, представить условие задачи в виде четкого рисунка. Правильно сделанный рисунок – это наполовину решенная задача.
 - Уяснить физическую сущность задачи, установить основные законы и формулы, на которых базируется условие задачи.
 - Если при решении задачи применяется формула, полученная для частного случая, не выражающая какой-нибудь физический закон или не являющаяся определением какой-нибудь физической величины, то ее следует вывести.
 - Если равенства векторные, то их необходимо спроектировать по оси координат и записать в скалярной форме.
 - Решить задачу сначала в общем виде, то есть, в буквенных обозначениях, заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.
 - После получения расчетной формулы для проверки ее правильности следует подставить в правую часть формулы вместо символов величин их размерности, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица соответствует искомой величине. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно.
 - Подставить в конечную формулу числовые значения, выраженные в единицах СИ. В виде исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числовые значения однородных величин, стоящих в числителе и знаменателе дроби и имеющих одинаковые степени.

- При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 3520 надо записать $3,52 \cdot 10^3$, вместо 0,00129 записать $1,29 \cdot 10^{-3}$ и т. п.
- Вычисления по расчетной формуле надо проводить с соблюдением правил приближенных вычислений. Как правило, окончательный ответ следует записывать с тремя значащими цифрами. Это относится и к случаю, когда результат получен с применением калькулятора.
- Решение задачи должно сопровождаться краткими, но исчерпывающими пояснениями и комментариями.

1. МЕХАНИКА

1. Расстояние между двумя станциями метрополитена 1,5 км. Первую половину этого расстояния поезд проходит равноускоренно, вторую - равнозамедленно с тем же по модулю ускорением. Максимальная скорость поезда 50 км/ч. Найти ускорение и время движения поезда между станциями.
2. Шахтная клеть поднимается со скоростью 12 м/с. После выключения двигателя, двигаясь с отрицательным ускорением $1,2 \text{ м/с}^2$, останавливается у верхней приемной площадки. На каком расстоянии от нее находилась клеть в момент выключения двигателя и сколько времени двигалась до остановки?
3. С башни высотой 30 м в горизонтальном направлении брошено тело с начальной скоростью 10 м/с. Определить уравнение траектории тела, скорость тела в момент падения.
4. Для добывания руды открытым способом произвели взрыв породы. Подъем кусков породы, выброшенных вертикально вверх, длился 5 с. Определить их начальную скорость и высоту подъема.
5. При взрыве серии скважин камень, находящийся на уступе высотой 45 м, получил скорость 100 м/с в горизонтальном направлении. Какова дальность полета камня, сколько времени он будет падать, с какой скоростью упадет на землю?
6. Рассчитать скорость движения и полное ускорение шахтного электровоза в момент времени 5 с, если он движется по криволинейному участку радиусом 15 м. Закон движения электровоза выражается формулой $S = 800 + 8t - 0,5 t^2$, м.

7. Во сколько раз тангенциальное ускорение точки, лежащей на ободе вращающегося колеса, больше ее нормального ускорения для того момента времени, когда вектор полного ускорения этой точки составляет угол 30° с вектором ее линейной скорости?
8. Под действием постоянной силы 118 Н вагонетка приобрела скорость 2 м/с, пройдя путь 10 м. Определить силу трения и коэффициент трения, если масса вагонетки 400 кг.
9. В шахте опускается равноускоренно лифт массой 280 кг, в первые 10 с он проходит 35 м. Найти натяжение каната, на котором висит лифт.
10. На горизонтальной платформе шахтной клетки находится груз 60 кг. Определить силу давления груза на платформу: при равномерном подъеме и спуске, при подъеме и спуске с ускорением 3 м/с^2 , при спуске с ускорением $9,8 \text{ м/с}^2$.
11. Тело скользит по наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол 45° . Пройдя путь 36,4 см, тело приобретает скорость 2 м/с. Найти коэффициент трения тела о плоскость.
12. Найти закон движения (зависимость пройденного расстояния от времени) куска антрацита при скольжении его с нулевой начальной скоростью по стальному желобу с углом наклона 30° . Коэффициент трения 0,3.
13. Рудничный поезд массой 450 т движется со скоростью 30 км/ч, развивая мощность 150 л. с. (1 л. с. = 736 Вт). Определить коэффициент трения.
14. Определить силу тяги, которую развивает лебедка при подъеме вагонетки массой 2 т с ускорением $0,5 \text{ м/с}^2$, если коэффициент трения 0,03, а угол наклона железнодорожного полотна 30° .
15. Вагонетка скатывается по наклонной горке длиной 5 м. Определить путь, проходимый вагонеткой по горизонтали до остановки, и наибольшую скорость движения, если коэффициент сопротивления 0,0095. Угол наклона 5° .
16. Маховик, приведенный в равноускоренное вращение, сделав 40 полных оборотов, стал вращаться с частотой 480 мин^{-1} . Определить угловое ускорение маховика и продолжительность равноускоренного вращения.
17. Ротор шахтного электродвигателя совершает 960 об/мин. После выключения он останавливается через 10 с. Считая вращение равнозамедленным, найти угловое ускорение ротора. Сколько оборотов сделал ротор до остановки?

18. Крутящий момент двигателя электрической лебедки $1,2 \text{ кН}\cdot\text{м}$. Для остановки двигателя служат тормозные деревянные колодки, прижимающиеся с двух сторон к тормозному чугунному диску радиусом $0,6 \text{ м}$, жестко связанному с ротором двигателя. Найти силу давления, необходимую для остановки ротора, если коэффициент трения равен $0,5$.

19. Двигатель мощностью 3 кВт за 12 с разогнал маховик до 10 об/с . Найти момент инерции маховика.

20. Была произведена работа в 1 кДж , чтобы из состояния покоя привести маховик во вращение с частотой 8 с^{-1} . Какой момент импульса (количества движения) приобрел маховик?

21. Шар и цилиндр имеют одинаковую массу 5 кг и катятся со скоростью 10 м/с по горизонтальной плоскости. Найти кинетическую энергию этих тел.

22. Какую работу надо произвести, чтобы раскрутить маховик массой 80 кг до 180 об/мин ? Массу маховика считать равномерно распределенной по ободу с диаметром 1 м .

23. Ротор шахтного электродвигателя совершает 960 об/мин . После выключения он останавливается через 10 с . Считая вращение равнозамедленным, найти угловое ускорение ротора. Сколько оборотов сделал ротор до остановки?

24. Шар и сплошной цилиндр катятся по горизонтальной плоскости. Какую часть энергии поступательного движения каждого тела составляет от общей кинетической энергии?

25. Маховик, выполненный в виде диска радиусом $0,4 \text{ м}$ и имеющий массу 100 кг , был раскручен до 480 оборотов в минуту и предоставлен самому себе. Под действием трения вала о подшипники маховик остановился через 80 с . Определить момент сил трения.

2.МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

26. Какой объем занимает 1 кг водорода при давлении 10^6 Па и температуре 20°C ? Молярная масса водорода $2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

27. Для автогенной сварки привезли баллон кислорода вместимостью 100 л . Найти массу кислорода, если его давление 12 МПа и температура 16°C . Молярная масса кислорода $32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

28. Определить среднюю плотность сжатого воздуха в рудничной воздухопроводной сети, если давление воздуха в компрессоре составляет $7 \cdot 10^5$ Па, а давление у воздухоприемников $6 \cdot 10^5$ Па. Температура воздуха в начале и конце сети равна 27°C и 7°C . Молярная масса воздуха равна 0,029 кг/моль.

29. Стальной баллон емкостью 25 л наполнен ацетиленом C_2H_2 при температуре 27°C до давления 20 МПа. Часть ацетилена использовали для автогенной сварки подкрановых путей в шахте. Какая масса ацетилена израсходована, если давление в баллоне при температуре 23°C стало равным 14 МПа? Молярная масса ацетилена 0,026 кг/моль.

30. Сжатый воздух в баллоне имеет температуру 15°C . Во время пожара температура воздуха в баллоне поднялась до 450°C . Взорвется ли баллон, если известно, что при этой температуре он может выдержать давление не более 9,8 МПа? Начальное давление в баллоне 4,8 МПа.

31. Температура взрыва гремучей смеси, то есть температура, до которой нагреты в первый момент газообразные продукты взрыва, достигает в среднем 2600°C , если взрыв происходит внутри замкнутого пространства. Во сколько раз давление при взрыве гремучего газа превосходит давление смеси до взрыва, если последнее равно 10^5 Па, а начальная температура 17°C ?

32. Компрессор, обеспечивающий работу отбойных молотков в забое, засасывает из атмосферы 100 л воздуха в секунду при давлении 1 атм. Сколько отбойных молотков может работать от этого компрессора, если для каждого молотка необходимо 100 см^3 воздуха в секунду при давлении 50 атм?

33. В двигателе Дизеля сжимается адиабатически воздух, в результате чего его температура поднимается, достигая температуры воспламенения нефти 800°C . До какого давления сжимается при этом воздух и во сколько раз уменьшается его объем, если начальное давление 1 атм, начальная температура 80°C , $\gamma=1,4$?

34. Современные вакуумные насосы позволяют понижать давление до 10^{-15} мм рт. ст. Сколько молекул газа содержится в объеме 1 см^3 при указанном давлении и температуре 27°C ?

35. Определить средние квадратичные скорости молекул метана CH_4 до взрыва и после него, если температура до взрыва равна 20°C , а после него 2600°C . Молярная масса 0,016 кг/моль.

36. Найти среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре 350 К, а также кинетическую энергию вращательного движения всех молекул, содержащихся в 4 г кислорода.

37. Вычислить удельные теплоемкости при постоянном объеме и при постоянном давлении окиси углерода CO , принимая этот газ за идеальный.

38. На сжатие азота при постоянном давлении была затрачена работа 12 кДж. Найти изменение внутренней энергии и затраченное количество теплоты.

39. Какое количество теплоты для нагревания от 50°C до 100°C надо сообщить азоту массой 28 г, который находится в цилиндре с подвижным поршнем? Чему равна при этом процессе работа расширения?

40. При адиабатическом процессе расширения внутренняя энергия кислорода уменьшилась на 8,38 кДж. Вычислить массу кислорода, если начальная температура его 47°C , а объем увеличился в 10 раз.

41. В двигателе внутреннего сгорания температура газообразных продуктов сгорания поднимается от 600°C до 2000°C . Найти количество теплоты, подведенное к 1 кг газа при постоянном давлении, изменение его внутренней энергии и совершенную работу, если удельные теплоемкости при постоянных давлении и объеме соответственно равны $1,25 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$ и $0,96 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$.

42. Определить мощность на валу компрессора производительностью 25 м^3 в минуту, работающего на подземную воздушную сеть, если первоначальное давление 1 атм, а давление, развиваемое компрессором в конце изотермического сжатия, составляет 7 атм.

43. Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура нагревателя 227°C . Определить термический коэффициент полезного действия цикла и температуру охладителя, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от нагревателя, машина совершает работу 350 Дж.

44. От идеальной теплосиловой установки, работающей по циклу Карно, отводится еже часно 270 МДж теплоты с помощью холодильника при 9°C . Определить полезную мощность установки, если количество подводимой в час теплоты равно 900 МДж. При какой температуре подводится теплота?

45. Газ совершает цикл Карно. Абсолютная температура нагревателя в три раза выше, чем температура холодильника. Нагреватель передал газу 42 кДж теплоты. Какую работу совершил газ?

46. При прямом цикле Карно тепловая машина совершает работу, равную 200 Дж. Температура нагревателя 375 К, холодильника 300 К. Найти количество теплоты, получаемое машиной от нагревателя.

3. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

47. Вследствие трения о шкив ремень заряжается, причем каждый квадратный метр ремня содержит $0,02 \text{ Кл}$ заряда. Ширина ремня $0,3 \text{ м}$, скорость его движения 20 м/с . Какой заряд проходит каждую секунду через любую неподвижную плоскость, перпендикулярную ремню?
48. Определить заряд, емкость и потенциал Земли, считая ее шаром радиусом $6 \cdot 10^3 \text{ км}$ и зная, что напряженность поля около поверхности равна 100 В/м .
49. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора 6 кВ , заряд каждой пластины 10 нКл . Найти энергию конденсатора и силу взаимного притяжения пластин, если расстояние между ними 2 см .
50. Какое количество теплоты выделится при разрядке плоского конденсатора, если разность потенциалов между пластинами 15 кВ , расстояние 1 мм , диэлектрик слюда ($\epsilon = 6$), площадь каждой пластины 300 см^2 ?
51. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить расстояние между пластинами воздушного конденсатора от $0,03 \text{ м}$ до $0,1 \text{ м}$? Площадь пластин 100 см^2 . Конденсатор подключен к источнику напряжения 220 В .
52. Камнедробилка должна работать под напряжением 100 В , потребляя ток в 40 А . Напряжение на электростанции 120 В , а расстояние до нее 1 км . Определить сечение медных соединительных проводов ($\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом м}$).
53. Какой длины надо взять нихромовый проводник диаметром $1,5 \text{ мм}$ для изготовления спирали вулканизатора, применяемого при сращивании кабелей, если сопротивление спирали $5,5 \text{ Ом}$, а удельное сопротивление нихрома $1,1 \cdot 10^{-6} \text{ Ом м}$?
54. Цена деления прибора $1,5 \cdot 10^{-5} \text{ А /дел}$. Шкала прибора имеет 200 делений, его внутреннее сопротивление 100 Ом . Какие сопротивления нужно подключить к этому прибору и каким образом, чтобы можно было измерять напряжение до 200 В или ток до 4 А ?
55. Определить сопротивление медных магистральных проводов при температуре 30° С . Расстояние от места расположения проводов до взрывной станции 400 м . Площадь сечения проводов $0,8 \text{ мм}^2$, $\rho = 0,017 (\text{Ом} \cdot \text{мм}^2 / \text{м})$, $\alpha = 0,0044 \text{ град}^{-1}$.
56. ЭДС батареи 12 В , ток короткого замыкания 5 А . Какую наибольшую мощность может дать батарея во внешней цепи?
57. Найти ток короткого замыкания для аккумуляторной батареи, если при токе 5 А она дает во внешнюю цепь мощность $9,5 \text{ Вт}$, а при токе 8 А мощность $14,4 \text{ Вт}$.

58. Ток в проводнике сопротивлением $100\ \text{Ом}$ равномерно нарастает от 0 до $10\ \text{А}$ в течение $30\ \text{с}$. Чему равно количество теплоты, выделившееся за это время в проводнике?

59. По прямому бесконечно длинному проводнику течет ток $50\ \text{А}$. Найти магнитную индукцию в точке, удаленной на расстояние $5\ \text{см}$ от проводника.

60. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут токи $50\ \text{А}$ и $100\ \text{А}$ в противоположных направлениях. Расстояние между проводами $20\ \text{см}$. Определить магнитную индукцию в точке, удаленной на $25\ \text{см}$ от первого и на $40\ \text{см}$ от второго провода.

61. Найти число витков в катушке диаметром $10\ \text{см}$, если магнитная стрелка, помещенная в ее центре, отклонилась от плоскости магнитного меридиана на 38° при токе $0,2\ \text{А}$. Горизонтальная составляющая земного магнитного поля $12,8\ \text{А/м}$. Плоскость катушки совпадает с плоскостью магнитного меридиана.

62. Определить горизонтальную составляющую напряженности магнитного поля Земли, если обмотка тангенс-буссоли имеет 10 витков радиусом $25\ \text{см}$. При токе $0,64\ \text{А}$ стрелка отклоняется на угол 45° .

63. Плоский контур площадью $20\ \text{см}^2$ находится в однородном магнитном поле с индукцией $0,03\ \text{Тл}$. Найти магнитный поток, пронизывающий контур, если его плоскость составляет угол 60° с линиями индукции.

64. Электромагнит изготовлен в виде тороида со средним диаметром $51\ \text{см}$ и вакуумным зазором $2\ \text{мм}$. Обмотка тороида равномерно распределена по всей его длине. Во сколько раз уменьшится напряженность магнитного поля в зазоре, если при неизменном токе в обмотке зазор увеличить в три раза? Магнитная проницаемость сердечника тороида 800 .

65. Найти напряженность магнитного поля между полюсами электромагнита, если проводник массой $10\ \text{г}$ и длиной $1\ \text{м}$ при токе в нем $19,6\ \text{А}$ висит в поле, не падая.

66. В однородном магнитном поле с индукцией $0,1\ \text{Тл}$ движется проводник длиной $10\ \text{см}$ со скоростью $15\ \text{м/с}$, направленной перпендикулярно к магнитному полю. Найти ЭДС, индуцированную в проводнике.

67. Обмотка электромагнита содержит 800 витков. Площадь сечения сердечника $15\ \text{см}^2$, Индукция магнитного поля в сердечнике $1,4\ \text{Тл}$. Вычислить величину средней ЭДС, возникающей в обмотке при размыкании тока, если ток уменьшается до нуля в течение $0,001\ \text{с}$.

68. На железное кольцо намотано в один слой 200 витков провода. Чему равна энергия Магнитного поля, если при токе 2,5 А магнитный поток в железе 0,5 мВб?

69. Замкнутый соленоид намотан на немагнитный каркас и содержит 20 витков на каждый сантиметр длины. Найти объемную плотность энергии поля при токе 1 А.

70. С какой скоростью должен нарастать ток в катушке с числом витков 800, площадью поперечного сечения 10 см^2 , длиной 30 см, чтобы величина ЭДС самоиндукции, возникшей в ней, была равна 25 мВ?

4. МЕХАНИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

71. Маятник для гравиметрической съемки за сутки совершил 57600 колебаний. Найти ускорение свободного падения, если длина маятника 0,56 м.

72. Днище вибролюка, применяемого для погрузки руды в бункер поезда из очистной камеры, совершает гармоническое колебательное движение с амплитудой 5 мм и частотой 1500 мин^{-1} . Написать уравнение колебаний, если начальная фаза равна нулю.

73. Стол питателя, предназначенного для погрузки руды в вагонетки, колеблется с частотой 45 мин^{-1} . Определить максимальные скорость и ускорение стола, полную энергию колебаний, если масса питателя 1000 кг, амплитуда колебаний 72 мм.

74. Решето рудообогатительного грохота совершает вертикальное колебательное движение с амплитудой 5 см. Найти наименьшую частоту колебаний, при которой куски руды, лежащие на решете, будут отделяться от него и подбрасываться вверх.

75. Для погружения обсадных труб в глинистые отложения применяется вибровозбудитель ВО-10, амплитуда колебаний которого 0,13 см, частота вращения дебалансов 1200 мин^{-1} . Определить максимальные скорость и ускорение, написать уравнение колебаний, если начальная фаза равна нулю.

76. Определить полную энергию колебаний и максимальную силу взаимодействия между подъемным сосудом массой 90 тонн и армировкой ствола шахты, если амплитуда горизонтальных колебаний сосуда 3 см, а циклическая частота 7 с^{-1} .

77. Точка одновременно совершает два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями: $x = 0,5 \sin t$, $y = 2 \cos t$. Найти уравнение траектории точки, построить график ее движения.

78. Два одинаково направленных гармонических колебания одного периода с амплитудами 10 см и 6 см складываются в одно колебание с амплитудой 14 см. Определить разность фаз складываемых колебаний.

79. Груз, подвешенный к пружине, гармонически колеблется по вертикали с периодом 0,5 с. Коэффициент упругости пружины 4 Н/м. Определить массу груза.

80. Амплитуда затухающих колебаний маятника за 5 мин уменьшилась в два раза. За какое время, считая от начального момента, амплитуда уменьшится в восемь раз?

81. Источник незатухающих гармонических колебаний подчиняется закону $x = 5\sin 3140t$ (м). Определить смещение, скорость и ускорение точки, находящейся на расстоянии 340 м от источника, через 1 с от начала колебаний, если скорость волны 340 м/с.

82. Уравнение незатухающих колебаний $y = 0,1\sin 0,5\pi t$ (м). Скорость волны 300 м/с. Написать уравнение колебаний для точек волны в момент времени 4 с после начала колебаний. Найти разность фаз для источника и точки на расстоянии 200 м от него.

83. Звуковые колебания с частотой 500 Гц и амплитудой 0,25 мм, распространяются в воздухе. Длина волны 70 см. Определить скорость распространения волны и наибольшую скорость колебаний частиц воздуха.

84. Определить коэффициент сжатия горной породы - величину, обратную модулю Юнга, если скорость распространения звуковых волн в горной породе равна 4500 м/с, а плотность породы составляет $2,3 \cdot 10^3$ кг/м³.

85. К одному из концов длинного стержня прикреплен вибратор, колеблющийся по закону $y = 10^{-6}\sin 10^4\pi t$ (м). Найти скорость точек в сечении стержня, отстоящем от вибратора на расстоянии 25 см, в момент времени 10^{-4} с. Скорость волны $5 \cdot 10^3$ м/с.

86. Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью 2 мГн и конденсатора емкостью 888 пФ. На какую длину волны настроен контур?

87. Найти частоту собственных колебаний в контуре, состоящем из катушки индуктивности и плоского конденсатора. Площадь каждой пластины конденсатора 30 см² и расстояние между ними 0,1 см. Число витков катушки 1000, длина ее 30 см, сечение 1 см².

88. Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью 1,02 Гн и конденсатора емкостью 0,025 мкФ. Заряд на конденсаторе равен $2,5 \cdot 10^{-6}$ Кл. Какова зависимость разности потенциалов на конденсаторе от времени?

89. Катушка (без сердечника) длиной 50 см и площадью поперечного сечения 3 см² имеет 1000 витков и соединена параллельно с конденсатором. Он состоит из двух

пластин площадью 75 см^2 каждая, расстояние между пластинами 5 мм , диэлектрик - воздух. Найти период колебаний контура и длину волны, на которую он настроен.

90. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $1,02 \text{ Гн}$ и конденсатора емкостью 25 нФ . На обкладках конденсатора сосредоточен заряд $2,5 \text{ мкКл}$. Написать уравнение изменения тока в цепи в зависимости от времени.

91. Разность потенциалов на конденсаторе в контуре за 1 мс уменьшается в три раза. Найти коэффициент затухания.

92. Электромагнитные волны распространяются в некоторой однородной среде со скоростью $2,5 \cdot 10^8 \text{ м/с}$. Какую длину волны имеют электромагнитные колебания в данной среде, если частота колебаний 1 МГц ?

93. Катушка с индуктивностью 30 мГн присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин $0,01 \text{ м}^2$ и расстоянием между ними $0,1 \text{ мм}$. Найти диэлектрическую проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур настроен на длину волны 750 м .

94. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 80 пФ и катушки индуктивностью $0,5 \text{ мГн}$. Найти максимальный ток в контуре, если максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора 300 В . На какую длину волны резонирует данный контур?

95. Закон изменения разности потенциалов на обкладках конденсатора в контуре задан уравнением $U = 50 \cos 10^4 \pi t (\text{В})$. Емкость конденсатора равна $0,1 \text{ мкФ}$. Найти период колебаний, индуктивность, длину волны. Написать закон изменения тока в контуре.

96. Колебательный контур состоит из конденсатора переменной емкости от 12 пФ до 80 пФ и катушки с индуктивностью $1,2 \text{ мГн}$. Найти диапазон длин электромагнитных волн, которые могут вызывать резонанс в этом контуре.

97. Индуктивность колебательного контура $0,5 \text{ мГн}$. Какова должна быть емкость контура, чтобы он резонировал на длину волны 300 м ?

98. Катушка (без сердечника) длиной 50 см и площадью поперечного сечения 3 см^2 имеет 1000 витков и соединена параллельно с конденсатором. Он состоит из двух пластин площадью 75 см^2 каждая, расстояние между пластинами 5 мм , диэлектрик - воздух. Найти период колебаний контура и длину волны, на которую он настроен.

99. Какую индуктивность надо включить в колебательный контур, чтобы при емкости 2 мкФ получить частоту 1000 Гц ?

100. Индуктивность катушки в колебательном контуре 20 мкГн. Требуется настроить этот контур на частоту 5 МГц. Какую емкость следует выбрать?

101. Колебательный контур, состоящий из воздушного конденсатора с двумя пластинами по 100 см^2 каждая и катушки с индуктивностью 1 мкГн резонирует на волну длиной 10 м. Найти расстояние между пластинами конденсатора.

5. ВОЛНОВАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА

102. Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга 1 мм, расстояние от щелей до экрана 3 м, расстояние между соседними интерференционными максимумами на экране 1,5 мм. Найти длину волны источника монохроматического света.

103. Оранжевые лучи с длиной волны 650 нм от двух когерентных источников, расстояние между которыми 120 мкм, падают на экран. Расстояние от источников до экрана 3,6 м. Найти расстояние между центрами соседних темных полос на экране.

104. Какую наименьшую толщину должна иметь пластинка, сделанная из материала с показателем преломления 1,54, чтобы при освещении ее лучами с длиной волны 750 нм, перпендикулярными к пластинке, она в отраженном свете казалась красной?

105. Между двумя плоскопараллельными пластинками лежит проволочка, отчего образовался воздушный клин. Пластины освещаются светом с длиной волны 500 нм. Угол падения лучей 0° , длина пластинки 10 см. Расстояние между интерференционными полосами в отраженном свете 1,8 мм. Найти толщину проволочки.

106. Плосковыпуклая линза ($n=1,5$) с оптической силой 0,5 диоптрий выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Найти радиус пятого темного кольца Ньютона в проходящем свете ($\lambda=600 \text{ нм}$).

107. Радиус кривизны плосковыпуклой линзы 4 м. Чему равна длина волны падающего света, если радиус 5-го светлого кольца Ньютона в отраженном свете равен 3,6 мм?

108. На щель шириной 0,2 мм падает нормально монохроматический свет с длиной волны 640 нм. Определить угол отклонения лучей, соответствующих первой светлой дифракционной полосе.

109. На пластинку со щелью падает нормально монохроматический свет. Угол отклонения лучей, соответствующих второму дифракционному минимуму, равен 1° . Сколько длин волн падающего света составляет ширина щели?

110. На щель шириной 0,05 мм падает нормально монохроматический свет ($\lambda=0,6$ мкм). Найти угол между первоначальным направлением пучка света и направлением на четвертую темную дифракционную полосу.

111. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной гелием. На какую линию в спектре третьего порядка накладывается красная линия гелия с длиной волны 670 нм спектра второго порядка?

112. При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядка накладываются друг на друга. На какую длину волны в спектре второго порядка накладывается фиолетовая граница (400 нм) спектра третьего порядка?

113. На дифракционную решетку, имеющую 800 штрихов на 1 мм, падает параллельный пучок белого света. Какова разность углов отклонения конца первого и начала второго спектров? Принять длину волны красного света 760 нм, фиолетового 400 нм.

114. На дифракционную решетку, содержащую 50 штрихов на миллиметр, падает в направлении нормали к ее поверхности белый свет. Спектр проектируется на экран с помощью линзы, помещенной вблизи решетки. Определить длину спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана 3 м. Границы видимого спектра 400 нм и 760 нм.

115. Угол преломления луча света в жидкости равен 35° . Определить показатель преломления этой жидкости, если отраженный луч максимально поляризован.

116. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, были бы наиболее полно поляризованы.

117. Предельный угол полного внутреннего отражения луча на границе жидкости с воздухом равен 43° . Каков должен быть угол падения луча из воздуха на поверхность жидкости, чтобы отраженный луч был максимально поляризован?

118. Угол максимальной поляризации при отражении света от кристалла каменной соли равен 57° . Определить скорость распространения света в этом кристалле.

119. Угол между плоскостями поляризации двух призм Николя равен 45° . Во сколько раз уменьшится интенсивность света, прошедшего через николи, если этот угол увеличить до 60° ?

120. Температура «голубой» звезды $3 \cdot 10^4 \text{ K}$. Определить интегральную интенсивность излучения и длину волны, соответствующую максимуму излучательной способности.

121. Приняв температуру поверхности Солнца равной 6000 K , определить энергию, излучаемую с одного квадратного метра за секунду и длину волны, соответствующую максимуму излучательной способности.

122. Поток энергии, излучаемой из смотрового окошка печи за секунду, равен 34 Вт . Найти температуру печи, если площадь отверстия 6 см^2 .

123. Средняя величина энергии, теряемой вследствие излучения с одного квадратного сантиметра поверхности Земли за минуту, равна $0,55 \text{ Дж}$. Какую температуру должно иметь абсолютно черное тело, излучающее такое же количество энергии?

124. Печь при температуре 1100 K посылает на измерительный прибор некоторое тепловое излучение. Какова должна быть температура печи, чтобы получаемое прибором излучение увеличилось в два, четыре и шестнадцать раз?

125. Максимальная лучеиспускательная способность абсолютность черного тела приходится на длину волны 800 нм . Какая мощность должна быть подведена к этому телу, поверхность которого 100 см^2 , чтобы поддерживать его при постоянной температуре.

126. Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела, максимум испускательной способности сместился с 500 нм на 750 нм . Во сколько раз уменьшилась суммарная мощность излучения?

127. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта равна 307 нм и кинетическая энергия фотоэлектрона 1 эВ ?

128. Калий (работа выхода 2 эВ) освещается монохроматическим светом с длиной волны 509 нм . Определить максимально возможную кинетическую энергию фотоэлектронов.

129. Определить работу выхода электрона из цезия и серебра, если красная граница фотоэффекта у этих металлов составляет соответственно 660 нм и 260 нм .

130. Определить энергию, импульс и массу фотона, длина волны которого соответствует видимой части спектра с длиной волны 500 нм .

131. Определить давление света на стенки электрической стоваттной лампы. Колба лампы представляет собой сферический сосуд радиусом 5 см . Стенки лампы

отражают 10 % падающего на них света. Считать, что вся потребляемая мощность идет на излучение.

132. На поверхность площадью 100 см^2 ежеминутно падает 63 Дж световой энергии. Найти величину светового давления, если поверхность полностью отражает все лучи и если полностью поглощает все лучи.

133. Давление света с длиной волны 600 нм на черную поверхность равно $2,2 \cdot 10^{-7} \text{ Н/м}^2$. Сколько фотонов падает на 1 см^2 за одну секунду?

6. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА И ФИЗИКА АТОМА

134. Определить длину волны, соответствующую границе серии Бальмера для водорода. Выделить эту спектральную линию на схеме энергетических уровней атома водорода. Постоянная Ридберга равна $1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$.

135. Найти наибольшую и наименьшую длины волн в первой инфракрасной серии спектра водорода (серии Пашена). Начертить схему энергетических уровней атома водорода.

136. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны 121,5 нм. Определить радиус электронной орбиты возбужденного атома водорода.

137. Вычислить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на первый.

138. Определить длины волн де Бройля для электрона и протона, движущихся со скоростью 1000 км/с. Масса электрона $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$, масса протона $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.

139. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы длина волны де Бройля была равна 0,10 нм ?

140. Определить длину волны де Бройля для электрона, движущегося по круговой орбите атома водорода, находящегося в основном состоянии.

141. Электрон, движущийся со скоростью $6 \cdot 10^6 \text{ м/с}$, попадает в продольное ускоряющее однородное электрическое поле напряженностью 5 В/см. Какое расстояние должен пройти электрон в таком поле, чтобы его длина волны стала равной 0,10 нм?

142. Рассчитать дебройлевскую длину волны для протона с кинетической энергией, равной энергии покоя электрона 0,51 МэВ.

143. Найти коротковолновую границу непрерывного рентгеновского спектра, если известно, что уменьшение приложенного к рентгеновской трубке напряжения на 23 кВ увеличивает искомую длину волны в два раза.

144. Найти длину волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра, если скорость электронов, подлетающих к антикатоде трубки, составляет 0,85 скорости света.

145. Для определения постоянной Планка к рентгеновской трубке приложили напряжение 16 кВ и определили минимальную длину волны сплошного рентгеновского излучения ($\lambda_{\text{мин}} = 77,6$ пм). Вычислить по этим данным постоянную Планка.

146. Частица в потенциальной яме шириной l находится в возбужденном состоянии ($n=2$).

Вычислить вероятность нахождения частицы в крайней четверти ямы.

46. Частица в потенциальной яме находится в основном состоянии. Какова вероятность обнаружить частицу в крайней трети ямы?

147. В одномерной потенциальной яме шириной l находится электрон. Найти вероятность нахождения электрона на первом энергетическом уровне в интервале $l/4$, равноудаленном от стенок ямы.

148. Вычислить величину момента импульса L орбитального движения электрона, находящегося в атоме водорода в s-состоянии и в p-состоянии.

149. Частица в потенциальной яме шириной l находится в низшем возбужденном состоянии. Определить вероятность нахождения частицы в интервале $l/4$, равноудаленном от стенок ямы.

150. Определить возможные значения проекции момента импульса L_z орбитального движения электрона в атоме водорода на направление внешнего магнитного поля. Электрон находится в d-состоянии.

151. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной l

с бесконечно высокими стенками. Определить вероятность обнаружения электрона в средней трети ямы, если электрон находится в возбужденном состоянии ($n=3$).

7. ЭЛЕМЕНТЫ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

152. Активность препарата пропорциональна числу ядер, распадающихся за секунду. Во сколько раз уменьшится активность препарата стронция ${}_{38}\text{Sr}^{90}$ через 100 лет? Период полураспада равен 28 лет.

153. Сколько β -частиц испускает в течение одного часа 1 мкг изотопа ${}_{11}\text{Na}^{24}$, период полураспада которого составляет 15 часов?

154. Препарат ${}_{92}\text{U}^{238}$ массой 1 г излучает $1,24 \cdot 10^4$ α -частиц в секунду. Найти период полураспада этого изотопа урана и активность препарата.

155. Найти число распадов за одну секунду в 1 г радия, период полураспада которого 1590 лет. Молярная масса радия 0,226 кг/моль.

156. Активность препарата пропорциональна числу ядер, распадающихся за одну секунду. Во сколько раз уменьшится активность иода ${}_{53}\text{I}^{124}$ спустя 12 суток? Период полураспада равен четырем суткам.

157. Сколько β -частиц испускается в течение суток при распаде изотопа фосфора ${}_{15}\text{P}^{32}$ массой 1 мкг? Период полураспада 14,3 суток.

158. Активность препарата уменьшилась в 256 раз. Сколько периодов полураспада составляет промежуток времени, за который произошло такое уменьшение активности?

159. За один год начальное количество радиоактивного вещества уменьшилось в три раза. Во сколько раз оно уменьшится за два года?

60. Какая доля начального количества радиоактивного вещества останется нераспавшейся через промежуток времени, равный двум периодам полураспада?

160. Дефект массы ядра ${}_{7}\text{N}^{15}$ равен 0,12396 а.е.м. Определить массу атома. ($m_{{}_1\text{H}}^1 = 1,00783$ а.е.м.; $m_{{}_0\text{n}}^1 = 1,00867$ а.е.м.).

161. Найти удельную энергию связи ядра ${}_{6}\text{C}^{12}$, если известно, что $m_{{}_1\text{H}}^1 = 1,00783$ а.е.м.; $m_{{}_0\text{n}}^1 = 1,00867$ а.е.м.; $m_{{}_{12}\text{C}}^6 = 12,00000$ а.е.м.

162. Рассчитать массу нейтрального атома, если ядро его состоит из трех протонов и двух нейтронов, а энергия связи ядра равна 26,3 Мэв. ($m_{{}_1\text{H}}^1 = 1,00783$ а.е.м.; $m_{{}_0\text{n}}^1 = 1,00867$ а.е.м.).

163. Определить энергию связи ядра изотопа кислорода ${}_{8}\text{O}^{16}$, если $m_{{}_1\text{H}}^1 = 1,00783$ а.е.м.; $m_{{}_0\text{n}}^1 = 1,00867$ а.е.м.; $m_{{}_8\text{O}}^{16} = 15,99491$ а.е.м.

164. Определить энергию связи, приходящуюся на один нуклон ядра атома ${}_{11}\text{Na}^{23}$, если $m_{{}_{11}\text{Na}}^{23} = 22,98977$ а.е.м.; $m_{{}_1\text{H}}^1 = 1,00783$ а.е.м.; $m_{{}_0\text{n}}^1 = 1,00867$ а.е.м.

165. Найти дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи ядра ${}_{3}\text{Li}^7$, если известно, что $m_{{}_3\text{Li}}^7 = 7,01601$ а.е.м.; $m_{{}_1\text{H}}^1 = 1,00783$ а.е.м.; $m_{{}_0\text{n}}^1 = 1,00867$ а.е.м.

166. Энергия связи электрона с ядром невозбужденного атома водорода ${}_1\text{H}^1$ равна 13,6 эВ. Определить, насколько масса атома водорода меньше суммы масс свободных протона и электрона.

167. Вычислить дефект массы и энергию связи ядра ${}_5\text{B}^{11}$, если известны следующие массы: $m_{{}_5\text{B}^{11}} = 11,00931$ а.е.м.; $m_{{}_1\text{H}^1} = 1,00783$ а.е.м.; $m_{{}_0\text{n}^1} = 1,00867$ а.е.м.

168. Найти энергию, которую нужно затратить для отрыва нейтрона от ядра ${}_{11}\text{Na}^{23}$, если известны следующие массы: $m_{{}_0\text{n}^1} = 1,00867$ а.е.м.; $m_{{}_{11}\text{Na}^{23}} = 22,98977$ а.е.м.; $m_{{}_{11}\text{Na}^{22}} = 21,99444$ а.е.м.

169. Найти энергию отрыва нейтрона от ядра ${}_2\text{He}^4$, если известны массы: $m_{{}_0\text{n}^1} = 1,00867$ а.е.м.; $m_{{}_2\text{He}^4} = 4,00260$ а.е.м.; $m_{{}_2\text{He}^3} = 3,01603$ а.е.м.

170. Найти энергию, необходимую для удаления одного протона из ядра ${}_8\text{O}^{16}$ (${}_8\text{O}^{16} \rightarrow {}_7\text{N}^{15} + {}_1\text{H}^1$). $m_{{}_1\text{H}^1} = 1,00783$ а.е.м.; $m_{{}_8\text{O}^{16}} = 15,99491$ а.е.м.; $m_{{}_7\text{N}^{15}} = 15,00011$ а.е.м.

171. Найти изменение массы при следующей ядерной реакции:
 ${}_{13}\text{Al}^{27} + {}_2\text{He}^4 \rightarrow {}_{15}\text{P}^{30} + {}_0\text{n}^1$, если $m_{{}_{13}\text{Al}^{27}} = 26,98154$ а.е.м.; $m_{{}_2\text{He}^4} = 4,00260$ а.е.м.; $m_{{}_{15}\text{P}^{30}} = 29,97263$ а.е.м.; $m_{{}_0\text{n}^1} = 1,00867$ а.е.м.

172. Вычислить энергетический эффект ядерной реакции: ${}_1\text{H}^2 + {}_1\text{H}^3 \rightarrow {}_2\text{He}^4 + {}_0\text{n}^1$, если $m_{{}_1\text{H}^2} = 2,01410$ а.е.м.; $m_{{}_1\text{H}^3} = 3,01605$ а.е.м.; $m_{{}_0\text{n}^1} = 1,00867$ а.е.м.; $m_{{}_2\text{He}^4} = 4,00260$ а.е.м.

173. В термоядерном реакторе с дейтериевым горючим может происходить вторичная термоядерная реакция ${}_2\text{He}^3 + {}_1\text{H}^2 \rightarrow {}_2\text{He}^4 + {}_1\text{H}^1$. Вычислить энергию этой реакции. ($m_{{}_2\text{He}^3} = 3,01603$ а.е.м.; $m_{{}_1\text{H}^2} = 2,01410$ а.е.м.; $m_{{}_2\text{He}^4} = 4,00260$ а.е.м.; $m_{{}_1\text{H}^1} = 1,00783$ а.е.м.).

174. Вычислить энергию ядерной реакции ${}_7\text{N}^{14} + {}_0\text{n}^1 \rightarrow {}_6\text{C}^{14} + {}_1\text{H}^1$. ($m_{{}_7\text{N}^{14}} = 14,00307$ а.е.м.; $m_{{}_0\text{n}^1} = 1,00867$ а.е.м.; $m_{{}_6\text{C}^{14}} = 14,00324$ а.е.м.; $m_{{}_1\text{H}^1} = 1,00783$ а.е.м.).

175. Определить энергию ядерной реакции ${}_3\text{Li}^6 + {}_1\text{H}^2 \rightarrow {}_2\text{He}^4 + {}_2\text{He}^4$. ($m_{{}_3\text{Li}^6} = 6,01513$ а.е.м.; $m_{{}_1\text{H}^2} = 2,01410$ а.е.м.; $m_{{}_2\text{He}^4} = 4,00260$ а.е.м.).

176. Какую минимальную энергию должен иметь квант для вырывания нейтрона из ядра ${}_6\text{C}^{14}$? Известны массы: $m_{{}_6\text{C}^{14}} = 14,00324$ а.е.м.; $m_{{}_0\text{n}^1} = 1,00867$ а.е.м.; $m_{{}_6\text{C}^{13}} = 13,00335$ а.е.м.

177. Какую минимальную энергию необходимо затратить, чтобы разделить ${}_6\text{C}^{12}$ на три равные части. ($m_{{}_6\text{C}^{12}} = 12,00000$ а.е.м.; $m_{{}_2\text{He}^4} = 4,00260$ а.е.м.).

178. Определить энергию ядерной реакции ${}_{20}\text{Ca}^{44} + {}_1\text{H}^1 \rightarrow {}_{19}\text{K}^{41} + 2\text{He}^4$. ($m_{{}_{20}\text{Ca}^{44}} = 43,95549$ а.е.м.; $m_{{}_1\text{H}^1} = 1,00783$ а.е.м.; $m_{{}_2\text{He}^4} = 4,00260$ а.е.м.; $m_{{}_{19}\text{K}^{41}} = 40,96184$ а.е.м.)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

8.1 Основная литература

1.	И.Г. Коршунов. Физика. – Екатеринбург: Ид-во УГГУ, 2014. – 341 с.
2.	В.И. Горбатов, В.Ф. Полев. Физика. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ (Ч.1, 2012.-105 с.; Ч.2, 2013.-115 с.; Ч.3.- 2014.-147 с.)
3.	Михайлов В.К. Физика: учебное пособие/ Михайлов В.К.— Электрон. текстовые данные.- М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2013.-120 с.-Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/23753.html - ЭБС «IPRbooks».
4.	Михайлов В.К. Волны. Оптика. Атомная физика. Молекулярная физика: учебное пособие/ Михайлов В.К., Панфилова М.И.-Электрон. текстовые данные.-М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2016.-144 с.-Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/62614.html -ЭБС «IPRbooks».
5.	Трофимова Т.М. Курс физики. Академия, 2010.- 560 с.

Дополнительная литература

1. И.Г. Коршунов. Основы физики.- Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010. - 312 с.
2. Ветрова В.Т. Физика. Сборник задач: учебное пособие/ Ветрова В.Т.- Электрон. текстовые данные.- Минск: Вышэйшая школа, 2015.-446 с.- Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/48021.html> -ЭБС «IPRbooks».
3. Чакак А.А. Физика. Краткий курс: учебное пособие для студентов очно-заочной формы обучения вузов, слушателей курсов повышения квалификации и профессиональной переподготовки специалистов, для студентов факультета дистанционных образовательных технологий/ Чакак А.А., Летута С.Н. Электрон. текстовые данные. Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2011.-541 с. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/30092.html> - ЭБС «IPRbooks».
4. Сарина М.П. Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Часть 1. Механика: учебное пособие/ Сарина М.П.- Электрон. текстовые данные.- Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014.- 187 с.- Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45392.html> - ЭБС «IPRbooks».

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Некоторые физические постоянные

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Скорость света в вакууме	c	$3.00 \cdot 10^8$ м/с
Гравитационная постоянная	G	$6.67 \cdot 10^{-11}$ м ³ /(кг·с ²)
Число Авогадро	N_A	$6.02 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Молярная газовая постоянная	R	8.31 Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	k	$1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Атомная единица массы	$1a.e.m.$	$1.660 \cdot 10^{-27}$ кг
Элементарный заряд	e	$1.60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона	m_e	$9.11 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	m_p	$1.67 \cdot 10^{-27}$ кг
Электрическая постоянная	ε_0	$8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Постоянная Планка	h	$6.63 \cdot 10^{-34}$ Дж/с
	$\hbar$	$1.05 \cdot 10^{-34}$ Дж/с

Приложение 2

Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка			Мно жи- тель	Приставка			Мно жи- тель
Наименование	Обозначение			Наименование	Обозначение		
	русское	международное			русское	международное	
экса	Э	E	10^{18}	деци	д	d	10^{-1}
пэта	П	P	10^{15}	санти	с	c	10^{-2}
тера	Т	T	10^{12}	милли	м	m	10^{-3}
гига	Г	G	10^9	микро	мк	μ	10^{-6}
мега	М	M	10^6	нано	н	n	10^{-9}
кило	к	k	10^3	пико	п	p	10^{-12}
Гекто	г	h	10^2	фемто	ф	f	10^{-15}
Дека	да	da	10^1	атто	а	a	10^{-18}

Примечание: Приставки гекто, дека, деци и санти допускается применять только в наименованиях кратных и дольных единиц, уже получивших широкое распространение (гектар, декалитр, дециметр, сантиметр и др.)

Единицы физических величин, имеющие собственные наименования

Величина	Единица	
	Наименование	Обозначение
Длина	метр	м
Масса	килограмм	кг
Время	секунда	с
Плоский угол	радиан	рад
Телесный угол	стерадиан	ср
Сила, вес	ньютон	Н
Давление	паскаль	Па
Напряжение (механическое)	паскаль	Па
Модуль упругости	паскаль	Па
Работа, энергия	джоуль	Дж
Мощность	ватт	Вт
Частота колебаний	герц	Гц
Термодинамическая температура	кельвин	К
Разность температур	кельвин	К
Теплота, количество теплоты	джоуль	Дж
Количество вещества	моль	моль
Электрический заряд	кулон	Кл
Сила тока	ампер	А
Потенциал электрического поля, электрическое напряжение	вольт	В
Электрическая емкость	фарад	Ф
Электрическое сопротивление	ом	Ом
Электрическая проводимость	сименс	См
Магнитная индукция	тесла	Тл
Магнитный поток	вебер	Вб
Индуктивность	генри	Гн
Сила света	кандела	кд
Световой поток	люмен	лм
Освещенность	люкс	лк
Поток излучения	ватт	Вт
Поглощенная доза излучения (доза излучения)	грэй	Гр
Активность изотопа	беккерель	Бк

Внесистемные единицы

Наименование величины	Единица		
	Наименование	Обозначение	Соотношение с единицей СИ
Масса	тонна	т	10^3 кг
	атомная единица массы	а.е.м.	$1.66 \cdot 10^{-27}$ кг
Время	минута	мин	60 с
	час	ч	3600 с
	сутки	сут	86400 с
Плоский угол	градус	...°	$1.74 \cdot 10^{-2}$ рад
	минута	...'	$2.91 \cdot 10^{-4}$ рад
	секунда	...''	$4.85 \cdot 10^{-6}$ рад
	град	град	($\pi/200$) рад
Объем, вместимость	литр	Л	10^{-3} м ³
Длина	астрономическая единица	а.е.	$1.50 \cdot 10^{11}$ м
	световой год	св. год	$9.46 \cdot 10^{15}$ м
	парсек	пк	$3.08 \cdot 10^{16}$ м
Оптическая сила	диоптрия	Дптр	1 м ⁻¹
Площадь	гектар	Га	10^4 м ²
Энергия	электрон-вольт	эВ	$1.60 \cdot 10^{-19}$ Дж
Полная мощность	вольт-ампер	В·А	
<i>Примечание:</i> Единицы времени (минуту, час, сутки), плоского угла (градус, минуту, секунду), астрономическую единицу, световой год, диоптрию и атомную единицу массы не допускается применять с приставками.			

Плотность некоторых твердых тел

Твердое тело	Плотность, г/см ³	Твердое тело	Плотность, г/см ³
Алюминий	2.70	Цезий	1.90
Барий	3.50	Каменная соль	2,2
Ванадий	6.02	Латунь	8,55
Висмут	9.80	Марганец	7,40
Железо (чугун, сталь)	7.88	Платина	21,4
Литий	0.53	Золото	19,3
Медь	8.93	Висмут	9,80
Никель	8.90	Уран	18,7
Свинец	11.3	Цинк	7,15
Серебро	10.5	Вольфрам	19,3

Приложение 6

Плотность некоторых жидкостей и газов

Жидкость (при 15° С)	Плотность, г./см ³	Газ (при нормальных условиях)	Плотность, кг/м ³
Вода (дистиллированная при 4°С)	1.00	Водород	0.09
Глицерин	1.26	Воздух	1.29
Керосин	0.8	Гелий	0.18
Ртуть	13.6	Аргон	1,78
Масло (оливковое, смазочное)	0.9	Азот	1,25
Масло касторовое	0.96	Кислород	1.43
Сероуглерод	1.26		
Эфир	0.7		
Спирт	0.80		

Приложение 7

Удельное сопротивление ρ некоторых материалов

Материал	Удельное сопротивление, Ом·м	Материал	Удельное сопротивление, Ом·м
Алюминий	$2,53 \cdot 10^{-8}$	Ртуть	$9,6 \cdot 10^{-7}$
Алюминий провод	$2,87 \cdot 10^{-8}$	Свинец	$2,08 \cdot 10^{-7}$
Бумага	10^{15}	Серебро	$1,6 \cdot 10^{-8}$
Вода	10^4	Сталь литая	$1,3 \cdot 10^{-7}$
дистиллированная			
Вода морская	0,3	Сталь чистая	$1,01 \cdot 10^{-7}$
Вольфрам	$5,5 \cdot 10^{-8}$	Стекло	10^{11}
Графит	$3,9 \cdot 10^{-6}$	Стекло кварцевое	10^{16}
Железо чистое	$9,8 \cdot 10^{-8}$	Угольные щётки	$4 \cdot 10^{-5}$
Железо	$8,7 \cdot 10^{-8}$	Цинк	$5,9 \cdot 10^{-8}$
Золото	$2,2 \cdot 10^{-8}$	Чугун серый	$1 \cdot 10^{-6}$
Константан	$5 \cdot 10^{-7}$	Никель	$8,7 \cdot 10^{-8}$
Масло парафиновое	10^{14}	Нихром	$1,12 \cdot 10^{-6}$
Магний	$4,4 \cdot 10^{-8}$	Олово	$1,2 \cdot 10^{-7}$
Манганин	$4,3 \cdot 10^{-7}$	Платина	$1,07 \cdot 10^{-7}$
Медь	$1,72 \cdot 10^{-8}$	Медь провод	$1,78 \cdot 10^{-8}$

Приложение 8

Диэлектрическая проницаемость некоторых веществ

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Ацетон	21,4	Парафин	2,0
Вакуум	1,0	Парафинированная бумага	2,0
Воздух	1,000594	Полиэтилен	2,2
Вода	81	Слюда	7,0
Вода дистиллированная	31	Спирт этиловый	25,1
Воск	7,8	Спирт метиловый	33,5
Керосин	2,0	Стекло	7,0
Масло	5,0	Фарфор	5,0
Масло трансформаторное	2,2	Эбонит	2,6

Приложение 9

Греческий алфавит

Обозначения букв	Название букв	Обозначения букв	Название букв
Α, α	Альфа	Ν, ν	ню
Β, β	Бета	Ξ, ξ	кси
Γ, γ	Гамма	Ο, ο	омикрон
Δ, δ	Дэльта	Π, π	пи
Ε, ε	Эпсилон	Ρ, ρ	ро
Ζ, ζ	Дзета	Σ, σ	сигма
Η, η	Эта	Τ, τ	тау
Θ, θ	Тэта	Υ, υ	ипсилон
Ι, ι	Иота	Φ, φ	фи
Κ, κ	Каппа	Χ, χ	хи
Λ, λ	Ламбда	Ψ, ψ	пси
Μ, μ	Ми	Ω, ω	омега

СОДЕРЖАНИЕ

Общие методические указания к решению задач и выполнению домашних контрольных работ	3
1. Механика	4
2. Молекулярная физика и термодинамика	7
3. Электричество и магнетизм	10
4. Механические и электромагнитные колебания и волны	12
5. Волновая и квантовая оптика	15
6. Квантовая физика и физика атома	18
7. Элементы ядерной физики	19
Список литературы	23
Приложения	24

УРАЛЬСКИЙ
ОРДЕНА ТРУДОВОГО ЗНАМЕНИ ГОРНЫЙ ИНСТИТУТ
им. В.В. ВАХРУШЕВ

ОДОБРЕНО

Методической комиссией
Института

“17” июня 1992 г.

Председатель комиссии

_____ проф. В. А. Лукас

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
К ЛАБОРАТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ ПО КУРСУ «ХИМИЯ»
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВСЕХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ
ЧАСТЬ 1**

Методические указания и контрольные задания к лабораторным занятиям по курсу «Химия» для студентов всех специальностей
Часть 1
Екатеринбург: Изд. УГИ, 1992
– 38с.

Методические указания содержат вступительную часть, а далее в каждой лабораторной работе краткое теоретическое введение, описание эксперимента, контрольные вопросы и задания для самостоятельного выполнения.

Методические указания одобрены на заседании кафедры химии
30 июня 1992 г. Протокол №3.

Составили: Н.Б. Смирнова, доц., канд. хим. наук
В.М. Сахарова, доц., канд. техн. наук

© Уральский горный институт им. В.В. Вахрушева, 1992

С О Д Е Р Ж А Н И Е

Введение	4
Общие правила работы в химической лаборатории	7
Правила техники безопасности при работе с химическими реактивами	7
Оказание первой медицинской помощи	8
Оформление лабораторного журнала	8
1. Периодичность изменения свойств оксидов и гидроксидов	9
1.1. Экспериментальная часть	11
1.2. Контрольные вопросы и задания	12
2. Химическая кинетика	14
2.1. Экспериментальная часть	16
2.2. Контрольные вопросы и задания	18
3. Химическое равновесие	19
3.1. Экспериментальная часть	20
3.2. Контрольные вопросы и задания	21
4. Ионные равновесия в растворах электролитов	23
4.1. Экспериментальная часть	25
4.2. Контрольные вопросы и задания	26
5. Реакции ионного обмена	27
5.1. Экспериментальная часть	29
5.2. Контрольные вопросы и задания	31
6. Гидролиз солей	32
6.1. Экспериментальная часть	34
6.2. Контрольные вопросы и задания	35
Список литературы	37

ВВЕДЕНИЕ

Горные инженеры, геологи и геофизики сталкиваются с самыми разнообразными явлениями природы, химическими по своей сущности: быстрой выветриваемостью, окисляемостью, различной смачиваемостью горных пород, с особенностями воздушной среды под землей, с обводненностью горных выработок, агрессивностью рудничных вод. Поэтому им требуются более глубокие знания по химии, чем любому другому специалисту. Инженеры горнодобывающей отрасли способны справиться с современными задачами горно-металлургической и горно-химической промышленности только зная весь путь от разведки полезного ископаемого до его переработки. Физико-химическая некомпетентность горных инженеров и геологов является причиной недостатков в развитии горной науки, техники и технологии, бедственного экологического положения горных предприятий.

Роль химии в подготовке инженеров непрерывно возрастает в связи с необходимостью решения задач по снижению уровня потерь полезных компонентов и увеличению комплексности использования руд, рациональному применению вскрышных пород, очистке и использованию шахтных вод и сточных вод обогатительных фабрик, защите от коррозии бурового и горнодобывающего оборудования, заблаговременной дегазации угольных месторождений, применению физико-химических методов упрочнения грунтов, геотехнологическим методам добычи полезных ископаемых.

В горном деле широко применяются химические материалы: химические растворы при бурении и тампонаже скважин, взрывчатые вещества при отбойке угля, руды и породы, химические добавки, препятствующие распылению угля и налипанию льда на конвейерную ленту, материалы для покрытия из пены, предохраняющей от промерзания участка разработки, компоненты для отвердевания закладочных смесей, огнетушащие составы, синтетические смолы для укрепления горных пород, реагенты для флотации и обогащения руд и большой ассортимент таких обычных химикатов как горючие и смазочные материалы, цемент, стекло, керамика, гидро-, термо- и электроизоляционные материалы, лаки, краски, пластмассы, резина.

Еще благодаря усилиям Д.И. Менделеева, химию, как одну из фундаментальных дисциплин, стали преподавать во всех высших школах России. Химия вместе с физикой и математикой составляет основу профессиональной подготовки специалистов высокой квалификации.

Будущие специалисты должны получить такой комплекс знаний по химии, который составит базу для успешного освоения последующих дисциплин и правильного использования материалов, применяемых в технике.

Теоретические разделы химии, такие как строение электронных оболочек атомов, основные виды химических связей, химическая кинетика и равновесие, окислительно-восстановительные потенциалы, водородный показатель, произведение растворимости, свойства комплексных соединений, позволяет правильно ориентироваться в вопросах, связанных непосредственно со свойствами и превращениями минералов и горных пород.

Горные породы и руды состоят из минералов. К минералам относят природные химические соединения. Неорганические минералы подразделяются на минеральные типы, названия которым присваиваются согласно классификации неорганических веществ и их номенклатуре. По химическому составу минералы подразделяют на:

- а) простые вещества (металлы, неметаллы),
- б) карбиды, нитриды, фосфиды, сульфиды, арсениды, селениды, оксиды, гидроксиды, галогениды и др.,
- в) соли кислородсодержащих кислот (силикаты, фосфаты, арсенаты, ванадаты, бораты, карбонаты, сульфаты, нитраты, вольфраматы, молибдаты, хроматы, иодаты и др.).

Основа химической номенклатуры - русские названия химических элементов, приведенные в периодической системе Д.И. Менделеева, которые не всегда совпадают с латинскими названиями, например, гидрогениум - водород, оксигениум - кислород.

К неметаллам относят:

He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn, F, Cl, Br, I, At, O, S, Se, Te, N, P, As, C, Si, B, H, остальные элементы - металлы.

Названия простых веществ состоят из одного слова - наименования химического элемента с числовой приставкой, например: O₃ - трикислород, P₄ - тетрафосфор, S₈ - октасера.

Используют также числовые приставки:

1 - моно	7 - гепта
2 - ди	8 - окта
3 - три	9 - нона
4 - тетра	10 - дека
5 - пента	11 - ундека
6 - гекса	12 - додека

В химических формулах сложных веществ на первом месте (слева) всегда записывают формульные обозначения электроположительных составляющих, а за ними указывают формульные обозначения электроотрицательных составляющих. Например, PCl_3 .

Названия сложных веществ составляются по их химическим формулам справа налево. Они складываются из двух слов - названий электроотрицательных составляющих (условных или реальных катионов) в именительном падеже и электроположительных составляющих (условных или реальных катионов) в родительном падеже, например: PCl_3 - трихлорид фосфора, CO - монооксид углерода.

Названия одноэлементных анионов оканчиваются на -ид, а названия многоэлементных анионов - на -ат.

Для построения названий сложных веществ используются корни (иногда усеченные) русских названий элементов, например, бериллий - бериллат, молибден - молибдат, фосфор - фосфид и фосфат. Традиционно применяются корни латинских названий для элементов: серебро, мышьяк, золото, углерод, медь, железо, ртуть, марганец, азот, никель, свинец, сера, сурьма, кремний, олово:

Ag - аргентат	N - нитрид, нитрат
As - арсид, арсенат	Ni - никелат
Au - аурат	Pb - плюмбат
C - карбид, карбонат	S - сульфид, сульфат
Cu - купрат	Sb - стибид (антимонид), стибат
Fe - феррат	Si - силицид, силикат
Hg - меркурат	Sn - станнат
Mn - манганат	

В названиях сложных веществ употребляются как числовые приставки, так и степени окисления катиона (обычно металлического) при точно известном заряде аниона, например, P_4O_{10} - декаоксид тетрафосфора, V_2O_5 - оксид ванадия (V), $\text{Bi}(\text{OH})_3$ - гидроксид висмута (III).

Названия кислот и кислотных остатков приводятся в учебном пособии [1]. Названия кислотных остатков используют при построении названий солей. Соли - продукты реакций нейтрализации. Соли, содержащие кислотные остатки с незамещенными атомами водорода, - к и с л ы е соли. Соли, содержащие гидроксид-ионы, называют о с н о в н ы м и солями.

$\text{Ca}(\text{H}_2\text{PO}_4)_2$ - дигидрофосфат кальция

KHSO_4 - гидросульфат калия

$\text{FeOH}(\text{NO}_3)_2$ - гидроксонитрат железа (III)

$(\text{CaOH})_2\text{SO}_4$ - гидроксосульфат кобальта (II)

$\text{Cu}_2\text{CO}_3(\text{OH})_2$ - дигидроксид-карбонат димеди

Если соли содержат два разных катиона, то их называют
д в о й н ы м и.

$\text{KAl}(\text{SO}_4)_2$ - сульфат алюминия-калия

$\text{CaMg}(\text{CO}_3)_2$ - карбонат магния-кальция

ОБЩИЕ ПРАВИЛА РАБОТЫ В ХИМИЧЕСКОЙ ЛАБОРАТОРИИ

Прежде чем приступить к работе по данной теме, следует изучить ее по описанию, уяснить цель задания и план его выполнения.

Не загромождайте рабочее место портфелями, свертками, сумками, перчатками и т.п. Для них отведены специальные этажерки. На рабочем столе должны находиться только необходимые приборы и лабораторный журнал.

Работайте тщательно, аккуратно, без лишней торопливости, соблюдайте в лаборатории тишину.

Внимательно наблюдайте за ходом опыта, отмечая и записывая каждую его особенность.

Категорически запрещается в лаборатории принимать пищу, пробовать химические вещества на вкус.

Без указания преподавателя не проводите никаких дополнительных опытов.

После окончания работы вымойте использованную посуду, выключите воду, электрические приборы и приведите в порядок рабочее место.

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ РАБОТЕ С ХИМИЧЕСКИМИ РЕАКТИВАМИ

Для выполнения работ в лаборатории имеется определенный набор химических реактивов, часть которых размещается на лабораторных столах (водные растворы солей), а остальные - концентрированные и разбавленные кислоты и щелочи, сухие соли, дурно пахнущие вещества - в вытяжных шкафах.

При использовании реактивов следует соблюдать следующие правила:

1. Не разрешается уносить реактивы из вытяжного шкафа на рабочее

место.

2. Сухие реактивы набирают чистым шпателем или ложечкой.
3. Для проведения опыта в пробирке брать сухое вещество в количестве, закрывающем дно пробирки, а раствора - не более $1/6$ ее объема.
4. Избыток реактива нельзя высыпать (выливать) обратно в те склянки, из которых они были взяты.
5. Не следует путать пробирки от разных склянок. Крышки и пробки кладут на стол поверхностью, не соприкасающейся с реактивом.
6. При нагревании растворов в пробирке держать ее таким образом, чтобы отверстие пробирки было направлено в сторону от работающего и его соседей по рабочему месту.
7. При разбавлении концентрированных кислот вливать кислоту в воду, а не наоборот.
8. Остатки растворов, содержащих кусочки металлов, собирают в специальные склянки, находящиеся в вытяжных шкафах.

ОКАЗАНИЕ ПЕРВОЙ МЕДИЦИНСКОЙ ПОМОЩИ

При порезах стеклом удаляют осколки из раны, смазывают края раны раствором йода и перевязывают бинтом.

При ожоге горячей жидкостью или горячим предметом обожженное место обрабатывают раствором перманганата калия, накладывают мазь от ожога.

При ожогах кислотами сразу промывают обожженное место большим количеством воды, а затем 3%-ным раствором гидрокарбоната натрия.

При ожогах едкими щелочами хорошо и обильно промыть обожженное место проточной водой, затем разбавленным раствором уксусной кислоты и опять водой.

При попадании кислоты или щелочи в глаза немедленно промыть глаза в течение трех минут большим количеством воды, а затем раствором гидрокарбоната натрия или борной кислоты.

ОФОРМЛЕНИЕ ЛАБОРАТОРНОГО ЖУРНАЛА

Каждый студент должен иметь лабораторный журнал - отдельную тетрадь для записей.

В лабораторном журнале студент выполняет отчеты по лаборатор-

ным работам, домашние задания, решает задачи, отвечает на контрольные вопросы.

Все наблюдения и выводы по экспериментальной работе студент заносит в лабораторный журнал непосредственно после выполнения опыта.

Отчеты по выполненным лабораторным работам должны содержать:

- 1) название лабораторной работы,
- 2) названия всех проделанных опытов,
- 3) после названия опыта записывается уравнение проделанной реакции, в котором указываются осадки ($\downarrow$) и их окраска, газы ($\uparrow$), изменения окраски растворов,
- 4) задания, указанные в методическом руководстве,
- 5) выводы по каждому опыту и общий вывод по работе.

1. ПЕРИОДИЧНОСТЬ ИЗМЕНЕНИЯ СВОЙСТВ ОКСИДОВ И ГИДРОКСИДОВ

Цель работы - изучение изменения кислотно-основных свойств гидроксидов в периодах и группах периодической системы Д.И. Менделеева.

Периодическая система Д.И. Менделеева - естественная система химических элементов, созданная на основе периодического закона.

Положение элемента в периодической системе определяет физико-химические свойства соответствующих им простых веществ и химических соединений.

Периодичность свойств химических соединений удобно проследить на примере оксидов и гидроксидов. Оксиды и гидроксиды относятся к основным пороодообразующим минералам, они широко распространены и составляют 17% от массы земной коры.

В табл.1.1. приведены наиболее часто встречающиеся реакции взаимодействия оксидов и гидроксидов с водой.

Кислотно-основные свойства соединений можно объяснить на основе электростатических представлений. Ослабление основных и усиление кислотных свойств гидроксидов связано с изменением поляризующего действия элемента, образующего гидроксид, на группу OH^- . Поляризующее действие катиона сильно зависит от его строения и может быть охарактеризовано следующими закономерностями:

- 1) Поляризующее действие иона очень быстро возрастает с увеличением его заряда;

Таблица 1.1

Кислотно-основные реакции оксидов и гидроксидов

Тип оксида (гидроксида)	Типичная реакция
Сильно - кислый	$\text{SO}_3(\text{г}) + \text{H}_2\text{O} = \text{SO}_4^{2-}(\text{р}) + 2\text{H}^+(\text{р})$
Слабо - кислый	$\text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{HCO}_3^-(\text{р}) + \text{H}^+(\text{р})$
Амфотерный	$\text{Zn}(\text{OH})_2(\text{к}) \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{\text{H}^+(\text{р})} \text{Zn}^{2+}(\text{р}) + \text{H}_2\text{O} \\ \xrightarrow{\text{OH}^-(\text{р})} [\text{Zn}(\text{OH})_4]^{2-}(\text{р}) \end{cases}$
Слабо - основной	$\text{Fe}(\text{OH})_2(\text{к}) \rightleftharpoons \text{FeOH}^+(\text{р}) + \text{OH}^-(\text{р})$
Сильно - основной	$\text{Li}_2\text{O}_3 + \text{H}_2\text{O} = 2\text{Li}^+(\text{р}) + 2\text{OH}^-(\text{р})$

2) большое значение имеет строение внешней электронной оболочки, по этому признаку катионы разделяются на ионы с незаконченным внешним слоем, переходным от 8-электронного и 18-электронному (Mg^{2+} , Fe^{2+} , Fe^{3+}) и ионы с 18-электронным внешним слоем (Zn^{2+} , Ag^+);

3) при сходном строении внешней электронной оболочки и равном заряде поляризующее действие иона возрастает по мере уменьшения его радиуса.

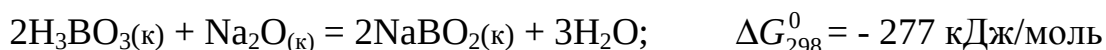
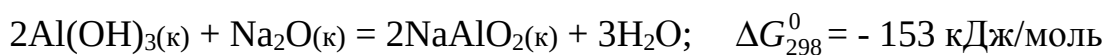
Итак, ослабление основных и усиление кислотных свойств гидроокисей связано с увеличением поляризующего действия катиона, т.е. с убыванием его радиуса и возрастанием положительной степени окисления, а также с увеличением числа внешних электронов. Например, если катион имеет малый заряд сравнительно большой радиус, его электростатическое притяжение к группе OH^- невелико и OH^- выступает в гидроксиде как единое целое. Поэтому типичными основаниями являются гидроксиды элементов, находящихся в главных подгруппах I и II групп периодической системы (KOH , NaOH), а также NH_4OH .

По мере увеличения поляризующего действия катиона возрастает ковалентность связей элемент-кислород и усиливается ионный характер связей $\text{O} - \text{H}$. Основные свойства гидроксидов ослабляются и появляются кислотные свойства. Из элементов II группы бериллий и цинк дают амфо-

дают атмосферные гидроксиды, в (III) группе амфотерны гидроксиды алюминия, галлия, индия. Амфотерность характерна для большинства элементов четвертой группы периодической системы.

Когда катион имеет большой положительный заряд и малый радиус (что типично для неметаллов), усиление его поляризующего действия приводит к тому, что водород становится подвижным и преобладает диссоциация по кислотному типу. Среди элементов третьей группы гидроксид бора - типичная кислота. В четвертой группе кислотами являются гидроксиды углерода и кремния, однако, эти кислоты еще очень слабые. Гидроксиды многих элементов с максимальной степенью окисления пятой, шестой, седьмой групп - сильные кислоты.

Способность веществ к взаимодействию определяется изменением изобарно-изотермического потенциала (ΔG) химической реакции. Чем меньше алгебраическая величина энергии Гиббса химического процесса, тем больше вероятность ее протекания в данном направлении.



Увеличение отрицательного значения ΔG_{298}^0 свидетельствует об усилении кислотных свойств гидроксида бора H_3BO_3 .

1.1. Экспериментальная часть

ОПЫТ 1. Гидроксиды магния и кальция

Поместите в пробирку небольшое количество оксида магния или кальция и прибавьте 5 мл воды. Взболтайте содержимое пробирки и испытайте реакцию среды 1-2 каплями фенолфталеина. Составьте уравнение реакции взаимодействия оксида с водой. Сделайте вывод о характере гидроксида.

ОПЫТ 2. Получение и свойства гидроксида алюминия

В пробирку налейте 2 мл раствора соли алюминия и прибавьте примерно такой же объем раствора гидроксида аммония. Содержимое пробирки распределите в две пробирки. В одну из пробирок при взбалтывании прилейте по каплям разбавленный раствор серной кислоты до полного рас-

творения осадка. Во вторую пробирку прилейте разбавленный раствор гидроксида натрия также до полного растворения осадка. Составить уравнение реакций. Сделайте вывод о характере гидроксида алюминия.

ОПЫТ 3. Двуокись углерода

Налейте в пробирку несколько мл воды и прибавьте 1-2 капли индикатора. Пропустите из аппарата Киппа в воду двуокись углерода до изменения окраски индикатора. Составьте уравнение реакции. Сделайте вывод о характере гидроксида.

ОПЫТ 4. Гидроксид кремния

В пробирку поместите раствор силиката натрия и пропустите через него углекислый газ из аппарата Киппа, при этом наблюдайте образование осадка гидроксида кремния. Напишите уравнение реакции. Сделайте вывод о кислотно-основном характере гидроксида кремния.

ОПЫТ 5. Оксид фосфора (V)

В пробирку поместите немного фосфорного ангидрида и добавьте несколько мл воды. Наблюдайте растворение, встряхивая пробирку. Испытайте реакцию среды индикаторами. Составьте уравнение реакции. Сделайте вывод о характере гидроксида.

ОПЫТ 6. Гидроксиды олова (II) и свинца (II)

а) Налейте в пробирку 2 мл раствора хлорида олова. Добавьте по каплям разбавленный раствор щелочи до образования осадка. Содержимое пробирки разделите на две части. Подействовать на одну концентрированным раствором щелочи, а на другую - соляной кислотой. Составьте уравнения реакций. Сделайте вывод о характере гидроксида олова.

б) Такой же опыт проделать с раствором соли азотнокислого свинца. На полученный гидроксид свинца подействовать азотной кислотой и щелочью. Почему для растворения гидроокиси свинца нельзя воспользоваться соляной или серной кислотами? Составьте уравнения реакций. Сделайте вывод о характере гидроксида свинца.

1.2. Контрольные вопросы и задания

1. Сравнив результаты опытов, сделайте вывод, как изменяется характер гидроксидов элементов: Mg, Al, Si, P в третьем периоде слева

направо. Чем объясняется это изменение характера гидроксидов? Как оно связано с изменением металлических свойств элементов?

2. По результатам опытов сделайте вывод об изменении кислотно-основных свойств гидроксидов элементов: C, Si, Sn, Pb в главных подгруппах сверху вниз. Как увязать такое изменение характера гидроксидов с возрастанием порядкового номера элемента и изменением металлических свойств элементов?

3. Запишите кислородные соединения марганца со степенями окисления II, IV, VI, VII и покажите, как с увеличением степени окисления изменяется характер оксидов и соответствующих им гидроксидов.

4. Укажите, какая из сравниваемых двух кислот H_2SO_3 или H_2SO_4 является более сильной и как объяснить такое явление.

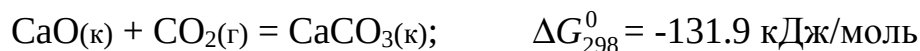
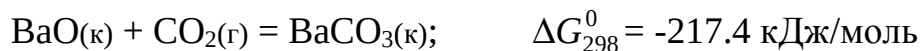
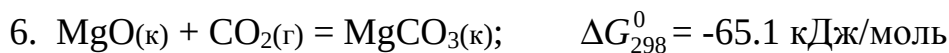
5. Какой из галогенов имеет наибольшее сродство к натрию, если энергия Гиббса для галогенидов натрия имеет следующую величину (кДж/моль):

$$\Delta G_{298}^0 \text{NaJ} = -237.2,$$

$$\Delta G_{298}^0 \text{NaBr} = -347.7,$$

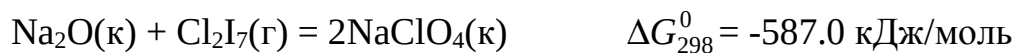
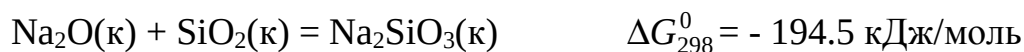
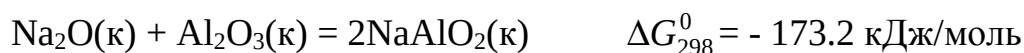
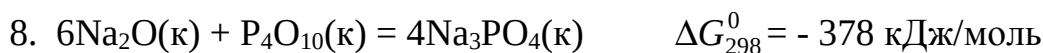
$$\Delta G_{298}^0 \text{NaCl} = -384.0,$$

$$\Delta G_{298}^0 \text{NaF} = -541.0.$$



Как изменяются кислотно-основные свойства оксидов (расположите их в ряд) и как это согласуется со значением ΔG_{298}^0 образования рассматриваемых карбонатов из оксидов?

7. Как изменяется сила кислот в ряду $\text{H}_2\text{SO}_4 - \text{H}_2\text{SeO}_4 - \text{H}_2\text{TeO}_4$?



Как изменяются кислотно-основные свойства оксидов (расположите их в ряд) и как это согласуется со значениями ΔG_{298}^0 образования рассматриваемых солей из оксидов?

9. Укажите, какое из рассматриваемых двух соединений является более сильным основанием: а) гидроксид натрия или гидроксид цезия; б) гидроксид бария или гидроксид кальция? Объясните это изменение характера гидроксидов, исходя из расположения элементов в таблице Д.И. Менделеева.

2. ХИМИЧЕСКАЯ КИНЕТИКА

Ц е л ь р а б о т ы - изучение скорости химической реакции и ее зависимости от концентрации и температуры.

Раздел химии, изучающей скорость химических реакций, называется химической кинетикой.

Скорость химической реакции - это изменение концентрации реагирующих веществ в единицу времени. Зависимость скорости химической реакции выражается законом действующих масс: при постоянной температуре скорость химической реакции прямо пропорциональна произведению концентраций реагирующих веществ, взятых в степенях, равных стехиометрическим коэффициентам в уравнении реакции.

Для реакции $aA + bB = cC + dD$ скорость выразится уравнением:

$$v = k \cdot [A]^a \cdot [B]^b \quad (\text{для гомогенной системы}),$$

где v - скорость реакции;

$[A]$, $[B]$ - молярные концентрации реагирующих веществ;

k - константа скорости реакции

(при $[A] = [B] = 1$ моль/л, k численно равна v).

Для реакции $2NO_{(г)} + O_{2(г)} = 2NO_{2(г)}$ выражение скорости имеет следующий вид:

$$v = k \cdot [NO]^2 \cdot [O_2].$$

Гомогенная система состоит из одной фазы - между реагентами нет поверхности раздела. Гетерогенная система состоит из двух и более фаз. Реакция в гетерогенной системе осуществляется на поверхности раздела фаз. Скорость гетерогенной реакции не зависит от площади поверхности раздела фаз, так же как скорость гомогенной реакции не зависит от объема системы.

Концентрация твердого вещества принимается за единицу.

Зависимость скорости химической реакции от температуры описывается экспериментально найденным уравнением Вант-Гоффа:

$$v_{t_2} = v_{t_1} \cdot \gamma^{\frac{t_2 - t_1}{10}},$$

где v_{t_1} , v_{t_2} - скорость реакции при температурах соответственно t_1 и t_2 ;

γ - температурный коэффициент скорости реакции,
равный обычно 2-4.

Эта зависимость может быть выражена в виде следующего правила: при увеличении температуры на каждые 10° скорость химической реакции увеличивается в 2-4 раза.

Зависимость скорости реакции от температуры более точно может быть выражена уравнением Аррениуса:

$$k = c \cdot e^{-\frac{E_{\text{акт}}}{RT}},$$

где k - константа скорости реакции;

c - постоянная;

$E_{\text{акт}}$ - энергия активации;

R - универсальная газовая постоянная (8.31 Дж/моль · К);

T - абсолютная температура.

Из уравнения Аррениуса следует, что скорость реакции с повышением температуры увеличивается по закону экспоненты, однако интенсивность теплоотвода в конкретных условиях реакции может возрасти только линейно. В этом случае возможен скачкообразный переход от стационарного режима к нестационарному, быстрое ускорение - самовоспламенение, или цепной взрыв. По такому механизму происходят взрывы метана и угольной пыли в шахтах. Например, при повышении концентрации метана на несколько процентов достигается нижний предел взрываемости метана в воздухе, в тысячи раз ускоряется реакция окисления метана кислородом воздуха $\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 = \text{CO}_2 + 2\text{H}_2\text{O} + Q$. Концентрационные пределы взрываемости метана в воздухе от 5 до 15% по объему.

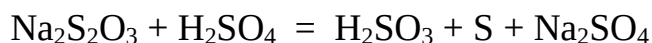
Одним из направлений в решении проблемы предупреждения взры-

вов метана и угольной пыли в шахтах, опасных по газу и пыли, является применение способов взрывозащиты, основанных на использовании распыленной воды или специальных химических соединений, которые играют роль отрицательных катализаторов (ингибиторов), теплопоглотителей в реакциях окисления углеводородов. Такие вещества носят общее название флегматизаторов горения. Этим свойством обладают гидрокарбонаты натрия и калия, гидрофосфаты аммония, бура и др.

2.1. Экспериментальная часть.

ОПЫТ 1. Зависимость скорости химической реакции от концентрации реагирующих веществ.

Соли тиосерной кислоты устойчивы в твердом состоянии и в растворе. Тиосерная кислота неустойчива и при получении распадается самопроизвольно по реакции



с образованием сернистой кислоты и свободной серы.

Постановка опыта основывается на следующем: в результате реакции между серной кислотой и тиосульфатом натрия образуется сера, выделяющаяся в виде белой мути. Время от начала реакции до момента появления мути зависит от скорости этой реакции.

В три пробирки налить по 6 мл раствора серной кислоты.

В первую пробирку влить 6 мл раствора $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$, быстро перемешать ее содержимое и одновременно включить секундомер. Отсчитать время (τ) до начала появления белой мути - коллоидной серы.

Во вторую пробирку влить смесь 4 мл раствора тиосульфата натрия и 2 мл воды. Наблюдать, через сколько секунд растворы сделаются мутными.

Результаты наблюдений записать по следующей форме, выразив значения скоростей реакций в условных единицах (десятичных дробях!) в виде $v = 1/\tau$, где τ - время в секундах.

Относительная концентрация раствора тиосульфата натрия записана в условных единицах $C_{\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3} = v_{\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3} / V_{\text{раствора}}$, где $V_{\text{раствора}}$ - общий объем раствора 12 мл. Тогда для первого случая $C_{\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3}$ 50%, для второго - 33% и третьего - 17%, что соответствует значениям 3а, 2в, а.

№ опы-та	Объем в мл			Относит. концентр. $C_{Na_2S_2O_3}$	Время до появления мути, τ	$v = \frac{1}{\tau}$
	раствора H_2SO_4	раствора $Na_2S_2O_3$	H_2O			
1	6	6	0	3a		
2	6	4	2	2a		
3	6	2	4	a		

Результаты измерений необходимо представить в виде графика. На ось абсцисс наносят значения относительных концентраций в виде трех точек, отстоящих от начала координат на a , $2a$, $3a$, где a - произвольно выбранный отрезок. Из каждой точки восстанавливается перпендикуляр, длина которого соответствует значениям скоростей реакции в условных единицах. Далее следует обдумать, каким образом, пользуясь верхними концами этих перпендикуляров, провести линию, характеризующую зависимость скорости реакции от концентрации. Подсказкой будет служить математическое выражение для скорости изучаемой реакции, которое нужно записать согласно закону действия масс.

Сделать вывод о зависимости скорости реакции от концентрации реагирующих веществ.

ОПЫТ 2. Зависимость скорости реакции от температуры опыта

Налить в одну пробирку 5 мл раствора $Na_2S_2O_3$, а другую - 5 мл раствора H_2SO_4 . Обе пробирки поместить в стакан с водопроводной водой. Спустя 5-7 минут измерить температуру воды и слить вместе содержимое обеих пробирок. Измерить время появления помутнения.

В две другие пробирки налить по 5 мл тех же растворов. Поместить пробирки в стакан с водой, нагретой на 10° выше, чем в предыдущем опыте. Через 5-7 минут слить содержимое пробирок. Измерить время до появления мути.

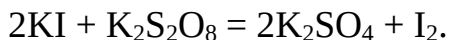
Повторить опыт, повысив температуру еще на 10° .

Результаты наблюдений выразить в виде графика, откладывая по оси абсцисс температуру опыта, по оси ординат - относительную скорость реакции.

Сделать вывод о зависимости скорости реакции от температуры.

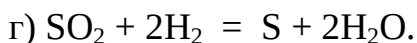
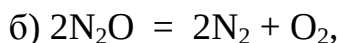
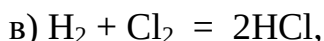
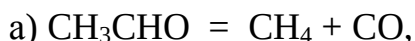
2.2. Контрольные вопросы и задания.

1. Реакция в водном растворе выражается уравнением:



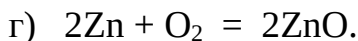
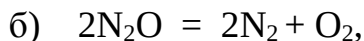
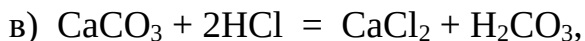
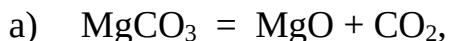
Как изменится скорость этой реакции при разбавлении реагирующей смеси в 2 раза?

2. Записать математические выражения для скорости следующих газовых реакций



Предсказать изменение скорости этих реакций при увеличении концентрации каждого из реагирующих веществ в 2 раза.

3. Записать выражения для скорости реакций



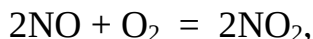
Как изменится скорость вышеуказанных реакций, если:

а) увеличить концентрацию исходных веществ в 2 раза;

б) увеличить давление в 2 раза.

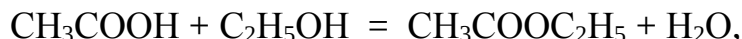
4. Срок хранения флотационного реагента, поступившего на обогательную фабрику, согласно техническим условиям составляет при температуре 20°C 2 месяца. Воспользовавшись правилом Вант-Гоффа, рассчитать срок годности этого флотореагента, если на складе фабрики поддерживается 0°C, а температурный коэффициент скорости разложения равен 2.

5. Во сколько раз изменится скорость реакции



если концентрация оксида азота уменьшится в 2 раза, а концентрация кислорода увеличивается в 2 раза?

6. Реакция протекает по уравнению



концентрацию CH_3COOH увеличили от 0.3 до 0.45 моль/л, а концентрацию $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ увеличили от 0.4 до 0.8 моль/л. Во сколько раз возросла скорость прямой реакции?

7. Кальцинированная сода (безводная Na_2CO_3) используется в виде раствора в качестве регулятора щелочности флотационного процесса. При температуре 55°C сода растворяется в 6 раз быстрее, чем при 15° . Рассчитать температурный коэффициент скорости растворения соды.

8. Для приготовления раствора силиката натрия требуемой плотности, используемого в качестве подавителя пустой породы, твердые прозрачные куски силикат-глыбы Na_2SiO_3 загружают в воду: нагревают до 95° и ведут перемешивание в течение четырех часов. Какой срок потребуется для получения раствора необходимой концентрации, если поддерживать температуру 90° ($\gamma = 2$)?

3. ХИМИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ

Ц е л ь р а б о т ы - Изучение влияния концентрации на сдвиг химического равновесия.

Многие реакции идут не до исчезновения исходных веществ, а до состояния, не изменяющегося во времени, когда в реакционной смеси можно обнаружить как исходные вещества, так и продукты реакции. Такое состояние системы называется химическим равновесием.

С термодинамической точки зрения состояние равновесия характеризуется тем, что система достигает минимального значения энергии Гиббса (при заданных температуре, давлении и общем составе).

С кинетической точки зрения при равновесии скорости процессов образования продуктов реакции из исходных веществ и исходных веществ из продуктов выравниваются. Скорость достижения равновесия в зависимости от природы процесса, условий, а также наличия подходящих катализаторов может варьировать от малых долей секунды до веков и тысячелетий.

Если равновесие достигнуто, то для реакции



называемая константой равновесия, принимает определенное значение. Константа равновесия зависит от температуры, но не зависит от конкретных количеств реагентов и порядка их взаимодействия.

Изменение равновесных концентраций при внешнем воздействии называется **с м е щ е н и е м х и м и ч е с к о г о р а в н о в е с и я**.

Основным законом, управляющим смещением равновесия, служит принцип Ле-Шателье: «Если на систему, находящуюся в равновесии, оказывается внешнее воздействие, то равновесие смещается в сторону, указываемую воздействием, до тех пор, пока нарастающее в системе противодействие не станет равно оказанному воздействию».

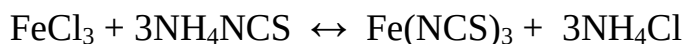
Внешним воздействием, смещающим равновесие, может быть изменение температуры, давления, концентрации одного или нескольких веществ, участвующих в реакции. «Смещение равновесия в сторону, указанную воздействием» означает, что при повышении давления преимущество получает процесс, ведущий к уменьшению объема, т.е. к тому же результату, что и само воздействие. Нагревание ведет к увеличению роли эндотермического процесса, т.е. процесса, увеличивающего запас энергии в системе (эндотермические реакции идут с поглощением тепла, а экзотермические - с его выделением).

Увеличение концентрации одного из веществ приводит к смещению равновесия в сторону расходования этого вещества.

3.1. Экспериментальная часть

ОПЫТ 1. Влияние концентрации веществ на смещение химического равновесия.

Реакция между хлоридом железа и тиоцианатом аммония протекает по уравнению:



Красная окраска образовавшегося раствора обусловлена содержанием в нем тиоцианата (роданида) железа. По изменению интенсивности этой окраски можно судить о направлении смещения равновесия при изменении концентрации какого-либо реагирующего вещества.

В одной пробирке приготовить смесь (по 4 мл) разбавленных растворов FeCl_3 и NH_4NCS . Полученный окрашенный раствор разлить поровну в 4 пробирки.

В первую пробирку добавить 2 капли насыщенного раствора FeCl_3 . Во вторую пробирку добавить несколько кристалликов NH_4NCS (или KNCS). В третью пробирку всыпать немного твердой соли NH_4Cl (или KCl). Четвертую пробирку оставить для сравнения.

Записать уравнение химической реакции и выражение для константы

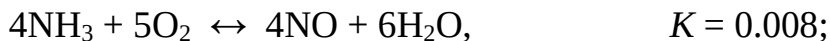
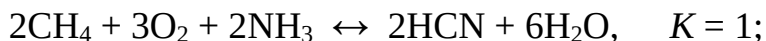
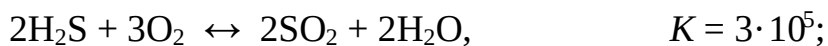
равновесия. Сделать выводы о влиянии концентрации веществ на смещение химического равновесия с использованием принципа Ле-Шателье.

Форма записи

Что добавлено	Изменение интенсивности окраски	Смещение равновесия
1. FeCl ₃	более интенсивная	вправо
2. NH ₄ NCS		
3. NH ₄ Cl		

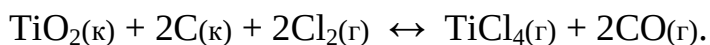
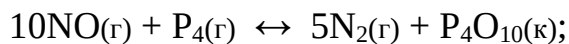
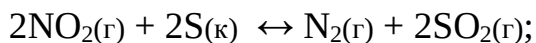
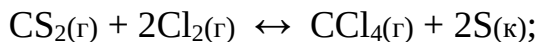
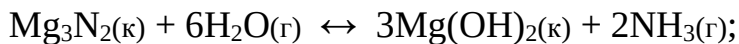
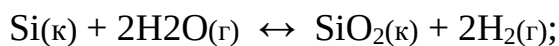
3.2. Контрольные вопросы и задания

1. К гомогенных химических системах при постоянных давлении и температуре установилось состояние равновесия:



По данным значениям констант равновесия укажите, реагенты или продукты будут преобладать в равновесной смеси веществ. На основании закона действующих масс составьте выражения для констант равновесия.

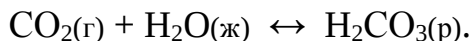
2. В гетерогенных химических системах установилось состояние равновесия:



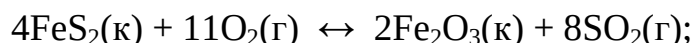
На основании закона действующих масс составьте выражения для

констант равновесия.

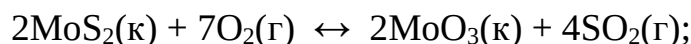
3. За последние 100 лет количество углекислого газа, поступающее за счет сжигания ископаемого топлива, возросло в 50 раз, а парциальное давление CO_2 в атмосфере за это же время увеличилось в 1.2 раза. Объясните это соотношение, допустив, что CO_2 поглощается океаном:



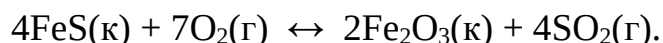
4. Рассчитать равновесный выход диоксида серы в реакциях окислительного обжига сульфидных минералов - пирита, молебденита, пирротина, если в состоянии равновесия количество SO_2 равно 0.4 моль, а начальный объем O_2 составлял 33.6 л (н.у.):



пирит



молибденит



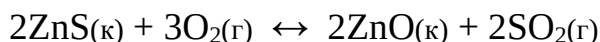
пирротин

5. Равновесный процесс, протекающий в подземных пещерах при образовании сталактитов и сталагмитов, можно описать уравнением



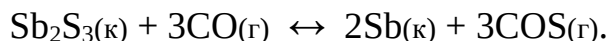
Напишите выражение для константы равновесия этого процесса. Укажите, в какую сторону сдвигается равновесие а) при улетучивании CO_2 , б) испарении воды, в) увлажнении атмосферы в пещерах.

6. Состояние равновесия реакции окисления сфалерита



установилось при равновесной концентрации диоксида серы, равной 0.25 моль/л. Рассчитать исходную концентрацию кислорода.

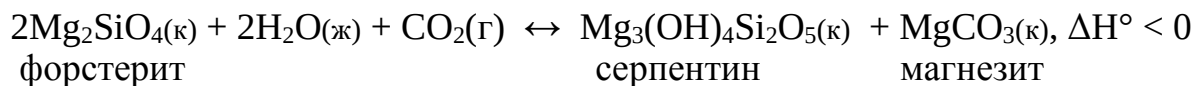
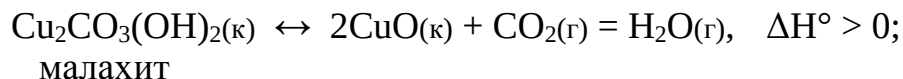
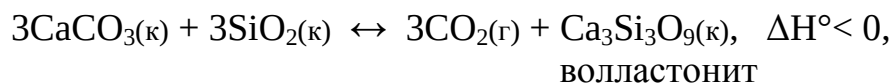
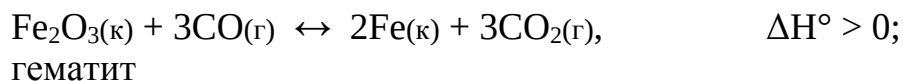
7. В герметически закрытом сосуде объемом 0.25 л проводят реакцию восстановления антимонита



Равновесная концентрация каждого газообразного вещества равна 0.3 моль/л. Для смещения равновесия добавляют 0.1 моль CO . Определить новые равновесные концентрации CO и COS .

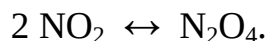
8. Определить, влево или вправо сместится положение равновесия

реакций



при следующих воздействиях: а) введение избытка диоксида углерода, б) нагревание, в) увеличение давления.

9. На некоторых предприятиях систематически из труб в атмосферу выбрасываются оксиды азота, что можно наблюдать как газ красно-желтого цвета (лисий хвост). Объяснить причину различной интенсивности окраски этого газа в зависимости от времени года (лето, зима), если известно, что NO_2 - бурый газ при -11°C превращается в димер N_2O_4 - бесцветные кристаллы, а при обычных условиях существует смесь NO_2 и N_2O_4



Укажите знак при ΔH в этом уравнении.

4. ИОННЫЕ РАВНОВЕСИЯ В РАСТВОРАХ ЭЛЕКТРОЛИТОВ

Ц е л ь р а б о т ы - Изучение смещения ионного равновесия в водных растворах.

Электрoлитaми нaзывают вeщeствa, диссоциирующие в рaствoрaх (или рaсплaвaх) нa иoны и спoсoбные прoвoдить элeктрический тoк. Рaспaд вeщeствa нa иoны нaзывается элeктрoлитической диссоциацией. Пeрeнoс тoкa в рaствoрaх (и рaсплaвaх) элeктрoлитoв oсущeствляется пoлoжитeльными и oтрицaтельными иoнaми, кoтoрые нaзываются кaтиoнaми и aниoнaми. К элeктрoлитaм oтнoсятся соли, кислoты и oснoвaния.

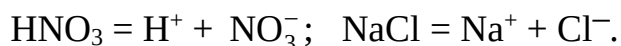
Для количественной характеристики электролитической диссоциации используется степень диссоциации α - доля моля электролита, существующая в растворе в виде ионов:

$$\alpha = C/C_0,$$

где C - концентрация молекул, распавшихся на ионы, моль/л;

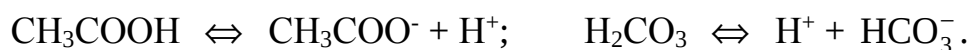
C_0 - исходная концентрация раствора, моль/л.

По величине степени диссоциации все электролиты делятся на сильные и слабые. К сильным относятся те электролиты, α - степень диссоциации которых равна единица, т.е. $C = C_0$. Распад на ионы сильных электролитов протекает необратимо. В растворе сильного электролита не может быть недиссоциированных молекул.



К сильным электролитам относятся практически все соли, гидроксиды щелочных и щелочно-земельных металлов и некоторые кислоты (например, HCl , HNO_3 , H_2SO_4 , HBr , HI , HClO_4)

Степень диссоциации слабых электролитов меньше единицы ($C < C_0$). Их ионизация протекает обратимо:



Константу равновесия электролитической диссоциации слабого электролита называют константой диссоциации. Например, при 298 К

$$K_{\text{CH}_3\text{COOH}} = \frac{C_{\text{CH}_3\text{COO}^-} \cdot C_{\text{H}^+}}{C_{\text{CH}_3\text{COOH}}} = 1.8 \cdot 10^{-5}.$$

$$K_{\text{H}_2\text{CO}_3} = \frac{C_{\text{H}^+} \cdot C_{\text{HCO}_3^-}}{C_{\text{H}_2\text{CO}_3}} = 4.4 \cdot 10^{-7}.$$

Из величин констант видно, что угольная кислота по первой ступени электролит более слабый, чем уксусная кислота.

Степень и константа ионизации слабого электролита связаны зависимостью (закон Оствальда):

$$K = \frac{\alpha^2 \cdot C_0}{1 - \alpha}.$$

Если степень ионизации электролита значительно меньше единицы, то уравнение можно записать $K = \alpha^2 \cdot C_0$, откуда следует, что α возрастает с разведением раствора.

В чистой воде кроме молекул H_2O содержатся протоны и гидроксид-ионы, при этом

$$[\text{H}^+] = [\text{OH}^-] = 1 \cdot 10^{-7} \text{ моль/л (25}^\circ \text{C)}.$$

Содержание протонов и гидроксид-ионов выражают также через водород-

ный показатель $pH = 1g [H^+]$. При $pH = 7$ среду водного раствора называют нейтральной, при $pH < 7$ - кислотной и при $pH > 7$ - щелочной.

Каковы пределы значений pH в природе? Рудничные воды выветривающихся колчеданных месторождений, содержащие свободную серную кислоту, имеют pH около 2, а воды окисляющихся месторождений самородной серы в песчаниках - еще ниже. Воды кратерных озер имеют pH 1-3, торфяных болот около 4, буроугольных месторождений около 5, pH дождевой воды примерно 5.5. Обычные грунтовые воды имеют pH 6.5 - 8.5, морская вода (в зависимости от времени года, ее температуры, количества растворенной в ней углекислоты, органических кислот, привнесенных реками) колеблется от 8.2 до 8.5. В содовых озерах pH достигает 9-10.

4.1. Экспериментальная часть

ОПЫТ 1. Сравнение относительной силы кислот

В одну пробирку наливают 1-2 мл 2М раствора уксусной кислоты, в другую - столько же раствора соляной кислоты той же концентрации. В обе пробирки добавляют небольшое количество мелко измельченного известняка. Взбалтывая пробирки с содержимым, наблюдать, одинаково ли быстро растворяется $CaCO_3$ во взятых кислотах.



Интенсивность выделения CO_2 при этой реакции служит относительным индикатором концентрации водородных ионов. Рассчитайте, во сколько раз концентрация протонов в растворе HCl больше, чем в растворе CH_3COOH , если $K_{CH_3COOH} = 1.8 \cdot 10^{-5}$.

Напишите уравнения диссоциации обеих кислот.

ОПЫТ 2. Влияние концентрации одноименных ионов на ионизацию слабой кислоты.

К 1-2 мл 2М раствора уксусной кислоты в двух пробирках прибавьте 2 капли метилоранжа. Отметьте окраску индикатора. Добавьте при перемешивании в одну пробирку несколько кристалликов ацетата аммония до изменения цвета раствора. Как изменился pH раствора? Объясните изменение pH , применяя правило Ле Шателье и используя выражение константы диссоциации CH_3COOH

ОПЫТ 3. Влияние концентрации одноименных ионов на ионизацию слабого основания.

В две пробирки наливают по 1-2 мл 2М раствора гидроксида аммония и по 2 капли фенолфталеина. В одну из пробирок добавляют при перемешивании несколько кристалликов ацетата аммония до изменения цвета раствора. Объясните причину наблюдаемого изменения окраски на основании уравнения диссоциации NH_4OH , принципа Ле Шателье и константы диссоциации NH_4OH .

ОПЫТ 4. Определение характера диссоциации гидроксидов

В три пробирки наливают по 2-3 мл растворов: в 1-ю - силиката натрия, во 2-ю - сульфата никеля, в 3-ю - сульфата цинка. До начала выпадения осадков гидроксидов добавляют по каплям в 1-ю - раствор серной кислоты, а во 2-ю - раствор гидроксида натрия.

Содержимое каждой пробирки взбалтывают и разливают каждый осадок гидроксидов на две пробирки. В одну пробирку добавляют разбавленной кислоты, а в другую концентрированной щелочи. На основании наблюдений за растворением осадков кремниевой кислоты, гидроксида никеля и гидроксида цинка в кислоте и щелочи сделайте вывод о кислотно-основном характере электролитической диссоциации этих гидроксидов.

Напишите уравнения диссоциации гидроксидов.

4.2. Контрольные вопросы и задания

1. Присутствие каких ионов можно ожидать в водном растворе сернистой кислоты H_2SO_3 ? Запишите выражения для констант диссоциаций этой кислоты.
2. Почему константа электролитической диссоциации служит более удобной характеристикой, чем степень диссоциации?
3. Объясните, почему соли являются сильными электролитами. На примере NaHCO_3 укажите характер химических связей, по которым электролитическая диссоциация протекает в водном растворе: а) практически полностью; б) частично; в) отсутствует.
4. Укажите, корректно ли сопоставлять такие свойства, как растворимость вещества и способность его к электролитической диссоциации.
5. В практике флотации используются процессы с низкими и высо-

кими значениями pH флотационной пульпы. Можно ли приготовить растворы с pH 0, -1, -2, 14, 15, 16?

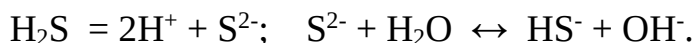
6. Вычислите концентрацию ионов водорода в 1М (9.45 %-ном) растворе серной кислоты, pH которого - 0.005. Объясните полученный результат.

7. В Первоуральске выпал кислотный дождь, водородный показатель которого равен 2.5. Во сколько раз превышена концентрация иона водорода, если обычная дождевая вода имеет pH = 5.5?

8. Шахтные воды Кизеловского бассейна содержат 0.01 г/л ионов водорода. Рассчитайте водородный показатель этих вод, концентрацию OH^- ионов. Укажите, кислотный или щелочной характер имеют эти воды.

9. Во сколько раз уменьшится концентрация ионов водорода, если к 1 литру раствора уксусной кислоты с концентрацией 0.005 моль/л прибавить 0.05 моль ацетата натрия, считая, что концентрация недиссоциированных молекул уксусной кислоты, как и объем раствора остаются практически постоянными? $K_{\text{CH}_3\text{COOH}} = 1.8 \cdot 10^{-5}$.

10. Для оценки pH раствора сероводорода студент записал следующие уравнения:



Таким образом, студент сделал вывод, что среда щелочная. Найдите ошибки в его рассуждениях.

5. РЕАКЦИИ ИОННОГО ОБМЕНА

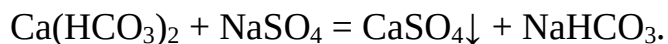
Ц е л ь р а б о т ы - выявление закономерностей протекания реакций ионного обмена в растворах электролитов.

Минералы и горные породы в условиях земной поверхности стремятся перейти в более устойчивые соединения. Известняки медленно растворяются в водах, содержащих углекислоту, образуя гидрокарбонат кальция. Грунтовые воды, содержащие $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$, реагируют с сульфатно-хлоридно-магниевыми (морскими) водами. При этом осаждаются гипс и доломит:

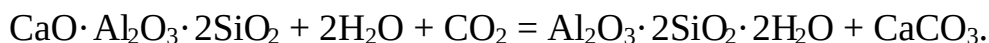


Так озера морского типа превращаются в озера континентального типа. Сульфатно-натриевые воды - результат выщелачивания горных по-

род, могут образовывать содовые озера.



Изверженные горные породы выветриваются, в полевых шпатах содержание алюминия увеличивается от ранних пород к поздним. При этом из них выносятся катионы щелочноземельных металлов. Например, из анорита образуется каолинит



В результате воздействия растворов, содержащих в повышенных концентрациях ионы Mg^{2+} и SO_4^{2-} , происходит доломитизация известняков



Если химическая реакция протекает, то она отличается следующими признаками:

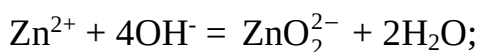
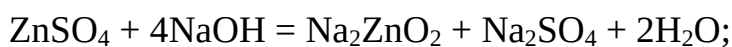
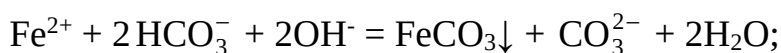
происходит образование осадка, или растворение осадка, или изменяется цвет осадка или раствора, или появляются пузырьки газа.

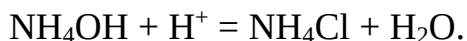
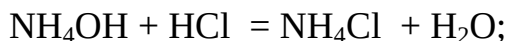
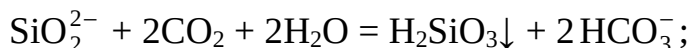
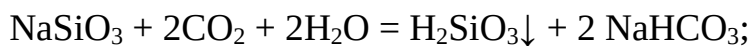
Сущность ионных реакций обмена сводится к соединению ионов в молекулы новых веществ. Равновесия ионных реакций в растворах смещаются в сторону образования слабых электролитов (слабых кислот, слабых оснований, воды) и сильных электролитов (осадков, летучих веществ).

Все кислые соли в воде растворяются, основные соли, как правило, нерастворимы.

В ионных уравнениях сильные, хорошо растворимые электролиты записываются в форме ионов, а слабые электролиты, газы и осадки - в виде молекул.

Рассмотрим следующие примеры реакций. Запишем их сначала в молекулярной форме, а затем в виде кратких ионных уравнений.





5.1. Экспериментальная часть

ОПЫТ 1. Образование осадков

а) В две пробирки наливают по 2 мл раствора хлорида бария и добавляют в одну пробирку сульфата натрия, а в другую - нитрата калия. Написать молекулярное и ионное уравнения и сделать вывод, в каком случае соль реагирует с другой солью;

б) В две пробирки наливают по 2 мл раствора сульфата меди. В одну пробирку добавляют 1 мл очень разбавленный (1%-ный) раствор гидроксида натрия, а в другую - столько же разбавленного раствора той же щелочи. Написать молекулярные и ионные уравнения, указав окраску образующихся осадков и учитывая, что в первом случае образуется основной сульфат меди $(\text{CuOH})_2\text{SO}_4$. Сделайте вывод об условиях образования основной соли и гидроксида. Осадки сохранить для выполнения опыта 2б;

в) В две пробирки наливают по 2 мл раствора хлорида кобальта. В одну пробирку добавляют разбавленного раствора щелочи до образования синего осадка основной соли. Во вторую пробирку приливают еще столько же щелочи и нагревают с целью получения гидроксида кобальта розового цвета. Содержимое пробирок оставляют для проведения опыта 2в. Написать молекулярное и ионные уравнения, указав цвет осадков.

ОПЫТ 2. Растворение осадков.

а) Наливают в пробирку известковую воду $\text{Ca}(\text{OH})_2$, через этот раствор пропускают углекислый газ из аппарата Киппа. Наблюдают образование белого осадка средней соли, продолжают пропускать пузырьки CO_2 до растворения белого осадка и получения бесцветного прозрачного раствора кислой соли $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$. Написать молекулярные и ионные уравнения образования карбоната кальция и растворения его. Сделайте вывод об условии получения кислой соли.

б) В обе пробирки опыта 1б добавляют серной кислоты до растворения осадков. Написать молекулярные и ионные уравнения реакции растворения. Объяснить причину сдвига ионного равновесия;

в) Берут пробирки с осадками опыта 1в. В пробирку с синим осадком добавляют хлороводородной кислоты, в пробирку с розовым осадком - разбавленной щелочи. Напишите молекулярные и ионные уравнения. Наблюдать растворение одного из осадков. Дать объяснения наблюдениям.

О П Ы Т 3. Образование газообразного вещества

Все сульфиты, растворимые и нерастворимые в воде, разлагаются минеральными кислотами с выделением диоксида серы, который определяют как запах горящей серы.

К раствору сульфита натрия приливают разбавленной серной кислоты. Обнаруживают запах SO_2 , стараясь запомнить его. Это позволит впредь распознавать диоксид серы органолептически.

Написать молекулярное и ионное уравнение реакции.

О П Ы Т 4. Образование слабых электролитов

а) Наливают в пробирку 1-2 мл раствора ацетата натрия и добавляют разбавленной серной кислоты. Определяют по запаху образующуюся уксусную кислоту;

б) Наливают в пробирку 1-2 мл раствора хлорида аммония и добавляют разбавленной щелочи. Определяют по запаху выделяющийся аммиак;

в) Наливают в пробирку 3 мл раствора сульфата хрома (III) и приливают к нему по каплям раствор разбавленной щелочи до появления серо-зеленого осадка гидроксида хрома.

Содержимое пробирки разделяют на две части. К одной части приливают раствор серной кислоты, к другой - раствор щелочи. Сравнить цвет полученных растворов. Сделать вывод о характере гидроксида хрома.

Для опытов а), б), в) написать молекулярные и ионные уравнения реакций, объяснить причины сдвига ионных равновесий.

Сделать вывод, в каком направлении протекают реакции ионного обмена в растворах электролитов.

5.2. Контрольные вопросы и задания

1. Составить в молекулярном виде уравнения реакций растворения следующих малорастворимых минералов:

а) стронцианит SrCO_3 переводят в водный раствор насыщением CO_2 суспензии минерала в воде;

б) сассолин $\text{B}(\text{OH})_3$ обрабатывают избытком раствора едкого натра;

в) гиббсит $\text{Al}(\text{OH})_3$ хорошо растворяется известковым молоке;

г) азурит $\text{Cu}(\text{OH})_2 \cdot 2\text{CuCO}_3$ обрабатывают хлороводородной кислотой;

д) гетит Fe_2O_3 хорошо растворяется в серной кислоте;

е) гемиморфит $\text{Zn}(\text{OH})_2 \cdot \text{Zn}_3\text{Si}_2\text{O}_7$ нагревают в растворе гидроксида натрия;

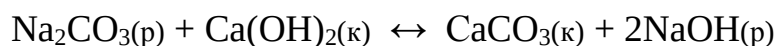
ж) брусит $\text{Mg}(\text{OH})_2$ разлагается раствором серной кислоты;

з) борнит $\text{FeS} \cdot \text{CuS} \cdot 2\text{Cu}_2\text{S}$ обрабатывают соляной кислотой.

2. При смещении водных растворов одного из следующих веществ: NaOH , KOH , CsOH концентрацией 1 моль/л с одинаковыми объемами 1М раствором HCl , HBr , HNO_3 , HClO_4 выделяется примерно одно и то же количество теплоты, составляющее 55-59 кДж/моль. О чем это свидетельствует? Напишите уравнения реакции в ионном виде.

3. При смешении 1М водных растворов одной из следующих кислот: азотной, уксусной, бензойной с одинаковыми объемами 1М растворов KOH обнаруживаются различные тепловые эффекты. Объясните, приведя уравнения реакций в молекулярно-ионном виде.

4. Укажите причины, по которым реакция



обратима, составьте выражение для константы равновесия. Почему в этом процессе образуется только разбавленный раствор гидроксида натрия, а получение концентрированного раствора невозможно?

5. Для переработки карбонатных марганцевых руд предложен способ, основанный на выщелачивании их раствором хлорида кальция:



Можно ли регенерировать раствор хлорида кальция и вывести одновременно марганец в осадок добавлением к продуктам выщелачивания суспензии $\text{Ca}(\text{OH})_2$? Напишите уравнение реакции.

6. Растворение соли слабой кислоты в растворах кислот должно проходить тем быстрее, чем больше концентрация ионов водорода. Однако кальцит CaCO_3 растворяется в растворе уксусной кислоты быстрее, чем в растворе серной. Почему?

7. В 250 мл раствора содержится 1 г NaOH . Вычислите молярную концентрацию и pH этого раствора.

8. Кислые растворы имеют кислый вкус, щелочные - вкус мыла. Сливаются равные объемы растворов хлороводородной кислоты и гидроксида натрия одинаковой концентрации. Какой вкус полученного раствора?

9. Гашеную известь $\text{Ca}(\text{OH})_2$ используют при флотации для создания щелочной среды (pH 12 и более), отделения пирита от сфалерита и сульфидов меди. Как изменяется pH растворов извести при хранении их в открытых емкостях? Напишите уравнение реакции.

6. ГИДРОЛИЗ СОЛЕЙ

Ц е л ь р а б о т ы - Изучение свойств водных растворов, связанных с реакцией гидролиза солей.

Природные воды часто не бывают нейтральными, а имеют либо кислую, либо щелочную среду вследствие гидролиза. При химическом выветривании известняков образуются щелочные растворы, а пиритсодержащих - кислые. Изменение нейтральной реакции среды водного раствора - признак гидролиза соли, обменной химической реакции, протекающей с участием воды. Однако не все соли вступают в реакцию гидролиза. Если растворить в воде хлорид калия KCl , нейтральная реакция среды (pH = 7), характерная для чистой воды, не изменится. Соли, образованные сильным основанием и сильной кислотой (NaCl , LiNO_3 , CsBr и т.п.), в реакцию гидролиза не вступают.

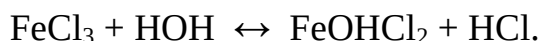
С водой взаимодействуют: 1) соли, образованные слабыми основаниями и сильными кислотами (NH_4Cl , CuSO_4 , $\text{Zn}(\text{NO}_3)_2$ и т.п.); 2) соли, образованные слабыми кислотами и сильными основаниями (Na_2S , KCN , BaCO_3 и т.п.); 3) соли, образованные слабыми основаниями и слабыми

кислотами ($\text{NH}_4\text{CH}_3\text{COO}$ и т.п.).

Из рассмотренных примеров следует, что в реакцию с водой вступают катионы слабых оснований и анионы слабых кислот. Если эти ионы многозарядны (Fe^{3+} , Cu^{2+} , CO_3^{2-} , SiO_3^{2-} и т.п.), их взаимодействие с водой обычно идет до образования основного или кислого иона (первая ступень гидролиза). Например, соль FeCl_3 , образованная слабым основанием с сильной кислотой, подвергается гидролизу по катиону:



Или в молекулярной форме:

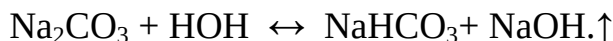


В результате гидролиза соли FeCl_3 появляется избыток катионов H^+ и раствор приобретает кислую реакцию, $\text{pH} < 7$.

Гидролизу по аниону подвергаются соли, образованные сильным основанием и слабой кислотой. В качестве примера запишем уравнение гидролиза соли Na_2CO_3 в ионном виде:

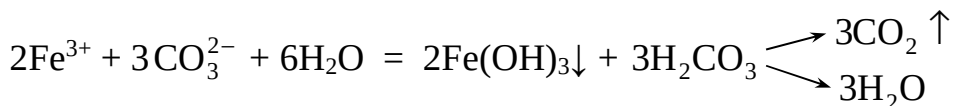
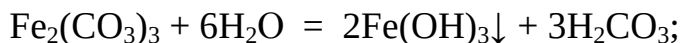


И в молекулярной форме:



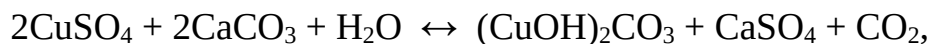
Избыток анионов OH^- придает раствору щелочную реакцию, $\text{pH} > 7$.

Если же соль образована слабым малорастворимым основанием и слабой летучей кислотой, то происходит полный необратимый гидролиз. В таблице растворимости такие соли обозначены прочерком, означающим, что эти соли в водных растворах не существуют. Например, гидролиз карбоната железа (III):

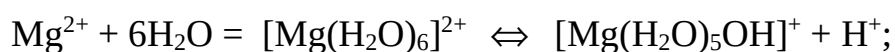


т.е. карбонат железа (III) может существовать только в виде сухой соли, а в растворе он подвергается полному гидролизу, образуя труднорастворимый гидроксид железа (III) и слабую летучую угольную кислоту. В подобных случаях в осадок выпадает наименее растворимый из возможных продуктов гидролиза. Так, растворимость $(\text{CuOH})_2\text{CO}_3$ меньше, чем $\text{Cu}(\text{OH})_2$,

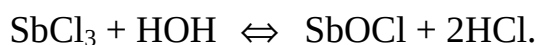
поэтому в зоне окисления минералов меди в известняках встречается малахит



В водном растворе положительные ионы металлов гидратированы. Многие из них связывают воду так прочно, что их можно рассматривать как комплексные ионы. Гидролиз солей, образованных слабыми основаниями и сильными кислотами, происходит за счет молекул воды, входящих в комплексный ион. При этом катион металла выталкивает за пределы внутренней сферы одноименно заряженный ион водорода из молекулы воды, среда становится кислой. Например, при гидролизе хлорида магния координационное число Mg^{2+} равно шести



Ионы Bi^{3+} , Sb^{3+} , Ti^{4+} , V^{4+} обладают настолько сильным поляризующим действием, что выталкивает из молекулы воды оба иона водорода, вследствие чего образуются ионы BiO^+ висмутит, SbO^+ антимонид, TiO^{2+} титанил, VO^{2+} ванадил.



6.1. Экспериментальная часть

О П Ы Т 1. Образование основной соли при гидролизе

В три пробирки наливают по 3-4 капли нейтрального раствора лакмуса и добавляют по 2 мл растворов: в одну пробирку - дистиллированной воды, в другую - сульфата натрия, в третью - сульфата алюминия. Сравнивают окраску индикатора в воде и растворах солей. Сделать вывод о возможности гидролиза.

Написать молекулярное и ионное уравнение реакции гидролиза: отразить отсутствие гидролиза в пробирке с раствором Na_2SO_4 .

О П Ы Т 2. Образование кислой соли при гидролизе

В две пробирки наливают по 3-4 капли нейтрального раствора фенолфталеина и добавляют по 2 мл растворов: хлорида натрия и карбоната натрия. Сравнивают окраску индикатора в воде и растворах солей.

Сделать вывод о возможности гидролиза.

Написать молекулярное и ионное уравнение реакции гидролиза: отразить отсутствие гидролиза в пробирке с раствором NaCl.

О П Ы Т 3. Смещение равновесия гидролиза

Налить в пробирку 1-2 мл раствора нитрата висмута $\text{Bi}(\text{NO}_3)_3$ и разбавить его водой в 3-5 раз. Наблюдать образование осадка, т.е. помутнение раствора. Составить молекулярное и ионное уравнение реакции гидролиза, зная, что труднорастворимым продуктом является соль BiONO_3 .

В пробирку с осадком BiONO_3 прибавить несколько капель концентрированной азотной кислоты. Наблюдать растворение осадка. Объяснить наблюдаемое, исходя из уравнения гидролиза.

О П Ы Т 4. Влияние нагревания на гидролиз ацетата натрия

К 3-4 мл раствора уксуснокислого натрия CH_3COONa прибавить 1-2 капли фенолфталеина и нагреть до кипения. Обратит внимание на появление розовой окраски, исчезающей при охлаждении раствора.

Написать ионное и молекулярное уравнение реакции гидролиза уксуснокислого натрия. Объясните различие окраски при нагревании и охлаждении раствора.

О П Ы Т 5. Полный гидролиз (совместный гидролиз)

К 1-2 мл раствора сернокислого алюминия $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$ прилить такой же объем раствора карбоната натрия Na_2CO_3 . Наблюдать выделение углекислого газа и образование осадка гидроксида алюминия. Написать молекулярное и ионное уравнение совместного гидролиза взятых солей.

6.2. Контрольные вопросы и задания

1. На некоторых обогащательных фабриках иногда барабаны (емкости) из-под цианида натрия обезвреживают 10%-ным раствором железного купороса FeSO_4 . Напишите уравнения реакции, ведущих к образованию в этих условиях циановодородной кислоты, и покажите тем самым, что такой способ растворения цианидов абсолютно недопустим. При подкислении до $\text{pH} \leq 9$ работать с растворами цианида натрия опасно; безопасно при $\text{pH} > 10$.

2. Раствор основания и раствор кислоты смешивают в эквивалент-

ных соотношениях. Для каких из перечисленных пар раствор будет иметь нейтральную реакцию:

- а) $\text{NH}_4\text{OH} + \text{HCl}$, б) $\text{NH}_4\text{OH} + \text{CH}_3\text{COOH}$, в) $\text{NaOH} + \text{HCl}$,
г) $\text{NaOH} + \text{CH}_3\text{COOH}$?

3. Сточные воды обогатительных фабрик, содержащие гидрокарбонат кальция, очищают от коллоидных примесей (удалить которые отстаиванием и фильтрованием невозможно) добавлением к ним сульфата алюминия. Образующийся хлопьевидный $\text{Al}(\text{OH})_3$ обволакивает коллоидные частицы примесей и вызывает их осаждение. Объясните образование $\text{Al}(\text{OH})_3$ и напишите уравнение реакции.

4. Определить, возможна ли реакция окисления сфалерита кислородом воздуха в стандартных условиях, если



ΔG_{298}^0 , кДж/моль	-201	-237	-2564

Сделайте вывод о кислотности рудничных вод, содержащих в качестве продукта выветривания сульфат цинка, записав уравнение реакции гидролиза в молекулярном и ионном виде.

5. При окислении пирита, преобладающего в колчеданных рудах, кислородом, растворенным в воде, выделяется сульфат железа (III). Поступая с нисходящим током растворов в нижние горизонты, он реагирует с породой. Сделайте вывод о составе породы, если наблюдается совместное образование гипса $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ и лимонита $\text{Fe}(\text{OH})_3$. Напишите уравнение реакции взаимодействия сульфата железа (III) и породы.

6. Объясните, приведя молекулярно-ионное уравнение, почему при нагревании раствора NaHCO_3 реакция среды из слабощелочной переходит в сильнощелочную.

7. В водном растворе хлорида цинка при нагревании происходит растворение кусочка металлического цинка. Напишите уравнения реакции, объясняя причину выделения водорода.

8. В жесткой воде ионы железа обычно присутствуют в виде гидрокарбоната железа (II). При хранении такой воды в открытых сосудах, железо окисляется кислородом воздуха, вода мутнеет из-за выпадения в осадок $\text{Fe}(\text{OH})_3$. Напишите уравнение реакции, в результате которой образуется гидроксид железа (III).



**Государственный комитет России
по высшему образованию**

**УРАЛЬСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ
ГОРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ**

ХИМИЯ

**РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ “ХИМИЯ”
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВСЕХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ**

ЧАСТЬ II

ЕКАТЕРИНБУРГ

1994

УРАЛЬСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ГОРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ
АКАДЕМИЯ

ОДОБРЕНО

Методическим советом
академии

“22” *сентября* 1994 г.

Председатель комиссии

 проф. В.А.Лукас

ХИМИЯ

РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ “ХИМИЯ”
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВСЕХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

ЧАСТЬ II

Химия : руководство по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Химия» для студентов всех специальностей; Часть II / Н.Б. Смирнова, В.М. Сахарова; Уральская горно-геол. академия. Каф. химии. - Екатеринбург : Изд. УГГГА, 1994. - 16 с.

Руководство содержит описание трех лабораторных работ:

1. Комплексные соединения.
2. Определение молярной массы эквивалента.
3. Окислительно-восстановительные реакции.

В руководстве приведены для каждой лабораторной работы краткие теоретические сведения, методические указания по проведению опытов, контрольные вопросы и задания для самостоятельного выполнения.

Руководство рассмотрено на заседании кафедры химии 8 июля 1994 г. (протокол № 6) и рекомендовано для издания в УГГГА.

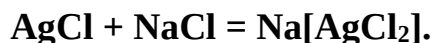
Рецензент: Н.Г.Кошель, доц., канд. хим. наук

© Уральская государственная
горно-геологическая
академия, 1994

РАБОТА 1. Комплексные соединения

Цель работы - познакомиться с методами получения комплексных соединений и их свойствами.

Широко распространены среди минералов комплексные соединения. Комплексные соединения содержат катионный, анионный или нейтральный комплекс, состоящий из центрального атома или иона и связанных с ним молекул или ионов лигандов. Центральный атом - комплексообразователь - обычно представляет собой акцептор, а лиганды - доноры электронов, и при образовании комплекса между ними возникает донорно-акцепторная, или координационная связь. Комплексообразователь и лиганды образуют внутреннюю сферу комплексного соединения, которая в растворах сохраняет индивидуальность, хотя может иметь место и диссоциация. За счет устойчивости внутренней сферы можно перевести в водный раствор малорастворимые минералы. Например, кераргирит **AgCl**, плохо растворимый в воде, растворяется под действием насыщенного раствора хлорида натрия



Шарпит **UO₂CO₃H₂O** переходит в насыщенный раствор соды, образуя **Na₄[UO₂(CO₃)₃]**.

Нантоцит растворяется при обработке концентрированным раствором гидроксида аммония:

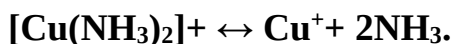


Устойчивые комплексные соединения **K₃[Fe(CN)₆]**, **Na₂[Zn(OH)₄]**, **K₄[Fe(CN)₆]** и др. служат в качестве подавителей флотации при обогащении руд. Образование комплексных соединений происходит при умягчении воды, при защите металлов от коррозии и многих других процессах, использующихся в горнодобывающей и горноперерабатывающей промышленности.

В водных растворах комплексные соединения полностью распадаются на ионы внутренней и внешней сферы



Комплексные ионы диссоциируют только частично, ведут себя как слабые электролиты



Константа равновесия этого процесса называется константой нестойкости (K_H):

$$K_H = \frac{C_{\text{Cu}^{2+}} \cdot C_{\text{NH}_3}^2}{C_{[\text{Cu}(\text{NH}_3)_2]^+}}.$$

Чем устойчивее комплексный ион в растворе, тем меньше величина константы нестойкости.

Опыт 1. Диссоциация сульфата железа - аммония

Налить в три пробирки по 2-3 мл раствора соли $\text{NH}_4\text{Fe}(\text{SO}_4)_2$. В первую пробирку добавить несколько капель раствора тиоцианата калия KSCN . О наличии, какого иона в растворе свидетельствует появление характерной красной окраски?

Во вторую пробирку добавьте несколько капель 30% -ного раствора щелочи. Слегка нагреть. Какой ион образует бурый осадок, а какой обуславливает появление запаха аммиака? В третью пробирку добавить 1 мл хлорида бария. Какая соль выпадет в осадок?

На три вышеприведенных вопроса ответить, записав четыре уравнения реакций в ионном виде.

Составить уравнение диссоциации исследуемой соли и сделать вывод, какой солью, двойной или комплексной, она является.

Опыт 2. Диссоциация гексацианоферрата (III) калия

Составить уравнение диссоциации гексацианоферрата (III) калия. Налить в две пробирки по 1 мл раствора этой соли. В одну из них добавить несколько капель щелочи, в другую - тиоцианата калия. Записать в ионном виде отсутствие взаимодействия комплексного иона со щелочью в первой пробирке и с тиоцианатом - во второй.

Почему в растворе не обнаружено иона железа (III)? Сделайте вывод, какой солью, двойной или комплексной, является исследуемое вещество. Написать математическое выражение для константы нестойкости комплексного иона.

Опыт 3. Получение сульфата тетраамминмеди (II)

Налить в пробирку 1-2 мл раствора сульфата меди и по каплям добавить раствор аммиака до выпадения осадка основной соли меди $(\text{CuOH})_2\text{SO}_4$. Написать уравнение реакции образования этой соли в молекулярном и ионном виде.

Прилить избыток 5-6 мл гидроксида аммония. Наблюдать растворение $(\text{CuOH})_2\text{SO}_4$ и образование фиолетового раствора, содержащего комплексный ион тетраамминмеди (II) $[\text{Cu}(\text{NH}_3)_4]^{2+}$.

Написать уравнение реакции образования комплексных солей $[\text{Cu}(\text{NH}_3)_4]\text{SO}_4$ и $[\text{Cu}(\text{NH}_3)_4](\text{OH})_2$ в молекулярном и ионном виде.

Опыт 4. Получение тетраиодомеркурата (II) калия

Налить в пробирку 3-4 капли раствора нитрата ртути (II) и добавить по каплям раствор иодида калия до появления ярко-красного осадка иодида ртути.

Дальнейшее прибавление иодида калия вызывает растворение осадка и образование бесцветного раствора комплексной соли $\text{K}_2[\text{HgI}_4]$

Написать уравнения образования и растворения осадка в молекулярном и ионном виде.

Опыт 5. Получение соединения, содержащего в молекуле комплексный катион и комплексный анион

В пробирку внести 2-3 мл раствора гексацианоферрата (II) калия и 3-4 мл раствора сульфата никеля. К полученному осадку гексацианоферрата (II) никеля добавить раствор гидроксида аммония до полного растворения осадка. Наблюдать образование бледно-лиловых кристаллов соли $[\text{Ni}(\text{NH}_3)_6] [\text{Fe}(\text{CN})_6]$. Написать в ионном виде уравнения реакций образования осадка и растворения осадка.

Опыт 6. Растворение осадков за счет процесса комплексообразования

Процессы комплексообразования вызывают уменьшение равновесной концентрации ионов в насыщенном растворе малорастворимого соединения. Это смещает равновесие в системе раствор - осадок и вызывает растворение осадка.

а) Налить в пробирку 1 мл концентрированного раствора хлорида кальция, добавить 2 мл раствора сульфата натрия. Наблюдать выпадение осадка при встряхивании. Написать уравнение реакции в ионном виде.

Полученный осадок сульфата кальция растворить в насыщенном растворе сульфата аммония. Написать уравнение реакции растворения CaSO_4 (в молекулярной и ионной форме) в результате образования комплексной соли $(\text{NH}_4)_2[\text{Ca}(\text{SO}_4)_2]$.

б) Налить в пробирку 3-4 капли раствора соли цинка и добавить по каплям разбавленный раствор NaOH до выпадения осадка $\text{Zn}(\text{OH})_2$ и последующего растворения его с образованием $[\text{Zn}(\text{OH})_4]^{2-}$. Написать уравнения реакций в молекулярном виде.

Опыт 7. Комплексные соединения в реакциях обмена

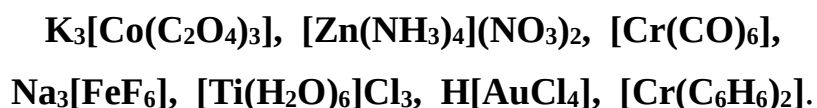
а) Налить в пробирку 1-2 мл раствора гексацианоферрата (II) калия $K_4[Fe(CN)_6]$ и добавить несколько капель раствора Fe^{3+} . Наблюдать образование осадка берлинской лазури $Fe_4[Fe(CN)_6]_3$.

б) Налить в пробирку 1-2 мл раствора гексацианоферрата (III) калия $K_3[Fe(CN)_6]$ и добавить несколько капель раствора, содержащего ион цинка. Отметить окраску осадка $Zn_3[Fe(CN)_6]_2$.

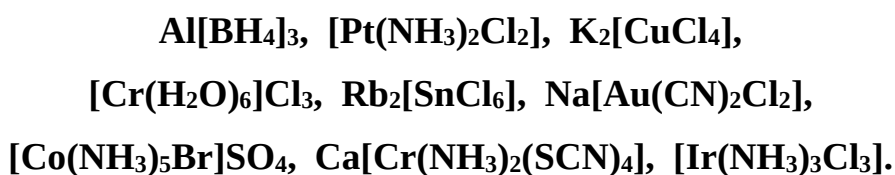
Написать молекулярные и ионные уравнения реакции. Сделать вывод об устойчивости комплексных ионов в реакциях обмена.

Контрольные вопросы и задания

1. Укажите внутреннюю и внешнюю сферы, комплексообразователь и лиганды в следующих комплексных соединениях:



2. Определите степень окисления и координационное число комплексообразователя в следующих комплексных соединениях:



3. Объясните, какое основание является более сильным и почему: $Ni(OH)_2$ или $[Ni(NH_3)_4](OH)_2$? Какая кислота сильнее HCN или $H[Ag(CN)]_2$?

4. Степень гидролиза какой соли больше и почему: KCN или $K[Ag(CN)]_2$

5. Объясните уменьшение растворимости $PbCl_2$ в воде при добавлении разбавленной HCl и увеличение растворимости этого осадка при добавлении концентрированной HCl .

6. Сколько молей $AgCl$ осаждается при добавлении нитрата серебра к раствору $[Co(NH_3)_5Cl]Cl_2$ в расчете на моль имеющегося кобальта?

РАБОТА 2. Определение молярной массы эквивалента

Цель работы - усвоить одно из важнейших химических понятий - понятие об эквиваленте - и научиться определять молярную массу эквивалента вещества.

Молярная масса - отношение массы вещества к количеству вещества:

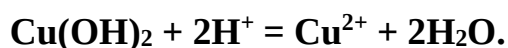
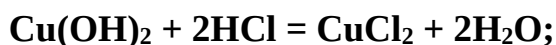
$$M = \frac{m}{\nu} \quad (1)$$

где M - молярная масса вещества; m - масса вещества; ν - количество вещества.

Например, $M(\text{O}) = 16$ г/моль; $M(\text{O}_2) = 32$ г/моль.

Эквивалент (Э) - это частица вещества, которая может замещать, присоединять, высвобождать или каким-либо другим образом эквивалент-на одному иону водорода в ионообменных реакциях или одному электрону в окислительно-восстановительных реакциях.

Для определения состава эквивалента вещества необходимо исходить из конкретной реакции. Например:

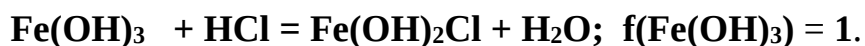
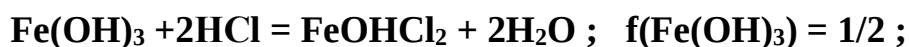


В данной реакции один ион водорода эквивалентен $1/2$ моль $\text{Cu}(\text{OH})_2$, поэтому эквивалент $\text{Cu}(\text{OH})_2$ равен половине его молекулы.

Фактор эквивалентности (f) - число, обозначающее, какая доля от реальной частицы эквивалентна одному иону водорода или одному электрону. Например, в рассмотренном случае фактор эквивалентности: $f(\text{Cu}(\text{OH})) = 1/2$.

Для оснований фактор эквивалентности определяется количеством гидроксильных ионов (OH^-), которые могут быть замещены либо замещаются в конкретной реакции на кислотные остатки.

Например, $f(\text{Fe}(\text{OH})_3) = 1/3$, но в конкретных реакциях может проявляться неполная кислотность основания и необходимо определять конкретный фактор эквивалентности:



Для кислот фактор эквивалентности определяется количеством ионов водорода, которые могут быть замещены либо замещаются в конкретной реакции на катионы металла.

Например, $f(\text{H}_2\text{SO}_4) = 1/2$, так как в молекуле серной кислоты два иона водорода могут быть замещены на катион металла, но в реакции



фактор эквивалентности серной кислоты равен 1.

Фактор эквивалентности кислотного оксида равен фактору эквивалентности соответствующей ему кислоты. Так, фактор эквивалентности

оксида углерода (IV) (CO_2) равен $1/2$, так как ему соответствует угольная кислота (H_2CO_3).

Но в конкретной реакции фактор эквивалентности определяется количеством эквивалентов реагирующего с оксидом вещества. Так в реакции:



Фактор эквивалентности соли и основного оксида определяется произведением степени окисления металла на количестве атомов металла в молекуле. Например:

$$f(\text{Al}_2\text{O}_3) = 1/(2 \cdot 3) = 1/6; \quad f(\text{FeCl}_3) = 1/(1 \cdot 3) = 1/3.$$

Зная фактор эквивалентности и молярную массу вещества, можно рассчитать молярную массу эквивалента ($\mathcal{E}$) данного вещества, которую часто для краткости называют эквивалентом

$$\mathcal{E} = f \cdot M, \quad (2)$$

Понятие эквивалента является одним из важнейших в химии, так как позволяет проводить количественные расчеты при взаимодействии веществ, пользуясь законом эквивалентов: "Все вещества реагируют в строго эквивалентных соотношениях". Иными словами, если в химическую реакцию вступило эквивалентов одного вещества, то количество эквивалентов любого другого вещества вступившего с ним в реакцию, будет тоже. Так, 0.1 моль эквивалентов серной кислоты реагирует с 0.1 моль эквивалентов хлорида бария, или 0.1 моль эквивалентов нитрата свинца, или 0.1 моль эквивалентов гидроксида натрия, или 0.1 моль эквивалентов гидроксида меди и т. д.

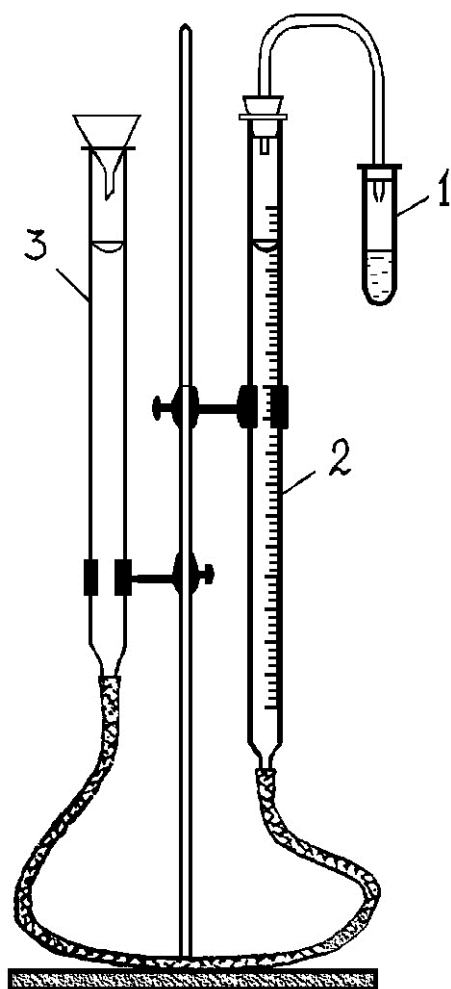
Количество эквивалентов вещества может быть рассчитано по формуле:

$$V_{(\text{эквивалентов})} = \frac{m_{(\text{в-ва})}}{\mathcal{E}_{(\text{в-ва})}} \quad (3)$$

Так как количества эквивалентов веществ, вступающих в реакцию, одинаково, то одной из формул, выражающих закон эквивалентов, может быть следующая:

$$\frac{m_{(\text{в - ва 1})}}{\mathcal{E}_{(\text{в - ва 1})}} = \frac{m_{(\text{в - ва 2})}}{\mathcal{E}_{(\text{в - ва 2})}} \quad (4)$$

Пользуясь этой формулой, можно практически определить молярную массу эквивалента вещества. Используемый метод основан на способности исследуемого вещества реагировать с кислотой: выделением газа (водорода или диоксида углерода). Работа проводится на приборе, изображенном на рисунке.



Прибор состоит из пробирки (1), бюретки (2) на 100 мл, заполненной водой или раствором хлорида натрия, стеклянной трубки и воронки (3), выполняющих роль уравнительного сосуда.

Пробирка соединена с бюреткой стеклянной трубкой, на концах надеты резиновые пробки, герметично закрывающие пробирку и бюретку. Нижний конец бюретки соединен с уравнительным сосудом резиновой "трубкой" длиной 40-50 мм. Перед работой испытайте герметичность прибора. Для этого поднимите воронку на 15-20 см, закрепите ее в этом положении и наблюдайте в течение 1-3 минут за постоянством уровня жидкости в бюретке. Если уровень остается постоянным, то прибор герметичен.

Опыт 1. Определение

эквивалента металла

Получите у лаборанта исследуемый металл. В пробирку налейте 5-6 мл 10 % -ного раствора соляной кислоты. Навеску металла заверните в небольшую полоску фильтровальной бумаги, верхнюю часть бумажки полученного фунтика смочите водой и приложите к внутренней части пробирки так, чтобы после того, как пробирка будет закрыта пробкой, этот фунтик на 1-3 см был ниже края пробирки и не касался кислоты. Убедитесь, что прибор вновь герметичен. Установите бюретку и воронку так, чтобы положение воды в них было точно на одном уровне, но не выше нулевой отметки. Отметьте и запишите положение мениска в бюретке (при этом глаз должен находиться на уровне мениска). Наклоняя пробирку, до-

бейтесь того, чтобы кусочки металла упали на дно пробирки. Наблюдайте выделение водорода и вытеснение воды в уравнительный сосуд. Когда весь металл растворится, дайте пробирке остыть, приведите положение воды в бюретке и воронке к одному уровню и точно отметьте положение мениска в бюретке. Разность двух отсчетов - до и после реакции металла с кислотой - дает объем водорода (**V**), выделившегося при данных условиях (**T** и **P**).

Форма записи результатов опыта

Навеска металла	<i>m</i>, г
Объем выделившегося водорода при данных условиях	<i>V</i>, мл
Температура опыта	<i>T</i>, К
Барометрическое давление	<i>P</i>, Па
Давление насыщенного водяного пара при температуре опыта	<i>h</i>, Па

Обработка результатов опыта

Пользуясь уравнением Менделеева-Клапейрона, рассчитайте массы выделившегося водорода:

$$m_{H_2} = \frac{P_{H_2} \cdot V_{H_2} \cdot M_{H_2}}{T \cdot R}, \text{ г},$$

где M_{H_2} - молярная масса водорода, 2 г/моль; T - температура опыта, К; R - газовая постоянная - 8.31 Дж/моль К; V_{H_2} - объем выделившегося водорода, мл; P_{H_2} - парциальное давление водорода, Па, рассчитанное по формуле: $P_{H_2} = P - h$, где P - атмосферное давление, Па; h - давление насыщенного водяного пара при данной температуре, Па (см. таблицу 1)

Таблица 1

<i>t</i> , °С	<i>h</i>, Па	<i>t</i> , °С	<i>h</i>, Па	<i>t</i> , °С	<i>h</i>, Па
11	1306	16	1813	21	2490
12	1400	17	1933	22	2640
13	1493	18	2066	23	2813
14	1600	19	2200	24	2986
15	1706	20	2333	25	3173

По закону эквивалентов определите молярную массу эквивалента металла:

$$\mathcal{E}_{Me} = \frac{m_{Me}}{m_{H_2}} \cdot \mathcal{E}_{H_2}, \text{ г/моль (экв)};$$

$$\mathcal{E}_{\text{H}_2} = f_{\text{H}_2} \cdot M_{\text{H}_2} = 1/2 \cdot 2 \text{ г/моль} = 1 \text{ г/моль}.$$

Узнайте у преподавателя степень окисления растворенного вами металла, определите, какой это металл, и по таблице Д. И. Менделеева рассчитайте точную молярную массу эквивалента данного металла ($\mathcal{E}_{\text{точн.}}$).

Определите относительную погрешность опыта:

$$\Delta = \frac{\mathcal{E}_{\text{Me}} - \mathcal{E}_{\text{точн.}}}{\mathcal{E}_{\text{Me}}} \cdot 100\%.$$

Контрольные вопросы и задания.

1. Почему при определении молярной массы соли в бюретку заливают не воду, а раствор поваренной соли?
2. Почему при определении объема выделившегося газа необходимо выравнять уровни жидкости в бюретке и сообщающейся с ней трубке?
3. Какой оксид реагировал с 16г кислорода, если в реакцию вступило 64 грамма оксида, образованного элементом со степенью окисления 44, фактор эквивалентности оксида равен 1/2 ?
4. Определите эквивалент металла, 56 г которого прореагировали с раствором, содержащим 109.5 г соляной кислоты.
5. Зависит ли эквивалент химического элемента от степени окисления элемента или является постоянной величиной?

РАБОТА 3. Окислительно-восстановительные реакции

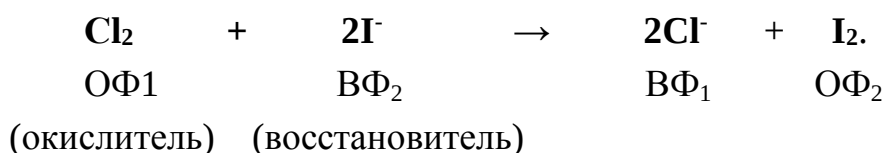
Цель работы - изучить окислительно-восстановительные свойства химических соединений, составить уравнения окислительно-восстановительных реакций, определить направление окислительно-восстановительных процессов по электродным потенциалам.

Окислительно-восстановительные процессы широко распространены в природе, они протекают в атмосфере и в магматических расплавах. Руды и минералы земной поверхности окисляются при воздействии O_2 , CO_2 и влаги, выветриваются, образуя гидроксиды, карбонаты, сульфаты. Например, пирит разлагается во влажном воздухе



с выделением серной кислоты. Растворы серной кислоты опускаются вниз, выделяя из сульфидов сероводород, который ниже уровня грунтовых вод в отсутствие кислорода восстанавливает серебро, мышьяк, висмут, медь.

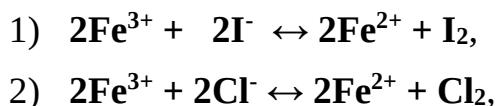
Окислительно-восстановительные реакции сопровождаются перераспределением электронной плотности. Если частица отдает электроны, то степень окисления элемента повышается и он переходит в окисленную формы (ОФ), если принимает, то элемент переходит в восстановленную форму (ВФ). Обе формы составляют сопряженную окислительно-восстановительную пару. В каждой реакции участвуют две сопряженные пары:



Окислительно-восстановительная способность атомов и ионов характеризуется величиной их окислительно-восстановительного (электродного) потенциала, φ^0 ОФ/ВФ - стандартный электродный потенциал.

Располагая значениями электродных потенциалов, можно определить возможность и направление окислительно-восстановительных реакций, зная правило: сопряженная пара с более положительной величиной электродного потенциала выступает в качестве окислителя, а с отрицательной - в качестве восстановителя.

Пример. В каком направлении могут самопроизвольно протекать реакции:

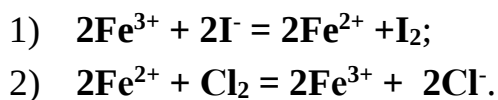


если известны величины стандартных потенциалов следующих пар:

ОФ/ВФ	$\text{I}_2/2\text{I}^-$	$\text{Fe}^{3+}/\text{Fe}^{2+}$	$\text{Cl}_2/2\text{Cl}^-$
$\varphi^0, \text{В}$	0.54	0.77	1.36

Решение. Увеличение активности ОФ наблюдается с ростом алгебраической величины.

I_2 , как ОФ с наименьшим значением, не может окислять ионы Fe^{3+} и Cl^- . Ионы Fe^{3+} могут окислять иодид-ионы, не способны окислять ионы Cl^- . Cl_2 является ОФ пары с наибольшим значением φ^0 и служит окислителем для ионов Fe^{2+} . Поэтому первая реакция протекает в прямом направлении, а вторая - в обратном:



Опыт 1. Окислительные свойства нитрита натрия

В пробирку налейте 1 мл раствора иодида калия и столько же разбавленной серной кислоты, а затем - на кончике шпателя добавьте сухой соли нитрита натрия.

Отметьте выделение бесцветного газа **NO**, его побурение под действием кислорода воздуха, а также окраску образовавшегося раствора при выделении йода.

Напишите уравнение реакции на основе электронного баланса

$$\varphi^0 \text{I}_2/2\text{I}^- = 0.54 \text{ В}; \quad \varphi^0 \text{NO}_2^-/\text{NO} = 0.99 \text{ В},$$

сравнивая эти потенциалы, решите, какая из двух пар будет играть роль восстановителя. Может ли в результате реакции образоваться диоксид азота?

Опыт 2. Восстановительные свойства нитрита натрия

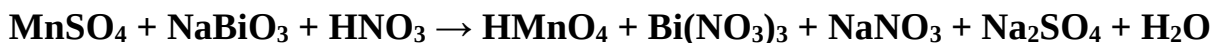
Налейте в пробирку 1 мл раствора перманганата калия и добавьте на кончике шпателя сухой соли нитрита натрия до изменения окраски раствора. Составьте уравнение реакции, имея в виду, что перманганат-ион в нейтральной среде восстанавливается до диоксида марганца (IV), нитрит-ион окисляется до нитрат-иона, а среда становится щелочной (образуется **KOH**)

$$\varphi^0 \text{MnO}_4^-/\text{MnO}_2 = +0.62 \text{ В}; \quad \varphi^0 \text{NO}_3^-/\text{NO}_2^- = -0.01 \text{ В},$$

сравнивая эти потенциалы, решить, какая из двух пар будет играть роль окислителя.

Опыт 3. Образование окрашенных перманганат-ионов

Ионы **Mn** окисляются висмутатом натрия в азотнокислой среде с образованием перманганат-ионов:



К 1-2 каплям сульфата марганца добавляют 4-5 капель раствора азотной кислоты и на кончике шпателя висмутата натрия.

Реакция протекает без нагревания. Как объяснить появление малиновой окраски?

$$\varphi^0 \text{MnO}_4^-/\text{Mn}^{2+} = 1.51 \text{ В}; \quad \varphi^0 \text{NaBiO}_3/\text{Bi}^{3+} = 1.8 \text{ В},$$

укажите окислитель и восстановитель.

Рассчитайте коэффициенты для проведенной реакции на основе электронного баланса.

Опыт 4. Окислительные свойства сульфита натрия

Налейте в пробирку 4-5 капель разбавленной серной кислоты, добавьте 2-3 капли раствора Na_2S и Na_2SO_3 на кончике шпателя. Наблюдать выделение серы в виде белой мути



Рассчитайте коэффициенты для этой реакции на основе электронного баланса

$$\varphi^0 \text{SO}_3^{2-}/\text{S} = 0.45 \text{ В}; \quad \varphi^0 \text{S}/\text{S}^{2-} = -0.48 \text{ В},$$

укажите окислитель и восстановитель.

Опыт 5. Окислительные свойства перманганата калия в различных средах

В три пробирки налить по 1 мл раствора перманганата калия.

В первую пробирку добавляют 1 мл разбавленной серной кислоты.

Во вторую пробирку наливают 1 мл воды.

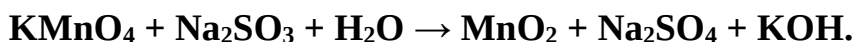
В третью пробирку помешают 1 мл щелочи.

Затем в каждую пробирку засыпают по половине стеклянной ложечки сухой соли сульфита натрия.

В первой пробирке образуется ион Mn^{2+}



Во второй пробирке получается диоксид марганца (IV)



В третьей пробирке восстановление протекает до MnO_4^{2-}



Подберите коэффициенты для уравнений методом электронного баланса

$$\begin{aligned} \varphi^0 \text{MnO}_4^-/\text{Mn}^{2+} &= 1.51 \text{ В}; & \varphi^0 \text{MnO}_4^-/\text{MnO}_2 &= 0.62 \text{ В}, \\ \varphi^0 \text{MnO}_4^-/\text{MnO}_4^{2-} &= 0.56 \text{ В}; & \varphi^0 \text{SO}_4^{2-}/\text{SO}_3^{2-} &= 0.22 \text{ В}. \end{aligned}$$

Установить, в какой среде перманганат калия является наиболее сильным окислителем.

Опыт 6. Окислительные свойства дихромата калия.

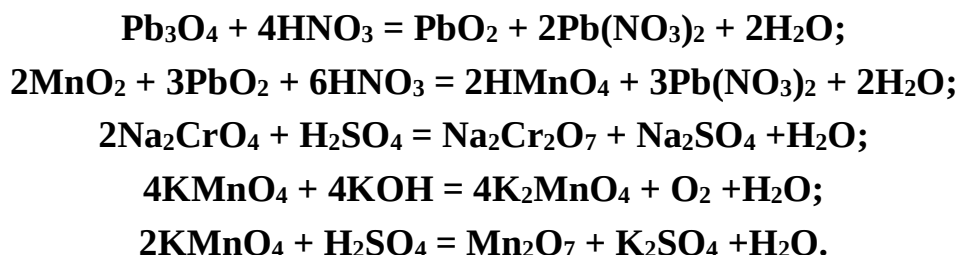
Налейте в пробирку 1-2 мл раствора $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$, столько же разбавлен-

ной серной кислоты и добавьте несколько кристаллов сульфата железа до изменения окраски раствора. Напишите уравнение реакции, учитывая, что Fe^{2+} окисляется до Fe^{3+} , дихромат-ион восстанавливается до Cr^{3+}

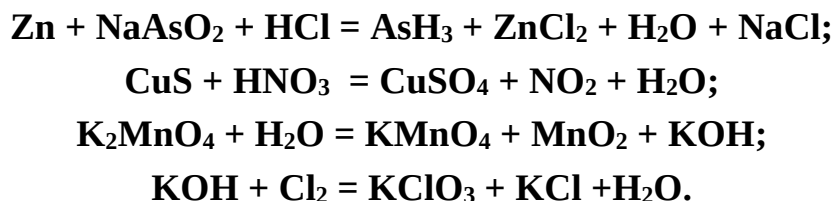
$$\varphi^0 \text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}/2\text{Cr}^{3+} = 1.33 \text{ В}; \quad \varphi^0 \text{Fe}^{3+}/\text{Fe}^{2+} = 0.77 \text{ В}.$$

Контрольные вопросы и задания

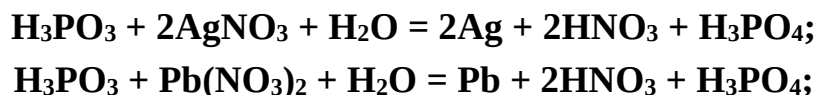
1. Какие из реакций являются окислительно-восстановительными, укажите для них окислитель, восстановитель и среду



2. Рассчитайте коэффициенты для реакций

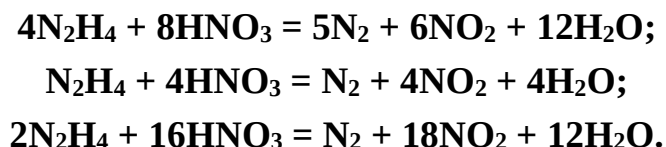


3. Какие из приведенных реакций могут протекать самопроизвольно?



$$\varphi^0 \text{Ag}^+/\text{Ag} = 0.8 \text{ В} \quad \varphi^0 \text{Pb}^{2+}/\text{Pb} = -0.13 \text{ В} \quad \varphi^0 \text{H}_3\text{PO}_4/\text{H}_3\text{PO}_3 = -0.28 \text{ В}.$$

4. Укажите, какое из уравнений соответствует реальному протеканию химической реакции?



Л и т е р а т у р а

Карапетьянц М.Х., Дракин С.И. Общая и неорганическая химия. М.: Химия, 1992. - 588 с.

Химия. Часть II.

Руководство по выполнению лабораторных работ по дисциплине
“Химия” для студентов всех специальностей.

Авторы: Н.Б.Смирнова, доц., канд. хим. наук
В.М. Сахарова, доц., канд. техн. наук

Корректурa кафедры химии

Подписано к печати 21.09.94

Формат бумаги 60×84 1/16

Печ. л. 1.0

Тираж 100 экз. Заказ № 248

Цена 200 руб.

Лаб. множительной техники УГГГА
620219, Екатеринбург, Куйбышева, 30



Государственный комитет России
по высшему образованию

УРАЛЬСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ
ГОРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ

Н.Б.Смирнова, В.М. Сахарова

ХИМИЯ

Руководство по выполнению
лабораторных работ

Часть III

ЕКАТЕРИНБУРГ

1995

УРАЛЬСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ГОРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ
АКАДЕМИЯ

ОДОБРЕНО

Методическим советом
академии

«_2_» «__11__» 1995 г.

Председатель совета

 проф. В.А.Лукас.

ХИМИЯ

РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ “ХИМИЯ”
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВСЕХ ПРОФИЛИЗАЦИЙ И НАПРАВЛЕНИЙ

ЧАСТЬ III

Химия : руководство по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Химия» для студентов всех профилизаций и направлений; Часть III / Н.Б. Смирнова, В.М. Сахарова; Уральская госуд. горно-геол. академия. Каф. химии. - Екатеринбург : Изд. УГГГА, 1995. - 16 с.

Руководство содержит описание трех лабораторных работ:

1. Гальванические элементы.
2. Электролиз водных растворов солей.
3. Электрохимическая коррозия металлов.

В руководстве приведены для каждой лабораторной работы краткие теоретические сведения, методические указания по проведению опытов, контрольные вопросы и задания для самостоятельного выполнения.

Руководство рассмотрено на заседании кафедры химии 7 сентября 1995 года. (протокол № 1) и рекомендовано для издания в УГГГА.

Рецензент: Н.Г.Кошель, доц., канд. хим. наук

© Уральская государственная
горно-геологическая
академия, 1995

Работа 1. ГАЛЬВАНИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ

Цель работы - изучение электрохимических процессов, протекающих при работе гальванических элементов, расчет значений ЭДС гальванических элементов и величин энергии Гиббса по значениям электродных потенциалов.

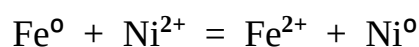
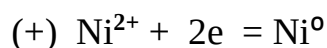
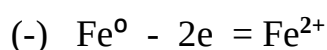
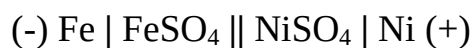
Химические источники электрической энергии имеют широкое распространение, т.к. для многих современных машин, аппаратов и транспорта требуются автономные источники электрической энергии. Любое горное предприятие используют химические источники тока. Простейший пример химического источника тока - гальванический элемент.

В гальванических элементах протекают процессы превращения химической энергии окислительно-восстановительных реакций в электрическую.

Электрохимическая схема гальванического элемента.



Отрицательным полюсом (анодом) этого гальванического элемента является железо, поскольку его электродный потенциал меньше потенциала никеля.

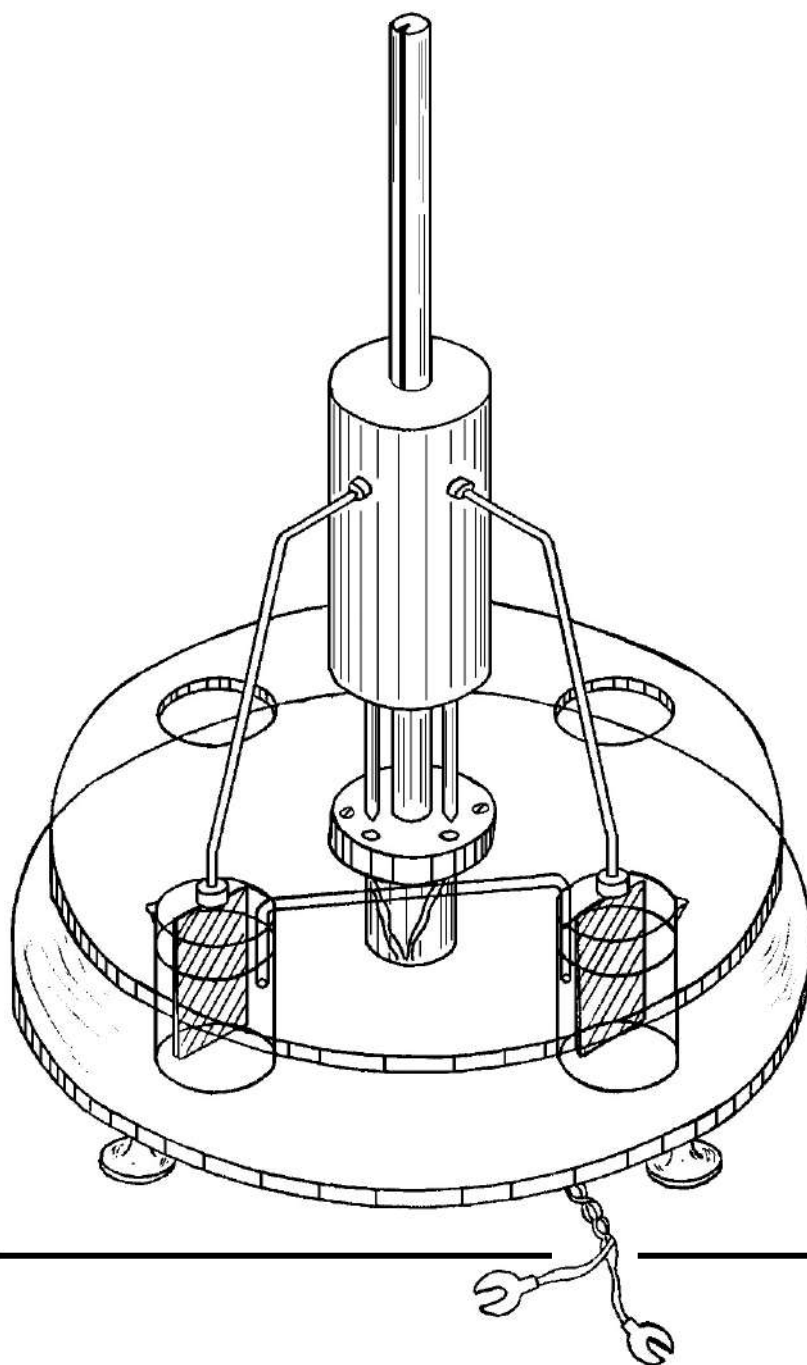


Электродвижущая сила(ЭДС) гальванического элемента определяется по равенности электродных потенциалов: $\text{ЭДС} = \varphi_{(+)} - \varphi_{(-)}$, соответствующих процессам, протекающим на положительном и отрицательном полюсах гальванического элемента. Пользуясь таблицей стандартных электродных потенциалов, можно определить ЭДС этого гальванического элемента:

$$E = \varphi_{\text{ок}}^0 - \varphi_{\text{вос}}^0 = \varphi_{\text{Ni}^{2+}/\text{Ni}}^0 - \varphi_{\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}}^0 = -0.25 - (-0.44) = 0.19 \text{ В}$$

Изменение энергии Гиббса ΔG_{298}^0 связано с ЭДС гальванического элемента соотношением $\Delta G_{298}^0 = -nFE$, где n - число электронов, принима-

Общий вид установки для измерения электродвижущей
силы гальванического элемента в рабочем состоянии



ющих участие в реакции; F - постоянная Фарадея (96500 Кл/моль);
 E - ЭДС гальванического элемента.

Опыт 1. Медно - цинковый гальванический элемент.

В два химических стаканчика налейте равные объемы растворов сульфата цинка ($C_M = 1$ моль/л) и сульфата меди ($C_M = 1$ моль/л). Опустите пластинки цинка и меди в растворы собственных солей. Растворы соедините электролитическим ключом - жидкостным мостиком, заполненным насыщенным раствором хлорида калия. Провода внешней цепи присоедините к гальванометру.

1. Напишите: электрохимическую схему полученного гальванического элемента; процессы, протекающие на отрицательном и положительном полюсах гальванического элемента; суммарную окислительно-восстановительную реакцию в ионной и молекулярной формах.

2. Укажите направление перехода электронов во внешней цепи.

3. По значениям электродных потенциалов рассчитайте ЭДС гальванического элемента.

4. Запишите показание гальванометра в вольтах (В) и сравните его с расчетным значением ЭДС.

Последующие опыты 2, 3 и 4 оформить по той же схеме (пункты 1-4).

Опыт 2. Медно-свинцовый гальванический элемент

Опустите в растворы собственных солей пластинки из меди и свинца. Концентрации растворов задаются преподавателем. Соедините растворы электролитическим ключом. Присоедините провода внешней цепи к гальванометру. Наблюдайте отклонение стрелки гальванометра, указывающее на возникновение электрического тока.

Опыт 3. Медно-кадмиевый гальванический элемент.

В один стаканчик налейте раствор сульфата кадмия ($C_M = 1$ моль/л), а в другой налейте раствор сульфата меди ($C_M = 1$ моль/л). Погрузите в эти растворы соответственно пластинки из кадмия и меди, соедините электролитическим ключом. Провода внешней цепи присоедините к гальванометру.

Опыт 4. Свинцово-цинковый гальванический элемент.

Налейте в два химических стаканчика равные объемы растворов солей свинца (II) и цинка, их концентрации задаются преподавателем. Опустите

тите в них соответственно пластинки свинца и цинка. С помощью электролитического ключа соедините растворы солей. Подключите во внешнюю цепь гальванометр.

Контрольные вопросы и задания.

1. Объясните, почему показания гальванометра отличаются от расчетного значения ЭДС?
2. Каким образом можно добиться возрастания ЭДС в гальванических элементах?
3. Какие изменения концентрации растворов солей на электроде - окислителе и электроде - восстановителе приводят к увеличению и уменьшению ЭДС?
4. Халькопирит ($\varphi = 0.42$ В) растворяется в природных водах чрезвычайно медленно. Почему при контакте с пиритом ($\varphi = 0.7$ В) этот процесс ускоряется?
5. Рассчитайте значение ЭДС и энергии Гиббса медно-цинкового гальванического элемента, если концентрация раствора сульфата цинка равна 0.5 моль/л, а концентрация сульфата меди равна - 2 моль/л.
6. Приведите примеры двух гальванических элементов, в одном из которых железо будет отрицательным полюсом (анодом), а в другом будет положительным полюсом (катодом).

Работа 2. ЭЛЕКТРОЛИЗ ВОДНЫХ РАСТВОРОВ СОЛЕЙ.

Цель работы - изучение электрохимических процессов, протекающих при электролизе водных растворов солей с инертным и растворимым анодами, запись процессов, происходящих на катоде и аноде.

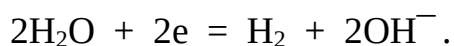
Практически нет ни одной отрасли техники, где бы не применялся электролиз. При выполнении строительных работ проводят электрохимическую обработку глинистых грунтов, при обогащении полезных ископаемых прибегают к электрохимическому кондиционированию флотационной пульпы. В том случае, когда другие методы не обеспечивают необходимой степени очистки воды, используют электрохимическую обработку производственных сточных вод пропусканием через электрокоагуляторы с электродами из железа или алюминия.

При электролизе рассматриваются процессы на электродах: катоде, заряженном отрицательно, и аноде, заряженном положительно. Внешний

источник тока выполняет роль своеобразного электронного насоса, который “нагнетает” электроны на катод и “откачивает” электроны с анода. Когда потенциалы электродов достигают определенных значений, на них становится возможным заряд ионов или молекул из раствора - начинается электролиз.

Катодные процессы: На катоде в первую очередь протекает тот процесс восстановления, потенциал которого более положителен. При электролизе водных растворов на катоде выделяются все металлы, потенциалы которых положительнее, чем -1.0 В.

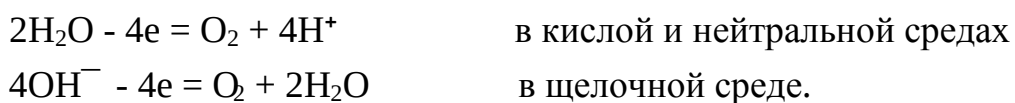
Если в растворе находятся лишь ионы металлов, более активных чем марганец, потенциалы которых отрицательнее, чем -1.0 В, на катоде выделяется водород из воды по реакции:



Анодные процессы: на нерастворимых анодах из Pt, Ti, C происходит процесс окисления того восстановителя, потенциал которого более отрицателен. Практически: если в растворе имеются анионы I^- , Br^- , Cl^- , не содержащие кислород, то они окисляются с выделением I_2 , Br_2 , Cl_2 , соответственно.



Если же в растворе имеются лишь ионы F^- , или анионы, содержащие кислород, потенциал которых больше 2.0 В, то на аноде выделяется кислород из воды по реакции:



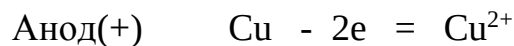
В зависимости от окисляемости материала анода различают процессы с растворимым и нерастворимым (инертным) анодом. Растворимые аноды (большинство металлов) в ходе электролиза окисляются, посылая свои ионы в раствор. Например: $\text{Cu} - 2\text{e} = \text{Cu}^{2+}$, $\text{Ni} - 2\text{e} = \text{Ni}^{2+}$. Инертные электроды при электролизе окислению не подвергаются. К числу наиболее распространенных инертных анодов относятся электроды из платины, графита, титана.

Примеры электролиза водных растворов солей

1. Электролиз водного раствора SnCl_2 , анод Pt



2. Электролиз водного раствора CuSO_4 , анод Cu



Опыт 1. Электролиз водного раствора сульфата натрия с графитовым анодом

Получите электролизер, заполненный раствором сульфата натрия, с графитовыми электродами и пропустите постоянный электрический ток напряжением 12 В. Через 1-2 минуты сравните интенсивность выделения пузырьков газа на электродах, определите расположение катода и анода.

В околокатодное пространство налейте несколько капель фенолфталина, а в околоанодное - лакмуса. Окраска индикаторов должна измениться. Объясните наблюдаемое явление, составив электронно - ионные схемы процессов, протекающих на катоде и аноде, и указывая стандартные значения окислительно - восстановительных потенциалов.

Опыт 2. Электролиз водного раствора иодида калия с графитовым анодом

Получите электролизер, заполненный раствором иодида калия с графитовыми электродами, присоедините электроды к сети постоянного тока. Через 1-2 минуты наблюдайте изменение окраски раствора.

Запишите результаты опыта, составив электронно-ионные схемы процессов, протекающих на катоде и аноде с указанием величин стандартных окислительно-восстановительных потенциалов. Объясните, почему и у какого электрода появилась окраска, почему на катоде не выделяется металлический калий.

Опыт 3. Электролиз водных растворов сульфатов кадмия, меди, никеля, цинка, нитрата свинца.

Получите электролизеры, заполненные водными растворами солей, присоедините графитовые электроды к сети постоянного тока. Пропускайте электрический ток в течение получаса, пока на одном из электродов не появится налет металла.

Поменяйте полюса на электродах, т.е. произведите переполюсовку электродов поворотом вилки относительно розетки. Снова пропускайте электрический ток.

Составьте электронно-ионные схемы катодного и анодного процессов с указанием величин стандартных электродных потенциалов, протекающих при электролизе всех солей: а) с графитовым анодом; б) с соответствующим металлическим анодом.

Контрольные вопросы и задания

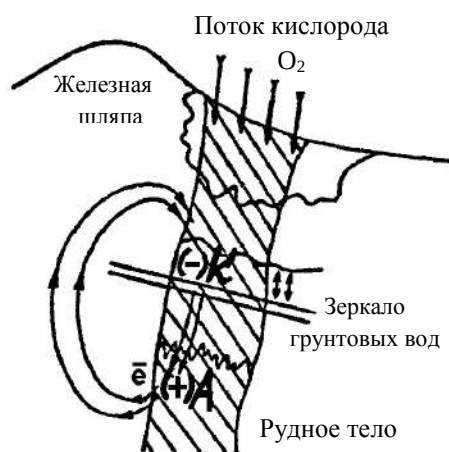
1. Если на электродах могут протекать несколько электрохимических процессов, то какой из них реализуется и что является критерием, определяющим его преимущество?

2. В какой последовательности должны разряжаться на катоде ионы Ag^+ , Fe^{2+} , Cu^{2+} , Bi^{3+} , Sn^{2+} , если в растворе они содержатся в одинаковой концентрации? Чем эта последовательность определяется?

3. Составьте электронно-ионные схемы катодного и анодного процессов, происходящих на медных электродах при электролизе водного раствора нитрата калия.

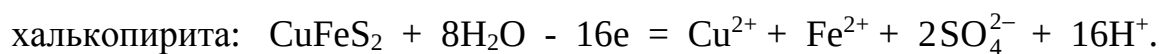
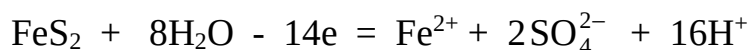
4. При электролизе водного раствора соли значение pH в приэлектродном пространстве одного из электродов возросло. Раствор какой соли подвергся электролизу: а) CdSO_4 ; б) CuCl_2 ; в) KBr ?

5. Рудное тело, содержащее сульфидные минералы в количестве, достаточном для того, чтобы обеспечить электропроводность, можно рассматривать как нерастворимый электрод в поле Земли. В грунтовых водах, окружающих рудное тело, концентрация электролитов изменяется с глубиной. Верхний конец проводника играет роль катода, а нижний - анода. Катионы подъемных вод перемещаются к катоду, а ионы - к аноду, как показано на приведенной схеме.

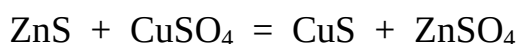


На *а н о д е* происходит окисление, минералы теряют электроны и переходят в раствор.

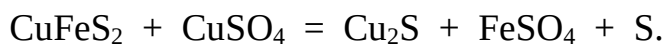
Например, растворение пирита характеризуется уравнением:



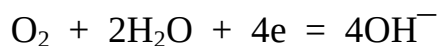
Образующиеся ионы меди (II) вступают в обменные реакции создают так называемую зону вторичного обогащения. Сфалерит замещается ковеллином:



халькопирит обогащается медью за счет образования халькозина:



На *к а т о д е* происходит восстановление. Из нескольких возможных катодных процессов протекает тот, потенциал которого более положителен. Катодные процессы в верхней части рудного тела заключается в потреблении электронов, высвободившихся на аноде и переместившихся на катод. Здесь могли бы восстанавливаться катионы, но в первую очередь реагирует атмосферный кислород, приток которого осуществляется непрерывно, а потенциал намного положительнее, чем у прочих участников геохимического процесса.



а) используя уравнение ионно-электронного баланса, составьте суммарную реакцию растворения пирита в молекулярном виде;

б) какова среда (значение водородного показателя) рудничных вод каменноугольных шахт, если уголь содержит примеси сульфидов?

в) составьте уравнение электронного баланса для приведенной выше реакции взаимодействия халькопирита и сульфата меди с образованием халькозина.

Работа 3. ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКАЯ КОРРОЗИЯ МЕТАЛЛОВ

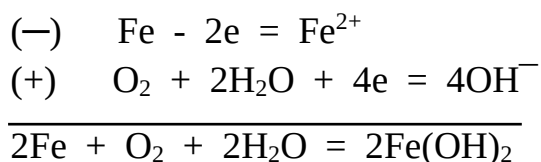
Цель работы - изучение электрохимических процессов, протекающих при работе коррозионных гальванопар.

Десятки миллионов тонн металла ежегодно теряются вследствие коррозии. Горное дело является одним из наиболее металлоемких производств. Вполне возможно сократить потери от коррозии за счет лучшего понимания горными инженерами важнейших физико - химических закономерностей коррозии. Чаще всего разрушение металлов вызывается электрохимической коррозией, которая является результатом эксплуатации металлического оборудования при повышенном содержании коррозионно-активных веществ в шахтах, на карьерах и в горных породах.

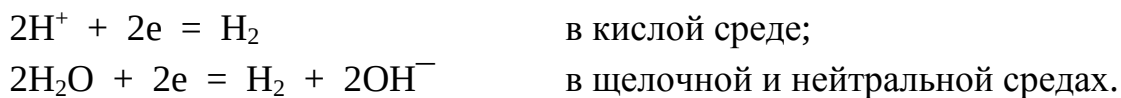
Электрохимическая коррозия происходит в средах, проводящих электрический ток, сопровождается направленным движением электронов и ионов. Электролиты могут содержаться даже в тонком невидимом слое влаги, адсорбированной из воздуха поверхностью металла. Реальная поверхность твердых металлов неоднородна. Различные примеси в металле, его структурная неоднородность, механическая деформация металла, различие концентраций коррозионных агентов в растворах, контактирующих с металлом - все это приводит к тому, что на одних участках поверхности corroзирующего металла идет процесс окисления металла (анодный процесс), а на других - процесс восстановления окислителя (катодный процесс).

Схема электрохимической коррозии становится таким образом аналогичной схеме работы короткозамкнутого гальванического элемента, в котором протекает анодное окисление металла и катодное восстановление окислителя. В литературе по коррозии окислитель обычно обозначают специальным термином *деполяризатор*. Самыми распространенными деполяризаторами в процессах электрохимической коррозии являются растворенный кислород и ионы водорода. Соответственно различают процессы с кислородной и водородной деполяризацией.

С кислородной деполяризацией corroзируют металлы, находящиеся во влажной атмосфере, в воде, нейтральных растворах солей, во влажном грунте. Это самый распространенный тип коррозионных процессов.



В процессах коррозии с *водородной деполяризацией* окисление металла происходит под действием ионов водорода:



Коррозия с водородной деполяризацией преобладает в следующих условиях: для большинства металлов в растворах кислот, для очень активных металлов в нейтральных растворах (например, коррозия магния в воде и растворах хлорида натрия), для амфотерных металлов (например, олово, цинк, алюминий) в растворах щелочей.

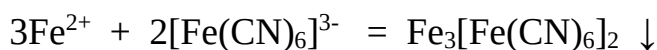
Коррозию значительно замедляет поляризация. Концентрационная поляризация - накопление ионов металла на аноде и недостаточно быстрое связывание электронов, поступающих на катод, вследствие уменьшения концентрации окислителя в растворе. Газовая поляризация - слой адсорбированного водорода на поверхности катода, затрудняющий дальнейшее восстановление, если окислителями были ионы водорода.

Во многих случаях металл предохраняет от коррозии образующаяся на его поверхности стойкая нерастворимая оксидная пленка. Однако, некоторые анионы, например, хлориды, разрушают такие пленки за счет связывания катионов металлов прочные комплексные ионы, растворимые в воде, которые легко удаляются с поверхности металла тем самым усиливая коррозию.

Коррозию замедляют введением в жидкую фазу ингибиторов. Ингибиторы образуют с металлом нерастворимые соединения-соли или прочно связанные поверхностные соединения и таким образом предохраняют поверхность от дальнейшего окисления. Ингибиторы как бы наносят на поверхность металла слой масляной краски толщиной в одну молекулу.

Опыт 1. Коррозия оцинкованного и луженого железа в кислой среде

В две пробирки наливают по 2-3 мл разбавленной серной кислоты. Затем кусочек пластинки из оцинкованного железа помещают в первую пробирку, а во вторую - кусочек пластинки из луженого железа (покрытого оловом). В обе пробирки доливают по 1 мл раствора гексацианоферрата (III) калия, с помощью которого можно обнаружить Fe^{2+} , которые образуются при коррозии железа. Ион Fe^{2+} с этим реактивом дает характерное синее окрашивание в соответствии с реакцией:



Через несколько минут наблюдать растворение железа в кислоте, замечая синее окрашивание на срезах одной из пластинок.

Результаты опыта занести в таблицу:

	Оцинкованное железо	Луженое железо
Коррозионная гальванопара		
Процессы (-)		
на полюсах (+)		
Суммарная реакция		
Синеет через минуту		

В строке "коррозионная гальванопара" запишите электрохимическую схему гальванического элемента.

Сделайте вывод, какой металл растворяется при коррозии оцинкованного и луженого железа и может ли быть использован цинк в качестве протектора для защиты стального оборудования.

Слейте кислоту в стакан для слива кислот осторожно, не теряя кусочков железа. Налить воды в пробирки и промыть 2 раза кусочки металла от кислоты, не доставая их из пробирок.

Опыт 2. Коррозия оцинкованного и луженого железа в нейтральной среде.

В две пробирки с кусочками металла из опыта 1 наливают по 2-3 мл раствора хлорида натрия и добавляют в каждую по 1 мл раствора гексацианоферрата (III) калия.

Через несколько минут замечают синее окрашивание на боковых срезах одной из пластинок.

Результаты опыта запишите в такую же таблицу, как и в первом опыте.

Сделайте вывод, какой металл растворяется при коррозии.

Опыт 3. Растворение химически чистого цинка и цинка, частично покрытого медью, в серной кислоте

В пробирку помещают гранулу химически чистого цинка и 2-3 мл разбавленной серной кислоты. Начавшееся растворение цинка через некоторое время замедляется или прекращается совсем.

В другую пробирку наливают 2-3 мл раствора сульфата меди и опускают такую же гранулу цинка. Через 4-5 минут осторожно сливают раствор и промывают омедненный цинк 2-3 раза водой. Воду сливают, добавляют 2-3 мл разбавленной серной кислоты и наблюдают выделение газообразного водорода.

Результаты опыта запишите в виде ответов на следующие вопросы:

1. Объясните, почему замедляется растворение химически чистого цинка в серной кислоте?
2. Составьте электрохимическую схему коррозионной гальванопары, образованной цинком и металлической медью, выделившейся на его поверхности.
3. Запишите процессы, происходящие у полюсов этой коррозионной гальванопары.
4. Сделайте вывод, почему происходит ускорение растворения цинка в контакте с медью.

Опыт 4. Действие ингибитора коррозии

В две пробирки налить 2-3 мл разбавленной серной кислоты, в одну из них добавляют 1 мл раствора уротропина. В две пробирки поместить по несколько кусочков железных стружек. Объясните разницу в действии на металлы обычной ингибированной кислоты.

Опыт 5. Действие стимулятора коррозии

В две пробирки поместить по кусочку алюминиевой **пластинки** и добавить по 1-2 мл водного раствора сульфата меди. В одну из пробирок всыпать микрошпатель (щепотку) сухого хлорида натрия. Следить, как влияет добавка его на коррозию алюминия.

Контрольные вопросы и задания.

1. Какое покрытие металла называют анодным и какое катодным? Назовите металлы, которые можно использовать для анодного и катодного покрытия железа во влажном воздухе и в сильноокислой среде.
2. Железное изделие покрыли свинцом. Какое это покрытие: анодное

или катодное? Почему? Составьте уравнение анодного и катодного процессов коррозии этого изделия при нарушении цельности покрытия во влажном воздухе и в растворе соляной кислоты. Какие продукты коррозии образуются в первом и во втором случаях?

3. Почему некоторые достаточно активные металлы, например, алюминий, не корродируют на воздухе? Назовите другие металлы с аналогичными свойствами.

4. Одинаково ли отношение к коррозии технического и химически чистого металла? чем вызывается коррозия конструкционной стали?

5. Какое железо корродирует быстрее: находящиеся в контакте с оловом или медью? Мотивируйте ваш выбор.

6. Величины электродных потенциалов металлов уменьшается при повышении pH среды. Объясните, почему при изменении нейтральной среды на щелочную коррозионная устойчивость железа, меди, магния и ряда других металлов увеличивается, а алюминия, хрома, цинка, олова уменьшается.

Список литературы

1. Коровин Н.В. и др. Курс общей химии. - М.: Высш.шк., 1990.- 445 с.
2. Романцева Л.М. и др. Сборник задач и упражнений по общей химии. - М.: Высш.шк., 1991. - 228 с.
3. Любимова Н.Б. Вопросы и задачи по общей и неорганической химии. - М.: Высш.шк., 1990. - 351 с.
4. Смирнова Н.Б., Сахарова В.М. Коррозия и защита металлов. - Екатеринбург: Изд.УГГГА, 1995. - 68 с.
5. Бирюков Ю.В. и др. Общая и неорганическая химия. Лабораторный практикум. - М. - Киев: Высш.шк., 1990. - 133 с.

Химия. Часть III.

Руководство по выполнению лабораторных работ по дисциплине “Химия” для студентов всех профилизаций и направлений.

Авторы: Н.Б.Смирнова, доц., канд. хим. наук
В.М.Сахарова доц., канд. хим. наук

Корректурa кафедры химии

Подписано к печати 01.11.95

Формат бумаги 60×84 1/16

Печ. л. 1.0 Тираж 100 экз. Заказ № 95

Цена С

Лаб. множительной техники УГГГА
620144, Екатеринбург, Куйбышева, 30



Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный
университет»

Н. А. Зайцева

КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ

***Учебно-методическое пособие
для выполнения лабораторных и контрольных
работ курсов «Химия» и «Неорганическая химия»
для студентов всех специальностей***

**Екатеринбург
2017**

Рецензент: Т. И. Красненко, д-р химических наук, профессор, ведущий научный сотрудник лаборатории оксидных систем ИХТТ УрО РАН

Учебно-методическое пособие рассмотрено на заседании кафедры химии 25 февраля 2016 г. (протокол № 6) и рекомендовано для издания в УГГУ

Зайцева Н. А.

317 КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ: учебно-методическое пособие для выполнения лабораторных и контрольных работ курсов «Химия» и «Неорганическая химия» для студентов всех специальностей / Н. А. Зайцева. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2017. – 35 с.

В учебно-методическом пособии изложены краткие сведения о качественных реакциях в неорганической химии. Пособие содержит необходимые сведения для выполнения лабораторных работ по качественному анализу катионов и решения задач.

Пособие предназначено для студентов всех специальностей.

© Зайцева Н. А., 2017

© Уральский государственный
горный университет, 2017

ВВЕДЕНИЕ

Качественная реакция – химическая реакция, с помощью которой можно определить наличие в растворе того или иного вещества или его фрагмента (катиона, аниона, функциональной группы). Качественная реакция на ионы позволяет обнаружить («открыть») в растворе присутствие соответствующих ионов. При обнаружении открываемого иона обычно фиксируют появление аналитического сигнала — образование осадка, изменение окраски раствора, появление запаха и т. д.

Требования к качественным реакциям

1. Экспрессность (реакция должна протекать быстро).
2. Высокая чувствительность.
3. Селективность или специфичность.
4. Необратимость.

Чувствительность реакции определяется наименьшим количеством искомого вещества, которое может быть обнаружено данным реактивом в капле раствора.

Существенной характеристикой анализа является селективность (избирательность).

По избирательности реагенты можно разделить на три группы:

1. *Специфические реагенты* – реактивы, с помощью которых в данных условиях можно обнаружить только одно вещество (ион),

например: крахмал для обнаружения I_2 (синяя окраска); щёлочь для обнаружения NH_4^+ (запах аммиака).

Специфические реакции – реакции, которые дают возможность открывать одни ионы в присутствии различных других ионов.

2. *Селективные реагенты* – реактивы, с помощью которых в данных условиях можно обнаружить небольшое число веществ. Например, диметилглиоксим в аммиачном буферном растворе реагирует с Fe (II), Co (II), Ni (II), Zr (IV), Th (IV).

3. *Групповые реагенты* – используются в систематическом анализе смеси катионов и взаимодействуют со всеми катионами одной аналитической группы.

Реакции, позволяющие обнаружить искомые ионы в отдельных порциях сложной смеси при условии устранения влияния других ионов, называют **дробными реакциями**, а метод анализа, основанный на применении дробных реакций, называют **дробным анализом**. При этом порядок обнаружения катионов и анионов не имеет особого значения. При **систематическом анализе**, в отличие от дробного, соблюдается определенный порядок разделения и последующего открытия ионов. К обнаружению ионов приступают лишь после удаления из раствора всех других ионов, мешающих открытию. Систематический (групповой) анализ применяют при невозможности использования дробного анализа. На основе растворимости их солей или других соединений ионы делят на аналитические группы, на основании различных классификаций катионов разработаны разные методы систематического анализа катионов.

Методы систематического анализа

1. Сероводородный – основан на разной растворимости сульфидов и хлоридов в зависимости от pH -среды.
2. Аммиачно-фосфатный – основан на разной растворимости фосфатов.
3. Кислотно-основной – основан на разной растворимости в кислотах и основаниях гидроксидов и солей (табл. 1).

Таблица 1

Классификация катионов по кислотно-основному методу

Группа	Катионы	Групповой реактив	Характеристика группы
I	Na^+ , K^+ , NH_4^+	–	Хлориды, сульфаты и гидроксиды растворимы в воде
II	Ag^+ , Pb^{2+} , Hg_2^{2+}	2M HCl	Хлориды нерастворимы в воде и разбавленных кислотах
III	Ca^{2+} , Sr^{2+} , Ba^{2+}	2M H_2SO_4	Сульфаты нерастворимы в воде, кислотах и щелочах
IV	Al^{3+} , Cr^{3+} , Zn^{2+} , * As^{3+} , * As^{5+} , Sn^{2+} , Sn^{4+}	4M NaOH (избыток)	Гидроксиды амфотерны, растворимы в избытке щелочи
V	Fe^{2+} , Fe^{3+} , Mn^{2+} , Mg^{2+} , Bi^{3+} , Sb^{3+} , Sb^{5+}	2M NaOH (25 % NH_4OH)	Гидроксиды нерастворимы в избытке щелочи и аммиаке
VI	Cu^{2+} , Co^{2+} , Ni^{2+} , Hg^{2+} , Cd^{2+}	25% NH_4OH (избыток)	Гидроксиды растворимы в избытке аммиака с образованием аммиакатов

* As^{3+} и As^{5+} гидроксидов не образуют.

Лабораторная работа № 1

КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА КАТИОНЫ ЖЕЛЕЗА

Цель работы: познакомиться с качественными реакциями на катионы железа, определить наиболее подходящие реактивы для открытия Fe^{3+} и Fe^{2+} .

Для получения аналитического сигнала в качественном анализе используют химические реакции разных типов: реакции ионного обмена (осаждение, нейтрализация), окислительно-восстановительные, комплексообразование. Для обнаружения ионов железа возможно использование всех типов реакций.

Реакции ионного обмена в качественном анализе

Опыт 1. Действие щелочей на катионы Fe^{3+} и Fe^{2+}

В две пробирки налейте по 1 мл растворов FeCl_3 и FeSO_4 , добавьте по 1 мл раствора щёлочи в каждую пробирку. Сравните полученные осадки $\text{Fe}(\text{OH})_3$ и $\text{Fe}(\text{OH})_2$, составьте уравнения обеих реакций. Растворимы ли полученные гидроксиды железа в избытке щёлочи?

Опыт 2. Действие раствора аммиака на катионы Fe^{3+} и Fe^{2+}

В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей железа (III) и железа (II), добавьте по 1 мл разбавленного раствора гидроксида аммония в каждую пробирку. Сравните полученные осадки с

осадками из первого опыта. Составьте уравнения реакций. Проверьте действие избытка концентрированного гидроксида аммония на оба осадка: образуют ли ионы железа аммиачные комплексы?

Реакции окисления-восстановления

Опыт 3. Действие окислителей на катионы Fe^{3+} и Fe^{2+}

а) В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей Fe^{2+} и Fe^{3+} , добавьте по 2 мл раствора серной кислоты. В обе пробирки прилейте раствор перманганата калия, в какой из них наблюдается обесцвечивание KMnO_4 ? Запишите уравнение реакции, учитывая, что в кислой среде перманганат-ионы восстанавливаются до ионов Mn^{2+} , уравняйте его методом электронно-ионного баланса.

б) В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей Fe^{2+} и Fe^{3+} , добавьте по 2 мл раствора серной кислоты. В обе пробирки прилейте раствор бихромата калия, в какой из них наблюдается изменение окраски раствора? Запишите уравнение реакции, учитывая, что бихромат-ионы $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ восстанавливаются до ионов Cr^{3+} , уравняйте его методом электронно-ионного баланса.

Опыт 4. Действие восстановителей на катионы Fe^{3+} и Fe^{2+}

В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей Fe^{2+} и Fe^{3+} , добавьте по 1 мл раствора йодида калия. Какая из солей железа проявила окислительные свойства? Запишите уравнение реакции, расставьте коэффициенты методом электронно-ионного баланса.

Реакции с участием комплексных ионов

Опыт 5. Реакция ионов железа с роданидом аммония

В две пробирки налейте по 1 мл раствора FeCl_3 и FeSO_4 , добавьте по 1 мл раствора роданида аммония NH_4SCN в каждую пробирку. В какой из пробирок наблюдается образование роданида железа красного цвета? Составьте уравнение реакции.

Опыт 6. Реакция ионов железа с реактивом Чугаева

В две пробирки налейте по 1 мл раствора соли железа (III) и железа (II), добавьте по 1 мл раствора аммиака и по 1 капле раствора диметилглиоксима ($\text{C}_4\text{H}_8\text{N}_2\text{O}_2$). Для какого иона железа наблюдается образование окрашенного внутрикомплексного соединения с реактивом Чугаева? Составьте уравнение реакции образования диметилглиоксимата железа $[\text{Fe}(\text{C}_4\text{H}_7\text{O}_2\text{N}_2)_2]$.

Опыт 7. Берлинская лазурь и турнбуллева синь

На растворы FeCl_3 и FeSO_4 подействуйте каплей раствора жёлтой кровяной соли (гексацианоферрата (II) калия). В каком случае наблюдается выпадение синего осадка? Запишите уравнение реакции, предполагая, что выпавший осадок берлинской лазури имеет состав $\text{Fe}_4[\text{Fe}(\text{CN})_6]_3$.

На растворы FeCl_3 и FeSO_4 подействуйте каплей раствора красной кровяной соли (гексацианоферрата (III) калия). В каком случае наблюдается выпадение синего осадка? Запишите уравнение реакции, предполагая, что выпавший осадок турнбуллевой сини

имеет состав $\text{Fe}_3 [\text{Fe} (\text{CN})_6]_3$. Сделайте вывод, какой кровяной солью можно открыть ион Fe^{2+} , и с помощью какой обнаруживается ион Fe^{3+} .

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что произойдет с зеленоватым осадком $\text{Fe} (\text{OH})_2$ при добавлении к нему раствора перекиси водорода H_2O_2 ? Запишите уравнение реакции, уравняйте его методом электронно-ионного баланса.

2. Выпадет ли осадок при смешивании равных объемов растворов FeCl_3 и NaOH , если $\text{ПР} (\text{Fe} (\text{OH})_3) = 3,8 \cdot 10^{-38}$, а концентрации растворов 0,001 моль/л? Выпадет ли осадок при смешивании равных объемов растворов FeSO_4 и NaOH , если $\text{ПР} (\text{Fe} (\text{OH})_2) = 4,8 \cdot 10^{-16}$, а концентрации обоих растворов 0,001 моль/л?

3. Какой объём соляной кислоты с концентрацией 0,01 моль/л требуется для полного растворения осадка $\text{Fe} (\text{OH})_3$ массой 0,5 г?

4. Реакция образования окрашенного роданида железа (опыт 3) является обратимой. Запишите выражение для константы равновесия этой реакции. Какими способами, согласно принципу Ле-Шателье, можно сместить равновесие в сторону образования окрашенного продукта?

5. Запишите уравнения реакций первичной и вторичной диссоциации красной и жёлтой кровяных солей. Почему чаще всего именно цианид-ионы используются для маскирования ионов железа в растворах?

6. Подвергаются ли соли железа гидролизу? Запишите уравнения взаимодействия с водой для FeCl_3 и FeSO_4 , определите тип гидролиза и кислотность среды раствора. Какую окраску приобретёт лакмус в этих растворах?

Лабораторная работа № 2

КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ Co^{2+} , Ni^{2+} и Cu^{2+}

Цель работы: познакомиться с качественными реакциями на ионы Co^{2+} , Ni^{2+} и Cu^{2+} , выполняемыми пробирно, капельно, и с использованием экстракции, определить наиболее подходящие реакции для открытия каждого иона.

Предел обнаружения — минимальная концентрация или минимальное количество вещества, которое может быть обнаружено данным методом допустимой погрешностью. Предел обнаружения в значительной степени зависит от условий протекания реакции. Обычно для обнаружения ионов применяют реакции с пределом обнаружения 10^{-7} г (0,1 мкг) в 1 мл раствора.

Приемы для обеспечения низкого предела обнаружения

1. *Капельный анализ* — метод микрохимического анализа, в котором качественную реакцию проводят с использованием капли раствора. Реакции выполняют на стеклянной или фарфоровой пластинке, фильтровальной бумаге (иногда предварительно пропитанной раствором реагента и высушенной). Пределы обнаружения веществ 0,1–0,001 мкг в капле объемом 50 мм³. Минимальные пределы обнаружения достигаются при выполнении анализа на фильтровальной бумаге.

2. *Микрористаллоскопический анализ* — метод анализа, основанный на реакциях образования кристаллических осадков с

характерной формой кристаллов, для рассмотрения которых используется микроскоп.

3. *Экстракция* – процесс перевода вещества из водной фазы в органическую, используется для разделения и концентрирования веществ.

4. *Флотация* – процесс разделения мелких твёрдых частиц в водной суспензии или растворе, основанный на их избирательной адсорбции на границах раздела фаз в соответствии с их смачиваемостью, используется для разделения и концентрирования.

5. *Метод «умножающихся реакций»* – ряд последовательных реакций, в результате которых получается новое вещество в количестве, во много раз превышающем первоначальное количество обнаруживаемого вещества.

6. *Каталитические реакции.*

Реакции в пробирке (в растворе)

Опыт 1. Действие щелочей на катионы Co^{2+} , Ni^{2+} и Cu^{2+}

В три пробирки налейте по 1 мл растворов солей Co^{2+} , Ni^{2+} и Cu^{2+} , добавьте по 1 мл разбавленного раствора щёлочи в каждую пробирку. Составьте уравнения реакций образования синего $\text{Co}(\text{OH})\text{Cl}$, голубого $\text{Cu}(\text{OH})\text{Cl}$ и зелёного $\text{Ni}(\text{OH})\text{Cl}$. Подействуйте на каждый полученный осадок избытком концентрированной щёлочи, составьте уравнения реакций образования гидроксидов кобальта (II), никеля (II) и меди (II).

Опыт 2. Действие раствора аммиака на Co^{2+} , Ni^{2+} и Cu^{2+}

В три пробирки налейте по 1 мл растворов солей Co^{2+} , Ni^{2+} и Cu^{2+} , добавьте по 1 мл разбавленного раствора аммиака в каждую пробирку. Сравните полученные осадки с осадками из первого опыта. Составьте уравнения реакций.

Проверьте действие избытка концентрированного гидроксида аммония на полученные осадки, запишите уравнения реакций, учитывая, что в аммиачных комплексах кобальта и никеля координационное число комплексообразователя равно шести, а медь удерживает только четыре лиганда.

Разрушаются ли полученные аммиакаты раствором кислоты?

Опыт 3. Реакции с желтой кровяной солью

В три пробирки налейте по 1 мл растворов солей Co^{2+} , Ni^{2+} и Cu^{2+} , добавьте по 1 мл разбавленного раствора гексацианоферрата (II) калия в каждую пробирку. Что наблюдается? Составьте уравнения реакций, учитывая, что все осадки получены в результате полного ионного обмена.

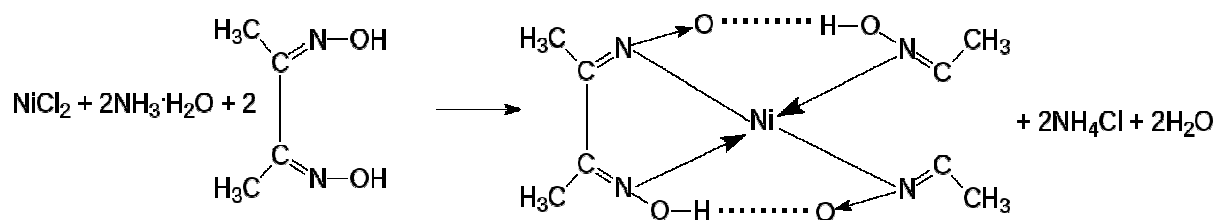
Капельные реакции на фильтровальной бумаге

Опыт 4. Реакция катионов Ni^{2+} с реактивом Чугаева

На сухую фильтровальную бумагу поместите несколько капель раствора соли никеля (II), добавьте каплю раствора аммиака и каплю раствора диметилглиоксима $\text{C}_4\text{H}_8\text{N}_2\text{O}_2$ (реактив Чугаева). Сравните наблюдаемый аналитический сигнал с реакцией образования

диметилглиоксимата железа (II), выполненной в предыдущей работе.

Запишите уравнение реакции



Проведите аналогичную реакцию с растворами меди (II) и кобальта (II). Какой из этих ионов может мешать определению ионов никеля и почему?

Опыт 5. Капельная реакция ионов Co^{2+} с роданидом аммония

Поместите на сухую фильтровальную бумагу несколько капель раствора хлорида кобальта (II), добавьте кристаллы сухой соли NH_4SCN , при необходимости добавьте ещё одну каплю раствора. Как изменилась окраска кристаллов? Составьте уравнение реакции образования комплексного соединения $(\text{NH}_4)_2[\text{Co}(\text{SCN})_4]$.

Обнаружение катионов с использованием экстракции

Опыт 6. Реакция ионов Co^{2+} с роданидом аммония

Поместите в пробирку несколько капель раствора хлорида кобальта (II), добавьте кристаллы сухой соли тиоцианата (роданида) аммония. Как изменилась окраска раствора?

Чувствительность этой реакции можно повысить с помощью экстракции окрашенного комплекса $(\text{NH}_4)_2[\text{Co}(\text{SCN})_4]$ органическим растворителем. Добавьте к полученному раствору несколько капель изоамилового спирта, взболтайте. Дождитесь разделения в пробирке водной и спиртовой фаз. Что при этом наблюдается?

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Составьте уравнения реакций первичной и вторичной диссоциаций гексаамминкобальта (II), гексаамминникеля (II), тетраамминмеди (II). Запишите формулы для константы нестойкости.

2. Для открытия ионов Ni^{2+} с помощью диметилглиоксима при реакции на капельной пластинке предел обнаружения Ni^{2+} – 0,16 мкг; в пробирке можно обнаружить 1,4 мкг Ni^{2+} в 1 мл. Предел обнаружения можно уменьшить до 0,015 мкг, если каплю анализируемого раствора нанести на фильтровальную бумагу, пропитанную диметилглиоксимом. Если осадок диметилглиоксимата никеля (II) флотируется на границе раздела фаз «вода – изоамиловый спирт», то предел обнаружения ионов Ni^{2+} понижается до 0,002 мкг. Определите минимальную молярную концентрацию ионов Ni^{2+} , открываемых каждым из способов.

3. Окисление тиосульфат-ионов ионами железа (III) ускоряется в присутствии ионов меди (каталитическая реакция). Время обесцвечивания тиоцианата железа (III) тиосульфатом натрия в отсутствие меди около двух минут. В присутствии ионов Cu^{2+} раствор тиоцианата железа (III) обесцвечивается мгновенно. Предел обнаружения меди – 0,02 мкг в 1 мл. Определите минимальную молярную концентрацию ионов Cu^{2+} , соответствующую этому пределу обнаружения.

Лабораторная работа № 3

КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ Al^{3+} , Cr^{3+} , Zn^{2+}

Цель работы: познакомиться с качественными реакциями на ионы Al^{3+} , Cr^{3+} и Zn^{2+} , научиться использовать амфотерность их гидроксидов в химическом анализе, определить наиболее подходящие реакции для открытия каждого иона.

Для проведения каждой качественной реакции необходимо соблюдать определенные условия, основные из которых: pH -среды; температура; концентрации реагентов; присутствие определенных веществ; отсутствие мешающих ионов или веществ. Для протекания многих реакций необходима среда с определенным значением pH водного раствора. Значение pH можно контролировать с помощью индикаторов или прибора pH -метра. Для поддержания нужного значения pH при необходимости используют соответствующие буферные растворы.

Буферные растворы — это растворы, способные сохранять постоянное значение pH при разбавлении водой или добавлении к ним определенного количества сильных кислот или оснований. В состав буферной смеси входят в определенном количественном соотношении слабые кислоты и их соли с сильными основаниями или слабые основания и их соли с сильными кислотами.

Амфотерность гидроксидов алюминия, цинка и хрома (III) позволяет отделять их от остальных катионов действием растворов щелочей различной концентрации.

Опыт 1. Действие щелочей на катионы Al^{3+} , Cr^{3+} , Zn^{2+}

В три пробирки налейте по 1 мл растворов хлоридов алюминия, хрома и цинка, добавьте по несколько капель очень разбавленного раствора щёлочи в каждую пробирку до образования нерастворимых гидроксидов. Составьте уравнения реакций. Подействуйте на каждый полученный осадок избытком щёлочи до полного растворения, составьте уравнения реакций образования тетрагидроксоалюмината, тетрагидроксоцинката и гексагидроксохромата натрия.

Опыт 2. Действие раствора аммиака на ионы Al^{3+} , Cr^{3+} , Zn^{2+}

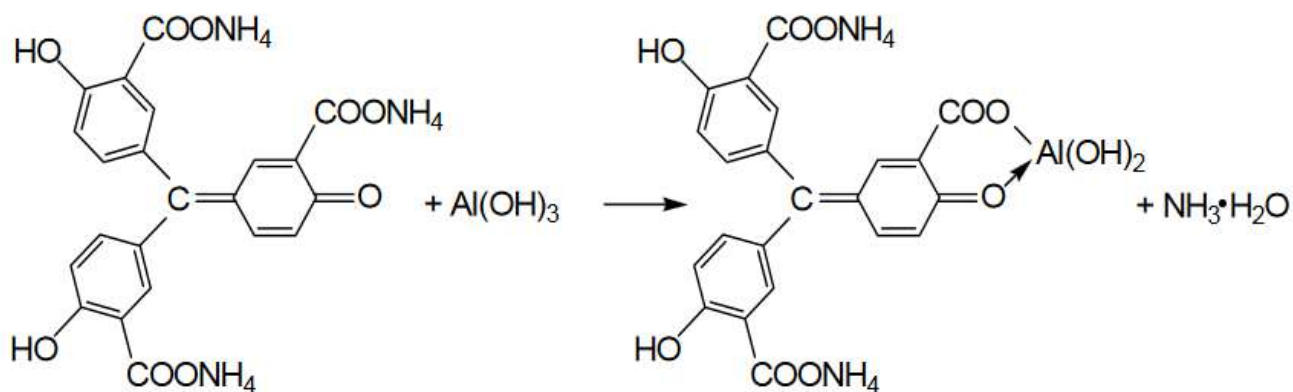
В три пробирки налейте по 1 мл растворов хлоридов алюминия, хрома и цинка, добавьте по 1 мл разбавленного раствора аммиака в каждую пробирку. Сравните полученные осадки с осадками из первого опыта. Составьте уравнения реакций образования соответствующих гидроксидов.

Проверьте действие избытка концентрированного гидроксида аммония на полученные осадки. Какие гидроксиды растворяются частично или полностью? Составьте реакцию комплексообразования, учитывая, что в образующихся аммиакатных комплексах координационное число каждого комплексообразователя вдвое больше, чем модуль его степени окисления.

Опыт 3. Реакция ионов алюминия с алюминоном

В пробирку поместите 3–4 капли раствора соли алюминия, при необходимости 2–3 капли раствора уксусной кислоты и 3–5 капель 0,01 % раствора алюминона ($C_{21}H_{11}O_9(NH_4)_3$). Смесь нагрейте на

водяной бане, добавьте несколько капель раствора аммиака до щелочной реакции и выпадения красного хлопьевидного осадка алюминиевого лака.



Опыт 4. Реакция ионов цинка с желтой кровяной солью

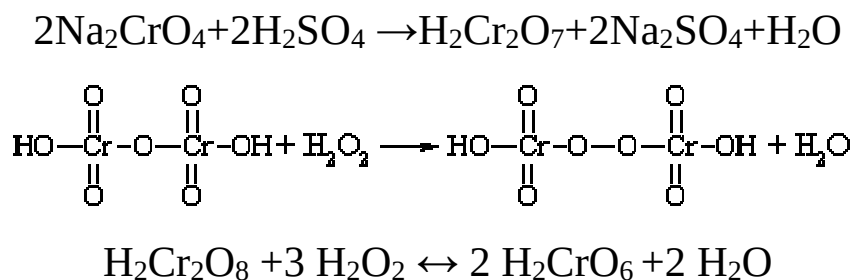
В пробирке к 1 мл раствора ZnCl_2 добавьте 1 мл раствора гексацианоферрата (II) калия. Наблюдайте выпадение белого осадка $\text{K}_2\text{Zn}_3[\text{Fe(CN)}_6]_2$. Составьте уравнение этой реакции ионного обмена.

Опыт 5. Восстановительные свойства ионов хрома (III)

В пробирку поместите 2–3 капли раствора соли хрома(III), прибавьте 4–5 капель 2 моль/л раствора щёлочи NaOH до растворения осадка, и 2–3 капли 3 % раствора перекиси водорода H_2O_2 . Нагревайте до изменения зеленой окраски раствора на желтую (цвет хромат-ионов CrO_4^{2-}). Составьте уравнение окислительно-восстановительной реакции, расставьте коэффициенты методом электронно-ионного баланса.

Опыт 6. Образование надхромовой кислоты

К жёлтому раствору хромата натрия, полученному в предыдущем опыте, прибавьте 5 капель пероксида водорода H_2O_2 , ~0,5 мл изоамилового спирта, тщательно перемешайте и прибавьте по каплям раствор серной кислоты (1 моль/л). Верхний органический слой окрашивается в интенсивно синий цвет за счёт экстракции образовавшейся надхромовой кислоты H_2CrO_6 . Запишите уравнение реакции, протекающее через образование дихромовой кислоты и её последующее окисление перекисью водорода:



Составьте электронно-ионный баланс для этой реакции.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Составьте уравнения первичной и вторичной диссоциации солей, полученных в первом опыте: тетрагидроксоалюмината, тетрагидроксоцинката и гексагидроскохромата натрия.
2. Напишите выражение константы нестойкости для комплексных ионов тетраамминцинка и гексаамминхрома, полученных во втором опыте.
3. Напишите уравнения диссоциаций хромовой, дихромовой и надхромовой кислот.

Лабораторная работа № 4

РАЗДЕЛЕНИЕ И ОБНАРУЖЕНИЕ КАТИОНОВ Ag^+ , Pb^{2+} , Hg^{2+} МЕТОДОМ ОСАДОЧНОЙ БУМАЖНОЙ ХРОМАТОГРАФИИ

Цель работы: познакомиться с разделением и идентификацией катионов методом бумажной хроматографии

Хроматография – физико–химический метод разделения веществ, основанный на использовании сорбционных процессов в динамических условиях.

Анализируемые компоненты распределяются между подвижной и неподвижной фазами. Неподвижной фазой служит твердое вещество – сорбент. Подвижной фазой является жидкость или газ, протекающий через неподвижную фазу – элюент. Элюент в процессе хроматографирования перемещается вдоль сорбента, так что частицы анализируемых веществ могут многократно переходить из подвижной фазы в неподвижную и наоборот. Разделение веществ с помощью хроматографии основано на различном сродстве разделяемых компонентов к подвижной и неподвижной фазам.

Бумажная хроматография – вид хроматографии, в котором носителем неподвижного растворителя служит очищенная от примесей фильтровальная бумага. Подвижная фаза продвигается вдоль листа бумаги, главным образом за счет капиллярных сил. Бумажная хроматография отличается простотой, экспрессностью, наглядностью разделения, высокой чувствительностью (можно определить 10–20 мкг вещества с точностью 5–7 %).

Опыт 1. Подготовка фильтровальной бумаги

Два фильтра «синяя лента» диаметром 45 мм смочите 5 %-м раствором йодида калия, опуская фильтры в раствор пинцетом. Высушите фильтры на воздухе в чашке Петри.

Опыт 2. Получение первичной осадочной хроматограммы

В центр каждого высушенного фильтра нанесите пипеткой каплю анализируемой смеси катионов Ag^+ , Hg^{2+} и Pb^{2+} , после её полного впитывания нанесите еще одну, дайте ей впитаться. Катионы анализируемой смеси вступают в реакцию с KI, которым пропитан фильтр, образуя осадочную хроматограмму, зоны которой имеют цвета осадков AgI (жёлтый), HgI_2 (оранжевый), PbI_2 (ярко-желтый).

Полученные хроматограммы необходимо промыть дистиллированной водой. Для промывания хроматограмм нанесите на фильтры 2–3 капли дистиллированной воды, внося каждую последующую каплю после впитывания предыдущей до увеличения размера зон в два–три раза. Высушите обе осадочные хроматограммы, заполните табл. 1, составьте уравнения реакций образования осадков.

Таблица 1

Первичная хроматограмма смеси катионов Ag^+ , Hg^{2+} , Pb^{2+}

Зона адсорбции	Цвет зоны	Ион
1. Первая – хорошая адсорбция (в центре фильтра)		
2. Вторая – средняя адсорбция		
3. Третья – плохая адсорбция (края фильтра)		

Опыт 3. Получение проявленной осадочной хроматограммы

Анализируя первичную хроматограмму, легко определить катионы Hg^{2+} (оранжевая зона в центре) и Pb^{2+} (ярко-желтая зона по периферии). Бледно-желтая окраска AgJ либо видна плохо (из-за маскировки оранжевым HgJ_2 и ярко-желтым PbJ_2), либо не видна совсем. Для того, чтобы явно видеть зону серебра, первичную хроматограмму на одном из фильтров необходимо проявить.

Для проявления хроматограммы внесите в центр фильтра каплю раствора NaOH . При этом йодид свинца растворится в NaOH с образованием бесцветного плюмбита натрия Na_2PbO_2 , йодид ртути останется неизменным, бледно-жёлтое пятно йодида серебра постепенно почернеет вследствие превращения гидроксида серебра (I) в оксид серебра (I), который затем разложится до свободного серебра.

Заполните табл. 2, составьте уравнения всех протекающих при проявке первичной хроматограммы реакций.

Таблица 2

Вторичная хроматограмма смеси катионов Ag^+ , Hg^{2+} , Pb^{2+}

Зона адсорбции	Цвет зоны	Ион
1. Первая – хорошая адсорбция (в центре фильтра)		
2. Вторая – средняя адсорбция		
3. Третья – плохая адсорбция (край фильтра)		

По результатам работы сделайте вывод об эффективности метода бумажной хроматографии для дробного открытия катионов Ag^+ , Hg^{2+} , Pb^{2+} при их совместном присутствии.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Какие процессы лежат в основе хроматографического анализа?
2. Вычислите ПР йодида свинца (II), если известно, что растворимость его равна 0,03 г на 0,1 кг воды.
3. Выпадет ли осадок при взаимодействии равных объемов растворов AgNO_3 и KI , если концентрации обоих растворов 0,001 моль/л, а произведение растворимости йодида серебра $\text{ПР}(\text{AgI}) = 8,3 \cdot 10^{-17}$.
4. В избытке йодида калия осадок йодида ртути (II) растворяется без изменения степеней окисления элементов с образованием комплексного соединения тетрайодомеркурата калия. Составьте уравнение этой реакции, а также уравнения первичной и вторичной диссоциаций полученного соединения, запишите выражение для константы нестойкости комплексного иона.
5. Оксид серебра (I) неустойчив на воздухе, поэтому он используется не в чистом виде, а в аммиачном растворе (реактив Толленса). При взаимодействии гидроксида аммония и оксида серебра (I) образуется гидроксид диамминсеребра (I). Составьте уравнение этой реакции, а также уравнения первичной и вторичной диссоциаций полученного соединения, запишите выражение для константы нестойкости комплексного иона.
6. Дайте определения терминам «элюент», «сорбент», «элюат», «подвижная фаза», «неподвижная фаза», «сорбция», «десорбция».

Лабораторная работа № 5

ДРОБНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ КАТИОНОВ

Цель работы: с помощью качественных реакций определить, какая соль находится в каждой пробирке.

Ход работы

В двенадцати пронумерованных пробирках находятся следующие растворы соли:

Раствор бесцветный	Раствор может быть окрашенным
Хлорид аммония	Сульфат меди (II)
Хлорид кальция	Хлорид кобальта (II)
Сульфат марганца (II)	Хлорид никеля (II)
Сульфат железа (II)	Хлорид хрома (III)
Хлорид цинка	Хлорид железа (III)
Хлорид алюминия	
Нитрат свинца (II)	

После получения у преподавателя нескольких пробирок (по вариантам 3–6 шт.,) составьте в тетради таблицу для записи результатов анализа:

Качественный анализ растворов, номер (№) (запишите номера пробирок)

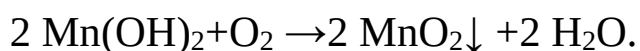
Испытуемый раствор	Добавленный реагент	Наблюдение	Предполагаемый состав	Вывод
Опыт № 1 «Открытие окрашенных ионов»				
№ 13	отсутствует	Раствор розовый	Ионы Co^{2+}	
№ 13	NaOH	Выпал синий осадок, при добавлении избытка щёлочи стал розовым	CoOHCl Co(OH)_2	В пробирке был CoCl_2
Опыт № 2 «Действие щелочей»				
№ 14				

Опыт 1. Открытие окрашенных ионов

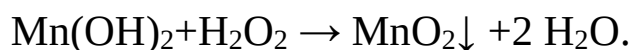
Опишите внешний вид растворов, сделайте предположения, какие растворы могут быть в каждой из пробирок, занесите их в таблицу. Наиболее вероятные предположения (для окрашенных растворов) проверьте с помощью соответствующих качественных реакций, взяв для анализа небольшую порцию испытуемого раствора. Составьте уравнения реакций, сделайте выводы.

Опыт 2. Действие щелочей на испытуемые растворы

Взяв пробы оставшихся исследуемых растворов (по 0,5 мл), подействуйте на них разбавленным раствором щёлочи, добавляя его по каплям. Занесите в таблицу аналитический сигнал: выделился запах аммиака, выпал неизменяющийся осадок, выпал осадок, растворимый в избытке щёлочи или темнеющий на воздухе. Обратите внимание, что гидроксид свинца $\text{Pb}(\text{OH})_2$ проявляет амфотерные свойства, растворяясь в избытке щелочи с образованием плюмбита Na_2PbO_2 , а светло-бежевый гидроксид марганца $\text{Mn}(\text{OH})_2$ постепенно окисляется кислородом воздуха, что выглядит как потемнение раствора на границе с воздухом:

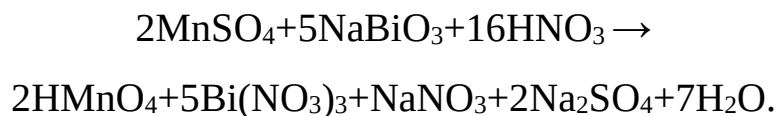


Эту реакцию можно сделать более наглядной, ускорив процесс окисления с помощью перекиси водорода:



Сделайте предположения о том, какие катионы находятся в пробирках. Проверьте предположения с помощью качественных реакций, для ионов Mn^{2+} кроме реакции с H_2O_2 можно использовать

ОВР с окислением марганца до розовых перманганат-ионов висмутатом натрия в сильноокислой среде:



Сделайте выводы, запишите уравнения выполненных реакций.

Опыт 3. Действие раствора аммиака на испытуемые пробы

Взяв пробы оставшихся исследуемых растворов (по 0,5 мл), подействуйте на них разбавленным раствором аммиака. Занесите в таблицу аналитический сигнал. Сделайте предположения о том, какие катионы находятся в пробирках. Проверьте предположения с помощью качественных реакций. Сделайте выводы, запишите уравнения выполненных реакций.

Опыт 4. Открытие неокрашенных ионов

Взяв пробы оставшихся исследуемых растворов (по 0,5 мл), проведите качественный анализ на катионы, которые остались не открытыми. Сделайте выводы, запишите уравнения выполненных реакций.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ТЕМЕ «КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ»

1. Две соли окрашивают пламя в фиолетовый цвет. Одна из них бесцветна, и при лёгком нагревании её с концентрированной серной кислотой отгоняется жидкость, в которой растворяется медь; последнее превращение сопровождается выделением бурого газа. При добавлении к раствору второй соли раствора серной кислоты жёлтая окраска раствора изменяется на оранжевую, а при нейтрализации полученного раствора щёлочью восстанавливается первоначальный цвет. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

2. В двух сосудах находятся растворы неизвестных веществ. При добавлении к раствору первого вещества хлорида бария выпадает осадок белого цвета, нерастворимый в воде и кислотах. Осадок белого цвета выпадает также и при добавлении раствора нитрата серебра к пробе, отобранной из второго сосуда. При нагревании пробы первого раствора с гидроксидом натрия выделяется газ с резким запахом. При взаимодействии второго раствора с хроматом натрия выпадает осадок жёлтого цвета. Напишите уравнения описанных реакций.

3. Действием концентрированной серной кислоты на белые кристаллы при нагревании получен газ. При пропускании этого газа через раствор нитрата серебра выпал белый творожистый осадок. Кристаллы окрашивают пламя спиртовки в жёлтый цвет. Какая соль была взята для реакции? Приведите её формулу и название. Запишите уравнения реакций, описанных в тексте.

4. Порошкообразное вещество белого цвета окрашивает пламя горелки в оранжево-красный цвет. При действии соляной кислоты «вскипает» с выделением тяжёлого газа без цвета и запаха. Это вещество способно растворяться в воде при одновременном пропускании избытка углекислого газа. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

5. Некоторое кристаллическое вещество, окрашивающее пламя в жёлтый цвет, хорошо растворяется в воде. При добавлении к этому раствору нитрата серебра выпадает жёлтый осадок, не растворимый в разбавленной азотной кислоте. При действии на исходный раствор бромной воды образуется коричневое окрашивание. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

6. Для определения качественного состава белый, нерастворимый в воде порошок с зеленоватым оттенком подвергли

термическому разложению, в результате которого образовалось два оксида. Один из них — порошок чёрного цвета, при добавлении к которому раствора серной кислоты и последующем нагревании образовался раствор голубого цвета. Про другой известно, что это газ тяжелее воздуха, без цвета и запаха, играющий важную роль в процессе фотосинтеза. Запишите химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

7. Для проведения исследования бесцветные кристаллы соли, которые при непродолжительном нахождении на воздухе приобрели голубой цвет, нагрели до выделения бурого газа и образования чёрного порошка. При пропускании над нагретым полученным порошком водорода наблюдалось появление красного налёта простого вещества — металла. Известно, что металл, образующий катион, входит в состав многих сплавов, например бронзы. Запишите химическую формулу и название исследованной соли. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования его свойств.

8. Для изучения состава соли был взят раствор, который разделили на две части. К первой части этого раствора добавили хлорид натрия, в результате чего выпал белый осадок. При добавлении ко второй части раствора цинковой стружки образовались серые хлопья металла, катионы которого обладают дезинфицирующим свойством. Известно, что выданная соль

используется для изготовления зеркал и в фотографии, а её анион является составной частью многих минеральных удобрений. Запишите химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

9. Для изучения состава соли были взяты белые кристаллы хорошо растворимого в воде вещества, которое используется в хлебопечении и кондитерской промышленности в качестве разрыхлителя теста. В результате процесса термического разложения выданной соли образовались три вещества, два из которых при обычных условиях являются газами. При нагревании соли с гидроксидом натрия образуется газ, водный раствор которого используется в медицине под названием нашатырный спирт. Запишите химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

10. Для установления качественного состава была изучена соль тяжёлого металла, оксид которого используется в производстве хрустального стекла. При термическом разложении соли образуется оксид этого металла и два газообразных вещества: одно из них — газ бурого цвета, а другое — важнейший компонент воздуха. При приливании к раствору выданной соли раствора йодида калия выпадает осадок ярко-жёлтого цвета. Запишите

химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

11. Для определения качественного состава неизвестной соли азотной кислоты исследовали белое кристаллическое вещество. Это вещество при нагревании полностью разлагается без образования сухого остатка. При действии горячего раствора гидроксида натрия выделяется бесцветный газ с резким запахом, вызывающий посинение лакмусовой бумаги. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

12. В химической лаборатории хранится склянка с кристаллическим веществом белого цвета. При действии на него гидроксида натрия выделяется лёгкий, бесцветный газ с резким запахом, вызывающий посинение лакмусовой бумаги. При действии на него сильной кислоты выделяется бесцветный газ без запаха, вызывающий покраснение раствора лакмуса. При приливании к раствору этого вещества раствора гидроксида кальция выделяется нерастворимый в воде осадок. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

13. Кристаллическое вещество оранжевого цвета при нагревании значительно увеличивается в объёме за счёт выделения бесцветного газа и образует твёрдое вещество тёмно-зелёного

цвета. Выделившийся газ взаимодействует с литием даже при комнатной температуре. Продукт этой реакции гидролизуется водой с образованием газа с резким запахом, способного восстановить медь из её оксида. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

14. Для исследования свойств неизвестного вещества его концентрированный раствор разделили на две части. В пробирку с одной частью раствора поместили медную проволоку. При этом наблюдалось выделение бурого газа и растворение меди. При добавлении к другой части раствора силиката натрия наблюдалось образование бесцветного студенистого осадка. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

15. Для определения качественного состава неизвестной соли исследовали раствор голубого цвета. При добавлении горячего раствора сильной кислоты выделился газ с резким запахом жжёной резины, окрашивающий лакмус в красный цвет. При добавлении раствора аммиака сначала выпал голубой осадок, который затем растворился в избытке аммиака с образованием фиолетового раствора. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

16. Для определения качественного состава неизвестной соли исследовали её раствор желтоватого цвета. При добавлении раствора сильной кислоты появился резкий запах уксуса. При добавлении роданида аммония раствор приобрёл кроваво-красную окраску. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

17. Для определения качественного состава неизвестной соли исследовали её бесцветный раствор. При добавлении раствора разбавленной серной кислоты выделился газ с запахом тухлых яиц и выпал белый осадок, не растворимый в кислотах. При взаимодействии порции исходного раствора с хроматом натрия выпадает осадок жёлтого цвета. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

18. Для определения качественного состава было выдано кристаллическое вещество — средняя соль многоосновной кислоты, катион которой не является ионом металла. При взаимодействии данного вещества с гидроксидом натрия выделяется газ с резким раздражающим запахом, а при приливании к раствору выданного вещества раствора нитрата серебра выпадает осадок жёлтого цвета. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

19. Для определения качественного состава студентам было выдано бесцветное кристаллическое вещество — соль. К одной части раствора исследуемой соли прилили раствор нитрата серебра, в результате чего выпал осадок жёлтого цвета. А при добавлении к другой части раствора карбоната натрия выпал белый осадок. Известно, что катион этой соли образован щёлочно-земельным металлом, входящим в состав костной ткани человека. Анион этой соли состоит из атомов химического элемента, образующего простое вещество, спиртовой раствор которого используется в качестве дезинфицирующего средства. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

20. При определении качественного состава неизвестного кристаллического вещества белого цвета было установлено, что его раствор взаимодействует с раствором гидроксида калия с образованием осадка. А при добавлении к раствору исследуемого вещества раствора нитрата бария выпадает осадок белого цвета, не растворимый в кислотах. Известно, что катион металла, входящий в состав данного соединения, входит в состав хлорофилла. Этот металл ранее применялся также в фотографии для получения вспышки. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Алексеев В. Н. Качественный химический полумикроанализ. М.: Химия. 1973. 584 с.

Глинка Н. Л. Общая химия: учебник / под ред. В. А. Попкова, А. В. Бабкова. 18-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во «Юрайт»; ИД «Юрайт», 2011. 886 с.

Гринвуд Н., Эршино А. Химия элементов (в 2 томах): учебник. Изд-во «Бином. Лаборатория знаний», 2015. 1280 с.

Карапетьянц М. Х., Дракин С. И. Общая и неорганическая химия: учебник. 5-е изд. Изд-во Книжный дом «Либроком» 2015. 592 с.

Крешков А. П. Основы аналитической химии. Ч. 1. Теоретические основы. Качественный анализ. М.: Химия. 1970. 460 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
Лабораторная работа № 1. КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА КАТИОНЫ ЖЕЛЕЗА.....	6
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ.....	9
Лабораторная работа № 2. КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ Co^{2+} , Ni^{2+} И Cu^{2+}	10
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ.....	14
Лабораторная работа № 3. КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ Al^{3+} , Cr^{3+} , Zn^{2+}	15
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ.....	18
Лабораторная работа № 4. РАЗДЕЛЕНИЕ И ОБНАРУЖЕНИЕ КАТИОНОВ Ag^+ , Pb^{2+} , Hg^{2+} МЕТОДОМ ОСАДОЧНОЙ БУМАЖНОЙ ХРОМАТОГРАФИИ.....	19
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ.....	22
Лабораторная работа № 5. ДРОБНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ КАТИОНОВ.....	23
ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ТЕМЕ «КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ».....	26
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	34

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по
комплексу
учебно-методическому

С.А. Удоров



**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
Б1.Б.1.14 ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА**

Специальность:

21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 2

***Поиски и разведка подземных вод
и инженерно-геологические изыскания***

Автор: Стожков Д.С.

Одобрены на заседании кафедры
Электротехники

(название кафедры)

Зав.кафедрой

(подпись)

к.т.н., доц. Угольников А.В.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 6 от 19.03.2020

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель

(подпись)

д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020

(Дата)

Екатеринбург
2020

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА	4
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ	4
Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса	4
Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам	5
Подготовка и написание контрольной работы	6
Подготовка к выполнению и написанию курсовой работы (проекта)	7
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ.....	8
Подготовка к зачёту	8
Подготовка к экзамену.....	8

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов – это разнообразные виды деятельности студентов, осуществляемые под руководством, но без непосредственного участия преподавателя в аудиторное и/или внеаудиторное время.

Это особая форма обучения по заданиям преподавателя, выполнение которых требует активной мыслительной, поисково-исследовательской и аналитической деятельности.

Методологическую основу самостоятельной работы студентов составляет деятельностный подход, когда цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, то есть на реальные ситуации, где студентам надо проявить знание конкретной дисциплины, использовать внутрипредметные и межпредметные связи.

Цель самостоятельной работы – закрепление знаний, полученных на аудиторных занятиях, формирование способности принимать на себя ответственность, решать проблему, находить конструктивные выходы из сложных ситуаций, развивать творческие способности, приобретение навыка организовывать своё время

Кроме того самостоятельная работа направлена на обучение студента осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией, заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свой профессиональный уровень.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирование практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитие исследовательских умений;
- получение навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

В соответствии с реализацией рабочей программы дисциплины в рамках самостоятельной работы студенту необходимо выполнить следующие виды работ:

для подготовки ко всем видам текущего контроля:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение курса;
- подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам;
- подготовка к контрольной работе, написание контрольной работы;
- выполнение и написание курсовой работы (проекта);

для подготовки ко всем видам промежуточной аттестации:

- подготовка к зачёту;
- подготовка к экзамену.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов как online, так и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита контрольных и курсовых работ (проектов), защита зачётных работ в виде доклада с презентацией и др.

Текущий контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

Промежуточный контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного для сдачи экзамена / зачёта.

В методических указаниях по каждому виду контроля представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса

Лекционный материал по дисциплине излагается в виде устных лекций преподавателя во время аудиторных занятий. Самостоятельная работа студента во время лекционных аудиторных занятий заключается в ведении записей (конспекта лекций).

Конспект лекций, выполняемый во время аудиторных занятий, дополняется студентом при самостоятельном внеаудиторном изучении некоторых тем курса. Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и дополнительной литературы к дисциплине.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины приведён в рабочей программе дисциплины.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на повторение материала лекций и самостоятельное изучение тем курса:

для овладения знаниями:

- конспектирование текста;
- чтение основной и дополнительной литературы;
- составление плана текста;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- повторная работа над учебным материалом;
- составление таблиц для систематизации учебного материала;
- изучение нормативных материалов;
- составление плана и тезисов ответа на вопросы для самопроверки;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Вопросы для самопроверки приведены учебной литературе по дисциплине или могут быть предложены преподавателем на лекционных аудиторных занятиях после изучения каждой темы.

Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам

Практические занятия по дисциплине выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций, а также умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач.

На практических занятиях происходит закрепление теоретических знаний, полученных в ходе лекций, осваиваются методики и алгоритмы решения типовых задач по образцу и вариантных задач, разбираются примеры применения теоретических знаний для практического использования, выполняются доклады с презентацией по определенным учебно-практическим, учебно-исследовательским или научным темам с последующим их обсуждением.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к практическим занятиям:

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- подготовка публичных выступлений;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;

- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Лабораторные занятия по дисциплине выступают средством формирования у студентов навыков работы с использованием лабораторного оборудования, планирования и выполнения экспериментов, оформления отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к лабораторным занятиям:

для овладения знаниями:

- изучение методик работы с использованием различных видов и типов лабораторного оборудования;
- изучение правил безопасной эксплуатации лабораторного оборудования;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

- составление плана проведения эксперимента;
- составление отчётной документации по результатам экспериментирования;
- аналитическая обработка результатов экспериментов.

для формирования навыков и умений:

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- оформление отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Подготовка и написание контрольной работы

Контрольная работа – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся. Контрольная работа является средством проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к контрольной работе:

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки.

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- оформление отчётной документации по выполнению контрольной работы.

Контрольная работа может быть выполнена в виде доклада с презентацией.

Доклад с презентацией – это публичное выступление по представлению полученных результатов знаний по определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной теме.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления;
- осуществить сбор материала к выступлению;
- организовать работу с источниками;
- во время изучения источников следует записывать вопросы, возникающие по мере ознакомления, ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;
- сформулировать возможные вопросы по теме доклада, подготовить тезисы ответов на них;
- обработать материал и представить его в виде законченного доклада и презентации.

При выполнении контрольной работы в виде доклада с презентацией самостоятельная работа студента включает в себя:

для овладения знаниями:

- чтение основное и дополнительной литературы по заданной теме доклада;
- составление плана доклада;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей по теме доклада

для закрепления и систематизации знаний:

- составление плана и тезисов презентации по теме доклада;
- составление презентации;
- составление библиографического списка по теме доклада;
- подготовка к публичному выступлению;
- составление возможных вопросов по теме доклада и ответов на них.

для формирования навыков и умений:

- публичное выступление;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Варианты контрольных работ и темы докладов приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

Подготовка к выполнению и написанию курсовой работы (проекта)

Курсовая работа (проект) – форма контроля для демонстрации обучающимся умений работать с объектами изучения, критическими источниками, справочной и энциклопедической литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать и строить априорную модель изучаемого объекта или процесса, создавать содержательную презентацию выполненной работы.

При выполнении и защите курсовой работы (проекта) оценивается умение самостоятельной работы с объектами изучения, справочной литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать выбранную технологическую схему и принятый тип и количество оборудования, создавать содержательную презентацию выполненной работы (пояснительную записку и графический материал).

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к курсовой работе (проекту):

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- составление плана выполнения курсовой работы (проекта);
- составление списка использованных источников.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа учебно-методическими материалами по выполнению курсовой работы (проекта);
- изучение основных методик расчёта технологических схем, выбора и расчёта оборудования;
- подготовка тезисов ответов на вопросы по тематике курсовой работы (проекта).

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, компоновочных чертежей;
- оформление текстовой и графической документации.

Тематика курсовых работ (проектов) приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Подготовка к зачёту

Зачёт по дисциплине может быть проведён в виде теста или включать в себя защиту контрольной работы (доклад с презентацией).

Тест – это система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

При самостоятельной подготовке к зачёту, проводимому в виде теста, студенту необходимо:

- проработать информационный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора дополнительной учебной литературы;
- выяснить условия проведения теста: количество вопросов в тесте, продолжительность выполнения теста, систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с тестом, нужно внимательно и до конца прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов, выбрать правильные (их может быть несколько), на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам.

В процессе выполнения теста рекомендуется применять несколько подходов в решении заданий. Такая стратегия позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант. Не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, а сразу переходить к другим тестовым заданиям, к трудному вопросу можно обратиться в конце. Необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Зачёт также может проходить в виде защиты контрольной работы (доклад с презентацией). Методические рекомендации по подготовке и выполнению доклада с презентацией приведены в п. «Подготовка и написание контрольной работы».

Подготовка к экзамену

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины проводится в форме экзамена.

Билет на экзамен включает в себя теоретические вопросы и практико-ориентированные задания.

Теоретический вопрос – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность

одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся.

Практико-ориентированное задание – средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по определенной теме.

При самостоятельной подготовке к экзамену студенту необходимо:

- получить перечень теоретических вопросов к экзамену;
- проработать пройденный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине, при необходимости изучить дополнительные источники;
- составить планы и тезисы ответов на вопросы;
- проработать все типы практико-ориентированных заданий;
- составить алгоритм решения основных типов задач;
- выяснить условия проведения экзамена: количество теоретических вопросов и практико-ориентированных заданий в экзаменационном билете, продолжительность и форму проведения экзамена (устный или письменный), систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с экзаменационным билетом, нужно внимательно прочесть теоретические вопросы и условия практико-ориентированного задания;
- при условии проведения устного экзамена составить план и тезисы ответов на теоретические вопросы, кратко изложить ход решения практико-ориентированного задания;
- при условии проведения письменного экзамена дать полные письменные ответы на теоретические вопросы; изложить ход решения практико-ориентированного задания с численным расчётом искомых величин.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому
комплексу
С.А. Упоров

Г. П. КОЗИНА

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

по выполнению практических работ

по дисциплине «Основы геодезии и топографии»

для студентов очного и заочного обучения

направления подготовки (специальности)

21.05.02 Прикладная геология

(уровень специалитета)

Одобрена на заседании кафедры

Геодезии и кадастров

(название кафедры)

Зав. кафедрой

(подпись)

Акулова Е.А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 4 от 20.03.2020

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель

(подпись)

д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020

(Дата)

Екатеринбург, 2020 г

Г. П. КОЗИНА

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

по выполнению практических работ

по дисциплине «**Основы геодезии и топографии**»

для студентов очного и заочного обучения

направления подготовки (специальности)

21.05.02 Прикладная геология

(уровень специалитета)

СОДЕРЖАНИЕ

1.	РАБОТА С ТОПОГРАФИЧЕСКИМИ КАРТАМИ	4
1.1.	Определение расстояний	6
1.2.	Определение географических координат	7
1.3.	Определение прямоугольных координат	7
1.4.	Определение положения точки относительно осевого меридиана зоны	8
1.5.	Определение дирекционного угла, истинного азимута и магнитного азимута линии	8
1.6.	Определение отметок точек и превышения между точками	9
1.7.	построение профиля местности по заданному направлению	10
1.8.	Определение крутизны ската	11
1.9.	Проектирование линии с заданной крутизной ската	12
1.10.	Измерение площадей по топографическим картам полярным планиметром	15
2.	РАБОТА С АЭРОФОТОСНИМКАМИ	17
2.1.	Привязка аэроснимка к топографической карте	17
2.2.	Определение масштаба аэрофотоснимка и высоты фотографирования	18
3.	СОСТАВЛЕНИЕ ТОПОГРАФИЧЕСКОГО ПЛАНА	20
3.1.	Построение координатной сетки	20
3.2.	Нанесение точек съемочного обоснования по координатам	22
3.3.	Нанесение ситуации, точек рельефа и проведение горизонталей	23
3.4.	Вычерчивание топографического плана	25
4.	ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ НИВЕЛИРОВАНИЕ ТРАССЫ	27
4.1.	Обработка результатов нивелирования	27
4.2.	Построение профиля	30
4.3.	Проектирование по прифилю	32
5.	РАБОТА С ГЕОДЕЗИЧЕСКИМИ ПРИБОРАМИ	34
5.1.	Измерение горизонтальных и вертикальных углов	34
5.2.	Измерение расстояний нитяным дальномером	37
5.3.	Измерение превышений	38

I. РАБОТА С ТОПОГРАФИЧЕСКИМИ КАРТАМИ

Для современных топографических карт установлены следующие масштабы: 1:1 000 000, 1:500 000, 1:300 000, 1:200 000, 1:100 000, 1:50 000, 1:25 000, 1:10 000.

Топографические карты широко используются в народном хозяйстве для решения различных инженерных задач и служат основой для создания карт специального назначения.

Листы топографических карт различных масштабов объединены специальной системой разграфки и номенклатуры, основой которой является лист карты масштаба 1:1000 000. Каждый лист топографической карты ограничен с севера и юга параллелями, а с запада и востока – меридианами. Линии меридианов и параллелей образуют внутреннюю географическую рамку листа топографической карты, а их пересечение – углы рамки, которым соответствуют географические координаты, подписываемые на карте (широта φ и долгота λ). Например, координаты северо-западного угла рамки (рис. 1.1.).

$$\varphi = 54^{\circ}20' , \lambda = 14^{\circ}15'$$

Параллельно линиям географической рамки с внешней ее стороны на карте показывается минутная рамка, линии которой разделены на черные и белые интервалы. Длины интервалов по северной и южной сторонам рамки соответствуют одной минуте долготы, а по западной и восточной – одной минуте широты.

Каждый интервал минутной рамки разбит точками на интервалы по 10^{сек}. С помощью минутной рамки определяют географические координаты точек на карте: широта φ и долгота λ .

Для определения плоских прямоугольных координат точек на топографических картах наносится прямоугольная координатная сетка. Линии координатной сетки проходят параллельно осям координат зоны, в которой расположен данный лист. Обычно линии координатной сети проходят через 1 км. Оцифровка линий координатной сетки дается у их выходов за географической рамкой (рис. 1.1). Полные абсциссы и ординаты в (километрах) подписываются на выходах крайних линий данного листа. Остальные линии подписываются двумя последними цифрами.

Например:

абсциссы: 6019, 20, 21, 22, 6023,

ординаты: 3452, 53, 54, 3455.

Листы топографических карт сопровождаются зарамочным оформлением. Над северной рамкой указывается номенклатура листа, его название, система координат (рис. 1.1.). Под южной рамкой указывается численный и линейный масштабы карты, высота сечения рельефа, система высот, данные о склонении магнитной стрелки и сближении меридианов, график заложений, вывозные данные, указывающие метод и год создания карты.

Между минутной и внешней рамками помещены номенклатуры смежных листов карт того же масштаба. На топографических картах специальными условными знаками изображаются контуры и рельеф местности, а также прочие сведения о ней.

Наличие на картах географической и прямоугольной сеток координат, данных о склонении магнитной стрелки и сближении меридианов, графика заложений и других данных позволяет решать по карте различные топографические и инженерные задачи.

студентами работы выполняются по топографической карте масштаба 1:10 000 на специальных бланках.

1.1. Определение расстояний

Циркулем – измерителем снимается величина отрезка на топографической карте между заданными точками. По линейке до 0,01 см измеряют длину этого отрезка (ℓ см). С помощью численного масштаба карты (I:M) определяется расстояние на местности (D) в метрах

$$D = \ell \cdot M,$$

где ℓ – длина отрезка с карты, измеренная по линейке в см;

M – знаменатель численного масштаба карты.

Пример: $\ell = 4,25$ см, $M = 10\,000$, $D = 4,25 \cdot 10\,000 = 42\,500$ см = 425 м.

Это же расстояние определяют с помощью линейного масштада, который помещается за южной рамкой листа карты под численным масштабом (рис. 1.1). Для этого циркулем – измерителем отрезок с карты откладывается на линейном масштабе так, чтобы правая игла измерителя была поставлена на оцифрованное деление линейного масштаба справа от «0», а левая игла попадала на первое (дробное) основание – слева от «0». По линейному масштабу справа налево считывается расстояние в метрах.

$$D = 425 \text{ м.}$$

1.2. Определение географических координат φ λ

Географические координаты определяются по минутной рамке. Для определения широты φ через точку (Рис. 1.1 точки N) проводят параллель до пересечения с минутной рамкой. По западной или восточной сторонам рамки, считают число минут и секунд ($\Delta\varphi$) между южной стороной рамки и параллелью данной точки.

Широта (φ) точки будет $\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi$, φ_0 – широта южной стороны рамки, долгота - $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda$, λ_0 – долгота западной стороны рамки.

Для определения долготы через точку проводят меридиан и по северной или южной стороне минутной рамки отсчитывают долготу (λ).

Пример: определить φ и λ точки N (Рис. 1.1).

$$\lambda_0 = 54^0 17' 30'' \quad \Delta\varphi = 1' 53'' , \quad \varphi_N = 54^0 17' 30'' + 1' 53'' = 54^0 19' 23''$$

$$\lambda_0 = 14^0 15' \quad \Delta\lambda = 0' 32'' , \quad \lambda_N = 14^0 15' + 0' 32'' = 14^0 15' 32''$$

1.3. Определение прямоугольных координат X и Y

Прямоугольные координаты точки на карте определяются по координатной сетке. Для этого из точки опускают перпендикуляры на южную и западную стороны квадрата координатной сетки. Измерителям с помощью линейного масштаба определяют расстояния по этим перпендикулярам в метрах, которые представляют приращения координат ΔX и ΔY по оси абсцисс и оси ординат. Полученные приращения прибавляют к оцифрованным координатам сетки X_i и Y_i .

Пример: определить прямоугольные координаты точки D (рис. 1.1).

$$X_D = X_i + \Delta X , \quad Y_D = Y_i + \Delta Y$$

X_i - абсцисса южной горизонтальной линии сетки квадрата, в котором находится D.

$$X_i = 6022 \text{ км} ,$$

Y_i - ордината западной вертикальной линии этого же квадрата.

$$Y_i = 3453 \text{ км} .$$

$$\Delta X = 684 \text{ м} = 0,684 \text{ км} , \quad \Delta Y = 460 \text{ м} = 0,460 \text{ км}$$

$$X_D = 6022 \text{ км} + 0,684 \text{ км} = 6022,684 \text{ км}$$

$$Y_D = 3453 \text{ км} + 0,460 \text{ км} = 3453,460 \text{ км} .$$

1.4. Определение положения точки относительно осевого меридиана зоны.

Долгота осевого меридиана зоны вычисляется по формуле:

$$L_0 = 6^0 \cdot n - 3^0 ,$$

где n – номер зоны.

$$\text{Для } n = 3 \quad L_0 = 6^0 \cdot 3 - 3^0 = 15^0$$

Расстояние от осевого меридиана до точки определяется по формуле:

$$d_D = Y_D - 500\text{км} , Y_D = 453460\text{м}$$

где Y_D - ордината точки.

$$d_D = 453460\text{м} - 500\text{км} = -46540\text{м}$$

следовательно, точка D расположена к западу от осевого меридиана на расстоянии 46540 м.

1.5. Определение дирекционного угла α , истинного азимута A и магнитного азимута A_m линии.

Для определения дирекционного угла заданной линии через начальную точку линии проводят прямую параллельную оси абсцисс, направлением на север (рис. 1.1., линия 1 – 2), от которой транспортиром измеряют угол по ходу часовой стрелки до направления на конечную точку линии.

Пример: $\alpha_{1-2} = 238^\circ$.

Истинный и магнитный азимуты вычисляют по формулам, пользуясь данными о сближении меридианов и склонении магнитной стрелки или по графику взаимного расположения меридианов.

$$A = \alpha + \gamma ,$$

$$A_m = \alpha - (\delta - \gamma) .$$

где γ - сближение меридианов,

δ - склонение магнитной стрелки.

При вычислении A и A_m по формулам учитываются знаки δ и γ .
 Азимут истинный $A = 238^0 + (-0^035\text{'}\text{'}) = 237^0 25\text{'}$.
 Азимут магнитный $A_m = 238^0 - (0^045\text{'}\text{'} - (-0^0 35\text{'}\text{'})) = 236^0 40\text{'}$.
 Контроль вычисления A и A_m выполняют с помощью графика взаимного расположения меридианов (рис. 1.2).

Схема взаимного расположения меридианов

Из схемы видно, что $A_m = \alpha - (-0^0 35\text{'}\text{'} + 0^0 45\text{'}\text{'})$.

Для определения магнитного азимута на текущий год необходимо учесть годовое изменение склонения магнитной стрелки $\Delta\alpha = +2'$

$$2\text{'}\text{'} \cdot 34 \text{ года} = 68\text{'}\text{'} = 1^0 08\text{'}\text{'}; \quad \delta = 0^0 45\text{'}\text{'} + 1^0 08\text{'}\text{'} = 1^0 53\text{'}\text{'}$$

$$\text{На 1993 год } A_m = 238^0 - (0^0 35\text{'}\text{'} + 1^0 53\text{'}\text{'}) = 238^0 - 2^0 28\text{'}\text{'} = 235^0 32\text{'}\text{'}$$

1.6 Определение отметок точек и превышений

Отметки точек на карте определяют по горизонталям. если точка находится на горизонтали, то ее отметка равна отметке этой горизонтали. Точки I находится на горизонтали с отметкой 187,5 м. Следовательно, $H_I = 187,5 \text{ м}$ (рис. 1.3).

Если точка находится между горизонталями, то ее отметка определяется по формуле $H = H_0 + h'$

где H_0 - отметка ближайшей к точке горизонтали,

h' - превышение между точкой и горизонталью H_0 .

Превышение h' может быть как положительным, так и отрицательным. Зная, что высота между горизонталями изменяется пропорционально заложению, h' определяют по формуле: $h' = \frac{h \cdot v}{a}$,

где h – высота сечения рельефа,

a - расстояние между горизонталями (заложение),

v – расстояние от точки до ближайшей горизонтали H_0 .

Пример: Определить отметку H точки 2.

$$h = 2,5\text{ м} , v = \frac{I}{2}a , h' = \frac{2,5}{2} = 1,25\text{ м} ,$$

$$H_0 = 190,0 , H_2 = H_0 + h' = 190,0\text{ м} + 1,25\text{ м} = 191,2\text{ м} .$$

Привышение между двумя точками (точки I и 2) находят как разность отметок этих точек

$$h_{1-2} = H_2 - H_1 ,$$

$$H_I = 187,5\text{ м} , H_2 = 191,2\text{ м} ,$$

$$h_{1-2} = 191,2\text{ м} - 187,5 = +3,7\text{ м} .$$

Рис. 1.3. Определение отметок точек

1.7. Построение профиля местности по заданному направлению

Профиль по заданному направлению строят по отметкам точек, расположенных на этой линии. Горизонтальный масштаб 1:10 000 (равен масштабу карты), вертикальный – 1:1 000. Пример: Построить профиль по линии 3 – 4 (рис. 1.4.). (Сплошные горизонталы проведены через 2,5 м).

Для построения профиля на миллиметровой бумаге проводят прямую АВ – основание профиля (рис. 1.5), на которую переносят все точки пересечения (а,в,с...) заданного направления с горизонталями карты, и подписывают их отметки. Основанию профиля дают условную отметку H_0 , которая должна быть меньше минимальных отметок точек линии на 15 – 30 м. В примере $H_0 = 170,0$ м). К основанию профиля в отмеченных точках проводят пунктиром перпендикуляры, на которых откладывают в данном

вертикальном масштабе (1:1000) значения отметок. Полученные точки соединяют отрезками прямых линий.

Шкала отметок в вертикальном масштабе

Рис. 1.5. Профиль по заданному направлению

1.8. Определение крутизны ската

Крутизна ската ν^0 определяют по графику заложений (рис. 1.6.). Для этого измерителем берут заложение «а» (в примере по направлению СД), которое затем откладывают на графике заложений вдоль его вертикальных линий. Затем по основанию графика заложений определяют угол наклона, характеризующий крутизну ската (рис. 1.6.).

$$\nu^0 = 1^0,3.$$

График заложений

Рис. 1.6. Определение крутизны ската

1.9. Проектирование линии с заданной крутизной ската

Между точками 1 и 2 (рис. 1.7.) спроектировать линию с крутизной ската не более 2^0 . Для решения этой задачи по графику заложений измерителем берут заложение, которое соответствует заданной крутизне ската $\nu^0 = 2^0$. Этим раствором циркуля из точки I засекают следующую горизонталь и получают точку «а», затем из точки «а» засекают этим же раствором циркуля следующую горизонталь, получают точку «б» и т.д.

Соединив все точки, получают линию заданного уклона.

Задание выполняют на кальке, на которую предварительно копируют участок местности с горизонталями вдоль проектируемой линии.

Рис. 1.7. Проектирование линии с заданной крутизной ската

Образец бланка

УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

кафедра геодезии и фотограмметрии

РАБОТА С ТОПОГРАФИЧЕСКОЙ КАРТОЙ

1. Расстояние между точками

$D = 4,25 \text{ см} \times 10\,000 = 425 \text{ м}$ по численному масштабу

По линейному масштабу $D = 400 \text{ м} + 25 \text{ м} = 425 \text{ м}$

2. Географические координаты точек

$$\varphi_D = 54^{\circ}19'37'' \quad \lambda_N = 54^{\circ}19'23''$$

$$\lambda_D = 14^{\circ}17'07'' \quad \lambda_N = 14^{\circ}15'32''$$

3. Прямоугольные координаты точек

$$X_D = 6022584 \text{ м}$$

$$X_N = 6022264 \text{ м}$$

$$Y_D = 453460 \text{ м}$$

$$Y_N = 451788 \text{ м}$$

4. Долгота осевого меридиана зоны

$$L_0 = 6^{\circ} \text{ & n} - 3^{\circ} = 6^{\circ} \text{ & } 3 - 3^{\circ} = 15^{\circ}$$

5. Расстояние точки от осевого меридиана зоны

$$d_D = Y_D - 500 \text{ км} = 453460 \text{ м} - 500 \text{ км} = -46540 \text{ м}$$

6. Дирекционный угол и азимуты линии (1-2)

Дирекционный угол $\alpha = 238^{\circ}$

Истинный азимут $A = 237^{\circ} 25'$

Магнитный азимут $A_m = 236^{\circ} 40'$

На 1993 г. магнитный азимут $A_m = 235^{\circ} 32'$

7. Абсолютные отметки точек

$$H_1 = 187,5 \text{ м}$$

$$H_2 = 191,2 \text{ м}$$

8. Превышение между точками

$$h = H_2 - H_1 = 191,2 \text{ м} - 187,5 \text{ м} = + 3,7 \text{ м}$$

9. профиль местности по заданной линии

10. Крутизна ската ν°

$$\nu_{\max}^{\circ} = 7^{\circ} \quad \nu_{\min}^{\circ} = 7^{\circ},5$$

11. Проектирование линии с крутизной ската не более 2°

1.10. Измерение площадей по топографическим картам полярным планиметром

полярный планиметр состоит из двух рычагов: полюсного и обводного. Обводный рычаг имеет ручку со шпилем для обвода контуров и подвижную каретку со счетным механизмом. Вместо шпиля может использоваться марка (точка, окружность), выгравированная на стеклянной пластине. полюсный рычаг на одном конце имеет груз с иглой, которая при обводе контура накалывается на бумагу и служит полюсом планиметра. На другом конце этого рычага находится шарнирная головка, которая вставляется в углубление на каретке счетного механизма и соединяет тем самым оба рычага планиметра в одно целое.

Рис. 1.8. счетный механизм планиметра

Счетный механизм планиметра (рис. 1.8.) состоит из циферблата (1) счетного колеса (2), вращающегося на оси, параллельной обводному рычагу и верньера (3). При обводе фигуры счетное колесо катится по бумаге и дает отсчет. Первую цифру отсчета берут с циферблата, одно деление которого соответствует целому обороту счетного колеса (4). Следующие две цифры отсчета берут со счетного колеса по нулевому штриху верньера 32. Четвертая цифра отсчитывается по верньеру – это номер штриха верньера, совпадающего со штрихом счетного колеса - 5. Отсчет на рис. 1.8 равен 4323. площадь, измеренную планиметром вычисляют по формуле:

$$S = C \cdot \Delta h_{cp}. \Delta n = n_2 - n_1$$

где: C - цена деления планиметра;

n_1 - отсчет по планиметру до обвода контура;

n_2 - отсчет по планиметру после обвода контура.

Образец бланка

УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

кафедра геодезии и фотограмметрии

Определение площади на топокартах планиметром							
Обвод квадрата километровой сетки топокарты				Обвод контура измеряемой площади			
Приемы	Отсчеты по планиметру		Разность отсчетов Δn		Отсчеты по планиметру		Разность отсчетов Δn
I	n_1	1102	994		n_1	0085	1184
	n_2	2096			n_2	1269	
	n_2	2096			n_2	1269	
II			993				1191
	n_3	3089			n_3	2460	
	n_3	3089			n_3	2460	
III			986				1195
	n_4	4075			n_4	3655	
$\Delta n_{cp} = 991,0$					$\Delta n_{cp} = 1190$		
Площадь квадрата 100 га					Измеряемая площадь		

		$S = C \cdot \Delta n_{cp}$ $S = 0,1009 \cdot 1190 = 120,1 \text{ га}$
Цена деления планиметра $C = \frac{100 \text{ га}}{\Delta n_{cp}} = \frac{100}{991} = 0,1009 \text{ га}$	МД -94-2	Петров

Цену деления планиметра определяют обводом квадрата координатной сетки на топографической карте масштаба 1:10 000, площадь которого известно ($P_0 = 100 \text{ га}$).

Для измерения площади устанавливают полюс планиметра вне контура так, чтобы при обводе угол между обводным и полюсным рычагами был в пределах от 30° до 150° .

Затем устанавливают обводной шпиль над выбранной начальной точкой квадрата и берут по отсчетному механизму отсчет n_1 . Обводят квадрат по часовой стрелке до исходной точки и берут отсчет n_2 .

Затем выполняют следующие обводы, не меняя положения полюса; берут отсчеты n_3 и n_4 . Отсчеты записывают в специальный бланк. Вычисляют разности отсчетов: $\Delta n_1 = n_2 - n_1$, $\Delta n_2 = n_3 - n_2$, $\Delta n_3 = n_4 - n_3$. Расхождение разностей не должно превышать 10 – 12 делений.

Находят среднее арифметическое из разностей по трем приемам:

$$\Delta n_{cp} = \frac{\Delta n_1 + \Delta n_2 + \Delta n_3}{3} = \frac{994 + 993 + 986}{3} = 992$$

цену деления планиметра вычисляют по формуле:

$$C = \frac{P_0}{\Delta n_{cp}} = \frac{100 \text{ га}}{991} = 0,1009 \text{ га}.$$

Заданную площадь по топографической карте измеряют также тремя приемами, обводя эту площадь по контуру (см. образец бланка, стр. 16).

$$S = C \cdot \Delta n_{ch} = 0,1009 \cdot 1190 = 120,12a .$$

2. РАБОТА С АЭРОФОТОСНИМКАМИ

Современные топографические карты создаются с помощью аэрофотосъемки. Аэрофотосъемка характеризуется масштабом фотографирования, фокусным расстоянием аэрофотоаппарата, высотой фотографирования, форматом кадра и рядом других характеристик, которые можно определить непосредственно по аэрофотоснимкам.

2.1. Привязка аэроснимка к топографической карте

Для выполнения задания используют аэроснимок и соответствующую карту. Привязка снимка к карте заключается в отождествлении фотоизображения контуров границ снимка с их графическим изображением на топографической карте. С этой целью рассматривают аэрофотоснимок и карту, опознавая на них идентичные объекты: населенные пункты, элементы дорожной сети, гидрография, контуры растительного покрова и т.д. Изучив изображения идентичных объектов на аэрофотоснимке и карте, с помощью штриховых наметок карандашом фиксируют на карте примерные границы снимка. Если привязка аэрофотоснимка сделана правильно, то полученная фигура должна быть близка к квадрату.

2.2. Определение масштаба аэрофотоснимка и высоты фотографирования

Масштаб аэрофотоснимка определяют по формуле:

$$1 := \frac{\ell}{L \cdot M}, \text{ отсюда знаменатель масштаба аэроснимка } m = \frac{L}{\ell} \cdot M ,$$

где: ℓ - длина отрезка на аэрофотоснимке;

L - длина этого же отрезка на топографической карте;

M - знаменатель масштаба карты;

m - знаменатель масштаба аэроснимка.

Для определения масштаба аэрофотоснимка используют два отрезка, концы которых опознают на аэрофотоснимке и карте с погрешностью не более 0,2 мм. С этой целью используют четкие контурные точки аэрофотоснимка и карты: перекрестки дорог, углы построек, углы леса и сельхозугодий.

Оба отрезка должны проходить примерно через главную точку аэроснимка, а расстояния от главной точки до концов отрезка должны быть примерно равными (допустимая разность длин не должна превышать 1 – 2 см). Главная точка «0» аэрофотоснимка находится в точке пересечения линий, соединяющих координатные метки аэрофотоаппарата, изображения которых располагаются в середине каждой из четырех сторон аэрофотоснимка (рис. 2.1.).

Рис. 2.1. Определение главной точки аэроснимка

Образец бланка

УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

кафедра геодезии и фотограмметрии

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАСШТАБА АЭРОФОТОСНИМКА

И ВЫСОТЫ ФОТОГРАФИРОВАНИЯ

Аэроснимок № 034

Лист карты У-35-38-А-в-3

Исходные данные

Масштаб карты 1:М = 1:10 000

Фокусное расстояние

аэрофотоаппарата $f = 100$ мм

$$m = \frac{L \cdot M}{\ell} \quad H = m_{cp} \cdot f$$

$$\text{допуст. } \Delta m = \frac{2 \cdot \Delta d \cdot M}{\ell_{cp}}$$

$$M = 10\,000$$

Схема расположения отрезков на аэроснимке

Измерение длины отрезков

на аэроснимке

$$\ell_1 = 178,7 \text{ мм}$$

$$\ell_2 = 148,3 \text{ мм}$$

$$m_1 = 10926$$

на карте

$$L_1 = 195,2 \text{ мм}$$

$$L_2 = 217,0 \text{ мм}$$

$$m_2 = 10943$$

$$\Delta m = m_1 - m_2 = 17$$

$$\text{доп. } \Delta m = 280$$

$$m_{cp} = 10934$$

Высота фотографирования

$$H = 1093 \text{ м}$$

Преподаватель

МД-94-1

Иванов

Опознав выбранные точки аэрофотоснимка на топографической карте, измеряют отрезок с помощью измерителя и линейки. Вычисления выполняют в бланке (стр. 19). Разность знаменателей масштаба Δm аэрофотоснимка, полученная из определений по двум отрезкам, не должна превышать величины:

$$\text{допустимая } \Delta m = \frac{2\Delta d \cdot M}{\ell_{cp}}, \quad \Delta m = m_2 - m_1$$

где: Δd - допустимая ошибка положения контуров на топографической карте ($\Delta d = \pm 1 \text{ мм}$).

В качестве окончательного значения знаменателя масштаба аэрофотоснимка принимают его среднее значение из двух определений:

$$m_{cp} = (m_1 + m_2) : 2 .$$

Высоту фотографирования определяют по формуле:

$$H = f \cdot \frac{L \cdot M}{\ell} \quad \text{или} \quad H = f \cdot m_{cp} ,$$

где f - фокусное расстояние аэрофотоаппарата, которым была выполнена аэрофотосъемка.

Фокусное расстояние задается преподавателям.

Высоту фотографирования вычисляют в метрах.

3. СОСТАВЛЕНИЕ ТОПОГРАФИЧЕСКОГО ПЛАНА

По данным топографической съемки необходимо составить топографический план местности в масштабе 1:2000 с высотой сечения рельефа 1 м.

Составление плана выполняют в такой последовательности:

построение координатной сетки;

нанесение точек съемочного обоснования по координатам;

нанесение ситуации, точек рельефа на план и проведение горизонталей;

вычерчивание топографического плана.

3.1. Построение координатной сетки

Координатную сетку строят на листе чертежной бумаги размером 289 x 210 мм (формат А 4). Стороны координатной сетки принимают равными 5 x 5 см.

Для построения сетки на листе бумаги карандашом проводят диагонали (относительно углов листа). Из точки пересечения диагоналей откладывают на них циркулем-измерителем 4 равных отрезка (полудиагонали) длиной 12 – 13 см (рис. 3.1.), получают точки а,б,в,г. Соединив эти точки на диагоналях, получают стороны вспомогательного прямоугольника а,б,в,г, на которых, начиная от точки г, измерителем откладывают равные отрезки (по 5 см) – стороны сетки квадратов. Общий размер сетки 20 см по оси X, 15 см – по оси У.

Правильность построения координатной сетки контролируют путем измерения циркулем-измерителем диагоналей всех квадратов сетки. Ошибки в длинах диагоналей не должны превышать 0,2 – 0,3 мм. После контроля все вспомогательные построения (на рис. 3.1. показаны пунктиром) убирают.

3.2. Нанесение точек съемочного обоснования по координатам

Для нанесения точек съемочного обоснования по координатам сетку координат оцифровывают через 100 метров. За начало координат принимают юго-западный угол рамки. Координаты юго-западного угла сетки выбирают

так, чтобы точки съемочного обоснования разместились примерно в середине сетки. От юго-западного угла к северу подписывают абсциссы X , к востоку – ординаты Y .

Координаты, высоты точек съемочного обоснования и горизонтальные проложения приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1.

Номера точек	Координаты		Высоты, м	Горизонт. проложен., м
	X	Y		
1	5319,8	2490,0	148,2	
				169,2
2	5488,8	2481,6	156,6	
				155,8
3	5469,6	2636,3	154,7	
				159,2
4	5311,2	2619,8	146,5	
				130,1

в примере координаты юго-западного угла удобно взять равными $X = 5,2$ км, $Y = 2,4$ км (рис. 3.4). Нанесение каждой точки съемочного обоснования производят с помощью циркуля – измерителя и масштабной линейки. Вначале определяют, в каком квадрате располагается данная точка. Затем значение абсциссы циркулем-измерителем откладывают по обеим сторонам квадрата, наколы соединяют тонкой прямой линией. На этой линии откладывают значение ординаты Y . Делают накол, полученную точку обводят условным знаком (кружочком), рядом слева подписывают номер точки, справа отметку до 0,1 м. Накладку точек съемочного обоснования обязательно контролируют. Для этого значение горизонтального проложения

между двумя точками циркулем - измерителем берут по масштабной линейке и сравнивают с расстоянием между соответствующими точками на плане. Расхождение между этими величинами допускается 0,2 мм на плане (рис. 3.4.).

3.3. Нанесение ситуации, точек рельефа и проведение горизонталей

Ситуацию наносят на план по данным полевых измерений и абрисов (рис. 3.2 табл. 3.2).

Съемочные пикеты, снятые полярным способом, наносят на план по горизонтальному углу и горизонтальному проложению. Горизонтальные углы откладывают при помощи кругового транспортира от начального направления по ходу часовой стрелки, а горизонтальное проложение по линейке или циркулем-измерителем в заданном масштабе. Полученную точку обводят кружочком, рядом подписывают номер и отметку. Руководствуясь абрисом и записями, сделанными в примечании, вычерчивают условными знаками элементы ситуации. Виды угодий пока обозначают надписями (рис. 3.2.).

Нанесение съемочных пикетов, снятых на местности способом прямоугольных координат (перпендикуляров), производят с помощью линейки и треугольника, откладывая по линейке расстояния, указанные в абрисе, вдоль начального направления и перпендикулярно к нему в масштабе 1:2000 (рис. 3.2 а., начальное направление линия 3 – 4).

Рис. 3.2. а) Съемка способом перпендикуляров

Таблица 3.2

Исходные данные к составлению
топографического плана
станция 1 $H_1 = 148,2$
начальное направление на т.2

Пикет	Гориз. угол °	Гориз. пролож.	Высоты Н, м	Примечание
1	350	20,0	150,0	гран. пашни
2	5	92,0	155,0	гран. пашни
3	27	64,5	153,2	шосс. дор.
4	44	94,0	153,7	шосс. дорога (шир. 5 м, гравий)
5	53	52,6	151,5	точка рельефа
6	355	70,0	154,0	столб ЛЭП

Проводят горизонтالي по отметкам точек с высотой сечения 1 м путем линейного интерполирования отметок по линии ската. в результате интерполирования находят на плане точки, отметки которых кратны принятому сечению. (На рис. 3.3 проведены горизонтали и отметками 154 и 153 м).

Рис. 3.3. Проведение горизонталей: а) графическим
интерполированием, б) с помощью палетки

Горизонтали можно провести с помощью палетки. Для изготовления палетки берут восковку размером примерно 7 x7 см. На восковке проводят

ряд параллельных линий через равные интервалы (0,5 см или 1,0 см), подписывают их значениями отметок через 1 метр, начиная с минимальной отметки (например 151, 152 и т.д. (рис. 3,3 б). Затем палетку накладывают на 2 соседние А и Б точки на плане таким образом, чтобы эти точки заняли на палетке соответствующее положение по высоте (152,4 и 154,4). Направление линии АБ пересекает линии палетки в точке «а» с отметкой 153 м, в точке «б» с отметкой 154 м. Точки «а» и «б» перекалывают на план и подписывают их отметки. Таким же образом находят положение горизонталей между другими точками на плане. Соединяя точки с одинаковыми отметками плавными линиями, проводят горизонтали.

3.4. Вычерчивание топографического плана

План оформляют в соответствии с «Условными знаками для топографических планов масштабов 1:5 000, 1:2 000, 1:1 000, 1:500».

Вычерчивают план в следующей последовательности:

пункты съёмочного обоснования;

здания, постройки, отдельные местные предметы;

дороги, линии электропередач, просеки, границы контуров и другие элементы линейной протяженности;

надписи объектов и отметки высотных точек.

Вычерчивают горизонтали, выделяют утолщенные горизонтали краткие 5 метрам, размещают надписи горизонталей;

почвенно-растительный покров (условные знаки угодий, лес, луг и пр.);

рамку и зарамочное оформление.

Топографический план вычерчивают в карандаше.

Образец топографического плана приведен на рис. 3.4.

Рис. 3.4. Вычерчивание топографического плана

4. ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ НИВЕЛИРОВАНИЕ ТРАССЫ

Трассой называют ось проектируемого линейного сооружения: дороги, канала, трубопровода и др. Профиль трассы является основным графическим, по которому выполняется проектирование высотного положения будущего инженерного сооружения. Строят профиль по результатам технического нивелирования пикетов, закрепленных на трассе через 100 м, промежуточных точек и поперечников.

4.1. Обработка результатов нивелирования

По результатам технического нивелирования по пикетажу трассы (рис. 4.1.) разбитой между пикетами 0 и 6 с известными отметками ($H_0 = 127,410$ м, $H_6 = 133,446$ м), получены превышения $h_{изм.}$, которые выписаны в специальную ведомость вычисления отметок в графу 2 (табл. 4.1., стр. 29).

Сначала вычисляют невязку нивелирного хода f_h и допустимое значение невязки доп. f_h по формулам:

$$f_h = \sum h_{изм.} - (H_6 - H_0),$$

доп. $f_h = 50 \text{ мм} \sqrt{L_{км}}$, где: f_h - полученная невязка нивелирного хода, $\sqrt{h_{изм.}}$ - сумма измеренных превышений по всему нивелирному ходу H_6 - отметка конечного пикета (ПК 6), H_0 - отметка начального пикета (ПК 0), L - длина хода в км (0 . 6 км.).

$$f_h = + 6016 - (133,446 - 127,410) = 6016 - 6036 = - 20 \text{ мм};$$

$$\text{доп. } f_h = 50 \text{ мм} \sqrt{0,6_{км}} = 40 \text{ мм} .$$

Если полученная невязка меньше допустимой, то ее распределяют с обратным знаком на все измеренные превышения, для чего находим поправки δ_h к превышениям ($h_{изм.}$).

$$\delta_h = -\frac{f_h}{n}, \text{ где } n - \text{число превышений.}$$

Поправки округляют до целых миллиметров, распределяют так, чтобы сумма поправок была равна невязке с обратным знаком. В примере $\delta_h = -(-\frac{20\text{мм}}{9}) = +2\text{мм}$ (и остаток 2 мм). Остаток 2 мм распределяют еще по 1 мм на 2 превышения. Таким образом, в нашем примере два превышения получили поправку по 3 мм, а семь превышение – по 2 мм.

$$\text{Контроль: } \sum \delta_h \cdot 7 + 3\text{мм} \cdot 2 = +20\text{мм}$$

Поправки выписывают в графу 2 над значениями $h_{\text{изм.}}$. В графу 3 записывают исправленные превышения ($h_{\text{испр.}}$), которые вычисляют по формуле.

$$h_{\text{испр.}} = h_{\text{изм.}} + \delta_h = +8800 + 2 = +0802; -2100 + 2 = -2098 \text{ и т.д.}$$

$$\text{Контроль: } \sum h_{\text{испр.}} = H_6 - H_0$$

Рис. 4.1. Схема нивелирного хода

Далее вычисляют отметки пикетов плюсовых точек оси трассы, отметки поперечного профиля.

Отметки пикетов и плюсовых точек трассы вычисляют по формуле;

$$H_n = H_{n-1} + h_{\text{испр.}} ,$$

где: H_n -отметка определяемого пикета

H_{n-1} - отметка предыдущего пикета

$h_{\text{испр.}}$ - исправленное превышение между предыдущим и определяемым пикетами.

В нашем примере:

$$H_1 = H_0 + h_{\text{испр.}} = 127,410 + 0,802 = 128,212 ,$$

$$H_2 = H_1 + h_{\text{испр.}} = 128,212 - 2,098 = 126,114 .$$

Контролем правильности вычисления отметок является полученная в результате вычисления отметка конечного пикета (ПК 6), ($H_6 = 133,446$ м). Отметки всех точек записывают в графу 4 используя полученные отметки пикетов оси трассы, вычисляют отметки точек поперечника.

В ведомости вычисления отметок нивелирного хода выписаны превышения между пикетом 5 и точками поперечного профиля.

Отметки точек поперечного профиля вычисляют по формуле:

$$H_1 = H_5 + h_i,$$

где: H_1 - отметка определяемой точки;

H_5 - отметка пикета 5;

h_i - превышение между ПК 5 и точкой поперечного профиля.

Таблица 4.1.

Ведомость вычисления отметок

Номер точек	Превышения, мм		Отметки Н м
	$h_{изм.}$	$h_{испр.}$	
1	2	3	4
ПК 0	+2		127,410
	+0800	+0802	
ПК 1	+2		128,212
	- 2100	- 2098	
ПК 1+ 40	+ 2		126,114
	- 0190	- 0188	
ПК 2	+2		127,618
	+2412	+ 2414	
X	+ 2		130.032
	+ 1408	+ 1410	

ПК 3	+ 2		131,442
	+ 2598	+ 2600	
ПК 4	+ 3		134,042
	- 1202	- 1199	
ПК 5	+ 3		132,843
	+ 0600	+ 0603	
ПК 6			133,446
Σh	+ 6016	+ 6036	$H_6 - H_0 = +6036$

Поперечный профиль

Номер точек	Превышения $h_{испр.}$	Отметка H_m
ПК 5	+0810	132,843
Л + 5	- 1588	133,653
Л + 10	- 1342	131,255
П + 10		131,501

В примере: $H_{Л+5} = 132 \cdot 843 + 0,810 = 133,653 м$

$H_{Л+10} = 132 \cdot 843 - 1,588 = 131,255 м$

$H_{Л+10} = 132 \cdot 843 - 1,342 = 131,501 м$

Вычисленные отметки записывают в ведомость в графу «отметки» против соответствующей точки.

4.2. Построение профиля

По вычисленным отметкам пикетов и промежуточных точек на миллиметровой бумаге строят продольный профиль трассы и профиль поперечника. Профили строят в масштабах:

Продольный профиль:

горизонтальный масштаб 1:2 000;

вертикальный масштаб 1:200;

Поперечный профиль:

горизонтальный масштаб 1:200;

вертикальный масштаб 1:200;

На листе миллиметровой бумаги размером 400 x 400 мм вычерчивают сетку профиля. Названия граф и размеры их в миллиметрах показаны на рис. 4.2.

В графе «расстояния» отмечают положение пикетов (через 5 см) и плюсовых точек в заданном масштабе. Между пикетами и плюсовыми точками выписывают расстояния. Икс – точки не строят. Ниже этой графы подписывают номера пикетов.

В графе «фактические отметки» выписывают из ведомости нивелирного хода отметки пикетов и плюсовых точек с округлением до 0,01 м.

Выбирают и подписывают отметку условного горизонта профиля, которая должна быть на 5 – 8 метров меньше самой низкой отметки по трассе. (В примере минимальная отметка ПК 1 + 60 $H = 125,93$, следовательно отметку условного горизонта можно взять 120,0 м).

От линии условного горизонта на перпендикулярах, проведенных пунктирными линиями через точки трассы, откладывают отметки точек в масштабе 1:200. Полученные точки последовательно соединяют прямыми линиями, в результате чего получают продольный профиль местности по оси трассы.

Над продольным профилем строят сетку для поперечного профиля. Заполняют графи «расстояния» и «фактические отметки» так же, как и при построении продольного профиля. Под сеткой подписывают пикетажные обозначения точек поперечника (рис. 4.2.).

Выбрав условный горизонт, по вычисленным отметкам строят положение точек поперечника и, соединив эти точки, получают поперечный профиль местности.

4.3. Проектирование по профилю

Вдоль продольного профиля проектируют положение оси будущего инженерного сооружения. Проектную линию намечают графически с учетом следующих требований:

проектную отметку нулевого пикета принимают равной фактической отметке этого пикета;

уклоны отдельных участков проектной линии не должны превышать 0,050;

шаг проектирования (длину отдельного участка) принимают от 200 м до 600 м;

объем земляных работ должен быть минимальным, а объемы насыпей и выемок должны быть примерно одинаковыми, т.е. на профиле должно соблюдаться примерное равенство площадей насыпей и выемок;

изменение уклона проектной линии производят на пикетах или плюсовых точках.

На рис. 4.2. проектная отметка ПК 0 равна фактической отметке (127,41). Намечено три участка проектной линии с разными уклонами. Длина каждого участка 200 м. Вычисляют уклон участка проектной линии по формуле:

$$i = \frac{h}{D} = \frac{H_{кон.} - H_{нач.}}{D},$$

где: i - уклон участка проектной линии,

h - превышение участка проектной линии,

D - горизонтальной проложение участка проектной линии,

$H_{нач.}$ - проектная отметка начального пикета участка проектной линии,

$H_{кон.}$ - проектная отметка конечного пикета участка проектной линии.

В примере уклоны равны:

$$i_1 = \frac{H_2 - H_0}{200} = \frac{127,62 - 127,41}{200} = \frac{0,21}{200} = 0,001 ,$$

$$i_2 = \frac{H_4 - H_2}{200} = \frac{134,04 - 127,61}{200} = \frac{6,43}{200} = 0,032 ,$$

$$i_3 = \frac{H_6 - H_4}{200} = \frac{133,45 - 134,01}{200} = \frac{-0,64}{200} = -0,003 .$$

Полученные уклоны округляют до 0,001 и выписывают в графу «Проектные уклоны» над диагональю. Под диагональю выписывают горизонтальное проложение участка с данным уклоном. Направление диагонали показывает знак уклона:

- уклон положительный;
- уклон отрицательный;
- уклон нулевой (горизонтальный участок).

Вычисляют проектные отметки точек продольного профиля по формуле:

$$H_{n+1} = H_n + i \cdot d ,$$

где: H_{n+1} - проектная отметка определяемой точки,

H_n - проектная отметка предыдущей точки,

i - уклон данного участка,

d - горизонтальное проложение между соответствующими точками.

В примере

$$H_1 = H_0 + i \cdot d = 127,41 + 0.001 \cdot 100 = 127,51 \text{ м}$$

$$H_{1+40} = H_1 + i \cdot d = 127,51 + 0.001 \cdot 40 = 127,55 \text{ м}$$

$$H_{1+60} = H_1 + i \cdot d = 127,51 + 0.001 \cdot 60 = 127,57 \text{ м}$$

$$H_2 = H_1 + i \cdot d = 127,51 + 0.001 \cdot 100 = 127,61 \text{ м}$$

Полученные проектные отметки выписывают в графу «Проектные отметки». Таким же образом вычисляют проектные отметки для второго участка.

$$H_3 = H_2 + i \cdot d = 127,61 + 0.032 \cdot 100 = 127,61 + 3,20 = 130,81 \text{ и т.д.}$$

Контролем вычислений служат проектные отметки концов участка проектной линии (ПК 2, ПК 4, ПК 6).

Вычисляют рабочие отметки по формуле

$$H_{\text{раб.}} = H_{\text{проект.}} - H_{\text{фактич.}}$$

$$H_{\text{раб.}} = 127,51 - 128,21 = -0,70 \text{ и т.д.}$$

Рабочие отметки выписывают около проектной линии: положительные (высота насыпи) – выше линии, отрицательные (глубина выемки) – ниже проектной линии.

На поперечном профиле по вычислено проектной отметке пикета 5 ($H_5 = 133,71$) от которого был разбит поперечник, наносят положение проектной линии. Ее проводят горизонтально по 6 метров влево и вправо от оси трассы. Показывают кюветы, (если линия идет в выемке) и откосы (если линия идет по насыпи). Уклон откосов и бортов канав 45° . Ширина дна кюветов 0,6 м., глубина 1 м.

Над проектной линией выписывают ее отметку (в примере 133,71).

Все проектные данные – проектные линии, уклоны, проектные отметки, рабочие отметки вычерчивают на профиле красным цветом.

Слева над продольным профилем вычерчивают штамп. (Размеры произвольные рис. 4.2).

5. РАБОТА С ГЕОДЕЗИЧЕСКИМИ ПРИБОРАМИ

Работа с геодезическими приборами включает измерение горизонтальных углов, вертикальных углов, расстояний теодолитом (рис. 5.1) и измерение превышений нивелиром (рис. 5.5.).

Для выполнения измерений теодолит или нивелир приводят в рабочее положение – горизонтируют и фиксируют. Для горизонтирования теодолита поворотом алидады (8) устанавливают уровень (13) по направлению двух подъемных винтов прибора (5). Вращая эти винты в разные стороны выводят пузырек уровня на середину (в нольпункт). Открепив алидаду, поворачивают ее на 90° , устанавливая уровень по направлению третьего подъемного винта. Вращением этого винта приводят пузырек уровня на середину. Затем вращением диоптрийного кольца (14) устанавливают резкое изображение сетки нитей (рис. 5.3).

5.1. Измерение горизонтальных и вертикальных углов

Устанавливают теодолит в вершине угла, горизонтируют его, вращением алидады (9) и трубы (10) при положении вертикального круга слева (КЛ) наводят ее с помощью визира (3) на левую визирную цель (рис. 5.2), устанавливают ее резкое изображение с помощью кремальеры (12).

Рис. 5.2. Расположение марок при измерении горизонтальных углов

Рис. 5.3. Сетка нитей теодолита

Далее наводящими винтами алидады (9) и трубы (11) точно совмещают центр сетки нитей с визирной целью и с помощью микроскопа (1) берут отсчеты по горизонтальному и вертикальному кругам и записывают в журнал (Табл. 5.1.), затем поворачивают алидаду, наводят сетку нитей на правую визирную цель и также берут и записывают отсчеты по кругам теодолита. Выполненные действия при «круге лево» (КЛ) составляют первый полуприем. Второй полуприем выполняют при «круге право» (КП), для чего трубу переводят через зенит и далее действуют аналогично первому полуприему (КЛ). Порядок записи результатов измерений показан в журнале цифрами с ① по 8 .

Значение горизонтального угла получают дважды:

$$1 \text{ полуприем КЛ } \beta_{\text{л}} = 95^{\circ}30' - 48^{\circ}25' = 47^{\circ}05' \quad \textcircled{9}$$

$$2 \text{ полуприем КП } \beta_{\text{п}} = 275^{\circ}30' - 228^{\circ}26' = 47^{\circ}04' \quad \textcircled{10}$$

Допустимое расхождение угла КЛ – КП не должно превышать $2''$. За окончательное значение угла принимается его средняя величина

$$\beta_{\text{ср}} = (\beta_{\text{л}} + \beta_{\text{п}}) : 2 = 47^{\circ}04'.5 \quad \textcircled{11}$$

Вертикальные углы вычисляют по формуле $\nu = \text{КЛ} - \text{МО}$

$\text{МО} = (\text{КЛ} + \text{КП} - 180^{\circ}) : 2$, где КЛ и КП отсчеты по вертикальному кругу теодолита, МО – место нуля вертикального круга.

$$\text{МО} = (16^{\circ}32' + 163^{\circ}27' - 180^{\circ}) : 2 = -0^{\circ}1.5 \quad \textcircled{12}$$

$$\nu = 16^{\circ}32' - (-0^{\circ}1.5) = 16^{\circ}32'.5 \quad \textcircled{14}$$

Таблица 5.1.

ЖУРНАЛ ИЗМЕРЕНИЯ УГЛОВ И ДЛИН ЛИНИЙ

Дата 4 декабря

исполнитель Иванов С. И.

Точки стояния	Круг	Точки визирования	Горизонтальный круг		
			Отсчет 0 0	Измеренный угол 0 0	Средний угол 0 0
1	2	3	4	5	6
В	КЛ	Д	48 25 (1)	(9) 47 05	(11) 47 04,5
		С	95 30 (3)		
	КП	Д	228 26 (5)	(10) 47 05	
		С	275 30 (7)		

Точки		Круг	Вертикальный круг			Длина линий
Стояния	Визирования		Отсчет	Место нуля	Угол наклона	Измеренн. Гориз. прол.
7	8	9	10	11	12	13
В	Д	КЛ	16 32 (2)	- 0 4,5 (12)	(14)	17,6 (16)
		КП	163 27 (6)		16 32,5	
В	С	КЛ	351 18 (4)	+ 0,5 (13)	(15)	
		КП	188 43 (8)		-8 42,5	
		КЛ				

5.2. Измерение расстояний нитяным дальномером

Измерение расстояний нитяным дальномером производят по рейке с сантиметровыми шашечными делениями (рис. 5.4), для чего труба теодолита наводят на рейку и наводящим винтом трубы (11) совмещают верхнюю дальномерную нить сетки нитей с ближайшим целым дециметровым делением рейки (например 10 дц.). Затем берут отсчет n_2 по нижней нити с точностью до 1 мм.

На рис. 5.4 $n_1 = 1000$ мм

$n_2 = 1176$ мм

Измеренное расстояние $S = K (n_1 - n_2)$, где K – коэффициент
дальномера. $K = 100$

$$S = 100 (1176 - 1000) = 17,6 \text{ м}$$

Результат записывают в графу 13 журнала (табл. 5.1). (16)

5.3. Измерение превышений

Нивелир (рис. 5.5) приводят в рабочее положение – горизонтируют, приводя на середину пузыря круглого уровня (7) подъемными винтами (11), фокусируют сетку нитей (1). Затем наводят трубу на заднюю рейку, добиваются ее резкого изображения с помощью кремальеры (5). Элевационным винтом (8) приводят пузырек цилиндрического уровня (9) на середину, берут отсчет по черной стороне рейки средней горизонтальной нитью до 1 мм (рис. 5.6), затем – по красной стороне рейки. Отсчеты записывают в графу 3 журнала ((1) (2) табл. 5.2). Затем рейку устанавливают на переднюю точку и действуя аналогично, берут отсчеты по черной и красной сторонам передней рейки (3) и (4), записывая их в графу 4 журнала.

Превышение вычисляют по формуле $h = a - в$

где : a - отсчет по задней рейке,

$в$ – отсчет по передней рейке.

Превышение вычисляют дважды: по черным и красным сторонам рейки

$$h_ч = 1171 - 1793 = - 622 \quad (5)$$

$$h_к = 5854 - 6478 = - 624 \quad (6) \quad h_ч - h_к = 2 \text{ мм}$$

Расхождение между $h_ч$ и $h_к$ не должно превышать 5 мм. В графе 7 вычисляют среднее превышение (7)

$$h_{ср.} = (h_ч + h_к) : 2 = - 623 \text{ мм.}$$

Рис. 5.5. Основные части нивелира Н-3

1 – диоптрийное кольцо; 2 – зрительная труба; 3 – визир; 4 – объектив; 5 – кремальера; 6 – наводящий вид; 7 – круглый уровень; 8 – элевационный винт; 9 – цилиндрический уровень; 10 – закрепительный винт; 11 – подъемный винт; 12 – подставка.

Рис. 5.6. Поле зрения зрительной трубы нивелира

Таблица 5.2

Журнал нивелирования

№№ стан-ций	Номер точек наблюдений	Отсчеты по рейкам, мм			Превышения, мм	
		Задней а	Передний в	Промежу- точный	Вычислен- ный	Средние
1	2	3	4	5	6	7
	1	1171 (1)				
1		5854 (2)			- 622 (5)	
	2		1793 (3)			- 623 (7)
			6478 (4)		- 624 (6)	



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому
комплексу
С.А. Упоров

Е.А.Акулова

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «Основы геодезии и топографии»

для студентов очного и заочного обучения

направления подготовки (специальности)

21.05.02 Прикладная геология

(уровень специалитета)

Одобрена на заседании кафедры

Геодезии и кадастров
(название кафедры)

Зав. кафедрой

Акулова Е.А.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 4 от 20.03.2020

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики
(название факультета)

Председатель

д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020

(Дата)

Екатеринбург, 2020 г

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»
(ФГБОУ ВО «УГГУ»)

Е.А.Акулова

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО
ДИСЦИПЛИНЕ «**Основы геодезии и топографии**»

для студентов очного и заочного обучения

направления подготовки (специальности)
21.05.02 Прикладная геология
уровень специалитета

	Стр.
1. Общие положения	3
2. Требования к уровню освоения образовательной программы.....	4
3. Внутренние факторы, способствующие активизации самостоятельной работы	6
4. Виды самостоятельной работы	7
5. Организация СРС.....	9
6. Деятельность студентов по формированию и развитию навыков учебной самостоятельной работы.....	19
7. Требования к учебно-методическому обеспечению самостоятельной работы студентов.....	28
8. Самостоятельная работа студента - необходимое звено становления исследователя и специалиста.....	31
Список используемой литературы.....	34

1. Общие положения

Самостоятельная работа студентов в ВУЗе является важным видом учебной и научной деятельности студента. Самостоятельная работа студентов играет значительную роль в

рейтинговой технологии обучения. Государственным стандартом предусматривается, как правило, 50% часов из общей трудоемкости дисциплины на самостоятельную работу студентов (далее СРС). В связи с этим, обучение в ВУЗе включает в себя две, практически одинаковые по объему и взаимовлиянию части – процесса обучения и процесса самообучения. Поэтому СРС должна стать эффективной и целенаправленной работой студента.

Самостоятельная работа студентов - это любая деятельность, связанная с воспитанием мышления будущего профессионала. Любой вид занятий, создающий условия для зарождения самостоятельной мысли, познавательной активности студента связан с самостоятельной работой. В широком смысле под самостоятельной работой следует понимать совокупность всей самостоятельной деятельности студентов как в учебной аудитории, так и вне её, в контакте с преподавателем и в его отсутствии.

Самостоятельная работа студентов – это средство вовлечения студента в самостоятельную познавательную деятельность, формирующую у него психологическую потребность в систематическом самообразовании.

Сущность самостоятельной работы студентов как специфической педагогической конструкции определяется особенностями поставленных в ней учебно-познавательных задач. Следовательно, самостоятельная работа – это не просто самостоятельная деятельность по усвоению учебного материала, а особая система условий обучения, организуемых преподавателем.

Основные задачи самостоятельной работы:

- развитие и привитие навыков студентам самостоятельной учебной работы и формирование потребностей в самообразовании;
- освоение содержания дисциплины в рамках тем, выносимых на самостоятельное изучение студента;
- осознание, углубление содержания и основных положений курса в ходе конспектирования материала на лекциях, отработки в ходе подготовки к семинарским и практическим занятиям;
- использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий, при написании курсовых и дипломной работ, для эффективной подготовки к итоговым зачетам и экзаменам.

Активная самостоятельная работа студентов возможна только при наличии серьезной и устойчивой мотивации. Самый сильный мотивирующий фактор - подготовка к дальнейшей эффективной профессиональной деятельности.

2. Требования к уровню освоения образовательной программы

Объектом профессиональной деятельности выпускника по направлению подготовки бакалавриата 21.03.02 «Землеустройство и кадастры» являются земельные ресурсы, используемые в различных отраслях народного хозяйства, их распределение по категориям земель, землевладениям и землепользованиям, правовой режим землепользования, количественная и качественная характеристики, управление и контроль за их состоянием и использованием, а также объекты недвижимости, включая земельные участки, находящиеся в границах городов и других поселений, их правовой статус, регистрация, оценка, контроль использования; городская среда; кадастровые информационные системы; проектно-техническая документация.

Выпускник по направлению подготовки бакалавриата 21.03.02 «Землеустройство и кадастры» должен знать:

- методы проектирования и проведения технико-экономических расчетов; принципы землеустройства, земельного кадастра и городского кадастра; технологии проектирования; постановления, распоряжения, приказы вышестоящих и других органов;
- методические и нормативные материалы по землеустройству, земельному кадастру и городскому кадастру;
- стандарты, технические условия и другие руководящие материалы по разработке и оформлению проектно-сметной документации; технические средства проектирования в землеустройстве, земельном и городском кадастрах, основы патентования;
- передовой отечественный и зарубежный опыт землеустройства, земельного и городского кадастров;
- технические, экономические, экологические и социальные требования к проектам (схемам) землеустройства и автоматизированным системам земельного и городского кадастров;
- законы, указы, постановления, приказы, методические и нормативные материалы по вопросам землеустройства организации государственного земельного и городского

кадастров и автоматизированных кадастровых систем; перспективы их развития; организацию экономического планирования и оперативного регулирования производства;

— структуру проектных предприятий и кадастровых организаций, производственные и функциональные связи между его подразделениями;

— задачи и содержание земельно-кадастровых систем; порядок разработки системы государственного земельного и городского кадастров; прогнозов, планов, схем и проектов землеустройства, технических и рабочих проектов;

— экономико-математические и статистические методы и модели;

— средства вычислительной техники, коммуникаций и связи; порядок постановки задач, их алгоритмизации;

— методы определения экономической эффективности землеустройства; внедрения кадастровых систем и технологий;

— стандарты унифицированной системы проектной и кадастровой документации;

— порядок разработки и оформления технической документации;

— основы экономики, организации производства, труда и управления в землеустройстве и земельном кадастре, основы трудового законодательства, правила и нормы охраны труда.

Государственным образовательным стандартом предусмотрено 8640 часов теоретического обучения (240 з.е).

Срок освоения основной образовательной программы подготовки выпускника при очной форме обучения составляет 208 недель, в том числе: теоретическое обучение, включая научно-исследовательскую работу студентов, практикумы, в том числе лабораторные - 177 недель; экзаменационные сессии 23 недели; практики: 30 недель; итоговая государственная аттестация, включая подготовку и защиту выпускной квалификационной работы (проекта) 6 недель; каникулы (включая 8 недель последиplomного отпуска) 31 неделя.

Максимальный объем учебной нагрузки студента устанавливается 54 часа в неделю, включая все виды его аудиторной и внеаудиторной (самостоятельной) учебной работы.

Объем аудиторных занятий студента при очной форме обучения не должен превышать в среднем за период теоретического обучения 24 часов в неделю. При этом в указанный объем не входят обязательные практические занятия по физической культуре и занятия по

факультативным дисциплинам. При очно-заочной (вечерней) форме обучения объем аудиторных занятий должен быть не менее 10 часов в неделю.

Следует заметить, что самостоятельная работа в пределах теоретического обучения составляет 4150 часов. Учебные практики составляют 16 недель, из расчета 36 часов в неделю самостоятельная работа составляет 576 часов. В период экзаменационной сессии самостоятельная работа студента в среднем составляет 25-30 часов. Не составляет исключение и выпускная квалификационная работа, где самостоятельная работа может составлять в среднем 500 часов. В итоге, за весь период обучения самостоятельная работа студентов составляет более 5000 часов. Для эффективного использования этого времени при подготовке дипломированного специалиста необходимо рационально его использовать, грамотно организовать работу и иметь мотивацию для ее реализации.

3. Внутренние факторы, способствующие активизации самостоятельной работы

Среди них можно выделить следующие:

1. Полезность выполняемой работы. Если студент знает, что результаты его работы будут использованы в лекционном курсе, в методическом пособии, в лабораторном практикуме, при подготовке публикации или иным образом, то отношение к выполнению задания существенно меняется в лучшую сторону и качество выполняемой работы возрастает. При этом важно психологически настроить студента, показать ему, как необходима выполняемая работа.

Другим вариантом использования фактора полезности является активное применение результатов работы в профессиональной подготовке. Так, например, если студент получил задание на дипломную (квалификационную) работу на одном из младших курсов, он может выполнять самостоятельные задания по ряду дисциплин гуманитарного и социально-экономического, естественно-научного и общепрофессионального циклов дисциплин, которые затем войдут как разделы в его квалификационную работу.

Материальные стимулирующие факторы могут выражаться в надбавках к основной стипендии, номинированные на именные стипендии, участие в конкурсах научно-исследовательских работ, где в качестве приза могут выступать материальные поощрения.

2. Участие студентов в творческой деятельности. Это может быть участие в научно-исследовательской, опытно-конструкторской или методической работе, проводимой на кафедре.

3. Участие в олимпиадах по учебным дисциплинам, конкурсах научно-исследовательских или прикладных работ и т.д.

4. Использование мотивирующих факторов контроля знаний (накопительные оценки, рейтинг, тесты, нестандартные экзаменационные процедуры). Эти факторы при определенных условиях могут вызвать стремление к состязательности, что само по себе является сильным мотивационным фактором самосовершенствования студента.

5. Поощрение студентов за успехи в учебе и творческой деятельности (стипендии, премирование, поощрительные баллы) и санкции за плохую учебу. Например, за работу, сданную раньше срока, можно проставлять повышенную оценку, а в противном случае ее снижать.

6. Индивидуализация заданий, выполняемых как в аудитории, так и вне ее, постоянное их обновление.

7. Мотивационным фактором в интенсивной учебной работе и, в первую очередь, самостоятельной является личность преподавателя. Преподаватель может быть примером для студента как профессионал, как творческая личность. Преподаватель может и должен помочь студенту раскрыть свой творческий потенциал, определить перспективы своего внутреннего роста.

4. Виды самостоятельной работы

В образовательном процессе высшего профессионального образовательного учреждения выделяется два вида самостоятельной работы – аудиторная, под руководством преподавателя, и внеаудиторная. Тесная взаимосвязь этих видов работ предусматривает дифференциацию и эффективность результатов ее выполнения и зависит от организации, содержания, логики учебного процесса (межпредметных связей, перспективных знаний и др.):

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Основными видами самостоятельной работы студентов без участия преподавателей являются:

- формирование и усвоение содержания конспекта лекций на базе рекомендованной лектором учебной литературы, включая информационные образовательные ресурсы (электронные учебники, электронные библиотеки и др.);
- написание рефератов;
- подготовка к лабораторным работам, их оформление;
- выполнение микроисследований;
- подготовка практических разработок;
- выполнение домашних заданий в виде решения отдельных задач, проведения типовых расчетов, расчетно-компьютерных и индивидуальных работ по отдельным разделам содержания дисциплин и т.д.;
- выполнение конкретного задания в период прохождения учебной практики;
- компьютерный текущий самоконтроль и контроль успеваемости на базе электронных обучающих и аттестующих тестов;
- подготовка докладов и презентаций для конкурсов НИРС и конкурсов профессионального мастерства;
- подготовка к контрольным мероприятиям, таким как текущий контроль знаний в виде проверочных тестов или расчетно-графических работ, зачетов, экзаменов;
- выполнение курсовой работы или проекта;
- подготовка выпускной квалификационной работы.

Основными видами самостоятельной работы студентов с участием преподавателей являются:

- текущие консультации;
- прием и разбор домашних заданий (в часы практических занятий);
- прием и защита лабораторных работ (во время проведения л/р);
- выполнение курсовых работ (проектов) в рамках дисциплин (руководство, консультирование и защита курсовых работ (в часы, предусмотренные учебным планом);
- выполнение учебно-исследовательской работы (руководство, консультирование и защита УИРС);

- прохождение и оформление результатов практик (руководство и оценка уровня сформированности профессиональных умений и навыков);
- выполнение выпускной квалификационной работы (руководство, консультирование и защита выпускных квалификационных работ) и др.

5. Организация СРС

Аудиторная самостоятельная работа может реализовываться при проведении практических занятий, семинаров, выполнении лабораторного практикума и во время чтения лекций.

При чтении лекционного курса непосредственно в аудитории контролируется усвоение материала основной массой студентов путем проведения экспресс-опросов по конкретным темам, тестового контроля знаний, опроса студентов и т.д.

На практических и лабораторных занятиях различные виды СРС позволяют сделать процесс обучения более интересным и поднять активность значительной части студентов в группе.

На практических занятиях не менее 1 часа из двух (50% времени) отводится на самостоятельное решение задач. Лабораторные занятия строятся следующим образом:

1. Вводное слово преподавателя (цели занятия, основные вопросы, которые должны быть рассмотрены).
2. Беглый опрос.
3. Решение 1-2 типовых задач.
4. Самостоятельное решение задач.
5. Проверка решения задач с обязательной работой над ошибками. Лабораторная или практическая работа считается выполненной при условии отсутствия ошибок.

Для проведения занятий необходимо иметь большой банк заданий и задач для самостоятельного решения, причем эти задания могут быть дифференцированы по степени сложности. В зависимости от дисциплины или от ее раздела можно использовать два пути:

1. Давать определенное количество задач для самостоятельного решения, равных по трудности, а оценку ставить за количество решенных за определенное время задач.
2. Выдавать задания с задачами разной трудности и оценку ставить за трудность решенной задачи.

По результатам самостоятельного решения задач следует выставять по каждому занятию оценку.

При проведении лабораторных работ и учебных практик студенты могут выполнять СРС как индивидуально, так и малыми группами, каждая из которых разрабатывает свою задачу. Выполненная задача затем рецензируется преподавателем и членами бригады. Публичное обсуждение и защита своего варианта повышают роль СРС и усиливают стремление к ее качественному выполнению. Данная система организации практических занятий позволяет вводить в задачи научно-исследовательские элементы, упрощать или усложнять задания.

Активность работы студентов на обычных практических занятиях может быть усилена введением новой формы СРС, сущность которой состоит в том, что на каждую задачу студент получает свое индивидуальное задание (вариант), при этом условие задачи для всех студентов одинаковое, а исходные данные различны. Перед началом выполнения задачи преподаватель дает лишь общие методические указания (общий порядок решения, точность и единицы измерения определенных величин, имеющиеся справочные материалы и т.п.). Выполнение СРС на занятиях с проверкой результатов преподавателем приучает студентов грамотно и правильно выполнять технические расчеты, пользоваться вычислительными средствами и справочными данными. Изучаемый материал усваивается более глубоко, у студентов меняется отношение к лекциям, так как без понимания теории предмета, без хорошего конспекта трудно рассчитывать на успех в решении задачи. Это улучшает посещаемость как практических, так и лекционных занятий.

Выполнение лабораторного практикума, как и другие виды учебной деятельности, содержит много возможностей применения активных методов обучения и организации СРС на основе индивидуального подхода.

Любая лабораторная работа должна включать глубокую самостоятельную проработку теоретического материала, изучение методик проведения и планирование эксперимента, освоение измерительных средств, обработку и интерпретацию экспериментальных данных. При этом часть работ может не носить обязательный характер, а выполняться в рамках самостоятельной работы по курсу. В ряд работ целесообразно включить разделы с дополнительными элементами научных исследований, которые потребуют углубленной самостоятельной проработки теоретического материала.

Разработка комплекса методического обеспечения учебного процесса является важнейшим условием эффективности самостоятельной работы студентов. К такому комплексу следует отнести тексты лекций, учебные и методические пособия, лабораторные практикумы, банки заданий и задач, сформулированных на основе реальных данных, банк расчетных, моделирующих, тренажерных программ и программ для самоконтроля, автоматизированные обучающие и контролирующие системы, информационные базы дисциплины или группы родственных дисциплин и другое. Это позволит организовать проблемное обучение, в котором студент является равноправным участником учебного процесса.

Результативность самостоятельной работы студентов во многом определяется наличием активных методов ее контроля. Существуют следующие виды контроля:

- входной контроль знаний и умений студентов при начале изучения очередной дисциплины;
- текущий контроль, то есть регулярное отслеживание уровня усвоения материала на лекциях, практических и лабораторных занятиях;
- промежуточный контроль по окончании изучения раздела или модуля курса;
- самоконтроль, осуществляемый студентом в процессе изучения дисциплины при подготовке к контрольным мероприятиям;
- итоговый контроль по дисциплине в виде зачета или экзамена;
- контроль остаточных знаний и умений спустя определенное время после завершения изучения дисциплины.

В последние годы наряду с традиционными формами контроля - коллоквиумами, зачетами, экзаменами достаточно широко вводятся новые методы, то есть организация самостоятельной работы студентов производится на основе современных образовательных технологий. В качестве такой технологии в современной практике высшего профессионального образования часто рассматривается рейтинговая система обучения, позволяющая студенту и преподавателю выступать в виде субъектов образовательной деятельности, т.е. являться партнерами.

Тестовый контроль знаний и умений студентов, который отличается объективностью, экономит время преподавателя, в значительной мере освобождает его от рутинной работы и позволяет в большей степени сосредоточиться на творческой части преподавания, обладает высокой степенью дифференциации испытуемых по уровню знаний и умений и очень

эффективен при реализации рейтинговых систем, дает возможность в значительной мере индивидуализировать процесс обучения путем подбора индивидуальных заданий для практических занятий, индивидуальной и самостоятельной работы, позволяет прогнозировать темпы и результативность обучения каждого студента.

Тестирование помогает преподавателю выявить структуру знаний студентов и на этой основе переоценить методические подходы к обучению по дисциплине, индивидуализировать процесс обучения. Весьма эффективно использование тестов непосредственно в процессе обучения, при самостоятельной работе студентов. В этом случае студент сам проверяет свои знания. Не ответив сразу на тестовое задание, студент получает подсказку, разъясняющую логику задания и выполняет его второй раз.

Следует отметить и все шире проникающие в учебный процесс автоматизированные обучающие и обучающе-контролирующие системы, которые позволяют студенту самостоятельно изучать ту или иную дисциплину и одновременно контролировать уровень усвоения материала.

Методические рекомендации для студентов по отдельным формам самостоятельной работы.

С первых же сентябрьских дней на студента обрушивается громадный объем информации, которую необходимо усвоить. Нужный материал содержится не только в лекциях (запомнить его – это только малая часть задачи), но и в учебниках, книгах, статьях. Порой возникает необходимость привлекать информационные ресурсы Интернет.

Система вузовского обучения подразумевает значительно большую самостоятельность студентов в планировании и организации своей деятельности. Вчерашнему школьнику сделать это бывает весьма непросто: если в школе ежедневный контроль со стороны учителя заставлял постоянно и систематически готовиться к занятиям, то в вузе вопрос об уровне знаний вплотную встает перед студентом только в период сессии. Такая ситуация оборачивается для некоторых соблазном весь семестр посвятить свободному времяпрепровождению («когда будет нужно – выучу!»), а когда приходит пора экзаменов, материала, подлежащего усвоению, оказывается так много, что никакая память не способна с ним справиться в оставшийся промежуток времени.

Работа с книгой.

При работе с книгой необходимо подобрать литературу, научиться правильно ее читать, вести записи. Для подбора литературы в библиотеке используются алфавитный и систематический каталоги.

Важно помнить, что рациональные навыки работы с книгой - это всегда большая экономия времени и сил.

Правильный подбор учебников рекомендуется преподавателем, читающим лекционный курс. Необходимая литература может быть также указана в методических разработках по данному курсу.

Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного уяснения предыдущего, описывая на бумаге все выкладки и вычисления (в том числе те, которые в учебнике опущены или на лекции даны для самостоятельного вывода).

При изучении любой дисциплины большую и важную роль играет самостоятельная индивидуальная работа.

Особое внимание следует обратить на определение основных понятий курса. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно. Нужно добиваться точного представления о том, что изучаешь. Полезно составлять опорные конспекты. При изучении материала по учебнику полезно в тетради (на специально отведенных полях) дополнять конспект лекций. Там же следует отмечать вопросы, выделенные студентом для консультации с преподавателем.

Выводы, полученные в результате изучения, рекомендуется в конспекте выделять, чтобы они при перечитывании записей лучше запоминались.

Опыт показывает, что многим студентам помогает составление листа опорных сигналов, содержащего важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы и понятия. Такой лист помогает запомнить формулы, основные положения лекции, а также может служить постоянным справочником для студента.

Различают два вида чтения; первичное и вторичное. Первичное - это внимательное, неторопливое чтение, при котором можно остановиться на трудных местах. После него не должно остаться ни одного непонятого слова. Содержание не всегда может быть понятно после первичного чтения.

Задача вторичного чтения - полное усвоение смысла целого (по счету это чтение может быть и не вторым, а третьим или четвертым).

Правила самостоятельной работы с литературой.

Как уже отмечалось, самостоятельная работа с учебниками и книгами (а также самостоятельное теоретическое исследование проблем, обозначенных преподавателем на лекциях) – это важнейшее условие формирования у себя научного способа познания. Основные советы здесь можно свести к следующим:

- Составить перечень книг, с которыми Вам следует познакомиться; «не старайтесь запомнить все, что вам в ближайшее время не понадобится, – советует студенту и молодому ученому Г. Селье, – запомните только, где это можно отыскать» (Селье, 1987. С. 325).

- Сам такой перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и дипломных работ, а что Вас интересует за рамками официальной учебной деятельности, то есть что может расширить Вашу общую культуру...).

- Обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и дипломных работ это позволит очень сэкономить время).

- Разобраться для себя, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть.

- При составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и научными руководителями (или даже с более подготовленными и эрудированными сокурсниками), которые помогут Вам лучше сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время...

- Естественно, все прочитанные книги, учебники и статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц).

- Если книга – Ваша собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные для Вас мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора (это очень хороший совет, позволяющий экономить время и быстро находить «избранные» места в самых разных книгах).

- Если Вы раньше мало работали с научной литературой, то следует выработать в себе способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда Вам понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое,

то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать), и это может занять немалое время (у кого-то – до нескольких недель и даже месяцев); опыт показывает, что после этого студент каким-то «чудом» начинает буквально заглатывать книги и чуть ли не видеть «сквозь обложку», стоящая это работа или нет...

- «Либо читайте, либо перелистывайте материал, но не пытайтесь читать быстро... Если текст меня интересует, то чтение, размышление и даже фантазирование по этому поводу сливаются в единый процесс, в то время как вынужденное скорочтение не только не способствует качеству чтения, но и не приносит чувства удовлетворения, которое мы получаем, размышляя о прочитанном», – советует Г. Селье (Селье, 1987. – С. 325-326).

- Есть еще один эффективный способ оптимизировать знакомство с научной литературой – следует увлечься какой-то идеей и все книги просматривать с точки зрения данной идеи. В этом случае студент (или молодой ученый) будет как бы искать аргументы «за» или «против» интересующей его идеи, и одновременно он будет как бы общаться с авторами этих книг по поводу своих идей и размышлений... Проблема лишь в том, как найти «свою» идею...

Чтение научного текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации. От того на сколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия.

Выделяют четыре основные установки в чтении научного текста:

- информационно-поисковый (задача – найти, выделить искомую информацию)
- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить как сами сведения излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений)
- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему)
- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к научному тексту связано существование и нескольких **видов чтения**:

1. библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;

2. просмотрное – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;

3. ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц, цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;

4. изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

5. аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач. Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым или в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках учебной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с научным текстом.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

1. Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения;

2. Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала;

3. Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала;

4. Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора;

5. Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.

Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Методические рекомендации по составлению конспекта:

1. Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта;

2. Выделите главное, составьте план;

3. Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора;

4. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.

5. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы.

Выполняя самостоятельную работу под контролем преподавателя студент должен:

– освоить минимум содержания, выносимый на самостоятельную работу студентов и предложенный преподавателем в соответствии с Государственными образовательными

стандартами высшего профессионального образования (ГОС ВПО/ГОС СПО) по данной дисциплине.

- планировать самостоятельную работу в соответствии с графиком самостоятельной работы, предложенным преподавателем.

- самостоятельную работу студент должен осуществлять в организационных формах, предусмотренных учебным планом и рабочей программой преподавателя.

- выполнять самостоятельную работу и отчитываться по ее результатам в соответствии с графиком представления результатов, видами и сроками отчетности по самостоятельной работе студентов.

студент может:

сверх предложенного преподавателем (при обосновании и согласовании с ним) и минимума обязательного содержания, определяемого ГОС ВПО/ГОС СПО по данной дисциплине:

- самостоятельно определять уровень (глубину) проработки содержания материала;

- предлагать дополнительные темы и вопросы для самостоятельной проработки;

- в рамках общего графика выполнения самостоятельной работы предлагать обоснованный индивидуальный график выполнения и отчетности по результатам самостоятельной работы;

- предлагать свои варианты организационных форм самостоятельной работы;

- использовать для самостоятельной работы методические пособия, учебные пособия, разработки сверх предложенного преподавателем перечня;

- использовать не только контроль, но и самоконтроль результатов самостоятельной работы в соответствии с методами самоконтроля, предложенными преподавателем или выбранными самостоятельно.

Самостоятельная работа студентов должна оказывать важное влияние на формирование личности будущего специалиста, она планируется студентом самостоятельно. Каждый студент самостоятельно определяет режим своей работы и меру труда, затрачиваемого на овладение учебным содержанием по каждой дисциплине. Он выполняет внеаудиторную работу по личному индивидуальному плану, в зависимости от его подготовки, времени и других условий.

6. Деятельность студентов по формированию и развитию навыков учебной самостоятельной работы

В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления, саморефлексии и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.

Основной формой самостоятельной работы студента является изучение конспекта лекций, их дополнение, рекомендованной литературы, активное участие на практических и семинарских занятиях. Но для успешной учебной деятельности, ее интенсификации, необходимо учитывать следующие субъективные факторы:

1. Знание школьного программного материала, наличие прочной системы знаний, необходимой для усвоения основных вузовских курсов. Это особенно важно для математических дисциплин. Необходимо отличать пробелы в знаниях, затрудняющие усвоение нового материала, от малых способностей. Затратив силы на преодоление этих пробелов, студент обеспечит себе нормальную успеваемость и поверит в свои способности.

2. Наличие умений, навыков умственного труда:

а) умение конспектировать на лекции и при работе с книгой;

б) владение логическими операциями: сравнение, анализ, синтез, обобщение, определение понятий, правила систематизации и классификации.

3. Специфика познавательных психических процессов: внимание, память, речь, наблюдательность, интеллект и мышление. Слабое развитие каждого из них становится серьезным препятствием в учебе.

4. Хорошая работоспособность, которая обеспечивается нормальным физическим состоянием. Ведь серьезное учение - это большой многосторонний и разнообразный труд. Результат обучения оценивается не количеством сообщаемой информации, а качеством ее усвоения, умением ее использовать и развитием у себя способности к дальнейшему самостоятельному образованию.

5. Соответствие избранной деятельности, профессии индивидуальным способностям. Необходимо выработать у себя умение саморегулировать свое эмоциональное состояние и устранять обстоятельства, нарушающие деловой настрой, мешающие намеченной работе.

6. Овладение оптимальным стилем работы, обеспечивающим успех в деятельности. Чередование труда и пауз в работе, периоды отдыха, индивидуально обоснованная норма

продолжительности сна, предпочтение вечерних или утренних занятий, стрессоустойчивость на экзаменах и особенности подготовки к ним,

7. Уровень требований к себе, определяемый сложившейся самооценкой.

Адекватная оценка знаний, достоинств, недостатков - важная составляющая самоорганизации человека, без нее невозможна успешная работа по управлению своим поведением, деятельностью.

Одна из основных особенностей обучения в высшей школе заключается в том, что постоянный внешний контроль заменяется самоконтролем, активная роль в обучении принадлежит уже не столько преподавателю, сколько студенту.

Зная основные методы научной организации умственного труда, можно при наименьших затратах времени, средств и трудовых усилий достичь наилучших результатов.

Эффективность усвоения поступающей информации зависит от работоспособности человека в тот или иной момент его деятельности.

Работоспособность - способность человека к труду с высокой степенью напряженности в течение определенного времени. Различают внутренние и внешние факторы работоспособности.

К внутренним факторам работоспособности относятся интеллектуальные особенности, воля, состояние здоровья.

К внешним:

- организация рабочего места, режим труда и отдыха;
- уровень организации труда - умение получить справку и пользоваться информацией;
- величина умственной нагрузки.

Выдающийся русский физиолог Н. Е. Введенский выделил следующие условия продуктивности умственной деятельности:

- во всякий труд нужно входить постепенно;
- мерность и ритм работы. Разным людям присущ более или менее разный темп работы;
- привычная последовательность и систематичность деятельности;
- правильное чередование труда и отдыха.

Отдых не предполагает обязательного полного бездействия со стороны человека, он может быть достигнут простой переменой дела. В течение дня работоспособность

изменяется. Наиболее плодотворным является *утреннее время (с 8 до 14 часов)*, причем максимальная работоспособность приходится на период с 10 до 13 часов, затем *послеобеденное* - (с 16 до 19 часов) и *вечернее* (с 20 до 24 часов). Очень трудный для понимания материал лучше изучать в начале каждого отрезка времени (лучше всего утреннего) после хорошего отдыха. Через 1-1,5 часа нужны перерывы по 10 - 15 мин, через 3 - 4 часа работы отдых должен быть продолжительным - около часа.

Составной частью научной организации умственного труда является овладение техникой умственного труда.

Физически здоровый молодой человек, обладающий хорошей подготовкой и нормальными способностями, должен, будучи студентом, отдавать *учению 9-10 часов в день* (из них 6 часов в вузе и 3 - 4 часа дома). Любой предмет нельзя изучить за несколько дней перед экзаменом. Если студент в году работает систематически, то он быстро все вспомнит, восстановит забытое. Если же подготовка шла аврально, то у студента не будет даже общего представления о предмете, он забудет все сданное.

Следует взять за правило: *учиться ежедневно, начиная с первого дня семестра.*

Время, которым располагает студент для выполнения учебного плана, складывается из двух составляющих: одна из них - это аудиторная работа в вузе по расписанию занятий, другая - внеаудиторная самостоятельная работа. Задания и материалы для самостоятельной работы выдаются во время учебных занятий по расписанию, на этих же занятиях преподаватель осуществляет контроль за самостоятельной работой, а также оказывает помощь студентам по правильной организации работы.

Чтобы выполнить весь объем самостоятельной работы, необходимо заниматься по 3 - 5 часов ежедневно. Начинать самостоятельные внеаудиторные занятия следует с первых же дней семестра, пропущенные дни будут потеряны безвозвратно, компенсировать их позднее усиленными занятиями без снижения качества работы и ее производительности невозможно. Первые дни семестра очень важны для того, чтобы включиться в работу, установить определенный порядок, равномерный ритм на весь семестр. Ритм в работе - это ежедневные самостоятельные занятия, желательно в одни и те же часы, при целесообразном чередовании занятий с перерывами для отдыха. Вначале для того, чтобы организовать ритмичную работу, требуется сознательное напряжение воли. Как только человек втянулся в работу, принуждение снижается, возникает привычка, работа становится потребностью.

Если порядок в работе и ее ритм установлены правильно, то студент изо дня в день может работать, не снижая своей производительности и не перегружая себя. Правильная смена одного вида работы другим позволяет отдыхать, не прекращая работы.

Таким образом, первая задача организации внеаудиторной самостоятельной работы – это составление расписания, которое должно отражать время занятий, их характер (теоретический курс, практические занятия, графические работы, чтение), перерывы на обед, ужин, отдых, сон, проезд и т.д. Расписание не предопределяет содержания работы, ее содержание неизбежно будет изменяться в течение семестра. Порядок же следует закрепить на весь семестр и приложить все усилия, чтобы поддерживать его неизменным (кроме исправления ошибок в планировании, которые могут возникнуть из-за недооценки объема работы или переоценки своих сил).

При однообразной работе человек утомляется больше, чем при работе разного характера. Однако не всегда целесообразно заниматься многими учебными дисциплинами в один и тот же день, так как при каждом переходе нужно вновь сосредоточить внимание, что может привести к потере времени. Наиболее целесообразно ежедневно работать не более чем над двумя-тремя дисциплинами.

Начиная работу, не нужно стремиться делать вначале самую тяжелую ее часть, надо выбрать что-нибудь среднее по трудности, затем перейти к более трудной работе. И напоследок оставить легкую часть, требующую не столько больших интеллектуальных усилий, сколько определенных моторных действий (черчение, построение графиков и т.п.).

Самостоятельные занятия потребуют интенсивного умственного труда, который необходимо не только правильно организовать, но и стимулировать. При этом очень важно уметь поддерживать устойчивое внимание к изучаемому материалу. Выработка внимания требует значительных волевых усилий. Именно поэтому, если студент замечает, что он часто отвлекается во время самостоятельных занятий, ему надо заставить себя сосредоточиться. Подобную процедуру необходимо проделывать постоянно, так как это является тренировкой внимания. Устойчивое внимание появляется тогда, когда человек относится к делу с интересом.

Следует правильно организовать свои занятия по времени: 50 минут - работа, 5-10 минут - перерыв; после 3 часов работы перерыв - 20-25 минут. Иначе нарастающее утомление повлечет неустойчивость внимания. Очень существенным фактором, влияющим на повышение умственной работоспособности, являются систематические занятия

физической культурой. Организация активного отдыха предусматривает чередование умственной и физической деятельности, что полностью восстанавливает работоспособность человека.

Самопроверка.

После изучения определенной темы по записям в конспекте и учебнику, а также решения достаточного количества соответствующих задач на практических занятиях и самостоятельно студенту рекомендуется, используя лист опорных сигналов, воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки основных положений и доказательств.

В случае необходимости нужно еще раз внимательно разобраться в материале.

Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный материал. Важный критерий усвоения теоретического материала - умение решать задачи или пройти тестирование по пройденному материалу. Однако следует помнить, что правильное решение задачи может получиться в результате применения механически заученных формул без понимания сущности теоретических положений.

Консультации

Если в процессе самостоятельной работы над изучением теоретического материала или при решении задач у студента возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся, необходимо обратиться к преподавателю для получения у него разъяснений или указаний. В своих вопросах студент должен четко выразить, в чем он испытывает затруднения, характер этого затруднения. За консультацией следует обращаться и в случае, если возникнут сомнения в правильности ответов на вопросы самопроверки.

Подготовка к экзаменам и зачетам.

Изучение многих общепрофессиональных и специальных дисциплин завершается экзаменом. Подготовка к экзамену способствует закреплению, углублению и обобщению знаний, получаемых в процессе обучения, а также применению их к решению практических задач. Готовясь к экзамену, студент ликвидирует имеющиеся пробелы в знаниях, углубляет, систематизирует и упорядочивает свои знания. На экзамене студент демонстрирует то, что он приобрел в процессе обучения по конкретной учебной дисциплине.

Экзаменационная сессия - это серия экзаменов, установленных учебным планом. Между экзаменами интервал 3-4 дня. Не следует думать, что 3-4 дня достаточно для успешной подготовки к экзаменам.

В эти 3-4 дня нужно систематизировать уже имеющиеся знания. На консультации перед экзаменом студентов познакомят с основными требованиями, ответят на возникшие у них вопросы. Поэтому посещение консультаций обязательно.

Требования к организации подготовки к экзаменам те же, что и при занятиях в течение семестра, но соблюдаться они должны более строго. Во-первых, очень важно соблюдение режима дня; сон не менее 8 часов в сутки, занятия заканчиваются не позднее, чем за 2-3 часа до сна. Оптимальное время занятий, особенно по математике - утренние и дневные часы. В перерывах между занятиями рекомендуются прогулки на свежем воздухе, неустойчивые занятия спортом. Во-вторых, наличие хороших собственных конспектов лекций. Даже в том случае, если была пропущена какая-либо лекция, необходимо во время ее восстановить (переписать ее на кафедре), обдумать, снять возникшие вопросы для того, чтобы запоминание материала было осознанным. В-третьих, при подготовке к экзаменам у студента должен быть хороший учебник или конспект литературы, прочитанной по указанию преподавателя в течение семестра. Здесь можно эффективно использовать листы опорных сигналов.

Вначале следует просмотреть весь материал по сдаваемой дисциплине, отметить для себя трудные вопросы. Обязательно в них разобраться. В заключение еще раз целесообразно повторить основные положения, используя при этом листы опорных сигналов.

Систематическая подготовка к занятиям в течение семестра позволит использовать время экзаменационной сессии для систематизации знаний.

Правила подготовки к зачетам и экзаменам:

- Лучше сразу сориентироваться во всем материале и обязательно расположить весь материал согласно экзаменационным вопросам (или вопросам, обсуждаемым на семинарах), эта работа может занять много времени, но все остальное – это уже технические детали (главное – это ориентировка в материале!).

- Сама подготовка связана не только с «запоминанием». Подготовка также предполагает и переосмысление материала, и даже рассмотрение альтернативных идей.

- Готовить «шпаргалки» полезно, но пользоваться ими рискованно. Главный смысл подготовки «шпаргалок» – это систематизация и оптимизация знаний по данному предмету,

что само по себе прекрасно – это очень сложная и важная для студента работа, более сложная и важная, чем простое поглощение массы учебной информации. Если студент самостоятельно подготовил такие «шпаргалки», то, скорее всего, он и экзамены сдавать будет более уверенно, так как у него уже сформирована общая ориентировка в сложном материале.

- Как это ни парадоксально, но использование «шпаргалок» часто позволяет отвечающему студенту лучше демонстрировать свои познания (точнее – ориентировку в знаниях, что намного важнее знания «запомненного» и «тут же забытого» после сдачи экзамена).

- Сначала студент должен продемонстрировать, что он «усвоил» все, что требуется по программе обучения (или по программе данного преподавателя), и лишь после этого он вправе высказать иные, желательно аргументированные точки зрения.

Правила написания научных текстов (рефератов, курсовых и дипломных работ):

- Важно разобраться сначала, какова истинная цель Вашего научного текста - это поможет Вам разумно распределить свои силы, время и.

- Важно разобраться, кто будет «читателем» Вашей работы.

- Писать серьезные работы следует тогда, когда есть о чем писать и когда есть настроение поделиться своими рассуждениями.

- Как создать у себя подходящее творческое настроение для работы над научным текстом (как найти «вдохновение»)? Во-первых, должна быть идея, а для этого нужно научиться либо относиться к разным явлениям и фактам несколько критически (своя идея – как иная точка зрения), либо научиться увлекаться какими-то известными идеями, которые нуждаются в доработке (идея – как оптимистическая позиция и направленность на дальнейшее совершенствование уже известного). Во-вторых, важно уметь отвлекаться от окружающей суеты (многие талантливые люди просто «пропадают» в этой суете), для чего важно уметь выделять важнейшие приоритеты в своей учебно-исследовательской деятельности. В-третьих, научиться организовывать свое время, ведь, как известно, свободное (от всяких глупостей) время – важнейшее условие настоящего творчества, для него наконец-то появляется время. Иногда именно на организацию такого времени уходит немалая часть сил и талантов.

- Писать следует ясно и понятно, стараясь основные положения формулировать четко и недвусмысленно (чтобы и самому понятно было), а также стремясь структурировать свой

текст. Каждый раз надо представлять, что ваш текст будет кто-то читать и ему захочется сориентироваться в нем, быстро находить ответы на интересующие вопросы (заодно представьте себя на месте такого человека). Понятно, что работа, написанная «сплошным текстом» (без заголовков, без выделения крупным шрифтом наиболее важных мест и т. п.), у культурного читателя должна вызывать брезгливость и даже жалость к автору (исключения составляют некоторые древние тексты, когда и жанр был иной и к текстам относились иначе, да и самих текстов было гораздо меньше – не то, что в эпоху «информационного взрыва» и соответствующего «информационного мусора»).

- Объем текста и различные оформительские требования во многом зависят от принятых в конкретном учебном заведении порядков.

Содержание основных этапов подготовки курсовой работы

Курсовая работа - это самостоятельное исследование студентом определенной проблемы, комплекса взаимосвязанных вопросов, касающихся конкретной финансовой ситуации.

Курсовая работа не должна состояться из фрагментов статей, монографий, пособий. Кроме простого изложения фактов и цитат, в курсовой работе должно проявляться авторское видение проблемы и ее решения.

Рассмотрим основные этапы подготовки курсовой работы студентом.

Выполнение курсовой работы начинается с выбора темы.

Затем студент приходит на первую консультацию к руководителю, которая предусматривает:

- обсуждение цели и задач работы, основных моментов избранной темы;
- консультирование по вопросам подбора литературы;
- составление предварительного плана;
- составление графика выполнения курсовой работы.

Следующим этапом является работа с литературой. Необходимая литература подбирается студентом самостоятельно.

После подбора литературы целесообразно сделать рабочий вариант плана работы. В нем нужно выделить основные вопросы темы и параграфы, раскрывающие их содержание.

Составленный список литературы и предварительный вариант плана уточняются, согласуются на очередной консультации с руководителем.

Затем начинается следующий этап работы - изучение литературы. Только внимательно читая и конспектируя литературу, можно разобраться в основных вопросах темы и подготовиться к самостоятельному (авторскому) изложению содержания курсовой работы. Конспектируя первоисточники, необходимо отразить основную идею автора и его позицию по исследуемому вопросу, выявить проблемы и наметить задачи для дальнейшего изучения данных проблем.

Систематизация и анализ изученной литературы по проблеме исследования позволяют студенту написать первую (теоретическую) главу.

Выполнение курсовой работы предполагает проведение определенного исследования. На основе разработанного плана студент осуществляет сбор фактического материала, необходимых цифровых данных. Затем полученные результаты подвергаются анализу, статистической, математической обработке и представляются в виде текстового описания, таблиц, графиков, диаграмм. Программа исследования и анализ полученных результатов составляют содержание второй (аналитической) главы.

В третьей (рекомендательной) части должны быть отражены мероприятия, рекомендации по рассматриваемым проблемам.

Рабочий вариант текста курсовой работы предоставляется руководителю на проверку. На основе рабочего варианта текста руководитель вместе со студентом обсуждает возможности доработки текста, его оформление. После доработки курсовая работа сдается на кафедру для ее оценивания руководителем.

Защита курсовой работы студентов проходит в сроки, установленные графиком учебного процесса.

Рекомендации по подготовке к защите курсовой работы

При подготовке к защите курсовой работы студент должен знать основные положения работы, выявленные проблемы и мероприятия по их устранению, перспективы развития рассматриваемой экономической ситуации.

Защита курсовой работы проводится в университете при наличии у студента курсовой работы, рецензии и зачетной книжки. Оценка - дифференцирована. Преподаватель оценивает защиту курсовой работы и заполняет графу "оценка" в ведомости и в зачетной книжке.

Не допускаются к защите варианты курсовых работ, найденные в Интернет, сканированные варианты учебников и учебных пособий, а также копии ранее написанных студенческих работ.

7. Требования к учебно-методическому обеспечению самостоятельной работы студентов

Для нормальной самостоятельной работы студент должен быть обеспечен достаточным количеством учебных пособий разного вида. Чем более разнообразны учебные пособия, тем более успешна будет самостоятельная работа студента, так как каждый может выбрать себе учебное пособие по силам, по склонностям, по материальным возможностям. Должны быть пособия краткие и подробные, с неглубокими и глубокими теоретическими обоснованиями, теоретического и практического содержания. Нужны справочники, конспекты-справочники, учебники. Часть учебных пособий должна находиться в учебной студенческой библиотеке, часть пособий студент должен иметь возможность купить для личного пользования в книжном магазине учебного заведения. Основная часть учебных пособий должна быть в бумажном виде (книги, брошюры, чертежи и т.д.).

Наряду с ними нужно создавать, накапливать в учебных фондах и продавать учебные пособия электронного вида. Этот вид учебных пособий в обозримом будущем не может стать основным и вряд ли когда-нибудь станет. Это – вспомогательные, дополнительные учебные пособия, используемые в основном для заочного, дистанционного образования. Количество учебных пособий в учебном фонде библиотеки должно быть таким, чтобы каждый студент мог получить хотя бы один из рекомендованных учебников.

Многоуровневая система высшего образования должна предоставлять человеку условия для развития его потенциальных возможностей и наиболее полного удовлетворения потребности личности в самореализации. Поэтому на каждом из уровней подготовки самостоятельная работа студентов (СРС) есть обязательное условие, которое должно быть соблюдено для достижения проектируемых результатов обучения. Правильная (психологически и дидактически обоснованная) организация СРС при изучении каждой дисциплины – это один из основных педагогических путей развития и становления творческих качеств личности учащегося на каждом уровне обучения.

Из дидактики следует, что для непрерывного развития учащегося и становления его как творческой личности все элементы содержания образования (знания, умения и навыки, опыт творческой и оценочной деятельности), выделенные в рамках определенной дисциплины, должны быть им усвоены с установкой на перенос и активное использование.

Поэтому на первом уровне обучения каждого студента по каждой учебной дисциплине нужно снабдить комплектом учебно-методических материалов, помогающих ему организовывать самостоятельную работу. В такой комплект обязательно должны входить: программа, адаптированная для студента; учебная литература (учебник, задачник, руководство по выполнению лабораторных работ); система заданий для самостоятельной работы студентов; методические указания по организации самостоятельной работы при выполнении заданий по разным видам занятий, включая и курсовые работы (проекты).

На втором и третьем уровнях обучения их следует снабдить методическими указаниями по выполнению выпускной работы, завершающей подготовку специалиста. Программа должна содержать: обоснование необходимости изучения дисциплины, написанное в убеждающей и понятной для студентов форме; четкую формулировку цели изучения и задач, которые должны быть решены для достижения общей цели; последовательность тем и разделов курса дисциплины, обязательных для данного направления подготовки; перечень видов деятельности, которые должен освоить студент, выполняя задания по дисциплине; перечни методологических и предметных знаний, общеобразовательных и специальных умений (с указанием уровня их усвоения), которыми необходимо овладеть в процессе изучения данной дисциплины; сроки и способы текущего, рубежного и итогового контроля уровня усвоения знаний сформированности умений.

Учебная литература по содержанию и последовательности представления материала должна соответствовать программе. Объем, научный уровень и стиль изложения должны позволять каждому студенту самостоятельно усвоить приведенный в ней материал за время, отведенное на его изучение, и овладеть знаниями, умениями, видами деятельности, перечисленными в программе. Для обеспечения терминологической однозначности в системе знаний, усваиваемых студентом, каждое учебное пособие (или другой вид учебной литературы) должно содержать словарь основных терминов, используемых в нем.

Задания для самостоятельной работы должны быть конкретными. Их содержание, соответствуя программе, должно знакомить студентов с современными методами решения задач данной дисциплины.

Структура заданий должна соответствовать принципу доступности: от известного к неизвестному и от простого к сложному, а трудоемкость – времени, выделенному программой на самостоятельную работу по изучению данной темы. В заданиях следует

указывать знания и умения, которыми должен овладеть студент по мере их выполнения. Кроме того, в них нужно включать вопросы для самоконтроля и взаимного контроля, тесты и контрольные вопросы для оценки и самооценки уровня усвоения знаний, сформированности умений.

Методические указания по организации СРС на каждом уровне обучения должны способствовать непрерывному развитию у них рациональных приемов познавательной деятельности в процессе изучения конкретных дисциплин. Основное назначение всех методических указаний – дать возможность каждому студенту перейти от деятельности, выполняемой под руководством преподавателя, к деятельности, организуемой самостоятельно, к полной замене контроля со стороны преподавателя самоконтролем. Поэтому они должны содержать подробное описание рациональных приемов выполнения перечисленных видов деятельности, критериев оценки выполненных работ, а также рекомендации по эффективному использованию консультаций и по работе при подготовке и сдаче экзаменов.

Каждый из названных учебно-методических материалов влияет в большей степени на один из этапов усвоения знаний и видов деятельности, но одновременно способствует осуществлению других этапов и более полной реализации их задач.

Так, программа с четко выделенной целью и перечнем задач, влияющих на ее достижение, определяет мотивационный этап и способствует организации деятельности на всех остальных, указывая последовательность изучаемых разделов, сроки контроля. Учебная литература служит информационной основой, прежде всего для ориентировочного этапа. В то же время работа с литературой усиливает мотивацию, если изложение материала по уровню сложности соответствует зоне ближайшего развития студента; помогает осуществлению исполнительского и контрольного этапов, если в ней указаны особенности выполнения заданий, даны контрольные вопросы.

Задания для самостоятельной работы организуют исполнительский этап, задавая последовательность видов деятельности, необходимых для усвоения знаний и приобретения умений. Так как задания содержат средства контроля, то они определяют и контрольный этап.

Вопросы и задачи в заданиях требуют от студента не только воспроизведения знаний, но и проявления творчества, формируют и развивают его опыт творческой деятельности. Это расширяет основы мотивации, усиливает и укрепляет ее. В целом содержание и структура

заданий, отвечающих перечисленным требованиям, позволяет регулярно занимающимся студентам получать удовлетворение от самостоятельно выполненной работы. Такой эмоциональный фон, в свою очередь, формирует положительное отношение к выполненному делу, а через него – и к изучаемой дисциплине.

Методические указания по организации СРС способствуют грамотному и рациональному осуществлению исполнительского этапа, обеспечивают контрольный этап. Для этого виды деятельности, активно используемые при изучении дисциплины, должны быть подробно описаны в указаниях с выделением последовательности действий и даже операций. В этом случае сами виды деятельности становятся предметом изучения, что дает верное направление ориентировочному этапу и, безусловно, усиливает мотивацию обучения. Работа студентов с такими методическими указаниями позволяет им уже при изучении общенаучных дисциплин усвоить полную и обобщенную ориентировочную основу для каждого из таких видов деятельности, как работа с литературой, проведение эксперимента, решение задач.

Таким образом, создание для каждой учебной дисциплины рассмотренного комплекта учебно-методических материалов обеспечивает обязательные этапы усвоения знаний, видов деятельности, опыта творчества. Снабжение таким комплектом каждого студента – необходимое условие полной реализации в процессе обучения всех возможностей СРС как вида познавательной деятельности, метода и средства учения и преподавания.

7. Самостоятельная работа студента - необходимое звено становления исследователя и специалиста

Прогресс науки и техники, информационных технологий приводит к значительному увеличению научной информации, что предъявляет более высокие требования не только к моральным, нравственным свойствам человека, но и в особенности, постоянно возрастающие требования в области образования – обновление, модернизация общих и профессиональных знаний, умений специалиста.

Всякое образование должно выступать как динамический процесс, присущий человеку и продолжающийся всю его жизнь. Овладение научной мыслью и языком науки является необходимой составляющей в самоорганизации будущего специалиста исследователя. Под этим понимается не столько накопление знаний, сколько овладение

научно обоснованными способами их приобретения. В этом, вообще говоря, состоит основная задача вуза.

Специфика вузовского учебного процесса, в организации которого самостоятельной работе студента отводятся все больше места, состоит в том, что он является как будто бы последним и самым адекватным звеном для реализации этой задачи. Ибо во время учебы в вузе происходит выработка стиля, навыков учебной (познавательной) деятельности, рациональный характер которых будет способствовать постоянному обновлению знаний высококвалифицированного выпускника вуза.

Однако до этого пути существуют определенные трудности, в частности, переход студента от синтетического процесса обучения в средней школе, к аналитическому в высшей. Это связано как с новым содержанием обучения (расширение общего образования и углубление профессиональной подготовки), так и с новыми, неизвестными до сих пор формами: обучения (лекции, семинары, лабораторные занятия и т.д.). Студент получает не только знания, предусмотренные программой и учебными пособиями, но он также должен познакомиться со способами приобретения знаний так, чтобы суметь оценить, что мы знаем, откуда мы это знаем и как этого знания мы достигли. Ко всему этому приходят через собственную самостоятельную работу.

Это и потому, что самостоятельно приобретенные знания являются более оперативными, они становятся личной собственностью, а также мотивом поведения, развивают интеллектуальные черты, внимание, наблюдательность, критичность, умение оценивать. Роль преподавателя в основном заключается в руководстве накопления знаний (по отношению к первокурсникам), а в последующие годы учебы, на старших курсах, в совместном установлении проблем и заботе о самостоятельных поисках студента, а также контролирования за их деятельностью. Отметим, что нельзя ограничиваться только приобретением знаний предусмотренных программой изучаемой дисциплины, надо постоянно углублять полученные знания, сосредотачивая их на какой-нибудь узкой определенной области, соответствующей интересам студента. Углубленное изучение всех предметов, предусмотренных программой, на практике является возможным, и хорошая организация работы позволяет экономить время, что создает условия для глубокого, систематического, заинтересованного изучения самостоятельно выбранной студентом темы.

Конечно, все советы, примеры, рекомендации в этой области, даваемые преподавателем, или определенными публикациями, или другими источниками, не гарантируют

никакого успеха без проявления собственной активности в этом деле, т.е. они не дают готовых рецептов, а должны способствовать анализу собственной работы, ее целей, организации в соответствии с индивидуальными особенностями. Учитывая личные возможности, существующие условия жизни и работы, навыки, на основе этих рекомендаций, возможно, выработать индивидуально обоснованную совокупность методов, способов, найти свой стиль или усовершенствовать его, чтобы изучив определенный материал, иметь время оценить его значимость, пригодность и возможности его применения, чтобы, в конечном счете, обеспечить успешность своей учебы с будущей профессиональной деятельности.

Список используемой литературы

1. ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ СТАНДАРТ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ направление подготовки бакалавриата 21.03.02 «Землеустройство и кадастры.

2. Методические рекомендации для студентов по организации самостоятельной работы./ ГОУ ВПО «Московский государственный гуманитарный университет им. М.А. Шолохова». 2010г.