

Рис. 2.129. Общий вид бицентричного долота




Рис. 2.130. Элементы бицентричного долота

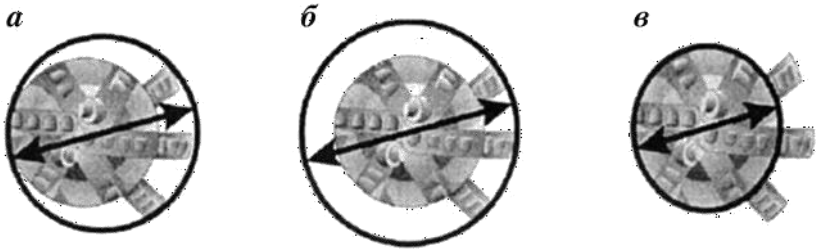



Рис.2.131. Схемы формирования диаметра скважины бицентричным долотом: а − проходной диаметр; б − разбуриваемый диаметр; в − диаметр «пилота»

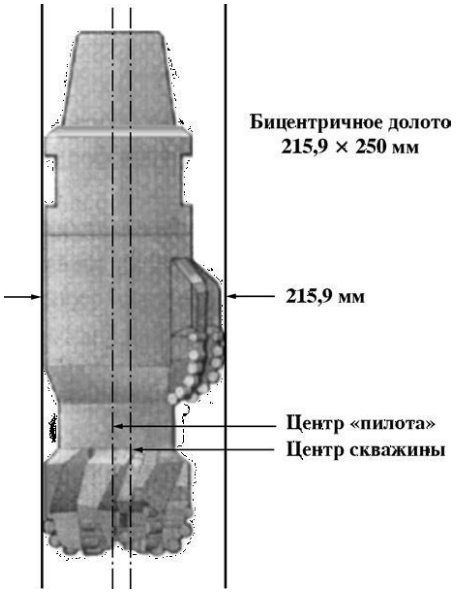



Рис. 2.132. Схема спуска бицентричного долота в скважину

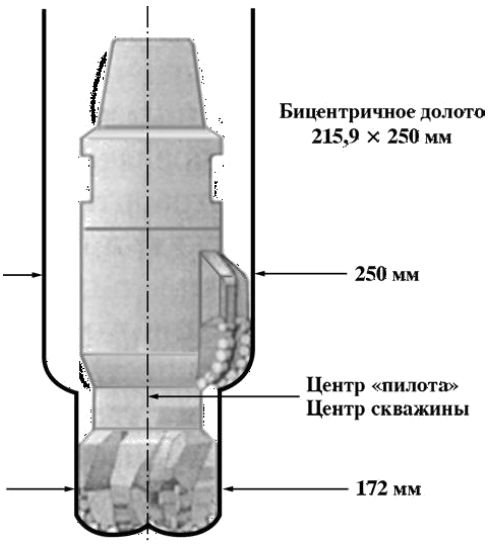



Рис.2.133. Схема бурения скважины бицентричным долотом

Бицентричные долота используют при бурении вторых стволов, при необходимости намывки гравийных фильтров в зоне продуктивного пласта.

В последние годы буровые долота PDC получили широкое применение во всем мире, в том числе и в России за счет их высокой стойкости (тысячи метров на долото) и высоких механических скоростей бурения. На сегодня в России имеется шесть производителей породоразрушающих инструментов PDC: ООО «Азимут», ООО НПП «Буринтех», ОАО НПП «Бурсервис», ОАО «Волга-бурмаш», ЗАО «Проммашсервис», СП ЗАО «Удол», что указывает на повышенный спрос данного инструмента.

Основными мировыми производителями породоразрушающих инструментов PDC являются фирмы США и Китая. Они же являются изготовителями шарошечных и алмазных (классических) породоразрушающих инструментов.

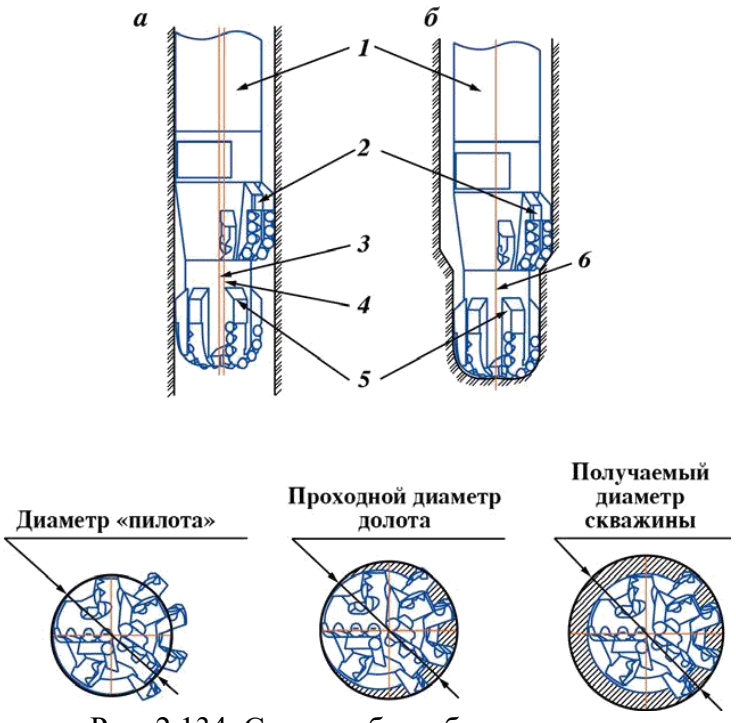



Рис. 2.134. Схема работы бицентричного долота:
а − при спуско-подъемных операциях; б − при бурении; 1 − гидра-влический забойный двигатель; 2 − расширитель; 3 − ось «пилота»; 4 − ось скважины; 5 − «пилот»; 6 − оси «пилота» и скважины (совпадают)

Буровые долота PDC классифицируют по системе IADC (табл.2.2).
Пример условной записи долота PDC S121:
S − стальной корпус;
1 − для мягких пород;
2 − диаметр резцов 19 мм;
1 − короткий профиль.

Таблица 2.2.

Классификация долот PDC по коду IADC

| Тип корпуса | Тип горных пород | | Диаметр резцов, мм | | Тип профиля долота |
|---|---|---|---|---|---|
| M – матричный корпус | 1 | Очень мягкие | 2<br>3<br>4 | 19<br>13<br>8 | 1 − короткий «рыбий хвост» |
| | 2 | Мягкие | 2<br>3<br>4 | 19<br>13<br>8 | 2 − короткий профиль |
| S – стальной корпус | 3 | Мягкие средние | 2<br>3<br>4 | 19<br>13<br>8 | 3 − средний профиль |
| | 4 | Средние | 2<br>3<br>4 | 19<br>13<br>8 | 4 − длинный профиль |

В связи с широким применением буровых долот PDC в России приведем некоторые общие рекомендации по их эксплуатации:

по осевой нагрузке:

0,25−1,0 тс на 1 дюйм диаметра долота (но не более 1,1 тс) при бурении в мягких породах;

0,5−1,1 тс на 1 дюйм диаметра долота (но не более 1,4 тс) при бурении в породах средней твердости;

0,7−1,8 тс на 1 дюйм диаметра долота (но не более 2,0 тс) при бурении в твердых породах;

0,9−1,8 тс на 1 дюйм диаметра долота (но не более 2,0 тс) при бурении в крепких породах.

по частоте вращения:

100−180 об/мин в неабразивных породах; 60−80 об/мин в абразивных породах;

по гидравлической мощности, подводимой к долоту, на 1 дюйм$^2$ площади забоя скважины:

2−7 л/с на 1 дюйм$^2$ площади забоя при использовании бурового раствора на водной основе;

1−5 л/с на 1 дюйм$^2$ площади забоя при использовании бурового раствора на нефтяной основе.

В табл. 6 приведены рекомендуемые подачи бурового раствора для буровых долот различных диаметров.

Таблица 2.3.

| Диаметр долота RDC, дюйм (мм) | Подача насоса, л/мин | Удельный расход на 1″ диаметр долота, л/мин |
|---|---|---|
| 17 1/2 (444,5) | 3 000−4 000 | 170−230 |
| 12 1/4 (331,1) | 2 300−2 800 | 190−230 |
| 8 1/2 (215,9) | 1 200−1 500 | 140−180 |
| 6 (152,4) | 600−800 | 100−135 |

## 2.15. Кодирование износа долот PDC

Очень важно ввести аналогичную систему описания износа и для долот с неподвижными резцами, т.е. всех не шарошечных (безопорных).

В 1987 г. такая система была разработана подкомитетом по буровым долотам Международной ассоциации буровых подрядчиков. В 1991 г. система была отредактирована. Систему описания износа можно применять для не шарошечных долот всех типов, включая долота с природными поликристаллическими (PDC) и термостойкими поликристаллическими (TSP) алмазами, а также импрегнированные бурильные головки и долота безопорные, не оснащенные алмазным вооружением (ИСМ).

Система описания износа едина для буровых долот и бурильных головок всех конструкций. Таблица описания износа долот стандарта IADC включает коды для обозначения износа шарошечных долот и долот с неподвижными резцами. Параметры износа вносятся в соответствующие восемь колонок.

Табл. 2.4. аналогична схеме кодирования износа шарошечных долот по системе IADC: колонки 1−4 − код износа вооружения («Вооружение»); колонка 5 (B) − код износа опоры («Подшипник, уплотнение»), так как в безопорных долотах (долотах с неподвижными резцами) нет опор, в этой колонке всегда ставится знак «X»; колонка 6 (G) − износ долота по диаметру («Диаметр»); колонки 7 и 8 − второстепенный износ (или вторичные характеристики износа) и причина подъема («Второстепенный износ» и «Причина подъема»).

Таблица 2.4.

Кодирование износа безопорных долот по IADC

| Таблица описания износа долот стандарта IADC | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Вооружение | | | | B | G | Примечание | |
| Внутренние ряды | Наружные ряды | Описание износа | Местонахождение | Опора. Уплотнение | Диаметр 1/16″ | Второстепенный износ | Причина подъема |
| 2 | 6 | | | X | | | |

Степень износа внутренних и внешних рядов вооружения долота с поверхностно-вставленными алмазами определяется при помощи линейной шкалы от 0 до 8, аналогично шарошечным долотам. Цифры увеличиваются с ростом степени износа: 0 означает отсутствие износа, 8 − полный износ, 4 − 50%-ный износ.

Износ резца долота PDC определяется по линейной шкале от 1 до 8 от края до края алмазной пластины, независимо от формы, размера, типа или вылета резца.

Степень износа резцов схематично показана на рис. 2.135. Для определения степени износа записывают среднюю величину износа каждого сектора.

Как показано (см. рис. 2.135), 2/3 радиуса представлено внутренними рядами. Пять

резцов имеют степень износа «2».

Проведем расчет путем определения средней степени износа для каждого резца в группе из пяти:

(4 + 3 + 2 + 1 + 0)/ 5 = 2.

Для сектора «Внешние ряды» степень износа рассчитывается аналогично:

(5 + 6 + 7)/3 = 6.

Таким образом, степень износа внешних рядов − «6».

Цифры вносят в таблицу описания износа долот стандарта IADC (табл. 2.5.).

В колонках 3 и 7 указывают характеристики износа, т.е. наиболее заметные изменения физического состояния применяемого долота по сравнению с новым, используя двухбуквенные коды (табл. 2.5) На рис. 2.136, 2.137. показаны характеристики износа.

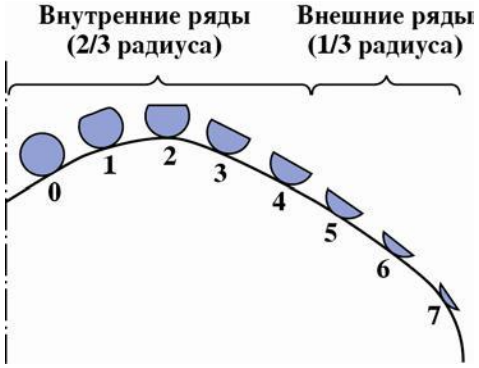



Рис. 2.135. Схема износа вооружения (внутренние и наружные венцы) (для бурильной головки осевая линия будет проходить по внутреннему диаметру).

Таблица 2.5.

Кодирование износа безопорных долот по IADC

| Таблица описания износа долот стандарта IADC | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Вооружение | | | | B | G | Примечание | |
| Внутренние ряды | Наружные ряды | Описание износа | Местонахож-дение | Опора. Уплотнение | Диаметр 1/16″ | Второстепенный износ | Причина подъема |
| | | WT | | X | | RO | |
| П р и м е ч а н и я: 1. В колонке «Местонахождение» укажите номер (а) шарошки (шарошек). 2. При отсутствии износа поставьте Л/О в колонке «Описание износа». 3. При отсутствии второстепенного износа поставьте Л/О в колонке «Второстепенный износ» | | | | | | | |

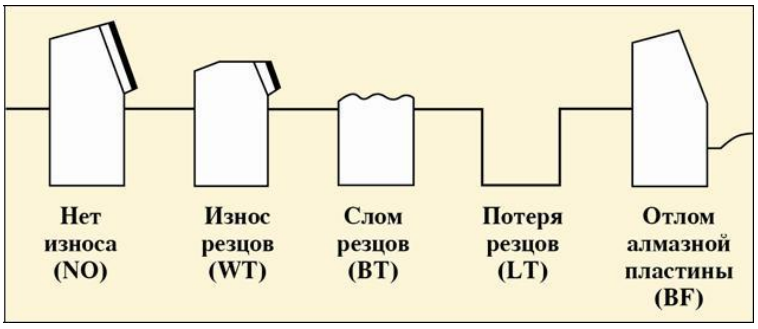



Рис. 2.136 Формы износа твердосплавных резцов, запрессованных в тело полости долота.

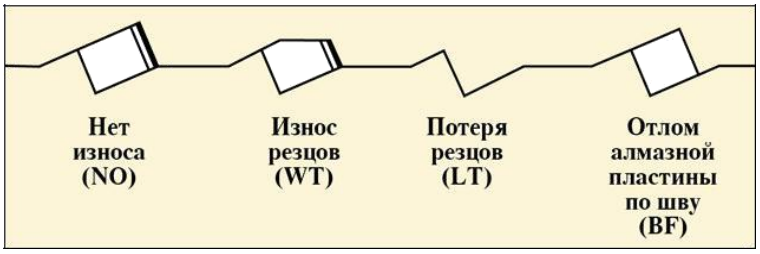


Рис. 2.137. Формы износа твердосплавных резцов

*Кодовые обозначения типов второстепенного износа:*
∗BC − слом шарошки;
CR − кернение долота;
LN − потеря насадки;
RO − кольцевой износ;
BF − отлом алмазной пластины по шву;
CT − скол зубков (резцов);
LT − потеря зубков (резцов);
SD − повреждение козырька;
BT − скол зубков (резцов);
ER − эрозия;
OC − эксцентричный износ;
SS − самозатачивание резцов;
BU − образование сальника;
FC − затупление верхушек резцов;
PB − механическое повреждение при СПО;
TR − трекинг;
∗CC − трещина в шарошке;
HC − трещины перегрева;
PN − закупорка насадки;
WO − промыв инструмента;
∗CD − истирание заклиненной шарошки (промывочного канала);
JD − метал на забое;
WT − износ зубков (резцов);
CI − взаимозацепление шарошек;
∗LC − потеря шарошки;
RG − износ по диаметру;
NO − отсутствие износа;
RR − подлежит повторному спуску;
NR − не подлежит повторному спуску.
Примеры описания износа долот PDC показаны на рис. 2.138, 2.139, 2.140.



Рис. 2.138. Износ резцов (WT)



Рис. 2.139. Скол резцов (ВТ)



Рис. 2.140 Кернение долота (CR)

В колонке «Местонахождение» указывается местоположение износа вооружения, описанного в колонке 3.

На рис. 2.141. показаны четыре существующих профиля долота с неподвижными резцами и коды для описания местоположения износа. Один (или больше) из этих кодов используют при указании местоположения характеристики износа.

В колонке G указывают износ диаметра долота по калибру. Буква I означает сохранение диаметра. Уменьшение наружного диаметра измеряется в 1/16″.

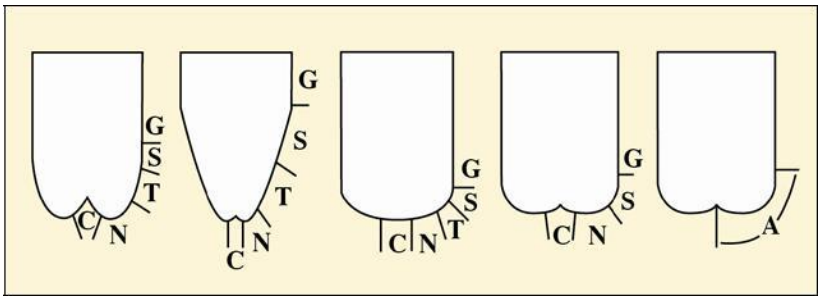



Рис. 2.141. Профили долот с неподвижными резцами:
C − конусный сектор; N − торцевой сектор; T − крыло; S − плечевой сектор; G − наружный диаметр; A − все участки

*Приведем обозначения износа долот с фиксированными резцами:*
I − сохранение диаметра;
1/16 − износ по диаметру до 1/16″;
2/16 − износ по диаметру от 1/16″ до 1/8″;
3/16 − износ по диаметру от 1/8″ до 3/16″;
4/16 − износ по диаметру от 3/16″ до 1/4″.

Кодовые обозначения причин подъема долота:
BHA − смена КНБК;
DMF − отказ забойного двигателя;
DSF − повреждение бурильной колонны;
DST − испытания пластов;
DTF − отказ инструмента;
LOG − ГИС (каротаж, инклинометр);
RIG − ремонт бурового оборудования;
CM − обработка бурового раствора;
CP − отбор керна;
DP − разбуривание цементного стакана;
FM − смена геологической обстановки;
HP − авария;
HR − подъем по времени;
PP − изменение давления на стояке;
PR − падение скорости проходки;
TD − проектный забой (колонна);
TQ − рост крутящего момента;
TW − отворот инструмента (трубы);
WC − погодные условия;
WO − промыв бурильной колонны.

Приведем практические примеры описания износа долот с фиксированными резцами.

***Пример 1.*** Долото R437GN применялось для горизонтального бурения глинистых сланцев. КНБК включала забойный двигатель 6 3/4" Mach 1 с фиксированным углом перекоса. Во время первого долбления было пробурено 118 м за 8,5 ч. Долото поднято с глубины 1433 м. Механическая скорость бурения составляла 13,9 м/ ч. При обследовании долота после подъема не было обнаружено признаков износа (рис.2.142.).



Рис.2.142. Общий вид долота после подъема. Спецификация долота: тип R437GN; размер 8,5″; общая площадь потока 0,6

Результаты обследования внесены в табл. 2.4.

Таблица 2.4.

Кодовое описание износа долота R437GN (пример 1)

| Таблица описания износа долот стандарта IADC | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Вооружение | | | | B | G | Примечание | |
| Внутренние ряды | Наружные ряды | Описание износа | Местонахождение | Опора. Уплотнение | Диаметр 1/16″ | Второстепенный износ | Причина подъема |
| 0 | 0 | NO | A | X | I | NO | TD |

***Пример 2.*** Долото R437GN применялось при бурении интервала от хрупких до вязких глин и песчаника в горизонтальной скважине. Было пробурено 387 м за 29,5 ч со средней механической скоростью 13,1 м/ч.

КНБК включала забойный двигатель 6 3/4″ Mach 1 с изменяемым углом перекоса. Долото поднято с глубины 1820 м по причине низкой механической скорости бурения. После поднятия долота выяснилось, что снижение механической скорости бурения произошло по причине кернения долота и потери всех четырех насадок, а на оставшихся резцах не было обнаружено значительных признаков износа (рис.2.143.).

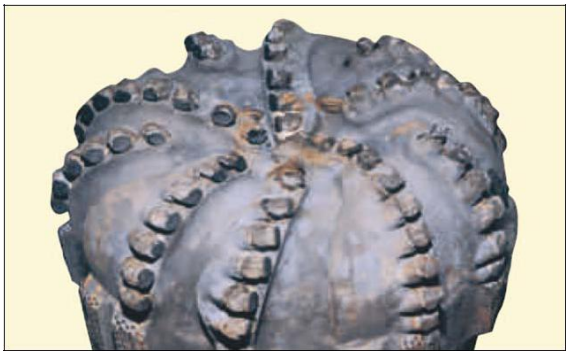


Рис.2. 143. Общий вид долота. Спецификация долота: тип R437GN; размер 8,5″; общая площадь потока 0,6

Результаты обследования внесены в табл. 10.

***Пример 3.*** В районе Северного моря долото R435SG применялось на протяжении четырех СПО. Всего было пробурено 977 м за 166,3 ч в основном в соленых и агидритных породах (цехштейн). В трех из четырех спусков КНБК включала забойный двигатель Mach 1 DTU (210−320 об/мин). При обследовании после двух первых спусков не было выявлено существенного износа вооружения.

Таблица 2.5.

Кодовое описание износа долота R437GN (пример 2)

| Таблица описания износа долот стандарта IADC | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Вооружение | | | | B | G | Примечание | |
| Внутренние ряды | Наружные ряды | Описание износа | Местонахождение | Опора. Уплотнение | Диаметр 1/16″ | Второстепенный износ | Причина подъема |
| 6 | 2 | CR | C | X | T | LN | PR |
| Примечание. Хотя произошла потеря всех четырех насадок, в колонке «Описание износа» указано «Кернение долота» (CR), так как главной причиной потери насадок является кернение. Потеря насадок (LN) отмечена в колонке «Второстепенный износ». | | | | | | | |

В колонке «Причина подъема» в обоих случаях было указано «Отказ инструмента» (DTF).

После третьего спуска (пробурено 389 м за 89,5 ч) долото было поднято по причине смены КНБК. При этом наблюдался равномерный износ ±20 % внутренних и внешних рядов вооружения.

При обследовании долота после четвертого спуска было выявлено 50 % износа внутренних рядов и 60 % износа внешних рядов вооружения. Также наблюдались сильная эрозия и потеря резцов в секторе крыла ( рис. 2 .144).

Результаты обследования внесены в табл.2.6. Содержащуюся в описании износа

информацию можно использовать для нескольких целей. С ее помощью изготовители долот могут проанализировать прочность конструкции и область применения своей продукции.

Буровики могут усовершенствовать программы бурения. Систему оценки можно компьютеризировать и создать всемирную базу данных с целью повышения эффективности подбора долот для конкретных условий применения.



Рис. 2.144. Общий вид долота после четвертого спуска. Спецификация долота: тип R435SG; размер 12,25″; общая площадь потока 0,65− 1,60.

Таблица 2.6.

Кодовое описание отработанного долота R435SG (пример 3)

| Таблица описания износа долот стандарта IADC | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Вооружение | | | | B | G | Примечание | |
| Внутренние ряды | Наружные ряды | Описание износа | Местонахождение | Опора. Уплотнение | Диаметр 1/16″ | Второстепенный износ | Причина подъема |
| 0 | 0 | NO | A | X | I | NO | DTF |
| *Спуск 1* | | | | | | | |
| 0 | 0 | NO | A | X | I | NO | DTF |
| *Спуск 2* | | | | | | | |
| 0 | 0 | NO | A | X | I | NO | DTF |
| *Спуск 3* | | | | | | | |
| 0 | 0 | NO | A | X | I | NO | DTF |
| *Спуск 4* | | | | | | | |
| 0 | 0 | NO | A | X | I | NO | DTF |

Основной причиной введения единой системы оценки является необходимость стандартизации сведений о долоте, независимо от места и конкретных условий его применения.

### 2.16. Шарошечные и лопастные бурильные головки гост 21210−75

Породоразрушающий инструмент для бурения скважин кольцевым забоем называют бурильными головками.

Бурильные головки предназначены для бурения скважин с отбором керна. Они могут использоваться со стационарными либо съемными керноприемниками.

Бурильные головки могут быть шарошечными, лопастными, фрезерными, алмазными (классическими) ИСМ или PDC.

Шарошечные бурильные головки (рис. 2.145) выполняются с одной, тремя, четырьмя, пятью, шестью, восемью и более рабочими органами. Шарошки в бурильной головке могут быть:

− коническими;

− одно-, двух-, или трехконусными;

− в виде усеченного конуса;

− цилиндрическими;

− цилиндроконическими;

− сферическими;

− чечевицеобразными.

Число и конструкция подшипников в опоре каждой шарошки также могут быть различными в зависимости, главным образом, от формы исполнения, габаритных размеров шарошки и бурильной головки.

Лопастные бурильные головки предназначены для отбора керна в мягких породах роторным способом в комплекте с несъемным керноприемником (табл.2.7).

Промывочный узел состоит обычно из нескольких каналов, просверленных в лапах или корпусе бурильной головки. Выходные промывочные отверстия во избежание размыва керна располагаются между шарошками подальше от центра.

Важными параметрами конструкции бурильной головки являются высота и коэффициент керноприема.

Высотой керноприема принято называть расстояние от зоны образования керна до кернорвателя, а коэффициентом керноприема − отношение к этому расстоянию диаметра керна.

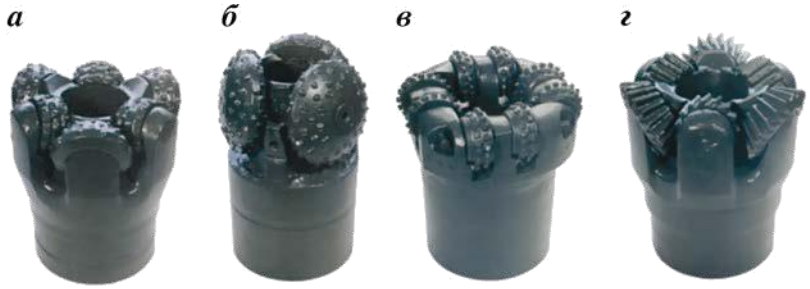



Рис.2.145. Общий вид шарошечных бурильных головок:
а − ТКЗ; б − СЗ; в − МСЗ; г − СТ

Таблица 2.7.

Типы, область применения бурильных головок и исполнение их рабочей части по ГОСТ 21210−75

| Тип | Область применения | Исполнение рабочей части |
|---|---|---|
| М | Бурение мягких устойчивых пород | Лопасти со вставными твердосплавными зубцами, с наплавкой твердого сплава и без наплавки |
| МСЗ | Бурение мягких пород с пропластками пород средней твердости | Шарошки со вставными твердосплавными зубками |
| СЗ | Бурение пород средней твердости | |
| СТ | Бурение пород средней твердости с пропластками пород твердых | Шарошки со вставными твердосплавными зубками или фрезерованными зубцами с наплавкой или без наплавки твердым сплавом |
| ТЗ | Бурение твердых пород | Шарошки со вставными твердосплавными зубками |
| ТКЗ | Бурение твердых абразивных пород с пропластками пород крепких | |

*Пример* условного обозначения бурильной головки для керноприемных устройств без съемного керноприемника (К) с наружным диаметром D = 139,7 мм, внутренним диаметром d = 52 мм для бурения мягких пород:

К 139,7/52 М ГОСТ 21210−75.

*Пример* условного обозначения бурильной головки для керноприемных устройств со съемным керноприемником (КС) с наружным диаметром D = 187,3 мм, внутренним диаметром d = 40 мм для бурения пород средней твердости:

КС 187,3/40 СЗ ГОСТ 21210−75.

### 2.17. Алмазные бурильные головки и бурильные головки ИСМ и PDC

Промышленностью выпускаются алмазные (классические) бурильные головки, оснащенные как природными, так и синтетическими алмазами ( рис. 2.146, 2.147).

Бурильные головки первого класса изготавливаются трех разновидностей: однослойные радиальные, однослойные ступенчатые и импрегнированные.

Однослойные радиальные бурильные головки выпускаются серийно одного типа СТ двух модификаций в четырех моделях:



Рис.2.146. Общий вид импрегнированной алмазной бурильной головки

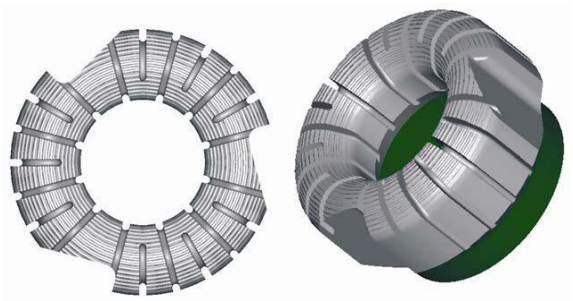


Рис. 2.148. Общий вид однослойной алмазной бурильной головки

КР 159/67 СТ2;

КР 188/80 СТ2;

КР 212/80 СТ2;

КР 188/40 СТ1.

В записи бурильных головок приняты следующие обозначения:

К − бурильная головка;

Р − радиальная разновидность;

159/67 − номинальный наружный диаметр бурильной головки/диаметр керноприемного отверстия, мм;

СТ − тип бурильной головки;

2 − порядковый номер модификации.

Однослойные ступенчатые бурильные головки выпускаются двух типов М и С:

тип М − одной модификации 2 в одной модели:

КТ 188/40 М2;

типа С − двух модификаций 3 и 5 в двух моделях:

КТ 138/52 С3;

КТ 138/45 С5.

Импрегнированные бурильные головки выпускаются только типа С модификации 3 в двух моделях:

КИ 188/80 С3;

КИ 212/80 С3.

В бурильных головках обеих моделей с твердосплавной матрицей перемешаны алмазы XXXIV группы.

Бурильные головки второго класса с синтетическими алмазами изготавливаются двух разновидностей: однослойные и импрегнированные ступенчатые.

Они выпускаются только одного типа С и одной модификации 3.

Однослойные ступенчатые бурильные головки изготовлялись в двух моделях:

КТС 188/80 С3; КТС 212/80 С3.

Импрегнированные − в трех моделях:

КТСИ 138/52 С3; КТСИ 188/8 С3;

КТСИ 212/80 С3.

Алмазные бурильные головки производятся в соответствии с отраслевым стандартом ОСТ 39.026−76.

Бурильные головки для колонковых снарядов со съемным керноприемником изготавливаются с ниппельной наружной присоединительной резьбой, а бурильные головки для колонковых снарядов с несъемным керноприемником − с муфтовой внутренней резьбой.

ОСТ 39.026−76 также предусмотрено выполнение бурильных головок для колонковых снарядов со съемным керноприемником следующих семи размеров, мм:

185,7/40;

188,9/40;

211,1/60;

214,3/60;

242,1/60;

267,5/60;

292,9/60.

Бурильные головки размерами 185,7/40 и 188,9/40 выпускаются с ниппелем З-147, размером 211,1/60 и 214,3/60 − с ниппелем З-161, а остальные − с ниппелем З-171. Бурильные головки для керноприемных снарядов с несъемным керноприемником производятся следующих размеров, мм:

130,4/60;
138,1/60;
141,3/52;
147,6/52;
157,1/67;
163,5/67;
169,8/67;
185,7/80;
188,9/80;
195,3/80;
211,1/80;
214,3/80;
220,7/80;
242,1/100;
267,5/100;
292,9/100;
308,7/100;
317,6/100;
346,8/100.

Бурильные головки ИСМ, вооруженные вставками со сверхтвердым материалом «Славутич», выпускаются в настоящее время одной и той же разновидности (рис. 72) и одного типа МС.

Эти бурильные головки армируются вставками с материалом «Славутич» по

наружной рабочей поверхности шести лопастевидных рабочих органов, составляющих единое целое с продолговатым полым корпусом, а также по внутренней центральной части, обеспечивающей образование керна.

Изготовление таких бурильных головок проводится в соответствии с ТУ 88 УССР ИСМ 472−76. Этими техническими условиями предусматривается изготовление бурильных головок под общим шифром ИСМ трех типов: М, МС и С.

Общий вид бурильных головок ИСМ и PDC представлен на рис. 2.149, 2.150. Бурильные головки, как и буровые долота, имеют стальной корпус с присоединительной резьбой и рабочие органы в виде лопастей, оснащенные резцами из поликристаллических синтетических алмазов.

Бурильные головки могут быть цельнометаллические стальные и матричного типа, аналогично буровым долотам. Технология изготовления бурильных головок PDC аналогична технологии изготовления буровых долот.

Бурильные головки PDC применяют для бурения с отбором керна в породах от мягких до средней твердости.



Рис.2.149. Общий вид бурильных головок ИСМ

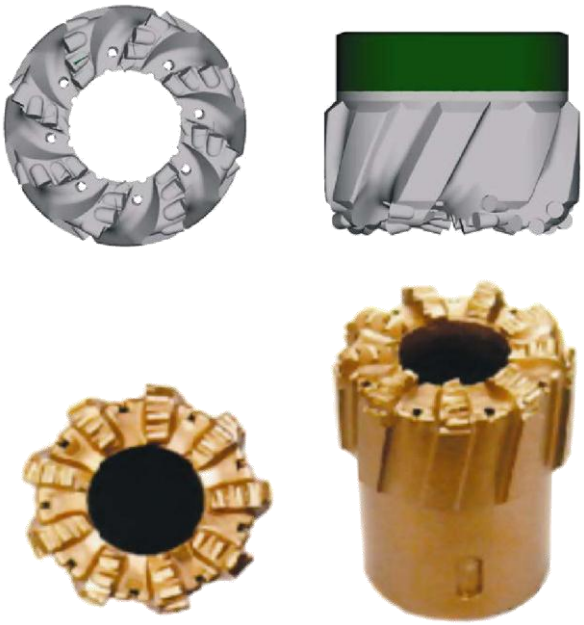


Рис.2.150. Общий вид бурильной головки PDC

**МИНОБРНАУКИ РФ**
**ФГБОУ ВО**
**«Уральский государственный горный университет»**

**В.Н. Калашников, Г.А. Усов,**

**Л.И. Кралина, Ф.П. Сердюков**

# Методические указания по выполнению контрольной работы «*Техника разведки*»

**для студентов специальности**

**21.05.03 Технология геологической разведки**

**очного и заочного обучения**

**Екатеринбург**

**2020**

СОДЕРЖАНИЕ

Введение……....3

Занятие 1. Разработка конструкции скважины……..4

Занятие 2. Выбор типа породоразрушающего инструмента и расчет параметров режима вращательного бурения…….…..5

Занятие 3. Выбор типа породоразрушающего инструмента для канатно-ударного бурения и расчет параметров режима бурения……9

Список литературы……11

Приложение 1 Исходные данные для составления конструкции скважины…….....12

Приложение 2. Рекомендуемый диаметр керна по полезному ископаемому…….……..…13

Приложение 3. Графическое оформление конструкции скважины……13

Приложение 4. Значения рекомендуемых нагрузок на один основной резец твердосплавной коронки (даН)……...…14

Приложение 5. Удельный расход промывочной жидкости ($10^{-3}$ м$^3$/с) на 1м диаметра коронки ……14

Приложение 6. Рекомендуемые значения удельной осевой нагрузки для алмазных коронок, $10^4$ даН/м$^2$……14

Приложение 7. Значения удельных нагрузок, окружной скорости вращения долота и скорости восходящего потока промывочной жидкости для бескернового бурения ……..…….....15

Приложение 8. Исходные данные для расчета режимных параметров канатно-ударного бурения……..…….....16

Приложение 9. Удельный расход промывочной жидкости…….……16

# ВВЕДЕНИЕ

Успех разведочного бурения во многом зависит от правильного выбора конструкции скважины, которая должна обеспечить ее безаварийную проходку при соответствующем качестве буровых работ.

При бурении разведочных скважин применяется различный породоразрушающий инструмент: твердосплавные и алмазные коронки. При бескерновом бурении – лопастные, шарошечные и алмазные долота. При канатно-ударном бурении – плоские, двутавровые, крестовые и округляющие долота. Применение того или иного вида породоразрушающего инструмента зависит от физико-механических свойств горных пород и назначения скважины. Рациональный выбор породоразрушающего инструмента и параметров режима бурения определяют производительность бурения и его экономическую эффективность.

**Занятие 1**

## РАЗРАБОТКА КОНСТРУКЦИИ СКВАЖИНЫ

Задание: Разработать конструкцию скважины согласно геологического разреза, приведенного в приложении 1, и дать спецификацию бурового инструмента для спуска обсадных труб.

Цель занятия: изучить типы обсадных труб и буровой инструмент для спуска их в скважину. Освоить методику составления конструкции скважины.

*1.1. Назначение обсадных труб.*

Обсадные трубы служат для крепления стенок скважин в следующих случаях:

1) для закрепления устья скважины с целью предохранения его от размыва и отвода промывочной жидкости;
2) для закрепления (кондуктором) залегающих сверху наносов и других неустойчивых пород;
3) для перекрытия зон разрушенных и раздробленных пород, которые не закрепляются глинистым раствором, а после проходки не могут быть затампонированы быстросхватывающими смесями;
4) для перекрытия зон интенсивных и катастрофических поглощений промывочных жидкостей;
5) перед пересечением полезного ископаемого (рыхлые руды, бокситы), над которыми залегают неустойчивые породы, дающие осыпи;
6) перед переходом с промывки глинистым раствором на промывку технической водой.

*1.2. Требования к конструкции скважины.*

Конструкция скважины – это схема изменения диаметров бурения, обсадных труб и их глубин, обеспечивающих безаварийную проходку скважины и выполнение геофизических и гидрогеологических исследований при соответствующем качестве бурения.

Конструкция скважины должна быть наиболее простой – малоступенчатой. В этом случае облегчается бурение, сокращается набор бурового инструмента и расход обсадных труб, снижается стоимость работ. Простота конструкции достигается правильным применением качественных промывочных жидкостей и закреплением маломощных зон осложнений без применения обсадных труб. Конструкция скважины должна обеспечивать получение диаметра керна в соответствии с геологическими требованиями и применения форсированных режимов бурения.

*1.3. Выбор конструкции скважины*

В основу составления конструкции скважины положены следующие факторы: конечный диаметр бурения, определяемый целевым назначением скважины (диаметр бурения по полезному ископаемому, диаметр фильтра для скважины на нефть и газ), устойчивостью пород геологического разреза и необходимостью их закрепления обсадными трубами (смотри пункт 1.1).

Поэтому конструкция скважины составляется по методу снизу вверх. Вначале определяется конечный диаметр скважины, исходя из требований минимально допустимого диаметра керна по полезному ископаемому (см. приложение 2). Дальше диаметр скважины будет определяться устойчивостью выше залегающих пород и необходимостью их закрепления обсадными трубами.

Для обеспечения нормального спуска обсадных колонн, перекрывающих валунно–галечные отложения или значительные мощности песчано-глинистых пород, а также колонн, подлежащих цементированию, необходимо предусмотреть диаметр скважины на один диаметр больше диаметра колонны. После разработки конструкции скважины

приводится ее описание сверху вниз с обоснованием смены диаметра и установки обсадных колонн.

Конструкция скважины выполняется графически с соблюдением вертикального масштаба. Прилагается спецификация бурового инструмента для спуска обсадных труб в скважину.

**Занятие 2**

## ВЫБОР ТИПА ПОРОДОРАЗРУШАЮЩЕГО ИНСТРУМЕНТА И РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ РЕЖИМА ВРАЩАТЕЛЬНОГО БУРЕНИЯ

Задание. Выбрать тип породоразрушающего инструмента для вращательного бурения в соответствии с физико-механическими свойствами горных пород (приложение 3), подобрать состав бурового снаряда (компановка колонкового набора, тип и диаметр бурильных труб) и определить параметры режима бурения.

Цель занятия: изучить типы твердосплавных, алмазных коронок и долот для бескернового бурения, а также технологический буровой инструмент: бурильные и утяжеленные трубы, колонковые трубы, переходники, расширители, кернорватели; освоить методику выбора параметров режима бурения.

*2.1 Породоразрушающий инструмент для бурения разведочных скважин вращательным способом и область его применения.*

Тип породоразрушающего инструмента выбирается с учетом физико-механических свойств горных пород и целевого назначения скважины.

Твердосплавные коронки применяются для бурения горных пород от I до VIII категории по буримости и по конструктивному исполнению подразделяются на ребристые, резцовые и самозатачивающиеся.

Таблица 1

Область применения твердосплавных коронок

| Группа коронок | Тип коронок | Категория пород по буримости | | | | | | | | Характеристика пород |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII | |
| Ребристые | М1, М2, М5 | х | х | х | х | | | | | Мягкие с прослоями пород средней твердости |
| Резцовые | СМ-4 | | | | | х | х | х | | Монолитные и перемежающиеся породы. Монолитные и трещиноватые |
| | СМ-5 | | | | | х | х | | | |
| | СМ-6 | | | | | | х | х | | |
| | СТ-2 | | | | х | х | х | | | |
| Самозатачивающиеся | СА1 | | | | | | х | х | х | Плотные, тонко и мелкозернистые. Слаботрещиноватые. Перемежающиеся по твердости |
| | СА2 | | | | | | х | х | х | |
| | СА4 | | | | | | х | х | х | |
| | СА5 | | | | | | х | х | х | |
| | СА6 | | | | | | х | х | х | |

Алмазные коронки применяются для бурения твердых и крепких абразивных пород VI-XII категории по буримости.

В настоящее время в зависимости от расположения объемных алмазов выпускаются следующие коронки:

а) однослойные – с расположением объемных алмазов в один слой;

б) импрегнированные – объемные алмазы расположены без определенного порядка, т.е. перемешаны с материалом матрицы;

в) зубчатые – режущая кромка зуба армируется по поверхности крупными полированными алмазами, кроме того, вершина каждого зуба армирована по всему объему импрегнированными алмазами с зернистостью 120-200 шт./карат.

Зубчатые алмазные коронки целесообразно использовать в породах VI-VII категории по буримости.

Однослойные коронки дают наилучшие результаты в плотных, монолитных малоабразивных породах VIII-IX категории по буримости.

Импрегнированные коронки рекомендуют использовать в твердых, трещиноватых и абразивных породах X-XII категории по буримости.

Бурение скважин сплошным забоем осуществляется при детальной разведке, по хорошо изученным вмещающим породам. Для бурения применяются лопастные, шарошечные и алмазные долота.

Таблица 2

Область применения долот при бескерновом бурении

| Тип долота | Категория пород по буримости | | | | | | | | | Характеристика пород |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | I-IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII | |
| Лопастные долота | x | | | | | | | | | Мягкие и пластичные породы |
| 2Д | x | | | | | | | | | |
| 3Л | x | | | | | | | | | |
| ИР | | x | x | x | | | | | | |
| ИРГ | | x | x | | | | | | | |
| Пикобуры | x | x | | | | | | | | |
| Шарошечные | | | | | | | | | | Мягкие с пропластками пород средней твердости. Средней твердости. Твердые породы |
| МС | x | | | | | | | | | |
| С | | x | x | x | | | | | | |
| Т | | | | x | x | x | | | | |
| ТК | | | | | | x | x | | | С пропластками крепких пород. Крепкие. Весьма крепкие. Малоабразивные твердые |
| К | | | | | | | x | x | | |
| ОК | | | | | | | | x | x | |
| ДДА | | | | x | x | x | | | | |
| Дисковое долото | | x | x | | | | | | | Средней твердости |
| Алмазные долота | | | | | | | | | | Плотные, монолитные породы. Крепкие, абразивные породы |
| 08А3 и | | | | | | | | | | |
| 09А3 | | | | x | x | x | | | | |
| 08И3 | | | | | | | x | x | x | |

Шарошечные долота имеют различную конструкцию. Конструктивные особенности долота указываются в его шифре. Первые цифры в шифре долота указывают количество шарошек (I, II, III), после дефиса указывается диаметр, тип долота, а после второго дефиса – система промывки (Ц – центральная, Г – гидромониторная) и тип опоры (А – с двумя подшипниками скольжения, В – с подшипником качения).

Например, долото II-132 М-ГВ

Долото двухшарошечное, диаметр 132 мм, тип М, с гидромониторной промывкой, опора на подшипнике качения.

*2.2. Компоновка бурового снаряда*

Колонковый набор – часть бурового снаряда, предназначенная для разрушения горной породы, приема и сохранения керна. Простейший колонковый набор состоит из породоразрушающего инструмента, колонковой трубы и переходника. В колонковый набор могут также входить расширитель (при алмазном бурении), кернорватель и шламовая труба.

При бурении сплошным забоем в зависимости от диаметра бурения могут применяться различные компоновки бурового снаряда. При бурении скважин небольшого диаметра (76-112 мм) компоновка бурового снаряда состоит из долота, утяжеленных бурильных труб (УБТ) и бурильных труб. При бурении скважин диаметром более 151 мм в состав бурового снаряда включают долото, направляющую трубу, УБТ. При бурении хрупких пород большим диаметром буровой снаряд состоит из долота, шламовой трубы закрытого типа, УБТ. Шламовая труба служит для сбора шлама, который не может быть вынесен потоком промывочной жидкости на поверхность.

*2.3. Проектирование параметров режима бурения.*

При вращательном бурении параметрами режима бурения являются: осевая нагрузка на породоразрушающий инструмент, частота вращения и расход промывочной жидкости.

2.3.1. Твердосплавное бурение

Осевую нагрузку на твердосплавную коронку определяют, исходя из рекомендуемой нагрузки на один резец (объемный), обеспечивающий объемный процесс разрушения породы, и рассчитывают по формуле

$$P = p_0 * m \quad (2.1)$$

где $P$ – осевая нагрузка на коронку, даН;

$p_0$ – рекомендуемая нагрузка на один основной резец, даН;

$m$ – число основных резцов в коронке, шт;

При бурении трещиноватых или переслаивающихся пород с резким различием по твердости следует уменьшать рекомендуемую нагрузку на 30-50%.

Частота вращения коронки рассчитывается: исходя из рекомендуемых значений окружной скорости вращения коронки, которые применяются тем больше, чем меньше диаметр коронки.

Частота вращения коронки в об/мин рассчитывается по формуле

$$n = \frac{v_0 * 60}{\pi * D_{\text{ср}}} \quad (2.2)$$

где $v_0$ – окружная скорость коронки, м/с;

$D_{\text{ср}}$ – средний диаметр коронки, м;

$$D_{\text{ср}} = \frac{D_{\text{н}} + D_{\text{вн}}}{2}$$

где $D_{\text{н}}$ – наружный диаметр коронки, м;

$D_{\text{вн}}$ – внутренний диаметр коронки, м.

Рекомендуемые окружные скорости для твердосплавных коронок приведены ниже:

| Коронки | Ребристые | Резцовые | Самозатачивающиеся |
|---|---|---|---|
| $v_0$, м/с | 0,7-1,5 | 1-2,5 | 0,7-1,5 |

При бурении трещиноватых пород и неоднородных по твердости рекомендуется снижать частоту вращения коронки на 20-30%. При увеличении глубины скважины частота вращения должна уменьшаться, так как возрастают затраты мощности на холостое вращение бурового снаряда.

Количество промывочной жидкости выбирается в зависимости от физико-механических свойств горных пород, диаметра бурения. Расход промывочной жидкости можно определить по формуле

$$Q = k * D \quad (2.3)$$

где $Q$ – расход промывочной жидкости, м$^3$/с

$k$ – удельный расход промывочной жидкости на 1 м диаметра коронки, м$^3$/с

$D$ – наружный диаметр коронки, м

2.3.2. Алмазное бурение

Экспериментальными исследованиями установлено и практикой бурения доказано, что наибольшее влияние на механическую скорость алмазного бурения оказывает частота вращения. В связи с этим алмазное бурение целесообразно вести при возможно высокой частоте вращения коронки, допускаемой состоянием бурового снаряда, а также характером разбуриваемых пород и при отсутствии вибрации или возможном ее снижении.

Осевая нагрузка на коронку определяется с учетом физико-механических свойств горных пород и заданной частоты вращения коронки. Оптимальная осевая нагрузка может быть рассчитана на основании значений удельной нагрузки на 1 м рабочей площади торца алмазной коронки рекомендуемой для различных категорий пород по формуле

$$P = p_0 * S \qquad (2.4)$$

где $P$ – осевая нагрузка на коронку, даН;

$p_0$ – удельная нагрузка на 1 м$^2$ площади торца коронки, даН/м$^2$;

$S$ – площадь торца алмазной коронки (за вычетом площади промывочных каналов), м$^2$;

Частота вращения коронки рассчитывается по формуле (2.2)

Рекомендуемые значения окружной скорости коронки, м/с

| | |
|---|---|
| Для пород VIII-IX категории | 3-4 |
| Для пород X-XI категории | 2-3 |
| Для пород XII категории | 1,5-2 |

Расход промывочной жидкости можно определить по формуле (2.3). Рекомендуемые значения удельного расхода промывочной жидкости для различных типов алмазных коронок приведены в приложении 9.

2.3.3. Бескерновое бурение

Осевая нагрузка при бурении сплошным забоем оказывает существенное влияние на механическую скорость бурения. При увеличении диаметра бурения и крепости пород осевую нагрузку необходимо повышать. Осевую нагрузку на долото можно рассчитать по формуле

$$P = p_0 * D \qquad (2.5)$$

где $P$ – осевая нагрузка на долото, даН;

$p_0$ – удельная нагрузка на 1 м диаметра долота, даН;

$D$ – диаметр долота, м;

При больших значениях осевой нагрузки, рассчитанной по формуле (2.5), могут использоваться УБТ, которые передают большую часть осевой нагрузки на долото за счет своего веса, создают направление скважине и улучшают условия работы бурильных труб. В данном случае длина УБТ рассчитывается по формуле

$$L = \frac{k*P}{q*g\left(1-\frac{\gamma_р}{\gamma}\right)*Cos\theta} \qquad (2.6)$$

где $L$ – длина УБТ, м;

$k$ – коэффициент увеличения веса УБТ относительно осевой нагрузки (принимается);

$g$ – ускорение силы тяжести, м/с$^2$;

$q$ – вес 1 метра УБТ, даН;

$\gamma$ - удельный вес материала УБТ, кг/м$^3$;

$\gamma_р$ – удельный вес промывочной жидкости, кг/м$^3$;

$\theta$ – зенитный угол, …°

Число труб в колонне УБТ определяется по формуле

$$n = \frac{L}{l}$$

где $L$ – длина УБТ, м;

$l$ – длина одной трубы, м;

Частоту вращения долота (в об/мин.) можно рассчитать по формуле

$$n = \frac{60v_0}{\pi D} \quad (2.7)$$

где $v_0$ – окружная скорость долота, м/с;

$D$ – диаметр долота, м.

Расход промывочной жидкости определяется, исходя из скорости восходящего потока промывочной жидкости и площади кольцевого пространства скважины

$$Q = 0{,}785 * (D^2 - d^2) * v \quad (2.8)$$

где $Q$ – расход промывочной жидкости, м$^3$/с;

$D$ – диаметр долота, м;

$d$ – наружный диаметр бурильных труб, м;

$v$ – скорость восходящего потока промывочной жидкости, м/с;

При оформлении задания дать обоснование выбора типа породоразрушающего инструмента, типа колонкового набора и колонны бурильных труб. Дать эскиз компоновки бурового снаряда, с указанием назначения каждого из его элементов.

Занятие 3

## ВЫБОР ТИПА ПОРОДОРАЗРУШАЮЩЕГО ИНСТРУМЕНТА ДЛЯ КАНАТНО-УДАРНОГО БУРЕНИЯ И РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ РЕЖИМА БУРЕНИЯ

Задание. Выбрать тип долота и состав бурового снаряда для канатно-ударного бурения в соответствии с физико-механическими свойствами горных пород и рассчитать параметры режима бурения.

Цель задания – изучить типы долот для канатно-ударного бурения и область их применения, а также состав и конструкцию бурового снаряда. Освоить методику расчета параметров режима бурения.

*3.1. Область применения канатно-ударного бурения*

Канатно-ударное бурение применяется при:

1) сооружении разведочных и эксплуатационных скважин на воду;
2) разведке россыпных месторождений и мелковкрапленных руд;
3) бурение технических скважин: для замораживания водоносных пород, водопонижения, вентиляции подземных выработок и т.д.;
4) бурение взрывных скважин при разработке месторождений полезных ископаемых открытым способом.

Буровой снаряд при канатно-ударном бурении состоит из долота, ударной штанги, раздвижной штанги, канатного замка. Для чистки скважины от шлама применяют желонки.

При бурении скважин применяют плоские долота, двутавровые, округляющие и крестовые долота. В зависимости от крепости пород угол заострения лезвия долота меняется от 70 до 130° (чем тверже порода, тем больше должен быть этот угол).

Плоские долота служат для бурения в мягких породах. Двутавровые долота применяют при бурении в вязких породах средней твердости. Округляющие долота используют для бурения в твердых породах, а также в трещиноватых породах и валунно-галечных отложениях. Крестовыми долотами бурят в трещиноватых породах.

*3.2. Расчет параметров режима бурения*

Производительность ударно-канатного бурения зависит от правильно подобранных параметров режима бурения: массы ударного снаряда, высоты его подъема над забоем или высоты сбрасывания, частоты ударов и количества подливаемой воды в скважину.

Вес рабочей части снаряда (в даН) определяется по формуле

$$M_p = D * m_o \quad (3.1.)$$

где $D$ – длина лезвия долота, см;

$m_o$ – относительный вес (даН/см), приходящийся на 1 см лезвия долота, даН/см;

Величина относительного веса бурового снаряда выбирается, исходя из крепости горных пород:

1) по мягким породам (I-III категории по буримости) 15-25 даН/см;
2) по породам средней твердости (IV-V категории буримости) 30-40 даН/см;
3) по твердым породам (VI категории буримости) 40-50 даН/см;
4) по весьма твердым породам (VIII категории буримости) 60-80 даН/см.

Необходимый вес ударной штанги определяется по формулам:

$$M_2 = M_\text{р} - (M_1 + 0{,}5M_3), \text{ даН} \quad (3.2)$$

при работе без раздвижной штанги

$$M_2 = M_\text{р} - (M_1 + M_4), \text{ даН} \quad (3.3)$$

где $M_1$ – вес долота, даН;

$M_2$ – вес ударной штанги, даН;

$M_3$ – вес раздвижной штанги, даН;

$M_4$ – вес канатного замка, даН

Современные буровые станки канатно-ударного бурения обеспечивают высоту подъема снаряда над забоем на 0,35 – 1 м и частоту ударов от 40 до 60 в 1 мин. В зависимости от характера пород и глубины скважины задаются высотой сбрасывания снарядов, после чего определяют частоту ударов (уд/мин)

$$n_y = 21\sqrt{\frac{b}{S}} \quad (3.4)$$

где $b$ – ускорение падения снаряда в шламовой среде, м/с$^2$;

$S$ – высота сбрасывания снаряда, м.

При бурении по глинистым породам принимают $b$=4,5-5 м/с$^2$, по твердым породам $b$=6-6,5 м/с$^2$.

Высота сбрасывания снаряда увеличивается при бурении по твердым монолитным породам, а частота ударов снижается. При бурении пород сильно - трещиноватых или слоистых, перемежающихся по твердости следует увеличивать частоту ударов, уменьшать высоту сбрасывания снаряда. С ростом глубины бурения высоту сбрасывания снаряда нужно увеличивать, а частоту ударов снижать.

При бурении мягких пород рекомендуется на каждый рейс подливать в скважину 35-40 л. воды, а при бурении твердых пород – 10-15 л.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волков А.С., Долгов Б.П. Вращательное бурение разведочных скважин.-М.: Недра, 1988, 318с.
2. Волков А.С., Буровой геологоразведочный инструмент.-М.: Недра, 1979, 285с.
3. Володин Ю.И. Руководство к практическим занятиям и сборник задач по бурению скважин.-М.: Недра, 1987, 204с.
4. Михайлова Н.Д. Техническое проектирование колонкового бурения.-М.: Недра, 1985, 197с.
5. Шамшев Ф.А., Тараканов С.Н., Кудряшов Б.В. Технология и техника разведочного бурения.-М.: Недра, 1983, 564 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Таблица П.1.1

Исходные данные для составления конструкции скважины

| Геологический разрез | Категория пород | Номера вариантов и мощность слоя, м | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| | | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Почвенно-растительный слой | II | 2 | 3 | 1 | 1,5 | 4 | 2,5 | 3,5 | 5 | 4,5 | 5 |
| | | 3 | 4 | 2 | 5 | 6 | 4,5 | 5,5 | 6 | 5,5 | 7 |
| Суглинки | III | 5 | 6 | 7 | 8 | 10 | 15 | 20 | 30 | 40 | 50 |
| | | 8 | 10 | 9 | 12 | 15 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
| Песок среднезернистый | II | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 12 | 14 | 16 |
| | | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| Известняк трещиноватый (зона поглощения) | V | 10 | 15 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 25 | 35 |
| | | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 45 | 45 |
| Мергель | VI | 30 | 50 | 60 | 80 | 40 | 25 | 15 | 35 | 45 | 70 |
| | | 40 | 60 | 70 | 90 | 50 | 30 | 25 | 55 | 60 | 65 |
| Песок разнозернистый | I | 15 | 40 | 35 | 50 | 45 | 30 | 25 | 55 | 18 | 42 |
| | | 20 | 25 | 45 | 35 | 60 | 50 | 55 | 65 | 28 | 65 |
| Глины плотные | IV | 40 | 50 | 60 | 70 | 65 | 70 | 65 | 75 | 80 | 85 |
| | | 25 | 35 | 45 | 50 | 60 | 30 | 45 | 55 | 90 | 100 |
| Бокситы | VI | 1 | 2 | 3 | 2,5 | 3,5 | 5 | 5,5 | 2,6 | 2 | 1,5 |
| | | 2 | 3 | 4 | 3,5 | 4,5 | 6 | 6,5 | 3 | 2,5 | 4 |
| Глины углистые | IV | 1 | 1,5 | 2 | 1,4 | 1,8 | 3,4 | 4,2 | 2 | 1,4 | 2,5 |
| | | 2,2 | 2,5 | 3 | 1,6 | 2,2 | 4,4 | 5,2 | 1,8 | 3 | 1,6 |

Таблица П.1.2

Исходные данные для составления конструкции скважины

| Геологический разрез | Категория пород | Номера вариантов и мощность слоя, м | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 |
| | | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 |
| Суглинок | III | 3 | 5 | 4 | 2 | 3,5 | 4,6 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 5 |
| | | 4 | 6 | 8 | 3 | 5,5 | 7 | 9 | 5,5 | 4 | 6 | 7 | 9 |
| Кварцево-хлоритовый сланец, трещиноватый | V | 10 | 15 | 20 | 30 | 40 | 25 | 35 | 45 | 50 | 60 | 70 | 80 |
| | | 15 | 20 | 25 | 23 | 37 | 48 | 52 | 65 | 49 | 86 | 67 | 58 |
| Серпентинит сильно трещиноватый | VI | 30 | 40 | 60 | 35 | 55 | 65 | 75 | 35 | 45 | 40 | 38 | 28 |
| | | 40 | 50 | 70 | 45 | 65 | 80 | 36 | 58 | 26 | 46 | 68 | 84 |
| Метасоматит хлористокарбонатный | VIII | 60 | 80 | 58 | 65 | 76 | 48 | 34 | 28 | 62 | 54 | 58 | 86 |
| | | 48 | 54 | 68 | 52 | 78 | 86 | 46 | 34 | 62 | 78 | 96 | 100 |
| Туфопесчаник | IX | 50 | 70 | 80 | 65 | 45 | 38 | 26 | 48 | 54 | 66 | 87 | 96 |
| | | 34 | 65 | 82 | 54 | 86 | 68 | 76 | 56 | 42 | 75 | 62 | 96 |
| Медный колчедан | VII | 2 | 4 | 3 | 6 | 8 | 10 | 5 | 12 | 8 | 14 | 16 | 3 |
| | | 3 | 5 | 2,5 | 7 | 6 | 8 | 4 | 9 | 4 | 6 | 4 | 2 |
| Альбитофир | XI | 4 | 1 | 5 | 6 | 8 | 12 | 14 | 5 | 7 | 9 | 4 | 15 |
| | | 6 | 12 | 15 | 4 | 10 | 8 | 6 | 4 | 11 | 18 | 6 | 8 |

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

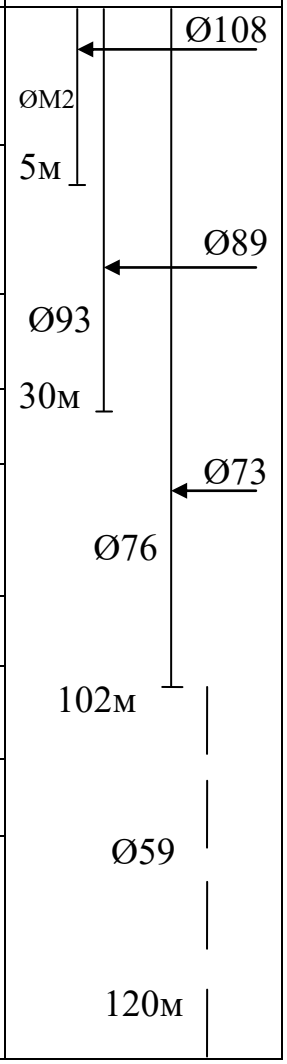
Рекомендуемый диаметр керна по полезному ископаемому

| Тип полезного ископаемого | Минимальный диаметр керна, мм | Диаметр скважины, мм |
|---|---|---|
| Железный кварцит | 32 | 46 |
| Титаномагнетит | 32 | 46 |
| Медно-никелевые руды | 32 | 46 |
| Медно-колчеданные руды | 32 | 46 |
| Медистый песчаник | 22 | 36 |
| Медно-порфировые руды | | 59 |
| Бокситы | 32-42 | 46-59 |
| Свинцово-цинковые руды | 22-42 | 46-59 |
| Вольфрамо-молибденовые руды | 32-42 | 46-76 |
| Золотоносные шляпы | 32 | 46 |
| Оловянные руды | 32-42 | 46-59 |
| Редкометальные | 42-60 | 59-76 |
| Уголь | 60 | 76 |

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Графическое оформление конструкции скважины

| Геологический разрез | Можность слоя, м | Конструкция скважины |
|---|---|---|
| Почвенно-растительный слой | 3 | |
| Суглинки | 10 | |
| Песок среднезернистый | 16 | |
| Глины плотные | 20 | |
| Мергель сильнотрещиноватый (поглощение) | 30 | |
| Песок | 10 | |
| Глины | 20 | |
| Бокситы | 5 | |
| Глины углистые | 6 | |




Примечание: Ø - обозначение диаметра;
Вертикальный масштаб
М 1:10 или М 1:20

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Значения рекомендуемых нагрузок на один основной резец твердосплавной коронки (даН)

| Группа и тип коронки | Категория пород по буримости | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | I-II | III-IV | V | VI | VII-VIII |
| Ребристые | | | | | |
| М1 | 30-50 | 50-60 | - | - | - |
| М2 | - | 60-80 | - | - | - |
| М5 | - | 40-60 | - | - | - |
| Резцовые | | | | | |
| СМ3 | - | 40-50 | 50-80 | 80-100 | - |
| СМ4 | - | - | 50-60 | 60-80 | - |
| СМ5 | - | - | 40-50 | 50-60 | - |
| СМ6 | - | - | - | - | 60-70 |
| СТ2 | - | 40-60 | 60-80 | 80-100 | - |
| Самозатачивающиеся | | | | | |
| СА-1 | - | - | 30-50 | 40-80 | 50-100 |
| СА-2 | - | - | - | 40-60 | 50-80 |
| СА-4 | - | - | - | 40-60 | 50-80 |
| СА-5 | - | - | - | 40-60 | 50-80 |
| СА-6 | - | - | - | 40-60 | 50-80 |

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

Удельный расход промывочной жидкости ($10^{-3}$ м$^3$/с) на 1м диаметра коронки

| Группа коронок | Категория пород по буримости | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | I-II | III-IV | V | VI | VII-VIII |
| Ребристые | 17-20 | 20-27 | - | - | - |
| Резцовые | - | - | 20-23 | 17-20 | 15-17 |
| Самозатачивающиеся | - | - | - | 17-20 | 15-17 |

ПРИЛОЖЕНИЕ 6

Рекомендуемые значения удельной осевой нагрузки для алмазных коронок, $10^{-4}$ даН/м$^2$

| Тип коронки | Категория пород по буримости | | | |
|---|---|---|---|---|
| | VII | VIII-IX | IX-X | XI-XII |
| Однослойные | 60 | 60-75 | - | - |
| Импрегнированные | - | - | 75-90 | 100-170 |

ПРИЛОЖЕНИЕ 7

Значения удельных нагрузок, окружной скорости вращения долота и скорости восходящего потока промывочной жидкости для бескернового бурения

| Тип долота | $P * 10^3$ даН/м | $v_0$, м/с | $v$, м/с |
|---|---|---|---|
| Лопастные | | | |
| 2Л | 6-7,5 | 0,8-2,0 | 0,6-1 |
| 3Л | 8-12 | 0,8-1,5 | |
| ИР | 8-15 | 0,8-1,2 | |
| Пикобуры | 4,5-9,5 | 0,8-1,4 | |
| Шарошечные долота | | | |
| М | 15-25 | 0,8-1,2 | 0,6-1 (вода) |
| С | 20-35 | 0,8-1,4 | 0,4-0,8 (гл.раствор) |
| Т | 20-40 | 0,6-1,2 | |
| ТК | 20-45 | 0,6-1,0 | |
| К и ОК | 20-30 | 0,6-0,8 | |
| Дисковые долота | 20-30 | 1,0-1,6 | |
| ДДА | 30-40 | 0,75-1,5 | |
| Алмазные долота | | | |
| 08А3 и 09А3 | 24-32 | 0,8-1,7 | 0,5-0,8 (вода) |
| 08И3 | 25-35 | 1,0-2,0 | 0,4-0,8 (гл.раствор) |

ПРИЛОЖЕНИЕ 8

Исходные данные для расчета режимных параметров канатно-ударного бурения

| № задания | | Глубина бурения, м | | Описание пород | Диаметр скважины, мм | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Дресьва III категории | 495 | 445 |
| 3 | 4 | 80 | 120 | Известняк IV категории | 345 | 148 |
| 5 | 6 | 100 | 150 | Конгломерат V -"- | 248 | 198 |
| 7 | 8 | 90 | 200 | Мрамор IV -"- | 298 | 148 |
| 9 | 10 | 60 | 150 | Мергель IV -"- | 395 | 198 |
| 11 | 12 | 30 | 50 | Суглинок II -"- | 495 | 445 |
| 13 | 14 | 10 | 30 | Глина III -"- | 345 | 395 |
| 15 | 16 | 180 | 250 | Опока IV -"- | 198 | 148 |
| 17 | 18 | 120 | 190 | Сланец глинистый V -"- | 248 | 148 |
| 19 | 20 | 250 | 300 | Порфирит VI -"- | 198 | 148 |
| 21 | 22 | 200 | 280 | Туф VII -"- | 248 | 198 |
| 23 | 24 | 40 | 50 | Сланец кремнистый V -"- | 345 | 445 |
| 25 | 26 | 80 | 100 | Серпентинит V -"- | 248 | 198 |
| 27 | 28 | 50 | 60 | Порфирит VI -"- | 345 | 298 |
| 29 | 30 | 25 | 45 | Глина III -"- | 248 | 445 |
| 31 | 32 | 160 | 280 | Песчаник VI -"- | 198 | 148 |
| 33 | 34 | 100 | 120 | Альбит IV -"- | 298 | 198 |
| 35 | 36 | 30 | 40 | Галечно-щебенистые отложения IV -"- | 495 | 445 |
| 37 | 38 | 10 | 20 | Галечник крупный V -"- | 345 | 298 |
| 39 | 40 | 20 | 35 | Гранит выветренный IV -"- | 298 | 248 |
| 41 | 42 | 80 | 120 | Гнейс VI -"- | 248 | 148 |
| 43 | 44 | 110 | 150 | Гранит VII -"- | 198 | 148 |
| 45 | 46 | 150 | 230 | Диабаз VI -"- | 248 | 198 |
| 47 | 48 | 200 | 300 | Габбро VI -"- | 198 | 148 |
| 49 | 50 | 60 | 130 | Песчаник трещиноватый IV категории | 298 | 345 |

ПРИЛОЖЕНИЕ 9

Удельный расход промывочной жидкости при алмазном бурении ($10^{-3}м^3/с$)

| Коронки | Характеристика горных пород | Удельный расход жидкости, $10^{-3}м^3/с$ |
|---|---|---|
| Однослойные | Малоабразивные | 12-17 |
| | Абразивные | 13-20 |
| Импрегнированные | Малоабразивные | 5-10 |
| | Абразивные | 8-13 |

**МИНОБРНАУКИ РФ**

**ФГБОУ ВО**
**«Уральский государственный горный университет»**

**Л. И. Кралина, Г. А. Усов, Ф. П. Сердюков**

# Исследование процессов разрушения и физико-механических свойств горных пород

**Методическое пособие**
**к комплексу практических занятий**
**по дисциплине**

# «Техника разведки»

**для студентов специальности**
**21.05.03 Технология геологической разведки**
**Очного и заочного обучения**

## Часть 1

**Екатеринбург**
**2020**

Оглавление

Введение…….3
Лабораторная работа № 1. Определение абразивности образцов горной породы методом Барона……4
Лабораторная работа № 2. Определение физико-механических параметров скальных горных пород……..6
Лабораторная работа № 3. Определение энергоемкости процесса распиловки горных пород алмазным диском…….....10
Лабораторная работа № 4. Исследование акустического спектра резания горной породы алмазным диском…….....15
Библиографический список…….....18

# ВВЕДЕНИЕ

Настоящее учебно-методическое пособие предназначено для выполнения лабораторных работ по профилирующим дисциплинам для студентов специальности 21.05.02 Прикладная геология. Предложенные в учебно-методическом пособии лабораторные работы выполняются с целью закрепления теоретических знаний, приобретения практических навыков в выполнении работ лабораторного характера, в том числе с элементами НИРС, расчетов, необходимых при изучении студентами профилирующих дисциплин, курсовом и дипломном проектировании. При выполнении работ используются справочные материалы, приведенные в приложении. Большинство работ рассчитано на выполнение и оформление непосредственно на занятиях. Если работа не закончена, то с разрешения преподавателя она может быть оформлена и сдана к следующему занятию.

Структурно, в зависимости от теоретического характера лабораторных исследований, учебно-методическое пособие состоит из трех частей:

Часть 1. Исследование процессов разрушения и физико-механических свойств горных пород;

Часть 2. Исследование буровых промывочных жидкостей и тампонажных растворов;

Часть 3. Методика обработки результатов исследования при выполнении лабораторных работ и справочные материалы.

Список литературы, использованной при написании учебно-методического пособия, приведен в конце каждой части.

Предлагаемые в настоящем методическом пособии лабораторные работы студентами выполняются побригадно по 2-3 человека. Объем данных работ рассчитан в основном на 2-4 часа, реже - на 6-8 часов в случае проведения студентами комплексных исследований повышенной сложности и детальности.

Полученные результаты лабораторных исследований оформляются студентами в виде отчета, содержащего следующие данные и разделы:

1. Полное наименование работы.
2. Состав исполнителей.
3. Руководитель работы.
4. Задание, дата.
5. Исходные данные.
6. Порядок выполнения работы.
7. Выводы и рекомендации по результатам исследований.

## Лабораторная работа № 1

## Определение абразивности образцов горной породы методом Барона

Настоящие методики определения абразивности горных пород разработаны в Институте горного дела им. А. А. Скочинского, Л. И. Бароном и А. В. Кузнецовым. Сущность ее заключается в истирании о поверхность образца горной породы торца вращающегося стержня из незакаленной стали -серебрянки с последующим определением весового износа стержня во время опыта. За критерий абразивности принимается суммарная потеря в весе стержня за стандартное время опыта 10 минут. Опытное потирание стержня производится при осевой нагрузке 150 Н и скорости вращения 400 об/мин.

Испытания производятся на установке, выполненной на базе обычного сверлильного станка типа НС - 1 2 А.

Образец горной породы устанавливается в зажимном приспособлении таким образом, чтобы истираемая поверхность была перпендикулярна шпинделю станка. В патроне станка закрепляется эталонный стержень из инструментальной калиброванной стали-серебрянки У8А диаметром 8 мм. Изготовление стержней производится на токарном станке, где пруток разрезается на части длиной 70 мм. В одном из торцов каждого стержня высверливается центральное отверстие диаметром 4 мм и глубиной 12 мм.

Определение абразивности породы производят сверлением образца породы эталонным стержнем, предварительно взвешенным на аналитических весах с точностью до 0,1 мг. Исследования производят по схеме парных опытов: сначала сверление осуществляется в течение 10 мин одним концом стержня, затем в течение 10 мин – другим.

После опыта стержень очищается и снова взвешивается на аналитических весах с точностью до 0,1 мг.

Коэффициент абразивности породы вычисляется на основании результатов исследований по формуле

$$A = \frac{\sum q_i}{2n_{\text{п}}}, \tag{1.1}$$

где $A$ - коэффициент абразивности, мг,

$q_i$ - потеря массы эталонного стержня за каждый парный опыт, мг;

$n_{\text{п}}$ - число парных опытов.

На каждом образце горной породы проводится 3-5 парных опытов, а в целом по пробе необходимо провести 9-15 таких опытов

Необходимое число единичных опытов определяется с учетом коэффициента вариации, зависящего от структуры горных пород, на основании величины отношения

$$a = \frac{K_{\text{доп}}}{K_{\text{вар}}} \tag{1.2}$$

где $K_{\text{доп}}$- допускаемое отклонение точности определения коэффициента абразивности;

$K_{\text{вар}}$ - коэффициент вариации, принимаемый согласно табл. 1.1.

Согласно абсолютной величине $a$, необходимо определить минимальное число единичных опытов, руководствуясь табл. 1.2.

Таблица 1.1

Определение коэффициента вариации $K_{\text{вар}}$

| Структура пород | Размер зерен, мм | $K_{\text{вар}}$, % |
|---|---|---|
| Крупнозернистая | 5 | 30 |
| Среднезернистая | 3-5 | 22 |
| Мелкозернистая | 0,3-0,2 | 19 |
| Тонкозернистая с включениями | 0,2 | 34 |

Таблица 1.2

Определение минимального числа единичных опытов

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *a* | 2,0 | 0,98 | 0,69 | 0,57 | 0,49 | 0,48 |
| *n* | 1 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 |

Запись результатов измерений и вычислений производится в табл. 1.3.

Таблица 1.3

Определение абразивности горных пород

| № п.п | Порода | | Номер образца опыта | Масса стержня. $G_{1,2}$, мг | | Потеря массы, мг | Абразивность А, мг | | | | Примечание |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | шифр | название | | до опыта | после опыта | | по опыту | по образцу | среднее по пробе | коэф. вариац, % | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

**Построение графиков и выводы результатов работы**

Построение графиков по результатам измерений и вычислений настоящей лабораторной работы. УП1, УП2 - предварительные усилители;

Количественный и качественный анализ зависимостей

$A = f\left(\frac{H_{м,\max}}{H_{м,\min}}\right)$ и $A = f\left(H_{м,\max}\right)$, а также степени зернистости

(крупно-, средне-, мелко-, микрозернистости) исследуемых образцов горных пород.

Обосновать практическое значение полученных результатов лабораторных исследований и дать практические рекомендации.

## Лабораторная работа № 2.

## Определение физико-механических параметров скальных горных пород

Для оценки прочностных свойств горных пород определяются коэффициент динамической прочности (крепости и дробимости) $F_д$, а для оценки абразивных свойств - коэффициент абразивности $K_{абр}$.

Методика разработана в ЦНИГРИ под руководством Н. И. Любимова и рекомендована для исследований ФМС скальных горных пород.

### Отбор н подготовка образцов горных пород

Отбор образцов горных пород производится, как правило, из керна. Можно также отбирать образцы произвольной формы соответствующего размера.

Размеры образцов из керна: длина 20-25 см при бурении коронками диаметром 46-59 мм и 15-18 см при бурении коронками диаметром 76-92 мм.

Подготовка проб из образцов осуществляется в следующем порядке:

- исследуемый образец породы разбивается на куски изометрической формы без острых углов размером 1,5-2,0 см в поперечнике;
- набираются две пробы: каждая проба состоит из 25 кусков и разделяется на пять частей по пять кусков.

### Оборудование и материалы, необходимые для исследований

При определении прочностных и абразивных свойств горных пород по методике ЦНИГРИ применяются:

- прибор ПОК для определения динамической прочности (крепости) горных пород;
- прибор ПОАП-2М для определения абразивности горных пород;
- весы типа ВЛКТ-100 г / 5-3.

Прибор ПОК состоит из трубчатой ступы (рис. 2.1, а) и объемомера (рис. 2.1, б). Составными частями трубчатой ступы являются: загрузочный стакан *1*, направляющая труба *2*, удерживающий шплинт *3*, гиря *4*, упор *5*, шнур *6* и рукоятка *7*.

Объемомер состоит из стакана *1* и поршня со шкалой *2*.

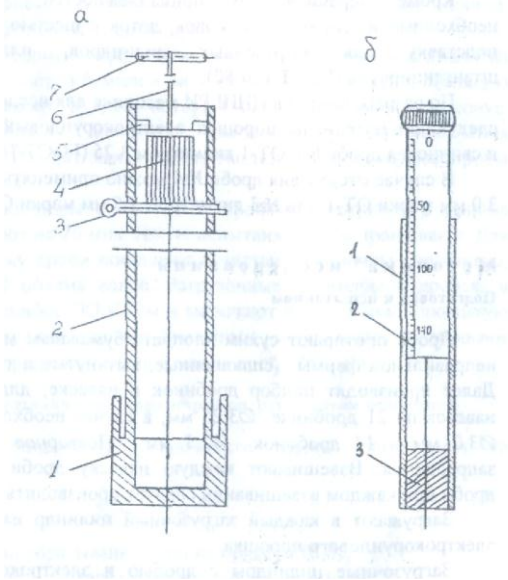



Рис. 2.1. Прибор ПОК для определения динамической прочности горных пород:

*а* – трубчатая ступа: *1* – загрузочный стакан; *2* – направляющая труба; *3* – шплинт удерживающий; *4* – гиря; *5* – упор; *6* – шнур; *7* – рукоятка; *б* – объемомер: *1* – стакан; *2* – поршень со шкалой; *3* – дно

Прибор ПОАП-2м, схема которого приведена на рис. 2.2, состоит из электродвигателя АОЛБ 22-4 мощностью 0,18 кВт с числом оборотов 1420 об/мин, двух рабочих органов с загрузочными камерами и пульта управления со счетчиком оборотов двигателя.

В приборе ПОАП-2м рабочий орган представляет собой жесткое сварное соединение *8* трех загрузочных камер *4*, шатуна *7* и эксцентрикового вала *2*, совершающего колебательно-вращательное движение в шариковых подшипниках *10*.

Опорой рабочего органа служат маятниковые шатуны *3*, которые с помощью шариковых подшипников *6* шарнирно связывают рабочий орган с плитой прибора.

Загрузочные цилиндры вставляются в камеры *4* прямоугольной формы и закрываются крышками *5* при помощи натяжных замков.

Привод рабочего органа прибора осуществляется от электродвигателя *1* через эксцентриковый вал *2* с насаженным на него маховиком *9*. При помощи вала 2 загрузочные камеры совершают возвратно-поступательное движение, обеспечивающее интенсивное перемешивание помещенного в них материала.

Механический редуктор-счетчик оборотов *12,* который присоединяется к валу электромотора при помощи двух шкивов и приводного ремня, позволяет контролировать число колебаний рабочего органа.

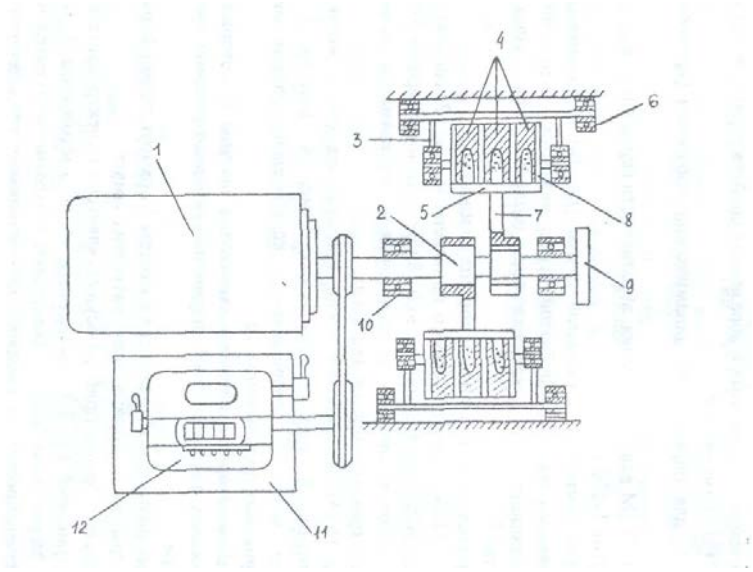



Рис. 2.2. Схема прибора ПОАП-2М для определения абразивности горных пород:
*1* – электродвигатель; *2* – эксцентриковый вал; *3* – шатуны; *4* – загрузочные цилиндры; *5* – крышка; *6* – опоры; *7* – шатун; *8* – рабочие органы; *9* – маховик; *10* – подшипники; *11* – пульт управления; *12* – счетчик.

Весы типа ВЛКТ-100 г/5-3 предназначены для определения потери веса эталонного материала при определении абразивности пород с требуемой точностью

Для исследований на приборах ПОК и ПОАП-2м используются:

- загрузочные цилиндры из стекла органического СОЛ (ГОСТ 15809-70) - 18 шт. (6 - для проведения опыта, 6 - для промывки дроби после опыта, 6 - запасные);
- сито из сетки №5 (ГОСТ 3826-66);
- мерка емкостью 1 $см^3$.

Кроме перечисленных принадлежностей, учтенных в ОСТе, необходимо иметь молоток, совок, лоток с шестью
ячейками для дроби, подставку для загрузочных цилиндров, пластинку, лопаточку, штангенциркуль (ГОСТ 166-80).

По разработанной в ЦНИГРИ методике для исследований необходимы следующие материалы: порошок электрокорундовый №12 (ГОСТ 3647-80) и свинцовая дробь №4 ОТ-1 диаметром 3.25 (ГОСТ 7837-76).

В случае отсутствия дроби №4 можно применять дробь №5 диаметром 3,0 мм марки ОТ-1 или №3 диаметром 3,5 мм марки ОТ-П.

## Методика исследований
## Подготовка к испытаниям

Дробь протирают сухим хлопчатобумажным материалом. Дробинки неправильной формы (сплющенные, вытянутые и т. п.) отбраковываются. Далее производят подбор дробинок в навеске, для чего заготовляют 6 навесок по 21 дробинке Ø 3,25 мм; в случае необходимости 26 дробинок Ø 3,0 мм и 14 дробинок Ø 3,5 мм. Повторное использование дроби запрещается. Взвешивают каждую навеску дроби. Определение массы дроби при каждом взвешивании следует производить с точностью до 5 мг.

Загружают в каждый загрузочный цилиндр навеску дроби и 1 см электрокорундового порошка.

Загрузочные цилиндры с дробью и электрокорундовым порошком помещают в прибор и включают его на 20 минут. При этом электродвигатель должен совершить 28 тыс. оборотов, которые контролируются счетчиком прибора.

Каждую навеску дроби после указанного опыта помещают в сосуд с водой и после перемешивания (всполаскивания) извлекают и протирают насухо чистым хлопчатобумажным материалом.

Промытую дробь взвешивают. Потеря массы дроби в каждой пробирке должна быть 200±10 мг. В случае отклонения потери массы дроби от указанного необходимо изменить количество дробинок в навеске и повторить тарировочные работы вновь.

## Проведение испытаний

Каждую часть пробы, состоящую из 5 кусков, помещают в стакан прибора ПОК и производят 10 сбрасываний гири массой 2,4 кг с высоты 600 мм (груз поднимается до упора). Продукт разрушения всех пяти частей каждой пробы породы просеивается через сито с размером стороны ячейки а свету 0,5 мм. Прошедшую через сито фракцию 0,5 мм и менее ссыпают в трубу объемомера (рис. 4.2). В трубу свободно вставляют до упора цилиндр и снимают отсчет "$h$" по шкале цилиндра в миллиметрах.

Раздробленную горную породу фракции 0,5 мм и менее высыпают из объемомера на лист чистой бумаги в виде конуса, затем конус с помощью пластинки развертывают в диск, который снова пересыпают в конус. Процесс перемешивания повторяют 2 - 3 раза для получения однородной среды. Из противоположных частей диска отбирают пробы объемом 1 см$^3$ каждая.

Загрузочные цилиндры с дробью и пробами помещают в прибор ПОАП-2м и включают на 20 мин. После испытания дробь промывают. Для этого каждую навеску дроби помещают в чистые загрузочные цилиндры, заполненные на 2/3 объема водой. Загрузочные цилиндры с дробью и водой помещают в прибор ПОАП-2м и включают его на 3 мин. Промытую дробь протирают сухим хлопчатобумажным материалом, взвешивают каждую навеску и определяют потерю массы дроби $\Delta Q$ (мг).

## Определение физико-механических параметров по результатам испытаний

Коэффициент динамической прочности породы определяет по формуле:

$$F_{\text{д}} = \frac{20n}{h} = \frac{200}{h}, \qquad (2.1)$$

где $n$=10 - число сбрасываний гири на приборе ПОК;

$h$ - отсчет по шкале цилиндра объемомера, мм.

Коэффициент абразивности исследуемой породы определяют по формуле:

$$K_{\text{абр}} = \frac{\Delta Q}{100}\ , \tag{2.2}$$

где $\Delta Q$ - потеря массы дроби, мг.

Коэффициенты динамической прочности и абразивности определяются по двум пробам.

За средние значения $F_{\text{д}}$ или $K_{\text{абр}}$ принимаются среднеарифметические двух определений при условии:

$$Z = \frac{X_1 - X_2}{(X_1 + X_2)/2} \cdot 100 \langle 25\ \%, \tag{2.3}$$

где $X_1$ и $X_2$ - значения двух определений $F_{\text{д}}$ и $K_{\text{абр}}$.

В случае отклонения от приведенного условия проводятся дополнительные определения. Из полученных значений $F_{\text{д}}$ и $K_{\text{абр}}$ выбираются те два, для которых выполняется условие (2.3).

На основании определенных опытным путем значений динамической прочности $F_{\text{д}}$ и коэффициента абразивности $K_{\text{абр}}$ можно определить объединенный комплексный показатель бурности $\rho_{\text{м}}$ по формуле:

$$\rho_{\text{м}} = 3F_{\text{д}}^{0.8} \cdot K_{\text{абр}} \tag{2.4}$$

## Лабораторная работа № 3.
## Определение энергоемкости процесса распиловки горных пород алмазным диском

Распиловка является начальной операцией в обработке каменного сырья. Для распиловки горных пород используют несколько типов алмазных пил и станков, конструкция которых зависит от размеров камней и конкретной цели распиловки.

Процесс распиловки можно контролировать по показаниям электроприборов, которые устанавливаются в системе электропривода для измерения силы тока, напряжения и потребляемой мощности.

Оценка процесса распиловки возможна по удельным затратам электроэнергии на единицу площади распиливания, которая зависит от ФМС горных пород, параметров режущего инструмента и технологических параметров распиливания.

Задачей исследования является определение энергоемкости процесса распиливания горных пород с различными ФМС на камнерезном станке.

### Технические средства для определения энергоемкости процесса распиловки

В качестве распиловочного механизма используется серийный камнерезный станок ПТ-44, оснащенный алмазным отрезным диском:

Техническая характеристика камнерезного полуавтомата ПТ-44

| | |
|---|---|
| Наибольшая высота обрабатываемой заготовки, мм …. | 150 |
| Наибольшая длина обрабатываемой заготовки, мм ….. | 160 |
| Частота вращения шпинделя, об/мин …….. | 1500 |
| Инструмент: круг отрезной, 2726-0272 ГОСТ 10110-78 | 1000 |
| диаметр, мм …… | 450 |
| толщина, мм…… | 2,4 |
| Скорость подачи (продольное перемещение салазок), мм/мин | |
| при модуле червячной передачи $m = 1$…….. | 5,4-31,5 |
| $m = 2$…….. | 10,8-63 |
| Питающая эл. сеть: | |
| род тока……. | Переменный |
| частота тока, Гц…… | 50 |
| напряжение, В…….. | 220, 380 |
| Электродвигатель | |
| Тип……. | 4А80В (АИР90В) |
| мощность, кВт…….. | 1,5 (2,2) |
| частота вращения, об/мин…….. | 1500 |
| габариты, мм, не более…… | 1240 890 940 |
| масса, кг, не более…….. | 350 |

### Принцип работы камнерезного полуавтомата ПТ-44

Привод станка осуществляется от электродвигателя *1* (рис. 3.1) Вращение от двигателя передается через клиноременную передачу на шпиндель *2*, на котором закреплен алмазный круг *10*. Вращение шпинделя двухскоростное, так как шкив шпинделя имеет два ручья с разными диаметрами.

При распиловке заготовок продольная подача заготовки *11* производится механически от двигателя *1* через клиноременную передачу, червячную передачу *7*, передачу "винт-гайка", гайка *8* которой является разъемной. При разомкнутом положении гайки механическая подача на заготовку не происходит. Заготовка при распиловке надежно закрепляется в зажимном устройстве *9*, которое имеет возможность продольного

перемещения по направляющим *4*. Скорость продольной подачи во время распиловки регулируется бесступенчатым вариатором *6*. При переводе рычага влево подача замедляется, вправо - ускоряется

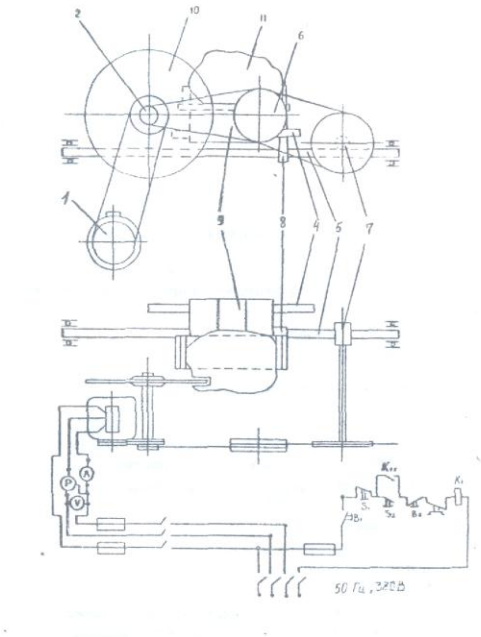


Рис. 3.1. Электромеханическая схема ПТ-44

## Приборы для контроля процесса распиловки

Для контроля процесса распиловки камнерезный полуавтомат ПТ-44 имеет электрический щит, оборудованный вольтметром с ценой деления 20 В в диапазоне 500 В, амперметром с ценой деления 0,5 А в диапазоне ЮЛ и ваттметром с ценой деления 0,5 кВт в диапазоне 1,4 кВт.

Для проведения исследований необходимо иметь секундомер.

## Методика определения процесса распиловки
## Подготовка образцов для распиловки

Для распиловки используются образцы скальных горных пород произвольной формы. Размеры образца следует подбирать из расчета затрат времени на отрезание одной пластины в пределах 4-6 мин. и возможности получения из образца двух пластин толщиной 30 мм и длиной не менее 100 мм. Каждый образец должен быть промаркирован. Полученные при распиловке пластины используются в следующей лабораторной работе.

## Подготовка камнерезного полуавтомата ПТ-44

Исследуемый образец закрепляется в зажимном устройстве станка. Для распиловки следует использовать червячное колесо с модулем $m$=1. Рычагом вариатора устанавливается нужная скорость резания. Рекомендуемая скорость резания при распиловке твердых пород (яшма) -23,4 мм/мин., при распиловке мягких пород (змеевик) – 33,4 мм/мин.

## Организация наблюдений за процессом распиловки

В процессе исследований по показаниям ваттметра измеряется потребляемая мощность на холостое вращение алмазного диска и суммарная потребляемая мощность в

процессе распиловки. Потребляемая мощность на распиливание определяется по формуле:

$$P_p = \sum P - P_{xx} \qquad (3.1)$$

где $P_p$ - потребляемая мощность на распиливание, Вт;

$\sum P$ - суммарная потребляемая мощность, Вт;

$P_{xx}$ - потребляемая мощность на холостое вращение алмазного диска, Вт.

Для получения достоверной информации необходимо провести 3 опыта - параллельные распиловки образца, обеспечивающие получение двух пластин.

Каждый опыт начинается с регистрации потребляемой суммарной мощности в момент начала распиловки. Затем суммарная потребляемая мощность регистрируется с помощью секундомера через каждые 30 с до окончания распиловки.

Результаты наблюдений и обработки заносятся в таблицу.

**Регистрация результатов наблюдения и расчетов**

| Номер парал. набл. | $P_{xx}$ | Суммарная потребляемая Мощность Σ$P$, Вт | | | | | | | | | | Площадь распила $S$,м$^2$ | Работа $A$, Втс | Удельная энергоемкость W, Вт·с/м$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 0 | 30 | 60 | 90 | 120 | 150 | 180 | 210 | 240 | 270 | | | |
| Образец №1 | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | | | | |
| Образец №2 | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | | | | |

На основании наблюдений при распиловке каждого образца строятся графики, характеризующие изменение $P_P$ во времени. Форма графика приведена на рис. 3.2.

**Определение произведенной работы для распиливания образца**

Работа распиливания характеризуется площадью фигуры 5 (рис. 3.2), ограниченной кривой, характеризующей изменение суммарной потребляемой мощности $\sum P$ во времени, и линией, ограничивающей мощность холостого вращения $P_{xx}$.

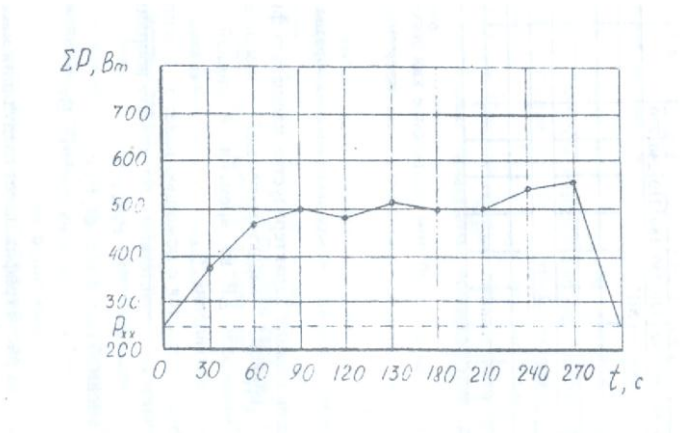



Рис. 3.2. График изменения потребляемой мощности во времени при распиловке яшмы технической.

Площадь $S$ определяется с помощью палетки. Масштаб одной клетки палетки определяется в соответствии с масштабом координат графика:

$$M = P_p t_н, \tag{3.2}$$

где $M$ - масштаб одной клетки, Вт·с;

$P_p$ - масштаб мощности на графике, Вт;

$t_н$ - масштаб времени, с. Приведенный на рис. 4.6 график имеет следующий масштаб:

$M = 100 \cdot 30 = 3000$, Вт·с.

Тогда работа распиливания образца определяется из условия, Вт/с:

$$A = Mm, \tag{3.3}$$

где $M$ - масштаб одной клетки, 3000 Вт·с;

$m$ - количество расчетных клеток палетки в пределах площади, ограниченной кривой изменения $P_Р$ во времени, шт.

Для определения количества расчетных клеток под кривой методом палетки подсчитывается количество полных клеток $n_1$ и количество неполных клеток $n_2$. Затем приближенно определяется общее количество расчетных клеток из условия:

$$M=(n_1+n_2)/2. \tag{3.4}$$

**Определение площади распила**

Площадь поверхности распила образца горной породы определяется также по палетке. В качестве палетки может быть использован лист миллиметровки или разлинованный в клетку тетрадный лист. На палетку накладывается распиленный образец горной породы, и фиксируется площадь распила. Масштаб палетки принимается

$$M= 1 \text{ см}^2 = 0{,}0001 \text{ м}^2.$$

Площадь распила рассчитывается из условия:

$$S=Mm, \tag{3.5}$$

где $S$ - площадь распила, м$^2$;

$M$ - масштаб палетки, м$^2$;

$m$ - количество расчетных клеток палетки, шт.

### Определение удельной энергоемкости процесса распиливания

Удельная энергоемкость распиливания на единицу площади горной породы рассчитывается по формуле:

$$W = \frac{A}{S}. \tag{3.6}$$

где $W$ - удельная энергоемкость распиливания, Вт·с/м$^2$;

$A$ - работа, Вт·с;

$S$ - площадь распила, м$^2$.

### Методика статистической обработки результатов наблюдений

Обобщающими результатами наблюдений, характеризующих энергоемкость процесса распиловки, являются удельные затраты мощности на единицу площади распиловки $W_1$, $W_2$, $W_3$, …, $W_n$, которые получены при проведении параллельных опытов при распиловке образца определенной горной породы.

Энергоемкость процесса распиловки образца горной породы характеризуется удельными затратами мощности, которые определяются как среднее арифметическое значение удельных затрат мощности при проведении параллельных опытов по формуле:

$$\overline{W} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} W_i \quad . \tag{3.7}$$

Дисперсия удельных затрат мощности параллельных опытов, характеризующих степень разброса вокруг среднего значения, рассчитывается по формуле:

$$D = \frac{1}{1-n}\sum_{i=1}^{n}(W_i - \overline{W})^2 \, . \tag{3.8}$$

Среднее квадратическое отклонение результата каждого опыта как абсолютный показатель изменчивости удельных затрат мощности определяется из выражения:

$$S = \sqrt{\frac{1}{1-n}\sum_{i=1}^{n}(W_i - \overline{W})^2} \quad . \tag{3.9}$$

Отдельным показателем изменчивости удельных затрат мощности параллельных опытов является коэффициент вариации, который рассчитывается по формуле:

$$K_{\text{вар}} = \frac{S}{W}100 \ \% \tag{3.10}$$

## Лабораторная работа № 4.

## Исследование акустического спектра резания горной породы алмазным диском

### Отбор и подготовка образцов

Для исследований необходимо использовать образцы горных пород с известными параметрами динамической прочности, абразивности и модуля продольной упругости. Образец должен иметь форму пластины толщиной 30 мм. Рекомендуется использовать пластины, полученные при выполнении лабораторной работы № 3 данного раздела. Каждый образец должен иметь свою маркировку.

### Технические средства для регистрации акустического спектра

Для исследования акустического спектра резания горных пород алмазным диском используется анализатор спектра АС-1.

Акустический спектр регистрируется анализатором спектра АС-1 в пределах звуковых колебаний 16 Гц – 20 кГц при распиловке образца горной породы на камнерезном станке ПТ-44, оснащенном алмазным отрезным диском АС-50 315/250 50 М. Для контроля процесса резания станок оснащен ваттметром, вольтметром и амперметром.

### Техническая характеристика анализатора спектра АС-1

Прибор состоит из измерительного блока и двух микрофонов МД 52. Измерительный блок предназначен:

- для усиления сигналов, поступающих от микрофонов;
- выделения из шумового спектра основных гармонических составляющих;
- измерения частоты звуковых колебаний в трех диапазонах (I−20-200 Гц, II - 200-2000 Гц, III - 2-16 кГц);
- измерения уровня звукового давления акустического спектра с помощью микроамперметра.

Функциональная схема АС-1 представлена на рис. 4.2. На схеме показаны:

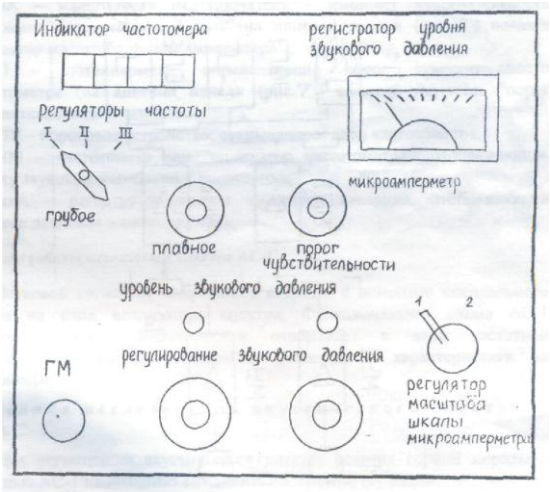



Рис. 4.1. Схема лицевой панели АС-1

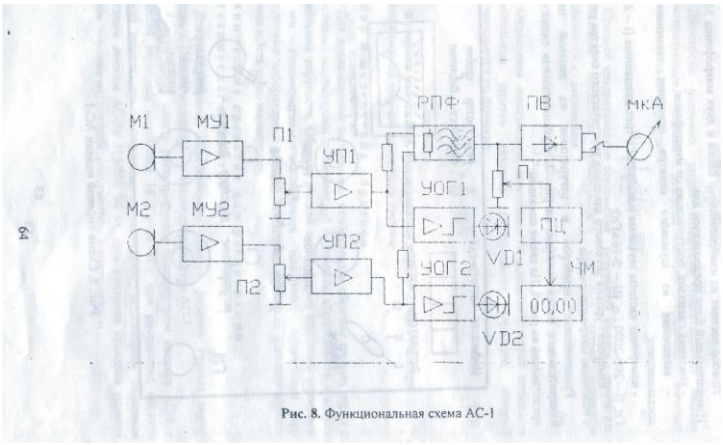


Рис. 8. Функциональная схема АС-1

Рис. 4.2. Функциональная схема АС-1

МУ1, МУ2 -микрофонные усилители 1 и 2 каналов;

П1, П2 - потенциометры установки уровня сигналов с микрофонных усилителей (ручки потенциометров П1 и П2 выведены на лицевую панель (см. рис. 4.2) и обозначены "регулирование звукового давления 1-й канал и 2-й канал");

УОГ1, УОГ2 - усилители-ограничители шумового сигнала с выходом на светоиды VD1, VD2 (на лицевой панели (см. рис. 4.2) светоиды обозначены "уровень звукового давления");

РПФ - режекторный полосовой фильтр с высокой добротностью, (перестройка частоты фильтра осуществляется ручками (см. рис. 4.2) "регуляторы частоты грубое, плавное", расположенными на лицевой панели);

ПВ - прецезионный выпрямитель выделяет положительную полуволну первой гармоники шумового сигнала;

SA - масштабный переключатель - изменяет чувствительность микроамперметра мкА в 2 раза (на лицевой панели (см. рис. 4.2) показан "регулятор масштаба шкалы амперметра");

П - потенциометр, определяющий порог чувствительности частотометра (на лицевой панели (см. рис. 4.2) имеется указатель "порог чувствительности");

ПУ - пороговое устройство, открывающее вход частотометра;

ЧМ - частотометр или "индикатор частотометра", отображающий частоту звуковых колебаний в килогерцах;

мкА - регистратор уровня звукового давления, отображающий звуковое давление в микроамперах.

## Принцип работы анализатора спектра АС-1

Звуковой сигнал от микрофонов подается с помощью специального кабеля на вход анализатора спектра. Функциональная схема АС-1 усиливает сигнал, фильтрует и отображает в виде частотной характеристики на частотометре и амплитудной характеристики на амперметре.

## Методика исследования акустического спектра на АС-1

Для регистрации акустического спектра резания горной породы с помощью АС-1 необходимо выполнить следующие операции:

Расположение приборов и регуляторов на лицевой панели измерительного блока показано на рис. 4.1,

1. Установить микрофоны в непосредственной близости от режущего инструмента, обеспечив условия предотвращения попадания влаги на микрофоны.
2. Подключить микрофоны к гнезду ГМ прибора.
3. Подключить прибор к сети 220 В.

4. Установить ручки управления прибора в положение, соответствующее готовности прибора к работе. Для этого необходимо выполнить следующие операции.

4.1. Ручки потенциометров "регулирование звукового давления" (П1 и П2) установить в крайнее левое положение (повернуть против часовой стрелки до упора).

4.2. Переключатель "регуляторы частоты грубое, плавное" установить в крайнее левое положение.

4.3. Ручку "порог чувствительности" установить в крайнее левое положение, при этом индикатор частотометра должен показывать 00.00.

4.4. Переключатель ЗА "регулятор масштаба шкалы микроамперметра" установить в крайнее левое положение, при этом стрелочный индикатор мкА должен быть на нуле.

5. Включить камнерезный станок, установить режим подачи с помощью вариатора в зависимости от физико-механических свойств распиливаемого образца и обеспечить работу станка в установившемся режиме резания горной породы.

6. Медленно поворачивать ручки потенциометров П1 и П2 "регулирование звукового давления" по часовой стрелке до включения светоидов УВ1 и УО2. После включения светоидов повернуть ручки П1 и П2 против часовой стрелки, стараясь уловить положение регуляторов уровня сигнала, соответствующее моменту затухания светоидов.

7. Произвести измерения параметров акустического спектра, выполняя последовательно следующие операции.

7.1. Поворачивая ручку "регуляторы частоты плавное" по часовой стрелке, установить по микроамперметру на положение ручки, соответствующее максимальному уровню сигнала в выбранном частотном диапазоне. Точнее можно найти положение ручки, поворачивая ее по или против часовой стрелки.

7.2. Повернуть ручку "порог чувствительности" до включения частотометра в режим счета частоты. Рекомендуется поворачивать ручку не плавно, а дискретно, изменяя угол поворота в связи с некоторым запаздыванием включения счетного устройства.

7.3. Показания частотометра и стрелочного индикатора занести в таблицу. При необходимости взять еще 1-2 отсчета на этом же частотном диапазоне, стремясь отыскать локальный максимум.

7.4. Повернуть ручку "порог чувствительности" против часовой стрелки до сброса показаний индикатора частотометра (до установки 00.00).

7.5. Повернуть ручку "регуляторы частоты плавное" в крайнее левое положение и перейти на следующий частотный диапазон, переключив переключатель «регуляторы частоты грубое» по часовой стрелке в следующее положение.

7.6. Повторить измерения на вновь избранном диапазоне частоты, выполнив пункты 7.1-7.3 Результаты измерений занести в таблицу.

7.7. Выполнив пункты 7.4 и 7.5, перейти на третий диапазон частот, установив переключатель "регуляторы частоты грубое" в положение III (крайнее правое).

7.8. Повторить измерения на III диапазоне частот, выполнив пункты 7.1. - 7.3. Результаты измерений занести в таблицу.

Результаты измерений исследования акустического спектра резания горной породы алмазным диском

| Диапазон | I | | | II | | | III | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Уровень звукового давления, мкА | | | | | | | | | |
| Частота звуковых колебаний, кГц | | | | | | | | | |

Примечания.

1. После выполнения пункта 7.3 положение ручки "регулирование звукового давления" нельзя изменять до окончания работы, в противном случае достоверность характера спектрограммы будет нарушена.
2. В некоторых случаях на одном или двух диапазонах частот могут отсутствовать ярко выраженные основные максимумы, в этом случае рекомендуется ограничиться регистрацией локальных максимумов, стараясь как можно точнее устанавливать порог чувствительности порогового устройства частотомера ручкой "порог чувствительности".
3. Если при измерении локальных максимумов показания стрелочного измерительного прибора весьма малы и отсчет взять затруднительно, можно перевести переключатель SA "регулятор масштаба шкалы микроамперметра" в крайнее правое положение. В этом случае в таблицу следует заносить численное значение, равное 1/2 от показания прибора.

## Методика обработки результатов наблюдения

Графическое построение измеренных спектров производится на полулогарифмической бумаге, для того, чтобы весь диапазон измеряемых частот умещался в размерах одного листа формата А4 и при этом масштаб был бы читаемым. Построение спектрограммы (рис. 4.3), характеризующей процесс резания, производится по следующей методике.

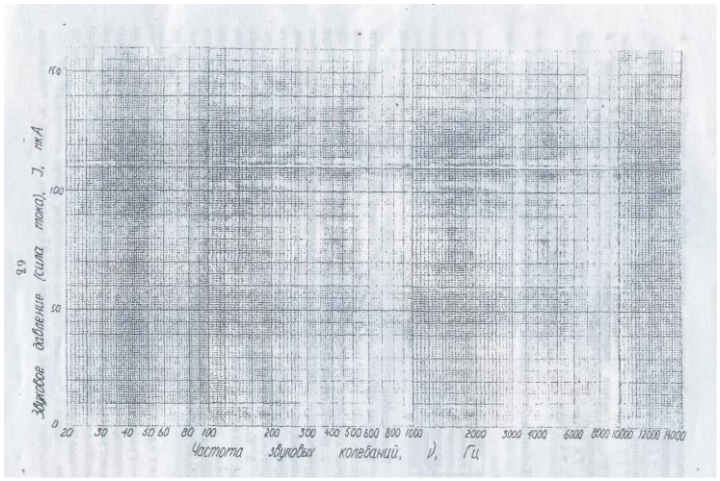



Рис. 4.3. Спектрограмма звуковых колебаний процесса резания

1. На логарифмической шкале абсцисс, соответствующей трем диапазонам АС-1, откладываются частоты в герцах, на линейной шкале ординат – уровни звукового давления акустического спектра резания в микроамперах.
2. На спектрограмме находится уровень звукового давления, соответствующий зарегистрированному максимуму длины полуволны акустического спектра.

## Библиографический список

1. Инструкция по применению прибора ПСХ-4 для определения удельной поверхности измельченных материалов/ Госкомитет по промышленности строительных материалов при Госстрое СССР. – М.: 1964. - 14 с.
2. Ржевский В. В., Новик Г. Я. Основы физики горных пород: учебник для вузов. – 5-е изд, перераб. и доп. – М.: Недра, 1989. - 359 с.

3. Спивак А. И., Попов А. Н. Разрушение горных пород при бурении скважин: учебник для вузов. – 4-е изд. Перераб. и доп. – М.: Недра, 1986. - 208 с.
4. Ямщиков В. С. Методы и средства исследования и контроля горных пород и процессов. – М.: Недра, 1982.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

# ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО РАЗВЕДОЧНОЙ ГЕОФИЗИКЕ

Специальность:

*21.05.03 Технология геологической разведки*

форма обучения: очная, заочная

Автор: Александрова Ж. Н.

Екатеринбург

2020

**ФГБОУ ВО**

**«Уральский государственный горный университет»**

**Ж. Н. Александрова**

# ПРАКТИКУМ ПО РАЗВЕДОЧНОЙ ГЕОФИЗИКЕ

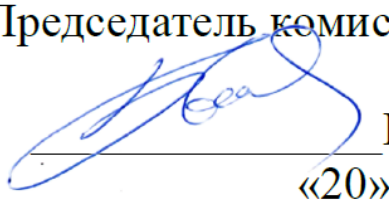
Руководство по выполнению практических работ
по дисциплине «Разведочная геофизика» для студентов
специальности 21.05.03 Технология геологической разведки
очной и заочной формы обучения

Часть 1

**Екатеринбург**
**2020**

ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО
методической комиссией
факультета геологии и геофизики
Председатель комиссии



_____ В. И. Бондарев
«20» марта 2020 г.

Ж. Н. Александрова

# ПРАКТИКУМ ПО РАЗВЕДОЧНОЙ ГЕОФИЗИКЕ

Руководство по выполнению практических работ
по дисциплине «Разведочной геофизике» для студентов
специальности 21.05.03 − «Технология геологической разведки»
очной и заочной формы обучения

Часть1

Издание УГГУ Екатеринбург, 2020

УДК 550.83
А46

Рецензент: Писецкий В.Б., д-р геол.-мин. наук, профессор,
заведующий кафедрой геоинформатики УГГУ

**Александрова Ж.Н.**

А46 Практикум по разведочной геофизике: руководство по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Разведочная геофизика» для студентов специальности 21.05.03 Технология геологической разведки очной и заочной формы обучения. Часть 1 / Ж.Н. Александрова; Уральский гос. горный ун-т. – Екатеринбург: изд-во УГГУ, 2020. – 54 с.

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по специальности «Технология геологической разведки»

© Александрова Ж.Н., 2020
© Уральский государственный
горный университет, 2020

# СОДЕРЖАНИЕ

1. Геофизические методы и физические поля, физические свойства горных пород и минералов……..…5
2. Решение прямой задачи гравиразведки: расчет аномалии силы тяжести над сбросом……..7
3. Палеточный способ решения прямых задач гравиразведки……...9
4. Решение обратной задачи гравиразведки: определение параметров залегания шарообразного тела по измеренному полю…..….11
5. Изучение гравиметра……13
6. Решение прямой задачи магниторазведки для шара…….15
7. Решение прямой задачи магниторазведки для тонкого вертикального стержня……..17
8. Количественная интерпретация данных магниторазведки……...19
9. Измерение вариаций геомагнитного поля……..23
10. Изучение детекторов гамма-излучения……..25
11. Расчет интенсивности гамма-излучения над контактом пород…28
12. Решение прямой задачи аэро-гамма-съемки……..31
13. Решение обратной задачи аэро-гамма-съемки……...34
14. Интерпретация диаграмм гамма-каротажа…….37
15. Оценка качества радиометрической съемки……..41
16. Вертикальные электрические зондирования на модели……...50
17. Симметричное электропрофилирование на модели……..54
18. Изучение геологического разреза по данным СЭП……...57
19. Интерпретация результатов полевых наблюдений методом заряженного тела……..61

*Лабораторная работа № 1*

# ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И ФИЗИЧЕСКИЕ ПОЛЯ, ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГОРНЫХ ПОРОД И МИНЕРАЛОВ

**1.1. Цель работы:** ознакомление с основами геофизических методов – изучаемыми в них физическими полями и дифференциацией соответствующих физических свойств горных пород и минералов.

## 1.2. Содержание работы

Принципиальная возможность изучения геологического строения Земли по результатам измерения геофизических полей заключается в существенном различии (дифференциации) горных пород по физическим свойствам.

Метод гравиметрии основан на изучении *поля силы тяжести*, которое характеризует **плотностную** неоднородность геологического разреза.

С помощью магнитометрии изучают особенности *стационарного геомагнитного поля*, связанные с различной **намагниченностью** и ***магнитной восприимчивостью*** горных пород и минералов.

Сейсмометрия позволяет определять строение Земли, изучая *поле упругих колебаний*, основными параметрами которого являются ***скорость упругих волн и их поглощение*** в горных породах.

Методами электрометрии изучают *электромагнитное поле*, возникающее в горных породах при прохождении через них электрического тока. Характер этих процессов зависит от ***удельного сопротивления и других электрических и магнитных свойств*** горных пород.

Наглядное представление о возможностях разведочной геофизики дает систематизация геофизических методов по изучаемым полям и дифференциации определяющих их физических свойств для распространенных горных пород и минералов – в форме таблиц и диаграмм.

## 1.3. Порядок выполнения работы

1. Перепишите в рабочую тетрадь по указанной форме (табл. 1.1) сведения о физических свойствах горных пород и минералов.
2. Запишите в ячейках под названием физических свойств размерность их единиц измерения.
3. Определите и запишите в нижних ячейках таблицы диапазон изменения каждого физического свойства для всех указанных горных пород и минералов.
4. Выберите подходящие типы (линейный или логарифмический) и масштабы шкал для построения прямоугольных диаграмм изменения указанных в таблице физических свойств горных пород и минералов.

5. Постройте диаграммы. В заголовках диаграмм укажите названия соответствующего геофизического метода и изучаемого в нем физического поля. Выделите соответствующей заливкой основные литологические разности: осадочные, метаморфические и магматические.

Таблица 1.1. Физические свойства некоторых горных пород и минералов

| № пп | Горные породы и минералов | Плотность | Магнитная восприимчивость | Скорость продольных волн | Электрическое сопротивление |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Базальт | 2,22…2,85 | $1,25 \cdot 10^{-4}$…$1,55 \cdot 10^{-2}$ | 5,6 | $10^3$…$10^5$ |
| 2 | Габбро | 2,85…3,05 | $10^{-3}$…$7,5 \cdot 10^{-3}$ | 6,10…7,80 | $10^3$…$10^5$ |
| 3 | Глина | 1,06…2,47 | $2 \cdot 10^{-6}$…$10^{-4}$ | 1,0…2,00 | $10^0$…$10^2$ |
| 4 | Глинистый сланец | 2,56…2,85 | $10^{-5}$…$10^{-4}$ | 2,3…4,7 | $10^2$…$10^3$ |
| 5 | Гнейсы | 2,58…2,90 | $10^{-5}$ …$10^{-4}$ | 5,45…6,25 | $10^2$…$10^5$ |
| 6 | Гранит | 2,52…2,81 | 0…$4,5 \cdot 10^{-5}$ | 3,70…6,00 | $10^3$…$10^5$ |
| 7 | Диорит | 2,72…2,96 | $2 \cdot 10^{-4}$…$2 \cdot 10^{-3}$ | 5,60…6,10 | $10^4$…$10^5$ |
| 8 | Известняк | 1,51…2,65 | $5 \cdot 10^{-6}$…$10^{-5}$ | 1,00…5,50 | $10^2$…$10^3$ |
| 9 | Магнетит | 4,97…5,18 | $7 \cdot 10^{-1}$…$2 \cdot 10^{0}$ | 7,4 | $10^{-4}$…$10^{-2}$ |
| 10 | Мел, мергель | 1,52…2,22 | 0…$8,5 \cdot 10^{-4}$ | 2,00…3,50 | $10^0$…$10^3$ |
| 11 | Перидотит | 3,15…3,29 | $4 \cdot 10^{-4}$…$7,3 \cdot 10^{-2}$ | 7,85…8,7 | $10^5$…$10^6$ |
| 12 | Песок | 1,37…2,15 | $10^{-5}$…$10^{-4}$ | 0,3…1,6 | $6 \cdot 10^1$…$4 \cdot 10^2$ |
| 13 | Песчаник | 1,6…2,77 | $2 \cdot 10^{-6}$…$5 \cdot 10^{-5}$ | 0,8…4,5 | $10^2$…$10^3$ |
| 14 | Пирит | 4,91…5,02 | $2 \cdot 10^{-5}$…$1,6 \cdot 10^{-4}$ | 7,90…8,05 | $10^{-4}$…$10^{-2}$ |
| 15 | Сиенит | 2,63…2,90 | 0…$6,5 \cdot 10^{-3}$ | 5,8…6,45 | $10^2$…$10^5$ |
| | Диапазон изменения физических свойств | | | | |

Пример диаграммы магнитной восприимчивости, оформленной в приложениях Microsoft Word и Excel, показан на рис.1.1.

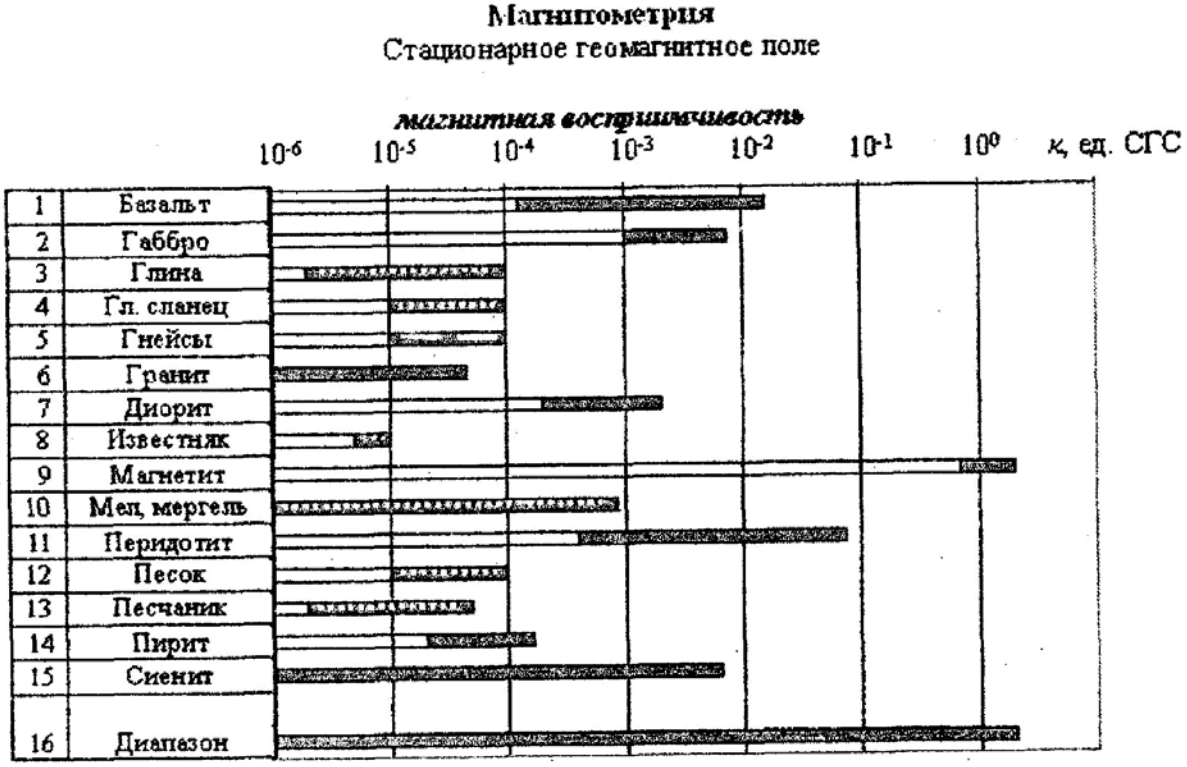



Рис 1.1. Диаграмма магнитной восприимчивости горных пород и минералов

*Лабораторная работа № 2*

## Решение прямой задачи гравиразведки: расчет аномалии силы тяжести над сбросом

*Задание:*

Рассчитать аномалию силы тяжести для объекта, представляющего собой вертикальный сброс магматических горных пород, перекрытый рыхлыми отложениями (рис 1).

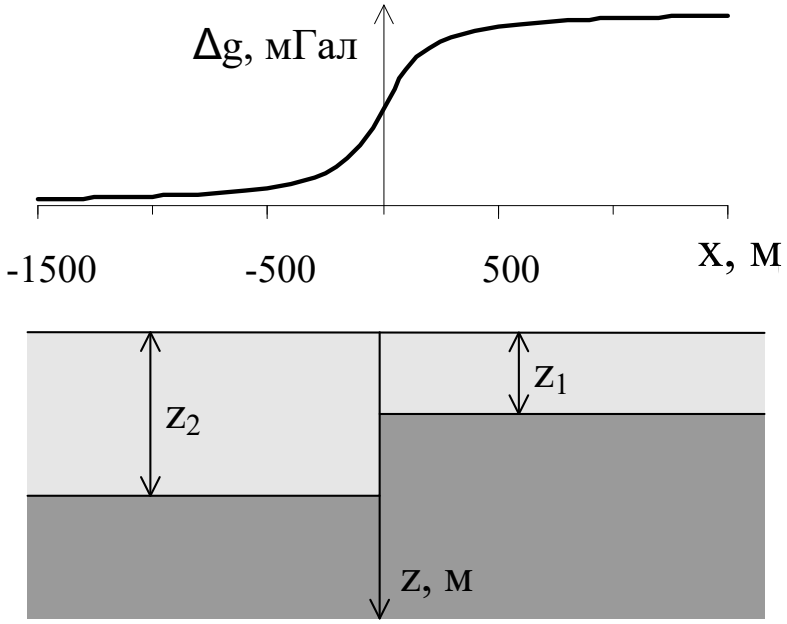



Рис. 1. Гравитационное поле над вертикальным уступом

Исходными данными для расчета являются глубина залегания верхней кромки уступа $Z_1$ в м, глубина залегания нижней кромки уступа $Z_2$ в м и избыточная плотность пород уступа $\Delta = \delta_1 - \delta_2$ в г/см$^3$ (таблица 1).

Расчет выполнить аналитическим способом, используя выражение

$$\Delta g = G\Delta\left[\pi(z_2 - z_1) + 2z_2 arctg\frac{x}{z_2} - 2z_1 arctg\frac{x}{z_1} + x\ln\frac{x^2 + z_2^2}{x^2 + z_1^2}\right],$$

где G = 6,673·10$^{-11}$ Нм$^2$/кг$^2$ - гравитационная постоянная (постоянная тяготения), широко используемая в физике, механике, геофизике и астрономии, $x$ – координата точки наблюдения по профилю.

При расчетах избыточную плотность $\Delta$ перевести из г/см$^3$ в кг/м$^3$, $x$ изменять с шагом 100 м от –1000 м до 1000 м, дополнительно

рассчитать $\Delta g$ для $x = -50$ м и 50 м. Рассчитанные значения $\Delta g$ перевести из м/с$^2$ в мГал, учитывая, что 1 мГал = $10^{-5}$ м/с$^2$.

Результаты расчета представить в графическом виде над геологическим разрезом, как это изображено на рис 1.

Таблица 1

| Вариант | $Z_1$, м | $Z_2$, м | $\Delta$, г/см$^3$ |
|---|---|---|---|
| № 1 | 50 | 100 | 0,4 |
| № 2 | 50 | 100 | 0,5 |
| № 3 | 50 | 150 | 0,2 |
| № 4 | 50 | 150 | 0,3 |
| № 5 | 100 | 200 | 0,4 |
| № 6 | 100 | 200 | 0,5 |
| № 7 | 150 | 250 | 0,5 |
| № 8 | 150 | 250 | 0,6 |
| № 9 | 200 | 350 | 0,5 |
| № 10 | 200 | 400 | 0,6 |

*Лабораторная работа № 3*

## Палеточный способ решения прямых задач гравиразведки

Для вытянутых тел сложного сечения и постоянной избыточной плотности расчет Δg можно проводить с помощью палетки Гамбурцева. Палетка приведена на рис.1.

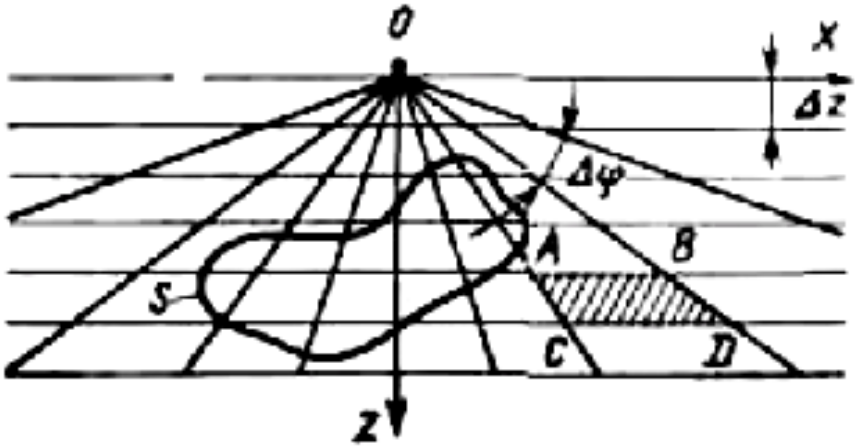



Рис.1. Палетка Гамбурцева для вычисления притяжения двумерными телами с контуром сечения двумерного тела S

Здесь из точки О через один и тот же угол Δφ проведены радиусы, а через равные расстояния Δz — параллельные линии. Оказывается, что значения силы тяжести Δg в точке О за счет притяжения одной бесконечной по оси Y горизонтальной призмой сечением в виде трапеции ABCD одинаково для любой из таких призм и

$$\Delta g_n = 2G\Delta\sigma_n\Delta\varphi\Delta z. \qquad (1)$$

Если на поперечное сечение исследуемого тела приходится m таких элементарных трапеций палетки, то

$$\Delta g(0) = m\cdot\Delta g_n. \qquad (2)$$

Параметр $\Delta g_n$ представляет собой цену деления палетки и определяется заранее по заданным параметрам разреза, причем Δφ и Δz подбирают так, чтобы цена деления имела какое-либо удобное для расчета постоянное значение, например, 0,1 мГал.

При переходе с одного разреза на другой могут измениться масштаб (и, следовательно, Δz на палетке) и значение избыточной плотности. Чтобы воспользоваться этой же палеткой, необходимо ввести масштабный коэффициент.

Таким образом, аномалию над двумерным телом с помощью палетки Гамбурцева рассчитывают по формуле

$$\Delta g = m\cdot\Delta g_n \qquad (3)$$

Точность расчета Δg палеточным методом зависит от точности аппроксимации поперечного сечения плотностных масс элементарными ячейками па-

летки и может быть повышена путем уменьшения цены деления палетки. Существуют и другие пале-точные способы решения прямых задач гравиразведки, в том числе и трехмерных.

Задание:

1) Рассчитать цену деления палетки Гамбурцева по формуле 1, учитывая, что
$G = 6{,}67\ 10\text{-}11$ м$^3$ кг$^{-1}$ с$^{-2}$;
$\Delta z$=50 м;
$\Delta\varphi$=5°=$\pi$/36=0,087;
$\Delta\sigma_n$=0,4 г/см$^3$=400 кг/м$^3$.

2) Отметить пикеты на профиле через 100 м.

3) Совмещая начало координат палетки с пикетом, сосчитать количество трапеций палетки, попадающих в контур тела.

4) Процедуру подсчета повторить на всех пикетах.

5) Вычислить $\Delta g(x)$ на каждом пикете, используя выражение (1).
6) Построить график $\Delta g(x)$ в мГал (рис. 2).

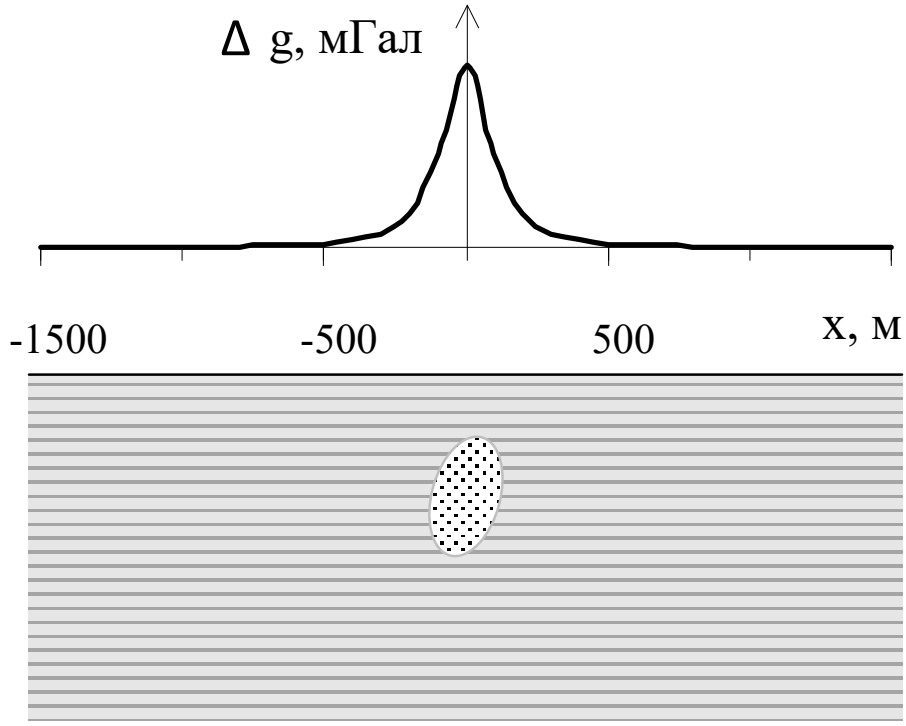



Рис.2. Результат определения аномалии силы тяжести палеточным способом

*Лабораторная работа № 4*

## Решение обратной задачи гравиразведки: определение параметров залегания шарообразного тела по измеренному полю

Задание:

1. Скопировать выданный преподавателем вариант графика Δg.
2. На графике Δg отметить точки, в которых аномалия силы тяжести равна максимальному значению $\Delta g_{max}$ и половине максимального значения $1/2\Delta g_{max}$.
3. Определить координаты этих точек на профиле в м.
4. Вычислить глубину залегания шарообразного тела.
5. Вычислить аномальную массу шара и его радиус
6. Построить геологический разрез в удобном масштабе.

Форму шара или близкую к нему могут иметь рудные залежи, куполовидные нефтегазоносные структуры, соляные купола, карстовые пустоты и др.

Пусть однородный шар радиусом *r*, объемом *V*, с избыточной плотностью Δσ расположен на оси *Z* на глубине *h* (рис. 1).

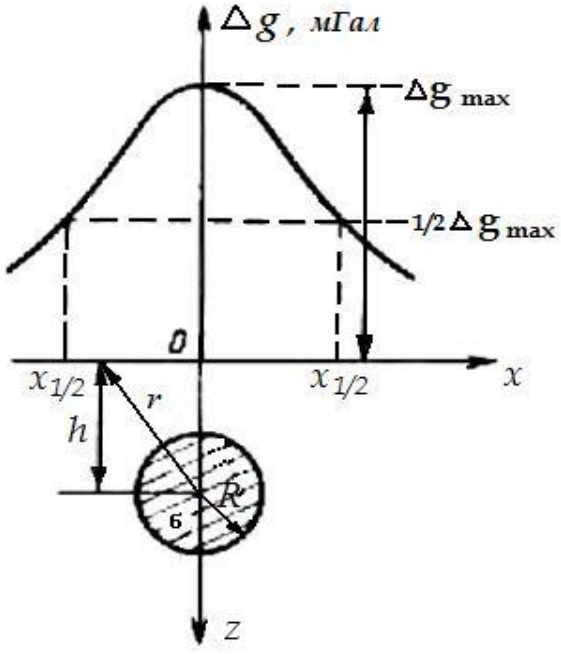



Рис. 1. Гравитационное поле над шаром

По закону всемирного тяготения шар притягивается с такой же силой, как точечная масса, сосредоточенная в его центре. Аномалию над шаром $\Delta g_ш$ можно получить, считая, что аномалия силы тяжести над шаром и аномалия точечной массы, помещенной в его центре, совпадают:

$$\Delta g_ш = \Delta g_1 = G \cdot \Delta\sigma \cdot V \cdot h / r^3 = G \cdot M \cdot h / (x^2 + h^2)^{3/2}$$

График аномалии силы тяжести над шаром приведен на рис 1. Определе-

ние параметров залегания шара выполняют по характерным точкам графика. Используют точки, в которых значение аномалии максимально, а также равно половине максимального значения: $\Delta g_{max}$ и $1/2\Delta g_{max}$.

Найдем координату $x$ точки, в которой значение поля равно максимальному значению $\Delta g_{max}$.

Максимальное значение поля наблюдается над центром шара, при этом $x=0$ и $r=h$. Тогда

$$\Delta g_{\max} = GM / h^2 .$$

Найдем координату $x$ точки, в которой значение поля равно половине максимального значения $1/2\Delta g_{max}$.

$$\frac{1}{2}\frac{GM}{h^2} = \frac{GMh}{(x^2+h^2)^{3/2}},$$

$$\frac{1}{2h^2} = \frac{h}{(x^2+h^2)^{3/2}}.$$

Разделим обе части уравнения на $h$:

$$\frac{1}{2h^3} = \frac{1}{(x^2+h^2)^{3/2}}.$$

Тогда

$$2h^3 = (x^2+h^2)^{3/2}.$$

Запишем $$(2^{1/3}h)^3 = ((x^2+h^2)^{1/2})^3.$$

Тогда

$$2^{1/3}h = (x^2+h^2)^{1/2}.$$

Возведем в квадрат обе части уравнения:

$$2^{2/3}h^2 = x^2 + h^2.$$

Выразим $x$:

$$x = \sqrt{(2^{2/3}-1)h^2},$$

Откуда $x=0{,}766h$, а $h=1{,}31x$.

Таким образом, глубину залегания шара можно определить, зная координату $x$, в которой аномалия силы тяжести равна половине ее максимального значения.

Аномальную массу шара можно найти по формуле:

$$M=\Delta g_{max}h^2/G$$

Если известна избыточная плотность шара, то можно рассчитать его объем $V$ и радиус $R$:

$$M=V\sigma=4\pi R^3\sigma/3,$$

Откуда

$$R = \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi\sigma}}$$

Глубина залегания верхней кромки шара будет равна $H=h-R$.

*Лабораторная работа № 5*

## Изучение гравиметра

В практике гравиразведки широкое применение получил относительный способ измерения силы тяжести, т. е. измерения приращений в двух точках с помощью гравиметров — приборов, в которых сила тяжести сравнивается с силой деформации упругих материалов. Большинство гравиметров построено по принципу пружинных весов.

В качестве уравновешивающей силы в гравиметрах используют силу кручения горизонтальной нити, на которой укреплен рычаг - маятник с массой *m* (рис. 1).

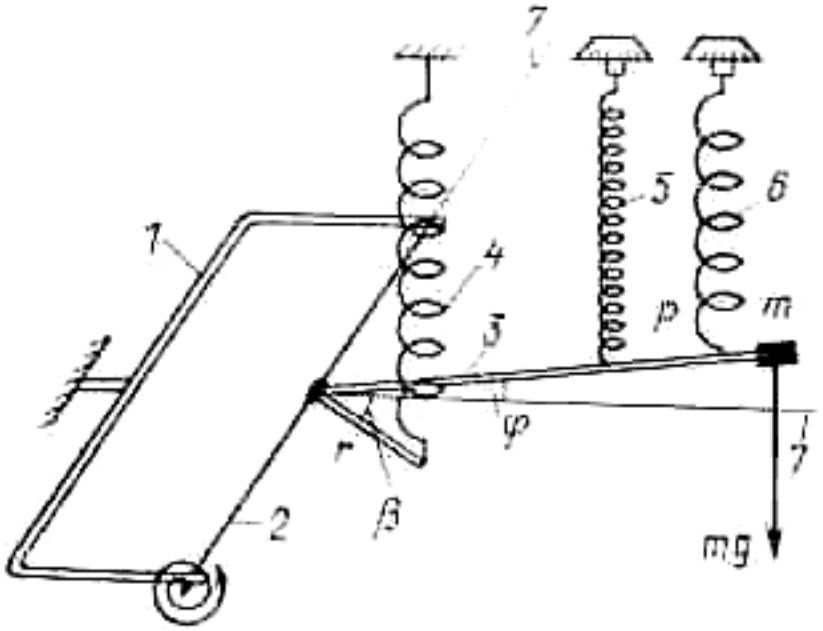



Рис. 1. Принципиальная схема чувствительной системы гравиметра: 1 — рамка; 2 — упругая нить; 3 — рычаг с грузиком; *4*—главная пружина; 5 — измерительная пружина; *6* — диапазонная пружина; 7—линия горизонта

В точке наблюдения момент силы тяжести уравновешивается моментом сил кручения, рычаг отклоняется от горизонта на угол $\varphi$ и при определенных условиях основное уравнение равновесия упругой системы будет иметь вид (без учета пружин *5* и *6)*

$$m \cdot g \cdot l \cdot \cos\varphi = \tau \cdot (\alpha_0 + \varphi) - k \cdot r \cdot \cos(\beta - \varphi)$$

где l — длина рычага; $\tau$ — крутильная жесткость его нитей подвеса; $\alpha_0$ — начальный угол закручивания нитей; k — коэффициент линейной жесткости главной пружины; r — длина рычага крепления главной пружины; $\beta$ — угол между рычагами.

Из этого уравнения получается зависимость между изменением угла наклона рычага $\Delta\varphi$ и пропорциональных изменений отсчетов по шкале микрометрического винта гравиметра $\Delta n$ и приращением $\Delta g$*:*

$$\Delta g = C' \cdot \Delta\varphi = C \cdot \Delta n$$

где C′ и *C* — цены деления гравиметра.

При измерении силы тяжести используют компенсационный метод отсчета, при котором микрометрическим винтом меняют натяжение измерительной пружины *5* таким образом, чтобы привести рычаг-маятник *3* в горизонтальное положение. Число оборотов микрометрического винта Δn определяют по специальной шкале с помощью оптической системы. С помощью диапазонного винта и соответствующей пружины *6* перестраивают диапазон прибора, что позволяет расширить интервал измерения в 10 раз и более.

Чувствительная система основных отечественных гравиметров выполнена из плавленого кварца, хотя некоторые, в основном зарубежные, гравиметры имеют металлическую пружину.

Материал пружин подбирают таким, чтобы колебания температуры и другие факторы мало сказывались на величине отсчета. Несмотря на специально принимаемые меры по термостатированию чувствительной системы (помещение ее в сосуд Дюара, изоляция от внешней среды и т. д.), влияние внешних факторов, как и внутренние процессы в упругих элементах системы, приводит к изменению показаний прибора во времени. Поэтому все гравиметры характеризуются дрейфом, или смещением нуль-пункта прибора. Он может достигать нескольких миллигал в сутки.

Время установки и измерения с помощью гравиметра при наземной съемке составляет 2—5 мин. Погрешность измерений *Δg* разными типами гравиметров составляет 0,01—0,5 мГал.

*Задание:*

1. Изучить устройство гравиметра и принцип взятия отсчетов.
2. Произвести замеры Δ*g* на 1-ом и 5-ом этажах учебного здания. - $\Delta g_{h1}$ и $\Delta g_{h5}$.
3. Используя выражение для поправки за высоту (поправки Фая)

$$\Delta g_h = -0{,}3086h$$

вычислить расстояние между 1-ым и 5-ым этажами здания:

$$\Delta g_{h1} = -0{,}3086h_1,$$

$$\Delta g_{h5} = -0{,}3086h_5,$$

$$\Delta h = h_5 - h_1 = (\Delta g_{h1} - \Delta g_{h5})/0{,}3086.$$

*Лабораторная работа № 6*

## Решение прямой задачи магниторазведки для шара

Прямая задача магниторазведки состоит в вычислении магнитных аномалий по заданному распределению магнитных масс, занимающих объем некоторого тела правильной формы (шара). Предполагается, что известны вертикальная намагниченность *J,* форма, положение и размеры тела. Требуется найти значения полной напряженности магнитного поля $T_a$, а также вертикальную $Z_a$ и горизонтальную $H_a$ составляющие магнитного поля на дневной поверхности вдоль профиля *x*.

Значения $Z_a$ *и* $H_a$ – компонент магнитного поля от вертикально намагниченного шара вдоль профиля, проходящего над центром шара, определяются по формулам:

$$Z_{\text{а}} = M\,\frac{2h^2 - x^2}{(h^2 + x^2)^{5/2}}, \qquad (1)$$

$$H_{\text{а}} = M\,\frac{3hx}{(h^2 + x^2)^{5/2}}, \qquad (2)$$

где $M = V{\cdot}J = (4\pi R^3 J)/3$ - магнитный момент шара в А·м$^2$; $V$ - объем шара в м$^3$; $R$ - радиус шара в м; $J$ - намагниченность шара в А/м; $h$ - глубина до центра шара в м; $x$ - расстояние от начала координат до точки наблюдения в м.

Полная напряженность магнитного поля:

$$T_{\text{а}} = \frac{M(4h^2 + x^2)^{1/2}}{(h^2 + x^2)^2}. \qquad (3)$$

Значения $Z_a$ и $H_a$ определяются в системе СИ в А/м и переводятся в гаммы (γ) и нТл следующим образом:

1 А/м = $10^3$ СГС,
1 А/м = $4\pi 10^3\gamma$,
1Э = 79,6 А/м,
1Э = $10^5\gamma$,
1 нТл = 1γ (для воздуха).

***<u>Задание</u>.***

1. Вычислить значение $T_a$, $Z_a$ и $H_a$ компонент магнитного поля для вертикально намагниченного шара, используя выражения (1), (2) и (3). Параметры шара, то есть значения *R*, *h*, *J*, выбираются из таблицы 1, согласно заданному варианту.

Значения $T_a$, $Z_a$ и $H_{\text{а}}$ необходимо рассчитать в следующих точках профиля *x*: 0 м, ±5 м, ±10 м, ±20 м, ±40 м, ±60 м, ±80 м, ±100 м, ±200 м, ±400 м, ±800 м.

Рассчитанные поля $T_a$, $Z_a$ и $H_a$ необходимо перевести в нТл. Вычисления произвести с точностью до целых единиц нТл и представить в виде таблицы.

2. Результаты расчетов изобразить в виде графиков вдоль профиля с соблюдением всех правил построения графиков. Под графиками привести геологический разрез в масштабе. Образец оформления результатов приведен на рис. 1.

Таблица 1

Исходные данные

| Вариант | $h$, м | $R$, м | $J$, А/м | Вариант | $h$, м | $R$, м | $J$, А/м |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 40 | 30 | 0,2 | 16 | 50 | 30 | 0,22 |
| 2 | 40 | 50 | 0,2 | 17 | 50 | 35 | 0,22 |
| 3 | 50 | 40 | 0,2 | 18 | 60 | 40 | 0,22 |
| 4 | 100 | 40 | 0,2 | 19 | 55 | 40 | 0,22 |
| 5 | 40 | 30 | 0,25 | 20 | 55 | 40 | 0,20 |
| 6 | 70 | 30 | 0,2 | 21 | 65 | 45 | 0,22 |
| 7 | 50 | 45 | 0,22 | 22 | 60 | 45 | 0,24 |
| 8 | 55 | 45 | 0,18 | 23 | 65 | 45 | 0,20 |
| 9 | 50 | 45 | 0,19 | 24 | 60 | 45 | 0,21 |
| 10 | 40 | 35 | 0,19 | 25 | 50 | 35 | 0,21 |
| 11 | 35 | 30 | 0,18 | 26 | 45 | 30 | 0,21 |
| 12 | 45 | 35 | 0,18 | 27 | 55 | 35 | 0,20 |
| 13 | 55 | 40 | 0,2 | 28 | 55 | 40 | 0,20 |
| 14 | 50 | 40 | 0,21 | 29 | 60 | 40 | 0,20 |
| 15 | 50 | 40 | 0,21 | 30 | 60 | 40 | 0,23 |

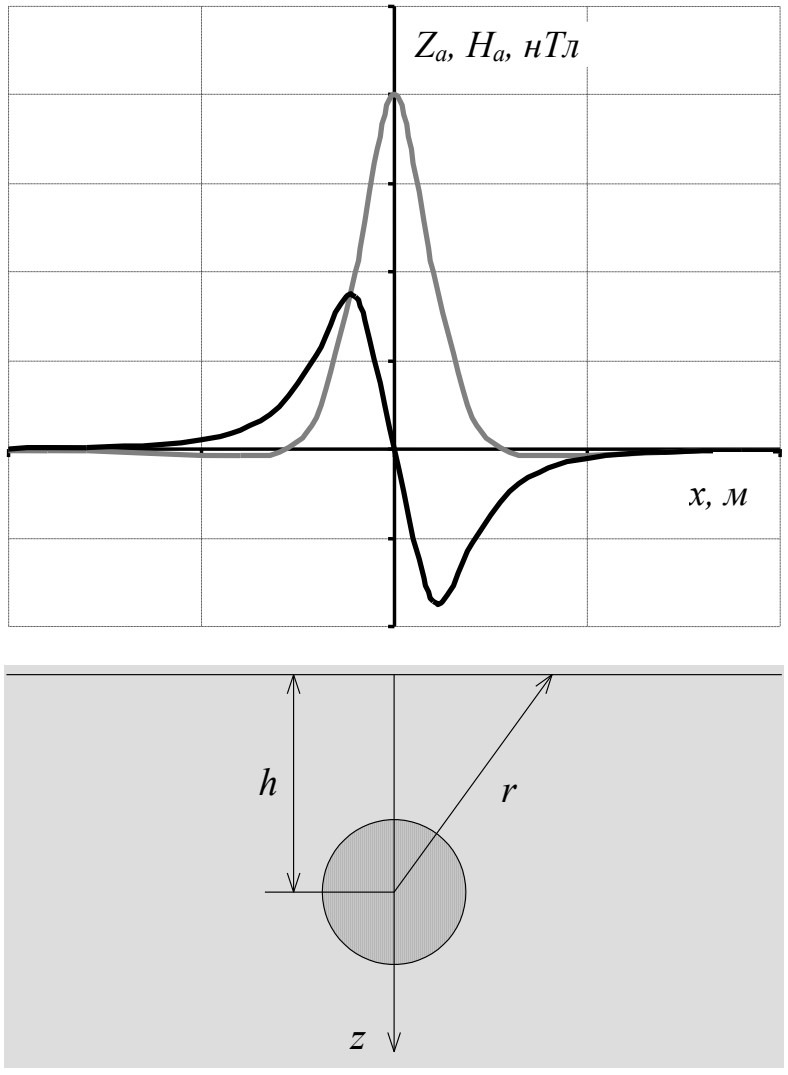



Рис. 1. Магнитное поле над шарообразным телом

*Лабораторная работа № 7*

## Решение прямой задачи магниторазведки для тонкого вертикального стержня

Под "тонким" стержнем понимается геологическое тело, имеющее малый диаметр *d* по сравнению с глубиной залегания *h* верхнего конца стержня. Соотношение *d*/*h* должно быть не больше 0,1-0,2 или глубина залегания должна быть в 10-20 раз больше диаметра тела. Длина тела бесконечно большая, так что нижний конец располагается на большой глубине и его влиянием на магнитную аномалию пренебрегают.

К аномалиям над бесконечным вертикальным стержнем в природных условиях относятся аномалии над кимберлитовыми трубками небольших размеров, над апофизами основной магмы, над мелкими отдельными геологическими образованиями вертикального падения с малой площадью поперечного сечения.

При однородной и вертикальной намагниченности магнитные массы будут располагаться на концах стержня. Модуль полного вектора *T* от такого источника по закону Кулона будет:

$$T = \frac{m}{r^2} = \frac{m}{h^2 + x^2} \tag{1}$$

где *h* – глубина залегания верхнего конца стержня; *x* – расстояние от проекции конца стержня на дневную поверхность до точки наблюдения.

Уравнения для вертикальной соствляющей *Z*а и горизонтальной составляющей *H*а аномального магнитного поля по профилю, проходящему через центр стержня, будут иметь вид:

$$Z_{\text{а}} = \frac{m}{r^2}\sin\theta = \frac{mh}{(h^2 + x^2)^{3/2}}\ , \tag{2}$$

$$H_{\text{а}} = \frac{m}{r^2}\cos\theta = \frac{-mx}{(h^2 + x^2)^{3/2}}\ , \tag{3}$$

где θ - угол, отсчитываемый от положительного направления оси *x* по часовой стрелке до радиуса-вектора *r*; *m* – магнитная масса, сосредоточенная на верхнем конце стержня.

Значения $Z_a$ и $H_a$ определяются в системе СИ в А/м и переводятся в гаммы (γ) и нТл следующим образом:

$$1\ \text{А/м} = 10^3\ \text{СГС},$$
$$1\ \text{А/м} = 4\pi 10^3\gamma,$$
$$1\text{Э} = 79{,}6\ \text{А/м},$$
$$1\text{Э} = 10^5\gamma.$$
$$1\ \text{нТл (для воздуха)} = 1\gamma.$$

Кривая *Z*а (рис. 1) положительная, имеет максимум при *x*=0 (θ=90°). Магнитное поле над стержнем для вертикальной составляющей *Z*а в силу осевой симметрии будет иметь в плане изометричную форму - в виде концентрических окружностей. Горизонтальная составляющая *H*а слева от стержня положи-

тельная, т.е. по направлению совпадает с осью о*X*; справа от стержня - отрицательная. Над стержнем при *x*=0 *H*а=0 и меняет знак.

*Задание*:

1. Вычислить значения $T_a$, $Z_a$ и $H_a$ - компонент магнитного поля для тонкого вертикального стержня, который намагничен вертикально. Исходные данные приведены в таблице 1. Расчет выполнить для *x* = 0 м, ±5 м, ±10 м, ±20 м, ±40 м, ±60 м, ±80 м, ±100 м, ±200 м, ±400 м, ±600, ±800 м.

Таблица 1

| *Вариант* | *h, м* | *m,* А·м | *Вариант* | *h, м* | *m,* А·м |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 40 | 10 | 8 | 110 | 80 |
| 2 | 50 | 20 | 9 | 120 | 90 |
| 3 | 60 | 30 | 10 | 130 | 100 |
| 4 | 70 | 40 | 11 | 140 | 110 |
| 5 | 80 | 50 | 12 | 150 | 120 |
| 6 | 90 | 60 | 13 | 160 | 130 |
| 7 | 100 | 70 | 14 | 170 | 140 |

2. Результаты расчетов представить в виде графиков по профилю, проходящему над стержнем. Под графиками привести геологический разрез в масштабе. Образец оформления результатов приведен на рис 1.

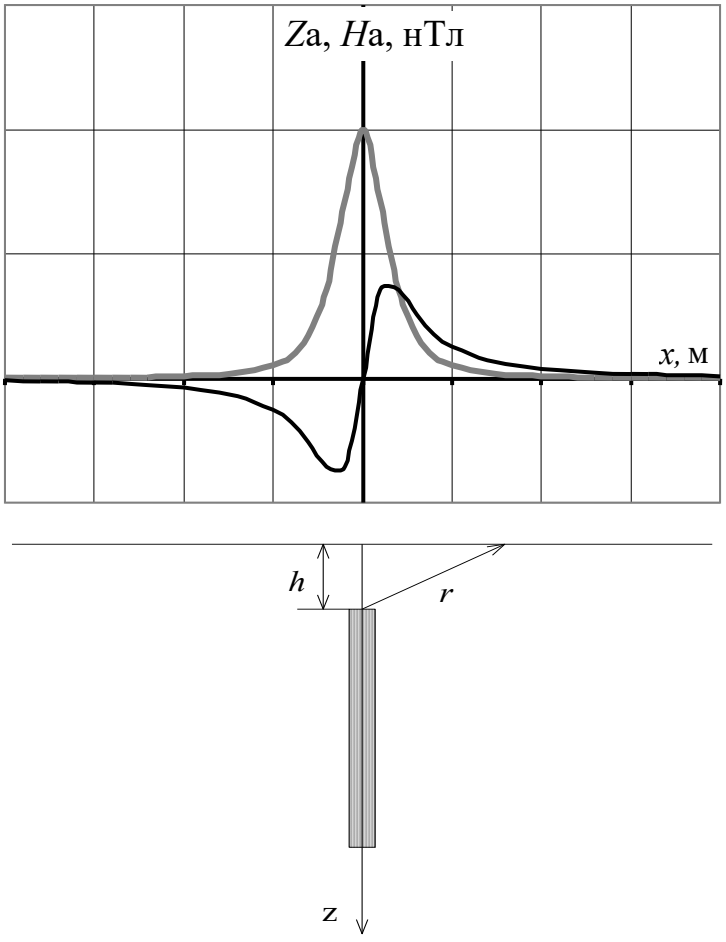



Рис.1. Магнитное поле над вертикальным стержнем

*Лабораторная работа № 8*

## Количественная интерпретация данных магниторазведки

При магниторазведочных работах выполняют измерения вертикальной ($Z$) и горизонтальной ($H$) составляющих магнитного поля. Результаты представляют в виде план-графиков и карт.

Изучаемые объекты могут проявляться как положительными, так и отрицательными аномалиями, поскольку их намагничение является двухполярным. Оказывают влияние также направление вектора намагничивающего поля Земли и наличие остаточной намагниченности пород.

Интерпретация материалов магниторазведки может быть количественной и качественной.

**Качественная интерпретация** позволяет получать информацию о местоположении пород с различными магнитными свойствами, форме аномалиеобразующих объектов, примерном положении их относительно профилей измерений.

**Количественная интерпретация** дает возможность определить размеры и глубину залегания геологического объекта. Для этого разработаны аналитические, графические и палеточные способы.

***В аналитических способах*** по графикам определяют абсциссы характерных точек: $X_{max}$, $X_{min}$, $X_{1/2}$, $X_{1/4}$, $X_0$, где аномалии равны, соответственно, максимальному и минимальному значениям, половине максимума, одной четверти максимума или нулю (рис. 1).

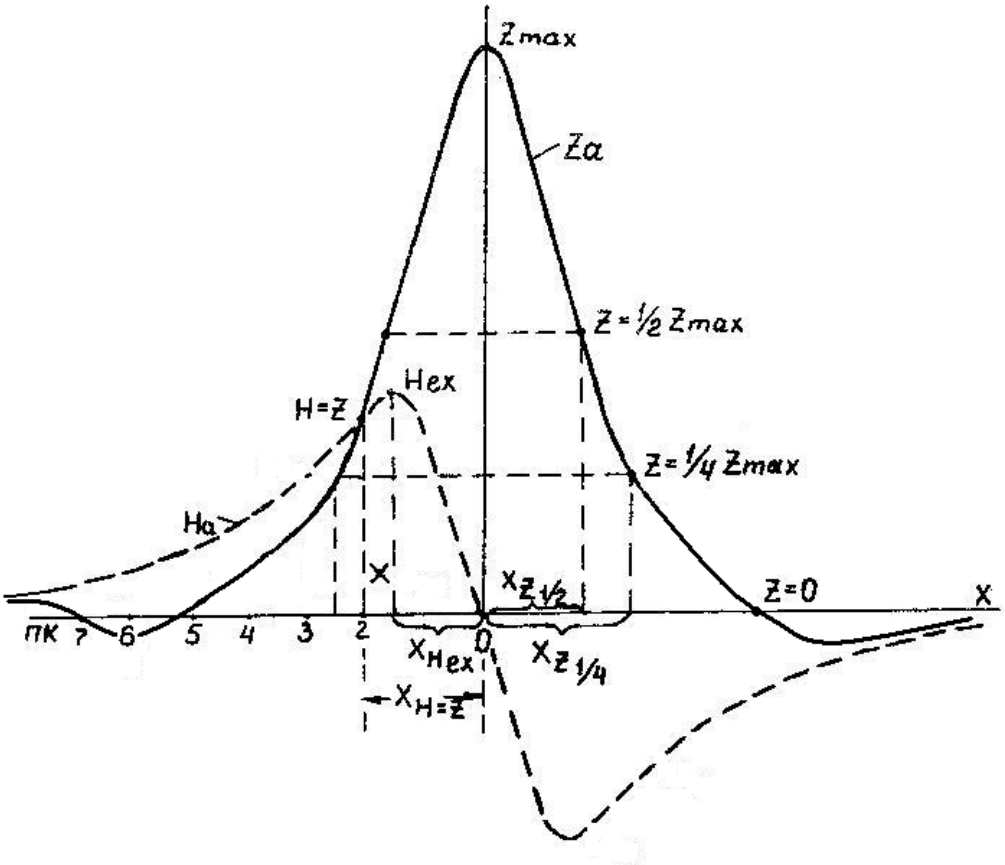



Рис. 1. Интерпретация кривых $Z_a$ и $H_a$ способом характерных точек

Значения абсцисс характерных точек подставляют в формулы, полученные при решении прямых задач. Вычисляют глубину залегания верхней кромки *h*, для объектов "бесконечно" глубоко уходящих вниз, или глубину залегания центра масс *H* для тел ограниченного распространения по глубине. Средняя относительная погрешность определения глубины составляет 20-30%. Ниже показано применение метода характерных точек для интерпретации магнитных аномалий над объектами простой геометрической формы.

Вертикальный пласт ограниченного распространения на глубину.

По характерным точкам графиков $Z_a$ и $H_a$ можно рассчитать следующие элементы: глубину залегания центра пласта $h_ц$, вертикальный размер сечения пласта $2l$, глубину залегания верхней $h_ц - l$ и нижней $h_ц + l$ кромок пласта.

1. Для определения $h_ц$ по графику $Z_a$ определяют абсциссы точек $x_0(Z_a = 0)$ и $x_{0,5}(Z_a = 0{,}5 \cdot Z_{a\max})$. Тогда

$$h_ц = \sqrt{\frac{x_0^4 - x_{0,5}^4}{4x_{0,5}^2}} .$$

2. Если на кривой $Z_a$ точка, где $Z_a = Z_{a\min}$ с абсциссой $x_{\min}$ выражена достаточно четко, то

$$h_ц = \frac{x_{\min}^2 - x_0^2}{2x_0}.$$

3. Величину $l$ вычисляют по абсциссе точки $x_{Z=H}$, в которой $Z_a = H_a$, т.е.

$$l = \sqrt{h_ц^2 - 2h_ц \cdot x_{Z=H} - x_{Z=H}^2} .$$

Горизонтальный круговой цилиндр.

Определение глубины залегания центра поперечного сечения цилиндра $h_ц$ выполняют по характерным точкам на кривых $H_a$ и $Z_a$:

1) по абсциссе точки, в которой $Z_a = 0$, $h_ц = x_{Z=0}$

2) по абсциссе точки $x_ц = H$, в которой $Z_a = H_a$, $h_ц = \frac{x_{Z=H}}{0{,}7}$

3) по абсциссе точки $x_{Hex}$, в которой $H_a = H_{aex}$, $h_ц = \frac{x_{Hex}}{0{,}58}$

4) по абсциссе точки $x_{z\min}$, в которой $Z_a = Z_{a\min}$, $h_ц = \frac{x_{z\min}}{1{,}73}$

5) по абсциссе $x_i$ $i$-х точек графиков $Z_a$ и $H_a$,

$$h_ц = x_i((\frac{Z_a}{H_a})_i + \sqrt{(\frac{Z_a}{H_a})_i^2 + 1}).$$

*В графических способах* наиболее широкое применение находит метод касательных, который заключается в проведении на аномалиях графиков $Z_a$ касательных, параллельных оси X в точках максимума и минимума, а также в точках перегиба (точках максимальных градиентов) (рис. 2).

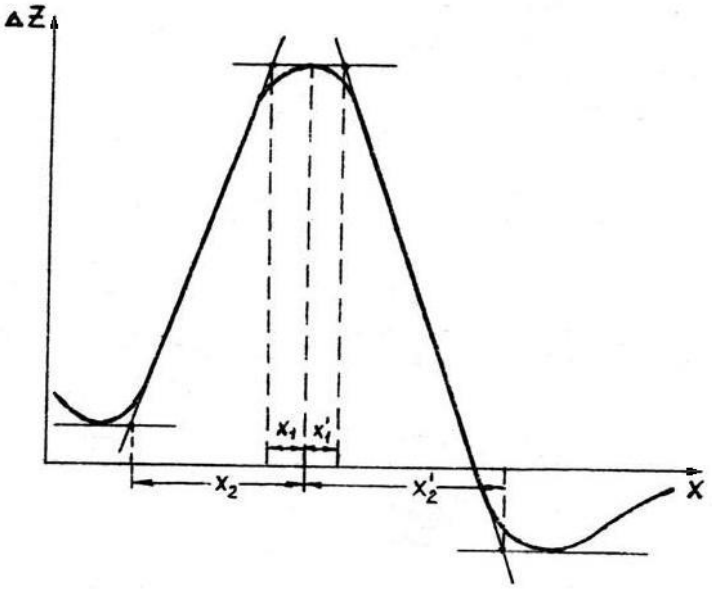



Рис. 2. Интерпретация кривой $Z_a$ способом касательных

Для точек пересечения всех касательных определяют их абсциссы $X_1$, $X_2$, $X_1'$, $X_2'$. Приближенную глубину залегания верхней кромки пласта, создавшего аномалию, рассчитывают по формулам:

$$h = \frac{x_2 - x_1}{2} \text{ и } h' = \frac{x_2' - x_1'}{2}.$$

Среднее из полученных значений h и h′ является оценочной глубиной залегания верхней кромки пласта. При этом, глубина залегания h, вычисленная методом касательных, может отличаться от истинной в зависимости от формы и размеров исследуемых объектов. Поэтому в расчетные формулы вводятся поправочные коэффициенты, которые получены для разных соотношений размеров и глубин залегания тех или иных объектов. Значения этих коэффициентов применительно к примерам задания приведены для каждого варианта в расшифровке выполнения задания.

***Задание:***

*Вариант 1.* Способом характерных точек и касательных определить элементы залегания вертикального пласта "бесконечного" простирания и ограниченного распространения на глубину:

а) По данным табл. 1 на миллиметровке построить графики $H_a$ и $Z_a$ в масштабах: вертикальный I см - 0,025 Гс, горизонтальный I см - 20 м.

б) Вычислить элементы залегания вертикального пласта способами для вертикального пласта ограниченного распространения на глубину.

в) При вычислении глубины залегания пласта по способу касательных ввести повышающий поправочный коэффициент 0,7.

*Вариант 2.* Способом характерных точек и касательных определить элементы залегания горизонтально залегающего цилиндра "бесконечного" простирания:

а) По данным табл.2 на миллиметровке построить графики $H_a$ и $Z_a$. Расстояние X (в метрах) наносят на ось абсцисс от нулевой точки (которая принимается за начало координат) влево и вправо через 10 м в масштабе I см - 20 м. Значения $H_a$ и $Z_a$ откладывают по оси ординат в масштабе I см - 0,1 Гс.

б) Вычислить глубину залегания центра поперечного сечения цилиндра $h_ц$ способами, описанными для горизонтального кругового цилиндра.

в) При вычислении глубины $h_ц$ по способу касательных ввести повышающий поправочный коэффициент 0,52.

Таблица 1

| X,м | $Z_a$, Гс | $H_a$, Гс |
|---|---|---|
| 0 | 0,280 | 0 |
| ±10 | 0,254 | ∓0,068 |
| ±20 | 0,212 | ∓0,120 |
| ±30 | 0,170 | ∓0,152 |
| ±40 | 0,119 | ∓0,162 |
| ±50 | 0,080 | ∓0,160 |
| ±60 | 0,044 | ∓0,150 |
| ±70 | 0,026 | ∓0,139 |
| ±80 | 0,008 | ∓0,125 |
| ±90 | -0,005 | ∓0,112 |
| ±100 | -0,012 | ∓0,098 |
| ±110 | -0,017 | ∓0,086 |
| ±120 | -0,022 | ∓0,070 |
| ±130 | -0,025 | ∓0,067 |
| ±140 | -0,026 | ∓0,060 |
| ±150 | -0,025 | ∓0,054 |
| ±160 | -0,022 | ∓0,047 |
| ±170 | -0,019 | ∓0,042 |
| ±180 | -0,014 | ∓0,037 |

Таблица 2

| X, м | $Z_a$, Гс | $H_a$, Гс |
|---|---|---|
| 0 | 1,20 | 0 |
| ±10 | 1,16 | ∓0,33 |
| ±20 | 1,08 | ∓0,59 |
| ±30 | 0,96 | ∓0,74 |
| ±40 | 0,72 | ∓0,78 |
| ±50 | 0,46 | ∓0,75 |
| ±60 | 0,20 | ∓0,69 |
| ±70 | 0 | ∓0,62 |
| ±80 | -0,18 | ∓0,52 |
| ±90 | -0,20 | ∓0,44 |
| ±100 | -0,18 | ∓0,37 |
| ±110 | -0,14 | ∓0,28 |
| ±120 | -0,10 | ∓0,24 |
| ±130 | -0,09 | ∓0,22 |
| ±140 | -0,08 | ∓0,20 |
| ±150 | -0,07 | ∓0,16 |
| ±160 | -0,06 | ∓0,12 |
| ±170 | -0,05 | ∓0,10 |
| ±180 | -0,04 | ∓0,09 |

*Лабораторная работа № 9*

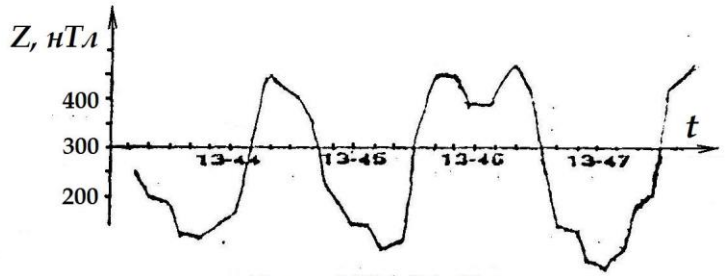
## Измерение вариаций геомагнитного поля

**Содержание работы :** С помощью оптико-механического магнитометра М-27 провести измерение вариаций вертикальной составляющей (z-составляющей) МПЗ в течение 5 минут с интервалом времени 5-10 секунд и результаты измерений записать в журнал.

**Обработка результатов измерений.**

1. Значения отсчетов по шкале магнитометра умножить на цену деления (10 нТл/дел).

2. Построить вариограмму(рис.1).




*Zср = 288 ±67 нТл*

**Рис. 1.** Вариограмма значений вертикальной составляющей МПЗ (время местное)

$$Z_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} Z_i}{N} \qquad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (Z_i - Z_{\text{ср}})^2}{N-1}}$$

3. Рассчитать среднее значение напряженности магнитного поля за время наблюдения и среднее квадратичное отклонение.

4. Оценить интенсивность вариаций в баллах (см. табл.1), осреднив максимальные значения отклонения Δz в течение минуты от общего среднего.

Таблица 1

Шкала балльности вариаций МПЗ

| Амплитуда изменения МПЗ, нТл | 0 -5.5 | 11 | 22 | 44 | 77 | 132 | 220 | 363 | 550 | >550 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Баллы | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Оценка | Норма | | | Возмущение | | | Буря | | | |

## Журнал измерений Z

| $t$ | $n$ | $Z$ | $Z-Z_{ср}$ | $(Z-Z_{ср})^2$ |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

*Лабораторная работа № 10*

# Изучение детекторов гамма-излучения

Любой радиометрический прибор имеет в качестве основной части детектор (счетчик), подающий в усилительно-измерительную схему сигналы о поступлении ионизирующих частиц или гамма-квантов.

Существуют различные способы детектирования (регистрации) радиоактивных излучений. Все они основаны на эффектах, прямо или косвенно связанных с ионизацией или возбуждением атомов, возникающих при взаимодействии излучений с веществом. Наиболее широкое распространение получили детекторы, в которых энергия излучения тем или иным способом преобразуется в электрическую.

В настоящее время применение нашли три типа детекторов:

1) ***ионизационные детекторы и газоразрядные счетчики;***

Принцип их работы основан на ионизирующем действии излучения на газы.

Ионизационная камера (рис. 1) представляет собой воздушный конденсатор, состоящий из двух металлических пластин, расположенных на некотором расстоянии друг от друга, к которым приложена разность потенциалов. В сеть включен гальванометр. В отсутствии радиации тока в цепи не будет, поскольку воздух является изолятором. Радиоактивные частицы, попав внутрь конденсатора, ионизируют воздух, превращая его в проводник электричества. Сила тока измеряется гальванометром. По силе тока определяется интенсивность излучения.

Счетчик Гейгера-Мюллера представляет собой герметичный баллон (трубку), заполненный газовой смесью из аргона и спирта с добавкой галоидов (рис.2). По оси трубки натянута нить, служащая в качестве анода. Катодом является внутреннее металлическое покрытие баллона. На электроды подается высокое напряжение постоянного тока (400÷1000 В). При попадании внутрь баллона бета-частиц или электронов, выбитых из стенок счетчика гамма-лучами, происходит ионизация газа. В результате между электродами возникает лавина ионов и происходит кратковременный электрический разряд. В цепи счетчика регистрируется импульс напряжения. Чувствительность счетчиков зависит в первую очередь от материала катода, из которого гамма-лучи выбивают электроны

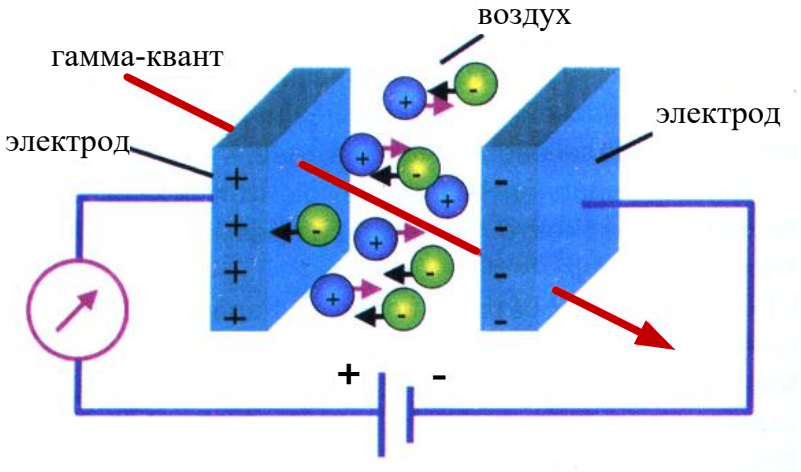



Рис. 1. Устройство ионизационной камеры

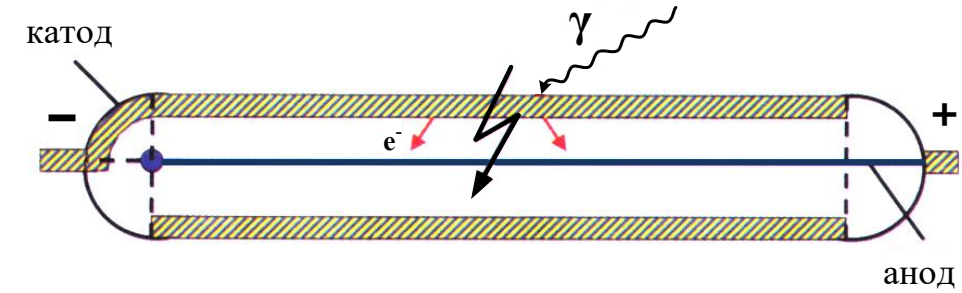



Рис. 2. Устройство газоразрядного счетчика

2) ***полупроводниковые детекторы***;

Они сходны с ионизационным детекторами, но роль ионизационной камеры в этом случае выполняют твердые полупроводники.

Полупроводники - это кристаллические вещества, электропроводность которых при обычной температуре имеет промежуточное значение между электропроводностью металлов ($10^{6}$-$10^{4}$ Ом$^{-1}$см$^{-1}$) и диэлектриков ($10^{-10}$-$10^{-12}$ Ом$^{-1}$см$^{-1}$). Под действием радиоактивных частиц в полупроводниковых детекторах происходит переход электронов из валентной зоны в зону проводимости (рис. 3). В результате образуются свободные носители зарядов: электроны (*n*-проводимость) и дырки (*p*-проводимость). Под действием внешнего электрического поля, приложенного к полупроводнику, электроны и дырки притягиваются к соответствующим электродам, обусловливая накопление заряда. Последний дает импульс напряжения, который подается в усилительно-измерительную схему прибора.

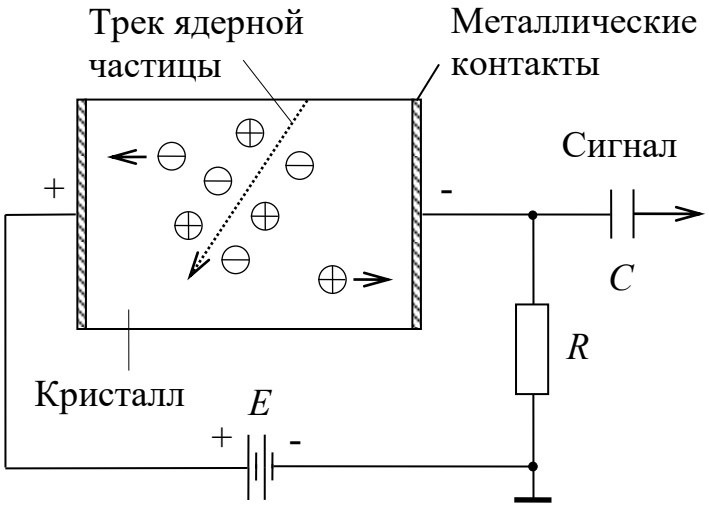



Рис. 3. Принцип работы полупроводникового детектора

В качестве полупроводника в радиометрических приборах чаще всего применяют монокристаллы германия. С его помощью регистрируют высокоэнергетические гамма- и бета-лучи. Для регистрации альфа-частиц, низкоэнергетических гамма-квантов и рентгеновских лучей используют кремниевые детекторы (монокристаллы кремния).

В противоположность металлам, у которых электропроводность умень-

шается с ростом температуры, у полупроводников с увеличением этого параметра электропроводность резко возрастает. Поэтому многие из полупроводниковых материалов требуют сильного охлаждения при работе, что усложняет устройство приборов, их эксплуатацию и удорожает их стоимость. Исследователи находятся в постоянном поиске новых полупроводников, которые могут работать при обычных температурах. К таким материалам относятся теллурид кадмия, арсенид галлия и йодид ртути, которые уже используются в самых современных радиометрах и спектрометрах. Поскольку плотность полупроводниковых материалов намного выше плотности газов, то энергия поглощаемых частиц в них используется полнее, чем в ионизационных камерах. Поэтому полупроводниковые детекторы обладают очень высокой разрешающей способностью.

3) ***сцинтилляционные детекторы;***

Сущность работы сцинтилляционного счетчика заключается в регистрации вспышек *люминесценции,* возникающих в некоторых кристаллах, органических жидкостях или пластмассах при попадании в них заряженных частиц или гамма-квантов.

Вспышки в кристалле фиксируются *фотокатодом*, и в цепи возникает импульс электрического тока (рис.4).

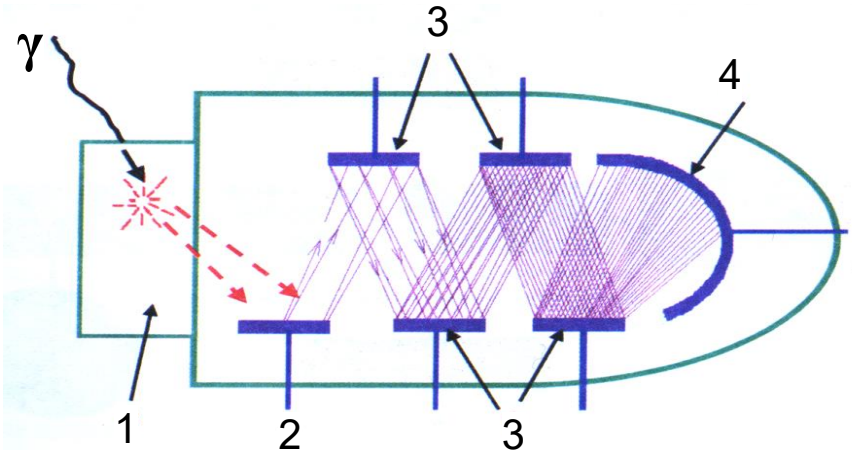



Рис. 4. Сцинтилляционный детектор: 1 - сцинтиллятор, 2 - фокусирующий электрод, 3 - система динодов, 4 - анод ФЭУ

Однако сами по себе вспышки могут быть очень слабыми. Для их фиксации применяются *фотоэлектронные умножители* (ФЭУ). Они представляют собой вакуумные электронные приборы с системой умножения электронов, выбитых световой вспышкой с поверхности фотокатода (рис.4). Умножительная система состоит из нескольких последовательно расположенных *динодов* (эмиттеров), покрытых специальным слоем. Электроны, бомбардирующие диноды, выбивают из них вторичные электроны, количество которых минимум в 2 раза превышает число первичных электронов. Таким образом, каждый последующий динод увеличивает количество электронов. С последнего динода в усилительно-измерительную схему прибора поступает лавина электронов. Благодаря ФЭУ сцинтилляционные счетчики обладают гораздо большей чувствительностью по сравнению с газонаполненными счетчиками.

*Лабораторная работа № 11*

## Расчет интенсивности гамма-излучения над радиоактивным пластом, выходящим на дневную поверхность

Допустим, что вертикальный активный пласт мощности $\Delta H$ выходит на дневную поверхность. Найдем распределение γ-поля по профилю $x$ на высоте $h$ от границы раздела земля-воздух.

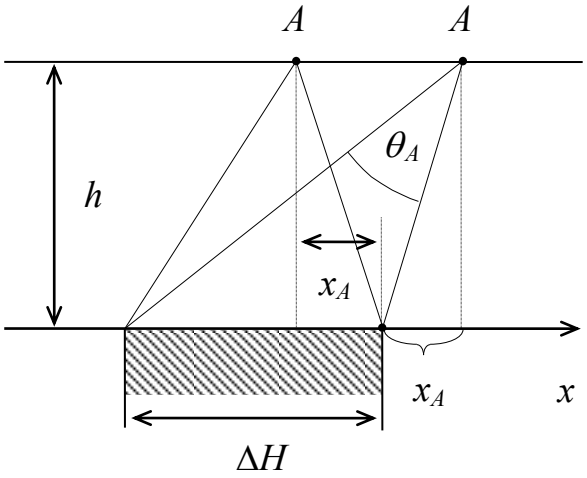



Рис. 1.

Начало координат поместим на границу раздела пласт–вмещающая неактивная среда. При рассмотрении этой задачи ограничимся расчетом γ-поля в произвольной точке $A$ профиля $x$ (рис.1). Если высота $h$ такая, что можно пренебречь ослаблением γ-лучей в воздухе, то формула расчета поля через телесный угол будет выглядеть следующим образом:

$$I_A = K\sigma_0\omega_A \qquad (1)$$

где $\omega_A$ - телесный угол, под которым видна излучающая поверхность однородно-активного пласта из точки наблюдения $A$, $K$ – пересчетный коэффициент радиометра в ((мкР/ч)·см$^2$)/г, $\sigma_o$ – эквивалентная поверхностная плотность источников гамма-излучения в г$U$/см$^2$.

Эквивалентная поверхностная плотность источников гамма-излучения $\sigma_o$ зависит от содержания радиоактивного элемента $Q$ и массового коэффициента поглощения гамма-излучения $\bar{\mu}$:

$$\sigma_o = \frac{Q \cdot 10^{-2}}{\bar{\mu}}. \qquad (2)$$

Для уран-радиевого ряда $\bar{\mu}$=0,032 см$^2$/г.

Если простирание пласта бесконечно, а съемочный профиль проложен вкрест простирания, то можно показать, что телесный угол $\omega_A$ будет равен двум плоским углам $\theta_A$ (рис. 1), т.е.

$$I_A = 2K\sigma_0\theta_A, \qquad (3)$$

Поскольку

$$\theta_A = \operatorname{arctg}\frac{x_A + \Delta H}{h} - \operatorname{arctg}\frac{x_A}{h},$$

то

$$I_A = 2K\sigma_0\left(\operatorname{arctg}\frac{x_A + \Delta H}{h} - \operatorname{arctg}\frac{x_A}{h}\right). \qquad (4)$$

Таким образом, расчет γ-поля по съемочному профилю в данном случае сводится к расчету плоских углов $\theta_i$, которые легко находятся в любой точке с заданными параметрами $\Delta H$, $h$ и $x_i$.

*Задание*.

1. Используя выражение (4), рассчитать интенсивность гамма-излучения над радиоактивным пластом, выходящим на дневную поверхность.
2. Координату $x$ менять от 0 до 100 м с шагом $\Delta x = 5$ м. Начало координат поместить на правую границу пласта.
3. Пересчетный коэффициент радиометра $K$ принять равным 2860 ((мкР/ч)·см$^2$)/г.
4. Высоту точки измерения $h$ и содержание урана $Q_U$ взять согласно заданному варианту (табл. 1).

Таблица 1

| вариант / данные | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Q_U$, % | 0,001 | 0,002 | 0,003 | 0,004 | 0,005 | 0,006 | 0,007 |
| $h$, м | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 0,5 |
| $\Delta H$, м | 40 | 40 | 40 | 50 | 50 | 50 | 60 |

продолжение табл. 1

| вариант / данные | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Q_U$, % | 0,008 | 0,009 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 |
| $h$, м | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 1 | 2 |
| $\Delta H$, м | 60 | 60 | 50 | 50 | 50 | 40 | 40 |

4. Результаты расчета привести в виде графика, под которым поместить разрез в соответствующем масштабе (рис. 2).

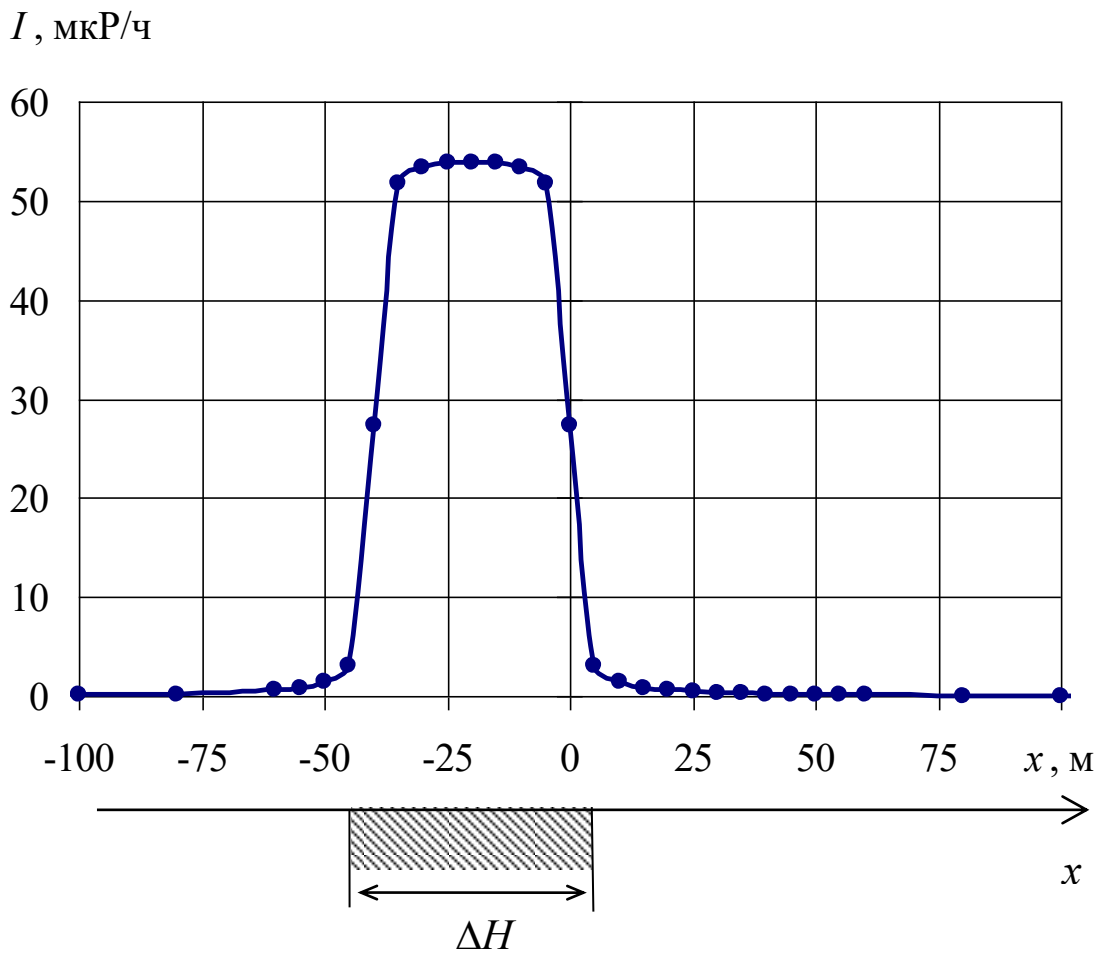



Рис. 2. Интенсивность гамма-излучения над радиоактивным пластом, выходящим на дневную поверхность

*Лабораторная работа № 12*

# Изучение характера инерционных искажений при аэро-гамма-съемке

Радиометры для регистрации гамма-поля обладают инерционностью, т.е. запаздыванием показаний прибора во времени. Инерционность обусловлена наличием в усилительно-регистрирующей схеме интегрирующего контура – *RC*-цепочки. При неподвижном радиометре, например при пешеходной гамма-съемке , это обстоятельство не влияет на показание прибора. Однако при съемке в движении (авто-, аэро-гамма-съемка) записанная кривая интенсивности искажается – она смещается в сторону движения радиометра, а максимум уменьшается по амплитуде. Поэтому записанная кривая не соответствует фактической интенсивности. При авто-гамма-съемке искажениями обычно пренебрегают из-за невысокой скорости премещения радиометра, зато при аэро-гамма-съемке искажения необходимо учитывать.

Для выяснения характера инерционных искажений необходимо перестроить теоретически рассчитанную кривую в кривую, которую записал бы аэро-гамма-радиометр при съемке.

Расчет теоретической кривой интенсивности точечного источника для высоты *h* производится по формуле

$$I_i^{\text{теор}} = I_o \frac{e^{-\mu_в \sqrt{h^2 + {x_i}^2}}}{h^2 + {x_i}^2}, \qquad (1)$$

где $I_o$ – интенсивность гамма-поля на поверхности земли, $\mu_в$ – коэффициент ослабления гамма-излучения в воздухе, $x_i$ – координата *i*–ой точки по профилю.

Записанная интенсивность гамма-излучения в *i*-ой точке профиля:

$$I_i^{\text{зап}} = (1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}) \cdot I_i^{\text{теор}} + e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \cdot I_{i-1}^{\text{зап}}, \qquad (2)$$

где $I_i^{\text{теор}}$ – теоретическая интенсивность гамма-излучения в *i*-ой точке профиля; $I_{i-1}^{\text{зап}}$ – записанная интенсивность гамма-излучения в предыдущей точке, т.е. в точке с номером *i*-1; $\tau$ – постоянная времени радиометра, определяемая произведением *R* на *C*; $\Delta t$ – интервал времени между соседними отсчетами интенсивности гамма-излучения.

Интервал времени $\Delta t$ между соседними отсчетами интенсивности гамма-излучения можно найти, зная расстояние $\Delta x$ меду соседними отсчетами в м и скорость движения самолета *v* в м/с:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v}. \qquad (3)$$

*Задание*

1) Рассчитать по формуле (1) и построить с шагом $\Delta x$=50 м теоретическую кривую интенсивности гамма-поля точечного источника, находящегося на дневной поверхности. Расчет кривой провести для точек с координатами *x*, из-

меняющимися от -300 до 300 м.

2) По формуле (2) перестроить полученную кривую в записанную, приняв τ=2 с, $v$=180 км/ч, $\Delta x$=50 м. При вычислении первого значения $I_i^{\text{зап}}$ $I_{i-1}^{\text{зап}}$ принять равной нулю.

3) Результаты вычисления $I_i^{\text{теор}}$ и $I_i^{\text{зап}}$ привести на графике (рис 1, 2).

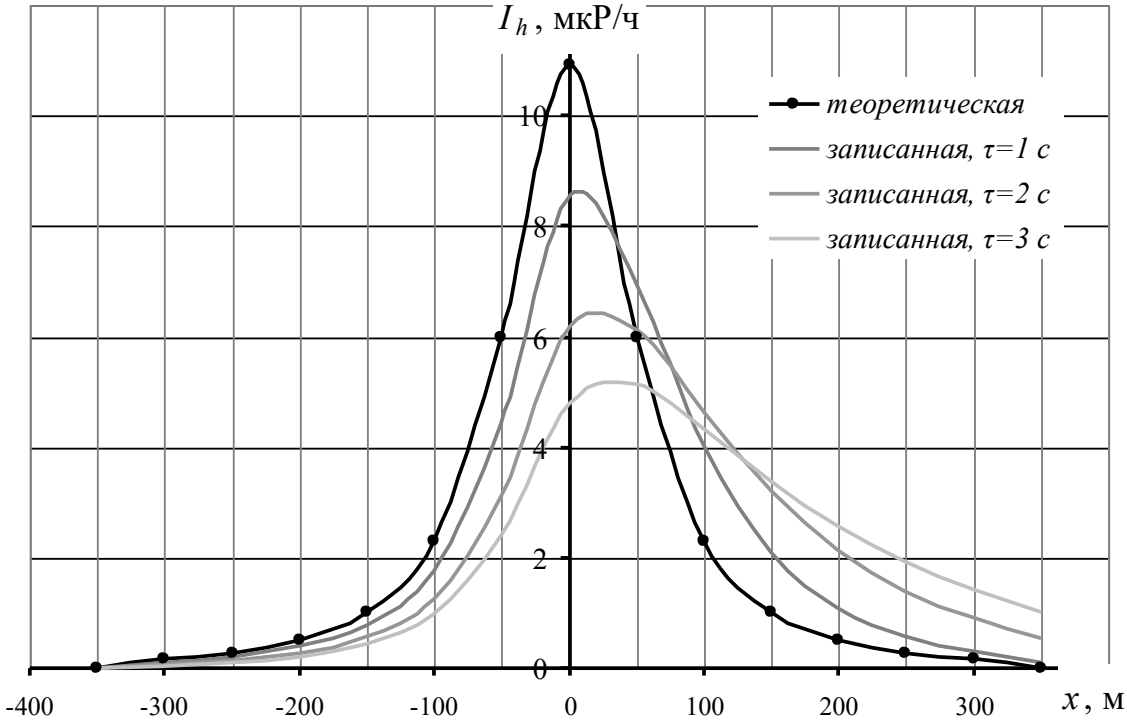



Рис. 1. Теоретическая кривая интенсивности гамма-поля точечного источника, находящегося на дневной поверхности, и записанная при аэро-гамма-съемке со скоростью самолета 180 км/ч

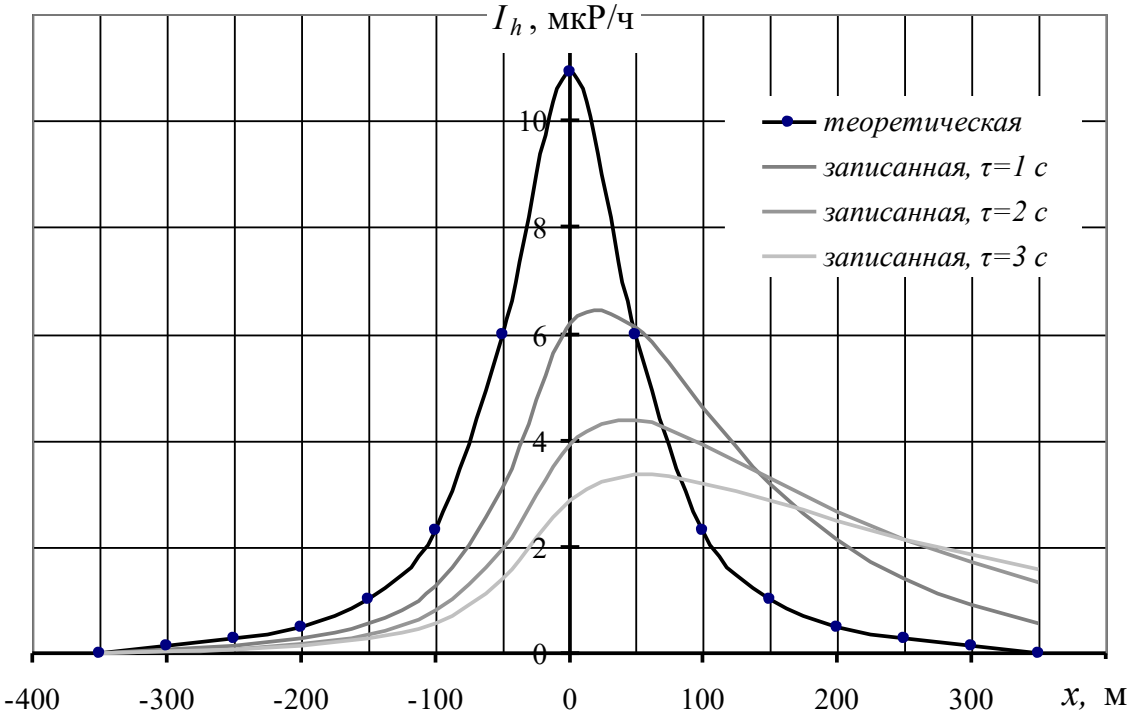



Рис. 2. Теоретическая кривая интенсивности гамма-поля точечного источника, находящегося на дневной поверхности, и записанная при аэро-гамма-съемке со скоростью самолета 360 км/ч

4) Определить коэффициент инерционных искажений $Q$ радиометра по формуле

$$Q = \frac{I_{\max}^{\text{ист}}}{I_{\max}^{\text{зап}}} \ . \qquad (4)$$

таблица 1

**Условия расчета**:

| вариант / параметр | *Вариант 1* | *Вариант 2* | *Вариант 3* | *Вариант 4* | *Вариант 5* | *Вариант 6* | *Вариант 7* | *Вариант 8* | *Вариант 9* | *Вариант 10* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $I_o$, мкР/ч | $6 \cdot 10^4$ | $5 \cdot 10^4$ | $4 \cdot 10^4$ | $3 \cdot 10^4$ | $2 \cdot 10^4$ | $5 \cdot 10^4$ | $4 \cdot 10^4$ | $3 \cdot 10^4$ | $2 \cdot 10^4$ | $1 \cdot 10^4$ |
| $\mu_в$, м$^{-1}$ | $4 \cdot 10^{-3}$ | | | | | | | | | |
| $h$, м | 70 | 60 | 50 | 40 | 30 | 70 | 60 | 50 | 40 | 30 |

*Лабораторная работа № 13*

## Обработка результатов аэро-гамма-съемки

Вследствие инерционности радиометрической аппаратуры кривые изменения интенсивности гамма-излучения, регистрируемые при движении самолета, искажаются. Форма аномалии сглаживается и растягивается в направлении движения, максимальные амплитуды уменьшаются. Особенно велико влияние инерционности для измерений гамма-поля на маломощных активных участках.

При обработке результатов аэро-гамма-съемки необходимо вводить поправки за инерционные искажения, то есть восстанавливать действительный вид кривой.

Действительные значения интенсивности гамма-излучения можно вычислить по записанным данным в движении следующим образом:

$$I_i^{\text{действ}} = \frac{I_i^{\text{зап}} - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \cdot I_{i-1}^{\text{зап}}}{1\text{-}e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}} \qquad (1)$$

где $I_i^{\text{зап}}$ – записанная интенсивность гамма-излучения в *i*-ой точке профиля; $I_{i-1}^{\text{зап}}$ – записанная интенсивность гамма-излучения в предыдущей точке, т.е. в точке с номером *i*-1; $\tau$ – постоянная времени радиометра, определяемая произведением $R$ на $C$; $\Delta t$ – интервал времени между соседними отсчетами интенсивности гамма-излучения.

Интервал времени $\Delta t$ между соседними отсчетами интенсивности гамма-излучения можно найти, зная расстояние $\Delta x$ меду соседними отсчетами в м и скорость движения самолета $v$ в м/с:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} \ . \qquad (2)$$

*Задание*

В таблице 1 приведены результаты измерения интенсивности гамма-излучения над вертикальным радиоактивным пластом, выходящим на дневную поверхность, записанные при аэро-гамма-съемке. При этом скорость движения самолета $v$ соответствовала 180 км/час, расстояние между соседними отсчетами $\Delta x$ соответствовало 50 м, постоянная времени прибора $\tau$ соответствовала 2 с.

1) По заданному варианту зарегистрированной при аэро-гамма-съемке кривой (таблица 1) восстановить действительные значения интенсивности гамма-излучения над пластом, используя формулу (1).

2) Построить графики $I_i^{\text{зап}}$ и $I_i^{\text{действ}}$, как показано на рис 1.

таблица 1

| № варианта | *1* | *2* | *3* | *4* | *5* | *6* | *7* | *8* | *9* | *10* | *11* | *12* | *13* | *14* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$, м | $I^{зап}$, мкР/ч | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 50 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 100 | 3 | 4 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 |
| 150 | 3 | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 2 | 2 | 2 |
| 200 | 4 | 5 | 5 | 4 | 4 | 5 | 4 | 3 | 3 | 4 | 5 | 3 | 3 | 3 |
| 250 | 4 | 6 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 4 | 3 | 5 | 5 | 3 | 3 | 3 |
| 300 | 4 | 6 | 6 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 3 | 3 | 3 |
| 350 | 4 | 7 | 7 | 5 | 5 | 6 | 6 | 7 | 5 | 6 | 6 | 3 | 3 | 4 |
| 400 | 4 | 7 | 7 | 5 | 6 | 7 | 8 | 11 | 7 | 6 | 8 | 3 | 4 | 5 |
| 450 | 5 | 8 | 9 | 6 | 6 | 7 | 9 | 20 | 12 | 6 | 9 | 3 | 4 | 6 |
| 500 | 5 | 8 | 10 | 7 | 6 | 8 | 13 | 122 | 62 | 7 | 14 | 3 | 4 | 7 |
| 550 | 5 | 9 | 13 | 17 | 7 | 10 | 21 | 279 | 141 | 8 | 64 | 4 | 5 | 9 |
| 600 | 5 | 11 | 22 | 33 | 8 | 13 | 122 | 380 | 192 | 10 | 143 | 4 | 6 | 15 |
| 650 | 6 | 13 | 123 | 43 | 9 | 21 | 279 | 444 | 224 | 15 | 193 | 4 | 7 | 85 |
| 700 | 7 | 21 | 279 | 49 | 12 | 122 | 380 | 483 | 243 | 75 | 225 | 5 | 12 | 195 |
| 750 | 9 | 121 | 380 | 53 | 19 | 278 | 443 | 507 | 255 | 169 | 245 | 6 | 72 | 265 |
| 800 | 16 | 277 | 442 | 55 | 119 | 378 | 481 | 521 | 262 | 229 | 256 | 9 | 165 | 309 |
| 850 | 114 | 376 | 479 | 56 | 272 | 439 | 503 | 527 | 265 | 265 | 262 | 58 | 225 | 335 |
| 900 | 262 | 431 | 495 | 57 | 366 | 470 | 510 | 525 | 264 | 284 | 263 | 132 | 258 | 346 |
| 950 | 263 | 370 | 410 | 47 | 329 | 394 | 418 | 428 | 215 | 238 | 215 | 133 | 221 | 286 |
| 1000 | 170 | 238 | 262 | 32 | 212 | 252 | 267 | 273 | 138 | 153 | 139 | 86 | 142 | 183 |
| 1050 | 108 | 151 | 166 | 22 | 134 | 160 | 169 | 172 | 88 | 98 | 89 | 55 | 90 | 116 |
| 1100 | 69 | 97 | 106 | 16 | 86 | 102 | 107 | 109 | 56 | 63 | 58 | 36 | 57 | 74 |
| 1150 | 45 | 63 | 68 | 12 | 56 | 66 | 69 | 70 | 36 | 41 | 38 | 23 | 37 | 47 |
| 1200 | 29 | 42 | 45 | 9 | 37 | 43 | 45 | 45 | 24 | 28 | 26 | 16 | 24 | 31 |
| 1250 | 20 | 29 | 30 | 8 | 25 | 29 | 30 | 30 | 17 | 20 | 18 | 11 | 17 | 21 |
| 1300 | 14 | 20 | 21 | 7 | 18 | 21 | 21 | 21 | 12 | 14 | 14 | 8 | 12 | 14 |
| 1350 | 11 | 15 | 16 | 6 | 13 | 15 | 15 | 15 | 9 | 11 | 11 | 6 | 9 | 10 |
| 1400 | 8 | 12 | 12 | 6 | 10 | 12 | 11 | 11 | 7 | 9 | 9 | 5 | 7 | 8 |
| 1450 | 7 | 10 | 10 | 6 | 9 | 10 | 9 | 8 | 6 | 8 | 8 | 4 | 5 | 6 |
| 1500 | 6 | 9 | 8 | 5 | 7 | 8 | 8 | 7 | 5 | 7 | 7 | 4 | 5 | 5 |
| 1550 | 5 | 8 | 7 | 5 | 7 | 7 | 7 | 6 | 4 | 6 | 6 | 4 | 4 | 5 |
| 1600 | 5 | 7 | 7 | 5 | 6 | 7 | 6 | 5 | 4 | 6 | 6 | 3 | 4 | 4 |
| 1650 | 5 | 7 | 6 | 5 | 6 | 6 | 5 | 4 | 4 | 6 | 6 | 3 | 4 | 4 |
| 1700 | 4 | 7 | 6 | 5 | 6 | 6 | 5 | 4 | 4 | 5 | 5 | 3 | 3 | 4 |
| 1750 | 4 | 6 | 6 | 5 | 5 | 6 | 5 | 4 | 3 | 5 | 5 | 3 | 3 | 3 |
| 1800 | 4 | 6 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 4 | 3 | 5 | 5 | 3 | 3 | 3 |
| 1850 | 4 | 6 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 3 | 3 | 5 | 5 | 3 | 3 | 3 |
| 1900 | 4 | 6 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 3 | 3 | 5 | 5 | 3 | 3 | 3 |

3) Определить координаты границ пласта $x_1$ и $x_2$ в м по половине максимального значения интенсивности гамма-излучения $I_{max}$ над пластом.

4) Определить мощность пласта в м: $h = x_2 - x_1$.

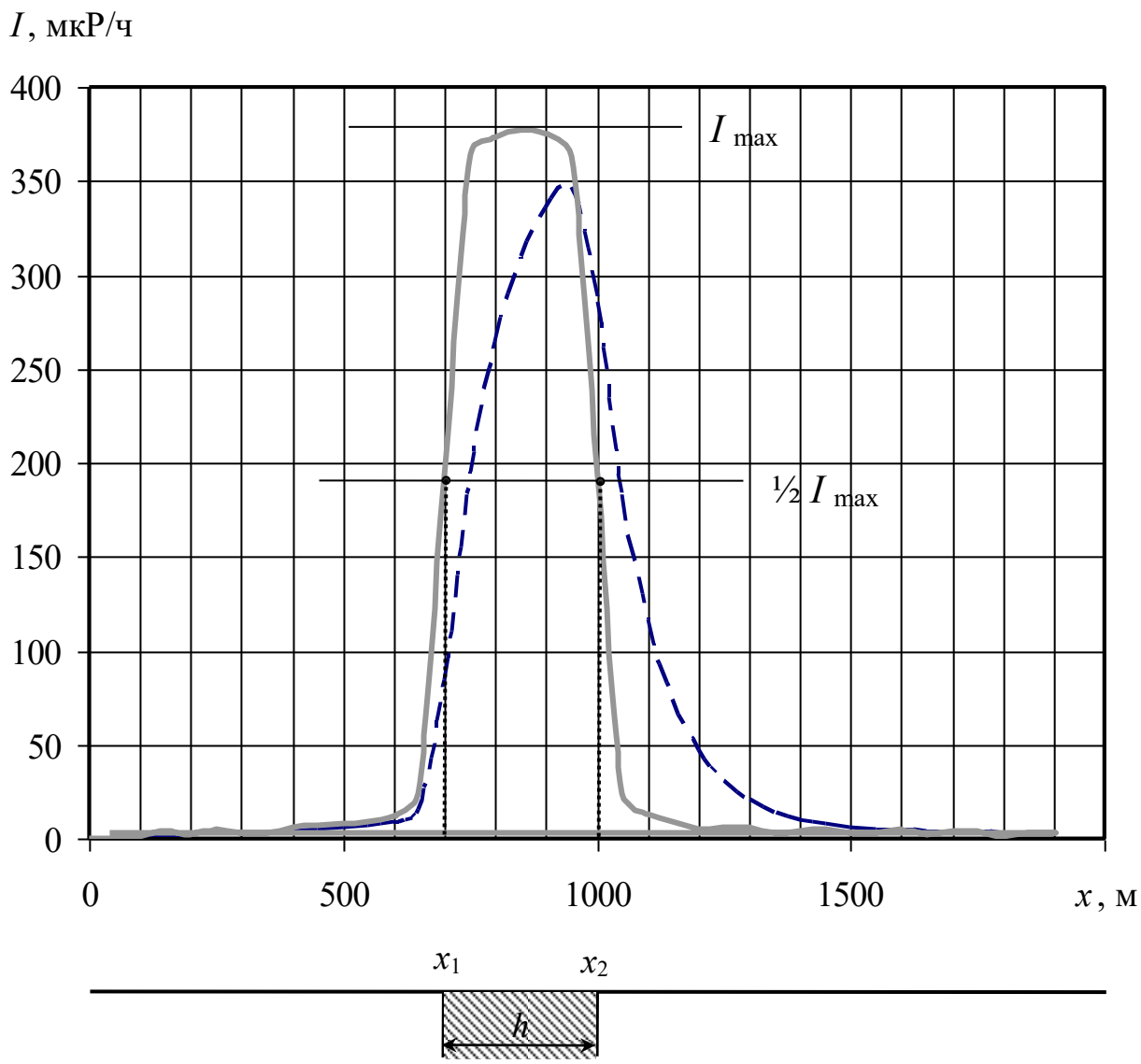



Рис.1. Интенсивность гамма-излучения над радиоактивным пластом, зарегистрированная при аэро-гамма-съемке (пунктирная линия), и действительная (сплошная линия)

*Лабораторная работа № 14*

# Интерпретация диаграмм гамма-каротажа (ГК) скважин графическим способом

При количественной интерпретации диаграмм гамма-каротажа определяют два параметра:

- положение границ радиоактивного пласта и его видимую мощность $h_в$;
- концентрацию радиоактивного элемента $Q_U$.

Во всех известных способах интерпретации используется пропорциональная зависимость между интенсивностью гамма-излучения и концентрацией радиоактивного вещества.

Способ определения границ пласта зависит от того, резкие или нерезкие у него границы.

Резкость границ пласта оценивают по величине проекции на ось глубин «прямолинейного» участка крыла графика гамма-аномалии $p$, продолженного до пересечения с уровнем фона (рис. 1).

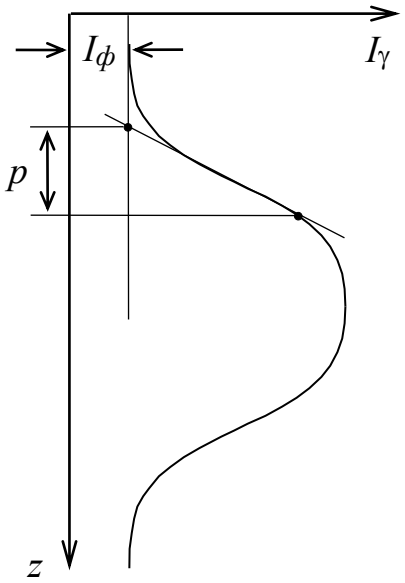



Рис. 1. Определение резкости границ пласта

Если величина отрезка $p < 100/\delta$ (где $\delta$ - плотность руды в г/см$^3$), то граница пласта резкая, если величина отрезка $p \geq 100/\delta$, то граница пласта нерезкая.

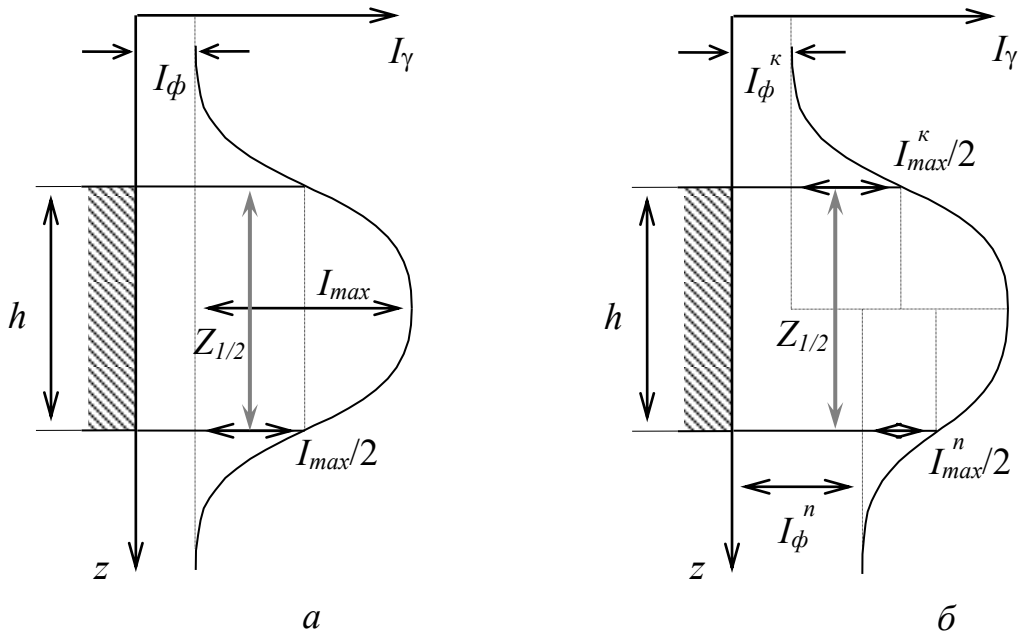
В зависимости от того, резкие или нерезкие границы у пласта, насыщен ли пласт по гамма-излучению или нет, для определения его мощности используют один из трех способов.

Если пласт имеет резкие границы, т.е. когда концентрация радиоактивного элемента от вмещающих пород к руде меняется резко или скачком, то используют один из следующих способов:

1) *Способ «1/2 $I_{max}$»*, если пласт насыщен по гамма-излучению, т.е. если ширина аномалии ГК на ее полувысоте $Z_{1/2} \geq 50$ см;

2) *Способ «4/5 $I_{max}$»*, если пласт не насыщен по гамма-излучению, т.е. если ширина аномалии ГК на ее полувысоте $Z_{1/2} < 50$ см.

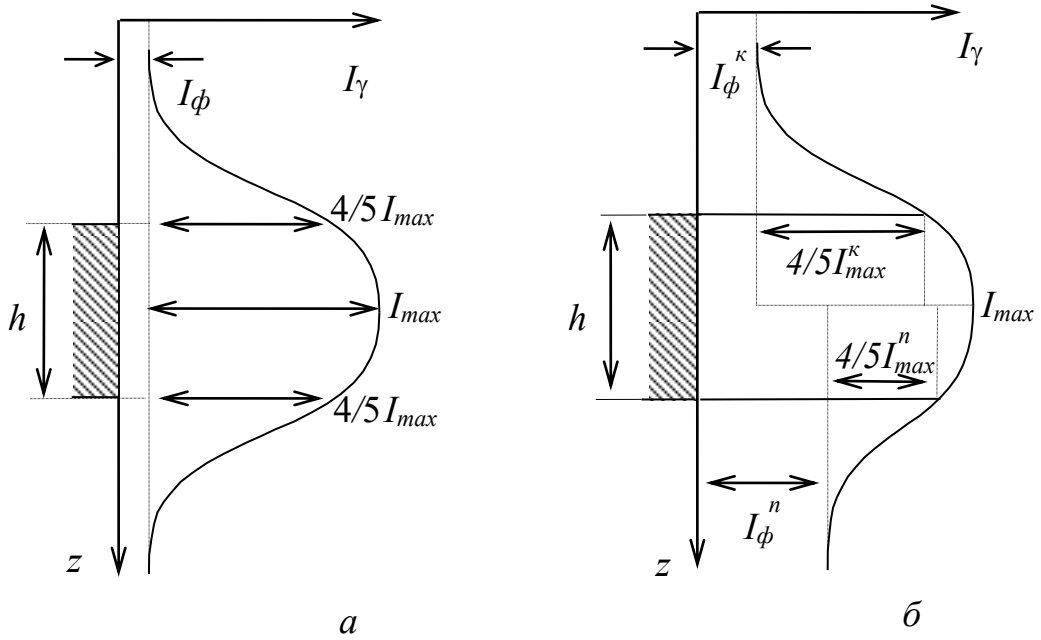
Суть способа «1/2 $I_{max}$» проиллюстрирована на рис. 2, где приведены примеры определения мощности для случая, когда фоновое гамма-излучение со стороны кровли и подошвы пласта одинаково (*а*) и разное (б).




*а* *б*

Рис. 2. Определение границ пласта и его мощности по способу «1/2 $I_{max}$»

Суть способа «4/5 $I_{max}$» проиллюстрирована на рис. 3., где приведены примеры определения мощности для случая, когда фоновое гамма-излучение со стороны кровли и подошвы пласта одинаково (*а*) и разное (б).




*а* *б*

Рис. 3. Определение границ пласта и его мощности по способу «4/5 $I_{max}$»

Если пласт имеет нерезкие границы, т.е. когда концентрация радиоактивного элемента от вмещающих пород к руде меняется постепенно, то используют способ «*заданной интенсивности*»:

3) *Способ «$I_{зад}$»*.

По способу *«$I_{зад}$»* границы рудных интервалов находят по проекциям на ось глубин точек диаграммы, в которых интенсивность гамма-излучения равна заданной. Заданная интенсивность определяется бортовым (заданным) содержанием урана:

$$I_{зад} = 100 \cdot K_0 \cdot Q_U^{зад} \qquad (1)$$

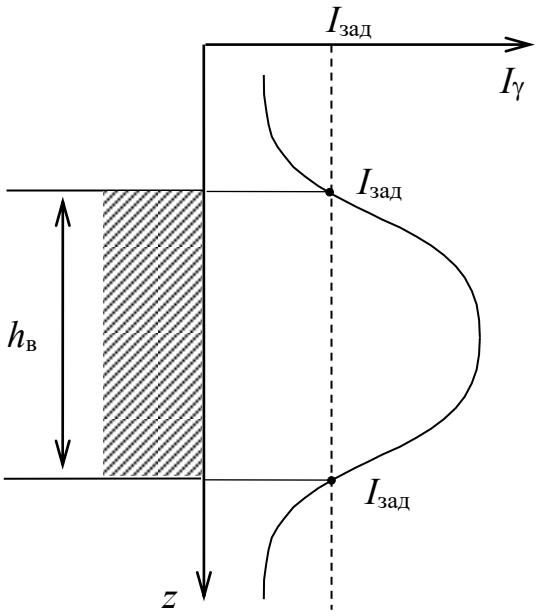



Рис. 4. Определение границ пласта и его мощности по способу *«$I_{зад}$»*

Если скважина, в которой проводилась запись диаграммы ГК, не обсажена и не заполнена промывочной жидкостью, то содержание урана $Q_U$ в пласте вычисляют по формуле:

$$Q_U = \frac{S}{100 \cdot K_0 \cdot h_в}, \qquad (2)$$

где $S$ – площадь гамма-аномалии на диаграмме ГК в см·мкР/ч; $K_0$ - пересчетный коэффициент прибора в (мкР/ч)/0,01 % U; $h_в$ - видимая мощность пласта в см.

На рис. 4 приведены примеры определения площади аномалии по диаграмме ГК для случая одинаковых (*а*) и разных величин (*б*) фонового гамма-излучения со стороны кровли и подошвы пласта.

Площадь гамма-аномалии $S$ определяется путем подсчета количества клеточек $N$ внутри аномалии и умножением полученного значения на масштаб диаграммы по оси глубин $C_Z$ и и масштаб диаграммы по оси интенсивности $C_I$:

$$S = N \cdot C_Z \cdot C_I \qquad (2)$$

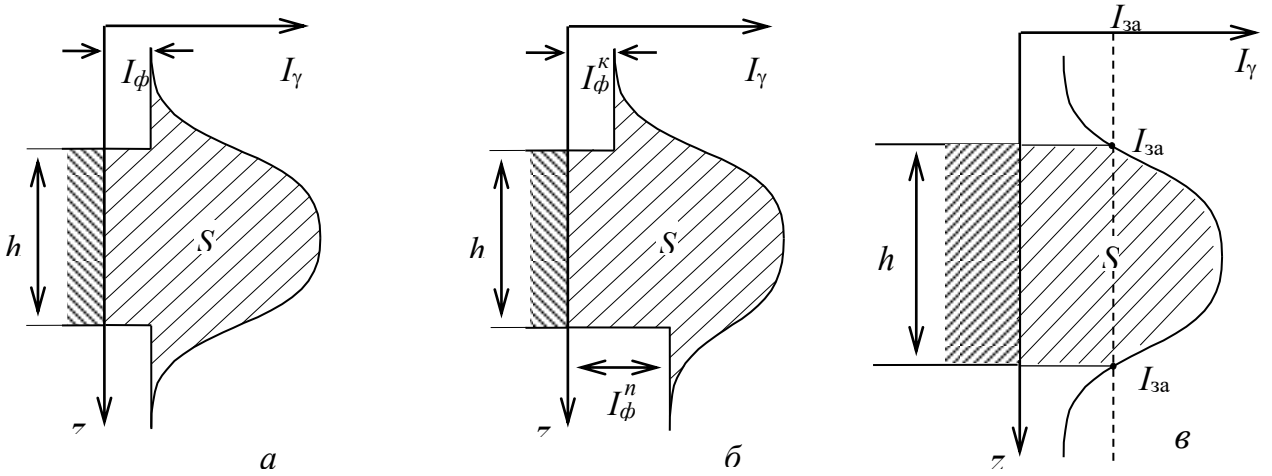



Рис. 5. Определение площади гамма-аномалии от радиоактивного пласта: *а* – с резкими границами и одинаковым уровнем фона со стороны кровли и со стороны подошвы пласта, *б* – с резкими границами и разным уровнем фона со стороны кровли и со стороны подошвы пласта, *в* – с нерезкими границами

*Задание*

По выданной преподавателем диаграмме ГК, зарегистрированной в сухой необсаженной скважине на одном из урановых месторождений, определить:

1) резкость границ пласта со стороны кровли и подошвы, как показано на рис. 1, сравнив величину отрезка *p* с величиной 100/δ (где δ - плотность руды в г/см$^3$ указана на диаграмме ГК);

2) по величине отрезка $Z_{1/2}$ (рис. 2) определить, насыщен ли пласт по гамма-излучению;

3) в зависимости от того, резкие или нерезкие границы у пласта, насыщен ли пласт по гамма-излучению или нет, определить его границы и мощность *h*, правильно выбрав способ определения;

4) используя формулу (2), вычислить содержание урана в пласте $Q_U$ и сравнить его со средним содержанием урана в земной коре ($3 \cdot 10^{-4}$ %). Сделать выводы.

*Лабораторная работа №15*

## Оценка качества радиометрической съемки

*Цель работы*: получить практические навыки выявления грубых, систематических и случайных ошибок наблюдений при анализе результатов полевой гамма-съемки ($\gamma$-съемки).

Надежность, а иногда и принципиальная возможность изучения тех или иных особенностей геологического строения, зависит от того, с какой погрешностью выявлены физические поля, несущие геологическую информацию. Эта погрешность может возникать как за счет неточности самих измерений, так и за счет того, что результаты измерений содержат составляющие, не связанные с геологическим строением, которые не удается полностью исключить при обработке наблюдений. Поэтому при проектировании и оценке выполненных геофизических работ всегда обсуждается вопрос о допустимой погрешности измерений.

**Погрешностью измерения** называется отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой величины. Погрешности измерений обусловливаются различными факторами. При радиометрических и ядерно-геофизических измерениях они включают:

1) ошибки, связанные со статистической природой радиоактивности (статистика счета);

2) аппаратурные ошибки, связанные с нестабильностью работы отдельных блоков аппаратуры (инструментальные ошибки);

3) методические ошибки, связанные с эталонированием, непостоянством вещественного состава, плотности и других характеристик горных пород, руд, наличием «мешающего» фона;

4) ошибки, связанные с отбором и подготовкой проб;

5) ошибки оператора, включая ошибки округления при взятии показаний прибора.

Изучение всех возможных источников ошибок и закономерностей их возникновения позволяет разделить все ошибки на три вида: *грубые*, *систематические* и *случайные*.

***Грубые ошибки*** возникают чаще всего из-за неопытности наблюдателя. Это неправильно взятые отсчеты, ошибки при записи, описки и т.д. Такие ошибки подлежат исключению и в дальнейшем не рассматриваются.

***Систематические ошибки*** возникают главным образом из-за неправильных показаний прибора или ошибок, допущенных при градуировании радиометров и т.д. Примером таких ошибок являются ошибки, возникающие при измерениях неправильно проградуированным прибором или при пользовании загрязненных или разубоженных эталонов (разубоживание - снижение содержания радиоактивных элементов в эталоне за счет смеше-

ния с пустой породой). Систематические ошибки необходимо выявить. Причины их возникновения должны быть устранены.

Существует несколько способов выявления систематических ошибок путем анализа результатов основных и повторных измерений (число повторных измерений обычно составляет 5-10 % от общего числа наблюдений).

*1. Корреляционный способ*. Сущность этого способа сводится к сравнению результатов основных и контрольных измерений. Для этого на координатную сетку (рис. 1) наносятся результаты основных $x_o$ и контрольного $x_к$ измерений.

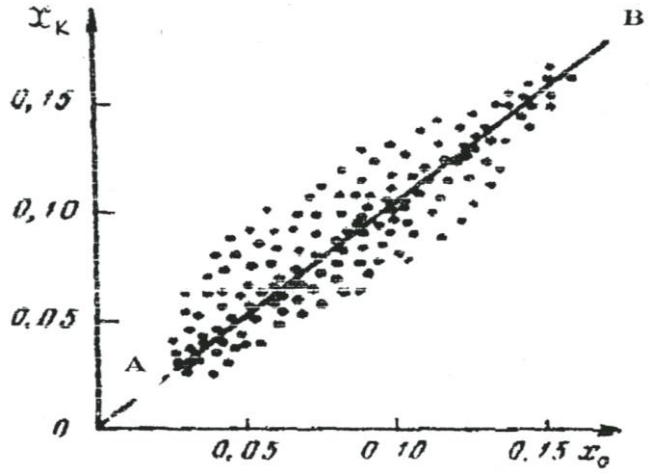



Рис.1. Корреляционный способ выявления систематической ошибки измерений

Через совокупность точек проводится линия *AB* так, чтобы точки располагались симметрично относительно этой линии. Если линия *AB* проходит через начало координат под углом $45^0$, систематическая ошибка отсутствует. Другие случаи будут свидетельствовать о ее наличии.

*2. Способ вариационной кривой.* В этом способе расхождения между первичным и повторным наблюдениями принимают за величину ошибки каждого измерения. Затем подсчитывают количество случаев, когда ошибка лежит в определенном интервале, и определяют процент случаев от общего числа повторных наблюдений:

$$n = \frac{n_i}{N} \cdot 100\%,$$

где $n_i$ – число случаев в $i$-м интервале; $N$ – число повторных наблюдений. Результаты вычислений изображают графически в виде вариационной кривой (рис. 2).

При наличии систематических ошибок максимум кривой может сместиться с нуля. По величине смещения максимума можно определить величину систематической ошибки.

***Случайные погрешности*** измерений по абсолютной величине невелики и связаны с различными факторами при производстве работы. По характеру распределения случайных ошибок удается объективно оценить качество проведенных измерений.

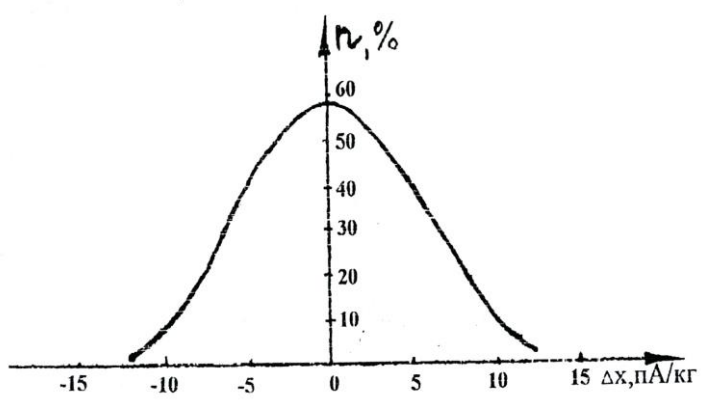



Рис. 2. Вариационная кривая ошибок измерения

Оценка случайных погрешностей производится при обработке измерений. Математическая теория погрешностей опирается на следующие свойства случайных ошибок:

- появление ошибок со знаком «+» и со знаком «-» равновероятно;
- появление ошибок больших (по абсолютной величине) менее вероятно, чем появление малых ошибок;
- сумма всех ошибок (с учетом знака) при числе измерений $n \to \infty$ равна 0.

Случайные ошибки имеют нормальное распределение при $n \to \infty$ и графически выражаются колоколообразной кривой, характер которой оценивается либо дисперсией, либо средним квадратическим значением.

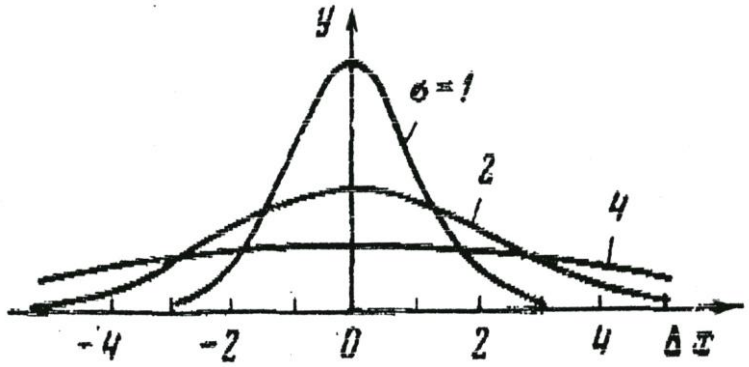



Рис. 3. Кривая нормального распределения случайных ошибок измерений

На рис. 3 показан характер распределения ошибок в виде вариационных кривых, построенных с различной степенью достоверности.

Как видно из рисунка, распределение погрешностей симметрично относительно $\Delta x$ по оси абсцисс с центром в точке 0, а качество измерений определяется величиной дисперсии σ – чем она меньше, тем качество измерений выше, т.к. наибольшая часть ошибок приходится на малые значения σ.

Для определения закона распределения параметра и степени надежности такого распределения пользуются понятием доверительного интервала от $X + \Delta X$ до $X - \Delta X$, в который попадает истинное значение величины $X$. Надежность такого определения ($\alpha$) зависит от числа измерений $n$ и от величины доверительного интервала (табл. 1).

При обработке полевых материалов радиометрических методов доверительный интервал выбирается в пределах от $(\chi - 3\sigma)$ до $(\chi + 3\sigma)$.

Таблица 1

| Доверительный интервал | Надежность $\alpha$,% |
|---|---|
| От $(\chi - \sigma)$ до $(\chi + \sigma)$ | 68,3 |
| От $(\chi - 2\sigma)$ до $(\chi + 2\sigma)$ | 95,0 |
| От $(\chi - 3\sigma)$ до $(\chi + 3\sigma)$ | 99,7 |

Достоверность приведенных радиометрических съемок оценивают путем расчета средней квадратической погрешности съемки по результатам контрольных наблюдений

$$\sigma = \pm\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_{i_1} - x_{i_2}\right)^2}{2n-1}}$$

где $x_{i_1}, x_{i_2}$ – соответственно рядовое и контрольное измерение гамма-поля; $n$ - число контрольных измерений.

Точность съемки считается удовлетворительной, если $\sigma \le P$, где $P$ - точность используемого прибора.

*Задание*

1. Из полевого журнала (прил. 1) выписать в табл. 2. результаты основных $P_1$ и контрольных $P_2$ измерений гамма-поля.

Таблица 2

*Результаты измерений гамма-поля*

| № замера | $P_1$, пА/кг | $P_2$, пА/кг | $\Delta = P_1 - P_2$, пА/кг | $\Delta^2$, пА/кг |
|---|---|---|---|---|
| 1. | | | | |
| 2. | | | | |
| …. | | | | |
| | | | | $\sum_{i=1}^{n}\Delta^2$ |

2. Вычислить расхождение значении гамма-поля между основными $P_1$ и контрольными $P_2$ замерами с соответствующими знаками $\Delta = P_1 - P_2$

3. По величине расхождения выявить наличие грубых ошибок и исключить их из дальнейшей обработки.

4. Оценить наличие систематической погрешности одним из описанных способов (корреляционный способ, способ вариационной кривой).

6. Вычислить среднюю квадратическую погрешность:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\Delta^2}{2n-1}}$$

7. Оценить качество выполненной гамма-съемки.

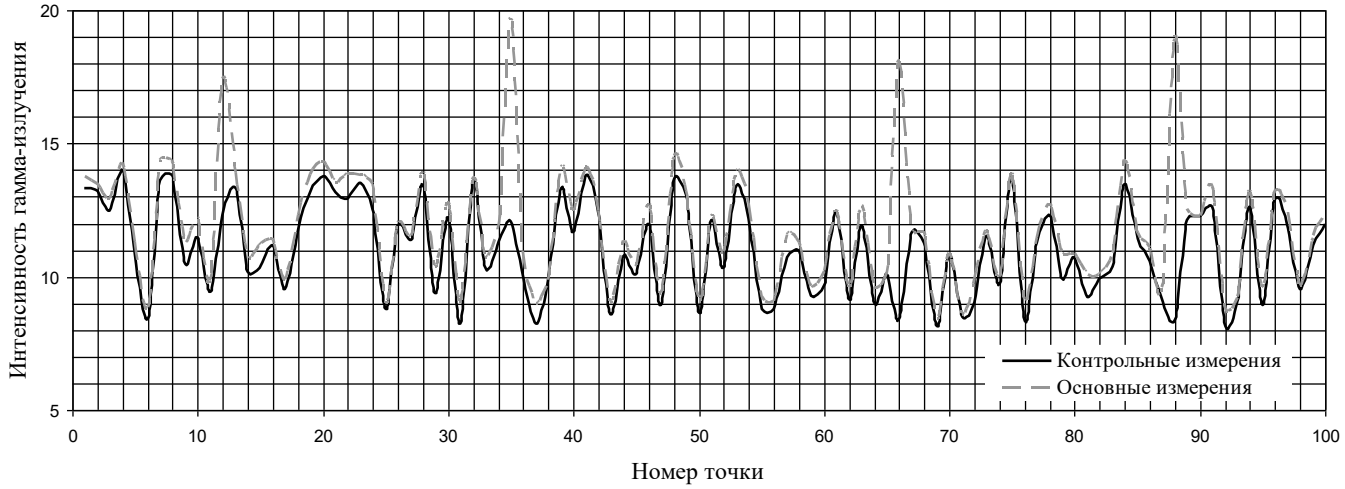



Рис 4. Графики основных и контрольных измерений

На рис. 4 хорошо видны 4 грубые ошибки – на пикете 12, 35, 66, 88. Эти значения при обработке результатов подлежат исключению.

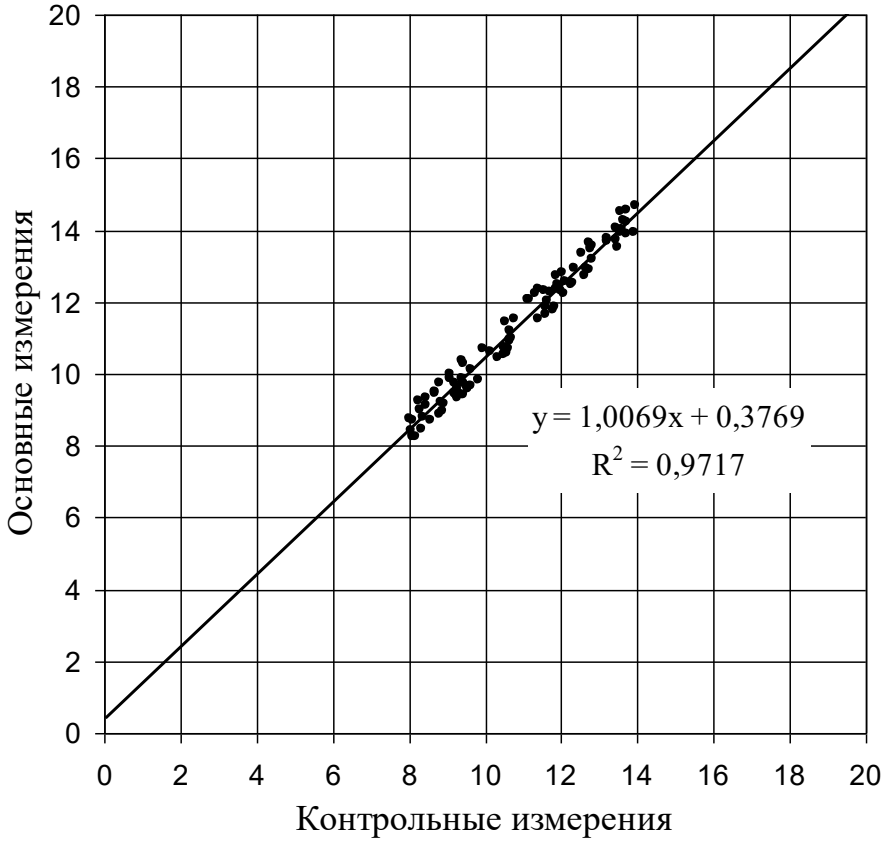



Рис. 5. Корреляция между основными и контрольными измерениями

На рис. 5 линя тренда не выходит из начала координат и угол ее наклона отличается от 45°. Это означает, что в результатах измерений гамма-поля присутствует систематическая ошибка. Это видно и на рис.4 – все точки графика контрольных наблюдений лежат ниже точек основных наблюдений, т.е. основные наблюдения завышены по сравнению с контрольными наблюдениями. Свободный член в уравнении регрессии (0,38) указывает на величину завышения показаний при основных измерениях.

| Вариант 1 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| № п/п | $P_1$ | $P_2$ | № п/п | $P_1$ | $P_2$ |
| *1* | *2* | *3* | *1* | *2* | *3* |
| 1 | 11,7 | 12,1 | 51 | 13,1 | 14,0 |
| 2 | 11,6 | 11,7 | 52 | 11,9 | 12,5 |
| 3 | 12,2 | 12,8 | 53 | 10,4 | 10,9 |
| 4 | 9,7 | 9,7 | 54 | 12,2 | 12,5 |
| 5 | 9,0 | 9,3 | 55 | 12,0 | 12,3 |
| 6 | 9,2 | 9,2 | 56 | 12,2 | 13,1 |
| 7 | 13,1 | 13,3 | 57 | 12,6 | 12,9 |
| 8 | 8,7 | 9,3 | 58 | 11,3 | 11,6 |
| 9 | 11,7 | 12,0 | 59 | 14,0 | 14,8 |
| 10 | 13,0 | 13,9 | 60 | 11,3 | 11,4 |
| 11 | 12,8 | 13,3 | 61 | 12,5 | 13,4 |
| 12 | 11,3 | 17,4 | 62 | 13,9 | 14,0 |
| 13 | 8,0 | 8,9 | 63 | 10,7 | 10,8 |
| 14 | 13,5 | 13,5 | 64 | 13,5 | 14,5 |
| 15 | 12,8 | 12,9 | 65 | 12,4 | 12,8 |
| 16 | 11,3 | 12,0 | 66 | 9,6 | 18,1 |
| 17 | 10,3 | 10,4 | 67 | 9,8 | 9,8 |
| 18 | 10,3 | 11,1 | 68 | 13,1 | 13,4 |
| 19 | 12,9 | 13,8 | 69 | 11,3 | 11,6 |
| 20 | 9,5 | 10,0 | 70 | 11,9 | 11,9 |
| 21 | 13,8 | 14,0 | 71 | 11,0 | 11,2 |
| 22 | 11,7 | 12,5 | 72 | 11,2 | 12,0 |
| 23 | 11,8 | 11,8 | 73 | 8,4 | 9,3 |
| 24 | 9,6 | 10,4 | 74 | 11,1 | 11,2 |
| 25 | 8,2 | 8,4 | 75 | 9,5 | 10,1 |
| 26 | 8,4 | 9,0 | 76 | 11,0 | 11,9 |
| 27 | 11,3 | 12,1 | 77 | 9,5 | 10,2 |
| 28 | 10,3 | 10,7 | 78 | 12,2 | 13,0 |
| 29 | 11,4 | 12,0 | 79 | 11,7 | 11,9 |
| 30 | 10,5 | 10,5 | 80 | 10,7 | 11,3 |
| 31 | 12,7 | 13,2 | 81 | 12,3 | 12,4 |
| 32 | 8,1 | 8,6 | 82 | 8,9 | 9,0 |
| 33 | 10,5 | 10,7 | 83 | 11,7 | 12,2 |
| 34 | 11,6 | 12,0 | 84 | 10,5 | 11,4 |
| 35 | 8,1 | 19,7 | 85 | 8,2 | 8,9 |
| 36 | 12,3 | 12,8 | 86 | 13,0 | 13,5 |
| 37 | 11,3 | 11,5 | 87 | 9,6 | 10,3 |
| 38 | 13,2 | 13,4 | 88 | 11,5 | 20,0 |
| 39 | 11,3 | 11,8 | 89 | 9,8 | 10,1 |
| 40 | 12,2 | 12,9 | 90 | 8,6 | 9,1 |
| 41 | 10,3 | 11,2 | 91 | 11,4 | 11,5 |
| 42 | 9,4 | 9,6 | 92 | 8,2 | 8,4 |
| 43 | 12,7 | 13,1 | 93 | 9,4 | 9,9 |
| 44 | 9,3 | 9,4 | 94 | 10,9 | 11,0 |
| 45 | 11,6 | 12,3 | 95 | 12,4 | 12,8 |
| 46 | 11,2 | 11,5 | 96 | 13,2 | 14,2 |
| 47 | 11,8 | 12,2 | 97 | 12,6 | 13,1 |
| 48 | 13,7 | 14,5 | 98 | 8,9 | 9,5 |
| 49 | 9,8 | 10,8 | 99 | 10,2 | 10,9 |
| 50 | 11,7 | 12,1 | 100 | 8,8 | 8,8 |

| Вариант 2 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| № п/п | $P_1$ | $P_2$ | № п/п | $P_1$ | $P_2$ |
| *1* | *2* | *3* | *1* | *2* | *3* |
| 1 | 10,5 | 12 | 51 | 10,4 | 11,7 |
| 2 | 11,8 | 12,8 | 52 | 11 | 10,5 |
| 3 | 13,5 | 12,6 | 53 | 12,2 | 9,75 |
| 4 | 12,8 | 12 | 54 | 10,8 | 11,25 |
| 5 | 11,7 | 11 | 55 | 13,3 | 12,5 |
| 6 | 11,8 | 11,4 | 56 | 11 | 12,5 |
| 7 | 14 | 12,5 | 57 | 12,5 | 14,5 |
| 8 | 12,3 | 13,4 | 58 | 11,2 | 10 |
| 9 | 12 | 11,75 | 59 | 10 | 11,5 |
| 10 | 10,8 | 13,5 | 60 | 10,2 | 8,75 |
| 11 | 12,1 | 12,5 | 61 | 9,8 | 10,25 |
| 12 | 12,5 | 12,5 | 62 | 10,3 | 10,25 |
| 13 | 10,7 | 11,75 | 63 | 9,5 | 8,75 |
| 14 | 14,2 | 14 | 64 | 11 | 9,8 |
| 15 | 11,5 | 14,5 | 65 | 10,5 | 11,25 |
| 16 | 11,3 | 10,5 | 66 | 9,5 | 10 |
| 17 | 12 | 11,5 | 67 | 12 | 11,25 |
| 18 | 10,5 | 12 | 68 | 13 | 12 |
| 19 | 12,2 | 11,25 | 69 | 9,5 | 10 |
| 20 | 11,5 | 12,2 | 70 | 11 | 9,5 |
| 21 | 10,3 | 13,5 | 71 | 9,5 | 10,5 |
| 22 | 11,3 | 10,2 | 72 | 9,8 | 9,25 |
| 23 | 12 | 13 | 73 | 9,5 | 8,75 |
| 24 | 12,5 | 12 | 74 | 10,2 | 12 |
| 25 | 12,5 | 13,3 | 75 | 11,8 | 12,5 |
| 26 | 21,3 | 12,5 | 76 | 10,5 | 11,5 |
| 27 | 10,7 | 11,5 | 77 | 11 | 11,25 |
| 28 | 9,3 | 10,5 | 78 | 10 | 12,25 |
| 29 | 10,7 | 9,5 | 79 | 11 | 10,75 |
| 30 | 11,3 | 12,5 | 80 | 10,3 | 11 |
| 31 | 11,2 | 13,5 | 81 | 10,5 | 11,25 |
| 32 | 12,5 | 13,2 | 82 | 9,5 | 10,5 |
| 33 | 14,5 | 12,5 | 83 | 9,6 | 10,75 |
| 34 | 13,8 | 11,5 | 84 | 10,2 | 11,5 |
| 35 | 10,5 | 11,5 | 85 | 9,5 | 11,25 |
| 36 | 11 | 10,5 | 86 | 10,5 | 12,5 |
| 37 | 12,6 | 12 | 87 | 10,2 | 11,25 |
| 38 | 11,7 | 10,5 | 88 | 9,5 | 11,25 |
| 39 | 12,5 | 13,5 | 89 | 10,3 | 12 |
| 40 | 10 | 10,7 | 90 | 11 | 12,5 |
| 41 | 10 | 11,2 | 91 | 10 | 11,5 |
| 42 | 11,3 | 10 | 92 | 11,3 | 14,25 |
| 43 | 12,5 | 11,2 | 93 | 11,3 | 14,25 |
| 44 | 11,8 | 11,5 | 94 | 10,8 | 13,25 |
| 45 | 11,3 | 12,5 | 95 | 10 | 11,5 |
| 46 | 9,5 | 11,2 | 96 | 10,3 | 11 |
| 47 | 10 | 10,75 | 97 | 7,9 | 9,25 |
| 48 | 9,5 | 11,2 | 98 | 9,2 | 11 |
| 49 | 11,8 | 12 | 99 | 11,3 | 12 |
| 50 | 12,2 | 12,5 | 100 | 10,3 | 13,5 |

| Вариант 3 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| № п/п | $P_1$ | $P_2$ | № п/п | $P_1$ | $P_2$ |
| *1* | | | *1* | *2* | *3* |
| 1 | 13,4 | 13,4 | 51 | 19,5 | 20,0 |
| 2 | 19,4 | 19,5 | 52 | 19,1 | 20,0 |
| 3 | 15,5 | 16,3 | 53 | 16,4 | 16,5 |
| 4 | 17,5 | 18,1 | 54 | 15,6 | 15,6 |
| 5 | 19,7 | 19,9 | 55 | 14,5 | 15,3 |
| 6 | 14,7 | 15,4 | 56 | 14,9 | 15,9 |
| 7 | 17,0 | 22,2 | 57 | 13,6 | 13,8 |
| 8 | 13,0 | 13,9 | 58 | 15,2 | 15,9 |
| 9 | 14,7 | 15,2 | 59 | 14,2 | 15,0 |
| 10 | 14,6 | 15,2 | 60 | 19,1 | 19,8 |
| 11 | 17,8 | 18,3 | 61 | 15,0 | 15,1 |
| 12 | 16,7 | 17,4 | 62 | 14,1 | 14,1 |
| 13 | 15,9 | 16,4 | 63 | 15,5 | 15,9 |
| 14 | 18,7 | 19,3 | 64 | 15,7 | 15,8 |
| 15 | 16,7 | 16,8 | 65 | 18,0 | 18,4 |
| 16 | 16,6 | 16,9 | 66 | 18,9 | 18,1 |
| 17 | 15,0 | 15,1 | 67 | 17,5 | 18,3 |
| 18 | 17,7 | 18,2 | 68 | 18,7 | 18,7 |
| 19 | 17,5 | 17,9 | 69 | 14,9 | 15,2 |
| 20 | 19,1 | 20,1 | 70 | 14,2 | 14,8 |
| 21 | 15,9 | 16,8 | 71 | 19,1 | 23,5 |
| 22 | 13,2 | 13,4 | 72 | 19,7 | 20,0 |
| 23 | 16,7 | 17,6 | 73 | 16,0 | 16,6 |
| 24 | 15,8 | 16,4 | 74 | 13,1 | 13,5 |
| 25 | 16,0 | 16,1 | 75 | 14,8 | 15,3 |
| 26 | 16,5 | 16,7 | 76 | 13,6 | 14,1 |
| 27 | 18,6 | 18,9 | 77 | 13,4 | 13,5 |
| 28 | 16,0 | 16,5 | 78 | 19,2 | 19,5 |
| 29 | 14,3 | 15,1 | 79 | 15,5 | 16,0 |
| 30 | 13,5 | 14,5 | 80 | 17,8 | 18,6 |
| 31 | 13,8 | 14,2 | 81 | 14,9 | 15,7 |
| 32 | 13,6 | 14,3 | 82 | 14,6 | 15,6 |
| 33 | 18,0 | 26,1 | 83 | 16,1 | 16,2 |
| 34 | 18,0 | 18,2 | 84 | 14,5 | 15,5 |
| 35 | 13,4 | 19,7 | 85 | 14,7 | 15,5 |
| 36 | 16,1 | 16,9 | 86 | 14,5 | 15,4 |
| 37 | 16,0 | 16,1 | 87 | 13,3 | 13,5 |
| 38 | 14,7 | 15,1 | 88 | 17,9 | 20,0 |
| 39 | 17,2 | 17,6 | 89 | 16,3 | 16,5 |
| 40 | 18,9 | 19,0 | 90 | 18,6 | 19,6 |
| 41 | 19,3 | 19,9 | 91 | 19,7 | 20,2 |
| 42 | 13,5 | 14,3 | 92 | 14,7 | 15,0 |
| 43 | 18,2 | 18,5 | 93 | 19,2 | 20,2 |
| 44 | 17,6 | 17,9 | 94 | 19,3 | 20,1 |
| 45 | 17,3 | 17,8 | 95 | 16,3 | 17,0 |
| 46 | 16,2 | 16,4 | 96 | 17,0 | 17,6 |
| 47 | 13,1 | 13,7 | 97 | 17,5 | 31,4 |
| 48 | 17,2 | 17,9 | 98 | 13,4 | 13,8 |
| 49 | 15,7 | 15,9 | 99 | 15,6 | 16,1 |
| 50 | 14,3 | 15,3 | 100 | 19,3 | 20,2 |

| Вариант 4 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| № п/п | $P_1$ | $P_2$ | № п/п | $P_1$ | $P_2$ |
| *1* | *2* | *3* | *1* | *2* | *3* |
| 1 | 15,9 | 16,6 | 51 | 11,4 | 10,2 |
| 2 | 15,1 | 15,6 | 52 | 15,8 | 16,8 |
| 3 | 16,5 | 17,3 | 53 | 11,0 | 11,6 |
| 4 | 17,5 | 17,9 | 54 | 11,3 | 11,4 |
| 5 | 17,6 | 15,6 | 55 | 13,5 | 13,6 |
| 6 | 13,3 | 12,0 | 56 | 15,4 | 16,3 |
| 7 | 16,9 | 15,6 | 57 | 11,8 | 12,3 |
| 8 | 14,4 | 12,7 | 58 | 12,5 | 12,5 |
| 9 | 15,6 | 13,8 | 59 | 17,7 | 18,3 |
| 10 | 13,0 | 11,1 | 60 | 11,9 | 12,7 |
| 11 | 17,0 | 15,5 | 61 | 12,5 | 11,1 |
| 12 | 13,7 | 14,4 | 62 | 16,4 | 15,2 |
| 13 | 16,0 | 16,5 | 63 | 17,1 | 7,4 |
| 14 | 16,4 | 26,1 | 64 | 12,5 | 10,7 |
| 15 | 14,7 | 15,6 | 65 | 17,7 | 15,8 |
| 16 | 17,1 | 17,9 | 66 | 14,5 | 12,6 |
| 17 | 14,8 | 15,0 | 67 | 11,2 | 9,5 |
| 18 | 13,6 | 13,9 | 68 | 16,3 | 15,3 |
| 19 | 15,3 | 15,3 | 69 | 13,3 | 14,2 |
| 20 | 18,0 | 18,1 | 70 | 14,7 | 15,3 |
| 21 | 13,9 | 14,2 | 71 | 11,7 | 23,5 |
| 22 | 12,7 | 13,0 | 72 | 14,2 | 14,5 |
| 23 | 14,2 | 12,8 | 73 | 14,4 | 14,7 |
| 24 | 14,0 | 12,0 | 74 | 11,8 | 12,5 |
| 25 | 11,8 | 10,3 | 75 | 15,9 | 16,1 |
| 26 | 14,1 | 13,0 | 76 | 12,0 | 12,4 |
| 27 | 13,9 | 12,3 | 77 | 11,8 | 12,3 |
| 28 | 13,4 | 11,9 | 78 | 14,6 | 15,3 |
| 29 | 11,8 | 12,0 | 79 | 14,9 | 15,5 |
| 30 | 14,8 | 15,3 | 80 | 11,2 | 12,0 |
| 31 | 13,3 | 24,7 | 81 | 14,8 | 15,8 |
| 32 | 12,6 | 12,6 | 82 | 14,7 | 14,7 |
| 33 | 13,7 | 26,1 | 83 | 15,8 | 14,7 |
| 34 | 13,9 | 13,9 | 84 | 15,1 | 13,5 |
| 35 | 12,8 | 19,7 | 85 | 11,9 | 10,3 |
| 36 | 15,4 | 16,1 | 86 | 15,1 | 13,2 |
| 37 | 18,0 | 18,7 | 87 | 12,9 | 11,5 |
| 38 | 15,1 | 15,1 | 88 | 17,6 | 16,5 |
| 39 | 13,8 | 14,0 | 89 | 13,8 | 14,7 |
| 40 | 12,8 | 13,7 | 90 | 14,8 | 24,9 |
| 41 | 16,7 | 16,9 | 91 | 17,6 | 17,8 |
| 42 | 13,2 | 13,4 | 92 | 17,3 | 17,5 |
| 43 | 16,4 | 16,6 | 93 | 12,6 | 13,1 |
| 44 | 12,6 | 13,2 | 94 | 11,2 | 11,9 |
| 45 | 15,6 | 13,8 | 95 | 12,8 | 13,3 |
| 46 | 15,1 | 13,5 | 96 | 11,3 | 11,3 |
| 47 | 13,7 | 11,9 | 97 | 13,5 | 31,4 |
| 48 | 13,1 | 11,9 | 98 | 14,0 | 14,1 |
| 49 | 17,4 | 16,3 | 99 | 11,0 | 11,3 |
| 50 | 15,8 | 14,1 | 100 | 16,7 | 17,3 |

| Вариант 5 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| № п/п | $P_1$ | $P_2$ | № п/п | $P_1$ | $P_2$ |
| *1* | *2* | *3* | *1* | *2* | *3* |
| 1 | 23,2 | 23,3 | 51 | 16,7 | 15,6 |
| 2 | 15,4 | 16,4 | 52 | 14,1 | 14,5 |
| 3 | 16,7 | 17,0 | 53 | 13,1 | 13,6 |
| 4 | 14,4 | 15,2 | 54 | 12,0 | 12,7 |
| 5 | 13,8 | 12,6 | 55 | 14,7 | 15,4 |
| 6 | 17,2 | 15,6 | 56 | 14,6 | 15,5 |
| 7 | 14,7 | 12,8 | 57 | 15,0 | 15,9 |
| 8 | 15,6 | 13,8 | 58 | 14,9 | 15,0 |
| 9 | 11,3 | 9,5 | 59 | 14,6 | 14,9 |
| 10 | 11,3 | 10,0 | 60 | 13,8 | 14,3 |
| 11 | 16,8 | 15,5 | 61 | 17,8 | 16,5 |
| 12 | 15,6 | 15,7 | 62 | 13,5 | 12,0 |
| 13 | 12,8 | 13,6 | 63 | 14,4 | 13,2 |
| 14 | 15,8 | 16,3 | 64 | 15,4 | 14,3 |
| 15 | 14,2 | 24,6 | 65 | 15,0 | 13,1 |
| 16 | 14,5 | 14,7 | 66 | 12,9 | 11,2 |
| 17 | 15,3 | 15,8 | 67 | 14,7 | 13,0 |
| 18 | 11,2 | 11,7 | 68 | 13,2 | 11,3 |
| 19 | 12,6 | 13,1 | 69 | 12,7 | 13,6 |
| 20 | 14,2 | 14,4 | 70 | 15,7 | 19,6 |
| 21 | 17,8 | 17,8 | 71 | 13,4 | 23,5 |
| 22 | 14,1 | 14,7 | 72 | 17,6 | 18,2 |
| 23 | 16,4 | 14,5 | 73 | 14,1 | 14,9 |
| 24 | 11,8 | 10,1 | 74 | 14,5 | 15,1 |
| 25 | 15,3 | 14,1 | 75 | 16,9 | 17,7 |
| 26 | 14,0 | 12,7 | 76 | 13,1 | 13,2 |
| 27 | 12,7 | 11,2 | 77 | 17,5 | 17,8 |
| 28 | 17,5 | 15,9 | 78 | 14,9 | 15,9 |
| 29 | 16,9 | 17,1 | 79 | 11,1 | 11,2 |
| 30 | 17,6 | 18,0 | 80 | 12,3 | 12,6 |
| 31 | 11,3 | 11,7 | 81 | 17,5 | 17,8 |
| 32 | 16,2 | 16,3 | 82 | 14,0 | 14,8 |
| 33 | 14,1 | 26,1 | 83 | 14,1 | 13,0 |
| 34 | 11,5 | 12,1 | 84 | 12,1 | 10,6 |
| 35 | 12,1 | 19,7 | 85 | 11,1 | 9,9 |
| 36 | 18,0 | 18,2 | 86 | 12,3 | 11,0 |
| 37 | 13,7 | 14,0 | 87 | 18,0 | 16,0 |
| 38 | 17,4 | 18,0 | 88 | 15,2 | 13,3 |
| 39 | 11,2 | 11,2 | 89 | 17,3 | 18,1 |
| 40 | 13,1 | 13,9 | 90 | 17,6 | 17,6 |
| 41 | 14,7 | 15,2 | 91 | 15,8 | 16,5 |
| 42 | 13,8 | 14,6 | 92 | 16,6 | 17,1 |
| 43 | 12,6 | 12,9 | 93 | 16,4 | 17,4 |
| 44 | 12,1 | 12,2 | 94 | 11,7 | 12,2 |
| 45 | 17,3 | 16,2 | 95 | 18,0 | 18,8 |
| 46 | 14,3 | 12,8 | 96 | 14,9 | 15,5 |
| 47 | 17,9 | 16,6 | 97 | 13,3 | 31,4 |
| 48 | 13,6 | 12,3 | 98 | 12,1 | 13,0 |
| 49 | 15,4 | 22,8 | 99 | 11,7 | 12,0 |
| 50 | 11,9 | 10,6 | 100 | 17,0 | 17,5 |

| Вариант 6 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| № п/п | $P_1$ | $P_2$ | № п/п | $P_1$ | $P_2$ |
| *1* | *2* | *3* | *1* | *2* | *3* |
| 1 | 16,3 | 15,7 | 51 | 35,3 | 36,6 |
| 2 | 28,0 | 27,7 | 52 | 35,8 | 37,8 |
| 3 | 33,6 | 33,9 | 53 | 36,5 | 37,0 |
| 4 | 21,9 | 22,8 | 54 | 25,7 | 26,3 |
| 5 | 30,9 | 30,4 | 55 | 24,7 | 24,7 |
| 6 | 42,6 | 42,0 | 56 | 33,7 | 34,5 |
| 7 | 17,9 | 17,2 | 57 | 32,3 | 32,7 |
| 8 | 49,9 | 50,1 | 58 | 48,1 | 47,4 |
| 9 | 33,7 | 34,6 | 59 | 28,3 | 28,6 |
| 10 | 39,6 | 38,7 | 60 | 31,3 | 31,0 |
| 11 | 46,5 | 46,3 | 61 | 43,8 | 44,4 |
| 12 | 30,4 | 30,5 | 62 | 42,2 | 43,0 |
| 13 | 22,7 | 22,2 | 63 | 47,6 | 46,8 |
| 14 | 37,5 | 37,1 | 64 | 38,4 | 37,6 |
| 15 | 18,5 | 20,9 | 65 | 39,9 | 40,2 |
| 16 | 21,5 | 24,5 | 66 | 44,4 | 43,9 |
| 17 | 28,9 | 30,8 | 67 | 18,2 | 18,9 |
| 18 | 42,1 | 42,3 | 68 | 46,0 | 45,2 |
| 19 | 19,3 | 19,4 | 69 | 21,4 | 21,9 |
| 20 | 29,6 | 30,0 | 70 | 47,5 | 46,7 |
| 21 | 44,5 | 44,1 | 71 | 29,6 | 29,0 |
| 22 | 35,2 | 35,6 | 72 | 33,2 | 32,4 |
| 23 | 40,4 | 39,7 | 73 | 49,4 | 48,8 |
| 24 | 23,0 | 24,3 | 74 | 35,7 | 35,3 |
| 25 | 40,2 | 42,3 | 75 | 19,5 | 19,4 |
| 26 | 25,8 | 27,0 | 76 | 24,2 | 23,9 |
| 27 | 38,5 | 41,5 | 77 | 42,1 | 42,8 |
| 28 | 44,4 | 44,2 | 78 | 26,7 | 26,7 |
| 29 | 24,7 | 23,8 | 79 | 31,4 | 31,7 |
| 30 | 39,3 | 39,7 | 80 | 37,2 | 36,6 |
| 31 | 43,5 | 43,8 | 81 | 34,4 | 34,1 |
| 32 | 27,2 | 27,5 | 82 | 37,8 | 37,1 |
| 33 | 24,5 | 23,9 | 83 | 20,5 | 19,6 |
| 34 | 47,6 | 46,6 | 84 | 26,7 | 27,2 |
| 35 | 15,3 | 15,6 | 85 | 18,8 | 19,1 |
| 36 | 21,0 | 21,6 | 86 | 45,0 | 44,7 |
| 37 | 46,3 | 47,8 | 87 | 39,9 | 40,8 |
| 38 | 39,0 | 40,2 | 88 | 49,5 | 50,3 |
| 39 | 27,9 | 30,4 | 89 | 27,8 | 28,7 |
| 40 | 46,5 | 47,7 | 90 | 40,6 | 41,4 |
| 41 | 18,7 | 20,0 | 91 | 49,7 | 50,0 |
| 42 | 31,8 | 32,5 | 92 | 16,9 | 17,0 |
| 43 | 34,1 | 34,0 | 93 | 46,9 | 46,1 |
| 44 | 23,9 | 24,4 | 94 | 46,2 | 45,2 |
| 45 | 33,2 | 34,0 | 95 | 16,4 | 15,8 |
| 46 | 49,6 | 50,3 | 96 | 35,5 | 36,5 |
| 47 | 46,5 | 46,2 | 97 | 46,9 | 47,4 |
| 48 | 38,8 | 40,6 | 98 | 31,4 | 30,5 |
| 49 | 26,2 | 27,2 | 99 | 15,2 | 15,9 |
| 50 | 16,3 | 15,7 | 100 | 27,7 | 27,2 |

| Вариант 7 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| № п/п | $P_1$ | $P_2$ | № п/п | $P_1$ | $P_2$ |
| *1* | *2* | *3* | *1* | *2* | *3* |
| 1 | 6,4 | 6,7 | 51 | 17,9 | 19,4 |
| 2 | 16,6 | 16,7 | 52 | 11,6 | 14,6 |
| 3 | 14,6 | 13,9 | 53 | 15,8 | 15,6 |
| 4 | 13,1 | 13,4 | 54 | 11,2 | 11,5 |
| 5 | 13,5 | 12,8 | 55 | 19,9 | 20,3 |
| 6 | 14,9 | 15,1 | 56 | 7,5 | 8,2 |
| 7 | 16,7 | 16,6 | 57 | 11,4 | 11,4 |
| 8 | 15,0 | 15,3 | 58 | 19,2 | 19,6 |
| 9 | 17,1 | 17,0 | 59 | 13,8 | 12,9 |
| 10 | 18,5 | 18,4 | 60 | 19,8 | 19,8 |
| 11 | 16,2 | 15,7 | 61 | 15,7 | 14,9 |
| 12 | 6,3 | 7,1 | 62 | 14,3 | 14,1 |
| 13 | 17,6 | 17,4 | 63 | 16,7 | 15,7 |
| 14 | 19,8 | 20,8 | 64 | 18,0 | 18,0 |
| 15 | 11,7 | 12,8 | 65 | 12,6 | 12,6 |
| 16 | 9,5 | 10,9 | 66 | 17,9 | 17,3 |
| 17 | 19,1 | 20,4 | 67 | 9,9 | 10,0 |
| 18 | 7,6 | 7,5 | 68 | 19,6 | 19,4 |
| 19 | 16,5 | 15,7 | 69 | 19,9 | 20,7 |
| 20 | 18,9 | 19,0 | 70 | 17,2 | 16,8 |
| 21 | 7,5 | 7,7 | 71 | 9,0 | 9,3 |
| 22 | 7,7 | 7,8 | 72 | 10,0 | 9,0 |
| 23 | 6,5 | 7,4 | 73 | 6,3 | 6,1 |
| 24 | 6,4 | 9,3 | 74 | 17,1 | 18,4 |
| 25 | 7,1 | 24,1 | 75 | 6,9 | 7,1 |
| 26 | 10,7 | 11,8 | 76 | 11,8 | 11,4 |
| 27 | 6,9 | 8,7 | 77 | 7,3 | 6,8 |
| 28 | 9,0 | 8,1 | 78 | 15,5 | 15,4 |
| 29 | 15,9 | 15,8 | 79 | 10,0 | 10,9 |
| 30 | 11,8 | 11,4 | 80 | 14,1 | 15,0 |
| 31 | 18,1 | 18,9 | 81 | 17,6 | 17,8 |
| 32 | 17,5 | 18,3 | 82 | 8,2 | 7,9 |
| 33 | 17,0 | 17,4 | 83 | 19,5 | 20,5 |
| 34 | 16,3 | 15,4 | 84 | 13,7 | 14,6 |
| 35 | 9,3 | 9,2 | 85 | 18,9 | 19,5 |
| 36 | 17,2 | 17,5 | 86 | 18,1 | 18,3 |
| 37 | 18,2 | 20,8 | 87 | 10,8 | 10,8 |
| 38 | 9,5 | 10,9 | 88 | 11,9 | 12,8 |
| 39 | 14,0 | 15,0 | 89 | 12,6 | 12,9 |
| 40 | 15,9 | 18,3 | 90 | 15,9 | 15,6 |
| 41 | 20,0 | 21,0 | 91 | 16,2 | 16,6 |
| 42 | 10,0 | 9,9 | 92 | 18,6 | 19,5 |
| 43 | 10,5 | 10,1 | 93 | 13,5 | 14,4 |
| 44 | 13,6 | 13,0 | 94 | 15,3 | 29,0 |
| 45 | 17,9 | 17,7 | 95 | 9,9 | 9,6 |
| 46 | 16,3 | 16,9 | 96 | 19,6 | 20,2 |
| 47 | 9,5 | 10,0 | 97 | 11,1 | 11,4 |
| 48 | 19,4 | 20,6 | 98 | 6,5 | 6,7 |
| 49 | 14,2 | 16,6 | 99 | 19,4 | 20,3 |
| 50 | 7,8 | 20,7 | 100 | 18,6 | 18,8 |

| Вариант 8 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| № п/п | $P_1$ | $P_2$ | № п/п | $P_1$ | $P_2$ |
| *1* | *2* | *3* | *1* | *2* | *3* |
| 1 | 9,5 | 9,7 | 51 | 23,8 | 26,3 |
| 2 | 17,4 | 18,4 | 52 | 6,0 | 8,4 |
| 3 | 6,3 | 6,9 | 53 | 24,4 | 25,1 |
| 4 | 16,8 | 17,4 | 54 | 6,5 | 5,9 |
| 5 | 16,6 | 17,2 | 55 | 23,5 | 22,0 |
| 6 | 20,3 | 20,2 | 56 | 18,3 | 18,1 |
| 7 | 19,1 | 18,6 | 57 | 11,0 | 10,2 |
| 8 | 22,2 | 22,3 | 58 | 19,3 | 18,4 |
| 9 | 23,4 | 24,0 | 59 | 12,8 | 12,6 |
| 10 | 8,6 | 8,1 | 60 | 21,3 | 21,4 |
| 11 | 17,5 | 17,8 | 61 | 17,3 | 18,1 |
| 12 | 10,4 | 11,1 | 62 | 12,8 | 12,8 |
| 13 | 17,9 | 18,9 | 63 | 16,0 | 15,5 |
| 14 | 12,1 | 12,2 | 64 | 20,5 | 21,0 |
| 15 | 14,4 | 16,0 | 65 | 18,1 | 18,7 |
| 16 | 12,1 | 13,6 | 66 | 22,3 | 22,2 |
| 17 | 20,1 | 21,7 | 67 | 7,1 | 6,2 |
| 18 | 16,2 | 16,6 | 68 | 21,5 | 22,3 |
| 19 | 23,5 | 23,1 | 69 | 12,7 | 13,0 |
| 20 | 17,0 | 17,4 | 70 | 8,3 | 9,3 |
| 21 | 5,6 | 4,9 | 71 | 22,9 | 23,7 |
| 22 | 17,2 | 17,3 | 72 | 21,2 | 21,9 |
| 23 | 11,5 | 11,9 | 73 | 15,9 | 15,5 |
| 24 | 6,6 | 9,5 | 74 | 20,7 | 18,4 |
| 25 | 22,7 | 24,1 | 75 | 9,7 | 10,3 |
| 26 | 13,2 | 14,3 | 76 | 6,3 | 7,2 |
| 27 | 9,5 | 11,1 | 77 | 19,8 | 20,1 |
| 28 | 21,1 | 20,9 | 78 | 6,9 | 6,9 |
| 29 | 13,7 | 13,2 | 79 | 24,9 | 24,7 |
| 30 | 23,8 | 24,4 | 80 | 6,8 | 6,9 |
| 31 | 7,7 | 8,6 | 81 | 13,4 | 13,7 |
| 32 | 21,1 | 20,4 | 82 | 21,7 | 21,0 |
| 33 | 17,1 | 16,5 | 83 | 22,0 | 21,1 |
| 34 | 18,0 | 18,7 | 84 | 8,3 | 7,7 |
| 35 | 23,0 | 23,1 | 85 | 23,1 | 30,2 |
| 36 | 15,7 | 15,7 | 86 | 21,4 | 21,6 |
| 37 | 16,0 | 17,2 | 87 | 10,2 | 9,7 |
| 38 | 22,9 | 25,8 | 88 | 10,4 | 9,7 |
| 39 | 20,5 | 23,2 | 89 | 24,9 | 25,4 |
| 40 | 6,8 | 9,2 | 90 | 11,5 | 10,9 |
| 41 | 20,2 | 22,2 | 91 | 14,6 | 13,9 |
| 42 | 19,4 | 16,2 | 92 | 6,5 | 6,8 |
| 43 | 19,2 | 20,0 | 93 | 25,0 | 24,5 |
| 44 | 25,0 | 25,2 | 94 | 12,2 | 29,0 |
| 45 | 8,8 | 9,0 | 95 | 18,6 | 18,4 |
| 46 | 23,3 | 23,8 | 96 | 24,1 | 24,9 |
| 47 | 9,8 | 9,6 | 97 | 17,6 | 16,7 |
| 48 | 10,9 | 12,0 | 98 | 10,9 | 10,8 |
| 49 | 23,1 | 25,4 | 99 | 11,5 | 21,0 |
| 50 | 7,4 | 20,7 | 100 | 18,5 | 18,2 |

*Лабораторная работа № 16* (автор Редозубов А.А.)

## Вертикальное электрическое зондирование на модели

В электрическом зондировании изучается изменение удельного сопротивления горных пород по вертикальному направлению. Чтобы получить такую информацию необходимо в точке зондирования выполнить измерения при различной глубине проникновения электрического тока в землю. В электроразведке постоянным и низкочастотным током это достигается путем изменения расстояния между источником поля и точкой наблюдений. Такое зондирование называется *геометрическим* или *дистанционным*. По результатам измерений для каждого размера установки рассчитывается кажущееся сопротивление $\rho_к$. Изменение $\rho_к$ при увеличении размера установки отражает изменение удельного сопротивления среды с глубиной.

Основная область применения электрического зондирования – изучение разрезов с пологими границами раздела. Но метод применяется и при изучении разрезов с локальными объектами.

Существует несколько модификаций электрического зондирования, различающихся типом использующихся установок. Чаще всего применяется зондирование с симметричной установкой *AMNB*. Эта модификация называется *вертикальным электрическим зондированием* (ВЭЗ). При проведении измерений по методу ВЭЗ приемная линия *MN* располагается симметрично относительно точки зондирования *O*, к которой относятся результаты измерений. Питающие заземления *A* и *B* также располагаются симметрично относительно этой точки (рис. 1, *а*). В процессе работы расстояние между питающими заземлениями увеличивается примерно в геометрической прогрессии с коэффициентом 1,5 и при каждом разносе *AB* измеряется $\rho_к$.

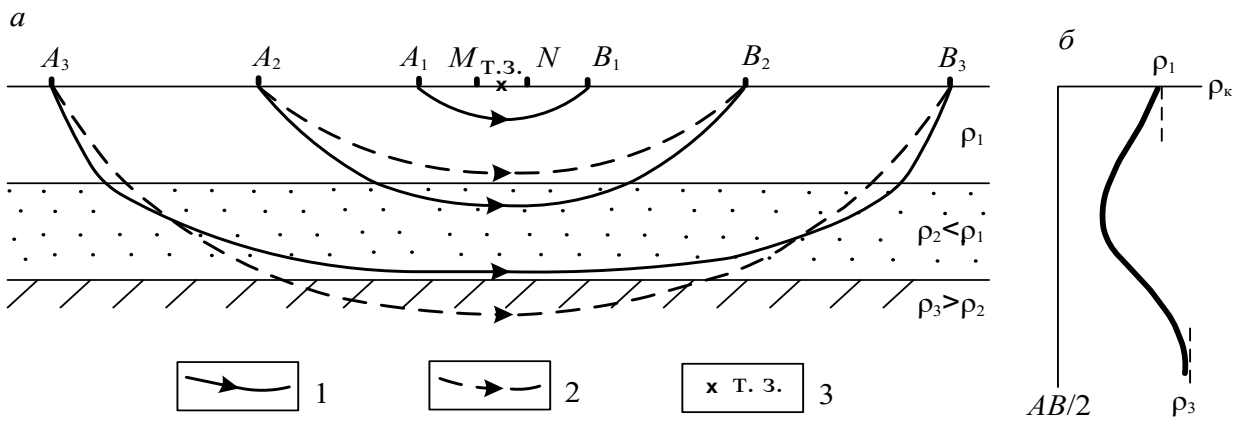



Рис. 1. К пояснению принципа электрического зондирования:
*а* – распределение тока в слоистом разрезе; *б* – кривая зондирования;
1 – токовые линии в слоистой среде; 2 – то же в однородном полупространстве;
3 – точка зондирования

### Порядок измерений

Моделирование метода ВЭЗ в лабораторных условиях предлагается выполнить в ванне, заполненной влажным песком. Так как дно ванны является изолято-

ром, модель геоэлектрического разреза представляет собой двухслойную среду с нижним слоем бесконечного сопротивления. Латунные электроды устанавливаются в нужном положении на рейке. Для этого в рейке сделаны отверстия. Глубина погружения электродов в песок не должна превышать 2–3 мм (рис. 2).

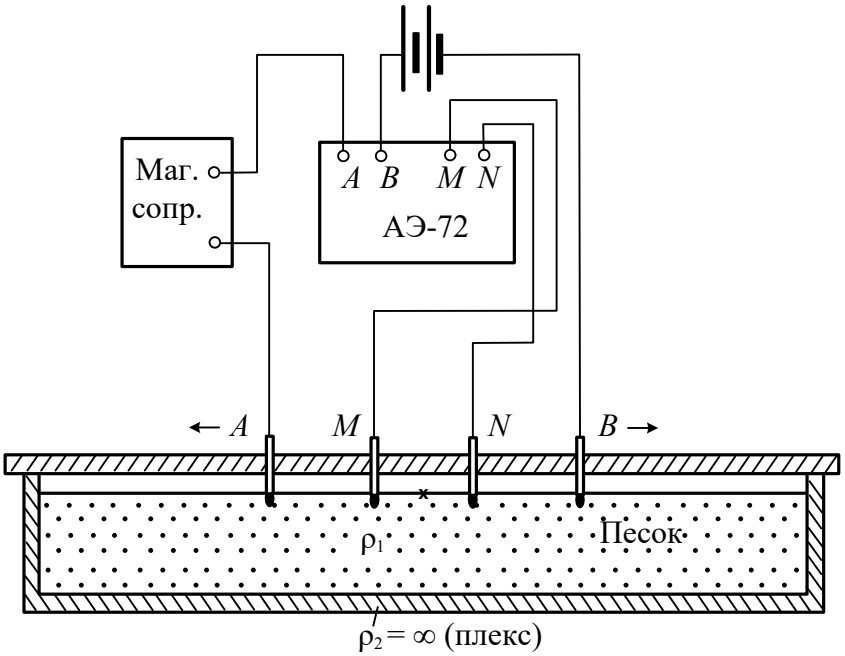



Рис. 2. Схема лабораторной установки

Измерения можно выполнять с любой аппаратурой постоянного или низкочастотного тока. На рис. 2 показана схема измерений с автокомпенсатором АЭ-72 и источником постоянного тока. В качестве источника тока можно использовать батарею гальванических элементов или аккумуляторов. Магазин сопротивлений включен в питающую линию для того, чтобы если при малых разносах $AB$ разность потенциалов $\Delta U$ на приемных электродах превысит 1000 мВ (это максимальная величина, которую может измерить АЭ-72), можно было уменьшить силу тока и таким образом понизить измеряемую $\Delta U$. Аналогичную схему можно собрать с любым другим измерителем постоянного тока.

Если измерения производятся с аппаратурой низкочастотного переменного тока, например, с АНЧ-3 или ЭРА-В-ЗНАК, генератор включается в линию $AB$, а измеритель – в линию $MN$. В этом случае генератор и измеритель автономны и не соединяются между собой.

Собрав схему, устанавливают минимальные разносы электродов $AB$ и $MN$ и выполняют измерения $\Delta U$ и $I$. Результаты измерений записывают в журнал и вычисляют кажущееся сопротивление по формуле

$$\rho_к = K\frac{\Delta U}{I} = \pi\frac{(AB/2)^2 - (MN/2)^2}{MN}\cdot\frac{\Delta U}{I}. \qquad (1.2)$$

Коэффициенты установки $K$ для всех разносов целесообразно вычислить заранее. Рассчитывать коэффициенты установки удобнее в сантиметрах, а потом перевести в метры. Если измерения выполняются с АЭ-72, следует помнить, что с этой аппаратурой $\Delta U$ измеряется в милливольтах, а $I$ – в сантиамперах.

Затем устанавливают следующий разнос $AB$ и снова измеряют $\Delta U$ и $I$ и

вычисляют $\rho_к$ и т. д.

Так как при увеличении разноса питающих заземлений разность потенциалов $\Delta U$ быстро уменьшается (обратно пропорционально квадрату *AB*), начиная с некоторого размера питающей линии, увеличивают и разнос электродов *MN*. При одном разносе *AB* измерения выполняются с обоими разносами *MN*. Это делается для того, чтобы можно было учесть изменение удельного сопротивления $\rho_{MN}$ среды между приемными заземлениями, пропорционально которому изменяется $\rho_к$. Измерения с двумя разносами электродов *MN* делают при двух соседних размерах линии *AB*. Так как отношение $\rho_{M1N1}/\rho_{M2N2}$ для обоих разносов *AB* одинаково, одинаково и отношение $\rho_{кM1N1}/\rho_{кM2N2}$. Поэтому в логарифмическом масштабе отрезки кривой, построенные для первого и второго разносов *MN*, должны быть параллельны. Параллельность перекрывающихся отрезков кривой зондирования является одним из критериев оценки качества работ.

Когда достигается разнос электродов *AB*, при котором изменяется разнос *MN*, целесообразно выполнить все измерения с первым разносом приемных электродов, а потом вернуть электроды *AB* в предыдущее положение и продолжить измерения с новым разносом электродов *MN*. Такая методика более целесообразна, потому что в лабораторных условиях из-за малой длины приемной линии трудно точно восстановить положение электродов *MN*.

Одновременно с измерениями строится кривая зондирования – размер установки изменяется только после того, как на кривую нанесен результат измерения $\rho_к$. В случае резкого изменения хода кривой необходимо выполнить повторное измерение. Если второй результат отличается от первого более, чем на 5 %, производится третье измерение и принимаются два сходящихся результата. Результаты повторных измерений записываются в отдельные строчки журнала, а в графе "примечания" указывается, что это повторные измерения.

Рекомендуемая схема разносов питающей и приемной линий:

***AB*/2**, см 1,5; 2,0; 3,0; 4,5; 4,5; 7.0; 7,0; 10,0; 15,0.

***MN*/2**, см 0,5; 0,5; 0,5; 0,5; 1,5; 0,5; 1,5; 1,5; 1,5.

После окончания зондирования выполняют контрольные измерения на двух разносах *AB*. Эти измерения следует выполнить другому оператору. Результаты контрольных измерений записываются в отдельных строках журнала, с отметкой в графе "примечания", что это контрольные измерения. Необходимо понимать разницу между повторными и контрольными измерениями. Повторные измерения – это внутренний контроль, при котором оператор сам контролирует себя. Контрольные измерения – это объективный внешний контроль, при котором учитываются все факторы, которые могут вызвать погрешности измерений. Такими факторами могут быть погрешности установки электродов, индивидуальные особенности оператора и т. д. Для оценки качества работ используются только контрольные измерения.

**Порядок обработки и интерпретации результатов**

Так как зондирование выполнялось при двух разносах *MN*, кривая состоит из двух отрезков, смещенных один относительно другого. Перед интерпретацией необходимо выполнить монтаж кривой. Для этого один из отрезков

принимают за базовый, а другой переносят параллельно самому себе, так чтобы получилась цельная кривая (рис. 3).

Так как дно ванны имеет практически бесконечное сопротивление, конечная асимптота кривой зондирования представляет собой прямую линию, наклоненную к осям координат под углом 45˚. Начальной асимптотой кривой является прямая, параллельная оси разносов, $\rho_к=\rho_1$.

Интерпретация таких кривых очень проста: точка пересечения асимптот имеет координаты, равные мощности верхнего слоя $h_1$ и его удельному сопротивлению $\rho_1$ (см. рис. 3).

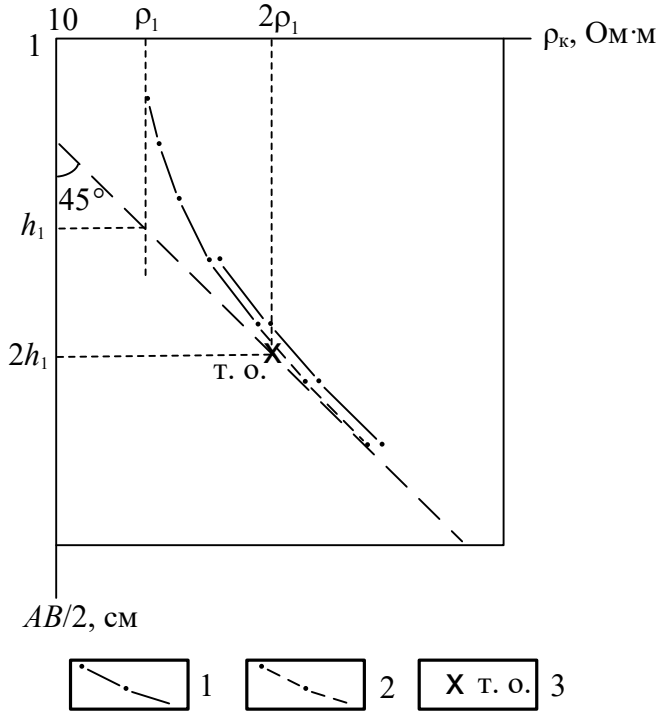



Рис. 3 Пример интерпретации двухслойной кривой ВЭЗ ($\rho_к=\infty$):
1 – измеренная кривая ВЭЗ; 2 – перемещенный при монтировании отрезок кривой;
3 – точка отрыва

Другим простым способом является интерпретация по точке отрыва. Это точка, в которой кривая отрывается от своей конечной асимптоты. Координаты точки отрыва $AB/2\approx 2h_1$, $\rho_к\approx 2\rho_1$ (см. рис. 3).

*Задание:*

1) Собрать установку ВЭЗ.
2) Выполнить измерения $\Delta U$ и $I$ для следующих разносов питающей и приемной линий:

   $AB/2$, см : 1,5; 2,0; 3,0; 4,5; 4,5; 7.0; 7,0; 10,0; 15,0.

   $MN/2$, см : 0,5; 0,5; 0,5; 0,5; 1,5; 0,5; 1,5; 1,5; 1,5.

   Одновременно с измерениями построить кривую зондирования.
3) Выполнить монтаж кривой зондирования.
4) По кривой зондирования определить сопротивление верхнего слоя $\rho_1$ и его мощность $h_1$ двумя способами: по тоске пересечения асимптот и по точке отрыва.

*Лабораторная работа № 17* (автор Редозубов А.А.)

## Симметричное электрическое профилирование на модели

В электрическом профилировании измерения выполняются с установкой одинакового размера, перемещающейся по пикетам профиля. В этом случае глубина исследования в разных точках примерно одинакова. Результаты измерений позволяют получить информацию об изменении удельного сопротивления горных пород вдоль профиля. По результатам измерений в каждой точке вычисляется кажущееся сопротивление $\rho_к$, а затем строится график $\rho_к$ по профилю.

Область применения электропрофилирования – геологическое картирование и поиски локальных объектов, отличающихся от вмещающей среды по удельному сопротивлению. Наиболее благоприятными для поисков являются крутопадающие пластообразные и линзообразные тела. Иногда электропрофилирование применяют в структурной геофизике для изучения рельефа кровли опорного горизонта.

Существует больше десятка модификаций электропрофилирования, различающихся типом применяющихся установок. Одной из самых простых модификаций по технологии проведения полевых работ и интерпретации результатов является симметричное профилирование. В СЭП, как следует из его названия, используется симметричная установка. В этой установке питающие заземления A и B и приемные электроды M и N располагаются симметрично относительно центра O. Результаты измерений относятся к центру установки, который является точкой записи. Симметричное профилирование может применяться как с одним размером установки, так и с двумя, а иногда и с тремя разносами питающих заземлений. Результаты измерений с несколькими разносами питающих электродов при благоприятных условиях позволяют раделить выявленные аномалии по относительной глубине залегания вызвавших их объектов (получается минизондирование) (рис. 1).

**Порядок измерений**

В лабораторной работе предлагается выполнить моделирование симметричного профилирования с двумя разносами питающей линии в ванне, заполненной влажным песком. В песке помещены модели проводящих и плохо проводящих объектов, расположенных на различной глубине. На перемещающейся по направляющей рейке каретке установлены две пары питающих электродов (линии AB и A′B′) и электроды общей приемной линии MN (рис. 2). Результаты измерений относятся к центру приемной линии. Для привязки точек измерений на рейке нанесены деления – "пикеты".

Для измерений можно использовать любую аппаратуру постоянного или низкочастотного переменного тока. На рис. 2 показана схема измерений с аппаратурой АНЧ-3. Чтобы избежать переключения генератора на каждой точке с одной питающей линии на другую, в лабораторных условиях целесообразно выполнить измерения по всему профилю сначала с одним, а затем с другим разносом питающих электродов.

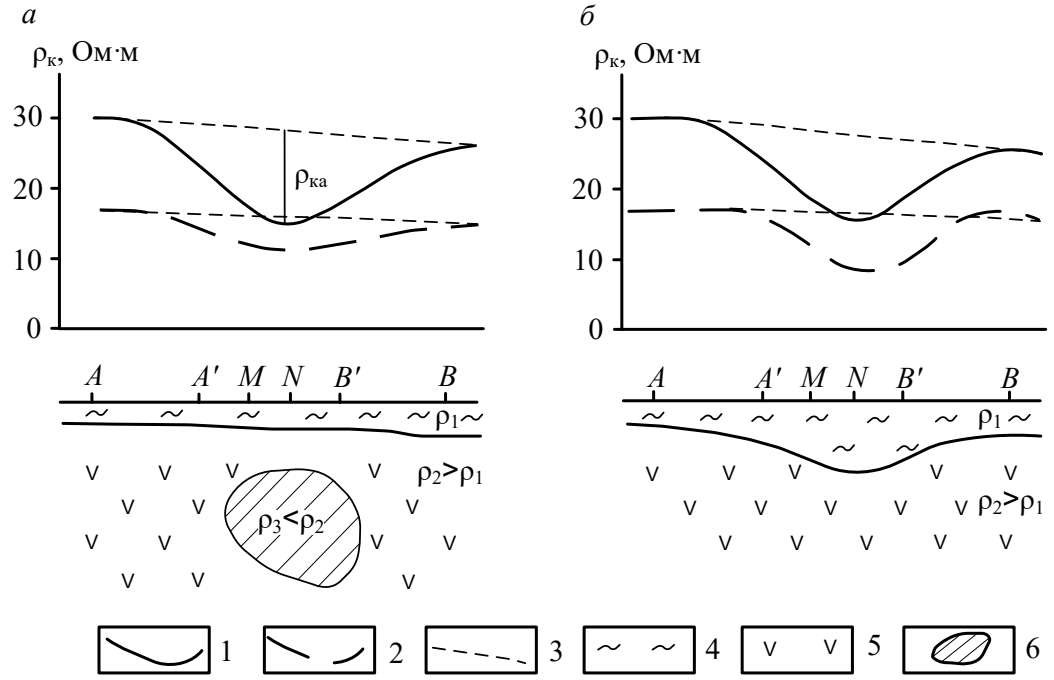



Рис. 1. Вид аномалий $\rho_к$ в двухразносном профилировании над глубинным проводящим объектом (*а*) и карманом наносов (*б*): 1 – графики $\rho_к$ для установки *AMNB*; 2 – то же для установки *A'MNB'*; 3 – графики $\rho_к$ нормального поля (фоновые); 4 – рыхлые отложения; 5 – коренные породы; 6 – локальный проводящий объект

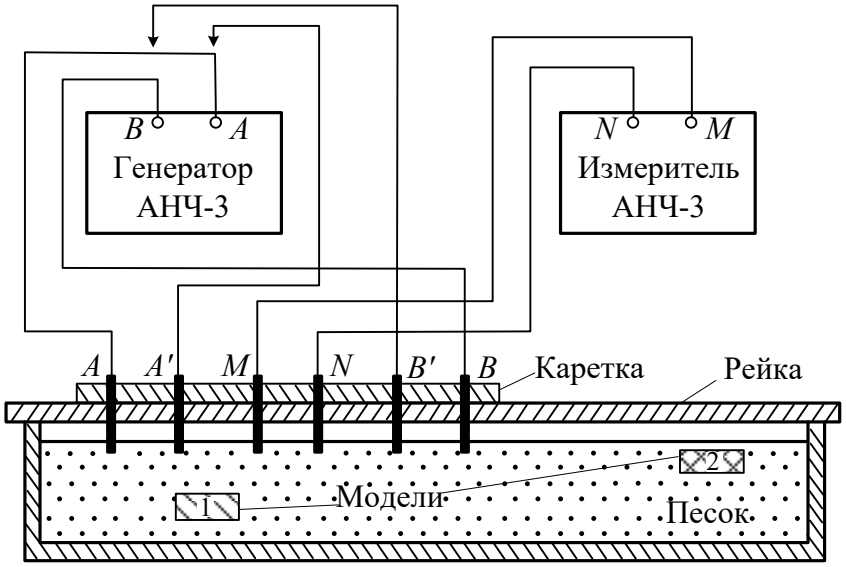



Рис. 2 Схема лабораторной установки по методу СЭП

Если используется аппаратура ЭРА-В-ЗНАК или другая подобная аппаратура переменного тока, схема измерений аналогична схеме с АНЧ-3. Схема измерений с аппаратурой постоянного тока приведена на рис. 2.

Поставив установку на начальную точку профиля, измеряют разность потенциалов $\Delta U$ для разноса, к которому подключен генератор. Сила тока I генератора АНЧ-3 стабилизирована, поэтому измерять ее не нужно. Если используется аппаратура, ток которой не стабилизирован, измеряют силу тока в питающей линии.

Выполнив измерения на точке, рассчитывают кажущееся сопротивление:

$$\rho_к = K\frac{\Delta U}{I} = \pi\frac{(AB/2)^2 - (MN/2)^2}{MN}\cdot\frac{\Delta U}{I}. \quad (1)$$

Затем перемещают установку на следующую точку и снова выполняют измерения. Закончив измерения с одной установкой, переключают генератор на другую питающую линию и повторяют измерения по профилю.

Если в процессе измерений наблюдаются резкие незакономерные изменения $\rho_к$, выполняют повторные измерения. В случае расхождения результата второго измерения с первым более, чем на 5%, выполняют третье измерение и принимают среднее значение из двух сходящихся результатов. Результаты повторных измерений записывают в отдельных строках журнала, отмечая в графе "примечания", что это повторные измерения.

После окончания измерений на 2–3 точках, расположенных в разных частях профиля, выполняют контрольные измерения. Результаты контрольных измерений записывают в отдельных строках журнала с отметкой в графе "примечания", что это контрольные измерения.

**Порядок обработки и интерпретации результатов**

Результаты измерений представляются в виде графиков кажущегося сопротивления по профилю. Для обоих размеров установки графики следует строить в одной системе координат в одинаковом масштабе.

По графикам $\rho_к$ выделяют аномалии от локальных объектов. По знаку аномалий определяют сопротивление объектов по отношению к вмещающей среде. Приближенное положение контактов объектов определяют по полумаксимуму $\rho_к$.

***Задание:***

5) Собрать установку СЭП.
6) Выполнить измерения $\Delta U$ на точках профиля.
7) Рассчитать $\rho_к$ для каждой точки профиля и построить кривую $\rho_к$.
8) По кривой $\rho_к$ определить положение объектов различного сопротивления и глубину их залегания.
9) С помощью щупа определите реальное положение объектов и глубину их залегания. Фактическое положение объектов покажите под графиками $\rho_к$ и сравните его с результатами интерпретации.

*Лабораторная работа № 18*

## Изучение геологического разреза по данным симметричного электропрофилирования на двух разносах

Симметричное электрическое профилирование (СЭП) представляет собой одну из наиболее простых и распространенных модификаций электроразведки постоянным током. Для работ методом СЭП применяется 4-х электродная симметричная установка *AMNB*, состоящая из двух питающих электродов *A* и *B* и двух приемных *M* и *N*, расположенных по одной линии симметрично относительно центра установки. В процессе измерений расстояние между электродами не меняется, а вся установка переносится по профилю на определенный интервал, называемый шагом профилирования. Шаг профилирования чаще всего берут кратным *MN*.

Установка *AA'MNB'B* состоит из двух четырехэлектродных установок *AMNB* и *A'MNB'*, имеющих один разнос приемных электродов *MN*. Наличие второй пары питающих электродов позволяет на каждой точке профиля получать значение $\rho_к$ для двух разных глубин. Это дает возможность делать заключение не только об изменении $\rho_к$ по горизонтальному направлению, но и по вертикали.

Влияние двух геологических структур в разрезе на особенности распределения сопротивления, полученного установкой *AA'MNB'B* показано на рис. 1. Одна структура типа синклинали заполнена хорошо проводящими породами, другая (антиклиналь) имеет хорошо проводящие породы в ядре.

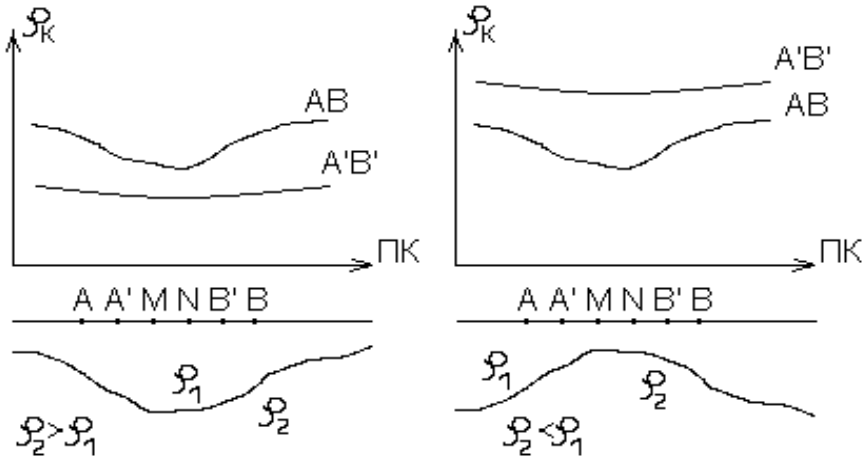



Рис. 1. Графики электропрофилирования установкой AA'MNB'B над синклиналью и антиклиналью

Над этими структурами графики $\rho_к$, полученные установкой *AMNB* (сплошная линия) одинаковы. Местоположение синклинали и антиклинали отмечаются минимумами $\rho_к$. Эта неоднозначность решения обратной задачи исчезает, если провести профилирование с установкой *AA'MNB'B*. Над синклиналью значение $\rho_к$. для малого разноса *A'B'* будут меньше $\rho_к$. для большого разноса *AB*. Над антиклиналью будет отмечаться обратное соотношение величин $\rho_к$. для

разносов *A′B′* и *AB*. Таким образом, применение установки с двумя разносами питающей линии в данном случае исключает неоднозначность интерпретации результатов профилирования.

*Задание*

**Вариант 1**

*Исходные данные*

На одном из участков выполнено симметричное электрическое профилирование *AA′MNB′B*. Разнос питающих электродов *A*, *B* большой установки равен 1000 м, разнос электродов *A′* и *B′* малой установки равен 200 м. Шаг наблюдения по профилю – 50 м. Протяженность профиля 2,5 км. Линия профиля проходит в направлении предполагаемой антиклинальной структуры, сложенной известняками. Предполагается, что профиль пересекает погребенную долину, выполненную аллювием. Эта долина обнаружена на соседнем участке с мощностью аллювия до 60 м. Верхняя часть разреза представлена суглинками и глинами. Удельное сопротивление этих пород, полученное по данным параметрических измерений, составляет 20-30 Ом*м. Результаты измерений с установкой *AA′MNB′B* представлены в таблице 1.

Таблица 1

Значения $\rho_к$. при *AB* = 1000 м и *A′B′* = 200 м

| Номера пикетов | $\rho_к$., Ом*м. | | Номера пикетов | $\rho_к$., Ом*м. | |
|---|---|---|---|---|---|
| | *AB* = 1000 м | *A′B′* = 200 м | | *AB* = 1000 м | *A′B′* = 200 м |
| 0 | 25 | 23 | 26 | 25 | 28 |
| 1 | 26 | 25 | 27 | 25 | 27 |
| 2 | 27 | 24 | 28 | 23 | 26 |
| 3 | 27 | 28 | 29 | 26 | 26 |
| 4 | 29 | 30 | 30 | 31 | 27 |
| 5 | 28 | 26 | 31 | 37 | 35 |
| 6 | 30 | 28 | 32 | 57 | 56 |
| 7 | 32 | 30 | 33 | 95 | 78 |
| 8 | 37 | 36 | 34 | 122 | 105 |
| 9 | 41 | 48 | 35 | 158 | 114 |
| 10 | 47 | 65 | 36 | 190 | 139 |
| 11 | 60 | 100 | 37 | 212 | 147 |
| 12 | 88 | 124 | 38 | 214 | 150 |
| 13 | 105 | 139 | 39 | 206 | 142 |
| 14 | 121 | 165 | 40 | 175 | 130 |
| 15 | 127 | 195 | 41 | 155 | 89 |
| 16 | 115 | 188 | 42 | 125 | 64 |
| 17 | 100 | 128 | 43 | 105 | 48 |
| 18 | 92 | 100 | 44 | 80 | 40 |
| 19 | 81 | 70 | 45 | 50 | 35 |
| 20 | 60 | 55 | 46 | 32 | 28 |
| 21 | 40 | 37 | 47 | 26 | 26 |
| 22 | 35 | 32 | 48 | 26 | 25 |
| 23 | 32 | 30 | 49 | 25 | 24 |
| 24 | 30 | 28 | 50 | 26 | 26 |
| 25 | 28 | 25 | | | |

Требуется *определить* геологическую природу выявленных аномалий и построить схематический разрез вдоль профиля.

*Порядок выполнения задачи*

1. По данным табл. 1 построить на миллиметровке графики $\rho_к$. для разноса $AB$ = 1000 м (сплошная линия) и $A'B'$ = 200 м (пунктирная линия). Масштаб построения графиков: горизонтальный 1:10000, вертикальный 1 см – 20 Ом*м.
2. Определить соответствие аномалий на графиках $\rho_к$. геологическим особенностям строения разреза (переуглубление с аллювием или антиклинальное поднятие, выполненное известняками).
3. Построить под графиком схематический геологический разрез.

## Вариант 2

*Исходные данные*.

В пределах одного участка, сложенного карбонатными породами (известняки, доломиты) предполагается наличие в разрезе двух геологических объектов. Первый из них связан с поверхностными карстовыми проявлениями. В этом случае в карбонатных породах образуются депрессии, заполненные рыхлыми отложениями (пески, глины, суглинки). Второй – подземные карстовые полости, залегающие на глубинах 20-30 м, заполненные обводненным глинистым материалом с обломками карбонатных пород.

Проведенные работы методом электропрофилирования по схеме *AMNB* показали, что оба объекта отмечаются на графиках минимума $\rho_к$. Для однозначной геологической интерпретации аномалий были выполнены измерения установкой *AA'MNB'B* с разносами питающих линий $AB$ = 100м, $A'B'$ = 20 м. Шаг наблюдения по профилю – 10 м.

Удельное сопротивление карбонатных пород, полученное по данным бокового каротажного зондирования, изменяется от 1000 до 2000 Ом*м. Удельное сопротивление пород, заполняющих карстовые полости варьируется от 100 до 200 Ом*м. Результаты измерений с установкой *AA'MNB'B* представлены в таблице 2.

Требуется *определить* геологическую природу выявленных аномалий и построить схематический разрез вдоль профиля.

*Порядок выполнения задачи*

1. По данным табл. 4 построить на миллиметровке графики $\rho_к$. для разноса $AB$ = 100 м и $A'B'$ = 20 м. Масштаб построения графиков: горизонтальный 1:2000, вертикальный 1 см – 200 Ом*м.
2. Определить, какие из выявленных аномалий обусловлены погребенной карстовой полостью и какие – поверхностными карстовыми образованиями.
3. Построить под графиком схематический геологический разрез.

Таблица 2

Значения $\rho_к$. при $AB$ = 1000 м и $A'B'$ = 200 м

| Номера пикетов | $\rho_к$., Ом*м. | | Номера пикетов | $\rho_к$., Ом*м. | |
|---|---|---|---|---|---|
| | АВ = 100 м | А'В' = 20 м | | АВ = 100 м | А'В' = 20 м |
| 0 | 1700 | 1600 | 26 | 1680 | 1550 |
| 1 | 1650 | 1590 | 27 | 1740 | 1690 |
| 2 | 1680 | 1610 | 28 | 1700 | 1600 |
| 3 | 1700 | 1600 | 29 | 1650 | 1600 |
| 4 | 1720 | 1650 | 30 | 1700 | 1650 |
| 5 | 1730 | 1690 | 31 | 1800 | 1750 |
| 6 | 1690 | 1700 | 32 | 1750 | 1700 |
| 7 | 1750 | 1750 | 33 | 1700 | 1600 |
| 8 | 1650 | 1700 | 34 | 1650 | 1400 |
| 9 | 1200 | 1450 | 35 | 1500 | 1200 |
| 10 | 1000 | 1400 | 36 | 1490 | 900 |
| 11 | 970 | 1350 | 37 | 1400 | 730 |
| 12 | 900 | 1300 | 38 | 1200 | 700 |
| 13 | 850 | 1200 | 39 | 1070 | 650 |
| 14 | 800 | 1180 | 40 | 1100 | 780 |
| 15 | 830 | 1000 | 41 | 1150 | 800 |
| 16 | 840 | 1050 | 42 | 1300 | 980 |
| 17 | 800 | 1100 | 43 | 1450 | 1200 |
| 18 | 900 | 1200 | 44 | 1600 | 1450 |
| 19 | 1000 | 1400 | 45 | 1580 | 1600 |
| 20 | 1100 | 1430 | 46 | 1650 | 1550 |
| 21 | 1180 | 1500 | 47 | 1700 | 1600 |
| 22 | 1600 | 1600 | 48 | 1700 | 1650 |
| 23 | 1700 | 1650 | | | |
| 24 | 1700 | 1650 | | | |
| 25 | 1600 | 1580 | | | |

*Лабораторная работа № 19*

# Интерпретация результатов полевых наблюдений по методу заряженного тела

Метод заряженного тела (МТЗ) основан на изучении потенциала или градиента потенциала постоянного (или низкочастотного) поля, создаваемого точечным источником, заземленным в скважине или горной выработке.

Метод применяется для прослеживания и оконтуривания ранее выявленных хорошо проводящих рудных объектов, а также для решения гидрогеологических задач.

Гидрогеологический вариант метода предназначен для определения направления и скорости движения подземных вод при наличии одной скважины. Данные полевых наблюдений в этом случае представляются в виде плана изолиний потенциала, полученного в результате измерений вдоль лучевых профилей над скважиной, в которую до водоносного горизонта опущен один из питающих электродов с электролитом. Пример плана изолиний показан на рис. 1.

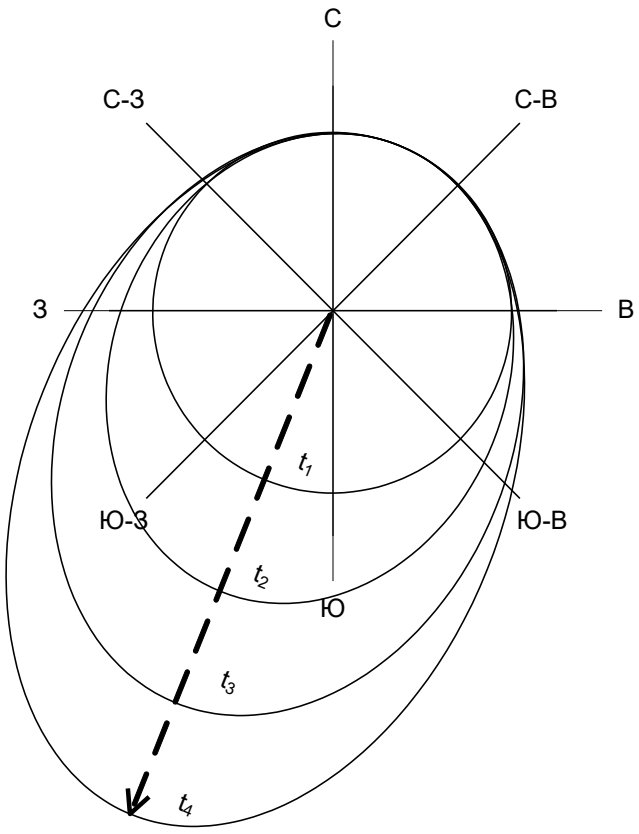



Рис. 1. План изолиний потенциала над засоленной скважиной

Определение направления движения подземного потока и его скорости производится следующим образом:

1) По плану изолиний определяется направление (азимут) максимального смещения изолиний. Для этого можно построить график, по оси абсцисс которого откладывается азимут в градусах, а по оси ординат – приращение радиусов изолиний в метрах ($\Delta R$) по отношению к исходной изолинии, наблюденной непосредственно после засоления скважины и представляющей собой, как правило, фигуру, близкую к окружности. Число кривых $\Delta R$ соответствует числу наблюденных изолиний. Пример такого графика приведен на рис. 2. Азимут направления движения подземного потока определяется как средняя абсцисса для максимумов кривых $\Delta R$.

2) Для определения скорости подземного потока $V$ вычисляется отношение максимального смещения изолинии $\Delta R_{max}$ по направлению пото-

ка ко времени $\Delta t$, за которое это смещение произошло:

$$V = \Delta R / \Delta t \qquad (1)$$

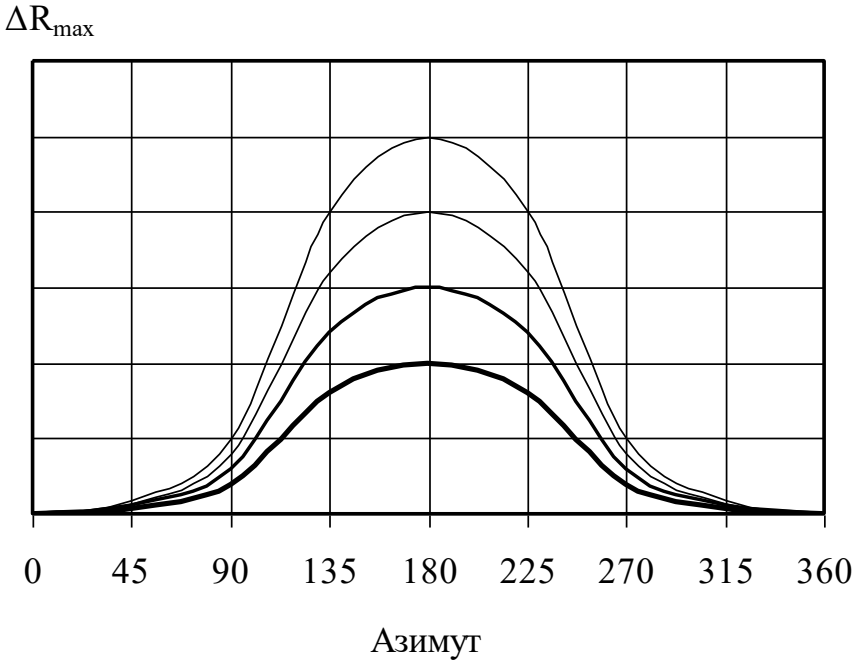



Рис.2. Графики смещения изолиний $\Delta R$ в зависимости от азимута профиля наблюдений

Среднее значение $V$ можно получить, построив график зависимости $\Delta R_{max}$ от времени $t$. При малых временах $\Delta R_{max}$ меняется в зависимости от времени не линейно, возрастая с увеличением $t$, что объясняется постепенностью растворения соли в воде. При больших временах график зависимости $\Delta R_{max}$ от времени выходит на линейную асимптоту, соответствующую скорости переноса засоленной области потоком подземных вод. Эту часть графика и используют для расчета скорости по формуле (1).

*Задание*

По выданным преподавателем результатам полевых наблюдений методом заряженного тела над засоленной скважиной определить в соответствии с вышеизложенной методикой направление и скорость движения подземного потока.

Построить график смещения изолиний в зависимости от азимута профиля наблюдений (рис. 2).

Интервал времени между измерениями $\Delta t$ принять равным 2 часа.

Масштаб плана изолиний потенциала над засоленной скважиной 1:2000.

Учебное издание

Александрова Жанна Николаевна

# ПРАКТИКУМ ПО РАЗВЕДОЧНОЙ ГЕОФИЗИКЕ

Руководство по выполнению практических работ
по дисциплине «Разведочная геофизика» для студентов
специальности 21.05.03 − «Технология геологической разведки»
очной и заочной формы обучения

Часть 1

Редактор _____
Компьютерная верстка автора

Подписано в печать ___ . ___ . 2018 г.
Бумага писчая. Формат 60 х 84 1/16.
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.
Печ. л. ____. Уч.-изд. л. ____. Тираж 100. Заказ _____

Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА
# ПО РАЗВЕДОЧНОЙ ГЕОФИЗИКЕ

Специальность:

*21.05.03 Технология геологической разведки*

форма обучения: очная, заочная

Автор: Александрова Ж. Н.

Екатеринбург

2020

**ФГБОУ ВО**

**«Уральский государственный горный университет»**

**Ж. Н. Александрова**

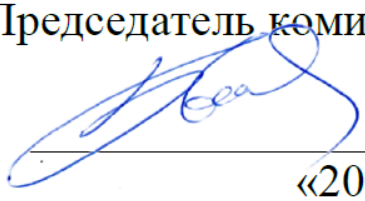
# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО РАЗВЕДОЧНОЙ ГЕОФИЗИКЕ

Руководство по выполнению контрольной работы
по дисциплине «Разведочная геофизика» для студентов
специальности 21.05.03 Технология геологической разведки
очной и заочной формы обучения

**Екатеринбург**
**2020**

ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО
методической комиссией
факультета геологии и геофизики
Председатель комиссии



_____В. И. Бондарев
«20» марта 2020 г.

Ж. Н. Александрова

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО РАЗВЕДОЧНОЙ ГЕОФИЗИКЕ

Руководство по выполнению контрольной работы
по дисциплине «Разведочная геофизика» для студентов
специальности 21.05.03 Технология геологической разведки
очной и заочной формы обучения

Издание УГГУ Екатеринбург, 2020

УДК 550.83
А46

Рецензент: Писецкий В.Б., д-р геол.-мин. наук, профессор,
заведующий кафедрой геоинформатики УГГУ

**Александрова Ж.Н.**

А46 Контрольная работа по разведочной геофизике: руководство по выполнению контрольной работы по дисциплине «Разведочная геофизика» для студентов специальности 21.05.03 Технология геологической разведки очной и заочной формы обучения. / Ж.Н. Александрова; Уральский гос. горный ун-т. – Екатеринбург: изд-во УГГУ, 2020. – 29 с.

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по специальности «Технология геологической разведки»

© Александрова Ж.Н., 2018
© Уральский государственный горный университет, 2018

# СОДЕРЖАНИЕ

1. **Общие указания** …….… 5

2. **Требования к содержанию и оформлению контрольной работы** .....… 6

3. **Критерии оценки контрольной работы** ……..……. 8

4. **Варианты заданий** ……. 9

5. **Список рекомендованной литературы** …….. 29

## 1. Общие указания

Учебным планом специальности «Технология геологической разведки» предусматривается написание контрольной работы по дисциплине «Разведочная геофизика».

Перечень заданий разрабатывается преподавателем. Задание во всех вариантах направлено на выбор способа (способов) решения конкретной геологической задачи. В качестве исходных данных каждому студенту выдается краткое описание геологического строения месторождения полезного ископаемого, его геологический разрез и таблица физических свойств горных пород, слагающих разрез.

**Формулировка задания**:
*для поиска месторождения указанного типа (согласно варианту), определения его размеров и глубины залегания*

1. выбрать рациональный комплекс геофизических методов и привести его обоснование;
2. сформулировать задачи, которые будут решены выбранными методами и привести обоснование;
3. определить ориентировочный шаг съемки для каждого метода и привести расчеты;
4. выбрать аппаратуру для проведения измерений, обосновать ее выбор, представить краткое описание устройства и принципа действия приборов.

К выполнению контрольной работы можно приступить только тогда, когда будет усвоена определенная часть курса. Контрольная работа выполняется студентами исключительно самостоятельно, согласно настоящей методической инструкции. Ее выполнение способствует углублённому изучению пройденного материала.

**Цель выполняемой работы:**
проверка способности студентов использовать свои знания, умения и навыки для решения конкретных практических задач.

**Основные задачи выполняемой работы:**

1) закрепление полученных ранее теоретических знаний;
2) выработка навыков самостоятельной работы;
3) выяснение подготовленности студента к будущей практической работе.

Весь процесс написания контрольной работы можно условно разделить на следующие этапы:

- получение задания и составление предварительного плана работы;
- сбор научной информации, изучение литературы;
- анализ составных частей проблемы, выполнение расчетов;

- обработка материала в целом;
- письменное оформление работы.

Подготовку контрольной работы следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций, прочитанных ранее. Приступать к выполнению работы без изучения основных положений и понятий дисциплины не следует, так как в этом случае студент, как правило, плохо ориентируется в материале, не может отграничить смежные вопросы и сосредоточить внимание на основных моментах предложенного задания.

После получения задания необходимо внимательно изучить методические рекомендации по выполнению контрольной работы, составить план работы.

## 2. Требования к содержанию и оформлению контрольной работы

Оформление текстовой части производится согласно ГОСТ 2.105–95 «Единая система конструкторской документации. Общие требования к текстовым документам».

Все иллюстрации нумеруются сквозной нумерацией (рис. 1, рис. 2, рис. 3 и т.д.). На все рисунки в тексте должны быть сделаны ссылки.

В содержании контрольной работы необходимо показать знание рекомендованной литературы по данной теме, но при этом следует правильно пользоваться первоисточниками, избегать чрезмерного цитирования. При использовании цитат необходимо указывать точные ссылки на используемый источник: указание автора (авторов), название работы, место и год издания, страницы.

Кроме рекомендованной специальной литературы, можно использовать любую дополнительную литературу, которая необходима для выполнения контрольной работы.

В конце контрольной работы приводится полный библиографический перечень использованных источников. Данный список условно можно подразделить на следующие части:

2. Учебники, учебные пособия, методические указания

3. Монографии.

4.Официальные интернет-источники.

Первоисточники даются по алфавиту. Список литературы оформляется согласно ГОСТ 7.1-2003. На все источники, указанные в списке литературы, в тексте должны быть сделаны ссылки. В списке литературы должны приводиться только опубликованные источники. *Не допускается указывать в списке литературы конспект лекций по предмету*!

Оформление библиографических ссылок осуществляется в следующем порядке:

1. Фамилия и инициалы автора (коллектив авторов) в именительном падеже. При наличии трех и более авторов допускается указывать фамилии и инициалы первых двух и добавить «и др.». Если книга написана авторским коллективом, то ссылка делается на название книги и её редактора. Фамилию и инициалы редактора помещают после названия книги.

2. Полное название первоисточника в именительном падеже.

3. Место издания.

4. Год издания.

5. Общее количество страниц в работе.

При использовании цитат необходимо правильно и точно делать внутритекстовые ссылки на первоисточник. Ссылки на используемые первоисточники можно делать в конце цитаты в квадратных скобках.

Структура контрольной работы должна выглядеть следующим образом:

1. Титульный лист.
2. Содержание.
3. Задание.
4. Пояснительная записка с разбивкой на подразделы (по выбору автора):
   а) Введение.
   б) …….
   в) …….
   г) …….
5. Выводы.
6. Список литературы.

Контрольная работа излагается логически последовательно, грамотно и разборчиво. Она обязательно должна иметь титульный лист. Он содержит название высшего учебного заведения, название темы, фамилию, инициалы, учёное звание и степень научного руководителя, фамилию, инициалы автора, номер группы.

На следующем листе приводится содержание контрольной работы с указанием страниц.

Введение должно быть кратким, не более 1 страницы. В нём необходимо отметить цель и задачи, которые ставятся в работе, значение полезного ископаемого, указанного в задании, области его использования, достижения геофизики в области поисков и разведки данного полезного ископаемого и т.д.

Изложение каждого подраздела пояснительной записки необходимо начать с написания заголовка, соответствующему оглавлению, который должен отражать содержание текста. Заголовки от текста следует отделять интервалами. Каждый заголовок обязательно должен предшествовать непосредственно своему тексту. В том случае, когда на очередной страни-

це остаётся место только для заголовка и отсутствует место хотя бы для одной строчки текста, заголовок нужно писать на следующей странице.

Излагая вопрос, каждый новый смысловой абзац необходимо начать с красной строки. Закончить изложение вопроса следует выводом, итогом по содержанию данного подраздела.

Изложение содержания всей контрольной работы должно быть завершено заключением, в котором необходимо дать выводы по написанию работы в целом.

Страницы контрольной работы должны иметь сквозную нумерацию. Номер страницы ставится снизу в правом углу. На титульном листе номер страницы не ставится. Оптимальный объём контрольной работы 8-10 страниц машинописного текста (размер шрифта 12-14) через полуторный интервал на стандартных листах формата А-4, поля: верхнее –20 мм, нижнее –20 мм, левое –30 мм, правое –10 мм.

В тексте контрольной работы не допускается произвольное сокращение слов, кроме общепринятых.

По всем возникшим вопросам студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю.

Срок выполнения контрольной работы определяется преподавателем и она должна быть сдана не позднее, чем за неделю до экзамена.

## 3. Критерии оценки контрольной работы

По результатам проверки контрольная работа оценивается на 0 - 5 баллов.

Списывание контрольной работы даже при правильности ее написания и оформления оценивается на 0 баллов.

| Критерий оценки | Количество баллов |
|---|---|
| Правильность выбора рационального комплекса геофизических методов и убедительность его обоснования | 0 – 1 балл |
| Правильность формулировки перечня задач, которые будут решены выбранными методами и его обоснованность | 0 – 1 балл |
| Правильность определения ориентировочного шага съемки для каждого метода | 0 – 1 балл |
| Правильность выбора аппаратуры для проведения измерений, его обоснованность и краткое описание устройства и принципа действия приборов | 0 – 1 балл |
| Оформление работы | 0 – 1 балл |

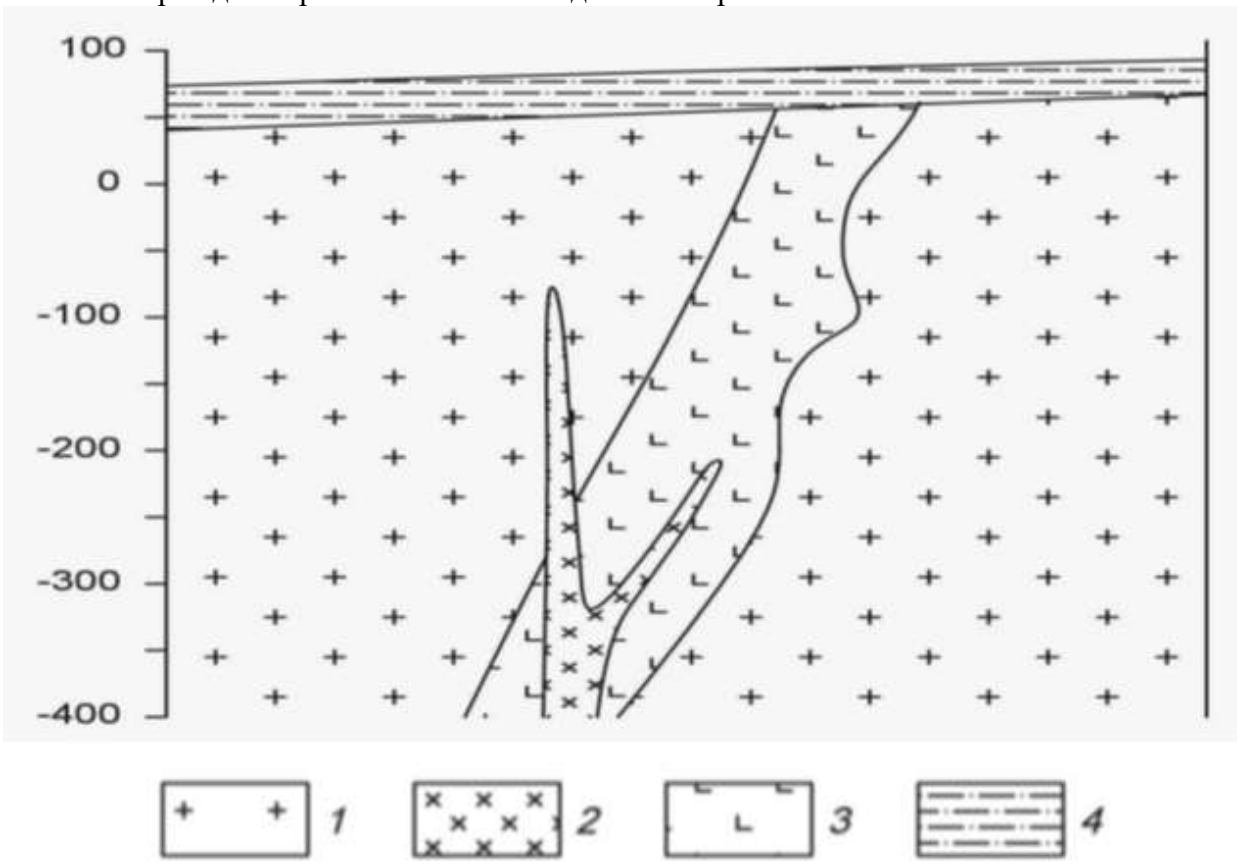
# 4. Варианты заданий

*Вариант 1*. **Золото**

Месторождение Красное приурочено к интрузивным образованиям раннего протерозоя, являющимся вмещающими породами для эксплозивных структур, выполненных жерловыми и субвулканическими фациями раннетриасового возраста (см. рис.).

Распределение полезных компонентов в ней имеет неравномерный, столбообразный, линзообразный и гнездовый характер, с наличием раздувов, пережимов и прослоев слабо золотоносных пород в контуре кондиционных руд. Наиболее богатые руды тяготеют к осевой части зоны метасоматитов, где они концентрируются в виде согласных полос. Четких геологических границ обогащенные участки не имеют и выделяются только по данным опробования.

Месторождение расположено в Западной Сибири.




Схематический геологический разрез золоторудного месторождения Красное.
*1* – раннепротерозойский среднезернистые порфировидные грани-тоиды, *2* – позднеюрские дайки диоритов, *3* – раннетриасовые гидротермаль-но измененные эруптивные брекчии гранодиорит-порфиров, *4* – четвертич-ные отложения, представленные суглинками.

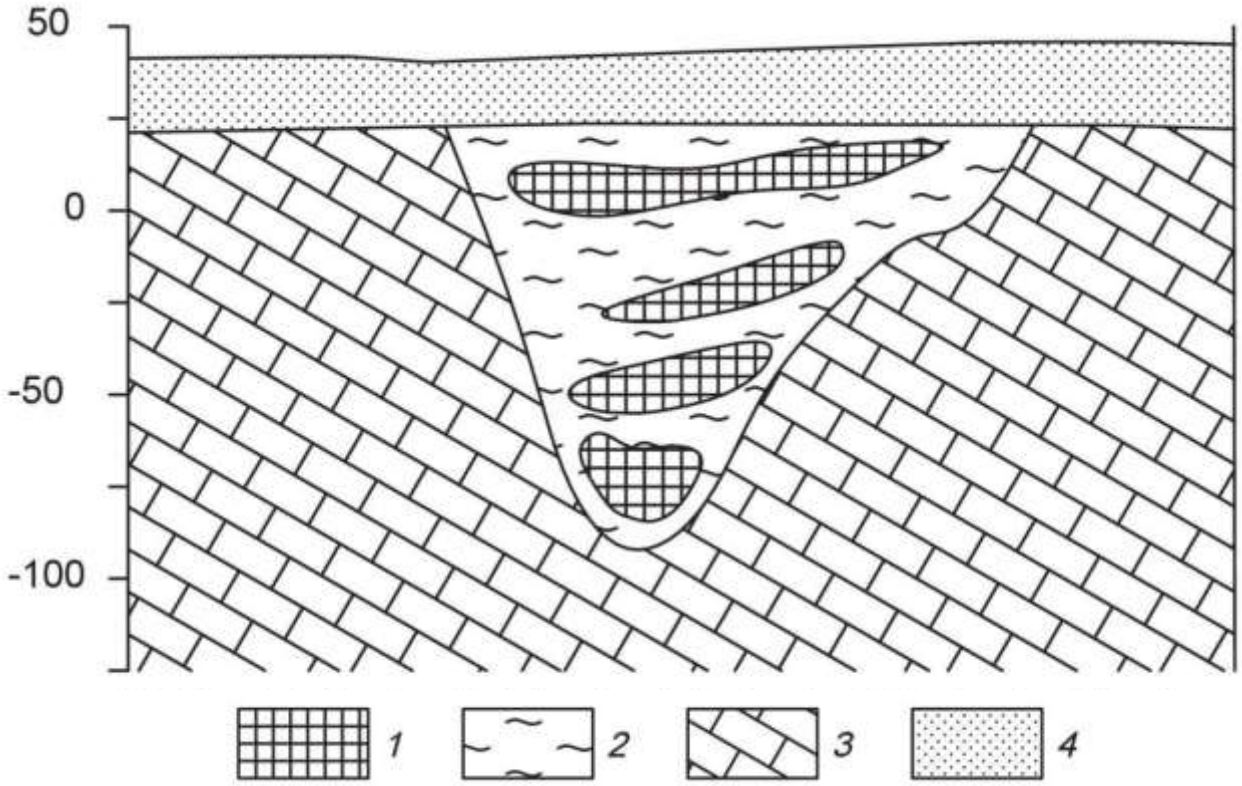
*Петрофизические свойства*

| № п/п | Разности пород | æ, $\times 10^{-5}$ ед.СИ | σ, г/см$^3$ | ρ, Ом·м |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Порфировидные гранитоиды | 200 | 2,69 | 3000 |
| 2. | Диориты | 3000 | 2,81 | 4000 |
| 3. | Эруптивные брекчии грано-дирорит-порфиров | 350 | 2,45 | 100 |
| 4. | Суглинки | 85 | 1,97 | 180 |

*Вариант 2.* **Бокситы**

Месторождение бокситов относится к карстовому типу. Тела бокситов приурочены к древним карстовым воронкам в карбонатных породах верхнего протерозоя, и состоят из нескольких разностей (см. рис.). Карстовые воронки заполнены рыхлыми и глинистыми бокситами, в которых встречаются каменистые разности. Каменистые бокситы имеют небольшие размеры и линзообразную, гнездовидную форму. Сверху залегают четвертичные перекрывающие отложения, представленные песками и супесями.

Месторождения данного типа развиты на Енисейском кряже.




Схематический геологический разрез месторождения бокситов.
*1* – бокситы каменистые, *2* – глинистые бокситы, *3* – известняки, *4* – пески, супеси.

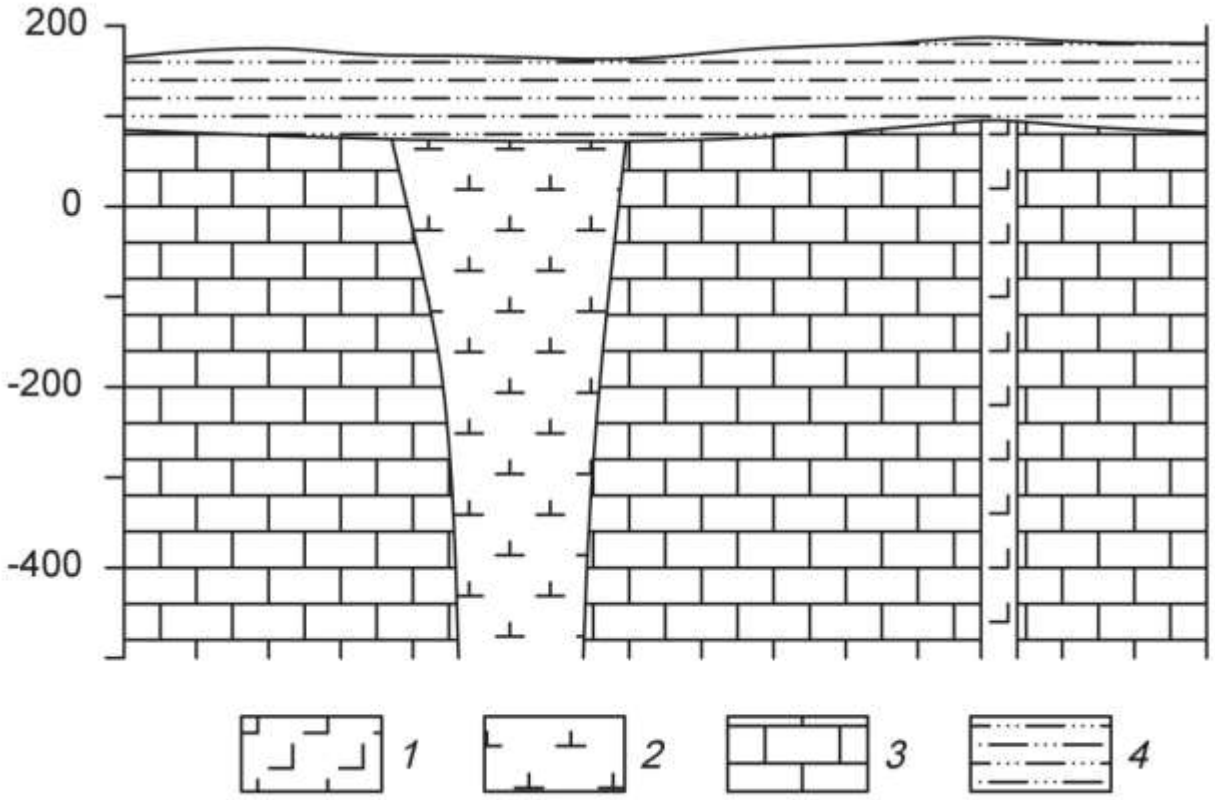
*Петрофизические свойства*

| № п/п | Разности пород | æ, $\times 10^{-5}$ ед.СИ | σ, г/см$^3$ | ρ, Ом·м |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Бокситы каменистые | 200 | 3,1 | 240 |
| 2. | Бокситы глинистые | 150 | 2,22 | 120 |
| 3. | Известняки | 30 | 2,62 | 1000 |
| 4. | Пески, супеси | 27 | 1,80 | 450 |

*Вариант 3.* **Алмазы**

Коренные месторождения алмазов связаны с кимберлитовыми трубка-ми взрыва. Кимберлитовые тела локализуются в зонах растяжения, связанных с узлами пересечения разломов. Вмещающими для кимберлитов породами являются карбонатные отложения кембрия и ордовика (см. рис.). На площади широко распространены дайки долеритов. Кимберлиты и вмещающие породы перекрыты юрскими песчано-глинистыми отложениями.

Кимберлитовое тело находится в Мало-Ботуобинском алмазоносном районе на западе Якутии.




Схематический геологический разрез кимберлитовой трубки.
*1* – долериты, *2* – кимберлиты, *3* – известняки, *4* – песчано-глинистые отложения.

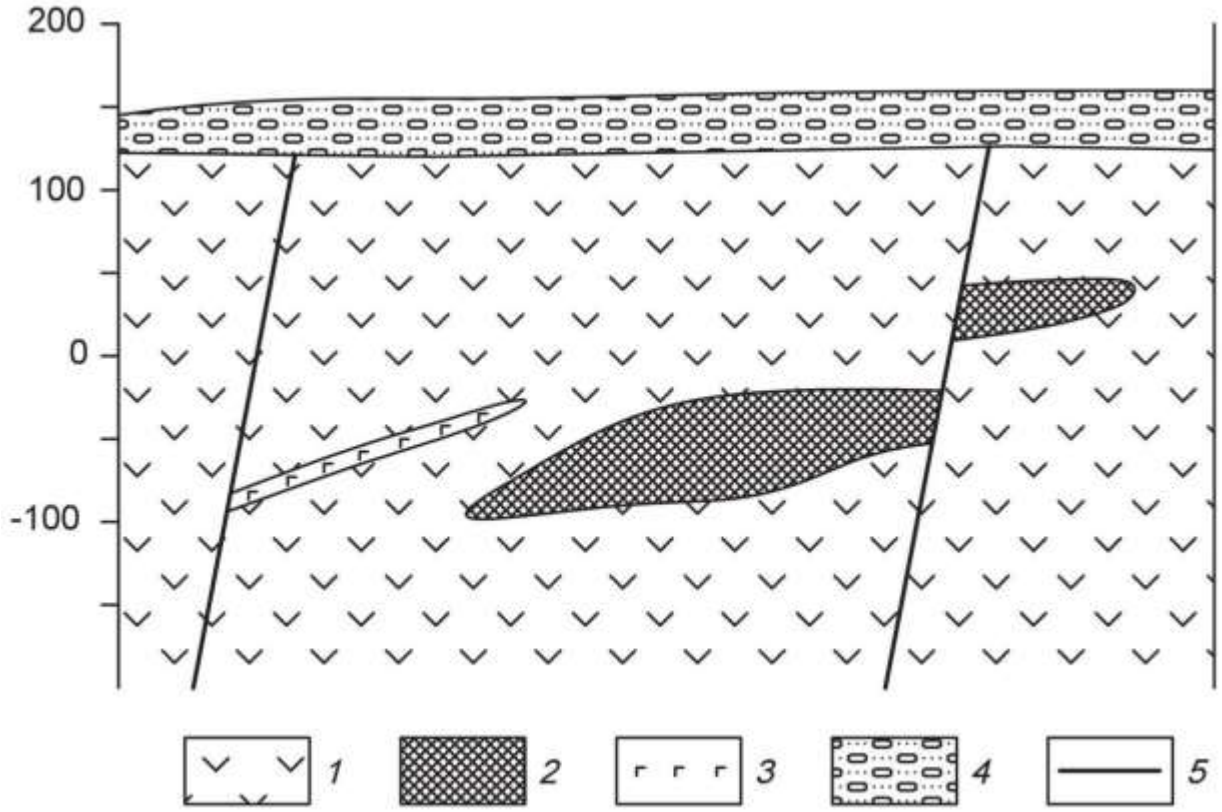
*Петрофизические свойства*

| № п/п | Разности пород | æ, $\times 10^{-5}$ ед.СИ | σ, г/см$^3$ | ρ, Ом·м |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Долериты | 2800 | 2,95 | 8000 |
| 2. | Кимберлиты | 90 | 2,40 | 200 |
| 3. | Известняки | 20 | 2,60 | 2000 |
| 4. | Глины, суглинки | 45 | 2,00 | 80 |

*Вариант 4.* **Хром**

Рудные тела сложены густовкрапленными, почти сплошными хромитами (см. рис.). Они имеют субмеридиональное простирание и пологое субгоризонтальное залегание. Тела пересекаются сбросовыми тектонически-ми нарушениями, круто падающими на юг и юго-запад под углами 70-80°. Амплитуда сбросов составляет 5 – 30 м. Непосредственно вмещающие поро-ды представлены серпентинизированные дуниты или серпентиниты, разви-тые по дунитам. Контакты рудных тел с вмещающими породами резкие. Вмещающие породы и рудные тела перекрыты мезо-кайнозойскими конгломератами.

Месторождение приурочено к Кемпирсайскому хромитоносному мас-сиву (Республика Казахстан).




Схематический геологический разрез хромитового месторождения.
*1* – дуниты, *2* – хромитовые руды, *3* – габбро-диабазы, *4* – конгломераты.

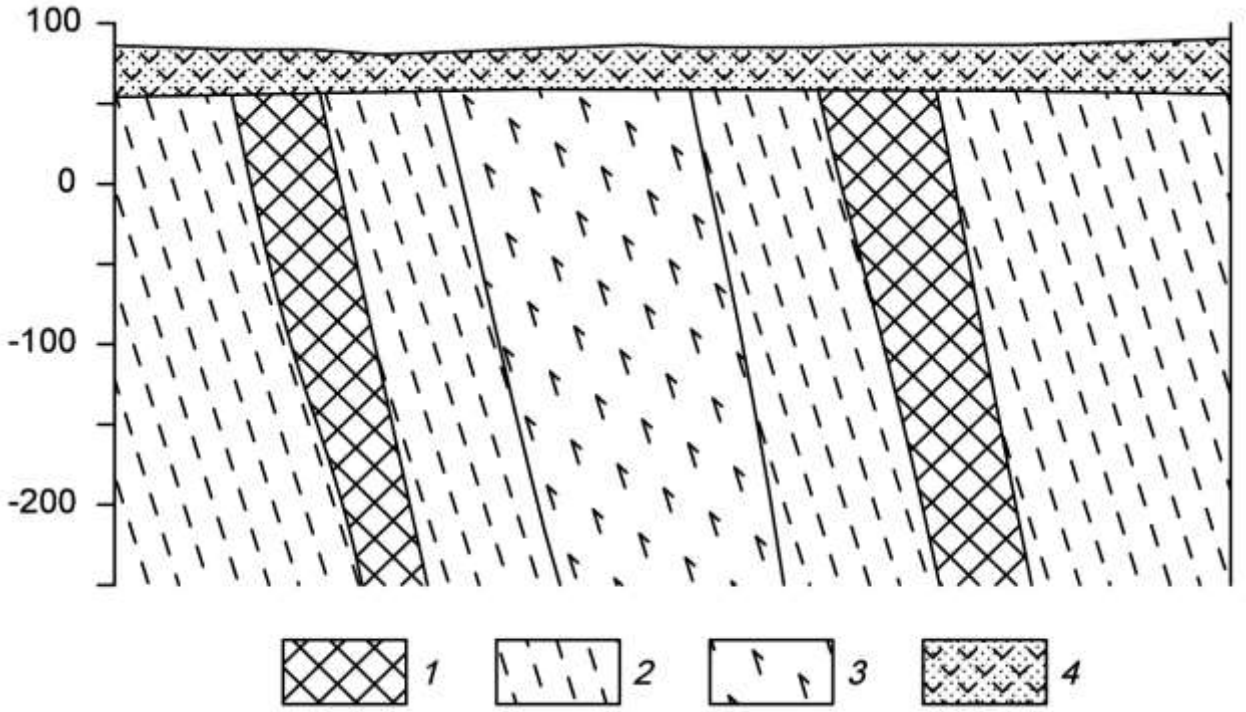
*Петрофизические свойства*

| № п/п | Разности пород | æ, $\times 10^{-5}$ ед.СИ | σ, г/см3 | ρ, Ом·м |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Дуниты | 900 | 2,96 | 980 |
| 2. | Хромитовые руды | 270 | 3,80 | 300 |
| 3. | Габбро-диабазы | 300 | 3,00 | 580 |
| 4. | Конгломераты | 50 | 2,21 | 900 |

*Вариант 5.* **Железо**

Месторождение железных руд имеет моноклинальную структуру (см. рис.). Рудная зона представлена двумя параллельными вытянутыми линзообразными телами железистых кварцитов, расположенных друг от друга на небольшом расстоянии. Простирание рудных тел и вмещающей их толщи гнейсов северо-восточное. Протяженность рудных тел по простиранию достигает 2 – 2,5 км. Перекрывающие отложения представлены туфо-песчаниками.

Месторождение находится на юге Якутии.




Схематический геологический разрез железорудного месторождения.
*1* – железистые кварциты, *2* – гнейсы, *3* – амфиболиты, *4* – туфопесчаники.

*Петрофизические свойства*

| № п/п | Разности пород | æ, $\times 10^{-5}$ ед.СИ | σ, г/см$^3$ | ρ, Ом·м |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Железистые кварциты | 10000 | 3,45 | 300 |
| 2. | Гнейсы | 2150 | 2,72 | 1000 |
| 3. | Амфиболиты | 1900 | 3,06 | 4000 |
| 4. | Туфопесчаники | 900 | 2,15 | 500 |

**Вариант 6. Медь**

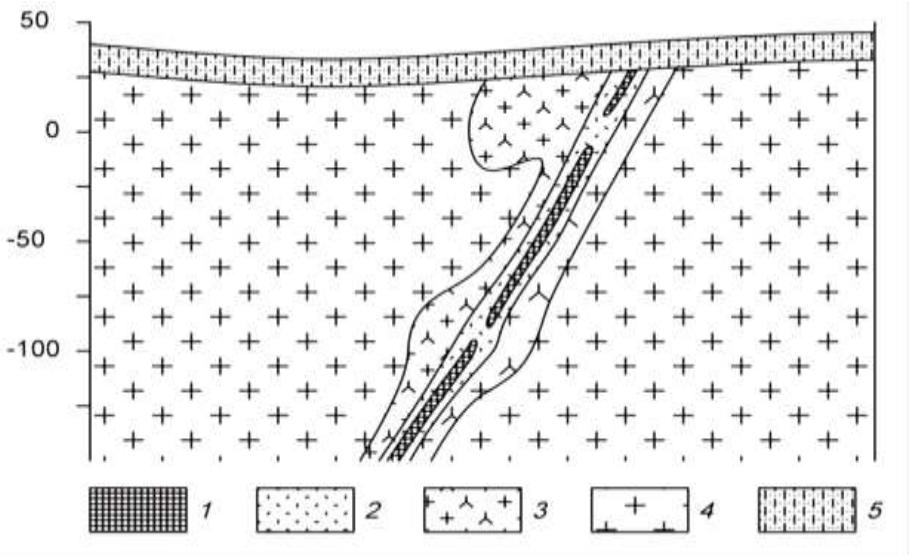
Кварц-сульфидное месторождение меди расположено в северо-западной части атиклинория, в эндоконтакте крупного батолита, сложенного гранитоидами. Основными структурными элементами месторождения являются, так называемые, рудные зоны – сложно построенные рудовмещающие трещинные структуры субмеридионального или северо-восточного простирания, секущие гранитоиды. Длина таких зон колеблется от нескольких сотен метров до первых километров.

Строение всех рудных зон однотипно. В осевой части проходит главный тектонический шов, выраженный милонитом мощностью от 5 – 10 см до 1 – 2 м. Шов состоит из ряда параллельных, часто кулисообразно расположенных трещин сложной формы.

Основные, наиболее крупные и выдержанные промышленные рудные тела располагаются вдоль главных швов рудных зон. Длина рудных тел по простиранию и падению колеблется от первых сотен метров до километра, мощность от первых до десятков метров.

Внутреннее строение рудных тел сложное. В пределах их выделяются жилы и линейные прожилково-вкрапленные зоны (см. рис.). В осевой части тел, как правило, располагаются жилы, сложенных кварц-магнетит-халькопиритовыми рудами, представляющими основную ценность. Жилы имеют четки контакты, часто ветвятся и имеют раздувы и пережимы. Линейные прожилково-вкрапленные зоны представляют собой гидротермально измененные гранитоиды, разбитые гутой сетью различно ориентированных кварц-кальцит-халькопиритовых и кварц-магнетит-халькопиритовых прожилков. В промежутках между прожилками наблюдается неравномерно распределенная вкрапленность.

Месторождение находится на юге Казахстана.




Схематический геологический разрез кварц-сульфидного медного месторождения.
*1* – кварц-магнетит-халькопиритовые руды, *2* – прожилково-вкрапленные руды, *3* – гидротерамально измененные граниты, *4* – биотитовые граниты, 5 – известковистые песчаники.

*Петрофизические свойства*

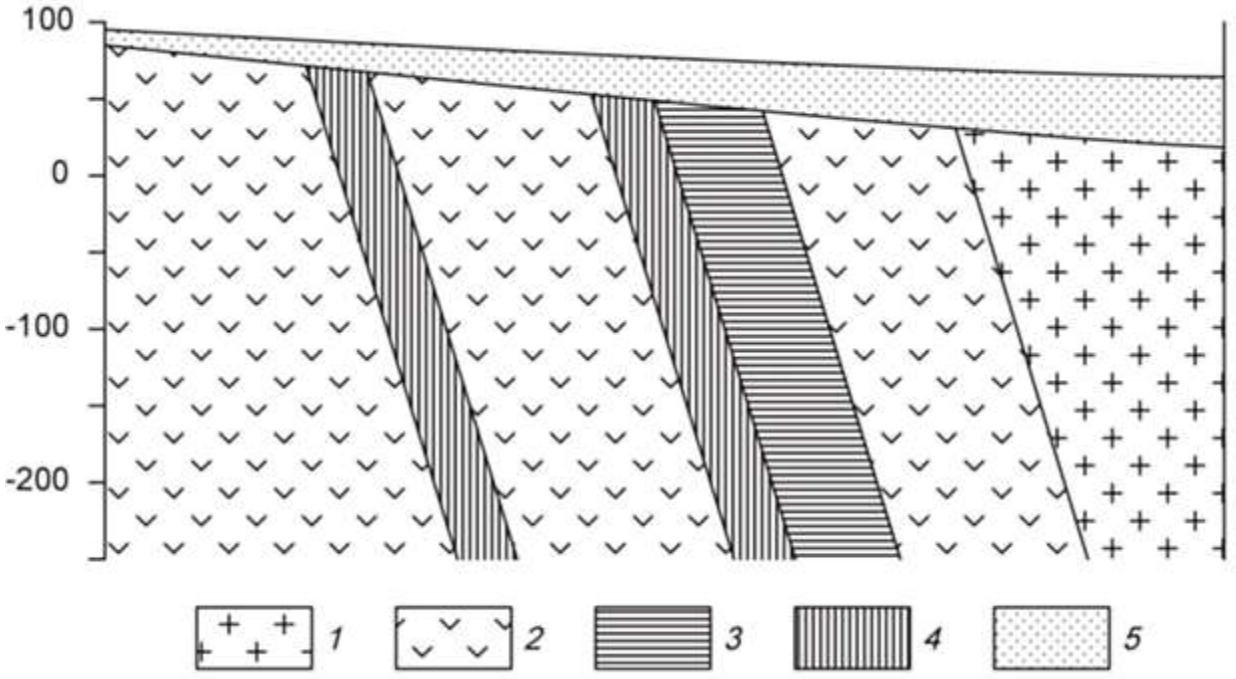
| № п/п | Разности пород | æ, $\times 10^{-5}$ ед.СИ | σ, г/см$^3$ | ρ, Ом·м |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Кварц-магнетит-халькопиритовые руды | 1300 | 2,68 | 1000 |
| 2. | Прожилково-вкрапленные руды | 500 | 2,60 | 1300 |
| 3. | Гидротерамально измененные граниты | 400 | 2,55 | 2300 |
| 4. | Биотитовые граниты | 370 | 2,59 | 2500 |
| 5. | Известковистые песчаники | 50 | 2,53 | 1300 |

*Вариант 7.* **Титан**

Месторождение титана магматического типа приурочено к массиву габбро северо-восточного простирания. Согласно с полосчатостью габбро залегают ильменитовые и титано-магнетитовые руды (см. рис.). Преобладают вкрапленные руды, для которых характерна сидеронитовая структура. Внутри зон вкрапленных руд встречаются линзочки сплошных. Границы рудных тел не четкие, переходы от рудных участков к безрудным – постепенные. Рудные тела и вмещающие породы перекрыты элювиальными отложениями песчано-глинистого состава.

Титаномагнетит в сплошных и вкрапленных рудах обогащен титаном (до 13,4 % $TiO_2$), также в нем встречаются пластинчатые включения ильменита. В сплошных рудах в основном присутствует титаномагнетит, а количество зерен ильменита не превышает 3-5%.

Месторождение расположено на Южном Урале.




Схематический геологический разрез месторождения титана.
*1* – граниты, *2* – габбро мезо- и меланократовое, *3* – вкрапленные ильменитовые руды, *4* – вкрапленные титаномагнетитовые руды, 5 – элювиальные отложения.

*Петрофизические свойства*

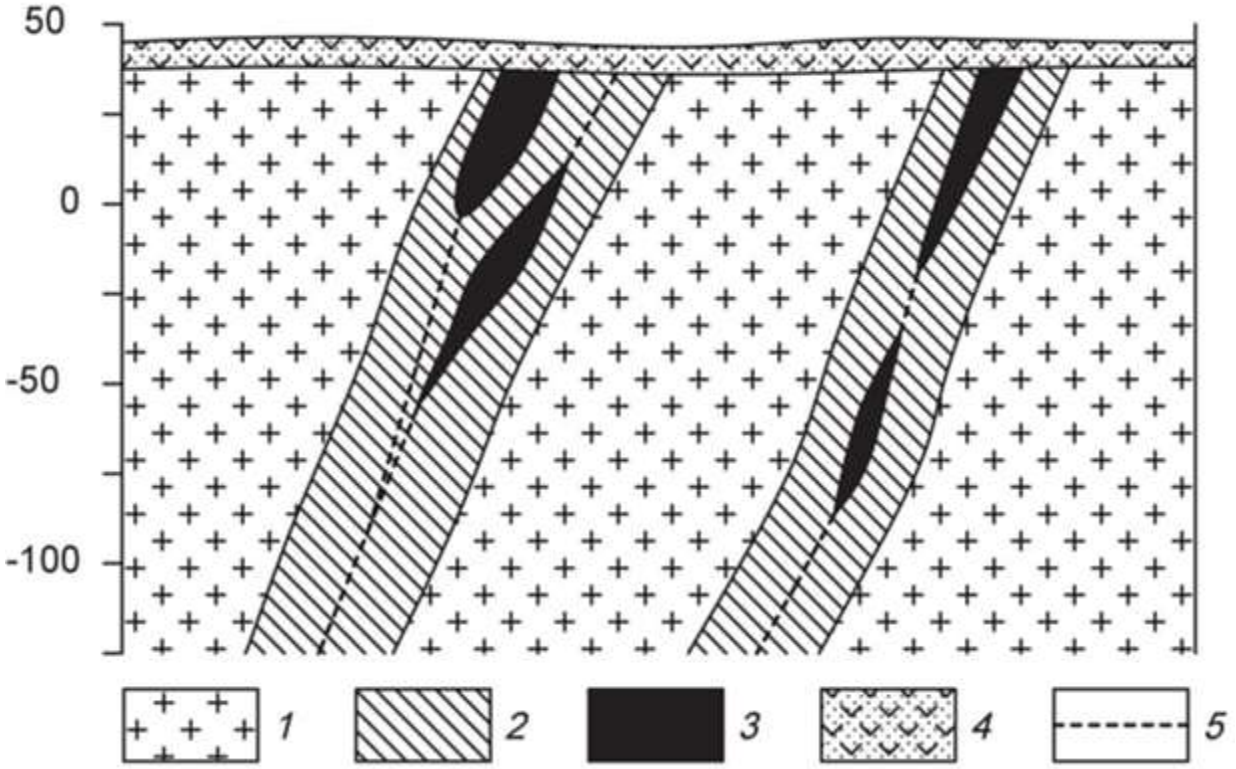
| № п/п | Разности пород | æ, $\times 10^{-5}$ ед.СИ | σ, г/см$^3$ | ρ, Ом·м |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Граниты | 370 | 2,58 | 3000 |
| 2. | Габбро | 1800 | 2,95 | 5000 |
| 3. | Вкрапленные ильменитовые руды | 1900 | 3,51 | 2000 |
| 4. | Вкрапленные титаномагнетитовые руды | 2400 | 3,45 | 1500 |
| 5. | Элювиальные отложения | 120 | 2,00 | 800 |

*Вариант 8.* **Вольфрам**

Скарновое месторождение вольфрама приурочено к зонам альбитиза-ции в гранодиоритах. Рудные тела представляют собой зоны метасоматически преобразованных силикатных пород (см. рис.). Альбитизация либо наложена на более ранние скарны, либо образует самостоятельные зоны. Рудные тела приурочены к системам крутопадающих минерализованных трещин, среди которых выделяется основной разлом и оперяющие нарушения.

Полезным компонентом в метасоматически преобразованных породах является шеелит. Шеелит образует неравномерную вкрапленность, прожилки и гнезда.

Месторождение находится в Таджикистане.




Схематический геологический разрез месторождения вольфрама.
*1* – гранодиориты, *2* – зона интенсивной альбитизации, *3* – рудные тела, *4* – перекрывающие вулканогенно-осадочные толщи, 5 – тектонические нарушения.

*Петрофизические свойства*

| № п/п | Разности пород | æ, $\times 10^{-5}$ ед.СИ | σ, г/см$^3$ | ρ, Ом·м |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Гранодиориты | 300 | 2,71 | 4000 |
| 2. | Скарноиды альбитизированные | 270 | 2,65 | 3500 |
| 3. | Рудные тела | 320 | 2,74 | 1500 |
| 4. | Вулканогенно-осадочные породы | 320 | 2,35 | 1000 |

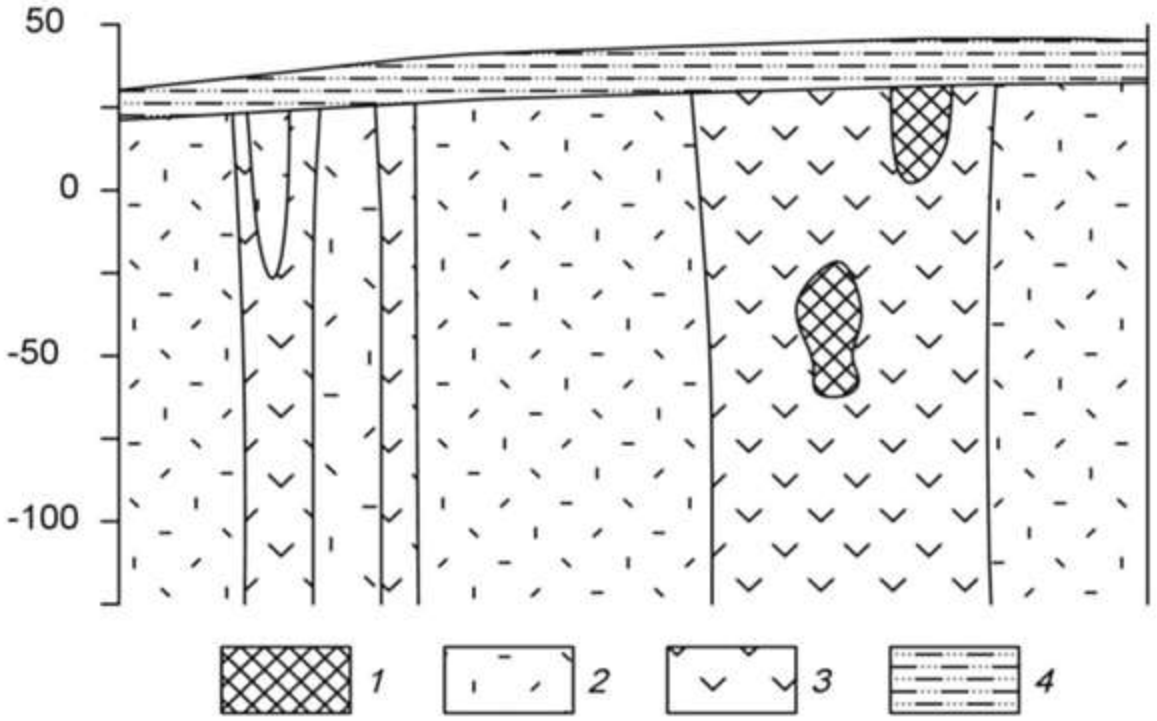
*Вариант 9.* **Хром**

Ультраосновной массив сложен разностями перидотитов, он вытянут в широтном направлении и имеет протяженность около 3 км. Массив сложен в главной массе гарцбургитами, среди которых обособляются неправильные линзообразные тела дунитов, вытянутые согласно простиранию массива. Каких либо закономерностей в размещении дунитовых обособлений среди гарцбургитов не устанавливается. Все ультраосновные породы массива в разной степени затронуты серпентинизацией (см. рис.).

Все хромитовые тела приурочены к обособлениям дунитов и, как правило, залегают согласно с ними. Рудные тела в основном субширотного про-стирания, обладают крутым северными или южным падением. Рудные тела имеют форму линз и гнезд.

Взаимоотношения рудных тел с смещающими дунитами различны. Известны постепенные переходы вкрапленных хромитовых руд к вмещающим дунитам, также рудные тела часто обладают резкими границами.

Месторождение находится в Армении.




Схематический геологический разрез хромитового месторождения.
*1* – хромитовые руды, *2* – перидотиты, *3* – дуниты, *4* – песчано-глинистые отложения.

*Петрофизические свойства*

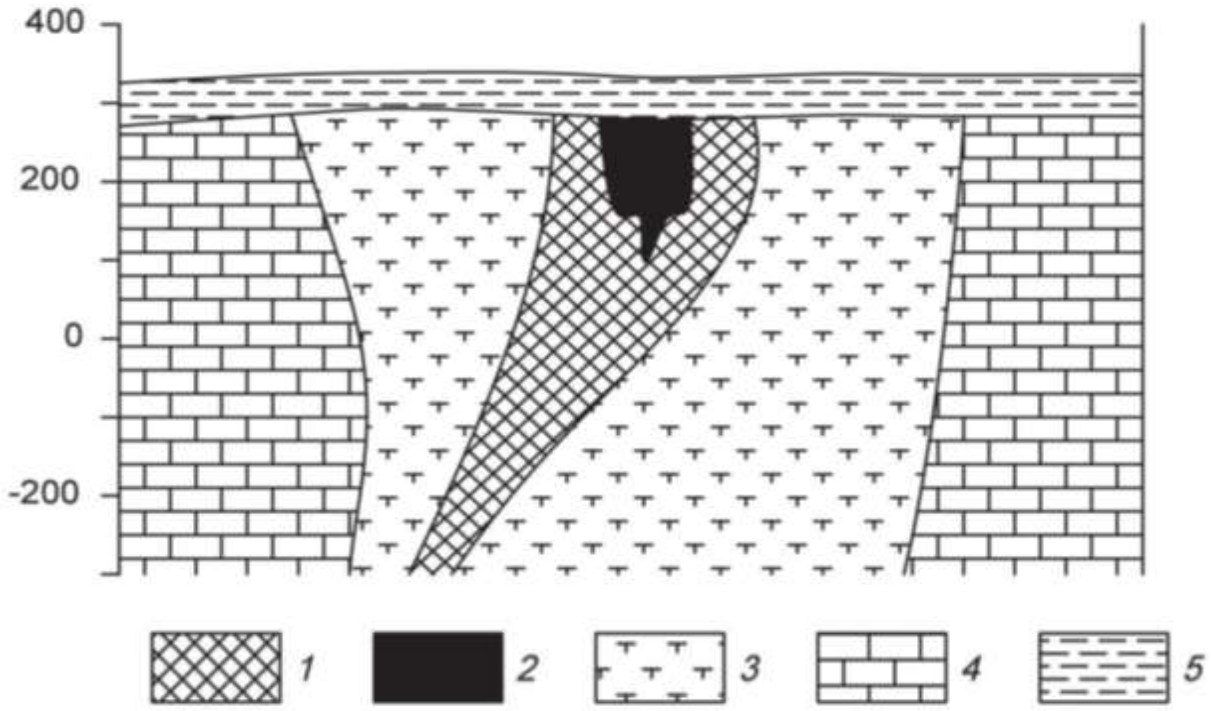
| № п/п | Разности пород | æ, $\times 10^{-5}$ ед.СИ | σ, г/см3 | ρ, Ом·м |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Хромитовые руды | 1050 | 4,11 | 1100 |
| 2. | Перидотиты | 1500 | 3,22 | 2800 |
| 3. | Дуниты | 1100 | 2,96 | 3400 |
| 4. | Суглинки, супеси | 120 | 2,22 | 300 |

*Вариант 10.* **Железо**

Железорудное месторождение гидротермального типа локализовано в карбонатных породах нижнего кембрия, слагающих чехол платформы. Рудоносная трубкообразная структура сложена эксплозивными брекчиями (см. рис.). Эксплозивные брекчии превращены в метасоматиты различного состава. Среди метасоматитов преобладают хлорит-серпентин-кальцитовые и кальцитовые, реже встречаются скарноподобные метасоматиты гранатового и пироксенового состава.

Среди промышленных типов руд брекчеевидные, вкрапленные и массивные магнетитовые руды, в коре выветривания – глинистые и сыпучие марит-магнетитовые и гематит-гидрогётитовые.

Месторождение находится в Красноярском крае.




Схематический геологический разрез железорудного месторождения.
*1* – магнетитовые руды с содержанием железа 20-50%, *2* – магнетитовые руды с содержанием железа более 50%, *3* – частично метасоматически измененные эксплозивные брекчии или метасоматиты, *4* – известняки, *5* – глинистые перекрывающие отложения.

*Петрофизические свойства*

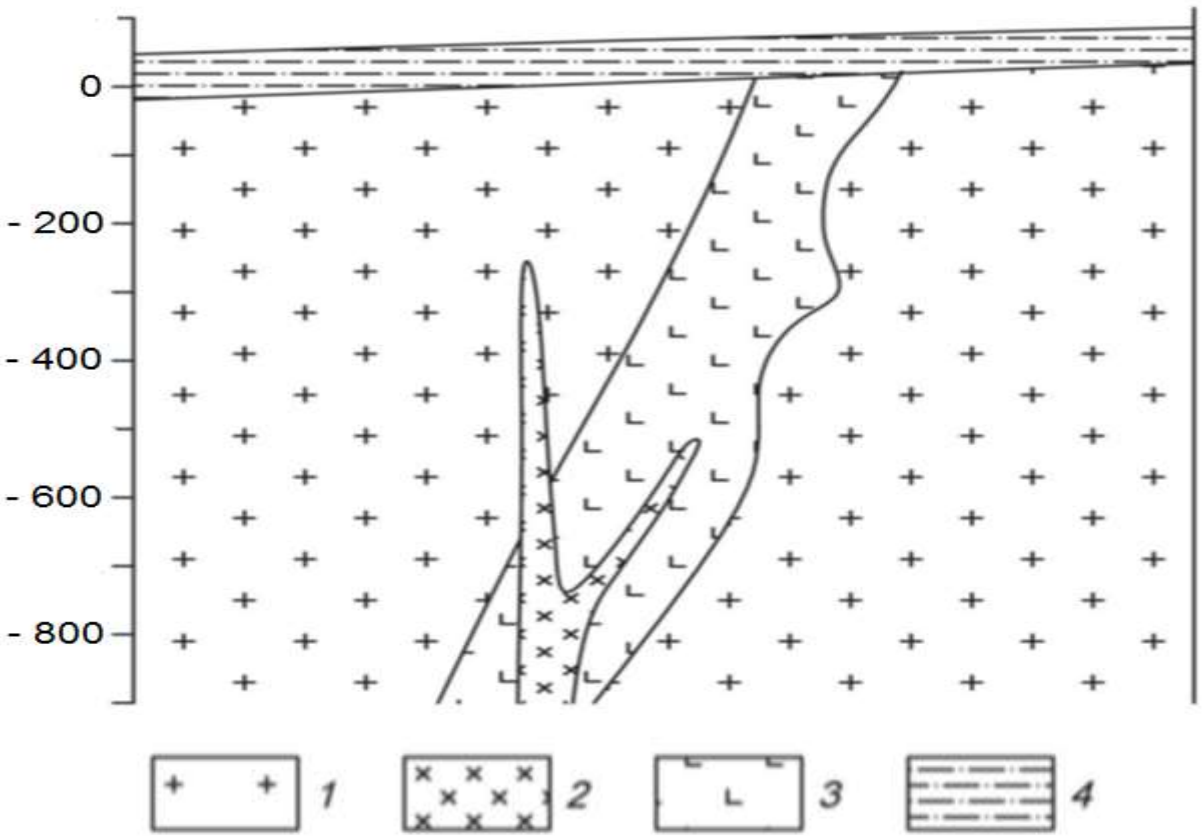
| № п/п | Разности пород | æ, $\times 10^{-5}$ ед. СИ | σ, г/см$^3$ | ρ, Ом·м |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Магнетитовые руды с содержанием железа 20-50% | 8000 | 2,74 | 500 |
| 2. | Магнетитовые руды с содержанием железа более 50% | 11000 | 2,91 | 300 |
| 3. | Метасоматически измененные эксплозивные брекчии или метасоматиты | 340 | 2,51 | 1000 |
| 4. | Известняки | 170 | 2,63 | 2300 |
| 5. | Глины | 250 | 2,02 | 120 |

*Вариант 11.* **Золото**

Месторождение Вишневое приурочено к интрузивным образованиям раннего протерозоя, являющимся вмещающими породами для эксплозивных структур, выполненных жерловыми и субвулканическими фациями раннетриасового возраста (см. рис.).

Распределение полезных компонентов в ней имеет неравномерный, столбообразный, линзообразный и гнездовый характер, с наличием раздувов, пережимов и прослоев слабо золотоносных пород в контуре кондиционных руд. Наиболее богатые руды тяготеют к осевой части зоны метасоматитов, где они концентрируются в виде согласных полос. Четких геологических границ обогащенные участки не имеют и выделяются только по данным опробования.

Месторождение расположено в Западной Сибири.




Схематический геологический разрез золоторудного месторождения Красное.
*1* – раннепротерозойский среднезернистые порфировидные грани-тоиды, *2* – позднеюрские дайки диоритов, *3* – раннетриасовые гидротермально измененные эруптивные брекчии гранодиорит-порфиров, *4* – четвертич-ные отложения, представленные суглинками.

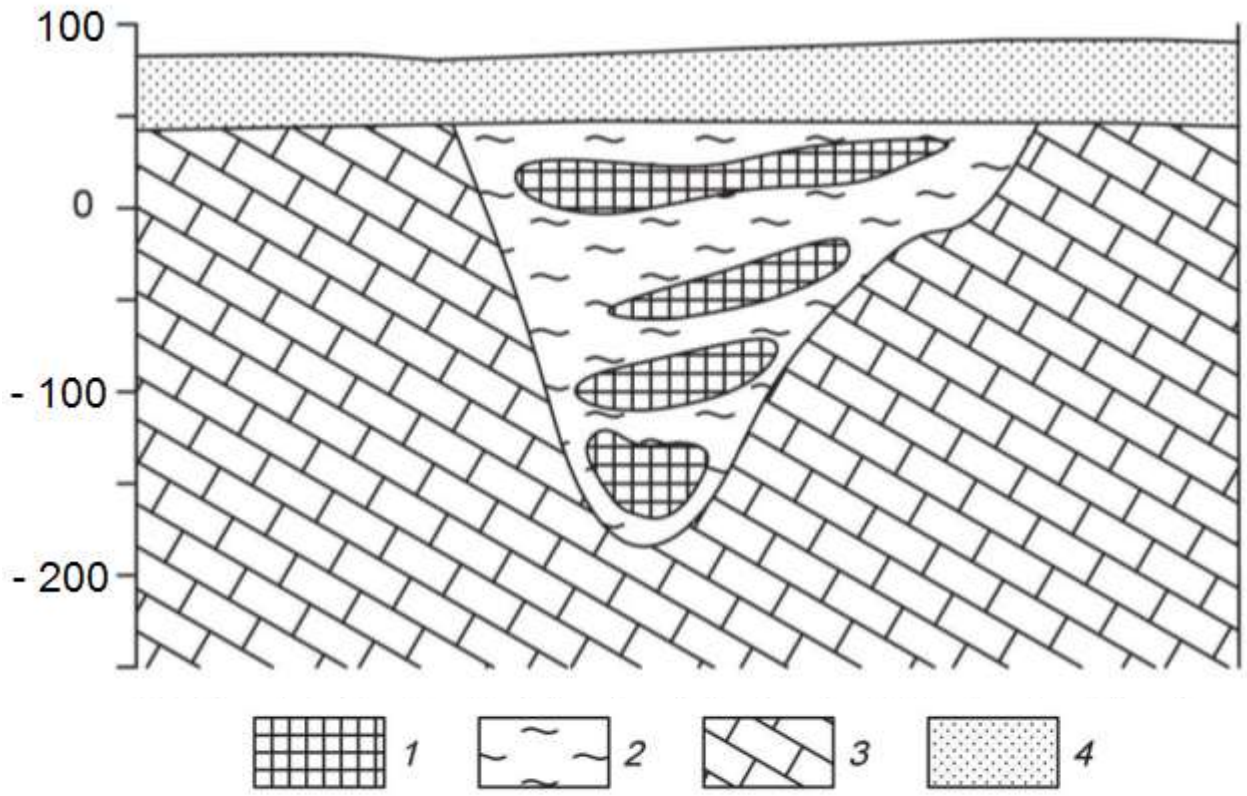
*Петрофизические свойства*

| № п/п | Разности пород | æ, $\times 10^{-5}$ ед.СИ | σ, г/см$^3$ | ρ, Ом·м |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Порфировидные гранитоиды | 150 | 2,68 | 2200 |
| 2. | Диориты | 2500 | 2,75 | 5000 |
| 3. | Эруптивные брекчии грано-дирорит-порфиров | 480 | 2,57 | 1500 |
| 4. | Суглинки | 70 | 1,95 | 200 |

*Вариант 12.* **Бокситы**

Месторождение бокситов относится к карстовому типу. Тела бокситов приурочены к древним карстовым воронкам в карбонатных породах верхнего протерозоя, и состоят из нескольких разностей (см. рис.). Карстовые воронки заполнены рыхлыми и глинистыми бокситами, в которых встречаются каменистые разности. Каменистые бокситы имеют небольшие размеры и линзообразную, гнездовидную форму. Сверху залегают четвертичные перекрывающие отложения, представленные песками и супесями.

Месторождения данного типа развиты на Енисейском кряже.




Схематический геологический разрез месторождения бокситов.
*1* – бокситы каменистые, *2* – глинистые бокситы, *3* – известняки, *4* – пески, супеси.

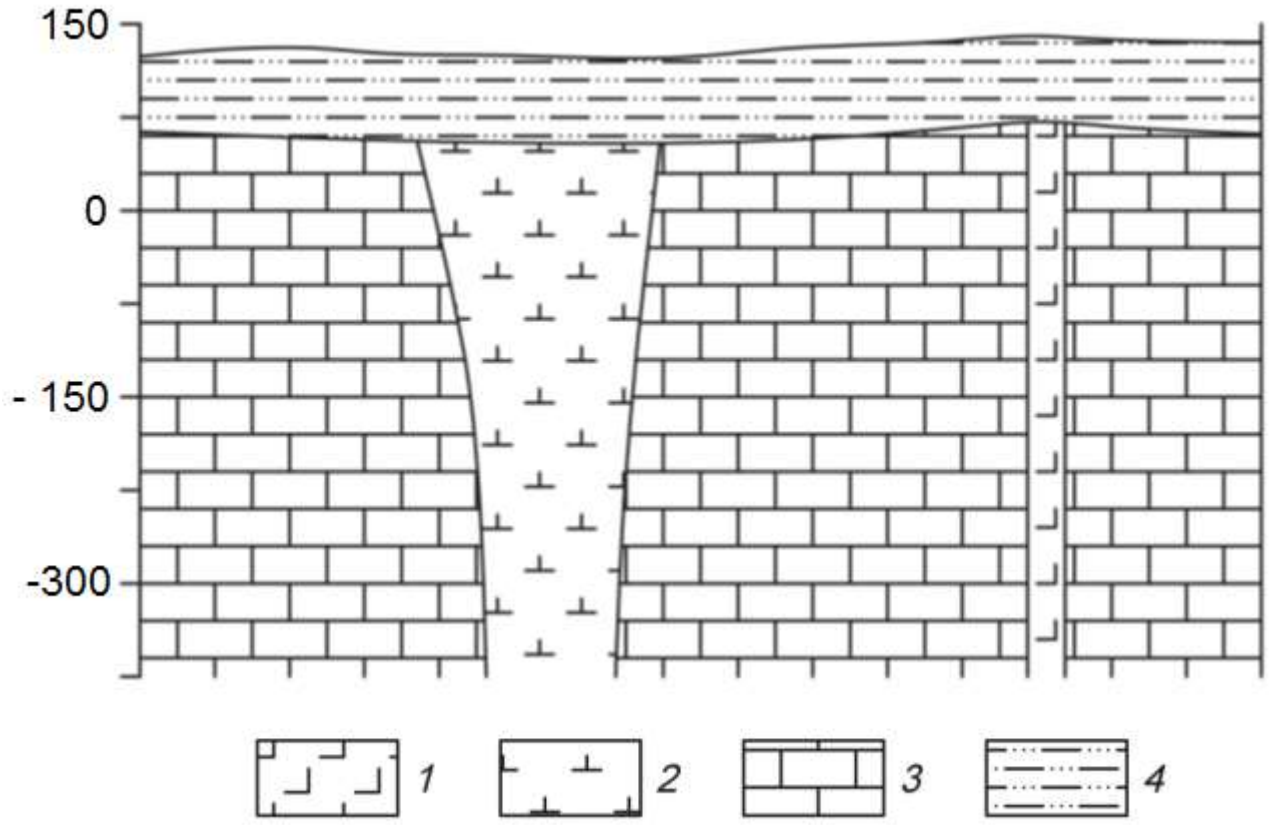
*Петрофизические свойства*

| № п/п | Разности пород | æ, $\times 10^{-5}$ ед.СИ | σ, г/см$^3$ | ρ, Ом·м |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Бокситы каменистые | 300 | 3,0 | 280 |
| 2. | Бокситы глинистые | 189 | 2,27 | 290 |
| 3. | Известняки | 400 | 2,68 | 2000 |
| 4. | Пески, супеси | 100 | 1,81 | 500 |

*Вариант 13.* **Алмазы**

Коренные месторождения алмазов связаны с кимберлитовыми трубка-ми взрыва. Кимберлитовые тела локализуются в зонах растяжения, связанными с узлами пересечения разломов. Вмещающими для кимберлитов поро-дами являются карбонатные отложения кембрия и ордовика (см. рис.). На площади широко распространены дайки долеритов. Кимберлиты и вмещающие породы перекрыты юрскими песчано-глинистыми отложениями.

Кимберлитовое тело находится в Мало-Ботуобинском алмазоносном районе на западе Якутии.




Схематический геологический разрез кимберлитовой трубки.
*1* – долериты, *2* – кимберлиты, *3* – известняки, *4* – песчано-глинистые отложения.

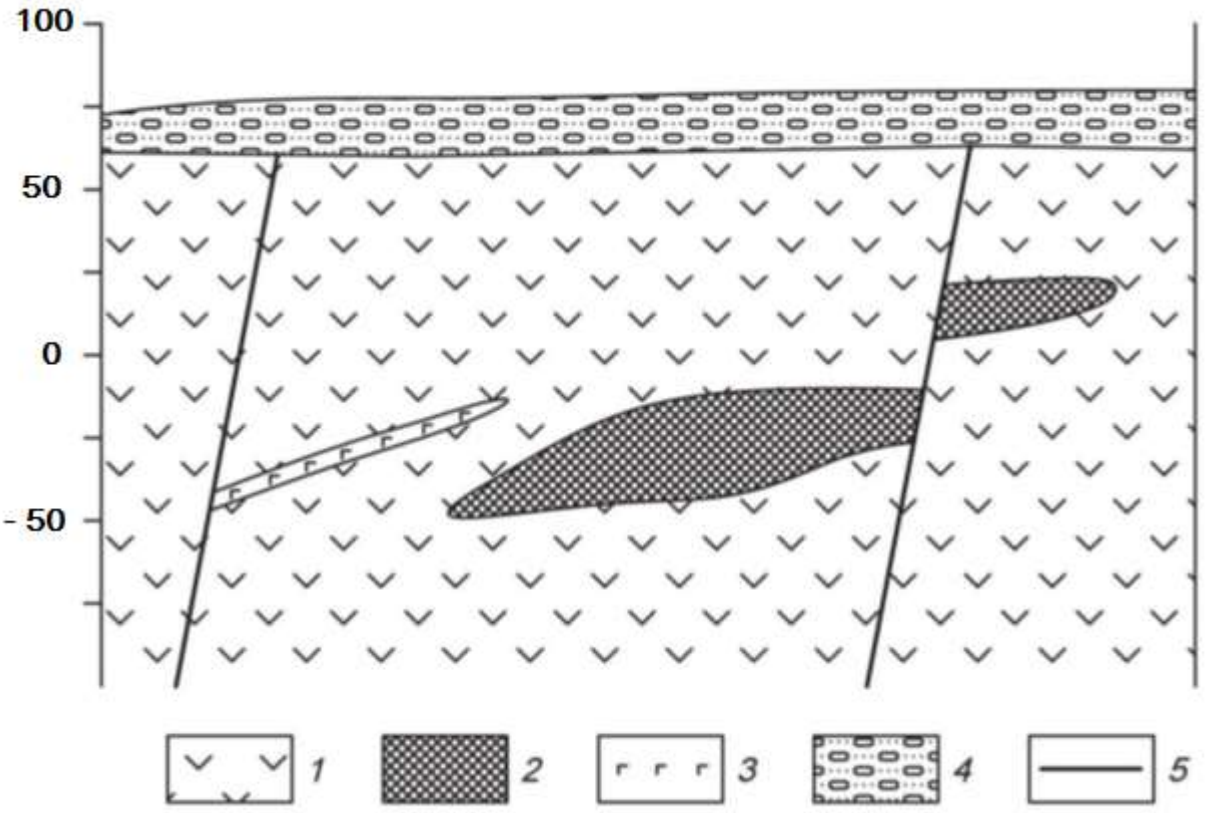
*Петрофизические свойства*

| № п/п | Разности пород | æ, $\times 10^{-5}$ ед.СИ | σ, г/см$^3$ | ρ, Ом·м |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Долериты | 2500 | 2,92 | 16000 |
| 2. | Кимберлиты | 300 | 2,35 | 120 |
| 3. | Известняки | 20 | 2,68 | 900 |
| 4. | Глины, суглинки | 30 | 2,09 | 150 |

*Вариант 14.* **Хром**

Рудные тела сложены густовкрапленными, почти сплошными хроми-тами (см. рис.). Они имеют субмеридиональное простирание и пологое субгоризонтальное залегание. Тела пересекаются сбросовыми тектонически-ми нарушениями, круто падающими на юг и юго-запад под углами 70-80°. Непосредственно вмещающие породы представлены серпентинизированные дуниты или серпентиниты, развитые по дунитам. Контакты рудных тел со вмещающими породами резкие. Вмещающие породы и рудные тела перекрыты мезо-кайнозойскими конгломератами.

Месторождение приурочено к Кемпирсайскому хромитоносному мас-сиву (Республика Казахстан).




Схематический геологический разрез хромитового месторождения.
*1* – дуниты, *2* – хромитовые руды, *3* – габбро-диабазы, *4* – конгломераты.

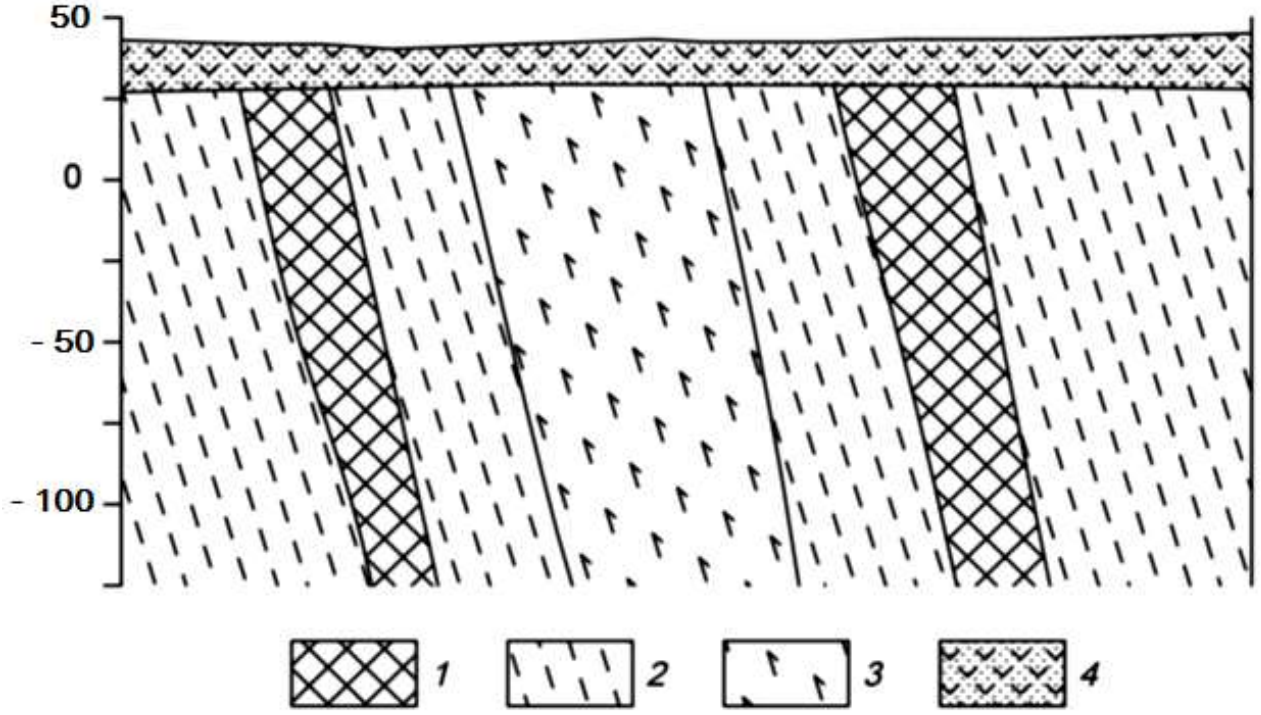
*Петрофизические свойства*

| № п/п | Разности пород | æ, $\times 10^{-5}$ ед.СИ | σ, г/см3 | ρ, Ом·м |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Дуниты | 700 | 3,04 | 1000 |
| 2. | Хромитовые руды | 140 | 3,90 | 200 |
| 3. | Габбро-диабазы | 800 | 2,94 | 1000 |
| 4. | Конгломераты | 90 | 2,03 | 1000 |

*Вариант 15.* **Железо**

Месторождение железных руд имеет моноклинальную структуру (см. рис.). Рудная зона представлена двумя параллельными вытянутыми линзообразными телами железистых кварцитов, расположенных друг от друга на небольшом расстоянии. Простирание рудных тел и вмещающей их толщи гнейсов северо-восточное. Протяженность рудных тел по простиранию достигает 2 – 2,5 км. Перекрывающие отложения представлены туфо-песчаниками.

Месторождение находится на юге Якутии.




Схематический геологический разрез железорудного месторождения.
*1* – железистые кварциты, *2* – гнейсы, *3* – амфиболиты, *4* – туфопесчаники.

*Петрофизические свойства*

| № п/п | Разности пород | æ, $\times 10^{-5}$ ед.СИ | σ, г/см$^3$ | ρ, Ом·м |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Железистые кварциты | 9000 | 3,84 | 500 |
| 2. | Гнейсы | 1600 | 2,68 | 1500 |
| 3. | Амфиболиты | 1500 | 2,88 | 2000 |
| 4. | Туфопесчаники | 450 | 2,10 | 200 |

*Вариант 16.* **Медь**

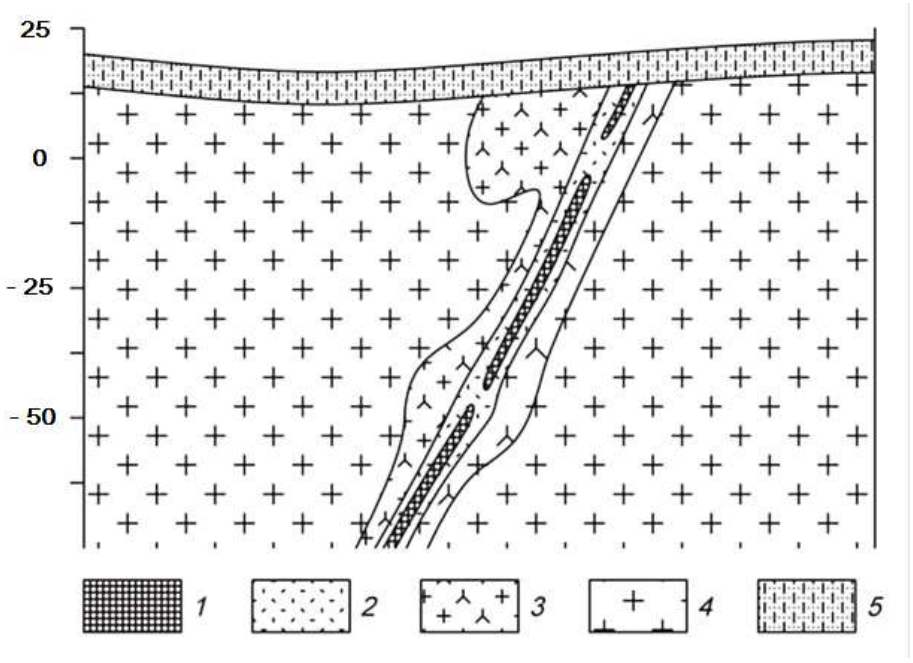
Кварц-сульфидное месторождение меди расположено в северо-западной части антиклинория, в эндоконтакте крупного батолита, сложенного гранитоидами. Основными структурными элементами месторождения являются, так называемые, рудные зоны – сложно построенные рудовмещающие трещинные структуры субмеридионального или северо-восточного простирания, секущие гранитоиды. Длина таких зон колеблется от нескольких сотен метров до первых километров.

Строение всех рудных зон однотипно. В осевой части проходит глав-ной тектонический шов, выраженный милонитом мощностью от 5 – 10 см, до 1 – 2 м. Шов состоит из ряда параллельных, часто кулисообразно расположенных трещин сложной формы.

Основные, наиболее крупные и выдержанные промышленные рудные тела располагаются вдоль главных швов рудных зон. Длина рудных тел по простиранию и падению колеблется от первых сотен метров до километра, мощность от первых до десятков метров.

Внутреннее строение рудных тел сложное. В пределах их выделяются жилы и линейные прожилково-вкрапленные зоны (см. рис.). В осевой части тел, как правило, располагаются жилы, сложенных кварц-магнетит-халькопиритовыми рудами, представляющими основную ценность. Жилы имеют четки контакты, часто ветвятся и имеют раздувы и пережимы. Линейные прожилково-вкрапленные зоны представляют собой гидротермально измененные гранитоиды, разбитые гутой сетью различно ориентированных кварц-кальцит-халькопиритовых и кварц-магнетит-халькопиритовых прожилков. В промежутках между прожилками наблюдается неравномерно распределенная вкрапленность.

Месторождение находится на юге Казахстана.




Схематический геологический разрез кварц-сульфидного медного месторождения.
*1* – кварц-магнетит-халькопиритовые руды, *2* – прожилково-вкрапленные руды, *3* – гидротерамально измененные граниты, *4* – биотито-вые граниты, 5 – известковистые песчаники.

*Петрофизические свойства*

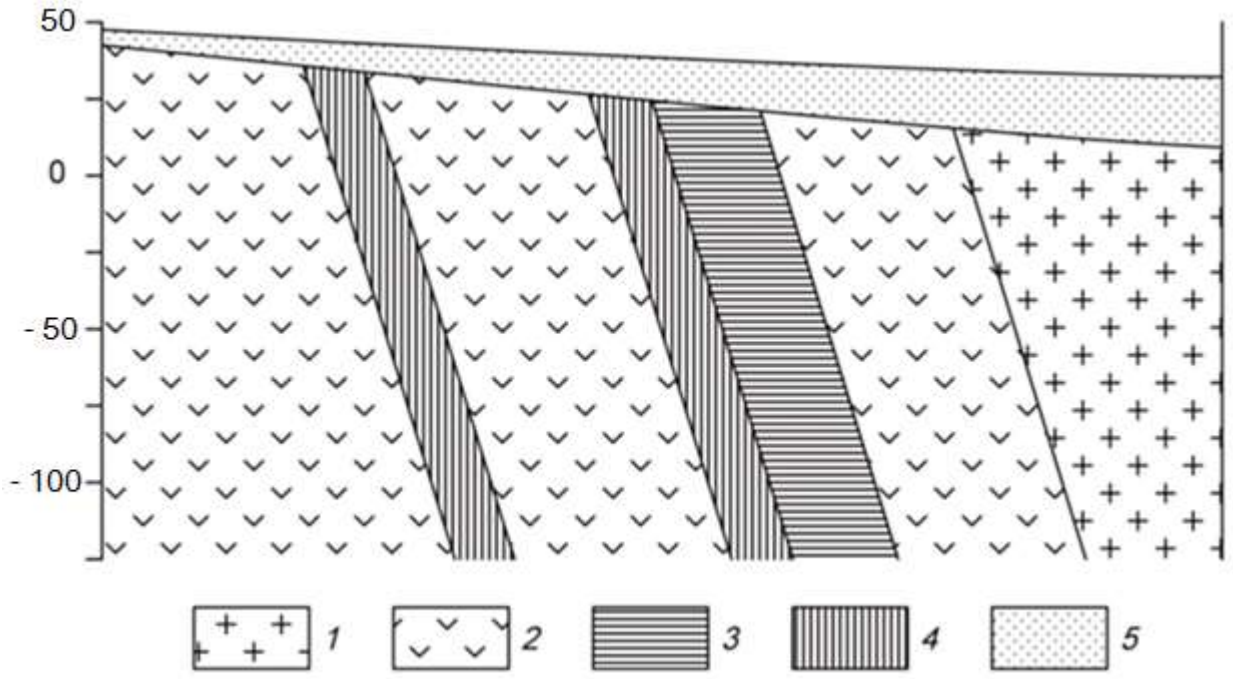
| № п/п | Разности пород | æ, $\times 10^{-5}$ ед.СИ | σ, г/см$^3$ | ρ, Ом·м |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Кварц-магнетит-халькопиритовые руды | 1870 | 2,71 | 1100 |
| 2. | Прожилково-вкрапленные руды | 1000 | 2,61 | 1300 |
| 3. | Гидротерамально измененные граниты | 700 | 2,62 | 2500 |
| 4. | Биотитовые граниты | 890 | 2,57 | 2800 |
| 5. | Известковистые песчаники | 70 | 2,48 | 1000 |

*Вариант 17.* **Титан**

Месторождение титана магматического типа приурочено к массиву габбро северо-восточного простирания. Согласно с полосчатостью габбро залегают ильменитовые и титано-магнетитовые руды (см. рис.). Преобладают вкрапленные руды, для которых характерна сидеронитовая структура. Внутри зон вкрапленных руд встречаются линзочки сплошных. Границы рудных тел не четкие, переходы от рудных участков к безрудным – постепенные. Рудные тела и вмещающие породы перекрыты элювиальными отложениями песчано-глинистого состава.

Титаномагнетит в сплошных и вкрапленных рудах обогащен титаном (до 13,4 % $TiO_2$), также в нем встречаются пластинчатые включения ильменита. В сплошных рудах в основном присутствует титаномагнетит, а количество зерен ильменита не превышает 3-5%.

Месторождение расположено на Южном Урале.




Схематический геологический разрез месторождения титана.
*1* – граниты, *2* – габбро мезо- и меланократовое, *3* – вкрапленные ильменитовые руды, *4* – вкрапленные титаномагнетитовые руды, 5 – элювиальные отложения.

*Петрофизические свойства*

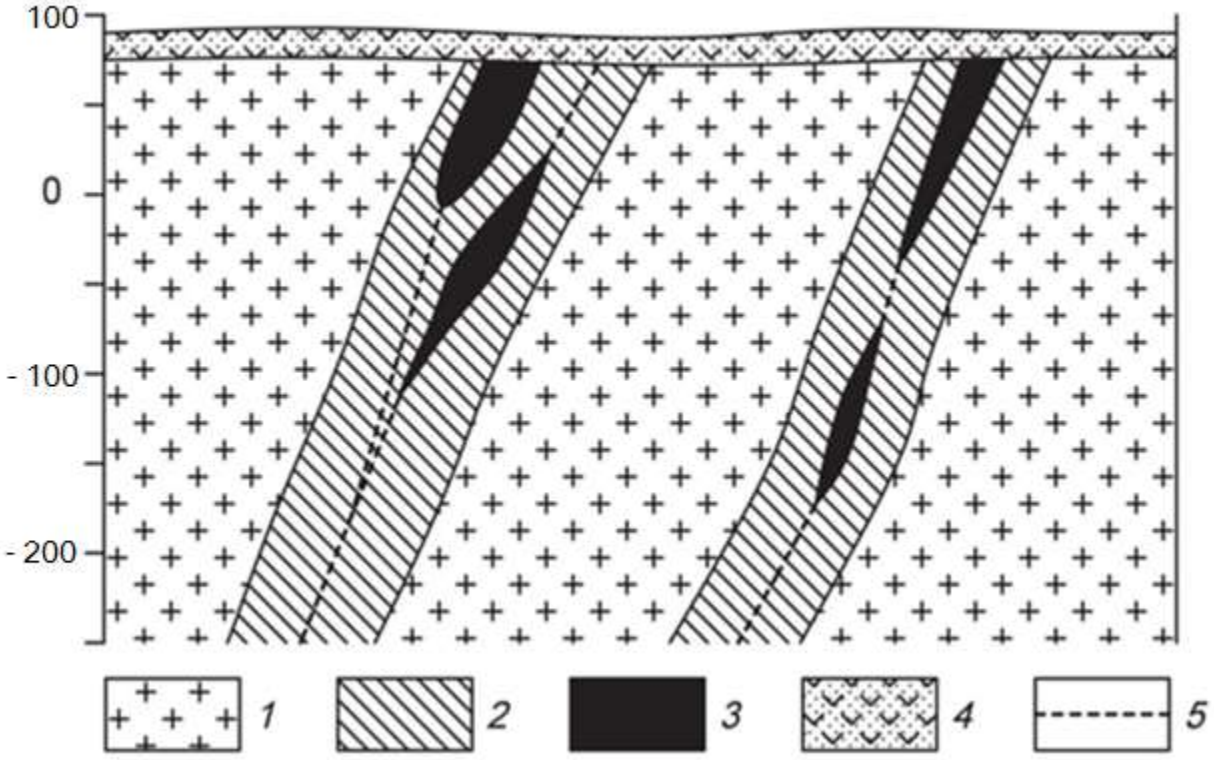
| № п/п | Разности пород | æ, $\times 10^{-5}$ ед.СИ | σ, г/см$^3$ | ρ, Ом·м |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Граниты | 250 | 2,55 | 4000 |
| 2. | Габбро | 1300 | 2,93 | 6000 |
| 3. | Вкрапленные ильменитовые руды | 1500 | 3,60 | 2500 |
| 4. | Вкрапленные титаномагнетитовые руды | 2500 | 3,37 | 1900 |
| 5. | Элювиальные отложения | 200 | 1,93 | 1000 |

*Вариант 18.* **Вольфрам**

Скарновое месторождение вольфрама приурочено к зонам альбитиза-ции в гранодиоритах. Рудные тела представляют собой зоны метасоматически преобразованных силикатных пород (см. рис.). Альбитизация либо наложена на более ранние скарны, либо образует самостоятельные зоны. Рудные тела приурочены к системам крутопадающих минерализованных трещин, среди которых выделяется основной разлом и оперяющие нарушения.

Полезным компонентом в метасоматически преобразованных породах является шеелит. Шеелит образует неравномерную вкрапленность, прожилки и гнезда.

Месторождение находится в Таджикистане.




Схематический геологический разрез месторождения вольфрама.
*1* – гранодиориты, *2* – зона интенсивной альбитизации, *3* – рудные тела, *4* – перекрывающие вулканогенно-осадочные толщи, 5 – тектонические нарушения.

*Петрофизические свойства*

| № п/п | Разности пород | æ, $\times 10^{-5}$ ед.СИ | σ, г/см$^3$ | ρ, Ом·м |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Гранодиориты | 300 | 2,68 | 3000 |
| 2. | Скарноиды альбитизированные | 270 | 2,58 | 3200 |
| 3. | Рудные тела | 310 | 2,92 | 1200 |
| 4. | Вулканогенно-осадочные породы | 340 | 2,29 | 900 |

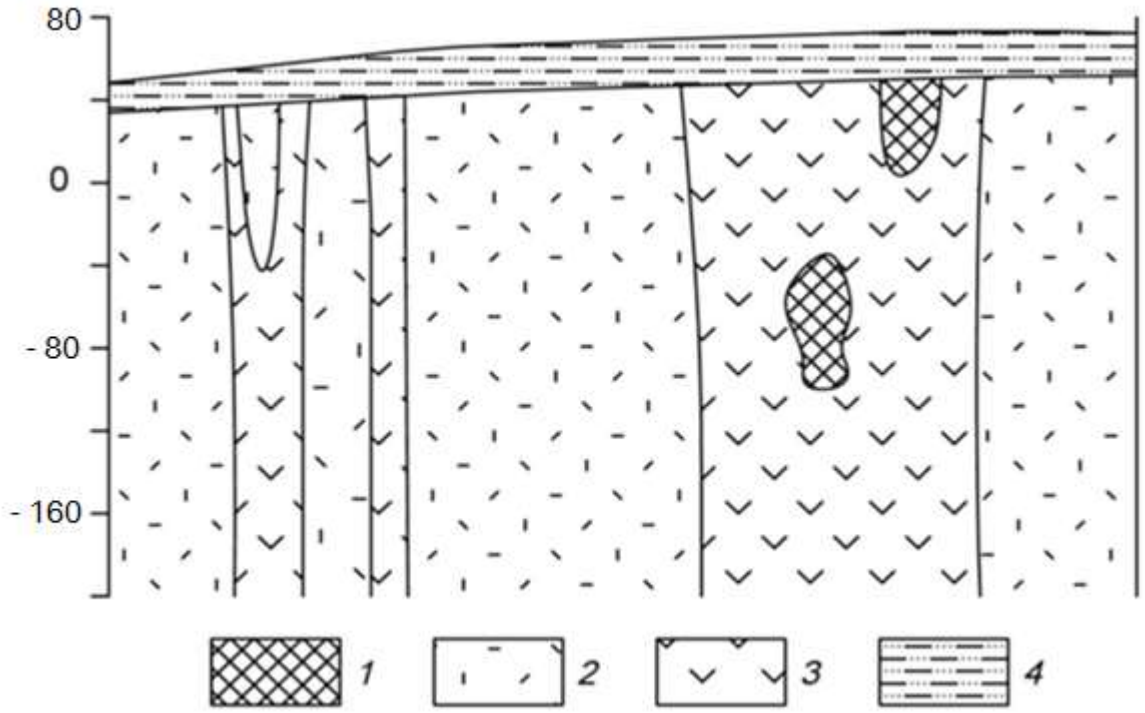
**Вариант 19. Хром**

Ультраосновной массив сложен разностями перидотитов, он вытянут в широтном направлении и имеет протяженность около 3 км. Массив сложен в главной массе гарцбургитами, среди которых обособляются неправильные линзообразные тела дунитов, вытянутые согласно простиранию массива. Каких либо закономерностей в размещении дунитовых обособлений среди гарцбургитов не устанавливается. Все ультраосновные породы массива в разной степени затронуты серпентинизацией (см. рис.).

Все хромитовые тела приурочены к обособлениям дунитов и, как правило, залегают согласно с ними. Рудные тела в основном субширотного про-стирания, обладают крутым северными или южным падением. Рудные тела имеют форму линз и гнезд.

Взаимоотношения рудных тел с смещающими дунитами различны. Известны постепенные переходы вкрапленных хромитовых руд к вмещающим дунитам, также рудные тела часто обладают резкими границами.

Месторождение находится в Армении.




Схематический геологический разрез хромитового месторождения.
*1* – хромитовые руды, *2* – перидотиты, *3* – дуниты, *4* – песчано-глинистые отложения.

*Петрофизические свойства*

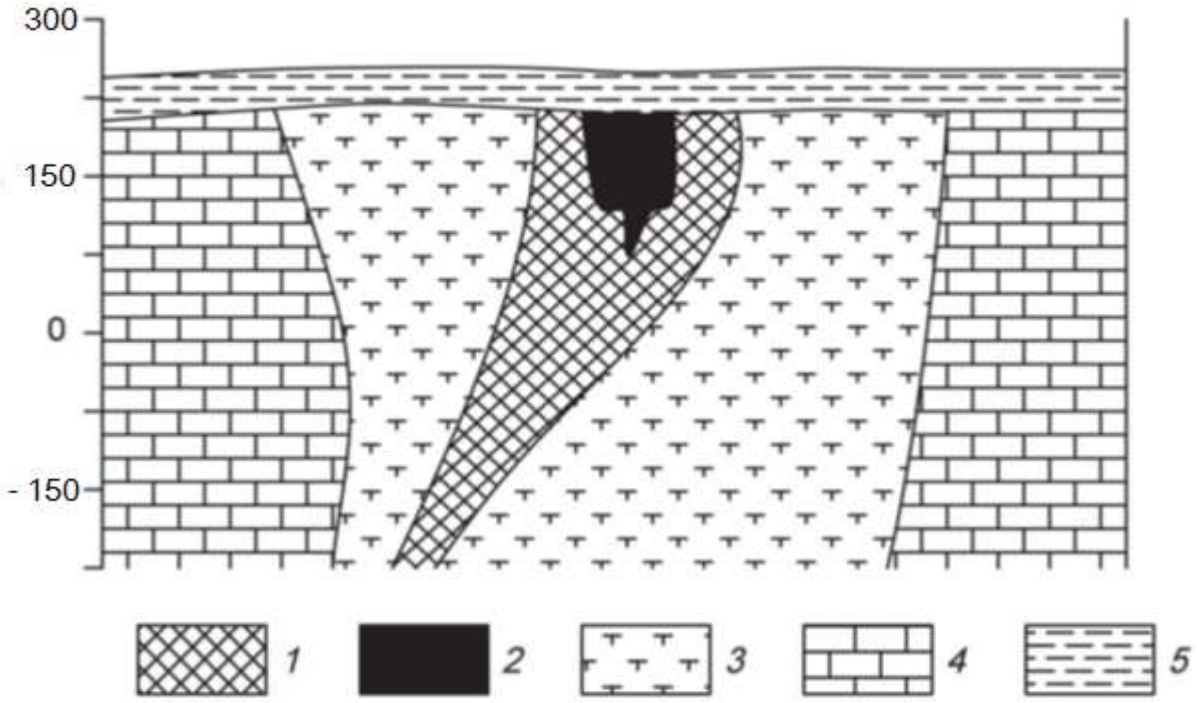
| № п/п | Разности пород | æ, $\times 10^{-5}$ ед. СИ | σ, г/см$^3$ | ρ, Ом·м |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Хромитовые руды | 1300 | 4,30 | 900 |
| 2. | Перидотиты | 2100 | 3,27 | 3200 |
| 3. | Дуниты | 1200 | 2,84 | 3000 |
| 4. | Суглинки, супеси | 200 | 2,15 | 280 |

*Вариант 20.* **Железо**

Железорудное месторождение гидротермального типа локализовано в карбонатных породах нижнего кембрия, слагающих чехол платформы. Рудоносная трубкообразная структура сложена эксплозивными брекчиями (см. рис.). Эксплозивные брекчии превращены в метасоматиты различного соста-ва. Среди метасоматитов преобладают хлорит-серпентин-кальцитовые и кальцитовые, реже встречаются скарноподобные метасоматиты гранатового и пироксенового состава.

Среди промышленных типов руд брекчеевидные, вкрапленные и мас-сивные магнетитовые руды, в коре выветривания – глинистые и сыпучие ма-рит-магнетитовые и гематит-гидрогётитовые.

Месторождение находится в Красноярском крае.




Схематический геологический разрез железорудного месторождения.
*1* – магнетитовые руды с содержанием железа 20-50%, *2* – магнетитовые руды с содержанием железа более 50%, *3* – частично метасоматически измененные эксплозивные брекчии или метасоматиты, *4* – известняки, *5* – глинистые перекрывающие отложения.

*Петрофизические свойства*

| № п/п | Разности пород | æ, $\times 10^{-5}$ ед. СИ | σ, г/см3 | ρ, Ом·м |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Магнетитовые руды с содержанием железа 20-50% | 6500 | 2,78 | 400 |
| 2. | Магнетитовые руды с содержанием железа более 50% | 12000 | 3,05 | 200 |
| 3. | Метасоматически измененные эксплозивные брекчии или метасоматиты | 210 | 2,64 | 900 |
| 4. | Известняки | 120 | 2,71 | 2000 |
| 5. | Глины | 270 | 1,98 | 180 |

## 5. Список рекомендованной литературы

**Основная литература:**

| № п/п | Наименование | Кол-во экз. в библиотеке |
|---|---|---|
| 1. | *Соколов А.Г.* Полевая геофизика: учебное пособие / А.Г. Соколов, О.В. Попова, Т.М. Кечина. — Электрон. текстовые данные. — Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2015. — 160 с. — 978-5-7410-1182-9. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/33649.html | Электронный ресурс |
| 2. | *Хмелевской В.К.* Основы геофизических методов: учебник для вузов / В.К. Хмелевской, В.И. Костицын; Перм. ун-т. – Пермь, 2010. – 400 с.: ил. SBN 978-5-7944-1428-8. — Режим доступа: http://www.psu.ru/nauka/elektronnye-publikatsii/uchebnye-posobiya-i-metodicheskie-materialy/v-k-khmelevskoj-v-i-kostitsyn-osnovy-geofizicheskikh-metodov | Электронный ресурс |
| 3. | *Соколенко Е.В.* Общий курс полевой геофизики. Часть 1: лабораторный практикум / Е.В. Соколенко, А.-Г.Г. Керимов. — Электрон. текстовые данные. — Ставрополь: Северо-Кавказский федеральный университет, 2015. — 107 с. — 2227-8397. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/63108.html | Электронный ресурс |

**Дополнительная литература:**

| № п/п | Наименование | Кол-во экз. в библиотеке |
|---|---|---|
| 1. | Полевая геофизика: учебник для вузов / *Ю. Н. Воскресенский*; РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина. - Москва: Недра, 2010. - 479 с. | 10 |
| 2. | Геофизика: учебник / В. А. Богословский [и др.]; ред. *В. К. Хмелевской.* - Москва: КДУ, 2007. - 320 с. | 15 |
| 3. | Геофизические методы исследования: учебное пособие / *В.К. Хмелевской, М.Г. Попов, А.В. Калинин.* - Москва: Недра, 1988. - 396 с | 18 |
| 4. | Разведочная геофизика: лабораторный практикум / *Ю.Б. Давыдов, Н.В. Блинкова*; Уральский государственный горный университет. - Екатеринбург: УГГУ, 2011. - 170 с. | 20 |
| 5. | Электроразведка: учебное пособие. Ч. 1. Электроразведка постоянным током. Поляризационные методы электроразведки / *А. А. Редозубов*; Уральский государственный горный университет. - Екатеринбург: УГГУ, 2007. - 328 с. | 98 |
| 6. | Электроразведка: учебное пособие. Ч. 2. Электроразведка переменным током / *А.А.Редозубов*; Уральский государственный горный университет. - Екатеринбург: УГГУ, 2008. - 188 с. | 97 |
| 7. | *Возженников Г. С., Белышев Ю. В.* Радиометрия и ядерная геофизика: Учеб. пособие. – Екатеринбург: Изд-во УГГГУ, 2011. – 406 с. | 12 |
| 8. | *Бондарев В.И., Крылатков С.М.* Сейсморазведка: учебник для вузов. Издание второе. В двух томах. - Екатеринбург, Изд-во УГГУ, 2011. | 10 |
| 9. | Гравиразведка: справочник геофизика / под ред.: *Е.А. Мудрецовой*, *К Е. Веселова*. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Недра, 1990. - 607 с. | 50 |
| | Магниторазведка : учебник / Уральская государственная горно-геологическая академия. - Екатеринбург : УГГГА, 2001. - 308 с. | 2 |

Учебное издание

Александрова Жанна Николаевна

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО РАЗВЕДОЧНОЙ ГЕОФИЗИКЕ

Руководство по выполнению контрольной работы
по дисциплине «Разведочная геофизика» для студентов
специальности 21.05.03 − «Технология геологической разведки»
очной и заочной формы обучения

Редактор _____
Компьютерная верстка автора

Подписано в печать ___ . ___ . 2018 г.
Бумага писчая. Формат 60 х 84 1/16.
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.
Печ. л. ____. Уч.-изд. л. ____. Тираж 100. Заказ _____

Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ

МИНОБРНАУКИ РФ
ФГБОУ ВО

«Уральский государственный
горный университет»

**И. Г. Сковородников**

# *ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ В ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ АППАРАТУРЕ*

**Екатеринбург**
**2020**

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие…….5
1. Назначение первичных преобразователей, их характеристики и классификация…….5
Контрольные вопросы……...11
2. Преобразователи параметрического типа……...12
2.1. Резистивные преобразователи……...12
2.1.1. Контактные преобразователи……12
2.1.2. Реостатные преобразователи……..13
2.1.3. Тензометрические преобразователи……..16
2.1.4. Электролитические преобразователи……19
2.1.5. Терморезистивные преобразователи……21
2.1.6. Магниторезистивные преобразователи……23
2.1.7. Фотоэлектрические преобразователи……25
2.2. Индуктивные преобразователи……26
2.2.1. Индуктивные преобразователи с изменяемым воздушным зазором…….27
2.2.2. Магнитоупругие преобразователи……29
2.2.3. Магнитомодуляционные преобразователи……...30
2.3. Емкостные преобразователи……..34
Контрольные вопросы……..35
3. Преобразователи генераторного типа …...……36
3.1. Преобразователи индукционной э.д.с……..36
3.1.1. Преобразователи индукционной э.д.с. со взаимным перемещением магнита и катушки индуктивности……..36
3.1.2. Преобразователи индукционной э.д.с. со стационарным размещением магнита и катушки индуктивности……..38
3.2. Преобразователи гальваномагнитной э.д.с……..41
3.2.1. Преобразователи Холла……..41
3.2.2. Преобразователи Виганда……...42

3.3. Преобразователи пьезоэ.д.с……...44
3.4. Преобразователи термоэ.д.с……..45
3.5. Преобразователи фотоэ.д.с……46
Контрольные вопросы……...49
4. Радиационные преобразователи……...49
4.1. Газоразрядные детекторы……..50
4.2. Сцинтилляционные детекторы……..53
4.3. Полупроводниковые детекторы……56
Контрольные вопросы……...56
Литература……..57

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Цель данного пособия – познакомить студентов с применением различных электрических датчиков в геофизической аппаратуре, облегчить им усвоение соответствующих разделов курса «Геофизическая аппаратура» и выполнение курсового проектирования по нему.

Необходимость издания пособия обусловлена тем, что в опубликованных работах по первичным преобразователям рассматриваются датчики общетехнического применения, в то время, как датчики разнообразной геофизической аппаратуры имеют ряд особенностей, связанных со спецификой условий их эксплуатации.

В пособии рассмотрены физические основы и устройство датчиков всех типов, входные и выходные параметры, указаны их достоинства и недостатки и приведены примеры применения в конкретной геофизической аппаратуре.

В качестве примеров в ряде случаев использованы оригинальные разработки автора.

В конце каждой главы приведен перечень контрольных вопросов для самостоятельной проверки усвоения материала студентами.

# 1. НАЗНАЧЕНИЕ ПЕРВИЧНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ, ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ И КЛАССИФИКАЦИЯ

Первичные преобразователи в геофизической аппаратуре (ГА) являются теми элементами, которые вырабатывают сигнал информации об измеряемой величине. По этой причине первичные преобразователи ГА называются также измерительными преобразователями. Другими синонимами термина «первичный преобразователь» являются «датчик», «детектор», «чувствительный элемент», «сенсор», «трансмиттер» [4,15,23]. Правда, в специальной литературе существуют различные толкования термина «датчик», наиболее распространенного из перечисленных терминов. Так, например, в монографии К. Бриндли [4], датчик рассматривается как пассивный преобразователь, т.е. преобразователь получающий энергию для своей работы от измеряемой величины. В других источниках [1,16] под датчиком понимается конструктивно законченное устройство, которое, кроме первичного преобразователя, может содержать и другие элементы (усилитель сигнала, источник питания и т.п.) и которое устанавливается на удалении от наблюдателя. В данном пособии, как и в большей части специальной литературы, термин «датчик» будет использоваться как синоним первичного или измерительного преобразователя.

Важнейшими характеристиками датчиков служат: чувствительность, точность (достоверность) информации об измеряемой величине, надежность и долговечность, стабильность работы при изменении внешних условий, быстродействие, вид зависимости выходного сигнала от измеряемой величины (линейная, нелинейная, реверсивная, нереверсивная и т.п.).

Поясним некоторые из перечисленных характеристик.

**Чувствительность** преобразователя, которую также называют **коэффициентом передачи**, представляет собой отношение изменения

выходного сигнала *y,* к изменению входного сигнала *x.* Различают три вида коэффициентов передачи: статический, относительный и дифференциальный.

**Статический коэффициент передачи** используется для определения свойств преобразователей с линейной характеристикой: $K_{ст}=y/x$.

**Дифференциальный коэффициент передачи** применяется для датчиков с нелинейной характеристикой: $K_{диф}=\lim\Delta y/\Delta x\approx dy/dx$. Значение этого коэффициента непостоянно и зависит от величины входного сигнала *x*.

**Относительный коэффициент передачи** равен отношению относительного изменения сигнала на выходе датчика к относительному изменению сигнала на его вход $K_{отн}=(\Delta y/y)/(\Delta x/\Delta x)$. Этот коэффициент является величиной безразмерной и удобен для сравнения свойств преобразователей, различных по принципу действия и конструкции.

У некоторых измерительных преобразователей вследствие трения покоя, шумов измерительной схемы, гистерезиса и др. причин изменение выходного сигнала появляется только тогда, когда измеряемая величина достигает определенного уровня. Этот уровень называется порогом **чувствительности** $x_n$.

Во время работы первичного преобразователя на него, кроме измеряемой величины, воздействуют и другие сигналы – помехи, например, изменения температуры, внешнего давления, вибрации, изменения напряжения питания и пр. Результаты воздействия помех проявляются в виде погрешностей измерений: абсолютных, относительных, приведенных.

**Абсолютная погрешность** – это разность между измеренным *y* и действительным (расчетным) значениями выходной величины $y_0$: $\Delta y=y_{изм}-y_0$.

**Относительная погрешность** – это отношение абсолютной погрешности к действительному значению выходной величины в процентах: $\delta=(\Delta y/y_0)\cdot 100$.

**Приведённая погрешность** – это отношение абсолютной погрешности к наибольшему действительному значению выходной величины: $\varepsilon=\Delta y/y_{max}$. Для измерительных приборов приведенная погрешность определяет их класс точности.

В зависимости от режима, для которого определяется абсолютная или относительная погрешность, различаются **статические** и **динамические** погрешности (ошибки). Приведенная погрешность определяется только для установившегося (статического) режима [10].

Характер зависимости выходного сигнала от измеряемой величины $y=f(x)$ в установившемся режиме называется **статической** характеристикой преобразователя.

Наиболее удобными в работе и потому наиболее распространенными являются датчики, имеющие линейную характеристику. Если характеристика датчика нелинейна, то для формирования выходного сигнала могут применяться системы линеаризации. В некоторых случаях, например, если измеряемая величина изменяется нелинейным образом, удобнее использовать преобразователи с нелинейной статической характеристикой.

В зависимости от того, как на выходную величину влияет изменение знака измеряемой величины, статические характеристики бывают: **нереверсивными** (когда знак выходного сигнала остается постоянным во всем диапазоне измерений) и **реверсивными** (когда выходной сигнал изменяет свой знак вслед за измерявшейся величиной).

Следует упомянуть еще одну из характеристик измерительных преобразователей – **гистерезис**, который проявляется в несовпадении значений выходного сигнала при одном и том же значении измеряемой величины в зависимости от уменьшения или увеличения последней в момент измерения.

**Надежность** преобразователя – это способность работать в течение определенного периода времени при заданных условиях эксплуатации.

Надежность преобразователей, так же, как надежность, сложных электронных или механических устройств вообще, характеризуется вероятностью безотказной работы, средним временем безотказной работы и интенсивностью отказов – отношением числа отказавших устройств в определяемый промежуток времени к числу работоспособных в начале этого промежутка.

График зависимости интенсивности отказов от времени эксплуатации имеет характерную корытообразную форму. Первый участок графика ($0 – t_1$) называется "временем приработки", в этот период интенсивность отказов велика из-за того, что здесь проявляются дефекты сборки, выходят из строя некондиционные детали и т. п. Второй участок $t_1 – t_2$ называется "периодом условной долговечности», здесь отказы могут быть связаны, в основном, со случайными причинами. Третий участок $t_2 – \infty$ называется "периодом старе-

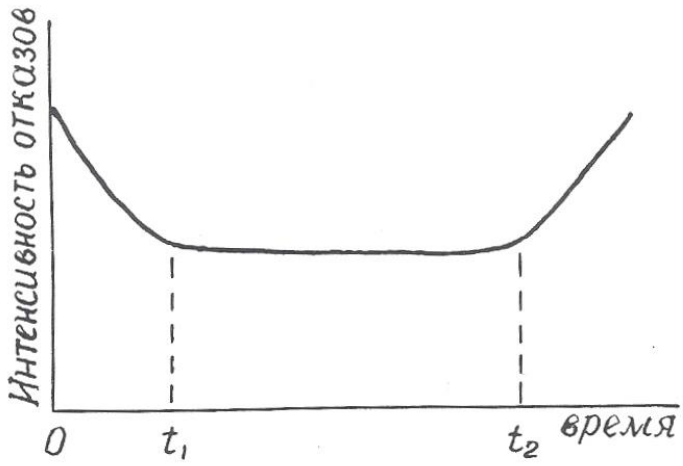



Рис. 1.1. Зависимость и интенсивности отказов от времени эксплуатации преобразователя

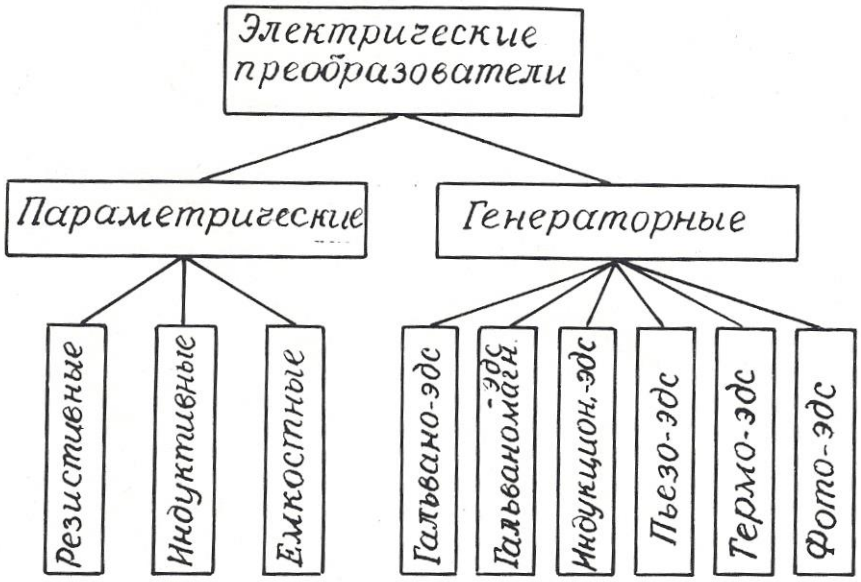



Рис. 1.2. Классификация электрических преобразователей

ния», здесь интенсивность отказов растет из-за того, что детали преобразователя вырабатывают свой ресурс (рис. 1.1).

Пути повышения надежности преобразователей – это упрощение их устройства, использование элементов с большой вероятностью безотказной работы, «разгруженный» режим эксплуатации.

Подавляющее большинство датчиков геофизической аппаратуры преобразуют измеряемую величину в электрический сигнал, хотя имеются датчики, например, в гравиразведочных приборах, выходная величина которых не является электрической.

Электрические преобразователи, применяемые в геофизической аппаратуре, крайне разнообразны по принципу действия и конструкции.

Основными признаками, позволяющими классифицировать датчики, являются: назначение, принцип действия, вид входного и выходного сигналов, наличие или отсутствие источников питания.

По назначение электрические датчики делятся на преобразователи неэлектрических величин в электрические и преобразователи одних электри-

ческих величин в другие. Соответственно входные величины измерительных преобразователей могут иметь как электрическую, так и неэлектрическую природу. Это могут быть характеристики различных физических полей (например, магнитная индукция, температура, сила тяжести, э.д.с. естественных электрических полей), разнообразные свойства горных пород, руд и растворов (плотность, электрическое сопротивление, магнитная восприимчивость, радиоактивность), геометрические и технические параметры буровых скважин (их диаметр, углы искривления), скорость перемещения, механические усилия и т. д.

Выходными величинами электрических датчиков могут, быть: э.д.с., сила тока, частота тока, импульсы тока или комбинации импульсов различной длительности и амплитуды, а также сопротивление, емкость или индуктивность электрической цепи.

По принципу действия электрические преобразователи делятся на **параметрические**, изменяющие пассивные элементы электрической цепи (сопротивление, емкость, индуктивность), и **генераторные**, вырабатывающие э.д.с. различной физической природы. В свою очередь, среди параметрических датчиков выделяются: резистивные, емкостные и индуктивные, а среди генераторных: датчики гальванической, гальваномагнитной, индукционной, фото-, пьезо- и термоэ.д.с. (рис. 1.2).

Особняком стоят радиационные преобразователи (детекторы радиоактивных излучений), которые имеет сложную структуру.

Каждый из видов датчиков, изображенных на рис. 1.1, имеет свои разновидности, отличающиеся по конструктивному исполнению.

По наличию или отсутствию специальных источников питания датчики подразделяются на **пассивные**, получающие энергию от измеряемой величины, и активные, питающиеся от внешнего источника.

В следующих разделах пособия будут рассмотрены физические свойства, особенности конструкции, достоинства и недостатки, а также примеры

применения в конкретных образцах геофизической аппаратуры всех видов датчиков, представленных на рис. 1.2.

*Контрольные вопросы*

1. Дайте определение измерительного преобразователя.
2. Какие синонимы существуют у термина «измерительный преобразователь»?
3. Что такое чувствительность преобразователя?
4. Назовите виды коэффициентов передачи датчика.
5. Назовите виды погрешностей преобразователей, укажите, какие причины их вызывают.
6. Что такое статическая характеристика преобразователя?
7. Что такое надежность преобразователя?
8. Поясните график зависимости интенсивности отказов от времени (рис. 1.1).
9. По каким признакам производят классификацию электрических преобразователей?
10. Назовите входные и выходные величины электрических преобразователей в геофизической аппаратуре.
11. На какие две большие группы делятся электрические преобразователи по принципу действия?
12. Поясните классификацию преобразователей, приведенную на рис. 1.2.

# 2. ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ТИПА

## 2.1. Резистивные преобразователи

В преобразователях этого вида изменения измеряемого параметра преобразуются в изменения **активного сопротивления** электрической цепи.

В соответствии с выражением $R=\rho \cdot l/S$ (2.1) изменения сопротивления $R$ могут происходить за счет изменения геометрических размеров проводника (длины $l$ и поперечного сечения $S$) или его удельного сопротивления $\rho$. К

преобразователям с изменяемыми размерами относятся контактные, реостатные, потенциометрические, тензометрические, угольные и электролитические датчики. К преобразователям с изменяемым удельным сопротивлением – электролитические, терморезистивные и некоторые фотоэлектрические датчики.

### 2.1.1. Контактные преобразователи

Контактные преобразователи представляют собой простейшую разновидность преобразователей резистивного типа. В одном крайнем положении их сопротивление равно бесконечности, в другом близко к нулю. Работой контактных преобразователей могут управлять механические (линейное или угловое перемещение) или различные физические параметры (температура, магнитное поле, электрический ток).

Контактные преобразователи составляют основу большинства реле, широко применяемых в системах автоматического управления [8,11]. В последнее время широкое распространение получили **герконы** – миниатюрные герметизированные контактные преобразователи, управляемые магнитным полем.

Достоинства контактных преобразователей составляют их простата и малая стоимость, универсальность (они могут работать в цепях как постоянного, так и переменного тока); недостатки – искрение и «дребезг» контактов, возможность ложных срабатываний контактов от тряски.

В геофизической аппаратуре контактные преобразователи используются в различных измерителях постоянных напряжений для преобразования этих напряжений в переменные, которые потом подвергаются усилению на электронных усилителях. Примером могут служить электроразведочные измерители ЭСК-1, АТ-72, самопишущие каротажные потенциометры ПАСК-8 и ПАСК-9. Контактные преобразователи используются также в схемах

управления многочисленных скважинных приборов (в пластовом наклономере НП-3, расходомерах с раскрывающимся пакером и др.).

Герконы используются в скважинных расходомерах РСМ, РГД, ДГД и др. [21].

### 2.1.2. Реостатные преобразователи

Простейший реостатный преобразователь – это переменный резистор, подвижный контакт которого перемещается вследствие изменения измеряемой величины – линейного перемещения, давления, угла наклона, направления магнитного поля и т.п.

Реостатный преобразователь (рис. 2.1, а) может быть включен по потенцио-метрической схеме (рис. 2.1, б), в этом случае он должен быть отнесен к преобразователям генераторного типа.

Как правило, реостатные преобразователи выполняют в виде намотки из изолированной проволоки высокого сопротивления (из манганина, константана, вольфрама) на каркасе из изоляционного материала. Форма каркаса может быть различной: прямоугольной, кольцевой или более сложной конфигурации в зависимости от входного параметра и необходимой зависимости $R= f(x)$.

Проволочные реостатные преобразователи являются дискретными, т.к. непрерывному изменению входной величины $x$ соответствует скачкообразное изменение сопротивления $R$ определяемое переходом подвижного контакта с одного витка провода на другой. Это обуславливает и погрешность измерений, которая уменьшается с уменьшением диаметра проволоки и увеличением числа витков $W$. Статический коэффициент передачи реостатного датчика $K_{ст}=z\cdot W/l$, где $z$ – сопротивление одного витка, $l$ – длина намотки.

Обычная относительная погрешность датчиков $\delta= 0{,}2 – 0{,}5$ %.

Преимущества реостатных датчиков: простота конструкции, малый вес и габариты, возможность включения в цепь как постоянного, так и переменного тока, возможность получения необходимой статической характеристики

*R=f(x)*, недостатки: наличие подвижного механического контакта, что уменьшает надежность датчика, необходимость какого-то усилия для перемещения этого контакта, влияние температуры.

Благодаря своей простоте и универсальности реостатные преобразователи широко используются в геофизической аппаратуре для исследования скважин: в каверномерах (КФ, КМ, СКП-1 и др.), в инклинометрах (ИК-1, ИК-2, МИР-36, ИГ-36 и др.) [2,9,12], в датчиках натяжения кабеля, в некоторых уровнемерах. Так, например, в скважинном уровнемере конструкции УГИ [18,26], изменение уровня жидкости над прибором, точнее, гидростатическое давление столба жидкости над ним преобразуется в изменение уровня токопроводящей жидкос-

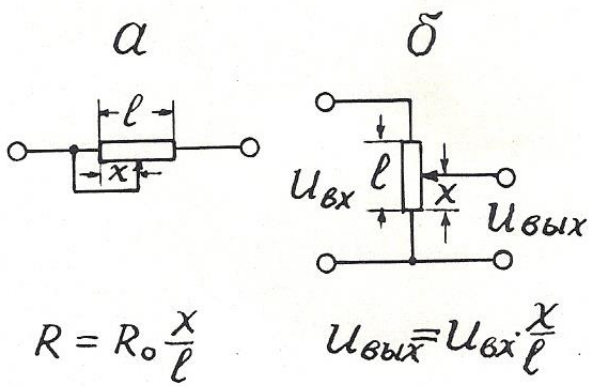



Рис. 2.1. Реостатный преобразователь (а) и его включение по потенциометрической схеме (б).

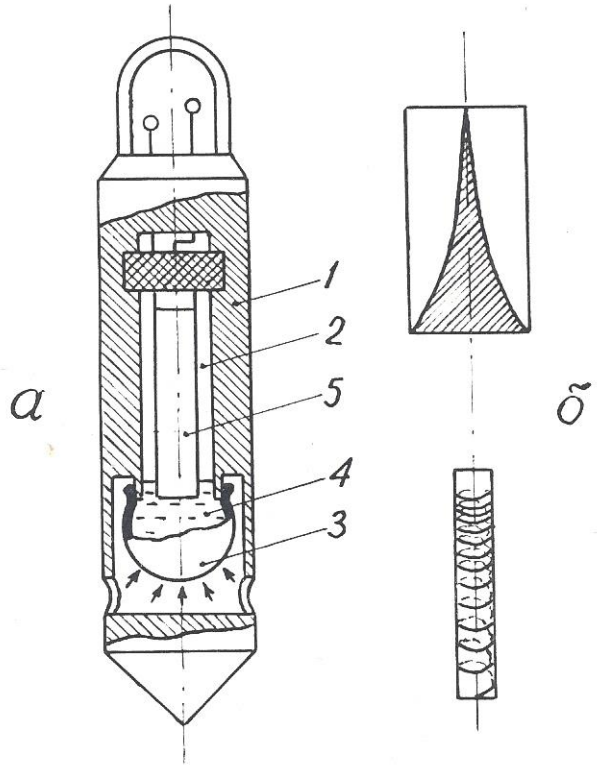



Рис. 1.2. Пример применения реостатного преобразователя в скважинном уровнемере с линейной входной характеристикой: а – конструкция уровнемера; б – варианты выполнения реостата; 1 – корпус уровнемера; 2 – измерительная камера; 3 – гибкий резервуар; 4 – токопроводящая жидкость; 5 – реостат.

ти в измерительной камере, отделенной от внешней среды гибкой оболочкой (рис. 2.2). Вдоль продольной оси камеры располагается реостатный преобразователь, подвижным контактом которого служит токопроводящая жидкость. Поскольку давление $P$ в измерительной камере и ее объем $V$ при постоянной температуре связаны соотношением $PV$=const [7], то одинаковые приращения давления $P$ .(уровня жидкости) вызывают неодинаковые перемещения уровня токопроводящей жидкости в измерительной камере. Для получения линейной статической характеристики реостатный преобразователь в данном уровнемере выполнен в виде неравномерной намотки или высокоомной пленки переменной ширины таким образом, чтобы приращение сопротивления реостата было обратно пропорционально квадрату перемещения подвижного контакта, т.е. уровня токопроводящей жидкости.

### 2.1.3. Тензометрические преобразователи

Действие тензопреобразователей основано на изменении сопротивления проводников и полупроводников при их растяжении или сжатии [15].

Тензоэлементы (или тензорезисторы) состоят из тонкой проволоки или фольги, сложенной несколько раз в форме меандра и вклеенной между эластичными бумажными, пленочными или фетровыми подкладками. Толщина проволоки (или фольги) от 0,02 до 0,05 мм. Основные конструктивные формы тензоэлементов представлены на рис. 2.3.

Изменение электрического сопротивления тензоэлемента пропорционально относительной деформации детали в месте наклейки последнего. Относительный коэффициент передачи тензодатчика $K_{отн}=(\Delta R/R)/(\Delta l/l)$. Материал для тензоэлементов должен характеризоваться возможно большей тензочувствительностью и возможно меньшим температурным коэффициентом. Обычно используются сплавы: константан, манганин, нихром, а также чистые металлы: никель, висмут. Очень высокую тензочувствительность, в 60-80 раз выше, чем у металлов, имеют полупроводники: германий, кремний и др. Полупроводниковые тензоэлементы получают выращиванием кристаллов полупроводника на мембране из диэлектрического металла (например, датчики «кремний на сапфире»).

Достоинства тензорезисторных преобразователей: простота конструкций, малые габариты, высокая точность, безинерционность; недостатки: невысокая чувствительность, зависимость сопротивления от температуры.

Низкая чувствительность тензорезисторных преобразователей требует применения усилителей выходного сигнала, а термозависимость – применения специальных мер для устранения влияния температуры.

Тензопреобразователи находят применение в датчиках силы натяжения каротажного кабеля с подвесным роликом ДНТ-033 ($\delta \leq 1{,}5\%$ при усилии до 500 *Н*) [2,17], в некоторых опробователях пластов в качестве измерителей

пластового давления (например, в ОПД-7-10), в некоторых скважинных уровнемерах типа погружных манометров [2].

Автором тензорезисторный преобразователь применен в расходомере РГЖ-1, не содержащем вращающихся деталей [19]. Чувствительным элементом этого прибора служат две гибкие пластины, установленные вдоль измеряемого потока. Поскольку давление в движущемся флюиде понижается, пластины прогибаются навстречу друг другу тем больше, чем выше скорость потока (рис. 2.4). Прогиб пластин преобразуется в электрический сигнал с помощью наклеенных на них тензоэлементов. Для устранения влияния температуры на пластине наклеены 4 тензоэлемента (2 вдоль нее и 2 поперек), соединенные по мостовой схеме. В одну диагональ моста подается переменный ток питания (частота I кГц), к другой диагонали подключен усилитель. Чувствительность описанного расходомера составляет 0,05 л/с.

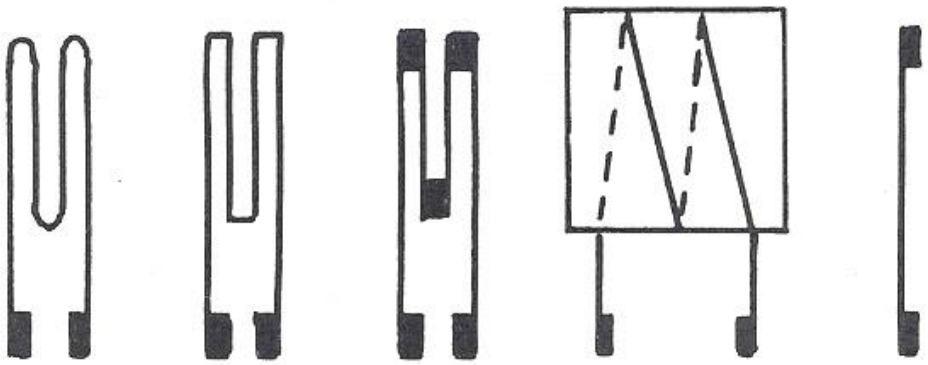


Рис. 2.3. Разновидности тензорезисторов

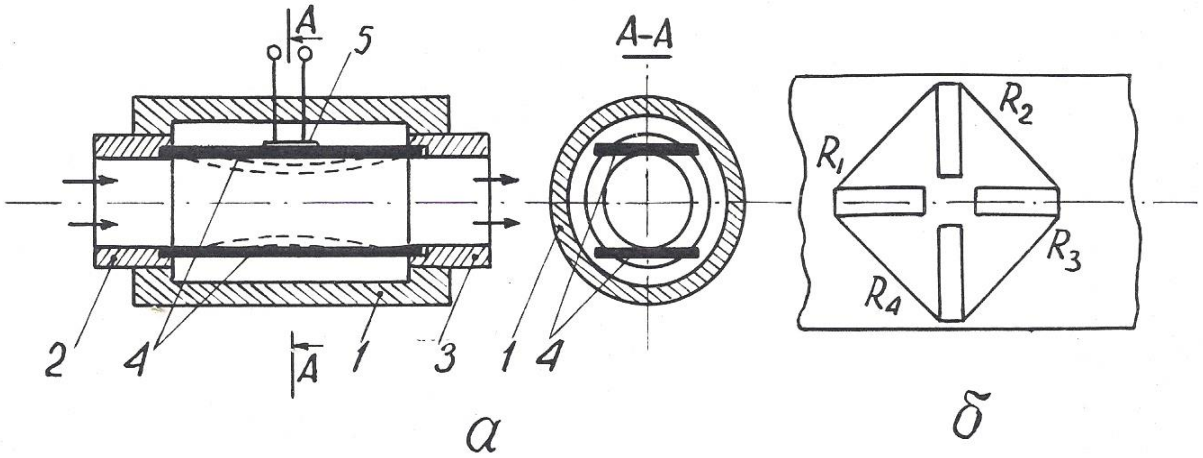



Рис. 2.4. Принцип действия расходомера РГЖ-1 (а) и размещение тензорезисторов на упругой пластине (б): 1 – корпус расходомера; 2 – входной канал; 3 – выходной канал; 4 – упругие пластины; 5 – тензометрический преобразователь прогиба пластины в электрический сигнал

### 2.1.4. Электролитические преобразователи

Преобразователи этого типа основаны на изменении электрического сопротивления между помещенными в электролит электродами в зависимости от расстояния между ними, площади соприкосновения с электролитом или проводимости последнего (2.1). Электролитические датчики используются для измерения угловых и линейных перемещений, а также для определения сопротивления электролита. Во избежание погрешностей, связанных с электролизом и электродной поляризацией, их включают, как правило, в цепь переменного тока.

Достоинства датчиков этого типа заключаются в простоте конструкции и способности пропускать большие токи; недостатки – в зависимости сопротивления электролита от температуры (при изменении последней на 1° электропроводность растворов изменяется на 1,5-2,5%).

В геофизической аппаратуре электролитические датчики используются в резистивиметрах всех видов: скважинных и переносных (например, в приборе ПР-1).

Еще один пример применения датчик этого типа устройство для определения направления и скорости потока подземных вод [20]. Это устройство содержит цилиндрическую измерительную камеру с перфорированными стенками, по окружности которой размещены радиальные электроды а в середине – центральный (рис. 2.5). Каждый из электродов подсоединен к своей жиле многожильного каротажного кабеля (например, кабеля КГ17-60-180ШМ. Внутри камеры располагается также магнитная стрелка с экраном из изоляционного материала на северном конце. Измерительная камера закрывается крышкой и заполняется электролитом через специальные отверстия в ней. Затем устройство опускают в скважину и устанавливают напротив исследуемого водоносного горизонта. По кабелю

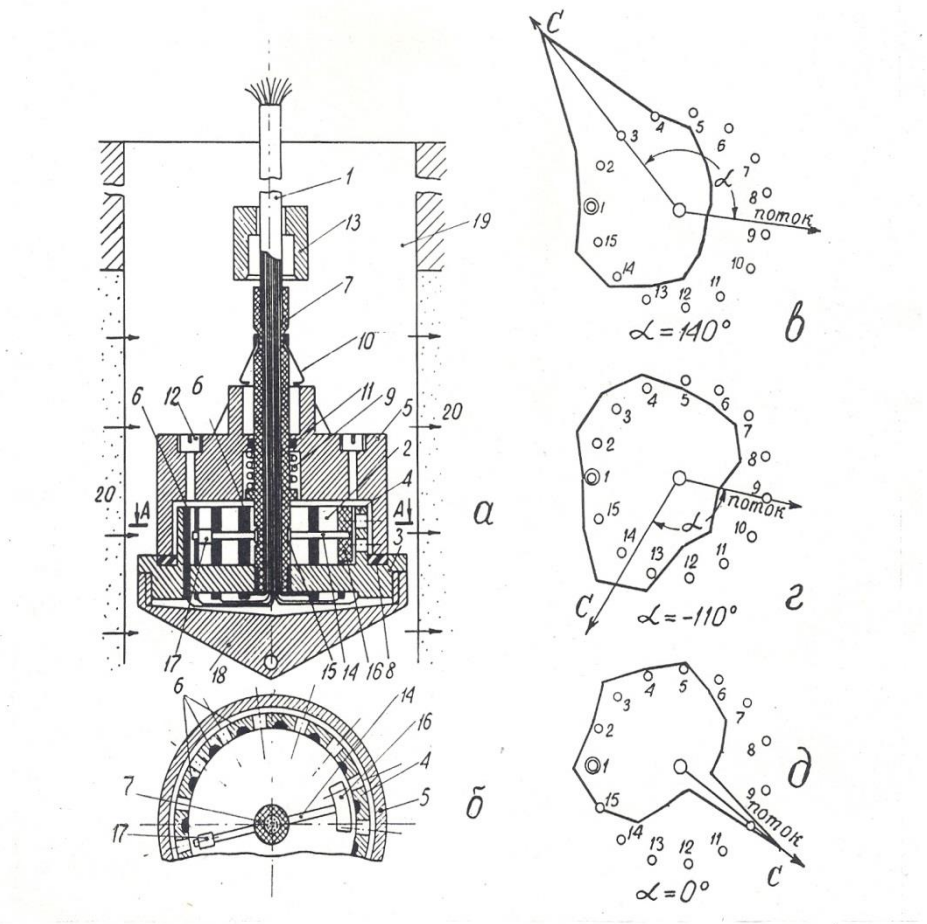



Рис. 2.5. Устройство для определения направления и скорости потока (а, б) и результаты измерений магнитного азимута потока (в-д): 1 – многожильный каротажный кабель; 2 – измерительная камера; 3 – изоляционный диск; 4 – перфорированные стенки камеры; 5 – крышка; 6 – радиальные электроды; 7 – центральный электрод; 8 – резиновая прокладка; 9 – сжатая спиральная пружина; 10 – пружинные защелки; 11 – резиновое кольцо; 12 – заливная пробка; 13 – сбивающий грузик; 14 – магнитная стрелка; 15 – скользящий подшипник; 16 – изоляционный экран; 17 – противовес; 18 – нижний наконечник.

опускают сбивающий грузик, который приводит в действие пружину, отбрасывающую крышку вверх по кабелю. Движением подземных вод электролит из измерительной камеры вымывается по направлению потока через перфорацию в стенках. Магнитная стрелка ориентируется по направлению магнитного меридиана, а экран на ее северном конце перекрывает один из

радиальных электродов. На поверхности производят измерения электрического сопротивления между центральным и каждым из радиальных электродов. Минимальное сопротивление указывает направление потока подземных вод, а максимальное – направление на север. Скорость потока определяют по скорости вымывания электролита из измерительной камеры, повторяя измерения через определенные интервалы времени. При использовании 17-жильного кабеля устройство обеспечивает абсолютную погрешность в измерении направления потока, не превышающую ±12°.

### 2.1.5.Терморезистивные преобразователи

Терморезистивные преобразователи основаны на свойстве металлов и полупроводников изменять свое сопротивление под действием температуры Т.

Зависимость сопротивления металлов от температуры в общем случае нелинейна, однако, для ограниченных интервалов температур ее можно представить в виде линейной двучленной функции $R_т=R_0[1+\alpha(T-T_0)]$, где $R_0$ – сопротивление при начальной температуре $T_0$, а α – температурный коэффициент сопротивления для интервала $T - T_0$.

Основным материалом для терморезисторов являются чистые металлы: платина, медь, никель, которые обладают в интервале от О до 100°С положительным $\alpha=0{,}0030–0{,}0068$ (град.С)$^{-1}$.

Известны также объемные полупроводниковые терморезисторы (термисторы). Их сопротивление уменьшается с повышением температуры по экспоненте, в среднем для них $\alpha=0{,}03\text{-}0{,}04$ (град. С)$^{-1}$, но значение α сильно зависит от температуры. Чувствительность (статический коэффициент передачи) терморезисторов $K_{ст}=\Delta R/\Delta T=\alpha R_0$.

Достоинства терморезистивных преобразователей: простота конструкции, малые габариты, возможность установки в труднодоступных местах. Однако им присущи и важные недостатки. Во-первых, это постоянство α лишь в ограниченном диапазоне температур и, во-вторых, инерционность, приводящая

к большим динамическим погрешностям. Как известно, термопреобразователь приобретает температуру среды по закону $\Delta T=\Delta T_0 \cdot e^{-t/\tau}$ где $\Delta T_0$ - начальная разность температур, $t$ – время, $\tau$ – постоянная времени преобразователя, зависящая от его конструкции и теплопроводности, а также тепловых свойств среды.

В геофизическом приборостроении преобразователи этого типа находят применение в скважинных термометрах электрических (СТС-2, ЭТМИ-55 и др.) и электронных (ТЭГ-36, ТЭГ-60 и др.).

Чувствительный элемент всех скважинных термометров представляет собой тонкую (0,02-0,03 мм) медную проволочку, сложенную в несколько раз и помещенную в тонкостенную медную трубку длиной около 30 см, омываемую скважинным флюидом [9].

Точно так же устроен чувствительный элемент скважинных расходомеров типа термоанемометров СТД-2, СТД-4 [2]. Этот термоэлемент включается в мостовую измерительную схему и нагревается до температуры, превышающей температуру исследуемого потока. Мостовая схема балансируется при размещении чувствительного элемента в неподвижной жидкости. Когда жидкость приходит в движение, она охлаждает нагретый термоэлемент, тем сильнее, чем выше скорость ее движения.

В газокаротажных станциях (АГКС-64, АГКС-4 и др. для определения суммарного газосодержания в газовоздушной смеси эта смесь подается на термочувствительный элемент в виде тонкой платиновой проволочки, нагретой до 850° С и включенной в сбалансированную мостовую схему. Если в анализируемой смеси имеются углеводородные газы, то при 850°С они сгорают, выделяющееся тепло повышает температуру проволочки, увеличивая ее сопротивление и нарушая баланс мостовой схемы [17].

Аналогичным образом действуют приборы для определения содержания СО в выхлопных газах автомобиля [6].

Известны также устройства для определения направления потока подземных вод [24], содержащие нагреватель и расположенные вокруг него

термисторы. По измерениям температуры последних определяют, в каком направлении идет перенос тепла, т.е. происходит движение подземных вод.

### 2.1.6. Магниторезистивные преобразователи

Эти преобразователи основаны на свойстве некоторых материалов изменять свое электрическое сопротивление под действием магнитного поля (эффект Гаусса). Таким свойством обладает, например, сплав пермаллой (80% никеля, 20% железа). Степень изменения сопротивления магниторезистора зависит от магнитной индукции поля $B$ и угла $\theta$ между ее направлением и направлением тока [6,16,22].

Магниторезисторы изготавливаются по тонкопленочной технологии в форме меандров (рис. 2.6).

Еще большим магнитоэлектрическим эффектом, чем сплавы металлов, обладают полупроводники (антимонид индия InSb и арсенид индия InAs).

Увеличение сопротивления магниторезисторов объясняется увеличением пути движения электронов и дырок под действием силы Лоренца. Чувствительность магниторезистивных датчиков $K_{диф}=\Delta R/\Delta B$ зависит от величины магнитной индукции: $\Delta R=R_0 \cdot A(vB)^n$, где $A$ – так называемый «коэффициент формы», $v$ – подвижность электронов: $n$ – постоянный коэффициент ($n$=1–2), зависящий от $B$.

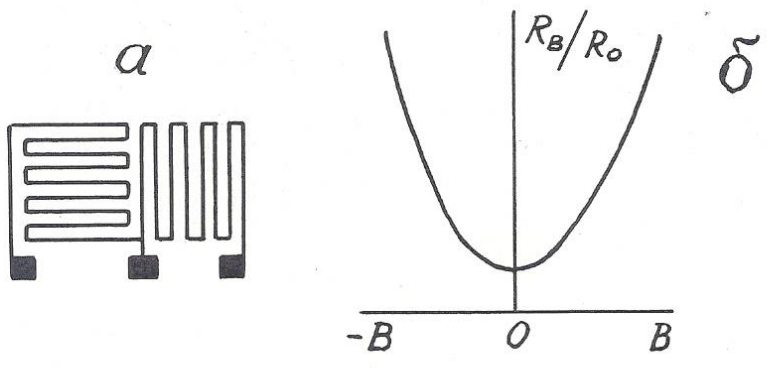


Рис. 2.6. Форма магниторезистора (а) и зависимость приращения его сопротивления от магнитной индукции (б)

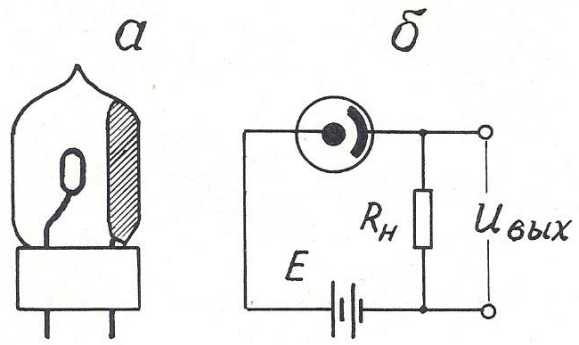



Рис. 2.7. Конструкция фотоэлемента с внешним эффектом (а) и включение его в измерительную схему (б)

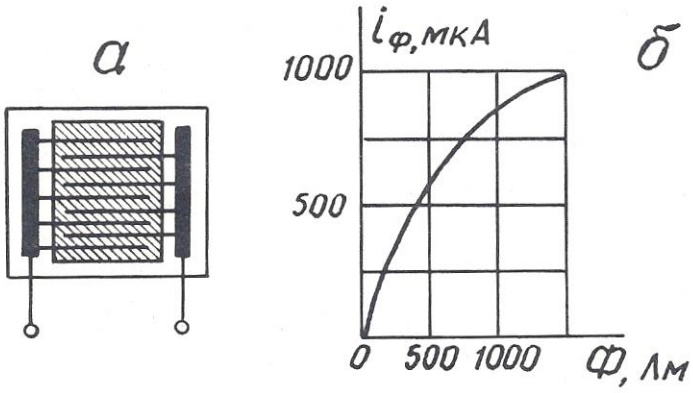



Рис. 2.8. Конструкция фотоэлемента с внутренним фотоэффектом (а) и зависимость фототока от светового потока (б)

При больших $B$ значение $n$=1, поэтому при использовании магниторезисторов применяют магнитное смещение, помещая их в поле электромагнита с $B$=0,3 – 0,5 Тл.

Недостатки магниторезисторов: наличие температурного влияния и потребность в сильных магнитных полях.

Магниторезисторы в геофизике могут быть использованы в скважинных расходомерах и магнитных меткоуловителях каротажных станций.

### 2.1.7. Фотоэлектрические преобразователи

Фотоэлектрические преобразователи (фотоэлементы) основаны на явлении внешнего (электровакуумные и газонаполненные) или внутреннего (полупроводниковые) фотоэффекта.

Фотоэлемент с внешним фотоэффектом представляет собой электронную лампу с двумя электродами, один из которых (фотокатод) покрыт светочувствительным слоем (рис. 2.7). Возрастание фототока при увеличении приложенного напряжения происходит до величины тока насыщения, при котором все электроны, испускаемые фотокатодом под действием светового потока, достигают анода.

Фотоэлемент с внутренним фотоэффектом (фоторезистор) состоит из стеклянной пластины, на которой вытравлены входящие друг в друга гребневидные системы штрихов, заполненные электропроводным веществом (платина, золото). Пластина покрывается тонким слоем полупроводникового светочувствительного материала (рис. 2.8).

Чувствительность фотоэлементов $K_{диф}=\Delta R/\Delta Ф$ непостоянна и нелинейно зависит от светового потока Ф. Кроме того, фотоэлементы обладают еще и спектральной избирательностью» т.е. чувствительностью к световому излучению определенной длины волны.

Фотоэлементы могут быть использованы и в режиме источников тока, т.е. как генераторные преобразователи фотоэ.д.с.

Фотопреобразователи находят применение в приборах фотокаротажа, предназначенных для дифференциации разрезов скважин по цвету пород, в скважинных расходомерах (например, в ТСР-70Ф) в некоторых инклинометрах. Так, автором совместно с профессором. А.В.Давыдовым предложен датчик угла наклона буровой скважины для непрерывных измерений [27]. Этот датчик содержит измерительную камеру 1, частично заполненную жидкостью 2 с высоким коэффициентом поверхностного отражения, например, ртутью или сплавом Вуда, а над жидкостью соосно размещены источник света 3 и кольцевой фотопреобразователь 4 (рис. 2.9). При вертикальном положении датчика весь свет источника, отраженный от поверхности жидкости, попадает

на фотопреобразователь, и сигнал на его выходе максимален. При отклонении датчика от вертикали поверхность жидкости наклоняется относительно оси камеры, и часть отраженного света уходит за пределы фотопреобразователя. Выходной сигнал уменьшается тем сильнее, чем больше зенитный угол скважины.

## 2.2. Индуктивные преобразователи

Принцип действия индуктивных преобразователей основан на изменении электрического сопротивления *z* катушки индуктивности при изменении магнитного сопротивления ее сердечника. В свою очередь, магнитное сопротивление сердечника может быть изменено либо за счет изменения величины воздушного зазора в нем, либо за счёт изменения магнитных свойств материала, из которого он состоит.

### 2.2.1. Индуктивные преобразователи с изменяемым воздушным зазором

Входной величиной преобразователей этого типа обычно служат линейные или угловые перемещения. Чувствительность датчика $K_{диф}=\Delta z/\Delta x$.

Конструкции датчиков весьма разнообразны, некоторые из них, наиболее распространенные, представлены на рис. 2.10.

Независимо от конструкции датчика, его индуктивное сопротивление $z=j\,\omega\,L$, где $\omega$ – круговая частота тока в катушке; $L$ – ее индуктивность. $L=W^2/R_\mu$, где $W$ – число витков в катушке; $R_\mu$ – магнитное сопротивление сердечника. $R_\mu=R_ж+R_в$, где $R_ж$ – магнитное сопротивление железа сердечника; $R_в$ – магнитное сопротивление воздушного зазора. $R_в>>R_ж$. $R_в=\delta/(\mu_0\cdot S)$, где $\delta$ – длина воздушного зазора; $S$ – его площадь; $\mu_0$ – абсо-

лютная магнитная проницаемость воздуха. Таким образом, $z=-j\,\omega\,W^2\mu_0 S/\delta$, т.е. $z$ обратно пропорционально $\delta$ и зависимость $z=f(\delta)$ нелинейна.

Линеаризовать эту зависимость удается в конструкции так называемых «дифференциальных» индуктивных преобразователей (рис. 2.11). В этих преобразователях, используются, две катушки индуктивности, включенные в мостовую схему и расположенные таким образом, что, когда индуктивное сопротивление одной увеличивается, сопротивление другой падает.

Достоинства индуктивных: преобразователей: отсутствие открытых электрических контактов, большая мощность вырабатываемого сигнала; недостаток – наличие электромагнитного взаимодействия между катушкой и сердечником (или его подвижной частью), отсюда – так называемая «реакция преобразователя».

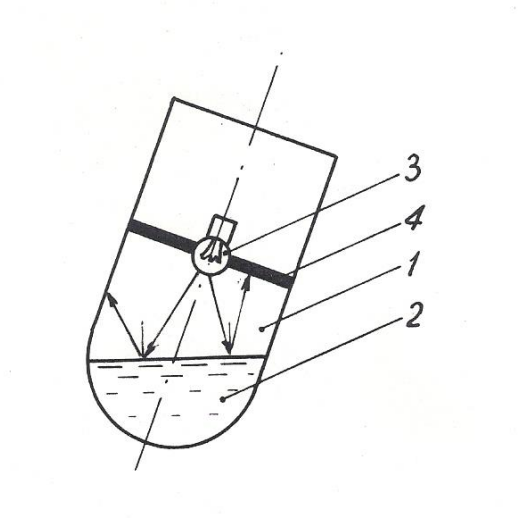



Рис. 2.9. Датчик угла наклона буровой скважины: 1 – измерительная камера; 2 – жидкость с высоким коэффициентом поверхностного отражения; 3 – источник света; 4 – кольцевой фотоприемник

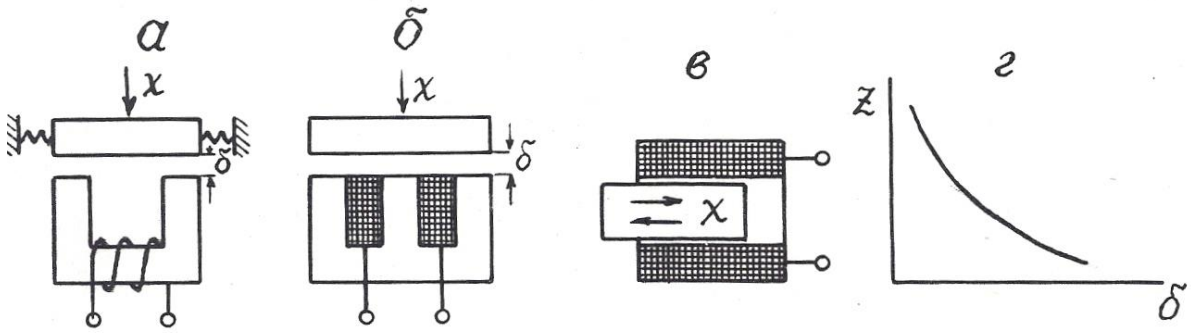



Рис. 2.10. Варианты выполнения индуктивных преобразователей с изменяемым воздушным зазором (*а-в*) и их статическая характеристика (*г*).

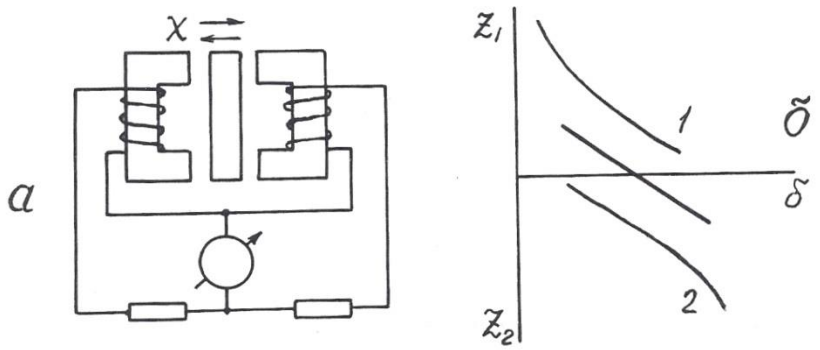



Рис. 2.11. Дифференциальный индуктивный преобразователь (а) и его статическая характеристика (б)

В геофизической аппаратуре индуктивные преобразователи находят применение в некоторых каверномерах и профилемерах (например, в профилемере ПМ-50) [2], в скважинных расходомерах ДАУ-3, РСИ-3 и ГЕО-В-600 (последний венгерского производства) [21], в индуктивных дефектомерах обсадных колонн.

### 2.2.2. Магнитоупругие преобразователи

Эти преобразователи основаны на взаимосвязи между магнитным и механическим состоянием ферромагнитных материалов.

Различают собственно **магнитоупругий эффект**, т.е. изменение магнитных свойств, в частности, магнитной проницаемости под воздействием меха-

нических деформаций, и обратное явление – **магнитострикционный эффект**, т.е. изменение формы и размеров ферромагнитных тел под воздействием внешнего магнитного поля.

В качестве материала для изготовления магнитоупругих датчиков используют сплавы: пермаллой, пермендюр, альсифер, ферриты, а также чистые металлы, например, никель. Конструкции преобразователей изображены на рис. 2.12.

Относительный коэффициент передачи магнитоупругого датчика $K_{отн}=(\Delta\mu/\mu)/(\Delta l/l)$ составляет около 200 и не остается постоянным при изменении размеров датчика (см. рис. 2.12, д).

Достоинства магнитоупругих датчиков: простота конструкции, прочность, удобство герметизации; недостатки: нелинейная статическая характеристика, наличие резонансной частоты.

Для стержневых датчиков (см. рис. 2.12, а, б) резонансная частота $f_0=V/2l$, где $V$ – скорость упругих волн в материале сердечника, $l$ – его длина; для кольцевого (см. рис. 2.12, в) – $f_0=V/2d$, где $d$ – диаметр датчика.

Магнитоупругие преобразователи находят применение в аппаратуре акустического каротажа в качестве источников (магнито-стрикционные излучатели) упругих волн [12,17], в некоторых прихватоопределителях, а также в буровой технике – в измерителях нагрузки МКМ-2 буровых станков и в измерителях давления промывочной жидкости МИД-1, МИД-1А [5].

### 2.2.3. Магнитомодуляцнонные преобразователи

Эти преобразователи основаны на изменении магнитных свойств ферромагнитных материалов под действием магнитного поля.

Сердечники магнитомодуляционных преобразователей изготавливают в форме стержня с большим отношением длины $l$ к диаметру $d$: $l/d>100$. При этом условии коэффициент размагничивания сердечника $N=0$ и даже в слабом магнитном поле, направленном вдоль его оси, сердечник намагничивается до

насыщения. При этом его относительная магнитная проницаемость падает до 1, хотя при ненасыщенном состоянии она очень велика – до 10000. Для того, чтобы намагнитить сердечник до насыщения, на него наносят обмотку возбуждения, по которой пропускают переменный ток.

В моменты как падения магнитной проницаемости (при возрастании намагничивающего поля до $H_s$), так и восстановления ее (при уменьшении намагничивающего поля ниже $H_s$) в обмотке индуцируются пики э.д.с. самоиндукции противоположных знаков. Частота этих пиков вдвое превышает частоту возбуждающего тока, как это можно видеть по рис.2.13.

При воздействии на датчик внешнего постоянного магнитного поля, направленного вдоль его оси, в один из полупериодов это поле складывается с магнитным полем катушки возбуждения, и сердечник доходит до насыщения быстрее, чем вне внешнего магнитного поля, в другой полупериод внешнее поле вычитается из поля катушки возбуждения, и сердечник не доходит до

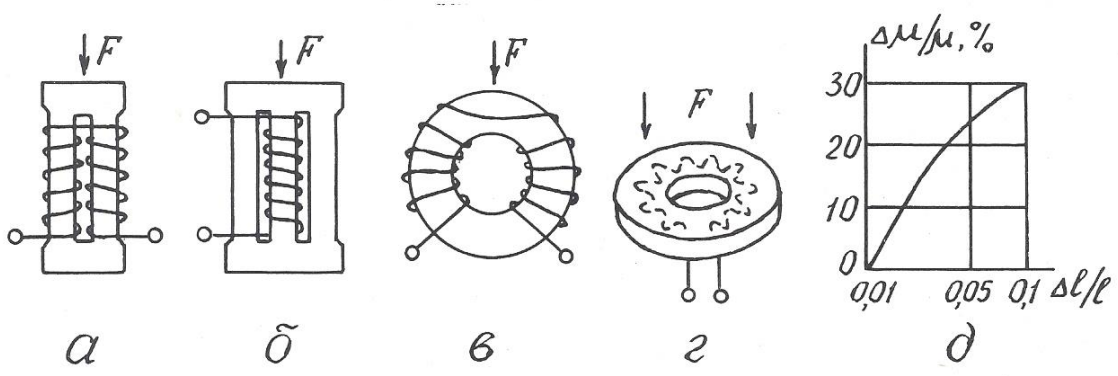



Рис. 2.12. Разновидности магнитоупругих преобразователей (а-г) и зависимость изменения магнитной проницаемости от изменения размеров преобразователя (д)

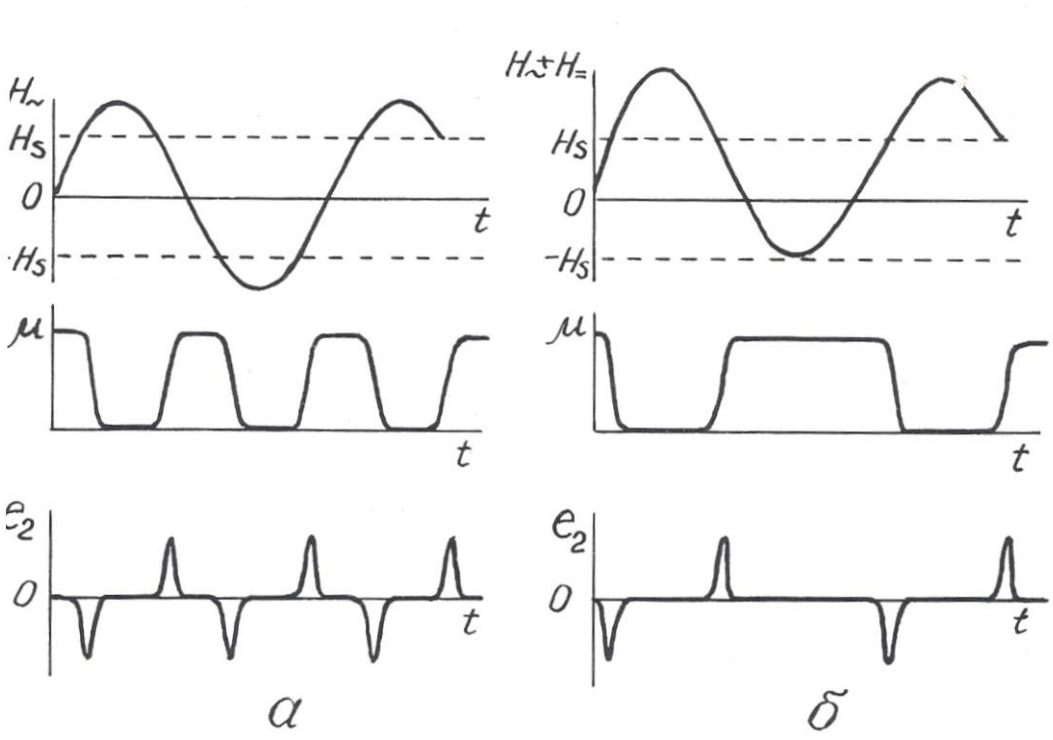



Рис. 2.13. Возникновение э.д.с. второй гармоники в магнитомодуляционном преобразователе в отсутствие (а) и при наличии (б) внешнего магнитного поля

магнитного насыщения, и нарушается симметрия перемагничивания сердечника.

Существуют 2-элементная и 1-элементная конструкции магнитомодуляционных датчиков (рис. 2.14). В 2-элементной имеются 2 параллельных сердечника, обмотки возбуждения на которых намотаны в противоположных направлениях и потому их магнитное поле имеет противоположное направление, а пики э.д.с. второй гармоники противоположны по знаку. По этой причине в сигнальной обмотке, охватывающей оба стержня, при отсутствии внешнего магнитного поля выходной сигнал равен 0. При наличии внешнего магнитного поля в один полупериод исчезает пара импульсов э.д.с. второй гармоники в одной обмотке, когда ее стержень не доходит до насыщения, в другой полупериод – не возникает такая же пара

импульсов в другой обмотке возбуждения и потому на выходе сигнальной обмотки будет существовать э.д.с. второй гармоники, имеющая частоту, удвоенную по сравнению с током возбуждения. Амплитуда этой э.д.с. пропорциональна напряженности внешнего магнитного поля, а фаза определяется направлением последнего.

В одноэлементных датчиках э.д.с. второй гармоники выделяется не с помощью дополнительной сигнальной обмотки, а с помощью фильтров, настроенных на ее частоту.

Достоинства магнитомодуляционных датчиков: простота, надежность, отсутствие открытых электрических контактов, высокая чувствительность; недостаток – необходимость в сложной измерительной схеме, обеспечивающей питание датчика переменным током, а также выделение и усиление сигнала второй гармоники. Дополнительный недостаток 2-элементных датчиков – большое количество выводов.

Магнитомодуляционные преобразователи находят широкое применение в магнитометрической аппаратуре – 2-элементные в полевых (М-17) и аэромагнитометрах (АММ-13, АСГМ-46) [3], 1-элементные – в скважинных

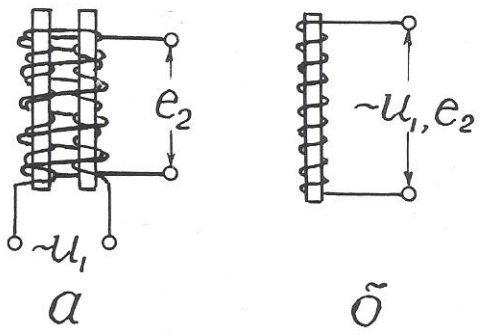



Рис. 2.14. Конструкция 2-элементного (а) и 1-элементного (б) магнитомодуляционного преобразователя

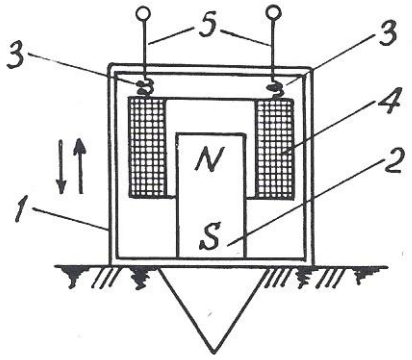



Рис. 3.1. Сейсмоприемник магнитоэлектрического типа: 1 – корпус; 2 – постоянный магнит; 3 – пружинки; 4 – катушка индуктивности; 5 – электрические выводы

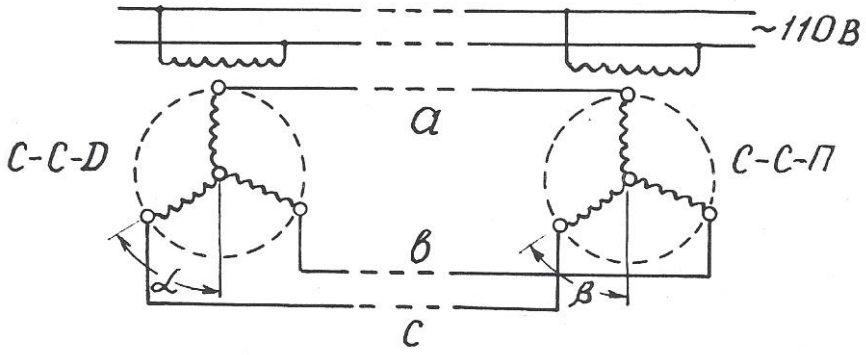



Рис. 3.2. Электрическая схема сельсинной передачи

магнитометрах ТСМ-3, ТСМК-40, ТСМК-30, КСМ-38 и др. [12,17]. Они используются также в скважинных расходомерах РЭТС-2 и магнитных меткоуловителях каротажных станций.

## 2.3. Емкостные преобразователи

Преобразователи этого вида основаны на изменении емкости $C$ конденсатора под действием измеряемой величины.

Как известно, $C=\varepsilon S/\delta$ (2.2), где $S$ – площадь обкладок конденсатора; $\delta$ – расстояние между ними; $\varepsilon$ – диэлектрическая проницаемость среды между

обкладками. Следовательно, изменять емкость можно путем воздействия измеряемой величины либо на геометрические размеры датчика, либо на его диэлектрическую проницаемость. При этом очевидно, что датчики с изменяемыми параметрами $S$ и $\varepsilon$ имеют линейную статическую характеристику, а датчики с изменяемой величиной $\delta$ – нелинейную. В последнем случае для линеаризации характеристики возможно применение дифференциальных емкостных преобразователей, аналогичных по конструкции дифференциальным индуктивным датчикам.

Входными величинами емкостных датчиков могут быть линейные и угловые перемещения, механические усилия, деформации, изменение состава вещества.

Достоинства емкостных датчиков: высокая чувствительность, безинерционность, стабильность; недостаток – малая выходная мощность.

Датчики этого вида используются в аппаратуре диэлектрического каротажа ДК-1.Чувствительный элемент этой аппаратуры представляет собой цилиндрический конденсатор больших размеров, емкость которого зависит от диэлектрической проницаемости окружающих горных пород [2].

В так называемых «аквамерах» – приборах для определения количества воды в смесях «вода-нефть», откачиваемых из буровых скважин, также применяется емкостной датчик. Действие этого прибора основано на том, что у воды $\varepsilon=81$, а у нефти $\varepsilon=2,5$ отн.ед.(при температуре $18^0$ С)

В некоторых скважинных термометрах используются в качестве частотозадающего элемента в схеме $RC$-генератора конденсаторы, емкость которых зависит от температуры.

Кроме того, известны скважинные емкостные измерители зенитного угла [25]. Их чувствительный элемент – конденсатор, одна обкладка которого представляет собой металлическую изолированную полусферу, установленную перпендикулярно оси прибора, а другая обкладка – залитую в эту сферу ртуть. При вертикальном расположении датчика емкость его максимальна, при наклоне – уменьшается.

*Контрольные вопросы*

1. Назовите основные характеристики контактных преобразователей и приведите примеры их применения в геофизической аппаратуре (ГА).

2. Назовите основные характеристики реостатных преобразователей, приведите примеры их применения в ГА.

3. Назовите основные характеристики тензометрических преобразователей и приведите примеры их применения.

4.Назовите основные характеристики электролитических преобразователей и приведите примеры их применения в ГА.

5. Назовите основные характеристики терморезистивных преобразователей и приведите примеры их применения в ГА.

6. Назовите разновидности и основные характеристики фоторезистивных преобразователей, приведите примеры применения их в ГА.

7. Назовите разновидности индуктивных преобразователей.

8. Поясните принцип действия индуктивных преобразователей с изменяемым воздушным зазором, приведите примеры их применения в ГА.

9. Поясните принцип действия магнитоупругих преобразователей, приведите примеры их применения в ГА.

10. Поясните принцип действия магнитомодуляционных преобразователей, приведите примеры их применения.

11. Назовите основные характеристики емкостных преобразователей и приведите примеры их применения.

## 3.ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ГЕНЕРАТОРНОГО ТИПА

Во всех генераторных преобразователях выходной величиной является э.д.с., появляющаяся в результате воздействия измеряемой величины.

### 3.1. Преобразователи индукционной э.д.с.

Эти преобразователи основаны на явлении электромагнитной индукции, возникающей при воздействии на проводник переменного магнитного поля.

Изменение магнитного поля, воздействующего на проводник или, точнее, на катушку индуктивности, достигается либо за счет перемещения катушки относительно постоянного магнита, либо за счет изменения магнитного поля при неизменном расположении магнита и катушки индуктивности.

### 3.1.1 Преобразователи индукционной э.д.с, со взаимным перемещением магнита и катушки индуктивности

Э.д.с., возникающая в катушке индуктивности, зависит от следующих факторов: $e=BVlW\text{Sin}\alpha$, где $B$ – магнитная индукция; $V$ – относительная скорость перемещения; α – угол между векторами $V$ и $B$, $l$ – длина витка и $W$ – число витков в катушке.

Преобразователи этого вида широко используются в геофизической аппаратуре. Примером могут служить сейсмоприемники магнито-электрического типа (С210, СВ1-30 и др.), принцип действия которых иллюстрируется рис. 3.1 [3]. С корпусом приемника 1 жестко скреплен постоянный магнит 2. Над магнитом на пружинках 3 подвешена катушка индуктивности 4 с электрическими выводами 5. При колебаниях поверхности, на которой установлен сейсмоприемник, происходят взаимные перемещения магнита 2 и катушки индуктивности 4, и в последней наводится э.д.с.

Другой пример использования датчиков этого вида – автосинная (или сельсинная) передача, которая применяется в каротажных станциях для синхронизации движения носителя записи (диаграммной или магнитной ленты) с перемещением, зонда по скважине [12]. Принципиальная схема сельсинной передачи представлена на рис. 3.2. Передача содержит, по меньшей мере, две идентичных электрических машины, у которых статор имеет однофазную обмотку с явно выраженными полюсами, а ротор – трехфазную обмотку с неявно выраженными полюсами. Одна машина, называемая сельсином-

датчиком (ССД), устанавливается на блок-балансе, через который в скважину опускается кабель со скважинным снарядом. При движении кабеля по скважине блок-баланс через зубчатую передачу приводит во вращение ротор сельсина-датчика. Другая машина, называемая сельсином-приемником (ССП), устанавливается в регистрирующем приборе  каротажной станции и играет роль привода его лентопротяжного механизма. Обмотки роторов ССД и ССП включены навстречу друг другу, а обмотки статоров питаются переменным током промышленной частоты от одного и того же источника. Переменный ток создает в обмотках статоров пульсирующие магнитные потоки, которые индуцируют в роторных обмотках э.д.с., зависящие от угла поворота ротора относительно статора. Если эти углы у роторов ССД и ССП одинаковы ($\alpha=\beta$), то э.д.с., в их обмотках равны и взаимно компенсируют друг друга. Токи в каждой роторной цепи равны нулю. Если эти углы не равны ($\alpha\neq\beta$), баланс э.д.с. нарушается, и в роторных обмотках возникают токи, которые создают в них магнитные поля, стремящиеся повернуть роторы до положения $\alpha=\beta$.Поскольку ротор ССД механически связан с роликом блок-баланса, находящегося под большой нагрузкой, то поворачивается все время ротор ССП, нагрузка на который меньше и который перемещает носитель записи синхронно с движением скважинного прибора. С одним и тем же ССД могут быть соединены несколько ССП, например, один в регистрирующем приборе, другой на панели лебедчика в блоке счетчика глубин.

Еще один пример применения датчиков этого вида – тахогенераторы – приборы для измерения скорости вращения [5]. В этих приборах ротор генератора вращается в поле постоянного магнита или электромагнита, а индуцируемая в нем э.д.с. выпрямляется и измеряется стрелочным или цифровым прибором. Такие тахогенераторы также используются в каротажных станциях для измерения скорости движения скважинного снаряда. Приводом ротора тахогенератора служит один из сельсинов-приемников автосинной передачи.

### 3.1.2. Преобразователи индукционной э.д.с. со стационарным размещением магнита и катушки индуктивности

В преобразователях этого вида изменение магнитного поля достигается за счет перемещения ферромагнитных масс в воздушном зазоре между магнитом и катушкой индуктивности. В общем случае э.д.с. индукции пропорциональна скорости изменения магнитного потока Ф и числу витков в катушке: $e=-wd\Phi/dt$.

На рис. 3.3 представлено несколько примеров применения преобразователей этого вида в геофизической аппаратуре.

В скважинном каппаметре Н. А. Иванова (рис. 3.3, а) датчик представляет собой катушку индуктивности с большим количеством витков, намотанную на постоянном стержневом магните. Когда такой датчик перемещается по стволу скважины мимо горных пород с повышенными магнитными свойствами, это вызывает изменение магнитного потока через катушку индуктивности, и в ней

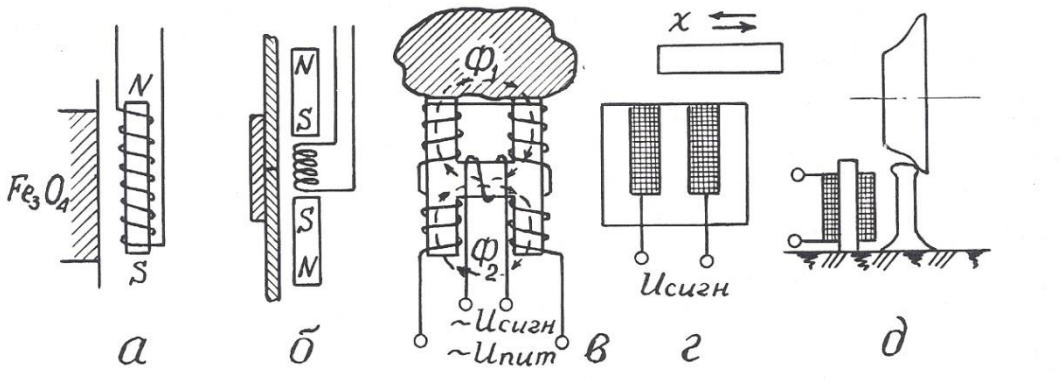



Рис. 3.3. Примеры применения преобразователей индукционной э.д.с.: а – скважинный каппаметр Н. А. Иванова; б – локатор муфт; в – лабораторный измеритель магнитной восприимчивости; г – счетчик количества; д – счетчик вагонеток

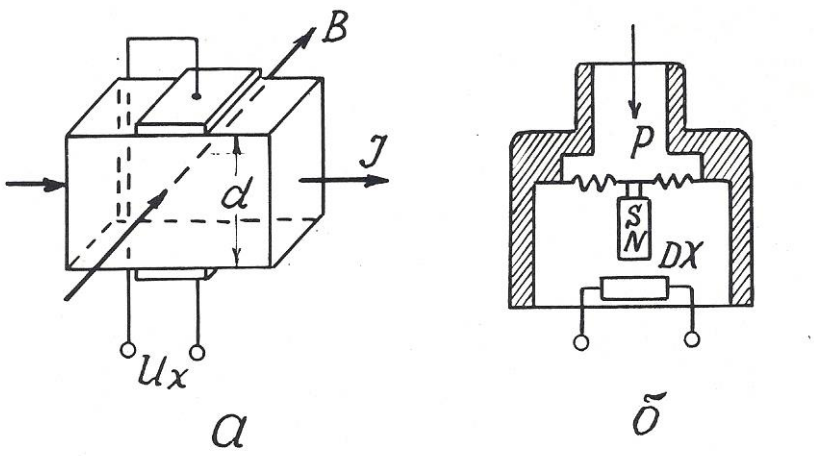



Рис. 3.4. Принцип действия преобразователя Холла (а) и его применение в манометре мембранного типа (б)

возникает э.д.с., пропорциональная магнитной восприимчивости горных пород. В наземном измерительном пульте эта э.д.с., усиливается, выпрямляется и выводится на регистрирующий прибор.

В 50-60 годах каппаметры Н. А. Иванова успешно применялись для исследования скважин на железорудных месторождениях Урала, но потом были заменены более совершенными приборами, поскольку описанный датчик имеет один явный недостаток – сигнал на его выходе зависит не только от магнитных свойств среды, но и от скорости перемещения датчика.

До настоящего времени при исследованиях обсаженных скважин применяются так называемые «локаторы муфт» – приборы, предназначенные для определения положения соединительных муфт обсадных колонн в скважинах [17].

Локатор муфт (рис. 3.3, б) содержит катушку индуктивности и два идентичных постоянных магнита, размещенных выше и ниже нее навстречу друг другу одноименными полюсами. Когда такой прибор перемещается по стальной трубе, имеющей постоянную толщину стенок, магнитные потоки верхнего и нижнего магнитов равны и в области расположения катушки

индуктивности компенсируют друг друга. Когда же прибор проходит через соединительную муфту, то из-за увеличения толщины стали сначала усиливается магнитный поток одного (верхнего), а затем другого (нижнего) магнита. В результате в катушке возникает пара разнополярных импульсов э.д.с., которые и регистрируются на диаграммной ленте.

Еще один пример применения преобразователей данного вида – измерители магнитной восприимчивости образцов горных пород (прибор ИМВ-2) [3]. Датчик измерителя (рис. 3.3, в) представляет собой «Н» – образный сердечник с четырьмя обмотками возбуждения на концах сердечника и одной измерительной обмоткой на его «перекладине». Обмотки возбуждения подключены к источнику переменного тока и соединены таким обрезом, чтобы магнитные потоки, создаваемые ими в «перекладине» сердечника, были направлены навстречу друг другу. Когда датчик находится в воздухе, эти потоки взаимно компенсируются, и сигнал в измерительной обмотке равен нулю. Когда к рабочей поверхности датчика прикладывается образец с повышенной магнитной восприимчивостью, магнитный поток, проходящий через него, увеличивается, и в измерительной обмотке наводится э.д.с., которая затем усиливается и измеряется.

Датчики данного вида находят также применение в технике как счетчики металлических предметов (рис. 3.3, г), счетчики вагонеток (рис. 3.3, д) и т.п. [5].

Общими достоинствами преобразователей индукционной э.д.с. является большая мощность выходного сигнала и отсутствие открытых электрических контактов, недостатком – наличие электромагнитного взаимодействия между магнитом и катушкой индуктивности.

## 3.2. Преобразователя гальваномагнитной э.д.с.

### 3.2.1. Преобразователи Холла

Преобразователи этого вида основаны на эффекте Холла, наблюдаемом в полупроводниках. Этот эффект проявляется в возникновении разности потенциалов $U_x$ на обкладках датчика, по которому протекает ток $I$, при помещении его в магнитное поле, направленное перпендикулярно току. Принцип действия преобразователя Холла поясняется рис. 3.4.

$U_x=K_x \cdot IB/d,$ где $B$ – магнитная индукция; $d$ – толщина датчика; $K_x$ – коэффициент Холла, зависящий от характеристики материала и размеров датчика. Эффект Холла наблюдается в таких полупроводниковых материалах, как антимонид индия (InSb), арсенид индия (InAs), арсенид галлия (GaAs), арсенид-фосфат индия ($InAs_{0,8}P_{0,2}$) и др. Чистые полупроводники германий и кремний имеют очень высокое значение коэффициента Холла, но весьма чувствительны к режиму работы.

Датчики Холла используются для измерения перемещений, давления, числа оборотов и скорости вращения.

Достоинство датчиков: высокая чувствительность; недостатки: потребность во внешнем источнике питания, высокое выходное сопротивление и необходимость в высоком внутреннем сопротивлении источника питания, наличие четырех выводов.

В геофизической аппаратуре датчики Холла могут быть использованы для улавливания магнитных меток на каротажном кабеле (патент США № 4709208) или для измерения давления (рис. 3.4, б).

Отечественная приборостроительная промышленность выпускает микросхемы серии К1116 с датчиками Холла для магнитного управления электрическими цепями [16].

### 3.2.2. Преобразователи Виганда

Магнитобистабильный преобразователь Виганда состоит из специально обработанной проволоки из сплава викаллой (ванадий-10%, кобальт-52%, железо-38%) небольшого диаметра (около 0,3 мм), на которую нанесена

обмотка индуктивности (рис. 3.5). При помещении датчика в магнитное поле в момент превышения напряженностью поля определенного порога направление намагниченности сердечника катушки спонтанно меняется, и в катушке возникает импульс напряжения длительностью около 20 мкс. При длине датчика 15 мм и числе витков $w$=1300 выходное напряжение достигает 2,5 В [6].

Достоинства датчиков Виганда: большой выходной сигнал, отсутствие внешнего питания, широкий температурный диапазон (от - 196 до + 175° С), искробезопасность.

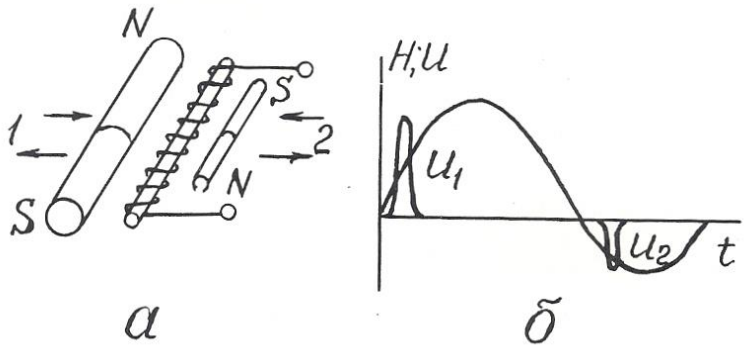



Рис. 3.5. Устройство преобразователя Виганда (а) и осциллограмма его выходного сигнала (б)

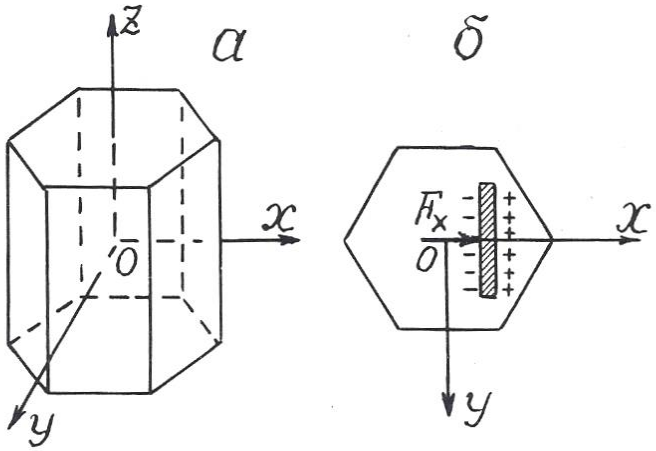



Рис. 3.6. Основные оси кристалла кварца (а) и возникновение пьезоэ.д.с. на кварцевой пластине (б)

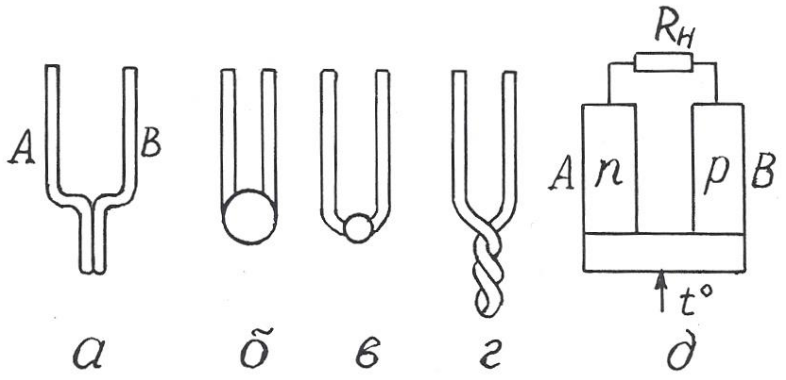



Рис. 3.7. Преобразователи термоэ.д.с. металлические (а-г) и полупроводниковые (д)

Ввиду того, что датчики Виганда были разработаны сравнительно недавно, в конце 80-х годов, они пока еще не используются в геофизической аппаратуре, хотя и могли бы найти применение, например, в магнитных меткоуловителях, устройствах блокировки, каротажных станций и других приборах.

## 3.3. Преобразователи пьезоэ.д.с.

Действие пьезопреобразователей основано на пьезоэлектрическом эффекте, который возникает в результате взаимосвязи между механическим и электрическим состоянием некоторых диэлектрических материалов, называемых **пьезоэлектриками**.

Различают **прямой пьезоэффект**, заключающийся в возникновении электрических зарядов на гранях кристаллов пьезоэлектриков под действием механических напряжений и исчезновении их после снятия нагрузки, и **обратный пьезоэффект**, проявляющийся в изменении формы и размеров пьезоэлектриков под действием электрического поля.

Способность к пьезоэффекту характеризуется пьезоэлектрической постоянной (пьезомодулем), величина которой определяется электрическим зарядом в Кл, возникающим вод действием внешней силы в 1 Н: $K_{пэ}=Q/F$.

Наиболее сильно пьезоэффект выражен у сегнетоэлектриков – веществ с аномально высокой диалектрической проницаемостью. К ним относиться сегнетовая соль, кварц, турмалин, титанат бария и некоторые другие вещества.

Самая высокая пьезоэлектрическая постоянная у сегнетовой соли ($C_4H_4O_6KNa$): $K_{пэ}=300\cdot10^{-12}$ Кл/Н; у титана бария ($BaTiO_3$) $K_{пэ}= 100\cdot10^{-12}$ Кл/Н; у кварца $K_{пэ}=2{,}1\cdot10^{-12}$ Кл/Н.

Основные свойства пьезоэлектрических датчиков рассмотрим на примере кварца. Кристалл кварц имеет главную оптическую ось *z*, нейтральную или механическую ось *y*, и электрическую ось *x* (рис.3.6). Максимальный пьезоэффект наблюдается при воздействии механических нагрузок вдоль электрической оси *x*, поэтому пластины для пьезопреобразователей вырезают из кристаллов кварца перпендикулярно оси *x*.

Возникновение пьезоэффекта объясняется тем, что под действием механических сил происходит смещение электрических зарядов – одна область кристалла заряжается положительно, другая – отрицательно.

Достоинства преобразователей этого вида: безынерционность, линейная статическая характеристика, высокая собственная частота, малые габариты; недостатки: утечка зарядов с течением времени, необходимость гидроизоляции.

Применяются пьезопреобразователи для измерения динамических нагрузок, деформаций, перемещений.

В геофизической аппаратуре пьезопреобразователи используются в качестве приемников упругих колебаний в скважинных приборах акустического каротажа (СПАК-2, СПАК-4, СПАК-6 и др.). Такой пьезоэлектрический сейсмоприемник изготавливается в виде полой сферы из пьезокерамики, внутренняя и внешняя поверхности которой имеют серебряное покрытие для облегчения снятия с них электрических зарядов. От промывочной жидкости в скважине сейсмоприемник отделен слоем резины [2,17].

В полевой геофизике существует сейсмоэлектрический метод разведки, который заключается в возбуждении с помощью взрыва пьезоэффекта на

кристаллах естественных пьезоэлектриков в условиях их коренного залегания и в измерении этого эффекта с помощью системы электродов [3].

В быту пьезопреобразователи используются в качестве звукоснимателей в электропроигрывателях, в зажигалках для газовых плит (прямой пьезоэффект), в звукоизлучателях электронных часов и ПЭВМ (обратный пьезоэффект) [22].

### 3.4. Преобразователи термоэ.д.с.

Преобразователи этого вида основаны на термоэлектрическом эффекте, заключающемся в том, что в цепи из двух разнородных проводников при поддержании разных температур в точках их соединения возникает э.д.с., пропорциональная разнице этих температур (эффект Зеебека) [22].

Термоэлектрические преобразователи называют термопарами а проводники А и В, из которых они состоят – термоэлементами (рис. 3.7).

Один **чувствительный спай** термоэлементов подвергают воздействию измеряемой температуры, температуру другого, **опорного**, поддерживают постоянной.

Чувствительность термопреобразователей составляет от 5 до 60 мкВ/К.

Наибольшую чувствительность имеют термопары, составленные из двух полупроводников с различной (электронной и дырочной) природой проводимости.

Достоинства термопреобразователей: отсутствие источников питания, линейная статическая характеристика, большой диапазон измеряемых температур; недостаток: малая мощность сигнала отдельной термопары.

В геофизике используются металлические термопреобразователи в качестве термометров для исследования скважин на месторождениях парогидротерм, полупроводниковые – в качестве датчиков в полевой терморазведке.

В технике термопары используются в системах автоматического регулирования температуры в различных металлургических процессах. В годы

Великой Отечественной войны выпускались батареи полупроводниковых термопреобразователей, которые надевались на стекло керосиновой лампы и вырабатывали электроэнергию, достаточную для питания лампового приемника или рации.

### 3.5. Преобразователи фотоэ.д.с.

В этих преобразователях используются два полупроводника с разным характером проводимости (рис. 3.8, а). На их контакте происходит взаимная диффузия электронов в *p*-полупроводник, дырок – в *n*-полупроводник. Дырки рекомбинируют с электронами, в результате на контакте полупроводников образуется тонкий запирающий слой – «*p*-*n*-переход». Такие преобразователи могут работать в режиме источника тока и фотодиода.

При отсутствии светового облучения через такой преобразователь проходит очень небольшой, так называемый «темновой ток», соответствующий обратному току диода. При световом облучении *p*-*n* -перехода кванты света образуют добавочные носители тока.

Под действием разности потенциалов потенциального барьера *p*-*n*-перехода электроны перемещаются в зону *n*-полупроводника, а дырки – в зону *p*-полупроводника, создавая фотоэ.д.с., на выводах прибора. На рис. 3.8, а электроны и дырки, прошедшие через *p*-*n*-переход в результате диффузии и создавшие потенциальный барьер *p*-*n*-перехода, условно обозначены как «+» и «-» без кружочков. Добавочные дырки и электроны, возникшие под действием облучения, показаны как «+» и «-» в кружочках. Стрелками показано направление действующих на них сил поля *p*-*n*-перехода.

На рис. 3.8, б показан разрез германиевого фотодиода, состоящего из пластины германия 1 с проводимостью *n*-типа, которая сплавлена с индием 2 (проводимость *p*-типа). Толщина слоя германия над индием настолько мала, что кванты света свободно проникают через него в зону *p*-*n*-перехода. Корпус 3 выполнен из оргстекла и залит компаундом 4.

Спектральные характеристики фотопреобразователей зависят от используемых в них материалов.

Интегральная чувствительность германиевых фотопреобразователей имеет наибольшее значение $K_{диф}=\Delta I/\Delta\Phi=20$ мА/лм. Э.д.с. фотогенераторов не превышает 0,12-0,5 В.

Преобразователи фотоэ.д.с. изготавливаются из кремния, селена, сернистого таллия и сернистого серебра. Достоинством селеновых фотопреобра-

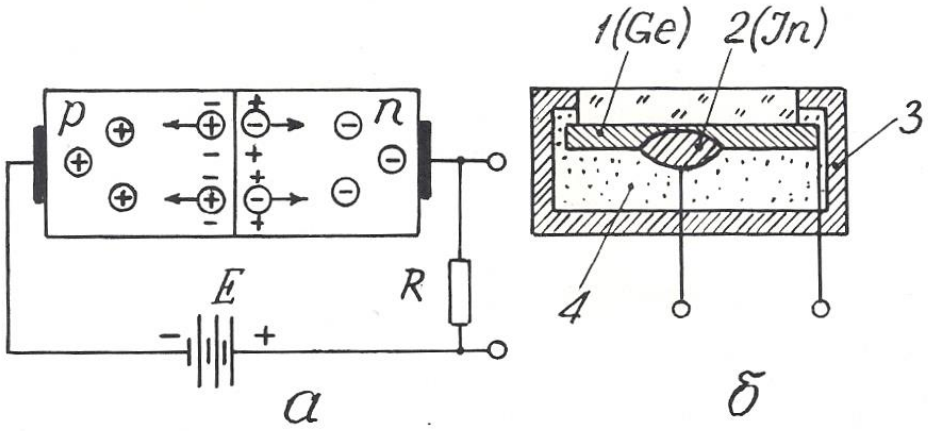



Рис. 3.8. Преобразователь фотоэ.д.с.: принцип действия (а) и конструкция (б)

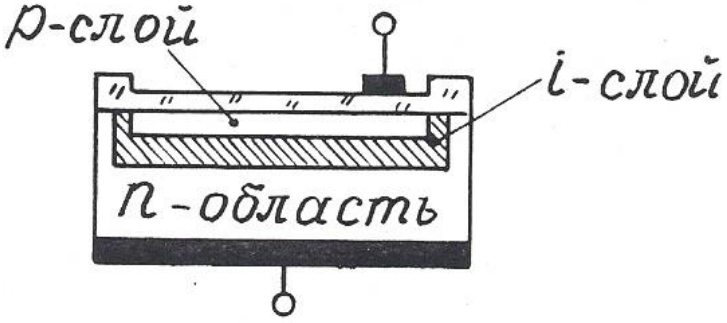



Рис. 3.9. Структура *pin*-диода

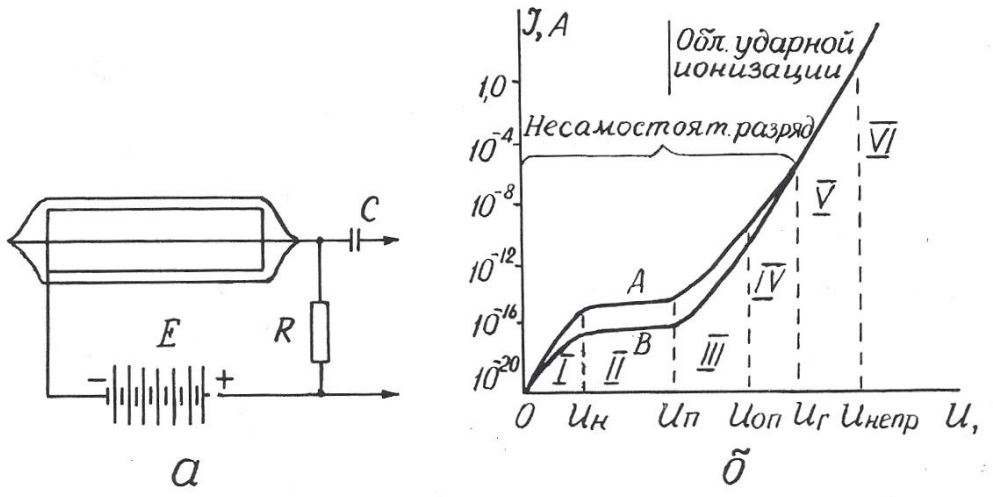



Рис. 4.1. Устройство газоразрядного счетчика (а) и его вольт-амперная характеристика (б): А – β-частица; В – γ-квант

зователей является их спектральная чувствительность, близкая к чувствительности человеческого глаза.

Для увеличения количества дополнительных носителей, образующихся в *p-n*-переходе под действием светового облучения, между *p* и *n*-полупроводниками располагают дополнительный слой нелегированного высокоомного кремния (*i*-слой) – рис. 3.9. Такие фотоэлектрические приборы носят название *pin*-диодов. Область применения их в геофизической аппаратуре та же, что и фоторезистивных датчиков (см. раздел 2.1.7).

*Контрольные вопросы*

1. Назовите основные характеристики преобразователей индукционной э.д.с., их разновидности и приведите примеры их применения в технике и геофизической аппаратуре (ГА).

2. Поясните принцип действия датчика Холла и объясните его устройство (рис. 3.4, а).

3. Поясните принцип действия и устройство датчика Виганда (рис. 3.5).

4. Поясните принцип действия преобразователей пъезоэ.д.с. и приведите примеры их применения в ГА.

5. Поясните принцип действия преобразователей термоэ.д.с. и приведите примеры их применения в технике и ГА.

6. Поясните принцип действия преобразователей фотоэ.д.с. и приведите примеры их применения.

## 4. РАДИАЦИОННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

В настоящем пособии будут рассмотрены только те радиационные преобразователи, которые преобразуют энергию ядерного излучения в электрический сигнал. Эти преобразователи называются также детекторами радиоактивных излучений. Они бывают трех видов: газоразрядные, сцинтилляционные и полупроводниковые.

### 4.1. Газоразрядные детекторы

В газоразрядном детекторе происходит непосредственное преобразование энергии радиоактивного излучения в электрические импульсы.

Газоразрядный детектор представляет собой металлический цилиндр, по оси которого натянута тонкая металлическая нить. Цилиндр играет роль катода и подключается к «минусу» источника постоянного напряжения, нить (анод) – к «плюсу». И нить, и цилиндр могут быть помещены в стеклянный баллон (рис. 4.1, а). Полость детектора заполнена газом под низким давлением (примерно – $1{,}5 \cdot 10^4$ Па). При прохождении через детектор нейтроны и гамма-кванты взаимодействуют с атомами вещества его катода и газового наполнителя, вызывая ионизацию газа и, как следствие, прохождение кратковременного импульса тока, сила $I$ которого зависит от напряжения $U$ между электродами. При схеме включения детектора, изображенной на рис. 4.1, а, на нагрузочном сопротивлении $R$ импульс тока создает отрицательный импульс напряжения, который через разделительный конденсатор $C$ подается на усилительно-регистрирующую схему [13].

Зависимость $I=f(U)$ или вольт-амперная характеристика счетчика приведена на рис. 4.1, б. В ней выделяются шесть областей, отличающихся по механизму переноса ионов в электрическом поле счетчика. В области I при

малых напряжениях на электродах ток возрастает пропорционально напряжению, т.к. с ростом напряжения уменьшается количество рекомбинирующихся ионов и все большее их количество достигает электродов счетчика. Эта область (от 0 до $U_н$) называется **омической**. Начиная с некоторого значения $U_н$, ток достигает насыщения (все ионы долетают до анода и катода) и перестает возрастать. Величина ионизационного тока во II области (от $U_н$ до $U_п$) определяется только количеством ионов, образующихся в единицу времени. Преобразователи, работающие в этой области, носят название **ионизационных камер**. При дальнейшем, свыше $U_п$ росте напряжения, несмотря на постоянство начальной ионизации, происходит рост тока в импульсе. Это связано с возникновением ударной ионизации, при которой электроны, образующиеся при первоначальном воздействии радиации, ускоряются электрическим полем счетчика настолько, что начинают ионизировать молекулы газового наполнителя. Отношение числа ионов, достигших анода счетчика, к числу первичных ионов, созданных регистрируемой частицей (или гамма-квантом), называется **коэффициентом газового усиления**. Величина его зависит от приложенного напряжения.

С возникновением ударной ионизации вначале ток возрастает пропорционально напряжению на электродах (область пропорциональности III от $U_п$ до $U_{оп}$), здесь отмечается относительно невысокий коэффициент газового усиления (до $10^4$), а при дальнейшем увеличении $U$ пропорциональность нарушается и от $U_{оп}$ до $U_г$ следует IV область – **ограниченной пропорциональности**. За ней идет область Гейгера (V), в которой амплитуда импульса не зависит от начальной ионизации. Коэффициент газового усиления достигает $10^8$-$10^9$ и продолжает увеличиваться с ростом напряжения. За областью Гейгера следует область **непрерывного разряда** (VI), для возникновения которого не нужна первичная ионизация, достаточно к электродам счетчика приложить напряжение, превышающее $U_{непр}$.

Области V и VI – это области самостоятельного разряда, который не требует для своего поддержания внешних источников ионизации.

Газоразрядные детекторы, применяемые в геофизической аппаратуре, работают либо в пропорциональной области (пропорциональные счетчики), либо в области Гейгера (счетчики Гейгера-Мюллера).

**Пропорциональные счетчики** используются для измерения плотности потока тепловых нейтронов. Баллон счетчика заполняется трехфтористым бором ($BF_3$), обогащенным до 96 % изотопом B-10, имеющим большое сечение захвата тепловых нейтронов. При захвате нейтрона происходит реакция B ($n$,α) $Li$, α – частица производит первичную ионизацию в объеме счетчика. Для измерений нейтронов надтепловых энергий счетчик окружают сначала слоем водородсодержащего вещества, например, парафина, а затем тонким (около 0,5 мм) слоем кадмия. Кадмий поглощает тепловые нейтроны, а надтепловые в парафине замедляются до тепловых энергий и затем фиксируются счетчиком.

**Счетчик Гейгера-Мюллера** применяется для регистрации гамма-квантов. Он заполняется инертным газом (аргоном или гелием) с добавкой паров высокомолекулярных органических соединений (этилового спирта или этилового эфира) или галогенов (хлора, брома). Такая добавка способствует гашению непрерывного разряда, т.к, положительные ионы, образовавшиеся из молекул инертного газа, нейтрализуются при столкновениях с молекулами высокомолекулярного соединения или галогена и не вызывают вторичной электронной эмиссии с катода.

После регистрации каждой ионизирующей частицы газоразрядный счетчик не способен в течение некоторого «мертвого времени» $\tau_м$ (порядка $10^{-4}$ с) отмечать попадание следующей частицы или реагирует на нее образованием импульса пониженной амплитуды («время восстановления» – $\tau_в$). Величина «мертвого времени» и «времени восстановления» определяет разрешающую способность и эффективность преобразователя.

**Разрешающей способностью** преобразователя называют максимальное количество ионизирующих частиц $N_{max}$, которые могут быть уверенно зафиксированы преобразователем $N_{max}=I/(\tau_м+\tau_в)$.

Под **эффективностью счетчика** понимают отношение числа частиц, зарегистрированных счетчиком, к общему числу частиц, прошедших через объем счетчика. Эффективность газоразрядных счетчиков зависит от их конструкции, размеров и материала катода и обычно не превышает нескольких процентов.

Основной рабочей характеристикой газоразрядного преобразователя является его **счетная характеристика** – зависимость числа импульсов на его выходе от напряжения на электродах при постоянной интенсивности ионизирующего облучения (рис. 4.2). Участок *ав* в пределах которого выбирается рабочее напряжение счетчика $U_{раб}$, называется **плато**. Протяженность плато составляет от 200 до 300 В, а наклон – от 3 до 15 % на 100 В.

Достоинства газоразрядных детекторов: большая амплитуда сигнала, малая потребляемая мощность, широкий температурный диапазон; недостатки: потребность в источнике питания с высоким напряжением, ограниченный ресурс, для счетчиков Гейгера-Мюллера – независимость амплитуды выходного сигнала от энергии ионизирующего излучения.

Газоразрядные счетчики очень широко применялись во всех разновидностях геофизических радиометров: полевых, каротажных, автомобильных и самолетных [3,12]. В последнее время они в значительной мере вытеснены более эффективными сцинтилляционными детекторами.

## 4.2 Сцинтилляционные детекторы

Сцинтилляционный радиационный преобразователь (рис. 4.3) состоит из люминофора 1 (оптически прозрачного вещества, люминесцирущего под действием ядерного излучения), и фотоэлектронного умножителя 2 (ФЭУ).

В результате действия попавшей в сцинтиллятор элементарной частицы (или гамма-кванта) часть атомов сцинтиллятора переходит в возбужденное состояние. Обратный переход их в нормальное состояние сопровождается кратковременной (порядка $10^{-7}$-$10^{-9}$с) световой вспышкой. Фотоны света

преобразуются в электрический сигнал с помощью ФЭУ, который представляет собой комбинацию фотоэлемента с электронным усилителем. Фотоны из сцинтиллятора 1 выбивают из фотокатода ФЭУ 3 электроны, которые под действием электрического поля устремляются к ближнему диноду 4, имеющему положительный потенциал. Вследствие вторичной электронной

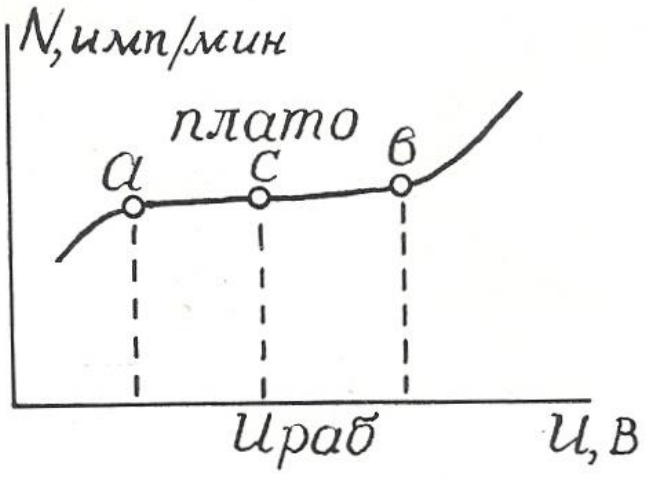



Рис. 4.2. Счетная характеристика газоразрядного счетчика Гейгера – Мюллера

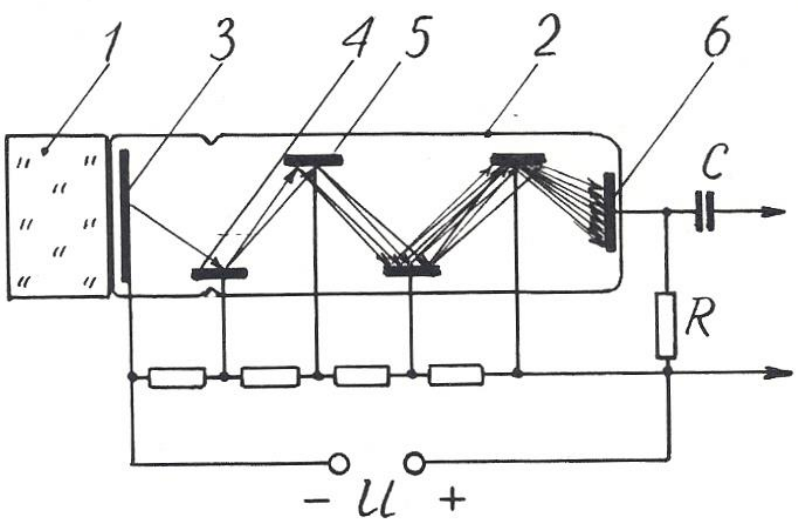



Рис. 4.3. Устройство сцинтилляционного преобразователя: 1 – кристалл-сцинтиллятор; 2 – фотоэлектронный умножитель (ФЭУ); 3 – фотокатод; 4 – первый динод; 5 – второй динод; 6 – анод (ФЭУ)

эмиссии каждый электрон "выбивает из динода вторичные электроны, которые притягиваются следующим динодом 5, имеющим более высокий потенциал, и также вызывают вторичную электронную эмиссию. Процесс развивается лавинообразно, в результате попаданию каждой ионизирующей частицы в кристалл-сцинтиллятор соответствует прохождение импульса тока между анодом 6 и катодом 1 ФЭУ, причем амплитуда этого импульса пропорциональна энергии ионизирующей частицы.

Эффективность сцинтилляционных детекторов намного выше, чем у газоразрядных, и достигает 20 %.

В качестве сцинтилляторов для регистрации гамма-квантов в геофизический аппаратуре используют монокристаллы соединений NaI, CsI, KI, активированных таллием (Tl), а для регистрации нейтронов – кристаллы сернистого цинка ZnS с добавками серебра или меди. Примесь активатора (Tl, Ag, Cu) в люминофоре способствует созданию в решетках кристаллов-сцинтилляторов дополнительных центров люминесценции [13].

Счетная характеристика сцинтилляционных преобразователей имеет плато очень небольшой протяженности, вследствие чего эти преобразователи требуют питания высокостабилизированным напряжением.

Преимущества сцинтилляционных преобразователей перед газоразрядными: высокая эффективность, большая разрешающая способность, зависимость амплитуды выходного сигнала от энергии ионизирующего излучения, что позволяет изучать энергетический спектр последнего.

Эти преимущества обеспечивают широкое распространение детекторов этого вида в разнообразных радиометрах: полевых (СРП-68-02), скважинных (ДРСТ-3, Кура-2м и др.), самолетных (АСГМ-46 и др.).

К недостаткам сцинтилляционных детекторов можно отнести низкую термостойкость и термостабильность, что требует их термостатирования в скважинных радиометрах [9].

### 4.3. Полупроводниковые детекторы

Полупроводниковые детекторы (ППД) устроены и действуют совершенно аналогично преобразователям фотоэ.д.с., рассмотренным в разделе 3.5. Отличие заключается только в том, что в ППД образование свободных носителей в зоне *p*-*n*-перехода происходит за счет действия не фотонов света, а ионизирующего ядерного излучения.

Амплитуда импульса на выходе ППД пропорциональна числу носителей зарядов, образованных ионизирующей частицей, а следовательно, ее энергии, что дает возможность изучать энергетический спектр излучения.

Для создания *i*-слоя в ППД используют литий, обладающий высоким коэффициентом диффузии, который добавляют в торец полупроводника с *p*-проводимостью.

Преимущества полупроводниковых детекторов: экономичность питания, весьма малые размеры и хорошее амплитудное разрешение (в 20-30 раз лучше, чем у сцинтилляционных преобразователей).

Однако их распространение ограничено. Это связано, во-первых, со сравнительно небольшими размерами чувствительной части детектора, и во-вторых, с необходимостью охлаждения детектора до низких температур (от -100 до $-196^0$), которое повышает их эффективность.

*Контрольные вопросы*

1. Какие существуют преобразователи ядерных излучений в электрический сигнал?

2. Объясните устройство газоразрядного преобразователя.

3. Объясните вольт-амперную характеристику (рис. 4.1, б) газоразрядного детектора.

4. Чем отличаются счетчики Гейгера-Мюллера от пропорциональных счетчиков?

5. Объясните устройство и работу сцинтилляционного детектора.

6. Назовите преимущества сцинтилляционных детекторов перед газоразрядными.

7. Объясните устройство и работу полупроводникового детектора, укажите его достоинства и недостатки.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Алиев Т. М., Тер-Хачатуров А. А*. Измерительная техника: Учебн. пособие для техн. вузов. – М.: Высшая школа, 1991. – 384 с.

2. *Аппаратура и оборудование для геофизических исследований нефтяных и газовых скважин:* Справочник /А. А.Молчанов, В. В. Лаптев, В. М. Моисеев, Р. С.Челокьян. – М.: Недра, 1987. – 263 с.

3. *Бондаренко В. М., Демура Г. В., Ларионов А. М.* Общий курс геофизических методов разведки: Учебн. пособие для техникумов. – П.*:* Недра, 1986. – 453 с.

4. *Бриндли К*. Измерительные преобразователи: Справочное пособие / Пер.с англ. – М.:Энергоатомиздат, 1991. – 144 с.

5. *Бухгольц В. П.* Датчики и реле автоматического контроля в горной промышленности. – М.: Недра, 1971. – 224 с.

6. *Виглеб Г.* Датчики / Пер. с нем. – М.: Мир, 1989. – 196 с.

7. *Енохович А. С.* Краткий справочник по физике. – М.: Высшая школа, 1976. – 288 с.

8. *Зачиевский Т., Мальзахер С., Квецинский А.* Промышленная электроника / Пер.с польского. – М.; Энергия, 1976. – 640 с.

9. *Зельцман П. А.* Конструирование аппаратуры для геофизических исследований скважин. – М.: Недра, 1968. – 180 с.

10. *Зимодро А. Ф., Скибинский Г. Л.* Основы автоматики. – Л.: Энергоатомиздат, 1984. – 160 с.

11. *Квартин М. И.* Электромеханические и магнитные устройства автоматики и их расчет. – М.: Высшая школа, 1973. – 344 с.

12. *Кривко Н. Н., Шароварин В. Д., Широков В. Н.* Промыслово-геофизическая аппаратура и оборудование: Учебн. пособие для вузов. – М.: Недра, 1981. – 280 с.

13. *Ларионов В. В.* Радиометрия скважин. – М.: Недра, 1969. – 327 с.

14. *Левшина Е. С., Новицкий П. В.* Электрические измерения физических величин. Измерительные преобразователи. – Л.: Энергоатомиздат, 1983.

15. *Литвак В. И.* Тензореле. Расчет, конструирование, применение. – М.: Машиностроение, 1989. – 160 с.

16. *Логинов В. И.* Электрические измерения механических величин / Изд. 2-е, доп. – М.: Энергия, 1976. – 104 с.

17. *Померанц Л. И., Белоконь Д. В., Козяр В. Ф.* Аппаратура и оборудование геофизических методов исследования скважин: Учебн. пособие для техникумов. – М.: Недра, 1985. – 271 с.

18. *Сковородников И. Г., Калашников В. Н.* Дистанционный уровнемер для испытательных скважин // Геофизическая аппаратура. Вып.89. – Недра, 1988. – С. 98-103.

19. *Сковородников И. Г., Макаров Л. В., Калашников В. Н.* Газожидкостный расходомер РГЖ-Г: Техническое описание. – Свердловск: СГИ, 1988. – 15 с.

20. *Сковородников И. Г., Макаров Л. В., Калашников В. Н.* Изучение скорости и направления движения подземых вод // Гидрогеология и инж. геология: Обзор / ВНИИ экон. минер. сырья и геологоразв. работ. – М.,1987. – 33 с.

21. *Сковородников И. Г., Макаров Л. В., Калашников В. Н.* Скважинные тахометрические расходомеры / СГИ. – Свердловск, 1989. – 65 с. – Деп. в ВИНИТИ, №7609-В89, 1989.

22. *Справочник по средствам автоматики* / Под ред. В. Э. Низэ, И.В.Антика. – М.: Энергоиздат, 1983. – 504 с.

23. *Электрические измерения неэлектрических величин* / А. М. Туричин, П. В. Новицкий, Е. С. Левшина и др.; Изд. 5-е, перераб. и доп. – Л.: Энергия, 1975. – 676 с.

24. А. с. 491895. Зонд для измерения направления и скорости движения грунтовых вод /Б. Н. Халтурин, В. С. Лившиц // Бюл. изобр. – 1975, №42.

25. А. с. 1063990. Емкостной датчик зенитного угла / О. В.Фомин // Бюл. изобр. – 1983, № 48.

26. А. с. 1158750. Скважинный уровнемер (его варианты) / В. Н. Калашников, И. Г.Сковородников // Бюл. изобр. – 1985, № .20.

27. А. с. 1509518. Датчик угла наклона буровой скважины / А. В. Давыдов, И. Г. Сковородников // Бюл. изобр. – 1989, № 35.

МИНОБРНАУКИ РФ
УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

# МИНЕРАЛОГИЯ И ПЕТРОГРАФИЯ

Учебно-методическое пособие
по дисциплине для студентов специальности 21.05.03 Технология геологической разведки

Издание УГГУ Екатеринбург, 2020

*Суставов О. А.* Минералогия и петрография. Учебно-методическое пособие по дисциплине для студентов специальности 21.05.03 Технология геологической разведки

Екатеринбург: Изд-во УГГУ

В пособии даются сведения о морфологии, химическом составе и свойствам наиболее распространенных минералов, рассматриваются главные магматические, осадочные и метаморфические горные породы. В связи с нефтегазовым профилем специализаций НФ, ГИС, ГИН, РФ, ТТР особое внимание уделено осадочным породам и условиям их образования. Излагаются данные, необходимые для макроскопической диагностики наиболее распространенных минералов и горных пород. Приводится рекомендуемая литература, контрольные задания и контрольные вопросы по рассматриваемой дисциплине. Пособие может быть использовано при проведении аудиторных лабораторных занятий и для самостоятельной работы студентов.

Рецензент – Е. В. Коророва, ст. преподаватель кафедры литологии и геологии горючих ископаемых УГГУ

© Суставов О. А.
© Уральский государственный горный университет

## ОГЛАВЛЕНИЕ

**МИНЕРАЛОГИЯ** ..... 4

КРИСТАЛЛЫ МИНЕРАЛОВ И МИНЕРАЛЬНЫЕ АГРЕГАТЫ ..... 4
ХИМИЧЕСКИЙ СОСТАВ МИНЕРАЛОВ ..... 6
СВОЙСТВА МИНЕРАЛОВ ..... 6
СИСТЕМАТИКА МИНЕРАЛОВ ..... 12
Простые вещества ..... 12
Сернистые соединения ..... 13
Оксиды и гидроксиды ..... 13
Галоиды ..... 13
Соли кислородных кислот ..... 13
Силикаты ..... 13
НЕКОТОРЫЕ ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ ПРИЗНАКИ МИНЕРАЛОВ . 15
Литература ..... 211
Контрольные задания ..... 21
Контрольные вопросы ..... **Ошибка! Закладка не определена.**2

**ПЕТРОГРАФИЯ** ..... 23

1. МАГМАТИЧЕСКИЕ ПОРОДЫ ..... 244
Плутонические (интрузивные) породы ..... 288
Вулканические (эффузивные) породы ..... 29
Плотность магматических пород ..... 32
Литература ..... 33
Контрольные вопросы ..... 33
2. ОСАДОЧНЫЕ ПОРОДЫ ..... 344
Стадии образования осадочных пород ..... 344
Обломочные породы ..... 39
Глинистые породы ..... 422
Хемогенные и биогенные породы ..... 455
Осадочные фации и формации ..... 49
Словарь ..... 53
Литература ..... 54
Контрольные вопросы ..... 54
3. МЕТАМОРФИЧЕСКИЕ ПОРОДЫ ..... 55
Регионально-метаморфические породы ..... 55
Метасоматические породы ..... 59
Литература ..... 60
Контрольные вопросы ..... 60

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ ..... 62

## МИНЕРАЛОГИЯ

Минералогия занимается изучением свойств, состава и условий образования минералов. Минерал – химический элемент или химическое соединение, обычно кристаллическое, которое образуется в результате геологических процессов. Именно из минералов состоят объекты исследования геологов и геофизиков. Это одна из старейших и главных наук гелогического цикла. Она тесно связана с кристаллографией, физикой и химией. Из них минералогия черпает основные представления о внутреннем атомарном строении минералов, о законах роста и огранения кристалов, о химических реакциях, возможных при образовании минералов.

## *КРИСТАЛЛЫ МИНЕРАЛОВ И МИНЕРАЛЬНЫЕ АГРЕГАТЫ*

Кристаллы – твердые тела, обладающие упорядоченной атомной структурой и имеющие вследствие этого при определенных условиях форму многогранников.

### Признаки кристаллического вещества

*Однородность* – в любых участках кристаллического вещества все его свойства тождественны.

*Анизотропия* – зависимость свойств от направления. В кристаллах свойства неодинаковы в непараллельных направлениях (и одинаковы по параллельным направлениям). Например, твердость одной и той же грани в разных направлениях различна. В некоторых случаях это различие можно заметить, царапая в разных направлениях грань кристалла (дистен). Кроме того, неодинакова и твердость разных граней и срезов одного и того же кристалла.

*Симметрия* – закономерная повторяемость в расположении отдельных частей кристалла на плоскости или в пространстве.

### Образование кристаллов

Кристаллы минералов могут возникать в газовой, жидкой и твердой среде.

Жидкие среды минералообразования: *магма* – высокотемпературный раствор-расплав, *водные растворы* – гидротермальные и поверхностные (грунтовые, карстовые, почвенные, озерные, морские воды).

Кристаллы зарождаются и начинают расти при достижении критического пересыщения среды веществом будущих кристаллов. Это часто происходит в результате падения температуры (кристаллизация магматических расплавов) или за счет испарения растворителя (при испарении рассолов в озерах и лагунах кристаллизуются галит, сильвин, гипс, ангидрит). Примером

кристаллизации в твердой среде является рост ограненных кристаллов пирита и других минералов внутри горных пород.

После своего возникновенияния кристаллы минералов в ходе геологической истории могут подвергаться различным преобразованиям, в том числе:

*механическим деформациям* (хрупким – дроблению с образованием обломков кристаллов, или пластическим – например, сплющиванию, изгибанию и т. п.);

*химическим изменениям* – например, на месте пирита $FeS_2$ при выветривании может возникать лимонит $Fe_2O_3 \cdot nH_2O$;

*радиогенным изменениям* – например, кварц под действием радиоактивного облучения нередко приобретает дымчатую окраску.

## Облик кристаллов

Облик – общий вид кристалла минерала; характеризует развитие кристалла (ограненного или неограненного) по трем взаимно перпендикулярным направлениям:

1) изометрический - примерно одинаковые размеры по трем взаимно перпендикулярным направлениям (кристаллы пирита, граната);

2*)* вытянутый по двум направлениям - таблитчатый, пластинчатый, чешуйчатый (кристаллы слюды);

3) вытянутый в одном направлении - столбчатый, призматический, игольчатый, волокнистый, шестоватый (кристаллы актинолита, турмалина).

## Строение минеральных агрегатов

Минералы чаще встречаются не отдельными кристаллами, а образуют различные скопления, называемые минеральными агрегатами.

По величине зерен агрегаты подразделяются на ***плотные*** (зерна на глаз неразличимы), ***мелкозернистые*** (зерна менее 1 мм, но различимы на глаз), ***среднезернистые*** (1-5 мм), ***крупнозернистые*** (5-20 мм), ***гигантозернистые*** (зерна крупнее 20 мм в поперечнике).

По форме выделяют ***чешуйчатые, игольчатые, шестоватые, волокнистые*** агрегаты. Шестоватые агрегаты состоят из вытянутых кристаллов, расположенных параллельно или почти параллельно друг другу.

Кроме того, выделяют:

***друзы*** - совокупности кристаллов, прикрепленных к общему основанию;

***конкреции*** - образования округлой формы, иногда радиально-лучистого строения, рост которых происходил от центра к периферии;

***жеоды*** (например, жеода лимонита у входа в ИГГ);

***натечные агрегаты*** - образуются за счет обволакивания стенок пустот минеральным веществом с образованием гроздьевидных, сталактитовых, почковидных форм.

## *ХИМИЧЕСКИЙ СОСТАВ МИНЕРАЛОВ*

Минералы не являются химически чистыми веществами. В них всегда входят различные структурные химические примеси. В некоторых минералах количество таких примесей незначительно – их называют минералами постояного состава (например, кварц, пирит, галит), тогда как в большинстве минералов содержание примесей достаточно высокое и непостоянное – это минералы переменного состава.

***Изоморфизм*** – способность химических элементов (атомов, ионов) замещать друг друга в минералах.

*Изовалентный* изоморфизм – взаимное замещение ионов одинаковой валентности.

Например, в кристаллической структуре оливина $(Mg, Fe)_2[SiO_4]$ ионы $Mg^{2+}$ могут замещаться на ионы $Fe^{2+}$. Здесь замещение $Mg^{2+}$ на $Fe^{2+}$ происходит в любых количественных соотношениях – *совершенный,* или *неограниченный* изоморфизм. Минерал оливин можно представить как *изоморфную смесь* $Mg_2[SiO_4]$ и $Fe_2[SiO_4]$.

При *ограниченном* изоморфизме (например, в рубине – разновидности корунда $Al_2O_3$, в которой 0,05 % ионов $Al^{3+}$ замещено на $Cr^{3+}$) замещающий элемент (в данном случае Cr) называется *изоморфной примесью*.

От вхождения изоморфных примесей зависят свойства минералов: например, чистый сфалерит ZnS прозрачен и бесцветен, а при частичном замещении $Zn^{2+}$ на $Fe^{2+}$ минерал приобретает бурый цвет. В сфалерите могут быть различные изоморфные примеси, в том числе, например, нередко имеется изоморфная примесь индия. Поэтому при обнаружении сфалеритовых руд их нужно опробовать на индий, который из этих руд в основном и добывается.

*Гетеровалентный* изоморфизм – взаимное замещение ионов разной валентности. Осуществляется с сохранением электронейтральности (сумма зарядов замещаемых ионов должна быть равна сумме зарядов замещающих ионов). Например, в плагиоклазах имеет место совершенный гетеровалентный изоморфизм с замещением $Na^{1+}+Si^{4+}$ на $Ca^{2+}+Al^{3+}$. В связи с этим плагиоклазы представляют собой изоморфные смеси альбита $Na[AlSi_3O_8]$ и анортита $Ca[Al_2Si_2O_8]$.

Аметист – разновидность кварца $SiO_2$, в котором доли процента атомов $Si^{4+}$ замещены на $Fe^{3+}+K^{1+}$ (несовершенный гетеровалентный изоморфизм).

## *СВОЙСТВА МИНЕРАЛОВ*

### Плотность

Чем больше атомные веса химических элементов, слагающих минерал, тем обычно больше плотность минерала - тяжелые минералы состоят из элементов, располагающихся в нижней части таблицы Д. И. Менделеева.

Грубая оценка плотности состоит в отнесении минерала к одной из категорий - легких (плотность менее 2,5 г/см$^3$), средних (2,5-4 г/см$^3$) или тяжелых (более 4 г/см$^3$). Такое определение требует навыка и производится прикидкой на руке тяжести данного минерала по сравнению с каким-либо известным. Для этого нужно, чтобы образец был достаточно крупным и состоял в значительной своей части из испытуемого минерала.

Определение плотности крупных образцов минералов может проводиться методом гидростатического взвешивания. При этом образец подвешивается к коромыслу весов на тонкой нити и производится определение массы образца на воздухе и в воде (образец на нити опускается в емкость с водой). Величина плотности минерала вычисляется как отношение массы образца на воздухе к разности масс на воздухе и в воде.

Минералы переменного состава имеют непостоянную плотность. Например, плотность плагиоклазов изменяется от 2,61 (альбит $Na[AlSi_3O_8]$) до 2,77 г/см$^3$ (анортит $Ca[Al_2Si_2O_8]$). Возрастание плотности происходит строго пропорционально увеличению количества анортитового компонента в плагиоклазе.

Входящие в состав минералов анионы (OH, F) и молекулы воды понижают плотность минералов.

Минералы одинакового состава с разной степенью компактности кристаллической структуры имеют разную плотность: например, алмаз - 3,5, графит - 2,2 г/см$^3$.

## Спайность

Спайность - способность минералов раскалываться по определенным кристаллографическим направлениям с образованием плоских зеркальных поверхностей (плоскостей спайности - рис. 1, 2).

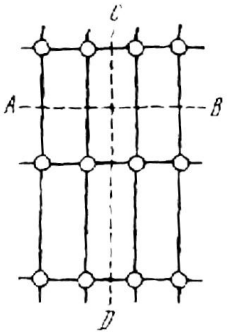



Рис. 1. Спайность по *AB* проявлена в кристаллической решетке сильнее, чем по *CD* (по А. Г. Булаху)

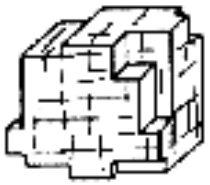


Рис. 2. Спайность по кубу у галенита (по А. Г. Булаху)

Выделяют следующие виды спайности:

*весьма совершенная* - кристалл легко расщепляется на тонкие гладкие листочки, его трудно разделить в другом направлении (слюды, тальк);

*совершенная* - поверхности менее гладкие, образуются при большом механическом усилии (раскалывании); наряду со спайными поверхностями может наблюдаться излом (ортоклаз, кальцит);

*несовершенная* - поверхности спайности отсутствуют или обнаруживаются с трудом (кварц, нефелин).

От естественных граней кристаллов плоскости спайности отличаются тем, что естественную грань можно отбить и она не повторится, а плоскости спайности можно получать многократно - раскалывая кристалл, пока позволяют его размеры. Плоскости спайности более гладкие и совершенные, чем естественные грани (последние могут иметь штриховку, следы растворения и т. д.).

Спайность может быть проявлена по одному (слюда, гипс), двум (ортоклаз, амфиболы, пироксены), трем (галит, галенит, кальцит) и большему числу направлений.

## Твердость

Твердость определяется в единицах шкалы Мóоса (1822):

| | |
|---|---|
| ***1. Тальк*** | ***6. Ортоклаз*** |
| ***2. Гипс*** | ***7. Кварц*** |
| ***3. Кальцит*** | ***8. Топаз*** |
| ***4. Флюорит*** | ***9. Корунд*** |
| ***5. Апатит*** | ***10. Алмаз*** |

В дополнение к минералам шкалы Мооса при определении твердости можно использовать ноготь, твердость которого немного выше 2, и стекло - 5,5. Минералы с твердостью 1 пишут по бумаге, не царапая ее.

Твердость определяется методом царапания: более твердый минерал оставляет царапину на более мягком (отличать царапину от порошковатого следа, который дает менее твердый минерал на более твердом - в отличие от царапины такой след легко стереть).

Сначала образец минерала царапают стеклом и устанавливают его примерную твердость. Затем берется эталонный минерал из шкалы Мооса, имеющий твердость, близкую к предполагаемой. При равенстве твердости минерала и эталона они оставляют царапины друг на друге. Если минерал на одном из соседних эталонов оставляет царапину, а на другом нет, то твердость минерала считается по менее твердому эталону с добавлением 0,5 (например, если минералом можно царапать гипс и нельзя кальцит, то его твердость 2,5).

При некотором навыке твердость можно определять с помощью только стекла - сопоставляя глубину царапины и прилагаемую силу.

## Хрупкость, ковкость

Хрупким называется минерал, который крошится при проведении царапины на его поверхности. Под ковкостью понимается притупление острых

краев минерала при ударе молотком. При царапании ковкого минерала на его поверхности получается гладкий блестящий след. Наиболее ярко ковкость проявлена у самородных металлов, например, у золота, зерна которого на наковальне расплющиваются молотком в тонкие пластинки.

### Магнитные свойства

Магнитные свойства минералов пределяются магнитными свойствами атомов и магнитной структурой минералов (расположением и взаимодействием атомов). Особенно четко магнитность, т. е. способность намагничиваться в магнитном поле, проявлена у ионов $Fe^{3+}$, $Mn^{2+}$, $Fe^{2+}$ и некоторых других.

*Диамагнитные* минералы обладают незначительной отрицательной магнитной восприимчивостью, слегка отталкиваются магнитом (кальцит, галит).

*Парамагнитные* минералы характеризуются положительной магнитной восприимчивостью, притягиваются мощными электромагнитами (биотит, пироксены и другие минералы, особенно железосодержащие).

*Ферромагнитные* минералы имеют наиболее высокую магнитную восприимчивость (на несколько порядков выше, чем у парамагнитных минералов) и в мелких обломках притягиваются подковообразным магнитом (магнетит $FeO{\cdot}Fe_2O_3$, пирротин FeS, слабее ильменит $FeTiO_3$, гематит $Fe_2O_3$). Магнетит в древности использовался в необработанном виде как компас.

При испытании на магнитность кусочек испытуемого минерала измельчают ударом молотка, после чего к полученному порошку подводят магнит. О магнитности судят по тому, притягиваются или не притягиваются зерна минерала к магниту. Обычным подковообразным магнитом притягиваются зерна наиболее сильно магнитных минералов - магнетита, пирротина. Кроме того, образцы этих минералов отклоняют стрелку поднесенного к ним компаса.

### Электрические свойства

Электропроводность минералов изменяется в широких пределах – от лучших проводников (серебро) до лучших изоляторов (мусковит). Удельное электрическое сопротивление зависит от направления в кристалле (например, у кварца в одном направлении $2{\cdot}10^{14}$, а в другом – $2{\cdot}10^{16}$ ом/см) и от наличия примесей (например, в связи с этим светлоокрашенный касситерит не проводит электричества, а темный – проводит).

Деление минералов по электропроводности:

*проводники* – минералы с металлической связью, например, самородная медь, самородное железо;

*полупроводники* – некоторые сульфиды и оксиды, преимущественно с ковалентной химической связью; в некоторых полупроводниках повышение температуры на 100º увеличивает электропроводность до 50 раз;

*диэлектрики* – большинство минералов (например, кварц, полевые шпаты и др.), в том числе минералы с ионной химической связью.

***Пьезоэлектрический эффект*** – электризация кристалла при сжатии или растяжении (кварц). У кварца сжатие кристалла в определенном направлении приводит к смещению ионов $Si^{4+}$ и $O^{2-}$ с появлением разноименных зарядов на поверхности, перпендикулярной направлению сжатия (рис. 3).

Имеется и обратный пьезоэлектрический эффект – кристалл, помещенный в электрическое поле, сжимается или растягивается (в переменном электрическом поле – вибрирует). Наличие пьезоэлектрического эффекта и почти совершенная упругость кварца (кристалл кварца может совершать до $10^5$ колебаний в секунду) позволяют использовать этот минерал для стабилизации частот в радиоаппаратуре (пьезокварц). При этом природный кварц используется в наиболее ответственных радиотехнических устройствах, а в рядовых случаях применяются имеющие несколько более низкое качество кристаллы синтетического кварца (ежегодно в мире для этой цели выращивается более 1000 т кристалов искусственного кварца).

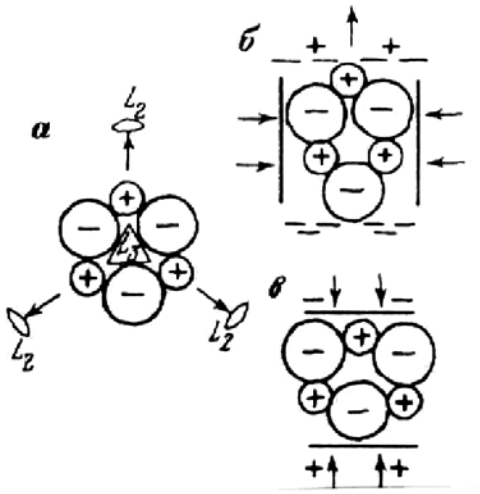



Рис. 3. Схема структуры кварца (*а*) и возникновение пьезоэлектрического эффекта (*б, в*); по А. Г. Булаху

## Блеск

Термин "блеск" относится к виду поверхности минерала в отраженном свете. Выделяют два главных различимых на глаз вида блеска - металлический и неметаллический.

Минералы, поверхность которых отражает наибольшее количество света, имеют металлический блеск. Такие минералы непрозрачны и дают черную или очень темную черту (галенит, пирит, халькопирит).

Неметаллический блеск подразделяется по мере уменьшения количества отражаемого света:

а) алмазный - очень сильный, например, у сфалерита;

б) стеклянный - подобный отражению света от стекла, например, у кварца;

в) жирный - менее интенсивный, чем стеклянный: минерал выглядит, как будто его поверхность покрыта тонким слоем масла; возникает при рассеянии света микроскопическими неровностями поверхности, например, у талька;

г) матовый - главным образом у землистых минералов, например, у каолинита.

Минералы со стеклянным блеском в целом светлоокрашены и относительно прозрачны, по крайней мере в тонких сколах; черта минералов со стеклянным блеском светлоокрашенная.

## Цвет, черта

Цвет минералов определяется их химическим составом, кристаллической структурой и примесями.

Некоторые ионы, придающие минералам определенный цвет: $Fe^{3+}$ - бурый (лимонит), $Fe^{2+}$ - зеленый (актинолит), $Fe^{2+}$+$Fe^{3+}$ - черный (магнетит), $Cu^{2+}$ - зеленый (малахит), синий (азурит), $Cr^{3+}$ - красный (рубин), зеленый (изумруд).

Минералам с неметаллическим блеском часто свойственна переменная окраска - например, флюорит бывает бесцветным, желтым, розовым, зеленым, фиолетовым. Окраска таких минералов может быть обусловлена как химическим составом, так и дефектами кристаллической структуры (фиолетовый флюорит, синий галит, дымчатый и черный кварц). Так, синяя окраска галита возникает при замещении в его кристаллической решетке части ионов $Na^{1+}$ на нейтральные атомы Na.

Цвет минерала, имеющего металлический блеск, следует определять на поверхности свежего излома - такие минералы на воздухе нередко покрываются тончайшей пленкой продуктов окисления (так называемой побежалостью), имеющей иную окраску, чем сам минерал.

На окраску минерала оказывает влияние степень его дисперсности: пирит в достаточно крупных кристаллах соломенно-желтый, в порошке - черный; гематит в крупных зернах черный, в порошке – вишнево-красный. Цвет порошка минерала определяется путем прочерчивания минералом по неглазурованной фарфоровой пластинке (по «черте» минерала). Фарфор употребляется потому, что он имеет сравнительно большую твердость (около 6), шероховатую поверхность, на которой остается порошок минерала, и белый цвет - фон, на котором хорошо различимы цветовые оттенки. Цвет черты, как правило, более постоянен, чем цвет самого минерала, и поэтому является важным признаком при идентификации.

Минералы с металлическим блеском дают черную или темноокрашенную черту, а минералы без металлического блеска - белую или светлоокрашенную черту. Землистые и тонкозернистые разновидности минералов имеют цвет, сходный с цветом черты.

## Люминесценция

Люминесценция - это способность кристаллов светиться при нагревании (флюорит), под действием ультрафиолетовых (шеелит, кальцит), рентгеновских (алмаз – люминесцирует ярким голубым или желтым цветом, на чем основан способ его выявления в массе дробленой породы на ленте транспортера на обогатительных фабриках) и других лучей.

## *СИСТЕМАТИКА МИНЕРАЛОВ*

В настоящее время известно более 4000 минералов и каждый год открывается несколько десятков новых минералов. Точная диагностика минералов производится с использованием химического и спектрального анализов, лазерного и рентгеноспектрального микроанализов, рентгеноструктурного и ряда других методов.

В основу классификации минералов положены их химический состав и кристаллическая структура.

### Простые вещества

*Золото, платина, алмаз, графит, сера*.

***Золото***. Пробность (проба) золота – содержание чистого Au, в ‰ (в десятых долях процента). Наиболее распространенная примесь в золоте – серебро. Чем выше пробность, тем золото имеет более желтый оттенок окраски. Характерным признаком золота является его ковкость – стальная игла оставляет на золоте блестящую царапину.

Старейшее в России коренное месторождение золота – Березовское (к востоку от Екатеринбурга, открыто в 1745 г.); за время эксплуатации на нем добыто около 130 тонн золота. На этом месторождении золото преимущественно невидимое на глаз – оно находится главным образом в приуроченных к кварцевым жилам сульфидах (чаще всего в пирите) в виде зерен размерами в сотые доли миллиметра. На обогатительной фабрике из руды получают обогащенный сульфидами концентрат, из которого золото извлекается химическим путем. В настоящее время эксплуатация ведется на глубине 314 – 512 метров, а промышленное оруденение прослежено до глубины 1,1 – 1,2 км.

Всего в мире в 2000 г. добыто 2544 т золота. Самое крупное в мире месторождение золота – Витватерсранд (Южная Африка).

В России в настоящее время золото добывается преимущественно из россыпей (промывкой рыхлых отложений, главным образом песков).

***Алмаз***. Является одним из самых дорогих драгоценных камней, а также используется в технических целях - для изготовления буровых коронок, сверл, абразивных материалов и т. п. Технические алмазы составляют 75-80 % от общей добычи алмазов. На технические цели обычно идут непригодные для ювелирного дела алмазы, а также искусственные алмазы, которые в достаточно больших количествах производят во многих странах.

К настоящему времени в мире добыто более 500 т алмазов, из них около трети – за последние 25 лет. 10 % кристалов алмазов имеют форму правильных многогранников, а остальные представляют собой кристаллы несовершенной формы и обломки.

Наиболее крупные месторождения алмазов находятся в Южной Африке. В России начало открытию кореннных месторождений алмазов было положено в 1940 г., когда геолог В. С. Соболев установил, что территория Западной Якутии сходна по геологическому строению с Южно-Африканской платформой и сделал вывод, что алмазы следует искать именно здесь.

Планомерное изучение территории Западной Якутии на алмазы началось с 1945 г. При этом обычные методы поисков долгое время не приводили к обнаружению месторождений алмазов. В 1953 г. молодой геолог Л. Попугаева в ходе проведения поисковых работ нашла кристаллики красного минерала - граната на дне у берега одного из ручьев. Во время камеральной обработки их случайно увидел минералог, профессор Ленинградского университета А. А. Кухаренко. Он сразу определил, что это пироп -

разновидность гранатов, являющаяся в Южной Африке спутником алмазов. То есть по нему нужно искать алмазы и в Якутии.

В 1954 г. Л. Попугаева промывала пески в ручьях, ориентируясь на пироп. В одном из ручьев этот минерал привел ее к косе, где была найдена галька зеленоватой породы с кристаллами пиропа, а затем выше по склону, на водоразделе – содержащие алмазы коренные выходы подобной породы. Так было обнаружено первое местонахождение алмазов (алмазная трубка). После этого поиски алмазов по пиропу (минералогический метод поисков) стали общепринятыми и таким путем были обнаружены десятки алмазных трубок. Из геофизических методов при поисках алмазов начали использовать методы магниторазведки.

Наряду с якутскими месторождениями алмазов, в 1979 г. была выявлена Архангельская алмазоносная провинция. Она была открыта на основании находки при промывке песков в реках и ручьях на обширной изученной территории всего лишь двух зерен пиропа. Вокруг мест находки каждого из этих зерен на карте описали круг радиусом 11 км (при переносе с речным песком на 10 км зерна пиропа полностью истираются, т. е. коренной источник не может быть удален от места находки пиропа на расстояние более 10 км), и внутри каждого круга провели очень детальную и чувствительную магнитную съемку, которая и выявила ряд алмазных трубок.

### Сернистые соединения

*Пирит, арсенопирит, пирротин, халькопирит, галенит, антимонит, сфалерит, киноварь.*

### Оксиды и гидроксиды

*Магнетит, гематит, хромит, пиролюзит, рутил, корунд, лимонит.*

### Галоиды

*Галит, сильвин, флюорит.*

### Соли кислородных кислот

А) карбонаты: *кальцит, доломит, магнезит, сидерит, малахит*.

Б) фосфаты: *апатит.*

В) сульфаты: *гипс, ангидрит, барит.*

Г) вольфраматы: *вольфрамит, шеелит.*

Галоиды, сульфаты, карбонаты легко растворимы и определяют солевой состав подземных вод и наличие ряда примесей в нефти.

### Силикаты

Силикаты - это наиболее многочисленный класс минералов - на их долю приходится около половины всех известных минералов. Силикаты слагают до 95 % объема земн коры.

Рентгеноструктурным анализом (Брэгг, 1937) показано, что основой кристаллической структуры силикатов является кремнекислородный тетраэдр $[SiO_4]^{4-}$. Силикаты, в которых часть $Si^{4+}$ в кремнекислородных тетраэдрах замещена на $Al^{3+}$, – алюмосиликаты.

***Островные силикаты*** – с изолированными кремнекислородными тетраэдрами в кристаллической структуре: *оливин, гранаты, топаз, эпидот, циркон, берилл, турмалин.*

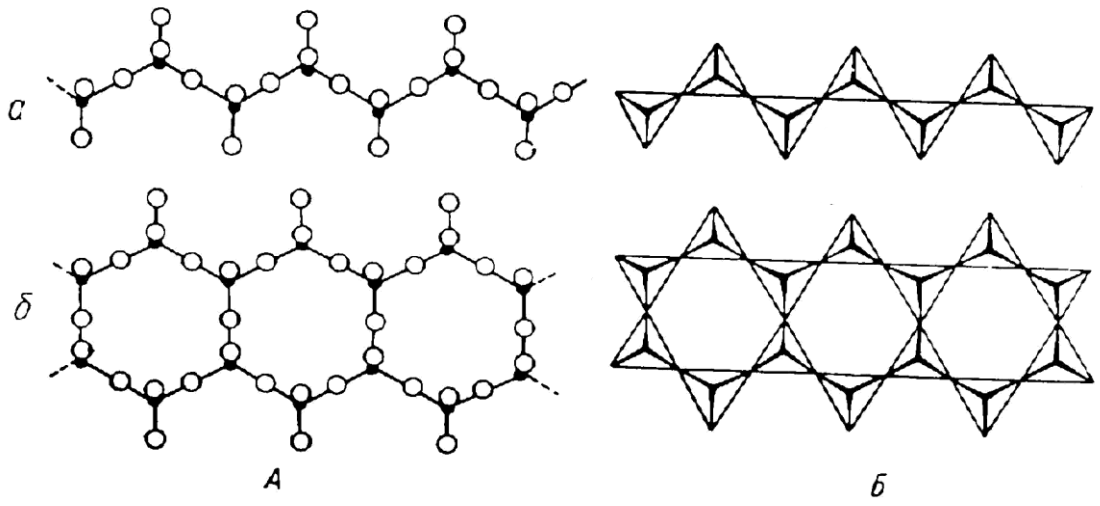



Рис. 4. Одинарная кремнекислородная цепочка $[Si_2O_6]^{4-}$ (*а,* пироксены) и сдвоенная кремнекислородная цепочка $[Si_4O_{11}]^{6-}$ (*б,* амфиболы). *А* – разреженная модель, *Б* – модель из кремнекислородных тетраэдров

***Цепочечные силикаты***: *пироксены, амфиболы (актинолит, роговая обманка)*.

***Слоистые силикаты***: *тальк, слюды (мусковит, биотит, серицит), хлорит, серпентин (хризотил-асбест), глинистые минералы (каолинит, гидрослюды, монтмориллонит)*.

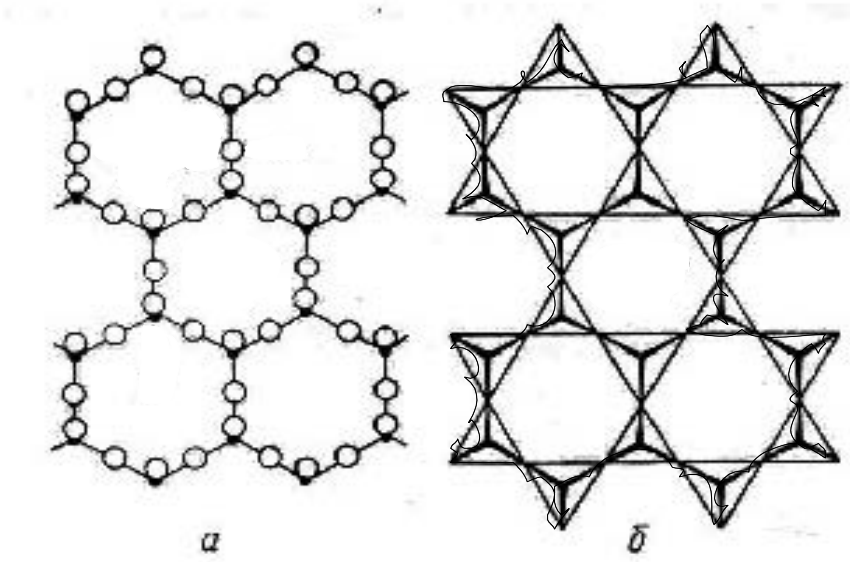



Рис. 5. Кремнекислородный лист $[Si_4O_{10}]^{4-}$ : *а* – разреженная модель; *б* – в тетраэдрах

***Каркасные силикаты*** – кремнекислородные тетраэдры в кристаллической решетке соединены друг с другом общими вершинными атомами кислорода, образуя трехмерную структуру (каркас) с достаточно большими пустотами. *Кварц, халцедон. Полевые шпаты - калиевые (ортоклаз, микроклин) и плагиоклазы (альбит, анортит), нефелин.*

## *НЕКОТОРЫЕ ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ ПРИЗНАКИ МИНЕРАЛОВ*

| Название минерала, химическая формула | Цвет | Твердость | Плотность | Другие свойства |
|---|---|---|---|---|
| **Простые вещества** | | | | |
| **Золото** Au | Желтый | 2,5-3 | 15,6-19,2 | Ковкость |
| **Платина** Pt | Серый | 4-4,5 | 15-19 | Ковкость |
| **Алмаз** C | Бесцветный | 10 | 3,5-3,6 | Люминесцирует в ультрафиолетовых и рентгеновских лучах |
| **Графит** C | Серый | 1 | 2,1-2,2 | Жирный на ощупь, пачкает руки, пишет на бумаге |
| **Сера** S | Желтый | 1,5-2 | 2,0-2,1 | Хрупкость |
| **Сернистые соединения** | | | | |
| **Молибденит** $MoS_2$ | Светло-серый | 1 | 4,7-4,8 | Чешуйчатый |
| **Антимонит** $Sb_2S_3$ | Серый | 2 | | Игольчатый |
| **Галенит** PbS | Серый | 2,5-3 | 7,4-7,6 | Спайность совершенная |
| **Арсенопирит** FeAsS | Серый | 5,5-6,0 | | |
| **Халькопирит** $CuFeS_2$ | Латунно-желтый | 3-4 | | |
| **Пирротин** FeS | Бронзово-желтый | 3.5-4.5 | | Магнитен |
| **Пирит** $FeS_2$ | Светло-желтый | 6-6,5 | | Черта черная, нередко кристаллы в форме куба |
| **Сфалерит** ZnS | Бурый и др. | 3,5-4,0 | | Черта бурая |
| **Ки́новарь** HgS | Красный | 2,5 | 8,1 | |

| Название минерала, химическая формула | Облик кристаллов, строение агрегата | Цвет | Черта | Твер-дость | Другие свойства |
|---|---|---|---|---|---|
| **Оксиды и гидроксиды** | | | | | |
| **Пиролюзит** $MnO_2$ | Землистый Плотный | Черный | Черная | | Землистые разности пачкают руки |
| **Магнетит** $FeO{\cdot}Fe_2O_3$ | | Черный | Черная | 5-6 | Магнитен |
| **Ильменит** $FeTiO_3$ | | Черный | Черная бурая | 5-6 | |
| **Лимонит** (полиминеральная смесь примерного состава $Fe_2O_3{\cdot}nH_2O$) | Плотный, натечный, охристый | Бурый , черный | Бурая | 1-5,0 | |
| **Гематит** $Fe_2O_3$ | Пластинчатый, плотный | Черный, серый | Красно-бурая | 5,5-6 | |
| **Хромит** $FeCr_2O_4$ | | Черный | Бурая | 5,5-7,5 | |
| **Опал** $SiO_2{\cdot}nH_2O$ | Плотный, натечный | Белый и др. | | 5-6 | |
| **Рутил** $TiO_2$ | Игольчатый | Красный Черный | | 6,5 | |
| **Корунд** $Al_2O_3$ | | Серый | | 9 | |
| **Галоиды** | | | | | |
| **Галит** NaCl | | Бесцветный | | 2-2,5 | Растворяется в воде, соленый на вкус |
| **Сильвин** KCl | | Белый | | 2,0 | Растворяется в воде, горьковатый на вкус |
| **Флюорит** $CaF_2$ | | Бесцветный, фиолетовый, зеленый | | 4 | |

| Название минерала, химическая формула | Цвет | Твер-дость | Спайность | Другие свойства |
|---|---|---|---|---|
| **Соли кислородных кислот: а) карбонаты** | | | | |
| **Кальцит** $CaCO_3$ | Бесцветный, белый | 3,0 | Совершенная | Вскипает от капли соляной кислоты |
| **Доломит** $CaMg(CO_3)_2$ | Бесцветный, белый, серый | 3,5-4 | Совершенная | Реагирует с соляной кислотой в порошке |
| **Магнезит** $MgCO_3$ | Бесцветный, белый, серый | 4-4,5 | Совершенная | Не реагирует с холодной соляной кислотой |
| **Сидерит** $FeCO_3$ | Бурый, серый | 3,5-4,5 | Совершенная | Плотность 3,9 |
| **Малахит** $Cu(CO_3)\cdot Cu(OH)_2$ | Зеленый | 3,5 | | Вскипает от капли соляной кислоты |
| **б)фосфаты** | | | | |
| **Апатит** $Ca_5[PO_4]_3(F,Cl)$ | Бесцветный зеленый голубой | 5 | Несовершен-ная | Призматический |
| **в) сульфаты** | | | | |
| **Гипс** $Ca[SO_4]\cdot 2H_2O$ | Бесцветный, белый | 2 | Весьма совершенная | Плотность 2,3 |
| **Ангидрит** $CaSO_4$ | Голубовато-серый | 3,5 | Совершенная | |
| **Барит** $BaS0_4$ | Белый | 3-3,5 | Совершенная | Плотность 4,5 |
| **г) вольфраматы** | | | | |
| **Вольфрамит** $(Fe, Mn)WO_4$ | Черный, бурый | 4,5-5,5 | Совершенная | Плотность 6,7-7,5 черта бурая |

| Название минерала, химическая формула | Облик кристаллов Строение агрегата | Цвет | Твер-дость | Спайность | Другие свойства |
|---|---|---|---|---|---|
| **Силикаты: а) островные** | | | | | |
| **Оливин** $(Mg, Fe)_2[SiO_4]$ | Зернистый | Зеленый черный | 6,5-7 | Несовер-шенная | Бурая корка выветривания |
| **Гранаты** $T_3R_2[SiO_4]_3$ (T=Mg, Fe, Ca R=Al, Fe, Cr) | Изометри-ческий | Бурый | 6,5-7,5 | Отсутствует | |
| **Топаз** $Al_2[SiO_4](F, OH)_2$ | | Бесцвет-ный | 8 | Совершен-ная | |
| **Эпидот** $Ca_3(Al,Fe)_2[SiO_4] \cdot [Si_2O_7]\ O(OH)$ | Призмати-ческий | Желтовато - зеленый | 6-6,5 | Совершен-ная | |
| **Циркон** $Zr[SiO_4]$ | Призмати-ческий | Бурый | 7-7,5 | | Иногда радиоактивен |
| **Берилл** $Be_3Al_2[Si_6O_{18}]$ | Призмати-ческий | Зеленова-тый, жел-товатый | 7,5-8 | Несовер-шенная | Шестиугольная форма сечений кристаллов |
| **Турмалин** $NaFe_3Al_6[Si_6O_{18}] \cdot [BO_3]_3(OH)_4$ | Игольчатый | Черный | 7-7,5 | Отсут-ствует | |
| **б) цепочечные** | | | | | |
| **Пироксены** $R_2[Si_2O_6]$ (R=Mg, Fe, Ca, Na, Al) | Призмати-ческий (часто корот-копризма-тический) | Темно-зеленый, черный | 5-6,5 | Совершен-ная по 2 направлениям под углом 87° | |

| Название минерала, химическая формула | Облик кристаллов, строение агрегата | Цвет | Твердость | Спайность | Другие свойства |
|---|---|---|---|---|---|
| **Амфиболы:** $R_7[Si_4O_{11}]_2 \cdot (OH)_2$ (R=Na, Mg, Ca, Fe) **актинолит**<br><br>**роговая обманка** | Призматические | Зеленый<br><br>Черный | 5,5-6 | Совершенная по 2 направлениям под углом 124° | Игольчатый |
| **в) слоистые** | | | | | |
| **Тальк** $Mg_3[Si_4O_{10}](OH)_2$ | Чешуйчатый | Белый светло-зеленый | 1 | Весьма совершенная | Жирный наощупь |
| **Слюды:** **мусковит** $KAl_2[AlSi_3O_{10}](OH)_2$<br><br>**биотит** $K(Mg, Fe)_3[AlSi_3O_{10}](OH)_2$ | Чешуйчатый | Бесцветный<br><br>Черный, бурый | 2-2,5<br><br>2,5-3 | Весьма совершенная | |
| **Хлорит** $R_n[T_2O_5](OH)_8$ (R=Mg, Al, Fe, T=Si, Al, Fe) | Чешуйчатый | Зеленый | 2-2,5 | Весьма совершенная | |
| **Серпентин** $Mg_6[Si_4O_{10}](OH)_8$<br><br>**Хризотил-асбест** $Mg_6[Si_4O_{10}](OH)_8$ | Волокнистый | Зеленый<br><br>Белый, зеленый | 3-4<br><br>2,5 | | Жирный блеск<br><br>Расщепляется на тонкие волокна |

| Название минерала, химическая формула | Облик кристаллов, строение агрегата | Цвет | Твердость | Спайность | Другие свойства |
|---|---|---|---|---|---|
| **Глинистые минералы:** **каолинит** $Al_2[Si_2O_5](OH)_4$ **монтмориллонит** $(Al,Mg)_2[Si_4O_{10}](OH)_2 \cdot nH2O$ **гидрослюда** $K_{0,65}Al_2[Al_{0,65}Si_{3,35}O_{10}](OH)_2$ | Землистые, плотные, с водой становятся пластичными | Белый и др. | 2-2,5 | | При смачивании водой увеличивается в объеме |
| **г) каркасные** | | | | | |
| **Кварц** $SiO_2$ | Зернистый | Белый и др. | 7 | Отсутствует | Плотность 2,6 |
| **Халцедон** $SiO_2$ | Скрытозернистый | Белый и др. | 7 | Отсутствует | Полосчатый - агат |
| **Полевые шпаты:** **калиевые (ортоклаз, микроклин)** $K[AlSi_3O_8]$ **плагиоклазы (альбит** $Na[AlSi_3O_8]$, **анортит** $Ca[Al_2Si_2O_8]$**)** | Зернистый | Белый, серый, буро-красный | 6 | Совершенная по 2 направлениям под прямым углом | Плотность 2,6-2,8 |
| **Нефелин** $Na_3K[AlSiO_4]$ | | Серый, серо-зеленый | 5,5-6 | Отсутствует | |

## *ЛИТЕРАТУРА*

Основная:
*Миловский А. В.* Минералогия и петрография. М., Недра, 1979.
*Булах А. Г.* Минералогия с основами кристаллографии. М., Недра, 1989.
Дополнительная:
*Булах А. Г.* Общая минералогия. Изд. СПб ун-та, 1999.
*Лазаренко Е. К.* Курс минералогии. М., Высшая школа. 1971.

## *КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ*

Студентами заочной формы обучения содержание дисциплины осваивается путем самостоятельной проработки рекомендованной литературы и изучения коллекционного материала на кафедре и в экспозиции геологического музея.

До приезда на сессию студент-заочник должен выполнить домашнее задание по составлению конспекта свойств перечисленных выше (выделены курсивом) минералов (форма конспекта – табл. 1). Конспект свойств составляется по рекомендованной учебной литературе.

Таблица 1

Форма конспекта свойств минералов

| Название минерала, химическая формула | Сингония | Облик кристаллов | Строение агрегата | Спайность | Цвет, черта |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

| Блеск | Твердость | Плотность | Особые свойства | Сходные минералы | Месторождения | Применение |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |

При составлении конспекта следует обратить внимание на химический состав минералов, наиболее важные диагностические признаки и на применение минералов.

Успешное овладение минералогией невозможно без практической работы с минералами. При самостоятельном изучении предмета полезно использование коллекций минералов геологических объектов, на которых работает студент-заочник, а также ознакомление с экспозицией ближайшего геологического или краеведческого музея.

Студент, занимающийся по индивидуальному плану, перед изучением дисциплины может получить на кафедре для изучения в межсессионный

период шкалу твердости и коллекцию минералов (в последующем возвращаются на кафедру).

Занимаясь со шкалой твердости, следует научиться определять твердость, царапая одним минералом по другому, а также царапая минералом по стеклу или стеклом по минералу, запомнить каждый минерал шкалы и значение его твердости. При изучении спайности следует заполнить в табл. 2 колонки, описывающие спайность ряда минералов шкалы твердости (при этом можно контролировать себя по характеристике спайности этих минералов в конспекте свойств минералов)

Используя составленный конспект свойств минералов, следует изучить полученную на кафедре коллекцию минералов с тем, чтобы запомнить и научиться определять эти минералы.

Таблица 2

Спайность минералов шкалы твердости

| Твер-дость | Минерал | Спайность | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Вид (степень совершенства) | Число направлений спайности | Угол между плоскостями спайности (прямой или косой) |
| 1<br>2<br>3<br>4<br>6<br>7<br>8 | Тальк<br>Гипс<br>Кальцит<br>Флюорит<br>Ортоклаз<br>Кварц<br>Топаз | | | |

## *КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ*

1. Назовите разновидности минеральных агрегатов.
2. Что такое изоморфизм? Приведите примеры изоморфизма.
3. Охарактеризуйте зависимость удельного веса от химического состава и структуры кристаллов.
4. Перечислите минералы шкалы твердости.
5. Охарактеризуйте спайность минералов шкалы твердости.
6. Электрические и магнитные свойства минералов.
7. Окраска и люминесценция минералов.

8. Сернистые соединения.
9. Назовите минералы - руды свинца, цинка, меди.
10. Назовите минералы, в состав которых входят: мышьяк, ртуть, сурьма.
11. Охарактеризуйте сульфиды, содержащие железо.
12. Дайте характеристику оксидов и гидроксидов.
13. Назовите минералы - руды железа и марганца.
14. Назовите минералы, в состав которых входят: титан, хром, марганец.
15. Галоиды.
16. Сульфаты.
17. Перечислите минералы из группы карбонатов. Охарактеризуйте их диагностические признаки.
18. Кристаллические структуры силикатов.
19. Назовите силикаты, содержащие: натрий, магний.
20. Приведите химические формулы островных силикатов.
21. Охарактеризуйте химический состав и диагностические признаки цепочечных силикатов.
22. Слоистые силикаты.
23. Глинистые минералы.
24. Каркасные силикаты.
25. Кварц и его применение.
26. Калинатровые полевые шпаты и плагиоклазы.

## ПЕТРОГРАФИЯ

Петрография изучает горные породы – минеральные агрегаты, сложенные одним или несколькими минералами и занимающие значительные участки земной коры.

Как самостоятельная наука петрография начала развиваться после того, как для изучения горных пород был использован микроскоп (Сорби, 1858). До введения микроскопа породы изучались при помощи лупы и химического анализа. С появлением микроскопа стало возможным значительно более точное определение породообразующих минералов и их взаимоотношений.

С 20-х годов XX века эксперименты по образованию горных пород в лабораторных условиях положили начало аналитическому этапу в развитии петрографии. Применение большого числа разнообразных точных методов исследования и экспериментальных данных сделало петрографию точной наукой (петрология).

Новый этап развития петрографии начался в 60-х годах XX века в связи с внедрением рентгеноспектрального микроанализатора (электронного микрозонда), позволившего с большой точностью изучать химический состав отдельных зерен минералов в горных породах.

Горные породы подразделяются на магматические, осадочные и метаморфические. Земная кора на 95 % сложена магматическими и метаморфическими породами; однако выходы этих пород занимают лишь 25 % поверхности суши (остальные 75 % поверхности суши заняты распространяющимися на относительно небольшую глубину осадочными породами).

## *1. МАГМАТИЧЕСКИЕ ПОРОДЫ*

Магматические породы образуются из флюидно-силикатных расплавов (магм). Магмы являются продуктами частичного плавления вещества мантии и континентальной земной коры на глубинах от 200-300 до 10-20 км, и могут подниматься из глубин в верхние части земной коры и на земную поверхность.

При застывании магмы на глубине возникают интрузивные породы (плутонические и жильные), а на земной поверхности (на суше или в море) – вулканические породы (эффузивные и вулканогенно-обломочные). Вулканогенно-обломочные породы образуются, когда магмы выбрасываются взрывами в атмосферу в виде обломков - вулканических бомб, лапиллей, пепловых частиц. Многие обломки образуются при разрушении твердеющих лав, особенно подводных.

### Химический состав

Химический состав положен в основу общей классификации магматических пород.

90 % объема земной коры (47 % по весу) приходится на кислород – в земной коре преобладают кислородсодержащие минералы. Результаты химических анализов горных пород представляют в форме процентного содержания оксидов.

Породообразующие оксиды (в сумме составляют 97 весовых % от среднего состава магматических пород): $SiO_2$ (*кремнезем, кремнекислота*), $Al_2O_3$ (*глинозем*), $Fe_2O_3$, FeO (*окись и закись железа*), MgO, CaO (*основания*), $Na_2O$, $K_2O$ (*щелочи*).

По химическому составу магматические породы разделяются на группы:

***ультраосновные*** породы - 30-44 % $SiO_2$ *(*дуниты, перидотиты, кимберлиты);

***основные*** породы - 44-53 % $SiO_2$ (базальты, габбро);

***средние*** породы - 53-64 % $SiO_2$ (андезиты, диориты, трахиты, сиениты);

***кислые*** породы - 64-78 % $SiO_2$ (риолиты, граниты).

Кроме перечисленных выше главных химических элементов, в породах имеются элементы-примеси: в ультраосновных и основных породах - Cr, Co, Ni и др., в кислых породах - Li, Be, Zr и др. Радиоактивные элементы (U, Th) в минимальном количестве содержатся в ультраосновных породах, а в максимальном – в кислых породах (гранитах). В связи с этим в районах

развития гранитов уровень γ-радиации в 3-4 раза выше фонового значения. В современных домах при использовании в качестве наполнителя бетона гранитного щебня уровень радиации в несколько раз выше, чем в деревянных домах, и при использовании в качестве наполнителя бетона щебня основных и ультраосновных пород.

## Минеральный состав

По количественному значению минералы магматических пород разделяются на главные - присутствуют в породе в количестве более 5 %, и второстепенные - менее 5 %. Главные минералы делятся на светлые (салические) и темноцветные (фемические).

| ***Светлые минералы***: | ***Темноцветные минералы***: |
|---|---|
| кварц | биотит |
| полевые шпаты (плагиоклазы, | пироксены |
| калинатровые полевые шпаты) | амфиболы |
| | оливин |

Второстепенными могут быть как перечисленные, так и более редкие специфические (акцессорные) минералы, например, хромит, магнетит, апатит, сфен, циркон (из этих минералов циркон содержит наибольшее количество радиоактивных элементов-примесей).

*Кварц* $SiO_2$ распознается по отсутствию спайности, стеклянному блеску, раковистому излому, высокой твердости (его зерна легко царапают стекло), изометричной форме зерен; в породах встречается как бесцветный, так серый и черный кварц.

*Полевые шпаты* (плагиоклазы и калинатровые полевые шпаты) обладают твердостью 6 (свежие) и спайностью по двум направлениям под углом около 90°. Цвет белый, серый, розовый, редко светло-зеленый. В неизмененных вулканических породах они прозрачны и напоминают кварц, отличаясь от него удлиненной формой зерен и наличием спайности.

Плагиоклазы - минералы переменного состава, представляют собой изоморфные смеси альбита $Na[AlSi_30_8]$ и анортита $Ca[A1_2Si_20_8]$; процентное содержание анортита в плагиоклазе называется номером плагиоклаза.

| Номер плагиоклаза | | |
|---|---|---|
| 0 - 10 | альбит | кислый плагиоклаз |
| 10 - 30 | олигоклаз | " |
| 30 - 50 | андезин | средний плагиоклаз |
| 50 - 70 | лабрадор | основной плагиоклаз |
| 70 - 90 | битовнит | " |
| 90 - 100 | анортит | " |

Отличить плагиоклаз от калинатрового полевого шпата $K[AlSi_30_8]$ макроскопически часто затруднительно, в этом случае следует пользоваться общим названием "полевой шпат".

*Биотит* $K(Mg, Fe)_3(OH, F)_2[AlSi_3O_{10}]$. Из всех породообразующих минералов биотит может концентрировать в себе наибольшее количество изоморфных примесей редких элементов – Ba, Sr, Rb, Cs, Rb, Ge, U, Th и др.

Характерны черный цвет, пластинчатая форма зерен, весьма совершенная спайность (чешуйки расщепляются по плоскостям спайности), низкая твердость.

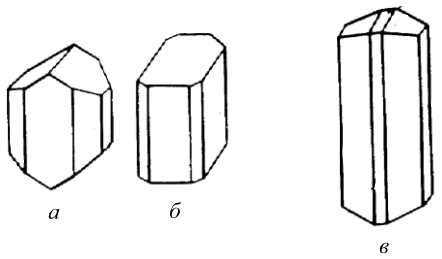



Рис. 6. Форма кристаллов пироксенов (*а* – авгит; *б* – диопсид) и амфиболов (*в* – роговая обманка)

*Пироксены и амфиболы* внешне сходны друг с другом и нередко трудно различимы, особенно при мелких размерах зерен. Для отличия пироксенов и амфиболов (роговой обманки) могут быть использованы следующие признаки:

1) те и другие минералы имеют спайность по двум направлениям, но угол спайности у пироксенов - около 90°, а у амфиболов - около 120°;

2) облик кристаллов пироксенов обычно короткопризматический (кроме эгирина $NaFe[Si_2O_6]$, который образует длиннопризматические кристаллы), а амфиболов - длиннопризматический (рис. 6);

3) окраска роговой обманки черная, пироксенов - как черная, так с серыми и зелеными оттенками.

*Оливин* $(Mg, Fe)_2[SiO_4]$ встречается в виде изометричных зерен с несовершенной спайностью. В свежем виде имеет зеленый цвет и стеклянный блеск. Легко подвергается серпентинизации, приобретая матовый блеск и черную окраску. При выветривании буреет (на поверхности образца возникает характерная бурая корка выветривания) .

## Структуры

Понятие "структура" охватывает особенности строения горной породы, которые обуславливаются размерами, формой и взаимоотношениями минералов и вулканического стекла.

*Равнозернистые структуры*:

гигантозернистая - более 20 мм
крупнозернистая - 5-20 мм
среднезернистая - 1-5 мм
мелкозернистая - менее 1 мм, но зерна видны невооруженным глазом
афанитовая - зернистость обнаруживается лишь под микроскопом

*Неравнозернистые структуры:*

порфировая - заметные невооруженным глазом зерна (вкрапленники) располагаются среди стекловатой, афанитовой или очень мелкозернистой основной массы; порфировая структура характерна для эффузивных пород (рис. 7).

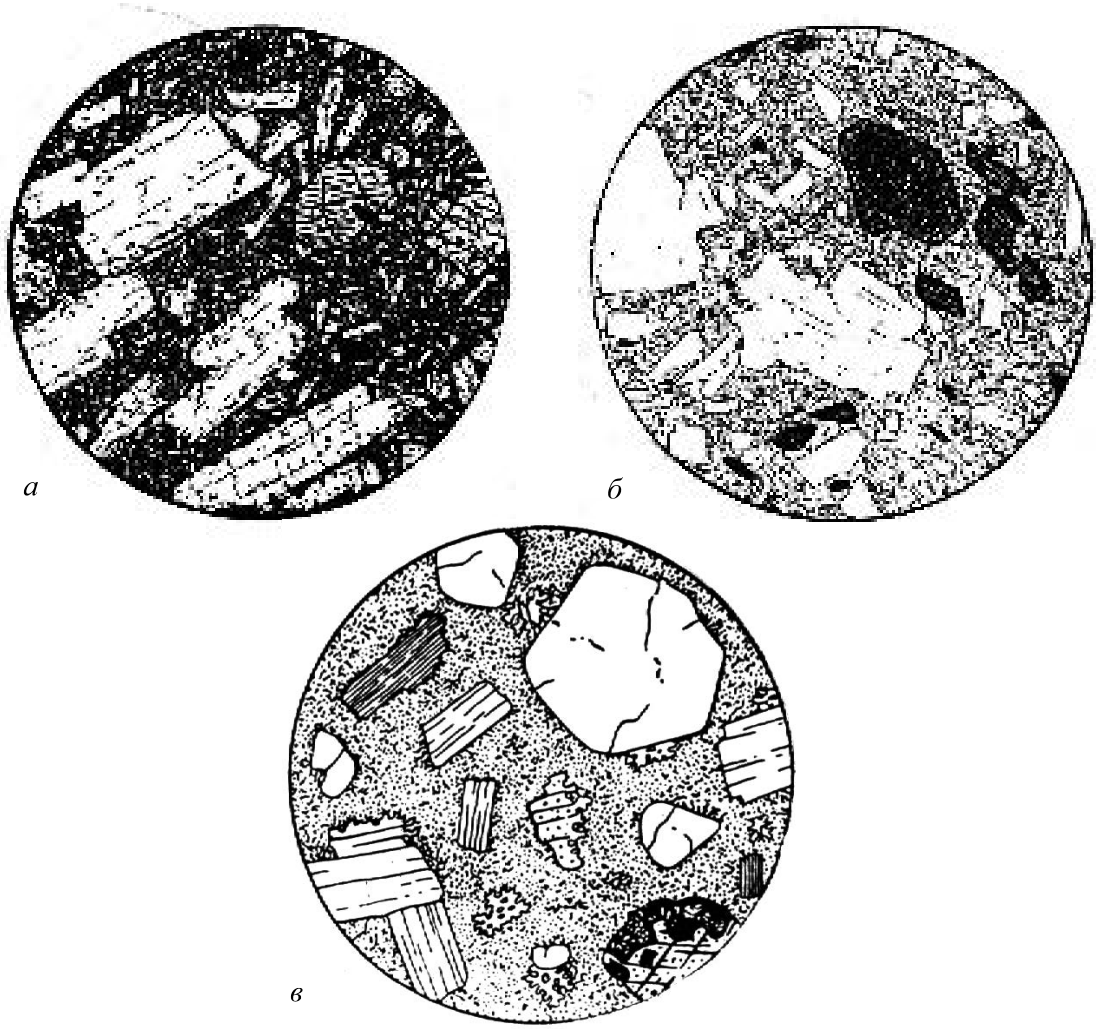



Рис. 7. Эффузивные породы порфировой структуры (по А. Н. Заварицкому и Х. Вильямсу):

*а* - плагиоклазовый ***базальт*** **(**вкрапленники - плагиоклаз, пироксен, оливин);

*б* – роговообманковый ***андезит*** **(**вкрапленники - роговая обманка, плагиоклаз; в основной массе преобладает вулканическое стекло);

*в* – ***риолит*** (вкрапленники - кварц, калинатровый полевой шпат, олигоклаз, биотит; основная масса афанитовой структуры).

Диаметр поля зрения: а – 5,3 мм, б – 3,4 мм, в – 4 мм

## Текстуры

Текстуры определяются ориентировкой, относительным расположением составных частей породы и характером заполнения ими пространства:

однородная (массивная) – состав и структура породы в любом направлении одинаковы, ориентировка минералов изотропна; возникают при спокойной кристаллизации магмы;

- пятнистая (пятна образованы группами зерен);
- шаровая, подушечная – в эффузивах основного состава образуются при подводном излиянии лав;
- полосчатая (рис. 7);
- директивная – плоскостная или линейная ориентировка каких-либо зерен (преимущественная ориентировка оливина в мантийных перидотитах - причина сейсмической анизотропии мантии);
- пористая – в эффузивных породах (поры - газовые пузырьки, образующиеся при кипении лавы);
- миндалекаменная – поры в эффузивных породах заполнены более поздними минералами.



Рис. 8. Габбро полосчатой текстуры с Денежкина Камня на Урале (по Ф.Ю.Левинсон-Лессингу)



Рис. 9. Гранит. Плагиоклаз, калиевый полевой шпат, кварц и биотит; акцессорный магнетит; диаметр поля зрения 4,3 мм (по А. Н. Заварицкому)

## Плутонические (интрузивные) породы

Плутонические породы образовались при длительной кристаллизации магматических расплавов в земной коре.

Они имеют яснозернистую, большей частью средне- или крупнозернистую, реже гиганто- или мелкозернистую структуру; обычно не бывает порфировой структуры.

Минеральный состав плутонических пород:

***Дунит*** - оливин (> 90 %)

***Перидотит*** - оливин (>40 %), пироксен

***Га́ббро*** - основной плагиоклаз (35-65 %), темноцветный минерал (пироксен, реже роговая обманка, оливин)

***Диорит*** - средний плагиоклаз (>60 %), темноцветный минерал (пироксен, реже роговая обманка, оливин)

***Сиенит*** - калинатровый полевой шпат, плагиоклаз (не всегда), темноцветный минерал (часто биотит) - 20-30 %

***Гранит*** - кварц (25-40 %), полевые шпаты (50-65 %), темноцветные минералы (биотит, мусковит, роговая обманка) - 3-10 %

## Вулканические (эффузивные) породы

Вулканические (эффузивные) породы – продукты кристаллизации магмы, вышедшей на земную поверхность по вулканическим каналам и быстро застывшей на суше или в подводных условиях.

Структуры: порфировая, мелкозернистая, афанитовая, стекловатая; текстуры: массивная, пористая, миндалекаменная.

Минеральный состав вулканических пород отвечает минеральному составу соответствующих плутонических аналогов (табл. 3; породы, находящиеся в таблице в одной строке, имеют одинаковый минеральный состав: риолит имеет состав гранита, трахит - сиенита и т. д.). Макроскопическая диагностика вулканических пород ведется по составу порфировых вкрапленников; минеральный состав основной массы на глаз не определяется.

Таблица 3

Вулканические аналоги плутонических пород

| Плутонические породы | Вулканические породы |
|---|---|
| габбро<br>(диорит)<br>сиенит<br>гранит | базальт<br>андезит<br>трахит<br>риолит |

Окраска базальтов и андезитов темно-серая до черной (между собой базальты и андезиты нередко различимы лишь под микроскопом), а трахиты и риолиты имеют более светлую окраску. Иногда трахиты внешне сходны с андезитами - те и другие породы могут иметь одинаковую серую окраску. Измененным (палеотипным) эффузивным породам свойственны буроватая, красноватая, зеленоватая окраска (последняя особенно характерна для основных и средних эффузивных пород).

Измененные (палеотипные) разности вулканических пород обозначают приставкой "мета-": например, метабазальты (ранее называемые базальтовыми

порфиритами), метаандезиты (андезитовые порфириты), метатрахиты (бескварцевые порфиры), метариолиты (кварцевые порфиры).

Наиболее распространенные эффузивные породы – базальты. В пределах континентов их количество (объем) в 5 раз превышает все остальные вместе взятые эффузивные породы. Вторыми по распространенности эффузивами являются андезиты. В отличие от базальтов, которые широко развиты на океаническом дне, андезиты распространены на островных дугах и в окраинно-континентальных вулканических поясах (например, в обрамлении Тихого океана).

Одной из разновидностей **вулканогенно-обломочных** пород являются *вулканические туфы* – породы, состоящие из обломков вулканического материала и цементирующей обломки массы. По размерам обломки разделяются на вулканические бомбы (более 50 мм), лапилли (2-50 мм) и вулканический пепел (менее 2 мм).

Если обломки образованы породами (андезитом, риолитом и т.д.), туфы называются литокластическими; если обломки образованы отдельными минералами – кристаллокластическими, а если обломки сложены вулканическим стеклом – витрокластическими.

При наличии обломков различного типа даются смешанные названия - например, при совместном присутствии обломков кристаллов и большего количества обломков пород - кристаллолитокластический туф (первым упоминается тот компонент, которого в породе меньше).

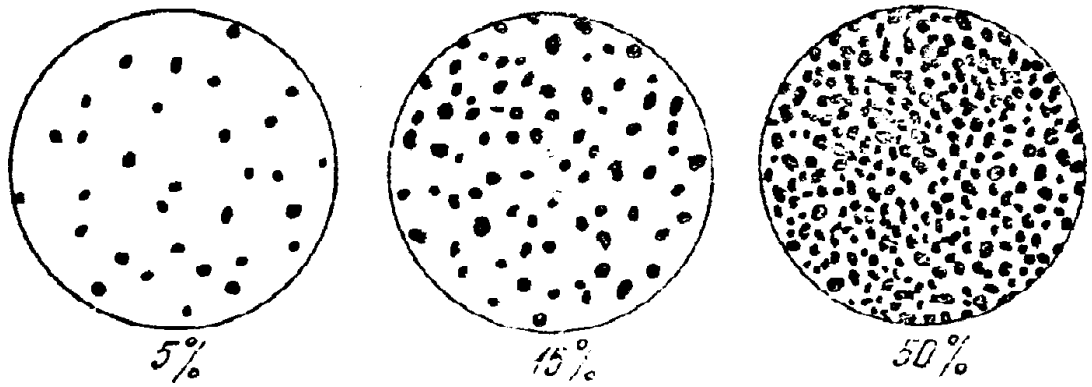
Геолог в поле изучает и картирует геологические тела, обычно образованные той или иной совокупностью (ассоциацией) горных пород. Устойчивые ассоциации магматических пород, которые, закономерно повторяясь в разных регионах, всюду формируются в сходных геологических условиях, называются магматическими формациями. Например, дунит-перидотитовая формация, габбро-пироксенит-дунитовая формация (к последней относится, например, Уктусский массив), базальт-риолитовая формация (в том числе в районе Сухоложской геологической практики), трапповая формация (наземные излияния базальтов на громадных площадях, в том числе на Сибирской платформе) и др.

## Описание образцов

***План описания образца магматической породы:***

- название, текстура, структура, окраска породы;
- минеральный состав, в процентах (точность 5-10 %; для пород порфировой структуры указывается процентное содержание порфировых вкрапленников и основной массы);
- характеристика каждого минерала породы - размеры зерен, диагностические признаки (цвет, спайность, форма зерен и др.).

**Трафареты для визуального определения процентного содержания минералов**




***Примеры описания образцов плутонической (А) и вулканической (Б) пород*** (по Л. И. Кравцовой, М. Н. Чукашевой, с изменениями).

А) Роговообманковый кварцевый диорит. Массивная среднезернистая порода серой окраски, состоящая из плагиоклаза (60-65 %), темноцветного минерала (20-25 %) и кварца (около 15 %).

Плагиоклаз зеленоватой окраски, со спайностью, образует прямоугольные в изломе зерна размером до 5-6 мм.

Кварц серого цвета, с раковистым изломом, в виде изометричных зерен размерами 2-3 мм, выполняющих промежутки между зернами плагиоклаза.

Темноцветный минерал представлен роговой обманкой – черная, с блестящими плоскостями спайности (по двум направлениям под косым углом), образует вытянутые призматические зерна шириной до 1-2 мм, длиной до 5-6 мм.

Б) Биотитовый риолит. Массивная порода порфировой структуры с вкрапленниками кварца, полевого шпата, биотита и буровато-серой афанитовой основной массой. Вкрапленники составляют третью часть породы и сложены на 70 % полевым шпатом, 20 % - кварцем, 10 % - биотитом.

Вкрапленники полевого шпата имеют размер от 3 до 6 мм, правильную форму и хорошо выраженную спайность. По окраске выделяются два вида полевых шпатов - белый, местами слегка зеленоватый, по-видимому, плагиоклаз, и розоватый, очевидно, калинатровый полевой шпат.

Вкрапленники кварца имеют округлую форму, их размеры колеблются от 3 до 5 мм, обладают дымчато-серым цветом, стеклянным блеском и раковистым изломом.

Биотит образует шестиугольные блестящие чешуйки черного цвета размерами 1-2 мм.

## Плотность магматических пород

Плотность светлых (салических) минералов (калиевый полевой шпат 2,55, кварц 2,65, альбит 2,61, анортит 2,76 г/см$^3$) ниже плотности темноцветных (мафических) минералов (3,2-3,3 г/см$^3$).

Плотность плутонических пород находится в строгом соответствии с их минеральным и химическим составом и повышается по мере перехода от кислых к средним и далее к основным и ультраосновным породам (средние значения плотности гранитов 2,58, гранодиоритов - 2,69, габбро - 2,95, дунитов – более 3,2 г/см$^3$). Уменьшение содержания кремнезема на 20 % соответствует увеличению плотности на 0,37 г/см$^3$.

Плотность вулканических пород в целом ниже, чем соответствующих плутонических пород (из-за пористости, наличия стекла и других особенностей вулканических пород), но также возрастает по мере перехода от кислых к средним, основным и ультраосновным вулканическим породам. Из-за большего разнообразия структур и текстур диапазон изменения плотности вулканических пород шире, чем у плутонических пород. За счет отсутствия значительной пористости измененные (палеотипные) вулканические породы обычно имеют более высокую плотность, чем свежие (кайнотипные) вулканические породы того же состава.

Плотность плутонических пород при вторичных изменениях обычно уменьшается. Например, плотность ультраосновных пород при их серпентинизации (при замещении оливина и пироксена серпентином – рис. 10) уменьшается (плотность серпентина ниже, чем плотность замещаемых им оливина и пироксена). В массиве Рай-Из (Полярный Урал) слабо- (5 %) серпентинизированные перидотиты имеют плотность (объемный вес)

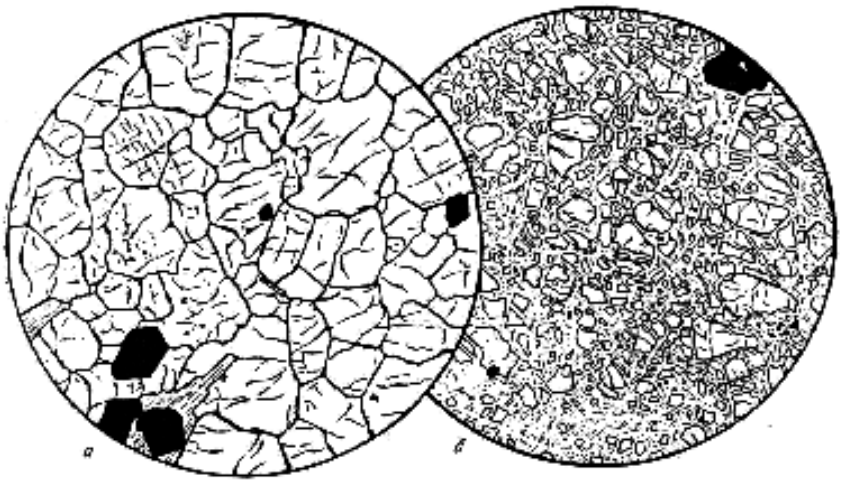


Рис. 10. Дунит: *а* – свежий (оливин, отдельные зерна хромита);
*б* - серпентинизированный (остатки оливина в в массе серпентина);
диаметр поля зрения: *а* – 4,7 мм, *б* – 4,0 мм (по А. Н. Заварицкому).

3,06 г/см$^3$, средне- (40 %) серпентинизированные – 2,91 г/см$^3$, сильно- (70 %) серпентинизированные – 2,70 г/см$^3$.

При выветривании плотность пород также уменьшается (до 20-25 %) – за счет минеральных превращений (например, образования глинистых минералов) и особенно за счет увеличения пористости (которая в результате выветривания может достигать 25 %).

## ЛИТЕРАТУРА

Основная:

*Белоусова О. Н., Михина В. В.* Общий курс петрографии. М., Недра, 1972.

*Миловский А. В.* Минералогия и петрография. М., Недра, 1979.

Дополнительная:

*Петрография и петрология магматических, метаморфических и метасоматических пород.* М., Логос, 2001.

*Петрографический кодекс.* Л., Недра, 1995.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

В процессе изучения дисциплины необходимо подготовить ответы на эти вопросы в письменном виде.

1. Химический состав магматических пород
2. Ультраосновные магматические породы
3. Минеральный состав базальтов, андезитов, риолитов
4. Назвать разновидности структур плутонических и вулканических пород
5. Магматические породы основного состава
6. Светлые минералы магматических пород
7. Плотность плутонических и вулканических пород
8. Кислые магматические породы
9. Структуры и текстуры магматических пород
10. Плутонические породы основного и среднего состава
11. Структуры и текстуры эффузивных пород
12. Темноцветные минералы магматических пород

## *2. ОСАДОЧНЫЕ ПОРОДЫ*

Наука об осадочных породах - литология. Это одна из наиболее молодых наук геологического цикла - как геохимия и геофизика, она обязана своим развитием XX веку. Задачей литологии является всестороннее изучение осадочных пород и условий их образования.

Особое значение осадочных пород состоит в том, что они занимают 75 % поверхности суши (мощность осадочной оболочки 0-24 км) и вмещают около 70 % всех извлекаемых человеком полезных ископаемых – уголь, нефть, газ, руды Al, Fe, Mn, U, соли, фосфориты, полезные ископаемые россыпей и др., а также вмещают основную массу подземных вод.

*Осадочная порода* – геологическое тело, образованное из продуктов физического и химического выветривания литосферы в результате их механического, химического или биологического переноса и осаждения.

### Стадии образования осадочных пород

***Гипергенез***

Гипергенез - это образование исходного материала для осадочных пород – физическое и химическое выветривание более древних горных пород.

Физическое выветривание приводит к преобразованию массивной породы в совокупность обломков (глыбы, щебень, песок). В аридных областях (например, пустынях и полупустынях), в полярных и холодных горных странах развито преимущественно только физическое выветривание.

Химическое выветривание сопровождается разложением исходных минералов выветривающейся породы и образованием новых минералов. При этом происходят различные химические реакции, главной из которых является гидролиз – реакция взаимодействия между минералом и водой. В результате гидролиза наиболее распространенные минералы – полевые шпаты - преобразуются в такие глинистые минералы, как *гидрослюда и каолинит*; при этом кремнезем из полевых шпатов частично переходит в воду, а Na, K, Ca полевых шпатов полностью выносятся водой:

$K[AlSi_3O_8]$ (ортоклаз) + $H_2O \rightarrow$

$KAl[Al_2Si_2O_{10}](OH)_2 \cdot mH_2O$ (гидрослюда) + KOH + $SiO_2 \rightarrow$

$Al_2[Si_2O_5](OH)_4$ (каолинит) + KOH + $SiO_2 \rightarrow$

$Al(OH)_3$ (гиббсит) + $SiO_2$

Для обеспечения процесса гидролиза нужна интенсивная циркуляция воды, которая уносит с собой растворимые продукты выветривания (в данном случае KOH и $SiO_2$).

Рассмотренное выше образование каолинита и гиббсита на месте полевых шпатов происходит *во влажном тропическом климате*. В этом климате в каолинит, гидроксиды Fe, Al и растворенные ионы $K^{1+}$, $Na^{1+}$, $Ca^{2+}$, $Mg^{2+}$ преобразуются все минералы, кроме кварца. *В умеренном климате* химическое

выветривание проявлено слабее и сопровождается образованием на месте минералов магматических пород таких глинистых минералов, как гидрослюды и монтмориллонит.

### *Седиментогенез*

Седиментогенез - это перенос осадков с места их образования при физическом и химическом выветривании главным образом в морские бассейны; он осуществляется преимущественно реками. Обломки минералов и горных пород переносятся реками преимущественно волочением по дну, глинистые минералы – в виде тонкой взвеси; $K^{1+}$, $Na^{1+}$, $Ca^{2+}$, $Mg^{2+}$ и другие ионы – в виде растворов.

Осаждение в морских бассейнах

При впадении рек в морские бассейны материал, принесенный речной водой, осаждается на дне моря.

**Механическое осаждение**. Скорость осаждения частиц в воде пропорциональна квадрату размера частиц, поэтому крупные частицы осаждаются быстро, а мелкие – значительно медленнее, т. е. могут переноситься водами на большее расстояние от берега. В связи с этим достаточно крупнообломочный материал (галька, песок) захороняется в прибрежной зоне. По мере увеличения глубин и расстояния от суши на дне моря происходит отложение все более мелких частиц. Например, песок на дне Черного моря отлагается на глубинах до 20-30 м. Еще более мелкие алевритовые и пелитовые (глинистые) частицы, переносимые в виде взвеси, осаждаются на более значительных глубинах.

Глубоководный шельф и материковый склон в морских бассейнах покрыты главным образом алевропелитовыми осадками, а главная часть ложа океана является областью развития глубоководной глины и биогенных илов. Хотя иногда мутьевыми (суспензионными) потоками по подводным каньонам, которые прорезают шельф и материковый склон, мелководный грубый материал достигает и ложа океана.

В осадках водных бассейнов почти всегда присутствует органическое вещество. В глинистых отложениях его значительно больше, чем в алевритовых и песчаных осадках.

**Химическое осаждение**. Воды морей и океанов, особенно на глубинах до 100 м, периодически насыщены и пересыщены бикарбонатами кальция, что приводит к осаждению из морской воды кальцита:

$$Ca(HCO_3)_2 \leftrightarrow CaCO_3 + CO_2 + H_2O.$$

Повышение температуры увеличивает летучесть $CO_2$ и смещает реакцию вправо. Поэтому карбонатные осадки образуются преимущественно в теплых морях, причем особенно на малых глубинах в зоне действия волн. Часто образование карбонатных осадков связано с жизнедеятельностью организмов (биохимическое осаждение).

При жарком аридном климате и повышенной солености морской воды в прибрежно-морских условиях (в лагунах и заливах) происходит осаждение солей (рис. 11). Они выпадают из морской воды в следующей последовательности: гипс (ангидрит) – галит – сильвин – карналлит.

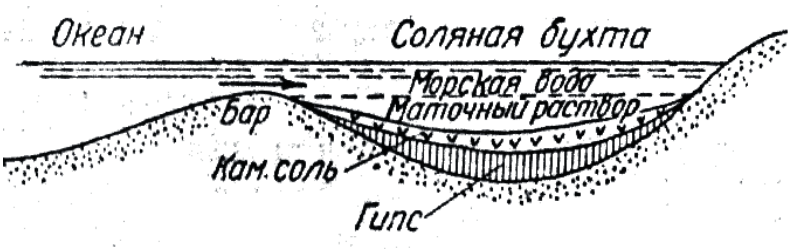



Рис. 11. Схема осаждения солей (по Оксениусу)

Слоистость - характерная особенность строения осадочных пород. Слои обособляются друг от друга или вследствие различия в составе или благодаря наличию поверхностей напластования, являющихся следствием пауз в седиментации (рис. 12). Одна из основных причин слоистого строения осадочных толщ, чередования в разрезе пород различного состава – тектонические колебательные движения при осадкообразовании.

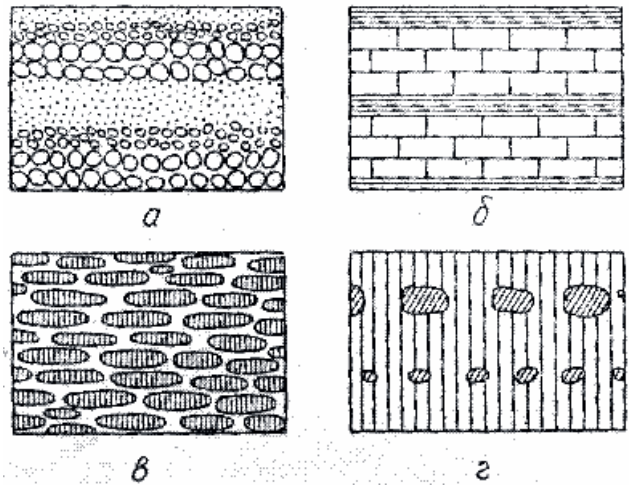



Рис. 12. Слоистость, обусловленная: *а* – изменением крупности зерна; *б* – чередованием слоев разного состава; *в* – горизонтальной ориентировкой частиц; *г* – расположением в одной плоскости какого-либо материала (конкреций, валунов и т.п.); по Л. В. Пустовалову

Отдельные слои могут состоять из мелких (мощностью от долей миллиметра до первых сантиметров) *слойков* (слойчатость); слойки, в отличие от слоев, не имеют какой-либо внутренней структуры и образуются за значительно меньший период времени, в связи с колебаниями факторов седиментации. Граничные поверхности слоя или слойка могут быть параллельными и непараллельными, волнистыми и изогнутыми.

Слоистая текстура породы часто определяет анизотропию коллекторских свойств породы – перпендикулярно слоистости проницаемость пород значительно меньше, чем вдоль слоистости.

*Горизонтальная* слоистость может быть свойственна различным - аллювиальным, озерным, пролювиальным, водно-ледниковым, лагунным и морским - отложениям. Например, она наблюдается в алевритовых и пелитовых

осадках, которые образуются из частиц, переносимых в виде взвеси и медленно осаждающихся в спокойной воде. Горизонтальная слоистость озерных отложений нередко характеризуется чередованием песчаных слойков, возникших в период весеннего снеготаяния и дождевых периодов, когда в озеро поступает большое количество обломочного материала, и глинистых слойков, возникающих в зимнее время.

*Косая* (по отношению к горизонтальной плоскости) слоистость – элементарные слойки располагаются под углом к плоскостям наслоения. В большинстве случаев образуется в перемещающихся осадках (прибрежно-морская, дельтовая, речная косая слоистость); встречается в песчаниках, алевролитах, карбонатных породах.

*Градационная* слоистость – от подошвы к кровле слоя размерность осадочного материала измененяется (например, снизу вверх галька в слое сменяется песком, а затем глиной – рис. 12, *а*); обычно образуется в толщах флишевого типа при отложении осадков из мутьевых (суспензионных) потоков.

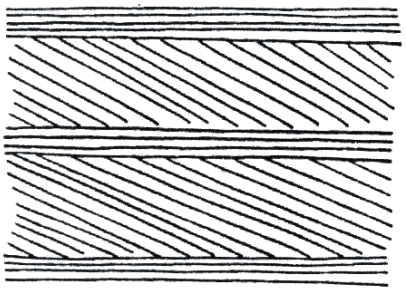


Рис. 13. Потоковая слоистость (по Н.В. Логвиненко)

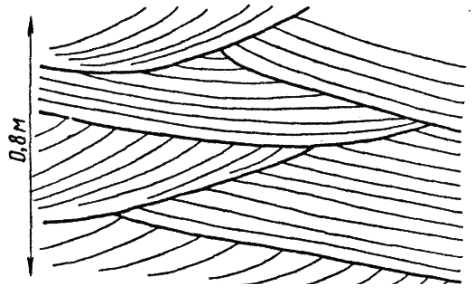



Рис. 14. Диагональная слоистость прибрежно-морского типа

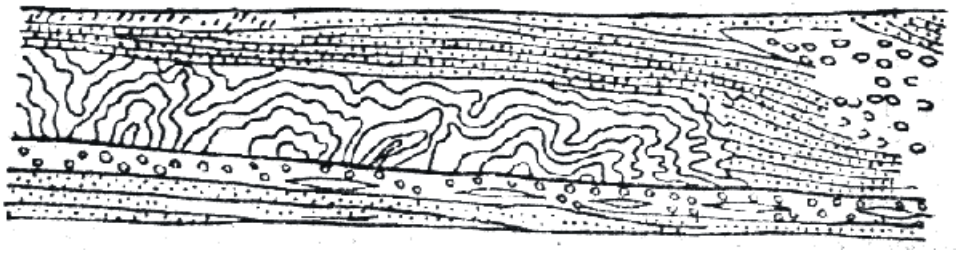


Рис. 15. Подводный оползень в артинских отложениях на западном склоне Урала (по А. А. Иванову)

### *Диагенез*

Свежевыпавший осадок представляет собой рыхлую массу, состоящую из обломков, химически осажденных компонентов и органического вещества, в том числе бактерий. Изменения, происходящие в осадке после его образования, называются диагенезом. В водных бассейнах эти изменения определяются стремлением к достижению химического равновесия между осадком и наддонной водой.

• В морских осадках при высокой солености воды и теплом климате происходит образование доломита на месте первоначально выпавшего кальцита:

$$CaCO_3 + Mg^{2+} \text{ (морской воды)} \rightarrow CaMg(CO_3)_2 .$$

• Характерная особенность осадка, образовавшегося в водной среде – обилие микроорганизмов. Они развиваются в осадке за счет органического вещества. Чем выше дисперсность осадка и меньше глубина погружения осадка, тем больше в нем микроорганизмов.

Сульфатвосстанавливающие бактерии, присутствующие на дне водных бассейнов в восстановительной обстановке, окисляют органическое вещество, отнимая кислород из сульфат-иона наддонной воды. Для бактерий эта реакция играет роль дыхательного акта. Окисленный углерод выделяется при этом в виде углекислого газа $CO_2$, а восстановленная сера - в форме сероводорода $H_2S$.

Сероводород может взаимодействовать в осадке с оксидами железа с образованием сульфидов железа, в том числе пирита $FeS_2$. Пирита образуется тем больше, чем больше в осадке органического вещества, за счет которого развиваются микроорганизмы. В результате пестроты физико-химических условий в разных участках осадка пирит, как и другие диагенетические минералы, может перераспределяться, уходя из одних мест и создавая в других местах сгущения: пятна, линзы, конкреции.

***Катагенез***

Катагенез - изменения осадков при их погружении на глубину более нескольких десятков метров. Отложения в зоне катагенеза называют не осадками, а осадочными породами.

Зона катагенеза - область развития подземных вод. Нижняя граница зоны катагенеза находится в области прекращения свободного перемещения растворов при почти полном исчезновении пористости пород. Температура при катагенезе может достигать 200 ºС, давление – 200 МПа.

• По мере увеличения глубины залегания пород их пористость и проницаемость понижаются, а плотность и хрупкость возрастают (катагенез глинистых пород – см. ниже).

• При разложении присутствующего в осадочных породах органического вещества на глубинах 2-4 км при температуре 60-150 ºС в осадочных бассейнах образуются нефть и газ (по некоторым авторам, нефть образуется на глубинах 1,8-3,5 км, газ – 3,5-5 км).

• При взаимодействии карбонатов с водой (при температуре выше 75 ºС) может происходить их гидролиз, сопровождающийся выделением $CO_2$. Гидролиз карбонатов происходит в том случае, если $CO_2$ может удаляться с места реакции, т. е. при достаточной проницаемости вышележащих пород. Растворение $CO_2$ в воде приводит к образованию углекислых водных

растворов, из которых при катагенезе может происходить отложение карбонатов в трещинах пород и в виде цемента песчаников.

• В результате процессов растворения под давлением происходит снижение пористости обломочных пород и образование стилолитовых швов (рис. 16).

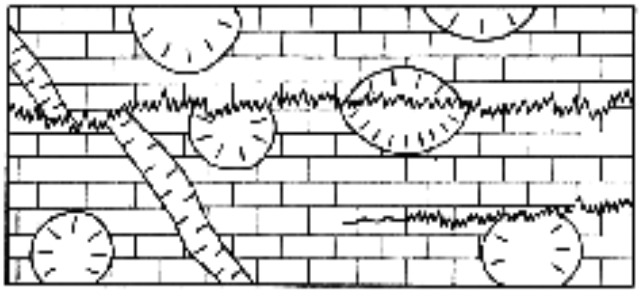


Рис. 16. Стилолитовые швы в известняке, пересекающие стебли кораллов и прожилок кальцита. Верхняя юра, Крым; ½ нат. вел. (по Г. И. Бушинскому)

При более высоких температурах и давлении катагенез сменяется метаморфизмом. В связи с этим ниже осадочных пород часто залегают метаморфические породы, являющиеся в значительной своей части продуктом преобразования осадочных пород. Кроме того, осадочные породы иногда залегают на коре выветривания магматических, метаморфических или более древних осадочных пород.

## Обломочные породы

### Грубообломочные породы

Псефитовая (грубообломочная) структура - обломки имеют размеры более 2 мм.

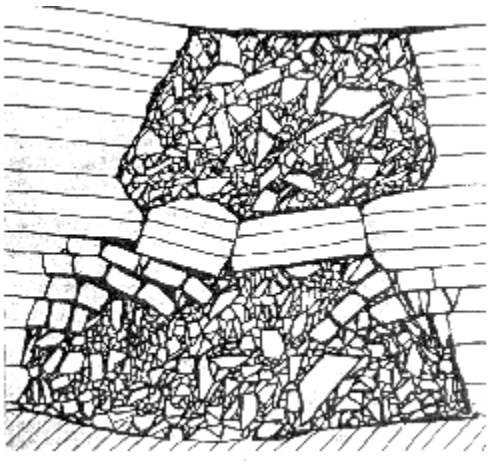


Рис. 17. Доломитовая брекчия, образовавшаяся в результате обрушения слоистых доломитов в полости карстовой пустоты. Среднее Поволжье, 1/20 нат. вел.

Сцементированные породы:
*конгломераты* (обломки окатаны), *брекчии* (обломки не окатаны – рис. 17)

Несцементированные породы:

| (окатанные) | (не скатанные) | (размер обломков) |
|---|---|---|
| *валуны* | *глыбы* | > 200 мм |
| *галька* | *щебень* | 20-200 мм |
| *гравий* | *дресва* | 2-20 мм |

**Песчаные породы**

Песчаные породы составляют около 15 % общего объема осадочных пород. Псаммитовая (песчаная) структура - обломки имеют размеры 0,05-2,0 мм:

*пески* (несцементированные) и *песчаники* (сцементированные)

***По размеру обломков*** пески и песчаники разделяются на крупнозернистые (0,5-2,0 мм), среднезернистые (0,25-0,5 мм), мелкозернистые (0,1-0,25 мм) и тонкозернистые (0,05-0,1 мм).

***По составу обломков*** (определяют с помощью лупы) пески и песчаники разделяются на *кварцевые* и *полимиктовые* (среди обломков наряду с кварцем присутствуют и другие минералы). Среди полимиктовых песчаников выделяют *аркозовые* (светло-серые, розовые - состоят из кварца, полевого шпата, мусковита) и *граувакковые* (темные зеленовато-серые /«грау» - серый/, состоят из кварца, полевого шпата, темных обломков пород).

Граувакковые песчаники – наиболее широко распространенные песчаные породы. Они образуют мощные толщи в складчатых областях. Подавляющее большинство современных континентальных и шельфовых песков также представлено граувакками.

***Типы цемента в песчаниках****:*

базальный – зерна не соприкасаются друг с другом (*а* на рис. 18);
поровый – зерна соприкасаются друг с другом (*б* на рис. 18);
пленочный – цемент покрывает поверхность зерен пленкой (*в* на рис. 18);
контактовый – локальный, только в местах контактов зерен (*г* на рис. 18).

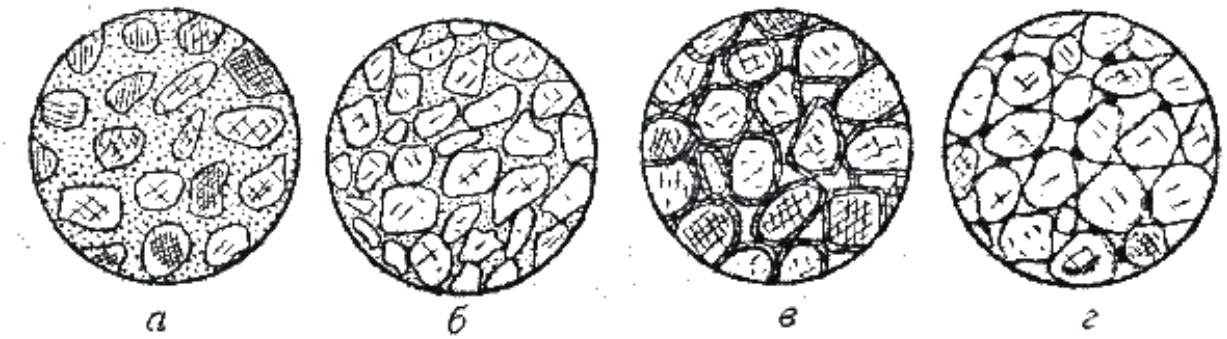



Рис. 18. Типы цемента обломочных пород

По составу цемент в песчаниках может быть глинистым, карбонатным, опаловым, кварцевым и др. Наличие в цементе песчаника карбонатов (кальцита, доломита) устанавливается реакцией с соляной кислотой.

***Фациальные разновидности песчаных пород***

*Прибрежно-морские* песчаные породы - преимущественно средне- и мелкозернистые.

*Морские* песчаные породы - образуют значительные по размерам геологические тела, имеющие форму пластов с постепенно возрастающей в сторону моря мощностью. Встречаются и локальные песчаные тела – бары (протягиваются в море параллельно берегу валами протяженностью до десятков километров при ширине 2-5 км и мощности несколько метров).

Окраска морских песчаников обычно серая, близ поверхности из-за проникновения по порам и трещинам поверхностных вод - серовато-желтая. Цемент морских песчаников часто глинистый или кальцитовый.

*Речные* песчаные породы - дают геологические тела протяженностью в сотни и тысячи километров при относительно небольшой ширине, мощность – единицы метров.

*Дельтовые* песчаные породы - образуют тела сложной формы и резко меняющейся мощности. По мере удаления от берега в дельтовых песчаных отложениях возрастает роль алевритового и глинистого материала. При этом из-за повышения содержания органического материала песчаники приобретают все более темную окраску.

*Эоловые* песчаные породы – в пустынях, полупустынях, на островах и прибрежных частях суши (дюны).

**Алевритовые породы**

Алевритовая (пылеватая) структура - обломки имеют размеры 0,005-0,05 мм: *лёсс* (несцементированный), *алевролит* (сцементированный).

**Пористость обломочных пород**

Обломочные породы – одни из самых распространенных коллекторов нефти, газа, подземных вод. Из обломочных пород-коллекторов добывается более половины общего мирового объема добываемых углеводородов, в России и США – это главные породы-коллекторы.

Чаще всего коллекторами являются морские песчаные и алевритовые образования шельфа, прилегающие к континентам морей, дельтовые, речные и эоловые отложения. Типичные представители обломочные пород-коллекторов – мелкозернистые пески и песчаники, крупнозернистые алевриты и алевролиты, песчано-алевритовые породы, реже среднезернистые песчаники. Грубообломочные породы, крупнозернистые пески и песчаники, мелкозернистые алевриты и пелиты редко бывают коллекторами.

Одним из основных факторов, определяющих фильтрационную способность обломочных пород и продуктивность нефтегазоносных пластов, является размер пор в породах. Поровое пространство в обломочные породах представляет собой систему извилистых каналов изменяющегося сечения. Основные пути фильтрации флюидов - самые крупные поры в породе и соединяющие их каналы. Мелкие поры (менее 1-2 мкм) заполнены физически связанной водой и практически непроницаемы.

Размеры межзерновых пор тем больше, чем крупнее и однороднее по размеру обломочные зерна. Поэтому чем больше размер обломочных частиц, тем проницаемость пород выше. Породы, сложенные окатанными частицами, более проницаемы, чем сложенные неокатанными частицами.

Чем однороднее частицы по размерам, тем выше пористость и проницаемость пород (и несколько ниже их плотность). При слабой отсортированности мелкие обломочные частицы заполняют пространство между крупными частицами и снижают пропускную способность поровых каналов.

Песчано-алевритовые породы с большим количеством слюды, чешуйки которой ориентированы параллельно слоистости, отличаются сильной анизотропией проницаемости. В направлении, перпендикулярном ориентировке чешуек слюды, она резко понижена по сравнению с направлением параллельно ориентировке слюды.

Межзерновые поры могут быть первичными – образовавшимися при седиментогенезе, и вторичными – образовавшимися при катагенезе. Кроме межзерновых пор в обломочные породах могут быть и трещинные поры (зияющие трещины).

Пористость во многом определяется характером цемента обломочных пород. При базальном и поровом типах цемента межзерновая пористость очень низка или отсутствует. В песчаниках с карбонатным (кальцитовым) цементом иногда отмечается частичное растворение цемента при катагенезе; это приводит к повышению пористости пород. Например, в мезозойских песчаных и алеритовых породах Прикаспийской впадины при погружении на 2-2,5 км растворяется до 60 % кальцита, в результате чего пористость пород на этих глубинах возрастает до 20-25 % (в целом пористость песчаных пород изменяется от долей процента до 50 %).

## Глинистые породы

Глинистые породы - это наиболее распространенные осадочные породы, на них приходится около 70 % от общего объема осадочных пород. Глинистые породы характеризуются высоким содержанием (20-50 %) $Al_2O_3$ (глинозема).

*Глины* - тонкодисперсные породы особого минерального состава, размокающие в воде. По мере насыщения водой мельчайшие частицы глинистых минералов покрываются водной оболочкой, в результате чего глины в смеси с водой дают вязкое тесто и становятся пластичными.

Минеральный состав глин (каолинитовые, монтмориллонитовые, гидрослюдистые) может быть макроскопически определен лишь в отдельных случаях для некоторых чистых глин. Многие каолинитовые глины - белые, светло-серые, в воде не разбухают. Монтмориллонитовые глины - светло-серые с желтовато-зеленоватыми оттенками, разбухают или "мылятся" в воде. Гидрослюдистые глины - различной окраски, в воде не разбухают. Точное определение минерального состава глин производится рентгеновским и другими специальными методами.

Каолинитовые глины образуются при химическом выветривании горных пород во влажном тропическом климате. Попадая в море, каолинит преобразуется в гидрослюды.

Гидрослюдистые глины образуются при более слабом химическом выветривании, в том числе в холодном и умеренном климате; это наиболее распространенные глины, к ним относится большинство четвертичных глин России.

Монтмориллонитовые глины – наиболее пластичные и наименее водопроницаемые глинистые породы. Нередко монтмориллонит присутствует в некоторых гидрослюдистых глинах. Иногда среди морских глин встречаются почти мономинеральные протяженные пласты монтмориллонитовых глин (мощностью в единицы или десятки см), которые образуются за счет морского подводного химического разложения вулканического пепла. Это светлые кремовые, светло-зеленые или желтовато-серые породы.

Морские глинистые породы из-за примеси тонкодисперсного органического вещества имеют серую или черную окраску (последнюю придает породе 3-4 % органического вещества). Глинистые породы с тонкодисперсным органическим веществом часто содержат повышенные концентрации U, V, Mo, Ni, Co, Cu.

Глины морского происхождения, состоящие почти исключительно из глинистых частиц, имеют ***пелитовую*** структуру (размер глинистых частиц менее 0,005 мм), в то время как глины континентального происхождения обычно содержат примесь алевритового или псаммитового материала - имеют алевропелитовую или псаммопелитовую структуру.

**Катагенез глинистых пород**

В ходе катагенеза пористость глинистых пород уменьшается: на глубине до 1 км пористость морских глин составляет десятки процентов, а на глубине 3-5 км - первые проценты (рис. 19). Седиментогенные воды, заполняющие поры в глинистых породах, при катагенезе отжимаются из этих пор в смежные более жесткие пласты (сложенные, например, песчаниками), где еще сохраняется достаточно высокая пористость.

При температуре 100-140 ºС (на глубине 1-3,5 км) монтмориллонит начинает превращаться в глинистых породах в гидрослюду. В ходе этого

процесса из 1 м$^3$ глины в окружающие породы выделяется до 100-110 л воды, которая находилась в монтмориллоните в химически связанном состоянии.

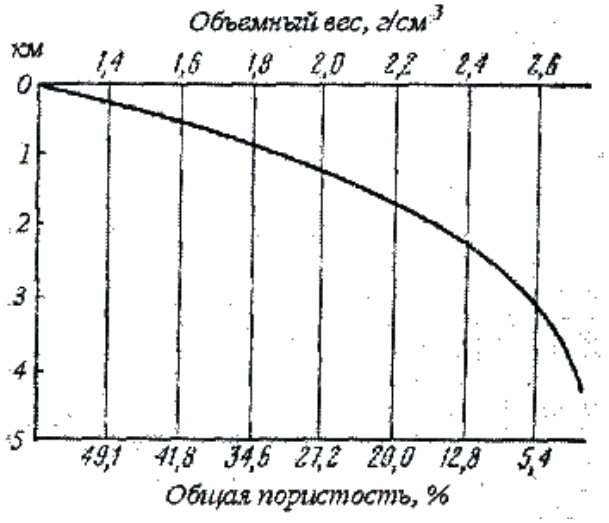



Рис. 19. Зависимость пористости и объемного веса глинистых пород от глубины их погружения (по Белоусовой и Михиной)

Каолинит при повышении температуры в присутствии К также начинает превращаться в гидрослюду, а в присутствии Mg (который может поставляться в раствор при гидрослюдизации монтмориллонита) – в хлорит. В связи с этим глинистые породы преобразуются при катагенезе в хлорит-гидрослюдистые глинистые породы, которые не размокают в воде, не пластичны, имеют пористость 1-2 % – *аргиллиты* (массивной текстуры) или *глинистые сланцы* (раскалываются на тонкие плитки).

**Глинистые породы на месторождениях углеводородов**

Хотя глинистые породы – флюидоупоры, в некоторых случаях в них может содержаться нефть – в трещинах, образовавшихся после уплотнения глинистых пород. То есть глинистые породы иногда могут быть. трещинными и кавернозно-трещинными коллекторами.

В баженовской свите верхней юры Западной Сибири черные битуминозные гидрослюдистые глины с тонкими прослоями и линзочками алевритистых, кремнистых и карбонатных разностей являются нефтепродуцирующей толщей. В этих глинах наряду с преобладающими гидрослюдами широко развиты смешанослойные минералы (гидрослюда-монтмориллонит), имеются примеси каолинита и хлорита. Темная окраска глин обусловлена примесью органического вещества. Генерируемая нефть накапливается в глинах в микротрещинах длиной 0,01-0,03 мкм и по плоскостям наслоения.

Отложения баженовской свиты образовались в морских и прибрежно-морских условиях. При этом в центральных частях морского бассейна отлагались наиболее битуминозные глины, а в прибрежных частях морских бассейнов в глинах появляются прослои песчаников и алевролитов. В результате периодического поступления в морской бассейн холодных

арктических вод и массовой гибелью в связи с этим теплолюбивых морских организмов, в глинистых осадках накапливалось большое количество органического вещества, за счет которого при катагенезе генерировалась нефть.

## Хемогенные и биогенные породы

Хемогенные породы образуются в результате выделения из морской воды тех или иных минералов без участия организмов, а биогенные – при участии организмов. Оба вида пород рассматриваются вместе, так как могут иметь одинаковый химический и минеральный состав, часто встречаются совместно и не всегда различимы между собой.

## Карбонатные породы

Карбонатные породы составляют 20 % от всех осадочных пород, образуются в теплых мелководных морях, по способу осаждения в основном биогенные.

Обычно имеют светлую окраску, но в случае присутствия органического вещества (обычно являющегося спутником глинистой примеси) могут иметь темно-серую окраску, а нефтеносные карбонатные породы могут быть черными или буровато-черными.

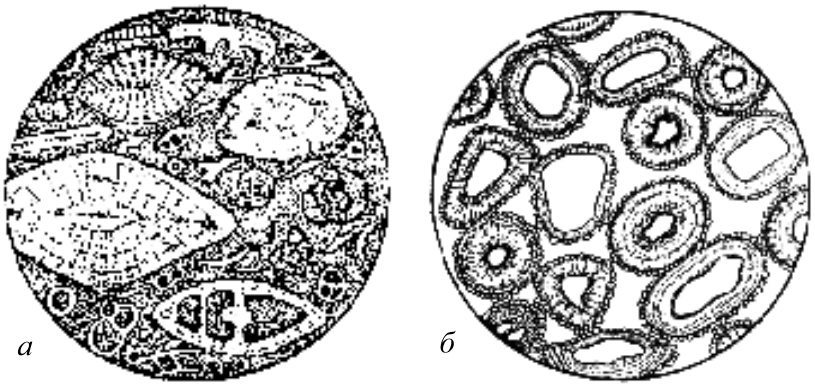



Рис. 20. Известняки под микроскопом: *а* – органогенный (раковины фораминифер находятся в связующей массе, состоящей из микрокристаллического кальцита); *б* – оолитовый (оолиты состоят из обломочных зерен кварца, окруженных каемкой карбоната). Диаметр 3 мм (по Х. Вильямсу)

*Известняк* - состоит из кальцита $CaCO_3$, вскипает при взаимодействии с разбавленной (2-5 %) соляной кислотой:

- органогенный (цельнораковинный и детритовый - состоящий из обломков раковин);
- оолитовый (оолиты - шарики концентрического строения размерами до 1-2 мм);
- пелитоморфный (зерна менее 0,005 мм);
- перекристаллизованный: микрозернистый 0,005-0,05 мм
  мелкозернистый 0,05-0,25 мм

| | |
|---|---|
| среднезернистый | 0,25-0,5 мм |
| крупнозернистый | 0,5-1,0 мм |
| грубозернистый | >1,0 мм |

(те же названия структур используются и для других приводимых ниже осадочных пород).

**Цельнораковинные органогенные** известняки могут быть рифовыми и ракушняковыми.

Рифы – подводные или надводные известковые постройки, сложенные скелетами организмов в их прижизненном положении. В период своего образования риф возвышался над дном моря и организмы жили вблизи поверхности воды (рифы образуются в зоне прогибания морских бассейнов).

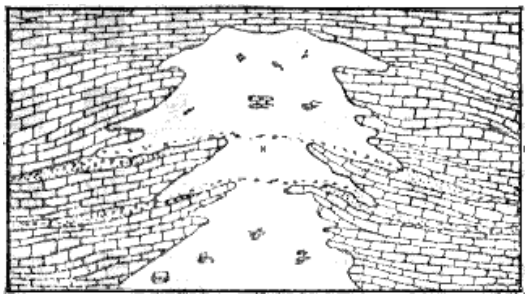


Рис. 21. Коралловый риф (по У. Твенхофелу)

Рифовые известняки могут состоять из скелетов известковых водорослей, кораллов, мшанок и др. Карбонат выпадает на поверхностях, а иногда и внутри клеток водорослей в результате поглощения ими $CO_2$ из морской воды и практически сразу становится твердым; последнее объясняет каркасообразующую роль водорослевых известняков в теле рифа. В современных морях главные рифоообразующие организмы – кораллы, коралловые водоросли и фораминиферы.

Ракушняковые известняки образуются на отмелях.

**Пелитоморфные** известняки могут иметь хемогенное и биогенное происхождение. Писчий мел - одна из разновидностей пелитоморфных известняков – сложен главным образом мельчайшими известковыми фрагментами водорослей.

*Ме́ргель* близок к писчему мелу, но содержит до 50% глинистой примеси. С глинистой примесью часто ассоциирует органическое вещество, придающее породам серый и черный цвет. Так как мергель представляет собой смесь кальцита и глинистого вещества, под действием разбавленной соляной кислоты он вскипает и на месте капли кислоты остается грязное глинистое пятно.

*Доломит* $CaMg(CO_3)_2$ - под действием разбавленной соляной кислоты не вскипает или вскипает значительно слабее, чем известняк (доломит вскипает в порошке, который можно получить, поцарапав породу куском стекла).

**Коллекторские свойства карбонатных пород**

Карбонатные породы обладают достаточно высокой пористостью (средняя пористость известняков 5,3 %). Иногда пористость даже на больших глубинах (более 8 км) достигает 20 %. Поры сообщаются между собой и

жидкость через них может фильтроваться. Таким характером пористости во многом объясняется как сильная обводненность карбонатных пород, так и приуроченность к карбонатным породам значительной части мировых промышленных запасов нефти.

Поры в карбонатных породах разделяются на первичные (образуются на стадии седиментогенеза) и вторичные (образуются на стадии катагенеза и при гипергенезе). Поры располагаются между зернами карбонатов, между раковинами, их обломками, между оолитами, внутри раковин (фораминифер, кораллов и др.). Наиболее высокая пористость и наиболее благоприятные коллекторские свойства - у биогенных, органогенно-детритовых и обломочных известняков. Микрозернистые и пелитоморфные известняки и доломиты имеют низкую пористость и проницаемость.

Состоящие из раковин карбонатные породы из-за жесткого каркаса раковин при погружении практически не уплотняются и пористость в них поэтому не сокращается, тогда как пелитоморфные и микрозернистые карбонатные породы при погружении значительно уплотняются и их пористость в связи с этим уменьшается.

В связи с растворимостью карбонатов в воде (растворимость кальцита воде при наличии $CO_2$ может достигать 1 г/л) в карбонатных породах могут образовываться вторичные поры. Вода, попадая в первичные поры и трещины карбонатных пород, частично растворяет (выщелачивает) карбонат, что приводит к увеличению размеров пор и возрастанию пористости.

Подобное выщелачивание происходит в первично-пористых и исходно-трещиноватых карбонатных породах, в которые может проникать и через которые может фильтроваться вода. В пелитоморфных и микрозернистых карбонатных породах, которые обладают низкой исходной пористостью, вторичные пустоты выщелачивания возникают преимущественно лишь вдоль трещин в породах.

**Соляные породы (эвапориты)**

*Каменная соль* - состоит из галита NaCl (бесцветный, красноватый, синий; соленый на вкус).

Образует мощные (от сотен метров до 1-2 км) толщи однородной породы, на флангах переслаивающиеся с другими соляными породами, доломитами и известняками, а также с глинами. Каменной соли свойственны высокие экранирующие свойства – она обладает высокой пластичностью и поэтому, в отличие от других осадочных пород, обычно не содержит трещин, по которым могла бы происходить фильтрация жидкости или газа.

*Сильвинит* - смесь галита NaCl и сильвина KCl (сильвин молочно-белый с буро-красными оторочками, горько-соленый на вкус).

*Гипс* $CaSO_4 \cdot 2H_2O$ - белый, серый, твердость 2. Гипс растворяется в воде в 10-20 раз сильнее, чем карбонаты: его растворимость в воде достигает 2,6 г/л.

*Ангидрит* $CaSO_4$ - серый, реже белый, красноватый, твердость 3,5. Нередко возникает при дегидратации гипса на глубинах 100-200 м и более.

**Кремнистые породы**



Рис. 22.Схема залегания кремня в известняке (по Теодоровичу)

Кремнистые породы, сложенные **опалом** $SiO_2 \cdot nH_2O$:

*диатомит* (сложен скорлупками диатомовых водорослей), *трепел* (состоит из комочков опала, возникает при преобразовании диатомитов) - легкие, светлые, рыхлые;

*опока* (наиболее глинистая разность опаловых кремнистых пород, в которой отдельные комочки опала в той или иной степени сцементированы между собой) - серая, белая, очень легкая, хрупкая, с раковистым изломом, тонкопористая (прилипает к языку).

Кремнистые породы, сложенные **халцедоном и кварцем**:

*кремни* - серые, черные, нередко встречаются в виде конкреций в карбонатных породах;

*яшмы* - бурые, красные, серые, зеленые, темносерые, черные; образуются в результате преобразования кремнистых илов, содержащих органические остатки, при осаждении кремнезема в местах подводной вулканической деятельности и др.

**Глиноземистые породы**

*Бокситы* (содержание глинозема $Al_2O_3$ более 46 %)- внешне разнообразны: от белых глиноподобных пород до очень плотных темно-серых, почти черных зернистых пород; часто красно-коричневый цвет, бобовая и оолитовая структура.

**Каустобиолиты**

*Торф* – полуразложившиеся растительные остатки от бурого до почти черного цвета (содержание углерода до 57-59 %). Образуется при избытке влаги и отсутствии или слабом доступе кислорода (в восстановительных условиях).

*Сапропель* – ил, содержащий большое количество органических веществ (до 60-70 % углерода), – образуется на дне болот и озер, часто вместе с торфом.

*Горючие сланцы* – глинистые или известковистые породы, содержащие 20-60 % органического вещества, загораются от спички; образуются в озерах, лагунах, морях.

При катагенезе под влиянием давления вышележащих осадков и повышения температуры торф превращается в ископаемый уголь. Сначала образуется *бурый уголь* (рыхлый землистый бурого цвета или плотный черного

цвета), затем *каменный уголь* (содержание углерода до 82 %). Наиболее высокой степенью углефикации отличаются *антрациты*, состоящие из почти чистого углерода.

## Осадочные фации и формации

Важная задача литологии – определение условий образования осадочных пород на основе их детального изучения (литолого-фациальный анализ). Фация – комплекс отложений, отличающийся составом и физико-географическими условиями образования от соседних отложений того же стратиграфического интервала. Фация характеризует обстановку образования породы.

### Морские фации

Являются наиболее широко распространенными среди осадочных пород. Морским фациям свойственно постоянство состава пород на обширных территориях и обилие органических остатков животного происхождения.

Фации прибрежных частей шельфа (глубина моря до 30 м). Здесь образуются песчаники с незначительной примесью глинистых частиц, окатанными зернами и характерной разнонаправленной косой слоистостью; алевролиты и глины с примесью песка; оолитовые, органогенно-обломочные и обломочные известняки (пористость возникающих здесь карбонатных пород достигает 20-30 %).

Пляжевые отложения образованы береговыми валами, сложенными хорошо отсортированными осадками с различными косослоистыми текстурами (углы наклона косых слойков до 15º). Пляжевые отложения образуются за счет песков, выбрасываемых морем.

В прибрежных частях шельфа встречаются бары – песчаные валы, выходящие гребнем на поверхность моря, которые образуются за счет перемещения обломочного материала волнами со стороны моря к суше. Они располагаются параллельно берегу моря, имеют плоское основание и выпуклую верхнюю поверхность. Длина отдельных баров более 100 км при ширине 10-16 км.

Коллекторами в прибрежно-морских фациях могут быть терригенные (подводные валы и гряды, бары, отложения пляжа, береговых дюн), терригенно-карбонатные и карбонатные породы. Среди этих отложений практически нет флюидоупоров - глинистых пород (они более глубоководные). Поэтому прибрежно-морские фации обычно перспективны на нефть и газ лишь в случае их перекрытия трансгрессивными глинистыми отложениями более глубоководных частей морских бассейнов.

Фации мелководных частей шельфа (глубина моря 30-100 м). Образованы главным образом мелкозернистыми и среднезернистыми песчаниками, алевролитами. Глинистых пород мало (присутствуют в отдельных впадинах), они обычно содержат примесь обломочного материала. Встречаются известняки, в том числе рифовые. Характерна горизонтальная и

пологоволнистая слоистость. Условия для накопления органического вещества лучше, чем в прибрежных фациях, но из-за преобладания окислительной геохимической обстановки все же малоблагоприятны.

К мелководно-морским фациям в нефтегазоносных провинциях часто приурочены основные скопления углеводородов (коллекторы - терригенные и карбонатные породы). Среди карбонатных пород наибольшее промышленное значение имеют рифовые известняки (пористость 25-35 %), меньшее – органогенные, органогенно-обломочные и обломочные карбонатные породы (пористость 17-25 %), образовавшиеся в мелководных морях со значительной гидродинамической активностью.

Из-за примеси песчано-алевритового материала глинистые отложения мелководно-морских фаций дают покрышки невысокого качества.

Фации умеренно-глубоководных частей шельфа (глубина моря 100-200 м, реже до 400 м). Характерны слабые течения и бедный органический мир.

Здесь образуются гидрослюдистые и монтмориллонитовые глины, отмученные, без примеси песчаных частиц. В зонах донных течений присутствуют песчаники. Имеются как планктоногенные органогенные породы – фораминиферовые известняки, диатомиты, опоки, так биохемогенные и хемогенные породы. Наблюдается тонкая горизонтальная слоистость.

Эти отложения благоприятны для накопления органического вещества (планктона). Горючие сланцы доманикового горизонта и баженовской свиты, являющиеся генераторами нефти в Волго-Уральской и Западно-Сибирской нефтегазоносных провинциях, накопились в этих частях морских бассейнов.

В образовавшихся в зонах морских течений песчано-алевритовых и грубообломочных породах, изолированных глинами, могут быть нефть и газ. Мощные чисто глинистые толщи умеренно-глубоководной фации являются региональными глинистыми покрышками высокого качества.

Глубоководные фации (глубина более 400 м). В современных глубоководных отложениях 60% составляют глины, 25 % - пески, 10 % - галька и гравий, 5 % - раковины и оолиты. Осадочный материал привносится морскими течениями и подводными мутьевыми потоками по каньонам, рассекающим материковый склон от шельфа до абиссальных глубин. Отложения мутьевых потоков встречаются на глубинах до 10 км.

Глубоководные фации благоприятны для образования глинистых флюидоупоров высокого качества. В периферических частях глубоководных областей накапливается планктоногенный органический материал, а центральные наиболее глубоководные части этих областей резко обеднены органической жизнью и неблагоприятны для образования потенциально нефтегазоматеринских толщ.

**Фации, переходные от морских к континентальным**

Для этих фаций характерны пестрота состава, невыдержанность его по площади и разрезу, наличие органических остатков.

Лагунные фации (лагуны - мелководные части морских бассейнов, отделенные от основного моря песчаными косами, пересыпями или барами). Сложены мелкозеристыми песками, алевритами, глинами.

В условиях влажного климата лагуны опресняются и постепенно превращаются в торфяные болота, происходит образование лагунных угленосных песчано-глинистых толщ. В теплом климате в лагунах может также накапливаться сапропелевое органическое вещество, за счет которого происходит образование природного газа.

В сухом и жарком климате происходит засолонение лагун и отложение в них эвапоритов (см. рис. 11), которые являются регионально выдержанными флюидоупорами - некоторые соленосные лагуны занимали в прошлом громадные территории и в них могли накапливаться скопления солей мощностью более 1,5 км.

Дельтовые фации (в устьях рек и в прилегающих прибрежных зонах морских бассейнов или озер). Отложения дельт могут занимать площади во многие тысячи км$^2$, мощность дельтовых отложений может достигать нескольких километров.

Эти фации образованы преимущественно тонкозернистыми аллювиальными отложениями русловых потоков, часто меняющих свое положение, а также отложениями озер и болот, периодически возникающих на месте дельт, прибрежно-морскими образованиями. Доля песчаных пород составляет около 25 %. Характерно широкое развитие косослоистых текстур.

Дельтовые отложения являются нефтегазоматеринскими – из-за смешения вод различной солености и температуры в дельтах происходит массовая гибель планктона и в большом количестве накопливаются органические остатки. Из-за резкой фациальной изменчивости в дельтовых отложениях имеются многочисленные литологические ловушки нефти и газа; их покрышками служат глинистые дельтовые отложения.

**Континентальные фации**

Элювиальные фации (коры выветривания). При длительных перерывах осадконакопления на породах нередко образуются коры выветривания мощностью до нескольких десятков метров. Они представляют собой коллекторы с высокой пористостью (особенно нижние части кор выветривания). Залежи нефти и газа известны, например, в корах выветривания доюрских отложений Западной Сибири и в корах выветривания фундамента Русской платформы.

Аллювиальные фации. Русловые песчаные и алевритовые отложения узкими извилистыми полосами (с линзовидным поперечным сечением) прослеживаются среди пойменных отложений, преимущественно глинистых. Характерна направленная вниз по течению реки косая слоистость. Потенциальными коллекторами являются наиболее грубозернистые русловые аллювиальные фации (пористость русловых песчаников 3-20 %).

Озерные и болотные фации. Озерные фации гумидного климата благоприятны для накопления органического вещества сапропелевого типа (особенно в неглубоких хорошо проветриваемых озерах с восстановительной обстановкой в придонном слое). В болотных фациях накапливаются громадные массы органического вещества преимущественно гумусового типа, в дальнейшем преобразующегося в каменные угли.

**Осадочные формации**

Осадочные формации – литологически однородные крупные геологические тела, образующиеся в определенных палеотектонических и палеогеографических условиях и соответствующие по своему стратиграфическому объему ярусу или отделу, реже – нескольким отделам или части яруса. Осадочные формации – это комплексы фаций, сформировавшихся в постоянных или слабо изменяющихся тектонических и климатических условиях. Например, песчано-глинистые угленосные формации состоят из прибрежно-морских, лагунных, дельтовых, аллювиальных, озерных и болотных фаций, возникавших в гумидном климате при существенной дифференциации тектонических движений. Смена формаций обусловлена существенным изменением тектонического режима и (или) климата.

Для формаций платформ характерна относительно небольшая мощность при обширных площадях распространения. Образование этих формаций происходило преимущественно в мелководно-морских, переходных и континентальных условиях при небольшой скорости осадконакопления (метры, первые десятки метров за 1 миллион лет). Формации складчатых областей имеют огромные мощности, измеряемые километрами, полосовидное распространение.

Формации, благоприятные для формирования скоплений нефти и газа:

- песчано-глинистые и карбонатные (для древних платформ);
- песчано-глинистые угленосные, песчано-глинистые глауконитовые, карбонатные и карбонатно-терригенные (для молодых платформ);
- угленосные, карбонатные, терригенно-карбонатные, терригенно-туффито-кремнистые, тонкая моласса, флиш (для геосинклинальных и переходных областей).

Среди терригенно-карбонатных нефтегазоносных формаций выделяются доманиковые формации – с аномально высоким содержанием рассеянного органического вещества преимущественно сапропелевого типа. Характерна тонкодисперсность и повышенная кремнистость терригенных пород, тонкая слоистость. Доманиковая субформация баженовской свиты Западной Сибири на 80 % сложена глинами (см. выше).

В Апшеронской нефтегазоносной области развита тонкая молассовая формация – переслаивание глин, алевролитов, песчаников, гравеллитов и конгломератов общей мощностью более 4 км (речные, дельтовые, озерные фации). На глинистые породы приходится 50-60 % от общего количества пород.

Коллекторами являются песчаникики и алевролиты. Образование формации происходило в условиях пресноводного мелководного бассейна озерного типа, куда реками сносился обильный обломочный материал с окружающей суши (большое значение имеют отложения палеодельты Волги).

Флиш – мощная серия морских осадочных отложений с регулярным чередованием не менее трех разновидностей пород, зернистость которых уменьшается вверх по разрезу (градационная слоистость – рис. 12, *а*). Характерен полимиктовый состав песчано-алевритового материала и малое количество органических остатков.

Флиш образуется в узких морских бассейнах глубиной до 1 км (например, Кавказский флишевый бассейн – прогиб длиной в несколько сотен километров при ширине 50-150 км). Осадки отлагаются на значительной глубине у подножья крутых склонов из мутьевых потоков, которые возникают в результате подводных оползней при землетрясениях или при сильных паводках рек (некоторые потоки перемещаются на расстояние до 1000 км со скоростью до сотен километров в час).

## СЛОВАРЬ

Аридный климат – жаркий засушливый, с малыми годовыми суммами осадков при очень сильном солнечном нагреве.

Глауконит – зеленый минерал из группы гидрослюд, встречающийся в морских осадках.

Гравеллит – сцементированный гравий.

Гумидный климат – влажный, с резким преобладанием количества осадков над испарением.

Коллектор – пористая, проницаемая порода, в которой возможно перемещение воды и углеводородов.

Покрышки – непроницаемые породы, перекрывающие залежи углеводородов.

Пролювий – отложения селевых потоков горных рек или других временных потоков, возникающих в периоды интенсивного выпадения осадков или таяния снега и ледников в горах.

Терригенные осадки – состоящие в основном из твердых продуктов денудации суши (обломков пород, минералов, глинистых частиц).

Трансгрессия – наступание моря на сушу.

Туффит – осадочно-вулканогенная порода, состоящая из осадочного и вулканогенного материала (последнего не менее 50%).

Флюидоупор – порода, непроницаемая или мало проницаемая для углеводородов и воды.

## ЛИТЕРАТУРА

Основная:

*Прошляков В. К., Кузнецов В. Г.* Литология. М., Недра, 1991.

*Логвиненко Н. В.* Петрография осадочных пород. М., Недра, 1974.

Дополнительная:

*Фролов В. Т.* Литология. М., Изд. МГУ, 1992 (кн. 1), 1993 (кн. 2), 1995 (кн. 3).

*Логвиненко Н. В., Сергеева Э. И.* Методы определения осадочных пород. М., Недра, 1986.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Чем отличается физическое и химическое выветривание в условиях разного климата?
2. Механическое и химическое осаждение осадков в морских водоемах.
3. Типы слоистости осадочных пород.
4. Охарактеризуйте процессы диагенеза и катагенеза.
5. Приведите классификацию обломочных пород.
6. Назовите разновидности песчаников по размеру обломков и по минеральному составу.
7. Фациальные разновидности песчаных пород.
8. Условия образования и применение каолинитовых, гидрослюдистых и монтмориллонитовых глин.
9. Катагенез глинистых пород и переход воды из химически связанного в свободное состояние.
10. Разновидности карбонатных пород и условия их образования.
11. Пористость, прочность и растворимость карбонатных пород.
12. Коллекторские свойства песчаных и карбонатных пород.
13. Охарактеризуйте соляные породы и условия их образования.
14. Фации морских отложений.
15. Лагунные и дельтовые фации.
16. Континентальные фации.
17. Приведите примеры осадочных формаций, с которыми могут быть связаны месторождения нефти и газа.

## *3. МЕТАМОРФИЧЕСКИЕ ПОРОДЫ*

Метаморфизм – изменение структуры и состава породы, происходящее при повышении температуры и давления, при участии растворов, без расплавления породы. Например, при метаморфизме на месте глинистой породы может образоваться гранат-мусковит-кварцевый сланец. Метаморфизму подвергаются осадочные, магматические и ранее образованные метаморфические породы. Температура метаморфизма – от 100-200 ºС до температуры частичного плавления пород (650-1000 ºС).

Изохимический метаморфизм – не сопровождающийся изменением химического состава породы.

### Текстуры метаморфических пород

Выделяются следующие разновидности текстур метаморфических пород:

- *сланцеватая* - параллельное расположение чешуек слоистых силикатов, из-за чего порода раскалывается на тонкие плитки; породы сланцеватой текстуры называются сланцами;
- *гнейсовидная* - менее строгая параллельность чешуек слоистых силикатов и их меньшее содержание, чем в сланцах; при раскалывании порода гнейсовидной текстуры дает, в отличие от сланцеватой текстуры, плитки толщиной не менее нескольких сантиметров;
- *линейная* – призматические минералы ориентированы в одном направлении (линейность);
- *полосчатая*;
- *массивная*.

Метаморфические породы разделяются на 5 классов: 1) регионально-метаморфические; 2) контактово-метаморфические; 3) ультраметаморфические; 4) тектоно-метаморфические; 5) метасоматические.

### Регионально-метаморфические породы

Регионально-метаморфические породы - это наиболее распространенные метаморфические породы, которые развиты на обширных площадях в областях складчатости и гранитообразования. В не подвергшихся складчатости прогибах, несмотря на значительное (до 25 км) погружение толщ, региональный метаморфизм не проявляется.

Метаморфическая фация – совокупность горных пород, образовавшихся при определенных температурах и давлении.

**Зеленосланцевая фация** (350-450 ºС)

В породах присутствуют хлорит, серицит, тальк, серпентин и др. Зерна минералов нередко очень мелкие.

*Филлиты* - тонкозернистые сланцеватые породы с шелковистым блеском плоскостей сланцеватости (из-за параллельного расположения обычно не различимых на глаз чешуек серицита и хлорита) и низкой твердостью. В связи с примесью углеродистого вещества часто имеют окраску от темно-серой до черной. Образуются при метаморфизме глинистых пород (метапелиты).

*Зеленые сланцы* - тонкозернистые породы, содержат хлорит, а также более твердые минералы (актинолит, эпидот, альбит и др.), из-за чего царапают стекло. Образуются при метаморфизме основных магматических пород, главным образом базальтов (метабазиты).

*Серпентиниты* – состоят из серпентина (иногда содержат хризотил-асбест), образуются по ультраосновным магматическим породам (дунитам, перидотитам).

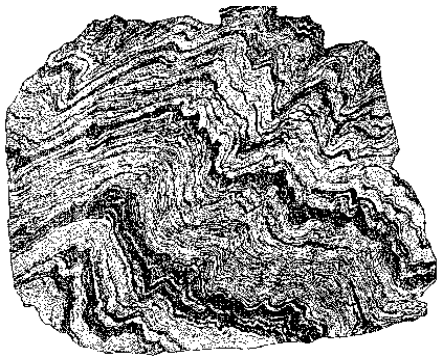


Рис. 23. Зеленый сланец плойчатой текстуры (по Ю. И. Половинкиной)




Рис. 24. Гранат (*гр*)-кварц (*кв*)-биотитовый (*би*) сланец

**Амфиболитовая фация** (550-750 ºС, 400-800 МПа)

Зерна минералов достаточно крупные, различимы макроскопически. Названия породам даются путем перечисления минералов в порядке возрастания их количества: например, гранат-биотитовый сланец, мусковит-кварцевый сланец и т. п.

*Кристаллические сланцы* (*кристаллосланцы*) - содержат гранат, биотит, мусковит, кварц и др. минералы; полевых шпатов не более 20 % (рис. 24). Образуются при метаморфизме глинистых пород.

*Гнейсы* - гнейсовидная текстура, более 20 % полевых шпатов. Образуются при метаморфизме кварц-полевошпатовых магматических (граниты) и осадочных (песчаники) пород.

*Амфиболиты* - содержат в значительных количествах роговую обманку; в зависимости от сопутствующих минералов выделяются плагиоклазовые, гранатовые, эпидотовые и другие амфиболиты. Образуются при метаморфизме основных магматических пород, преимущественно базальтов.

**Гранулитовая фация** (700-800 ºС, высокое давление)

*Гранулиты* - пироксеновые гнейсы (кварц, полевые шпаты, пироксен, гранат).

Большинство пород гранулитовой фации образуется в докембрии. Они обычно находятся в пределах щитов, но иногда присутствуют и в фанерозойских орогенических поясах (например, на Урале) в виде поднятых блоков докембрийского фундамента.

**Эклогитовая фация** (700 ºС, 1300 МПа)

*Эклогиты* - содержат красно-бурый гранат и зеленый пироксен.

Во всех фациях метаморфизма встречаются:

- *кварциты* - состоят из зерен кварца, отличаются от исходных кварцевых песчаников тем, что раскалываются с разрывом кварцевых зерен и образованием ровной поверхности скола;
- *мраморы* - состоят из зерен карбонатов (кальцита, доломита), отличаются от исходных карбонатных осадочных пород (например, известняков) более крупной зернистостью.

Таблица 4

Некоторые метабазиты и метапелиты

| Исходные породы | Фация зеленых сланцев | Амфиболитовая фация | Эклогитовая и гранулитовая фации |
|---|---|---|---|
| Магматические породы основного состава | Зеленые сланцы | Амфиболиты | Эклогиты |
| Глинистые и кварц-полевошпатовые породы | Филлиты | Кристаллические сланцы и гнейсы | Гранулиты |

С повышением степени метаморфизма плотность метаморфических пород возрастает: зеленые сланцы – 2,6-2,7 г/см$^3$, амфиболиты – 2,9-3,3 г/см$^3$, эклогиты – 3,3-3,6 г/см$^3$.

### Ультраметаморфические породы

Ультраметаморфические породы образуются в условиях начинающегося плавления пород (550-670 ºС). *Мигматиты* - кристаллические сланцы и гнейсы с многочисленными возникающими в результате начинающегося плавления гранитными, аплитовыми или пегматитовыми выделениями.

Наиболее широко развиты полосчатые мигматиты. Присутствующий в них жильный материал гранитного состава в виде параллельных полос прослеживается иногда на десятки метров и первые километры.

## Контактово-метаморфические породы

Контактово-метаморфические породы образуются на относительно небольших глубинах (до 1-3 км) вокруг массивов интрузивных пород. Температуры контактового метаморфизма 300-800 ºС, давление до 100-300 МПа. Магма, нагретая до 800 ºС и застывающая на глубине 1-2 км от земной поверхности, может прогреть породы у контакта до 550 ºС. Продукты контактового метаморфима – *контактовые роговики* - нередко имеют очень мелкозернистую структуру.

## Динамометаморфические породы (тектониты)

Динамометаморфические породы образуются главным образом в зонах разломов.

*Тектонические брекчии* – остроугольные обломки исходных пород сцементированы мелкодробленой массой (рис. 13, *а*).

*Катаклазиты* – продукты начальной стадии дробления (рис. 13, *б*).

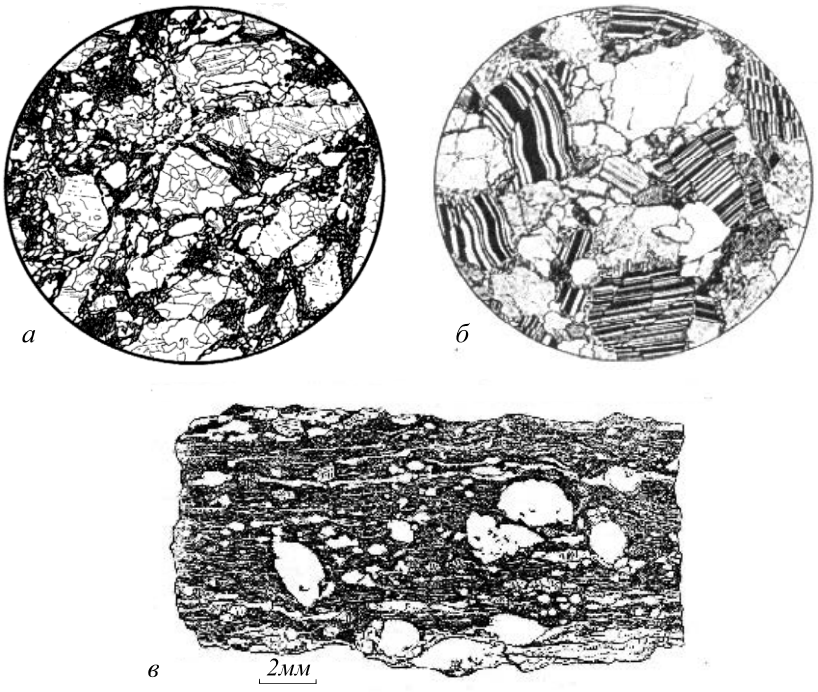



Рис. 25. Динамометаморфические породы: *а*- ***брекчия*** гранита; гранит разбит на угловатые обломки, связанные тонкоперетертым материалом того же гранита; *б* – ***катаклазированный*** гранит (ув. 30); *в* – ***милонитизированный*** гранит; обломки зерен полевых шпатов в тонко «истертой» породе; текстура породы параллельная, сланцеватая и очковая (по Ю. И. Половинкиной)

*Милониты* – результат самой сильной деформации, сложены более, чем на 50 % новообразованным мелкозернистым агрегатом. В отличие от катаклазитов, им свойственны сланцеватые и полосчатые текстуры. В мелкозернистой массе имеются реликты минералов исходной породы (рис. 13, *в*).

## Метасоматические породы

Метасоматоз – метаморфизм с изменением химического состава породы (сопровождается привносом и выносом компонентов).

При метасоматических изменениях пористость пород часто увеличивается, объемный вес и предел прочности пород на сжатие нередко уменьшается.

А) **Кислотные метасоматиты**

Образуются под действием кислых растворов (кислотность обусловлена высокой концентрацией в растворах $CO_2$, $Cl^{1-}$, $F^{1-}$).

*Грейзены* - кварц, мусковит (крупные чешуйки), иногда флюорит, турмалин, топаз и др. Образуются по породам кислого состава. Температура образования грейзенов (грейзенизации) 350-450 град. Часто встречаются на месторождениях олова и вольфрама (рис. 26).

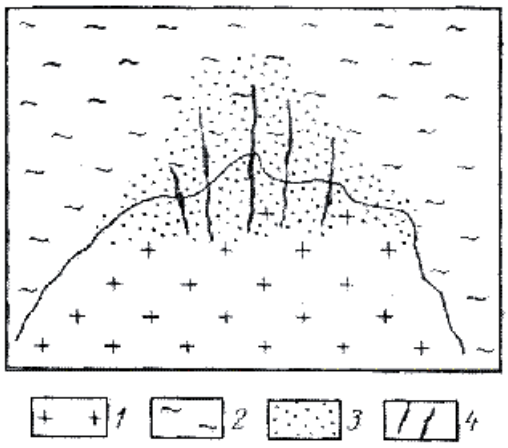
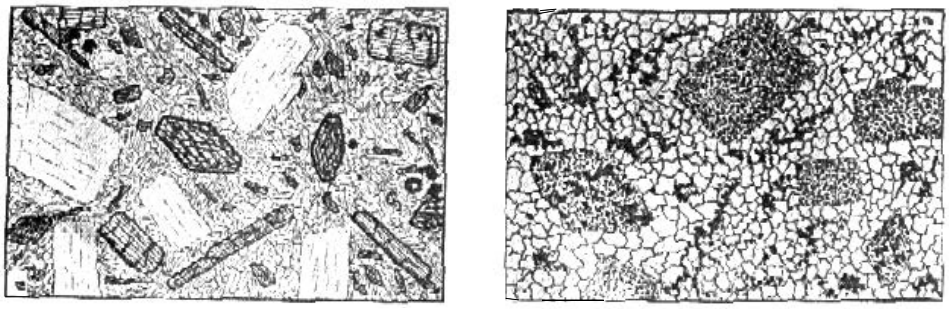



Рис. 26. Схема пространственных соотношений гранитов (1) и вмещающих их сланцев и гнейсов (2) с грейзенизированными породами (3) и рудными жилами (4); по Б. И. Омельяненко.

*Березиты* - кварц, серицит (очень мелкая белая слюда), пирит, карбонат. Образуются по породам кислого и среднего состава (рис. 27). Температура березитизации менее 350ºС. Встречаются на месторождениях золота (например, на Березовском месторождении золота, по которому и дано название породы), урана и др.

*Лиственити* - железисто-магнезиальный карбонат (не вскипает под действием разбавленной соляной кислоты), кварц, зеленая хромовая слюдка. Возникают по ультраосновным породам. Встречаются на месторождениях золота (Березовское) и др.



*а* *б*

Рис. 27. Березитизация диоритового порфирита (по Б. И. Омельяненко):
*а* – неизмененная порода: порфировые вкрапленники плагиоклаза и роговой обманки в мелкозернистой основной массе; *б* – березитизированная порода (внутренняя зона березитизации): вкрапленники плагиоклаза и роговой обманки замещены мелкозернистым пирит-кварц-серицитовым, а основная масса – пирит-кварцевым агрегатом (пирит – черное)

*Тальк- и хлорит-карбонатные породы* - образуются по ультраосновным породам (например, на Шабровском месторождении талька).

Б) **Скарны**

Известковые скарны - *высокотемпературные* (гранат-андрадит, пироксен, магнетит и др.) и *низкотемпературные* (эпидот, амфиболы, кальцит, халькопирит и др.). Образуются преимущественно на контактах карбонатных пород с гранитами.

В) **Щелочные метасоматиты**

К щелочным метасоматитам относятся, например, а*льбитизированные породы* и к*алиевые метасоматиты*

## ЛИТЕРАТУРА

Основная:

*Белоусова О. Н., Михина В. В.* Общий курс петрографии. М., Недра, 1972.

*Миловский А. В.* Минералогия и петрография. М., Недра, 1979.

Дополнительная:

*Петрография и петрология магматических, метаморфических и метасоматических пород.* М., Логос, 2001.

*Петрографический кодекс.* Л., Недра, 1995.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Назовите факторы метаморфизма.
2. Охарактеризуйте текстуры метаморфических пород и условия их образования.
3. Назовите минеральный состав пород зеленосланцевой и амфиболитовой фаций регионального метаморфизма.
4. Продукты метаморфизма глинистых пород.

5. Продукты метаморфизма основных пород.
6. Приведите примеры метасоматических пород, возникших по а) кислым, б) ультраосновным магматическим породам.
7. Минеральный состав и условия образования скарнов.
8. Охарактеризуйте метасоматические изменения пород под действием кислых растворов.
9. Изменения плотности и пористости горных пород при регионально-метаморфических и метасоматических изменениях.

# ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

(Минералы, породы, термины)


***А***ктинолит .....19
Акцессорные минералы.....25
Алевритовая структура.....41
Алевролит .....41
Аллювиальные фации.....51
Алмаз.....12, 15
Альбит.....20
Алюмосиликаты .....13
Аметист .....6
Амфиболит.....56
Амфиболы.....19, 26
Ангидрит.....17, 47
Андезит .....29
Анизотропия .....4
Анортит.....20
Антимонит .....15
Апатит .....17
Аргиллит .....44
Аридный климат .....53
Арсенопирит.....15
Афанитовая структура.....26
***Б***азальт .....29, 30
Барит.....17
Бар.....41, 49
Берилл .....18
Биотит.....19, 25
Биохимическое осаждение.....35
Боксит.....48
Болотные фации .....51
Брекчия.....40
***В***ольфрамит .....17
Вулканический туф.....30
Вулканогенно-обломочные породы...24, 30
***Г***аббро .....29
Галенит.....15
Галит.....16
Гематит.....16
Гиббсит .....34
Гидрослюда.....20, 34
Гипс .....17, 47
Глауконит.....53
Глинистый сланец.....44
Глинозем .....24
Глина .....42
Гнейс .....56
Гнейсовидная текстура.....55
Горючие сланцы.....48
Гравеллит.....53
Гравий .....39
Гранаты.....18
Гранит .....29
Гранулит .....56
Графит.....15
Грейзен.....59
Гумидный климат .....53
***Д***ельтовые фации .....41, 51
Диамагнитные минералы .....9
Диатомит.....48
Диорит.....29
Доломит .....17, 38, 46
Доманиковые формации .....52
Дресва .....39
Друза .....5
Дунит.....28, 32
***З***еленый сланец .....55
Золото.....12, 15
***И***звестняк.....45
Ильменит .....16
***К***алиевый полевой шпат.....20
Кальцит .....17
Каменная соль .....47
Каолинит.....20, 34,
Катаклазит .....58
Кварц.....20, 25
Кварцевый диорит .....31
Кварцит.....56
Киноварь.....15
Кислые породы .....24
Коллектор .....53
Конгломерат .....40
Конкреция.....5, 38
Корунд .....16
Кремнекислота .....24
Кремень.....48
Кристаллические сланцы .....56
***Л***агунные фации.....50
Лапилли .....30
Лесс .....41
Лимонит.....16
Линейная текстура.....55
Лиственит .....59
***М***агматическая формация .....30

Магнезит ....17
Магнетит ....16
Малахит....17
Ме́ргель ....46
Метаморфическая фация....55
Метасоматоз ....58
Мигматит ....57
Микроклин....20
Милонит....58
Молассовая формация ....52
Молибденит ....15
Монтмориллонит ....20
Морские фации....41, 49
Мрамор....57
Мусковит....19
Мутьевые потоки ....35, 37, 53
***Н***атечные агрегаты....5
Нефелин ....20
***О***зерные фации ....51
Оливин ....18, 26
Оолит....45
Опал....16
Опока....48
Ортоклаз....20
Осадочная формация ....52
Основные породы ....24
***П***арамагнитные минералы ....9
Пелитовая....43
Пелитоморфный известняк ....45, 46
Перидотит ....28
Песчаник ....40
Пирит....15, 38
Пироксены ....18, 26
Пиролюзит ....16
Пироп ....12
Пирротин....15
Плагиоклазы ....6, 7, 20, 25
Платина ....15
Побежалость ....11
Покрышки ....53
Полевые шпаты ....20, 25
Порфировая структура....27
Прибрежно-морские фации....41
Пролювий....53
Псаммитовая структура....40
Псефитовая структура ....39
Пьезоэлектрический эффект ....9
***Р***астворения под давлением....39
Речные фации ....41
Риолит ....29, 31
Риф ....46
Роговая обманка....19
Рубин....6
Рутил ....16
***С***апропель ....48, 51
Сера ....15
Серпентин....19
Серпентинизация ....33
Серпентинит....55
Сидерит....17
Сиенит....29
Сильвин....16
Сильвинит....47
Скарн....60
Сланцеватая текстура ....55
Слоистость....36
Слойчатость....36
Слюды ....19
Средние породы....24
Стилолитовый шов ....39
Сфалерит....6, 15
***Т***альк- ....19, 59
Тектоническая брекчия ....58
Терригенные осадки ....53
Топаз ....18
Торф ....48
Трансгрессия ....53
Трапповая формация ....30
Трахит ....29
Трепел ....48
Турмалин ....18
Туффит....53
***У***льтраосновные породы....24
***Ф***ация осадочная....49
Ферромагнитные минералы....9
Филлит ....55
Флиш ....53
Флюидоупор....53
Флюорит ....16
***Х***алцедон....20
Халькопирит....15
Хлорит....19
Хлорит-карбонатные породы ....59
Хризотил-асбест....19
Хромит ....16
***Ц***иркон....18
***Э***клогит ....56
Элювиальные фации....51
Эоловые фации....41
Эпидот....18

Олег Анатольевич Суставов

# МИНЕРАЛОГИЯ И ПЕТРОГРАФИЯ

*Учебно-методическое пособие*
по дисциплине для студентов специальностей 080400 - «Геофизические методы поисков и разведки МПИ» (РФ) и 080900 - «Геофизические методы исследования скважин» (ГИС)

.

Корректура кафедры минералогии, петрографии и геохимии

Подписано в печать
Бумага писчая. Формат 60х84 1/16. Печать на ризографе.
Печ .л. 4,0. Уч.-изд. л. 3,6. Тираж 100 экз. Заказ №

Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет
Лаборатория множительной техники

Министерство образования и науки РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»




В. В. Сынбулатов, Д. В. Прищепа

# БУРОВЗРЫВНЫЕ РАБОТЫ

*Учебно-методическое пособие к самостоятельной работе,
выполнению контрольных и практических работ по дисциплине
«Взрывные работы при разведке и разработке»
для студентов специальности
21.05.03 «Технология геологической разведки»*

Екатеринбург – 2020

Министерство образования и науки РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

В. В. Сынбулатов, Д. В. Прищепа

# БУРОВЗРЫВНЫЕ РАБОТЫ

*Учебно-методическое пособие к самостоятельной работе, выполнению контрольных и практических работ по дисциплине «Взрывные работы при разведке и разработке» для студентов специальности 21.05.03 «Технология геологической разведки»*

Издание УГГУ Екатеринбург, 2020

*Рецензенты: Лель Ю. И., зав. кафедрой РМОС* УГГУ, профессор,
д-р техн. наук.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета
Уральского государственного горного университета

Учебно-методическое пособие к самостоятельной работе, выполнению контрольных и практических работ по дисциплине «Взрывные работы» для студентов специальности 21.05.03 «Технология геологической разведки» / В. В. Сынбулатов, Д. В. Прищепа; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2020. – 65 с.

Материал пособия охватывает все раздела дисциплины.

Пособие предназначено для организации самостоятельной работы студентов, выполнению контрольных и практических заданий всех специализаций специальности 21.05.03 «Технология геологической разведки» по курсу «Буровзрывные работы».

© Уральский государственный
горный университет, 2020
©Сынбулатов В.В., Прищепа Д. В.

**Оглавление**

ВВЕДЕНИЕ ..... 5
1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА ..... 6
2. СОДЕРЖАНИЕ КУРСА, КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ..... 7
3. ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ ..... 19
Практико-ориентированное задание №1 ..... 19
Практико-ориентированное задание №2 ..... 23
Практико-ориентированное задание №3 ..... 26
Практико-ориентированное задание №4 ..... 30
Практико-ориентированное задание №5 ..... 32

# ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студента является важнейшей составной частью образовательной программы подготовки дипломированного специалиста. В соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования объем учебной нагрузки студента составляет 144 часов или 4 зачетных единиц.

По курсу «Буровзрывные работы» обязательная самостоятельная работа студента осуществляется в следующих направлениях – *освоение материалов по отдельным темам, входящим в Рабочую учебную программу дисциплины; подготовка, оформление, защита практико-ориентированных заданий; подготовка и защита контрольной работы*. Дополнительная самостоятельная работа связана с углубленным изучением отдельных разделов курса на основе научно-исследовательской работы студента (НИРС).

Данное учебно-методическое пособие предназначено для организации самостоятельной работы студентов – освоения отдельных тем дисциплины.

# 1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

В следующем разделе пособия приведена развернутая программа дисциплины «Технология и безопасность взрывных работ». Она содержит названия 30 основных тем с указанием основных вопросов и разделов каждой темы. Каждая тема является основой вопросов в экзаменационном билете. При чтении лекций по курсу преподаватель указывает те темы дисциплины, которые выносятся на самостоятельную проработку студентами. Причем в экзаменационный билет может включаться один из вопросов по такой теме. Основной объем информации по каждой теме содержится в учебнике по курсу [1].

При освоении указанных ниже тем *рекомендуется следующий порядок самостоятельной работы студента:*

1. Ознакомьтесь со структурой темы.

2. По учебнику [1] освойте каждый структурный элемент темы. Во всех темах указаны разделы и страницы учебника, содержащие данный материал.

3. При необходимости используйте указанную дополнительную литературу. Консультацию по использованию дополнительной литературы Вы можете получить у преподавателя.

4. Ответьте на контрольные вопросы. При затруднениях в ответах на вопросы вернитесь к изучению рекомендованной литературы.

5. Законспектируйте материал. При этом конспект может быть написан в виде ответов на контрольные вопросы.

При самостоятельной работе над указанными темами рекомендуется вести записи в конспектах, формируемых на лекционных занятиях по курсу, и в том порядке, в котором данные темы следуют по учебной программе.

## 2. СОДЕРЖАНИЕ КУРСА, КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

**Тема 1**. **Краткая история развития взрывных работ.**

Значение взрывных работ в горнодобывающей промышленности и в строительстве. История развития взрывных работ.

***Литература:*** [1]

***Контрольные вопросы:***

1. Охарактеризуйте основные вехи развития взрывных работ.
2. Опишите первую технологию ведения взрывных работ в горном деле.
3. Назовите первое нитроглицериновое взрывчатое вещество.
4. Опишите историю развития средств инициирования.

**Тема 2. Современные виды взрывных работ.**

Современные виды взрывных работ в промышленности. Основные виды взрывных работ. Специальные виды взрывных работ.

**Литература:** [1]

***Контрольные вопросы:***

1. Назовите современные виды взрывных работ.
2. Назовите современные виды специальных взрывных работ.

**Тема 2. Способы бурения шпуров и скважин.**

Классификация способов бурения шпуров и скважин. Механическое бурение и его виды. Термическое бурение и его виды. Специальные виды бурения шпуров и скважин.

**Литература:** [1, 5]

***Контрольные вопросы:***

1. Приведите классификацию способов бурения шпуров и скважин.
2. Опишите суть механических видов бурения шпуров и скважин.
3. Опишите суть термических видов бурения шпуров и скважин.
4. Опишите суть специальных видов бурения шпуров и скважин.
5. Укажите рациональные области применения механических, термических и специальных видов бурения шпуров и скважин.

**Тема 3. Ударно-поворотный способ бурения.**

Механизм разрушения горных пород при ударно-поворотном бурении. Механизмы скола и выкола. Зависимость скорости ударно-поворотного бурения от осевого усилия, частоты вращения. Оборудование.

**Литература:** [1, 5]

***Контрольные вопросы:***

1. Укажите рациональную область применения ударно-поворотного бурения.

2. Охарактеризуйте механизмы скола и выкола.
3. Опишите механизм разрушения горных пород при ударном внедрении инструмента.
4. Укажите бурильные машины ударно-поворотного бурения.
5. Отметьте факторы, которые повышают энергоемкость ударного бурения по сравнению с другими способами.
6. Укажите последовательность процессов, происходящих при разрушении породы при ударном бурении.

**Тема 4. Вращательный способ бурения.**

Технические средства вращательного бурения. Работа ядра уплотнения при резании пород. Зависимость объема разрушения от толщины стружки. Режимы самозаточки и затупления режущей грани сверла. Оборудование.

**Литература:** [1, 5]

***Контрольные вопросы:***

1. Назовите преимущества вращательного бурения.
2. Укажите бурильные машины вращательного бурения.
3. Охарактеризуйте основные механизмы износа и затупления бурового инструмента при вращательном бурении.
4. Опишите механизм разрушения горных пород при вращательном бурении.

**Тема 5. Ударно-вращательный и вращательно-ударный способ бурения.**

Технические средства бурения. Совместное действие механизмов удара и резания. Зависимость энергоемкости бурения от усилий полдачи на инструмент.

**Литература:** [1, 5]

***Контрольные вопросы:***

1. Укажите область применения вращательно-ударного бурения.
2. Укажите область применения ударно-вращательного бурения.
3. Назовите преимущества вращательно-ударного бурения.
4. Охарактеризуйте зависимость энергоемкости бурения от усилия подачи.
5. Назовите машины и механизмы, реализующие ударно-вращательный способ бурения.
6. Назовите машины и механизмы, реализующие вращательно-ударный способ бурения.

**Тема 6. Шарошечное бурение.**

Технические средства бурения. Механизм шарошечного бурения. Режимы бурения в зависимости от осевого усилия. Контактная прочность пород как критерий буримости.

**Литература:** [1, 5]

***Контрольные вопросы:***

1. Назовите особенности шарошечного бурения.
2. Опишите зависимость скорости бурения от величины осевого усилия.
3. Назовите машины и механизмы, реализующие шарошечное бурение.
4. Укажите область применения шарошечного бурения.

**Тема 7. Основы теории взрыва и взрывчатых веществ.**

Виды взрыва: механический, тепловой, электрический, ядерный, химический. Необходимые условия химического взрыва. Взрывчатое вещество. Классификация взрывчатых систем по физическому состоянию.

**Литература:** [1, 3]

***Контрольные вопросы:***

1. Дайте определение понятию взрыв.
2. Приведите пример механического взрыва.
3. Приведите пример Теплового взрыва.
4. Приведите примеры тепловых взрывов.
5. Охарактеризуйте химический взрыв.
6. Назовите необходимые условия химического взрыва.

**Тема 8. Свойства взрывчатых веществ.**

Классификация свойств взрывчатых веществ. Технологические свойства взрывчатых веществ. Специальные свойства взрывчатых веществ.

**Литература:** [1, 2]

***Контрольные вопросы:***

1. Приведите классификацию свойств взрывчатых веществ.
2. Назовите основные технологические свойства взрывчатых веществ.
3. Что такое кислородный баланс.
4. Назовите виды кислородного баланса.
5. Какие газы выделяются при положительном кислородном балансе.
6. При каком кислородном балансе образуется окись углерода (CO)?

**Тема 9. Начальный импульс и чувствительность взрывчатых веществ.**

Начальный импульс. Виды начального импульса. Инициирование. Чувствительность взрывчатых веществ. Способы изменения чувствительности.

**Литература:** [1]

***Контрольные вопросы:***

1. Дайте определение понятию «Начальный импульс».
2. Охарактеризуйте тепловой начальный импульс.
3. Какой вид начального импульса является основным для горного дела?
4. Перечислите пробы на чувствительность.
5. Что такое сенсибилизатор?
6. Приведите пример веществ вводимых в состав взрывчатых веществ для флегматизации.

**Тема 10. Формы химического превращения взрывчатых веществ.**

Основные формы химического превращения взрывчатых веществ. Режимы химического превращения: термический распад, горение, конвективное горение, детонация

**Литература:** [1, 2, 3]

***Контрольные вопросы:***

1. Перечислите основные формы химического превращения.
2. Дайте характеристику горению как форме химического превращения.
3. Дайте характеристику детонации как форме химического превращения.

**Тема 11. Основные положения теории детонации.**

Механизм детонации. Графическая интерпретация процесса детонации – адиабата Гюгонио. Количественная оценка характеристик процесса детонации.

**Литература:** [1, 3]

***Контрольные вопросы:***

1. Перечислите особенности детонационной волны.
2. Дайте определение понятию «Детонация».
3. Приведите основные детонационные характеристики взрывчатых веществ.

**Тема 12. Экспериментальные методы определения скорости детонации.**

Классификация методов определения скорости детонации взрывчатых веществ. Метод Дотриша. Осциллографический метод. Метод скоростной фотосъемки. Реостатный метод.

**Литература:** [1, 3]

***Контрольные вопросы:***

1. Охарактеризуйте метод Дотриша, для определения скорости детонации взрывчатых веществ.
2. Назовите отличительные особенности осциллографического метода для определения скорости детонации взрывчатых веществ.

3. Опишите процедуру измерения скорости детонации используя реостатный метод.

**Тема 13. Факторы, влияющие на скорость и устойчивость детонации.**

Группы факторов влияющие на скорость и устойчивости детонации. Влияние внутреннего состава и строения на скорость и устойчивость детонации. Влияние условий взрывания на скорость детонации.

**Литература:** [1, 3]

***Контрольные вопросы:***

1. Как влияет дисперсность взрывчатого вещества на скорость и устойчивость детонации?
2. Как влияет плотность взрывчатого веществ на скорость детонации?
3. Дайте определение понятию «критический диаметр детонации».
4. Как влияет на скорость и устойчивость детонации наличие плотной оболочки на заряде взрывчатого вещества.
5. Влияние величины начального импульса на устойчивость детонации.

**Тема 14. Работа взрыва.**

Работа взрыва: баланс энергии при взрыве. Потери при переходе потенциальной энергии взрывчатого вещества в механическую работу взрыва. Полезная работа взрыва. Бризантность и фугасность. Пробы на бризантность и фугасность.

**Литература:** [1, 3]

***Контрольные вопросы:***

1. Опишите переход потенциальной энергии взрывчатого вещества в механическую работу взрыва.
2. Чем обусловлены химические потери при взрыве?
3. Чем обусловлены тепловые потери при взрыве?
4. Охарактеризуйте бесполезные формы работы взрыва.
5. Что такое бризантность взрывчатых веществ.
6. Назовите формы проявления фугасной работы взрыва.

**Тема 15. Основные положения теории предохранительных взрывчатых веществ.**

Необходимость применения предохранительных взрывчатых веществ. Теории предохранительных взрывчатых веществ. Методы испытаний предохранительных взрывчатых веществ.

**Литература:** [1, 2]

***Контрольные вопросы:***

1. Дайте определение понятию пламегаситель.
2. Дайте определение понятию ингибитор.
3. Перечислите основные гипотезы воспламенения горючих шахтных сред.
4. Перечислите возможные пути предотвращения воспламенения горючих шахтных сред.
5. Охарактеризуйте методы испытаний предохранительных взрывчатых веществ.

**Тема 16. Заряд взрывчатого вещества.**

Заряды взрывчатых веществ. Классификация. Воронка взрыва и ее элементы. Показатель действия взрыва.

**Литература:** [1, 3]

***Контрольные вопросы:***

1. По каким признакам классифицируются заряды взрывчатых веществ.
2. Перечислите элементы воронки взрыва.
3. Что такое показатель действия взрыва.
4. Как классифицируются заряды взрывчатых веществ по показателю действия взрыва.

**Тема 17. Действие взрыва.**

Действие сосредоточенного заряда в твердой однородной безграничной среде и при наличии обнаженной поверхности. Стадии разрушения: образование газовой полости, зоны дробления, зона радиальных и кольцевых трещин, откольные явления. Соотношение бризантного и фугасного действия взрыва в зависимости от акустической жесткости разрушаемых пород.

**Литература:** [1, 3]

***Контрольные вопросы:***

1. Отразите последовательность развития взрыва в горных породах.
2. Отметьте области действия взрыва, образующие зону регулируемого дробления.
3. Какие трещины образуются в горной породе при падении давления и обратной деформации пород в сторону зарядной полости?
4. Какие трещины образуются при отражении волны сжатия от свободной поверхности горной породы?

**Тема 18. Классификации промышленных взрывчатых веществ.**

Классификация ВВ: по характеру воздействия на окружающую среду, по чувствительности к простым формам начального импульса, физическому состоянию. Классификация по химическому составу – индивидуальные ВВ и взрывчатые смеси. Классы ВВ по условиям применения.

**Литература:** [1, 2, 4, 6]

***Контрольные вопросы:***

1. К какой группе относятся взрывчатые вещества, имеющие скорость детонации 4000 м/с?
2. Какие классы промышленных ВВ выделяют по химическому составу?
3. К какому классу промышленных ВВ по химическому составу относится тротил, детонит?
4. Какие ВВ можно использовать только при взрывных работах на поверхности, в шахтах опасных по газу и пыли? Укажите номер класса и цвет оболочки.
5. Какой цвет имеют патроны предохранительных ВВ?
6. По какому характерному признаку выделяют первичные и вторичные ВВ?

**Тема 19. Непредохранительные взрывчатые вещества I класса по условиям применения.**

Предъявляемые требования. Нитросоединения: свойства, ассортимент, область применения. Аммиачно-селитренные взрывчатые вещества: свойства, ассортимент, область применения. Эмульсионные взрывчатые вещества: свойства, ассортимент, область применения.

**Литература:** [1, 2, 7]

***Контрольные вопросы:***

1. Назовите основные свойства гранулотола.
2. Особенности аммиачно-селитренных взрывчатых веществ.
3. Бестротиловые взрывчатые вещества: особенности, свойства.
4. Назовите отличительные особенности эмульсионных взрывчатых веществ.

**Тема 20. Непредохранительные взрывчатые вещества II класса по условиям применения.**

Предъявляемые требования. Аммиачно-селитренные взрывчатые вещества: свойства, ассортимент, область применения. Эмульсионные взрывчатые вещества: свойства, ассортимент, область применения. Порошкообразные ВВ – аммониты и аммоналы. Свойства и область применения.

**Литература:** [1, 2, 7]

***Контрольные вопросы:***

1. Назовите основные свойства граммонита 79/21.
2. Особенности аммиачно-селитренных взрывчатых веществ, применяемых в подземных условиях.
3. Назовите отличительные особенности патронированных аммонитов.
4. Назовите отличительные особенности эмульсионных взрывчатых веществ, применяемых в подземных условиях.

**Тема 21. Предохранительные взрывчатые вещества III – VII классов по условиям применения.**

Требования к энергетическим и детонационным характеристикам предохранительных ВВ. Требования к кислородному балансу. Требования к составу и строению зарядов.

**Литература:** [1, 2, 7]

***Контрольные вопросы:***

1. Перечислите названию взрывчатых веществ III класса по условиям применения.
2. Какие добавки вводят в состав предохранительных взрывчатых веществ?
3. Укажите требования, предъявляемые к предохранительным ВВ.

**Тема 22. Методы производства взрывных работ.**

Классификация методов производства взрывных работ. Метод шпуровых зарядов. Метод скважинных зарядов. Метод камерных зарядов. Метод наружных зарядов. Область применения, достоинства и недостатки методов.

**Литература:** [1, 3]

***Контрольные вопросы:***

1. Укажите области применения метода шпуровых зарядов в подземных условиях.
2. Укажите область применения метода шпуровых зарядов при открытой разработке месторождений.
3. Укажите область применения метода скважинных зарядов.
4. Укажите область применения метода наружных зарядов.

**Тема 23. Метод шпуровых зарядов при проведении подземных горных выработок.**

Состав проходческого цикла. Коэффициент использования шпуров (КИШ). Коэффициент излишка сечения (КИС). Врубовые, отбойные и оконтуривающие шпуры. Очередность взрывания. Конструкции шпуровых зарядов. Размер и качество забойки. Прямое и обратное инициирование зарядов.

Назначение и типы врубов. Конструкции наклонных врубов; их достоинства и недостатки. Конструкции прямых врубов; их достоинства и недостатки. Комбинированные врубы. Принципы расчета параметров буровзрывных работ.

**Литература:** [1, 3]

***Контрольные вопросы:***

1. Укажите типы шпуров при проходке выработки.
2. Укажите очередность взрывания шпуров в типовой технологии проходки выработок.
3. Укажите условия, соответствующие обратному инициированию заряда.
4. Отметьте достоинства прямого инициирования заряда ВВ по сравнению с обратным.
5. Отметьте достоинства обратного инициирования заряда ВВ по сравнению с прямым.

**Тема 24. Метод шпуровых зарядов при подземной разработке месторождений полезных ископаемых.**

Технология шпуровой отбойки при разработке рудных месторождений. Расчет параметров БВР. Технология шпуровой отбойки угля. Правила безопасности при использовании метода шпуровой отбойки.

**Литература:** [1, 3]

***Контрольные вопросы:***

1. Опишите существо метода шпуровых зарядов при добыче полезных ископаемых подземным спопобом.
2. Укажите классы ВВ допущенные к применению при шпуровой отбойке по углю.
3. Какой способ взрывания допущен к применению при шпуровой отбойке угля?
4. Какова допустимая величина уходки (м) при добыче угля методом шпуровых зарядов?
5. Какова величина предельного содержание метана в забое (в %), при котором разрешена отбойка угля методом шпуровых зарядов?

**Тема 25. Метод скважинных зарядов при подземной разработке месторождений полезных ископаемых.**

Отбойка вертикальными и горизонтальными слоями. Параллельное и веерное расположение скважин – преимущества и недостатки. Схемы отбойки руды в блоке. Расчет параметров скважинной отбойки. Бурение, заряжание и взрывание скважин. Правила безопасности при скважинной отбойке.

**Литература:** [1, 3]

***Контрольные вопросы:***

1. Укажите преимущества параллельного расположения скважин при подземной отбойке руды (по сравнению с веерным расположением скважин).
2. Укажите преимущества веерного расположения скважин при подземной отбойке руды (по сравнению с параллельным расположением скважин).
3. Укажите способы бурения скважин при отбойке руды в подземных условиях.
4. Какой тип ВВ обычно применяют при механизированном заряжании скважин?
5. Укажите показатели, входящие в формулу определения удельного расхода ВВ при скважинной отбойке руды в подземных условиях.

**Тема 26. Метод скважинных зарядов при открытой разработке месторождений полезных ископаемых.**

Расположение скважин на уступе и их бурение. Принципы расчета параметров буровзрывных работ. Схемы взрывания скважинных зарядов при однорядном и многорядном взрывании скважин.

**Литература:** [1, 3]

***Контрольные вопросы:***

1. Укажите рациональные способы бурения скважин при открытой разработке месторождений.
2. Удельный расход ВВ на карьерах определяется по эталонному $q_э$ с учетом поправочных коэффициентов. Укажите факторы, определяющие величину данных коэффициентов.
3. Укажите основные способы взрывании зарядов взрывчатых веществ, используемых на земной поверхности.
4. Перечислите основные взрывчатые вещества, используемые при ведении взрывных работ на земной поверхности.

**Тема 27. Метод камерных зарядов.**

Расположение выработок при использовании камерных зарядов. Камерные заряды рыхления и их расчет. Камерные заряды выброса и их расчет. Камерные заряды на сброс и их расчет.

**Литература:** [1, 3]

***Контрольные вопросы:***

1. В каких случаях целесообразно использовать метод камерных зарядов при открытой разработке месторождений?
2. Назовите достоинства и недостатки метода камерных зарядов.

**Тема 28. Взрывное разрушение негабарита.**

Характеристики, область применения, достоинства и недостатки различных способов разделки негабарита: наружными, шпуровыми, кумулятивными зарядами, гидровзрывание.

**Литература:** [1, 3]

***Контрольные вопросы:***

1. Укажите достоинства и недостатки способа разделки негабарита накладными зарядами.
2. Укажите достоинства и недостатки способа разделки негабарита шпуровыми зарядами.
3. Укажите способы взрывного дробления негабарита при открытой разработке месторождений.

**Тема 29. Техническая документация для производства взрывных работ.**

Необходимая техническая документация для производства взрывных работ: типовой проект взрывных работ, проект массового взрыва, паспорт буровзрывных работ, схема взрывных работ.

**Литература:** [1, 4, 6, 8]

***Контрольные вопросы:***

1. Что входит в состав типового проекта взрывных работ?
2. Опишите процедуру составления и утверждения паспорта буровзрывных работ.
3. Для каких работ составляется схема взрывных работ.
4. В каких случаях составляется проект массового взрыва?

**Тема 30. Персонал для взрывных работ.**

Требования к лицам, допущенным к ведению взрывных работ: руководитель взрывных работ, мастер-взрывник, заведующий складом ВМ, раздатчики ВМ и лаборанты складов ВМ.

**Литература:** [1, 4, 6, 8]

***Контрольные вопросы:***

1. Какие требования предъявляются к руководителям взрывных работ?
2. Какие требования предъявляются к взрывникам?

3. В течение какого периода времени проходит стажировка взрывника?
4. Требования в заведующему склада взрывчатых материалов.

# 3. ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ

## Практико-ориентированное задание №1

Расчет кислородного баланса и составление рецептур промышленных взрывчатых веществ.

Цель: овладение методикой расчета кислородного баланса взрывчатых веществ и принципами составления рецептур промышленных взрывчатых веществ.

### *Краткая теория*

### *Определение кислородного баланса*

Кислородным балансом называется отношение избытка или недостатка кислорода во взрывчатом веществе (ВВ) для полного окисления горючих элементов (водорода, углерода, металлов и т. п.), выраженное в грамм-атомах, к грамм-молекулярной массе ВВ. Кислородный баланс выражается в долях или процентах.

Под полным окислением понимается окисление водорода в воду, а углерода в углекислый газ. При этом выделяется также молекулярный азот и кислород. Если в составе ВВ находится металл, то образуется его высший окисел.

Реакции полного окисления:

$$C + O_2 \rightarrow CO_2 + 396 \text{ кДж/моль};$$

$$H_2 + \frac{1}{2}O \rightarrow H_2O + 283 \text{ кДж/моль при воде жидкой};$$

$$H_2 + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow H_2O + 241 \text{ кДж/моль при воде парообразной};$$

$$2Al + 1.5O_2 \rightarrow Al_2O_3 + 1671 \text{ кДж/моль}.$$

Следовательно, если ВВ имеет состав в виде $C_aH_bN_cO_d$, то кислородный баланс (%)

$$K_б = \frac{\left[d - \left(2a + \frac{b}{2}\right)\right] \cdot 16}{M_{BB}} 100\%, \quad (1.1)$$

где 16 – относительный атомная масса кислорода; $M_{BB}$ – молекулярная масса ВВ.

При

$$d > 2a + \frac{b}{2} \quad (1.2)$$

имеет положительный кислородный баланс;

при

$$d = 2a + \frac{b}{2} \quad (1.3)$$

нулевой кислородный баланс;

при

$$d < 2a + \frac{b}{2} \quad (1.4)$$

отрицательный кислородный баланс.

Взрывчатые вещества с нулевым кислородным балансом выделяют максимальное количество энергии и минимальное количество ядовитых газов.

При взрыве ВВ с отрицательным кислородным балансом в зависимости от относительного количества кислорода образуются либо ядовитая окись углерода (угарный газ) с меньшим выделением тепла, чем при образовании углекислоты, т. е.

$$C + 0{,}5O_2 \rightarrow CO + 109 \text{ кДж/моль;}$$

либо чистый углерод в виде сажи, резко снижающий образование газов.

При положительном кислородном балансе уменьшается выделение энергии, так как образуется ядовитая окись азота с поглощением тепла по реакции

$$0{,}5N_2 + 0{,}5O_2 \rightarrow NO - 90{,}5 \text{ кДж/моль.}$$

*Пример 1.* Определить кислородный баланс тротила $C_7H_5(NO_2)_3$, относительная молекулярная масса которого 227.

Для полного окисления необходимо $2a + b/2$ или $2 \cdot 7 + 5/2 = 16{,}5$ атомов кислорода.

В наличии имеется 6 атомов кислорода.

Следовательно,

$$K_б = \frac{\left[6 - \left(2 \cdot 7 + \frac{5}{2}\right)\right] \cdot 16}{227} 100\% = -74\%.$$

*Пример 2.* Определить кислородный баланс граммонита 30/70. Граммонит 30/70 состоит из 30% аммиачной селитры $NH_4NO_3$ и 70% тротила.

Кислородный баланс аммиачной селитры АС, определенный вышеуказанным способом, равен +20%.

Кислородный баланс граммонита 30/70:

$$0{,}3 \cdot 20 + 0{,}7 \cdot -74 = -45{,}5\%.$$

### *Составление рецептуры промышленных ВВ*

При изготовлении промышленных ВВ обычно состав подбирается таким, чтобы был нулевой кислородный баланс. Для изготовления патронированных ВВ принимается небольшой положительный кислородный баланс для окисления материала оболочки патронов. Для подземных работ при взрыве 1 кг ВВ должно выделятся не более 40 л ядовитых газов в пересчете на условную окись углерода. Если образуются окислы азота и сернистый газ, то для перевода их к условной окиси углерода принимается поправочный коэффициент соответственно 6,5 и 2,5.

Для открытых горных работ, особенно для ВВ, применяемых в обводненных условиях, требования к кислородному балансу ВВ не такие жесткие.

Пример 1. Составить рецептуру игданита с нулевым кислородным балансом па основе аммиачной селитры и дизельного топлива (ДТ) с кислородным балансом – 320%.

Количество весовых частей аммиачной селитры для окисления одной части дизельного топлива равно

$$n = \frac{[\text{КБ}_{DT}]}{[\text{КБ}_{\text{АС}}]},$$

где $\text{КБ}_{DT}$ – кислородный баланс дизельного топлива;

$\text{КБ}_{\text{АС}}$ – кислородный баланс аммиачной селитры.

$$n = \frac{320}{20} = 16.$$

Содержание дизельного топлива во взрывчатом веществе:

$$x = \frac{100}{1+n},$$

$$x = \frac{100}{1+16} = 5{,}9\ \%.$$

Соответственно содержание аммиачной селитры

$$100 - x = 100 - 5{,}9 = 94{,}1\%.$$

Следовательно, формула игданита:

$$94{,}1\%\ \text{аммиачной селитры};\ 5{,}9\%\ \text{дизельного топлива}.$$

Пример 2. Определить рецептуру ВВ с пулевым кислородным балансом на основе аммиачной селитры ($NH_4NO_3$) и тротила ($C_7H_5(NO_2)_3$).

Кислородный баланс тротила –74%, относительная молекулярная масса 227. Кислородный баланс аммиачной селитры +20%, относительная молекулярная масса 80.

Состав смеси должен отвечать условию:

$$x\ (-74\%) + (100 - x)\ 20\% = 0,$$

где $x$ – содержание в смеси тротила, %.

Решение данного уравнения показывает, что $x \approx 21\%$ и $(100 - x) = 79\%$. Такому составу смеси отвечают граммонит 79/21 и аммонит 6ЖВ.

Обозначим число молей аммиачной селитры через $y$, число молей тротила через $z$. Тогда из соотношения

$$\frac{y \cdot 80}{x \cdot 227} = \frac{79}{21},$$

получим

$$y = \frac{79 \cdot z \cdot 227}{21 \cdot 80} = 10{,}7z.$$

Приняв z = 1, получим y = 10,7.

Следовательно, молекулярное уравнение граммонита имеет вид

$$z + 10{,}7y = C_7H_5(NO_2)_3 + 10{,}7NH_4NO_3.$$

Пример 3. Определить молекулярную формулу гранулита АС-8, имеющего следующий состав: 89% аммиачной селитры $NH_4NO_3$; 3% солярового масла $C_{16}H_{34}$ (относительная молекулярная масса 226); 8% алюминиевой пудры А1 (относительная молекулярная масса — 27).

Обозначив число молей солярового масла $x$, аммиачной селитры $y$, алюминиевой пудры $z$, можно написать химическую формулу в виде

$$y NH_4NO_3 + x\ C_{16}H_{34} + z\ Al.$$

В соответствии с весовым составом можно записать следующие соотношения

$$\frac{y \cdot 80}{x \cdot 226} = \frac{89}{3};\quad \frac{z \cdot 27}{x \cdot 226} = \frac{8}{3},$$

Отсюда y = 83,9$x$; $z$ = 22,4$x$.

Примем x = 1, тогда молекулярное уравнение гранулита АС-8 имеет вид

$$83{,}9\ NH_4NO_3 + C_{16}H_{34} + 22{,}4\ Al.$$

## Практико-ориентированное задание №2

Определение работоспособности взрывчатых веществ и работы взрыва.

Цель: овладение методикой определения работоспособности взрывчатых веществ и работы взрыва.

### *Краткая теория*

*Расчет идеальной работоспособности ВВ*

Из первого закона термодинамики следует, что изменение внутренней энергии газов равно количеству тепла, сообщенного окружающей среде и произведенной работе:

$$-dE = dQ + pdV. \quad (2.1)$$

Если техническим назначением взрыва ВВ является производство механической работы, то затраты на теплообмен продуктов взрыва (ПВ) с окружающей средой являются энергетическими потерями ($dQ$). Эти потери называются термодинамическими.

Идеальным с точки зрения отсутствия термодинамических потерь является адиабатический процесс расширения ПВ, т.е. $dQ = 0$. В этом случае изменение внутренней энергии ПВ равно количеству работы, совершаемой газами, т.е.

$$-dE = pdV = dA. \quad (2.2)$$

В реальных условиях взрывания наиболее близким к адиабатическому процессу является взрыв ПВ в воздушной среде, а, например, в горных породах термодинамические потери возрастают. Они существенно выше в пористых, хрупких, легко дробимых породах и минимальны в пластичных средах типа глин.

Мерой идеальной работоспособности ВВ может служить максимальная работа, которую совершают ПВ при своем адиабатическом расширении до давления окружающей среды (воздушной, водной, горной), т.е. когда остаточное давление ПВ уравновешивается противодавлением среды атмосферным, гидростатическим или горным давлением.

Идеальная работоспособность ВВ является одной из важнейших энергетических характеристик ВВ. Она дополняет теплоту взрыва, показывая теоретическую возможность реализации энергетического потенциала ВВ в механическую работу.

Идеальную работоспособность (полную идеальную работу взрыва) можно определить, как разность между значениями внутренней энергии ПВ в момент их образования и к концу расширения:

$$\text{А}_\text{и} = \int dE = \int_{T_1}^{T_2} \overline{C_V} dT = \overline{C_V} * (T_1 - T_2) = \overline{C_V} T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = Q_{\text{взр}} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \quad (2.3)$$

где $\overline{C_V}$ - средняя теплоемкость продуктов взрыва в интервалах изменения температуры взрыва от $T_1$ до $T_2$;

$T_1$ - начальная температура взрыва;

$T_2$ - конечная температура ПВ.

Для газовых взрываемых систем, расширение ПВ которых происходит вдоль изоэнтропы вида $pV'$ = const, пользуясь уравнением Клайперона $(PV'=RT)$, получаем

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{y-1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{y-1}{y}} \quad (2.4)$$

Окончательно получаем

$$A_u = Q_{\text{взр}} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right); \quad (2.5)$$

$$A_u = Q_{\text{взр}} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{y-1}\right); \quad (2.6)$$

$$A_u = Q_{\text{взр}} \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{y-1}{y}}\right); \quad (2.7)$$

где $Q_{\text{взр}}$- потенциальная энергия ВВ (полная тепловая энергия), кДж/кг;

$V_1$ и $V_2$ - начальный и конечный удельные объемы ПВ, м$^3$/кг;

$P_1$ и $P_2$ - начальное и конечное давление ПВ, Па;

$y = Cp/Cv$ – показатель адиабаты.

Эти же формулы могут быть использованы для расчета $A_u$ конденсированных ВВ.

При взрыве в воздухе ($P_2$ = 1,01·10$^5$Па) полная идеальная работа взрыва определяется

$$A_u = Q_{\text{взр}} \left(1 - \left(\frac{1{,}01 * 10^5}{P_{\text{пв}}}\right)^{\frac{y-1}{y}}\right), \text{ кДж/кг.} \quad (2.8)$$

Расчет полного термодинамического КПД взрыва

Вышеприведенную формулу (2.8) можно представить в виде

$$A_u = Q_{\text{взр}} - q_T \quad (2.9)$$

Здесь величина $q_T = Q_{\text{взр}} - A_u = C_{v2} * T_2$ - термодинамические потери энергии ВВ в продуктах взрыва по достижении ими атмосферного давления. Это остаточное тепло идет на свечение ПВ после их расширения.

Отношение идеальной работоспособности к выделившейся тепловой энергии взрыва называется идеальным термодинамическим КПД взрыва

$$\eta = \frac{A_u}{Q_{\text{взр}}}, \tag{2.10}$$

или с учетом формулы (2.7)

$$\eta = 1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{y-1}{y}}, \tag{2.11}$$

Идеальный термодинамический КПД взрыва определяет часть тепловой энергии, которая может быть использована для совершения механической работы взрыва.

Величины идеальной работоспособности ($A_u$) и полного термодинамического КПД (П) существенно зависят от свойств продуктов взрыва, влияющих на показатель адиабаты, $y = Cp/Cv$. Если в ПВ содержится 2/3 молекул двухатомных газов и 1/3 — одноатомных (гексоген), то $y$ = 1,25. Если в ПВ содержится 2/3 трехатомных газов и 1/3 двухатомных (нитроглицерин), то $y$ = 1,2. Величина $y$ снижается (соответственно снижается $A_u$ и $\eta$), если в ПВ содержатся четырех и пятиатомные газы, а также твердые продукты (NaCl, $A1_2O_3$ и др.). В этих случаях $y$ = 1,15, и 1,05.

Пример 1. Определить полную идеальную работоспособность и термодинамический КПД аммонита 6ЖВ при плотности заряжания 900 кг/м$^3$ и следующих параметрах взрывного превращения:

$V_{пв}$= 0,86 м$^3$/кг,

$Q_{взр}$ = 4300кДж/кг;

$T_{взр}$=2600$^o$ К.

Для расчета показатель адиабаты принимается y=1,25. Определение давления ПВ при взрыве аммонита 6ЖВ:

$$P = \frac{1{,}01*10^5*0{,}86*2600*900}{273*(1-0{,}001*0{,}86*900)} = 3{,}3 * 10^9,$$

Откуда полная идеальная работоспособность

$$A_u = Q_{\text{взр}}\left(1 - \left(\frac{1{,}01 * 10^5}{P_{\text{пв}}}\right)^{\frac{y-1}{y}}\right) = 4300 * \left(1 - \left(\frac{1{,}01 * 10^5}{3{,}3 * 10^9}\right)^{\frac{1{,}25-1}{1{,}25}}\right) = 3762{,}2\,\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

Полный термодинамический КПД взрыва

$$\eta = \frac{A_u}{Q_{\text{взр}}} = \frac{3762{,}2}{4300} = 0{,}875$$

или $\eta = 87{,}5\%$

## Практико-ориентированное задание №3

Расчет скважинного заряда при уступной отбойке на карьере

***Цель работы*** – овладение методикой расчета параметров буровзрывных работ при использовании скважинной отбойки при открытой разработке месторождений полезных ископаемых.

## Краткая теория

При разработке месторождений открытым способом (на карьерах и разрезах) используют в основном метод скважинных зарядов. В слабых породах используют вращательное (шнековое) бурение. В более прочных породах преобладает шарошечное бурение. В крепчайших породах с коэффициентом крепости $f$ > 14-16 наиболее эффективно термическое бурение скважин. Скважины на уступе карьера располагают в один или несколько рядов по различным схемам в зависимости от свойств разрушаемых пород и требуемой конфигурации забоя. Расположение скважин на уступе характеризуют следующими показателями (рис. 1):

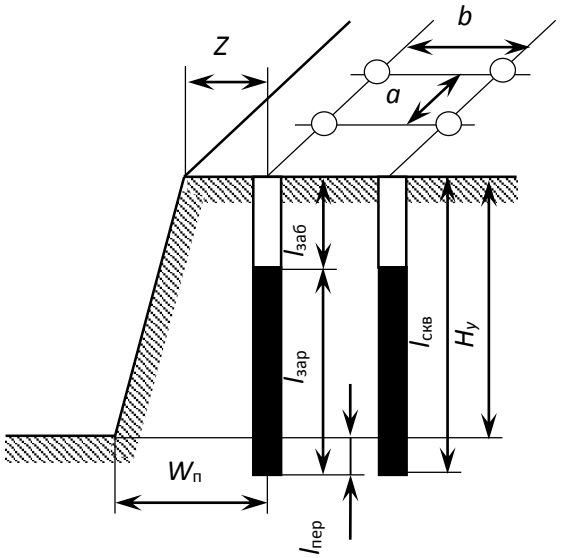



Рис. 3.1. Схема расположения скважин на уступе

$H_у$ – высота уступа, м;
$W_п$ – линия сопротивления по подошве (ЛСПП);
$a$ – расстояние между скважинами, м;
$b$ – расстояние между рядами скважин, м;
$Z$ – безопасное расстояние от оси скважины до верхней бровки уступа, м;
$l_{зар}$ – длина заряда, м;
$l_{пер}$ – длина перебура, м;
$l_{заб}$ – длина забойки, м;
$l_{скв}$ – длина (глубина) скважины, м;
$\alpha$ - угол откоса уступа.

Характеристики и расположение скважин в первую очередь зависят от удельного расхода ВВ. Оптимальная величина удельного расхода ВВ определяется множеством факторов. При этом определяющую роль играют свойства разрушаемого массива, размеры его блоков (расстояние между трещинами), степень и качество заполнения трещин, их расположение относительно вектора смещения породы и т. п. Учесть все эти факторы в единой теоретической модели не представляется возможным. Поэтому во многом оптимальные параметры процесса определяются путем опытного взрывания и интерпретации его результатов на основе общефизических представлений.

Удельный расход «эталонного» ВВ ($q_э$) может быть определен по данным таблицы 1.

Таблица 3.1

**Эталонный удельный расход ВВ, кг/м$^3$**

| Категория пород по степени трещиноватости | Коэффициент крепости горных пород $f$ по шкале проф. М. М. Протодьяконова | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 2 - 6 | 6 - 10 | 10 – 14 | более 14 |
| I | 0,2 | 0,25 | 0,3 | 0,35 |
| II | 0,3 | 0,35 | 0,4 | 0,45 |
| III | 0,45 | 0,5 | 0,6 | 0,67 |
| IV | 0,67 | 0,75 | 0,8 | 0,9 |
| V | 0,9 | 1,0 | 1,1 | 1,2 |

***Реальный удельный расход ВВ*** рекомендуется определять путем введения серии поправочных коэффициентов, учитывающих тип ВВ, конструкцию заряда, наличие свободных поверхностей, заданную степень дробления и др:

$$q_р = q_э \cdot e \cdot k_d \cdot \frac{\rho_{гп}}{2{,}6}, \qquad (3.1)$$

где $q_э$ – эталонный расход Граммонита 79/21, кг/м$^3$;

$e$ – коэффициент относительной работоспособности ВВ, определяемый по формуле

$$e = A_{эт} / A_{ВВ}, \qquad (3.2)$$

$A_{эт}$ = 3560 кДж/кг - идеальная работа взрыва эталонного ВВ (Граммонит 79/21);

$A_{ВВ}$ – идеальная работа взрыва принятого ВВ, кДж/кг;

$k_d$ - поправочный коэффициент на кондиционный размер куска;

$\rho_{гп}$ – плотность горных пород, т/м$^3$.

Таблица 3.2

**Значения поправочного коэффициента на кондиционный размер куска $k_d$**

| Допустимый размер крупных кусков, мм | 250 | 500 | 750 | 1000 | 1250 | 1500 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $k_d$ | 1,3 | 1,0 | 0,85 | 0,75 | 0,7 | 0,65 |

***Диаметр заряда*** определяется диаметром рабочего органа буровой машины (долота, коронки или резца) $d_{скв}$ с учетом характеристик разрабатываемых пород:

$$d_{зар} = k_р d_{скв}, \tag{3.3}$$

где $k_р$ = 1,06 – ($f$ – 2) 0,003 – коэффициент расширения скважин.

**Удельная вместимость 1 м скважины:**

$$P = 0{,}785 \cdot d_{зар}^2 \cdot \Delta, \tag{3.4}$$

где Δ, кг/м$^3$ - плотность заряда в скважине.

***Линия сопротивления по подошве*** (ЛСПП) для одиночной скважины:

$$W_п = 0{,}9 \cdot \sqrt{\frac{P}{q_р}}, \tag{3.5}$$

В соответствии с правилами безопасности при бурении первого ряда скважин станок располагается перпендикулярно верхней бровке уступа, за призмой обрушения, но не ближе 2 м от верхней бровки уступа, поэтому минимально допустимая по условиям безопасного расположения бурового станка линия сопротивления по подошве ($W_{min}$) для вертикальных скважин рассчитывается из соотношения

$$W_{min} = H_у \operatorname{ctg}\alpha + Z, \tag{3.6}$$

где α – угол откоса рабочего уступа, град;

$Z$ – ширина призмы обрушения, $Z \geq 2$ м.

Величина принимаемой при расчетах линии сопротивления по подошве ($W_п$) должна удовлетворять соотношению:

$$W_{min} < W_п. \tag{3.7}$$

Если значения $W_{min} > W_п$, это означает, что принятые параметры скважин и характеристики ВВ не обеспечивают проработку подошвы уступа. В этом случае следует изменить диаметр скважины, тип применяемого ВВ или перейти к наклонным скважинам.

***Глубина перебура:***

$$l_{пер} = (10 \div 15) \cdot d_{скв} \tag{3.8}$$

***Глубина забойки:***

$$l_{\text{заб}} = (20 \div 35) \cdot d_{\text{скв}} \tag{3.9}$$

***Глубина скважины:***

$$l_{\text{скв}} = H_{\text{у}} + l_{\text{пер}} \tag{3.10}$$

***Расстояние между скважинами в ряду:***

$$a = mW_{\text{п}}, \tag{3.11}$$

где $m$ = 0,8 – 1,4 - коэффициент сближения скважин; меньшее значение $m$ принимается для крепких пород.

***Расстояние между рядами скважин:***

$$b = (0{,}9\text{-}1{,}0)W_{\text{п}}. \tag{3.12}$$

***Масса заряда в скважине:***

$$Q = q_{\text{р}} \cdot a \cdot W_{\text{п}} \cdot H_{\text{у}} \tag{3.13}$$

***Длина заряда:***

$$l_{\text{зар}} = \frac{Q}{P}. \tag{3.14}$$

***Задание:*** рассчитать параметры буровзрывных работ при скважинной отбойке в условиях открытой разработки месторождений полезных ископаемых.

## Практико-ориентированное задание №4

Расчёт безопасных расстояний по разлету кусков породы при взрывании скважинных зарядов

**Цель работы** – овладение методикой расчета безопасных расстояний по разлету кусков породы при взрывании скважинных зарядов.

При определении зон, опасных по разлету отдельных кусков породы при взрывании скважинных зарядов на земной поверхности, следует выделять и отдельно рассчитывать безопасные расстояния для людей зданий и сооружений, машин и механизмов.

При взрывании скважинных зарядов рыхления (дробления) расстояние опасное для людей, рассчитывается по формуле:

$$r_{разл} = 1250 \cdot h_з \cdot \sqrt{\frac{f}{1 + h_{заб}} \cdot \frac{d}{a}} \qquad (4.1)$$

где $h_з$ – коэффициент заполнения скважины взрывчатым веществом, определяемый по формуле

$$h_з = \frac{l_{зар}}{l_c}, \qquad (4.2)$$

$l_{зар}$ – длина заряда ВВ, м;

$l_{зар}$ – глубина скважины, м;

$f$ – коэффициент крепости горных пород;

$h_з$ – коэффициент заполнения скважины забойкой:

$$h_з = \frac{l_{заб}}{l_н}, \qquad (4.3)$$

$l_{зар}$ – длина забойки, м;

$l_н$ – длина свободной от заряда верхней части скважины, м;

$d$ – диаметр взрываемой скважины, м;

$a$ – расстояние между скважинами в ряду или между рядами, м.

Расчётные значения радиусов разлета осколков округляются в большую сторону до значения, кратного 50 м. Окончательно принимаемое безопасное расстояние не должно быть меньше указанных в табл. 4.1.

Таблица 4.1

**Минимально допустимые безопасные расстояния для людей при взрывных работах**

| № п/п | Методы взрывных работ | Минимально допустимые радиусы опасных зон, м |
|---|---|---|
| 1. | Наружных зарядов, в том числе кумулятивных | 300 (по проекту) |
| 2. | Шпуровых зарядов | 200 |
| 3. | Котловых шпуров | 200 |
| 4. | Малокамерных зарядов (рукавов) | 200* |
| 5. | Скважинных зарядов | Не менее 200** |
| 6. | Котловых скважин | Не менее 300 |
| 7. | Камерных зарядов | Не менее 300 |

* - при взрывании на косогорах в направлении вниз по склону величина радиуса опасной зоны должна приниматься не менее 300 м.

** - радиус опасной зоны указан для взрывания зарядов с забойкой.

**Практико-ориентированное задание №5**

Составление паспорта буровзрывных работ на проведение горизонтальной горной выработки.

**Цель работы** – овладение методикой расчета параметров буровзрывных работ (БВР) при проведении подземных горных выработок и составления паспорта БВР.

***Краткая теория***

Проведение горных выработок буровзрывным способом осуществляется по паспортам буровзрывных работ (БВР). Паспорта утверждаются руководителем того предприятия, которое ведёт взрывные работы. С паспортом БВР ознакомляется весь персонал, осуществляющий буровзрывные работы в данной выработке.

Паспорт составляется для каждого забоя выработки на основании расчетов и утверждается с учётом результатов не менее трёх опытных взрываний. По разрешению руководителя предприятия (шахты, рудника) допускается вместо опытных взрываний использовать результаты взрывов, проведённых в аналогичных условиях.

Расчёт, необходимый для составления паспорта, сводится к выбору и определению основных параметров буровзрывных работ для проведения выработки. К основным параметрам относятся: тип взрывчатого вещества (ВВ) и средства инициирования (СИ), диаметр и глубина шпуров, тип вруба, удельный заряд ВВ, количество шпуров и конструкции зарядов, расход взрывчатых материалов.

### *5.1. Общие положения*

Буровзрывной комплекс работ занимает от 30 до 60 % общего времени проходческого цикла в зависимости от горнотехнических условий.

При проведении горных выработок буровзрывные работы должны обеспечить заданные размеры и форму поперечного сечения выработки, точное оконтуривание её профиля, качественное дробление породы и сосредоточенное размещение её в забое, нормативную величину коэффициента излишка сечения (КИС), высокий коэффициент использования шпуров (КИШ).

Эти требования соблюдаются при условии правильного выбора параметров буровзрывных работ: типа ВВ, типа и параметров вруба, величины и конструкции заряда в шпуре, диаметра и глубины шпуров, числа и расположения

их в забое, способа и очередности взрывания зарядов, типа бурового оборудования, качества буровых работ, организации проходческих работ и т. д.

## *5.2. Определение параметров буровзрывных работ*

### *5.2.1. Выбор взрывчатых материалов*

При выборе взрывчатых материалов (ВМ) руководствуются требованиями безопасного производства взрывных работ, регламентированных «Правилами безопасности при взрывных работах» [6] с учетом физико-механических свойств горных пород и горнотехнических условий.

Рекомендуемые взрывчатые вещества (ВВ) [7] в зависимости от условий работ, обводнённости и крепости пород, способа заряжания представлены в табл. 5.1.

В шахтах, не опасных по газу или пыли, при проведении горизонтальных выработок допускается применение электрического взрывания и систем неэлектрического взрывания с низкоэнергетическими волноводами.

Таблица 5.1

**Рекомендуемые ВВ**

| Условия взрывных работ | Условия размещения зарядов | Коэффициент крепости пород $f$ | Тип ВВ | Способ заряжания |
|---|---|---|---|---|
| Выработки, не опасные по взрыву газа или пыли | Сухие шпуры | до 12 | Гранулит М<br>Граммонит 79/21<br>Гранулит АС-4В<br>Гранулит-игданит | Механизированный |
| | | | Аммонит № 6ЖВ | Ручной |
| | | более 12 | Гранулит АС-8В | Механизированный |
| | | | Аммонал М-10<br>Детонит М<br>Аммонал скальный № 1 | Ручной |
| | Обводнённые шпуры | до 12 | Аммонит № 6ЖВ | Ручной |
| | | более 12 | Аммонал М-10<br>Детонит М<br>Аммонал скальный № 1 | |
| Выработки, опасные по взрыву газа и пыли | Сухие и обводнённые шпуры | Для взрывания по породе | Аммонит АП–5ЖВ | Ручной |
| | | Для взрывания по углю с учетом степени опасности | IV кл. Аммонит Т-19<br>Аммонит ПЖВ-20<br>V кл. Угленит Э-6<br>VI кл. Угленит 12ЦБ | |
| | Для водораспыления | Открытый заряд | Ионит | |

На угольных шахтах, опасных по газу или пыли, разрешается только взрывание с применением электродетонаторов. При полном отсутствии в забоях проходимых выработок метана или угольной пыли, допускается применение непредохранительных ВВ II класса и электродетонаторов мгновенного, короткозамедленного и замедленного действия со временем замедления до 2 с без ограничения количества приёмов и пропускаемых серий замедлений.

Основные характеристики ВВ, применяемых при проходке подземных горных выработок, приведены в табл. 5.2.

Таблица 5.2

**Характеристики ВВ**

| Наименование ВВ | Идеальная работа взрыва, кДж/кг | Плотность в патронах или насыпная, кг/м³ | Удельная объемная энергия взрыва при средней плотности, кДж/кг | Коэффициент взрывной эффективности при плотности ВВ 1000 кг/м³ | Расстояние передачи детонации между патронами, см | | Диаметр патронов, мм | Масса патрона, кг | Длина патрона, мм |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | Сухие | После выдержки в воде | | | |
| Аммонит № 6ЖВ | 3561 | 1000-1100 | 3917 | 1,0 | 5-9 | 3-6 | 32<br>36 | 0,2<br>0,25 | 250<br>250 |
| Аммонал М-10 | 4410 | 950-1100 | 4520 | 1,15 | 4 | 3 | 32 | 0,2 | 250 |
| Детонит М | 4316 | 1000-1200 | 4963 | 1,27 | 8-18 | 5-15 | 32<br>36 | 0,2<br>0,25 | 250<br>250 |
| Аммонал скальный № 1 | 4420 | 1000-1100 | 4641 | 1,18 | 8-14 | 5-10 | 32<br>36 | 0,2<br>0,25 | 250<br>250 |
| Аммонит АП-5ЖВ | 2991 | 1000-1150 | 3215 | 0,82 | 5-10 | 2-7 | 36 | 0,3 | 250 |
| Аммонит Т-19 | 2564 | 1000-1200 | 2820 | 0,72 | 7-12 | 4-8 | 36 | 0,3 | 240 |
| Угленит Э-6 | 1946 | 1100-1250 | 2289 | 0,58 | 5-12 | 3-10 | 36 | 0,3 | 240 |
| Угленит 12 ЦБ | 1770 | 1200-1350 | 2256 | 0,58 | 4 | 2 | 36 | 0,3 | 240 |
| Ионит | 1482 | 1000-1200 | 1704 | 0,44 | – | – | 36 | 0,3 | 240 |
| Гранулит М | 3163 | 780-820 (1000-1150)* | 3384 | 0,86 | | | | | |
| Гранулит АС-4В | 3645 | 800-850 (1100-1200)* | 4192 | 1,07 | | | | | |
| Гранулит АС-8В | 3997 | 800-850 (1100-1200)* | 4597 | 1,17 | | | | | |
| Гранулит-игданит | 3150 | 800-850 (1100-1200)* | 3760 | 0,85 | | | | | |

* Плотность при механизированном заряжании

Технические характеристики электродетонаторов, применяемых при проведении горных выработок, приведены в табл. 5.3. Все электродетонаторы являются водоустойчивыми.

Таблица 5.3

**Электродетонаторы для шахт и рудников**

| Тип электродетонаторов | Кол-во серий | Интервалы замедления, мс (с) | Безопасный ток, А | Гарантийный ток, А | Сопротивление, Ом | Примечание |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ЭД-8Ж(Э) | 1 | 0 | 0,2 | 1,0 | 1,8-3,6 | Электродетонаторы непредохранительные нормальной чувствительности |
| ЭД-3-Н | 36 | 20, 40, 60, 80, 100, 125, 150, 175, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 1250, 1500, 1750, 2000, 2500, 3000, 3500, 4000, 4500 мс 5,6,7,8,9,10 с | | | | |
| ЭД-1-8-Т | 1 | 0 | 1,0 | 5,0 | 0,5-0,75 | Электродетонаторы непредохранительные пониженной чувствительности к блуждающим токам |
| ЭД-3-Т | 36 | 20, 40, 60, 80, 100, 125, 150, 175, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 1250, 1500, 1750, 2000, 2500, 3000, 3500, 4000, 4500 мс 5,6,7,8,9,10 с | | | | |
| ЭДКЗ-ОП | 1 | 0 | 0,2 | 1,0 | 1,8-3,6 | Электродетонаторы предохранительные нормальной чувствительности |
| ЭДКЗ-П | 5 | 25, 50, 75, 100, 125 мс | 0,2 | 1,0 | 1,8-3,6 | |
| ЭДКЗ-ПМ | 7 | 15, 30, 45, 60, 80, 100, 120 мс | 0,2 | 1,0 | 1,8-3,6 | |
| ЭД-КЗ-ПКМ | 9 | 4, 20, 60, 80, 100, 125, 150, 175, 200 мс | 0,2 | 1,0 | 1,8-3,6 | |

Детонирующие шнуры ДША, ДШВ и ДШЭ-12 и др. применяют при необходимости одновременного взрывания врубовых, нижних подошвенных шпуров, а также в рассредоточенных зарядах с целью передачи детонации всем частям шпурового заряда.

В последние годы на подземных взрывных работах получил широкое распространение новый способ инициирования зарядов ВВ – система неэлектрического взрывания различных модификаций: Нонель (Швеция), СИНВ, Эдилин (Россия) и др.

В табл. 3.4 представлены характеристики систем СИНВ и ДБИ для взрывных работ в рудниках и угольных шахтах, где допущено применение непредохранительных взрывчатых веществ II класса.

Устройства СИНВ-Ш и ДБИ3 служат для трансляции инициирующего сигнала и инициирования боевиков шпуровых зарядов с заданной временной задержкой. В боевике каждого шпурового заряда размещается КД устройства СИНВ-Ш или ДБИ3 заданного интервала замедления.

Таблица 5.4

**Характеристики систем неэлектрического инициирования**

| Устройство | Интервал замедления, мс | Назначение |
|---|---|---|
| СИНВ-Ш | 0, 25, 42, 55, 67, 109, 125, 150, 176, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000, 8000, 9000, 10000 | Изготовление патронов-боевиков |
| ДБИ3 | 0, 17, 25, 42, 55, 67, 109, 125, 150, 176, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000, 8000, 9000, 10000 | |

*Примечание.* Интервалы замедлений приведены при длине ударно-волновой трубки (УВТ) 1 м. Добавление каждого метра длины УВТ увеличивает время замедления на 0,5 мс.

УВТ, выходящие из шпуров, инициируются одновременно от устройств СИНВ-П мгновенного действия (СИНВ-П-0), смонтированных в единую сеть. Длина УВТ стартового устройства (магистральной части сети) выбирается из условия безопасного подрыва и может составлять несколько сот метров.

При проходке подземных выработок обычно применяется следующая схема: УВТ, выходящие из шпуров, собираются в связки (пучки), которые соединяются в единую сеть детонирующим шнуром. Детонирующий шнур обвязывается вокруг связки двойной петлёй. Количество УВТ в одной связке не должно превышать 15 шт. Инициирование сети из детонирующего шнура производится электродетонатором или электрозажигательной трубкой.

### 5.2.2. Выбор типа вруба и глубины шпуров

Расположение шпуров в забое, величина заходки и показатели взрыва во многом определяются типом вруба. Врубы по характеру действия делятся на две группы:

– врубы с наклонными к оси выработки шпурами – наклонные врубы;

– врубы с параллельными к оси выработки шпурами – прямые врубы.

Тип вруба и глубину шпуров с учетом горнотехнических условий следует принимать по данным табл. 5.5.

Таблица 5.5

**Тип вруба и глубина шпуров**

| Тип буровой техники | Сечение выработки, м$^2$ | |
|---|---|---|
| | менее 6 | более 6 |
| Переносные перфораторы, ручные электросвёрла и пневмосвёрла | Прямые врубы при глубине шпуров более 1,5 м | Наклонные врубы при глубине шпуров не более (0,35–0,5) ширины выработки; прямые врубы при глубине шпуров до 2–2,5 м |
| Установки механизированного бурения | – | Прямые врубы с максимально возможной глубиной по технической характеристике машины |

Из наклонных врубов наибольшее распространение имеет вертикальный клиновой вруб. Другие врубы с наклонными шпурами (пирамидальный, горизонтальный клиновой и его разновидности, веерный и т. д.) не получили достаточно широкого распространения из-за сложности обуривания и узкой рекомендуемой области применения (забои, проводимые по пласту угля при малой его мощности, при наличии слабых прослоек пород по забою, при ярко выраженном контакте слабых пород с более крепкими вмещающими породами и т. д.).

Высокая эффективность врубов с наклонными шпурами и преимущества их по сравнению с прямыми врубами достигаются только при ограниченной глубине шпуров и определенном сечении выработки. При проходке выработок в крепких породах ($f > 12$) с применением вертикального клинового вруба длина заходки не превышает обычно 0,35 ширины выработки ($B$) из-за технической невозможности бурения врубовых шпуров под углом наклона, обеспечивающим эффективную работу вруба. При глубине шпуров более 0,5 $B$, применении буровых кареток, а также в выработках малого сечения (менее 6 м$^2$) наиболее эффективны прямые врубы, глубина которых ограничивается точностью бурения в зависимости от типа буровой техники.

При глубине шпуров, принятой по рекомендациям табл. 5.5, проектную величину КИШ следует принимать равной 0,85-0,95 с учётом крепости горных пород.

### 5.2.3. Выбор конструкции и параметров врубов

#### 5.2.3.1. Вертикальный клиновой вруб

При ограниченной глубине шпуров (1,2–2,0 м) наибольшее распространение имеет вертикальный клиновой вруб. Параметры вертикального клинового вруба в зависимости от крепости пород применительно к аммониту № 6ЖВ в патронах диаметром 32 мм в шпурах диаметром 42 мм ориентировочно по данным практики можно принять по данным табл. 5.6.

Таблица 5.6

**Параметры вертикального клинового вруба**

| Группа крепости пород по СНиП | Коэффициент крепости пород $f$ | Расстояние по вертикали между парами шпуров, мм | Количество шпуров во врубе при сечении выработки ($м^2$) | | Угол наклона шпуров к плоскости забоя α, град. |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | до 12 | более 12 | |
| IV-V | 1-6 | 500 | 4 | 4-6 | 75-70 |
| VI | 6-8 | 450 | 4-6 | 6-8 | 68 |
| VII | 8-10 | 400 | 6-8 | 8-10 | 65 |
| VIII | 10-13 | 350 | 8-10 | 10-12 | 63 |
| IX | 13-16 | 300 | 10-12 | 12-14 | 60 |
| X | 16-18 | 300 | 10-12 | 12-14 | 58 |
| XI | 20 | 250 | 10-12 | 12-14 | 55 |

При применении другого типа ВВ и изменении диаметра шпуров расстояние между парами врубовых шпуров определяется с учётом поправочного коэффициента по формуле:

$$k = 1{,}25\sqrt{e}\cdot d_з/d, \qquad (5.1)$$

где $e$ – коэффициент взрывной эффективности (см. табл. 5.2),

$d_з$ – диаметр заряда,

$d$ – диаметр заряжаемой полости (шпура или скважины).

С увеличением коэффициента крепости пород (см. табл. 5.6) угол наклона врубовых шпуров к плоскости забоя уменьшается. Поэтому предельную глубину вертикального клинового вруба (рис. 5.1) при бурении шпуров ручными перфораторами в зависимости от коэффициента крепости пород и ширины выработки рекомендуется принимать по табл. 5.7 или по формуле:

$$h_{вр} = 0{,}25B\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} - 0{,}3, \qquad (5.2)$$

где $B$ – ширина выработки, м

α – угол наклона шпуров к плоскости забоя, град. (см. рис. 3.1).

Таблица 5.7

**Предельная глубина вертикального клинового вруба $h_{вр}$, м**

| Ширина выработки, м | Коэффициент крепости пород $f$ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2-5 | 6-7 | 8-9 | 10-12 | 13-15 | 16-17 | 18-20 |
| 2,0 | 1,3 | 1,2 | 1,1 | 1,0 | 0,9 | 0,8 | 0,7 |
| 2,5 | 1,7 | 1,6 | 1,4 | 1,3 | 1,2 | 1,1 | 1,0 |
| 3,0 | 2,1 | 1,9 | 1,7 | 1,6 | 1,4 | 1,3 | 1,2 |
| 3,5 | 2,4 | 2,2 | 1,9 | 1,7 | 1,6 | 1,5 | 1,4 |
| 4,0 | 2,8 | 2,6 | 2,2 | 2,1 | 1,9 | 1,8 | 1,7 |
| 4,5 | 3,2 | 2,9 | 2,5 | 2,4 | 2,3 | 2,0 | 1,9 |
| 5,0 | 3,5 | 3,1 | 2,9 | 2,7 | 2,4 | 2,2 | 2,1 |

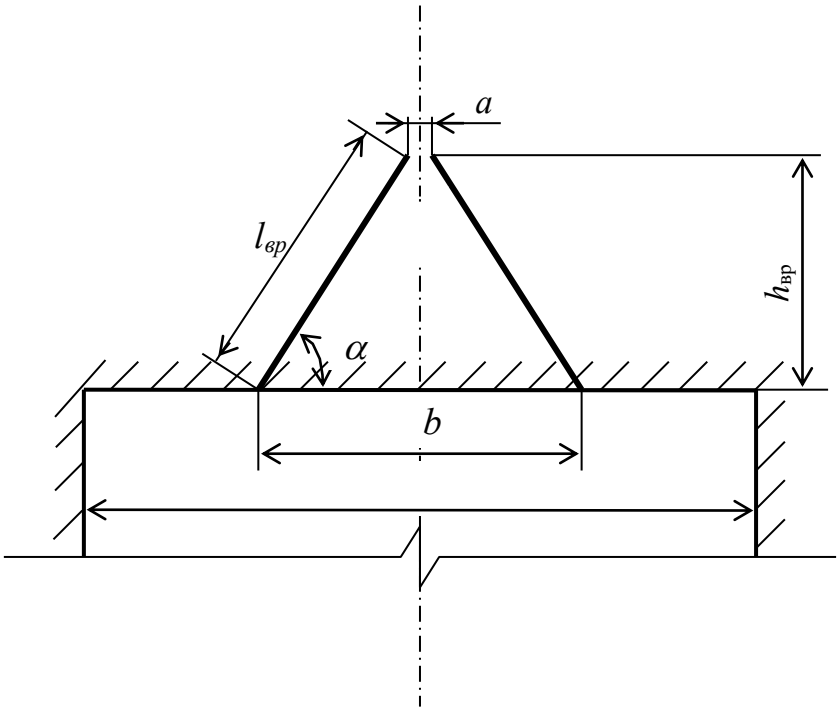



Рис. 5.1. Схема вертикального клинового вруба

Глубину врубовых шпуров следует принимать на 0,1-0,2 м больше длины вспомогательных и оконтуривающих шпуров:

$$h_{вр} = h_{шп} + (0{,}1 \div 0{,}2), \tag{5.3}$$

где $h_{шп}$ – глубина (длина) вспомогательных и оконтуривающих шпуров, м.

Длину шпуров клинового вруба определяют с учетом угла их наклона:

$$l_{вр} = h_{вр} / \sin \alpha, \tag{5.4}$$

где $\alpha$ – угол наклона шпуров к плоскости забоя, град.

Расстояние между устьями в паре шпуров клинового вруба определяют по зависимости:

$$b = 2\, h_{вр} / \mathrm{tg}\, \alpha + a, \tag{5.5}$$

где *а* – расстояние между забоями пары сходящихся шпуров клинового вруба, м (в зависимости от коэффициента крепости пород *а* = 0,15-0,2 м).

После расчета основных параметров вруба следует проверить графическим способом техническую возможность обуривания вертикального клинового вруба с учетом принятого бурового оборудования. С этой целью в масштабе 1:20 – 1:50 вычерчивается план забоя (вид сверху) с наложением пары врубовых шпуров и обязательного соблюдения принятого угла наклона шпуров $\alpha$.

Если ширина выработки не позволяет с учётом габаритов бурильной машины (см. рис. 3.1) обурить рассчитанный вруб, то следует уменьшить глубину врубовых шпуров или принять другой тип вруба. При применении бурильных установок стрела автоподатчика должна свободно размещаться при заданном угле наклона врубовых шпуров между точкой забуривания врубового шпура и стенкой выработки. При бурении переносными перфораторами или ручными электросвёрлами врубовые шпуры могут буриться в 2-3 приёма комплектом штанг различной длины (например: 0,5 м; 1,2 м; 2,0 м).

### 5.2.3.2. Прямые врубы

Из прямых врубов (рис. 5.2) наиболее широкое распространение получили следующие конструкции: призматический  симметричный *а*; щелевой *б*; спиральный *в* и двойной спиральный *г*.

Прямые врубы представляют собой комбинацию параллельных заряженных шпуров, взрыв которых работает на компенсационную полость, создаваемую холостым шпуром (системой холостых шпуров) или скважиной. Взрыв последующих шпуров расширяет врубовую полость до размеров, достаточных для последующей отбойки вспомогательными (отбойными) шпурами с постоянной, предельной для конкретных горнотехнических условий линией сопротивления.

Параметры прямых врубов принимаются в зависимости от конструкции вруба, крепости пород, диаметра компенсационной полости (шпура или скважины, их количества). Наиболее ответственными являются первый шпур или серия шпуров, взрываемых на компенсационную полость. Поэтому для повышения эффективности взрыва целесообразно в качестве компенсационной полости использовать шпур увеличенного диаметра, систему холостых шпуров или скважину.

Расстояние между компенсационной полостью и первым взрываемым шпуром или серией шпуров (пробивное расстояние $W_1$) рекомендуется принимать для шпуров диаметром 42 мм при использовании аммонита № 6 ЖВ в патронах диаметром 32 мм по табл. 5.8.

При применении другого типа ВВ или другой конструкции заряда пробивное расстояние $W_1$, определенное по табл. 1.7, умножается на поправочный коэффициент, рассчитанный по формуле (5.1).

Пробивные расстояния $W_1$ учитывают возможное отклонение шпуров от заданного направления. С увеличением глубины шпуров растет их отклонение, поэтому при глубине шпуров до 2,5 м достаточно принимать диаметр первона-

чальной компенсационной полости не более 50-60 мм; при шпурах глубиной до 3 м – 70-105 мм и при шпурах до 4 м – 105-125 мм, что позволит сохранить КИШ в пределах 0,85-0,9.

Пробивные расстояния для шпуров, взрываемых вторыми и последующими во врубе ($W_1$, $W_2$, $W_3$ и т. д.), принимаются равными 0,8 от ширины (наибольшего размера) ранее образованной врубовой полости.

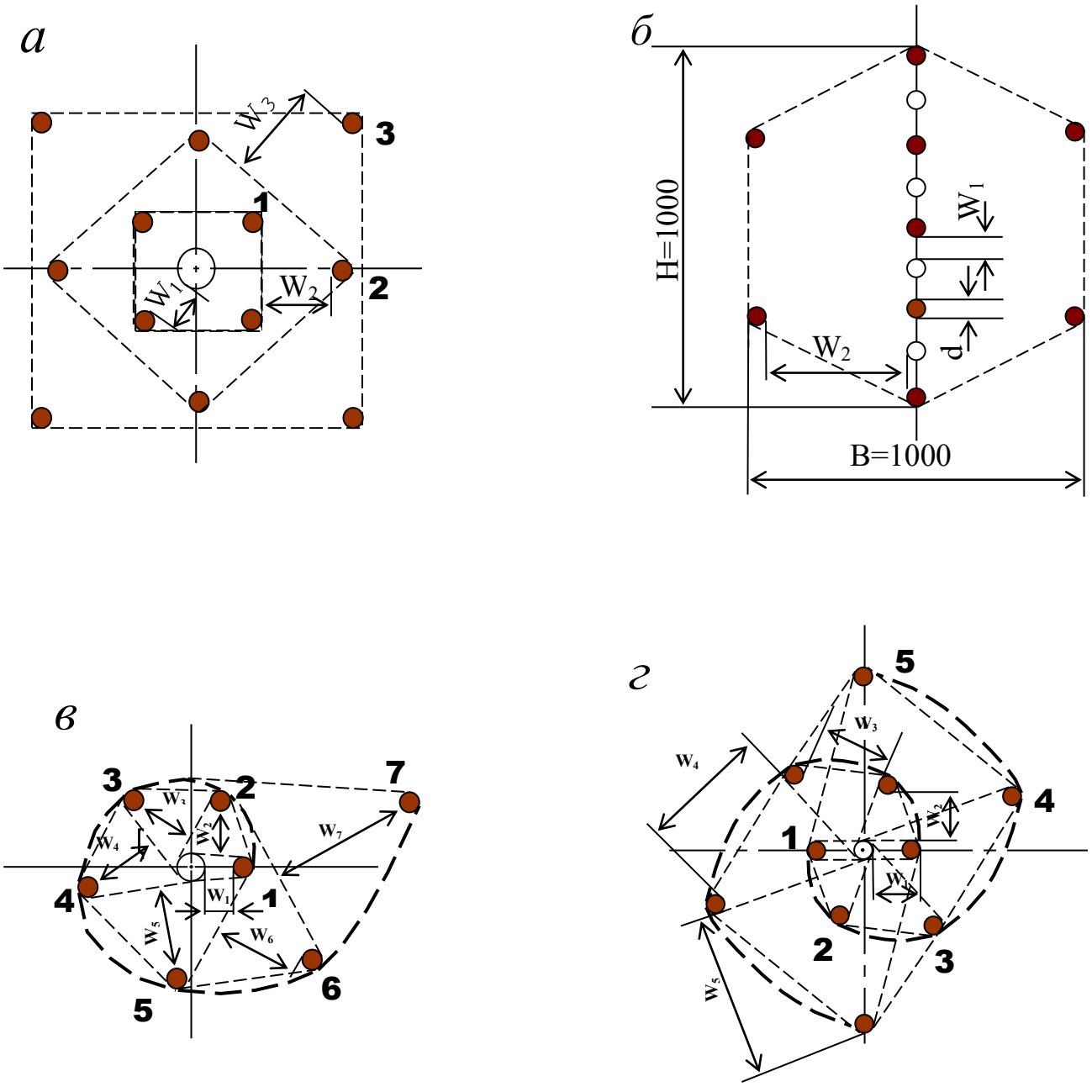



Рис. 5.2. Конструкции прямых врубов:
*а* – призматический симметричный; *б* – щелевой; *в* – спиральный;
*г* – двойной спиральный

Таблица 5.8

**Пробивные расстояния $W_1$, мм**

| Диаметр холостого шпура или скважины $D_x$, мм | Коэффициент крепости пород $f$ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2-5 | 6-7 | 8-9 | 10-12 | 13-15 | 16-17 | 18-20 |
| 42 | 115 | 100 | 90 | 80 | 60 | 60 | 55 |
| 51 | 125 | 110 | 100 | 90 | 80 | 70 | 65 |
| 56 | 150 | 130 | 110 | 95 | 90 | 85 | 75 |
| 75 | 170 | 150 | 130 | 105 | 100 | 95 | 85 |
| 105 | 190 | 170 | 150 | 120 | 110 | 105 | 95 |
| 125 | 230 | 200 | 170 | 140 | 120 | 110 | 100 |

Например, пробивное расстояние для шпуров спирального вруба, взрываемых вторыми, т. е. на обнаженную поверхность, образованную взрывом первого шпура, определяют по данным табл. 3.9 или по зависимости, мм:

$$W_2 = 0{,}8 \cdot (W_1 + D_x + d), \qquad (5.6)$$

где $W_1$ – пробивное расстояние для первого шпура (см. табл. 5.7);

$D_x$ – диаметр компенсационной полости (холостого шпура или скважины);

$d$ – диаметр заряженных шпуров.

Пробивные расстояния ($W_2$, $W_3$ и т. д.) для любого типа вруба могут быть определены графически путем последовательного построения расширяющейся врубовой полости (см. рис. 5.2) в масштабе 1:5.

Таблица 5.9

**Пробивные расстояния $W_2$, мм**

| Диаметр холостого шпура или скважины $D_x$, мм | Коэффициент крепости пород $f$ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2-5 | 6-7 | 8-9 | 10-12 | 13-15 | 16-17 | 18-20 |
| 42 | 170 | 150 | 140 | 130 | 120 | 115 | 110 |
| 51 | 180 | 160 | 150 | 140 | 130 | 120 | 115 |
| 56 | 210 | 180 | 170 | 160 | 150 | 140 | 130 |
| 75 | 260 | 210 | 200 | 185 | 170 | 150 | 140 |
| 105 | 300 | 260 | 240 | 215 | 200 | 185 | 175 |
| 125 | 340 | 300 | 270 | 250 | 230 | 220 | 215 |

Расчёты и построения выполняются до тех пор, пока не образуется врубовая полость размером в пределах от 0,9×0,9 до 1,2×1,2 м. Такой размер врубовой полости является достаточным и позволяет в дальнейшем производить отбойку породы вспомогательными и оконтуривающими шпурами уже с постоянной линией наименьшего сопротивления, которая соответствует предельному пробивному расстоянию шпурового заряда при взрывании его на неограниченную свободную поверхность.

Предельные пробивные расстояния для вспомогательных и оконтуривающих шпуров при их диаметре 42 мм, заряженных аммонитом № 6ЖВ в патронах диаметром 32 мм, приведены в табл. 5.10.

Таблица 5.10

**Предельные пробивные расстояния для вспомогательных и оконтуривающих шпуров, мм**

| Диаметр шпуров, мм | Коэффициент крепости пород $f$ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2-5 | 6-7 | 8-9 | 10-12 | 13-15 | 16-17 | 18-20 |
| 42 | 1000-900 | 800 | 700 | 650 | 600 | 550 | 500 |

Опыт работы и расчёты показывают, что для образования врубовой полости сечением 0,8-1,4 м$^2$ необходимо принять 8-12 шпуров в зависимости от диаметра компенсационной полости и коэффициента крепости пород.

При применении щелевого вруба пробивное расстояние между заряжаемыми и холостыми шпурами принимается по данным табл. 5.8. Количество заряжаемых $N_з$ и холостых $N_х$ шпуров в щелевом врубе при их одинаковом диаметре определяют по формулам:

$$N_з = \frac{H}{2(W_1 + d)} + 1, \tag{5.7}$$

$$N_x = \frac{H}{2(W_1 + d)}, \tag{5.8}$$

где $H$ – высота вруба, мм;

$W_1$ – пробивное расстояние, мм;

$d$ – диаметр шпуров, мм.

Щелевой вруб (рис. 5.2, *б*) высотой 1000 мм с последующим расширением полости четырьмя шпурами дает высокие показатели в породах любой крепости и в выработках любого сечения. Пробивное расстояние $W_2$ для шпуров, взрываемых во вторую очередь, принимается равным 500 мм, а расстояние между шпурами по вертикали 700–800 мм в породах любой крепости.

Могут быть приняты другие конструкции прямых врубов, но принцип расчета их параметров будет аналогичен.

После расчета параметров принятого прямого вруба (пробивных расстояний и числа шпуров во врубе) определяется площадь вруба по забою выработки, что необходимо для определения количества остальных шпуров.

Глубина (длина) холостых и заряжаемых шпуров прямого вруба должна приниматься больше на 10 % по сравнению с глубиной вспомогательных и оконтуривающих шпуров.

При ведении взрывных работ на угольных шахтах, опасных по газу или пыли, при определении расстояний между смежными шпурами следует придерживаться дополнительных требований ЕПБ.

Расстояние от заряда ВВ до ближайшей поверхности должно быть не менее 0,5 м по углю и не менее 0,3 м по породе, в том числе и при взрывании зарядов в породном негабарите. В случае применения ВВ VI класса при взрывании по углю это расстояние допускается уменьшать до 0,3 м.

Минимально допустимые расстояния между смежными (взрываемыми последовательно) шпуровыми зарядами должны соответствовать данным табл. 5.11.

В породах с $f$ >10 расстояние между смежными шпуровыми зарядами должно определяться нормативами, разработанными по согласованию с организацией-экспертом по безопасности работ.

Поскольку при применении прямых врубов с незаряжаемыми шпурами (см. рис. 3.2) данные требования, как правило, невыполнимы, то в угольных шахтах, опасных по газу или пыли, применяются прямые врубы, работающие по принципу воронкообразования.

Таблица 5.11

**Минимально допустимые расстояния между смежными шпуровыми зарядами**

| Условия взрывания | Класса ВВ | | | |
|---|---|---|---|---|
| | II | III-IV | V | VI |
| По углю | 0,6 | 0,6 | 0,5 | 0,4 |
| По породе: | | | | |
| при $f$ <7 | 0,5 | 0,45 | 0,3 | 0,25 |
| при $f$ >10 | 0,4 | 0,3 | – | – |

В породах с коэффициентом крепости $f$ < 6 обычно применяется прямой призматический вруб из 4–6 шпуров, которые располагаются по контуру окружности или периметру прямоугольника и взрываются одновременно в один приём. Расстояние между врубовыми шпурами следует принимать в соответствии с рекомендациями табл. 5.11. При проведении выработок в более крепких породах целесообразно использовать двойной призматический вруб из 6–8 шпуров с соблюдением тех же требований, которые взрываются короткозамедленно и последовательно в два приёма.

### 5.2.4. Определение удельного заряда ВВ

Величина удельного заряда ВВ, т. е. количество ВВ, необходимое для заряжания в шпуры единицы объёма обуренного массива (с учетом эффективного разрушения), зависит от крепости пород, сечения выработки, типа ВВ и условий взрывания (наличия обнажённой поверхности, структуры породы, плотности ВВ при заряжании, типа вруба).

Удельный заряд **при врубах с наклонными шпурами** рекомендуется определять по видоизменённой формуле Н. М. Покровского:

$$q = 0{,}1 \cdot f \cdot f_1 \cdot v / e, \qquad (5.9)$$

где $q$ – удельный заряд ВВ, кг/м$^3$;

$f$ – коэффициент крепости по М. М. Протодьяконову. В породах с $f > 16$ в формуле (5.9) принимать 0,08 вместо 0,1;

$f_1$ – коэффициент структуры породы;

$v$ – коэффициент зажима породы, зависящий от площади поперечного сечения выработки и количества обнажённых поверхностей;

$e$ – коэффициент взрывной эффективности заряда ВВ.

Коэффициент относительной эффективности заряда ВВ определяется из выражения

$$e = \frac{Q_{\text{ид}} \cdot \rho}{Q_{\text{ид.э}} \cdot \rho_{\text{э}}}, \tag{5.10}$$

где $Q_{\text{ид}}$, $Q_{\text{ид.э}}$ – идеальная работа взрыва принятого и эталонного ВВ, кДж/кг;

$\rho$, $\rho_{\text{э}}$ – плотность заряда принятого и эталонного ВВ, кг/м$^3$.

Необходимые данные для расчета величины $e$ принимают из табл. 5.2. При средней плотности заряда ВВ значение коэффициента взрывной эффективности можно принять из этой же таблицы. В качестве эталонного ВВ в формуле (5.10) и в табл. 5.2 принят аммонит № 6ЖВ.

Значение коэффициента структуры породы $f_1$ принимается из табл. 5.12.

Таблица 5.12

**Коэффициент структуры породы $f_1$**

| Характеристика пород | Категория пород | Коэффициент структуры породы $f_1$ |
|---|---|---|
| Монолитные, крепкие, вязкие, упругие | I | 1,6 |
| Трещиноватые, крепкие | II | 1,2-1,4 |
| Массивно-хрупкие | III | 1,1 |
| Сильнотрещиноватые, мелкослоистые, большинство пород угольных бассейнов | IV | 0,8-0,9 |

Коэффициент зажима породы при одной обнаженной поверхности в забоях горизонтальных и наклонных выработок определяется из выражения

$$v = \frac{6{,}5}{\sqrt{S_{\text{вч}}}}, \tag{5.11}$$

где $S_{\text{вч}}$ – площадь поперечного сечения вчерне, м$^2$.

При двух обнаженных поверхностях коэффициент зажима принимается в пределах $v$ = 1,1–1,4 (меньшие значения – для больших сечений выработок).

**При щелевом врубе на полную высоту выработки** для определения удельного заряда для шпуров по забою, кроме врубовых, в формуле (5.9) следует принимать коэффициент зажима породы $v$ = 1,4.

**Прямые (дробящие) врубы** требуют повышенного удельного заряда ВВ. По формуле (5.9) при применении прямых врубов определяют удельный заряд только для вспомогательных и оконтуривающих шпуров с коэффициентом зажима породы $v$ = 1,1–1,4.

### 5.2.5. Выбор диаметра шпура

Диаметр шпуров выбирается в зависимости от стандартного диаметра патрона принятого типа ВВ. В табл. 5.2 указаны стандартные диаметры патронов промышленных ВВ. При выпуске ВВ в патронах различных диаметров следует принимать диаметр патрона с учётом сечения выработки и типа буровой техники. При использовании мощных бурильных машин и при больших сечениях выработки принимают патроны с большим диаметром или механизированное заряжание гранулированными ВВ.

При применении метода контурного взрывания в оконтуривающих шпурах следует уменьшить линейную плотность заряжания. С этой целью рекомендуется применять, например, специальные патроны типа ЗКВК из аммонита № 6ЖВ диаметром 26 мм длиной 360 мм в полиэтиленовых оболочках. Эти патроны имеют соединительные муфты с лепестками, позволяющими стыковать их и центрировать по оси шпура с созданием воздушного промежутка между патронами и стенками шпура.

Диаметр шпуров при использовании патронированных ВВ принимается не менее чем на 5 мм больше диаметра патрона. При применении машин ударного-поворотного и вращательного-ударного бурения и патронированных ВВ диаметр шпуров обычно составляет 38–42 мм. При механизированном заряжании шпуров гранулированными ВВ в горнорудной промышленности диаметр шпуров принимается в пределах от 38 до 52 мм в зависимости от сечения выработки, детонационной способности ВВ и взрываемости пород.

При бурении по углю и породам угольной формации используются шпуры диаметром 37–46 мм.

### 5.2.6. Определение количества шпуров

Количество шпуров в забое зависит от физико-механических свойств пород, поперечного сечения выработки, параметров зарядов и типа принятого вруба.

Количество шпуров на забой **при врубах с наклонными шпурами** определяют по формуле проф. Н. М. Покровского

$$N = q \cdot S_{вч} / \gamma, \qquad (5.12)$$

где $q$ – удельный заряд ВВ, определяемый по формуле (1.9), кг/м$^3$;

$S_{вч}$ – площадь сечения выработки вчерне, м$^2$;

$\gamma$ – весовое количество ВВ (вместимость), приходящееся на 1 м шпура, кг/м.

$$\gamma = 3{,}14\, d^{\,2} \rho \alpha / 4, \qquad (5.13)$$

где $d$ – диаметр заряда (патрона ВВ или шпура), м;

ρ – плотность ВВ в заряде, кг/м$^3$;

α – коэффициент заполнения шпуров.

При ручном заряжании без уплотнения ВВ в шпуре используется параметр «диаметр патрона», а параметр «диаметр шпура» – при уплотнении патронов вручную с разрезанием оболочки или при механизированном заряжании.

При разрезании оболочки патронов плотность ВВ в шпуре принимается равной 0,9 от плотности ВВ в патроне (см. табл. 5.2). При механизированном заряжании шпуров гранулированными ВВ плотность ВВ в шпуре составляет 1150–1200 кг/м$^3$.

Коэффициент заполнения шпуров в выработках шахт, не опасных по взрыву газа или пыли, проходимых в крепких породах, принимается максимальным (0,7-0,9).

В выработках шахт, опасных по газу или пыли и в породах с $f$ = 2-8 – коэффициент заполнения принимается 0,35-0,55; в более крепких породах – 0,5-0,6. При этом при ведении взрывных работ на угольных шахтах, опасных по взрыву газа или пыли, величина забойки должна быть не менее 0,5 м.

Во всех случаях с увеличением длины шпуров коэффициент заполнения шпуров увеличивается.

Полученное по формуле (5.12) количество шпуров является ориентировочным (см. табл. 5.13) и может быть изменено при необходимости на 10–15 %. Окончательно число шпуров принимается после вычерчивания схемы расположения шпуров в сечении выработки (рекомендуемый масштаб – 1:50-1:20), и только затем возобновляется расчёт.

Таблица 5.13

**Ориентировочное количество шпуров на забой в зависимости от коэффициента крепости пород и сечения выработок**

| Коэффициент крепости пород $f$ | Сечение выработки вчерне, м$^2$ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 |
| 2-4 | 8-11 | 12-16 | 17-21 | 22-27 | 28-33 | 34-38 | 35-42 |
| 5-7 | 12-16 | 17-21 | 22-27 | 28-33 | 34-38 | 39-42 | 43-46 |
| 8-10 | 16-20 | 21-26 | 27-32 | 33-37 | 38-42 | 42-46 | 47-50 |
| 12-14 | 20-24 | 26-30 | 32-36 | 37-42 | 42-46 | 46-50 | 50-54 |
| более 14 | 26-28 | 32-36 | 36-40 | 44-48 | 48-52 | 52-54 | 56-60 |

При вычерчивании схемы расположения шпуров при любом типе вруба среднее расстояние между рядами вспомогательных шпуров, между вспомогательными и оконтуривающими и между шпурами в рядах должно быть примерно одинаковым и приниматься в соответствии с рекомендациями табл. 1.10 или определяться из выражения

$$a = \sqrt{\frac{S_{\text{вч}} - S_{\text{вр}}}{N - N_{\text{вр}}}}, \qquad (5.14)$$

где $S_{вч}$ – площадь сечения выработки вчерне, м$^2$;

$S_{вр}$ – площадь сечения врубовой полости (для вертикального клинового вруба принимается равной половине площади прямоугольника, образованного устьями врубовых шпуров на плоскости забоя), м$^2$;

$N$, $N_{вр}$ – общее число на забой и число врубовых шпуров.

Оконтуривающие шпуры располагают с наклоном 85–87$^o$ к плоскости забоя с таким расчетом, чтобы их концы вышли за проектный контур сечения выработки вчерне только за линией уходки. Забуриваются оконтуривающие шпуры на минимальном расстоянии (150–200 мм) от проектного контура выработки с учётом принятой буровой техники.

**При применении прямых врубов** количество шпуров определяется по формуле

$$N = N_{вр} + q\cdot(S_{вч}–S_{вр})/\gamma, \qquad (5.15)$$

где $N_{вр}$ – количество врубовых шпуров (см. раздел 1.2.3.2);

$S_{вр}$ – площадь поперечного сечения прямого вруба, м$^2$.

При контурном взрывании число оконтуривающих шпуров необходимо увеличивать. При этом параметры зарядов в оконтуривающих шпурах (удельный заряд, расстояние между шпурами и др.) рассчитываются по специальным методикам ([3] и др.).

### 3.2.7. Определение расхода взрывчатых материалов

Количество ВВ (кг) на цикл при **врубах с наклонными шпурами**

$$Q = q\cdot S_{вч}\cdot l_{шп}, \qquad (5.16)$$

где $l_{шп}$ – глубина заходки, равная глубине вспомогательных и оконтуривающих шпуров, м.

Средняя величина заряда (кг) на один шпур

$$q'_{ср} = Q / N. \qquad (3.17)$$

Количество ВВ (кг) на цикл **при врубах с прямыми шпурами** (кг)

$$Q = Q_{вр} + q\cdot(S_{вч} – S_{вр})\cdot l_{шп}, \qquad (5.18)$$

где $Q_{вр}$ – количество ВВ во врубовых шпурах, принимается как сумма зарядов врубовых шпуров. Величина заряда (кг) во врубовый шпур принимается

$$q'_{вр} = 0{,}785\cdot d^2\cdot\rho\cdot\alpha\cdot l_{вр}, \qquad (5.19)$$

где $d$ – диаметр патрона ВВ или шпура, в зависимости от способа заряжания, м;

$\rho$ – плотность ВВ в заряде, кг/м$^3$;

$\alpha$ – коэффициент заполнения врубового шпура, 0,7-0,95 (в зависимости от длины шпуров и крепости пород);

$l_{вр}$ – длина врубовых шпуров, м (принимается на 10 % больше длины вспомогательных и оконтуривающих шпуров).

Средняя величина заряда (кг) на один вспомогательный и оконтуривающий шпур **при прямых врубах**

$$q''_{ср} = \frac{q \cdot (S_{вч} - S_{вр}) \cdot l_{шп}}{N - N_{вр}} . \quad (5.20)$$

При распределении ВВ по шпурам величину заряда во врубовые шпуры **при наклонных врубах** следует принимать на 10-20 % больше средней величины $q'_{ср}$ (кг)

$$q^*_{вр} = (1{,}1 \div 1{,}2)\, q'_{ср}. \quad (5.21)$$

В оконтуривающих шпурах, кроме почвенных, при любых типах врубов величину заряда следует уменьшать на 10-20 % по сравнению со средней величиной $q'_{ср}$ (кг)

$$q^*_{ок} = (0{,}9 \div 0{,}8)\, q'_{ср}. \quad (5.22)$$

Обычно в практике взрывных работ величина заряда во вспомогательных шпурах принимается равной средней величине заряда в шпурах $q'_{ср}$:

$$q^*_{всп} = q'_{ср}. \quad (5.23)$$

Полученные величины зарядов во врубовых, вспомогательных и оконтуривающих шпурах при ручном заряжании патронированными ВВ принимают **кратными массе патронов ВВ.**

При механизированном заряжании заряд ВВ в шпуре состоит из патрона-боевика (0,2 или 0,25 кг) и собственно заряда гранулированного ВВ, масса которого принимается кратной 0,1 кг.

После определения величин зарядов ВВ в шпурах каждой группы следует проверить возможность размещения их в шпурах, учитывая длину и массу патронов, а также линейную плотность заряжания при применении гранулированных ВВ.

Фактический расход ВВ (кг) на цикл

$$Q_ф = \sum q^*_{вр} + \sum q^*_{всп} + \sum q^*_{ок}. \quad (5.24)$$

Расход ВВ (кг) на погонный метр выработки

$$Q_м = Q_ф / (l_{шп}\, \eta)\ , \quad (5.25)$$

где $\eta$ – КИШ (принимается равным 0,85-0,95 в зависимости от крепости пород).

Объём горной массы за взрыв

$$Q_{гм} = S_{пр}\, l_{шп}\, \eta, \quad (5.26)$$

где $S_{пр} = S_{вч} \cdot КИС$ – сечение выработки в проходке, м$^2$, которое следует определять в соответствии с рекомендациями таблицы 5.14.

Удельный расход ВВ (кг) на 1 м$^3$ взорванной породы

$$q_р = Q_ф / Q_{гм}. \quad (5.27)$$

Таблица 5.14

**Допустимое нормативное увеличение (в %) поперечного сечения горизонтальных горных выработок при проходке буровзрывным способом**

| Поперечное сечение горных выработок вчерне (по проекту), м$^2$ | Коэффициент крепости пород $f$ | | |
|---|---|---|---|
| | 1–2 | 2–9 | 10–20 |
| до 8 | 5* | 10 | 12 |
| от 8 до 15 | 4 | 8 | 10 |
| более 15 | 3 | 5 | 7 |

*Коэффициент излишка сечения: КИС = 1 + Δ = 1 + 5/100 = 1,05.

Расход ЭД, КД (систем неэлектрического взрывания) определяется по числу взрываемых зарядов.

Расход ЭД, КД на 1 метр выработки:

$$N_м = N_{кд} /(l_{шп}\, \eta). \quad (5.28)$$

Удельный расход ЭД, КД на 1 м$^3$ взорванной породы:

$$N_р = N_{кд} /(S_{пр}\, l_{шп}\, \eta). \quad (5.29)$$

Заводы-изготовители производят неэлектрические системы инициирования с длинами волноводов, определяемыми заказами потребителей.

Длина УВТ ориентировочно определяется по формуле:

$$L_{увт} = l_{шт} + B / 4 + 0{,}5, \quad (5.30)$$

где $B$ – ширина выработки, м;

0,5 –длина УВТ для сборки пучков, м.

## 5.3 РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОВЗРЫВНОЙ СЕТИ

При расчете электровзрывной сети определяют её сопротивление и сопротивление её отдельных ветвей. Для проверки обеспечения безотказности взрывания всех электродетонаторов, включённых в сеть, при известном напряжении (принятом источнике тока) выполняется проверочный расчет, при котором определяют общую величину тока в сети и величину тока, поступающего в каждый электродетонатор.

Если необходимо выбрать источник тока, определяют общее сопротивление сети и минимальную силу тока в цепи, обеспечивающую безотказное взры-

вание всех электродетонаторов, после чего находят необходимое напряжение и подбирают источник тока (табл. 5.15).

Сопротивление магистральных и соединительных проводов, а также участковых, если они имеются при конкретной схеме взрывания, принимается по табличным данным или вычисляется по формуле

$$R = \rho\,(l/S), \qquad (5.31)$$

где $R$ – сопротивление проводов, Ом;

ρ – удельное сопротивление материала проводов, которое принимается для медных проводов $0{,}0172\cdot10^{-6}$, для алюминиевых $0{,}0286\cdot10^{-6}$ и для стальных $0{,}12\cdot10^{-6}$ Ом·м;

$l$ – длина проводов, м. Длину проводов принимают на 10 % больше расчётной, учитывая изгибы и сростки;

$S$ – сечение проводов, м$^2$.

Сопротивление электродетонаторов при расчёте сети принимается по табличным данным с учётом длины выводных проводов (см. табл. 5.3). Сопротивление электродетонаторов нормальной чувствительности в зависимости от длины выводных медных проводов с диаметром жилы 0,5 мм составляет от 1,8 до 3,6 Ом. При расчёте величину сопротивления электродетонаторов нормальной чувствительности обычно принимают равной 3 Ом.

Таблица 5.15

**Взрывные приборы и машинки**

| Наименование прибора (исполнение) | Напряжение, В | Масса, кг | Максимальное сопротивление электровзрывной сети, Ом | Назначение и область применения |
|---|---|---|---|---|
| Конденсаторный взрывной прибор<br>КВП-1/100М (РВ)<br>КВП-2/200М (РН) | <br>600<br>1700 | <br>2<br>2,5 | <br>320<br>1700 | Взрывание ЭД нормальной чувствительности на поверхности и в шахтах, опасных и не опасных по взрыву газа или пыли |
| Конденсаторный взрывной прибор ПИВ-100М (РВ) | 610 | 2,7 | 320 | |
| Конденсаторная взрывная машинка КПМ-3 (РН) | 1600 | 3,0 | 200 | Взрывание ЭД нормальной чувствительности на поверхности и в шахтах, не опасных по взрыву газа или пыли |

При электрическом способе взрывания в каждый электродетонатор нормальной чувствительности должен поступать постоянный гарантийный ток силой не менее $I_{гар}$ = 1 А при числе ЭД до 100 штук и не менее $I_{гар}$ = 1,3 А при числе ЭД более 100 штук, или переменный ток силой не менее $I_{гар}$ = 2,5 А.

Для электродетонаторов пониженной чувствительности к блуждающим токам (ЭД-1-8-Т, ЭД-1-3-Т) гарантийный ток следует принимать не менее 5 А.

Проверочный расчёт электровзрывной сети производится по следующим формулам в зависимости от схемы соединения:

а) при последовательном соединении

$$I = \frac{E}{R + rn}, \quad i = I \geq I_{\text{гар}}, \tag{5.32}$$

б) при параллельном соединении

$$I = \frac{E}{R + r/n}, \quad i = I/n \geq I_{\text{гар}}, \tag{5.33}$$

в) при смешанном последовательно-параллельном соединении

$$I = \frac{E}{R + rn/m}, \quad i = I/m \geq I_{\text{гар}}, \tag{5.34}$$

г) при смешанном параллельно-последовательном соединении

$$I = \frac{E}{R + rm/n}, \quad i = I/m \geq I_{\text{гар}}, \tag{5.35}$$

где $I$ – сила тока в электровзрывной сети, А;

$E$ – электродвижущая сила источника тока или напряжение на клеммах, В;

$R$ – сопротивление всех проводов (магистральных, соединительных, участковых) и внутреннее сопротивление источника, Ом;

$n$ – число последовательно соединённых электродетонаторов в сети или группе;

$m$ – число параллельно включённых групп электродетонаторов при смешанном соединении;

$i$ – сила тока, поступающего в каждый электродетонатор, А;

$I_{\text{гар}}$ – гарантийная сила тока, необходимая для безотказного взрывания электродетонаторов, А;

$r$ – сопротивление электродетонатора, Ом.

При проведении горизонтальных выработок обычно применяется последовательная схема соединения электродетонаторов во взрывной сети. В этом случае общее сопротивление взрывной сети можно определить по формуле:

$$R_{\text{общ}} = r_{\text{п}} + r_{\text{с}}L_{\text{с}} + r_{\text{м}}L_{\text{м}}, \tag{5.36}$$

где $r_{\text{с}}$, $r_{\text{м}}$ – сопротивление соответственно 1 м соединительных и магистральных проводов, Ом (принимается по данным табл. 3.16 или рассчитывается по формуле (5.31));

$L_{\text{с}}$, $L_{\text{м}}$ – длина соответственно соединительных и магистральных проводов, м.

Таблица 5.16

**Характеристики проводов для электровзрывания**

| Обозначение | Назначение | Диаметр жилы, мм | Площадь сечения, мм$^2$ | Сопротивление 1 м провода, Ом/м |
|---|---|---|---|---|
| ВП-05 | соединительные | 0,5 | 0,196 | 0,090 |
| ВП-08 | магистральные | 0,8 | 0,502 | 0,034 |
| ВП-07х2 | магистральные | 0,7х2 | 0,769 | 0,024 |

Магистральные провода (постоянная взрывная магистраль) подключаются обычно на расстоянии не ближе 30 м от забоя и могут отставать от места взрыва не более чем на 100 м. Место укрытия взрывника при проходке горизонтальных выработок должно находиться не ближе 150 м от забоя. Электровзрывная сеть должна быть двухпроводной.

В шахтах (рудниках), опасных по газу или пыли, должны применяться электродетонаторы только с медными проводами. Это требование также распространяется на соединительные и магистральные провода (кабели) электровзрывной сети.

Если проверочный расчет показывает неприменимость последовательной схемы соединения электродетонаторов (ввиду того, что $i < I_{\text{гар}}$), следует принимать последовательно-параллельную схему соединения. Тогда число последовательно включённых электродетонаторов в сети или группе и число групп, включённых параллельно, определяют по формулам

$$n = \frac{E}{2I_{\text{гар}} + R}, \tag{5.37}$$

$$m = \frac{E}{2I_{\text{гар}} + r}. \tag{5.38}$$

Если общее число электродетонаторов, подлежащих взрыванию, равно $M = n \cdot m$, то, определив один из множителей, вычисляют другой.

## 5.4 ВЫБОР БУРОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Тип бурильной машины выбирается в зависимости от коэффициента крепости горных пород, глубины шпуров и необходимой производительности машины при выполняемом объёме буровых работ.

Бурение шпуров производится ручными, колонковыми электро- и пневмосвёрлами, переносными перфораторами и бурильными установками.

Выбор типа бурильной машины и установочного приспособления в зависимости от крепости пород ориентировочно можно производить по табл. 3.1.

Ручные электросвёрла ЭР14Д-2М, ЭР18Д-2М, СЭР-19М применяются для бурения шпуров диаметром 36-44 мм и глубиной до 3 м по углю и породам с коэффициентом крепости до 4.

При бурении по крепким углям и породам средней крепости применяются электросвёрла ЭРП18Д-2М и СРП-1 с принудительной подачей.

Ручные пневматические свёрла СР-3, СР-3М, СПР-8 применяются на шахтах, опасных по газу или пыли, для бурения шпуров диаметром 36 мм и глубиной до 3 м при проведении выработок по углю и породам с коэффициентом крепости до 4. Сверло СГ-3Б с применением пневмоподдержки применяются для бурения шпуров в породах с коэффициентом крепости до 6.

При проведении горизонтальных и наклонных выработок при бурении шпуров диаметром 40-46 мм и глубиной до 5 м в крепких и средней крепости с коэффициентом более 5 применяют переносные перфораторы ПП36В, ПП54В, ПП54ВБ, ПП63В, ПП63ВБ, ПП63П, ПП63С, ПП63СВП массой 24-33 кг с энергией удара от 36 до 63 Дж. Обычно глубина шпуров при бурении переносными перфораторами составляет 1,5-2,5 м.

Таблица 5.17

**Область применения бурильных машин и установочных приспособлений**

| Коэффициент крепости пород | Тип бурильных машин и установочных приспособлений |
|---|---|
| 1,5–3 | Ручные электросвёрла и пневмосвёрла, лёгкие перфораторы на пневмоподдержках |
| 4–6 | Бурильные установки вращательного действия, перфораторы лёгкого и среднего веса на пневмоподдержках, колонковые или длинноходовые электросвёрла на манипуляторах |
| 7–9 | Бурильные установки вращательно-ударного действия, перфораторы среднего веса и тяжёлые на пневмоподдержках, колонковые или длинноходовые электросвёрла на манипуляторах |
| 10–20 | Бурильные установки вращательно-ударного действия, тяжёлые перфораторы на пневмоподдержках, колонковые перфораторы на распорных колонках или манипуляторах |

Телескопные перфораторы ПТ-29М, ПТ36М, ПТ38, ПТ48 применяются при проведении восстающих выработок и для бурения шпуров в крепких породах под анкерную (штанговую) крепь.

Для облегчения труда бурильщиков и повышения скорости бурения применяются колонковые электросвёрла, электросвёрла на манипуляторах и колонковые перфораторы.

Колонковые электросвёрла применяются при бурении шпуров диаметром 36-50 мм в породах с коэффициентом крепости 5-10. Промышленностью выпускаются колонковые электросвёрла ЭБГП-1, ЭБГП-2У5, которые устанавливаются на распорных колонках или на манипуляторах бурильных установок.

Съёмные бурильные машины типа БУЭ вращательного действия применяют на бурильных установках при бурении шпуров диаметром 42 мм, длиной до 3 м в породах с $f$<8.

Колонковые перфораторы, более мощные чем ручные, применяются для бурения шпуров с колонок, манипуляторов и буровых кареток при проведении выработок в крепких и очень крепких породах.

В горнодобывающей промышленности применяют колонковые перфораторы ПК-50, ПК-65, ПК-75, ПК-120, ПК-150. Применение колонковых перфораторов и электросвёрл на распорных колонках при проходке выработок ограничено из-за значительных затрат времени на монтаж, демонтаж и переустановку колонок. Поэтому чистое время бурения составляет 20-35 % от общих затрат времени на бурения шпуров.

Механизированное бурение шпуров производят бурильными установками (каретками) и навесным оборудованием, смонтированным на погрузочных машинах.

Отечественной промышленностью выпускаются бурильные установки (каретки) вращательного бурения с колонковыми электросверлами БУЭ-1м, БУЭ-2, вращательно-ударного и ударно-поворотного бурения БУ-1, БУР-2, СБУ-2м, СБУ-2К, УБШ.

В угольной промышленности наибольшее распространение получили установки БУ-1, БУР-2, БУЭ-1 и БУЭ-2. С использованием этих установок проводят около 50 % выработок.

Установки вращательного бурения применяют при проведении выработок в породах с $f$ < 8; ударно вращательного действия с машинами БГА-1 в породах с $f$ = 6-10, с машинами БГА-1М, БГА-2М в породах с $f$ = 10-14; ударно-поворотного действия в породах с $f$ = 10-20.

Технические характеристики бурильных установок приведены в табл. 5.2 – 5.3.

При определении бурильного оборудования следует принимать один перфоратор (сверло) не менее чем на 2 м$^2$ площади забоя горизонтальной или наклонной выработки; на каждые три рабочие машины одну резервную.

Одну бурильную установку принимают не менее чем на 9 м$^2$ площади забоя горизонтальной выработки. На каждую работающую в забое установку – рабочий и резервный комплекты инструмента.

Таблица 5.18

**Характеристики отечественных бурильных установок для бурения шпуров при проходке горизонтальных выработок**

| Характеристики | Тип бурильной установки | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | УБШ-204 (БУЭ-1М) | УБШ-214А | УБШ-308У (1СБУ-2) | УБШ-303 (1БУР-2) | УБШ-254 | УБШ-332Д |
| Коэффициент крепости пород $f$ | 4-8 | 4-16 | 8-14 | 4-16 | 8-14 | 8-14 |
| Диаметр шпуров, мм | 42 | 42-52 | 42-52 | 42-52 | 42-52 | 42-52 |
| Длина шпуров, м | 2,75 | 2,75 | 2,8 | 2,8 | 2,4 | 3,0 |

| Зона бурения, м$^2$ | | 6-12 | 4,2-12 | до 20 | до 20 | до 12 | 8-22 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Бурильная машина | тип | БУЭ | М2 (БГА-2М) | М2 (БГА-2М) | М2 (БГА-2М) | «Норит-1» (гидравл.) | М2 (БГА-2М) |
| | кол-во | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 |
| Тип платформы | | рельс. | рельс. | гусен. | рельс. | гусен. | пневм. |
| Размеры (м) в транспортном положении: длина | | 8,2 | 6,0 | 7,8 | 7,1 | 7,2 | 11,0 |
| ширина | | 1,3 | 1,0 | 1,6 | 1,15 | 1,4 | 1,75 |
| высота | | 0,9 | 1,5 | 1,7 | 1,65 | 1,8 | 2,3 |
| Масса, т | | 5,4 | 4 | 8,6 | 5 | 7,2 | 12 |

Таблица 5.19

**Характеристики зарубежных бурильных установок для бурения шпуров при проходке горизонтальных выработок**

| Характеристики | | Тип бурильной установки | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Minimatic 205-40 | Mini 206-60 | Paramatic 305-60 | Rocket Bomer 104S | Rocket Bomer 282S |
| Коэффициент крепости пород $f$ | | 8-20 | 8-20 | 8-20 | 8-20 | 8-20 |
| Диаметр шпуров, мм | | 32-50 | 32-50 | 32-50 | 32-50 | 32-50 |
| Длина шпуров, м | | 3,4 | 3,4 | 3,4 | 4,0 | 4,0 |
| Высота обуривания, м | | 6,0 | 6,4 | 7,1 | 4,7 | 6,3 |
| Ширина обуривания, м | | 8,8 | 9,8 | 10,4 | 4,7 | 8,7 |
| Зона бурения, м$^2$ | | 8-49 | 8-60 | 12-68 | до 20 | до 45 |
| Бурильная машина | тип | HL 510S-45 гидравл. | HL 510S-45 гидравл. | HL 510S-45 гидравл. | COP 1838 ME пневмат. | COP 1838 ME пневмат. |
| | кол-во | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 |
| Тип платформы | | пневм. | пневм. | пневм. | пневм. | пневм. |
| Размеры (м) в транспортном положении: длина | | 12,3 | 12,7 | 5,3 | 9,8 | 12,1 |
| ширина | | 1,98 | 2,24 | 2,5 | 2,0 | 2,0 |
| высота | | 2,35 | 2,35 | 2,8 | 2,6 | 3,1 |
| Масса, т | | 19 | 20 | 36 | 14 | 18 |

При применении бурильных установок глубина шпуров изменяется от 2 до 3,75 м. В этом случае необходимо использование прямых врубов, так как обуривание вертикального клинового вруба в большинстве случаев технически неосуществимо из-за невозможности соблюдения требуемого угла наклона врубовых шпуров.

При ручном бурении шпуров площадь забоя, приходящаяся на одну бурильную машину, изменяется в широких пределах – от 2 до 5 м$^2$.

## 5.5. СОСТАВЛЕНИЕ ПАСПОРТА БУРОВЗРЫВНЫХ РАБОТ

На основании выполненных расчетов составляется паспорт буровзрывных работ, который включает в себя: характеристику выработки; характеристику пород; схему расположения шпуров в трёх проекциях; наименования ВМ; способ взрывания; данные о способе заряжания, числе шпуров, их глубине и диаметре, массе и конструкции зарядов, последовательности и количестве приёмов взрывания зарядов, материале забойке и её длине, длинах ударно-волновых трубок систем неэлектрического взрывания; схему монтажа взрывной (электровзрывной) сети с указанием длины (сопротивления), замедлений, схемы и времени проветривания забоя.

Дополнительно указывается величина радиуса опасной зоны, места укрытий взрывника и рабочих, установки постов охраны и предупредительных знаков.

В шахтах, опасных по взрыву газа или пыли, в паспорте должны быть указаны количество и схема расположения специальных средств по предотвращению взрывов газа (пыли), а также режим взрывных работ.

*Пример оформления графической части:*

**Паспорт**
**буровзрывных работ на проведение**

_____
(*наименование выработки*)

**1. Характеристика выработки**

1.1. Форма сечения выработки _____
1.2. Площадь поперечного сечения выработки вчерне, м$^2$ _____
1.3. Размеры сечения выработки - высота, м _____
- ширина, м _____
1.4. Категория шахты по газу или пыли _____

**2. Характеристика пород**

2.1. Наименование пород _____
2.2. Коэффициент крепости пород по шкале М. М. Протодьяконова _____
2.3. Трещиноватость пород _____
2.4. Обводнённость пород _____

**3. Исходные данные**

3.1. Наименование ВВ и средств инициирования _____
3.2. Способ взрывания _____
3.3. Диаметры - шпуров, мм _____
- патронов, мм _____
3.4. Тип вруба _____
3.5. Материал забойки _____
3.6. Схема соединения электродетонаторов _____
3.7. Источник электрического тока _____

**4. Расчётные данные по шпурам**

| №№ шпуров | Наименование шпуров по назначению | Глубина шпуров, м | Угол наклона шпуров, град. | Расстояние между шпурами, м | Величина заряда в шпуре, кг | Длина заряда, м | Длина забойки в шпуре, м | Очередность взрывания, интервал замедления, мс | Примечания |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| | | | | | | | | | |

**5. Схема расположения шпуров**

Схема расположения вычерчивается в масштабе 1:50 или 1:20 в трёх проекциях (см. Приложение 3). При применении прямых врубов дополнительно в масштабе 1:20 или 1:10 приводится схема вруба.

**6. Конструкции зарядов**

В схемах конструкций врубовых, вспомогательных (отбойных) и оконтуривающих зарядов указывается место установки патронов-боевиков, количество патронов, длина заряда и забойки.

## 7. Основные показатели буровзрывных работ

| № п/п | Показатели | Единица измерения | Количество |
|---|---|---|---|
| 1 | Коэффициент использования шпуров | - | |
| 2 | Подвигание забоя за взрыв | - | |
| 3 | Объём горной массы за взрыв | $м^3$ | |
| 4 | Количество шпуров на цикл | шт. | |
| 5 | Количество шпурометров на цикл | м | |
| 6 | Количество шпурометров на 1 погонный метр выработки | м шп./м | |
| 7 | Количество шпурометров на 1 $м^3$ взорванной породы | м шп./$м^3$ | |
| 8 | Расход ВВ на цикл | кг | |
| 9 | Расход ВВ на 1 метр выработки | кг/м | |
| 10 | Расход ВВ на 1 $м^3$ взорванной породы | кг/$м^3$ | |
| 11 | Расход средств инициирования на цикл:<br>ЭД<br>КД (СИНВ-Ш)<br>детонирующего шнура | <br>шт.<br>шт.<br>м | |
| 12 | Расход средств инициирования на 1 метр выработки:<br>ЭД<br>КД (СИНВ-Ш)<br>детонирующего шнура | <br>шт.<br>шт.<br>м | |

## 8. Меры безопасности

8.1. Место укрытия взрывника и рабочих на момент взрыва_____

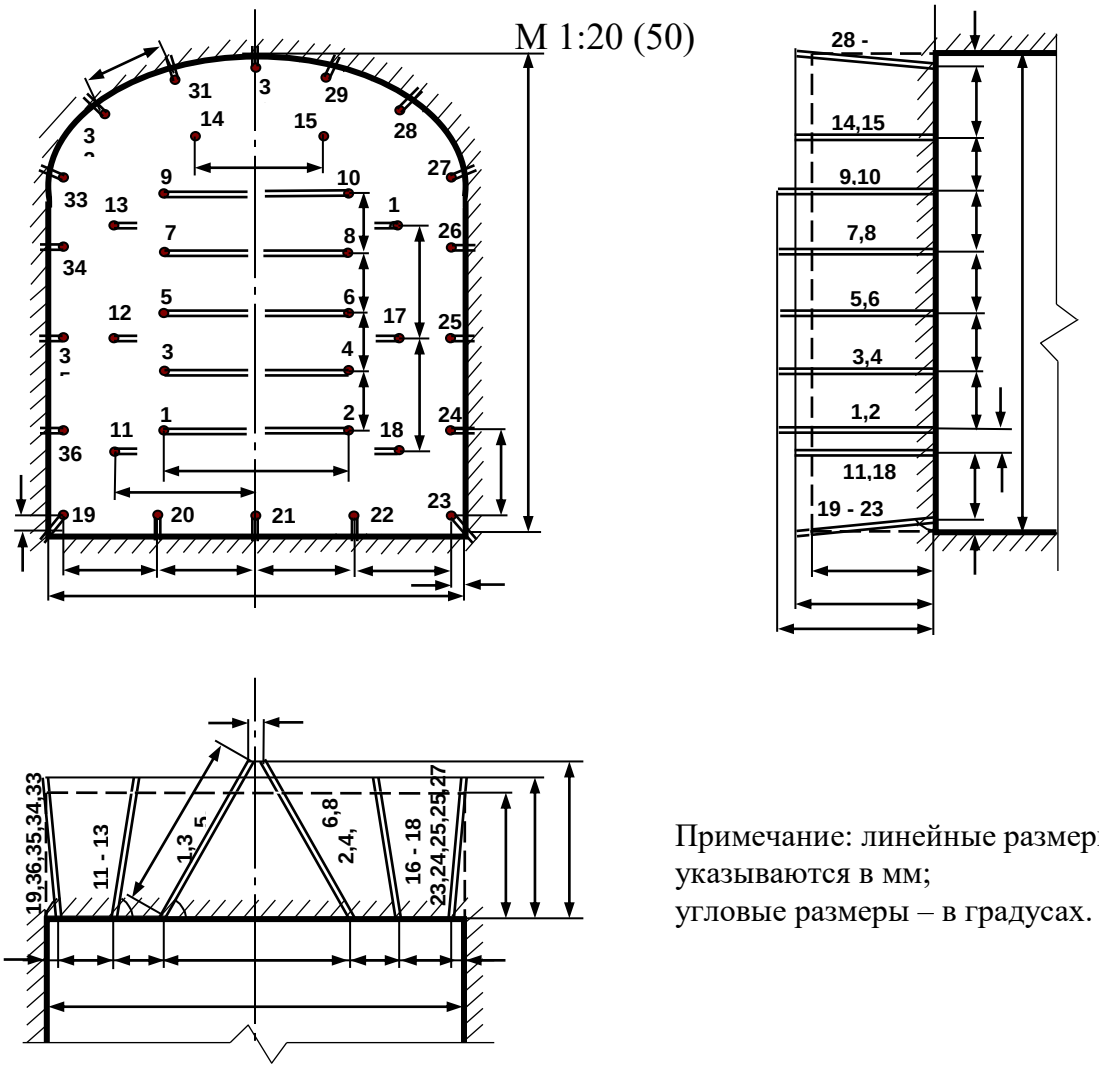
8.2. Место выставления постов_____

8.3. Время проветривания после взрыва_____

8.4. Мероприятия по подавлению пыли_____

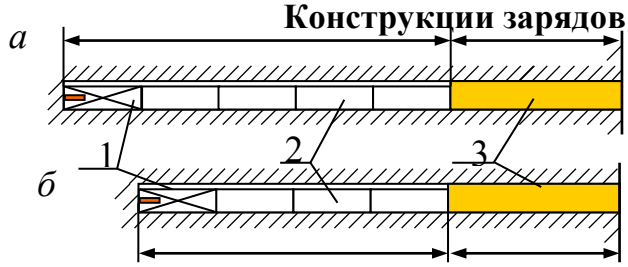
8.5. Другие дополнительные меры безопасности_____

**Схема расположения шпуров**




Примечание: линейные размеры указываются в мм;
угловые размеры – в градусах.

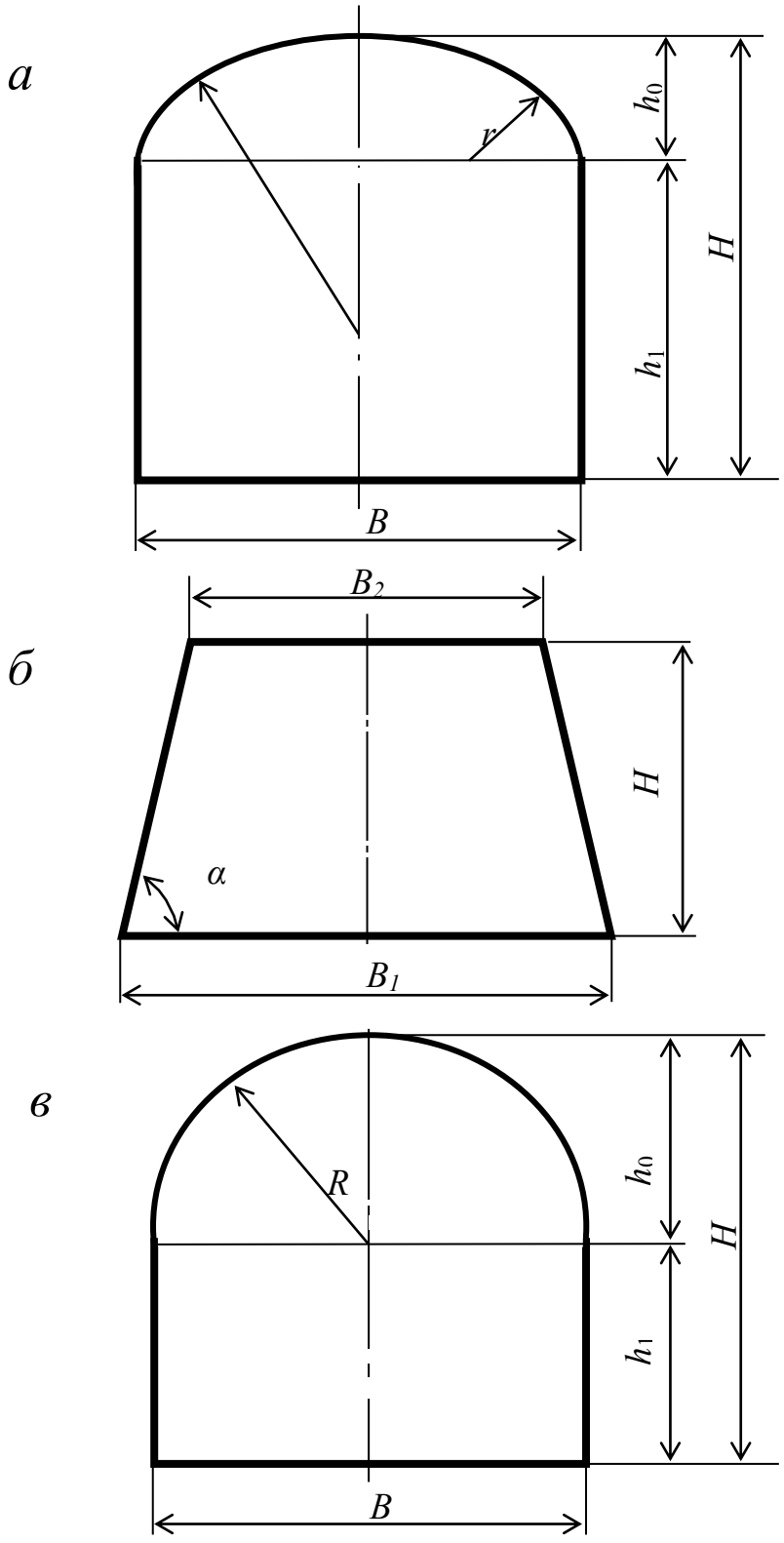
**Конструкции зарядов**




*а* – врубовые шпуры;
*б* – вспомогательные (отбойные) и оконтуривающие шпуры;
1 – патрон-боевик (аммонит № 6ЖВ);
2 – патроны ВВ (аммонит № 6ЖВ);
3 – забойка (песчано-глиняная, водяная)

*Примечание*. В шахтах, не опасных по взрыву газа или пыли, допускается взрывание зарядов без забойки (устанавливается руководителем предприятия и указывается в паспорте БВР).

**Формы поперечного сечения горизонтальных выработок**




$h_0 = B / 3$;
$h_1 = B - h_0$;
$R = 0{,}694\ B$;
$R = 0{,}262\ B$.

$$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{2H}{B_1 - B_2}$$

Рис. П4.1. Формы поперечного сечения горизонтальных выработок:
*а* – сводчатая с трёхциркульным (коробовым) сводом;
*б* – трапецевидная;
*в* – арочная с полуциркульным сводом

Формулы для вычисления площади поперечного сечения и периметра выработок:

| Форма поперечного сечения выработки | Площадь поперечного сечения | Периметр |
|---|---|---|
| Сводчатая с коробовым сводом | $B \cdot (h_1 + 0{,}26 \cdot B)$ | $2 \cdot h_1 + 2{,}33 \cdot B$ |
| Трапециевидная | $\frac{B_1 + B_2}{2} \cdot H$ | $B_1 + B_2 + \frac{2H}{\cos \alpha}$ |
| Арочная с полуциркульным сводом | $B \cdot (h_1 + 0{,}39 \cdot B)$ | $2 \cdot h_1 + 2{,}57 \cdot B$ |

## Рекомендуемая литература

1. Корнилков М.В. Разрушение горных пород взрывом: конспект лекций. - Урал. гос. горный ун-т. - Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2008. - 202 с.

2. Латышев О.Г., Петрушин А.Г., Азанов М.А. Промышленные взрывчатые материалы: учебное пособие. - Урал. гос. горный ун-т. - Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2009. - 221 с.

3. Кутузов Б.Н. Методы ведения взрывных работ. Часть 1. Разрушение горных пород взрывом: Учебник. – М.: Изд. МГГУ, 2007. – 345 с.

4. Кутузов Б.Н. Безопасность взрывных работ в горном деле и промышленности. – М.: Горная книга, 2009. – 670 с.

5. Латышев О.Г. Физика разрушения горных пород при бурении и взрывании: Учебное пособие. Екатеринбург: Изд. УГГУ, 2004. – 201 с.

6. Правила безопасности при взрывных работах (утверждены приказом Ростехнадзора от 16.12.2013 г. № 605; в редакции приказа Ростехнадзора от 30.11.2017 г. № 518). – М., 2018.

7. Взрывчатые вещества и средства инициирования. Каталог. М.: ГосНИП «РАСЧЕТ», 2003. 269 с.

8. Справочник взрывника / Под общей редакцией Б. Н. Кутузова. М.: Недра, 1988. 511 с.

Учебное издание

Сынбулатов Владимир Владимирович
Прищепа Дмитрий Вячеславович

# БУРОВЗРЫВНЫЕ РАБОТЫ

Учебно-методическое пособие к самостоятельной работе, выполнению контрольных и практических работ по дисциплине «Буровзрывные работы» для студентов специальности 21.05.03 «Технология геологической разведки»

Редактор *Д. В. Прищепа*

Подписано в печать «__»_____2019 г. Бумага писчая. Формат 60 × 84 1/16.
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.
Печ. л. 3,68. Уч.-изд. л. 5,4. Тираж 100. Заказ №

Издательство УГГУ
620144, Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

# Б1.О. 26.01. РАЗВИТИЕ НАВЫКОВ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ

Специальность
***21.05.03 Технология геологической разведки***

Специализация № 3
***Технология и техника разведки месторождений полезных ископаемых***

форма обучения: **очная, заочная**

год набора: 2021

Автор: Гладкова И. В., доцент, к. ф. н.

Екатеринбург

**СОДЕРЖАНИЕ**


| | | |
|---|---|---|
| | Введение | 3 |
| 1 | Методические рекомендации по работе с текстом лекций | 5 |
| 2 | Методические рекомендации по подготовке к опросу | 7 |
| 3 | Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации) | 9 |
| 4 | Методические рекомендации по написанию эссе | 11 |
| 5 | Методические рекомендации по подготовке к семинарским занятиям | 14 |
| 6 | Методические рекомендации по подготовке к дискуссии | 15 |
| 7 | Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов | 17 |
| | Заключение | 20 |
| | Список использованных источников | 21 |

## ВВЕДЕНИЕ

Инициативная самостоятельная работа студента есть неотъемлемая составная часть учебы в вузе. В современном формате высшего образования значительно возрастает роль самостоятельной работы студента. Правильно спланированная и организованная самостоятельная работа обеспечивает достижение высоких результатов в учебе.

**Самостоятельная работа студента (СРС)** - это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, при сохранении ведущей роли студентов.

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности. Ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровней. Самостоятельная работа студента – важнейшая составная часть учебного процесса, обязательная для каждого студента, объем которой определяется учебным планом. Методологическую основу СРС составляет деятельностный подход, при котором цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, т. е. на реальные ситуации, в которых студентам надо проявить знание конкретной дисциплины. Предметно и содержательно СРС определяется государственным образовательным стандартом, действующими учебными планами и образовательными программами различных форм обучения, рабочими программами учебных дисциплин, средствами обеспечения СРС: учебниками, учебными пособиями и методическими руководствами, учебно-программными комплексами и т.д.

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

***Самостоятельная работа студента*** - это особым образом организованная деятельность, включающая в свою структуру такие компоненты, как:

- уяснение цели и поставленной учебной задачи;
- четкое и системное планирование самостоятельной работы;
- поиск необходимой учебной и научной информации;
- освоение информации и ее логическая переработка;
- использование методов исследовательской, научно-исследовательской работы для решения поставленных задач;
- выработка собственной позиции по поводу полученной задачи;
- представление, обоснование и защита полученного решения;

- проведение самоанализа и самоконтроля.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

*Аудиторная самостоятельная работа* по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию: текущие консультации, коллоквиум, прием и разбор домашних заданий и другие.

*Внеаудиторная самостоятельная работа* - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия: подготовка презентаций, составление глоссария, подготовка к практическим занятиям, подготовка рецензий, аннотаций на статью, подготовка к дискуссиям, круглым столам.

СРС может включать следующие формы работ:

- изучение лекционного материала;
- работа с источниками литературы: поиск, подбор и обзор литературы и электронных источников информации по заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий, выдаваемых на практических занятиях: тестов, докладов, контрольных работ и других форм текущего контроля;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение; подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе или коллоквиуму;
- подготовка к зачету, экзамену, другим аттестациям;
- написание реферата, эссе по заданной проблем;
- выполнение расчетно-графической работы;
- выполнение выполнение курсовой работы или проекта;
- анализ научной публикации по определенной преподавателем теме, ее реферирование;
- исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения. Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

Подготовка к самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

## 1. Методические рекомендации по работе с текстом лекций

На лекционных занятиях необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на формулировки, определения, раскрывающие содержание тех или иных понятий, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском мастерстве. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента, и помогает усвоить учебный материал.

Желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений, фиксировать вопросы, вызывающие личный интерес, варианты ответов на них, сомнения, проблемы, спорные положения. Рекомендуется вести записи на одной стороне листа, оставляя вторую сторону для размышлений, разборов, вопросов, ответов на них, для фиксирования деталей темы или связанных с ней фактов, которые припоминаются самим студентом в ходе слушания.

Слушание лекций - сложный вид интеллектуальной деятельности, успех которой обусловлен *умением слушать*, и стремлением воспринимать материал, нужное записывая в тетрадь. Запись лекции помогает сосредоточить внимание на главном, в ходе самой лекции продумать и осмыслить услышанное, осознать план и логику изложения материала преподавателем.

Такая работа нередко вызывает трудности у студентов: некоторые стремятся записывать все дословно, другие пишут отрывочно, хаотично. Чтобы избежать этих ошибок, целесообразно придерживаться ряда правил.

1. После записи ориентирующих и направляющих внимание данных (тема, цель, план лекции, рекомендованная литература) важно попытаться проследить, как они раскрываются в содержании, подкрепляются формулировками, доказательствами, а затем и выводами.

2. Записывать следует основные положения и доказывающие их аргументы, наиболее яркие примеры и факты, поставленные преподавателем вопросы для самостоятельной проработки.

3. Стремиться к четкости записи, ее последовательности, выделяя темы, подтемы, вопросы и подвопросы, используя цифровую и буквенную нумерацию (римские и арабские цифры, большие и малые буквы), красные строки, выделение абзацев, подчеркивание главного и т.д.

Форма записи материала может быть различной - в зависимости от специфики изучаемого предмета. Это может быть стиль учебной программы (назывные предложения), уместны и свои краткие пояснения к записям.

Студентам не следует подробно записывать на лекции «все подряд», но обязательно фиксировать то, что преподаватели диктуют – это базовый конспект, содержащий основные положения лекции: определения, выводы, параметры, критерии, аксиомы, постулаты, парадигмы, концепции, ситуации, а также мысли-маяки (ими часто являются афоризмы, цитаты, остроумные изречения). Запись лекции лучше вести в сжатой форме, короткими и четкими фразами. Каждому студенту полезно выработать свою систему сокращений, в которой он мог бы разобраться легко и безошибочно.

Даже отлично записанная лекция предполагает дальнейшую самостоятельную работу над ней (осмысление ее содержания, логической структуры, выводов). С целью доработки конспекта лекции необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить описки, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополняя и исправляя свои записи. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект. Доработанный конспект и рекомендуемая

литература используется при подготовке к практическому занятию. Знание лекционного материала при подготовке к практическому занятию обязательно.

Особенно важно в процессе самостоятельной работы над лекцией выделить новый понятийный аппарат, уяснить суть новых понятий, при необходимости обратиться к словарям и другим источникам, заодно устранив неточности в записях. Главное - вести конспект аккуратно и регулярно, только в этом случае он сможет стать подспорьем в изучении дисциплины.

Работа над лекцией стимулирует самостоятельный поиск ответов на самые различные вопросы: над какими понятиями следует поработать, какие обобщения сделать, какой дополнительный материал привлечь.

Важным средством, направляющим самообразование, является выполнение различных заданий по тексту лекции, например, составление ее развернутого плана или тезисов; ответы на вопросы проблемного характера, (скажем, об основных тенденциях развития той или иной проблемы); составление проверочных тесты по проблеме, написание по ней реферата, составление графических схем.

По своим задачам лекции могут быть разных жанров: *установочная лекция* вводит в изучение курса, предмета, проблем (что и как изучать), а *обобщающая лекция* позволяет подвести итог (зачем изучать), выделить главное, усвоить законы развития знания, преемственности, новаторства, чтобы применить обобщенный позитивный опыт к решению современных практических задач. Обобщающая лекция ориентирует в истории и современном состоянии научной проблемы.

В процессе освоения материалов обобщающих лекций студенты могут выполнять задания разного уровня. Например: задания *репродуктивного* уровня (составить развернутый план обобщающей лекции, составить тезисы по материалам лекции); задания *продуктивного* уровня (ответить на вопросы проблемного характера, составить опорный конспект по схеме, выявить основные тенденции развития проблемы); задания *творческого* уровня (составить проверочные тесты по теме, защитить реферат и графические темы по данной проблеме). Обращение к ранее изученному материалу не только помогает восстановить в памяти известные положения, выводы, но и приводит разрозненные знания в систему, углубляет и расширяет их. Каждый возврат к старому материалу позволяет найти в нем что-то новое, переосмыслить его с иных позиций, определить для него наиболее подходящее место в уже имеющейся системе знаний.

## 2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

***Письменный опрос***

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента. При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

***Устный опрос***

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии [1].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[2].

---

[1] Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

[2]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. Объем временина на подготовку к устному опросу зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

## 3.Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)

Доклад – публичное сообщение по заданной теме, представляющее собой развернутое изложение на определенную тему, вид самостоятельной работы, который используется в учебных и внеаудиторных занятиях и способствует формированию навыков исследовательской работы, освоению методов научного познания, приобретению навыков публичного выступления, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить.

При подготовке доклада используется дополнительная литература, систематизируется материал. Работа над докладом не только позволяет учащемуся приобрести новые знания, но и способствует формированию важных научно-исследовательских навыков самостоятельной работы с научной литературой, что повышает познавательный интерес к научному познанию.

Приветствуется использование мультимедийных технологий, подготовка докладов-презентаций.

*Доклад должен соответствовать следующим требованиям*:

- тема доклада должна быть согласованна с преподавателем и соответствовать теме занятия;

- иллюстрации (слайды в презентации) должны быть достаточными, но не чрезмерными;

- материалы, которыми пользуется студент при подготовке доклада-презентации, должны тсоответствовать научно-методическим требованиям ВУЗа и быть указаны в докладе;

- необходимо соблюдать регламент: 7-10 минут выступления.

Преподаватель может дать тему сразу нескольким студентам одной группы, по принципу: докладчик и оппонент. Студенты могут подготовить два выступления с противоположными точками зрения и устроить дискуссию по проблемной теме. Докладчики и содокладчики во многом определяют содержание, стиль, активность данного занятия, для этого необходимо:

- использовать технические средства;
- знать и хорошо ориентироваться в теме всей презентации (семинара);
- уметь дискутировать и быстро отвечать на вопросы;
- четко выполнять установленный регламент: докладчик - 7-10 мин.; содокладчик - 5 мин.; дискуссия - 10 мин;
- иметь представление о композиционной структуре доклада.

После выступления докладчик и содокладчик, должны ответить на вопросы слушателей.

В подготовке доклада выделяют следующие этапы:

1. Определение цели доклада: информировать, объяснить, обсудить что-то (проблему, решение, ситуацию и т. п.)

2. Подбор литературы, иллюстративных примеров.

3. Составление плана доклада, систематизация материала, композиционное оформление доклада в виде печатного /рукописного текста и электронной презентации.

***Общая структура доклада***

Построение доклада включает три части: вступление, основную часть и заключение.

***Вступление.***

Вступление должно содержать:

- название презентации (доклада);
- сообщение основной идеи;
- обоснование актуальности обсуждаемого вопроса;
- современную оценку предмета изложения;
- краткое перечисление рассматриваемых вопросов;

- живую интересную форму изложения;
- акцентирование оригинальности подхода.

***Основная часть.***

Основная часть состоит из нескольких разделов, постепенно раскрывающих тему. Возможно использование иллюстрации (графики, диаграммы, фотографии, карты, рисунки) Если необходимо, для обоснования темы используется ссылка на источники с доказательствами, взятыми из литературы (цитирование авторов, указание цифр, фактов, определений). Изложение материала должно быть связным, последовательным, доказательным.

Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели и заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

***Заключение.***

Заключение - это ясное четкое обобщение, в котором подводятся итоги, формулируются главные выводы, подчеркивается значение рассмотренной проблемы, предлагаются самые важные практические рекомендации. Требования к оформлению доклада. Объем машинописного текста доклада должен быть рассчитан на произнесение доклада в течение 7 -10 минут (3-5 машинописных листа текста с докладом).

Доклад оценивается по следующим критериям:

| *Критерии оценки доклада, сообщения* | *Количество баллов* |
|---|---|
| Содержательность, информационная насыщенность доклада | 1 |
| Наличие аргументов | 1 |
| Наличие выводов | 1 |
| Наличие презентации доклада | 1 |
| Владение профессиональной лексикой | 1 |
| Итого: | 5 |

Электронные презентации выполняются в программе MS PowerPoint в виде слайдов в следующем порядке: • титульный лист с заголовком темы и автором исполнения презентации; • план презентации (5-6 пунктов - это максимум); • основная часть (не более 10 слайдов); • заключение (вывод). Общие требования к стилевому оформлению презентации: • дизайн должен быть простым и лаконичным; • основная цель - читаемость, а не субъективная красота; цветовая гамма должна состоять не более чем из двух-трех цветов; • всегда должно быть два типа слайдов: для титульных и для основного текста; • размер шрифта должен быть: 24–54 пункта (заголовок), 18–36 пунктов (обычный текст); • текст должен быть свернут до ключевых слов и фраз. Полные развернутые предложения на слайдах таких презентаций используются только при цитировании; каждый слайд должен

## 4. Методические рекомендации по написанию эссе

***Эссе*** - это самостоятельная письменная работа на тему, предложенную преподавателем. Цель эссе состоит в развитии навыков самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных мыслей. Писать эссе чрезвычайно полезно, поскольку это позволяет автору научиться четко и грамотно формулировать мысли, структурировать информацию, использовать основные категории анализа, выделять причинно-следственные связи, иллюстрировать понятия соответствующими примерами, аргументировать свои выводы; овладеть научным стилем речи.

Эссе должно содержать: четкое изложение сути поставленной проблемы, включать самостоятельно проведенный анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария, рассматриваемого в рамках дисциплины, выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме. В зависимости от специфики дисциплины формы эссе могут значительно дифференцироваться. В некоторых случаях это может быть анализ имеющихся статистических данных по изучаемой проблеме, анализ материалов из средств массовой информации и использованием изучаемых моделей, подробный разбор предложенной задачи с развернутыми мнениями, подбор и детальный анализ примеров, иллюстрирующих проблему и т.д.

Построение эссе - это ответ на вопрос или раскрытие темы, которое основано на классической системе доказательств.

*Структура эссе*

1. *Титульный лист* (заполняется по единой форме);
2. *Введение* - суть и обоснование выбора данной темы, состоит из ряда компонентов, связанных логически и стилистически.

На этом этапе очень важно правильно *сформулировать вопрос, на который вы собираетесь найти ответ в ходе своего исследования.*

3. *Основная часть* - теоретические основы выбранной проблемы и изложение основного вопроса.

Данная часть предполагает развитие аргументации и анализа, а также обоснование их, исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. В этом заключается основное содержание эссе и это представляет собой главную трудность. Поэтому важное значение имеют подзаголовки, на основе которых осуществляется структурирование аргументации; именно здесь необходимо обосновать (логически, используя данные или строгие рассуждения) предлагаемую аргументацию/анализ. Там, где это необходимо, в качестве аналитического инструмента можно использовать графики, диаграммы и таблицы.

В зависимости от поставленного вопроса анализ проводится на основе следующих категорий:

Причина - следствие, общее - особенное, форма - содержание, часть - целое, постоянство - изменчивость.

В процессе построения эссе необходимо помнить, что один параграф должен содержать только одно утверждение и соответствующее доказательство, подкрепленное графическим и иллюстративным материалом. Следовательно, наполняя содержанием разделы аргументацией (соответствующей подзаголовкам), необходимо в пределах параграфа ограничить себя рассмотрением одной главной мысли.

Хорошо проверенный (и для большинства — совершено необходимый) способ построения любого эссе - использование подзаголовков для обозначения ключевых моментов аргументированного изложения: это помогает посмотреть на то, что предполагается сделать (и ответить на вопрос, хорош ли замысел). Такой подход поможет следовать точно определенной цели в данном исследовании. Эффективное использование подзаголовков - не только обозначение основных пунктов, которые необходимо осветить.

Их последовательность может также свидетельствовать о наличии или отсутствии логичности в освещении темы.

4. *Заключение* - обобщения и аргументированные выводы по теме с указанием области ее применения и т.д. Подытоживает эссе или еще раз вносит пояснения, подкрепляет смысл и значение изложенного в основной части. Методы, рекомендуемые для составления заключения: повторение, иллюстрация, цитата, впечатляющее утверждение. Заключение может содержать такой очень важный, дополняющий эссе элемент, как указание на применение (импликацию) исследования, не исключая взаимосвязи с другими проблемами.

***Структура аппарата доказательств, необходимых для написания эссе***

Доказательство - это совокупность логических приемов обоснования истинности какого-либо суждения с помощью других истинных и связанных с ним суждений. Оно связано с убеждением, но не тождественно ему: аргументация или доказательство должны основываться на данных науки и общественно-исторической практики, убеждения же могут быть основаны на предрассудках, неосведомленности людей в вопросах экономики и политики, видимости доказательности. Другими словами, доказательство или аргументация - это рассуждение, использующее факты, истинные суждения, научные данные и убеждающее нас в истинности того, о чем идет речь.

Структура любого доказательства включает в себя три составляющие: тезис, аргументы и выводы или оценочные суждения.

*Тезис* - это положение (суждение), которое требуется доказать. *Аргументы* - это категории, которыми пользуются при доказательстве истинности тезиса. *Вывод* - это мнение, основанное на анализе фактов. *Оценочные суждения* - это мнения, основанные на наших убеждениях, верованиях или взглядах. *Аргументы* обычно делятся на следующие группы:

1. *Удостоверенные факты* — фактический материал (или статистические данные).
2. *Определения* в процессе аргументации используются как описание понятий, связанных с тезисом.
3. *Законы* науки и ранее доказанные теоремы тоже могут использоваться как аргументы доказательства.

***Требования к фактическим данным и другим источникам***

При написании эссе чрезвычайно важно то, как используются эмпирические данные и другие источники (особенно качество чтения). Все (фактические) данные соотносятся с конкретным временем и местом, поэтому прежде, чем их использовать, необходимо убедится в том, что они соответствуют необходимому для исследований времени и месту. Соответствующая спецификация данных по времени и месту — один из способов, который может предотвратить чрезмерное обобщение, результатом которого может, например, стать предположение о том, что все страны по некоторым важным аспектам одинаковы (если вы так полагаете, тогда это должно быть доказано, а не быть голословным утверждением).

Всегда можно избежать чрезмерного обобщения, если помнить, что в рамках эссе используемые данные являются иллюстративным материалом, а не заключительным актом, т.е. они подтверждают аргументы и рассуждения и свидетельствуют о том, что автор умеет использовать данные должным образом. Нельзя забывать также, что данные, касающиеся спорных вопросов, всегда подвергаются сомнению. От автора не ждут определенного или окончательного ответа. Необходимо понять сущность фактического материала, связанного с этим вопросом (соответствующие индикаторы? насколько надежны данные для построения таких индикаторов? к какому заключению можно прийти на основании имеющихся данных и индикаторов относительно причин и следствий? и т.д.), и продемонстрировать это в эссе. Нельзя ссылаться на работы, которые автор эссе не читал сам.

***Как подготовить и написать эссе?***

Качество любого эссе зависит от трех взаимосвязанных составляющих, таких как:

1. Исходный материал, который будет использован (конспекты прочитанной литературы, лекций, записи результатов дискуссий, собственные соображения и накопленный опыт по данной проблеме).

2. Качество обработки имеющегося исходного материала (его организация, аргументация и доводы).

3. Аргументация (насколько точно она соотносится с поднятыми в эссе проблемами).

Процесс написания эссе можно разбить на несколько стадий: обдумывание - планирование - написание - проверка - правка.

*Планирование* - определение цели, основных идей, источников информации, сроков окончания и представления работы.

*Цель* должна определять действия.

*Идеи*, как и цели, могут быть конкретными и общими, более абстрактными. Мысли, чувства, взгляды и представления могут быть выражены в форме аналогий, ассоциации, предположений, рассуждений, суждений, аргументов, доводов и т.д.

*Аналогии* - выявление идеи и создание представлений, связь элементов значений.

*Ассоциации* - отражение взаимосвязей предметов и явлений действительности в форме закономерной связи между нервно - психическими явлениями (в ответ на тот или иной словесный стимул выдать «первую пришедшую в голову» реакцию).

*Предположения* - утверждение, не подтвержденное никакими доказательствами.

*Рассуждения* - формулировка и доказательство мнений.

*Аргументация* - ряд связанных между собой суждений, которые высказываются для того, чтобы убедить читателя (слушателя) в верности (истинности) тезиса, точки зрения, позиции.

*Суждение* - фраза или предложение, для которого имеет смысл вопрос: истинно или ложно?

*Доводы* - обоснование того, что заключение верно абсолютно или с какой-либо долей вероятности. В качестве доводов используются факты, ссылки на авторитеты, заведомо истинные суждения (законы, аксиомы и т.п.), доказательства (прямые, косвенные, «от противного», «методом исключения») и т.д.

Перечень, который получится в результате перечисления идей, поможет определить, какие из них нуждаются в особенной аргументации.

*Источники***.** Тема эссе подскажет, где искать нужный материал. Обычно пользуются библиотекой, Интернет-ресурсами, словарями, справочниками. Пересмотр означает редактирование текста с ориентацией на качество и эффективность.

*Качество текста* складывается из четырех основных компонентов: ясности мысли, внятности, грамотности и корректности.

*Мысль* - это содержание написанного. Необходимо четко и ясно формулировать идеи, которые хотите выразить, в противном случае вам не удастся донести эти идеи и сведения до окружающих.

*Внятность* - это доступность текста для понимания. Легче всего ее можно достичь, пользуясь логично и последовательно тщательно выбранными словами, фразами и взаимосвязанными абзацами, раскрывающими тему.

*Грамотность* отражает соблюдение норм грамматики и правописания. Если в чем-то сомневаетесь, загляните в учебник, справьтесь в словаре или руководстве по стилистике или дайте прочитать написанное человеку, чья манера писать вам нравится.

*Корректность* — это стиль написанного. Стиль определятся жанром, структурой работы, целями, которые ставит перед собой пишущий, читателями, к которым он обращается.

## 5. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой *дискуссию* в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие подведением итогоа обсуждения, заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия, демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Готовясь к конкретной теме занятия следует ознакомиться с новыми официальными документами, статьями в периодических журналах, вновь вышедшими монографиями.

## 6. Методические рекомендации по подготовке к дискуссии

Современная практика предлагает широкий круг типов семинарских занятий. Среди них особое место занимает *семинар-дискуссия,* где в диалоге хорошо усваивается новая информация, видны убеждения студента, обсуждаются противоречия (явные и скрытые) и недостатки. Для обсуждения берутся конкретные актуальные вопросы, с которыми студенты предварительно ознакомлены. Дискуссия является одной из наиболее эффективных технологий группового взаимодействия, обладающей особыми возможностями в обучении, развитии и воспитании будущего специалиста.

***Дискуссия*** (от лат. discussio - рассмотрение, исследование) - способ организации совместной деятельности с целью интенсификации процесса принятия решений в группе посредством обсуждения какого-либо вопроса или проблемы.

*Дискуссия* обеспечивает активное включение студентов в поиск истины; создает условия для открытого выражения ими своих мыслей, позиций, отношений к обсуждаемой теме и обладает особой возможностью воздействия на установки ее участников в процессе группового взаимодействия. Дискуссию можно рассматривать как *метод интерактивного обучения* и как особую технологию, включающую в себя другие методы и приемы обучения: «мозговой штурм», «анализ ситуаций» и т.д.

Обучающий эффект дискуссии определяется предоставляемой участнику возможностью получить разнообразную информацию от собеседников, продемонстрировать и повысить свою компетентность, проверить и уточнить свои представления и взгляды на обсуждаемую проблему, применить имеющиеся знания в процессе совместного решения учебных и профессиональных задач.

Развивающая функция дискуссии связана со стимулированием творчества обучающихся, развитием их способности к анализу информации и аргументированному, логически выстроенному доказательству своих идей и взглядов, с повышением коммуникативной активности студентов, их эмоциональной включенности в учебный процесс.

Влияние дискуссии на личностное становление студента обусловливается ее целостно - ориентирующей направленностью, созданием благоприятных условий для проявления индивидуальности, самоопределения в существующих точках зрения на определенную проблему, выбора своей позиции; для формирования умения взаимодействовать с другими, слушать и слышать окружающих, уважать чужие убеждения, принимать оппонента, находить точки соприкосновения, соотносить и согласовывать свою позицию с позициями других участников обсуждения.

Безусловно, наличие оппонентов, противоположных точек зрения всегда обостряет дискуссию, повышает ее продуктивность, позволяет создавать с их помощью конструктивный конфликт для более эффективного решения обсуждаемых проблем.

Существует несколько видов дискуссий, использование того или иного типа дискуссии зависит от характера обсуждаемой проблемы и целей дискуссии.

*Дискуссия- диалог* чаще всего применяется для совместного обсуждения учебных и производственных проблем, решение которых может быть достигнуто путем взаимодополнения, группового взаимодействия по принципу «индивидуальных вкладов» или на основе согласования различных точек зрения, достижения консенсуса.

*Дискуссия - спор* используется для всестороннего рассмотрения сложных проблем, не имеющих однозначного решения даже в науке, социальной, политической жизни, производственной практике и т.д. Она построена на принципе «позиционного противостояния» и ее цель - не столько решить проблему, сколько побудить участников дискуссии задуматься над проблемой, уточнить и определить свою позицию; научить аргументировано отстаивать свою точку зрения и в то же время осознать право других иметь свой взгляд на эту проблему, быть индивидуальностью.

Условия эффективного проведения дискуссии:

- информированность и подготовленность студентов к дискуссии,

- свободное владение материалом, привлечение различных источников для аргументации отстаиваемых положений;

- правильное употребление понятий, используемых в дискуссии, их единообразное понимание;

- корректность поведения, недопустимость высказываний, задевающих личность оппонента; установление регламента выступления участников;

- полная включенность группы в дискуссию, участие каждого студента в ней.

**Подготовка студентов к дискуссии:** если тема объявлена заранее, то следует ознакомиться с указанной литературой, необходимыми справочными материалами, продумать свою позицию, четко сформулировать аргументацию, выписать цитаты, мнения специалистов.

**В проведении** дискуссии выделяется несколько этапов.

**Этап 1-й, введение в дискуссию:** формулирование проблемы и целей дискуссии;

определение значимости проблемы, совместная выработка правил дискуссии; выяснение однозначности понимания темы дискуссии, используемых в ней терминов, понятий.

**Этап 2-й, обсуждение проблемы:** обмен участниками мнениями по каждому вопросу. Цель этапа - собрать максимум мнений, идей, предложений, соотнося их друг с другом.

**Этап 3-й, подведение итогов обсуждения:** выработка студентами согласованного мнения и принятие группового решения.

Далее подводятся итоги дискуссии, заслушиваются и защищаются проектные задания. После этого проводится "мозговой штурм" по нерешенным проблемам дискуссии, а также выявляются прикладные аспекты, которые можно рекомендовать для включения в курсовые и дипломные работы или в апробацию на практике.

Семинары-дискуссии проводятся с целью выявления мнения студентов по актуальным и проблемным вопросам.

## 7. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

***Экзамен*** - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь

на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На

консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон, иначе в день экзамена не будет чувства бодрости и уверенности.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестное выполнение заданий;

3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

2. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

3. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**УТВЕРЖДАЮ**
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А.Упоров

Ветошкина Т.А., канд. филос. наук, доцент

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

# Б1.О.25.02 УПРАВЛЕНИЕ КОЛЛЕКТИВОМ

Специальность
***21.05.03 Технология геологической разведки***

Екатеринбург

**СОДЕРЖАНИЕ**


| | | |
|---|---|---|
| | Введение | 3 |
| 1 | Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий | 5 |
| 2 | Методические рекомендации по составлению тестовых заданий | 9 |
| 3 | Методические рекомендации к опросу | 11 |
| 4 | Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям | 13 |
| 5 | Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям | 15 |
| 6 | Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов | 17 |
| 7 | Заключение | 19 |
| | Список использованных источников | 22 |

## ВВЕДЕНИЕ

***Самостоятельная работа студентов*** может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

*Аудиторная самостоятельная работа* по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

*Внеаудиторная самостоятельная работа* - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

Подразумевается несколько категорий видов самостоятельной работы студентов, значительная часть которых нашла отражения в данных методических рекомендациях:

- работа с источниками литературы и официальными документами (*использование библиотечно-информационной системы*);
- выполнение заданий для самостоятельной работы в рамках учебных дисциплин (*рефераты, эссе, домашние задания, решения практико-ориентированных заданий*);
- реализация элементов научно-педагогической практики (*разработка методических материалов, тестов, тематических портфолио*);
- реализация элементов научно-исследовательской практики (*подготовка текстов докладов, участие в исследованиях*).

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

## 1. Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий

***Практико-ориентированные задания - метод анализа ситуаций***. Суть его заключается в том, что студентам предлагают осмыслить реальную жизненную ситуацию, описание которой одновременно отражает не только какую-либо практическую проблему, но и актуализирует определенный комплекс знаний, который необходимо усвоить при разрешении данной проблемы. При этом сама проблема не имеет однозначных решений.

Использование метода практико-ориентированного задания как образовательной технологии профессионально-ориентированного обучения представляет собой сложный процесс, плохо поддающийся алгоритмизации[1]. Формально можно выделить следующие этапы:

- ознакомление студентов с текстом;
- анализ практико-ориентированного задания;
- организация обсуждения практико-ориентированного задания, дискуссии, презентации;
- оценивание участников дискуссии;
- подведение итогов дискуссии.

Ознакомление студентов с текстом практико-ориентированного задания и последующий анализ практико-ориентированного задания чаще всего осуществляются за несколько дней до его обсуждения и реализуются как самостоятельная работа студентов; при этом время, отводимое на подготовку, определяется видом практико-ориентированного задания, его объемом и сложностью.

Общая схема работы с практико-ориентированное заданием на данном этапе может быть представлена следующим образом: в первую очередь следует выявить ключевые проблемы практико-ориентированного задания и понять, какие именно из представленных данных важны для решения; войти в ситуационный контекст практико-ориентированного задания, определить, кто его главные действующие лица, отобрать факты и понятия, необходимые для анализа, понять, какие трудности могут возникнуть при решении задачи; следующим этапом является выбор метода исследования.

Знакомство с небольшими практико-ориентированного заданиями и их обсуждение может быть организовано непосредственно на занятиях. Принципиально важным в этом случае является то, чтобы часть теоретического курса, на которой базируется практико-ориентированное задание, была бы прочитана и проработана студентами.

Максимальная польза из работы над практико-ориентированного заданиями будет извлечена в том случае, если аспиранты при предварительном знакомстве с ними будут придерживаться систематического подхода к их анализу, основные шаги которого представлены ниже:

1. Выпишите из соответствующих разделов учебной дисциплины ключевые идеи, для того, чтобы освежить в памяти теоретические концепции и подходы, которые Вам предстоит использовать при анализе практико-ориентированного задания.
2. Бегло прочтите практико-ориентированное задание, чтобы составить о нем общее представление.
3. Внимательно прочтите вопросы к практико-ориентированное задание и убедитесь в том, что Вы хорошо поняли, что Вас просят сделать.
4. Вновь прочтите текст практико-ориентированного задания, внимательно фиксируя все факторы или проблемы, имеющие отношение к поставленным вопросам.
5. Прикиньте, какие идеи и концепции соотносятся с проблемами, которые Вам предлагается рассмотреть при работе с практико-ориентированное заданием.

---

[1] Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

Организация обсуждения практико-ориентированного задания предполагает формулирование перед студентами вопросов, включение их в дискуссию. Вопросы обычно подготавливают заранее и предлагают студентам вместе с текстом практико-ориентированного задания. При разборе учебной ситуации преподаватель может занимать активную или пассивную позицию, иногда он «дирижирует» разбором, а иногда ограничивается подведением итогов дискуссии.

Организация обсуждения практико-ориентированных заданий обычно основывается на двух методах. Первый из них носит название традиционного Гарвардского метода - открытая дискуссия. Альтернативным методом является метод, связанный с индивидуальным или групповым опросом, в ходе которого аспиранты делают формальную устную оценку ситуации и предлагают анализ представленного практико-ориентированного задания, свои решения и рекомендации, т.е. делают презентацию. Этот метод позволяет некоторым студентам минимизировать их учебные усилия, поскольку каждый аспирант опрашивается один- два раза за занятие. Метод развивает у студентов коммуникативные навыки, учит их четко выражать свои мысли. Однако, этот метод менее динамичен, чем Гарвардский метод. В открытой дискуссии организация и контроль участников более сложен.

***Дискуссия*** занимает центральное место в методе. Ее целесообразно использовать в том случае, когда аспиранты обладают значительной степенью зрелости и самостоятельности мышления, умеют аргументировать, доказывать и обосновывать свою точку зрения. Важнейшей характеристикой дискуссии является уровень ее компетентности, который складывается из компетентности ее участников. Неподготовленность студентов к дискуссии делает ее формальной, превращает в процесс вытаскивания ими информации у преподавателя, а не самостоятельное ее добывание.

Особое место в организации дискуссии при обсуждении и анализе практико-ориентированного задания принадлежит использованию метода генерации идей, получившего название «мозговой атаки» или «мозгового штурма».

***Метод «мозговой атаки»*** или «мозгового штурма» был предложен в 30-х годах прошлого столетия А. Осборном как групповой метод решения проблем. К концу XX столетия этот метод приобрел особую популярность в практике управления и обучения не только как самостоятельный метод, но и как использование в процессе деятельности с целью усиления ее продуктивности. В процессе обучения «мозговая атака» выступает в качестве важнейшего средства развития творческой активности студентов. «Мозговая атака» включает в себя три фазы.

Первая фаза представляет собой вхождение в психологическую раскованность, отказ от стереотипности, страха показаться смешным и неудачником; достигается созданием благоприятной психологической обстановки и взаимного доверия, когда идеи теряют авторство, становятся общими. Основная задача этой фазы - успокоиться и расковаться.

Вторая фаза - это собственно атака; задача этой фазы - породить поток, лавину идей. «Мозговая атака» в этой фазе осуществляется по следующим принципам:

- есть идея, - говорю, нет идеи, - не молчу;
- поощряется самое необузданное ассоциирование, чем более дикой покажется идея, тем лучше;
- количество предложенных идей должно быть как можно большим;
- высказанные идеи разрешается заимствовать и как угодно комбинировать, а также видоизменять и улучшать;
- исключается критика, можно высказывать любые мысли без боязни, что их признают плохими, критикующих лишают слова;
- не имеют никакого значения социальные статусы участников; это абсолютная демократия и одновременно авторитаризм сумасшедшей идеи;
- все идеи записываются в протокольный список идей;

• время высказываний - не более 1-2 минут.

Третья фаза представляет собой творческий анализ идей с целью поиска конструктивного решения проблемы по следующим правилам:

- анализировать все идеи без дискриминации какой-либо из них;
- найти место идее в системе и найти систему под идею;
- не умножать сущностей без надобности;
- не должна нарушаться красота и изящество полученного результата;
- должно быть принципиально новое видение;
- ищи «жемчужину в навозе».

В методе мозговая атака применяется при возникновении у группы реальных затруднений в осмыслении ситуации, является средством повышения активности студентов. В этом смысле мозговая атака представляется не как инструмент поиска новых решений, хотя и такая ее роль не исключена, а как своеобразное «подталкивание» к познавательной активности.

***Презентация,*** или представление результатов анализа практико-ориентированного задания, выступает очень важным аспектом метода ***case-study***. Умение публично представить интеллектуальный продукт, хорошо его рекламировать, показать его достоинства и возможные направления эффективного использования, а также выстоять под шквалом критики, является очень ценным интегральным качеством современного специалиста. Презентация оттачивает многие глубинные качества личности: волю, убежденность, целенаправленность, достоинство и т.п.; она вырабатывает навыки публичного общения, формирования своего собственного имиджа.

Публичная (устная) презентация предполагает представление решений практико-ориентированного задания группе, она максимально вырабатывает навыки публичной деятельности и участия в дискуссии. Устная презентация обладает свойством кратковременного воздействия на студентов и, поэтому, трудна для восприятия и запоминания. Степень подготовленности выступающего проявляется в спровоцированной им дискуссии: для этого необязательно делать все заявления очевидными и неопровержимыми. Такая подача материала при анализе практико-ориентированного задания может послужить началом дискуссии. При устной презентации необходимо учитывать эмоциональный настрой выступающего: отношение и эмоции говорящего вносят существенный вклад в сообщение. Одним из преимуществ публичной (устной) презентации является ее гибкость. Оратор может откликаться на изменения окружающей обстановки, адаптировать свой стиль и материал, чувствуя настроение аудитории.

Непубличная презентация менее эффектна, но обучающая роль ее весьма велика. Чаще всего непубличная презентация выступает в виде подготовки отчета по выполнению задания, при этом стимулируются такие качества, как умение подготовить текст, точно и аккуратно составить отчет, не допустить ошибки в расчетах и т.д. Подготовка письменного анализа практико-ориентированного задания аналогична подготовке устного, с той разницей, что письменные отчеты-презентации обычно более структурированы и детализированы. Основное правило письменного анализа практико-ориентированного задания заключается в том, чтобы избегать простого повторения информации из текста, информация должна быть представлена в переработанном виде. Самым важным при этом является собственный анализ представленного материала, его соответствующая интерпретация и сделанные предложения. Письменный отчет - презентация может сдаваться по истечении некоторого времени после устной презентации, что позволяет студентам более тщательно проанализировать всю информацию, полученную в ходе дискуссии.

Как письменная, так и устная презентация результатов анализа практико-ориентированного задания может быть групповая и индивидуальная. Отчет может быть индивидуальным или групповым в зависимости от сложности и объема задания.

Индивидуальная презентация формирует ответственность, собранность, волю; групповая - аналитические способности, умение обобщать материал, системно видеть проект.

Оценивание участников дискуссии является важнейшей проблемой обучения посредством метода практико-ориентированного задания. При этом выделяются следующие требования к оцениванию:

- объективность - создание условий, в которых бы максимально точно выявлялись знания обучаемых, предъявление к ним единых требований, справедливое отношение к каждому;
- обоснованность оценок - их аргументация;
- систематичность - важнейший психологический фактор, организующий и дисциплинирующий студентов, формирующий настойчивость и устремленность в достижении цели;
- всесторонность и оптимальность.

Оценивание участников дискуссии предполагает оценивание не столько набора определенных знаний, сколько умения студентов анализировать конкретную ситуацию, принимать решение, логически мыслить.

Следует отметить, что оценивается содержательная активность студента в дискуссии или публичной (устной) презентации, которая включает в себя следующие составляющие:

- выступление, которое характеризует попытку серьезного предварительного
- анализа (правильность предложений, подготовленность,
- аргументированность и т.д.);
- обращение внимания на определенный круг вопросов, которые требуют углубленного обсуждения;
- владение категориальным аппаратом, стремление давать определения, выявлять содержание понятий;
- демонстрация умения логически мыслить, если точки зрения, высказанные раньше, подытоживаются и приводят к логическим выводам;
- предложение альтернатив, которые раньше оставались без внимания;
- предложение определенного плана действий или плана воплощения решения;
- определение существенных элементов, которые должны учитываться при анализе практико-ориентированного задания;
- заметное участие в обработке количественных данных, проведении расчетов;
- подведение итогов обсуждения.

При оценивании анализа практико-ориентированного задания, данного студентами при непубличной (письменной) презентации учитывается:

- формулировка и анализ большинства проблем, имеющихся в практико-ориентированное задание;
- формулировка собственных выводов на основании информации о практико-ориентированное задание, которые отличаются от выводов других студентов;
- демонстрация адекватных аналитических методов для обработки информации;
- соответствие приведенных в итоге анализа аргументов ранее выявленным проблемам, сделанным выводам, оценкам и использованным аналитическим методам.

## 2. Методические рекомендации по составлению тестовых заданий

### *Требования к составлению тестовых заданий*

***Тестовое задание (ТЗ)*** - варьирующаяся по элементам содержания и по трудности единица контрольного материала, сформулированная в утвердительной форме предложения с неизвестным. Подстановка правильного ответа вместо неизвестного компонента превращает задание в истинное высказывание, подстановка неправильного ответа приводит к образованию ложного высказывания, что свидетельствует о незнании студентом данного учебного материала.

Для правильного составления ТЗ необходимо выполнить следующие *требования*:

**1.** Содержание каждого ТЗ должно охватывать какую-либо одну смысловую единицу, то есть должно оценивать что-то одно.

**2.** Ориентация ТЗ на получение *однозначного* заключения.

**3.** Формулировка содержания ТЗ в виде свернутых кратких суждений. Рекомендуемое количество слов в задании не более 15. В тексте не должно быть преднамеренных подсказок и сленга, а также оценочных суждений автора ТЗ. Формулировка ТЗ должна быть в повествовательной форме (не в форме вопроса). По возможности, текст ТЗ не должен содержать сложноподчиненные конструкции, повелительного наклонения («выберите», «вычислите», «укажите» и т.д). Специфический признак (ключевое слово) выносится в начало ТЗ. Не рекомендуется начинать ТЗ с предлога, союза, частицы.

**4.** Соблюдение единого стиля оформления ТЗ.

### *Требования к формам ТЗ*

ТЗ может быть представлено в одной из четырех стандартизованных форм:

- закрытой (с выбором одного или нескольких заключений);
- открытой;
- на установление правильной последовательности;
- на установление соответствия.

Выбор формы ТЗ зависит от того, какой вид знаний следует проверить. Так, для оценки фактологических знаний (знаний конкретных фактов, названий, имён, дат, понятий) лучше использовать тестовые задания закрытой или открытой формы.

Ассоциативных знаний (знаний о взаимосвязи определений и фактов, авторов и их теорий, сущности и явления, о соотношении между различными предметами, законами, датами) - заданий на установление соответствия. Процессуальных знаний (знаний правильной последовательности различных действий, процессов) - заданий на определение правильной последовательности.

***Тестовое задание закрытой формы***

Если к заданиям даются готовые ответы на выбор (обычно один правильный и остальные неправильные), то такие задания называются заданиями с выбором одного правильного ответа или с единичным выбором.

При использовании этой формы следует руководствоваться правилом: в каждом задании с выбором одного правильного ответа правильный ответ должен быть.

Помимо этого, бывают задания с выбором нескольких правильных ответов или с множественным выбором. Подобная форма заданий не допускает наличия в общем перечне ответов следующих вариантов: «все ответы верны» или «нет правильного ответа».

Вариантов выбора (дистракторов) должно быть не менее 4 и не более 7. Если дистракторов мало, то возрастает вероятность угадывания правильного ответа, если слишком много, то делает задание громоздким. Кроме того, дистракторы в большом

количестве часто бывают неоднородными, и тестируемый сразу исключает их, что также способствует угадыванию.

Дистракторы должны быть приблизительно одной длины. Не допускается наличие повторяющихся фраз (слов) в дистракторах.

***Тестовое задание открытой формы***

В заданиях открытой формы готовые ответы с выбором не даются. Требуется сформулированное самим тестируемым заключение. Задания открытой формы имеют вид неполного утверждения, в котором отсутствует один или несколько ключевых элементов. В качестве ключевых элементов могут быть: число, буква, слово или словосочетание. При формулировке задания на месте ключевого элемента, необходимо поставить прочерк или многоточие. Утверждение превращается в истинное высказывание, если ответ правильный и в ложное высказывание, если ответ неправильный. Необходимо предусмотреть наличие всех возможных вариантов правильного ответа и отразить их в ключе, поскольку отклонения от эталона (правильного ответа) могут быть зафиксированы проверяющим как неверные.

***Тестовые задания на установление правильной последовательности***

Такое задание состоит из однородных элементов некоторой группы и четкой формулировки критерия упорядочения этих элементов.

Задание начинается со слова: «Последовательность».

***Тестовые задания на установление соответствия***

Такое задание состоит из двух групп элементов и четкой формулировки критерия выбора соответствия между ними.

Соответствие устанавливается по принципу 1:1 (одному элементу первой группы соответствует только один элемент второй группы) или 1:М (одному элементу первой группы соответствуют М элементов второй группы). Внутри каждой группы элементы должны быть однородными. Количество элементов второй группы должно превышать количество элементов первой группы. Максимальное количество элементов второй группы должно быть не более 10, первой группы - не менее 2.

Задание начинается со слова: «Соответствие». Номера и буквы используются как идентификаторы (метки) элементов. Арабские цифры являются идентификаторами первой группы, заглавные буквы русского алфавита - второй. Номера и буквы отделяются от содержания столбцов круглой скобкой.

## 3. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

***Письменный опрос***

В соответствии с технологической картой письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента по данной дисциплине. При подготовке к письменному опросу студент должен внимательно изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

***Устный опрос***

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии [2].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).

---

[2] Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[3].

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. В среднем, подготовка к устному опросу по одному семинарскому занятию занимает от 2 до 4 часов в зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

[3]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

## 4. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

На практических занятиях необходимо стремиться к самостоятельному решению задач, находя для этого более эффективные методы. При этом студентам надо приучить себя доводить решения задач до конечного «идеального» ответа. Это очень важно для будущих специалистов. Практические занятия вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

Практическое занятие – активная форма учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помощь обучающимся освоиться в «пространстве» (тематике) дисциплины, самостоятельно прооперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале.

Продолжительность одного практического занятия – от 2 до 4 академических часов. Общая доля практических занятий в учебном времени на дисциплину – от 10 до 20 процентов (при условии, что все активные формы займут в учебном времени на дисциплину от 40 до 60 процентов).

Для практического занятия в качестве темы выбирается обычно такая учебная задача, которая предполагает не существенные эвристические и аналитические напряжения и продвижения, а потребность обучающегося «потрогать» материал, опознать в конкретном то общее, о чем говорилось в лекции. Например, при рассмотрении вопросов оплаты труда, мотивации труда и проблем безработицы в России имеет смысл провести практические занятия со следующими сюжетами заданий: «Расчет заработной платы работников предприятия». «Разработка механизма мотивации труда на предприятии N». «В чем причины и особенности безработицы в России?». Последняя тема предполагает уже некоторую аналитическую составляющую. Основная задача первой из этих тем - самим посчитать заработную плату для различных групп работников на примере заданных параметров для конкретного предприятия, т. е. сделать расчеты «как на практике»; второй – дать собственный вариант мотивационной политики для предприятия, учитывая особенности данного объекта, отрасли и т.д.; третьей – опираясь на теоретические знания в области проблем занятости и безработицы, а также статистические материалы, сделать авторские выводы о видах безработицы, характерных для России, и их причинах, а также предложить меры по минимизации безработицы.

Перед проведением занятия должен быть подготовлен специальный материал – тот объект, которым обучающиеся станут оперировать, активизируя свои теоретические (общие) знания и тем самым, приобретая навыки выработки уверенных суждений и осуществления конкретных действий.

Дополнительный материал для практического занятия лучше получить у преподавателя заранее, чтобы у студентов была возможность просмотреть его и подготовить вопросы.

Условия должны быть такими, чтобы каждый мог работать самостоятельно от начала до конца. В аудитории должны быть «под рукой» необходимые справочники и тексты законов и нормативных актов по тематике занятия. Чтобы сделать практическое занятие максимально эффективным, надо заранее подготовить и изучить материал по наиболее интересным и практически важным темам.

Особенности практического занятия с использованием компьютера

Для того чтобы повысить эффективность проведения практического занятия, может использоваться компьютер по следующим направлениям:

- поиск информации в Интернете по поставленной проблеме: в этом случае преподаватель представляет обучающимся перечень рекомендуемых для посещения Интернет-сайтов;
- использование прикладных обучающих программ;
- выполнение заданий с использованием обучающимися заранее установленных преподавателем программ;

- использование программного обеспечения при проведении занятий, связанных с моделированием социально-экономических процессов.

## 5. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой дискуссию в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия (от доски смелом до самых современных технических средств), демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Во время лекций, связанных с темой семинарского занятия, следует обращать внимание на то, что

необходимо дополнительно изучить при подготовке к семинару (новые официальные документы, статьи в периодических журналах, вновь вышедшие монографии и т.д.).

## 6.Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

***Экзамен*** - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на то, что это не

попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины, Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На

консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальным сон. Подготовка к экзамену не должна идти в ущерб сну, иначе в день экзамена не будет чувства свежести и бодрости, необходимых для хороших ответов. Вечер накануне экзамена рекомендуем закончить небольшой прогулкой.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестное выполнение заданий;

3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Брандес М. П. Немецкий язык. Переводческое реферирование: практикум. М.: КДУ, 2008. – 368 с.

2. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

3. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

4. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Авторы: Дроздова И.В., доцент, к.э.н., Моор И.А. доцент, к.э.н.,
Гензель О.В., ст. преподаватель

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

# ОСНОВЫ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Специальность
***21.05.03 Технология геологической разведки***

Екатеринбург
2022

ВВЕДЕНИЕ……..……...3

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ…….……..…..……...6

ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ…….....8

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ…….……11

ПОДГОТОВКА К ДОКЛАДУ С ПРЕЗЕНТАЦИЕЙ…….15

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ.....20

ПОДГОТОВКА К ДИСКУССИИ…….....22

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ……24

# ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа в высшем учебном заведении – это часть учебного процесса, метод обучения, прием учебно-познавательной деятельности, комплексная целевая стандартизованная учебная деятельность с запланированными видом, типом, формами контроля.

Самостоятельная работа представляет собой плановую деятельность обучающихся по поручению и под методическим руководством преподавателя.

Целью самостоятельной работы студентов является закрепление тех знаний, которые они получили на аудиторных занятиях, а также способствование развитию у студентов творческих навыков, инициативы, умению организовать свое время.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- предполагает освоение курса дисциплины;
- помогает освоению навыков учебной и научной работы;
- способствует осознанию ответственности процесса познания;
- способствует углублению и пополнению знаний студентов, освоению ими навыков и умений;
- формирует интерес к познавательным действиям, освоению методов и приемов познавательного процесса,
- создает условия для творческой и научной деятельности обучающихся;
- способствует развитию у студентов таких личных качеств, как целеустремленность, заинтересованность, исследование нового.

Самостоятельная работа обучающегося выполняет следующие функции:

- развивающую (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- информационно-обучающую (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях, неподкрепленная самостоятельной работой, становится мало результативной);
- ориентирующую и стимулирующую (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательную (формируются и развиваются профессиональные качества бакалавра и гражданина);
- исследовательскую (новый уровень профессионально-творческого мышления).

Организация самостоятельной работы студентов должна опираться на определенные требования, а, именно:

- сложность осваиваемых знаний должна соответствовать уровню развития студентов;
- стандартизация заданий в соответствии с логической системой курса дисциплины;
- объем задания должен соответствовать уровню студента;
- задания должны быть адаптированными к уровню студентов.

Содержание самостоятельной работы студентов представляет собой, с одной стороны, совокупность теоретических и практических учебных заданий, которые должен выполнить студент в процессе обучения, объект его деятельности; с другой стороны – это способ деятельности студента по выполнению соответствующего теоретического или практического учебного задания.

Свое внешнее выражение содержание самостоятельной работы студентов находит во всех организационных формах аудиторной и внеаудиторной деятельности, в ходе самостоятельного выполнения различных заданий.

Функциональное предназначение самостоятельной работы студентов в процессе практических занятий по овладению специальными знаниями заключается в самостоятельном прочтении, просмотре, прослушивании, наблюдении, конспектировании, осмыслении, запоминании и воспроизведении определенной информации. Цель и планирование самостоятельной работы студента определяет преподаватель. Вся информация осуществляется на основе ее воспроизведения.

Так как самостоятельная работа тесно связана с учебным процессом, ее необходимо рассматривать в двух аспектах:

1. аудиторная самостоятельная работа – практические занятия;

2. внеаудиторная самостоятельная работа – подготовка к практическим занятиям, подготовка к устному опросу, участию в дискуссиях, решению практико-ориентированных задач и др.

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

Таким образом, самостоятельная работа студентов является важнейшей составной частью процесса обучения.

Методические указания по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся по дисциплине «*Основы проектной деятельности*» обращаю внимание студента на главное, существенное в изучаемой дисциплине, помогают выработать умение анализировать явления и факты, связывать теоретические положения с практикой, а также облегчают подготовку к сдаче экзамена.

Настоящие методические указания позволят студентам самостоятельно овладеть фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю подготовки, опытом творческой и исследовательской деятельности, и направлены на формирование компетенций, предусмотренных учебным планом поданному профилю.

Видами самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «*Основы проектной деятельности*» являются:

- самостоятельное изучение тем курса (в т.ч. рассмотрение основных категорий дисциплины, работа с литературой);

- подготовка к практическим занятиям (в т.ч. ответы на вопросы для самопроверки (самоконтроля), ответы на тестовые задания);

- выполнение самостоятельного письменного домашнего задания (практико-ориентированного задания);

- выполнение курсового проекта;

- подготовка к зачету.

В методических указаниях представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

# ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

**Тема 1. Введение в управление проектами**

1. В чем заключается суть концепции управления проектами?
2. Что представляет собой проект как процесс точки зрения системного подхода?
3. Назовите основные элементы проекта.
4. Перечислите этапы развития методов управления проектами (УП).
5. В чем сущность УП как методологии?
6. Охарактеризуйте проект как совокупность процессов.
7. В чем заключается взаимосвязь УП и управления инвестициями?
8. Какова взаимосвязь между управлением проектами и функциональным менеджментом.
9. Назовите предпосылки (факторы) развития методов УП.
10. Каковы перспективы развития УП?
11. Определите задачи и этапы перехода к проектному управлению.
12. Перечислите и определите базовые понятия УП.
13. Приведите принципы классификации типов проектов.

**Тема 2. Система стандартов и сертификации в области управления проектами**

1. Сделайте обзор стандартов в области УП.
2. Какие группы стандартов применяются к отдельным объектам управления проектами (проект, программа, портфель проектов)?
3. Дайте характеристику группе стандартов, определяющих требования к квалификации участников УП (менеджеры проектов, участники команд УП).
4. Какие стандарты, применяются к системе УП организации в целом и позволяющие оценить уровень зрелости организационной системы проектного менеджмента?
5. Каковы основы и принципы Международной сертификации по УП?
6. В чем заключается сертификация по стандартам IPMA, PMI?

**Тема 3. Жизненный цикл проекта и его фазы**

1. Каковы основные понятия, подходы к определению и структуре проектного цикла?
2. Назовите этапы реализации, состав основных предпроектных документов предынвестиционной фазы.
3. В чем заключается проектный анализ и оценка жизнеспособности и финансовой реализуемости в рамках предынвестиционной фазы?
4. Каково содержание инвестиционной и эксплуатационной фаз жизненного цикла проекта?
5. Охарактеризуйте состав и этапы разработки проектной документации строительной фазы проекта.
6. Каково содержание завершения инвестиционно - строительного этапа проекта. 7.
7. Назовите этапы эксплуатационной фазы, в чем ее содержание, как определяется период оценки?

**Тема 4. Процессы и методы управления проектами**

1. В чем заключается сущность планирования проекта?
2. Каковы могут быть основные цели и задачи проекта?
3. Каковы требования к информационному обеспечению планирования?
4. Назовите основные методы планирования.
5. В чем сущность методов управления проектом: диаграммы Гантта; сетевого графика?

6. Каковы цели и содержание контроля и регулирования проекта?

7. Как осуществляются: мониторинг работ по проекту; измерение процесса выполнения работ и анализ результатов, внесение корректив; принятие решений; управление изменениями?

8. В чем заключается управление стоимостью проекта, каковы основные принципы; методы оценки?

9. Какова сущность бюджетирования проекта и контроля стоимости?

10. Дайте характеристику процесса управления работами по проекту: взаимосвязью объектов, продолжительностью и стоимостью работ.

11. Каковы принципы эффективного управления временем?

12. Назовите формы контроля производительности труда.

13. Какова роль и сущность менеджмента качества в проектном управлении?

14. В чем заключается процесс управления ресурсами проекта?

15. Назовите процессы, принципы управления ресурсами в проекте - управления закупками и запасами?

16. Как осуществляется правовое регулирование закупок и поставок, проектная логистика?

17. В чем заключается управление командой проекта?

18. Определите основные понятия, принципы, организационные аспекты создания команды.

19. Как осуществляется управление взаимоотношениями в проекте?

20. В чем особенности формирования организационной культуры?

**Тема 5. Информационное обеспечение проектного управления**

1. В чем сущность управления коммуникациями проекта?

2. Что собой представляет информационная система управления проектами и каковы ее элементы?

3. Приведите ключевые определения и потребности ИСУП.

4. Какова структура ИСУП?

5. Проведите обзор рынка программного обеспечения управления проектами.

6. Каковы требования к информационному обеспечению на разных уровнях управления?

# ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ

**Тема 1. Концепция управления проектами**

- Проект
- Проектное управление.
- Проект как совокупность процессов.
- Переход к проектному управлению.
- Модель управления проектами (УП).
- Структуризация (декомпозиции) проекта.
- Фазы, функции и подсистемы УП.
- Классификационные признаки и виды проектов.
- Цель и стратегия проекта.
- Сценарии и стратегии развития проектного комплекса.
- Результат проекта.
- Управление параметрами проекта.
- Окружение проектов.
- Проектный цикл.
- Методы управления проектами.
- Организационные структуры УП.
- Участники проектов.

**Тема 2. Международные стандарты и сертификация в области проектного управления**

- Стандартизация и сертификация в проектном управлении
- Группы стандартов
- Международная сертификация по УП.
- Обзор стандартов проектного управления

**Тема 3. Жизненный цикл проекта и его фазы**

- Жизненный цикл проекта.
- Фазы, этапы разработки и осуществления инвестиционного проекта.
- Предынвестиционная фаза проекта.
- Состав основных предпроектных документов.
- Инвестиционная фаза проекта.

- Этапы разработки проектной документации.
- ТЭО проекта.
- Организации СМР.
- Эксплуатационная фаза проекта.

**Тема 4. Процессы и методы управления проектами**

- Планирования проекта
- Информационное обеспечение  планирования
- Методы планирования.
- Диаграмма Гантта
- Сетевой график
- Контроль и регулирование проекта
- Мониторинг работ по проекту
- Управление изменениями
- Управление стоимостью проекта
- Бюджетирование проекта
- Управление работами по проекту
- Эффективное управление временем
- Менеджмента качества в проектном управлении
- Управление ресурсами проекта
- Управление закупками и запасами
- Правовое регулирование проекта
- Проектная логистика
- Управление командой проекта
- Управление взаимоотношениями в проекте
- Формирование организационной культуры

**Тема 5. Инвестиционный проект как объект управления**

- Инвестиции
- Инвестиционный проект
- Бизнес-план
- Источники и способы финансирования инвестиционных проектов
- Жизненный цикл инвестиционного проекта

- Предпроектные документы
- Оценка жизнеспособности и финансовой реализуемости проекта
- ТЭО проекта
- Организации СМР
- Денежный поток инвестиционного проекта
- Финансовый анализ инвестиционного проекта
- Система показателей финансовой состоятельности проекта
- Система показателей оценки экономической эффективности
- Ставка дисконтирования
- Коэффициент дисконтирования
- Чистый дисконтированный доход (ЧДД)
- Индекс доходности (ИД)
- Срок окупаемости
- Внутренняя норма доходности (ВНД)
- Запас финансовой устойчивости (ЗФУ)
- Методы учета инфляции

**Тема 6. Информационное обеспечение проектного управления**

- Управления коммуникациями проекта
- Информационная система управления проектами
- Структура ИСУП
- Рынок программного обеспечения управления проектами.
- Информационное обеспечение управления проектами

## САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебными и научными изданиями профессиональной и общекультурной тематики – это важнейшее условие формирования научного способа познания.

Основные приемы работы с литературой можно свести к следующим:

• составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;

• перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и выпускных квалификационных работ (ВКР), а что выходит за рамками официальной учебной деятельности, и расширяет общую культуру);

• обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и выпускных квалификационных работ это позволит экономить время);

• определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;

• при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и руководителями ВКР, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;

• все прочитанные монографии, учебники и научные статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);

• если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;

• следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать). Таким образом, чтение текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того, насколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьёзный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а

сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студентам с этой целью рекомендуется заводить специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);
- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);
- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);
- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;
- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;
- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц; цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;
- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять

изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым, или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной и научной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках образовательной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис - это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта - основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте

могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование - наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

## ПОДГОТОВКА ДОКЛАДА С ПРЕЗЕНТАЦИЕЙ

Одной из форм текущего контроля является доклад с презентацией, который представляет собой продукт самостоятельной работы студента.

Доклад с презентацией - это публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы.

Как правило, в основу доклада ложится анализ литературы по проблеме. Он должен носить характер краткого, но в то же время глубоко аргументированного устного сообщения. В нем студент должен, по возможности, полно осветить различные точки зрения на проблему, выразить собственное мнение, сделать критический анализ теоретического и практического материала.

Подготовка доклада с презентацией является обязательной для обучающихся, если доклад презентацией указан в перечне форм текущего контроля успеваемости в рабочей программе дисциплины.

Доклад должен быть рассчитан на 7-10 минут.

Презентация (от англ. «presentation» - представление) - это набор цветных слайдов на определенную тему, который хранится в файле специального формата с расширением PP.

Целью презентации - донести до целевой аудитории полноценную информацию об объекте презентации, изложенной в докладе, в удобной форме.

Перечень примерных тем докладов с презентацией представлен в рабочей программе дисциплины, он выдается обучающимся заблаговременно вместе с методическими указаниями по подготовке. Темы могут распределяться студентами самостоятельно (по желанию), а также закрепляться преподавателем дисциплины.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления.

Для этого, остановитесь на теме, которая вызывает у Вас больший интерес; определите цель выступления; подумайте, достаточно ли вы знаете по выбранной теме или проблеме и сможете ли найти необходимый материал;

- осуществить сбор материала к выступлению.

Начинайте подготовку к докладу заранее; обращайтесь к справочникам, энциклопедиям, научной литературе по данной проблеме; записывайте необходимую информацию на отдельных листах или тетради;

- организовать работу с литературой.

При подборе литературы по интересующей теме определить конкретную цель поиска: что известно по данной теме? что хотелось бы узнать? для

чего нужна эта информация? как ее можно использовать в практической работе?

- во время изучения литературы следует: записывать вопросы, которые возникают по мере ознакомления с источником, а также ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;

- обработать материал.

Учитывайте подготовку и интересы слушателей; излагайте правдивую информацию; все мысли должны быть взаимосвязаны между собой.

При подготовке доклада с презентацией особо необходимо обратить внимание на следующее:

- подготовка доклада начинается с изучения источников, рекомендованных к соответствующему разделу дисциплины, а также специальной литературы для докладчика, список которой можно получить у преподавателя;

- важно также ознакомиться с имеющимися по данной теме монографиями, учебными пособиями, научными информационными статьями, опубликованными в периодической печати.

Относительно небольшой объем текста доклада, лимит времени, отведенного для публичного выступления, обусловливает потребность в тщательном отборе материала, умелом выделении главных положений в содержании доклада, использовании наиболее доказательных фактов и убедительных примеров, исключении повторений и многословия.

Решить эти задачи помогает составление развернутого плана.

План доклада должен содержать следующие главные компоненты: краткое вступление, вопросы и их основные тезисы, заключение, список литературы.

После составления плана можно приступить к написанию текста. Во вступлении важно показать актуальность проблемы, ее практическую значимость. При изложении вопросов темы раскрываются ее основные положения. Материал содержания вопросов полезно располагать в таком порядке: тезис; доказательство тезиса; вывод и т. д.

Тезис - это главное основополагающее утверждение. Он обосновывается путем привлечения необходимых цитат, цифрового материала, ссылок на статьи. При изложении содержания вопросов особое внимание должно быть обращено на раскрытие причинно-следственных связей, логическую последовательность тезисов, а также на формулирование окончательных выводов. Выводы должны быть краткими, точными, достаточно аргументированными всем содержанием доклада.

В процессе подготовки доклада студент может получить консультацию у преподавателя, а в случае необходимости уточнить отдельные положения.

*Выступление*

При подготовке к докладу перед аудиторией необходимо выбрать способ выступления:

- устное изложение с опорой на конспект (опорой могут также служить заранее подготовленные слайды);
- чтение подготовленного текста.

Чтение заранее написанного текста значительно уменьшает влияние выступления на аудиторию. Запоминание написанного текста заметно сковывает выступающего и привязывает к заранее составленному плану, не давая возможности откликаться на реакцию аудитории.

Короткие фразы легче воспринимаются на слух, чем длинные.

Необходимо избегать сложных предложений, причастных и деепричастных оборотов. Излагая сложный вопрос, нужно постараться передать информацию по частям.

Слова в речи надо произносить четко и понятно, не надо говорить слишком быстро или, наоборот, растягивать слова. Надо произнести четко особенно ударную гласную, что оказывает наибольшее влияние на разборчивость речи.

Пауза в устной речи выполняет ту же роль, что знаки препинания в письменной. После сложных выводов или длинных предложений необходимо сделать паузу, чтобы слушатели могли вдуматься в сказанное или правильно понять сделанные выводы. Если выступающий хочет, чтобы его понимали, то не следует говорить без паузы дольше, чем пять с половиной секунд.

Особое место в выступлении занимает обращение к аудитории. Известно, что обращение к собеседнику по имени создает более доверительный контекст деловой беседы. При публичном выступлении также можно использовать подобные приемы. Так, косвенными обращениями могут служить такие выражения, как «Как Вам известно», «Уверен, что Вас это не оставит равнодушными». Выступающий показывает, что слушатели интересны ему, а это самый простой путь достижения взаимопонимания.

Во время выступления важно постоянно контролировать реакцию слушателей. Внимательность и наблюдательность в сочетании с опытом позволяют оратору уловить настроение публики. Возможно, рассмотрение некоторых вопросов придется сократить или вовсе отказаться от них.

После выступления нужно быть готовым к ответам на возникшие у аудитории вопросы.

Стоит обратить внимание на вербальные и невербальные составляющие общения. Небрежность в жестах недопустима. Жесты могут быть приглашающими, отрицающими, вопросительными, они могут подчеркнуть нюансы выступления.

*Презентация*

Презентация наглядно сопровождает выступление.

Этапы работы над презентацией могут быть следующими:

- осмыслите тему, выделите вопросы, которые должны быть освещены в рамках данной темы;
- составьте тезисы собранного материала. Подумайте, какая часть информации может быть подкреплена или полностью заменена изображениями, какую информацию можно представить в виде схем;
- подберите иллюстративный материал к презентации: фотографии, рисунки, фрагменты художественных и документальных фильмов, материалы кинохроники, разработайте необходимые схемы;
- подготовленный материал систематизируйте и «упакуйте» в отдельные блоки, которые будут состоять из собственно текста (небольшого по объему), схем, графиков, таблиц и т.д.;
- создайте слайды презентации в соответствии с необходимыми требованиями;
- просмотрите презентацию, оцените ее наглядность, доступность, соответствие языковым нормам.

*Требования к оформлению презентации*

Компьютерную презентацию, сопровождающую выступление докладчика, удобнее всего подготовить в программе MS PowerPoint.

Презентация как документ представляет собой последовательность сменяющих друг друга слайдов. Чаще всего демонстрация презентации проецируется на большом экране, реже – раздается собравшимся как печатный материал.

Количество слайдов должно быть пропорционально содержанию и продолжительности выступления (например, для 5-минутного выступления рекомендуется использовать не более 10 слайдов).

На первом слайде обязательно представляется тема выступления и сведения об авторах.

Следующие слайды можно подготовить, используя две различные стратегии их подготовки:

1-я стратегия: на слайды выносится опорный конспект выступления и ключевые слова с тем, чтобы пользоваться ими как планом для выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- объем текста на слайде – не больше 7 строк;
- маркированный/нумерованный список содержит не более 7 элементов;
- отсутствуют знаки пунктуации в конце строк в маркированных и нумерованных списках;
- значимая информация выделяется с помощью цвета, кегля, эффектов анимации.

Особо внимательно необходимо проверить текст на отсутствие ошибок и опечаток. Основная ошибка при выборе данной стратегии состоит в том, что выступающие заменяют свою речь чтением текста со слайдов.

2-я стратегия: на слайды помещается фактический материал (таблицы, графики, фотографии и пр.), который является уместным и достаточным средством наглядности, помогает в раскрытии стержневой идеи выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- выбранные средства визуализации информации (таблицы, схемы, графики и т. д.) соответствуют содержанию;
- использованы иллюстрации хорошего качества (высокого разрешения), с четким изображением (как правило, никто из присутствующих не заинтересован вчитываться в текст на ваших слайдах и всматриваться в мелкие иллюстрации).

Максимальное количество графической информации на одном слайде – 2 рисунка (фотографии, схемы и т.д.) с текстовыми комментариями (не более 2 строк к каждому). Наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана.

Обычный слайд, без эффектов анимации, должен демонстрироваться на экране не менее 10 - 15 секунд. За меньшее время аудитория не успеет осознать содержание слайда.

Слайд с анимацией в среднем должен находиться на экране не меньше 40 – 60 секунд (без учета времени на случайно возникшее обсуждение). В связи с этим лучше настроить презентацию не на автоматический показ, а на смену слайдов самим докладчиком.

Особо тщательно необходимо отнестись к оформлению презентации. Для всех слайдов презентации по возможности необходимо использовать один и тот же шаблон оформления, кегль – для заголовков - не меньше 24 пунктов, для информации - не менее 18.

В презентациях не принято ставить переносы в словах.

Наилучшей цветовой гаммой для презентации являются контрастные цвета фона и текста (белый фон – черный текст; темно-синий фон – светло-желтый текст и т. д.).

Лучше не смешивать разные типы шрифтов в одной презентации.

Рекомендуется не злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже).

# ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ

Практико-ориентированные задания выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций. Это могут быть ситуации, требующие применения умений и навыков, специфичных для соответствующего профиля обучения (знания содержания предмета), ситуации, требующие организации деятельности, выбора её оптимальной структуры личностно-ориентированных ситуаций (нахождение нестандартного способа решения).

Кроме этого, они выступают средством формирования у студентов умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач. Они строятся на основе ситуаций, возникающих на различных уровнях осуществления практики и формулируются в виде производственных поручений (заданий).

Под практико-ориентированными задания понимают задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием элементов производственных процессов.

Цель практико-ориентированных заданий – приобретение умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Задачи практико-ориентированных заданий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний студентов при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- обучение приемам решения практических задач;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Важными отличительными особенностями практико-ориентированных задания от стандартных задач (предметных, межпредметных, прикладных) являются:

- значимость (познавательная, профессиональная, общекультурная, социальная) получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию обучающегося;
- условие задания сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задания;

- информация и данные в задании могут быть представлены в различной форме (рисунок, таблица, схема, диаграмма, график и т.д.), что потребует распознавания объектов;

- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задания.

Кроме выделенных четырех характеристик, практико-ориентированные задания имеют следующие:

1. по структуре эти задания – нестандартные, т.е. в структуре задания не все его компоненты полностью определены;

2. наличие избыточных, недостающих или противоречивых данных в условии задания, что приводит к объемной формулировке условия;

3. наличие нескольких способов решения (различная степень рациональности), причем данные способы могут быть неизвестны учащимся, и их потребуется сконструировать.

При выполнении практико-ориентированных заданий следует руководствоваться следующими общими рекомендациями:

- для выполнения практико-ориентированного задания необходимо внимательно прочитать задание, повторить лекционный материал по соответствующей теме, изучить рекомендуемую литературу, в т.ч. дополнительную;

- выполнение практико-ориентированного задания включает постановку задачи, выбор способа решения задания, разработку алгоритма практических действий, программы, рекомендаций, сценария и т. п.;

- если практико-ориентированное задание выдается по вариантам, то получить номер варианта исходных данных у преподавателя; если нет вариантов, то нужно подобрать исходные данные самостоятельно, используя различные источники информации;

- для выполнения практико-ориентированного задания может использоваться метод малых групп. Работа в малых группах предполагает решение определенных образовательных задач в рамках небольших групп с последующим обсуждением полученных результатов. Этот метод развивает навыки сотрудничества, достижения компромиссного решения, аналитические способности.

# ПОДГОТОВКА К ДИСКУССИИ

Современная практика предлагает широкий круг типов практических занятий. Среди них особое место занимает *дискуссия,* где в диалоге хорошо усваивается новая информация, видны убеждения студента, обсуждаются противоречия (явные и скрытые) и недостатки. Для обсуждения берутся конкретные актуальные вопросы, с которыми студенты предварительно ознакомлены. Дискуссия является одной из наиболее эффективных технологий группового взаимодействия, обладающей особыми возможностями в обучении, развитии и воспитании будущего специалиста.

*Дискуссия* (от лат. discussio - рассмотрение, исследование) - способ организации совместной деятельности с целью интенсификации процесса принятия решений в группе посредством обсуждения какого-либо вопроса или проблемы.

*Дискуссия* обеспечивает активное включение студентов в поиск истины; создает условия для открытого выражения ими своих мыслей, позиций, отношений к обсуждаемой теме и обладает особой возможностью воздействия на установки ее участников в процессе группового взаимодействия. Дискуссию можно рассматривать как *метод интерактивного обучения* и как особую технологию, включающую в себя другие методы и приемы обучения: «мозговой штурм», «анализ ситуаций» и т.д.

Обучающий эффект дискуссии определяется предоставляемой участнику возможностью получить разнообразную информацию от собеседников, продемонстрировать и повысить свою компетентность, проверить и уточнить свои представления и взгляды на обсуждаемую проблему, применить имеющиеся знания в процессе совместного решения учебных и профессиональных задач.

Развивающая функция дискуссии связана со стимулированием творчества обучающихся, развитием их способности к анализу информации и аргументированному, логически выстроенному доказательству своих идей и взглядов, с повышением коммуникативной активности студентов, их эмоциональной включенности в учебный процесс.

Влияние дискуссии на личностное становление студента обусловливается ее целостно - ориентирующей направленностью, созданием благоприятных условий для проявления индивидуальности, самоопределения в существующих точках зрения на определенную проблему, выбора своей позиции; для формирования умения взаимодействовать с другими, слушать и слышать окружающих, уважать чужие убеждения, принимать оппонента, находить точки соприкосновения, соотносить и согласовывать свою позицию с позициями других участников обсуждения.

Безусловно, наличие оппонентов, противоположных точек зрения всегда обостряет дискуссию, повышает ее продуктивность, позволяет создавать с их помощью конструктивный конфликт для более эффективного решения обсуждаемых проблем.

Существует несколько видов дискуссий, использование того или иного типа дискуссии зависит от характера обсуждаемой проблемы и целей дискуссии.

Условия эффективного проведения дискуссии:

- информированность и подготовленность студентов к дискуссии,
- свободное владение материалом, привлечение различных источников для аргументации отстаиваемых положений;
- правильное употребление понятий, используемых в дискуссии, их единообразное понимание;
- корректность поведения, недопустимость высказываний, задевающих личность оппонента; установление регламента выступления участников;
- полная включенность группы в дискуссию, участие каждого студента в ней.

*Подготовка студентов к дискуссии*: если тема объявлена заранее, то следует ознакомиться с указанной литературой, необходимыми справочными материалами, продумать свою позицию, четко сформулировать аргументацию, выписать цитаты, мнения специалистов.

*В проведении* дискуссии выделяется несколько этапов.

*Этап 1-й, введение в дискуссию:* формулирование проблемы и целей дискуссии; определение значимости проблемы, совместная выработка правил дискуссии; выяснение однозначности понимания темы дискуссии, используемых в ней терминов, понятий.

*Этап 2-й, обсуждение проблемы:* обмен участниками мнениями по каждому вопросу. Цель этапа - собрать максимум мнений, идей, предложений, соотнося их друг с другом.

*Этап 3-й, подведение итогов обсуждения:* выработка студентами согласованного мнения и принятие группового решения.

Далее подводятся итоги дискуссии, заслушиваются и защищаются проектные задания. После этого проводится "мозговой штурм" по нерешенным проблемам дискуссии, а также выявляются прикладные аспекты, которые можно рекомендовать для включения в курсовые и дипломные работы или в апробацию на практике.

Семинары-дискуссии проводятся с целью выявления мнения студентов по актуальным и проблемным вопросам.

## ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к зачету по дисциплине «*Основы проектной деятельности*» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «*Основы проектной деятельности*».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на зачете особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на зачете (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к зачету на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

**ОДОБРЕНО**
Методической комиссией
горно-механического факультета

«___» _____ 2018 г.
Председатель комиссии
проф. В. П. Барановский

Брагин В. Г., Волков Е. Б., Казаков Ю. М.

# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

*Учебное пособие*

Издание УГГУ Екатеринбург, 2018

УДК 531
Б 87

Рецензент: *Н. М. Суслов*, д-р техн. наук, заведующий кафедрой ГМК
Уральского государственного горного университета.

Учебное пособие рассмотрено на заседании кафедры технической механики от «07» июня 2018 г. (протокол № 7) и рекомендовано для издания в УГГУ.

Печатается по решению Учебно-методического совета Уральского государственного горного университета.

**Брагин В. Г., Волков Е. Б., Казаков Ю. М.**

Б 87 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА: Учебное пособие / Ю. М. Казаков, В. Г. Брагин, Е. Б. Волков. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – 250 с.
ISBN 978-5-8019-0460-3

Учебное пособие содержит краткие методические указания, примеры решений задач и упражнения для самостоятельной работы по основным темам курса теоретической механики: статика, кинематика точки и простейшие движения твёрдых тел, сложное движение точки, динамика точки и механической системы. Учебное пособие для студентов всех специальностей очной и заочной форм обучения.

ISBN 978-5-8019-0460-3

©Брагин В. Г., Волков Е. Б.,
Казаков Ю. М., 2018
©Уральский государственный горный университет, 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. СТАТИКА ..... 4
1.1. Основные понятия статики ..... 4
1.2. Система сходящихся сил. Условия равновесия ..... 9
1.3. Произвольная плоская система сил ..... 16
1.4. Равновесие систем тел ..... 26
1.5. Произвольная пространственная система сил ..... 34
1.6. Равновесие тел при наличии сил трения ..... 44
2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЁРДОГО ТЕЛА ..... 55
2.1. Криволинейное движение точки ..... 55
2.2. Поступательное движение и вращение твердого тела ..... 62
вокруг неподвижной оси ..... 62
2.3. Скорости точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела ..... 73
2.4. Ускорения точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела ..... 84
3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ ..... 100
3.1. Основные понятия и определения сложного движения точки ..... 100
4. ДИНАМИКА ТОЧКИ ..... 114
4.1. Дифференциальные уравнения движения точки ..... 114
4.2. Колебания материальной точки ..... 124
4.3. Теорема об изменении кинетической энергии точки ..... 134
5. ОБЩИЕ ТЕОРЕМЫ ДИНАМИКИ СИСТЕМЫ ..... 146
5.1. Теорема о движении центра масс системы ..... 146
5.2. Теорема об изменении кинетического момента системы
относительно оси ..... 148
5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы ..... 153
5.4. Применение общих теорем динамики системы к описанию
движений твёрдого тела ..... 162
6. ПРИНЦИПЫ МЕХАНИКИ ..... 177
6.1. Принцип Даламбера для системы ..... 177
6.2. Принцип возможных перемещений ..... 182
6.3. Общее уравнение динамики ..... 189
6.4. Уравнения Лагранжа II рода ..... 201
7. ОТВЕТЫ И КРАТКИЕ ПОЯСНЕНИЯ ..... 220
7.1. Ответы к упражнениям главы 1 ..... 220
7.2. Ответы к упражнениям главы 2 ..... 226
7.3. Ответы к упражнениям главы 3 ..... 231
7.4. Ответы к упражнениям главы 4 ..... 233
7.5. Ответы к упражнениям главы 5 ..... 236
7.6. Ответы к упражнениям главы 6 ..... 241
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ ..... 249

# 1. СТАТИКА

## 1.1. Основные понятия статики

**Статика** представляет раздел теоретической механики, в котором освещаются условия равновесия тел под действием систем сил.

**Материальной точкой** называют простейшую модель материального тела, размерами которого можно пренебречь и которое можно принять за геометрическую точку, имеющую массу, равную массе тела. Совокупность материальных точек называется **системой материальных точек**. Если система материальных точек такова, что движение каждой точки зависит от положения и движения остальных точек системы, то система называется **механической системой материальных точек**. Любое материальное тело представляет собой механическую систему материальных точек. Если точки системы связаны между собой так, что расстояния между любыми двумя точками не изменяются, то система называется **неизменяемой системой**, а тело – **абсолютно твердым телом**.

**Силой** в механике называют меру механического действия одного материального объекта (например, твердого тела) на другой. Единицей измерения силы в системе СИ является ньютон (Н). Совокупность сил, действующих на механическую систему (в частности, на твёрдое тело), называют **системой сил.**

Если система сил, приложенная к твердому телу, оставляет его в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения, то такая система сил называется **уравновешенной,** или **системой сил, эквивалентной нулю**.

Если одну систему сил, действующих на твердое тело или материальную точку, можно заменить другой системой, не изменяя при этом состояния покоя или движения, в котором находится тело или материальная точка, то такие две системы сил называются **эквивалентными**. Если система сил эквивалентна одной силе, то эта сила называется **равнодействующей** данной системы сил.

## Основные виды связей и их реакции

Всякое твердое тело, которое может занимать произвольное положение в пространстве, называется свободным. Если на тело наложены внешние связи, стесняющие (ограничивающие) свободу его перемещений, то тело является несвободным. Сила, с которой данная связь действует на тело, препятствуя его перемещениям, называется **реакцией связи**. Всякое несвободное твердое тело можно рассматривать как свободное, если освободить тело от связей и заменить действие связей их реакциями. **Реакция связи направлена в сторону, противоположную тому направлению, вдоль которого связь препятствует перемещению тела.**

**Опора тела на гладкую плоскость (поверхность) без трения.** Реакция $\vec{R}$ абсолютно гладкой поверхности приложена в точке касания и направлена перпендикулярно к общей касательной соприкасающихся поверхностей (рис. 1.1, *a*). Такая реакция называется **нормальной реакцией**.

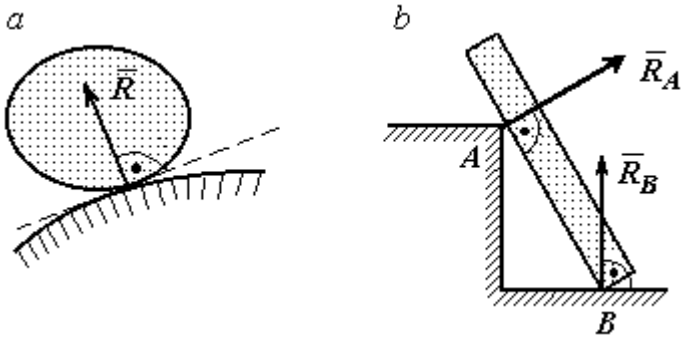



Рис. 1.1. Реакция опоры:

Брус с гладкой поверхностью (рис. 1.1, *b*), опирающийся в точке *B* на гладкий пол и в точке *A* на ребро (точечную опору), имеет реакциями опор $\vec{R}_B$ – реакцию пола и $\vec{R}_A$ – реакцию ребра (точечной опоры). Реакции приложены к брусу и направлены по нормалям к поверхности пола и поверхности бруса.

**Цилиндрический шарнир и подвижная опора (каток).** Цилиндрический шарнир (на рис. 1.2, *a* обозначен буквой *A*) представляет собой устройство, которое допускает поворот тела в плоскости, перпендикулярной оси шарнира (например, цилиндрическая втулка, надетая на неподвижный цилиндр).

Реакция цилиндрического шарнира $\vec{R}_A$ лежит в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. При решении задач неизвестную по величине и направлению реакцию цилиндрического шарнира представляют в виде составляющих, $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, направленных вдоль координатных осей (см. рис. 1.2, *a*). Величина реакции $\vec{R}_A$ определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$, где $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$ – составляющие реакции.

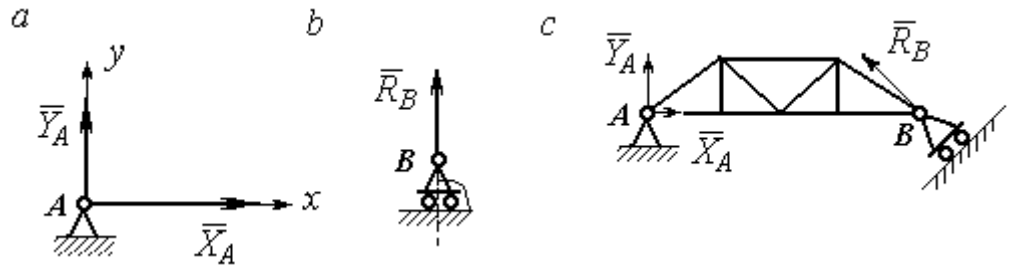



Рис. 1.2. Реакции шарнирных опор:
*a* – цилиндрический шарнир; *b* – каток; *c* – мостовая конструкция с цилиндрической шарнирной опорой и опорой на каток

Реакция $\vec{R}_B$ опоры на каток (подвижной опоры) (рис. 1.2, *b*) перпендикулярна опорной поверхности.

На рис. 1.2, *c* показаны реакции связей мостовой конструкции с цилиндрической шарнирной опорой и подвижной опорой (катком). Реакция цилиндрического шарнира в точке *A* изображена в виде разложения на взаимно перпендикулярные составляющие $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, реакция $\vec{R}_B$ катка в точке *B* перпендикулярна наклонной плоскости, на которой стоит каток.

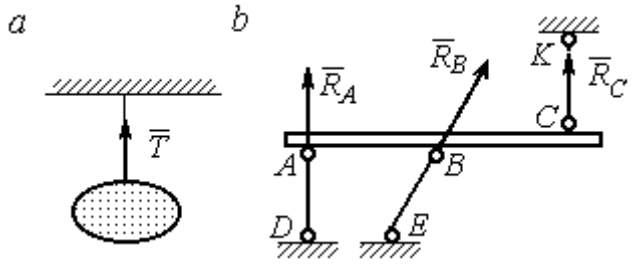



Рис. 1.3. Реакция гибкой нити и невесомого стержня

**Гибкая связь и жесткий невесомый стержень.** Связь в виде гибкой нерастяжимой нити (каната, троса) препятствует удалению тела от точки подвеса. (рис. 1.3, *a*). Реакция связи $\vec{T}$,

равная натяжению нити, приложена к телу и направлена вдоль нити в сторону противоположную направлению, вдоль которого нить препятствует перемещению тела

Если опорой тела служит невесомый стержень с шарнирами на концах, то реакция прямолинейного стержня приложена к телу и направлена вдоль стержня. Направление реакции стержня противоположно направлению, по которому стержень препятствует перемещению тела.

Реакции невесомых стержней, удерживающих балку, изображённую на рис. 1.3, *b*, направлены исходя из предположения, что балка может перемещаться вниз. При этом стержни *AD* и *BE* сжаты, а стержень *CK* растянут.

**Сферический шарнир.** Связь в виде сферического шарнира не позволяет перемещать тело в пространстве, но допускает поворот в пространстве вокруг неподвижной точки. Реакция сферического шарнира может иметь любое направление в пространстве. При решении задач реакцию изображают ее составляющими. На рис. 1.4 реакция $\vec{R}_A$ сферического шарнира $A$ разложена на составляющие $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A$ по направлениям координатных осей. Величина реакции сферического шарнира определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2}$.

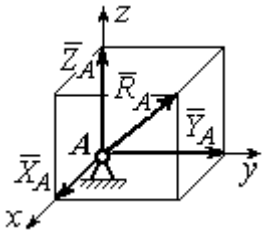


Рис. 1.4. Реакция сферического шарнира

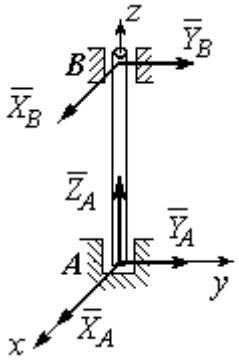


Рис. 1.5. Реакции подшипника и подпятника

**Подшипник и подпятник.** Подшипник представляет собой цилиндрический шарнир (рис. 1.5, подшипник *B*). Его реакция может иметь любое направление в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. При решении задач реакция подшипника раскладывается на две составляющие. Например, на рис. 1.5 реакция $\vec{R}_B$ подшип-

ника *B* разложена на составляющие $\vec{X}_B, \vec{Y}_B$, параллельные координатным осям. Величина реакции подшипника определяется по формуле: $R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2}$.

Подпятник является цилиндрическим шарниром с упором. В задачах реакция подпятника обычно изображается векторами $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A$, представляющими разложение силы реакции подпятника по заданным направлениям координатных осей (см. рис. 1.5, подпятник *A*). Величина реакции подпятника определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2}$.

### Проекция силы на ось и на плоскость

**Проекция силы на ось** есть алгебраическая величина, равная произведению модуля силы на косинус угла между силой и положительным направлением оси. Если этот угол острый, проекция положительна, если тупой – отрицательна. Если сила перпендикулярна оси, её проекция на ось равна нулю.

Проекции сил $\vec{F}$, $\vec{Q}$, $\vec{P}$, изображённых на рис. 1.6, *a*, на ось *x*: $F_x = F\cos\alpha$, $Q_x = Q\cos\alpha_1 = -Q\cos\varphi$, $P_x = P\cos 90^\circ = 0$.

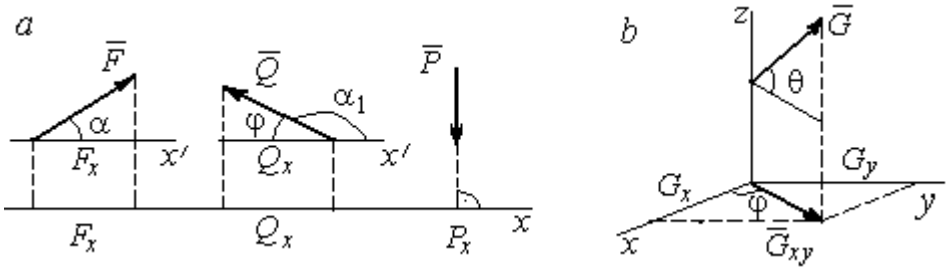



Рис. 1.6. Проекция силы на ось и на плоскость:
*a* – проекция силы на ось; *b* – проекция силы на плоскость

**Проекцией силы на плоскость** называется вектор, заключённый между проекциями начала и конца силы $\vec{G}$ на эту плоскость.

На рис. 1.6, *b* вектор $\vec{G}_{xy}$ является проекцией силы $\vec{G}$ на плоскость *xy*. По величине $G_{xy} = G\cos\theta$, где $\theta$ – угол между направлением силы $\vec{G}$ и её проек-

ции $\vec{G}_{xy}$. Проекции силы $\vec{G}$ на оси $xyz$: $G_x = G_{xy}\cos\varphi = G\cos\theta\cos\varphi$, $G_y = G_{xy}\sin\varphi = G\cos\theta\sin\varphi$, $G_z = G\sin\theta$.

## 1.2. Система сходящихся сил. Условия равновесия

Для равновесия **пространственной системы сходящихся сил** необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из трёх осей прямоугольной системы координат были равны нулю:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum F_{kz} = 0,$$

где $F_{kx}, F_{ky}, F_{kz}$ – проекции всех сил на координатные оси.

Для равновесия **плоской системы сходящихся сил** необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух осей прямоугольной системы координат, расположенной в плоскости действия сил, были равны нулю: $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$, где $F_{kx}, F_{ky}$ – проекции всех сил на координатные оси.

**Примеры решения задач на равновесие сходящейся системы сил**

**Задача 1.** Каток весом 20 кН удерживается на гладкой наклонной плоскости тросом, который одним концом закреплён на поверхности шара, а другим – на вертикальной стене (рис. 1.7). Угол наклона троса к вертикальной стене $\beta = 120°$. Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 45°$. Определить силу давления катка на плоскость и натяжение троса.

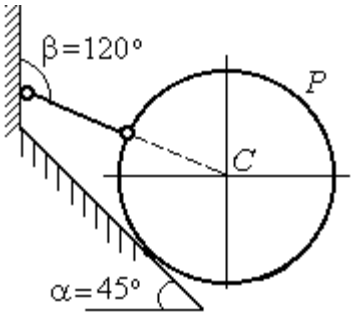



Рис. 1.7. Равновесие шара

*Решение*

При равновесии на каток действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция троса $\vec{N}$ и реакция опоры $\vec{R}$. Линии действия всех сил находятся в одной плоскости и пересекаются в центре шара. Направления реакций показаны на рис. 1.8.

Условия равновесия плоской сходящейся системы сил:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0.$$

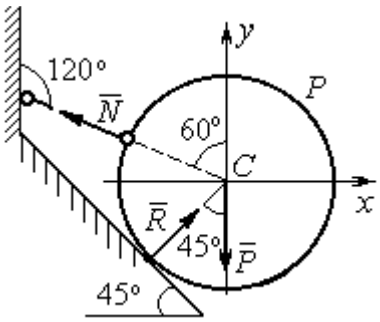


Рис. 1.8. Силы, действующие на каток, при его равновесии

Проведя оси координат, как показано на рис. 1.8, выразим условия равновесия в виде системы уравнений:

$$\sum F_{kx} = -N\cos 30^\circ + R\cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = N\cos 60^\circ + R\cos 45^\circ - P = 0.$$

Подставляя в уравнения исходные данные задачи, найдем: $N = 14{,}64$ кН, $R = 17{,}93$ кН.

Натяжение троса равно модулю его реакции. Сила давления катка на плоскость равна реакции опоры гладкой плоскости, но направлена в противоположную сторону.

**Задача 2.** Кронштейн состоит из невесомых стержней *AC* и *BC*, скрепленных друг с другом и с вертикальной стеной шарнирами, как показано на рис. 1.9. Стержень *BC* горизонтален, стержень *AC* составляет с горизонталью угол $\beta = 60^\circ$. К шарниру *C* прикреплены два троса, удерживающие грузы 1 и 2 весом $G_1 = 10$ кН и $G_2 = 12$ кН. Трос, удерживающий груз 1, вертикален, а другой перекинут через блок *D* так, что угол наклона участка троса *CD* к вертикали $\alpha = 60^\circ$. Определить реакции стержней *BC* и *AC*.

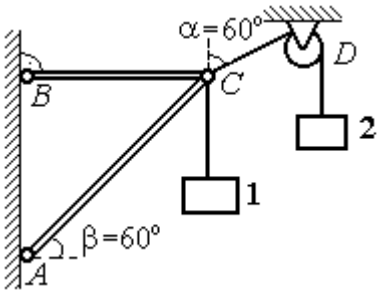


Рис. 1.9. Равновесие кронштейна

*Решение*

Рассмотрим равновесие узла *C*, в котором закреплены стержни и тросы. На узел *C* действуют реакции $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ тросов, натянутых грузами 1 и 2, и реакции $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$ стержней *BC* и *AC* (рис. 1.10). Модули реакций тросов $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ равны весу грузов: $T_1 = G_1$, $T_2 = G_2$.

Плоская система сил ($\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$, $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$) является сходящейся. Условия равновесия: $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$. Проведя оси координат $xCy$, как показано на рис. 1.10, и определяя проекции сил на оси, получим систему уравнений:

$$N_1 + N_2\cos 60^\circ - T_2\cos 30^\circ = 0;$$

$$N_2\cos 30^\circ + T_1 - T_2\cos 60^\circ = 0.$$

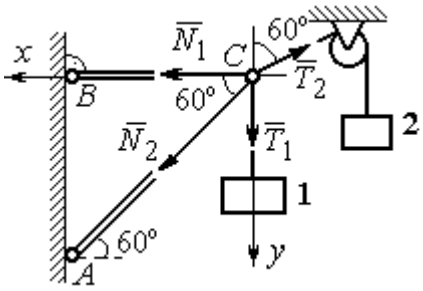



Рис. 1.10. Силы, действующие на узел *C* при его равновесии

Подставим в уравнения исходные данные задачи. С учётом того, что $T_1 = G_1 = 10$ кН, $T_2 = G_2 = 12$ кН, найдём значения реакций: $N_1 = 12{,}7$ кН, $N_2 = -4{,}62$ кН. Отрицательная величина $N_2$ означает, что вектор $\vec{N}_2$ реакции стержня *AC* направлен в противоположную сторону.

**Задача 3.** Груз весом $P = 20$ кН поднимается стержневым краном *ABC* посредством каната, перекинутого через блоки *B* и *D* (рис. 1.11). Блок *B* установлен в месте шарнирного соединения невесомых стержней *AB* и *BC*, блок *D* укреплён так, что участок троса *DB* составляет с вертикалью угол $\beta = 60^\circ$. Стержни *AB* и *BC* соединены со стенками шарнирами. Конец троса, несущий груз *P*, переброшен через блок *E* и на отрезке *BE* составляет с вертикалью угол $\alpha = 30^\circ$. Пренебрегая трением в блоке и размерами блока *B*, определить усилия в стержнях *AB* и *BC* при равновесии груза.

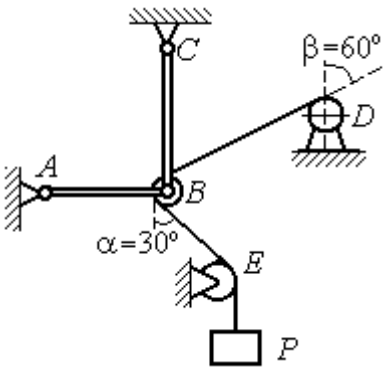



Рис. 1.11. Равновесие стержневой конструкции

*Решение*

Рассмотрим равновесие блока *B* вместе с отрезками нити *BE* и *BD*. Освободим блок *B* от связей и заменим их реакциями.

Рассматривая блок и отрезок нити как одно целое, можно не учитывать силы взаимного давления нити и блока. На блок действует реакция $\vec{T}$ нити *BD*, приложенная в точке *D*, численно равная весу груза *P*, реакция $\vec{T}'$ нити *BE*, приложенная в точке *E* и также численно равная весу груза *P* и реакции стержней $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$ (см. рис. 1.12).

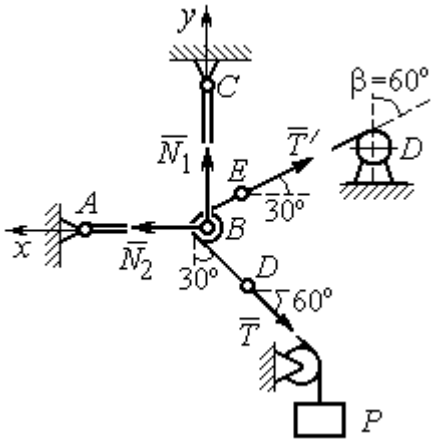



Рис. 1.12. Силы, действующие на блок *B*, при его равновесии

Пренебрегая размерами блока, можно считать систему сил сходящейся. Проведём координатные оси, как показано на рис. 1.12, и выразим условия равновесия плоской сходящейся системы сил в виде системы уравнений:

$$\sum F_{kx} = N_2 - T'\cos 30^\circ - T\cos 60^\circ = 0;\ \sum F_{ky} = N_1 + T'\cos 60^\circ - T\cos 30^\circ = 0.$$

Решая полученную систему уравнений с учётом, что $T' = T = P$ = 20 кН, получим: $N_1$ = 7,32 кН, $N_2$ = 27,32 кН.

**Задача 4.** Шахта ориентируется в вертикальной плоскости с помощью несвободного проволочного отвеса *CBDP*, натянутого грузом весом *P* = 50 Н (рис. 1.13).

Определить натяжения частей отвеса *CB*, *BD*, *DP* и натяжения оттяжек *BA* и *DE*, если угол отклонения оттяжки *BC* от горизонтали $\alpha = 60^\circ$, а отклонение средней части отвеса *BD* от вертикали $\beta = 4^\circ$. Весом проволоки отвеса пренебречь.

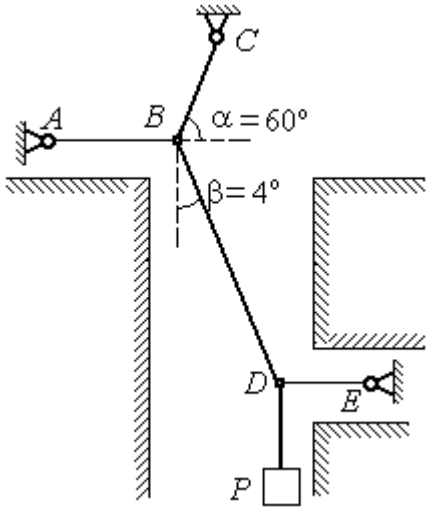



Рис. 1.13. Схема отвеса

*Решение*

Рассмотрим равновесие узла *D*, в котором сходятся три силы – реакция $\vec{S}$ средней части отвеса, реакция $\vec{T}_E$ оттяжки *DE* и реакция $\vec{T}_P$ отвеса на участке

*DP*, равная весу груза $T_P = P$ (рис. 1.14). Выберем оси координат *xDy*, как показано на рис. 1.14, и составим уравнения равновесия узла *D:*

$$\sum F_{kx} = S\cos 86^\circ - T_E = 0\,; \;\; \sum F_{ky} = S\cos 4^\circ - T_P = 0\,.$$

Из второго уравнения с учётом, что натяжение отвеса на участке *DP* $T_P = P =$ 50 Н, находим натяжение $S$ на среднем участке отвеса: $S = \dfrac{T_P}{\cos 4^\circ} = 50{,}12$ Н. Из первого уравнения находим натяжение $T_E = S\cos 86^\circ = 3{,}49$ Н.

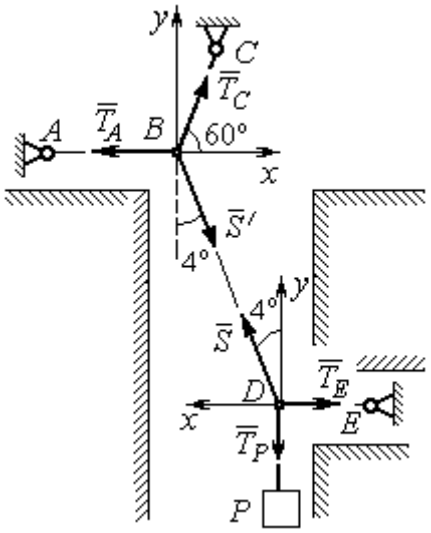


Рис.1.14. Силы, действующие в узлах *B* и *D* при равновесии отвеса

Теперь рассмотрим равновесие узла *B*, на который действуют реакция $\vec{T}_A$ оттяжки *BA*, реакция $\vec{T}_C$ верхней части отвеса *BC* и реакция $\vec{S}'$ средней части отвеса. Вектор силы $\vec{S}'$ противоположен направлению вектора $\vec{S}$: $\vec{S}' = -\vec{S}$, а численно (по принципу равенства действия и противодействия) они равны $S' = S$ (см. рис. 1.14). Выберем оси координат *xBy*, как показано на рис. 1.14, и составим уравнения равновесия узла *B:*

$$\sum F_{kx} = T_C\cos 60^\circ + S'\cos 86^\circ - T_A = 0\,; \quad \sum F_{ky} = T_C\cos 30^\circ - S'\cos 4^\circ = 0\,.$$

Находим натяжение отвеса на верхнем участке *BC* и натяжение $T_A$ оттяжки *BA*: $T_C = \dfrac{S'\cos 4^\circ}{\cos 30^\circ} = 57{,}73$ Н; $T_A = T_C\cos 60^\circ + S'\cos 86^\circ = 32{,}36$ Н.

**Задача 5.** Груз *P* = 20 кН удерживается двумя стержнями *AC*, *AD* одинаковой длины и цепью *AB*, скреплённых в точке *A*, так, что плоскость треугольника *ADC* горизонтальна (рис. 1.15). Цепь *BA* отклонена от вертикальной стены на угол $\beta = 60^\circ$ и расстояние *CE* = *ED.* Трос закреплён одним концом в точке *A*, а другой его конец, несущий груз, переброшен через блок *K* так, что отрезок

троса $AK$ находится в плоскости, параллельной плоскости стены, и составляет с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Крепления стержней шарнирные. Углы у оснований стержней $\angle DCA = \angle CDA = 60^\circ$. Определить реакции стержней и натяжение цепи. Весами стержней пренебречь.

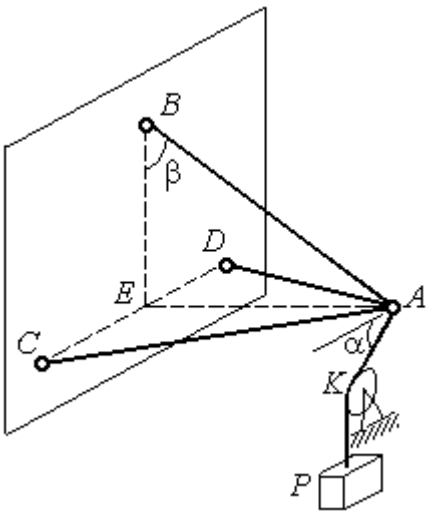


Рис. 1.15. Конструкция пространственного кронштейна

*Решение*

Рассмотрим равновесие узла $A$. Освобождаем узел от связей, заменяя действие связей реакциями. Реакции стержней $\vec{S}_D$ и $\vec{S}_C$ направлены по стержням, реакция цепи $\vec{S}_B$ направлена вдоль линии натянутой цепи (рис. 1.16). Реакция троса $\vec{T}$ направлена вдоль троса по линии $AK$ и численно равна весу груза: $T = P$. Направления реакций выбраны в предположении, что стержни и цепь растянуты.

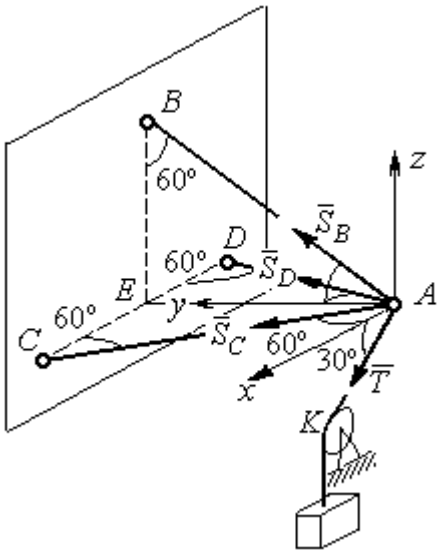


Рис. 1.16. Силы, действующие на узел $A$, при его равновесии

Выберем систему координат, как показано на рис. 1.16. На узел $A$ действует пространственная сходящаяся система сил.

Условия равновесия пространственной сходящейся системы сил $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$, $\sum F_{kz} = 0$, где $F_{kx}, F_{ky}, F_{kz}$ – проекции всех сил на координатные оси. Составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = S_C \cos 60^\circ - S_D \cos 60^\circ + T \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = S_C \cos 30^\circ + S_D \cos 30^\circ + S_B \cos 30^\circ = 0; \quad \sum F_{kz} = S_B \cos 60^\circ - T \cos 60^\circ = 0.$$

Решая эту систему, находим $S_B = T = P = 20$ кН; $S_C = -27{,}32$ кН; $S_D = 7{,}32$ кН. Знак минус величины $S_C$ показывает, что реакция стержня $AC$ имеет обратное направление. Натяжение цепи равно модулю реакции $\vec{S}_B$.

**Задача 6.** Подъёмное устройство (рис. 1.17) состоит из двух стержневых опор $DB$ и $DA$ и растяжки $DC$, соединённых в точке $D$. В точке $D$ к устройству прикреплена вертикальная нить, удерживающая груз весом $P = 50$ кН.

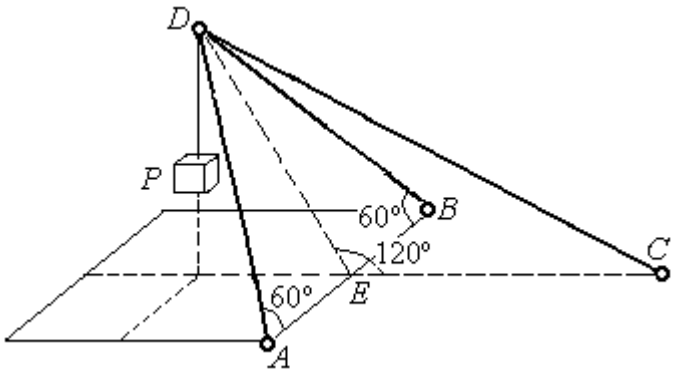


Рис. 1.17. Конструкция подъёмного устройства

Определить реакцию стержневых опор и усилие в растяжке подъёмного устройства, если крепления стержней шарнирные, угол $\angle DEC = 120^\circ$, $AE = EB$, $DE = EC$, а углы в основании опор $\angle DAB = \angle DBA = 60^\circ$.

*Решение*

Рассматриваем равновесие узла $D$. Освобождаем узел от связей, заменяя действие связей реакциями. Реакции стержней $\vec{S}_A$, $\vec{S}_B$, $\vec{S}_C$ направлены по стержням, реакция нити $\vec{T}$, численно равная весу тела, направлена вдоль нити (рис. 1.18). Направление реакций выбрано в предположении, что все стержни растянуты.

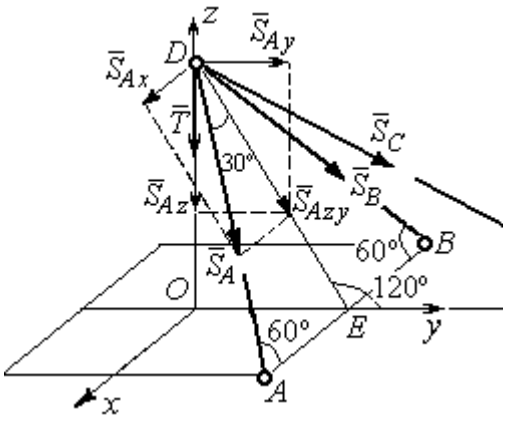


Рис. 1.18. Силы, действующие на узел $D$, при его равновесии

На узел $D$ действует пространственная сходящаяся система сил. Выберем систему координат $Oxyz$, как показано на рис. 1.18, и составим уравнения равновесия. Заметим, что при определении проекции си-

лы $\vec{S}_A$ на оси координат следует вначале получить её проекции $\vec{S}_{Ax}$ на ось $Ox$ и $\vec{S}_{Azy}$ – на плоскость $Oyz$, а затем найти проекции силы $\vec{S}_{Azy}$ на оси $Oy$ и $Oz$. На рис. 1.18 показана последовательность вычисления проекций силы $\vec{S}_A$ на оси координат: $S_{Ax} = S_A \cos 60^\circ$, $S_{Ay} = S_{Azy} \cos 60^\circ = S_A \cos 30^\circ \cos 60^\circ$, $S_{Az} = -S_{Azy} \cos 30^\circ = -S_A \cos^2 30^\circ$. Определение проекций силы $\vec{S}_B$ производится аналогично. Сила $\vec{S}_C$ расположена в плоскости $Oyz$ и имеет своими проекциями $S_{Cy} = S_C \cos 30^\circ$, $S_{Cz} = -S_C \cos 60^\circ$. В результате уравнения равновесия узла $D$ принимают вид

$$\sum F_{ky} = S_A \cos 30^\circ \cos 60^\circ + S_B \cos 30^\circ \cos 60^\circ + S_C \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kx} = S_A \cos 60^\circ - S_B \cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kz} = - S_A \cos^2 30^\circ - S_B \cos^2 30^\circ - S_C \cos 60^\circ - T = 0.$$

Решая систему, получим: $S_A = S_B = -50$ кН, $S_C = 50$ кН.

Отрицательные значения $S_A$ и $S_B$ означают, что реакций стержней $AD$ и $DB$ направлены в противоположную сторону. В результате стержни $AD$ и $DB$ сжаты, а стержень $DC$ растянут.

### 1.3. Произвольная плоская система сил

Система сил, расположенных в одной плоскости, называется **плоской системой сил.**

Алгебраическим моментом $M_O(\vec{F})$ силы $\vec{F}$ относительно центра $O$, или просто **моментом силы** $\vec{F}$ относительно центра, называют взятое с соответствующим знаком произведение модуля силы $\vec{F}$ и кратчайшего расстояния $h$ от центра до линии действия силы (рис. 1.19, *а*): $M_O(\vec{F}) = \pm Fh$. Величину $h$ называют **плечом силы.** Единица измерения момента – Н·м. Момент считается положительным, если сила $\vec{F}$ стремится повернуть тело вокруг центра в

направлении против хода часовой стрелки, и отрицательным – в обратном случае.

На рис. 1.19, *b* показаны знаки моментов сил $\vec{F}$ и $\vec{Q}$ относительно центра *O*: $M_O(\vec{F}) = +Fh_2$, $M_O(\vec{Q}) = -Qh_1$. Момент силы $\vec{R}$ относительно центра *O* равен нулю: $M_O(\vec{R}) = 0$, так как плечо силы равно нулю.

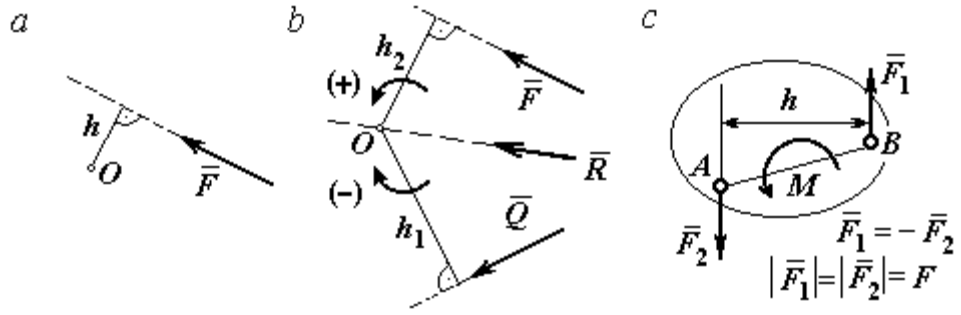



Рис. 1.19. Схемы к вычислению момента силы:
*a*, *b* – момент силы относительно центра; *c* – момент пары сил

**Парой сил,** или просто парой (рис.1.19, *c*), называют систему двух равных по модулю сил, параллельных, направленных в противоположные стороны и не лежащих на одной прямой. **Плечом пары** называют кратчайшее расстояние между линиями действия ее сил. Алгебраическим моментом пары сил, или **моментом пары,** называют взятое со знаком плюс или минус произведение модуля одной из сил пары и плеча пары. Правило знаков такое же, как и для момента силы. Пара сил, показанная на рис. 1.19, *c*, имеет плечо *h* и момент *M*: $M = F_1 h = F_2 h$. Поскольку пара сил характеризуется только ее моментом, на схемах пару часто изображают дуговой стрелкой, показывающей направление поворота твердого тела под действием пары (см. *M* на рис. 1.19, *c*).

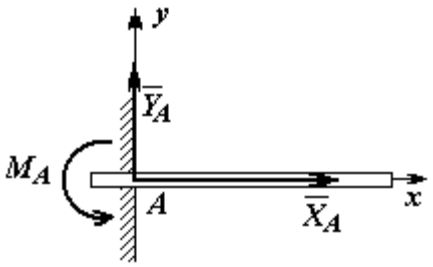



Рис. 1.20. Реакция жесткой заделки

**Жесткая заделка.** Такая связь (рис. 1.20) препятствует не только линейным перемещениям тела, но и повороту. Реакция жесткой заделки состоит из силы

реакции $\vec{R}_A$ и пары сил с моментом $M_A$. Силу реакции жесткой заделки $\vec{R}_A$ изображают ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленными вдоль координатных осей (см. рис. 1.20). Величина силы реакции $\vec{R}_A$ определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$.

При вычислении моментов сил часто применяют **теорему Вариньона** о том, что момент равнодействующей системы сил относительно любого центра равен сумме моментов всех сил этой системы относительно того же центра. На рис. 1.21 показана схема применения теоремы Вариньона. Силу $\vec{F}$ раскладываем на составляющие $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, направленные вдоль координатных осей так, что имеет место равенство $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Численно составляющие $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ равны проекциям силы $\vec{F}$ на координатные оси: $F_1 = F\cos\alpha$, $F_2 = F\sin\alpha$. Для каждой из составляющих находим плечи $h_1$ и $h_2$ относительно центра *O*. Тогда (с учётом знаков) момент силы $\vec{F}$ относительно центра *O*: $M_O(\vec{F}) = M_O(\vec{F}_1) + M_O(\vec{F}_2) = F_1 h_1 + F_2 h_2$.

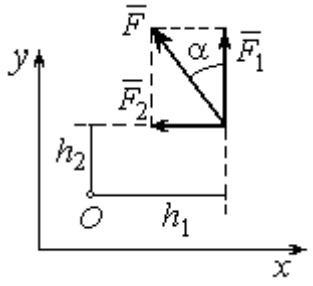


Рис.1.21. Применение теоремы Вариньона

**Распределённая нагрузка.** Силы, приложенные непрерывно вдоль некоторой поверхности, называются **распределенными**. Распределённая нагрузка характеризуется интенсивностью *q*. Интенсивность нагрузки, равномерно распределённой вдоль прямой, измеряется в Н/м. На рис. 1.22 приведена плоская система сил, равномерно распределённых вдоль прямой. Равнодействующая $\vec{Q}$ сил, равномерно распределённых вдоль прямой, приложена в середине отрезка действия распределённой нагрузки и по модулю равна про-

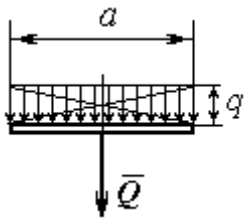


Рис. 1.22. Нагрузка, равномерно распределённая по прямой

изведению интенсивности нагрузки на длину её действия: $Q = qa$, где $a$ – длина отрезка действия распределённой нагрузки.

**Основная форма условий равновесия плоской системы сил.** Для равновесия плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух осей прямоугольной системы координат, расположенной в плоскости действия сил, были равны нулю и сумма моментов сил относительно любого центра, находящегося в плоскости действия сил, была равна нулю:

$$\sum F_{kx} = 0, \ \sum F_{ky} = 0, \ \sum M_A(\vec{F}_k) = 0,$$

где $F_{kx}, F_{ky}$ – проекции всех сил на координатные оси; $M_A(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно произвольно выбранного центра $A$.

## Примеры решения задач на равновесие произвольной плоской системы сил

**Задача 7.** Однородная балка $AB$ весом $P$ = 100 кН прикреплена к стене шарниром $A$ (рис.1.23). Балка удерживается под углом 60° к вертикали при помощи троса, прикреплённого к балке в точке $B$, перекинутого через блок $D$ и несущего груз $Q$. Участок троса $DB$ образует с вертикалью угол 30°. В точке $C$ к балке подвешен груз $G$ весом $G$ = 200 кН. Определить вес груза $Q$, удерживающий балку в равновесии, и реакцию шарнира $A$, пренебрегая трением в блоке, если расстояние $BC = 0{,}25BA$.

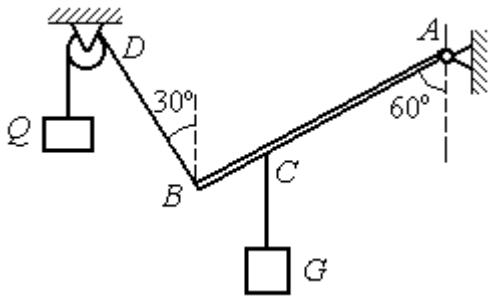


Рис. 1.23. Равновесие балки

*Решение*

Объектом равновесия является балка $AB$. На балку действуют сила тяжести $\vec{P}$, приложенная в середине отрезка $AB$, реакция шарнира $A$, представлен-

ная в виде двух составляющих $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленных вдоль координатных осей, реакция $\vec{T}_1$ нити, удерживающей груз *Q*, и реакция $\vec{T}_2$ нити, удерживающей груз *G*. Направления сил и реакций связей показаны на рис. 1.24.

Силы – $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$, $\vec{P}$, $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, действующие на балку, составляют произвольную плоскую систему. Условия равновесия произвольной плоской системы сил:

$$\sum F_{kx} = 0\,;\ \sum F_{ky} = 0\,;\ \sum M_A(\vec{F}_k) = 0\,.$$

Выберем систему координат *xAy,* как показано на рис. 1.24.

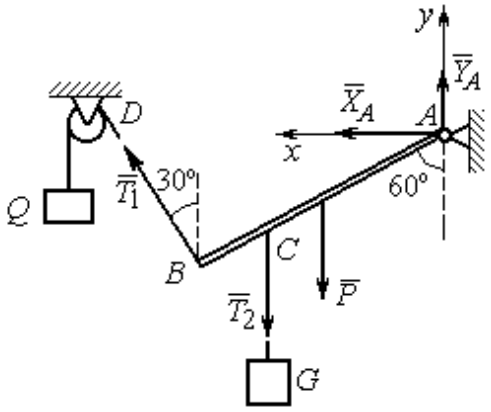



Рис. 1.24. Внешние силы и реакции связей при равновесии балки

Первые два уравнения равновесия имеют вид

$$\sum F_{kx} = X_A + T_1\cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_A + T_1\cos 30^\circ - T_2 - P = 0.$$

Выберем центром точку *A* и будем вычислять моменты сил относительно этого центра. Обозначим (для удобства записи) длину $AB = \ell$. Условие равновесия балки в форме равенства нулю суммы моментов сил относительно центра *A* имеет вид

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -T_1\ell + T_2\frac{3}{4}\ell\cos 30^\circ + P\frac{1}{2}\ell\cos 30^\circ = 0.$$

Подставим данные из условия задачи, с учётом, что реакция нити, удерживающей груз *Q*, по модулю равна весу этого груза: $T_1 = Q$, а реакция нити, удерживающей груз *G*, численно равна весу груза *G*: $T_2 = G$.

Получим систему уравнений:

$$X_A + Q\cdot 0{,}5 = 0,\ \ Y_A + Q\cdot 0{,}866 - 300 = 0,\ \ -Q + 173{,}2 = 0.$$

Решая систему, найдём $Q = 173{,}2$ кН, $X_A = -86{,}6$ кН, $Y_A = 150{,}01$ кН.

**Задача 8.** Рама *ACE* (рис. 1.25, *a*) в точке *A* закреплена на цилиндрической шарнирной опоре, а в точке *B* поддерживается вертикальным невесомым стержнем *BK*. На раму действуют: пара сил с моментом $M = 8$ кН·м, сила $\vec{F}$, равная по модулю $F = 10$ кН, приложенная в точке *D* под углом 60° к раме, и равномерно распределенная на отрезке *AB* нагрузка интенсивностью $q = 2$ кН/м. В точке *E* под прямым углом к отрезку *CE* рамы прикреплен трос, перекинутый через блок и несущий груз $P = 20$ кН.

Пренебрегая весом балки, определить реакцию шарнира *A* и реакцию стержневой опоры *BK*, если $a = 2$ м.

*Решение*

Рассмотрим равновесие рамы *ACE*. Выбираем систему координат *xAy*, например, как показано на рис. 1.25, *b*.

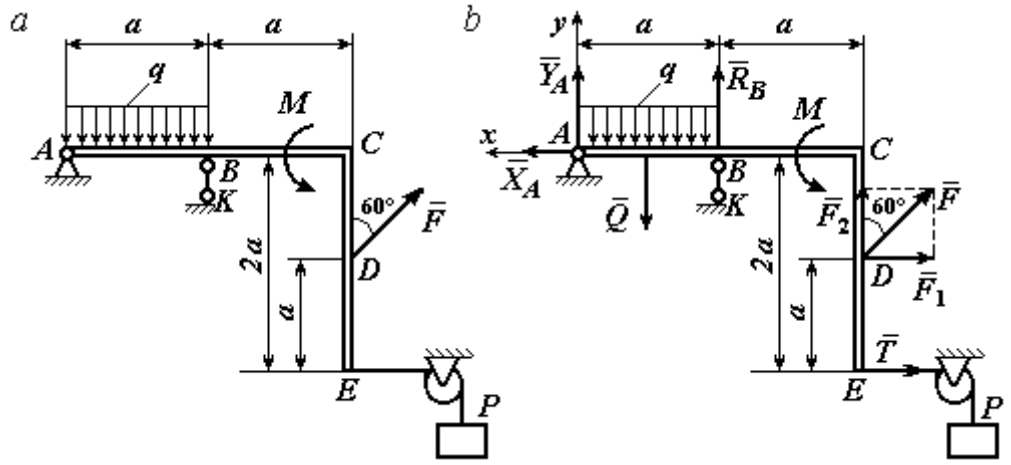



Рис. 1.25. Равновесие рамы:
*a* – конструкция и нагрузка рамы; *b* – внешние силы и реакции связей при равновесии рамы

Заменяем действие связей их реакциями. Изображаем реакцию $\vec{R}_A$ шарнира *A* двумя ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленными, соответственно, вдоль горизонтальной оси *Ax* и вертикальной *Ay*. Реакция $\vec{R}_B$ невесомой стержневой опоры *BK* приложена в точке *B* и направлена вдоль стержня *BK*. Действие груза *P* на раму изображается реакцией троса $\vec{T}$, модуль которой ра-

вен весу груза $T = P$. Заменяем распределенную нагрузку её равнодействующей $\vec{Q}$. Сила $\vec{Q}$ приложена в середине отрезка $AB$ и численно равна: $Q = qa = 2 \cdot 2 = 4$ кН. На рис. 1.25, *b* показано направление внешних сил и реакций при равновесии рамы. Направление реакции стержневой опоры *BK* выбрано в предположении, что стержень сжимается.

При равновесии рамы *ACE* действующие на неё силы составляют уравновешенную произвольную плоскую систему сил ($\vec{Q}, \vec{F}, \vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{R}_B, \vec{T}, M$) ~ 0. Условия равновесия имеют вид $\sum F_{kx} = 0$; $\sum F_{ky} = 0$; $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$. Вычисляя проекции сил на оси *Ax*, *Ay*, первые два уравнения из условий равновесия получим в виде:

$$\sum F_{kx} = X_A - F\cos 30^\circ - T = 0; \quad \sum F_{ky} = Y_A - Q + R_B + F\cos 60^\circ = 0. \qquad (1.1)$$

При составлении третьего уравнения моменты сил будем вычислять относительно центра *A*. В этом случае линии действия сил $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, составляющих реакцию шарнира *A*, проходят через центр *A*, плечи сил равны нулю, и, следовательно, моменты этих сил относительно данного центра равны нулю: $M_A(\vec{X}_A) = 0$, $M_A(\vec{Y}_A) = 0$.

При определении момента силы $\vec{F}$ удобнее воспользоваться теоремой Вариньона. С этой целью представим вектор силы $\vec{F}$ как равнодействующую двух сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, параллельных осям *Ax* и *Ay*: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ (см. рис. 1.25, *b*). Величины сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ определяются как проекции силы *F* на оси координат: $F_1 = F\cos 30^\circ$, $F_2 = F\cos 60^\circ$. По теореме Вариньона момент силы $\vec{F}$ относительно центра *A* равен сумме моментов сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ относительно того же центра *A*: $M_A(\vec{F}) = M_A(\vec{F}_1) + M_A(\vec{F}_2) = F_1 \cdot a + F_2 \cdot 2a$.

В результате уравнение равновесия в форме моментов имеет вид

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -Q \cdot 0{,}5a + R_B a + M + F\cos 60^\circ \cdot 2a + F\cos 30^\circ \cdot a + T2a = 0. \qquad (1.2)$$

Подставляя в уравнения равновесия (1.1), (1.2) численные значения из условий задачи, получим систему уравнений относительно неизвестных $X_A, Y_A, R_B$. Решая эту систему, найдем: $X_A$= 28,66 кН; $Y_A$= 59,66 кН; $R_B$ = – 60,66 кН.

Отрицательное значение величины $R_B$ означает, что фактическое направление реакции $\vec{R}_B$ стержневой опоры $BK$ противоположно направлению, показанному на рис. 1.25, *b*, т. е. стержень $BK$ растягивается. Реакция шарнирной опоры *A* – сила $\vec{R}_A$ – находится как геометрическая (векторная) сумма сил $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$. Величина реакции $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{28{,}66^2 + 59{,}66^2} = 66{,}18$ кН.

**Задача 9.** Прямоугольная рама *ABCED* (рис. 1.26) в точке *A* закреплена жёсткой заделкой. В точке *E* к раме прикреплена нить, составляющая угол 60º к горизонту. Другой конец нити, переброшенный через невесомый блок, несёт груз весом *P* = 15 кН. На раму действуют: пара сил с моментом $M$ = 12 кН·м, сила $\vec{F}$, равная по модулю *F* = 10 кН, приложенная в точке *C* под углом 30° к горизонтальному участку рамы *BE*, и равномерно распределенная на отрезке *BC* нагрузка интенсивностью *q* = 2 кН/м. В точке *D* под углом 60° к горизонту на раму действует сила $\vec{G}$, численно равная 20 кН.

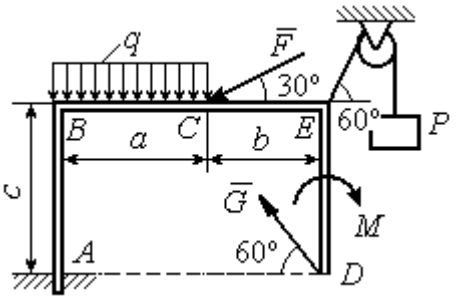


Рис. 1.26. Конструкция рамы

Пренебрегая весом рамы, определить реакцию жесткой заделки в точке *A*, если размеры рамы: *a* = 2 м, *b* = 1 м, *c* = 5 м.

*Решение*

Объектом равновесия является рама *ABCED.* Связями в данной конструкции являются жесткая заделка рамы в точке *A* и нить, натянутая грузом *P.* Заменяем действие связей их реакциями. Изображаем реакцию жесткой заделки в точке *A* в виде силы, которую представим двумя ее составляющими $-\vec{X}_A$ и

$\vec{Y}_A$, и парой сил с моментом $M_A$ (рис. 1.27). Реакция нити $\vec{T}$, приложенная к раме в точке *E*, направлена вдоль нити и численно равна весу груза $T = P$. Заменяем распределенную нагрузку её равнодействующей $\vec{Q}$. Сила $\vec{Q}$ приложена в середине отрезка *AB* и численно равна: $Q = qa = 4$ кН.

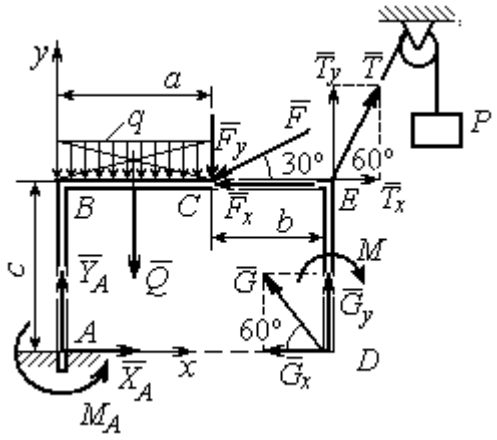



Рис. 1.27. Внешние силы и реакции связей при равновесии рамы

Действующие на раму силы составляют уравновешенную произвольную плоскую систему сил: $(\vec{Q}, \vec{F}, \vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{G}, \vec{T}, M) \sim 0$. Условия равновесия для такой системы сил: $\sum F_{kx} = 0$; $\sum F_{ky} = 0$; $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$.

Выбираем систему координат *xAy*, например, как показано на рис. 1.27, и составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = X_A - F\cos 30^\circ + T\cos 60^\circ - G\cos 60^\circ = 0; \quad (3)$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - Q - F\cos 60^\circ + T\cos 30^\circ + G\cos 30^\circ = 0. \quad (4)$$

Моменты сил будем вычислять относительно центра *A*. В этом случае моменты сил $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$ равны нулю: $M_A(\vec{X}_A) = 0$; $M_A(\vec{Y}_A) = 0$.

При определении момента силы $\vec{F}$ удобно воспользоваться теоремой Вариньона. С этой целью представим вектор силы $\vec{F}$ как равнодействующую двух сил $\vec{F}_x$ и $\vec{F}_y$, параллельных осям *Ax* и *Ay*: $\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$ (см. рис. 1.27). Величины сил $\vec{F}_x$ и $\vec{F}_y$ определяются как проекции силы $\vec{F}$ на оси координат: $F_x = F\cos 30^\circ$, $F_y = F\cos 60^\circ$. Плечо вектора силы $\vec{F}_x$ относительно центра *A* равно *c* (как длина перпендикуляра, проведённого из центра *A* на линию действия силы $\vec{F}_x$), плечом силы $\vec{F}_y$ является расстояние *a*. По теореме Вариньона

момент силы $\vec{F}$ относительно центра $A$ равен алгебраической сумме моментов сил $\vec{F}_x$ и $\vec{F}_y$ относительно того же центра:

$$M_A(\vec{F}) = M_A(\vec{F}_x) + M_A(\vec{F}_y) = F_x \cdot c - F_y \cdot a = F\cos 30^\circ \cdot c - F\cos 60^\circ \cdot a .$$

Аналогично вычисляем моменты сил $\vec{G}$ и $\vec{T}$: $M_A(\vec{G}) = G\cos 30^\circ \cdot (a+b)$; $M_A(\vec{T}) = -T\cos 60^\circ \cdot c + T\cos 30^\circ \cdot (a+b)$. В результате уравнение моментов имеет вид:

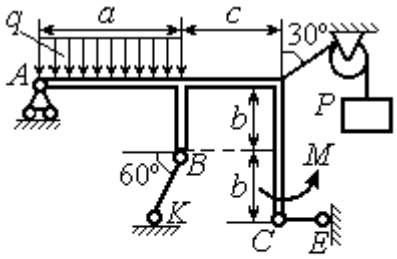
$$\sum M_A(\vec{F}_k) = F\cos 30^\circ \cdot c - F\cos 60^\circ \cdot a - T\cos 60^\circ \cdot c + T\cos 30^\circ \cdot (a+b) +$$

$$+ G\cos 30^\circ \cdot (a+b) - Q\frac{a}{2} - M + M_A = 0. \qquad (1.5)$$

Подставляя в уравнения равновесия (1.3) – (1.5) численные значения из условий задачи, получим систему уравнений относительно неизвестных $X_A, Y_A, M_A$, откуда найдём значения реакций: $X_A$= 11,16 кН; $Y_A$= –21,31 кН; $M_A$ = –70,73 Н·м. Знаки показывают, что составляющая $\vec{Y}_A$ силы реакции жёсткой заделки и момент реакции $M_A$ направлены в противоположную сторону. Величина силы реакции жесткой заделки $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$ = 24,05 кН.

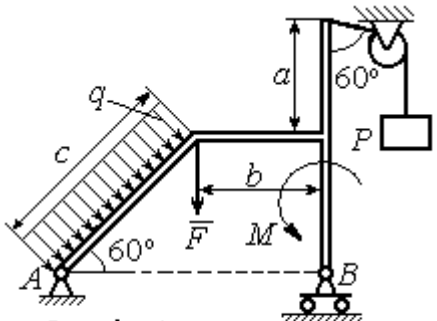
## Упражнения

Упражнение 1.1




$a$ = 3 м, $b$ = 1 м, $c$ = 2 м,
$P$ = 15 кН, $M$ = 3 кНм, $q$ = 5 кН/м.
Найти реакцию стержней $BK$, $CE$
и реакцию шарнира $A$

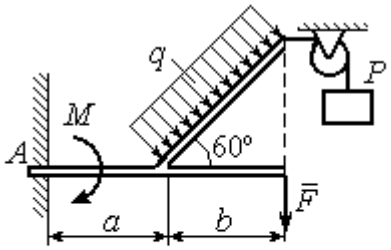
Упражнение 1.2




$a$ = 2 м, $b$ = 1 м, $c$ = 3 м,
$M$ = 3 кНм, $q$ = 3 кН/м,
$P$ = 2 кН, $F$ = 4 кН.
Найти реакцию шарниров $A$ и $B$

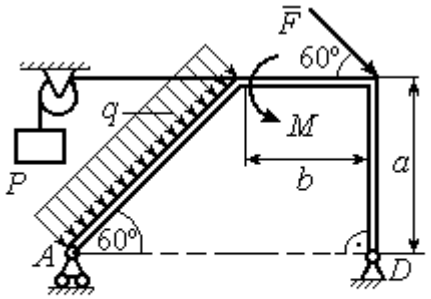
Рис. 1.28. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.1, 1.2

Упражнение 1.3




$a = 1$ м, $b = 2$ м, $F = 2$ кН,
$P = 3$кН, $M = 3$ кН·м,
$q = 2$ кН/м
Найти реакцию жесткой заделки

Упражнение 1.4




$a = 3$ м, $b = 1$ м, $P = 2$ кН, $F = 3$ кН,
$M = 3$ кН·м, $q = 2$ кН/м.
Найти реакцию шарниров $A$ и $D$

Рис. 1.29. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.3, 1.4

## 1.4. Равновесие систем тел

Связи, соединяющие части конструкции, называются **внутренними** в отличие от **внешних** связей, скрепляющих конструкцию с внешними телами, не входящими в данную конструкцию.

Одним из способов решения задач на равновесие сил, действующих на сочленённую конструкцию, является **разбиение конструкции на отдельные тела** и составление уравнений равновесия для каждого из тел, входящих в конструкцию. В уравнения равновесия будут входить только силы, непосредственно приложенные к телу, равновесие которого рассматривается. **При этом реакции внутренних связей, приложенные к разным телам, будут попарно равны по модулю и противоположны по направлению.**

### Примеры решения задач на равновесие систем тел

**Задача 10.** Диск весом $Q$ = 100 кН опирается на вертикальную стенку и на наклонную балку $AB$. На диск действует сила $\vec{F}$, равная по величине 50 кН (рис. 1.30). Линия действия силы $\vec{F}$ проходит через центр диска под углом 30º к его вертикальному диаметру.

Однородная балка $AB$ весом $G = 80$ кН закреплена в точке $A$ шарнирно и удерживается под углом 60º к стене при помощи вертикального троса, один конец которого закреплён на балке в точке $B$, а другой – переброшен через блок и несёт груз весом $P$. Определить давление диска на стенку и на балку, реакцию шарнира $A$ и вес груза $P$, удерживающий конструкцию в равновесии, если длина балки $AB$ $\ell = 6$ м, радиус диска $r = 1$ м.

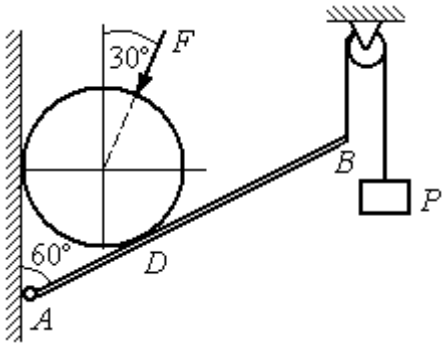



Рис. 1.30. Равновесие составной конструкции

*Решение*

Объект равновесия включает балку и диск и представляет собой составную конструкцию. Опора диска на балку в точке $D$ является внутренней связью конструкции. Рассмотрим равновесие диска и балки отдельно.

Освобождаем диск от связей. На диск действует сила веса $\vec{Q}$, сила $\vec{F}$ и реакции $\vec{N}$ и $\vec{R}$ опор диска на стену в точке $K$ и на балку в точке $D$ (рис. 1.31). Силы, приложенные к диску, составляют плоскую систему сходящихся сил. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.31, и составим уравнения равновесия:

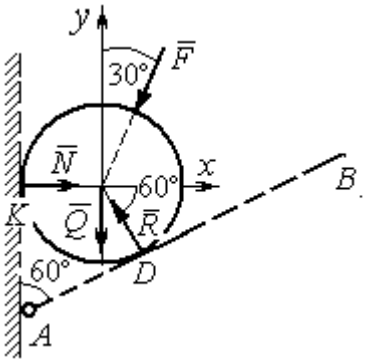



Рис. 1.31. Внешние силы и реакции связей при равновесии диска

$$\sum F_{kx} = -F\cos 60^\circ - R\cos 60^\circ + N = 0; \quad (1.6)$$

$$\sum F_{ky} = -F\cos 30^\circ + R\cos 30^\circ - Q = 0. \quad (1.7)$$

Рассмотрим равновесие балки $AB$ (рис. 1.32).

На балку действуют сила тяжести $\vec{G}$, реакция шарнира $A$, (на рис. 1.32 показано её разложение на составляющие $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$), реакция нити $\vec{T}$, численно равная весу груза $P$, и сила $\vec{R}'$ давления диска на балку. Сила давления $\vec{R}'$ про-

тивоположна реакции $\vec{R}$ опоры диска на балку и численно равна ей. Система сил ($\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{G}, \vec{T}, \vec{R}'$), действующих на балку, является произвольной плоской. Условия равновесия такой системы сил: $\sum F_{kx} = 0$; $\sum F_{ky} = 0$; $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$.

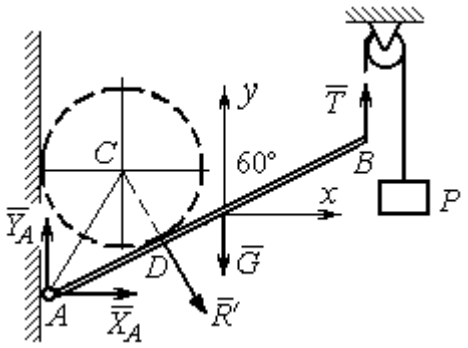



Рис. 1.32. Силы, действующие на балку, при равновесии

Выберем оси, как показано на рис. 1.32, и составим уравнения равновесия, полагая точку $A$ центром, относительно которого производятся вычисления моментов сил:

$$\sum F_{kx} = X_A + R'\cos 60^\circ = 0, \tag{1.8}$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - R'\cos 30^\circ - G + T = 0, \tag{1.9}$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -R' \cdot AD - G \cdot \frac{\ell}{2}\cos 30^\circ + T\ell\cos 30^\circ = 0. \tag{1.10}$$

Добавив к уравнениям (1.8) – (1.10) равновесия балки $AB$ уравнения (1.6), (1.7) равновесия диска с учётом, что $R' = R$, получим систему пяти уравнений с пятью неизвестными. Подставляя данные из условия задачи и решая совместную систему, найдём: $R = 165{,}47$ кН; $N = 107{,}74$ кН; $P = 95{,}26$ кН; $X_A = -82{,}73$ кН; $Y_A = 128{,}03$ кН.

Сила давления диска на стену равна модулю реакции опоры $\vec{N}$ и направлена в противоположную сторону, сила давления диска на балку равна $\vec{R}'$.

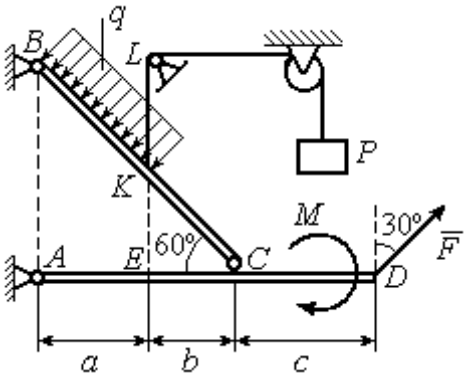



Рис.1.33. Равновесие кронштейна как сочленённой конструкции

**Задача 11.** Кронштейн состоит из горизонтальной балки $AD$, прикрепленной к вертикальной стене в точке $A$, и откоса $BC$, соединённого с балкой $AD$ в точке $C$ под углом 60º и прикреплённого к вертикальной стене в точке $B$ (рис. 1.33). Все соедине-

ния шарнирные. На конструкцию действуют сила $\vec{F}$, приложенная в точке $D$ под углом 30º к вертикали и равная по модулю $F$ =10 кН, пара сил с моментом $M$ = 8 кН·м и равномерно распределенная на отрезке $BK$ нагрузка интенсивностью $q$ = 3 кН/м. В точке $K$ к балке $BC$ прикреплена нить, другой конец которой, переброшенный через невесомые блоки, несёт груз весом $P$ = 5 кН (см. рис. 1.33).

Определить реакции шарниров $A$, $B$ и $C$, если $a$ = 2 м, $b$ = 1 м, $c$ = 3 м, а на отрезке $KL$ нить натянута вертикально.

*Решение*

Рассмотрим равновесие каждой из составных частей конструкции – балки $BC$ и балки $AD$. Освобождаем балки от связей и заменяем их реакциями (рис. 1.34).

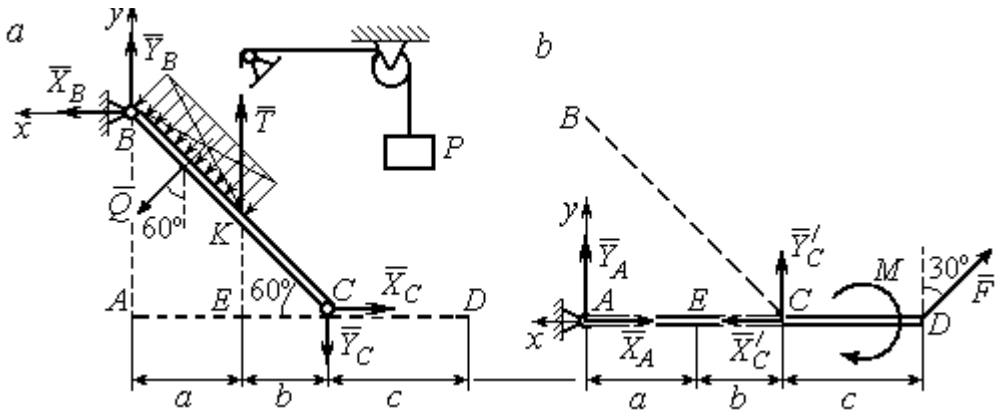



Рис. 1.34. Равновесие элементов конструкции кронштейна:
*a* - силы, действующие на балку *BC*; *b* - силы, действующие на балку *AD*

На рис. 1.34, *a* показаны реакции внешних и внутренних связей балки $BC$: реакция $\vec{R}_B$ шарнира $B$, реакция нити $\vec{T}$, равная по величине весу груза, $T = P$ и реакция $\vec{R}_C$ внутреннего шарнира $C$. Реакции шарниров $B$ и $C$ представлены в виде разложения на составляющие $\vec{X}_B$, $\vec{Y}_B$ и $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$. Заменяем равномерную нагрузку равнодействующей силой $\vec{Q}$, приложенной в середине отрезка $BK$ (см. рис. 1.34, *a*) и численно равной $Q = q \cdot BK = q \cdot \dfrac{a}{\cos 60^\circ} = q \cdot 2a$.

Система сил ($\vec{Q}$, $\vec{X}_B, \vec{Y}_B, \vec{X}_C, \vec{Y}_C, \vec{T}$), действующая на балку *BC*, является произвольной плоской уравновешенной системой сил. Выберем оси координат *xBy*, как показано на рис. 1.34, *a*, и составим уравнения равновесия. При этом моменты сил будем вычислять относительно центра *C*:

$$\sum F_{kx} = X_B + Q\cos 30^\circ - X_C = 0; \tag{1.11}$$

$$\sum F_{ky} = Y_B - Q\cos 60^\circ + T - Y_C = 0; \tag{1.12}$$

$$\sum M_C(\vec{F}_k) = X_B \cdot AB - Y_B(a+b) - Tb + Q\left(CK + \frac{1}{2}BK\right) = 0, \tag{1.13}$$

где $AB = (a+b)\mathrm{tg}60^\circ$; $CK = 2b$; $\frac{1}{2}BK = a$.

Рассмотрим равновесие балки *AD* (рис. 1.34, *b*).

На балку действует сила $\vec{F}$, реакция $\vec{R}_A$ шарнира *A* и реакция $\vec{R}'_C$ внутреннего шарнира *C*. Реакция $\vec{R}'_C$ равна по величине и противоположна по направлению реакции $\vec{R}_C$. На рис. 1.34, *b* реакция $\vec{R}_A$ представлена составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, реакция $\vec{R}'_C$ – составляющими $\vec{X}'_C$ и $\vec{Y}'_C$. При этом следует отметить: $\vec{X}'_C = -\vec{X}_C$; $\vec{Y}'_C = -\vec{Y}_C$.

Выберем оси координат *xAy* как показано на рис. 1.34, *b*, и составим уравнения равновесия балки *AD*, вычисляя моменты сил относительно центра *C*:

$$\sum F_{kx} = -X_A + X'_C - F\cos 60^\circ = 0; \tag{1.14}$$

$$\sum F_{ky} = Y_A + Y'_C + F\cos 30^\circ = 0; \tag{1.15}$$

$$\sum M_C(\vec{F}_k) = -Y_A(a+b) + F\cos 30^\circ \cdot c - M = 0. \tag{1.16}$$

Решая совместно систему уравнений (1.11) – (1.16) с учётом исходных данных задачи и равенства модулей сил $X_C = X'_C$ и $Y_C = Y'_C$, находим:

$$X_A = 5{,}99 \text{ кН}, \; Y_A = 5{,}99 \text{ кН}, \; X_C = 10{,}99 \text{ кН}, \; Y_C = -14{,}65 \text{ кН};$$

$$X_B = 0{,}6 \text{ кН}, \; Y_B = -13{,}65 \text{ кН},$$

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 8{,}47 \text{ кН}, \; R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = 18{,}31 \text{ кН},$$

$$R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} = 13{,}65 \text{ кН}.$$

**Задача 12.** Вертикальная балка $AB$ с горизонтальной перекладиной $LC$ закреплена в точке $A$ с помощью жесткой заделки (рис. 1.35). Наклонная балка $EC$ с углом наклона к горизонту 60° точке $C$ шарнирно прикреплена к горизонтальной перекладине $LC$ балки $AB$, а в точке $E$ опирается на каток установленный на горизонтальной поверхности. На конструкцию действуют равномерно распределенная на отрезках $BL$ и $DE$ нагрузка с одинаковой интенсивностью $q = 2$ кН/м, сила $\vec{F}$, приложенная в точке $D$ перпендикулярно балке $EC$ и равная по величине $F = 10$ кН, и пара сил с моментом $M = 5$ кН·м. Определить реакцию жесткой заделки $A$ и реакции шарниров $C$ и $E$, если параметр $a$, определяющий размеры конструкции, равен $a = 2$ м.

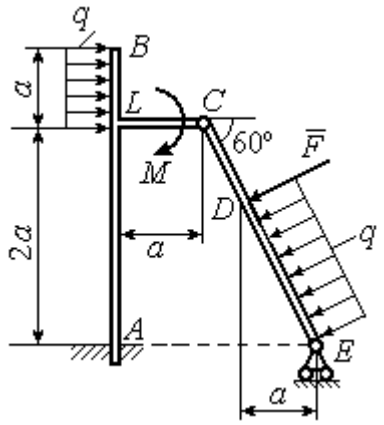



Рис. 1.35. Равновесие сочленённой конструкции

*Решение*

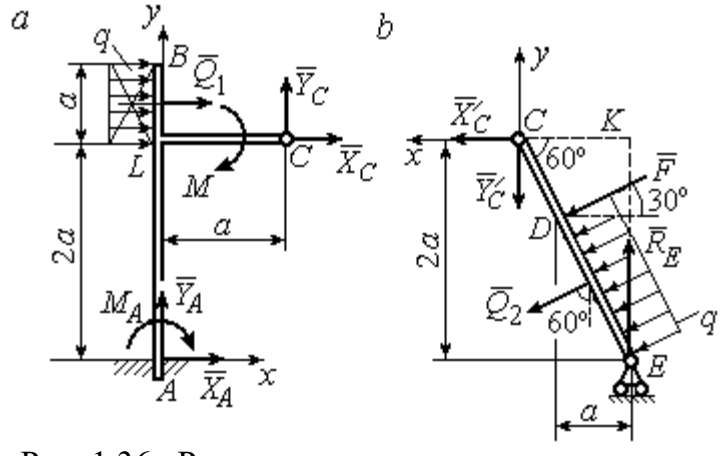



Рис. 1.36. Равновесие элементов конструкции:
*a* - силы и реакции связей, действующие на балку $AB$;
*b* - силы и реакции связей, действующие на балку $CE$

Разделим систему на две части по шарниру $C$ и рассмотрим равновесие балок $ABC$ и $EC$ отдельно.

Рассмотрим балку $ABC$ (рис. 1.36, *a*). Заменим распределенную нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_1$, численно равной $Q_1 = qa = 4$ кН. На балку действует сила $\vec{Q}_1$, пара сил с моментом $M$ и реакции связей – жёсткой заделки в точке $A$ и шарнира $C$.

На рис. 1.36, *a* изображена реакция жесткой заделки в точке *A* в виде силы, разложенной на составляющие $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, и пары с моментом $M_{\text{A}}$. Реакция $\vec{R}_C$ шарнира *C* показана разложением на составляющие $\vec{X}_C, \vec{Y}_C$. Силы образуют произвольную плоскую систему.

Введём систему координат, как показано на рис. 1.36, *a,* и составим уравнения равновесия балки, выбрав центром вычисления моментов сил точку *A*.

Имеем систему

$$\sum F_{kx} = X_A + Q_1 + X_C = 0; \quad \sum F_{ky} = Y_A + Y_C = 0; \tag{1.17}$$

$$\sum M_A\left(\vec{F}_k\right) = -M_A - Q_1 \cdot \left(2a + \frac{a}{2}\right) - M + Y_C a - X_C 2a = 0. \tag{1.18}$$

Рассмотрим теперь равновесие балки *EC* (рис. 1.36, *b*). Заменим распределённую нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_2$, приложенной в середине отрезка *ED* и равной $Q_2 = \dfrac{qa}{\cos 60^\circ} = q \cdot 2a = 8\,\text{кН}$. На балку действуют силы $\vec{Q}_2$, $\vec{F}$, реакция $\vec{R}_E$ подвижной опоры – катка *E* и реакция $\vec{R}'_C$ шарнира *C*. На рис. 1.36, *b* реакция $\vec{R}'_C$ показана в виде разложения на составляющие $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$. При этом силы $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ направлены противоположно силам $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ и равны им по модулю: $X_C = X'_C$; $Y_C = Y'_C$ (см. рис. 1.36, *a*, *b*).

Действующие на балку *EC* силы образуют уравновешенную произвольную плоскую систему сил. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.36, *b,* и составим уравнения равновесия, вычисляя моменты сил относительно центра *C*. Получим:

$$\sum F_{kx} = Q_2 \sin 60^\circ + F\cos 30^\circ + \vec{X}'_C = 0, \tag{1.19}$$

$$\sum F_{ky} = R_E - Q_2 \cos 60^\circ - F\sin 30^\circ - Y'_C = 0, \tag{1.20}$$

$$\sum M_C\left(\vec{F}_k\right) = -F \cdot \left(\frac{2a}{\cos 30^\circ} - 2a\right) - Q_2 \cdot \left(\frac{2a}{\cos 30^\circ} - a\right) + R_E \cdot 2a\,\text{tg}30^\circ = 0. \tag{1.21}$$

Подставим в совместную систему (1.17) – (1.21) исходные данные задачи и, воспользовавшись тем, что модули сил $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ и $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ равны, найдём:

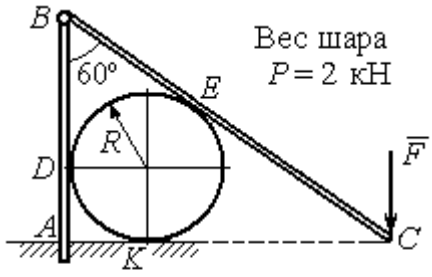
$$X_A = 11{,}59 \text{ кН}; \quad Y_A = -2{,}76 \text{ кН}; \quad M_A = 42{,}87 \text{ кН·м};$$

$$X_C = -15{,}59 \text{ кН}; \quad Y_C = 2{,}76 \text{ кН}; \quad R_E = 11{,}76 \text{ кН}.$$

Полные величины сил реакции жесткой заделки и взаимного давления в шарнире $C$: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 11{,}91$ кН; $R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = 15{,}83$ кН.

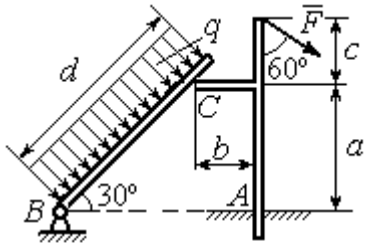
## Упражнения

Упражнение 1.5



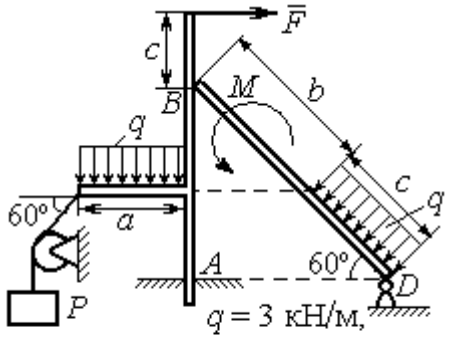

$R = 1$ м, $F = 8$ кН.
Найти реакцию жесткой заделки в точке $A$, реакцию шарнира $B$, реакцию опоры шара в точках $D$, $K$, $E$

Упражнение 1.6



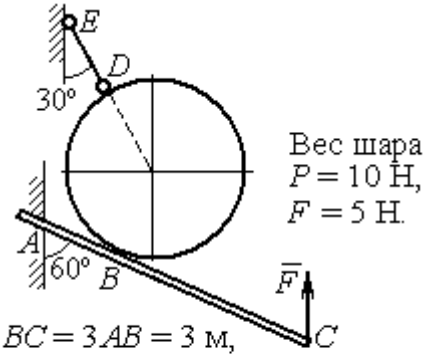

$a = 2$ м, $b = 1$ м, $c = 1$ м, $d = 5$ м,
$q = 3$ кН/м, $F = 4$ кН.
Найти реакцию жесткой заделки в точке $A$, реакцию шарнира $B$ и реакцию опоры в точке $C$

Упражнение 1.7




$q = 3$ кН/м,
$F = 4$ кН, $P = 3$ кН, $M = 2$ кН·м,
$a = 2$м, $b = 3$м, $c = 1$м
Найти реакцию заделки $A$, шарнира $D$ и реакцию опоры $B$

Упражнение 1.8




$BC = 3AB = 3$ м,
Найти реакцию жесткой заделки $A$, реакцию стержня $DE$ и реакцию опоры в точке $B$

Рис. 1.37. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.5 – 1.8

## 1.5. Произвольная пространственная система сил

**Моментом силы относительно оси** называют момент вектора проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси с плоскостью. На рис. 1.38 показано вычисление момента силы $\vec{F}$ относительно оси $z$:

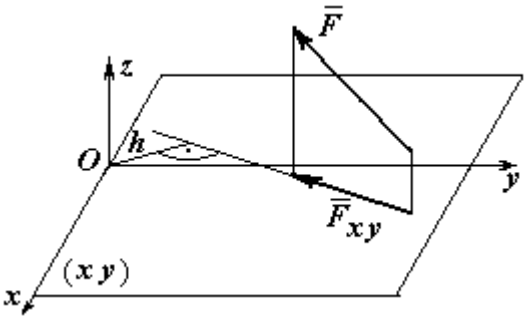



Рис. 1.38. Момент силы относительно оси

$$M_z(\vec{F}) = M_O(\vec{F}_{xy}) = F_{xy}h,$$

где $O$ – точка пересечения оси $z$ с плоскостью $xy$, перпендикулярной оси $z$; $\vec{F}_{xy}$ – вектор проекции силы $\vec{F}$ на плоскость $xy$; $h$ – плечо силы $\vec{F}_{xy}$ относительно центра $O$. Момент силы относительно оси считается положительным, если при взгляде с положительного направления оси он создаёт вращение против хода часовой стрелки.

**Равновесие пространственной системы сил.** Для равновесия пространственной системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на оси прямоугольной системы координат $x$, $y$, $z$ были равны нулю и суммы моментов всех сил относительно тех же осей также были равны нулю:

$$\sum F_{kx} = 0;\ \sum F_{ky} = 0;\ \sum F_{kz} = 0;$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0;\quad \sum M_y(\vec{F}_k) = 0;\quad \sum M_z(\vec{F}_k) = 0,$$

где $F_{kx}, F_{ky}, F_{kz}$ – проекции всех сил на координатные оси; $M_x(\vec{F}_k)$, $M_y(\vec{F}_k)$, $M_z(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно выбранных осей, $k = 1, 2, ...$

### Примеры решения задач на равновесие пространственных систем сил

**Задача 13.** Горизонтальный вал (рис. 1.39) закреплен в подпятнике $C$ и подшипнике $K$. Вал имеет шкив $B$ радиуса $R$ и шкив $D$ радиуса $r$.

Оба шкива перпендикулярны оси вала. Рукоять *AE* параллельна оси *Cx*.

Нить, удерживающая груз *Q*, сходит со шкива *D* по касательной в точке *L* параллельно плоскости *zCx*, так что радиус шкива *D*, проведённый в точку схода нити, составляет с вертикальным диаметром угол 30º.

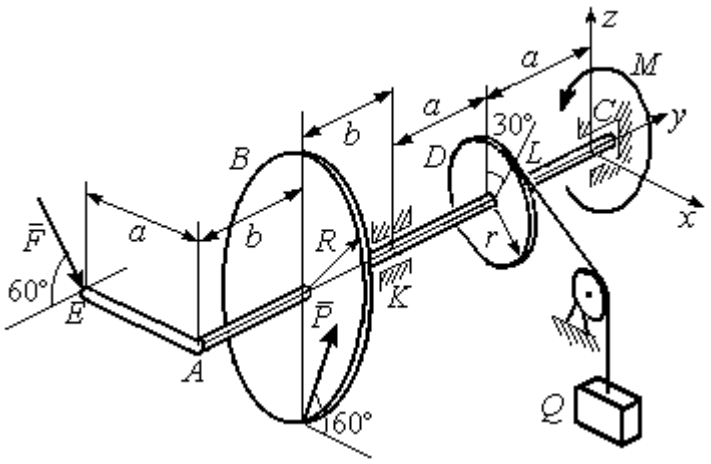


Рис. 1 39. Равновесие вала

На вал действуют силы: $\vec{F}$, $\vec{P}$ и пара сил с моментом *M*. Сила $\vec{F}$ находится в плоскости, параллельной *zCy*, и составляет угол 60° с направлением оси *Cy*. Сила $\vec{P}$ приложена в нижней точке шкива *B*, параллельна плоскости *zCx* и составляет угол 60° с направлением оси *Cx*. Определить вес удерживаемого груза $Q$ и реакции подшипника и подпятника, если $P = 4$ кН; $F = 2$ кН; $M = 3$ кН·м; $R = 0{,}6$ м; $r = 0{,}3$ м; $a = 0{,}8$ м; $b = 0{,}4$ м.

*Решение*

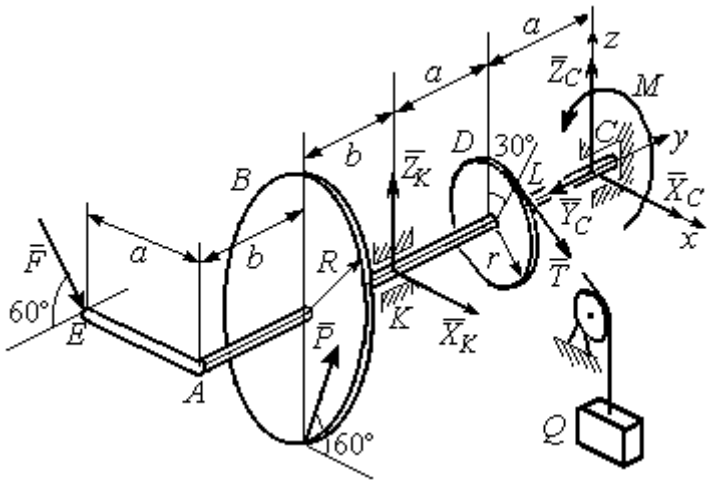


Рис. 1.40. Активные силы и реакции связей, действующие на вал, при его равновесии

Рассмотрим равновесие вала. На вал действуют активные силы $\vec{F}$, $\vec{P}$, пара с моментом *M* и реакции связей. Связями являются нить, натянутая грузом $Q$, подпятник *C* и подшипник *K*. Освобождаем вал от связей, заменяя их действие реакциями. Реакцию $\vec{R}_C$ подпятника *C* раскладываем на три составляющие: $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$, $\vec{Z}_C$, направленные вдоль координатных осей (рис. 1.40). Реакция $\vec{R}_K$ подшипника *K* лежит в плоскости, пер-

пендикулярной оси вала, и ее составляющими будут вектора $\vec{X}_K, \vec{Z}_K$, направленные вдоль координатных осей *x*, *z*. Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити от точки *L* и по модулю равна весу груза *Q*.

Активные силы и реакции связей составляют произвольную пространственную уравновешенную систему сил. При составлении уравнений равновесия изобразим вал вместе с действующими на него силами в проекциях на координатные плоскости (рис. 1.41).

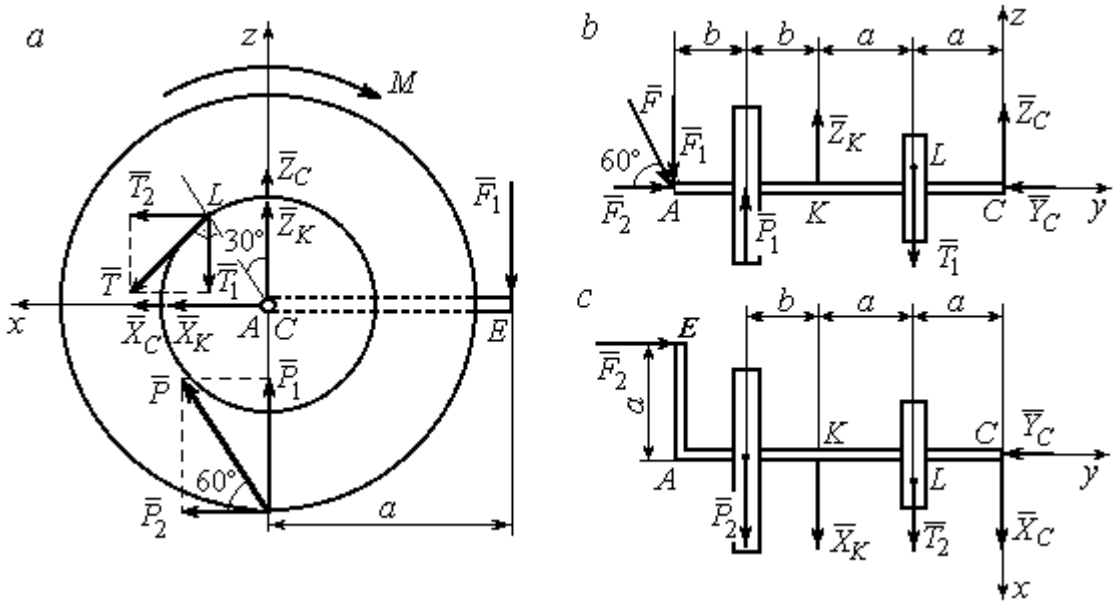



Рис. 1.41. Вал и действующие на него силы в проекциях на координатные плоскости:
*a* – вид вала в проекции на плоскость *zCx* с положительного конца оси *y*;
*b* – вид вала в проекции на плоскость *zCy* с положительного конца оси *x*;
*c* – вид вала в проекции на плоскость *xCy* с положительного конца оси *z*

На рис. 1.41, *a* показаны проекции вала и всех сил на плоскость *zCx*. Вычисляя моменты проекций сил относительно точки *C*, получим значения моментов этих сил относительно оси *y*. При вычислении моментов сил относительно оси *x* достаточно вычислить моменты проекций сил на плоскость *zCy* относительно точки *C* (рис. 1.41, *b*), а вычисляя моменты проекций сил на

плоскость *xCy* относительно точки *C*, получим значения моментов сил относительно оси *z* (рис. 1.41, *c*).

Величины проекций сил определяются равенствами: $P_1 = P\cos 30^\circ$;

$P_2 = P\cos 60^\circ$; $T_1 = T\cos 60^\circ$; $T_2 = T\cos 30^\circ$; $F_1 = F\cos 30^\circ$; $F_2 = F\cos 60^\circ$.

Составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = P\cos 60^\circ + X_K + T\cos 30^\circ + X_C = 0; \quad \sum F_{ky} = F\cos 60^\circ - Y_C = 0;$$

$$\sum F_{kz} = P\cos 30^\circ + Z_K - T\cos 60^\circ + Z_C - F\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = T\cos 60^\circ \cdot a - Z_K \cdot 2a - P\cos 30^\circ \cdot (2a + b) +$$

$$+ F\cos 30^\circ \cdot (2a + 2b) = 0;$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = -F\cos 30^\circ \cdot a - P\cos 60^\circ \cdot R + T \cdot r - M = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = T\cos 30^\circ \cdot a + X_K \cdot 2a + P\cos 60^\circ \cdot (2a + b) - F\cos 60^\circ \cdot a = 0.$$

Подставляя исходные данные задачи, получим систему шести уравнений с шестью неизвестными, решая которую, найдём:

$$X_C = -8{,}09 \text{ кН}, \; Y_C = 1 \text{ кН}, \; Z_C = 4{,}65 \text{ кН}, \; Z_K = 2{,}92 \text{ кН};$$

$$X_K = -10{,}02 \text{ кН}, \; T = 18{,}6 \text{ кН}.$$

Реакции подпятника и подшипника:

$$R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2} = 9{,}4 \text{ кН}, \; R_K = \sqrt{X_K^2 + Z_K^2} = 10{,}44 \text{ кН}.$$

Вес удерживаемого груза *Q* равен реакции нити *T*.

**Задача 14.** Однородная прямоугольная плита (рис. 1.42) веса 25 кН прикреплена к полу при помощи шарового шарнира *A*, подшипника *B* и удерживается в вертикальном положении стержнем *CO*, лежащим в плоскости, перпендикулярной плоскости плиты так, что $\angle COB = 60^\circ$. В плоскости плиты на неё действуют пара сил с моментом $M = 6$ кН·м, сила $\vec{F}_1$, равная $F_1 = 10$ кН, приложенная на верхней стороне плиты в точке *H* под углом 30º к линии *EC*, и сила $\vec{F}_2$, равная $F_2 = 5$ кН, приложенная в точке *D* параллельно стороне *AB*.

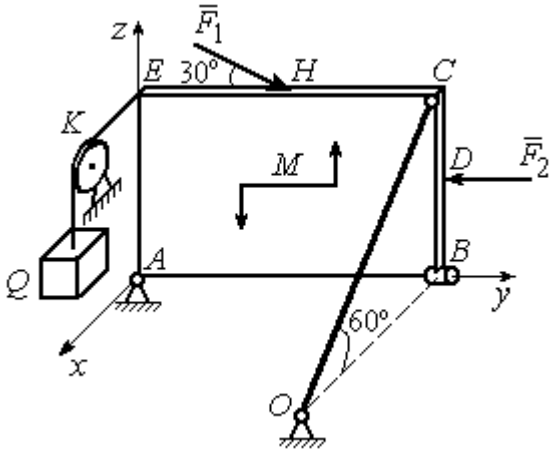



Рис. 1.42. Равновесие плиты

В точке $E$ к плите прикреплён трос, на другом конце которого, перекинутым через блок $K$, подвешен груз весом $Q = 20$ кН. Отрезок троса $EK$ перпендикулярен плоскости плиты.

Определить реакции шарнира $A$, подшипника $B$ и реакцию стержня $CO$, если ширина плиты $AB = 3$ м; высота $AE = 2$ м; $EH = HC$, $CD = DB$.

*Решение*

Рассмотрим равновесие плиты $ABCE$. На плиту действуют активные силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, сила тяжести плиты $\vec{P}$, пара сил с моментом $M$ и реакции связей. Связями являются пространственный шарнир $A$, нить, натянутая грузом $Q$, подшипник $B$ и невесомый стержень $CO$.

Выберем систему координат, как показано на рис. 1.43. Освобождаем плиту от связей, заменяя их действие реакциями. Реакцию $\vec{R}_A$ шарнира $A$ раскладываем на три составляющие: $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, $\vec{Z}_A$, направленные вдоль координатных осей. Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити параллельно оси $Ax$ и равна весу груза $T = Q$, реакция $\vec{R}_B$ подшипника $B$ расположена в плоскости, перпендикулярной оси $Ay$, и представлена в виде двух своих составляющих $\vec{X}_B$, $\vec{Z}_B$, реакция $\vec{S}$ невесомого стержня $CO$ направлена вдоль стержня. Направления активных сил и реакций связей показаны на рис. 1.43.

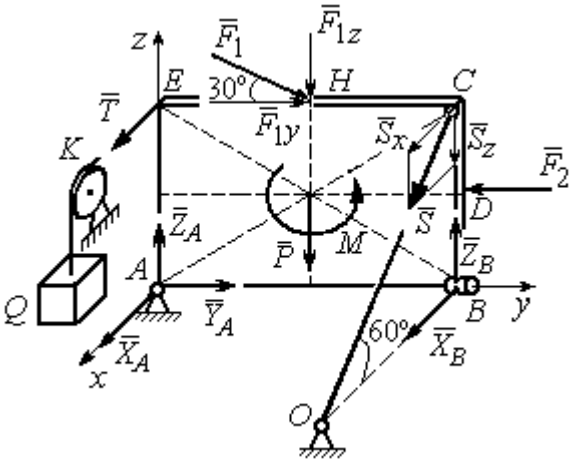



Рис. 1.43. Силы, действующие на плиту, при её равновесии

Силы, действующие на плиту, и реакции связей составляют пространственную уравновешенную систему сил. Составим уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = X_A + T + X_B + S\cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - F_2 + F_1\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kz} = Z_A - F_1\cos 60^\circ - P + Z_B - S\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = -F_1\cos 60^\circ \cdot 0{,}5 \cdot AB - F_1\cos 30^\circ \cdot AE - P \cdot 0{,}5 \cdot AB +$$

$$+ F_2 \cdot BD + Z_B \cdot AB - S\cos 30^\circ \cdot AB + M = 0;$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = T \cdot AE + S\cos 60^\circ \cdot CB = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = -X_B \cdot AB + S\cos 60^\circ \cdot EC = 0.$$

Подставляя исходные данные задачи, получим систему уравнений, решая которую, найдём значения реакций: $S = -40$ кН; $X_B = -20$ кН; $Z_B = -17{,}53$ кН; $X_A = 20$ кН; $Y_A = -3,66$ кН; $Z_A = 12{,}89$ кН.

**Задача 15.** Прямоугольная фрамуга *ACEB* весом $P = 50$ Н, закрепленная в точках *A* и *B* цилиндрическими шарнирами, открыта на угол 60º (рис. 1.44). На фрамуге в точке *H* закреплена верёвка, другой конец которой, переброшенный через невесомый блок *K*, несёт груз *Q*. При этом линия верёвки *HK* параллельна прямой *ED*. На фрамугу действует сила $\vec{F}$, приложенная в верхнем углу в точке *C* перпендикулярно плоскости фрамуги и равная по величине $F = 15$ Н.

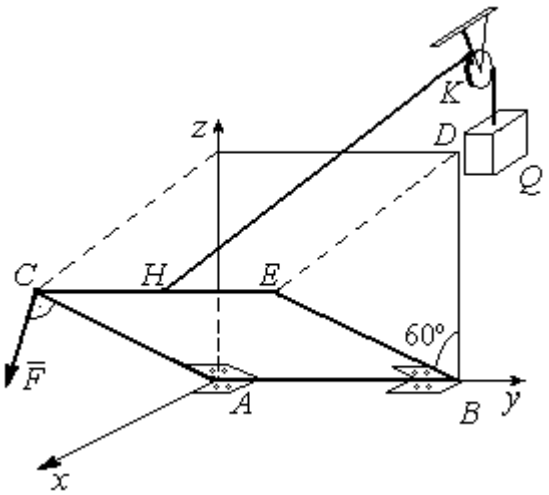


Рис. 1.44. Равновесие фрамуги

Определить вес груза *Q*, необходимый для удержания фрамуги в равновесии и реакции цилиндрических шарниров *A* и *B*, если размеры фрамуги $BE = BD = 2$ м; $AB = 3$ м; $CH = HE$.

*Решение*

Рассмотрим равновесие фрамуги *ABCE*. Изображаем внешние активные силы: силу $\vec{F}$, силу тяжести фрамуги $\vec{P}$, а также реакции связей. Связями являются два цилиндрических шарнира *A* и *B* (связь, аналогичная подшипнику) и нить, натянутая грузом *Q*. Выберем систему координат *Axyz*, как показано на рис. 1.45. Освобождаем фрамугу от связей, заменяя их действие реакциями. Реакции $\vec{R}_A$ и $\vec{R}_B$ шарниров *A* и *B* раскладываем на взаимно перпендикулярные составляющие: $\vec{X}_A$, $\vec{Z}_A$ и $\vec{X}_B$, $\vec{Z}_B$ в плоскостях, перпендикулярных оси вращения фрамуги (ось *Ay*), реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити и равна весу груза $T = Q$. Направления активных сил и реакций связей показаны на рис. 1.45.

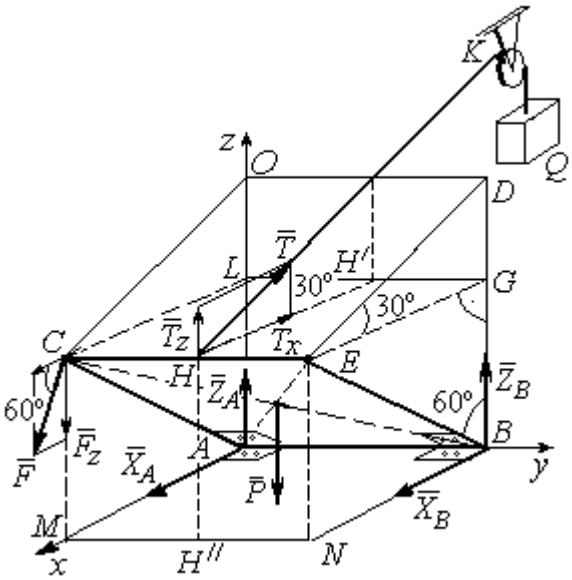



Рис. 1.45. Активные силы и реакции при равновесии фрамуги

Силы, действующие на фрамугу, составляют уравновешенную пространственную систему сил.

Составим уравнения равновесия. При этом для удобства вычисления моментов сил относительно осей изобразим плоскости, перпендикулярные этим осям, с проекциями на них сил, действующих на фрамугу (рис. 1.46). Тогда моменты сил, действующих на фрамугу, например, относительно оси *Ax* определяются как моменты векторов проекций этих сил на плоскость *zAy* относительно точки *A* – пересечения оси *Ax* и перпендикулярной ей плоскости *zAy* (см. рис. 1.46, *a*). Аналогично при вычислении моментов сил относительно оси *Az* достаточно вычислить моменты векторов проекций сил на плоскость *xAy* относительно точки *A* (см. рис. 1.46, *b*).

Значения моментов сил относительно оси $Ay$ получим, вычисляя моменты векторов проекций сил на плоскость $zAx$ относительно точки $A$ (см. рис. 1.46, *c*).

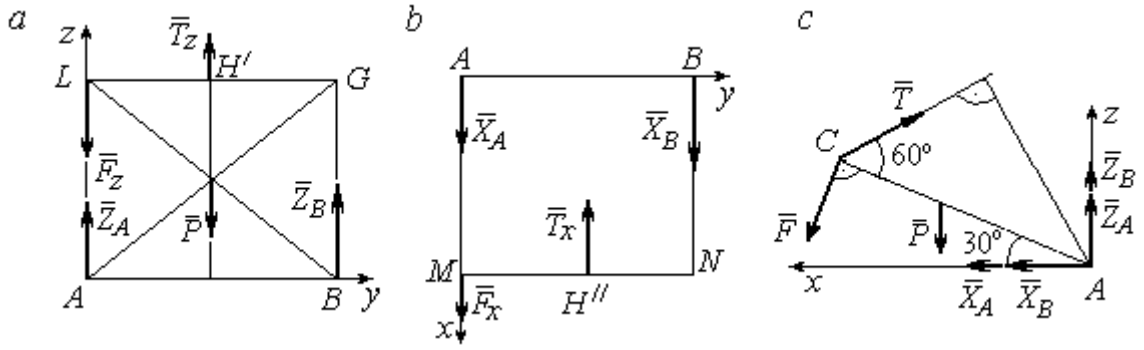



Рис. 1.46. Фрамуга и действующие на неё силы в проекциях на координатные плоскости:
*a* – проекция на плоскость *zAy* со стороны положительного направления оси *x*;
*b* – проекция на плоскость *xAy* со стороны положительного направления оси *z*; *c* – проекция на плоскость *zAx* со стороны положительного направления оси *y*

Уравнения равновесия фрамуги имеют вид:

$$X_A + X_B + F\cos 60^\circ - T\cos 30^\circ = 0;$$

$$Z_A + Z_B - P - F\cos 30^\circ + T\cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = T_z \cdot 0{,}5 \cdot AB - P \cdot 0{,}5 \cdot AB + Z_B \cdot AB =$$

$$= T\cos 60^\circ \cdot 0{,}5 \cdot AB - P \cdot 0{,}5 \cdot AB + Z_B \cdot AB = 0;$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = P \cdot 0{,}5 \cdot AC\cos 30^\circ + F \cdot AC - T \cdot AC\sin 60^\circ = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = -X_B \cdot AB + T_x \cdot 0{,}5 \cdot AB = -X_B \cdot AB + T\cos 30^\circ \cdot 0{,}5 \cdot AB = 0.$$

Подставляя исходные данные из условия задачи и решая систему, найдём реакции шарниров фрамуги:

$$X_B = 18{,}22 \text{ Н},\ Z_B = 14{,}41 \text{ Н},\ R_B = \sqrt{X_B^2 + Z_B^2} = 23{,}31 \text{ Н};$$

$$X_A = 10{,}83 \text{ Н},\ Z_A = 27{,}41 \text{ Н},\ R_A = \sqrt{X_A^2 + Z_A^2} = 29{,}47 \text{ Н}.$$

Вес груза, удерживающий фрамугу в равновесии, численно равен реакции верёвки: $Q = T = 42{,}37$ Н.

**Задача 16.** Горизонтальный коленчатый вал *AD* (рис. 1.47) закреплен в подпятнике *A* и подшипнике *C*. Вал имеет шкив радиуса $r$ и рукоять *DH*, перпендикулярные оси вала. Рукоять *DH* образует угол 30º к направлению оси *Ax*. Колено вала расположено в горизонтальной плоскости *xAy*. Нить, удерживающая груз *Q*, намотана на шкив и сходит с него вертикально вниз. На вал действуют силы $\vec{F}$, $\vec{P}$, $\vec{G}$ и пара сил с моментом *M*. Сила $\vec{F}$ приложена в верхней точке вертикального диаметра шкива под углом 30° к направлению оси *Ay* и находится в плоскости *zAy*. Сила $\vec{P}$ приложена в нижней точке *H* рукояти параллельно оси *Az*. Сила $\vec{G}$ приложена в крайней точке *K* стойки колена вала под углом 60º к стойке и находится в плоскости, перпендикулярной оси вала. Пара сил с моментом *M* создаёт вращение вала вокруг оси *Ay*.

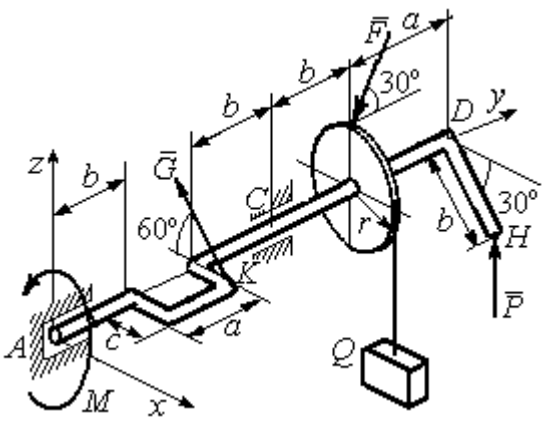


Рис. 1.47. Равновесие вала

Определить вес удерживаемого груза $Q$ и реакции подшипника и подпятника, если: $P = 10$ кН; $F = 12$ кН; $G = 6$ кН; $M = 3$ кН·м; $r = 0{,}3$ м; $a = 0{,}8$ м; $b = 0{,}4$ м; $c = 0{,}2$ м.

*Решение*

Рассмотрим равновесие вала. На вал действуют активные силы – $\vec{F}$, $\vec{P}$, $\vec{G}$, пара сил с моментом *M* и реакции связей. Связями являются нить, натянутая грузом $Q$, подпятник *A* и подшипник *C*.

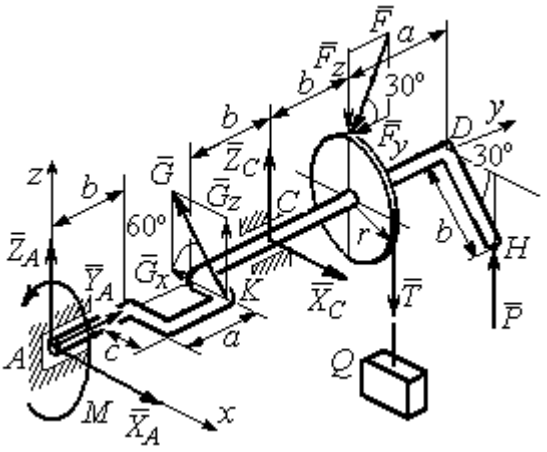


Рис. 1.48. Силы и реакции, действующие на вал при равновесии

Освобождаем вал от связей, заменяя их действие реакциями.

Реакцию подпятника $A$ раскладываем на три составляющие: $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, $\vec{Z}_A$, направленные вдоль координатных осей. Реакция подшипника $C$ лежит в плоскости, перпендикулярной оси вала, и также может быть разложена на составляющие $\vec{X}_C, \vec{Z}_C$, направленные вдоль координатных осей $Ax$, $Az$. Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити и по модулю равна весу груза, $T = Q$. Действие на вал активных сил и реакций связи показано на рис. 1.48.

Указанные силы составляют произвольную пространственную уравновешенную систему сил.

Составим уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = X_A - G\cos 60^\circ + X_C = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - F\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kz} = Z_A + G\cos 30^\circ + Z_C - F\cos 60^\circ - T + P = 0.$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = G_z(b+a) + Z_C(b+a+b) - F_z(b+a+b+b) + F_y r -$$

$$- T(b+a+b+b) + P(b+a+b+b+a) = 0;$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = -G_z c + Tr - Pb\cos 30^\circ - M = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = G_x(b+a) - X_C(b+a+b) = 0,$$

где значения проекций сил на оси $G_z = G\cos 30^\circ$; $G_x = G\cos 60^\circ$; $F_z = F\cos 60^\circ$; $F_y = F\cos 30^\circ$.

Подставляя исходные данные и решая систему, получим значения реакций:

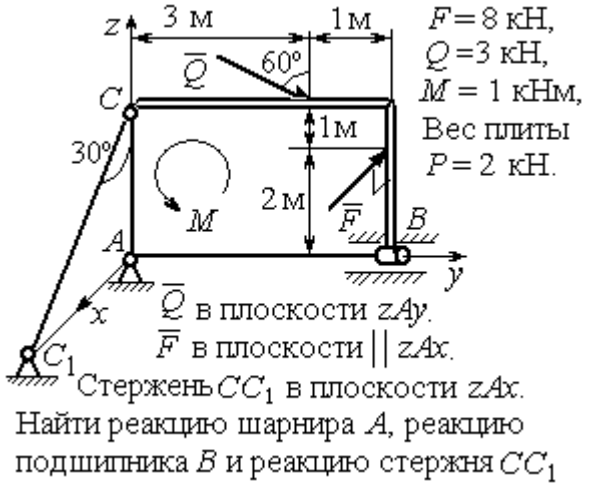
$$X_C = 2{,}25 \text{ кН}; \; Z_C = 13{,}57 \text{ кН}; \; R_C = \sqrt{X_C^2 + Z_C^2} = 15{,}58 \text{ кН};$$

$$Z_A = 0{,}39 \text{ кН}; \; Y_A = 10{,}39 \text{ кН}; \; X_A = 0{,}75 \text{ кН}; \; R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2} = 10{,}42 \text{ кН}.$$

Вес удерживаемого груза равен реакции нити $Q = T = 25{,}03$ кН.

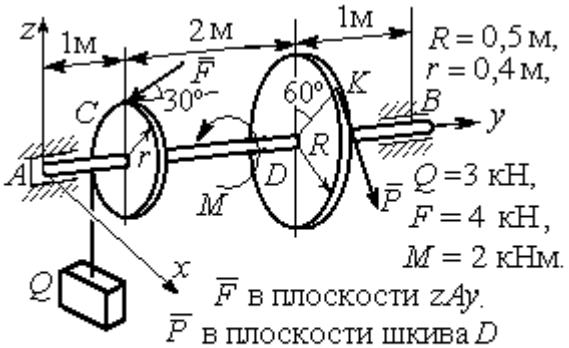
## Упражнения

Упражнение 1.9




Найти реакцию шарнира $A$, реакцию подшипника $B$ и реакцию стержня $CC_1$

Упражнение 1.10




Найти реакцию подпятника $A$, подшипника $B$ и уравновешивающую силу $P$

Упражнение 1.11




Упражнение 1.12

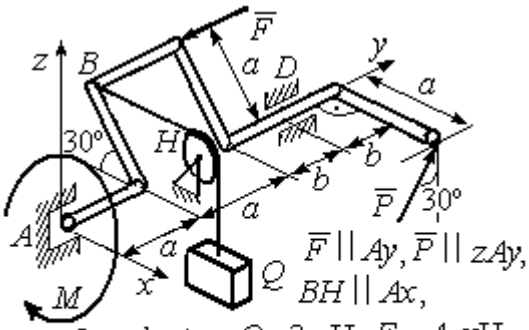



Рис. 1.49. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.9 – 1.12

## 1.6. Равновесие тел при наличии сил трения

**Трение скольжения.** При наличии трения скольжения полная реакция $\vec{R}$ шероховатой опоры раскладывается на нормальную составляющую $\vec{N}$ опоры и

силу $\vec{F}_{\text{тр с}}$ трения скольжения, направленную по касательной к поверхности в точке опоры.

В покое сила трения скольжения может принимать любые значения от нуля до некоторого предельного значения $F_{\text{тр с}}$, называемого **предельной силой трения скольжения** (рис. 1.50).

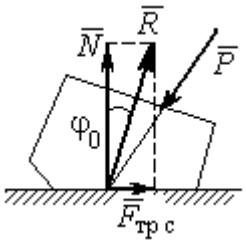



Рис. 1.50. Реакция опоры с трением скольжения

Наибольший угол $\varphi_0$, который полная реакция шероховатой поверхности образует с нормалью к поверхности, называется **предельным углом трения**. Предельная сила трения численно равна произведению коэффициента трения на величину нормальной реакции опоры тела на поверхность: $F_{\text{тр с}} = f \cdot N$, где $f$ – безразмерный коэффициент трения, определяемый экспериментально.

Изучение равновесия тел с учетом сил трения сводится к рассмотрению предельного равновесия, когда сила трения принимает предельное значение.

**Трением качения** называется сопротивление, возникающее при качении одного тела по шероховатой поверхности другого. Реакция шероховатой опоры раскладывается на нормальную составляющую $\vec{N}$ и силу трения качения $\vec{F}_{\text{тр к}}$, направленную по касательной к поверхности качения. При этом за счёт небольшого вдавливания в поверхность качения нормальная реакция опоры $\vec{N}$ смещена в сторону от линии действия силы тяжести $\vec{P}$ так, что вместе с ней образует пару, противодействующую качению (рис. 1.51). В предельном положении равновесия тела смещение нормальной реакции опоры максимально. Величина максимального смещения $k$ называется **коэффициентом трения качения**, измеряемого в единицах длины. Момент,

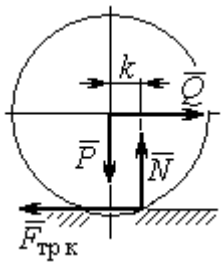



Рис. 1.51. Реакция опоры с трением качения

создаваемый парой $(\vec{N}, \vec{P})$, называется **моментом трения качения** $M_{\text{тр к}} = kN$. Максимальная сила трения качения $\vec{F}_{\text{тр к}}$ определяется из условия, что в предельном положении равновесия момент трения качения равен моменту качения, создаваемого парой $(\vec{F}_{\text{тр к}}, \vec{Q})$ (рис. 1.51).

Если максимальная сила трения качения меньше предельной силы трения скольжения, движение представляет качение без скольжения.

### Примеры решения задач на равновесие тел с трением

**Задача 17.** Груз $Q$ весом 50 Н удерживается нитью на шероховатой наклонной плоскости (рис.1.52). Один конец нити закреплен на грузе $Q$, а к другому, перекинутому через невесомый блок, подвешен груз весом $P$. Отрезок нити $AB$ горизонтальный. Угол наклона плоскости составляет 30º к горизонту. Определить максимальное и минимальное значения веса груза $P$, при которых груз $Q$ может начать скольжение по плоскости без опрокидывания, если коэффициент трения скольжения между грузом $Q$ и наклонной плоскостью $f = 0{,}4$.

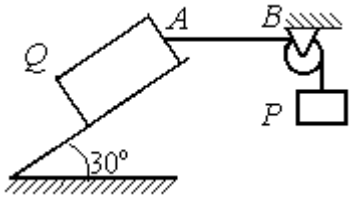


Рис.1.52. Равновесие груза на наклонной плоскости с трением

*Решение*

Рассмотрим равновесие груза $Q$ при минимальном значении веса груза $P$. На груз действуют сила тяжести $\vec{Q}$, реакция нити $\vec{T}_{\min}$ и реакция шероховатой поверхности наклонной плоскости, состоящая из нормальной реакции наклонной плоскости $\vec{N}$ и силы трения $\vec{F}_{\text{тр1}}$ (рис. 1.53, *а*). Особенностью задач на равновесие призм является то, что точка приложения нормальной реакции не определена. В случае необходимости она находится из уравнений равновесия.

Определим направление силы трения. Если вес уравновешивающего груза $P$ имеет минимальное значение $P_{\min}$, то при его дальнейшем уменьшении груз $Q$ начнёт двигаться вниз по наклонной плоскости. Таким образом, предельная сила трения $\vec{F}_{\text{тр}1}$, обеспечивающая равновесие при минимальном значении веса груза $P$, направлена вверх по наклонной плоскости (см. рис. 1.53, *a*).

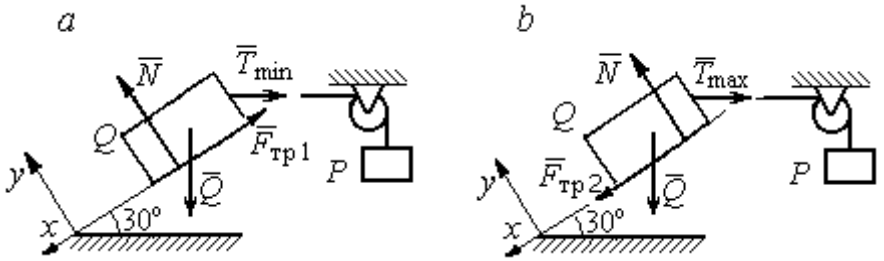



Рис. 1.53. Силы, действующие на груз при равновесии:
*a* – минимальный вес уравновешивающего груза;
*b* – максимальный вес уравновешивающего груза

Выберем систему координат, как показано на рис. 1.53, и составим уравнения равновесия в виде проекций сил:

$$\sum F_{kx} = Q\cos 60^\circ - T_{\min}\cos 30^\circ - F_{\text{тр}} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -Q\cos 30^\circ + N - T_{\min}\cos 60^\circ = 0.$$

Полагая в первом уравнении $F_{\text{тр}1} = fN$, решаем систему и находим реакцию нити $T_{\min} = 7{,}21$ Н. Минимальное значение веса уравновешивающего груза равно реакции нити: $P_{\min} = T_{\min} = 7{,}21$ Н.

Рассмотрим равновесие груза $Q$ при максимальном $P_{\max}$ значении веса груза $P$. На груз действует сила тяжести $\vec{Q}$, реакция нити $\vec{T}_{\max}$ и реакция шероховатой поверхности наклонной плоскости, состоящая, как и в первом случае, из нормальной реакции наклонной плоскости $\vec{N}$ и силы трения $\vec{F}_{\text{тр}2}$ (см. рис. 1.53, *b*).

При определении направления силы трения заметим, что увеличение веса груза $P$ больше максимального вызывает движение груза $Q$ вверх по наклонной плоскости. Тогда предельная сила трения $\vec{F}_{\text{тр}2}$, действующая против возможного движения, должна быть направлена вниз по наклонной плоскости (см. рис. 1.53, *b*). Уравнения равновесия груза $Q$:

$$\sum F_{kx} = Q\cos 60^\circ - T_{\max}\cos 30^\circ + F_{\text{тр}2} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -Q\cos 30^\circ + N - T_{\max}\cos 60^\circ = 0.$$

Решаем систему, подставляя вместо силы трения её значение $F_{\text{тр}2} = fN$, и находим максимальное значение веса груза $P$: $P_{\max} = T_{\max} = 63{,}54$ Н.

Таким образом, груз $Q$ будет находиться в равновесии на наклонной плоскости, если вес уравновешивающего груза находится в пределах $8{,}87 < P < 48{,}87$ Н.

**Задача 18.** Цилиндрический каток радиуса $r$ = 0,5 м, весом $P$ = 50 Н удерживается в равновесии на наклонной плоскости нитью, один конец которой закреплён в центре катка, а другой перекинут через блок и несёт груз весом $Q$ (рис. 1.54). Коэффициент трения качения катка $f_{\text{к}}$ = 0,02 м. Наклонная плоскость составляет угол 30º с горизонтом.

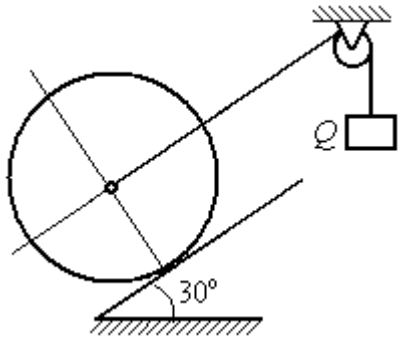


Рис. 1.54. Равновесие катка

Определить наименьшую и наибольшую величину веса $Q$, при которых каток будет в равновесии. Найти наименьшее значение коэффициента трения скольжения $f_{\text{с}}$, при котором в случае движения каток будет катиться без скольжения.

*Решение*

Рассмотрим равновесие катка при минимальном значении веса груза $Q$. На каток действует сила тяжести $\vec{P}$, реакции нити $\vec{Q}_{\min}$ и реакция шероховатой

поверхности наклонной плоскости $\vec{R}$, имеющая своими составляющими нормальную реакцию поверхности $\vec{N}$ и силу трения качения $\vec{F}_{\text{тр1к}}$ (рис. 1.55, *a*).

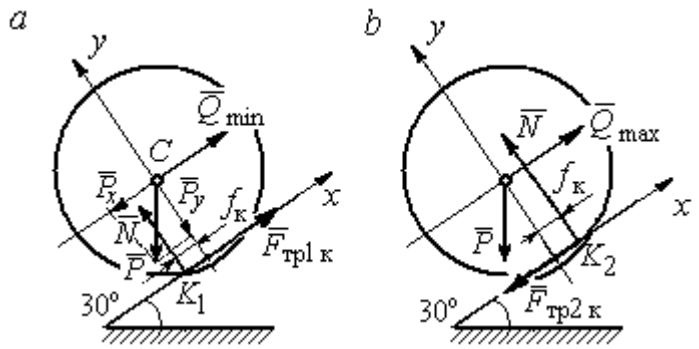



Рис. 1.55. Силы, действующие на каток, при равновесии:
*a* – минимальный вес груза; *b* – максимальный вес груза

Минимальный вес груза $Q_{\min}$ удерживает каток от качения вниз по наклонной плоскости. В этом случае составляющие реакции шероховатой поверхности наклонной плоскости приложены в точке $K_1$, слева от нормального к плоскости диаметра катка (см. рис. 1.55, *a*). Выбор точки приложения реакции шероховатой поверхности основан на том, что пара $(\vec{N}, \vec{P}_y)$ должна создавать момент трения качения, противодействующий предполагаемому движению.

На каток действует плоская уравновешенная система сил $(\vec{Q}_{\min}, \vec{F}_{\text{тр1к}}, \vec{N}, \vec{P}) \infty 0$. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.55, *a*, и составим уравнения равновесия катка, где уравнение моментов сил составлено относительно точки $K_1$:

$$\sum F_{kx} = -P\cos 60^\circ + Q_{\min} + F_{\text{тр1к}} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = = -P\cos 30^\circ + N = 0;$$

$$\sum M_{K_1}(\vec{F}_k) = P\cos 60^\circ \cdot r - Q_{\min} r - P\cos 30^\circ \cdot f_к = 0.$$

Подставляем данные задачи и находим минимальное значение веса груза, при котором каток находится в равновесии $Q_{\min} = 7{,}68$ Н, величину нормальной реакции наклонной плоскости $N = 43{,}3$ Н и значение силы трения качения, удерживающей каток в равновесии, $F_{\text{тр1к}} = 17{,}32$ Н.

Рассмотрим равновесие катка при максимальном значении веса груза $Q_{\max}$. Здесь нарушение предельного равновесия при увеличении веса груза $Q$ вызывает движение катка вверх по наклонной плоскости. В таком случае точка приложения реакции опоры шероховатой поверхности (точка $K_2$) расположена справа от нормального к плоскости качения диаметра катка (рис. 1.55, *b*).

На каток действует плоская уравновешенная система сил $(\vec{Q}_{\max}, \vec{F}_{\text{тр2 к}}, \vec{N}, \vec{P}) \infty 0$. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.55, *b*. Уравнения равновесия катка, где уравнение моментов сил составлено относительно точки $K_2$ имеют вид:

$$\sum F_{kx} = -P\cos 60^\circ + Q_{\max} - F_{\text{тр2 к}} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -P\cos 30^\circ + N = 0;$$

$$\sum M_{K_2}(\vec{F}_k) = -P\cos 60^\circ \cdot r + Q_{\max} r - P\cos 30^\circ \cdot f_{\text{к}} = 0.$$

Решая систему, получим: $Q_{\max} = 42{,}32$ Н; $N = 43{,}3$ Н; $F_{\text{тр2 к}} = 17{,}32$ Н.

Таким образом, на шероховатой поверхности каток находится в равновесии, если вес уравновешивающего груза выбран в пределах $7{,}68 \le Q \le 42{,}32$ Н.

При любом движении (вверх или вниз) качение катка будет без скольжения, если предельная сила трения скольжения $F_{\text{тр с}}$ больше аналогичной силы трения качения: $F_{\text{тр с}} > F_{\text{тр к}}$. Величина силы трения скольжения не зависит от направления движения: $F_{\text{тр с}} = f_{\text{с}} N = 43{,}3 f_{\text{с}}$, где $f_{\text{с}}$ – коэффициент трения скольжения. Величина силы трения качения также не зависит от направления движения: $F_{\text{тр к}} = F_{\text{тр1 к}} = F_{\text{тр2 к}} = 17{,}32$ Н. Таким образом, для определения требуемого коэффициента скольжения имеет место неравенство $43{,}3 f > 17{,}32$, откуда $f > 0{,}4$.

**Задача 19.** Для подъёма и опускания грузов в выработках используется ступенчатый ворот с тормозом, изображённый на рис. 1.56. Радиусы большой и малой ступенек барабана ворота $R = 0{,}5$ м и $r = 0{,}2$ м. Ворот тормозят, надавливая на конец $A$ рычага $AB$, соединённого цепью $CD$ с концом $D$ тормозного рычага $ED$ с расположенной на нём тормозной колодкой. Коэффициент трения между тормозной колодкой и барабаном ворота $f = 0{,}4$. На малой ступеньке барабана ворота навита верёвка, другой конец которой, переброшенный через невесомые неподвижный блок $m$ и подвижный блок $n$, удерживает груз $Q$ весом 1 кН (см. рис. 1.56). Угол наклона к горизонту участка верёвки, соединяющей барабан с неподвижным блоком $m$, составляет 30º.

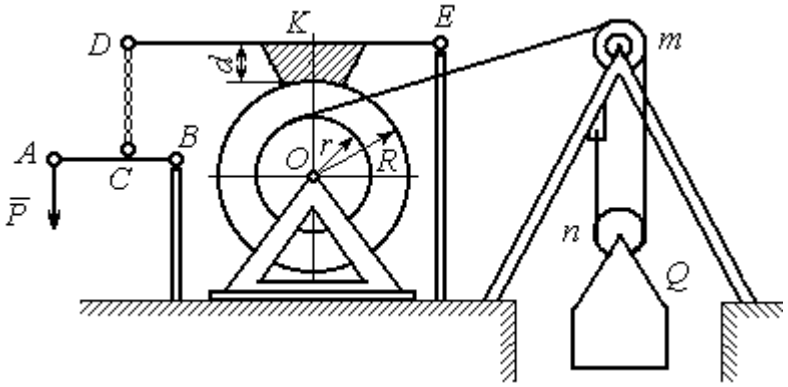


Рис. 1.56. Ворот с колодочным тормозом

Определить величину силы $\vec{P}$, уравновешивающей груз $Q$, и реакции шарниров $O$ и $E$, если вес ворота $G$ = 140 Н, высота тормозной колодки $d = 0{,}1$ м, расстояния $AB$ = 1 м, $BC$ = 0,1 м; $ED = 1{,}2$ м; $EK = 0{,}6$ м.

*Решение*

Рассмотрим отдельно равновесие барабана ворота, тормозного рычага $DE$ и рычага $AB$ (рис. 1.57).

Для того; чтобы определить силу натяжения верёвки, прикреплённой к барабану, рассмотрим равновесие груза вместе с подвижным блоком $n$ (см. рис. 1.57, *а*). На объект равновесия действует сила тяжести груза $\vec{Q}$ и реакции $\vec{T}'$ и $\vec{T}''$ двух ветвей верёвки, огибающей снизу блок $n$.

Уравнения равновесия такой системы сил:

$$T' + T'' - Q = 0; \qquad T''r_{\text{бл}} = T'r_{\text{бл}},$$

где моменты сил вычислены относительно центра блока; $r_{бл}$ – радиус блока *n*. Решая систему уравнений, получим: $T' = T'' = 0{,}5Q = 500$ Н.

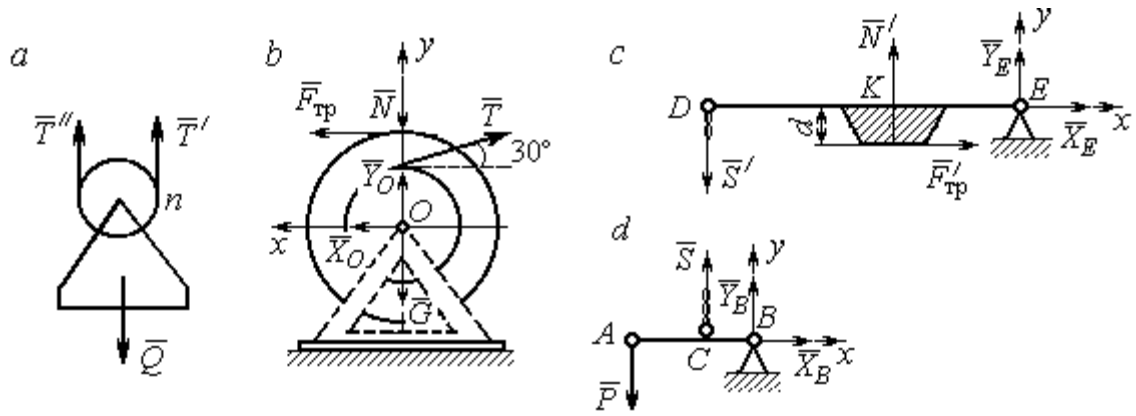



Рис. 1.57. Равновесие элементов конструкции ворота:
*a* – равновесие груза; *b* – силы, действующие на барабан; *c* – силы, действующие на тормозной рычаг *DE*; *d* – силы, действующие на рычаг *AB*

Рассмотрим равновесие барабана. На барабан действуют: сила веса барабана $\vec{G}$, сила давления $\vec{N}$ со стороны рычага, направленная по радиусу барабана, сила трения $\vec{F}_{тр}$, действующая по касательной к барабану в сторону, противоположную движению барабана при опускании груза, реакция $\vec{R}_O$ шарнира *O*, представленная двумя составляющими $\vec{X}_O, \vec{Y}_O$, и реакция верёвки $\vec{T}$, численно равная модулю силы $\vec{T}'$ (см. рис. 1.57, *b*).

Силы, действующие на барабан, составляют уравновешенную произвольную плоскую систему сил ($\vec{G}$, $\vec{X}_O, \vec{Y}_O$, $\vec{T}$, $\vec{N}$, $\vec{F}_{тр}$) ~ 0. Составим уравнение моментов относительно точки *O*:

$$-Tr + F_{тр}R = 0,$$ откуда с учётом $T = T'$ $F_{тр} = 200$ Н.

Величина силы $\vec{N}$ давления рычага на барабан находится из вида зависимости силы трения $F_{тр} = fN$, тогда $N = \dfrac{F_{тр}}{f} = 500$ Н.

Составим уравнения равновесия барабана в виде проекций сил на оси, выбранные, как показано на рис. 1.57, *b*:

$$\sum F_{kx} = X_O + F_{тр} - T\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_O + T\cos 60^\circ - N - G = 0.$$

Решая систему, найдём реакцию шарнира *O*:

$$X_O = 233 \text{ Н};\ Y_O = 390 \text{ Н};\ R_O = \sqrt{X_O^2 + Y_O^2} = 454{,}3 \text{ Н}.$$

Рассмотрим теперь равновесие тормозного рычага *DE* (см. рис. 1.57, *c*).

На рычаг действуют сила $\vec{N}'$ давления со стороны барабана и сила трения $\vec{F}'_{\text{тр}}$, приложенные в точке касания тормозной колодки с барабаном, равные по величине и противоположные по направлению, соответственно, силам $\vec{N}$ и $\vec{F}_{\text{тр}}$. Кроме того, в точке *D* на рычаг действует сила $\vec{S}'$, под действием которой рычаг прижимается к барабану, и реакция шарнира *E*, разложенная на составляющие $\vec{X}_E$, $\vec{Y}_E$ вдоль осей *x*, *y*. Уравнения равновесия рычага имеют вид:

$$\sum F_{kx} = X_E + F'_{\text{тр}} = 0; \qquad \sum F_{ky} = Y_E + N' - S' = 0;$$

$$\sum M_E(\vec{F}_k) = S' \cdot DE - N' \cdot EK + F'_{\text{тр}} d = 0.$$

Подставляя в систему данные из условия задачи, с учётом найденных значений $F'_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} = 200$ Н, $N' = N = 500$ Н, определим усилие $S'$, с которым тормозной рычаг прижимается к барабану, и реакцию шарнира *E*:

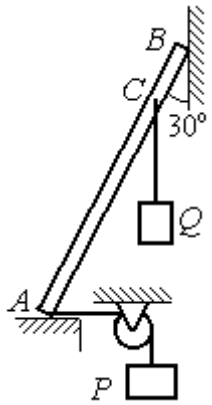
$$S' = 233{,}33 \text{ Н};\ X_E = -200 \text{ Н};\ Y_E = -266{,}67 \text{ Н};\ R_E = \sqrt{X_E^2 + Y_E^2} = 333{,}34 \text{ Н}.$$

Силу $\vec{P}$, необходимую для уравновешивания груза *Q*, найдём рассматривая равновесие рычага *AB* (см. рис. 1.57, *d*) . На рычаг действуют сила $\vec{P}$, реакция цепи $\vec{S}$ и реакция шарнира *B*, показанная на рис. 1.57, *d* составляющими $\vec{X}_B$, $\vec{Y}_B$.

Составим уравнение равновесия рычага в форме равенства нулю суммы моментов сил относительно точки *B*: $P \cdot AB - S \cdot CB = 0$. С учётом того, что модули сил $\vec{S}$ и $\vec{S}'$ равны, найдем $P = 23{,}3$ Н.

## Упражнения

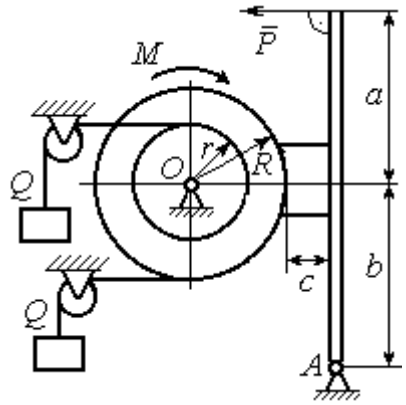
Упражнение 1.13




Невесомый стержень $AB$ опирается в точках $A$ и $B$ на шероховатые поверхности – горизонтальный пол и вертикальную стену. Коэффициент трения между стержнем и полом и между стержнем и стеной $f = 0{,}2$. Угол наклона стержня к вертикальной стене 30°. В точке $C$ к стержню подвешен груз $Q$. Стержень удерживается в равновесии горизонтальной нитью, прикреплённой в точке $A$ и перекинутой через блок. К другому концу нити подвешен груз $P$. В каких границах можно изменять вес груза $P$, не нарушая равновесия стержня?

$AB = 3$ м, $AC = 2$ м, $Q = 200$ Н.

Упражнение 1.14




Шкив $O$ состоит из двух барабанов радиусов $R$ и $r$. На барабаны навиты верёвки, натянутые одинаковыми грузами $Q$. К шкиву приложена пара сил с моментом $M$. Шкив затормаживается с помощью рычажного тормоза. Коэффициент трения между тормозной колодкой и шкивом $f = 0{,}4$. Определить силу $\vec{P}$, приложенную к рычагу тормозной колодки и уравновешивающую шкив. Найти реакцию шарнира $A$.

$a = b = 1$ м; $c = 0{,}1$ м; $Q = 100$ Н; $M = 120$ Н·м;
$R = 0{,}6$ м; $r = 0{,}2$ м.

Рис. 1.58. Задания для самостоятельного решения. Упражнения № 1.13, 1.14

# 2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЁРДОГО ТЕЛА

## 2.1. Криволинейное движение точки

Кривая, которую описывает движущаяся точка, называется **траекторией** точки. Движение точки может быть задано **векторным**, **координатным** или **естественным** способами.

**Координатный способ** задания движения точки основан на том, что положение точки определяется ее координатами, заданными для каждого момента времени (рис. 2.1): $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$.

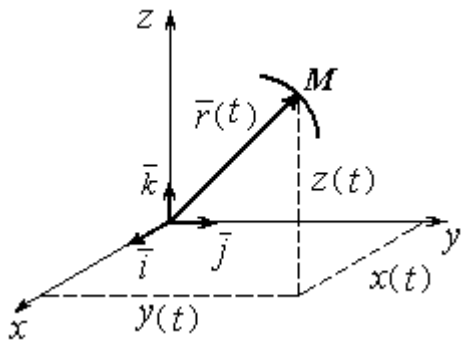


Рис. 2.1. Векторный и координатный способы задания движения точки

**Мгновенная скорость,** или скорость точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от радиус-вектора точки: $\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$. **Вектор скорости точки $\vec{V}$ всегда направлен по касательной к траектории в сторону движения точки.** Величины $V_x$, $V_y$, $V_z$ проекций вектора скорости $\vec{V}$ на координатные оси определяются как производные по времени от соответствующих координат: $V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$; $V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}$; $V_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$. Модуль вектора скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$.

**Мгновенное ускорение** точки**,** или ускорение в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от вектора скорости точки или как вторая производная от радиус-вектора точки: $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$. Величины $a_x$, $a_y$, $a_z$ проекций вектора ускорения на координ-

натные оси определяются равенствами: $a_x = \frac{dV_x}{dt} = \dot{V}_x = \ddot{x}$; $a_y = \frac{dV_y}{dt} = \dot{V}_y = \ddot{y}$; $a_z = \frac{dV_z}{dt} = \dot{V}_z = \ddot{z}$. Модуль вектора ускорения: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

**Естественный способ** задания движения используется, если траектория движения точки заранее известна. Тогда положение точки однозначно определяется длиной дуги $O\breve{M} = S(t)$, отсчитываемой от некоторой фиксированной точки *O*, принятой за начало отсчета (рис. 2.2). При этом заранее устанавливаются положительное и отрицательное направления отсчета дуговой координаты.

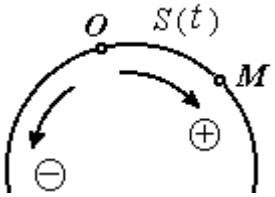


Рис. 2.2. Естественный способ задания движения точки

При естественном способе задания движения вектор скорости точки определяется равенством: $\vec{V} = \dot{S}\vec{\tau} = V_\tau \vec{\tau}$, где $S$ – дуговая координата; $\vec{\tau}$ – единичный вектор касательной к траектории движения, направленный в сторону положительного направления дуговой координаты. Величина $V_\tau = \dot{S}$ называется алгебраической скоростью точки и представляет собой проекцию вектора скорости точки на касательную к траектории.

Вектор ускорения точки $\vec{a}$ раскладывается на составляющие по направлениям естественных осей – касательную (ось $\tau$) и перпендикулярную к ней нормальную (ось *n*):

$$\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n} \text{ или } \vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n,$$

где $\vec{\tau}$ – единичный направляющий вектор касательной; $\vec{n}$ – единичный направляющий вектор нормали траектории; $a_\tau$ – проекция ускорения точки на касательную называется **касательным ускорением**; $a_n$ – проекция вектора ускорения точки на нормаль называется **нормальным ускорением** (рис. 2.3). Касательная составляющая ускорения характеризует изменение величины скорости точки, нормальная – изменение направления вектора скорости.

Если проекции $V_\tau$ и $a_\tau$ имеют одинаковые знаки (направлены в одну сторону), движение будет ускоренным, если разных знаков (разнонаправлены) – замедленным (см. рис. 2.3, *a*, *b*).

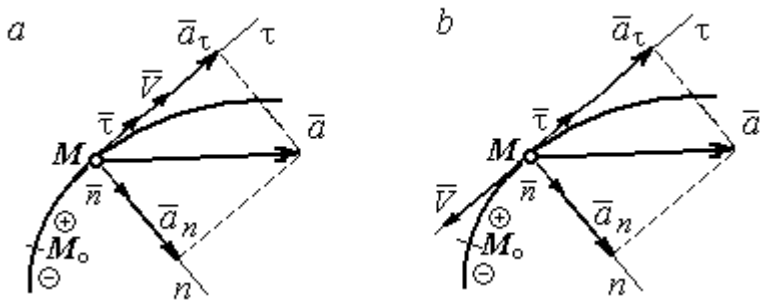



Рис. 2.3. Скорость и ускорение точки. Разложение ускорения на нормальную и касательную составляющие:
*a* – ускоренное движение; *b* – замедленное движение

Проекции ускорения на естественные оси и модуль вектора ускорения вычисляются по формулам:

$$a_\tau = \ddot{S} = \dot{V}_\tau,\ a_n = \frac{V^2}{\rho};$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}\ ,$$

где $\rho$ – радиус кривизны траектории. Иногда при вычислении касательной составляющей ускорения удобнее пользоваться формулой $a_\tau = \dfrac{a_x V_x + a_y V_y}{V_\tau}$.

Вектор нормальной составляющей ускорения $\vec{a}_n$ всегда направлен к центру кривизны траектории. Вектор касательной составляющей ускорения $\vec{a}_\tau$ направлен в сторону положительного направления касательной (по направлению единичного вектора $\vec{\tau}$), если $\ddot{S} > 0$, и в противоположную сторону – при $\ddot{S} < 0$.

Криволинейное движение точки называется **равномерным**, если проекция вектора скорости на касательную – постоянная величина: $V_\tau = \text{const}$.

Криволинейное движение точки называется **равнопеременным**, если постоянна проекция вектора ускорения на касательную: $a_\tau = \text{const}$.

### Примеры решения задач на криволинейное движение точки

**Задача 20.** Движение точки задано координатным способом уравнениями $x(t) = 2\sin\pi t$, $y(t) = \cos 2\pi t$, где $x, y$ – в сантиметрах, $t$ – в секундах.

Найти траекторию точки, величину и направление скорости и ускорения в моменты времени $t_1$ = 0,25 с, $t_2$ = 0,75 с. Определить участки ускоренного и замедленного движений точки.

*Решение*

Определяем траекторию точки. Из уравнений движения находим $y = \cos 2\pi t = \cos^2 \pi t - \sin^2 \pi t = 1 - 2\sin^2 \pi t = 1 - \frac{x^2}{2}$. Траекторией точки является парабола $y = 1 - \frac{x^2}{2}$ (рис. 2.4). Однако не вся парабола будет траекторией движения, а только та её часть, точки которой согласно уравнениям движения удовлетворяют неравенствам: $-2 \le x \le 2$, $-1 \le y \le 1$.

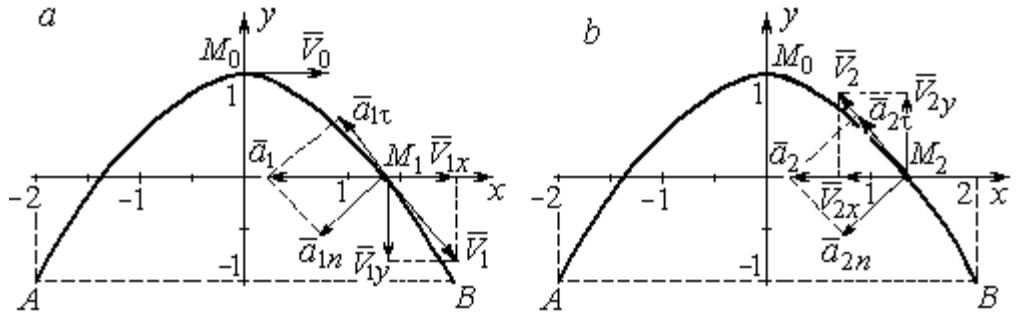



Рис. 2.4. Траектория движения точки:

*a* – замедленное движение точки на участке от $M_0$ к *B*;
*b* – ускоренное движение точки на участке от *B* к $M_0$

Определяем параметры движения точки в момент времени $t_1$ = 0,25 с.

Находим координаты $x_1$, $y_1$ положения точки $M_1$:

$$x_1 = x(0{,}25) = 2\sin\frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \text{ см}, \quad y_1 = y(0{,}25) = \cos\frac{\pi}{2} = 0.$$

Находим проекции $V_{1x}$, $V_{1y}$ вектора $\vec{V}_1$ скорости точки на оси системы координат:

$$V_x(t) = \dot{x} = 2\pi\cos\pi t; \; V_y(t) = \dot{y} = -2\pi\sin 2\pi t;$$

$$V_{1x} = V_x(0{,}25) = 2\pi\cos\frac{\pi}{4} = \pi\sqrt{2} \text{ см/с}; \quad V_{1y} = V_y(0{,}25) = -2\pi\sin\frac{\pi}{2} = -2\pi \text{ см/с}.$$

Модуль скорости $V_1 = \sqrt{V_{1x}^2 + V_{1y}^2} = \pi\sqrt{6}$ см/с.

Находим проекции $a_{1x}$, $a_{1y}$ вектора $\vec{a}_1$ ускорения точки на оси системы координат:

$$a_x(t) = \dot{V}_x = -2\pi^2 \sin\pi t;\ a_y(t) = \dot{V}_y = -4\pi^2 \cos 2\pi t;$$

$$a_{1x} = a_x(0{,}25) = -2\pi^2 \sin\frac{\pi}{4} = -\pi^2\sqrt{2} \text{ см/с}^2;\ a_{1y} = a_y(0{,}25) = -4\pi^2 \cos\frac{\pi}{2} = 0.$$

Модуль вектора ускорения $a_1 = \sqrt{a_{1x}^2 + a_{1y}^2} = \pi^2\sqrt{2}$ см/с.

Положение точки $M_1$ в момент времени $t_1 = 0{,}25$ с, построение векторов скорости $\vec{V}_1$ и ускорения $\vec{a}_1$ по их проекциям показано на рис. 2.4, *а*.

Для того чтобы определить характер движения точки в положении $M_1$ – ускоренное или замедленное, найдём направление касательного ускорения. С этой целью разложим известный уже вектор ускорения $\vec{a}_1$ на нормальную и касательную составляющие согласно равенству $\vec{a}_1 = \vec{a}_{1\tau} + \vec{a}_{1n}$. При этом направление касательной совпадает с направлением вектора скорости $\vec{V}_1$, а направление нормали – перпендикулярно ему. Касательное ускорение $\vec{a}_{1\tau}$ оказалось направленным противоположно вектору скорости $\vec{V}_1$ (см. рис. 2.4, *а*). Следовательно, точка в рассматриваемый момент движется замедленно.

В момент времени $t_2 = 0{,}75$ с положение $M_2$ совпадает с положением $M_1$:

$$x_2 = x(0{,}75) = 2\sin\frac{3\pi}{4} = \sqrt{2} \text{ см};\ y_2 = y(0{,}75) = \cos 2\pi\frac{3}{4} = 0.$$

Проекции векторов скорости $\vec{V}_2$ и ускорения $\vec{a}_2$ точки на оси координат:

$$V_{2x} = V_x(0{,}75) = 2\pi\cos\frac{3\pi}{4} = -\pi\sqrt{2} \text{ см/с};\ V_{2y} = V_y(0{,}75) = -2\pi\sin 2\pi\frac{3}{4} = 2\pi \text{ см/с};$$

$$a_{2x} = a_x(0{,}75) = -2\pi^2 \sin\frac{3\pi}{4} = -\pi^2\sqrt{2} \text{ см/с}^2;\ a_{2y} = a_y(0{,}75) = -4\pi^2 \cos 2\pi\frac{3}{4} = 0.$$

Модули скорости и ускорения точки в момент времени $t_2 = 0{,}75$ с:

$$V_2 = \sqrt{V_{2x}^2 + V_{2y}^2} = \pi\sqrt{6} \text{ см/с}; \quad a_2 = |a_{2x}| = \pi^2\sqrt{2} \text{ см/с}^2.$$

Положение точки $M_2$ в момент времени $t_2$ = 0,75 с, построение векторов скорости $\vec{V}_2$ и ускорения $\vec{a}_2$ по их проекциям, а также разложение вектора ускорения $\vec{a}_2$ на составляющие $\vec{a}_{2n}$ и $\vec{a}_{2\tau}$ показано на рис. 2.4, *b*. В данном случае вектор касательного ускорения совпадает по направлению с вектором скорости (см. рис. 2.4, *b*), поэтому движение ускоренное.

В целом движение точки по траектории происходит следующим образом. Из начального положения $M_0$ ($t_0$ = 0) точка с замедлением перемещается по правой ветви параболы. Достигнув положения *B* на траектории ($t_B$ = 0,5 с), точка совершает мгновенную остановку и начинает обратное ускоренное движение. Достигнув положения $M_0$ ($t_{M_0}$ = 1 с), точка переходит на левую часть параболы, где движется аналогично.

**Задача 21.** Рудничный поезд выходит на закруглённый участок пути радиуса *R* = 1 км с начальной скоростью 54 км/ч. Считая движение поезда равнопеременным, определить его скорость и ускорение в конце 10-й секунды движения по закруглённому участку, если за это время поезд прошёл путь 500 м.

*Решение*

Примем за начало отсчёта расстояния точку $M_0$, где поезд выходит на закруглённый участок пути (рис. 2.5). Предположим, движение поезда равноускоренное и происходит в сторону возрастания дуговой координаты *S*. В этом случае вектор скорости и вектор касательного ускорения направлены в положительную сторону касательной.

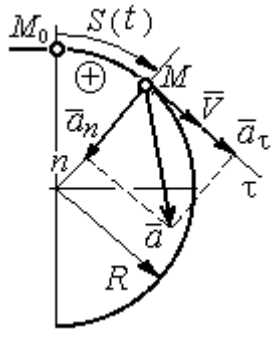


Рис. 2.5. Скорость и ускорение поезда

При равнопеременном движении проекция вектора ускорения на касательную постоянна: $a_\tau$ = const. Так как $a_\tau = \dfrac{dV_\tau}{dt}$, то $V_\tau = a_\tau t + C_1$, где $V_\tau$ – проекция вектора скорости на касательную

ось. Далее, поскольку $V_\tau = \frac{dS}{dt}$, имеем $S = \frac{a_\tau t^2}{2} + C_1 t + C_2$. Константы интегрирования $C_1$ и $C_2$ находятся из начальных условий: при $t = 0$ $S = 0$ и $V_\tau = V_0 =$ = 54 км/ч = 15 м/с. Подставив эти условия в уравнения движения, найдём константы интегрирования: $C_1$ = 15 м/с; $C_2$ = 0.

В результате получена система уравнений:

$$V_\tau = a_\tau t + 15; \quad S = \frac{a_\tau t^2}{2} + 15t .$$

По условию задачи через 10 с от начала движения по закруглённому участку поезд прошёл по дуге путь $S$ = 500 м. Подставляя это условие во второе уравнение, получим $a_\tau$ = 7 м/с$^2$. Скорость поезда в конце пройденного пути с учётом известной величины касательного ускорения найдём из первого уравнения $V_\tau$ = 85 м/с. Следует заметить, что при указанном движении поезда проекция вектора скорости на касательную ось положительна и равна его модулю: $V_\tau = V$.

Нормальное ускорение поезда при движении по дуге окружности радиуса $R$ = 1000 м в момент времени $t$ = 10 с равно $a_n = \frac{V_\tau^2}{R}$ = 7,23 м/с$^2$. Величина (модуль) полного ускорения поезда $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$ = 10,06 м/с$^2$. Разложение вектора ускорения поезда на нормальную и касательную составляющие показано на рис. 2.5.

**Задача 22.** Вагонетка движется равнопеременно по дуге окружности радиуса $R$ = 80 м. За время движения скорость вагонетки изменилась от начальной $V_0$ = 18 км/ч до конечной $V_1$ = 9 км/ч.

Определить характер движения – ускоренное или замедленное. Найти ускорение вагонетки в начале и в конце участка движения, если за это время она прошла путь $S$ = 60 м.

*Решение*

Выберем некоторую точку на траектории в качестве начальной, а направление положительного отсчёта расстояний – в сторону движения вагонетки.

Уравнения равнопеременного движения точки при начальных условиях: $t = 0$; $S = 0$ и $V_\tau = V_0 = 5$ м/с имеют вид:

$$V_\tau = 5 + a_\tau t\,; \quad S = 5t + \frac{a_\tau t^2}{2}.$$

Подставим в уравнения параметры движения в момент времени $t = t_1$, когда скорость вагонетки стала $V_{1\tau} = 2{,}5$ м/с, а пройденный ею путь составил 60 м. Получим систему:

$$-2{,}5 = a_\tau t_1\,; \quad 60 = 5t_1 + \frac{a_\tau t_1^2}{2},$$

откуда найдём касательное ускорение: $a_\tau = -0{,}16$ м/с$^2$.

Отрицательная величина означает, что вектор касательного ускорения направлен в сторону, противоположную направлению вектора скорости, и движение равнозамедленное.

Нормальное ускорение вагонетки в начале движения $a_{n0} = \frac{V_0^2}{R} = 0{,}31$ м/с$^2$.

Полное ускорение $a_0 = \sqrt{a_{n0}^2 + a_\tau^2} = 0{,}35$ м/с$^2$. В конце движения нормальное ускорение $a_{n1} = \frac{V_1^2}{R} = 0{,}08$ м/с$^2$. Полное ускорение $a_1 = \sqrt{a_{n1}^2 + a_\tau^2} = 0{,}18$ м/с$^2$.

## 2.2. Поступательное движение и вращение твердого тела вокруг неподвижной оси

Движение твёрдого тела называется **поступательным**, если любой прямолинейный отрезок, связанный с телом, остаётся в процессе движения параллельным самому себе. При **поступательном** движении твёрдого тела все его

точки движутся по одинаковым траекториям, имеют равные скорости и ускорения.

**Вращением** твёрдого тела вокруг неподвижной оси называется такое его движение, при котором две точки тела остаются неподвижными в течение всего времени движения. Прямая, проходящая через неподвижные точки, называется **осью вращения** тела.

Положение вращающегося тела определяется углом поворота $\varphi = \varphi(t)$ относительно какой-либо системы отсчёта, например, относительно неподвижной плоскости, проходящей через ось вращения.

**Вектор угловой скорости** вращения тела $\vec{\omega}$ лежит на оси вращения и направлен в сторону, откуда вращение тела видно против хода часовой стрелки. **Алгебраическим значением угловой скорости** вращения тела называют проекцию вектора угловой скорости на ось вращения (ось $z$) $\omega_z = \dot{\varphi}$. При $\dot{\varphi} > 0$ тело вращается в сторону положительного направления отсчёта угла $\varphi$, при $\dot{\varphi} < 0$ – в обратную сторону. Направление угловой скорости обычно показывают дуговой стрелкой вокруг оси вращения. Модуль алгебраического значения угловой скорости вращения тела называется угловой скоростью $\omega = |\omega_z| = |\dot{\varphi}|$.

Алгебраическим значением **углового ускорения** вращающегося тела называют проекцию вектора углового ускорения на ось вращения (ось $z$) $\varepsilon_z = \dot{\omega}_z = \ddot{\varphi}$. Модуль алгебраического значения углового ускорения вращения тела называется угловым ускорением: $\varepsilon = |\varepsilon_z| = |\dot{\omega}_z| = |\ddot{\varphi}|$.

Вектор углового ускорения направлен вдоль оси вращения. Если $\varepsilon_z \omega_z > 0$ (вектора угловой скорости и углового ускорения сонаправлены), движение ускоренное, если $\varepsilon_z \omega_z < 0$ (векторы угловой скорости и углового ускорения противоположны по направлению), – замедленное.

При равномерном вращении угловая скорость тела (алгебраическое значение) – постоянная величина: $\omega_z$ = const. Угол поворота тела изменяется по линейному закону $\varphi = \varphi_0 + \omega_z t$, где $\varphi_0$ – начальный угол поворота тела.

При равнопеременном вращении постоянной величиной является алгебраическое значение углового ускорения: $\varepsilon_z$ = const. В этом случае справедливы уравнения движения: $\omega_z = \omega_{z0} + \varepsilon_z t$; $\varphi = \varphi_0 + \omega_{z0} t + \dfrac{\varepsilon_z t^2}{2}$.

При вращательном движении тела все его точки движутся по окружностям, радиусы которых равны расстояниям от выбранной точки до неподвижной оси. **Скорость точки** вращающегося твердого тела **(**в отличие от угловой скорости тела) называют **линейной,** или **окружной скоростью** точки. Модуль скорости точки рассчитывается по формуле: $V = \omega h$, где $\omega$ – угловая скорость тела; $h$ – расстояние от точки до оси вращения. Вектор скорости направлен по касательной к описываемой точкой окружности в сторону вращения тела.

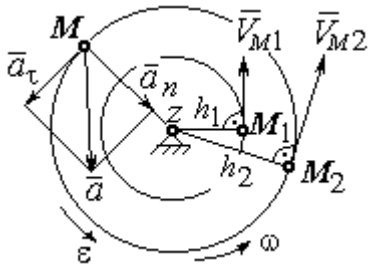


Рис. 2.6. Скорость и ускорение точек вращающегося тела

При вращении тела отношение скоростей двух точек тела равно отношению расстояний от этих точек до оси вращения: $\dfrac{V_{M_1}}{V_{M_2}} = \dfrac{h_1}{h_2}$ (рис. 2.6).

**Ускорение точки вращающегося твердого тела** рассчитывается как ускорение точки при естественном способе задания движения в виде суммы векторов касательного и нормального ускорений (см. рис. 2.6): $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, где модули векторов $a_\tau = \varepsilon h$, $a_n = \omega^2 h$; $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$; $\omega$, $\varepsilon$ – угловая скорость и угловое ускорение тела, $\varepsilon = |\varepsilon_z|$; $h$ – расстояние от точки до оси вращения. **Вектор касательного ускорения точки** $\vec{a}_\tau$ направлен по касательной к описываемой точкой окружности в сторону движения точки, если вращение тела ускоренное, и в противоположную сторо-

ну, если движение тела замедленное. **Вектор нормального ускорения точки** $\vec{a}_n$ направлен вдоль радиуса описываемой точкой окружности к её центру.

При **передаче вращения** одного тела другому без проскальзывания соотношения между угловыми скоростями и угловыми ускорениями выражаются из равенства скоростей и касательных ускорений в точке контакта: $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$; $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{r_2}{r_1}$ (рис. 2.7).

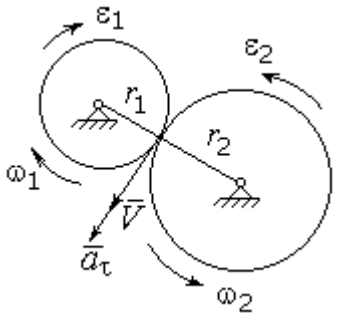


Рис. 2.7. Передача вращения одного тела другому

## Примеры решения задач на вращательное движение тел

**Задача 23.** Вал, начиная вращаться равноускоренно из состояния покоя, за первые 2 мин. сделал 3600 оборотов. Определить угловую скорость вала в конце 2-й минуты и угловое ускорение вала.

*Решение*

Допустим, вращение вала вокруг оси *z* происходит в сторону положительного направления отсчёта угла. Тогда алгебраические значения угловой скорости и углового ускорения равны модулям соответствующих векторов $\omega_z = \omega$; $\varepsilon_z = \varepsilon$.

Воспользуемся уравнениями равнопеременного вращения вала с нулевыми начальными условиями (начальный угол поворота $\varphi_0 = 0$ и начальная угловая скорость вала $\omega_0 = 0$). Имеем $\omega = \varepsilon t$; $\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}$.

Подставим в уравнения параметры движения вала в момент времени $t = t_1 = 2$ мин = 120 с; $\varphi_1 = 3600$ об $= 7200\pi$ рад. Получим систему:

$$\omega_1 = \varepsilon \cdot 120, \quad 7200\pi = \frac{\varepsilon \cdot 120^2}{2}, \text{ откуда } \varepsilon = \pi \text{ с}^{-2}; \quad \omega_1 = 120\pi \text{ с}^{-1}.$$

**Задача 24.** В механизме стрелочного индикатора (рис. 2.8) движение от рейки мерительного штифта 1 передаётся шестерне 2, скреплённой на одной оси с зубчатым колесом 3. Колесо 3 сцепляется, в свою очередь, с шестернёй 4, несущей стрелку-индикатор. Определить угловую скорость стрелки, если движение штифта задаётся уравнением $x = 4\sin\pi t$ и радиусы зубчатых колёс: $r_2 = 6$ см, $r_3 = 10$ см, $r_4 = 4$ см.

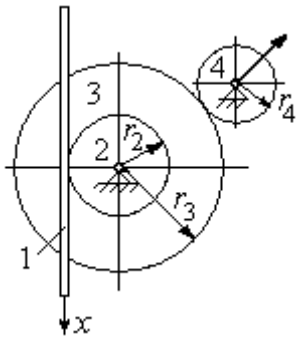


Рис. 2.8. Механизм стрелочного индикатора

*Решение*

Мерительный штифт движется поступательно вдоль оси $x$ (см. рис. 2.8). Проекция скорости любой точки штифта на ось $x$ $V_{1x} = \dot{x} = 4\pi\cos\pi t$ см/с. Такую же скорость имеет и точка касания штифта с шестернёй 2.

Полагая, что точка касания штифта с шестернёй 2 принадлежит и шестерне, найдём алгебраическое значение угловой скорости шестерни 2: $\omega_{2z} = \dfrac{V_{1x}}{r_2} = \dfrac{4\pi\cos\pi t}{6} = \dfrac{2\pi}{3}\cos\pi t$ рад/с. Зубчатое колесо 3 скреплено с шестернёй 2 на одной оси и имеет ту же угловую скорость $\omega_{3z} = \omega_{2z}$. Вращение колеса 3 через точку зацепления передаётся шестерне 4. Выразим соотношение между алгебраическими значениями угловых скоростей при передаче вращения одного тела другому: $\dfrac{\omega_{3z}}{\omega_{4z}} = \dfrac{r_4}{r_3}$. Отсюда получим: $\omega_{4z} = \dfrac{V_{1x} r_3}{r_2 r_4} = \dfrac{5\pi}{3}\cos\pi t$ с$^{-1}$. Угловая скорость стрелки равна угловой скорости шестерни 4.

**Задача 25.** Ведущее колесо 1 подъёмного устройства (рис. 2.9) передаёт движение шестерне 2. На одной оси с шестернёй 2 расположен шкив 3, жёстко скреплённый с шестернёй. Шкив 3 соединяется со шкивом 4 бесконечным

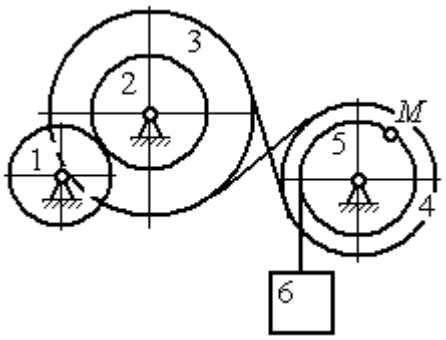


Рис. 2.9. Схема механизма подъёмного устройства

перекрёстным ремнём. Барабан 5 скреплён со шкивом 4 и находится с ним на одной оси. На барабан намотана нить, удерживающая груз 6. По заданному уравнению движения колеса 1 определить скорость, нормальное, касательное и полное ускорения точки $M$ на ободе барабана 5 в момент времени $t_1 = 1$ с, а также скорость и ускорение груза 6. Скольжение между звеньями механизма отсутствует.

Значения радиусов колёса, шкивов и барабана механизма: $r_1 = 20$ см, $r_2 = 10$ см, $r_3 = 40$ см, $r_4 = 16$ см, $r_5 = 8$ см. Уравнение вращения колеса 1: $\varphi_1 = 2t^2 - 5t$ рад.

*Решение*

Ведущим звеном в механизме является колесо 1. Выберем положительное направление отсчёта угла поворота колеса 1 в сторону, противоположную направлению вращения часовой стрелки. На рис. 2.10 это направление показано дуговой стрелкой $\varphi_1$.

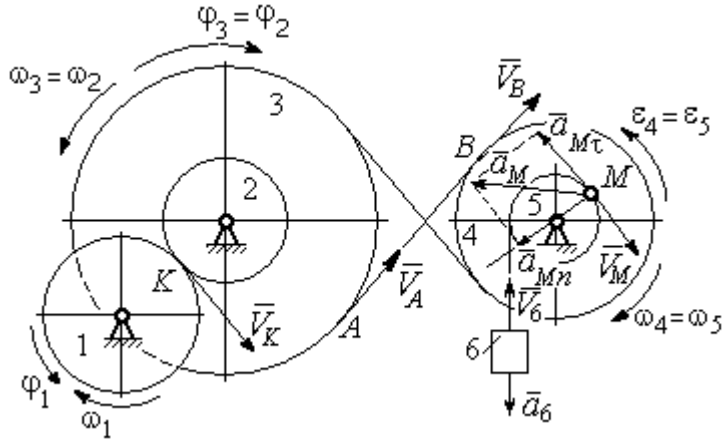


Рис. 2.10. Расчётная схема механизма

Продифференцировав по времени уравнение движения колеса 1, получим алгебраическое значение его угловой скорости: $\omega_{1z} = \dot{\varphi}_1 = 4t - 5$ рад/с. В момент времени $t_1 = 1$ с алгебраическое значение угловой скорости колеса 1 отрицательно: $\dot{\varphi}_1(1) = -1$ рад/с. Это означает, что в данный момент времени колесо 1 вращается в сторону, противоположную положительному направлению отсчёта угла $\varphi_1$. Угловая скорость колеса 1 равна модулю: $\omega_1 = |\omega_{1z}| = 1$ рад/с. Направление угловой скорости $\omega_1$ колеса 1 в момент времени $t_1 = 1$ с показано дуговой стрелкой $\omega_1$.

Вращение колеса 1 передаётся шестерне 2 через точку контакта *K*. Из соотношения $\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{r_2}{r_1}$ найдём угловую скорость шестерни 2: $\omega_2=\frac{\omega_1 r_1}{r_2}$. Шкив 3, закреплённый на одной оси с шестернёй 2 имеет такую же угловую скорость, $\omega_3=\omega_2$. Направление угловых скоростей шестерни 2 и шкива 3 показано на рис. 2.10 дуговой стрелкой $\omega_2$.

Передача движения шкива 3 шкиву 4 производится с помощью ремённой передачи. На участке от точки *A*, где ремень сходит со шкива 3, и до точки *B*, где ремень набегает на шкив 4, ремень движется поступательно, поэтому скорости точек *A* и *B* равны: $V_A=V_B$. Выразив скорости точек через угловые скорости тел, имеем равенство $\omega_3 r_3=\omega_4 r_4$, откуда с учётом, что $\omega_3=\omega_2$, найдём угловую скорость шкива 4: $\omega_4=\frac{\omega_3 r_3}{r_4}=\frac{\omega_1 r_1 r_3}{r_2 r_4}$. Угловая скорость барабана 5 равна угловой скорости шкива 4, $\omega_5=\omega_4$. Направление угловых скоростей шкива 4 и барабана 5 показано на рис. 2.10 дуговой стрелкой $\omega_4$.

Величина (модуль) скорости точки *M* рассчитывается по формуле: $V_M=\omega_5 r_5$. В момент времени $t_1=1$ с $\omega_5=\frac{\omega_1 r_1 r_3}{r_2 r_4}=5$ рад/с и $V_M=20$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_M$ направлен по касательной к ободу барабана в точке *M* и направлен в сторону вращения барабана 5 (см. рис. 2.10).

Нить, несущая груз 6, сматываясь с обода барабана, имеет скорость, равную скорости точек обода барабана, и, следовательно, равна скорости точки *M*: $V_6=V_M$. Направление скорости груза 6 определяется направлением вращения барабана 5. При $t_1=1$с груз поднимается со скоростью $V_6=20$ см/с.

Определим ускорение точки *M*. Вектор ускорения точки *M* равен сумме векторов: $\vec{a}_M=\vec{a}_M^{\tau}+\vec{a}_M^{n}$, где $\vec{a}_M^{\tau}$, $\vec{a}_M^{n}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения.

Найдём алгебраическое значение угловой скорости барабана 5: $\omega_{5z} = \dfrac{\omega_{1z} r_1 r_3}{r_2 r_4} = 20t - 25$ рад/с. Алгебраическое значение углового ускорения барабана 5 $\varepsilon_{5z}$ равно производной $\varepsilon_{5z} = \dot{\omega}_{5z} = 20$ рад/с$^2$. Так как в момент времени $t_1 = 1$ с знаки алгебраических значений угловой скорости барабана и его углового ускорения разные ($\omega_{5z} = -5$ рад/с $\vec{a}_M = \vec{a}_M^{\tau} + \vec{a}_M^{n}$ $\varepsilon_{5z} = +20$ рад/с$^2$), угловое ускорение (по величине равное модулю $\varepsilon_5 = |\varepsilon_{5z}|$) направлено в сторону, противоположную угловой скорости. На рис. 2.10 направление углового ускорения барабана 5 показано дуговой стрелкой $\varepsilon_5$.

Касательное ускорение точки: $a_{M\tau} = \varepsilon_5 r_5 = 80$ см/с$^2$. Вектор $\vec{a}_{M\tau}$ касательного ускорения точки $M$ направлен по касательной к траектории в точке $M$ в сторону углового ускорения $\varepsilon_5$ (см. рис. 2.10).

Нормальное ускорение точки $M$ рассчитывается как $a_M^n = \omega_5^2 r_5$, где угловая скорость барабана $\omega_5 = |\omega_{5z}|$. В момент времени $t_1 = 1$ с $\omega_5 = 5$ рад/с и величина нормального ускорения: $\vec{a}_M^{\,n} = 100$ см/с$^2$. Вектор нормального ускорения $\vec{a}_M^{\,n}$ направлен по радиусу к центру барабана 5.

Модуль полного ускорения точки $M$ в заданный момент времени: $a_M = \sqrt{(a_M^{\tau})^2 + (a_M^n)^2} = 128{,}06$ см/с$^2$. Вектор ускорения $\vec{a}_M$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_M^{\,n}$ и $\vec{a}_M^{\tau}$ (см. рис. 2.10).

Ускорение $a_6$ груза 6 находится из условия, что груз движется прямолинейно. При прямолинейном движении нормальная составляющая ускорения равна нулю. В результате, ускорение груза 6 $a_6 = a_6^{\tau} = \dot{V}_6 = \dot{V}_M = a_M^{\tau} = \varepsilon_5 r_5 = 80$ см/с$^2$. Направление вектора ускорения груза 6 определяется направлением углового ускорения барабана 5. На рис. 2.10 направление ускорения груза 6 показано вектором $\vec{a}_6$.

**Задача 26.** По заданному уравнению поступательного движения звена 1 механизма (рис. 2.11, *a*) определить скорость, нормальное, касательное и полное ускорения точки *M* диска 3 в момент времени $t_1 = 1$ с, а также скорость и ускорение звена 4. Скольжение между звеньями механизма отсутствует. Значения радиусов колес механизма и закон движения звена 1: $R_2 = 20$ см, $r_2 = 5$ см, $R_3 = 8$ см, $r_3 = 4$ см, $x_1 = \cos\pi t + \sin\pi t$ см.

*Решение*

Звено 1 движется поступательно вдоль оси *x*. Положительное направление движения задаётся направлением оси *x* (рис. 2.11, *a*). Продифференцировав по времени уравнение движения звена 1, получим его алгебраическое значение скорости: $V_{1x}(t) = \dot{x}_1 = -\pi\sin\pi t + \pi\cos\pi t$ .

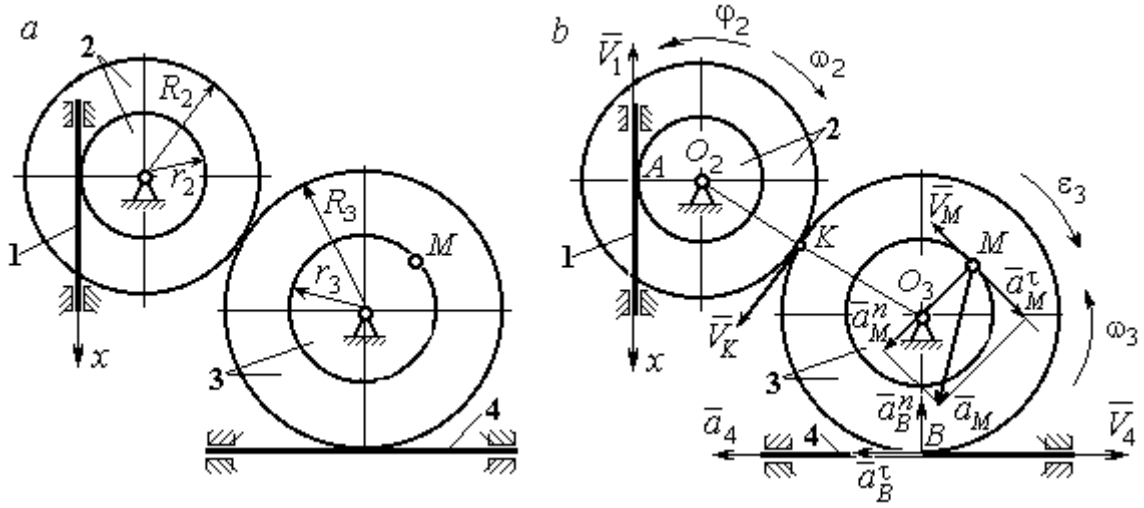



Рис. 2.11. Кинематика поступательного и вращательного движений твердого тела:
*a* – схема механизма; *b* – расчетная схема для определения скоростей
и ускорений точек механизма

В момент времени $t_1 = 1$ с алгебраическое значение скорости звена 1 отрицательное: $V_{1x}(1) = -\pi$ см/с. Это показывает, что в данный момент времени звено 1 движется в сторону, противоположную положительному направлению оси *x*. Скорость звена 1 равна модулю производной $V_1(1) = |\dot{x}_1| = \pi$ см/с. На рис. 2.11, *b* показано направление вектора скорости $\vec{V}_1$.

Точка $A$ соприкосновения звена 1 с диском 2 имеет ту же скорость, что и звено 1. Угловая скорость диска 2 определяется из равенства $\omega_2 = \frac{V_1}{r_2}$ рад/с. Направление угловой скорости вращения диска 2 показано на рис. 2.11, *b* дуговой стрелкой $\omega_2$.

Передача вращения диска 2 диску 3 происходит в точке *K*. Из соотношения $\frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_3}$ находим угловую скорость диска 3: $\omega_3 = \frac{V_1 R_2}{r_2 R_3} = \frac{\pi}{2}$. Направление угловой скорости диска 3 показано на рис. 2.11, *b* дуговой стрелкой $\omega_3$.

Модуль скорости точки $M$ $V_M = \omega_3 r_3 = 2\pi$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_M$ направлен по касательной к траектории движения точки *M* в сторону вращения диска 3 (см. рис. 2.11, *b*).

Звено 4 движется поступательно. Величина и направление скорости звена 4 совпадают с величиной и направлением скорости точки *B* касания звена 4 с диском 3: $V_4 = V_B = \omega_3 R_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с $V_4 = 4\pi$ см/с. Направление вектора скорости $\vec{V}_4$ определяется направлением вращения диска 3.

Определим ускорение точки *M*. Найдём алгебраическое значение $\omega_{3z}$ угловой скорости диска 3: $\omega_{3z} = \frac{V_{1x} R_2}{r_2 R_3} = \frac{\pi}{2}(-\sin\pi t + \cos\pi t)$. Алгебраическое значение $\varepsilon_{3z}$ углового ускорения диска 3: $\varepsilon_{3z} = \dot{\omega}_{3z} = -\frac{\pi^2}{2}(\cos\pi t + \sin\pi t)$ и в момент времени $t_1 = 1$ с $\varepsilon_{3z} = \frac{\pi^2}{2}$. Разные знаки алгебраических значений угловой скорости и углового ускорения диска 3 ($\omega_{3z} = -\frac{\pi}{2}; \varepsilon_{3z} = +\frac{\pi^2}{2}$) показывают, что угловое ускорение направлено в сторону, противоположную угловой скорости. На рис 2.11, *b* направление углового ускорения диска 3 показано дуговой стрелкой $\varepsilon_3$.

Касательное ускорение точки $M$ рассчитывается по формуле $a_M^{\tau} = \varepsilon_3 r_3$, где угловое ускорение $\varepsilon_3 = |\varepsilon_{3z}|$. В момент времени $t_1 = 1$ с $a_M^{\tau} = 2\pi^2$ см/с$^2$. Вектор касательного ускорения точки $M$ $\vec{a}_M^{\tau}$ направлен по касательной к траектории точки $M$ в сторону углового ускорения $\varepsilon_3$ (см. рис. 2.11, *b*).

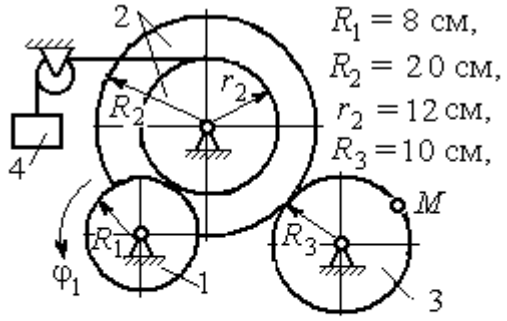
Нормальное ускорение точки $M$ рассчитывается как $a_M^n = \omega_3^2 r_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с величина нормального ускорения $a_M^n = \pi^2$ см/с$^2$. Вектор нормального ускорения $\vec{a}_M^n$ направлен по радиусу к центру диска 3.

Модуль полного ускорения точки $M$: $a_M = \sqrt{(a_M^n)^2 + (a_M^{\tau})^2} = \pi^2\sqrt{5}$ см/с$^2$. Вектор полного ускорения $\vec{a}_M$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_M^n$ и $\vec{a}_M^{\tau}$.

Звено 4 движется поступательно и прямолинейно. Ускорение звена 4 равно проекции ускорения точки $B$ (касания диска 3 со звеном 4) на линию движения звена 4: $a_4 = a_B^{\tau} = \varepsilon_3 R_3 = 4\pi^2$ см/с$^2$. Направление ускорения звена 4 совпадает с касательным ускорением точки $B$.

## Упражнения

Упражнение 2.1

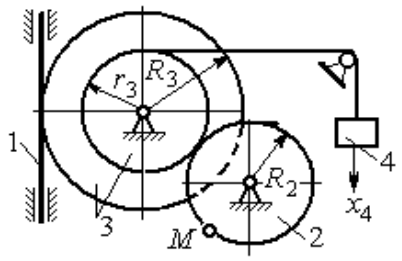



$R_1 = 8$ см,
$R_2 = 20$ см,
$r_2 = 12$ см,
$R_3 = 10$ см,

$\varphi_1 = 3t + 2\sin\frac{\pi t}{2}$ рад,

Найти скорость и ускорение точки $M$ и груза 4 в момент $t = 1$ с

Упражнение 2.2




$R_2 = 0{,}2$ м, $R_3 = 0{,}4$ м, $r_3 = 0{,}3$ м,

$x_4 = t - 1 - \sin\frac{\pi t}{3} + \cos\frac{\pi t}{3}$ м.

Найти скорость и ускорение точки $M$ и звена 1 в момент $t = t_1 = 3$ с.

Рис. 2.12. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.1, 2.2

## 2.3. Скорости точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела

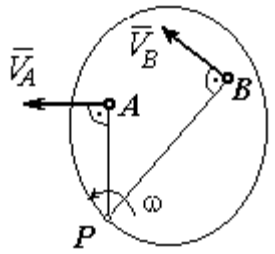
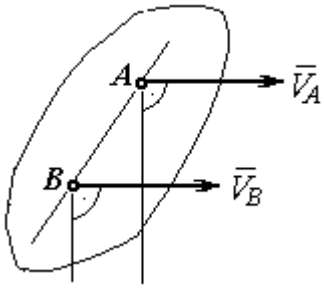
**Плоскопараллельным,** или плоским движением твердого тела, называется такое движение, при котором все точки тела движутся параллельно некоторой неподвижной (основной) плоскости.

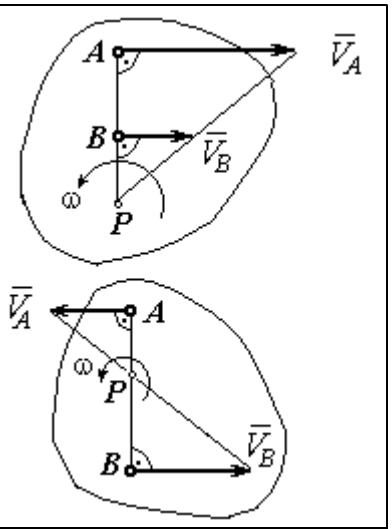
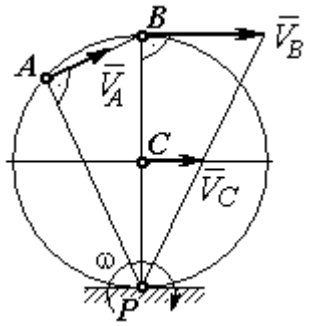
Для скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_M$ двух точек $A$ и $M$ тела, совершающего плоское движение, справедливо утверждение: **проекции скоростей двух точек твердого тела на ось, проходящую через эти точки, равны друг другу:** $V_A\cos\alpha = V_M\cos\beta$, где $\alpha$, $\beta$ – углы между векторами скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_M$ и осью, проходящей через точки $A$ и $M$.

**Мгновенным центром скоростей** (МЦС) называется точка $P$ плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю. При известном положении МЦС скорость любой точки плоской фигуры находят так, как если бы движение фигуры было мгновенно вращательным вокруг мгновенного центра скоростей с угловой скоростью, равной угловой скорости плоской фигуры. Способы построения мгновенного центра скоростей приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

**Способы построения мгновенного центра скоростей**

| | |
|---|---|
| 1. Если известны направления скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ каких-нибудь двух точек $A$ и $B$ плоской фигуры, то мгновенный центр скоростей $P$ находится в точке пересечения перпендикуляров, восстановленных из этих точек к векторам скоростей. |  |
| 2. Если скорости двух точек $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ параллельны, но точки $A$ и $B$ не лежат на общем перпендикуляре к скоростям, то, как видно из рисунка, мгновенный центр $P$ бесконечно удалён. В этом случае угловая скорость $\omega = 0$ и тело в данный момент движется поступательно (движение является мгновенным поступательным). При таком движении скорость любой точки тела равна $\vec{V}_A$. |  |

| | |
|---|---|
| 3. Если скорости двух точек $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ параллельны, а точки $A$ и $B$ лежат на общем перпендикуляре к скоростям, то мгновенный центр скоростей $P$ находится как пересечение прямой, соединяющей точки $A$ и $B$ и линии, проходящей через концы векторов, изображающих скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$. |  |
| 4. Если плоскопараллельное движение осуществляется путем качения без скольжения одного тела по неподвижной поверхности другого, то мгновенный центр скоростей $P$ расположен в точке касания катящегося тела с неподвижной поверхностью. |  |

**Примеры решения задач на плоскопараллельное движение тела**

**Задача 27.** Приводной механизм насоса находится в положении, показанном на рис. 2.13. Кривошип $O_1C$ вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_{O_1C} = 2$ рад/с вокруг оси, проходящей через точку $O_1$ перпендикулярно плоскости чертежа. Определить скорость поршня $D$ и угловые скорости шатуна $BC$, коромысла $AB$ и штока $AD$, если $O_1C$ = 20 см, $OB = 2 \cdot OA$ = 40 см, $AD$ = 60 см.

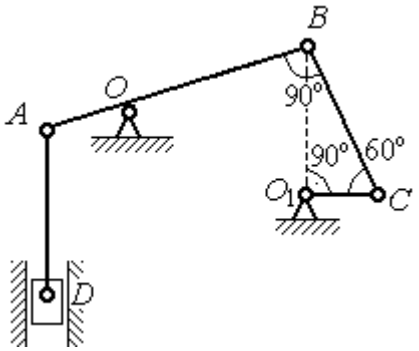



Рис. 2.13. Приводной механизм насоса

*Решение*

Предположим для определённости, что кривошип $O_1C$ вращается в направлении по ходу часовой стрелки. Вектор $\vec{V}_C$ скорости точки $C$ направлен

перпендикулярно кривошипу $O_1C$, в сторону его вращения (рис. 2.14). Модуль скорости $V_C = \omega_{O_1C} \cdot O_1C = 40$ см/с.

Коромысло $AB$ качается (вращается) вокруг оси, проходящей через точку $O$, параллельно оси вращения кривошипа. Скорость точки $B$ направлена перпендикулярно коромыслу $AB$ вдоль шатуна $BC$ (рис. 2.14).

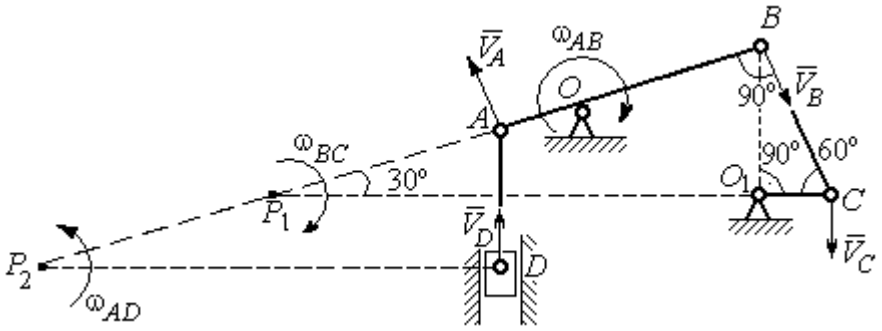



Рис. 2.14. Расчётная кинематическая схема механизма привода насоса

Шатун $BC$ совершает плоскопараллельное движение. Мгновенный центр скоростей шатуна $P_1$ расположен в точке пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$ точек $C$ и $B$ шатуна. Находим $P_1C = 4O_1C = 80$ см. Угловая скорость вращения шатуна $BC$ $\omega_{BC} = \dfrac{V_C}{CP_1} = 0{,}5$ рад/с. Направление угловой скорости вращения шатуна $BC$ определяется направлением вращения кривошипа $O_1C$ и на рис. 2.14 показано дуговой стрелкой $\omega_{BC}$.

Скорость $V_B$ найдём по теореме о проекциях скоростей. Спроектируем вектора скоростей $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$ точек $C$ и $B$ на линию $BC$. Получим $V_B \cos 0^\circ = V_C \cos 30^\circ$. Отсюда $V_B = 20\sqrt{3}$ см/с.

Угловая скорость коромысла $AB$ $\omega_{AB} = \dfrac{V_B}{OB} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ рад/с. Направление угловой скорости коромысла определяется направлением вектора скорости $\vec{V}_B$ и показано дуговой стрелкой $\omega_{AB}$.

Скорость точки $A$ коромысла равна половине скорости точки $B$: $V_A = \frac{1}{2}V_B = 10\sqrt{3}$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно коромыслу $AB$ в сторону его вращения.

Точка $P_2$ пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_D$ является мгновенным центром скоростей штока $AD$. Тогда угловая скорость штока $\omega_{AD} = \frac{V_A}{AP_2} = \frac{\sqrt{3}}{12}$ рад/с. Направление угловой скорости штока определяется по направлению скорости точки $A$ и на рис. 2.14 показано дуговой стрелкой $\omega_{AD}$.

Скорость поршня $V_D = \omega_{AD} \cdot P_2D = 15$ см/с.

**Задача 28.** Механизм качалки (рис. 2.15) состоит из кривошипа $OA$, вращающегося вокруг оси $O$ и несущего в точке $A$ ось подвижной шестерни 2, которая катится по неподвижной шестерне 1. Вращение кривошипа происходит с угловой скоростью $\omega_{OA} = 2$ рад/с. Радиусы шестерён $r_1 = r_2 = 6$ см. К ободу шестерни 2 в точке $B$ шарнирно прикреплён шатун $BC$ длиной $BC = 8$ см, который в точке $C$ передаёт движение коромыслу $CO_1$ длиной $CO_1 = 16$ см.

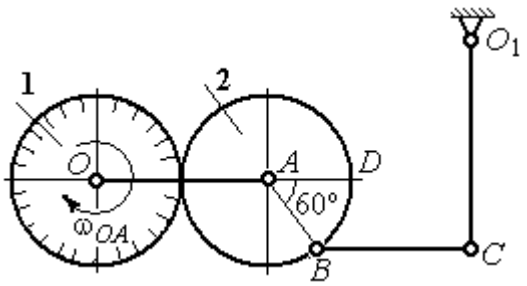


Рис. 2.15. Схема механизма качалки

Определить угловые скорости шестерни 2, шатуна $BC$, коромысла $CO_1$, а также скорости точек $A$, $B$, $C$, $D$ в момент, когда кривошип $OA$ и шатун $BC$ горизонтальны и угол $\angle DAB = 60^\circ$.

*Решение*

Найдём скорость точки $A$ кривошипа: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 24$ см/с. Вектор скорости точки $\vec{V}_A$ расположен перпендикулярно кривошипу $OA$ и направлен в сторону вращения кривошипа (рис. 2.16).

Мгновенный центр скоростей $P_2$ шестерни 2 находится в точке касания с неподвижной поверхностью шестерни 1. Угловая скорость шестерни 2 $\omega_2 = \dfrac{V_A}{AP_2} = 4$ рад/с. Направление угловой скорости шестерни 2 определяется направлением вектора скорости $\vec{V}_A$ и на рис. 2.16 показано дуговой стрелкой $\omega_2$.

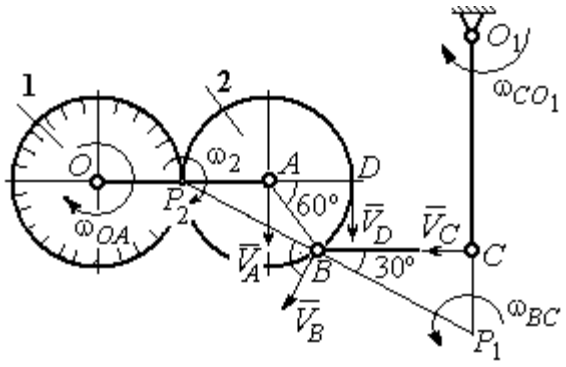


Рис.2.16. Расчётная кинематическая схема механизма качалки

Найдём расстояние $P_2B$ из равнобедренного треугольника $P_2AB$ по теореме косинусов: $P_2B = \sqrt{r^2 + r^2 - 2r^2\cos 120^\circ} = 6\sqrt{3}$ см. Скорость точки $B$ $V_B = \omega_2 \cdot P_2B = 24\sqrt{3}$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии $P_2B$ и направлен в сторону вращения шестерни 2.

Скорость точки $D$: $V_D = \omega_2 \cdot P_2D = 48$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_D$ перпендикулярен линии $P_2D$ и направлен в ту же сторону (см. рис. 2.16).

Скорость точки $C$ перпендикулярна линии $CO_1$. Восстанавливая перпендикуляры к скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$, получим точку пересечения $P_1$, которая будет мгновенным центром скоростей шатуна $BC$. Расстояние $P_1B = \dfrac{BC}{\cos 30^\circ} = \dfrac{16}{\sqrt{3}}$ см.

Угловая скорость шатуна $\omega_{BC} = \dfrac{V_B}{P_1B} = \dfrac{9}{2}$ рад/с. Направление угловой скорости определяется по направлению скорости $\vec{V}_B$ и показано дуговой стрелкой $\omega_{BC}$.

Скорость точки $C$: $V_C = \omega_{BC} \cdot P_1C = \dfrac{36}{\sqrt{3}}$ см/с. Направление вектора скорости определяется направлением вращения шатуна $BC$.

Угловая скорость коромысла $CO_1$: $\omega_{CO_1} = \dfrac{V_C}{O_1C} = \dfrac{9}{4\sqrt{3}}$ рад/с.

**Задача 29.** В планетарном механизме (рис. 2.17) кривошип $OA$ длиной $OA$ = 25 см вращается вокруг неподвижной оси $O$, перпендикулярной плоскости рисунка, с угловой скоростью $\omega_{OA}$ = 3,6 рад/с. На конец $A$ кривошипа насажена шестерёнка 2, находящаяся во внутреннем зацеплении с колесом 1 радиуса $r_1$ = 45 см, соосным с кривошипом $OA$ и вращающимся с угловой скоростью $\omega_1$ = 1 рад/с. Шатун $BC$, шарнирно соединённый с шестерёнкой 2 на её ободе в точке $B$, приводит в движение кривошип $CO_1$. Определить угловые скорости шестерёнки 2, шатуна $BC$ и кривошипа $CO_1$, скорости точек $A$, $B$, $C$ в положении, показанном на рис.2.17, если длина шатуна $BC$ = 100 см, длина кривошипа $CO_1$ = 50 см.

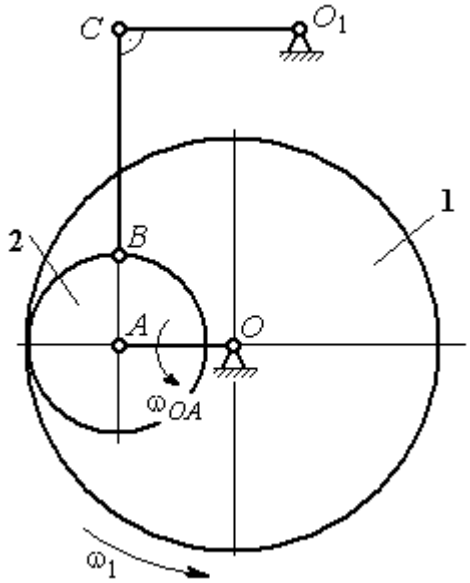


Рис. 2.17. Планетарный механизм

*Решение*

Найдём скорости точек $A$ и $D$

$$V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 90 \text{ см/с}; \quad V_D = \omega_1 \cdot r_1 = 45 \text{ см/с}.$$

Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу $OA$ в сторону его вращения. Вектор скорости $\vec{V}_D$ перпендикулярен радиусу $OD$ колеса 1 и направлен в сторону вращения колеса (рис. 2.18).

Мгновенный центр скоростей $P_2$ шестерни 2 находится на пересечении прямой, соединяющей точки $A$ и $D$, и линии, проходящей через концы векторов $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_D$, изображающих скорости точек $A$ и $D$ Расстояние $P_2D$ от центра скоростей до точки $D$ находится из пропорции $\frac{V_A}{V_D} = \frac{AP_2}{DP_2} = \frac{DP_2 + 20}{DP_2}$, откуда $P_2D$ = 20 см.

Угловая скорость шестерёнки 2 $\omega_2 = \dfrac{V_D}{P_2 D} = 2{,}25$ рад/с. Направление угловой скорости $\omega_2$ показано на рис. 2.18 дуговой стрелкой $\omega_2$.

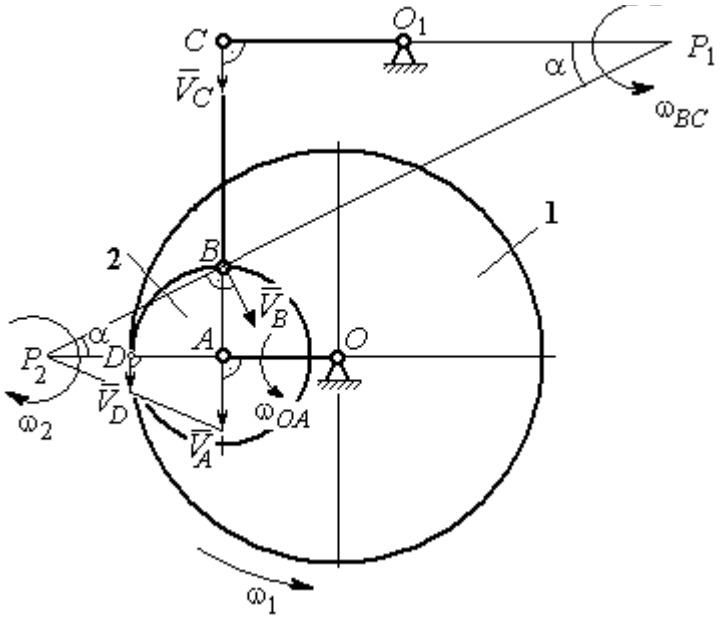


Рис. 2.18. Расчётная кинематическая схема планетарного механизма

Скорость точки *B,* которая находится на ободе шестеренки, $V_B = \omega_2 \cdot P_2 B = = 45\sqrt{5}$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии $P_2B$ и направлен в сторону вращения шестерни 2.

Направим вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярно кривошипу $CO_1$ и восстановим перпендикуляры к скоростям $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$. Точка $P_1$ пересечения перпендикуляров является мгновенным центром скоростей шатуна *BC*. Расстояние $P_1B$ найдём из треугольника $P_1BC$: $P_1B = \dfrac{BC}{\sin\alpha}$, где $\sin\alpha = \dfrac{AB}{P_2B} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$. Тогда $P_1B = 100\sqrt{5}$ см. Угловая скорость шатуна $\omega_{BC} = \dfrac{V_B}{P_1B} = 0{,}45$ рад/с. Скорость точки *C* шатуна *BC* найдём по теореме о проекциях скоростей. Спроектируем скорости $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$ точек *C* и *B* на линию, проходящую через эти точки Имеем: $V_C \cos 0^\circ = V_B \cos\alpha$, откуда $V_C = 90$ см/с.

Угловая скорость кривошипа $CO_1$ $\omega_{CO_1} = \dfrac{V_C}{O_1C} = 1{,}8$ рад/с.

**Задача 30.** В плоском механизме (рис. 2.19) кривошип $OA$ вращается вокруг оси $O$ с угловой скоростью $\omega_{OA}$. На конец $A$ кривошипа насажена шестерня 2, находящаяся во внешнем зацеплении с неподвижным колесом 1. Радиусы колеса и шестерни $r_1$ и $r_2$. Шестерня 2 соединяется с колесом 3 шатуном $BC$, закреплённым на шестерне в точке $B$ и на колесе в точке $C$. Колесо 3 катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Все соединения шарнирные. Качение шестерни 2 по неподвижному колесу 1 без проскальзывания. Для положения механизма, изображенного на рис. 2.19, определить скорости точек $A$, $B$, $C$ и угловые скорости шатуна $BC$, шестерни 2 и колеса 3, если $\omega_{OA} = 4$ рад/с; $r_1 = 4$ см; $r_2 = r_3 = 8$ см.

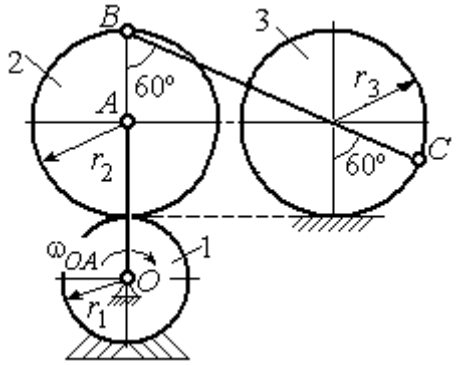


Рис. 2.19. Схема движения плоского механизма

*Решение*

Рассмотрим вращательное движение кривошипа $OA$. Скорость точки $A$ кривошипа: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 48$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу $OA$ в сторону его вращения (рис. 2.20).

При качении шестерни 2 по неподвижной поверхности колеса 1 точка их соприкосновения $P_2$ является мгновенным центром скоростей шестерни.

Угловая скорость шестерни 2 $\omega_2 = \dfrac{V_A}{AP_2} = 6$ рад/с.

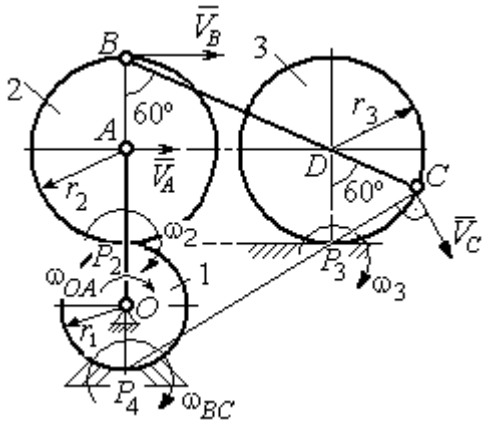


Рис. 2.20. Расчетная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

Скорость точки $B$ шестерни 2 $V_B = \omega_2 \cdot BP_2 = 96$ см/с.

Точка $P_3$ касания колеса 3 с неподвижной поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Вектор $\vec{V}_C$ скорости точки $C$ колеса 3 перпендикулярен линии $P_3C$ и направлен в сторону качения колеса (см. рис. 2.20).

Мгновенный центр скоростей шатуна $BC$ – точка $P_4$ находится на пересечении перпендикуляров, восстановленных к скоростям точек $B$ и $C$. По построению $BP_4 = BC = BD + DC = 2r_2 + r_3 = 24$ см. Угловая скорость шатуна $BC$ $\omega_{BC} = \dfrac{V_B}{BP_4} = 4$ рад/с. Так как $BP_4 = CP_4$, скорости точек $C$ и $B$ $V_C = 96$ см/с.

Угловая скорость колеса 3 $\omega_3 = \dfrac{V_C}{CP_3} = 12$ рад/с.

**Задача 31.** В плоском механизме (рис. 2.21) кривошип $OC$, вращаясь вокруг неподвижной оси $O$, приводит в движение два шатуна $CD$ и $CE$, присоединённых к кривошипу в точке $C$. Шатун $CE$ прикреплён в точке $E$ к ободу цилиндрического выступа диска 1, который катится без проскальзывания своим выступом по неподвижному горизонтальному рельсу. К другому шатуну $CD$ в точке $D$ прикреплён ползун, перемещающийся вдоль направления вертикального диаметра диска 1. Все соединения шарнирные. Радиусы диска и цилиндрического выступа $R_1 = 3$ см, $r_1 = 2$ см. Длина шатуна $CE = 4$ см. В заданном положении механизма (см. рис. 2.21) шатун $CE$ горизонтален.

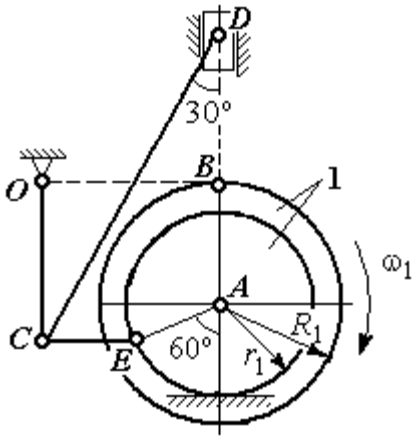


Рис. 2.21. Схема движения плоского механизма

Определить скорости точек $A$, $E$, $C$, $D$ и угловые скорости диска 1, шатунов $CE$, $CD$ и кривошипа $CO$, если известна скорость точки $B$ на ободе диска 1 $V_B = 10$ см/с и направление $\omega_1$ угловой скорости диска.

*Решение*

Изобразим вектор скорости точки *B* диска 1 в соответствии с заданным направлением его движения. При качении диска 1 по неподвижной поверхности рельса точка $P_1$ касания обода выступа с поверхностью рельса является его мгновенным центром скоростей (рис. 2.22).

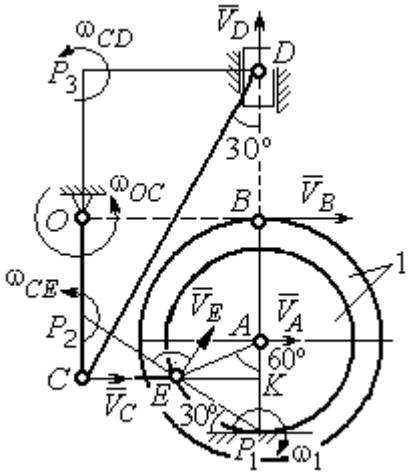



Рис. 2.22. Расчётная схема для определения скоростей точек и угловых скоростей звеньев механизма

Угловая скорость диска 1 $\omega_1 = \dfrac{V_B}{BP_1} = 2$ рад/с. Скорость точки *A* $V_A = \omega_1 \cdot AP_1 = 4$ см/с. Скорость точки *E* $V_E = \omega_1 \cdot EP_1 = 4$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ и вектор скорости $\vec{V}_E$ перпендикулярны, соответственно, линиям $AP_1$ $EP_1$ и направлены в сторону вращения диска.

Шатун *CE* совершает плоскопараллельное движение. Скорость точки *C* шатуна неизвестна по величине, но известно, что вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярен кривошипу *OC* и направлен вдоль *CE* в сторону точки *E*. Мгновенный центр скоростей $P_2$ шатуна *CE* находится на пересечении перпендикуляров, восстановленных к скоростям $\vec{V}_E$ и $\vec{V}_C$ (см. рис. 2.22).

Расстояние $EP_2 = \dfrac{EC}{\cos 30^\circ} = 4{,}62$ см. Угловая скорость шатуна *CE* $\omega_{CE} = \dfrac{V_E}{EP_2} = 0{,}86$ рад/с. Направление угловой скорости шатуна, определяемое по направлению скорости точки *E*, на рис. 2.22 показано дуговой стрелкой $\omega_{CE}$. Скорость точки *C* шатуна *CE* $V_C = \omega_{CE} \cdot CP_2 = \dfrac{V_E}{2} = 2$ см/с.

Длина кривошипа $OC = BK = R_1 + r_1 \sin 30^\circ = 4$ см. Угловая скорость кривошипа $\omega_{OC} = \dfrac{V_C}{OC} = 0{,}5$ рад/с.

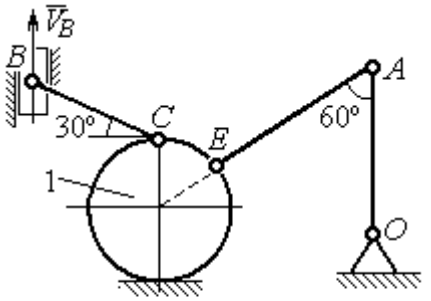
Для шатуна $CD$ известны величина и направление вектора $\vec{V}_C$ скорости точки $C$ и направление вектора $\vec{V}_D$ скорости точки $D$. Мгновенный центр скоростей шатуна $CD$ находится в точке $P_3$, полученной на пересечении перпендикуляров, восстановленных к скоростям $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_D$.

Расстояние $CP_3 = DK = (CE + r_1 \cos 30^\circ)\operatorname{ctg} 30^\circ = 9{,}92$ см (см. рис. 2.22). Угловая скорость шатуна $CD$: $\omega_{CD} = \dfrac{V_C}{CP_3} = 0{,}21$ рад/с.

Скорость ползуна $D$: $V_D = \omega_{CD} DP_3 = \omega_{CD}(CE + r_1 \cos 30^\circ) = 1{,}2$ см/с.

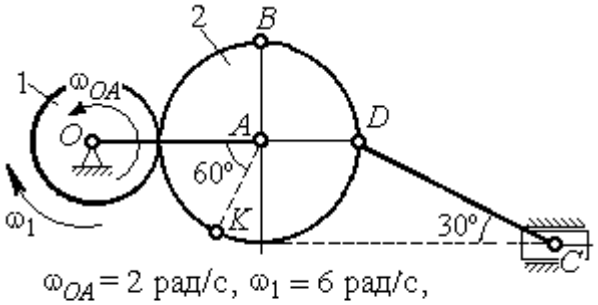
## Упражнения

Упражнение 2.3




$R_1 = 2$ см, $OA = AE = 6$ см,
$BC = 5$ см, $V_B = 5$ см/с.
Найти: $\omega_{OA}, \omega_{AE}, \omega_{CB}, \omega_1, V_C, V_A, V_E$

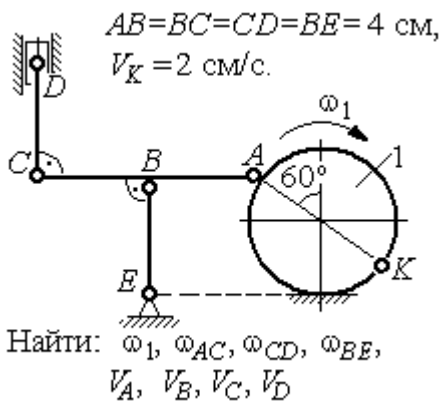
Упражнение 2.4



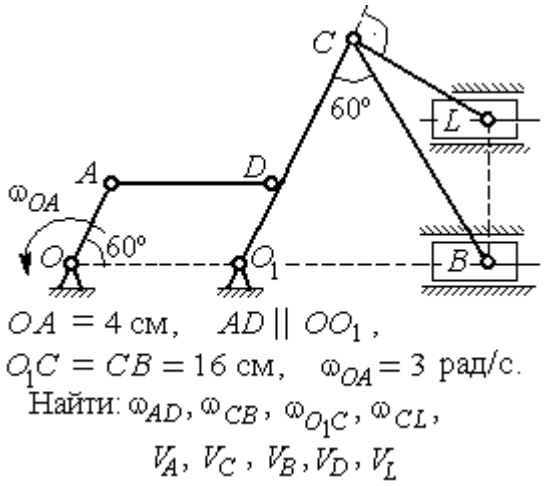

$\omega_{OA} = 2$ рад/с, $\omega_1 = 6$ рад/с,
$r_1 = 3$ см, $r_2 = 6$ см.
Найти: $\omega_2, \omega_{DC}, V_B, V_K, V_D, V_C$

Рис. 2.23. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.3, 2.4

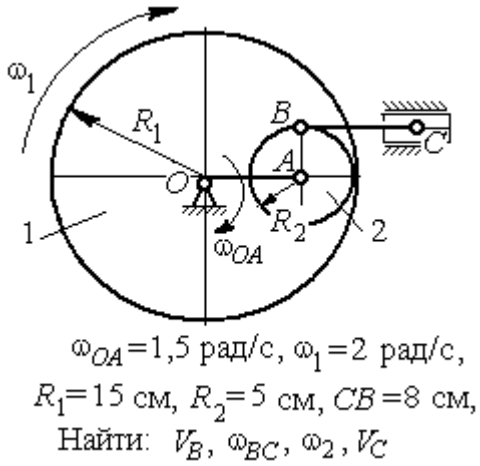
Упражнение 2.5




Упражнение 2.6




Упражнение 2.7




Упражнение 2.8

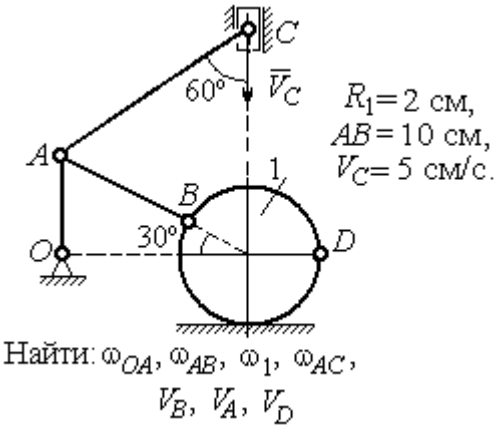



Рис. 2.24. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.5 – 2.8

## 2.4. Ускорения точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела

Ускорение любой точки $M$ плоской фигуры при плоскопараллельном движении твердого тела представляется как сумма векторов $\vec{a}_M = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{MA} + \vec{a}^{n}_{MA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса $A$; $\vec{a}^{\tau}_{MA}$, $\vec{a}^{n}_{MA}$ – касательная и

нормальная составляющие ускорения точки *M* при вращении фигуры вокруг полюса *A* (рис. 2.25).

Вектор нормального ускорения $\vec{a}^{\,n}_{MA}$ всегда направлен от точки *M* к полюсу *A*. Вектор касательного ускорения $\vec{a}^{\,\tau}_{MA}$ направлен перпендикулярно отрезку *AM* в сторону вращения, если оно ускоренное (см. рис. 2.25, *a*), и против вращения, если оно замедленное (см. рис. 2.25, *b*). Величины касательного и нормального составляющих ускорения точки *M* определяются по формулам: $a^{\tau}_{MA} = \varepsilon \cdot AM$; $a^{n}_{MA} = \omega^2 \cdot AM$, где $\omega$, $\varepsilon$ – угловая скорость и угловое ускорение тела (плоской фигуры); $AM$ – расстояние от точки *M* до полюса *A*.

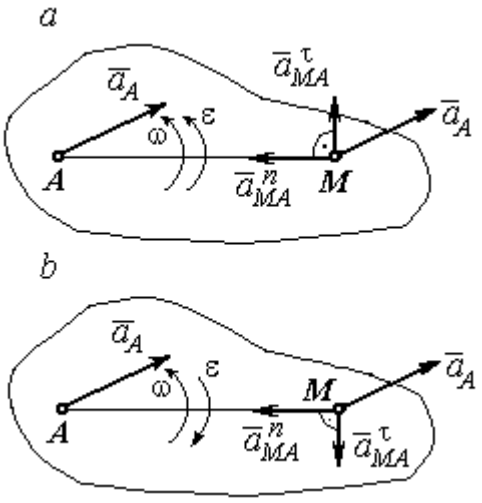



Рис. 2.25. Ускорение точки плоской фигуры:
*a* – ускоренное движение;
*b* – замедленное движение

Если при движении плоской фигуры известны траектории движения полюса *A* и точки *M*, то для определения ускорения точки *M* используется векторное равенство $\vec{a}^{\,\tau}_M + \vec{a}^{\,n}_M = \vec{a}^{\,\tau}_A + \vec{a}^{\,n}_A + \vec{a}^{\,\tau}_{MA} + \vec{a}^{\,n}_{MA}$, где $\vec{a}^{\,\tau}_M$, $\vec{a}^{\,n}_M$, $\vec{a}^{\,\tau}_A$, $\vec{a}^{\,n}_A$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки *M* и полюса *A* при движении их по заданным траекториям.

### Примеры решения задач на определение ускорений точек

**Задача 32.** Поршень *D* гидравлического пресса приводится в движение шарнирно-рычажным механизмом *OABD*. В положении механизма, указанном на рис. 2.26, точка *L* рычага имеет скорость $V_L = 0{,}6$ м/с и ускорение $a_L = 0{,}5$ м/с$^2$. Длина рычага $OA = 2 \cdot AL = 0{,}6$ м, длина звена $AB = 0{,}4$ м. Определить скорость и ускорение поршня *D*, угловую скорость и ускорение звена *AB*.

*Решение*

Найдём угловую скорость рычага $OL$: $\omega_{OL} = \dfrac{V_L}{OL} = \dfrac{2}{3}$ рад/с.

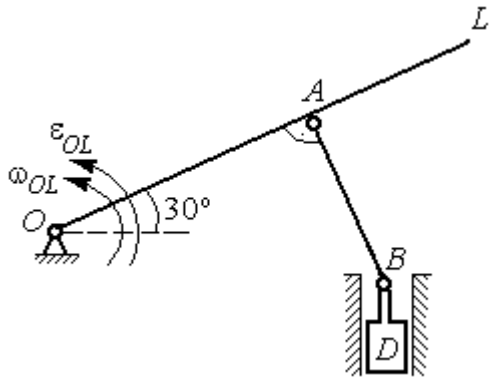



Рис. 2.26. Шарнирно-рычажный механизм гидравлического пресса

Ускорение точки $L$ представляется в виде суммы векторов нормального и касательного ускорений: $\vec{a}_L = \vec{a}_L^{\,\tau} + \vec{a}_L^{\,n}$ (рис. 2.27). Модуль нормального ускорения точки $L$ $a_L^n = \omega_{OL}^2 \cdot OL = 0{,}4$ м/с$^2$. Модуль её касательного ускорения и угловое ускорение рычага, соответственно, равны:

$$a_L^{\tau} = \sqrt{a_L^2 - (a_L^n)^2} = 0{,}3 \text{ м/с}^2, \quad \varepsilon_{OL} = \frac{a_L^{\tau}}{OL} = \frac{1}{3} \text{ рад/с}^2.$$

Скорость $\vec{V}_A$ точки $A$ перпендикулярна рычагу $OL$ и направлена в сторону вращения рычага. Её модуль $V_A = \omega_{OL} \cdot OA = 0{,}4$ м/с. Скорость $\vec{V}_B$ точки $B$ направлена вертикально вверх вдоль линии движения поршня. Направления векторов скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ показаны на рис. 2.27. Точка $P_1$ – пересечения перпендикуляров, восстановленных к векторам скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ - определяет положение мгновенного центра скоростей звена $AB$. Расстояние $AP_1 = P_1B \cdot \cos 30^\circ = 0{,}4\sqrt{3}$ м.

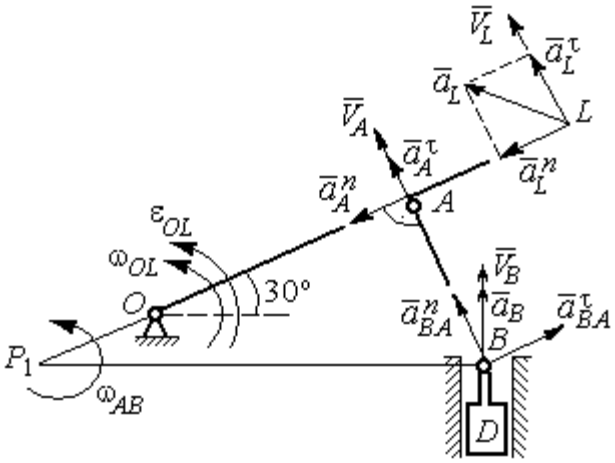



Рис. 2.27. Расчётная кинематическая схема механизма

Угловая скорость звена $AB$ $\omega_{AB} = \dfrac{V_A}{P_1A} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ рад/с.

Представим ускорение точки $B$ через полюс $A$: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{BA} + \vec{a}^{n}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса $A$; $\vec{a}^{\tau}_{BA}$, $\vec{a}^{n}_{BA}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки $B$ при вращении звена $AB$ вокруг полюса $A$. Так как траекторией точки $A$ является окружность с центром в точке $O$, ускорение этой точки может быть разложено на две составляющие: $\vec{a}_A = \vec{a}^{\tau}_{A} + \vec{a}^{n}_{A}$. В результате ускорение точки $B$ представляется в виде векторной суммы $\vec{a}_B = \vec{a}^{\tau}_{A} + \vec{a}^{n}_{A} + \vec{a}^{\tau}_{BA} + \vec{a}^{n}_{BA}$. Направления векторов ускорений показаны на рис. 2.27.

Модули ускорений:

$$a^{n}_{A} = \omega^{2}_{OL} \cdot OA = 0{,}27 \text{ см/с}^2;\ a^{n}_{BA} = \omega^{2}_{AB} \cdot AB = 0{,}13 \text{ см/с}^2;$$

$$a^{\tau}_{A} = \varepsilon_{OL} \cdot OA = 0{,}2 \text{ см/с}^2.$$

Ускорение $a^{\tau}_{BA} = \varepsilon_{AB} \cdot AB$ остаётся неизвестной величиной, так как угловое ускорение $\varepsilon_{AB}$ звена $AB$ неизвестно.

Спроектируем векторное равенство ускорения точки $B$ на оси $x$, $y$, где ось $x$ проходит вдоль линии звена $AB$, ось $y$ – перпендикулярна ей (рис. 2.28). Получим равенства:

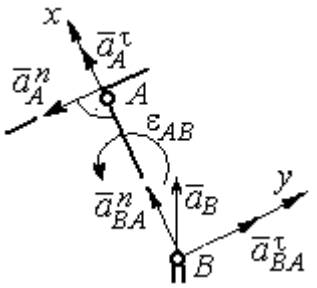


Рис. 2.28. Вычисление проекций векторов ускорений

$$a_B \cdot \cos 30^\circ = a^{\tau}_{A} + a^{n}_{BA};\ \ a_B \cdot \cos 60^\circ = -a^{n}_{A} + a^{\tau}_{BA}.$$

Решая систему уравнений, находим модуль ускорения точки $B$: $a_B = 0{,}38$ см/с$^2$ и величину касательного ускорения: $a^{\tau}_{BA} = 0{,}46$ см/с$^2$. Угловое ускорение стержня $AB$ $\varepsilon_{AB} = \dfrac{a^{\tau}_{BA}}{AB} = 1{,}15$ рад/с$^2$. Направление углового ускорения $\varepsilon_{AB}$ звена $AB$ определяется направлением вектора $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ касательного ускорения точки $B$ при вращении звена вокруг полюса $A$ (см. рис. 2.28).

Ускорение поршня $D$ равно ускорению точки $B$: $a_D = a_B = 0{,}38$ см/с$^2$.

**Задача 34.** Колесо 1 радиуса $r_1 = 0{,}6$ м катится без скольжения по прямолинейному участку пути и приводит в движение шатун 2, соединённый шарнирно с колесом в точке $B$ на его ободе. На другом конце шатуна в точке $C$ к нему присоединён ползун, перемещающийся горизонтально (рис. 2.29).

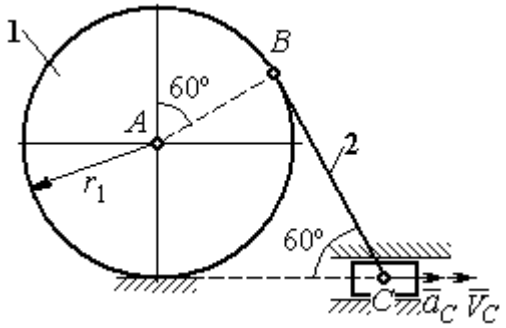


Рис. 2.29. Механизм, связывающий качение колеса с поступательным движением ползуна

В положении механизма, показанном на рис. 2.29, найти ускорение центра $A$ колеса 1, его угловое ускорение, а также угловое ускорение шатуна 2, если заданы скорость и ускорение ползуна $C$: $V_C = 9$ м/с; $a_C = 4$ м/с$^2$.

*Решение*

При качении диска 1 по неподвижной поверхности точка $P_1$ касания его с поверхностью является мгновенным центром скоростей диска. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии $P_1B$. Восстановим перпендикуляры к скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$. Их пересечение в точке $P_2$ определяет положение мгновенного центра скоростей шатуна 2 (рис. 2.30).

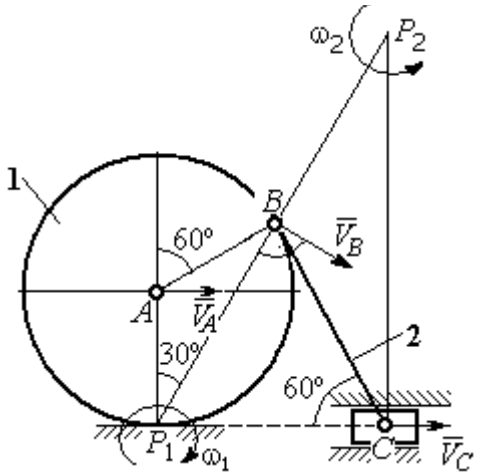


Рис. 2.30. Расчётная схема механизма для определения скоростей точек

Вычислим необходимые расстояния.

Расстояние $P_1B$ (см. рис. 2.30) найдём из треугольника $P_1AB$ по теореме косинусов: $P_1B = r_1\sqrt{3} = 1{,}04$ м. Из построения мгновенных центров скоростей $P_1$ и $P_2$ следует: $P_1B = BP_2 = BC$. Расстояние $P_2C$ определяется из треугольника $P_1P_2C$: $P_2C = P_1P_2 \cdot \cos 30^\circ = 1{,}8$ м.

Угловая скорость шатуна 2 $\omega_2 = \dfrac{V_C}{P_2C}$ = 5рад/с. Направление угловой скорости $\omega_2$ определяется направлением скорости $\vec{V}_C$.

Скорость точки *B* найдём по формуле $V_B = \omega_2 \cdot P_2B$ = 5,2 м/с.

Угловая скорость диска 1 $\omega_1 = \dfrac{V_B}{P_1B}$ = 5 рад/с. Скорость центра колеса 1 $V_A = \omega_1 \cdot P_1A$ = 3 м/с.

Найдём ускорение точки *A*.

Примем точку *B* за полюс и выразим ускорение точки *A* через полюс *B*: $\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}^{\,\tau}_{AB} + \vec{a}^{\,n}_{AB}$, где $\vec{a}_B$ – ускорение полюса *B*; $\vec{a}^{\,\tau}_{AB}$, $\vec{a}^{\,n}_{AB}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки *A* при вращении диска 1 вокруг полюса *B* (рис. 2.31). Направления ускорения точки $\vec{a}_A$ и касательной составляющей ускорения $\vec{a}^{\,\tau}_{AB}$ точки *A* выбраны в предположении ускоренного движения диска.

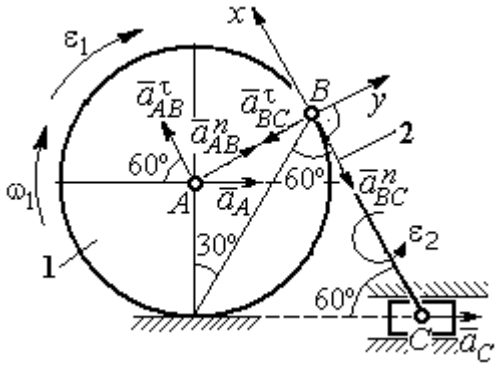


Рис. 2.31. Расчётная схема механизма для определения ускорений точек

Ускорение полюса *B* выразим через полюс *C*: $\vec{a}_B = \vec{a}_C + \vec{a}^{\,\tau}_{BC} + \vec{a}^{\,n}_{BC}$, где $\vec{a}_C$ – ускорение полюса *C*; $\vec{a}^{\,\tau}_{BC}$, $\vec{a}^{\,n}_{BC}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки *B* при вращении шатуна 2 вокруг полюса *C*. Направление касательной составляющей ускорения $\vec{a}^{\,\tau}_{BC}$ точки *B* выбрано в направлении вращения шатуна 2 (см. рис. 2.30) исходя из предположения его ускоренного движения. В результате ускорение точки *A* выражается векторной суммой:

$$\vec{a}_A = \vec{a}^{\,\tau}_{AB} + \vec{a}^{\,n}_{AB} + \vec{a}^{\,\tau}_{BC} + \vec{a}^{\,n}_{BC} + \vec{a}_C.$$

Направления векторов ускорений показаны на рис. 2.31.

Заметим, что в любой момент времени движения колеса 1 расстояние от точки $A$ до мгновенного центра скоростей колеса $P_1$ остаётся постоянным, равным радиусу колеса. Дифференцируем выражение $V_A = \omega_1 \cdot P_1A = \omega_1 \cdot r_1$. Получим $\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_1}{dt} r_1 = \varepsilon_1 \cdot r_1$, откуда с учётом $\frac{dV_A}{dt} = a_A$ (прямолинейное движение точки $A$) угловое ускорение диска 1 $\varepsilon_1 = \frac{a_A}{r_1}$. В результате, касательное ускорение $a^{\tau}_{AB}$ точки $A$ при вращении диска 1 вокруг полюса $B$ $a^{\tau}_{AB} = \varepsilon_1 \cdot AB = a_A$.

Найдём модули векторов ускорений:

$$a^n_{AB} = \omega_1^2 \cdot AB = 15 \text{ м/с}^2;\ a^n_{BC} = \omega_2^2 \cdot BC = 26 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение $a^{\tau}_{BC} = \varepsilon_2 \cdot BC$ остаётся неизвестным. Применить здесь способ дифференцирования выражения $V_C = \omega_2 \cdot P_2C$ для определения углового ускорения $\varepsilon_2$ невозможно, так как расстояние $P_2C$ от мгновенного центра скоростей $P_2$ шатуна 2 до точки $C$ меняется во время движения механизма неизвестным образом.

Спроектируем векторное равенство ускорения точки $A$ на оси $x$, $y$, выбранные, как показано на рис. 2.31. Получим систему уравнений:

$$\text{проекция на ось } x\text{: } -a_A \cos 60^\circ = a^{\tau}_{AB} - a^n_{BC} - a_C \cos 60^\circ;$$

$$\text{проекция на ось } y\text{: } a_A \cos 30^\circ = a^n_{AB} - a^{\tau}_{BC} + a_C \cos 30^\circ.$$

Из первого уравнения с учётом того, что $a^{\tau}_{AB} = a_A$, найдём ускорение точки $A$: $a_A$ = 18,67 м/с$^2$. Положительное значение ускорения точки $A$ означает, что вектор $\vec{a}_A$ направлен так, как показано на рис. 2.31, – в сторону направления вектора скорости $\vec{V}_A$. Из этого следует, что диск 1 движется ускоренно и угловое ускорение направлено в сторону его угловой скорости.

Из второго уравнения получим: $a_{BC}^{\tau} = 2{,}29$ м/с$^2$. Угловое ускорение шатуна 2: $\varepsilon_2 = \dfrac{\left|a_{BC}^{\tau}\right|}{BC} = 2{,}2$ рад/с$^2$. Из того, что касательное ускорение $a_{BC}^{\tau}$ положительно, следует, что направление вектора $\vec{a}_{BC}^{\tau}$ совпадает с направлением, указанным на рис. 2.31. Это, в свою очередь, означает, что в данном положении механизма угловое ускорение шатуна 2 направлено так, как показано на рис. 2.31, – по направлению его угловой скорости, то есть шатун 2 вращается ускоренно.

**Задача 35.** По неподвижной шестерне 1 радиуса $r_1$ обкатывается шестерня 2 радиуса $r_2$, насаженная в центре на кривошип $OA$ (рис. 2.32). Кривошип $OA$ вращается вокруг оси $O$ с угловой скоростью $\omega_{OA}$ и угловым ускорением $\varepsilon_{OA}$. На ободе шестерни 2 в точке $B$ шарнирно прикреплен стержень $BC$, соединенный другим концом с центром $C$ диска 3, катящегося без скольжения вдоль горизонтальной прямой. Радиус диска 3 равен радиусу шестерни 2: $r_3 = r_2$. Для положения механизма, изображенного на рис. 2.32, определить ускорение точки $D$ и угловое ускорение стержня $BC$, если $r_1 = 0{,}2$ м, $r_2 = 0{,}4$ м, $\omega_{OA} = 4$ рад/с, $\varepsilon_{OA} = 2$ рад/с$^2$. Длина стержня $BC = 1$ м.

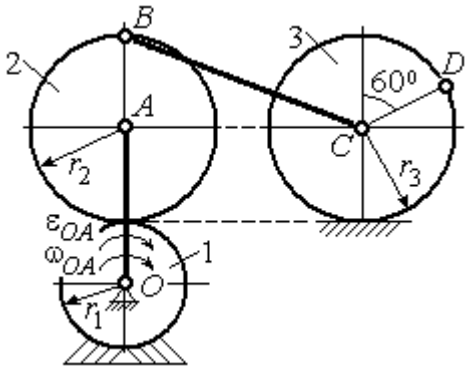


Рис. 2.32. Схема движения плоского механизма

*Решение*

Найдём угловые скорости звеньев механизма.

Рассмотрим вращательное движение кривошипа $OA$. Скорость его точки $A$: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 2{,}4$ м/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу $OA$ в сторону его вращения (рис. 2.33).

При качении подвижной шестерни 2 по неподвижной 1, точка их соприкосновения $P_2$ является мгновенным центром скоростей шестерни 2. Угловая скорость шестерни 2: $\omega_2 = \dfrac{V_A}{AP_2} =$ 6 рад/с. Скорость точки $B$ шестерни 2: $V_B = \omega_2 \cdot BP_2 =$ 4,8 м/с.

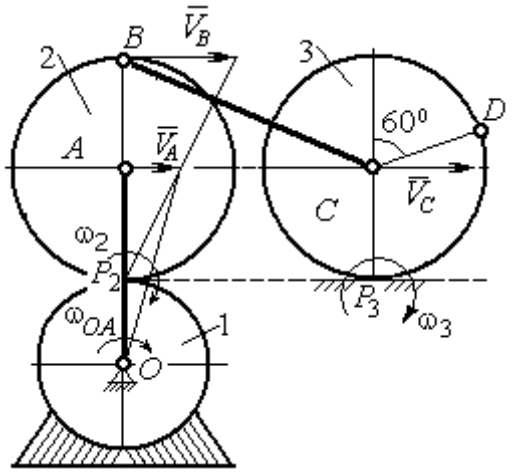



Рис. 2.33. Расчетная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

Для определения угловой скорости стержня $BC$ заметим, что скорости двух точек стержня $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ параллельны, но точки $B$ и $C$ не лежат на общем перпендикуляре к скоростям. В этом случае мгновенный центр скоростей стержня $BC$ отсутствует (или бесконечно удалён), угловая скорость стержня равна нулю и стержень совершает мгновенное поступательное движение. При таком движении мгновенные скорости всех точек стержня $BC$ одинаковы по величине и направлению. Таким образом, $\omega_{BC} = 0$; $V_C = V_B =$ 4,8 м/с.

При качении диска 3 по неподвижной поверхности без проскальзывания точка $P_3$ касания диска с поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Угловая скорость диска 3: $\omega_3 = \dfrac{V_C}{CP_3} =$ 12 рад/с. Направление угловой скорости $\omega_3$ определяется направлением вектора $\vec{V}_C$.

Найдём ускорения точек и угловые ускорения звеньев механизма.

Выразим ускорение $\vec{a}_C$ точки $C$, направленное вдоль линии движения центра колеса 3, через полюс $B$. Ускорение представляется векторной суммой: $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}^{\,n}_{CB} + \vec{a}^{\,\tau}_{CB}$, где $\vec{a}_B$ – вектор ускорения полюса $B$; $\vec{a}^{\,n}_{CB}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{CB}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки $C$ при вращении

стержня $BC$ вокруг полюса $B$. Вектор $\vec{a}^{n}_{CB}$ направлен вдоль стержня от точки $C$ к полюсу $B$, вектор $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ перпендикулярен стержню $BC$. Направление вектора $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ выбрано по предполагаемому угловому ускорению стержня $BC$, показанному на рис. 2.34 дуговой стрелкой $\varepsilon_{CB}$.

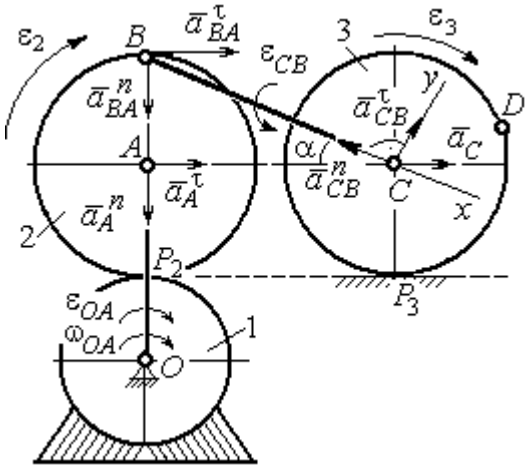



Рис. 2.34. Расчетная схема для определения ускорений точек механизма и угловых ускорений его звеньев

Рассмотрим плоскопараллельное движение шестерни 2 и выразим ускорение точки $B$ через полюс $A$ в виде векторного равенства: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{n}_{BA} + \vec{a}^{\tau}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса $A$; $\vec{a}^{n}_{BA}$, $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки $B$ при вращении шестерни 2 вокруг полюса $A$. Вектор $\vec{a}^{n}_{BA}$ направлен вдоль радиуса шестерни от точки $B$ к полюсу $A$, вектор $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ перпендикулярен линии $BA$. Направление вектора $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ соответствует ускоренному вращению шестерни 2.

Рассмотрим вращение кривошипа $OA$. Вектор ускорения точки $A$ кривошипа при вращении его вокруг неподвижной оси $O$ представляется в виде суммы: $\vec{a}_A = \vec{a}^{n}_{A} + \vec{a}^{\tau}_{A}$, где $\vec{a}^{n}_{A}$ и $\vec{a}^{\tau}_{A}$ – вектора нормальной и касательной составляющих ускорения точки $A$. Вектор $\vec{a}^{n}_{A}$ направлен вдоль кривошипа по направлению к оси вращения, вектор $\vec{a}^{\tau}_{A}$ перпендикулярен кривошипу и направлен в сторону углового ускорения $\varepsilon_{OA}$ вращения кривошипа.

В результате для определения ускорения точки $C$ имеем векторное равенство:

$$\vec{a}_C = \vec{a}^{n}_{A} + \vec{a}^{\tau}_{A} + \vec{a}^{n}_{BA} + \vec{a}^{\tau}_{BA} + \vec{a}^{n}_{CB} + \vec{a}^{\tau}_{CB}.$$

Направления всех векторов ускорений показаны на рис. 2.34.

Вычислим модули векторов, составляющих векторную сумму:

$$a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 9{,}6 \text{ м/с}^2; \quad a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 1{,}2 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot BA = 14{,}4 \text{ м/с}^2; \quad a_{CB}^n = \omega_{BC}^2 \cdot BC = 0.$$

Заметим, что во время движения шестерни 2 расстояние $AP_2$ остается постоянным, равным $r_2$. Дифференцируя равенство $V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = \omega_2 r_2$, получим: $\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_2}{dt} r_2$. При криволинейном движении точки $A$ производная от скорости равна касательному ускорению: $\frac{dV_A}{dt} = a_A^\tau$. С учётом, что $\frac{d\omega_2}{dt} = \varepsilon_2$, получим: $a_A^\tau = \varepsilon_2 r_2$, откуда $\varepsilon_2 = \frac{a_A^\tau}{r_2} = 3$ рад/с$^2$ и $a_{BA}^\tau = \varepsilon_2 \cdot BA = 1{,}2$ м/с$^2$.

Выберем оси $Cx$, $Cy$, как показано на рис. 2.34, – вдоль отрезка $BC$ и перпендикулярно ему и спроектируем на них векторное равенство ускорения точки $C$. Получим систему уравнений:

$$a_C \cos\alpha = a_A^n \sin\alpha + a_A^\tau \cos\alpha + a_{BA}^n \sin\alpha + a_{BA}^\tau \cos\alpha - a_{CB}^n;$$

$$a_C \sin\alpha = -a_A^n \cos\alpha + a_A^\tau \sin\alpha - a_{BA}^n \cos\alpha + a_{BA}^\tau \sin\alpha + a_{CB}^\tau,$$

где $\alpha$ – угол между стержнем $BC$ и линией центров $AC$, $\sin\alpha = \frac{AB}{BC} = 0{,}4$; $\cos\alpha = 0{,}92$.

Находим из первого уравнения ускорение точки $C$: $a_C = 12{,}83$ м/с$^2$, из второго – касательное ускорение точки $C$ при вращении стержня $BC$ вокруг полюса $B$: $a_{CB}^\tau = 33{,}95$ м/с$^2$. Величина углового ускорения стержня $BC$: $\varepsilon_{CB} = \frac{\left|a_{CB}^\tau\right|}{BC} = 33{,}95$ рад/с$^2$. Положительное значение $a_{CB}^\tau$ означает, что вектор касательного ускорения $\vec{a}_{CB}^\tau$ направлен так, как показано на рис. 2.34. Тогда и

направление углового ускорения $\varepsilon_{CB}$ стержня $BC$ совпадает с направлением, показанным дуговой стрелкой на рис. 2.34.

При качении диска 3 точка $C$ движется по прямой и расстояние $CP_3$ остается постоянным, равным радиусу диска 3. В этом случае равенство $V_C = \omega_3 \cdot CP_3 = \omega_3 r_3$ можно продифференцировать по времени. Получим: $\frac{dV_C}{dt} = \frac{d\omega_3}{dt} r_3$. Так как движение точки $C$ является прямолинейным, производная от скорости точки $C$ равна ускорению этой точки: $\frac{dV_C}{dt} = a_C$. Тогда с учётом $\frac{d\omega_3}{dt} = \varepsilon_3$ имеем равенство $a_C = \varepsilon_3 r_3$. Угловое ускорение диска 3: $\varepsilon_3 = \frac{a_C}{r_3} = 32{,}07$ рад/с$^2$.

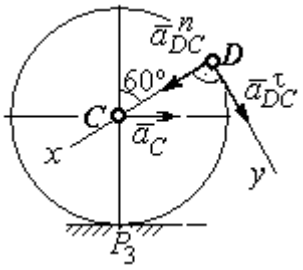


Рис.2.35. Расчетная схема для определения ускорения точки $D$

Выразим ускорение точки $D$ через полюс $C$, ускорение которого известно и по величине, и по направлению: $\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}^n_{DC} + \vec{a}^\tau_{DC}$, где $\vec{a}_C$ – ускорение точки $C$; $\vec{a}^n_{DC}$, $\vec{a}^\tau_{DC}$ – нормальное и касательное составляющие ускорения точки $D$ при вращении диска 3 вокруг полюса $C$. Модули ускорений

$$a_C = 12{,}83 \text{ м/с}^2;\ a^n_{DC} = \omega_3^2 DC = 57{,}6 \text{ м/с}^2;\ a^\tau_{DC} = \varepsilon_3 DC = 12{,}83 \text{ м/с}^2.$$

Проведём оси $Dx$ и $Dy$, как показано на рис. 2.34, и спроектируем векторное равенство ускорения точки $D$ на оси. Получим систему уравнений:

$$a_{Dx} = -a_C \cos 30^\circ + a^n_{DC};\quad a_{Dy} = a_C \cos 60^\circ + a^\tau_{DC}.$$

Подставляя в уравнения проекций значения модулей ускорений, найдём: $a_{Dx} = 46{,}49$ м/с$^2$; $a_{Dy} = 19{,}25$ м/с$^2$.

Величина ускорения точки $D$: $a_D = \sqrt{a^2_{Dx} + a^2_{Dy}} = 50{,}32$ м/с$^2$.

Заметим, что для определения ускорения точки $D$ невозможно было сразу использовать приём с последовательным выражением ускорения точки $D$ через

ускорения полюсов $C$, $B$ и $A$, так как в полученной в результате проекций системе двух уравнений будет три неизвестных величины - $a_{Dx}$, $a_{Dy}$ и величина ускорения $a_{CB}^{\tau}$.

**Задача 36.** Механизм качалки (рис. 2.36) включает в себя кривошип $OA$, вращающийся вокруг неподвижной оси $O$, шестерню 1 радиуса $r_1$, насаженную на кривошип в точке $A$ и обкатывающуюся по неподвижной цилиндрической поверхности, и шатун $BC$, присоединённый одним концом в точке $B$ к шестерне, а другим – в точке $C$ к коромыслу $CO_1$. В положении, указанном на рис. 2.36, определить угловую скорость и угловое ускорение коромысла $CO_1$, если $\omega_{OA}$ = 2 рад/с; $\varepsilon_{OA}$ = 4 рад/с$^2$; $OA$ = 0,8 м; $r_1$ = 0,4 м; $AB$ = 0,2 м; $BC$ = 0,6 м. Для этого же положения определить ускорение точки $C$.

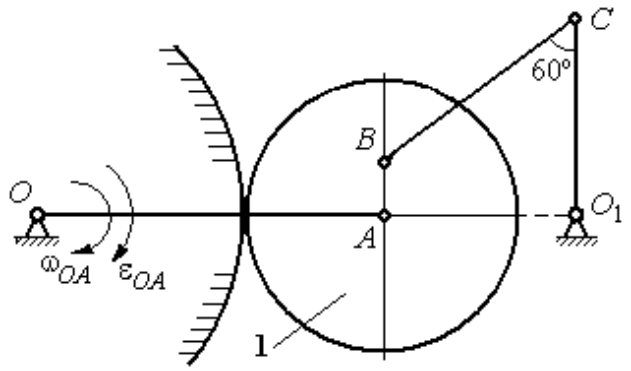


Рис. 2.36. Механизм качалки

*Решение*

Найдём угловые скорости звеньев механизма.

Скорость точки $A$ кривошипа $V_A = \omega_{OA} \cdot OA$ = 1,6 м/с. Вращаясь, кривошип передаёт движение шестерне 1, которая катится по неподвижной поверхности. Точка касания $P_1$ шестерни с неподвижной поверхностью является мгновенным центром скоростей шестерни. Тогда её угловая скорость $\omega_1 = \dfrac{V_A}{AP_1}$ = 4 рад/с. Направление угловой скорости показано на рис. 2.37 дуговой стрелкой $\omega_1$.

Расстояние от мгновенного центра скоростей шестерни до её точки $B$ $P_1B$ = 0,45 м. Скорость точки $B$: $V_B = \omega_1 \cdot P_1B$ = 1,8 м/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии $P_1B$ и направлен в сторону вращения шестерни.

При вращении коромысла $CO_1$ вокруг неподвижной оси $O_1$ вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярен коромыслу. Точка $P_2$, лежащая на пересечении перпендикуляров, восстановленных к векторам $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ – скоростей точек $B$ и $C$, является мгновенным центром скоростей шатуна $BC$ (рис. 2.37). Расстояние $BK = BC\cos 30^\circ = 0{,}52$ м; $\cos\alpha = \dfrac{AP_1}{BP_1} = 0{,}89$; $P_2B = \dfrac{BK}{\cos\alpha} = 0{,}58$ м. Угловая скорость шатуна $\omega_{BC} = \dfrac{V_B}{BP_2} = 3{,}1$ рад/с. Направление угловой скорости шатуна показано на рис. 2.37 дуговой стрелкой $\omega_{BC}$.

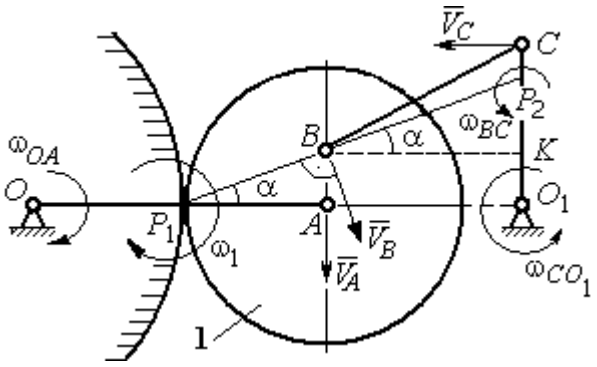



Рис. 2.37. Расчётная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

Расстояние $P_2C = BC \cdot \sin 30^\circ - P_2B \cdot \sin\alpha = 0{,}04$ м. Скорость точки $C$ шатуна $BC$: $V_C = \omega_{BC} \cdot P_2C = 0{,}12$ м/с. Длина коромысла $CO_1 = CK + KO_1 = 0{,}5$ м, угловая скорость коромысла $\omega_{CO_1} = \dfrac{V_C}{CO_1} = 0{,}24$ рад/с.

Найдём ускорения звеньев механизма.

Считая, что точка $C$ принадлежит шатуну $BC$, выразим ускорение точки $C$ через полюс $B$: $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}^{\,n}_{CB} + \vec{a}^{\,\tau}_{CB}$, где $\vec{a}_B$ – ускорение полюса $B$; $\vec{a}^{\,n}_{CB}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{CB}$ – нормальная и касательная составляющие вектора ускорения точки $C$ при вращении шатуна вокруг полюса $B$.

Полагая, что точка $B$ принадлежит шестерне 1, выразим её ускорение через полюс $A$: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{\,n}_{BA} + \vec{a}^{\,\tau}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение точки $A$ шестерни; $\vec{a}^{\,n}_{BA}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{BA}$ – нормальная и касательная составляющие вектора ускорения точки $B$ при вращении шестерни вокруг полюса $A$.

Поскольку точка $A$ принадлежит и кривошипу $OA$, а точка $C$ – коромыслу $CO_1$, вращающихся вокруг своих неподвижных осей, вектора ускорений этих точек можно представить в виде сумм векторов:

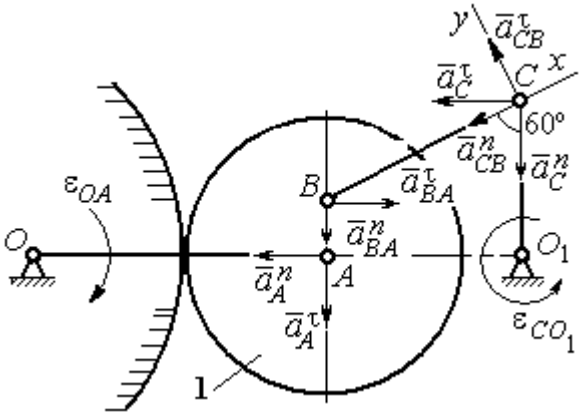



Рис. 2.38. Расчётная схема для определения ускорений точек механизма

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^{\,n} + \vec{a}_A^{\,\tau},\ \vec{a}_C = \vec{a}_C^{\,n} + \vec{a}_C^{\,\tau},$$

где $\vec{a}_A^{\,n}$, $\vec{a}_A^{\,\tau}$ – нормальная и касательная составляющие вектора ускорения точки $A$ при вращении кривошипа вокруг оси $O$; $\vec{a}_C^{\,n}$, $\vec{a}_C^{\,\tau}$ – нормальная и касательная составляющие вектора ускорения точки $C$ при вращении коромысла вокруг оси $O_1$.

В результате подстановок получим полное векторное равенство, связывающее ускорения точек механизма:

$$\vec{a}_C^{\,n} + \vec{a}_C^{\,\tau} = \vec{a}_{CB}^{\,n} + \vec{a}_{CB}^{\,\tau} + \vec{a}_{BA}^{\,n} + \vec{a}_{BA}^{\,\tau} + \vec{a}_A^{\,n} + \vec{a}_A^{\,\tau}.$$

Направления векторов ускорений показаны на рис. 2.38.

Модули векторов ускорений:

$$a_C^n = \omega_{CO_1}^2 \cdot CO_1 = 0{,}03 \text{ м/с}^2;\ \ a_{CB}^n = \omega_{CB}^2 \cdot CB = 5{,}77 \text{ м/с}^2,$$

$$a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 3{,}2 \text{ м/с}^2;\ a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 3{,}2 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{BA}^n = \omega_1^2 \cdot BA = 3{,}2 \text{ м/с}^2;\ \ a_{BA}^\tau = \varepsilon_1 \cdot BA.$$

Для определения $\varepsilon_1$ углового ускорения шестерни 1 продифференцируем равенство $V_A = \omega_1 \cdot AP_1 = \omega_1 r_1$. Получим: $a_A^\tau = \varepsilon_1 r_1$, откуда $\varepsilon_1 = \dfrac{a_A^\tau}{r_1} = 8$ рад/с$^2$.

Тогда $a_{BA}^\tau = 1{,}6$ м/с$^2$.

Неизвестными в векторном равенстве ускорений остаются модули векторов $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ и $\vec{a}^{\tau}_{C}$. Выберем ось $x$ вдоль шатуна $BC$, как показано на рис. 2.38, и спроектируем на неё полное векторное равенство.

Получим уравнение:

$$-a^{n}_{C}\cos 60^{\circ} - \vec{a}^{\tau}_{C}\cos 30^{\circ} = -a^{n}_{CB} - a^{n}_{BA}\cos 60^{\circ} + a^{\tau}_{BA}\cos 30^{\circ} - a^{n}_{A}\cos 30^{\circ} - a^{\tau}_{A}\cos 60^{\circ},$$

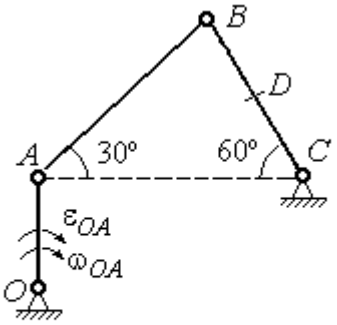
откуда найдём ускорение $a^{\tau}_{C}$ = 11,94 м/с$^2$. Угловое ускорение качалки

$$\varepsilon_{CO_1} = \frac{\left|a^{\tau}_{C}\right|}{CO_1} = 23{,}88 \text{ рад/с}^2.$$

Положительное значение касательного ускорения $a^{\tau}_{C}$ свидетельствует о том, что направление вектора ускорения $\vec{a}^{\tau}_{C}$ совпадает с направлением, показанным на рис. 2.38. В эту же сторону направлена и скорость $\vec{V}_C$ точки $C$ (см. рис. 2.37). Следовательно, в данном положении движение качалки ускоренное и угловое ускорение направлено в сторону угловой скорости.

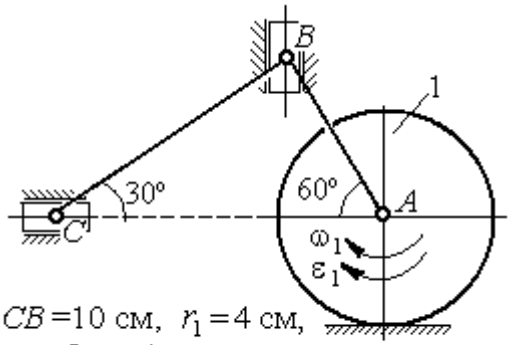
## Упражнения

Упражнения 2.9




$OA = 4$ см, $BD = DC = 4$ см,
$\omega_{OA} = 3$ рад/с, $\varepsilon_{OA} = 2$ рад/с$^2$.
Найти ускорение точки $D$

Упражнения 2.10




$CB = 10$ см, $r_1 = 4$ см,
$\omega_1 = 3$ рад/с, $\varepsilon_1 = 2$ рад/с$^2$.
Найти ускорение точки $C$

Рис. 2.39. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.9, 2.10

# 3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

## 3.1. Основные понятия и определения сложного движения точки

Рассматривается подвижное твердое тело и точка, перемещающаяся относительно тела.

Неподвижная система координат, относительно которой определяются движения точки и тела, называется **основной**. Связанная с телом и движущаяся вместе с ним система координат называется **подвижной.**

Движение точки относительно подвижной системы координат (фактически движение точки относительно тела) называется **относительным**. **Переносным** движением называют движение, которое совершает точка вместе с подвижной системой координат (фактически вместе с телом). Движение точки относительно основной (неподвижной) системы координат называется **абсолютным.**

Скорость точки относительно подвижной системы координат называют **относительной скоростью**, ускорение – **относительным ускорением**.

**Переносной скоростью** точки и **переносным ускорением** называют скорость и ускорение той точки тела, с которой в данный момент совпадает движущаяся точка.

Скорость и ускорение точки относительно основной системы называют **абсолютной скоростью и абсолютным ускорением.**

При вычислении абсолютной скорости используется теорема о сложении скоростей: **скорость абсолютного движения точки равна векторной сумме переносной и относительной скоростей:** $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$, где $\vec{V}$, $\vec{V}_e$, $\vec{V}_r$ – вектора абсолютной, переносной и относительной скоростей точки.

При вычислении абсолютного ускорения используется теорема Кориолиса о сложении ускорений: **абсолютное ускорение точки равно векторной сумме трех ускорений – относительного, переносного и ускорения Кориолиса:** $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_к$, где $\vec{a}$ – вектор абсолютного ускорения точки; $\vec{a}_e, \vec{a}_r$ –

вектора соответственно переносного и относительного ускорений точки; $\vec{a}_{\text{к}}$ – вектор ускорения Кориолиса.

Вектор ускорения Кориолиса определяется векторным произведением: $\vec{a}_{\text{к}} = 2(\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r)$, где $\vec{\omega}_e$ – вектор угловой скорости переносного движения; $\vec{V}_r$ – вектор относительной скорости точки. Модуль ускорения Кориолиса: $|\vec{a}_{\text{к}}| = 2|\vec{\omega}_e| \cdot |\vec{V}_r| \sin\alpha$, где $\alpha$ – угол между вектором угловой скорости переносного движения $\vec{\omega}_e$ и вектором относительной скорости точки $\vec{V}_r$ (рис. 3.1).

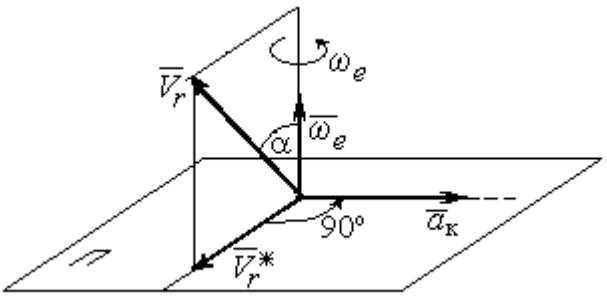


Рис. 3.1. Определение ускорения Кориолиса по правилу Жуковского

На рис. 3.1 показан способ определения вектора ускорения Кориолиса по правилу Н. Е. Жуковского. Правило состоит в следующем. Построим плоскость *П*, перпендикулярную вектору угловой скорости $\vec{\omega}_e$, и спроектируем вектор относительной скорости $\vec{V}_r$ на эту плоскость. Проекцию обозначим $\vec{V}_r^*$ (см. рис. 3.1). Чтобы получить направление ускорения Кориолиса, следует вектор проекции относительной скорости $\vec{V}_r^*$ повернуть на 90° в плоскости *П* вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Если сложное движение точки происходит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, направление ускорения Кориолиса можно получить простым поворотом вектора относительной скорости на угол 90° вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения. При этом модуль ускорения Кориолиса $a_{\text{к}} = 2|\omega_e| \cdot |V_r| \sin 90^\circ = 2\omega_e V_r$.

## Примеры решения задач на сложное движение точки

**Задача 37.** Компрессор с криволинейными каналами (рис. 3.2) вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с вокруг оси *O*, перпендикулярной плоскости рисунка. Воздух перемещается по каналу *AB* с постоянной относительной скоростью $V_r = 4$ м/с. Найти ускорение частицы воздуха в начале канала в точке *A* и проекции этого ускорения на оси неподвижной системы координат *xOy*, если радиус $OA = 0{,}5$ м, радиус кривизны канала в точке *A* $\rho = 0{,}8$ м, угол между нормалью *n* к кривой *AB* в точке *A* и радиусом *OA* $\alpha = 30^\circ$.

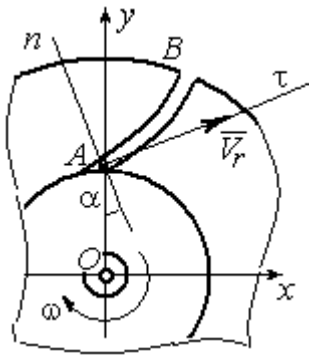


Рис.3.2. Движение воздуха по каналу компрессора

*Решение*

Переносным движением для частицы воздуха будет вращательное движение компрессора, а скорость точки *A* компрессора, где по условию находится частица воздуха, будет её переносной скоростью: $V_e = \omega \cdot OA = 5$ м/с. Вектор $\vec{V}_e$ переносной скорости частицы перпендикулярен радиусу *OA* и направлен в сторону угловой скорости вращения компрессора (рис. 3.3).

Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости частицы воздуха направлен вдоль касательной к кривой *AB* (стенки канала) в точке *A*.

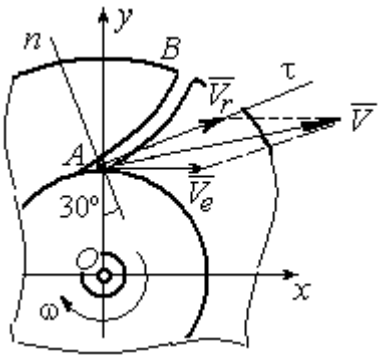


Рис. 3.3. Построение вектора абсолютной скорости частицы

Вектор абсолютной скорости частицы воздуха равен геометрической сумме векторов относительной и переносной скоростей: $\vec{V} = \vec{V}_r + \vec{V}_e$ (см. рис. 3.3). Спроектируем это векторное равенство на оси *x*, *y*. Получим систему уравнений:

$$V_x = V_e + V_r \cos 30^\circ = 8{,}46 \text{ м/с}; \; V_y = V_r \cos 60^\circ = 2 \text{ м/с}.$$

Модуль абсолютной скорости $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 8{,}69$ м/с.

Найдём ускорение частицы воздуха.

Абсолютное ускорение частицы определяется по теореме сложения ускорений:

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_{\text{к}}.$$

В относительном движении частица движется между стенками канала по криволинейной траектории, и её ускорение $\vec{a}_r$ представляется суммой: $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_r^{\,\tau}$, где $\vec{a}_r^{\,n}$, $\vec{a}_r^{\,\tau}$ – вектора нормальной и касательной составляющих относительного ускорения частицы.

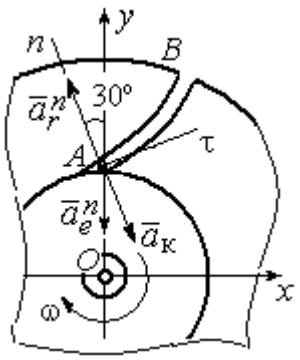


Рис. 3.4. Составляющие ускорения частицы в сложном движении

Переносное ускорение частицы $\vec{a}_e$ есть ускорение точки *A* вращающегося компрессора, которое выражается суммой $\vec{a}_e = \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau}$, где $\vec{a}_e^{\,n}$, $\vec{a}_e^{\,\tau}$ – вектора нормальной и касательной составляющих переносного ускорения частицы.

В результате абсолютное ускорение частицы воздуха в точке А выражается векторной суммой:

$$\vec{a} = \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_{\text{к}}.$$

Вычислим модули ускорений:

$$a_r^{\tau} = \dot{V}_r = 0,\ a_r^n = \frac{V_r^2}{\rho} = 20 \text{ м/с}^2;\ a_e^{\tau} = \varepsilon \cdot OA = \dot{\omega} \cdot OA = 0,$$

$$a_e^n = \omega^2 r = 50 \text{ м/с}^2;\ a_{\text{к}} = 2\omega V_r = 80 \text{ м/с}^2.$$

Направление ускорения Кориолиса определяется простым поворотом вектора относительной скорости на угол 90° вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения. Вектора ускорений показаны на рис. 3.4.

Спроектируем векторное равенство ускорения частицы на оси неподвижной системы координат *xOy*. Получим:

$$a_x = -a_r^n \cos 60^\circ + a_к \cos 60^\circ = 30 \text{ м/с}^2 ;$$

$$a_y = a_r^n \cos 30^\circ - a_e^n - a_к \cos 30^\circ = -101{,}96 \text{ м/с}^2.$$

Модуль ускорения $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 106{,}28$ м/с$^2$.

**Задача 38.** При совмещении работы механизмов подъёма груза и поворота крана (рис. 3.5) груз *A* перемещается в горизонтальном и вертикальном направлениях. На участке разгона барабан *B* радиуса $r_1 = 0{,}5$ м, на который навит канат, поддерживающий груз, вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon_1 = 3$ рад/с$^2$, а кран разворачивается вокруг оси $O_1O_2$ с угловым ускорением $\varepsilon_2 = 0{,}5$ рад/с$^2$.

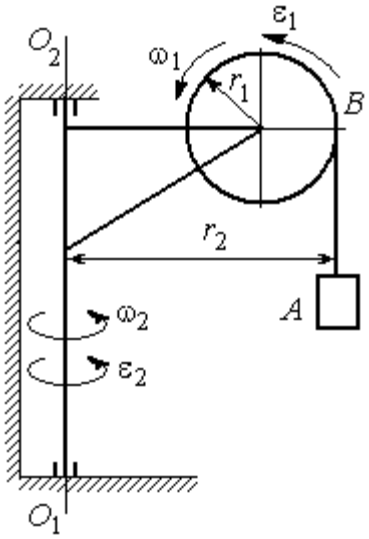


Рис. 3.5. Механизм поворотного крана

Пренебрегая отклонением каната от вертикали, определить скорость и ускорение груза в момент времени $t_1 = 1$ с, если вылет стрелы крана до линии подвеса груза $r_2 = 10$ м.

*Решение*

Подъём груза *A* на канате является для груза относительным движением, а вращение крана – переносным. Вектор абсолютной скорости груза равен сумме $\vec{V} = \vec{V}_r + \vec{V}_e$, где вектора относительной $\vec{V}_r$ и переносной $\vec{V}_e$ скоростей.

При равноускоренном вращении барабана *B* из состояния покоя его угловая скорость $\omega_1 = \varepsilon_1 t$. В момент времени $t_1 = 1$ с $\omega_1 = 3$ рад/с. Скорость подъёма груза *A* в этот момент $V_r(1) = \omega_1(1) r_1 = 1{,}5$ м/с. Вектор относительной скорости $\vec{V}_r$ направлен вдоль линии движения груза, в сторону его подъёма (рис. 3.6).

Угловая скорость крана при постоянном угловом ускорении $\omega_2 = \varepsilon_2 t$. При $t_1 = 1$ с $\omega_2 = 0{,}5$ рад/с. Переносная скорость груза $A$ равна скорости груза, движущегося вместе со стрелой крана по окружности радиуса $r_2$: $V_e = \omega_2 r_2 = 5$ м/с. Вектор переносной скорости груза $\vec{V}_e$ направлен по касательной к траектории переносного движения груза в сторону угловой скорости вращения крана (см. рис. 3.6).

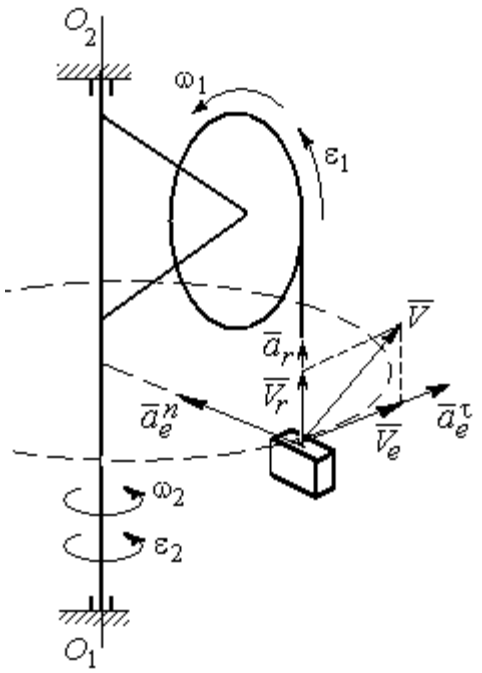



Рис. 3.6. Расчётная схема для определения скорости и ускорения груза на поворотном кране

Так как вектора относительной и переносной скоростей груза взаимно перпендикулярны, модуль абсолютной скорости $V = \sqrt{V_r^2 + V_e^2} = 5{,}22$ м/с.

Найдём абсолютное ускорение груза.

Теорема сложения ускорений имеет вид векторной суммы: $\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_\text{к} = \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_\text{к}$, где $\vec{a}_r^{\,n}$, $\vec{a}_r^{\,\tau}$, $\vec{a}_e^{\,n}$, $\vec{a}_e^{\,\tau}$, $\vec{a}_\text{к}$ – вектора нормального и касательного ускорений груза в относительном и переносном движениях и ускорение Кориолиса. Найдём модули векторов ускорений.

Нормальное относительное ускорение $a_r^n$ груза, движущегося прямолинейно, равно нулю: $a_r^n = 0$, а касательное $a_r^\tau$ равно по величине касательному ускорению точки на поверхности барабана: $a_r^\tau = \varepsilon_1 r_1 = 1{,}5$ м/с$^2$. Направление вектора $\vec{a}_r^{\,\tau}$ относительного касательного ускорения груза определяется направлением углового ускорения барабана.

Переносные нормальное $a_e^n$ и касательное $a_e^\tau$ ускорения груза: $a_e^n = \omega_2^2 r_2$ = 2,5 м/с$^2$; $a_e^\tau = \varepsilon_2 r_2$ = 5 м/с$^2$. Вектор касательного ускорения $\vec{a}_e^\tau$ направлен в сторону углового ускорения вращения крана.

Ускорение Кориолиса $a_к$ равно нулю, так как вектор $\vec{V}_r$ параллелен вектору $\vec{\omega}_2$: $a_к = 0$.

Направления векторов ускорений, модули которых отличны от нуля, показаны на рис. 3.6. В результате вектор абсолютного ускорения груза представлен в виде разложения на три взаимно перпендикулярных вектора: $\vec{a} = \vec{a}_e^n + \vec{a}_e^\tau + \vec{a}_r^\tau$, поэтому модуль абсолютного ускорения груза $a = \sqrt{(a_e^n)^2 + (\vec{a}_e^\tau)^2 + (\vec{a}_r)^2}$ = 5,79 м/с$^2$.

**Задача 39.** Фигура, состоящая из половины диска и построенного на его диаметре равнобедренного треугольника (рис. 3.7), вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости фигуры и проходящей через вершину $A$ треугольника, по закону $\varphi_e = 5t - 2t^2$ рад. Положительное направление вращения отмечено на схеме дуговой стрелкой $\varphi$.

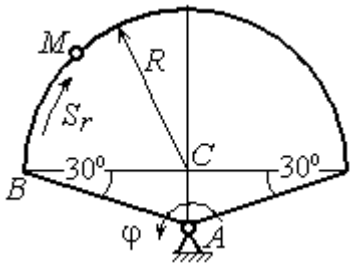


Рис. 3.7. Схема сложного движения точки

По ободу диска из начального положения B движется точка $M$. Уравнение движения точки: $\breve{BM} = S_r = 9\pi t^2$, см.. Положительное направление отсчёта дуги $BM$ показано дуговой стрелкой $S_r$ (см. рис. 3.7). Радиус диска $R$ = 9 см. Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки $M$ в момент времени $t_1$ = 1 с.

*Решение*

Переносным движением точки $M$ является вращение фигуры вокруг оси $A$, относительным – её движение по окружности обода диска.

Положение точки $M$ на окружности определяется центральным углом: $\alpha = \dfrac{S_r}{R}$, где $S_r$ – длина дуги окружности, пройденная точкой. В момент времени $t_1 = 1$ с $S_r = 9\pi$ см и $\alpha = \pi$. Расчётное положение точки $M$ на рис. 3.8 обозначено $M_1$.

Угловая скорость вращения фигуры равна модулю производной $\omega_e = |\dot{\varphi}_e| = |5 - 4t|$. При $t_1 = 1$ с $\omega_e(1) = 1$ рад/с. Направление угловой скорости определяется знаком производной $\dot{\varphi}_e$. Положительная на данный момент времени величина производной ($\dot{\varphi}_e = 1$) показывает, что вращение фигуры происходит в положительном направлении отсчёта угла $\varphi_e$ и отмечено на рис. 3.8 дуговой стрелкой $\omega_e$.

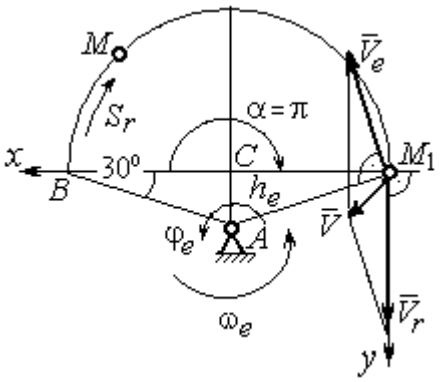


Рис. 3.8. Расчетная схема для вычисления абсолютной скорости точки

Переносная скорость точки $V_e$ – это скорость расчётного положения точки $M$ вращающейся фигуры: $V_e = \omega_e h_e = = \omega_e AM_1 = \dfrac{\omega_e R}{\cos 30^\circ} = 10{,}39$ см/с. Вектор переносной скорости точки $\vec{V}_e$ перпендикулярен отрезку $AM_1$ и направлен в сторону вращения фигуры (см. рис. 3.8).

Скорость точки в относительном движении определяется как модуль производной: $V_r = |\dot{S}_r| = |18\pi t|$. При $t_1 = 1$ с $V_r = 56{,}5$ см/с. Положительное значение производной $\dot{S}_r = 18\pi > 0$ указывает, что в этот момент времени относительное движение точки происходит в положительном направлении отсчёта дуги окружности, по которой движется точка. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости точки перпендикулярен отрезку $CM_1$ и направлен в сторону её движения.

Абсолютная скорость точки равна сумме векторов переносной и относительной скоростей $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Для того чтобы найти абсолютную скорость

точки, выберем оси координат $M_1x$, $M_1y$, как показано на рис. 3.8, и спроектируем обе части векторного равенства теоремы сложения скоростей на эти оси:

$$V_x = V_e\cos 60^\circ = 5{,}2 \text{ см/с}, \; V_y = -V_e\cos 30^\circ + V_r = 47{,}5 \text{ см/с}.$$

Модуль абсолютной скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 47{,}8$ см/с.

Абсолютное ускорение точки определяется по теореме сложения ускорений: $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_\text{к}$.

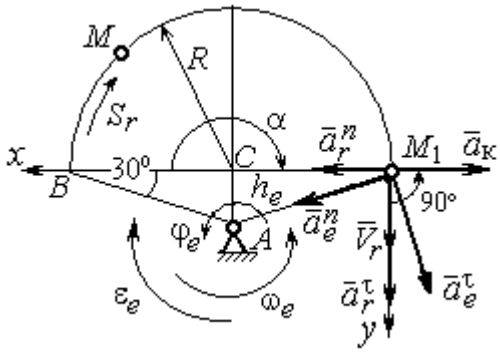



Рис. 3.9. Расчетная схема для определения абсолютного ускорения точки

Переносное ускорение точки представляется в виде суммы: $\vec{a}_e = \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n}$, где $\vec{a}_e^{\,\tau}$ и $\vec{a}_e^{\,n}$ – переносные касательное и нормальное ускорения. В относительном движении точки (по дуге окружности) ускорение также может быть разложено на две составляющие – относительные касательное и нормальное ускорения: $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n}$. В результате теорема о сложении ускорений приобретает вид: $\vec{a} = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_\text{к}$.

Вычислим модули и направления векторов ускорений в расчётном положении точки $M_1$.

Относительное касательное ускорение $a_r^\tau$ вычисляется по формуле: $a_r^\tau = \left|\ddot{S}_r\right|$, где $\ddot{S}_r = 18\pi = 56{,}5$ см/с$^2$. Так как значение второй производной $\ddot{S}_r$ положительно, вектор ускорения $\vec{a}_r^{\,\tau}$ направлен по касательной в сторону положительного отсчёта траектории относительного движения. Относительное нормальное ускорение точки $a_r^n$ вычисляется по формуле: $a_r^n = \dfrac{V_r^2}{R}$ и в момент $t_1 = 1$ с равно 355,3 см/с$^2$. Вектор ускорения $\vec{a}_r^{\,n}$ направлен по радиусу диска к центру $C$ (рис. 3.9).

Угловое ускорение фигуры в момент времени $t_1 = 1$ с, $\varepsilon_e = |\ddot{\varphi}_e| = 4$ рад/с$^2$. Поскольку значение второй производной угла поворота отрицательное ($\ddot{\varphi}_e = -4$ рад/с$^2$), то угловое ускорение направлено в сторону, противоположную положительному направлению отсчёта угла поворота фигуры, как показано на рис. 3.9 дуговой стрелкой $\varepsilon_e$. Модуль переносного касательного ускорения $a_e^\tau$ определяется по формуле $a_e^\tau = \varepsilon_e h_e = \varepsilon_e \cdot AM_1$ и в момент времени $t_1 = 1$ с равен 41,6 см/с$^2$. Вектор переносного касательного ускорения точки $\vec{a}_e^\tau$ перпендикулярен $AM_1$ и направлен в сторону углового ускорения фигуры $\varepsilon_e$ (см. рис. 3.9). Переносное нормальное ускорение вычисляется по формуле $a_e^n = \omega_e^2 h_e = \omega_e^2 \cdot AM_1$ и на момент времени $t_1 = 1$ с: $a_e^n = 10{,}4$ см/с$^2$. Вектор переносного нормального ускорения $\vec{a}_e^n$ направлен вдоль отрезка $M_1A$ к оси вращения тела (см. рис. 3.9).

Модуль ускорения Кориолиса в момент времени $t_1 = 1$ с $a_к = 2\omega V_r =$ $=113{,}1$ см/с$^2$. По условию задачи вектор $\vec{V}_r$ скорости относительного движения точки перпендикулярен вектору $\vec{\omega}_e$ угловой скорости переносного движения. В этом случае для определения направления ускорения Кориолиса достаточно повернуть вектор относительной скорости $\vec{V}_r$ на 90° в сторону переносного движения (см. рис. 3.9).

Для определения абсолютного ускорения точки выберем оси $M_1x$ и $M_1y$, как показано на рис. 3.9, и спроектируем обе части векторного равенства теоремы сложения ускорений на эти оси. Получим:

$$a_x = -a_e^\tau \cos 60^\circ + a_e^n \cos 30^\circ + a_r^n - a_к = 230{,}4 \text{ см/с}^2;$$

$$a_y = a_e^\tau \cos 30^\circ + a_e^n \cos 60^\circ + a_r^\tau = 97{,}9 \text{ см/с}^2.$$

Модуль абсолютного ускорения

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 250{,}3 \text{ см/с}^2.$$

**Задача 40.** Диск (рис. 3.10) вращается вокруг оси $O_1O_2$, проходящей вдоль вертикального диаметра, с угловой скоростью $\omega = 2t^2 + 4\cos\pi t$ рад/с. Положительное направление отсчёта угла поворота диска отмечено на схеме дуговой стрелкой $\varphi$. Вдоль другого диаметра диска, наклоненного под углом 30º к вертикальному, движется точка $M$ по закону $CM = S_r = (4t-1)^2 - 1$ см. Расстояние отсчитывается от точки $C$ на краю диска. Положительное направление движения точки $M$ показано стрелкой $S_r$. Радиус диска $R = 4$ см. Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки $M$ в момент времени $t_1 = 1$ с.

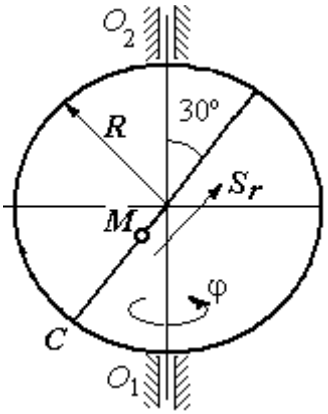


Рис. 3.10. Схема сложного движения точки

*Решение*

Переносным движением точки $M$ является вращение диска вокруг вертикального диаметра, относительным – её прямолинейное движение вдоль наклонного диаметра диска.

Расстояние $S_r$, пройденное точкой, к моменту времени $t_1 = 1$ с равно 8 см. При радиусе диска $R = 4$ см точка $M$ в данный момент времени находится на противоположном от точки $C$ конце диаметра. На рис. 3.11 это положение обозначено буквой $M_1$.

Угловая скорость диска равна модулю производной: $\omega = |\dot{\varphi}| = |2 + 4\cos\pi|$ и при $t_1 = 1$ с $\omega = 2$ рад/с. Направление угловой скорости определяется по знаку производной $\dot{\varphi}$. В данном случае производная имеет отрицательное значение ($\dot{\varphi} = -2$ рад/с). Это означает, что вращение диска происходит в сторону, противоположную положительному направлению отсчёта угла поворота. Направление угловой скорости диска в данный момент времени отмечено на рис. 3.11 дуговой стрелкой $\omega$.

Переносная скорость точки $V_e$ – это скорость точки $M_1$ на вращающемся диске: $V_e = \omega h_e = \omega \cdot KM_1$, где $KM_1 = h_e$ – расстояние от оси вращения диска до точки $M_1$. Очевидно, $KM_1 = 0{,}5R = 2$ см. При $t_1 = 1$ с величина переносной скорости $V_e = 4$ см/с. Вектор переносной скорости $\vec{V}_e$ перпендикулярен плоскости диска $O_1M_1O_2$ и направлен в сторону вращения диска (рис. 3.11, *a*).

(На рис. 3.11, *a* символ ⊙ рядом с вектором означает, что данный вектор направлен перпендикулярно плоскости рисунка «к нам», символ ⊕ – «от нас».)

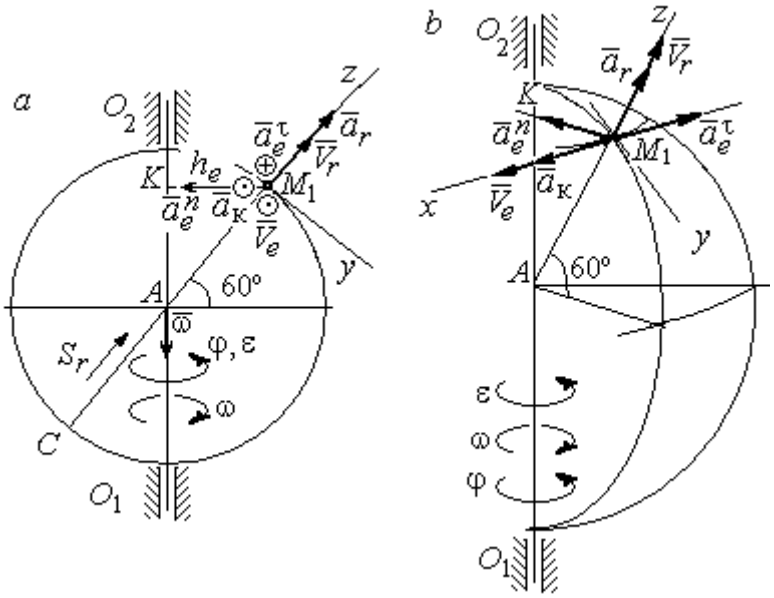



Рис. 3.11. Расчётная схема определения абсолютной скорости и ускорения точки:
*a* – плоская модель движения;
*b* – пространственная модель движения

Относительная скорость точки равна модулю производной: $V_r = \left|\dot{S}_r\right| = \left|8(4t - 1)\right|$. При $t_1 = 1$ с $V_r = 24$ см/с. Положительное значение самой производной $\dot{S}_r$ указывает, что относительное движение точки в данный момент времени происходит в положительном направлении. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости точки в положении $M_1$ направлен вдоль диаметра диска $CM_1$ в сторону движения.

Абсолютная скорость точки равна сумме векторов переносной и относительной скоростей: $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Так как векторы $\vec{V}_e$ и $\vec{V}_r$ взаимно перпендикулярны, модуль абсолютной скорости $V = \sqrt{V_e^2 + V_r^2} = 24{,}33$ см/с. Вектор абсолютной скорости на рис. 3.11 не показан.

Абсолютное ускорение точки определяется векторной суммой, которая при прямолинейном относительном и вращательном переносном движениях представляется в виде: $\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_e^{\tau} + \vec{a}_e^{n} + \vec{a}_{\text{к}}$.

Относительное ускорение точки $a_r = \left|\ddot{S}_r\right| = 32$ см/с$^2$. Так как значение второй производной $\ddot{S}_r$ положительно, вектор ускорения $\vec{a}_r$ в точке $M_1$ направлен по линии движения точки в сторону положительного направления (см. рис. 3.11).

Угловое ускорение диска $\varepsilon = \left|\dot{\omega}\right| = \left|4t - 4\pi\sin\pi t\right|$. В момент времени $t_1 = 1$ с $\varepsilon = 4$ рад/с$^2$. Положительное значение производной в данный момент времени ($\dot{\omega} = 4$ рад/с$^2$) означает, что угловое ускорение $\varepsilon$ направлено в сторону положительного направления отсчёта угла поворота диска. Направление углового ускорения показано на рис. 3.11 дуговой стрелкой $\varepsilon$. Модуль переносного касательного ускорения $a_e^{\tau}$ определяется по формуле $a_e^{\tau} = \varepsilon h_e$, и при $t_1 = 1$ с $a_e^{\tau} = 8$ см/с$^2$. Вектор ускорения $\vec{a}_e^{\tau}$ перпендикулярен плоскости диска $O_1M_1O_2$ в точке $M_1$ и направлен в сторону углового ускорения (противоположно вектору скорости).

Переносное нормальное ускорение $a_e^{n}$ рассчитывается по формуле $a_e^{n} = \omega^2 h_e = \omega^2 \cdot KM_1$, и при $t_1 = 1$ с $a_e^{n} = 8$ см/с$^2$. Вектор переносного нормального ускорения $\vec{a}_e^{n}$ направлен вдоль отрезка $M_1K$ к оси вращения диска (см. рис. 3.11).

Вектор скорости относительного движения точки $\vec{V}_r$ составляет с вектором угловой скорости переносного движения $\vec{\omega}$ угол 150º. Модуль ускорения Кориолиса на момент времени $t_1 = 1$ с $a_{\text{к}} = 2\left|\omega\right\|V_r\left|\sin 150^\circ = 48\right.$ см/с$^2$. Направление вектора ускорения Кориолиса определяем по правилу Жуковского. Так, вектор относительной скорости точки $\vec{V}_r$ проектируем на плоскость, перпенди-

кулярную вектору $\vec{\omega}$ (т. е. на плоскость, перпендикулярную оси вращения тела). На рис 3.11, *а* это будет проекция на линию $KM_1$. Далее следует повернуть вектор проекции относительной скорости вокруг оси вращения на 90° в сторону угловой скорости вращения диска. На рис 1.11, *а* вектор ускорения Кориолиса перпендикулярен плоскости рисунка в точке $M_1$ и направлен «на нас».

Для определения абсолютного ускорения точки выберем оси координат $M_1x$, $M_1y$ и $M_1z$, как показано на рис. 3.11 (на рис. 3.11, *а* ось $M_1x$ направлена перпендикулярно рисунку «к нам» и на рисунке не показана). Спроектируем обе части векторного равенства теоремы сложения ускорений на оси

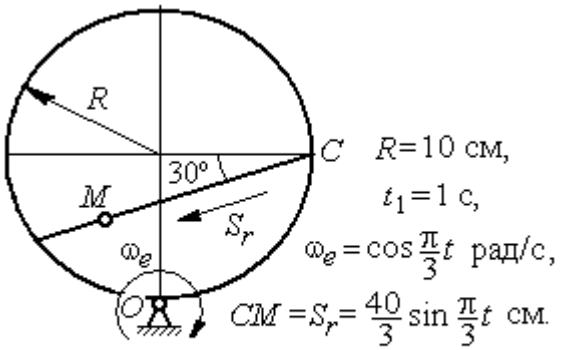
$$a_x = -a_e^{\tau} + a_{\text{к}} = 40 \text{ см/с}^2; \quad a_y = -a_e^n \cos 30^\circ = 6{,}93 \text{ см/с}^2;$$

$$a_z = a_r - a_e^n \cos 60^\circ = 28 \text{ см/с}^2.$$

Модуль абсолютного ускорения $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = 49{,}32$ см/с$^2$.

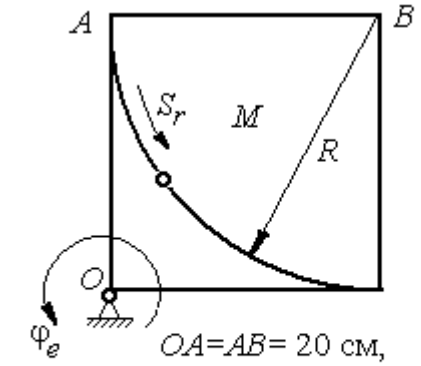
## Упражнения

Упражнение 3.1




Найти скорость и ускорение точки $M$ в момент $t = t_1$

Упражнение 3.2




Найти скорость и ускорение точки $M$ в момент $t = t_1 = 1$ с

Рис. 3.12. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 3.1, 3.2

# 4. ДИНАМИКА ТОЧКИ

## 4.1. Дифференциальные уравнения движения точки

Движение материальной точки под действием системы сил $\vec{F}_1,\ \vec{F}_2,\ldots,\ \vec{F}_K$ в прямоугольной декартовой системе координат *Oxyz* описывается **дифференциальными уравнениями:**

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = \sum F_{kx}\ ,\ m\frac{d^2y}{dt^2} = \sum F_{ky}\ ,\ m\frac{d^2z}{dt^2} = \sum F_{kz}\ .$$

Обозначая вторые производные от координат по времени двумя точками, уравнения движения можно записать в виде:

$$m\ddot{x} = \sum F_{kx}\ ;\ m\ddot{y} = \sum F_{ky}\ ;\ m\ddot{z} = \sum F_{kz}\ ,$$

где $m$ – масса точки; $x$, $y$, $z$ – текущие координаты точки; $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, $\ddot{z}$ – проекции вектора ускорения точки на оси координат; $\sum F_{kx}$, $\sum F_{ky}$, $\sum F_{kz}$ – алгебраические суммы проекций всех сил на оси координат.

Для удобства интегрирования дифференциальные уравнения движения иногда представляют в виде:

$$m\frac{dV_x}{dt} = \sum F_{kx}\ ;\ \ m\frac{dV_y}{dt} = \sum F_{ky}\ ;\ \ m\frac{dV_z}{dt} = \sum F_{kz}\ ,$$

где $V_x = \dot{x}$, $V_y = \dot{y}$, $V_z = \dot{z}$ – проекции вектора скорости точки на оси координат.

В естественной системе координат движение материальной точки описывается уравнениями в естественной форме:

$$m\frac{dV}{dt} = \sum F_{k\tau}\ ;\ \ m\frac{V^2}{\rho} = \sum F_{kn}\ ;\ 0 = \sum F_{kb}\ ,$$

где $\rho$ – радиус кривизны траектории; $\tau$, $n$, $b$ – оси естественного трехгранника – касательная, нормаль и бинормаль.

В общем случае правые части дифференциальных уравнений зависят от времени, положения и скорости точки. Интегрирование дифференциальных

уравнений производится в зависимости от их вида методами, известными из курса математики.

### Примеры решения задач на интегрирование уравнений движения

**Задача 41.** При обогащении по трению разделение частиц производится следующим образом. Барабанный питатель (рис. 4.1) сообщает частице в точке $A$ сортировочного стола $AB$ начальную скорость $V_0$, направленную вдоль поверхности стола, наклоненного под углом $\alpha$ к горизонту. Нижний край стола в точке $B$ поднят на высоту $h$ над уровнем пола. Частица скользит по столу, испытывая силу трения скольжения с коэффициентом трения $f$. Дойдя до края стола в точке $B$, частица отрывается от него и совершает свободное падение с высоты $h$. На каком расстоянии $CK = \ell$ на полу нужно установить стенку приёмного устройства, чтобы частицы с коэффициентом трения меньше заданного $f < f_1$ перелетали за точку $C$ и попадали в приёмник, а с большим коэффициентом $f > f_1$ – не долетали до него.

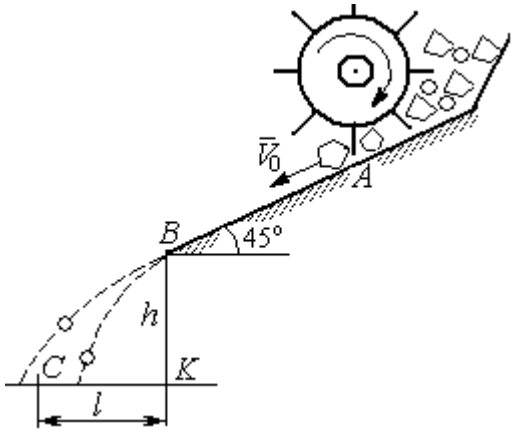


Рис. 4.1. Разделение частиц по трению

Начальная скорость частицы $V_0 = 1$ м/с, длина сортировочного стола $AB = S = 1{,}2$ м, угол наклона $\alpha = 45°$, высота точки отрыва $BK = h = 1{,}5$ м, заданный коэффициент трения для разделения частиц $f_1 = 0{,}4$.

*Решение*

Из условия задачи следует, что частица с коэффициентом трения, равным заданному, $f = f_1$ в конце своего движения (скольжение по столу + свободное падение) должна попасть ровно в точку $C$ (см. рис. 4.1).

Рассмотрим первый участок движения такой частицы – прямолинейное движение по шероховатой поверхности наклонного стола. На частицу действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция опоры $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$. Выберем систему координат *xAy*, направив ось *x* вдоль линии движения, а ось *y* – перпендикулярно ей (рис. 4.2). Движение частицы описывается уравнениями:

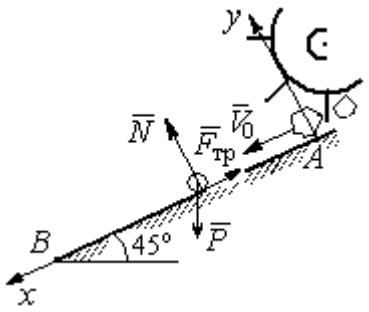


Рис. 4.2. Движение частицы по наклонной плоскости

$$m\ddot{x} = \sum F_{kx} = P\cos 45^\circ - F_{\text{тр}};$$

$$m\ddot{y} = \sum F_{ky} = -P\cos 45^\circ + N.$$

Поскольку вдоль оси *y* частица не перемещается, то $\ddot{y} = 0$. Тогда второе уравнение движения представляется в виде: $-P\cos 45^\circ + N = 0$, откуда реакция опоры частицы $N = mg\cos 45^\circ$. Сила трения, которую испытывает частица, двигаясь по сортировочному столу: $F_{\text{тр}} = fN = fmg\cos 45^\circ$, где $f$ – коэффициент трения.

Подставляя в уравнение движения частицы, выражение силы трения и полагая ускорение $\ddot{x} = \dfrac{dV_x}{dt}$, получим дифференциальное уравнение

$$\frac{dV_x}{dt} = g(1-f)\cos 45^\circ \text{ или при } f = f_1 = 0{,}4: \ \frac{dV_x}{dt} = 4{,}18.$$

После интегрирования найдём скорость и закон движения частицы как функции времени: $V_x = 4{,}18t + C_1$; $x = 2{,}09t^2 + C_1 t + C_2$.

Константы интегрирования $C_1$, $C_2$ находятся из начальных условий движения. Подставляя начальные условия $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = V_x(0) = V_0$ в уравнение движения частицы, найдём $C_2 = 0$, $C_1 = V_0$.

Окончательно движение частицы на прямолинейном участке *AB* сортировочного стола описывается системой уравнений: $V_x = 4{,}18t + 1$; $x = 2{,}09t^2 + t$.

Допустим частица достигает края стола $B$ в момент времени $t = t_B$. Её координата равна длине сортировочного стола: $x(t_B) = S$, а скорость равна скорости отрыва её от стола: $V_x(t_B) = V_B$. Подставим эти условия в уравнения движения, получим систему: $V_B = 4{,}18t_B + 1$, $S = 2{,}09t_B^2 + t_B$, откуда скорость частицы в точке отрыва её от стола $V_B = \sqrt{1 + 8{,}36S}$. При длине стола $S$ = 1,2 м скорость отрыва $V_B$ = 3,32 м/с.

Рассмотрим участок $BC$ свободного падения частицы, брошенной с высоты $h$ с начальной скоростью $V_B$, направленной под углом 45° к горизонту (рис. 4.3). В полёте на частицу действует только сила тяжести $\vec{P}$. Выберем прямоугольную систему координат $xKy$ с началом координат в точке $K$ (см. рис. 4.3). Дифференциальные уравнения движения точки

$$m\ddot{x} = 0;\ m\ddot{y} = -P = -mg \text{ или } \ddot{x} = 0,\ \ddot{y} = -g.$$

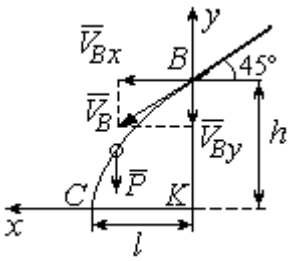


Рис. 4.3. Свободное падение частицы

Интегрируя первое уравнение, получим, что движение частицы вдоль оси $x$ описывается уравнениями $\dot{x} = C_3;\ x = C_3t + C_4$. Константы интегрирования $C_3$ и $C_4$. определяются из начальных условий движения: при $t$ = 0 , $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = V_{Bx}$, где $V_{Bx}$ – проекция вектора скорости $\overline{V}_B$ на ось $x$, $V_{Bx} = V_B\cos45^\circ$ = 2,35 м/с. После подстановки начальных условий в уравнение движения частицы получим: $C_4$ = 0, $C_3$ = 2,35. В результате, движение частицы вдоль оси $x$ при её свободном падении описывается уравнением $x = 2{,}35t$.

Проинтегрируем уравнение движения частицы в направлении оси $y$. Получим: $\dot{y} = -gt + C_5$ и $y = -g\dfrac{t^2}{2} + C_5t + C_6$. Начальные условия движения частицы вдоль оси $y$: при $t$ = 0 , $y(0) = h$ = 1,5 м, $\dot{y}(0) = V_{By} = -V_B\cos45^\circ = -2{,}35$ м/с, где $V_{By}$ – проекция вектора скорости $\overline{V}_B$ на ось $y$. Подставляя начальные

условия в уравнение движения, найдём: $C_6 = h$; $C_5 = V_{By} = -2{,}35$. Таким образом, движение частицы вдоль оси $y$ при её свободном падении описывается уравнением $y = -4{,}91t^2 - 2{,}35t + 1{,}5$.

В момент $t = t_{\text{п}}$ падения частицы на пол её вертикальная координата обращается в нуль: $y = 0$, а горизонтальная – равна дальности полёта: $x = \ell$. Подставляя эти условия в уравнения движения частицы, получим систему:

$$\ell = 2{,}35t_{\text{п}},\ 0 = -4{,}91t_{\text{п}}^2 - 2{,}35t_{\text{п}} + 1{,}5.$$

Исключая в системе время $t_{\text{п}}$, выразим уравнение для определения дальности горизонтального полёта: $\ell^2 + 1{,}12\ell - 1{,}68 = 0$. Отсюда находим: $\ell = 0{,}85$ м.

Таким образом, частицы с коэффициентом трения $f = 0{,}4$ в конце своего движения падают на горизонтальную поверхность на расстоянии 0,85 м от края стола. Очевидно, именно здесь необходимо установить разделительную стенку приёмного устройства. Частицы с меньшим коэффициентом трения ($f < 0{,}4$) будут улетать за стенку, а при большем ($f > 0{,}4$) – недолетать. К примеру, длина горизонтального полёта частицы с коэффициентом трения $f = 0{,}3$ составляет 0,89 м, а при $f = 0{,}5$ равна 0,61 м.

**Задача 42.** Материальная точка массой $m = 1$ кг движется прямолинейно по горизонтальной поверхности под действием силы $F = 10 - kt$ Н, где $k$ – коэффициент пропорциональности; $k = \text{const}$; $t$ – время в секундах. Определить величину коэффициента $k$, при котором скорость точки за первую секунду от начала движения увеличится от начального значения $V_0 = 2$ м/с до величины $V_1 = 10$ м/с, а также путь, пройденный точкой до остановки.

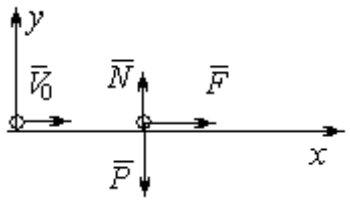


Рис. 4.4. Прямолинейное движение точки

*Решение*

Для описания движения точки выберем прямоугольную систему координат $x$, $y$ с началом в том месте, откуда точка начала движение (рис. 4.4).

На точку действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция опоры $\vec{N}$ и заданная сила $\vec{F}$. Направление силы $\vec{F}$ на рис. 4.4 соответствует начальному этапу движения, когда проекция силы на ось *x* положительная. Движение точки описывается уравнением $m\ddot{x} = F_x = 10 - kt$.

Положим $\ddot{x} = \frac{dV}{dt}$. Здесь в силу того, что движение происходит только вдоль одной координаты, индекс *x* у скорости опущен. Учитывая массу точки, получим уравнение $\frac{dV}{dt} = 10 - kt$. Разделив переменные и проинтегрировав полученное уравнение, найдём закон изменения скорости точки $V = 10t - k\frac{t^2}{2} + C_1$. Выражая скорость через производную от координаты $V = \frac{dx}{dt}$, получим дифференциальное уравнение $\frac{dx}{dt} = 10t - k\frac{t^2}{2} + C_1$, интегрируя которое, найдём уравнение движения точки $x = 5t^2 - k\frac{t^3}{6} + C_1 t + C_2$.

Подставляя начальные условия (при $t = 0$, $V = V_0 = 2$ м/с, $x = 0$) в уравнения, получим: $C_1 = 2$, $C_2 = 0$. Окончательно движение точки описывается системой уравнений: $V = 10t - k\frac{t^2}{2} + 2$; $x = 5t^2 - k\frac{t^3}{6} + 2t$.

Известно, что через 1 с от начала движения точка приобрела скорость $V_1 = 10$ м/с. Подставляя это условие в первое уравнение, найдём $k = 4$.

В момент $t_1$ точка остановилась и её скорость обращается в нуль: $V(t_1) = 0$, а координата равна пройденному пути: $x(t_1) = S$. Подставляя эти условия в уравнения движения с учетом вычисленного значения коэффициента *k*, получим систему: $0 = 10t_1 - 2t_1^2 + 2$; $S = 5t_1^2 - \frac{2}{3}t_1^3 + 2t_1$, откуда находим путь, пройденный точкой до остановки: $S = 51{,}86$ м.

**Задача 43.** Материальная точка массой $m$ = 1 кг, находясь на высоте $h_1$ = 2 м над уровнем Земли, подброшена вертикально вверх (ось $x$) с начальной скоростью $V_0$ = 4 м/с (рис. 4.5, *a*). При движении на точку действует сила сопротивления, пропорциональная квадрату скорости, так, что проекция её на вертикаль направлена в сторону, противоположную движению, $R_x = -0{,}5mV^2$ Н, где $V$ – скорость точки. Определить, на какой высоте $h_2$ от уровня Земли скорость падающей обратно точки достигнет значения начальной стартовой скорости.

*Решение*

Решение задачи осуществляется в два этапа. На первом этапе рассматривается движение точки вверх с высоты $h_1$ с начальной скоростью $V_0$ и определение максимальной высоты полёта $H$, на втором этапе – падение точки вниз с высоты $H$ без начальной скорости (рис. 4.5, *b*).

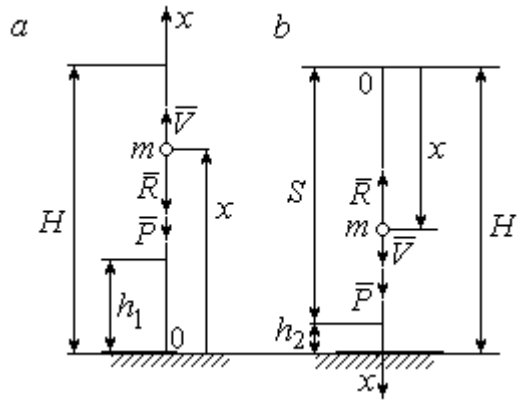



Рис. 4.5. Силы, действующие на точку в полёте:
*a* – движение точки вверх;
*b* – движение точки вниз

Рассмотрим первый этап движения и найдём максимальную высоту подъёма точки. На рис. 4.5, *a* показаны силы, действующие на точку в полёте: сила тяжести $\vec{P}$ и сила сопротивления $\vec{R}$. Ось $x$, вдоль которой происходит движение точки, выбрана по направлению движения, начало координат – на уровне Земли (см. рис. 4.5, *a*).

Дифференциальное уравнение движения точки в проекции на ось $x$: $m\ddot{x} = \sum F_x = P_x + R_x$, где проекции сил тяжести и сопротивления на ось $x$: $P_x = -P = -mg$; $R_x = -0{,}5mV^2$. Полагая $\ddot{x} = \dfrac{dV}{dt}$, получим уравнение движения точки в виде: $\dfrac{dV}{dt} = -(g + 0{,}5V^2)$.

Учитывая, что $\frac{dV}{dt}=\frac{dV}{dx}\frac{dx}{dt}=V\frac{dV}{dx}=\frac{dV^2}{2dx}$, исходное уравнение движения представляется в виде, удобном для интегрирования: $\frac{dV^2}{g+0{,}5V^2}=-2dx$.

Проинтегрировав это уравнение, находим: $\ln(g+0{,}5V^2)=-x+C$.

В начальном положении, т. е. при $t = 0$, точка находилась на высоте $x = h_1$, а скорость её $V = V_0$. Подставив эти значения в проинтегрированное уравнение, получим: $C=h_1+\ln(g+0{,}5V_0^2)$. Окончательно положение точки в полёте определяется выражением $x=h_1+\ln\left(\frac{g+0{,}5V_0^2}{g+0{,}5V^2}\right)$.

При максимальном подъёме точки, т. е. при $x=H$, её скорость обращается в нуль: $V = 0$. Подставляя $H$, получим: $H=h_1+\ln\left(1+\frac{V_0^2}{2g}\right)$. При начальной скорости $V_0 = 4$ м/с, с учётом высоты точки старта $h_1 = 2$ м, высота подъёма точки относительно уровня Земли $H = 2{,}6$ м.

Рассмотрим второй этап решения задачи – движение точки вниз с максимальной высоты $H$ без начальной скорости. Выберем ось $x$ по направлению движения и поместим начало координат в точке, откуда началось движение вниз (рис. 4.5, *b*). Дифференциальное уравнение движения падающей точки: $m\frac{dV}{dt}=P_x+R_x = mg-0{,}5mV^2$, которое, как и в предыдущем случае, приводится к виду: $\frac{dV^2}{g-0{,}5V^2}=2dx$.

Проинтегрировав это уравнение, находим: $\ln(g-0{,}5V^2)=-x+C_1$.

В начальном положении, т. е. при $t = 0$, координата точки и скорость равны нулю: $x = 0$, $V = 0$. Подставив эти значения, находим: $C_1=\ln g$.

Окончательно положение падающей точки определяется выражением $x = \ln\left(\frac{g}{g - 0{,}5V^2}\right)$.

Расстояние $S$, которое пролетела точка с высоты $H$, приобретя скорость, $V_0$: $S = \ln\left(\frac{g}{g - 0{,}5V_0^2}\right)$. Высота $h_2$ этого положения от уровня Земли: $h_2 = H - S$ (см. рис. 4.5, *b*). С учётом величины начальной скорости $V_0 = 4$ м/с, максимальной высоты подъёма точки $H = 2{,}6$ м высота $h_2 = 0{,}91$ м.

**Задача 44**. Точка 1 движется горизонтально с постоянной скоростью $V_1$ на высоте $h$. Точка 2 массой $m_2$ находится в начале координат (рис. 4.6).

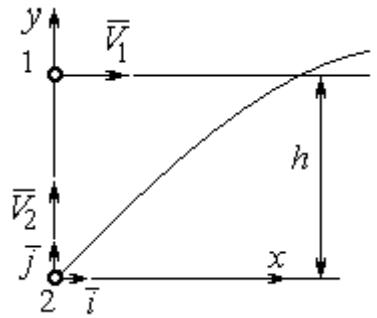


Рис. 4.6. Схема встречного движения точек

В момент, когда обе точки находились на одной вертикали $y$, точка 2 стартовала вертикально вверх со скоростью $V_2$. В полёте на точку 2 действует отклоняющая сила $\vec{F}_2$, которая представлена в виде разложения по единичным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$ системы координат $xy$: $\vec{F}_2 = p\vec{i} + q\vec{j}$, где $p$, $q$ – const. С какой скоростью $V_2$ должна стартовать точка 2, чтобы обе точки встретились.

*Решение*

Рассмотрим движение точки 2. На точку действует сила тяжести $\vec{P}_2$ и сила $\vec{F}_2$, проекции которой на оси $x$, $y$: $F_{2x} = p$, $F_{2y} = q$ (рис. 4.7).

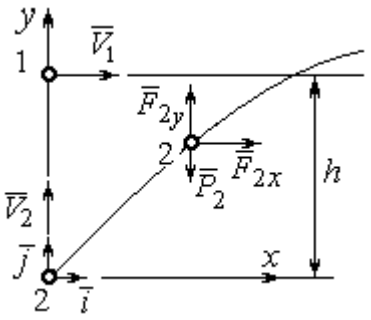


Рис. 4.7. Расчётная схема встречи точек

Уравнения движения точки в проекциях на оси $xy$ имеют вид:

$$m_2\ddot{x} = p,\ m_2\ddot{y} = q - m_2 g.$$

Дважды интегрируя первое уравнение, полу-

чим: $\dot{x} = \frac{p}{m_2}t + C_1$; $x = \frac{p}{2m_2}t^2 + C_1 t + C_2$. Константы интегрирования найдём из условия, что в начальный момент вторая точка стартовала из начала координат вертикально, то есть при $t = 0$ $x = 0$ и $\dot{x} = V_{2x} = 0$. Подставляя начальные условия в уравнения движения, получим: $C_1 = 0$, $C_2 = 0$. Таким образом, движение точки 2 вдоль оси $x$ описывается уравнением $x = \frac{p}{2m_2}t^2$.

Аналогично, дважды интегрируя второе уравнение движения, получим зависимость скорости движения точки 2 от времени и закон её движения вдоль оси $y$: $\dot{y} = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)t + C_3$; $y = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t^2}{2} + C_3 t + C_4$. Из начальных условий: при $t = 0$ $y = 0$, $\dot{y} = V_{2y} = V_2$ следует: $C_3 = V_2$, $C_4 = 0$.

В результате закон движения точки 2 вдоль оси $y$: $y = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t^2}{2} + V_2 t$.

Обозначим $t_1$ – время движения точек до встречи. В момент встречи высота точки 2 $y(t_1) = h$, а расстояние по горизонтали, которое прошла точка 2 до встречи, должно быть равно расстоянию, пройденному точкой 1 за это же время. Подставляя условия встречи в уравнения движения, получим систему:

$$V_1 t_1 = \frac{p}{2m_2}t_1^2; \qquad h = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t_1^2}{2} + V_2 t_1,$$

откуда найдём: $V_2 = \frac{h}{t_1} - \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t_1}{2}$, где $t_1 = \frac{2V_1 m_2}{p}$.

## Упражнения

Упражнение 4.1. Тело массы $m$ = 2 кг поднимается по прямой по шероховатой поверхности, составляющей угол 30° с горизонтом. Коэффициент трения $f$ = 0,4. На тело действует сила $F = kt + 0{,}5P$, направленная в сторону движения, параллельно плоскости. Определить величину коэффициента $k$ и начальную скорость тела, направленную вверх по наклонной плоскости, если за первую секунду тело прошло путь $S$ = 2 м, а скорость увеличилась вдвое относительно начальной.

Упражнение 4.2. Материальную точку массы $m$ = 1 кг, находящуюся на высоте $H$ = 10 м над уровнем Земли, бросили под углом φ = 30° к горизонту с начальной скоростью $V_0$. Свободное движение точки происходит в вертикальной плоскости. Определить начальную скорость $V_0$ и горизонтальную дальность полета $l$ при падении точки на Землю, если высоту $h$ =7 м она пересекла через 1 с от начала движения.

## 4.2. Колебания материальной точки

Если материальная точка массой $m$ движется вдоль оси О$x$ под действием линейной восстанавливающей силы, равной $F = cx$, где $c$ – постоянный коэффициент, $x$ – отклонение точки от положения равновесия, куда поместили начало координат, то дифференциальное уравнение свободных прямолинейных колебаний имеет вид:

$$m\ddot{x} + cx = 0, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = 0,\ \omega^2 = \frac{c}{m},$$

где $\omega$ – угловая частота колебаний.

Решение дифференциального уравнения свободных колебаний представляется в виде $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$. Постоянные интегрирования $C_1$ и $C_2$ находятся из начальных условий.

Если кроме восстанавливающей силы на материальную точку действует переменная возмущающая сила, колебания точки называются **вынужденными.** В случае гармонического возмущения $Q = H\sin pt$, где $H$, $p$ – амплитуда и угловая частота возмущающей силы, дифференциальное уравнение вынужденных колебаний материальной точки относительно положения равновесия

$$m\ddot{x} + cx = H\sin pt, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt,\ \omega^2 = \frac{c}{m},\ h = \frac{H}{m}$$

где $\omega$ – угловая частота собственных колебаний; $h$ – относительная амплитуда возмущающей силы.

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения вынужденных колебаний при отсутствии резонанса (частота собственных колебаний точки не совпадает с частотой возмущающей силы $p \neq \omega$) имеет вид:

$x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \dfrac{h}{\omega^2 - p^2}\sin pt$, а в случае возникновения резонанса ($p = \omega$) определяется формулой: $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t - \dfrac{ht}{2p}\cos pt$. Значения произвольных постоянных $C_1$ и $C_2$ находятся с учётом начальных условий движения.

Колебания груза на двух параллельных пружинах с жесткостью $c_1$ и $c_2$ можно рассматривать как колебания груза на одной пружине с эквивалентной жесткостью $c_{экв} = c_1 + c_2$, где $c_{экв}$ – жесткость эквивалентной пружины. При последовательном соединении пружин коэффициент жесткости эквивалентной пружины $c_{экв} = \dfrac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$.

## Примеры решения задач на колебания точки

**Задача 45.** Подъёмное устройство (рис. 4.8) опускает груз $Q$ массой $m = 400$ кг в шахту при помощи упругого троса с коэффициентом жесткости $c = 8 \cdot 10^4$ Н/м с постоянной скоростью $V = 10$ м/с. В некоторый момент во время спуска трос защемило в блоке. Пренебрегая массой троса, определить дальнейшее движение груза и найти максимальную силу натяжения троса.

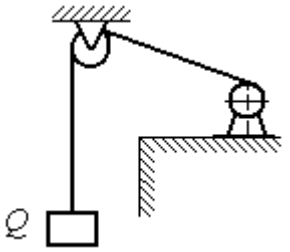


Рис. 4.8. Подъёмное устройство

*Решение*

После того как произошло защемление троса в обойме блока, вертикальную часть троса длиной $\ell_0$ можно рассматривать как пружину с закреплённым верхним концом, а груз – материальной точкой.

Расчетная схема колебаний груза $Q$ на пружине показана на рис. 4.9.

Ось *Ox*, вдоль которой происходят колебания груза, направлена вертикально вниз. Начало отсчёта координаты *x* (точка *O*) выбрано в положении нерастянутой пружины.

На рис. 4.9, *a* положение нерастянутой пружины соответствует положению груза на тросе в момент его защемления. В произвольном положении груза (рис. 4.9, *b*), обозначенном координатой *x*, к нему приложены две силы: сила тяжести $\vec{Q}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$. Проекция силы упругости пружины на ось *Ox*: $F_{\text{упр}\,x} = -c\Delta\ell = -cx$, где $\Delta\ell$ – удлинение пружины. Дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось *Ox* имеет вид: $m\ddot{x} = Q - cx$. В результате получаем неоднородное дифференциальное уравнение колебаний:

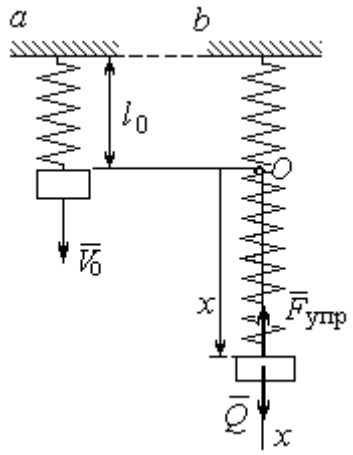



Рис. 4.9. Расчётная схема колебаний груза:
*a* – положение груза на начало колебаний; *b* – положение груза в произвольный момент времени

$$m\ddot{x} + cx = mg \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = g,$$

где $\omega$ – угловая частота собственных колебаний, $\omega = \sqrt{\dfrac{c}{m}} = 14{,}14$ рад/с.

Решение неоднородного дифференциального уравнения представляется в виде $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \dfrac{g}{\omega^2}$, где первые два слагаемых представляют общее решения однородного уравнения, последнее – частное решение неоднородного

Для определения произвольных постоянных $C_1$ и $C_2$ используем начальные условия движения: при $t = 0$ груз находился в положении $x = 0$, а его скорость равнялась скорости груза $\dot{x} = V_0 = 10$ м/с. Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения колебаний, полу-

чим: $C_1 = -\frac{g}{\omega^2} = -0{,}69$ м. Для определения второй константы вычислим скорость груза: $\dot{x} = -C_1\omega\sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t$. Подставив начальное значение скорости груза при $t = 0$, получим: $C_2 = \frac{V_0}{\omega} = 0{,}71$ м. Окончательно, движение груза после защемления троса в обойме блока описывается уравнением

$$x = -0{,}69\cos 14{,}14t + 0{,}71\sin 14{,}14t + 0{,}69.$$

Представим уравнение колебаний в виде $x = A\sin(\omega t + \alpha) + \frac{g}{\omega^2}$, где $A$ – амплитуда собственных колебаний груза $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$, $\alpha$ – фаза колебаний; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{C_1}{C_2}$. Максимальное растяжение троса равно максимальному значению координаты груза: $x_{\max} = \max[A\sin(\omega t + \alpha) + \frac{g}{\omega^2}] = A + \frac{g}{\omega^2} = 1{,}68$ м. Соответственно, максимальное усилие в тросе равно значению силы упругости при максимальном растяжении: $F_{\text{упр max}} = cx_{\max} = 134{,}4$ кН.

**Задача 46.** Рабочий орган вибрационной машины представляет собой массивное тело, расположенное на гладкой наклонной плоскости между двумя пружинами (см. рис. 4.10). Угол наклона плоскости к горизонту 60º. Масса груза $m = 9$ кг. Пружины, зажимающие груз, имеют коэффициенты жесткости $c_1 = 300$ Н/м и $c_2 = 600$ Н/м.

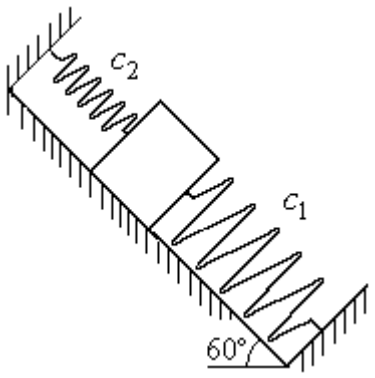


Рис. 4.10. Колебания груза на наклонной плоскости

В начальный момент груз, когда пружины не деформированы, груз оттягивают вниз по наклонной плоскости на расстояние $\Delta\ell = 0{,}12$ м и отпускают без начальной скорости.

Найти период колебаний, амплитуду и уравнение движения груза.

*Решение*

Колебания груза, зажатого между двумя пружинами, представим как колебания груза, прикреплённого к одной пружине эквивалентной жёсткости: $c_э = c_1 + c_2$ = 900 Н/м (рис. 4.11). Ось, вдоль которой происходят колебания, направим вниз по наклонной плоскости. Начало отсчёта координаты груза $x$ выберем в положении его статического равновесия (точка $O$) (см. рис. 4.11).

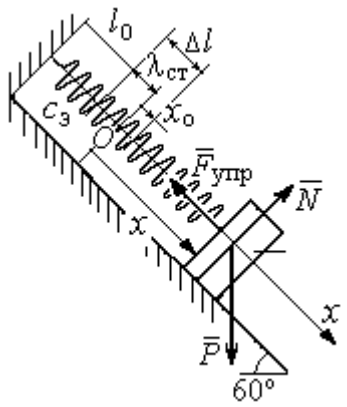



Рис. 4.11. Схема колебаний груза на эквивалентной пружине

Дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось $Ox$: $m\ddot{x} = P_x - F_{упр\,x}$. Проекция силы упругости пружины на ось $Ox$: $F_{упр\,x} = -c_э \Delta\ell$, где $\Delta\ell = (x + \lambda_{ст})$ – удлинение пружины, включающее её растяжение $\lambda_{ст}$ относительно положения нерастянутой пружины и растяжение $x$ относительно начала координат.

Удлинение пружины $\lambda_{ст}$ определяется из условия равновесия груза на наклонной плоскости в положении статического равновесия:

$$P\cos 30^\circ - F_{упр} = 0{,}87mg - c_э\lambda_{ст} = 0.$$

Находим $\lambda_{ст} = \dfrac{0{,}87mg}{c_э} = 0{,}085$ м.

Подставляя выражение силы упругости, с учётом условия статического равновесия груза ($0{,}87mg = c_э\lambda_{ст}$), получим дифференциальное уравнение колебаний: $m\ddot{x} = -c_э x$ или $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, где $\omega$ – угловая частота собственных колебаний груза, $\omega = \sqrt{\dfrac{c_э}{m}} = 10$ рад/с.

Общее решение уравнения колебаний $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$.

Для определения произвольных постоянных $C_1$ и $C_2$ вычислим начальные условия движения груза.

Координата начального положения груза на оси $Ox$ (см. рис. 4.11) $x_0 = \Delta\ell - \lambda_{ст} = 0{,}035$ м. Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения колебаний при $t = 0$, получим: $C_1 = x_0 = 0{,}035$ м. Для определения второй константы вычислим скорость груза: $\dot{x} = -C_1\omega_2 \sin\omega_2 t + C_2\omega_2 \cos\omega_2 t$. Подставив начальное значение скорости груза: при $t = 0$ $\dot{x} = V_0 = 0$, получим $C_2 = 0$. Окончательно уравнение движения груза относительно его положения статического равновесия $x(t) = 0{,}035\cos 10t$ м. Амплитуда колебаний $A = 0{,}035$ м. Период колебаний $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 0{,}63$ с.

**Задача 47.** Пружинный амортизатор состоит из двух одинаковых вертикально стоящих пружин, к верхним концам которых прикреплена невесомая горизонтальная площадка (рис. 4.12). Жёсткость каждой пружины $c$ = 350 Н/м. Груз массой $m$ = 5 кг падает с высоты $h$ = 0,3 м.

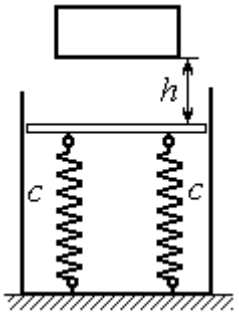


Рис. 4.12. Пружинный амортизатор

Коснувшись площадки, груз начинает двигаться вместе с ней. Определить максимальную осадку амортизатора и уравнение движения груза.

*Решение*

Заменим две пружины амортизатора одной с жесткостью, эквивалентной двум пружинам: $c_э = 2c$ = 700 Н/м. Расчётная схема колебаний груза показана на рис. 4.13. Начало координат оси $x$ (точка $O$), вдоль которой происходят колебания, выбрано на уровне статического равновесия груза.

При движении (на рис. 4.13, $c$ предполагается движение груза вниз) на груз действуют сила упругости $\vec{F}_{упр}$ и сила тяжести $\vec{P}$. Уравнение движения груза в проекции на ось $x$: $m\ddot{x} = P - F_{упр} = P - c_э\Delta\ell$, где $\Delta\ell$ – удлинение (или сжатие) пружины относительно недеформированного состояния.

В произвольном положении груза, обозначенном координатой $x$ (см. рис. 4.13, *c*), сжатие пружины относительно её недеформированного состояния (см. рис. 4.13, *a*) составляет величину: $\Delta\ell = x + \lambda_{ст}$. Величина $\lambda_{ст}$ находится из условия статического равновесия груза, которое выражается равенством (рис. 4.13, *b*): $P - F_{упр\,ст} = P - c_э\lambda_{ст} = 0$.

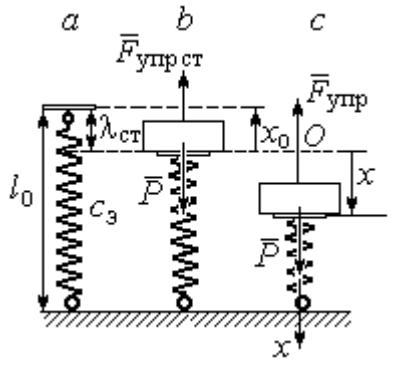



Рис. 4.13. Расчётная схема колебаний на эквивалентной пружине:
*a* – недеформированная пружина;
*b* – положение статического равновесия груза; *c* – произвольное положение

Подставляя это условие в уравнение движения груза, получим дифференциальное уравнение колебаний: $m\ddot{x} + c_э x = 0$ или $m\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, где $\omega = \sqrt{\dfrac{c_э}{m}}$ = 11,83 рад/с – угловая частота колебаний.

Общее решение однородного уравнения колебаний представляется в виде $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$, где $C_1$ и $C_2$ – произвольные постоянные, вычисляемые по начальным условиям движения груза.

По условию задачи груз падает на площадку, установленную на недеформированных пружинах. Это означает, что начальная координата груза при его движении на пружинах соответствует положению недеформированной пружины: $x_0 = -\lambda_{ст} = -\dfrac{mg}{c_э} = -0{,}07$ м.

Начальная скорость колебаний груза равна скорости груза при падении его с высоты 1 м. Интегрируя уравнение движения груза во время падения $m\ddot{s} = mg$, где $s$ – путь, пройденный телом, получим зависимость скорости от пройденного пути: $V^2 = 2gs$. Полагая $s$ = 0,3, найдём скорость груза при его встрече с площадкой: $V$ = 2,43 м/с. Проекция начальной скорости колебаний груза на ось $x$ положительна: $V_{0x} = V$ = 2,43 м/с.

Подставив начальные условия в общее решение уравнения колебаний, получим: $C_1 = x_0 = -0{,}07$ м; $C_2 = \frac{V_{0x}}{\omega} = 0{,}2$ м. Окончательно уравнение колебаний груза на амортизаторе $x = -0{,}07\cos 11{,}83t + 0{,}2\sin 11{,}83t$. Амплитуда колебаний $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} = 0{,}21$ м. Проседание амортизатора $H$ отсчитывается от положения нерастянутых пружин: $H = A + \lambda_{ст} = 0{,}28$ м.

**Задача 48.** Для регистрации (записи) вертикальных колебаний тяжёлых платформ используется пружинный виброграф (рис. 4.14). Схема действия прибора состоит в следующем. Массивная платформа $A$ совершает вертикальные гармонические колебания по закону $\xi = \xi(t)$. На платформе установлена вертикальная стойка с горизонтальной перекладиной, к которой прикреплена пружина жесткостью $c$. К нижнему концу пружины подвешен груз $P$ массой $m$ с индикаторной стрелкой $B$ (см. рис. 4.14). Вертикальная шкала индикаторной стрелки закреплена на платформе $A$. В начальный момент груз на пружине находился в покое в положении статического равновесия. Определить закон колебаний стрелки $B$ вдоль шкалы, если масса груза $m$ = 1 кг, жесткость пружины $c$ = 10 Н/м, платформа совершает вертикальные колебания по закону $\xi = a\sin pt$ см, где амплитуда $a$ = 0,02 м, частота колебаний платформы $p$ = 7 рад/с.

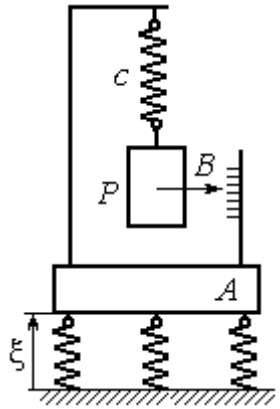


Рис.4.14. Регистратор вертикальных колебаний

*Решение*

Выберем неподвижную ось $x$, связанную, например, с неподвижной поверхностью, на которой стоит платформа. Начало координат – точку $O$ выберем на уровне статического равновесия груза на пружине при неподвижной платформе. Произвольное положение груза отмечено координатой $x$ (рис. 4.15).

Растяжение пружины при неподвижной платформе составляет величину $x+\lambda_{ст}$, где $\lambda_{ст}$ – удлинение пружины в положении статического равновесия груза, определяемое из условия $P-c\lambda_{ст}=0$. Вместе с тем колебание платформы вызывает аналогичное смещение точки подвеса пружины. В результате растяжение пружины при произвольном положении груза равно сумме: $\Delta\ell=(x+\lambda_{ст}+\xi)$.

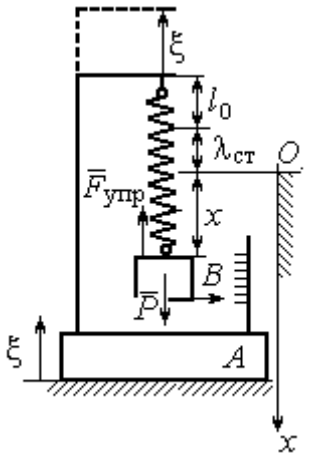


Рис. 4.15. Расчётная схема колебаний груза

На груз действуют сила тяжести $\vec{P}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{упр}$. Дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось *Ox*: $m\ddot{x}=P_x+F_{упр\,x}$, где проекции $P_x=P$, $F_{упр\,x}=-c\Delta\ell=-c(x+\lambda_{ст}+\xi)$. Расчётная схема колебаний груза показана на рис. 4.15.

С учётом условия статического равновесия груза $P-c\lambda_{ст}=0$ получим дифференциальное уравнение вынужденных колебаний груза в виде:

$$\ddot{x}+\omega^2x=-h\sin pt,$$

где $\omega$ – угловая частота собственных колебаний груза, $\omega=\sqrt{\dfrac{c}{m}}=3{,}16$ рад/с;

$h$ – относительная амплитуда вынужденных колебаний, $h=\dfrac{ca}{m}$ = 0,2 м/с$^2$;

$p$ – угловая частота вынужденных колебаний, $p$ = 7 рад/с.

Решение уравнения вынужденных колебаний представляется суммой $x=x_1+x_2$, где $x_1$ является общим решением однородного уравнения $\ddot{x}_1+\omega^2x_1=0$, а $x_2$ – частное решение уравнения вынужденных колебаний: $\ddot{x}_2+\omega^2x_2=-h\sin pt$.

Решив однородное уравнение, находим: $x_1=C_1\cos\omega t+C_2\sin\omega t$.

При отсутствии резонанса (а в данном случае частота вынужденных колебаний груза не совпадает с частотой собственных $\omega \neq p$) частное решение уравнения вынужденных колебаний ищем в виде $x_2 = b\sin pt$. Подставляя частное решение в уравнение вынужденных колебаний, получим уравнение $-bp^2\sin pt + \omega^2 b\sin pt = -h\sin pt$, откуда находим коэффициент: $b = \dfrac{h}{p^2 - \omega^2}$.

В результате общее решение уравнения колебаний принимает вид:

$$x = x_1 + x_2 = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \frac{h}{p^2 - \omega^2}\sin pt,$$

где константы $C_1$ и $C_2$ подлежат определению.

В начальный момент груз находился на пружине в положении статического равновесия, и потому его начальная координата и скорость равны нулю Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения вынужденных колебаний при $t$ = 0, получим $C_1$= 0. Для определения второй константы вычислим скорость груза в произвольный момент времени: $\dot{x} = -C_1\omega\sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t + \dfrac{hp}{p^2 - \omega^2}\cos pt$. Подставив начальное значение скорости груза, найдём $C_2 = -\dfrac{hp}{\omega(p^2 - \omega^2)} = -0{,}01$ м.

Таким образом, колебания груза относительно неподвижной системы координат описываются уравнением $x = -0{,}01\sin 3{,}16t + 0{,}05\sin 7t$ и представляют абсолютное движение груза. Для того чтобы найти закон движения груза относительно платформы – относительное движение, нужно из его абсолютного движения исключить переносное – колебания платформы. Поскольку стрелка прибора закреплена на грузе, а шкала – на платформе, то закон движения стрелки относительно шкалы:

$$x_r = x - \xi = -0{,}01\sin 3{,}16t + 0{,}05\sin 7t - 0{,}02\sin 7t = -0{,}01\sin 3{,}16t + 0{,}03\sin 7t.$$

## Упражнения

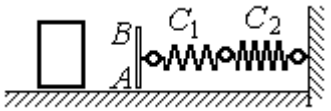



Рис. 4.16. Схема движения груза

Упражнение 4.3. Груз массы $m$ = 0,5 кг, получив начальную скорость $V_0$ = 6 м/с, движется по горизонтальной поверхности, испытывая силу сопротивления, равную по величине $F = kV$ и направленную в сторону, противоположную движению. Через 1 с груз соединяется с невесомой вертикальной площадкой $AB$ и продолжает движение вместе с ней, уже без сопротивления. К площадке прикреплены две горизонтальные последовательно соединённые пружины жёсткостью $C_1$ = 120 и $C_2$ = 40 Н/м (рис. 4.16).

Найти величину максимального сжатия пружины, если $k$ = 0,5 Н/м/с. Определить закон движения груза.

Упражнение 4.4. Груз массы $m$ =1 кг прикреплен к конструкции, состоящей из трёх вертикальных пружин одинаковой жёсткости $C$ = 160 Н/м (рис. 4.17), и находится в равновесии. В некоторый момент времени грузу сообщают скорость $V$ = 4 м/с, направленную вверх.

Найти амплитуду и частоту колебаний груза.

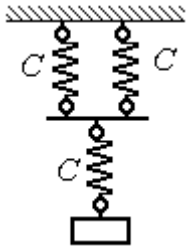



Рис. 4.17. Схема крепления груза на пружинах

### 4.3. Теорема об изменении кинетической энергии точки

**Работой постоянной по величине и направлению силы** $\vec{F}$ на прямолинейном перемещении точки приложения силы $M$ (рис. 4.18) называется скалярная величина $A(\vec{F}) = FS\cos\alpha$, где $F$ – модуль силы; $S$ – конечное перемещение точки приложения силы; $\alpha$ – угол между направлением вектора силы и направлением перемещения точки приложения силы.

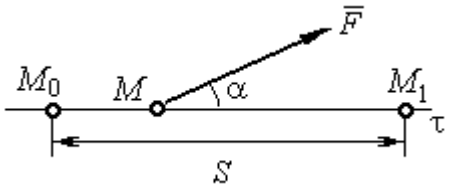



Рис. 4.18. Работа постоянной силы на прямолинейном участке

**Работа силы тяжести** материальной точки при перемещении её из положения $M_0$ в положение $M_1$ равна произведению $A_{(M_0M_1)} = \pm Ph$, где $P$ – величина силы тяжести точки; $h$ – вертикальное перемещение точки (рис. 4.19).

Работа силы тяжести положительна, если начальная точка движения выше конечной (см. рис. 4.19, *a*), и отрицательна, если начальная точка ниже конечной (см. рис. 4.19, *b*).

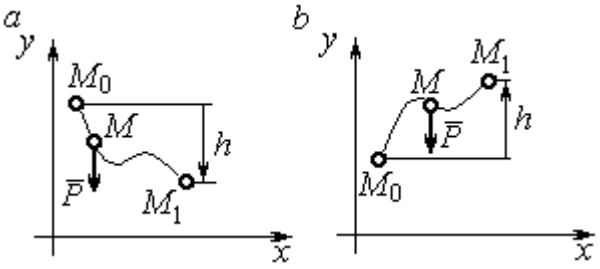



Рис. 4.19. Работа силы тяжести:
*a* – перемещение точки сверху вниз;
*b* – перемещение точки снизу вверх

**Работа силы упругости пружины** при перемещении вдоль линии действия силы из положения недеформированной пружины на расстояние *h* определяется формулой $A(\vec{F}_{\text{упр}}) = -\frac{ch^2}{2}$, где $c$ – коэффициент жесткости (или жёсткость) пружины.

**Кинетической энергией материальной точки** называется скалярная величина $T = \frac{1}{2}mV^2$, где $m$ – масса точки; $V$ – её скорость.

**Теорема об изменении кинетической энергии точки**. Изменение кинетической энергии материальной точки при переходе её из начального положения в текущее равно алгебраической сумме работ всех действующих на неё сил: $\frac{mV_1^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = \sum A_{(M_0M_1)}$, где $V_0$, $V_1$ – скорость точки в начальном положении $M_0$ и в положении $M_1$; $\sum A_{(M_0M_1)}$ – сумма работ всех сил, действующих на точку, при перемещении её из положения $M_0$ в положение $M_1$. При несвободном движении точки в сумму работ сил войдёт и работа реакций связи.

Для определения реакций связи при несвободном движении точки используются уравнения движения в проекциях на оси естественной системы координат – касательную и нормальную: $m\frac{dV}{dt} = \sum F_\tau$, $m\frac{V^2}{\rho} = \sum F_n$, где $\sum F_\tau$, $\sum F_n$ – суммы проекций сил на касательную и нормальную оси естественной системы координат, $\rho$ – радиус кривизны траектории точки.

## Примеры решения задач с использованием теоремы об изменении кинетической энергии точки

**Задача 49.** Подъёмное устройство в шахте опускает груз массой 500 кг с постоянной скоростью $V_0$ = 6 м/с. После обрыва каната подъёмника срабатывает предохранительное устройство, которое создаёт силу трения между лифтом подъёмного устройства и стенками шахты. Какую силу трения, считая её постоянной, должно создать предохранительное устройство, чтобы остановить лифт на протяжении пути 10 м.

*Решение*

Рассмотрим падение груза после обрыва каната подъёмника. На груз действуют сила тяжести $\vec{P}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$, направленная в сторону, противоположную движению. Считая груз материальной точкой, составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки. Получим выражение $\frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = Ps - F_{\text{тр}}s$, где $V_0$, $V$ – скорость груза в начале движения (сразу после обрыва каната) и в конце; $s$ – путь, проходимый грузом за время движения. В конце движения груз должен остановиться, то есть $V$ = 0. Тогда уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки принимает вид: $-\frac{mV_0^2}{2} = \left(P - F_{\text{тр}}\right)s$, откуда находим требуемую для остановки груза силу трения: $F_{\text{тр}} = P + \frac{mV_0^2}{2s}$. Подставляя условия задачи, получим: $F_{\text{тр}}$ = 5,81 кН

**Задача 50.** Тонкий стержень, расположенный в вертикальной плоскости, состоит из двух дуг сопряженных окружностей радиусов $R$ = 1 м и $r$ = 0,5 м (рис. 4.20). Линия $OO_1$, соединяющая центры окружностей, составляет с горизонтом угол 30°. На стержень надет шарик весом $P$ = 10 Н. В точке $A$, положение которой на дуге радиуса $R$ определяется углом $\alpha$ = 60°, шарику сообщают начальную скорость $V_0$, после чего он скользит по стержню без трения. Опре-

делить значение начальной скорости, при которой шарик достигнет наивысшей точки $B$ со скоростью, равной половине начальной. При найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке $C$, положение которой на дуге радиуса $r$ определяется углом $\beta = 90°$ относительно линии центров.

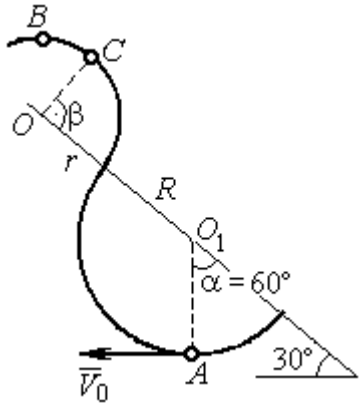


Рис. 4.20. Движение шарика по изогнутому стержню

*Решение*

При движении шарика по стержню без трения на него действуют сила тяжести $\vec{P}$ и реакция опоры $\vec{N}$. При этом работу совершает только сила тяжести шарика. Реакция гладкой поверхности стержня в любой момент времени перпендикулярна поверхности стержня и потому её работа равна нулю.

По теореме об изменении кинетической энергии точки при движении её из начального положения $A$ в положение $B$ имеем равенство:

$$\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = A(P) = -Ph_{(AB)},$$

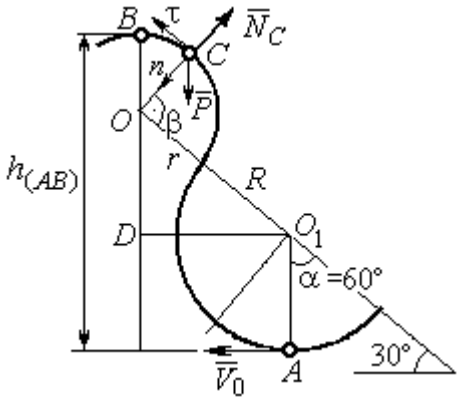


Рис. 4.21. Расчётная схема движения шарика

где $h_{(AB)}$ – перепад высот точек $B$ и $A$, $h_{(AB)} = R + DO + r = \frac{3}{2}(R + r)$ (см. рис. 4.21); $V_A$, $V_B$ – скорость шарика в точках $A$ и $B$, причём $V_A = V_0$, $V_B = 0{,}5V_0$.

В результате уравнение, составленное на основании теоремы об изменении кинетической энергии, принимает вид: $\frac{3V_0^2}{8} = g\frac{3}{2}(R + r)$, откуда $V_0 = 2\sqrt{(R + r)g} = 7{,}67$ м/с.

На рис. 4.21 показаны силы, приложенные к шарику, в момент, когда он находится в точке *C*. Проведём в точке *C* оси естественной системы координат – касательную $C\tau$ и нормаль $Cn$. Уравнение движения шарика в проекции на нормальную ось имеет вид: $m\dfrac{V_C^2}{r} = P\cos 30^\circ - N_C$, откуда найдём реакцию $N_C$.

Для определения скорости шарика в точке *C* воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из положения *C* в положение *B*. Получим равенство $\dfrac{mV_B^2}{2} - \dfrac{mV_C^2}{2} = -Ph_{(CB)}$, где $h_{(CB)}$ – перепад высот при движении шарика из начального положения *C* в положение *B*. С учётом известных значений $V_B = 0{,}5V_0 =$ 3,84 м/с и $h_{(CB)} = r\cos 30^\circ =$ 0,43 м получим: $V_C = \sqrt{V_B^2 + 2gh_{(CB)}} =$ 4,82 м/с.

Из уравнения движения шарика находим реакцию опоры $N_C = P\cos 30^\circ - m\dfrac{V_C^2}{r} =$ – 38,7 Н.

Отрицательное значение реакции опоры шарика показывает, что фактическое направление реакции противоположно тому, как показано на рис. 4.21. Искомое давление шарика на трубку равно модулю реакции опоры.

**Задача 51.** Желоб состоит из шероховатой наклонной прямой *AB* и гладкой дуги окружности радиуса *r* = 0,8 м, сопряжённых в точке *B* так, что прямая *AB* является касательной к окружности в точке *B* (рис. 4.22). Положение точки *B* на дуге задаётся углом 30º относительно вертикального диаметра окружности. Тяжёлый шарик массой $m = 0{,}5$ кг начинает движение из точки *A* со скоростью $V_0 = 0{,}2$ м/с.

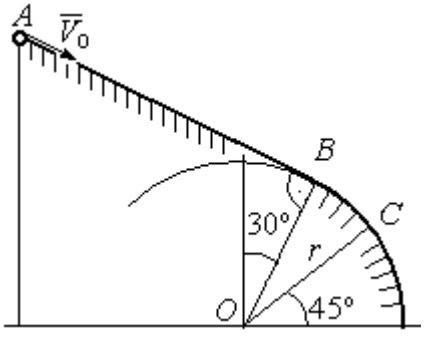


Рис. 4.22. Движение точки по составному желобу

Какой длины *S* должен быть желоб *AB*,

чтобы шарик оторвался от окружности в точке $C$, определяемой углом 45º относительно горизонтального диаметра, если при движении по прямой $AB$ шарик испытывает сопротивление скольжения с коэффициентом трения $f = 0{,}4$.

*Решение*

Рассмотрим движение шарика по дуге окружности. Проведём в точке $C$ оси естественной системы координат – касательную $C\tau$ и нормаль $Cn$ (рис. 4.23). На шарик действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция $\vec{N}_C$ опоры в точке $C$. Уравнение движения шарика в проекции на ось $Cn$ имеет вид: $m\dfrac{V_C^2}{r} = P\cos 45^\circ - N_C$, где $V_C$ – скорость шарика в точке $C$. Реакция опоры $N_C = P\cos 45^\circ - m\dfrac{V_C^2}{r}$.

В момент отрыва шарика в точке $C$ реакция опоры обращается в ноль: $N_C = 0$. В результате получаем уравнение $V_C^2 = rg\cos 45^\circ$, из которого находим скорость шарика в момент его отрыва от опоры: $V_C = 2{,}36$ м/с.

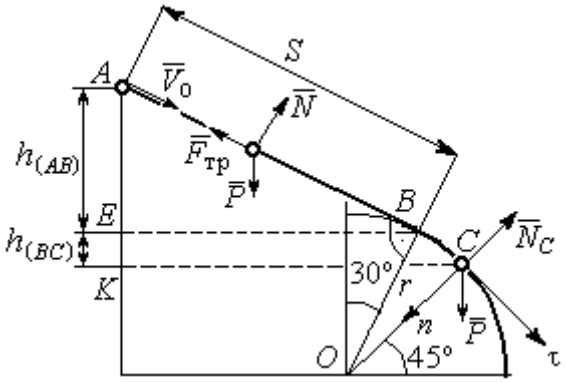



Рис. 4.23. Расчётная схема движения точки

Рассмотрим движение шарика из начального положения $A$ в положение $C$. На шарик действуют сила тяжести $\vec{P}$, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и, при движении по наклонной прямой $AB$, сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ (см. рис. 4.23). Работу совершают сила тяжести шарика и сила трения. Реакция опоры $\vec{N}$ и в том и другом случае перпендикулярна траектории движения, и её работа равна нулю.

Составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки $\dfrac{mV_C^2}{2} - \dfrac{mV_A^2}{2} = Ph_{(AC)} - F_{\text{тр}}S$, где $S$ – длина участка $AB$; $h_{(AC)}$ – перепад высот на участке $AC$ (см. рис. 4.23); $h_{(AC)} = h_{(AB)} + h_{(BC)} = S\sin 30^\circ + r\left(\cos 30^\circ - \cos 45^\circ\right)$.

Модуль силы трения: $F_{\text{тр}} = fN$. Для того чтобы найти реакцию $N$ опоры шарика на наклонную поверхность желоба $AB$, составим проекцию уравнения движения шарика на ось $y$, перпендикулярную $AB$ (на рис. 4.23 не показана). Получим: $m\ddot{y} = N - P\cos 30^\circ = 0$. Отсюда $N = P\cos 30^\circ$ и сила трения $F_{\text{тр}} = fP\cos 30^\circ$.

Из уравнения теоремы об изменении кинетической энергии точки найдём выражение для определения длины $S$ участка $AB$:

$$\frac{V_C^2 - V_A^2}{2g} = S\sin 30^\circ + r\left(\cos 30^\circ - \cos 45^\circ\right) - fPS\cos 30^\circ,$$

откуда получим $S = 1$ м.

**Задача 52.** Груз подвешен на нити длиной $l = 1$ м, закреплённой в неподвижной точке $O$ (рис. 4.24). В начальный момент груз находился в положении $A$, при котором линия $OA$ составляет с вертикалью угол $60°$. В этом положении грузу сообщают начальную скорость $\vec{V}_0$, перпендикулярно нити. Достигнув горизонтального положения, нить, натянутая грузом, встречает препятствие в виде тонкой проволоки в точке $O_1$, расположенной на середине длины нити, и дальше навивается на неё.

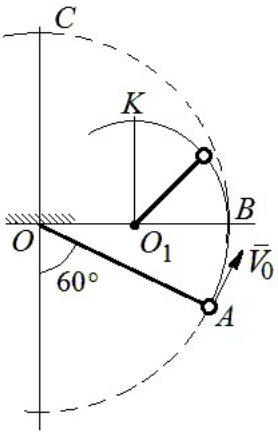


Рис. 4.24. Схема движения груза на нити

Какую минимальную начальную скорость нужно сообщить грузу в точке $A$, чтобы после встречи нити с проволокой в $O_1$ груз проскочил верхнюю точку траектории $K$. На какую максимальную высоту (относительно горизонтального диаметра $OB$) поднимется груз, двигаясь из той же точки $A$ и с той же начальной скоростью, если нить будет двигаться беспрепятственно. Определить скачок натяжения нити в точке $B$ при переходе груза с одной траектории на другую.

*Решение*

Построим оси естественной системы координат $nK\tau$ в точке $K$ траектории – окружности радиуса $0{,}5l$ с центром $O_1$ (рис. 4.25, *a*). Во время движения на груз действуют сила тяжести и реакция нити. Уравнение движения груза в проекции на ось $Kn$ имеет вид: $m\dfrac{V_K^2}{r} = P + N_K$, где $V_K$ – скорость

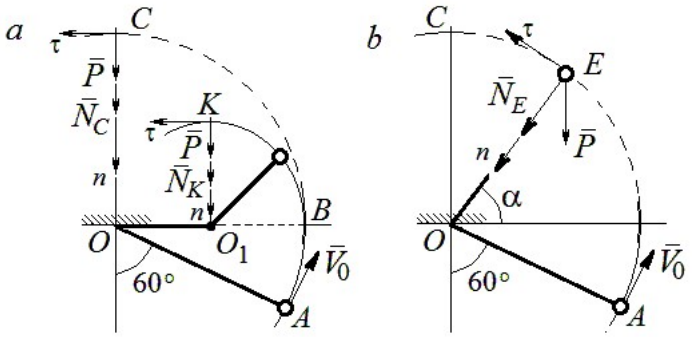


Рис. 4.25. Расчётная схема движения груза:
*a* – нить навивается на препятствие;
*b* – свободное движение

груза в точке $K$; $N_K$ – реакция нити; $r$ – радиус окружности движения груза; $r = 0{,}5l$. Из уравнения движения находим реакцию нити: $N_K = m\dfrac{2V_K^2}{l} - P$.

Так как нить представляет собой гибкую связь, то условием достижимости грузом точки $K$ является требование, что при движении нить должна быть натянута, иначе говоря, всюду во время движения должно выполняться неравенство $N_K \geq 0$. С учётом уравнения движения груза это приводит к неравенству, выражающему требование к скорости в конечной точке: $V_K^2 \geq \dfrac{1}{2}gl$.

Скорость груза в точке $K$ найдём на основании теоремы об изменении кинетической энергии точки при движении груза из положения $A$ в положение $K$. Имеем равенство $\dfrac{mV_K^2}{2} - \dfrac{mV_0^2}{2} = -Ph_{(AK)}$, где $h_{(AK)}$ – перепад высот точек $A$ и $K$; $h_{(AK)} = l$ (см. рис. 4.25, *a*). Решая полученное уравнение, найдём зависимость скорости груза в точке $K$ от начальной: $V_K^2 = V_0^2 - 2gl$. С учётом выполнения неравенства натяжения нити получим: $V_0 \geq \sqrt{\dfrac{5}{2}gl}$ .

При минимальной начальной скорости $V_0 = \sqrt{\frac{5}{2}gl}$ груз достигает верхней точки *K*. Однако, натяжение нити в точке *K* обращается в нуль: $N_K = 0$ и нить в этом месте перестаёт быть натянутой. Груз продолжает движение, но уже в виде свободного падения с начальной скоростью $V_K = \sqrt{\frac{1}{2}gl}$.

Определим, на какую высоту поднимется груз из положения *A* с минимальной начальной скоростью $V_0 = \sqrt{\frac{5}{2}gl}$, если нить движется беспрепятственно (см. рис. 4.25, *b*). Построим в точке *E* оси естественной системы координат $nE\tau$ аналогично тому, как это было сделано в точке *K*. Уравнение движения груза в проекции на ось *En* имеет вид: $m\frac{V_E^2}{l} = P\sin\alpha + N_E$, где $V_E$ – скорость груза в точке *E*; $N_E$ – проекция реакции нити на нормальную ось.

Для определения скорости груза в точке *E* составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки при движении груза из начального положения *A* в положение *E*. Получим: $\frac{mV_E^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = -Ph_{(AE)}$, где $h_{(AE)}$ – перепад высот точек *A* и *E*; $h_{(AE)} = \frac{l}{2} + l\sin\alpha$ (см. рис. 4.25, *b*). Решая полученное уравнение относительно скорости $V_E$ при заданной начальной скорости $V_0 = \sqrt{\frac{5}{2}gl}$, найдём: $mV_E^2 = \frac{3}{2}mgl - 2mgl\sin\alpha$. С другой стороны, из уравнения движения груза (учитывая, что в точке *E* натяжение нити равно нулю: $N_E = 0$) получим: $mV_E^2 = Pl\sin\alpha$. Приравнивая выражения, получим $\sin\alpha = \frac{1}{2}$. Высота подъёма относительно горизонтального радиуса составляет $\frac{1}{2}l$.

Для определения скачка натяжения нити при переходе груза в точке $B$ с окружности радиуса $l$ на окружность радиуса $\frac{1}{2}l$, т. е. в момент, когда нить начинает навиваться на проволоку, напишем проекции уравнения движения груза на нормальную ось в точке $B$. Получим для малой окружности $\frac{2mV_B^2}{l} = N_B$ и для большой $\frac{mV_B^2}{l} = N'_B$, где $N_B$ и $N'_B$ – проекции реакции нити в точке $B$ при движении груза по окружности радиусов $\frac{1}{2}l$ и $l$. Из уравнений видно, что переход груза с большой окружности на малую вызывает двукратное увеличение натяжения нити: $N'_B = \frac{3}{2}mg$, $N_B = 3mg$.

**Задача 53.** Шарик массой $m$ = 0,5 кг движется в вертикальной плоскости из положения $A$ внутри трубки, которая состоит из полуокружности $AB$ радиуса $R$ = 0,6 м и прямолинейного участка $BD$, сопряжённого в точке $B$ с окружностью (рис. 4.26). Диаметр полуокружности $AB$ составляет с горизонталью угол 60°. Начальная скорость шарика $V_0$ = 5 м/с. В конце кругового участка в точке $B$ шарик упирается в недеформированную пружину жесткостью $c$ = 100 Н/м. Найти величину $S$ максимального сжатия пружины.

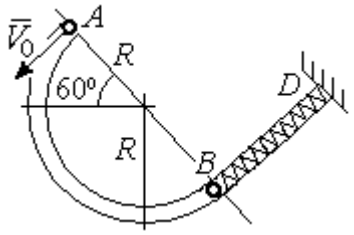


Рис. 4.26. Схема движения шарика

*Решение*

Найдём скорость шарика в точке $B$. Для этого составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из начального положения $A$ в положение $B$. Получим: $\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = A(P) = Ph_{(AB)}$, где $h_{(AB)}$ – перепад высот точек $A$ и $B$, $h_{(AB)} = 2R\sin 60^\circ = 1{,}04$ м (рис. 4.27).

Решая уравнение, найдём скорость шарика в точке $B$: $V_B = \sqrt{V_A^2 + 2gh_{(AB)}} = 6{,}74$ м/с.

Для того, чтобы найти величину максимального сжатия пружины, рассмотрим движение шарика на прямолинейном отрезке трубки $BD$. На этом отрезке работу совершают сила тяжести шарика и сила упругости пружины, приложенные к шарику (см. рис. 4.27).

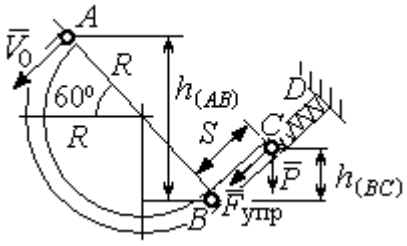


Рис. 4.27. Расчетная схема движения шарика

Обозначим $S$ – максимальное сжатие пружины, равное $BC$. На основании теоремы об изменении кинетической энергии точки, применённой к движению шарика на отрезке $BC$, имеем уравнение $\frac{mV_C^2}{2} - \frac{mV_B^2}{2} = A(P) + A(F_{упр}) = -Ph_{(BC)} - \frac{cS^2}{2}$,

где $h_{(BC)}$ – перепад высот точек $B$ и $C$; $h_{(BC)} = S\sin 30^\circ = 0{,}5S$ (см. рис. 4.27).

В точке $C$ максимального сжатия пружины скорость шарика обращается в нуль: $V_C = 0$. Подставляя это условие, с учётом $V_B = 6{,}74$ м/с, получим уравнение для определения величины максимального сжатия пружины: $S^2 + 0{,}05S - 0{,}23 = 0$.

Выбирая положительный корень уравнения, находим: $S = 0{,}45$ м.

## Упражнения

Упражнение 4.5. Лётчик в самолёте пикирует из точки $A$ по прямой, составляющей с горизонтом угол φ, с начальной скоростью $V_0$. Пройдя расстояние $AB = l$, самолёт продолжает движение по дуге окружности радиуса $R$, сопряженной с прямой $AB$ в точке $B$ (рис. 4.28).

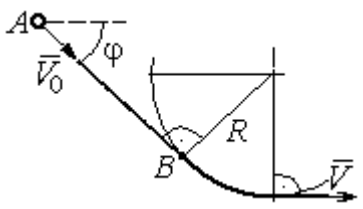


Рис. 4.28. Схема движения самолёта

Каким должен быть радиус окружности, чтобы в точке $C$ – выхода самолёта на горизонтальный полёт - сила давления человека на корпус самолёта не превосходила его тройной вес.

Упражнение 4.6. Пружина жесткостью $C$ = 100 Н/м, сжатая из недеформированного состояния на расстояние $KA = a = 0{,}3$ м, выталкивает шарик массой $m = 0{,}5$ кг, который отделяется от неё в точке $K$ и продолжает движение в трубке по дуге $KCB$, окружности радиуса $R$ = 1 м, затем – по горизонтальному участку $BD$. Определить давление шарика на трубку в точке $C$. Какой путь пройдёт шарик до остановки по прямой $BD$, если здесь на него действует сила трения с коэффициентом $f = 0{,}4$.

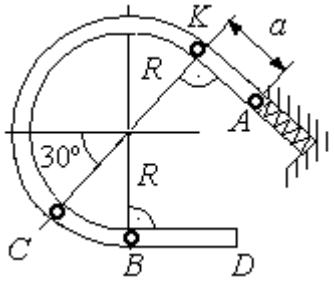


Рис. 4.29. Схема движения шарика в трубке

# 5. ОБЩИЕ ТЕОРЕМЫ ДИНАМИКИ СИСТЕМЫ

## 5.1. Теорема о движении центра масс системы

**Центром масс** системы материальных точек называют точку $C$, координаты которой $x_C$, $y_C$, $z_C$ удовлетворяют равенствам:

$$mx_C = \sum m_k x_k \ , \quad my_C = \sum m_k y_k \ , \ mz_C = \sum m_k z_k \ ,$$

где $m$ – масса системы: $m = \sum m_k$ ; $m_k$, $x_k$, $y_k$, $z_k$ – массы и координаты материальных точек системы.

**Теорема о движении центра масс системы**. Центр масс механической системы движется как материальная точка с массой, равной массе системы, и к которой приложены внешние силы, действующие на систему: $m\vec{a}_C = \sum \vec{F}_k^e$ , где $\vec{a}_C$ – вектор ускорения центра масс системы; $\sum \vec{F}_k^e$ – сумма всех внешних сил, действующих на систему.

**Пример решения задач на применение теоремы о движении центра масс**

**Задача 54.** Груз 1, находящийся на верхнем основании прямоугольной пирамиды *ABCD*, соединен с грузом 2 нерастяжимой нитью, перекинутой через блок $C$ (рис. 5.1). Определить перемещение пирамиды, если груз 2 опустился на высоту 1 м. Масса груза 1 $m_1$ = 15 кг, груза 2 $m_2$ = 20 кг, пирамиды $m$ = 50 кг. Трение при движении груза 1 по пирамиде и пирамиды по горизонтальной поверхности не учитывать.

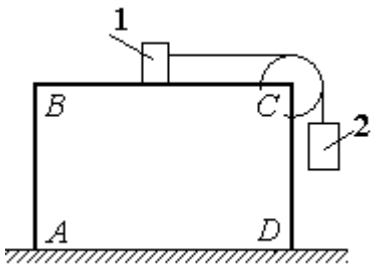


Рис. 5.1. Пирамида с системой подвижных грузов

*Решение*

Рассматриваем механическую систему, состоящую из двух грузов, соединённых нерастяжимой нитью, блока *C* и пирамиды *ABCD*.

Внешние силы, приложенные к системе: силы тяжести грузов и пирамиды – $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}$ и нормальная реакция $\vec{N}$ опоры поверхности, на которой стоит пирамида. Направления векторов внешних сил показаны на рис. 5.2.

Выберем неподвижную систему координат *Axy*, как показано на рис. 5.2. Все внешние силы, действующие на механическую систему, вертикальны, поэтому дифференциальное уравнение, составленное на основании теоремы о движении центра масс механической системы в проекции на ось *Ax,* имеет вид:

$$(m + m_1 + m_2)\ddot{x}_C = P_{1x} + P_{2x} + P_x + N_x = 0$$

$$\text{или} \quad \ddot{x}_C = 0,$$

где $x_C$ – координата центра масс системы.

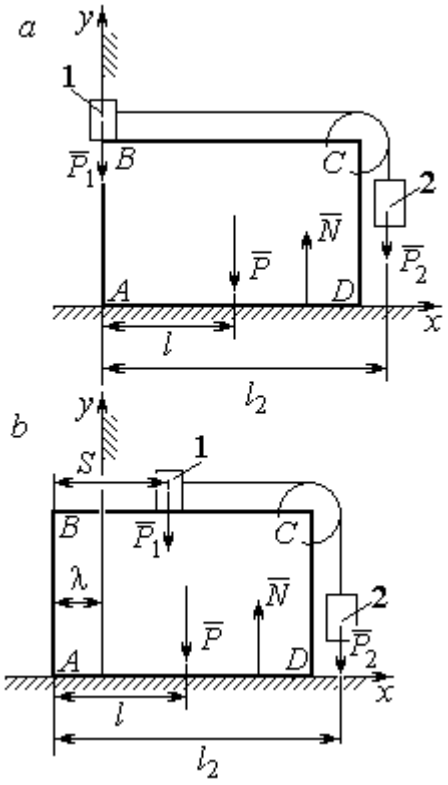



Рис. 5.2. Расчётная схема перемещения пирамиды: *a* – начальное положение; *b* – положение пирамиды при перемещении грузов на расстояние *S*

Проинтегрировав его дважды, получим закон движения центра масс системы: $x_C = C_1 t + C_2$, где константы интегрирования $C_1$ и $C_2$ находятся из начальных условий. Предположим, в начальный момент движение в механической системе отсутствовало и координата центра масс системы была равна $x_{C0}$ (на рис. 5.2, *a* не показана), то есть при $t = 0$ $x_C(0) = x_{C0}$ и $\dot{x}_C(0) = 0$. Подставляя начальные условия, получим: $C_1 = 0$, $C_2 = x_{C0}$. В результате закон движения центра масс системы имеет вид: $x_C = x_{C0}$. Последнее означает, что при любом перемещении тел в системе координата центра масс системы на оси *Ax* остаётся постоянной, равной своему начальному значению.

Предположим, в начальный момент времени груз 1 находился у левого края призмы, как показано на рис. 5.2, *a*.

Начальная координата $x_{C0}$ центра масс системы находится из равенства $(m_1 + m_2 + m)x_{C0} = \sum m_k x_k = m_1 \cdot 0 + m_2 l_2 + ml$, где $l_2$ – расстояние от начала координат до линии действия силы тяжести груза 2 (координата центра масс гру-

за 2 на оси $Ax$); $l$ – аналогичное расстояние до линии действия силы тяжести пирамиды (см. рис. 5.2, *a*). Тогда начальная координата центра масс системы: $x_{C0} = \dfrac{m_2 l_2 + ml}{(m_1 + m_2 + m)}$.

Положение грузов в системе, после того как груз 1 переместился на расстояние *S*, и положение призмы показано на рис. 5.2, *b*. На рисунке отмечено, что при перемещении груза 1 вправо на расстояние *S* призма *ABCD* сместилась влево на расстояние $\lambda$. Координата $x_{C1}$ центра масс для нового положения системы определяется из равенства:

$$(m_1 + m_2 + m)x_{C1} = m_1(S - \lambda) + m_2(l_2 - \lambda) + m(l - \lambda).$$

Выражая отсюда координату $x_{C1}$ и приравнивая её начальному значению координаты центра масс $x_{C0} = x_{C1}$, найдём перемещение пирамиды $\lambda = \dfrac{m_1 S}{(m_1 + m_2 + m)}$. Подставляя данные задачи, получим $\lambda = 0{,}18$ м.

## 5.2. Теорема об изменении кинетического момента системы относительно оси

**Момент инерции однородного диска** радиусом *R*, массой *m* относительно оси *z*, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска: $J_z = \dfrac{1}{2}mR^2$. **Для неоднородных тел момент инерции** относительно оси *z* вычисляется по формуле: $J_z = mi_z^2$, где $i_z$ – радиус инерции тела.

**Кинетическим моментом (моментом количества движения) системы относительно неподвижной оси *z*** называется величина, равная сумме моментов количеств движения точек относительно этой оси $\vec{L}_z = \sum M_z(m_k \vec{V}_k)$.

**Для твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси *z*, кинетический момент**: $L_z = J_z\omega$, где $J_z$ и $\omega$ – момент инерции и угловая скорость

тела. **Теорема об изменении кинетического момента системы относительно оси**. Производная по времени от кинетического момента системы относительно неподвижной оси $z$ равна сумме моментов внешних сил относительно той же оси: $\frac{dL_z}{dt} = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$.

## Примеры решения задач на применение теоремы об изменении кинетического момента системы

**Задача 55.** Для подъёма груза используется лебёдка со ступенчатым барабаном и противовесом. Груз 1 массой $m_1$ поднимается на канате, навитом на барабан 2 массой $m_2$ радиуса $R$. Противовес 3 массой $m_3$ прикреплён к канату, который навит на малую ступень барабана радиуса r (рис. 5.3). Радиус инерции барабана относительно оси вращения $i_z$. На барабан действует постоянный момент сил сопротивления $M_c = 60$ Н·м. В начале движения к барабану лебёдки прикладывается вращающий момент, пропорциональный времени: $M_{вр} = 620 + 30t$ Н·м, который через 2 с отключается. Определить, на какую высоту поднимется груз, если движение началось из состояния покоя. Массы грузов и барабана: $m_1 = 100$ кг, $m_2 = 50$ кг, $m_3 = 20$ кг. Радиусы ступеней барабана и радиус инерции: $R = 0{,}6$ м; $r = 0{,}4$ м; $i_z = 0{,}5$ м.

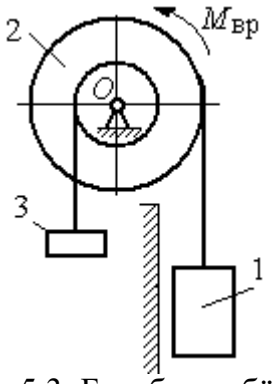


Рис. 5.3. Барабан лебёдки с грузом и противовесом

*Решение*

Решение следует рассматривать на двух этапах. На первом груз поднимается под действием вращающего момента, на втором – по инерции.

Рассмотрим механическую систему, состоящую из груза 1, барабана 2 и противовеса 3. На систему действуют силы тяжести груза $\vec{P}_1$, барабана $\vec{P}_2$, противовеса $\vec{P}_3$, реакция шарнира $\vec{R}$, пара сил с моментом, равным моменту вра-

щения $M_{вр}$, и пара сил с моментом сопротивления $M_c$. Направления векторов сил и моментов показаны на рис. 5.4. Выберем начало оси *y*, вдоль которой поднимается груз на первом участке движения, в точке начала движения (см. рис. 5.4).

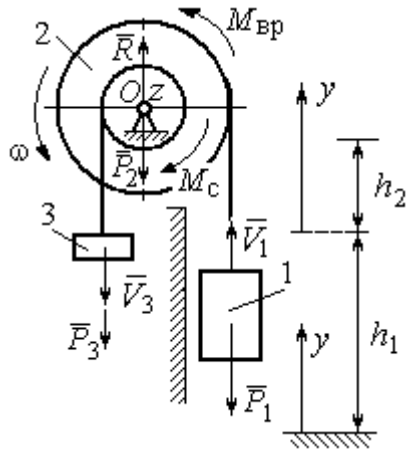



Рис. 5.4. Силы, действующие на систему во время движения

Воспользуемся теоремой об изменении кинетического момента системы относительно оси *z*, проходящей через центр *O*: $\frac{dL_z}{dt} = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$. Кинетический момент системы относительно оси *z* равен сумме кинетических моментов барабана, груза и противовеса: $L_z = L_z^{бар} + L_z^{гр} + L_z^{пр}$. Кинетический момент барабана, вращающегося вокруг неподвижной оси *z*: $L_z^{бар} = J_z\omega$, где $J_z$ – момент инерции барабана относительно оси *z*, $J_z = m_2 i_z^2$; $\omega$ – угловая скорость барабана. Рассматривая груз и противовес как материальные точки, найдём их кинетические моменты относительно оси *z*: $L_z^{гр} = M_z(m_1\vec{V}_1) = m_1V_1R$; $L_z^{пр} = M_z(m_3\vec{V}_3) = m_3V_3r$.

Суммарный кинетический момент системы:

$$L_z = L_z^{бар} + L_z^{гр} + L_z^{пр} = m_2 i_z^2\omega + m_1V_1R + m_3V_3r.$$

Выразим скорости груза 1 и противовеса 3 через угловую скорость барабана: $V_1 = \omega R$, $V_3 = \omega r$ - и подставим их в выражение кинетического момента. Получим $L_z = (m_2 i_z^2 + m_1R^2 + m_3r^2)\omega = (m_2 i_z^2 + m_1R^2 + m_3r^2)\frac{V_1}{R}$.

Суммарный момент внешних сил относительно оси *z*

$$\sum M_z(\vec{F}_k^e) = M_{вр} - M_c - P_1R + P_3r.$$

Дифференциальное уравнение движения груза:

$$(m_2 i_z^2 + m_1R^2 + m_3r^2)\frac{dV_1}{dt} = \left(M_{вр} - M_c - P_1R + P_3r\right)R,$$

или с учётом данных задачи $\frac{dV_1}{dt} = 0{,}58 + 0{,}35t$.

Дважды интегрируя это уравнение с нулевыми начальными условиями, найдём скорость груза $V_1$ и проходимый им путь $y$ как функции времени:

$$V_1(t) = 0{,}58t + 0{,}175t^2; \quad y(t) = 0{,}29t^2 + 0{,}058t^3.$$

Из уравнений движения найдём: при $t = 2$ с (конец первого участка) груз поднялся на высоту $h_1 = y(2) = 1{,}62$ м и имел скорость $V_1 = V_1(2) = 1{,}86$ м/с.

На втором участке движения груз продолжает подниматься вверх. Уравнение движения груза здесь аналогично первому участку, за исключением вращающего момента (см. рис. 5.4):

$$(m_2 i_z^2 + m_1 R^2 + m_3 r^2)\frac{dV_1}{dt} = \left(-M_c - P_1 R + P_3 r\right)R, \text{ или } \frac{dV_1}{dt} = -6{,}61.$$

Представим ускорение груза в виде: $\frac{dV_1}{dt} = \frac{dV_1 dy}{dy dt} = V_1 \frac{dV_1}{dy}$. Теперь уравнение движения груза на втором участке имеет вид: $V_1 \frac{dV_1}{dy} = -6{,}61$. Интегрируя его, получим зависимость скорости груза от пройденного пути $\frac{V_1^2}{2} = -6{,}61y + C_3$. Выберем начало второго участка на высоте $h_1$. Из начальных условий движения груза: при $t = 0$, $y = 0$, $V_1 = 1{,}86$ м/с, получим: $C_3 = 1{,}73$.

Максимальную высоту $h_2$, на которую поднялся груз на втором участке, определим из условия, что в этой точке скорость груза обращается в нуль. Имеем $0 = -6{,}61h_2 + 1{,}73$, откуда $h_2 = 0{,}26$ м. Максимальная высота подъёма груза $H = h_1 + h_2 = 1{,}88$ м.

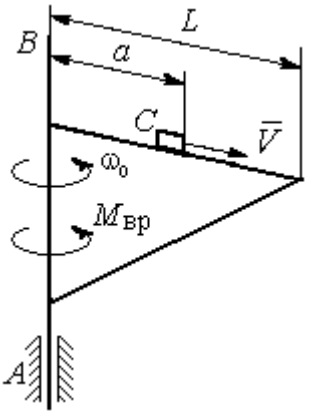


Рис. 5.5. Поворотный кран

**Задача 56.** Тележка $C$ поворотного подъёмного крана (рис. 5.5) движется с постоянной относительно стрелы скоростью $V = 0{,}5$ м/с. Длина стрелы

$L$ = 10 м, масса тележки с грузом $m_1$ = 100 кг, момент инерции крана относительно оси вращения $AB$ без учёта тележки и груза $J$ = 1800 кг·м$^2$. Двигатель крана создаёт постоянный вращающий момент $M_{вр}$ = 400 Н·м. Определить угловую скорость крана в момент, когда тележка достигнет края стрелы, если в начальный момент конструкция вращалась с угловой скоростью $\omega_0$ = 2 рад/с, а тележка находилась на расстоянии $a$ = 1 м от оси вращения.

*Решение*

На систему действуют внешние силы: $\vec{P}_1$ – сила тяжести тележки с грузом, $\vec{P}_2$ – сила тяжести поворотного крана (на рис. 5.6 показана в условном центре тяжести крана); $\vec{R}_x$, $\vec{R}_y$ – составляющие реакции подшипника $A$ и пара сил с моментом, равным вращающему моменту $M_{вр}$ (см. рис. 5.6). Применим к описанию движения системы теорему об изменении кинетического момента системы относительно оси вращения $z$, направленной вдоль линии $AB$.

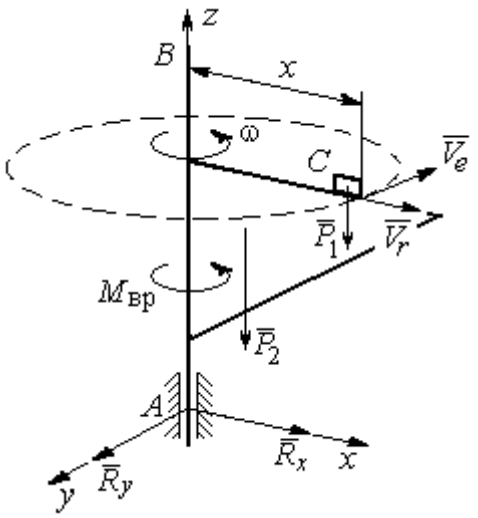


Рис. 5.6. Внешние силы, действующие на кран при его движении

Поскольку силы тяжести параллельны оси вращения крана, а составляющие реакции шарнира $A$ пересекают её, то моменты этих сил относительно оси $z$ равны нулю и теорема об изменении кинетического момента системы принимает вид: $\frac{dL_z}{dt} = M_{вр}$. Интегрируя это уравнение при постоянном вращающем моменте, получим равенство: $L_z - L_{z0} = M_{вр}t$, где $L_z, L_{z0}$ – кинетический момент системы в текущий и начальный моменты времени.

Кинетический момент системы $L_z$ равен сумме: $L_z = L_z^{кран} + L_z^{груз}$. Кинетический момент крана как твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной

оси: $L_z^{\text{кран}} = J\omega$. Полагая тележку с грузом материальной точкой, определим её кинетический момент $L_z^{\text{груз}}$, как момент вектора количества движения тележки относительно оси *z*. Тележка с грузом участвует в сложном движении. Вектор абсолютной скорости тележки $\vec{V}_{\text{абс}}$ равен сумме $\vec{V}_{\text{абс}} = \vec{V}_r + \vec{V}_e$, где $\vec{V}_r$ относительная скорость тележки (перемещение по стреле крана); $\vec{V}_e$ – переносная скорость (движение вместе с краном). Воспользовавшись теоремой Вариньона при вычислении момента количества движения тележки с грузом, получим:

$$L_z^{\text{груз}} = M_z(m_1\vec{V}_{\text{абс}}) = M_z(m_1\vec{V}_e + m_1\vec{V}_r) = M_z(m_1\vec{V}_e) = m_1V_ex = m_1\omega x^2.$$

В результате суммарный кинетический момент системы в текущий момент времени $L_z = L_z^{\text{кран}} + L_z^{\text{груз}} = \left(J + m_1x^2\right)\omega$. Тогда начальный кинетический момент систем: $L_{z0} = \left(J + m_1a^2\right)\omega_0$.

Подставляя выражения начального и текущего кинетического моментов в уравнение движения, получим: $\left(J + m_1x^2\right)\omega - \left(J + m_1a^2\right)\omega_0 = M_{\text{вр}}t$, откуда закон изменения угловой скорости крана $\omega = \dfrac{M_{\text{вр}}t + \left(J + m_1a^2\right)\omega_0}{\left(J + m_1x^2\right)}$. Момент времени $t_{\text{к}}$, когда тележка достигнет края стрелы ($x = L$), найдём из условия движения тележки по стреле с постоянной скоростью: $Vt_{\text{к}} = L - a$. С учётом данных задачи угловая скорость крана в этот момент $\omega(t_{\text{к}}) = 0{,}93$ рад/с.

### 5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы

**Кинетическая энергия тела при поступательном движении** $T = \dfrac{1}{2}mV_C^2$, где $m$ – масса тела; $V_C$ – скорость центра масс тела; **при вращательном движении** вокруг неподвижной оси $z$: $T = \dfrac{1}{2}J_z\omega^2$, где $J_z$ – момент инерции тела относительно оси *z*; $\omega$ – угловая скорость тела; **при плоскопа-**

**раллельном движении**: $T = \frac{1}{2} m V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega^2$, где $m$ – масса тела; $V_C$, $\omega$ – скорость центра масс и угловая скорость тела; $J_{zC}$ – момент инерции тела относительно оси $z$, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения.

**Работа постоянной силы** $F$ при прямолинейном перемещении точки приложения силы $A = FS\cos\alpha$, где $S$ – перемещение точки; $\alpha$ – постоянный угол между перемещением и направлением силы. **Работа пары сил с постоянным моментом** $M$ при повороте тела на конечный угол $\varphi$ вычисляется по формуле: $A = \pm M\varphi$, где $\varphi$ – угол поворота тела. Работа считается положительной, если пара сил стремится повернуть тело в направлении его вращения, и отрицательной – в противном случае.

**Мощностью силы** $F$ называют величину, равную скалярному произведению силы на скорость точки её приложения: $N = \vec{F} \cdot \vec{V}$, где $V$ – скорость точки приложения силы. При плоском движении тела мощность силы равна сумме скалярных произведений: $N = \vec{F} \cdot \vec{V}_O + \vec{M}_O \cdot \vec{\omega}$, где $V_O$ – скорость точки, выбранной полюсом; $\omega$ – угловая скорость тела; $\vec{M}_O = M_O(\vec{F})$ – момент силы относительно полюса. Если в качестве полюса выбрать точку $K$ – мгновенный центр скоростей, то мощность силы $N(\vec{F}) = \vec{M}_K(\vec{F}) \cdot \vec{\omega}$, где $M_K(\vec{F})$ – момент силы относительно мгновенного центра скоростей.

**Теорема об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме.** Производная по времени от кинетической энергии системы равна сумме мощностей внешних и внутренних сил $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e) + \sum N(\vec{F}_k^i)$.

**Теорема об изменении кинетической энергии системы на конечном перемещении**. Изменение кинетической энергии системы при перемещении её

из начального состояния в текущее равно сумме работ внешних и внутренних сил, действующих на систему: $T - T_0 = \sum A(\vec{F}_k^e) + \sum A(\vec{F}_k^i)$.

Механические системы, состоящие из абсолютно твердых тел, соединенных гибкими нерастяжимыми нитями, называются **неизменяемыми**. В неизменяемых системах сумма работ и сумма мощностей внутренних сил равны нулю: $\sum A(\vec{F}_k^i) = 0$.

## Примеры решения задач на применение теоремы об изменении кинетической энергии системы

**Задача 57.** Планетарный механизм, позволяющий получать повышенные передаточные отношения угловых скоростей, состоит из трех одинаковых колёс, соединённых кривошипом *OA* (рис. 5.7). Колесо 1 неподвижно, кривошип *OA* вращается с угловой скоростью $\omega_{OA}$ и приводит в движение колёса 2 и 3. Полагая массы колёс и их радиусы одинаковыми, равными *m* и *r,* и пренебрегая массой кривошипа, найти кинетическую энергию механизма.

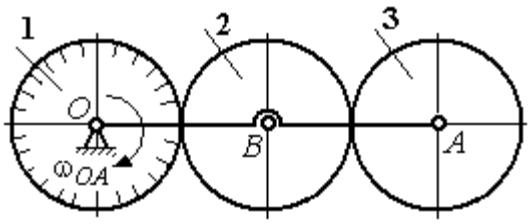


Рис. 5.7. Планетарный механизм

*Решение*

Кинетическая энергия механизма *T* равна сумме энергий колёс 2 и 3: $T = T_2 + T_3$. Энергия колеса 1 равна нулю потому, что оно неподвижно, а энергия кривошипа равна нулю, так как массой кривошипа пренебрегаем. При движении механизма колесо 2, увлекаемое кривошипом, катится по неподвижной поверхности первого колеса. Энергия колеса 2:

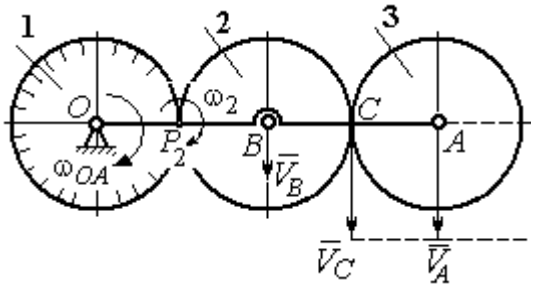


Рис. 5.8. Расчётная схема вычисления энергии механизма

$T_2 = \frac{mV_B^2}{2} + \frac{J_{2B}\omega_2^2}{2}$, где $V_B$ – скорость центра масс колеса 2, $J_{2B}$ – момент инерции колеса 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости колеса, $J_{2B} = \frac{mr^2}{2}$.

Выразим кинетическую энергию колеса 2 через угловую скорость $\omega_{OA}$ кривошипа $OA$.

Скорость точки $B$, лежащей на кривошипе $OA$: $V_B = \omega_{OA} \cdot OB = \omega_{OA} 2r$.

Так как точка $P_2$ касания колёс 1 и 2 является мгновенным центром скоростей колеса 2 (рис. 5.8), угловая скорость колеса 2 $\omega_2 = \frac{V_B}{BP_2}$. В результате получим: $\omega_2 = 2\omega_{OA}$. Подставив зависимости $V_B$ и $\omega_2$ в выражение кинетической энергии колеса 2, найдём:

$$T_2 = \frac{m(\omega_{OA} 2r)^2}{2} + \frac{mr^2}{2} \cdot \frac{(2\omega_{OA})^2}{2} = 3m\omega_{OA}^2 r^2.$$

Вычислим кинетическую энергию колеса 3. Найдём скорость точки $C$, считая, что она принадлежит колесу 2: $V_C = \omega_2 \cdot P_2C = 4\omega_{OA} r$. Скорость точки $A$ – центра колеса 3 определим, полагая, что точка $A$ лежит и на кривошипе: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 4\omega_{OA} r$. Скорости двух точек $A$ и $C$ колеса 3 равны и параллельны, причём линия $AC$ перпендикулярна векторам скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$ (см. рис. 5.8). В этом случае мгновенный центр скоростей отсутствует и колесо 3 совершает мгновенно-поступательное движение. Энергия поступательного движения колеса 3: $T_3 = \frac{mV_A^2}{2} = \frac{m(4\omega_{OA} r)^2}{2} = 8m\omega_{OA}^2 r^2$.

Окончательно, энергия механизма: $T = T_2 + T_3 = 11m\omega_{OA}^2 r^2$.

**Задача 58.** Горизонтальный желоб $DE$ опирается на блок 1 и на каток 3 одинакового радиуса $r$ (рис. 5.9). Блок 1 весом $P_1$ вращается вокруг неподвиж-

ной оси $O_1$. Каток 3 катится по горизонтальному рельсу без проскальзывания. На одной оси с катком 3 жестко связано колесо 2 радиуса $R$. Их общий вес равен $Q$, а общий радиус инерции относительно оси $z$, проходящей через центр масс $C$ перпендикулярно плоскости катка, равен $i_z$. Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом $M$. Массой желоба пренебрегаем. Скольжение между желобом и блоком 1, а также катком 3 отсутствует. Определить ускорение центра масс колеса 2 и катка 3 и угловое ускорение блока 1, если: $P_1$ = 40 Н, $Q$ = 60 Н, $F$ = 50 Н, $M$ = 45 Н·м, $R$ = 0,8 м, $r$ = 0,6 м, $i_z$ = 0,4 м.

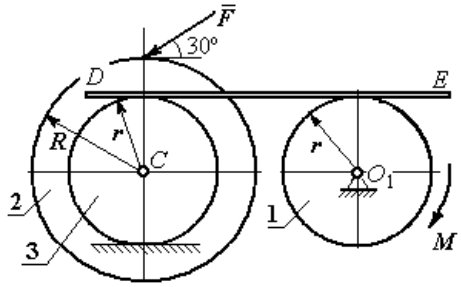


Рис. 5.9. Схема движения механической системы

*Решение*

Для решения задачи воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии для неизменяемых механических систем: $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e)$, где $T$ – энергия системы в её текущем положении; $\sum N(\vec{F}_k^e)$ – суммарная мощность внешних сил.

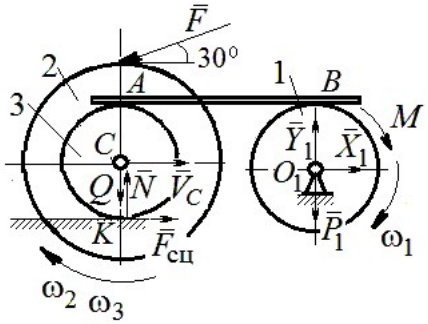


Рис. 5.10. Расчетная схема для исследования движения системы

Предположим, во время движения системы блок 1 вращается по ходу часовой стрелки.

Угловые скорости $\omega_1$, $\omega_2$ блока 1, катка 3 и скорость $\vec{V}_C$ центра масс катка 3 показаны на рис. 5.10. Угловая скорость колеса 2 и катка 3 равны: $\omega_3 = \omega_2$.

Кинетическая энергия вращательного движения блока 1 $T_1 = \frac{1}{2} J_{zO_1} \omega_1^2$,

где $J_{zO_1}$ – осевой момент инерции блока, $J_{zO_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$.

Фигура, состоящая из катка 3 и колеса 2, двигается плоскопараллельно. Кинетическая энергия фигуры определяется по формуле: $T_2 = \frac{1}{2} m V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_2^2$, где $m$ – общая масса катка и колеса, $m = \frac{Q}{g}$, $J_{zC}$ – момент инерции фигуры относительно оси $z$, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_{zC} = m i_z^2$,

У катка 3 мгновенный центр скоростей находится в точке касания его с неподвижной поверхностью (точка $K$ на рис. 5.10). Тогда $\omega_3 = \frac{V_C}{r}$. Скорость точки $A$ катка $V_A = \omega_3 2r = 2V_C$. Приравнивая скорость точки $A$ на катке 2 к скорости точки $B$ на блоке 1, получим $\omega_1 = \frac{2V_C}{r}$.

Найдём кинетическую энергию системы, выраженную через скорость центра масс катка 3:

$$T = T_1 + T_2 = \frac{P_1}{g} V_C^2 + \frac{Q}{2g}\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right) V_C^2 = \frac{V_C^2}{2g}\left[2P_1 + Q\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right)\right].$$

Найдем сумму мощностей внешних сил.

На блок 1 действуют: сила тяжести $\vec{P}_1$, пара сил с моментом $M$ и реакция шарнира $O_1$, разложенная на составляющие $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$ (рис. 5.10). Мощности силы тяжести $\vec{P}_1$ и сил реакции $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$ подшипника $O_1$ равны нулю, так как нет перемещения точек приложения этих сил. Момент $M$ направлен в сторону вращения блока 1, его мощность $N(M) = M\omega_1 = M\frac{2V_C}{r}$.

На каток 3 (вместе с жестко связанным с ним колесом 2) действуют: сила $\vec{F}$, сила тяжести $\vec{Q}$ катка и колеса, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила сцепления $\vec{F}_{\text{сц}}$ катка 3 с поверхностью.

Мощности сил $\vec{N}$ и $\vec{F}_{\text{сц}}$ равны нулю, так как точкой приложения этих сил является мгновенный центр скоростей катка 3, скорость которого равна нулю. Мощность силы тяжести $\vec{Q}$ равна нулю, так как угол между вектором силы и вектором скорости точки $C$ равен 90°.

Для определения мощности силы $\vec{F}$, приложенной к колесу, выберем в качестве полюса точку $K$ – мгновенный центр скоростей диска 2. С учётом того, что скорость $V_K = 0$, получим:

$$N(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{V}_K + \vec{M}_K(\vec{F}) \cdot \vec{\omega}_2 = \vec{M}_K(\vec{F})\vec{\omega}_2 =$$

$$= -F(r+R)\omega_2 \cos 30° = -FV_C\left(1+\frac{R}{r}\right)\cos 30°.$$

Поскольку вращение, создаваемое моментом силы $\vec{F}$ относительно центра $K$, противоположно выбранному направлению угловой скорости катка, мощность силы $\vec{F}$ отрицательная.

Суммарная мощность внешних сил:

$$\sum N(F^e) = -FV_C\left(1+\frac{R}{r}\right)\cos 30° + M\frac{2V_C}{r}.$$

Составляем уравнение теоремы об изменении кинетической энергии системы. Находим производную по времени от кинетической энергии системы $\frac{dT}{dt} = \frac{V_C}{g}a_C\left[2P_1 + Q\left(1+\frac{i_z^2}{r^2}\right)\right]$ и приравниваем суммарной мощности внешних сил. Получим:

$$\frac{1}{g}a_C\left[2P_1 + Q\left(1+\frac{i_z^2}{r^2}\right)\right] = -F\left(1+\frac{R}{r}\right)\cos 30° + \frac{2M}{r},$$

откуда с учётом исходных данных задачи ускорение центра масс диска 2 $a_C = 2{,}88$ м/с$^2$. Для определения углового ускорения блока 1 продифференцируем по времени равенство $\omega_1 = \dfrac{2V_C}{r}$. Получим: $\varepsilon_1 = \dfrac{2a_C}{r} = 9{,}6$ рад/с$^2$.

**Задача 59.** Каток радиуса *r*, весом *P* закатывают вверх по наклонной плоскости приложив в центре катка силу $\vec{F}$ под углом 30° к наклонной плоскости (рис. 5.11). Сама плоскость наклонена под углом 30° к горизонту. Величина силы *F* = 2*P*. В начальном положении центр катка имел скорость $V_0$.

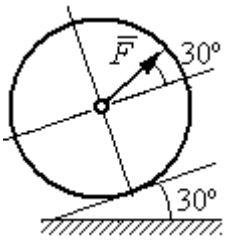


Рис. 5.11. Движение катка на наклонной плоскости

На какое расстояние *S* переместился центр катка, если в конце перемещения его скорость удвоилась.

*Решение*

Применим теорему об изменении кинетической энергии на конечном перемещении системы: $T - T_0 = \sum A(F_k)$. На каток действует сила тяжести $\vec{P}$, сила $\vec{F}$, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила $\vec{F}_{\text{сц}}$ сцепления диска с наклонной плоскостью (рис. 5.12). При перемещении центра катка на расстояние *S* вдоль наклонной плоскости работу совершают только сила $\vec{F}$: $A(\vec{F}) = F\cos 30° S$ и сила тяжести: $A(\vec{P}) = -Ph$, где *h* – перепад высот при перемещении центра масс катка. Работа реакции опоры и силы сцепления равна нулю.

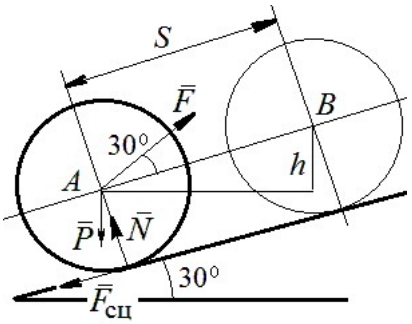


Рис. 5.12. Расчётная схема движения катка

Кинетическая энергия катка $T = \dfrac{1}{2}mV_A^2 + \dfrac{1}{2}J_{zA}\omega^2$, где $J_{zA}$ – момент инерции фигуры относительно оси *z*, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_{zA} = \dfrac{mr^2}{2}$. Выражая угловую скорость катка через

скорость центра масс $\omega = \dfrac{V_A}{r}$, с учётом выражения момента инерции катка, получим энергию катка в виде: $T = \dfrac{3}{4} m V_A^2$.

Составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии при перемещении центра катка на расстояние $S$: $\dfrac{3}{4} m V_B^2 - \dfrac{3}{4} m V_A^2 = F\cos 30° S - Ph$, где $V_A = V_0$ $V_B = 2V_0$, $F = 2P$, $h = S\sin 30°$.

Найдём искомое перемещение: $S = \dfrac{9V_0^2}{4g\left(2\cos 30° - \sin 30°\right)}$.

## Упражнения

Упражнение 5.1. Крановая тележка массы $m_1$ может перемещаться по горизонтальной балке без трения (рис. 5.13). В центре масс тележки закреплён трос длиной $l$, на другом конце которого привязан груз массы $m_2$. Трос может совершать колебательные движения в вертикальной плоскости. В начальный момент трос был в вертикальном положении. Определить горизонтальное перемещение тележки в зависимости от угла наклона троса. Весом троса пренебречь.

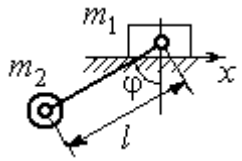


Рис. 5.13. Движение крановой тележки

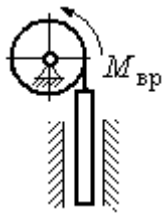


Рис. 5.14. Схема механизма лебёдки

Упражнение 5.2. К барабану лебёдки, поднимающей штангу, приложен вращающий момент, пропорциональный времени $M_{ВР} = kt$ (рис. 5.14). Штанга массы $m_1$ поднимается посредством каната, навитого на барабан массы $m_2$ и радиуса $r$. В начальный момент система находилась в покое. Определить угловую скорость барабана, считая его однородным диском.

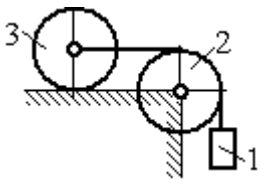


Рис. 5.15. Схема движения системы

Упражнение 5.3. Груз 1 массы $m_1$ подвешен на нерастяжимом тросе, другой конец которого переброшен через блок 2 и закреплён в центре масс катка 3 (рис. 5.15). Каток 3 катится по горизонтальной поверхности без проскальзывания. Блок 2 и каток 3 – однородные диски массы $m_2$ и $m_3$, радиуса $r$. В начальный момент система находилась в покое. Определить скорость груза, когда он опустится на высоту $h$, если к катку 3 приложен момент $M$.

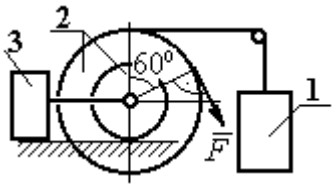


Рис. 5.16. Схема механизма катка

Упражнение 5.4. Механическая система включает два груза 1 и 3 одинакового веса $P$ и каток 2 весом $2P$, радиусом $R = 2r$ с цилиндрическим выступом радиусом $r$ (рис. 5.16). Каток катится выступом по неподвижной поверхности без проскальзывания. К катку по касательной к окружности приложена сила $F = 2P$ . Найти ускорение центра масс катка, если его радиус инерции относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения: $i_{zC} = r\sqrt{2}$.

## 5.4. Применение общих теорем динамики системы к описанию движений твёрдого тела

**Поступательное движение твердого тела** описывается дифференциальными уравнениями: $m\ddot{x} = \sum F^e_{kx}$, $m\ddot{y} = \sum F^e_{ky}$, $m\ddot{z} = \sum F^e_{kz}$ - или в алгебраической форме $ma_{Cx} = \sum F^e_{kx}$, $ma_{Cy} = \sum F^e_{ky}$, $ma_{Cz} = \sum F^e_{kz}$, где $m$ – масса тела; $\ddot{x} = a_{Cx}$, $\ddot{y} = a_{Cy}$, $\ddot{z} = a_{Cz}$ – проекции ускорения центра масс тела на координатные оси; $F^e_{kx}$, $F^e_{ky}$, $F^e_{kz}$ – проекции внешних сил.

**Вращательное движение твердого тела** относительно неподвижной оси $z$ описывается дифференциальным уравнением: $J_z \dfrac{d\omega}{dt} = \sum M_z(\vec{F}^e_k)$ или алгебраическим уравнением: $J_z\varepsilon = \sum M_z(\vec{F}^e_k)$, где $\omega$, $\varepsilon$ – угловая скорость и угловое ускорение тела; $\sum M_z(\vec{F}^e_k)$ – сумма моментов внешних сил относительно оси $z$; $J_z$ – момент инерции тела относительно оси $z$.

**Плоскопараллельное движение твердого тела** описывается уравнениями движения центра масс и вращательного движения тела относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения.

В проекции на координатные оси уравнения плоскопараллельного движения тела имеют вид:

$$ma_{Cx} = \sum F_{kx}^{e};\ ma_{Cy} = \sum F_{ky}^{e};\ J_{zC}\varepsilon = \sum M_{zC}(\vec{F}_k^{e}),$$

где $a_{Cx}$, $a_{Cy}$ – проекции ускорения центра масс тела; $F_{kx}^{e}$, $F_{ky}^{e}$ – проекции на оси координат внешних сил, действующих на тело; $J_{zC}$ – момент инерции тела относительно оси *z*, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения; $\varepsilon$ – угловое ускорение тела; $M_{zC}(\vec{F}_k^{e})$ – моменты внешних сил относительно оси, проходящей через центр масс.

Проводя динамический расчет механической системы, следует рассматривать движение каждого тела системы в отдельности, предварительно освободив его от связей и заменив их действие реакциями.

## Примеры решения задач на составление уравнений движения твердых тел

**Задача 59.** Лебёдка поднимает груз 1 массы $m_1 = 50$ кг посредством троса, переброшенного через блок 3 и навитого на барабан 2 массы $m_2 = 20$ кг, радиуса $r = 0{,}8$ м (рис. 5.17). К барабану приложен постоянный вращающий момент $M_{вр} = 480$ Н·м. Определить ускорение груза, натяжение троса и реакцию шарнира барабана 2. Весом троса и массой блока 3 пренебречь, барабан считать сплошным цилиндром.

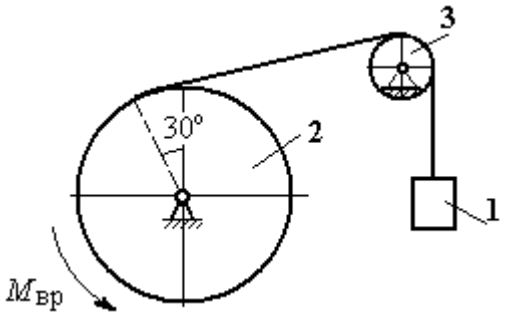


Рис. 5.17. Механизм лебёдки

*Решение*

Составим уравнение движения груза 1. Для этого освобождаем груз от связей, заменив действие троса реакцией. На груз действует сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция троса $\vec{H}_1$ (рис. 5.18). Выберем ось *x* по направлению движения груза. Уравнение движения груза в проекции на ось *x*: $m_1 a_1 = H_1 - P_1$.

Рассмотрим движение барабана 2. Освободим барабан от связей и заменим их действие реакциями.

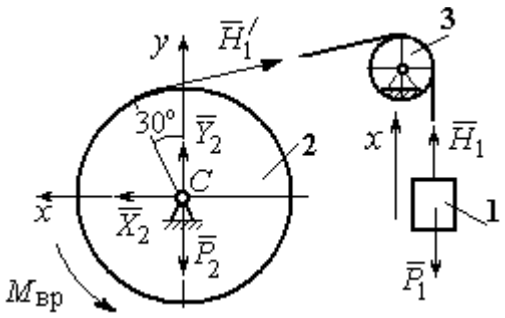


Рис. 5.18. Внешние силы и реакции, действующие на груз и барабан при движении системы

На барабан действует сила тяжести $\vec{P}_2$, пара сил с моментом вращения $M_{вр}$, реакция троса $\vec{H}_1'$ и реакция шарнира (на рис. 5.18 разложена на составляющие $\vec{X}_2$, $\vec{Y}_2$). Так как массой блока 3 пренебрегаем, то модули сил $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_1'$ равны. Направления действия сил и момента показаны на рис. 5.18.

Уравнение вращательного движения барабана относительно оси $z$: $J_z\varepsilon_2 = \sum M_z(F_k) = M_{вр} - H_1'r$, где момент инерции барабана $J_z = \dfrac{m_2 r^2}{2}$.

Продифференцируем по времени равенство $V_1 = \omega_2 r$ и выразим угловое ускорение барабана через ускорение груза 1. Получим $\varepsilon_2 = \dfrac{a_1}{r}$. Подставляя выражение углового ускорения в уравнение вращательного движения барабана с учётом равенства модулей сил $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_1'$, напишем уравнения движения барабана и груза в виде системы уравнений:

$$m_1 a_1 = H_1 - P_1, \;\; m_2 a_1 = \frac{2M_{вр}}{r} - 2H_1,$$

откуда находим $a_1$= 1,82 м/с$^2$, $H_1$ = 581,8 Н. Натяжение троса численно равно реакции.

Для определения реакции шарнира составим (формально) уравнение движения центра масс блока 2 в проекциях на оси $x$, $y$ (см. рис. 5.18):

$$m_2 a_{Cx} = X_2 - H_1'\cos 30^\circ = 0, \; m_2 a_{Cy} = Y_2 + H_1'\cos 60^\circ - P_2 = 0.$$

Отсюда $X_2 = 503{,}84$ Н, $Y_2 = -94{,}7$ Н, $R_2 = \sqrt{X_2^2 + Y_2^2} = 512{,}66$ Н.

**Задача 60.** Барабан весом $G$, радиусом $R$ имеет цилиндрический выступ радиусом $r$ (рис. 5.19). Барабан скатывается по наклонной плоскости с углом наклона 30°, опираясь на неё поверхностью выступа. К барабану приложены постоянные силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Сила $\vec{F}_1$ направлена по касательной к поверхности барабана. Сила $\vec{F}_2$ действует под углом 30° к диаметру барабана, перпендикулярному наклонной плоскости. В начальный момент времени барабан приведён в равновесие парой сил с моментом $M$.

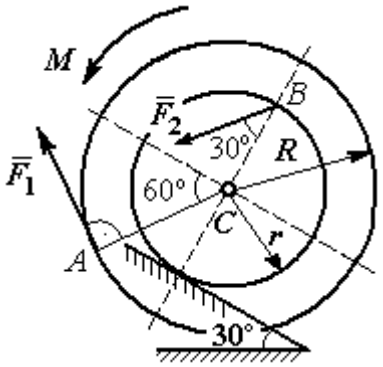


Рис. 5.19. Схема движения барабана по наклонной плоскости

Определить угловое ускорение барабана и закон движения центра масс, если в положении равновесия величину уравновешивающего момента увеличить в 1,2 раза. Исходные данные для решения задачи: $R$ = 0,6 м, $r$ = 0,2 м, $G$ = 100 Н, $F_1$ = 60 Н, $F_2$ = 25 Н, радиус инерции барабана $i_z$ = 0,4 м.

*Решение*

На барабан действуют силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, сила тяжести $\vec{G}$, пара сил с неизвестным моментом $M$, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила $\vec{F}_{сц}$ сцепления барабана с поверхностью. Сила сцепления приложена в точке $K$ касания выступа барабана с наклонной плоскостью и направлена вдоль неё (рис. 5.20).

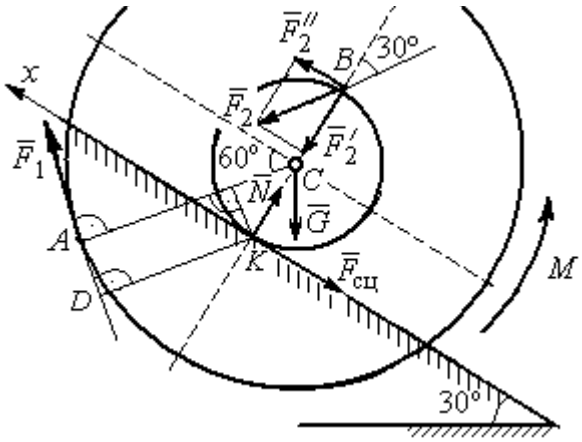


Рис. 5.20. Силы, действующие на барабан, во время движения

Для определения момента $M$, приводящего барабан в равновесие, запишем уравнение равно-

весия в виде равенства нулю моментов сил $\sum M_K(\vec{F}_k^e) = 0$ относительно точки *K*. Точка *K* выбрана с той целью, что в уравнение не будет входить момент неизвестной силы сцепления.

На рис. 5.20 показано разложение силы $\vec{F}_2$: $\vec{F}_2 = \vec{F}_2' + \vec{F}_2''$. Значения составляющих определяются как проекции: $F_2' = F_2\cos 30°$, $F_2'' = F_2\sin 30°$.

Применяя теорему Вариньона, вычислим момент силы $\vec{F}_2$ относительно точки *K*: $M_K(\vec{F}_2) = M_K(\vec{F}_2') + M_K(\vec{F}_2'') = F_2\sin 30° \cdot 2r$.

Момент силы $\vec{F}_1$ относительно точки *K*:

$$M_K(\vec{F}_1) = -F_1 \cdot KD = -F_1(R - r\cos 30°).$$

В результате уравнение моментов сил при равновесии барабана принимает вид

$$\sum M_K(\vec{F}_k^e) = -F_1(R - r\cos 30°) + F_2\sin 30° \cdot 2r - Gr\sin 30° + M = 0.$$

Подставляя сюда исходные данные задачи, находим величину уравновешивающего момента $M = 30{,}61$ Н·м. Направление момента показано дуговой стрелкой на рис. 5.20.

Увеличим значение момента *M*, удерживающего барабан в равновесии, в 1,2 раза: $M_1 = 1{,}2M$. Возникшее после этого качение барабана вверх по наклонной плоскости представляет собой плоскопараллельное движение, которое описывается с применением теорем о движении центра масс и об изменении кинетического момента.

Уравнение движения центра масс барабана в проекции на ось *x*, направленную вверх по наклонной плоскости, имеет вид:

$$m\ddot{x}_C = F_1\cos 30° + F_2\cos 60° - G\cos 60° - F_{\text{сц}},$$

где $x_C$ – координата центра масс барабана.

Применив теорему об изменении кинетического момента барабана относительно оси *z*, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости

движения и считая моменты сил положительными, если они создают вращение в сторону движущегося вверх барабана, выразим уравнение вращательного движения барабана вокруг оси $z$ в виде:

$$J_{zC}\ddot{\varphi} = -F_1 R + F_2 r\cos 60° + F_{\text{сц}} r + M_1,$$

где $\varphi$ – угол поворота барабана; $J_{zC}$ – момент инерции барабана, $J_{zC} = mi_z^2$; $i_z$ – радиус инерции. С учётом соотношения $\ddot{\varphi} = \dfrac{\ddot{x}_C}{r}$ получим уравнение:

$$m\ddot{x}_C\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right) = -F_1\left(\frac{R}{r} - \cos 30°\right) + 2F_2\cos 60° - G\cos 60° + \frac{M_1}{r}.$$

После подстановки данных задачи находим дифференциальное уравнение движения центра масс: $\ddot{x}_C = 0{,}6$. Дважды интегрируя его с нулевыми начальными условиями (так как движение началось из состояния покоя), находим закон движения центра масс: $x_C = 0{,}3t^2$ м. Из уравнения следует, что барабан движется в сторону положительного направления оси $x$.

Угловое ускорение барабана $\varepsilon = \ddot{\varphi} = \dfrac{\ddot{x}_C}{r} = 3$ рад/с$^2$.

**Задача 61.** Механизм (рис. 5.21) включает в себя груз 1, каток 2 и ступенчатый барабан 3, соединённых нерастяжимыми нитями. Движение механизма происходит из состояния покоя в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы

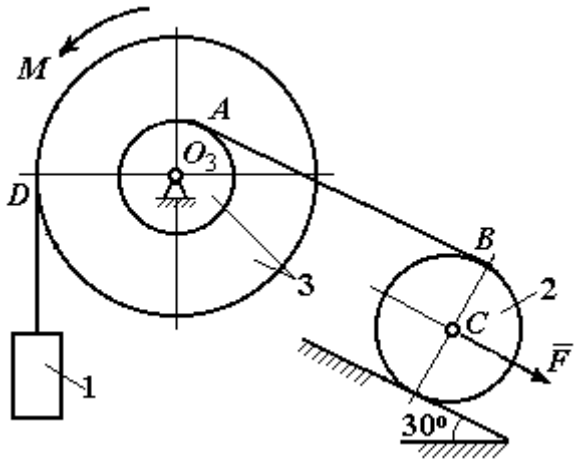


Рис. 5.21. Конструкция механической системы

$\vec{F}$, приложенной в центре масс катка 2, и пары сил с моментом $M$, приложенной к барабану 3. Качение катка 2 по наклонной плоскости с углом наклона к горизонту 30º происходит без проскальзывания.

Каток 2 считать однородным диском радиуса $R_2$. Радиусы ступеней барабана 3: $R_3$, $r_3$, радиус инерции барабана $i_3$.

Найти ускорение груза 1, силы натяжения нитей и динамическую реакцию шарнира барабана 3, если $P_1 = P_2 = 2P$; $P_3 = 3P$, $F = 3P$; $M = Pr$, $R_2 = 2r$; $R_3 = 3r$; $r_3 = r$; $i_3 = r\sqrt{3}$.

*Решение*

Рассмотрим движение каждого тела системы отдельно, предварительно освободив тела от связей и заменив их действие реакциями. На рис. 5.22 изображены силы, действующие на тела системы, после освобождения их от связей и направление движения каждого тела.

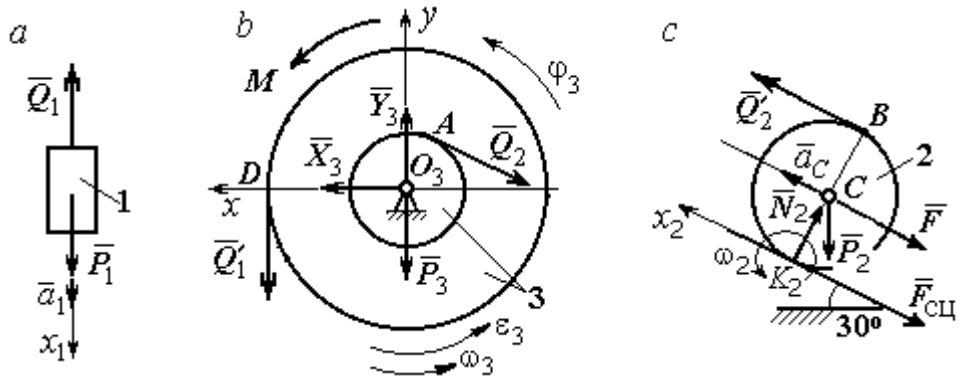



Рис. 5.22. Расчетные схемы для описания движения тел, входящих в систему

Допустим, груз движется вниз со скоростью $V_1$, ускорением $a_1$. К нему приложена сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция нити $\vec{Q}_1$ (рис. 5.22, *a*). Направим ось $x_1$ в сторону движения груза. Уравнение движения груза вдоль оси $x_1$ имеет вид:

$$m_1 a_1 = \sum F_{kx} = P_1 - Q_1 = 2P - Q_1 .$$

Барабан 3 вращается вокруг неподвижной оси $z$, проходящей через центр масс $O_3$. На диск 3 действует сила тяжести $\vec{P}_3$, реакция подшипника $\vec{R}_3$ (на

рис. 5.22, *b* показано разложение реакции на составляющие $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$), пара сил с моментом *M* и реакции нитей $\vec{Q}_1'$ и $\vec{Q}_2$.

При составлении уравнения вращательного движения барабана моменты сил относительно оси считаем положительными, если они создают поворот в сторону вращения барабана. Уравнение вращения барабана 3 имеет вид:

$$J_{zO_3}\varepsilon_3 = \sum M_{zO_3}(F_k) = Q_1'R_3 + M - Q_2r_3 = Q_1'3r + Pr - Q_2r,$$

Момент инерции барабана относительно оси *z*: $J_{zO_3} = m_3 i_3^2 = \dfrac{9Pr^2}{g}$;

Каток 2 совершает плоскопараллельное движение. К нему приложена сила тяжести $\vec{P}_2$, сила $\vec{F}$, реакция нити $\vec{Q}_2'$, нормальная реакция $\vec{N}_2$ наклонной плоскости и сила $\vec{F}_{\text{сц}}$ сцепления диска с поверхностью (рис. 5.22, *c*).

Выберем ось $x_2$ по направлению движения центра масс катка 2. Плоскопараллельное движение катка описывается уравнениями движения его центра масс в проекции на ось $x_2$ и вращения вокруг оси, походящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска:

$$m_2a_C = Q_2' - F - F_{\text{сц}} - P_2\cos 60^\circ = Q_2' - 3P - F_{\text{сц}} - P;$$

$$J_C\varepsilon_2 = Q_2'R_2 + F_{\text{сц}}R_2 = Q_2'2r + F_{\text{сц}}2r, \quad J_C = \frac{m_2R_2^2}{2}.$$

При составлении второго уравнения момент силы считается положительным, если он создаёт поворот в сторону вращения катка.

К системе четырех уравнений, описывающих движения тел в системе, необходимо добавить уравнения связей между ускорениями точек и угловыми ускорениями тел. Предположим, скорость центра масс катка 2 равна $V_C$ (см. рис. 5.22, *c*). Угловая скорость катка $\omega_2 = \dfrac{V_C}{CK_2} = \dfrac{V_C}{R_2}$, где $CK_2$ – расстояние от

центра масс катка 2 до его мгновенного центра скоростей. Продифференцировав по времени последнее равенство, получим: $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \dfrac{\dot{V}_C}{R_2} = \dfrac{a_C}{2r}$.

Скорость точки $B$ катка 2 $V_B = \omega_2 \cdot BK_2 = 2V_C$. Приравняв скорость точки $A$ к скорости точки $B$ (см. рис. 5.21), получим: $2V_C = V_B = V_A = \omega_3 r_3 = \omega_3 r$, откуда $\omega_3 = \dfrac{2V_C}{r}$. После дифференцирования найдём: $\varepsilon_3 = \dfrac{2a_C}{r}$.

Скорость груза 1 связана со скоростью центра масс катка 2 следующим образом: $V_1 = V_D = \omega_3 R_3 = \dfrac{2V_C}{r} 3r = 6V_C$. Тогда ускорение груза 1 $a_1 = 6a_C$.

После подстановки уравнений связи в уравнения движения с учётом равенства модулей сил $\vec{Q}_1'$ и $\vec{Q}_1$, а также $\vec{Q}_2$ и $\vec{Q}_2'$ получим систему:

$$\frac{12P}{g} a_C = 2P - Q_1; \quad \frac{18P}{g} a_C = 3Q_1 + P - Q_2,$$

$$\frac{2P}{g} a_C = Q_2 - 4P - F_{\text{сц}}; \quad \frac{P}{g} a_C = Q_2 + F_{\text{сц}},$$

откуда находим: $a_C = 0{,}09g$, $Q_1 = 0{,}92P$, $Q_2 = 2{,}14P$.

Динамические реакции $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, действующие на ось вращающегося барабана 3 (рис. 5.22, *b*), определяются из уравнений, которые можно получить, формально применив к барабану теорему о движении центра масс. Так как центр масс барабана 3 неподвижен, его ускорение равно нулю, $a_{O_3} = 0$. Тогда уравнения движения его центра масс в проекциях на оси $x$, $y$ имеют вид:

$$m_3 a_{O_3 x} = X_3 - Q_2 \cos 30^\circ = 0;$$

$$m_3 a_{O_3 y} = Y_3 - Q_1 - P_3 - Q_2 \cos 60^\circ = 0.$$

Подставляя значения $Q_1 = 0{,}92P$ и $Q_2 = 2{,}14P$, находим составляющие реакции оси барабана 3: $X_3 = Q_2 \cos 30^\circ = 1{,}85P$, $Y_3 = Q_1 + P_3 + Q_2 \cos 60^\circ = 4{,}98P$.

Полная величина реакции оси барабана 3: $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2} = 5{,}31P$.

**Задача 62.** Подъёмное устройство (рис. 5.23) состоит из однородного диска 1 массой $m_1$, радиусом $r_1$, ступенчатого диска 2 массой $m_2 = 3m_1$, радиусом $R_2 = 4r_1$ и радиусом ступеньки $r_2 = r_1$ и груза 3 массой $m_3 = 2m_1$. Система движется из состояния покоя в вертикальной плоскости под действием сил тяжести и пары сил с моментом $M = m_1 g r_1$, приложенной к диску 1. Определить ускорение груза 3 и натяжение нити груза 3, если радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, походящей через центр масс, перпендикулярно плоскости диска 2, $i_{2C} = 2r_1$.

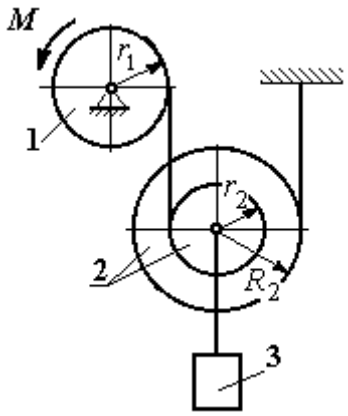


Рис. 5.23. Конструкция подъёмного устройства

Решение задачи осуществить с применением теоремы об изменении кинетической энергии системы и проверить его методом динамического расчёта, составляя уравнения движения тел, входящих в систему.

*Решение*

**1**. Для неизменяемой системы (состоящей из абсолютно твёрдых тел, соединённых нерастяжимыми нитями), движущейся из состояния покоя, теорема об изменении кинетической энергии на конечном перемещении имеет вид $T = \sum A(\vec{F}_k^e)$. Схема движения механизма в предположении, что груз 3 опускается, показана на рис. 5.24.

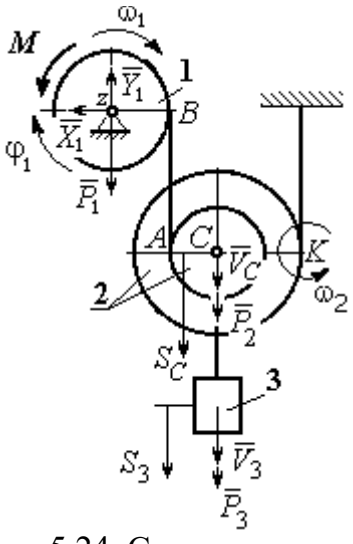


Рис. 5.24. Схема движения механизма

Диск 1 вращается вокруг неподвижной оси $z$. Кинетическая энергия диска 1: $T_1 = \dfrac{J_{1z}\omega_1^2}{2}$, где момент инерции диска $J_{1z} = \dfrac{m_1 r_1^2}{2}$.

У диска 2 плоскопараллельное движение. Кинетическая энергия диска 2: $T_2 = \frac{m_2 V_C^2}{2} + \frac{J_{2C}\omega_2^2}{2}$, где $V_C$ – скорость центра масс диска 2. Момент инерции диска 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно движению диска, $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$.

Кинетическая энергия груза 3: $T_3 = \frac{m_3 V_3^2}{2}$.

Энергия механизма равна сумме энергий тел, входящих в систему:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{J_{1z}\omega_1^2}{2} + \frac{m_2 V_C^2}{2} + \frac{J_{2C}\omega_2^2}{2} + \frac{m_3 V_3^2}{2}.$$

Выразим угловые скорости дисков 1 и 2 и скорость центра масс диска 2 через скорость груза 3.

Скорость центра масс диска 2 равна скорости груза 3, $V_C = V_3$. Угловая скорость диска 2 $\omega_2 = \frac{V_C}{CK} = \frac{V_3}{R_2}$, где $CK$ – расстояние от центра диска 2 до его мгновенного центра скоростей.

Скорость точки $B$ нити равна скорости точки $A$. Из равенства $\omega_1 r_1 = \omega_2 (R_2 + r_2)$ найдём: $\omega_1 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1}\omega_2 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1}\frac{V_3}{R_2}$.

Подставляя найденные зависимости в выражение энергии системы, получим кинетическую энергию механизма:

$$T = \frac{V_3^2}{2}\left[\frac{m_1}{2}\left(1 + \frac{r_2}{R_2}\right)^2 + m_2\left(1 + \frac{i_{2C}^2}{R_2^2}\right) + m_3\right] = \frac{209}{64} m_1 V_3^2.$$

Во время движения механизма работу совершают силы тяжести $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и пара сил с моментом $M$. Перемещения $S_C$ и $S_3$ точек приложения сил $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и угол $\varphi_1$ поворота диска 1 показаны на рис. 5.24.

Сумма работ сил $\sum A(\vec{F}_k^e) = P_3 S_3 + P_2 S_C - M\varphi_1$. Работа момента отрицательная, так как заданное направление момента противоположно выбранному направлению вращения колеса 1.

Выразим перемещение центра масс диска 2 и угол поворота диска 1 через перемещение груза 3. Проинтегрировав равенство скоростей $V_3 = V_C$, получим равенство перемещений: $S_3 = S_C$. Аналогично, из равенства $\omega_1 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1}\frac{V_3}{R_2}$ следует соотношение $\varphi_1 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1}\frac{S_3}{R_2}$.

В итоге суммарная работа внешних сил в механизме:

$$\sum A(\vec{F}_k^e) = \left[ P_3 + P_2 - M\frac{(r_2 + R_2)}{r_1 R_2} \right] S_3 = \frac{15}{4} m_1 g S_3 .$$

Составляя уравнение теоремы об изменении кинетической энергии системы, получим равенство:

$$\frac{209}{64} m_1 V_3^2 = \frac{15}{4} m_1 g S_3 \text{ или } V_3^2 = \frac{240}{209} g S_3 .$$

Продифференцируем последнее равенство. Получим: $2V_3 \frac{dV_3}{dt} = \frac{240}{209} g \frac{dS_3}{dt}$.

Так как $\frac{dS_3}{dt} = V_3$, а $\frac{dV_3}{dt} = a_3$, находим ускорение груза 3: $a_3 = \frac{120}{209} g$ м/с$^2$.

Для того чтобы найти натяжение нити груза 3, необходимо написать уравнение его движения. Выделим груз 3 из системы, заменив действие нити её реакцией $H_3$. Выберем ось $x$ по направлению движения груза. Применим к описанию движения груза теорему о движении центра масс, написав её проекцию на ось $x$: $m_3 a_3 = P_3 - H_3$, где $H_3$ –реакция нити. При известном ускорении $a_3$ находим реакцию нити $H_3 = \frac{178}{209} m_1 g$. Натяжение нити численно равно реакции, но направлено в противоположную сторону.

**2**. Для решения задачи вторым способом – путём составления уравнений движения тел, входящих в состав механизма, освободим тела от связей и заменим их реакциями. На рис. 5.25 изображены силы и реакции, действующие на каждое тело, после освобождения его от связей, а также направления угловых ускорений тел и ускорения центров масс.

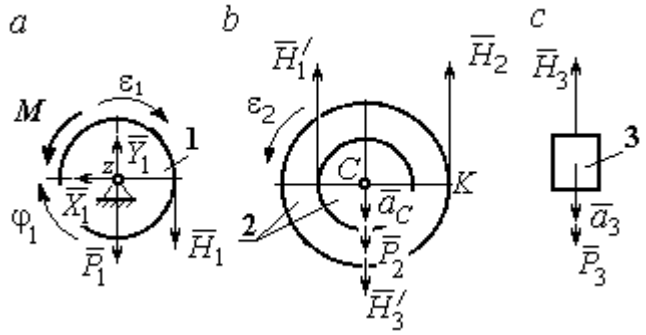


Рис. 5.25. Внешние силы и реакции связей, действующие на тела системы

Диск 1 вращается вокруг неподвижной оси *z*. На диск действует сила тяжести $\vec{P}_1$, реакция подшипника $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$, пара сил с моментом *M* и реакция нити $\vec{H}_1$. Вращение диска описывается уравнением: $J_{1z}\varepsilon_1 = \sum M_z(F_k) = H_1 r_1 - M$. Момент инерции диска 1 относительно оси *z*, $J_{1z} = \dfrac{m_1 r_1^2}{2}$.

Диск 2 (рис. 5.25, *b*) совершает плоскопараллельное движение. К нему приложена сила тяжести $\vec{P}_2$ и реакции нитей $\vec{H}_1'$, $\vec{H}_2$ и $\vec{H}_3'$. Плоскопараллельное движение диска 2 описывается уравнением движения его центра масс в проекции на вертикальную ось и уравнением вращения диска вокруг оси, походящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска:

$$m_2 a_C = P_2 - H_1' - H_2 + H_3'; \;\; J_{2C}\varepsilon_2 = H_2 R_2 - H_1' r_2 .$$

Момент инерции диска 2 $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$. При составлении уравнения вращательного движения диска 2 момент силы считается положительным, если он создаёт поворот в сторону вращения диска.

Груз 3 совершает поступательное движение. К нему приложены сила тяжести $\vec{P}_3$ и реакция нити $\vec{H}_3$ (рис. 5.25, *c*). Уравнение движения груза 3 в проекции на вертикальную ось, направленную в сторону его движения, имеет вид:

$$m_3 a_3 = P_3 - H_3 ,$$

Выразим угловые ускорения дисков 1 и 2 и ускорение центра масс диска 2 через ускорение груза 3. Для этого нужно продифференцировать соответствующие кинематические соотношения между скоростями. Так, из найденных ранее выражений: $V_3 = V_C$, $\omega_2 = \dfrac{V_3}{R_2}$, $\omega_1 = \dfrac{(r_2 + R_2)}{r_1}\dfrac{V_3}{R_2}$ следует: $a_3 = a_C$, $\varepsilon_2 = \dfrac{a_3}{R_2}$, $\varepsilon_1 = \dfrac{(r_2 + R_2)}{r_1}\dfrac{a_3}{R_2}$.

Подставляя кинематические соотношения между ускорениями в уравнения движения тел с учётом равенства модулей сил $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_1'$, а также $\vec{H}_3$ и $\vec{H}_3'$, получим систему уравнений, описывающих движение звеньев механизма:

$$\frac{5}{8}m_1 a_3 = H_1 - m_1 g;\ \ 3m_1 a_3 = 3m_1 g - H_1 - H_2 + H_3;$$

$$3m_1 a_3 = 4H_2 - H_1;\ \ 2m_1 a_3 = 2m_1 g - H_3.$$

Решая систему, найдём $a_3 = \dfrac{120}{209}g$ м/с$^2$, $H_3 = \dfrac{178}{209}m_1 g$. Выражения ускорения $a_3$ груза 3 и натяжения нити $H_3$ совпадают с аналогичными выражениями, полученными в пункте 1 при решении данной задачи с применением теоремы об изменении кинетической энергии.

## Упражнения

Упражнение 5.5. Система состоит из двух катков 1 и 2, соединённых невесомым стержнем (рис. 5.26). Каток 1 весом $P$, радиуса $r$. Каток 2 весом $2P$, радиуса $3r$ имеет цилиндрический выступ радиуса $r$. Невесомый стержень, параллельный плоскости качения катков, закреплён в центре катка 1 и передаёт движение катка 1 катку 2 в верхней точке вертикального диаметра цилиндрического выступа без проскальзывания. Качение катков без скольжения. К катку 1 приложена пара сил с моментом $M = 4Pr$. В центре масс катка 2 приложена сила $F = 2P$. Радиус инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр катка перпендикулярно плоскости движения, $i_2 = r\sqrt{2}$. Найти ускорение центра масс катка 1 и реакцию стержня.

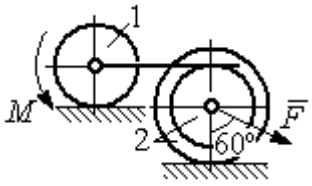


Рис. 5.26. Система катков

Упражнение 5.6. С помощью подъёмного устройства (рис. 5.27) производится подъём груза 1. Нить, закреплённая одним концом на неподвижной поверхности, спускается, охватывает снизу блок 2 массы $m_2 = m$, радиуса $r$, затем поднимается и проходит параллельно горизонтальной плоскости, где к концу её привязан груз 3 массы $m_3 = m$, передвигающийся по плоскости под действием силы $F = 2{,}5mg$. Нити, удерживающие блок 2, вертикальны. Груз 1 массы $m_1 = 3m$ прикреплён к оси блока 2. Найти ускорение груза 1 и натяжения нитей, удерживающих блок 2.

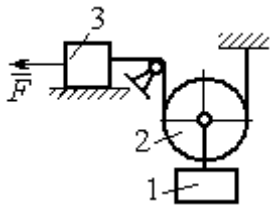


Рис. 5.27. Подъёмное устройство

Упражнение 5.7. Груз 1 массы $m_1 = m$, спускается вниз по наклонной плоскости без трения (рис. 5.28). Нить, прикреплённая к грузу 1, другим своим концом намотана на барабан катка 2 радиуса $R = 2r$ и при движении груза заставляет барабан катиться по горизонтальной поверхности цилиндрическим выступом радиуса $r$. Качение происходит без проскальзывания. К центру катка привязана другая нить, посредством которой каток тащит за собой груз 3 массы $m_3 = 2m$, скользящий по горизонтальной поверхности без трения. Масса катка $m_2 = 3m$, радиус инерции катка относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения $i_2 = r\sqrt{3}$. По касательной к ободу катка 2 приложена сила $F = mg$ (точка приложения силы см. рис. 5.28). Определить ускорение груза 1 и натяжения нитей.

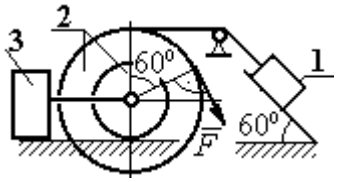


Рис. 5.28. Схема движения механической системы

# 6. ПРИНЦИПЫ МЕХАНИКИ

## 6.1. Принцип Даламбера для системы

**Силой инерции** материальной точки называют векторную величину, модуль которой равен произведению массы точки на модуль её ускорения. Направлен вектор силы инерции точки в сторону, противоположную ускорению $\vec{R}^{\text{и}} = -m\vec{a}$, где $m$ – масса точки; $\vec{a}$ – вектор ускорения точки.

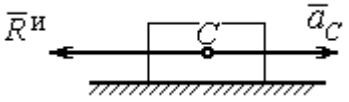


Рис. 6.1. Главный вектор сил инерции при поступательном движении твердого тела

При поступательном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ главный вектор сил инерции $\vec{R}^{\text{и}}$ по модулю $R^{\text{и}} = ma_C$, приложен в центре масс тела и направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$ (рис. 6.1).

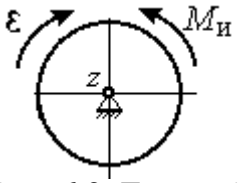


Рис. 6.2. Главный момент сил инерции при вращении тела вокруг оси, проходящей через центр масс

При вращении тела вокруг неподвижной оси $z$, проходящей через центр масс, главный вектор сил инерции обращается в нуль. Главный момент $\vec{M}^{\text{и}}$, сил инерции относительно оси вращения равен по величине $M^{\text{и}} = J_z\varepsilon$, где $J_z$ – момент инерции тела относительно оси $z$; $\varepsilon$ – угловое ускорение тела. Направлен главный момент сил инерции в сторону, противоположную угловому ускорению (рис. 6.2).

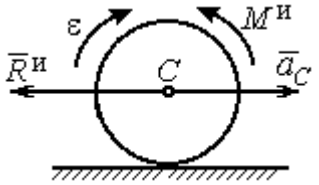


Рис. 6.3. Главный вектор и главный момент сил инерции при плоскопараллельном движении твердого тела

При плоскопараллельном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ и угловым ускорением $\varepsilon$ главный вектор сил инерции $\vec{R}^{\text{и}}$ равен по модулю $R^{\text{и}} = ma_C$, приложен в центре масс тела и направлен в сторону, противоположную ускорению центра масс $\vec{a}_C$ (рис. 6.3). Главный момент сил инерции $\vec{M}^{\text{и}}$ относи-

тельно оси, проходящей через центр масс тела перпендикулярно плоскости движения: $M^{и} = J_C\varepsilon$, где $J_C$ – момент инерции тела относительно оси вращения, и направлен в сторону, противоположную угловому ускорению.

Если в любой момент времени к каждой из точек системы кроме действующих на нее внешних сил присоединить соответствующие силы инерции, то полученная система сил будет уравновешенной.

**Принцип Даламбера** даёт возможность составлять уравнения движения механической системы в виде уравнений равновесия (метод кинетостатики):

$$\sum \vec{F}_k^e + \vec{R}^{и} = 0,\ \sum \vec{M}_O(\vec{F}_k^e) + \vec{M}_O^{и} = 0,$$

где $\vec{F}_k^e$ –внешние силы, действующие на систему; $\vec{R}^{и}$ – главный вектор сил инерции; $\vec{M}_O(\vec{F}_k^e)$, $\vec{M}_O^{и}$ – моменты внешних сил и главный момент сил инерции относительно произвольного центра *O*.

### Примеры решения задач на применение принципа Даламбера

**Задача 63**. Груз 1 массы $m_1$ = 10 кг спускается вниз по наклонной грани клина, образующей угол 60º с горизонтом, и посредством нити, переброшенной через блок 2, укреплённый в верхней точке клина, приводит в движение груз 3 массы $m_3$ = 5 кг (рис. 6.4). Клин *ABC* массы $m_4$ = 15 кг стоит гранью *AC* на горизонтальной гладкой поверхности и упирается в выступ *E*.

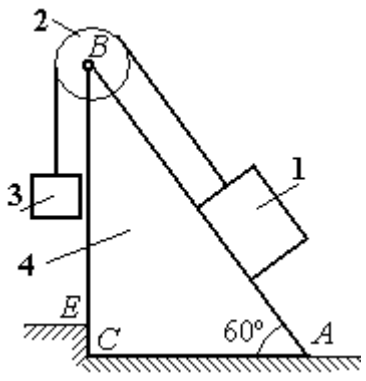


Рис. 6.4. Клин с грузами

Найти давление клина на выступ. Массой блока 2 и нити пренебречь.

*Решение*

Выберем систему, состоящую из клина *ABC*, блока 2, грузов 1 и 3 и нити, соединяющей грузы. Внешние силы, действующие на систему, – силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_3$ и $\vec{P}_4$ грузов 1, 3 и клина 4, горизонтальная реакция $\vec{R}_x$ упора клина в вы-

ступ и вертикальная реакция $\vec{R}_y$ опоры на горизонтальную поверхность. Реакция нити, реакция опоры груза 1 на наклонную поверхность клина и реакция шарнира *B* блока 2 для данной системы являются внутренними.

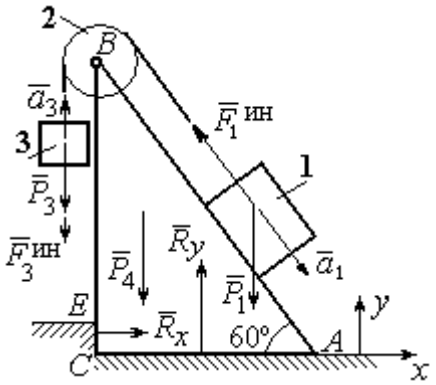


Рис. 6.5. Внешние силы и силы инерции, действующие на систему

Допустим, груз 1 движется вниз, груз 3 – вверх. Приложим силы инерции. Направления ускорений грузов и сил инерции показаны на рис. 6.5.

В соответствии с принципом Даламбера, полученная система сил находится в равновесии. Условие равновесия: $\sum \vec{F}_k^e + \vec{F}_1^{ин} + \vec{F}_3^{ин} = 0$.

Выберем оси *xy,* как показано на рис. 6.5, и спроектируем векторное равенство на ось *x*. Получим: $R_x - F_1^{ин}\cos 60^\circ = 0$, где модуль силы инерции $F_1^{ин} = m_1 a_1$.

Найдём ускорение груза 1. С этой целью рассмотрим отдельно движение грузов 1 и 3 (рис. 6.6 *a*, *b*).

Рассматривая груз 1 как отдельную систему, изобразим внешние силы: силу тяжести $\vec{P}_1$, реакцию нити $\vec{T}'$ и реакцию опоры $\vec{N}$ (см. рис. 6.6, *b*). Присоединим силу инерции $\vec{F}_1^{ин}$ и составим уравнение равновесия полученной системы сил в проекции на ось *x*, расположенную вдоль наклонной грани клина: $P_1 \sin 60^\circ - T' - F_1^{ин} = 0$, где $F_1^{ин} = m_1 a_1$.

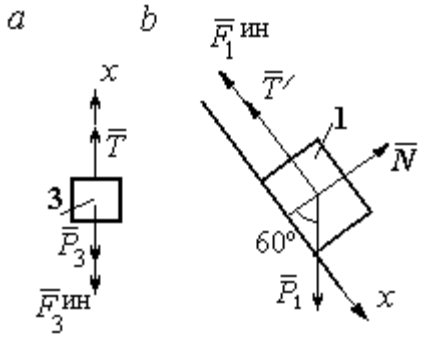


Рис. 6.6. Равновесие грузов

Для груза 3 внешними силами будут сила тяжести $\vec{P}_3$ и реакция нити $\vec{T}$. Присоединим к грузу 3 силу инерции $\vec{F}_3^{ин}$ (см. рис. 6.6, *a*) и составим уравне-

ние равновесия системы сил в проекции на ось *x*, выбранную по направлению движения груза 3: $T - P_3 - F_3^{\text{ин}} = 0$, где модуль силы инерции $F_3^{\text{ин}} = m_3 a_3$.

Решая полученную систему с учётом, что модули реакций нити и модули ускорений грузов равны: $T = T'$ и $a_1 = a_3$, находим ускорение грузов. Получим: $a_1 = a_3 = \dfrac{(m_1 \sin 60^\circ - m_3)g}{m_1 + m_3}$. Тогда давление клина на уступ:

$$R_x = F_1^{\text{ин}} \cos 60^\circ = m_1 g \frac{(m_1 \sin 60^\circ - m_3)}{(m_1 + m_3)} \cos 60^\circ .$$

Подставляя данные из условия задачи, найдём $R_x$ = 11,97 Н.

**Задача 64.** Для подъёма грузов используется лебёдка со ступенчатым воротом, изображённая на рис. 6.7. Радиусы большой и малой ступенек барабана ворота $r_1$ и $r_2$, радиус инерции барабана относительно оси вращения $i_3$. Лебёдка установлена на горизонтальной балке *AB*, которая закреплена в точке *A* на неподвижном цилиндрическом шарнире и опирается на каток в точке *B*. Груз 1 поднимается на верёвке, навитой на большую ступеньку ворота. На малой ступеньке барабана ворота закреплена другая верёвка, удерживающая противовес 2. К барабану лебёдки приложен постоянный вращающий момент $M_{\text{вр}}$.

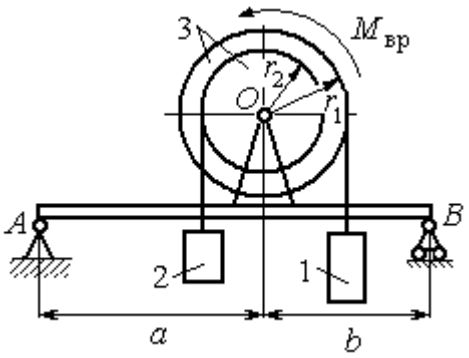


Рис. 6.7. Лебёдка на балке

Найти реакции опор балки во время движения груза, если радиусы ступенек барабана $r_1$ = 0,8 м, $r_2$ = 0,2 м, радиус инерции барабана относительно оси вращения $i_3$ =0,6 м, масса груза 1 $m_1$ = 100 кг, противовеса 2 $m_2$ =30 кг, масса барабана $m_1$ = 50 кг, величина вращающего момента $M_{\text{вр}}$ = 1050 Н·м, расстояния от крайних точек балки *A* и *B* до линии вертикального диаметра барабана *a* = 2 м, *b* = 1 м.

*Решение*

Выберем систему, включающую только барабан 3, грузы 1 и 2 и нити, связывающие грузы с барабаном (рис. 6.8). Внешние силы, действующие на эту систему, – пара сил, создающая вращающий момент $M_{\text{вр}}$, силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ грузов 1, 2 и барабана 3 и реакция $\vec{R}_O$ опоры барабана на шарнир в точке $O$. Натяжения нитей для данной системы являются внутренними и на рис. 6.8 не показаны.

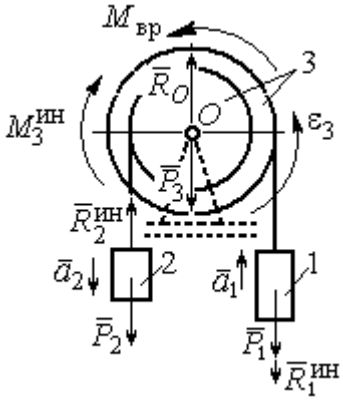



Рис. 6.8. Расчётная схема равновесия барабана

Приложим силы инерции. Направления главных векторов сил инерции $\vec{R}_1^{\text{ин}}$, $\vec{R}_2^{\text{ин}}$ и момента сил инерции $M_3^{\text{ин}}$ показаны на рис. 6.8.

Согласно принципу Даламбера, полученная система внешних сил и сил инерции является уравновешенной. Составим уравнения равновесия:

$$R_O + R_2^{\text{ин}} - P_2 - P_3 - P_1 - R_1^{\text{ин}} = 0;\ \ M_{\text{вр}} - M_3^{\text{ин}} - R_2^{\text{ин}} r_2 + P_2 r_2 - P_1 r_1 - R_1^{\text{ин}} r_1 = 0,$$

где $R_1^{\text{ин}} = m_1 a_1$, $R_2^{\text{ин}} = m_2 a_2$, $M_3^{\text{ин}} = J_{3O}\varepsilon_3$, $J_{3O} = m_3 i_3^2$.

Из второго уравнения с учётом кинематических соотношений: $\varepsilon_3 = \dfrac{a_1}{r_1}$ и $a_2 = \dfrac{r_2}{r_1} a_1$, найдём ускорение груза 1: $a_1 = \dfrac{r_1(M_{\text{вр}} + P_2 r_2 - P_1 r_1)}{m_3 i_3^2 + m_2 r_2^2 + m_1 r_1^2}$. Подставляя данные задачи, получим $a_1$ = 3,49 м/с$^2$.

Вычислим модули сил инерции $R_1^{\text{ин}} = m_1 a_1$=349 Н; $R_2^{\text{ин}} = m_2 a_2$ = 26,17 Н.

Подставляя модули сил инерции в первое уравнение условий равновесия, найдём реакцию опоры барабана на шарнир $O$:

$$R_O = -R_2^{\text{ин}} + P_2 + P_3 + P_1 + R_1^{\text{ин}} = 2088{,}63 \text{ Н}.$$

Для определения реакций опор балки $AB$ выберем объектом равновесия саму балку (рис. 6.9). На балку действуют сила $\vec{R}'_O$ давления со стороны шарнира $O$, реакция шарнира в точке $A$ (на рис. 6.9 разложенная на составляющие $\vec{R}_{Ax}$, $\vec{R}_{Ay}$) и реакция $\vec{R}_{By}$ опоры балки на шарнир в точке $B$. Составим уравнения равновесия балки:

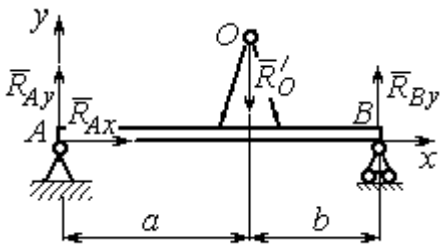


Рис. 6.9. Равновесие балки

$$\sum F_x = R_{Ax} = 0,\ \sum F_y = R_{Ay} - R'_O + R_{By} = 0,$$

$$\sum M_A(F) = R_{By}(a+b) - R'_O a = 0.$$

Решая систему с учётом того, что модули сил $\vec{R}'_O$ и $\vec{R}_O$ равны, найдём реакции опор балки: $R_{By} = R_O \dfrac{a}{a+b} = 1392{,}42$ Н; $R_{Ay} = R_O - R_{By} = 696{,}21$ Н.

Для сравнения реакции опор балки при неподвижном барабане $R_{By} = 1419{,}18$ Н, $R_{Ay} = 346{,}62$ Н.

### Упражнение

Упражнение 6.1. Груз 1 соединён с грузом 2 нерастяжимой нитью, переброшенной через неподвижный блок (рис. 6.10). Опускаясь вниз, груз 2 перемещает груз 1 по горизонтальной поверхности призмы 3 без трения. Призма стоит на горизонтальной гладкой поверхности и упирается левым краем в выступ. Определить силу давления призмы на пол, если массы грузов 1, 2 и призмы 3 одинаковы и равны $m$. Массой нити и блока пренебречь.

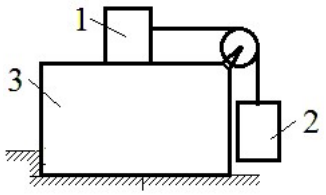


Рис. 6.10. Схема движения грузов в системе

## 6.2. Принцип возможных перемещений

**Возможными перемещениями** механической системы называют любую совокупность элементарных (бесконечно малых) перемещений точек системы из занимаемого в данный момент времени положения, которые допускаются всеми наложенными на систему связями.

**Идеальными связями** в механической системе называют такие связи, для которых сумма элементарных работ их реакций на любом возможном перемещении равна нулю.

**Принцип возможных перемещений**.

Если все приложенные к точкам системы внешние и внутренние силы разделить на **активные силы** и **реакции связей**, то для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма элементарных работ всех активных сил была равна нулю на любом возможном перемещении системы: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = 0$.

## Примеры решения задач на применение принципа возможных перемещений

**Задача 65**. В талевом механизме барабан 1 состоит из двух соосных жестко связанных валов (рис. 6.11). При поднятии груза верхний трос барабана 1 наматывается на вал большего радиуса $R_1$, нижний – сматывается с вала меньшего радиуса $r_1$.

Какой вращающий момент $M$, постоянный по величине, нужно приложить к барабану, чтобы уравновесить груз весом $P$, прикреплённый в центре блока 4. Массами блоков и троса пренебречь.

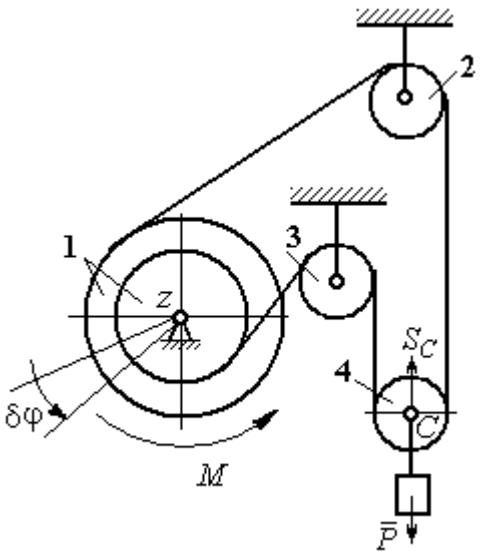



Рис. 6.11. Уравновешивание талевого механизма

*Решение*

Активными силами в системе являются сила тяжести груза $\vec{P}$ и уравновешивающий момент $M$. По принципу возможных перемещений для равновесия системы необходимо и достаточно выполнения условия:

$$\delta A(M) + \delta A(\vec{P}) = 0, \text{ или } M\delta\varphi_1 - P\delta S_C = 0.$$

где $\delta\varphi_1$ и $\delta S_C$ – возможные перемещения барабана и груза.

Найдём связь между перемещениями $\delta\varphi_1$ и $\delta S_C$. Предположим, в механизме осуществляется подъём груза. На рис. 6.12 показано построение мгновенного центра скоростей блока 4 – точки *K*. Здесь скорость точки *A* блока 4 (рис. 6.12) равна скорости точек обода малого вала барабана 1, а скорость точки *B* – скорости точек обода большого вала. Составим пропорцию $\frac{V_B}{V_A}=\frac{BK}{AK}=\frac{r_4+CK}{r_4-CK}$, где $r_4$ – радиус блока 4 (см. рис.6.12). Подставляя выражения для скоростей точек *A* и *B* $V_A=\omega_1 r_1$, $V_B=\omega_1 R_1$, найдём расстояние: $CK=\frac{(R_1-r_1)r_4}{R_1+r_1}$.

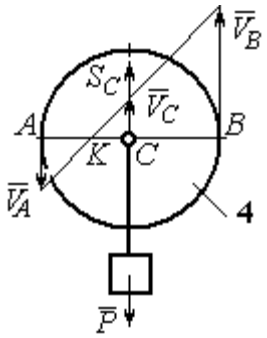


Рис. 6.12. Распределение скоростей точек блока 4

Угловая скорость блока 4 $\omega_4=\frac{V_B}{r_4+CK}=\frac{\omega_1(R_1+r_1)}{2r_4}$. Скорость его центра: $V_C=\omega_4\cdot CK=\frac{\omega_1(R_1-r_1)}{2}$. Выразим соотношение между скоростью точки *C* и угловой скоростью барабана 1 в дифференциальной форме: $dS_C=d\varphi_1\frac{(R_1-r_1)}{2}$. Поскольку действительное перемещение является одним из возможных (т. е. $ds=\delta s$, $d\varphi=\delta\varphi$), получим связь между возможными перемещениями барабана 1 и груза: $\delta S_C=\frac{\delta\varphi_1(R_1-r_1)}{2}$.

Подставляя найденное соотношение в уравнение принципа возможных перемещений, представим его в окончательном виде: $M\delta\varphi_1-P\frac{\delta\varphi_1(R_1-r_1)}{2}=0$, откуда найдём значение уравновешивающего момента: $M=\frac{P(R_1-r_1)}{2}$.

**Задача 66.** Брус 1 весом $P_1 = P$ лежит на цилиндрическом катке 2 и на блоке 3 одинаковых радиусов $r$, и одинакового веса $P_2 = P_3 = 2P$ (рис. 6.13). Каток 2 катится без проскальзывания по наклонной плоскости с углом наклона 30º к горизонту. Блок 3 вращается вокруг неподвижной оси $z$ и к нему приложена пара сил с моментом $M = Pr$. Каток и блок расположены так, что брус 1 параллелен наклонной плоскости.

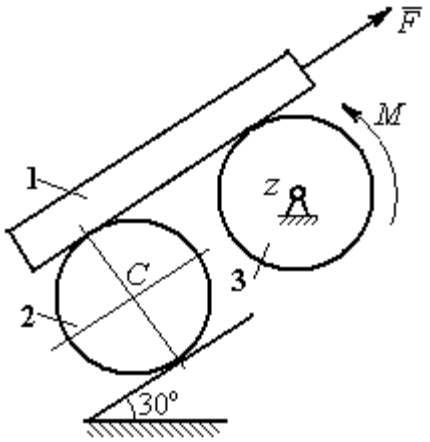


Рис. 6.13. Равновесие механической системы

Какую силу $F$, параллельную наклонной плоскости, нужно приложить к брусу 1, чтобы удержать его в равновесии. Скольжение между брусом и катком, брусом и блоком отсутствует.

*Решение*

Рассмотрим механизм, состоящий из бруса 1, катка 2 и блока 3. Активными силами, действующими на механизм, являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$ бруса, катка и блока, пара сил с моментом $M$, приложенная к блоку 3, и сила $\vec{F}$, приложенная к брусу. Связи в механизме идеальные, так как работа реакции $\vec{N}_2$ опоры катка 2 на плоскость, работа силы $\vec{F}_{сц}$ сцепления катка с плоскостью и работа реакции шарнира блока 3 при любом перемещении системы равны нулю. Направления векторов сил в системе показаны на рис. 6.14.

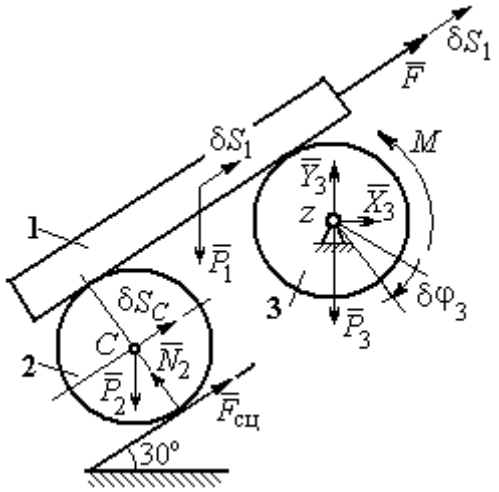


Рис. 6.14. Расчётная схема применения принципа возможных перемещений

Придадим системе возможное перемещение, сдвинув брус 1 на расстояние $\delta S_1$ вдоль линии действия силы $\vec{F}$, вверх по наклонной плоскости. Тогда

центр катка 2 переместится на расстояние $\delta S_C$, а блок 3 повернётся на элементарный угол $\delta\varphi_3$ (см. рис. 6.14).

Для определения условий равновесия применим к системе принцип возможных перемещений. Получим уравнение:

$$-P_1\delta S_1\cos 60^\circ - P_2\delta S_C\cos 60^\circ - M\delta\varphi_3 + F\delta S_1 = 0.$$

Выразим все перемещения через перемещение бруса $\delta S_1$. Допустим, скорость бруса равна $V_1$. Тогда $V_C = \dfrac{V_1}{2}$, и, следовательно, $\delta S_C = \dfrac{\delta S_1}{2}$.

Угловая скорость блока 3 $\omega_3 = \dfrac{V_1}{r}$, отсюда $\delta\varphi_3 = \dfrac{\delta S_1}{r}$.

Подставляя найденные соотношения в уравнение принципа возможных перемещений с учётом данных задачи, находим $F = 2P$.

**Задача 67.** Уравновешивание роликового катка 3 с противовесом 1 осуществляется с помощью пары сил с моментом *M*, приложенных к блоку 2. Каток состоит из двух соосных жестко связанных дисков (рис. 6.15) радиусов *r* и *R* = 2*r* с общей массой 3*m*. Масса груза 1 равна *m*. При движении каток катится без скольжения по вертикальной поверхности, касаясь её диском меньшего радиуса. Вертикальная пружина с закреплённым верхним концом своим нижним концом удерживает каток за центр масс. Жесткость пружины $c = mg / r$.

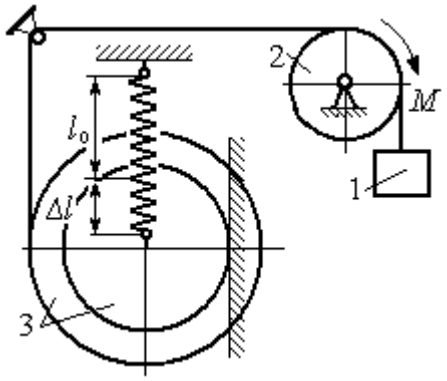


Рис. 6.15. Уравновешивание роликового катка

Какой величины уравновешивающий момент *M* приложен к блоку 2, если при равновесии катка пружина растянулась относительно недеформированного состояния на величину $\Delta l = r$.

*Решение*

Рассмотрим механическую систему, состоящую из груза 1, блока 2 и катка 3. Активными силами, действующими на механизм, являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$ – груза, блока и катка, пара сил с моментом $M$, приложенная к блоку 2, и сила $\vec{F}_{\text{упр}}$ упругости пружины, приложенная к центру катка. Реакциями связей в механизме являются: сила $\vec{F}_{\text{сц}}$ сцепления катка с плоскостью и реакция $\vec{R}_2$ шарнира блока 2. Реакция $\vec{N}_2$ опоры катка 2 на вертикальную плоскость равна нулю (на рис. 6.16 не показана).

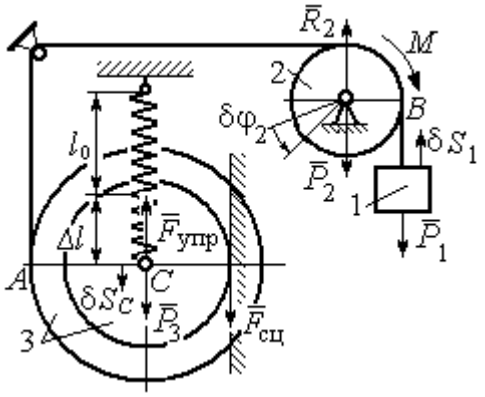


Рис. 6.16. Расчётная схема уравновешивания ролика

Допустим, система находится в равновесии. Дадим центру катка возможное перемещение $\delta S_C$, направленное вертикально вниз. При этом блок 2 повернётся на угол $\delta\varphi_2$, а груз 1 получит бесконечно малое перемещение $\delta S_1$. Направления возможных перемещений показаны на рис. 6.16.

Составим уравнение принципа возможных перемещений:

$$P_3\delta S_C - F_{\text{упр}}\delta S_C + M\delta\varphi_2 - P_1\delta S_1 = 0,$$

где сила упругости в положении равновесия системы $F_{\text{упр}} = c\Delta l$.

Выразим перемещения $\delta\varphi_2$, $\delta S_1$ блока 2 и груза 1 через перемещение центра катка $\delta S_C$. Предположим, при возможном перемещении скорость центра масс катка равна $V_C$. Скорость груза 1 равна скорости точки $A$ на ободе большого диска катка: $V_1 = V_A = \dfrac{R+r}{r}V_C$. Здесь учтено, что точка касания катка

с вертикальной поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Угловая скорость блока 2 $\omega_2 = \frac{V_A}{r} = \frac{R+r}{r^2} V_C$.

Представляя кинематические соотношения в дифференциальном виде, получим необходимые связи между возможными перемещениями:

$$\delta S_1 = \frac{R+r}{r}\delta S_C = 3\delta S_C;\ \ \delta\varphi_2 = \frac{R+r}{r^2}\delta S_C = \frac{3\delta S_C}{r}.$$

Окончательно уравнение принципа возможных перемещений выражается в виде: $P_3\delta S_C - c\Delta l\delta S_C + M\frac{3\delta S_C}{r} - P_1 3\delta S_C = 0$. Величина уравновешивающего момента $M = \frac{1}{3}mgr$.

## Упражнения

Упражнение 6.2. Штамповка деталей осуществляется при помощи рычажного пресса (рис. 6.17). Найти соотношение между силой $F$, приложенной к внешнему рычагу, и силой $Q$, сжимающей деталь $A$ вдоль центральной оси.

Длины рычагов $a$, $b$, $c$, $d$ показаны на рис. 6.17.

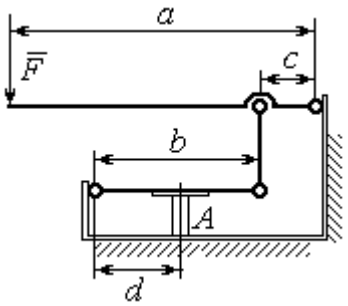


Рис. 6.17. Рычажный пресс

Упражнение 6.3. Конструкция состоит из двух валов, находящихся во внешнем зацеплении, и двух грузов, удерживающихся нитями, намотанными валы (рис. 6.18).

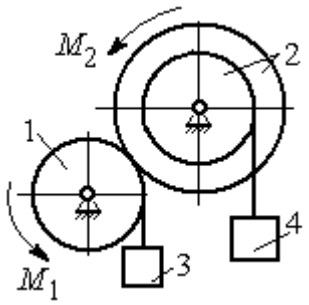


Рис. 6.18. Схема уравновешивания валов

Радиус вала 1 $R_1 = r$. Вал 2 состоит из двух барабанов, жестко скреплённых на одной оси. Радиусы барабанов: $R_2 = 3r$, $r_2 = r$.

Найти величину уравновешивающего момента $M_2$, приложенного к валу 2, если к валу 1 приложена пара сил с моментом $M_1 = 2Pr$, а грузы 3 и 4 одинакового веса $P$.

## 6.3. Общее уравнение динамики

При движении механической системы с идеальными связями в каждый момент времени сумма элементарных работ активных сил и сил инерции на любом возможном перемещении равна нулю:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0,$$

где $\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}})$, $\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}})$ – элементарные работы активных сил и сил инерции, приложенных к точкам системы на её возможном перемещении.

При вычислении элементарных работ активных сил и сил инерции используют обычные формулы для вычисления работы сил на элементарном перемещении точек их приложения.

### Примеры решения задач на применение общего уравнения динамики

**Задача 68.** Механическая система включает груз 1, ступенчатый диск 2 (каток), катящийся ступенькой по неподвижному рельсу, и однородный диск 3 (блок), вращающийся вокруг неподвижной оси, соединённых нерастяжимыми нитями (рис. 6.19). Качение ступенчатого диска происходит без скольжения. К грузу 1 приложена сила $\vec{F}$ под углом 30° к горизонтальному направлению движения груза. К блоку 3 приложена пара сил с моментом $M$. Найти закон движения центра масс катка 2 и реакцию шарнира блока 3 в момент времени $t$ = 1 с, если $P_1$ = 10 Н; $P_2$ = 20 Н; $P_3$ = 15 Н; $F = 5(t+1)$ Н; $M = 3(1+2t)$ Н·м; $R_2$ = 0,8 м; $r_2$ = 0,2 м; $R_3$ = 0,4 м; момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, $i_{2C}$ = 0,6 м.

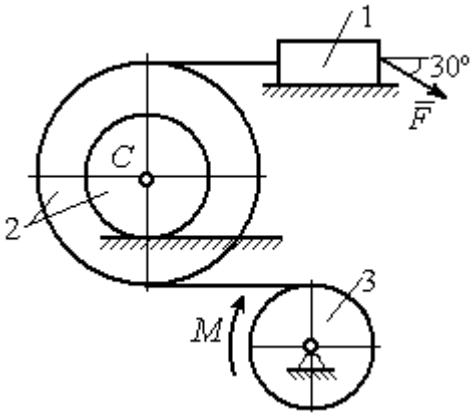


Рис. 6.19. Схема движения механической системы

*Решение*

В рассматриваемой механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, сила $\vec{F}$ и пара сил с моментом $M$ (рис. 6.20).

Реакциями связей являются нормальные реакции опор: $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$, сила сцепления катка 2 с неподвижной поверхностью $\vec{F}_{\text{сц}}$ и реакция шарнира $O$ блока 3 (на рис. 6.20 реакция показана в виде разложения на составляющие $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$). Связи идеальные, так как скольжение груза 1 происходит по гладкой поверхности, качение диска 2 без проскальзывания, а ось вращения блока 3 неподвижна.

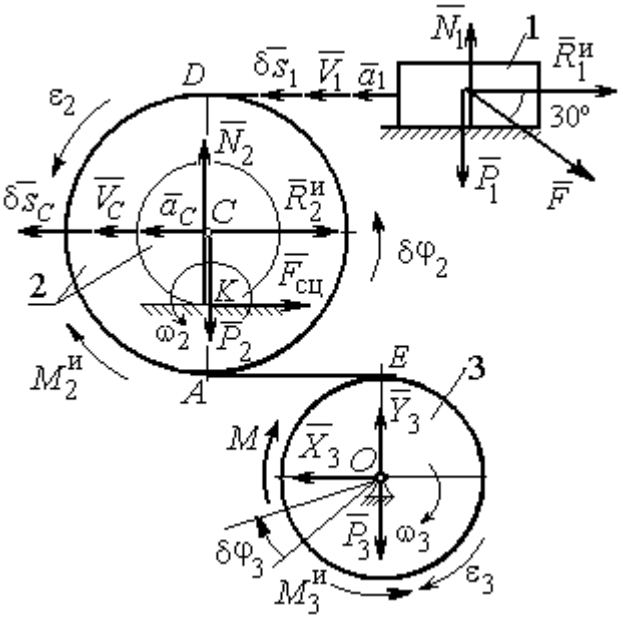



Рис. 6.20. Расчётная схема исследования движения механической системы

Предположим, система движется так, что блок 3 вращается с угловой скоростью $\omega_3$ и угловым ускорением $\varepsilon_3$ в направлении поворота, создаваемого моментом $M$. Соответствующие направления скорости $\vec{V}_C$ и ускорения $\vec{a}_C$ центра масс катка 2, его угловой скорости $\omega_2$ и ускорения $\varepsilon_2$, а также направление скорости $\vec{V}_1$ и ускорения $\vec{a}_1$ груза 1 показаны на рис. 6.20.

Присоединим к телам системы силы инерции. Главные векторы $\vec{R}_1^{\text{и}}$, $\vec{R}_2^{\text{и}}$ сил инерции груза 1 и катка 2 приложены в центрах масс груза и катка и направлены в сторону, противоположную ускорениям $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_C$. Главные моменты $\vec{M}_2^{\text{и}}$, $\vec{M}_3^{\text{и}}$ сил инерции катка 2 и блока 3 направлены в сторону, противоположную угловым ускорениям $\varepsilon_2$ и $\varepsilon_3$.

Главные векторы и главные моменты сил инерции показаны на рис. 6.20.

Для механической системы с идеальными связями общее уравнение динамики имеет вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0 .$$

Угловая скорость катка 2 $\omega_2 = \dfrac{V_C}{CK} = \dfrac{V_C}{r_2}$. Здесь учтено, что в точке $K$ находится мгновенный центр скоростей катка (см. рис. 6.20). Скорость точки $E$ блока 3 равна скорости точки $A$ катка 2 (см. рис. 6.20):

$$V_E = V_A = \omega_2 \cdot AK = \omega_2 (R_2 - r_2) = V_C \frac{R_2 - r_2}{r_2} .$$

Угловая скорость блока 3 $\omega_3 = \dfrac{V_E}{R_3} = V_C \dfrac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}$.

Скорость груза 1 равна скорости точки $D$ катка 2:

$$V_1 = V_D = \omega_2 \cdot DK = \omega_2 (R_2 + r_2) = V_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2} .$$

Соотношения между ускорениями определяются путем дифференцирования установленных кинематических равенств:

$$a_1 = a_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{a_C}{r_2}, \quad \varepsilon_3 = a_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} .$$

Если выразить скоростные кинематические соотношения в дифференциальном виде, то, полагая действительное перемещение возможным (т. е. $ds = \delta s$, $d\varphi = \delta\varphi$), получим соотношения между перемещениями:

$$\delta s_1 = \delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \ \delta\varphi_2 = \frac{\delta s_C}{r_2}, \ \delta\varphi_3 = \delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} .$$

Найдем элементарные работы активных сил.

Работы сил тяжести груза 1 и катка 2 равны нулю, так как перемещения точек приложения сил перпендикулярны векторам сил.

Работа силы тяжести блока 3 также равна нулю, поскольку точка прило-

жения силы тяжести блока 3 не перемещается:

$$\delta A(\vec{P}_1) = P_1 \delta s_1 \cos 90^\circ = 0;\ \ \delta A(\vec{P}_2) = P_2 \delta s_C \cos 90^\circ = 0;\ \delta A(\vec{P}_3) = 0.$$

Работу совершают только пара сил с моментом $M$ и сила $\vec{F}$:

$$\delta A(\vec{M}) = M\delta\varphi_3 = M\delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2};$$

$$\delta A(\vec{F}) = F\delta s_1 \cos 150^\circ = -F\delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}\cos 30^\circ.$$

В результате сумма элементарных работ активных сил:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = \delta A(\vec{M}) + \delta A(\vec{F}) =$$

$$= M\delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} - F\delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}\cos 30^\circ = (0{,}85 + 23{,}35t)\delta s_C.$$

Определим модули главных векторов и главных моментов сил инерции:

$$R_1^{\text{и}} = m_1 a_1 = \frac{P_1}{g}\frac{(R_2 + r_2)}{r_2} a_C,\ \ R_2^{\text{и}} = m_2 a_C = \frac{P_2 a_C}{g};$$

$$M_2^{\text{и}} = J_{2C}\varepsilon_2 = \frac{P_2}{g} i_{2C}^2 \frac{a_C}{r_2};$$

$$M_3^{\text{и}} = J_{3O}\varepsilon_3 = \frac{P_3 R_3}{2g}\frac{(R_2 - r_2)}{r_2} a_C,$$

где $J_{2C}$ – момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$; $i_{2C}$ – радиус инерции катка; $J_{3O}$ – осевой момент инерции блока 3, $J_{3O} = \frac{m_3 R_3^2}{2}$.

Найдем элементарные работы сил инерции:

$$\delta A(\vec{R}_1^{\text{и}}) = -R_1^{\text{и}}\delta s_1 = -\frac{P_1 (R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{R}_2^{\text{и}}) = -R_2^{\text{и}}\delta s_C = -\frac{P_2 a_C}{g}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{M}_2^{\text{и}}) = -M_2^{\text{и}}\delta\varphi_2 = -\frac{P_2 i_2^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{M}_3^{\text{и}}) = -M_3^{\text{и}}\delta\varphi_3 = -\frac{P_3(R_2 - r_2)^2 a_C}{2 g r_2^2}\delta s_C.$$

Сумма элементарных работ сил инерции:

$$\sum\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = -\frac{P_1(R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C - \frac{P_2 a_C}{g}\delta s_C - \frac{P_2 i_2^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C -$$

$$-\frac{P_3(R_2 - r_2)^2 a_C}{2 g r_2^2}\delta s_C = -52{,}75\, a_C \delta s_C, \text{ где } g = 9{,}81 \text{ м/с}^2.$$

С учетом проделанных вычислений общее уравнение динамики принимает вид: $\sum\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = (0{,}85 + 23{,}35t)\delta s_C - 52{,}75\, a_C \delta s_C = 0$, откуда найдём ускорение центра масс катка 2 как функцию времени:

$$a_C(t) = 0{,}02 + 0{,}45t.$$

Представляя ускорение $a_C$ в виде второй производной координаты движения центра масс $a_C = \ddot{s}_C$, получим дифференциальное уравнение $\ddot{s}_C = 0{,}02 + 0{,}45t$. Дважды проинтегрировав это уравнение с нулевыми начальными условиями, найдём закон движения центра масс:

$$s_C = 0{,}01t^2 + 0{,}075t^3.$$

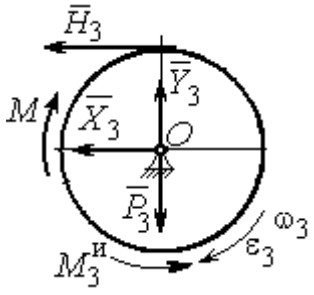


Рис. 6.21. Вращение блока 3

Рассмотрим вращательное движение блока 3, освободив его от связей. На блок действуют сила тяжести $\vec{P}_3$, реакция подшипника, разложенная на составляющие $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, пара сил с моментом $M$ и реакция нити $\vec{H}_3$ (рис. 6.21). Присоединим к блоку 3 силы инерции. При вращательном движении блока вокруг оси, проходящей через центр масс, главный вектор сил инерции равен ну-

лю. Главный момент сил инерции $M_3^{\text{и}}$ направлен в сторону, противоположную угловому ускорению блока 3.

По принципу Даламбера система сил, приложенных к блоку 3, включая силы инерции, находится в равновесии. Составим уравнение равновесия в виде равенства нулю суммарного момента всех сил относительно оси вращения: $M - H_3 R_3 - M_3^{\text{и}} = 0$, откуда найдём реакцию нити: $H_3 = \dfrac{M}{R_3} - \dfrac{M_3^{\text{и}}}{R_3}$. Подставляя в уравнение величину модуля главного момента сил инерции блока 3 $M_3^{\text{и}}(1) = 0{,}7$ Н·м и значение момента, приложенного к блоку 3, в момент времени $t = 1$ с, $M(1) = 9$ Н·м найдём реакцию нити $H_3(1) = 20{,}75$ Н.

Уравнения равновесия, составленные в виде проекций сил на вертикальную и горизонтальную оси (см. рис. 6.21), имеют вид:

$$X_3 + H_3 = 0,\ Y_3 - P_3 = 0.$$

Составляющие реакции шарнира блока 3 в момент времени $t = 1$ с: $X_3 = -20{,}75$ Н, $Y_3 = 15$ Н. Полная реакция шарнира $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2} = 25{,}6$ Н.

**Задача 69.** Груз 2 весом $P_2$, поднимаемый лебёдкой (рис. 6 22), подвешен в центре подвижного блока 3 весом $P_3$. Нерастяжимая нить одним концом прицеплена к грузу 1 весом $P_1$, лежащему на наклонной плоскости. Другой конец, переброшенный через невесомый блок $B$, охватывает снизу подвижный блок 3 радиуса $r$ и закреплён в вертикальном положении. К грузу 1 приложена сила $\vec{F}$, направленная вдоль наклонной плоскости.

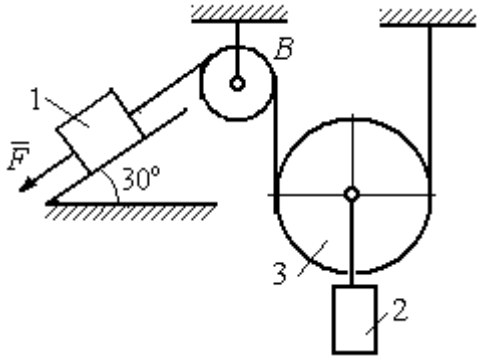


Рис. 6.22. Схема подъёмного устройства

Найти закон движения поднимаемого груза, если $P_1 = P_3 = P$, $P_2 = 3P$, $F = 2P$ и движение началось из состояния покоя.

*Решение*

Применим к решению задачи общее уравнение динамики. В данной механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и сила $\vec{F}$ (рис. 6.23). Реакциями связей являются реакция шарнира блока *B* и реакция опоры груза 1 (на рис. 6.23 не показаны). Связи идеальные, так как работа реакций связей равна нулю.

Предположим, груз 1 спускается вниз по наклонной плоскости с ускорением $a_1$. Приложим к телам системы силы инерции. Главные вектора сил инерции $\vec{R}_1^{\text{ин}}$ и $\vec{R}_2^{\text{ин}}$ грузов 1 и 2, движущихся поступательно, приложены в центрах масс грузов и направлены противоположно векторам ускорений тел. Главный вектор $\vec{R}_3^{\text{ин}}$ сил инерции блока 3 приложен в центре масс блока 3 и направлен противоположно вектору ускорения его центра масс. Главный момент сил инерции $M_3^{\text{ин}}$ относительно оси, проходящей через центр масс блока 3 перпендикулярно плоскости движения, направлен в сторону, противоположную направлению углового ускорения блока 3, совпадающего с направлением углового движения. Направления главных векторов и главного момента сил инерции тел показаны на рис. 6.23.

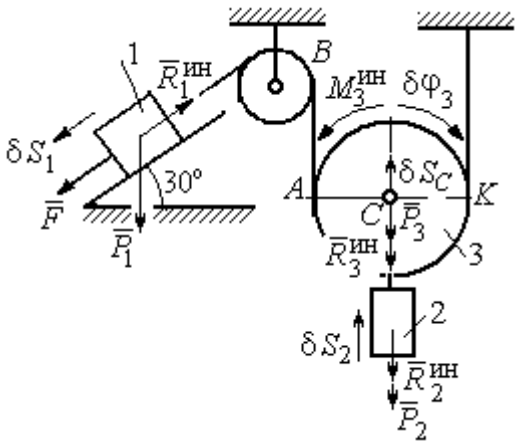


Рис.6.23. Активные силы и силы инерции, приложенные к системе

Дадим системе возможное перемещение, при котором груз 1 спустился вниз по наклонной плоскости на расстояние $\delta S_1$. В соответствии с приложенными в системе связями центр масс подвижного блока 2 и груз 2 переместились вверх на высоту $\delta S_C$, а сам блок повернулся на угол $\delta\varphi_3$ (см. рис. 6.23).

Составим общее уравнение динамики $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0$. Получим

$$F\delta S_1 + P_1 \delta S_1 \cos 60° - P_2 \delta S_2 - P_3 \delta S_C -$$

$$- R_1^{\text{ин}} \delta S_1 - R_2^{\text{ин}} \delta S_C - R_3^{\text{ин}} \delta S_C - M_3^{\text{ин}} \delta \varphi_3 = 0,$$

где модули сил инерции $R_1^{\text{ин}} = m_1 a_1$, $R_2^{\text{ин}} = m_2 a_2$, $R_3^{\text{ин}} = m_3 a_C$, $M_3^{\text{ин}} = \dfrac{m_3 r^2}{2} \varepsilon_3$.

Выразим перемещение $\delta S_2$ и ускорение $a_2$ груза 2, а также поворот $\delta \varphi_3$ и угловое ускорение $\varepsilon_3$ подвижного блока 3 через перемещение $\delta S_1$ и ускорение $a_1$ груза 1.

Угловая скорость блока 3 $\omega_3 = \dfrac{V_A}{AK} = \dfrac{V_1}{2r}$. Здесь учтено, что точка $K$ блока 3 является его мгновенным центром скоростей. Тогда, элементарный поворот блока $\delta \varphi_3 = \dfrac{\delta S_1}{2r}$, а его угловое ускорение $\varepsilon_3 = \dfrac{a_1}{2r}$.

Скорость центра масс блока 3 и скорость груза 2: $V_2 = V_C = \dfrac{V_1}{2}$. Из этого равенства следует, что: $\delta S_2 = \delta S_C = \dfrac{\delta S_1}{2}$, $a_2 = a_C = \dfrac{a_1}{2}$.

Подставляя найденные соотношения в общее уравнение динамики с учётом данных задачи, окончательно получим уравнение: $\dfrac{1}{2} P \delta S_1 = \dfrac{17}{8g} P a_1 \delta S_1$. Отсюда $a_1 = \dfrac{4}{17} g = 0{,}23g$. Ускорение груза 2, $a_2 = \dfrac{a_1}{2} = 0{,}12g$.

Представим ускорение груза 2 в виде второй производной координаты его движения. Получим дифференциальное уравнение: $\ddot{S}_2 = 0{,}12g$. Дважды проинтегрировав его с нулевыми начальными условиями, найдём закон движения груза: $S_2 = 0{,}06gt^2$.

**Задача 70**. Грузы 1 и 2 весом $P_1 = 20$ Н и $P_2 = 30$ Н привязаны к нерастяжимой нити. Нить переброшена через неподвижные блоки $B$ и $D$ и охватывает снизу подвижный блок 3 весом $P_3 = 40$ Н (рис. 6.24). Определить ускорения грузов 1 и 2 и центра масс блока 3. Весом неподвижных блоков $B$ и $D$ пренебречь.

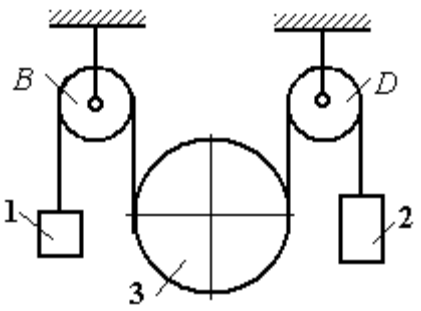


Рис. 6.24. Механическая система с двумя степенями свободы

*Решение*

В данной механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ (рис. 6.25), а реакциями связей – реакции шарниров блоков $B$ и $D$. Связи идеальные, так как оси вращения блоков $B$ и $D$ неподвижны.

Применим к решению задачи общее уравнение динамики. Система имеет две степени свободы. В этом случае общее уравнение динамики необходимо составлять для каждого из независимых перемещений.

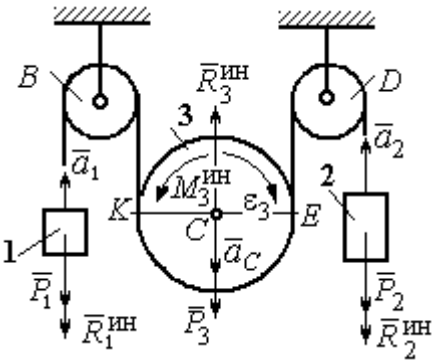


Рис.6.25. Активные силы и силы инерции, приложенные к системе

Предположим, система движется так, что оба груза 1 и 2 равноускоренно перемещаются вверх. Скорости грузов $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$, ускорения – $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$. Блок 3 опускается вниз с ускорением центра $\vec{a}_C$, вращается и имеет угловое ускорение $\varepsilon_3$, направленное по ходу часовой стрелки (см. рис. 6.25).

Приложим к телам системы силы инерции (см. рис. 6.25). Модули сил инерции: $R_1^{ин} = m_1 a_1$, $R_2^{ин} = m_2 a_2$, $R_3^{ин} = m_3 a_C$. Главный момент сил инерции блока 3 $M_3^{ин} = J_{3C}\varepsilon_3$, где осевой момент инерции $J_{3C} = \dfrac{m_3 r^2}{2}$. Направления векторов сил и моментов сил инерции показаны на рис. 6.25.

Для вычисления углового ускорения блока 3 воспользуемся векторным представлением ускорения точки при плоскопараллельном движении тела. Выберем точку $K$ за полюс. Ускорение точки $E$ определяется равенством $\vec{a}_E = \vec{a}_K + \vec{a}^{\,n}_{EK} + \vec{a}^{\,\tau}_{EK}$, где $\vec{a}_K$ – ускорение полюса $K$; $\vec{a}^{\,n}_{EK}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{EK}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки $E$ при вращении блока 3 вокруг полюса $K$ (рис. 6.26). Спроектируем векторное равенство на вертикальную ось $E\tau$. Получим: $a_{E\tau} = a_{K\tau} + a^{\tau}_{EK}$, где $a_{E\tau}$ и $a_{K\tau}$ – проекции ускорений точек $E$ и $K$ на вертикальную ось.

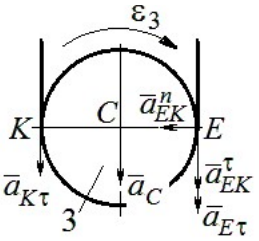


Рис. 6.26. Схема вычисления углового ускорения блока 3

Поскольку модуль ускорения точки $K$ нити равен модулю ускорения груза 1, то $a_{K\tau} = a_1$. Модуль ускорения точки $E$ нити равен модулю ускорения груза 2 и $a_{E\tau} = a_2$. Так как $a^{\tau}_{EK} = \varepsilon_3 AK = \varepsilon_3 2r$, то $\varepsilon_3 = \dfrac{a_{E\tau} - a_{K\tau}}{2r} = \dfrac{a_2 - a_1}{2r}$.

Составляя такое же векторное уравнение для определения ускорения центра масс блока 3 (точки $C$) и проектируя его на вертикальную ось, найдём:

$$a_C = a_{K\tau} + a^{\tau}_{CK} = a_1 + \varepsilon_3 r = \frac{a_2 + a_1}{2}.$$

Выберем в качестве независимых координат $s_1, s_2$ – положения грузов 1 и 2, отсчитываемые от неподвижных осей вращения блоков $B$ и $D$. Возможные перемещения грузов обозначим $\delta s_1$ и $\delta s_2$.

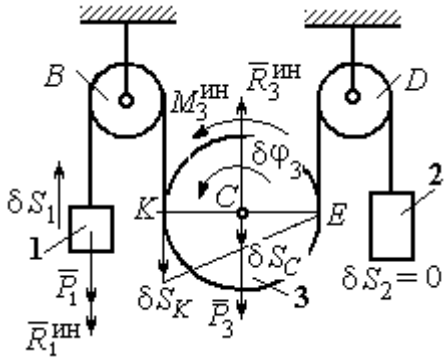


Рис.6.27. Движение системы при перемещении груза 1.

Дадим системе возможное перемещение, при котором груз 1 поднимается вверх на расстояние $\delta s_1$, а груз 2 – неподвижен. При таком движении нить, соединяющая груз 2 с блоком 3, неподвижна вплоть до точки $E$ (рис. 6.27).

Вращение блока 3 происходит против направления хода часовой стрелки. Точка $E$ является мгновенным центром скоростей блока 3, и угловая скорость блока $\omega_3 = \dfrac{V_K}{2r} = \dfrac{V_1}{2r}$. Скорость центра масс блока $V_C = \dfrac{1}{2}V_1$. Тогда элементарный поворот блока 3 $\delta\varphi_3 = \dfrac{\delta s_1}{2r}$ и элементарное перемещения центра масс $\delta s_C = \dfrac{1}{2}\delta s_1$.

На данном возможном перемещении работу совершают как активные силы – силы тяжести $\vec{P}_1$ и $\vec{P}_3$ груза 1 и блока 3, так и силы инерции – $\vec{R}_1^{\text{ин}}$, $\vec{R}_3^{\text{ин}}$ и пара сил инерции с моментом $M_3^{\text{ин}}$.

Составим общее уравнение динамики:

$$\sum \delta A\left(\vec{F}_k^{\text{акт}}\right) + \sum \delta A\left(\vec{R}_k^{\text{ин}}\right) = -P_1\delta s_1 + P_3\delta s_C - R_1^{\text{ин}}\delta s_1 - R_3^{\text{ин}}\delta s_C + M_3^{\text{ин}}\delta\varphi_3 = 0.$$

Здесь работа сил инерции

$$R_1^{\text{ин}}\delta s_1 = m_1 a_1 \delta s_1, \quad R_3^{\text{ин}}\delta s_C = m_3 a_C \delta s_C = \frac{P_3}{g}\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}\delta s_1;$$

$$M_3^{\text{ин}}\delta\varphi_3 = J_{3C}\varepsilon_3\delta\varphi_3 = \frac{P_3 r^2}{2g}\cdot\frac{a_2 - a_1}{2r}\cdot\frac{\delta s_1}{2r}.$$

В результате общее уравнение динамики представляется выражением

$$-P_1\delta s_1 + \frac{1}{2}P_3\delta s_1 - \frac{P_1}{g}a_1\delta s_1 - \frac{P_3}{g}\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}\delta s_1 + \frac{P_3 r^2}{2g}\cdot\frac{a_2 - a_1}{2r}\cdot\frac{\delta s_1}{2r} = 0,$$

которое преобразуется к виду:

$$(3P_3 + 8P_1)a_1 + P_3 a_2 = (4P_3 - 8P_1)g.$$

Дадим системе другое независимое возможное перемещение, при котором груз 2 движется вверх ($\delta s_2 \neq 0$), а груз 1 неподвижен ($\delta s_1 = 0$).

При этом перемещении нить, соединяющая груз 1 и блок 3 неподвижна вплоть до точки $K$ (рис. 6.28). Вращение блока 3 происходит по направлению хода часовой стрелки. Точка $K$ является мгновенным центром скоростей бло-

ка 3. Тогда $\omega_3 = \frac{V_E}{2r} = \frac{V_2}{2r}$ и скорость центра масс блока $V_C = \frac{1}{2}V_2$. Элементарный поворот блока 3 $\delta\varphi_3 = \frac{\delta s_2}{2r}$ и перемещение центра масс $\delta s_C = \delta s_E = \frac{1}{2}\delta s_2$.

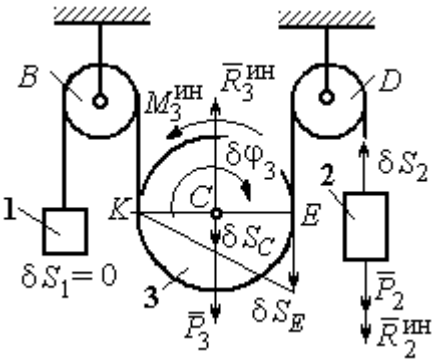


Рис. 6.28. Движение системы при перемещении груза 2

При таком движении работу совершают силы тяжести $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$, силы инерции $\vec{R}_2^{ин}$, $\vec{R}_3^{ин}$ и пара сил с моментом $M_3^{ин}$.

Составим общее уравнение динамики на возможном перемещении $\delta s_2$ (см. рис. 6.28):

$$-P_2\delta s_2 - R_2^{ин}\delta s_2 + P_3\delta s_C - R_3^{ин}\delta s_C - M_3^{ин}\delta\varphi_3 = 0,$$

которое преобразуется к виду

$$-P_2\delta s_2 - \frac{P_2}{g}a_2\delta s_2 + \frac{1}{2}P_3\delta s_2 - \frac{P_3}{g}\left(\frac{a_1+a_2}{2}\right)\frac{1}{2}\delta s_2 - \frac{P_3 r^2}{2g}\left(\frac{a_2-a_1}{2r}\right)\frac{\delta s_2}{2r} = 0$$

или к виду

$$(8P_2 + 3P_3)a_2 + P_3 a_1 = (4P_3 - 8P_2)g.$$

Подставляя данные задачи в оба уравнения динамики, соответствующие независимым перемещениям $\delta s_1$ и $\delta s_2$, получим систему уравнений:

$$7a_1 + a_2 = 0, \quad 2g + 9a_2 + a_1 = 0.$$

Решение системы: $a_1 = \frac{1}{31}g$, $a_2 = -\frac{7}{31}g$ представляет ускорения грузов 1 и 2. Ускорение центра масс блока 3 находится по формуле $a_C = \frac{a_1 + a_2}{2} = -\frac{3}{31}g$.

Знаки ускорений определяют направления движений тел: груз 1 движется в выбранном направлении – вверх, груз 2 – вниз, центр блока 3 – вверх.

## Упражнения

Упражнение 6.4. В механической системе (рис. 6.29) блок 1 радиуса $r$ и каток 2 соединены горизонтальным невесомым стержнем. Скольжение между стержнем и катками отсутствует. Каток 2 состоит из двух шкивов радиусов $r$ и $R = 2r$, скреплённых на одной оси. Каток катится, опираясь малым шкивом на горизонтальную поверхность, без проскальзывания. Груз 3 представляет собой поршень, двигающийся по горизонтальной поверхности без трения и прикреплённый к центру масс катка 2. К блоку 1 приложена пара сил с переменным моментом $M_{\text{вр}} = mgr\sin\omega t$.

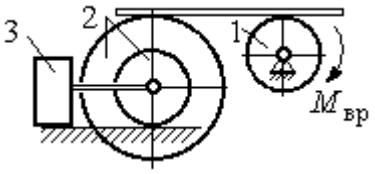


Рис. 6.29. Схема движения механической системы

Найти закон движения поршня 3, если массы грузов $m_1 = m_3 = m$, общая масса катка 2 $m_2 = 2m$, момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, $i_2 = 1{,}5r$. Движение началось из состояния покоя.

Упражнение 6.5. Груз 1, двигаясь горизонтально, приводит в движение ступенчатый барабан 2 посредством нерастяжимой нити, намотанной на его малую ступень (рис. 6.30). К барабану на нитях, намотанных на большую и малую ступеньки, подвешены два груза 3 и 4. На груз 1 действует сила $F = P(t+1)$. Определить закон движения груза 3, если веса грузов одинаковы и равны $P$, вес барабана 2 равен $2P$, радиусы ступенек барабана $r$ и $2r$, радиус инерции барабана $i_2 = r\sqrt{2}$, и движение началось из состояния покоя.

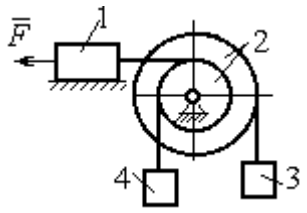


Рис. 6.30. Схема подъёмника

## 6.4. Уравнения Лагранжа II рода

**Обобщенными координатами** называется совокупность любых $s$ независимых параметров $q_1, q_2, \ldots, q_S$, однозначно определяющих положение системы в любой момент времени.

Если системе сообщить возможное перемещение, при котором все обобщенные координаты изменятся на элементарные (бесконечно малые) величины $\delta q_1, \delta q_2, \ldots, \delta q_S$, называемые **вариациями обобщенных координат**, то все действующие активные силы совершат элементарную работу, которая может быть представлена в виде: $\delta A = Q_1 \cdot \delta q_1 + Q_2 \cdot \delta q_2 + \ldots + Q_s \cdot \delta q_s$.

Величина $Q_k$, $k = 1, 2, \ldots, s$, равная коэффициенту при вариации $\delta q_k$ обобщенной координаты, называется **обобщенной силой**, соответствующей данной обобщенной координате. Расчет обобщенных сил осуществляется путем последовательного придания системе возможных перемещений, при которых варьируется только одна из обобщенных координат, а вариации остальных координат равны нулю.

Для материальной системы с идеальными связями дифференциальные уравнения движения в обобщенных координатах – **уравнения Лагранжа II рода** – имеют вид: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k$, $k = 1,2,...,s$, где $s$ – число степеней свободы системы; $T$ – кинетическая энергия системы; $q_1, q_2, \ldots, q_s$ – обобщенные координаты; $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \ldots, \dot{q}_s$ – обобщенные скорости.

### Примеры решения задач на составление уравнений Лагранжа

**Задача 71**. В механизме домкрата (рис. 6.31) движение зубчатого колеса 1 передаётся шестерне 2, к которой соосно прикреплено зубчатое колесо 3, имеющее зацепление с зубчатой рейкой 4, на которой поднимается груз 5 массы $m_5$ = 50 кг.

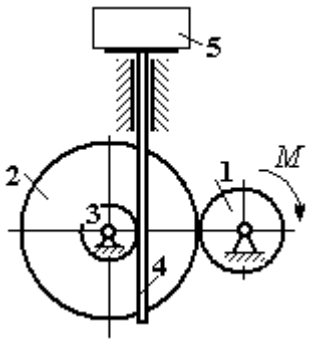


Рис. 6.31. Схема механизма домкрата

Радиусы зубчатых колёс $r_1$ = 5 см, $r_2$ = 12 см, $r_3$ = 6 см. Зубчатые колёса считать сплошными однородными дисками. Массы колёс $m_1$ = 0,8 кг, $m_2$ = 1,6 кг, $m_3$ = 0,6 кг, масса зубчатой рейки $m_4$ = 1 кг.

Какой величины постоянный вращающий момент нужно приложить к колесу 1 для того, чтобы в момент времени $t = 2$ с груз 5 имел скорость $V_5$ = 1 м/с, если движение системы начинается из состояния покоя.

*Решение*

Домкрат является механической системой с одной степенью свободы. Выберем в качестве обобщённой координаты координату *x*, отмечающую положение груза 5 (рис. 6.32).

Уравнение Лагранжа для обобщённой координаты *x* имеет вид: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right)-\frac{\partial T}{\partial x}=Q_x$, где $T$ – кинетическая энергия системы; $\dot{x}$ – обобщённая скорость; $Q_x$ – обобщённая сила.

Кинетическая энергия колеса 1: $T_1=\frac{J_1\omega_1^2}{2}$, где $\omega_1$ – угловая скорость колеса 1; $J_1$ – момент инерции колеса, $J_1=\frac{m_1 r_1^2}{2}$.

Кинетические энергии шестерни 2 и зубчатого колеса 3, у которых угловые скорости одинаковы, соответственно: $T_2=\frac{J_2\omega_2^2}{2}$, $T_3=\frac{J_3\omega_2^2}{2}$, где $\omega_2$ – угловая скорость шестерни 2; $J_2$, $J_3$ – моменты инерции шестерни 2 и зубчатого колеса 3 относительно оси, проходящей через общий центр масс, $J_2=\frac{m_2 r_2^2}{2}$, $J_3=\frac{m_3 r_3^2}{2}$. Скорость груза 5 равна скорости зубчатой линейки $V_5=V_4$. Кинетическая энергия зубчатой линейки 4 и груза 5: $T_4=\frac{m_4 V_4^2}{2}$, $T_5=\frac{m_5 V_4^2}{2}$.

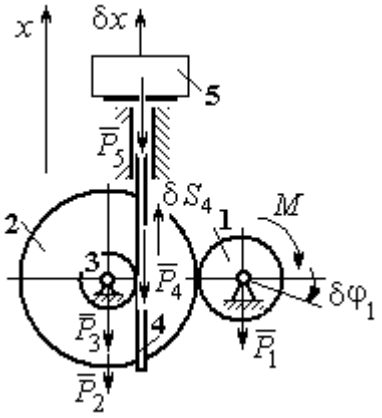


Рис. 6.32. Возможные перемещения звеньев механизма

Выразим угловые скорости колёс через скорость груза (зубчатой линейки).

Имеем: $\omega_2 = \omega_3 = \dfrac{V_4}{r_3}$ (см. рис. 6.32). Кроме того, из равенства $\omega_2 r_2 = \omega_1 r_1$ следует $\omega_1 = \dfrac{\omega_2 r_2}{r_1} = \dfrac{V_4 r_2}{r_1 r_3}$.

Подставляя полученные соотношения в выражения кинетических энергий тел и с учётом данных задачи, получим кинетическую энергию системы:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 =$$

$$= \frac{m_1 r_1^2}{4}\left(\frac{V_4 r_2}{r_1 r_3}\right)^2 + \frac{m_2 r_2^2}{4}\left(\frac{V_4}{r_3}\right)^2 + \frac{m_3 r_3^2}{4}\left(\frac{V_4}{r_3}\right)^2 + \frac{m_4 V_4^2}{2} + \frac{m_5 V_4^2}{2} =$$

$$= \left[\frac{m_1 + m_2}{2}\left(\frac{r_2}{r_3}\right)^2 + \frac{m_3}{2} + m_4 + m_5\right]\frac{V_4^2}{2} = 28{,}05\, V_4^2 = 28{,}05\, \dot{x}^2 .$$

Вычислим обобщённую силу.

Дадим возможное перемещение $\delta x$ грузу 5. При этом линейка 4 переместится на расстояние $\delta s_4$, а зубчатое колесо 1 повернётся на угол $\delta\varphi_1$. Найдём сумму работ всех сил, приложенных к системе, на этом возможном перемещении. Получим: $\delta A = -P_5 \delta x - P_4 \delta s_4 + M \delta\varphi_1$. Работа сил тяжести зубчатых колёс $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$ равна нулю, так как точки приложения этих сил неподвижны.

Из ранее полученных скоростных соотношений следуют равенства перемещений: $\delta s_4 = \delta x$, $\delta\varphi_1 = \dfrac{r_2}{r_1 r_3}\delta x$. В результате сумма работ сил на возможном перемещении системы выражается в виде $\delta A = \left(-m_5 g - m_4 g + M\dfrac{r_2}{r_1 r_3}\right)\delta x$. Отсюда обобщённая сила $Q_x$, соответствующая координате $x$: $Q_x = -(m_5 + m_4)g + M\dfrac{r_2}{r_1 r_3} = -500{,}31 + 40M$.

Составим уравнение Лагранжа.

С учётом, что $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) = 56{,}1\,\ddot{x}$ и $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$, дифференциальное уравнение движения имеет вид: $56{,}1\,\ddot{x} = -500{,}31+40M$ или $\ddot{x} = -8{,}92+0{,}71M$.

Интегрируя это уравнение с нулевыми начальными условиями, получим закон изменения скорости груза 5: $V_5 = \dot{x} = (-8{,}92+0{,}71M)t$.

По условию задачи при $t = 2$ с $V_5 = 1$ м/с. Подставляя эти данные в уравнение, получим: $M = 13{,}27$ Н·м.

**Задача 72**. Механическая система состоит из ступенчатого блока 2, катка 3, соединённых невесомым брусом 1, и невесомой пружины жесткостью $c$. Радиусы ступеней блока $r$ и $R = 1{,}5r$, радиус катка 3 равен $r$. Брус, лежащий на катке 3 и блоке 2, во время движения остаётся параллельным линии качения катка 3 (рис. 6.33). В центре катка 3 приложена сила $\vec{F}$, направленная вверх параллельно наклонной плоскости, а к блоку 2 – пара сил с моментом $M$. Качение катка по неподвижной поверхности без скольжения. Проскальзывание между брусом 1 и дисками отсутствует. Передача движения пружины блоку 2 производится посредством невесомого жесткого вертикального стержня, прижатого к малой ступеньке блока без скольжения. Радиус инерции блока 2 относительно оси вращения $i_z = r\sqrt{2}$. Веса тел: $P_3 = P$, $P_2 = 2P$, приложенная сила $F = 2P$, момент $M = Pr$, жесткость пружины $c = P/r$.

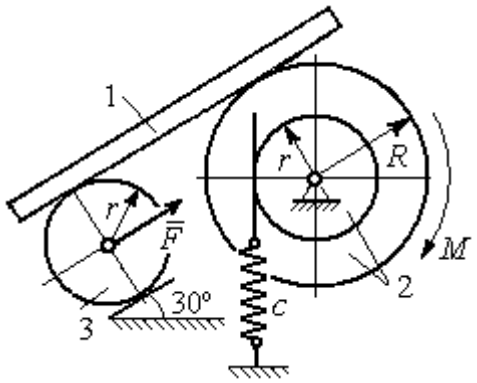


Рис. 6.33. Механическая система с одной степенью свободы

Определить закон угловых колебаний блока 2 при $P = 10$ Н, $r = 0{,}2$ м, если в начальный момент пружина находилась в нерастянутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость $\omega_0 = 0{,}5$ рад/с в сторону вращения, создаваемого заданным моментом.

*Решение*

Рассматриваемая механическая система (рис. 6.34) имеет одну степень свободы. В качестве обобщённой координаты $q$ выберем перемещение $x$ верхнего края пружины, отсчитываемого от уровня недеформируемой пружины (см. рис. 6.34). Обобщённая скорость $\dot{q} = \dot{x}$.

Уравнение Лагранжа II рода, описывающее движение системы, имеет вид $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x$, где $T$ – кинетическая энергия системы; $Q_x$ – обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате $x$.

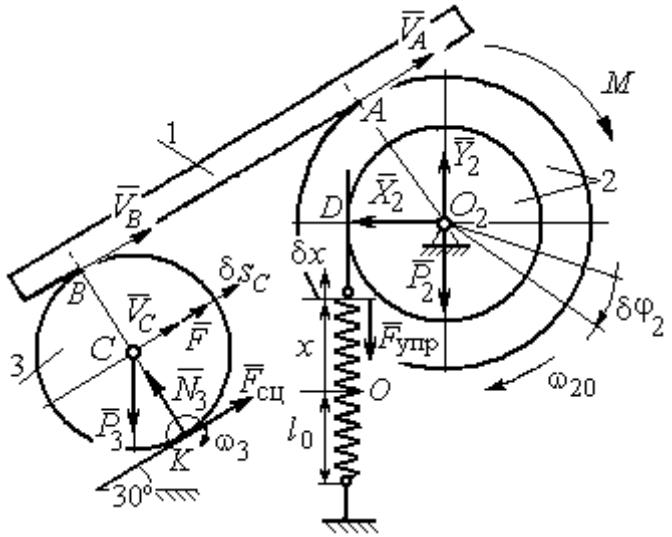



Рис. 6.34 Расчётная схема колебаний механической системы с одной степенью свободы

Вычислим кинетическую энергию системы. Энергия вращательного движения блока 2: $T_2 = \frac{1}{2} J_{2z} \omega_2^2$, где $\omega_2$ – угловая скорость блока; $J_{2z}$ – момент инерции блока 2 относительно оси $z$, $J_{2z} = m_2 i_z^2$. Каток 3 совершает плоскопараллельное движение. Его кинетическая энергия $T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_3^2$, где $V_C$, $\omega_3$ – скорость центра масс катка 3 и его угловая скорость; $J_{zC}$ – момент инерции катка относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{zC} = \frac{1}{2} m_3 r^2$; $r$ – радиус катка.

Выразим угловые скорости $\omega_2$, $\omega_3$, а также скорость $V_C$ через обобщённую скорость $\dot{x}$.

Заметим, что скорость точки $D$ блока 2 равна скорости движения верхнего края пружины: $V_D = \dot{x}$ (см. рис. 6.34). Угловая скорость блока 2: $\omega_2 = \dfrac{V_D}{r} = \dfrac{\dot{x}}{r}$. Скорость точки $A$ блока 2: $V_A = \omega_2 R = \dfrac{\dot{x}R}{r}$.

Так как брус совершает поступательное движение, то скорости точек $A$ и $B$ равны: $V_B = V_A$. Угловая скорость катка 3 (точка $K$ касания катка 3 с неподвижной поверхностью является его мгновенным центром скоростей): $\omega_3 = \dfrac{V_B}{2r} = \dfrac{V_A}{2r} = \dfrac{\dot{x}R}{2r^2}$. Скорость центра катка 3: $V_C = \dfrac{V_B}{2} = \dfrac{\dot{x}R}{2r}$.

Подставляя найденные кинематические соотношения с учётом исходных данных задачи, получим кинетическую энергию тел системы:

$$T_2 = \frac{1}{2} J_{2z} \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2P}{g} \left(r\sqrt{2}\right)^2 \left(\frac{\dot{x}}{r}\right)^2 = \frac{2P}{g} \dot{x}^2;$$

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_3^2 = \frac{1}{2} \frac{P}{g} \left(\frac{\dot{x}R}{2r}\right)^2 + \frac{1}{2} \frac{Pr^2}{2g} \left(\frac{\dot{x}R}{2r^2}\right)^2 = \frac{3P}{4g} \left(\frac{R}{2r}\right)^2 \dot{x}^2.$$

Полная кинетическая энергия системы:

$$T = T_2 + T_3 = \frac{P}{g} \left(2 + \frac{3}{4} \left(\frac{R}{2r}\right)^2\right) \dot{x}^2.$$

Найдём обобщённую силу. Произвольное положение системы определяется обобщённой координатой $x$, показывающей растяжение пружины. Дадим пружине в произвольном положении возможное (бесконечно малое) перемещение $\delta x$ в положительном направлении оси $x$ (см. рис. 6.34). При этом блок 2 повернётся на угол $\delta\varphi_2 = \dfrac{\delta x}{r}$, центр масс катка 3 сдвинется на расстояние $\delta s_C = \dfrac{R}{2r} \delta x$. На заданном перемещении системы работу совершают сила тяжести катка 3, пара сил с моментом $M$, сила $\vec{F}$ и сила упругости пружины.

Элементарная работа вращающего момента $M$: $\delta A(M) = M\delta\varphi_2 = M\dfrac{\delta x}{r}$.

Работа силы тяжести катка 3: $\delta A(\vec{P}_3) = P_3\delta s_C\cos 120^\circ = -P_3\dfrac{R}{4r}\delta x$.

Работа силы $F$: $\delta A(\vec{F}) = F\delta s_C = F\dfrac{R}{2r}\delta x$.

Модуль силы упругости пружины, растянутой из недеформированного положения на расстояние $x$: $F_{\text{упр}} = cx$. Сила упругости направлена в сторону, противоположную растяжению (см. рис. 6.34). Её работа при перемещении $\delta x$ вычисляется по формуле $\delta A(\vec{F}_{\text{упр}}) = F_{\text{упр}}\delta x\cos 180° = -cx\delta x$.

Сумма работ сил на рассматриваемом возможном перемещении системы с учётом данных задачи:

$$\delta A = M\frac{\delta x}{r} - P_3\frac{R}{4r}\delta x + F\frac{R}{2r}\delta x - cx\delta x = P\left(\frac{17}{8} - \frac{x}{r}\right)\delta x,$$

откуда обобщённая сила $Q_x = P\left(\dfrac{17}{8} - \dfrac{x}{r}\right)$.

Вычислим необходимые производные кинетической энергии: $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) = \dfrac{2P}{g}\left(2 + \dfrac{3}{4}\left(\dfrac{R}{2r}\right)^2\right)\ddot{x}$, $\dfrac{\partial T}{\partial x} = 0$ и, подставляя их в общий вид уравнений Лагранжа, получим дифференциальное уравнение колебаний верхнего края пружины:

$$\frac{2P}{g}\left(2 + \frac{3}{4}\left(\frac{R}{2r}\right)^2\right)\ddot{x} = P\left(\frac{17}{8} - \frac{x}{r}\right), \text{ или } \ddot{x} + 10{,}2x = 4{,}34 \text{ (здесь } g = 9{,}81 \text{ м/с}^2\text{)}.$$

Решение дифференциального уравнения представляется в виде суммы: $x = x_{\text{одн}} + x_{\text{частн}}$. Общее решение однородного уравнения имеет вид $x_{\text{одн}} = C_1\sin kt + C_2\cos kt$, где $C_1$, $C_2$ – произвольные постоянные; $k$ – круговая частота собственных колебаний пружины, $k = \sqrt{10{,}2}$ = 3,19 рад/с. Частное ре-

шение неоднородного уравнения ищется в виде константы $x_{\text{част}} = b$. Подставив его в уравнение колебаний, получим: $b = 0{,}42$. Таким образом, общее решение неоднородного уравнения имеет вид $x(t) = C_1 \sin 3{,}19t + C_2 \cos 3{,}19t + 0{,}42$.

Произвольные постоянные $C_1$, $C_2$ находятся из начальных условий. По условию задачи в начальный момент пружина была в нерастянутом состоянии. Тогда начальная координата пружины (её верхнего края) $x(0) = 0$. Подставляя значение начальной координаты в общее решение неоднородного уравнения при $t = 0$, получим $C_2 = -0{,}42$. Скорость верхнего края пружины в начальный момент времени $\dot{x}(0)$ равна начальной скорости $V_D(0)$ точки $D$ блока 2. Поскольку в начальный момент времени блоку 2 сообщили угловую скорость $\omega_{20} = 0{,}5$ рад/с, то при $r = 0{,}2$ м $\dot{x}(0) = V_D(0) = \omega_{20} r = 0{,}1$ м/с.

Вычисляем скорость движения края пружины, взяв производную: $\dot{x}(t) = 3{,}19 C_1 \cos 3{,}19t - 3{,}19 C_2 \sin 3{,}19t$. Подставляя начальное значение скорости, получим $C_1 = 0{,}03$.

Окончательно уравнение движения верхнего края пружин: $x(t) = 0{,}03 \sin 3{,}19t - 0{,}42 \cos 3{,}19t + 0{,}42$ м. Уравнение колебательного движения блока 2: $\varphi_2 = \dfrac{x}{r} = 0{,}15 \sin 3{,}19t - 2{,}1 \cos 3{,}19t + 2{,}1$ рад.

**Задача 73**. Прямоугольная призма 3 весом $2P$ лежит на катке 1 радиуса $r$ и веса $P$ и опирается на невесомый блок 2 (рис. 6.35). Каток 1 катится по неподвижной горизонтальной поверхности без скольжения. По наклонной поверхности призмы скатывается без скольжения каток 4 весом $P$ и радиуса $r$. Угол наклона поверхности призмы к горизонту составляет

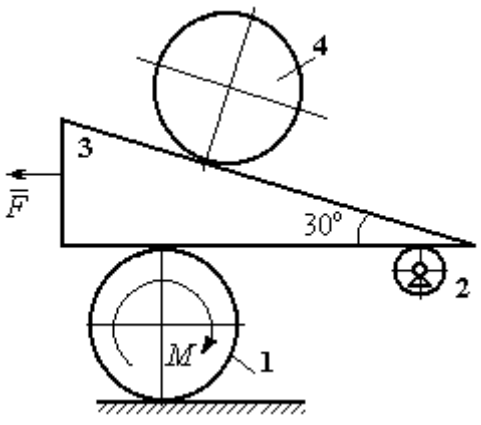


Рис. 6.35. Механическая система с двумя степенями свободы

30º. На каток 1 действует пара сил с постоянным моментом $M = 3Pr$, а на призму 3 – горизонтальная сила $\vec{F}$ с модулем $F = P$. Катки считать однородными дисками. Проскальзывание между катками 1, 4 и призмой отсутствует. В начальный момент система находилась в покое.

Определить закон движения призмы 3 и закон движения катка 4 относительно призмы.

*Решение*

Рассматриваемая механическая система – катки и призма имеет две степени свободы, так как перемещение катка 4 относительно призмы 3 не зависит от перемещения самой призмы и катка 1. За обобщенные координаты выберем перемещение $x_4$ центра масс катка 4 относительно края призмы и перемещение $x_3$ края призмы 3 относительно произвольной неподвижной вертикальной плоскости (рис. 6.36). Обобщенные скорости: $\dot{x}_4$, $\dot{x}_3$.

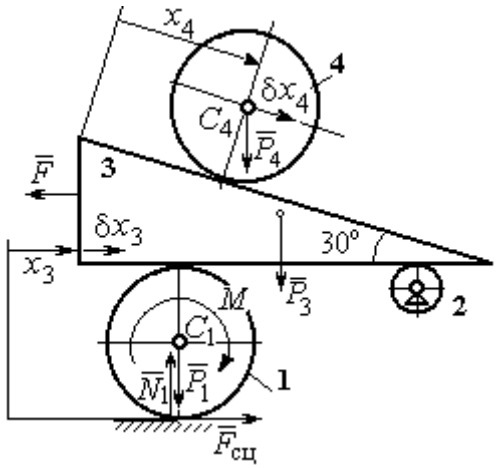



Рис. 6.36. Возможные перемещения механической системы

Уравнения Лагранжа II рода, описывающие движение системы в обобщённых координатах:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_4}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_4} = Q_{x_4};$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_3} = Q_{x_3},$$

где $T$ – кинетическая энергия системы; $Q_{x_4}$, $Q_{x_3}$ – обобщенные силы, соответствующие указанным обобщенным координатам.

Вычислим кинетическую энергию тел в системе.

Каток 1 совершает плоскопараллельное движение. Кинетическая энергия катка $T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_{C_1}^2 + \frac{1}{2} J_{C_1} \omega_1^2$, где $V_{C_1}$ – скорость центра масс катка, $V_{C_1} = \frac{1}{2}\dot{x}_3$; $J_{C_1}$ – момент инерции катка относительно оси, проходящей через центр масс

перпендикулярно плоскости движения, $J_{C_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$; $\omega_1$ – угловая скорость катка 1, $\omega_1 = \frac{\dot{x}_3}{2r}$.

Призма 3 совершает поступательное движение со скоростью $V_3 = \dot{x}_3$. Её кинетическая энергия $T_3 = \frac{m_3 V_3^2}{2} = \frac{m_3 \dot{x}_3^2}{2}$.

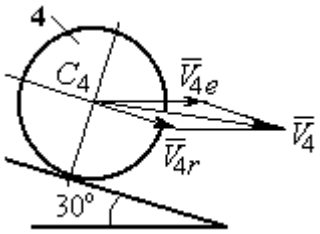


Рис. 6.37. Скорость центра масс катка 4

При расчёте кинетической энергии катка 4 по формуле $T_4 = \frac{1}{2} m_4 V_4^2 + \frac{1}{2} J_{C_4} \omega_4^2$ необходимо учитывать, что каток 4 совершает сложное движение. Здесь относительное движение катка – его качение по наклонной поверхности призмы, переносное – поступательное перемещение вместе с призмой.

Вектор абсолютной скорости центра масс катка 4 $\vec{V}_4$ представляется в виде суммы $\vec{V}_4 = \vec{V}_{4e} + \vec{V}_{4r}$ (рис. 6.37), где $\vec{V}_{4e}$ – вектор переносной скорости катка, равный по модулю скорости призмы: $V_{4e} = \dot{x}_3$; $\vec{V}_{4r}$ – вектор относительной скорости центра масс катка, равный по величине $V_{4r} = \dot{x}_4$. Модуль абсолютной скорости центра масс катка 4 (по теореме косинусов):

$$V_4^2 = V_{4e}^2 + V_{4r}^2 - 2V_{4e}V_{4r}\cos 150^\circ = \dot{x}_3^2 + \dot{x}_4^2 + 2\dot{x}_3\dot{x}_4\cos 30^\circ .$$

Поскольку переносное движение катка 4 поступательное, угловая скорость катка $\omega_4$ равна его угловой скорости в относительном движении $\omega_4 = \frac{V_{4r}}{r} = \frac{\dot{x}_4}{r}$.

В результате выражение кинетической энергии системы, в обобщённых скоростях имеет вид:

$$T = \frac{1}{2} m_1 V_{C_1}^2 + \frac{1}{2} J_{C_1} \omega_1^2 + \frac{1}{2} m_3 V_3^2 + \frac{1}{2} m_4 V_4^2 + \frac{1}{2} J_{C_4} \omega_4^2 =$$

$$= \frac{P}{2g}\left(\frac{27}{8}\dot{x}_3^2 + \frac{3}{2}\dot{x}_4^2 + \dot{x}_3\dot{x}_4\sqrt{3}\right).$$

Дадим системе возможное перемещение по координате $x_3$, оставляя координату $x_4$ без изменения: $\delta x_3 > 0, \delta x_4 = 0$. При таком движении системы каток 4 не скатывается по призме, а движется поступательно вместе с ней. В этом случае работа сил тяжести катков 1, 4 и призмы равна нулю, так как нет вертикального перемещения точек приложения этих сил. Работу на этом перемещении будет производить только сила $\vec{F}$ и пара сил с моментом $M$, приложенная к катку 1. Суммарная элементарная работа

$$\delta A = -F\delta x_3 + M\delta\varphi_1 = \left(-F + \frac{M}{2r}\right)\delta x_3 .$$

Здесь учтено, что элементарный угол поворота катка 1 связан с перемещением призмы соотношением: $\delta\varphi_1 = \frac{\delta x_3}{2r}$. Отсюда обобщённая сила, соответствующая координате $x_3$: $Q_{x_3} = -F + \frac{M}{2r} = \frac{1}{2}P$.

Дадим системе другое независимое перемещение – по координате $x_4$, оставляя координату $x_3$ без изменения: $\delta x_4 > 0, \delta x_3 = 0$. При этом возможном перемещении вся система стоит, кроме катка 4, который скатывается по наклонной поверхности призмы. При таком движении системы работу совершает только сила тяжести катка 4. Выражая элементарную работу $\delta A = P_4\delta x_4\cos 60^\circ = \frac{1}{2}P\delta x_4$, найдём обобщённую силу, соответствующую координате $x_4$: $Q_{x_4} = \frac{1}{2}P$.

Составим уравнения Лагранжа. С этой целью вычислим необходимые производные кинетической энергии

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3}\right) = \frac{27P}{8g}\ddot{x}_3 + \frac{P\sqrt{3}}{2g}\ddot{x}_4;\ \ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_4}\right) = \frac{3P}{2g}\ddot{x}_4 + \frac{P\sqrt{3}}{2g}\ddot{x}_3;\ \ \frac{\partial T}{\partial x_3} = 0,\ \frac{\partial T}{\partial x_4} = 0.$$

Подставляя результаты расчётов в общий вид уравнений Лагранжа, получим систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{27P}{8g}\ddot{x}_3 + \frac{P\sqrt{3}}{2g}\ddot{x}_4 = \frac{1}{2}P, \quad \frac{3P}{2g}\ddot{x}_4 + \frac{P\sqrt{3}}{2g}\ddot{x}_3 = \frac{1}{2}P$$

или

$$6{,}75\ddot{x}_3 + 1{,}73\ddot{x}_4 = g; \quad 3\ddot{x}_4 + 1{,}73\ddot{x}_3 = g.$$

Решаем данную систему как алгебраическую относительно ускорений $\ddot{x}_3$, $\ddot{x}_4$. Получим: $\ddot{x}_3 = 0{,}07g$, $\ddot{x}_4 = 0{,}29g$.

Интегрируя дважды эти уравнения с нулевыми начальными условиями, получим закон движения призмы ($x_3 = 0{,}035gt^2$) и центра масс катка 4 относительно призмы ($x_4 = 0{,}145gt^2$). Движение призмы и катка 4 относительно призмы происходит в положительном направлении осей.

**Задача 74**. Механическая система состоит из трёх тел – груза 1, катка 2 и блока 3 (рис. 6.38). Невесомый стержень, соединяющий каток 2 с блоком 3, параллелен горизонтальной плоскости качения катка 2. К центру катка 2 прикреплена горизонтальная пружина, другой конец которой соединён с грузом 1. Коэффициент жесткости пружины *c*. Груз 1 весом $P_1$ движется без трения по горизонтальной поверхности. Каток 2 весом $P_2$ катится по горизонтальной поверхности без скольжения. Радиус катка 2 равен *r*. Блок 3 считать однородным диском весом $P_3$ радиуса *R*. К блоку 3 приложена пара сил с моментом *M*. Движение катка 2 блоку 3 передаётся горизонтальным невесомым стержнем. Скольжение между стержнем и дисками отсутствует. В начальный момент система находилась в покое. При этом груз 1 находился в положении, при котором

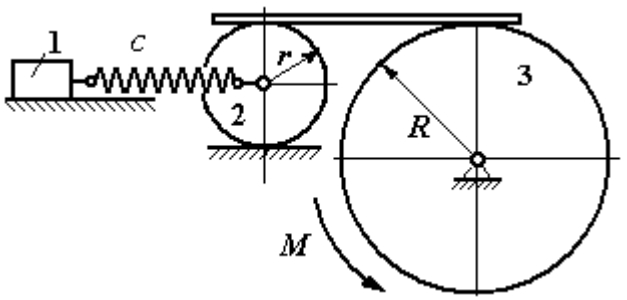


Рис. 6.38. Колебания механической системы с двумя степенями свободы

пружина была растянута относительно своего недеформированного состояния на величину $\Delta l_0$.

Найти закон абсолютного движения груза 1, если известно $P_1$ = 10 Н, $P_2$ = 20 Н, $P_3$ = 30 Н, $M$ = 5 Н·м, $R$ = 24 см, $c$ = 207 Н/м, $\Delta l_0$ = 5 см.

*Решение*

Рассматриваемая механическая система имеет две степени свободы. В качестве обобщенных координат выберем удлинение пружины $x_1$ относительно недеформированного состояния и угол $\varphi_3$ поворота блока 3 (рис. 6.39). При этом $x_1$ является относительной координатой движения груза, а $\varphi_3$ – абсолютной координатой вращения блока 3.

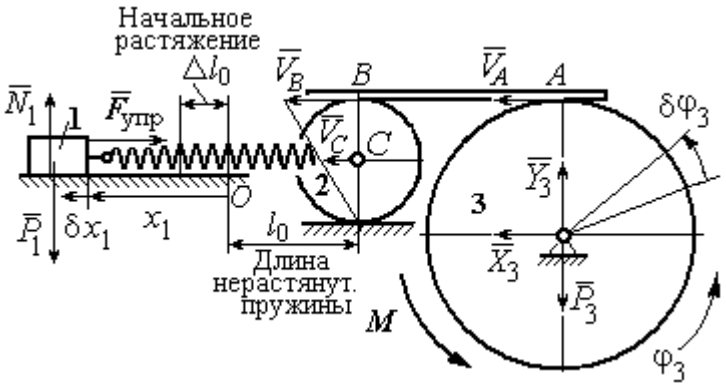



Рис. 6.39. Расчётная схема колебаний механической системы

Рассмотрим сложное движение груза 1. Относительное движение груза – это его движение на пружине в предположении, что точка крепления пружины неподвижна. Относительная скорость $V_{1r} = \dot{x}_1$. Переносное движение – это перемещение груза вместе с фиксированной длиной пружины (иначе, заменяя пружину жестким стержнем). Переносная скорость груза 1 $V_{1e} = V_C$, где $V_C$ – скорость центра масс катка 2.

На рис. 6.39 показано распределение скоростей точек катка 2, откуда следует: $V_C = \frac{1}{2} V_B$. Имеем: $V_B = V_A = \omega_3 R = \dot{\varphi}_3 R$ и $V_C = \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R$.

Для того чтобы найти модуль абсолютной скорости груза 1, спроектируем векторное равенство теоремы сложения скоростей $\vec{V}_1 = \vec{V}_{1r} + \vec{V}_{1e}$ на горизон-

тальную ось. Полагая, что движение системы происходит в положительном направлении отсчета обобщённых координат, получим: $V_1 = \dot{x}_1 + \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R$.

Уравнения Лагранжа II рода, описывающие движение системы:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_1} = Q_x, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3}\right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} = Q_\varphi,$$

где $T$ – кинетическая энергия системы; $Q_x$, $Q_\varphi$ – обобщенные силы, соответствующие обобщенным координатам $x_1$ и $\varphi_3$.

Вычислим кинетическую энергию системы и выразим её через обобщённые скорости.

Кинетическая энергия поступательного движения груза 1 определяется выражением $T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2$, где $V_1$ следует рассматривать как абсолютную скорость груза. Тогда $T_1 = \frac{1}{2} m_1 \left(\dot{x}_1 + \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R\right)^2$. Каток 2 совершает плоскопараллельное движение. Кинетическая энергия катка $T_2 = \frac{3}{4} m_2 V_C^2$, причём $V_C = \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R$. Тогда $T_2 = \frac{3}{16} m_2 \dot{\varphi}_3^2 R^2$. Кинетическая энергия вращающегося блока 3: $T_3 = \frac{1}{2} J_{3z} \omega_3^2$, где $J_{3z}$ – осевой момент инерции блока 3, $J_{3z} = \frac{m_3 R^2}{2}$. Окончательно $T_3 = \frac{1}{4} m_3 \dot{\varphi}_3^2 R^2$.

Кинетическая энергия системы имеет вид:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1 + \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R)^2 + \frac{3}{16} m_2 \dot{\varphi}_3^2 R^2 + \frac{m_3 R^2}{4} \dot{\varphi}_3^2 =$$

$$= \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1 \dot{\varphi}_3 R + \left(\frac{1}{8} m_1 + \frac{3}{16} m_2 + \frac{1}{4} m_3\right) \dot{\varphi}_3^2 R^2.$$

Дадим системе возможное перемещение, при котором изменяется координата груза $x_1$ ($\delta x_1 > 0$), а другая координата – угол поворота блока 3 $\varphi_3$ остаётся постоянной ($\delta\varphi_3 = 0$). В этом случае груз 1 движется горизонтально, блок 3 и каток 2 – неподвижны. При таком движении работу будет производить только упругая сила пружины.

Модуль силы упругости пружины пропорционален её растяжению и в произвольном положении груза равен: $F_{\text{упр}} = c\Delta\ell = cx_1$. Направление силы упругости противоположно растяжению (см. рис. 6.39).

Сумма элементарных работ сил на заданном перемещении системы $\delta x_1$: $\delta A = -F_{\text{упр}}\delta x_1 = -cx_1\delta x_1$. Отсюда обобщенная сила $Q_x$, соответствующая координате $x_1$: $Q_x = -cx_1 = -207x_1$ Н.

Дадим системе другое возможное перемещение, при котором пружина не растягивается: $\delta x_1 = 0$, а блок 3 повернулся на угол $\delta\varphi_3$: $\delta\varphi_3 > 0$. В этом случае пружина рассматривается как жёсткий стержень, связывающий груз 1 с центром масс катка 2. В результате при повороте блока 3 груз 1 и точка *C* движутся одинаково в горизонтальном направлении. На этом перемещении системы работу совершает только пара сил с моментом *M*, приложенная к блоку 3. Имеем $\delta A = M\delta\varphi_3$, и, следовательно, обобщённая сила $Q_\varphi = M = 5$ Н·м.

Составим уравнения Лагранжа, для чего вычислим производные от кинетической энергии по обобщенным скоростям и координатам:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} = m_1\dot{x}_1 + \frac{1}{2}m_1R\dot{\varphi}_3;\quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3} = \frac{1}{2}m_1R\dot{x}_1 + \left(\frac{1}{4}m_1 + \frac{3}{8}m_2 + \frac{1}{2}m_3\right)\dot{\varphi}_3R^2;$$

$$\frac{\partial T}{\partial x_1} = 0,\quad \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} = 0.$$

Полные производные по времени:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1}\right) = m_1\ddot{x}_1 + \frac{1}{2}m_1R\ddot{\varphi}_3;\quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3}\right) = \frac{1}{2}m_1R\ddot{x}_1 + \left(\frac{1}{4}m_1 + \frac{3}{8}m_2 + \frac{1}{2}m_3\right)\ddot{\varphi}_3R^2.$$

Приравнивая полные производные обобщённым силам, получим уравнения Лагранжа окончательно в виде системы алгебраических уравнений относительно ускорений $\ddot{x}_1$ и $\ddot{\varphi}_3$:

$$1{,}02\ddot{x}_1 + 0{,}12\ddot{\varphi}_3 = -207x_1;\ \ 0{,}12\ddot{x}_1 + 0{,}15\ddot{\varphi}_3 = 5.$$

Разрешая систему относительно ускорения $\ddot{x}_1$, получим уравнение относительных колебаний груза:

$$\ddot{x}_1 + 225x_1 = -4{,}35.$$

Решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами представляется в виде суммы общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного: $x_1 = x_{\text{одн}} + x_{\text{частн}}$.

Общее решение однородного уравнения $x_{\text{одн}} = C_1\sin kt + C_2\cos kt$, где $C_1$, $C_2$ – произвольные постоянные; $k$ – круговая частота собственных колебаний груза 1, $k = \sqrt{225} = 15$ рад/с. Частное решение неоднородного уравнения ищется в виде константы $x_{\text{част}} = b$. Подставив его в уравнение колебаний, получим: $b = -0{,}02$.

Таким образом, общее решение неоднородного уравнения

$$x_1(t) = C_1\sin 15t + C_2\cos 15t - 0{,}02.$$

Начальная координата $x_{01}$ груза 1 определяется из условия, что в начальный момент времени при $t = 0$ груз находился в положении, при котором пружина была растянута относительно своего недеформированного состояния на расстояние $\Delta l_0 = 0{,}05$ м. Следовательно, $x_{01} = 0{,}05$. Подставляя значение начальной координаты в общее решение неоднородного уравнения при $t = 0$, получим: $C_2 = 0{,}07$.

Относительная скорость груза 1 в любой момент времени: $\dot{x}_1(t) = C_1 15\cos 15t - C_2 15\sin 15t$. По условию задачи начальная скорость груза 1

$\dot{x}_1(0) = 0$. После подстановки начального условия в выражение для скорости груза 1 получим: $C_1 = 0$.

Окончательно уравнение относительного движения груза 1:

$$x_1(t) = 0{,}07\cos 15t - 0{,}02 \text{ м}.$$

Найдём уравнение вращательного движения блока 3. Для этого в дифференциальное уравнение $0{,}12\ddot{x}_1 + 0{,}15\ddot{\varphi}_3 = 5$ подставим значение второй производной решения относительных колебаний груза 1. Получим: $\ddot{\varphi}_3 = 33{,}33 + 12{,}6\cos 15t$. Полагая $\ddot{\varphi}_3 = \dfrac{d\omega_3}{dt}$, получим дифференциальное уравнение первого порядка: $\dfrac{d\omega_3}{dt} = 33{,}33 + 12{,}6\cos 15t$, откуда найдём угловую скорость блока 3: $\omega_3 = 33{,}33t + 0{,}84\sin 15t + C_3$.

Аналогично, положив $\omega_3 = \dfrac{d\varphi_3}{dt}$, найдём закон вращательного движения блока 3: $\varphi_3 = 16{,}665t^2 - 0{,}056\cos 15t + C_3 t + C_4$.

Начальные условия движения блока: при $t = 0$, $\varphi_3(0) = 0$, $\omega_3(0) = 0$. Подставляя начальные условия в уравнения движения, получим: $C_4 = 0{,}056$, $C_3 = 0$.

Окончательно уравнение вращательного движения блока 3:

$$\varphi_3 = 16{,}665t^2 - 0{,}056\cos 15t + 0{,}056.$$

Абсолютное движение $s_1$ груза 1 представляется суммой относительного и переносного движений:

$$s_1 = x_1 + S_C = x_1 + \frac{1}{2}R\varphi_3 = 2t^2 - 0{,}06\cos 15t - 0{,}01.$$

## Упражнения

Упражнение 6.6. Каток весом $P_1 = 2P$, радиуса $r$, движущийся без проскальзывания по вертикальной стене, удерживается вертикальной пружиной жесткостью $C = 4P / r$, прикреплённой одним концом к центру катка, другим – к неподвижной поверхности (рис. 6.40). К нити, намотанной на барабан катка, подвешен груз 2 весом $P_2 = P$. На груз действует сила $F = P$, к катку приложена пара сил с моментом $M = Pr$.

Найти закон движения груза 2 и максимальное растяжение пружины, если движение системы началось из состояния покоя при недеформированной пружине.

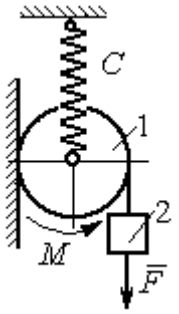


Рис. 6.40. Схема движения катка

Упражнение 6.7. Грузы 1 и 2 весом $P_1 = 20$ Н и $P_2 = 30$ Н привязаны к нерастяжимой нити. Нить переброшена через неподвижные блоки $B$ и $D$ и охватывает снизу подвижный блок 3 весом $P_3 = 40$ Н (рис. 6.41).

Определить ускорения грузов 1 и 2 и центра масс блока 3. Весом нити и неподвижных блоков $B$ и $D$ пренебречь.

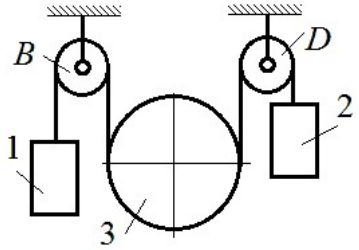


Рис. 6.41. Механическая система с двумя степенями свободы

Упражнение 6.8. Каток 1, радиуса $r$ весом $P$ катится по горизонтальной поверхности. К катку приложена пара сил с моментом $M = 2Pr$. Каток передаёт движение невесомой тележке (см. рис. 6.42). В кузове тележки находится каток 2 такого же радиуса $r$ и веса $P$, который движется по горизонтальной поверхности кузова под действием силы $F = P$, приложенной в центре катка. Найти закон движения центра катка 2 относительно тележки, если движение системы началось из состояния покоя.

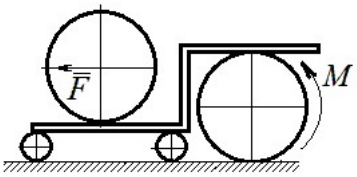


Рис. 6 42. Движение катка в кузове тележки

# 7. ОТВЕТЫ И КРАТКИЕ ПОЯСНЕНИЯ

## 7.1. Ответы к упражнениям главы 1

**1.1**

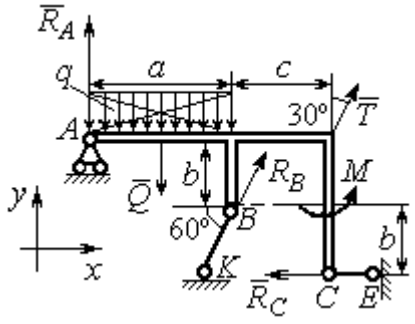



Рис. 7.1. Расчётная схема к упражнению 1.1

$T = 15$ кН, $Q = 15$ кН.

$$R_B\cos60^\circ + T\cos60^\circ - R_C = 0;$$

$$R_A - Q + R_B\cos30^\circ + T\cos30^\circ = 0;$$

$$-Q\cdot\frac{a}{2} + R_B\cos30^\circ\cdot a + R_B\cos60^\circ\cdot b + T\cos30^\circ\cdot(a+c) + M - R_C\cdot 2b = 0.$$

$R_B = -3{,}8$ кН, $R_C = 5{,}6$ кН, $R_A = 5{,}3$ кН.

**1.2**

$Q = 9$ кН. $T = 2$ кН.

$$X_A + T\cos30^\circ + Q\cos30^\circ = 0;$$

$$Y_A - Q\cos60^\circ + R_B - T\cos60^\circ - F = 0;$$

$$-Q\cdot\frac{c}{2} + R_B(b + c\cos60^\circ) - Fc\cos60^\circ + M - T\cos60^\circ(b + c\cos60^\circ) - T\cos30^\circ(a + c\sin60^\circ) = 0.$$

$R_B = 10{,}02$ кН, $X_A = -9{,}53$ кН, $Y_A = -0{,}52$ кН.

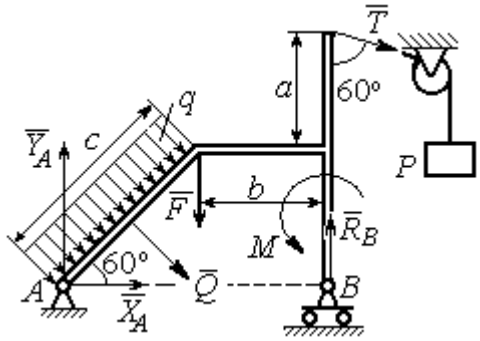



Рис. 7.2. Расчётная схема к упражнению 1.2

**1.3**

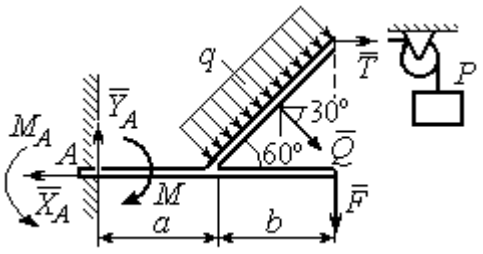



Рис. 7.3. Расчётная схема к упражнению 1.3

$Q = 8$ кН. $T = 3$ кН.

$$-X_A + T + Q\cos30^\circ = 0;$$

$$Y_A - Q\cos60° - F = 0;$$

$$-T2b\cos30° - F(a+b) + M_A - M - Q\cos60°\left(a + \frac{b}{2}\right) - Q\cos30^\circ\left(b\cos30^\circ\right) = 0.$$

$M_A = 18{,}61$ кН·м, $X_A = 9{,}93$ кН, $Y_A = 6$ кН.

**1.4**

$Q = 6{,}93$ кН, $T = 2$ кН.

$$-X_B - T + Q\cos 30^\circ + F\cos 60^\circ = 0;$$

$$R_A - Q\cos 60^\circ + Y_B - F\cos 30^\circ = 0;$$

$$-\frac{Qa}{2\cos 30^\circ} + Y_B\left(b + \frac{a}{2\cos 30^\circ}\right) + Ta - Fa\cos 60^\circ -$$

$$-F\cos 30^\circ\left(b + \frac{a}{2\cos 30^\circ}\right) + M = 0.$$

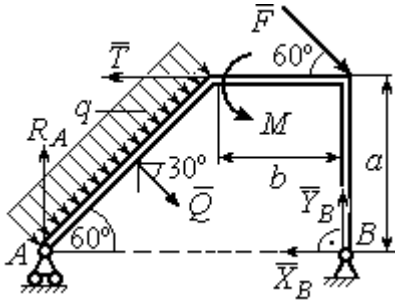



Рис.7.4. Расчётная схема к упражнению 1.4

$R_A = 0{,}72$ кН, $X_B = -5{,}5$ кН, $Y_B = 5{,}34$ кН.

**1.5**

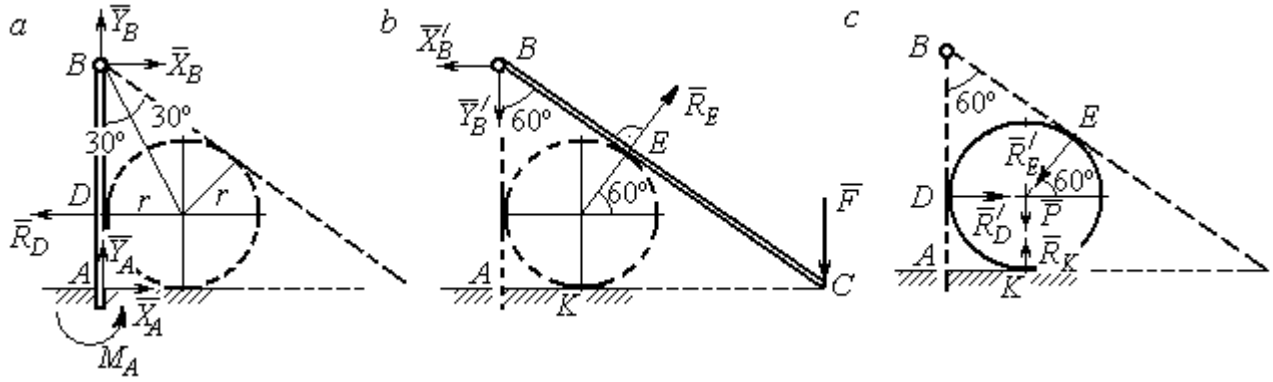



Рис. 7.5. Расчётные схемы к упражнению 1.5:
*a* – равновесие балки *AB*; *b* – равновесие балки *BC*; *c* – равновесие шара

$X_B = X'_B$, $Y_B = Y'_B$, $R_D = R'_D$, $R_E = R'_E$.

Балка *AB*. $AB = r + BD = r + r\operatorname{ctg}30^\circ = 2{,}73$ м.

$$X_A - R_D + X_B = 0, \quad Y_A + Y_B = 0, \quad M_A + R_D \cdot r - X_B \cdot AB = 0.$$

Балка *BC*. $BE = BD = 1{,}73$ м. $AC = BC\cos 30^\circ = 2AB\cos 30^\circ = 4{,}73$ м.

$$R_E\cos 60^\circ - X'_B = 0, \quad RE\sin 60\circ - Y'B - F = 0, \quad R_E \cdot BE - F \cdot AC = 0.$$

Шар.

$$R'_D - R'_E\cos 60^\circ = 0, \quad R_K - P - R'_E\cos 30^\circ = 0.$$

$R_E = 21{,}87$ кН, $Y_B = 10{,}94$ кН, $X_B = 10{,}94$ кН, $R_D = 10{,}94$ кН;

$R_K = 20{,}94$ кН, $X_A = 0$, $Y_A = -10{,}94$ кН, $M_A = 18{,}93$ кН·м.

**1.6**

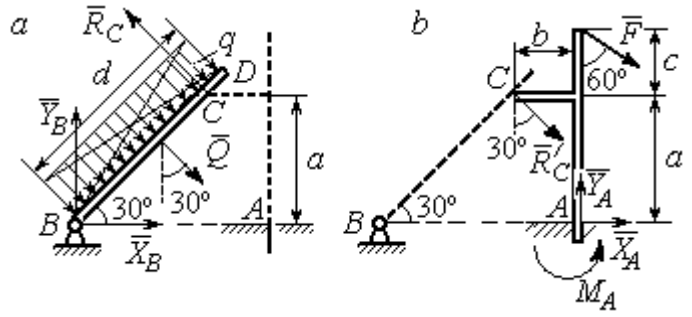



Рис. 7.6. Расчётные схемы к упражнению № 1.6:
*a* – равновесие балки *BD*; *b* – равновесие балки *AC*

Балка *BD*. $Q = 15$ кН.

$$X_B + Q\cos 60^\circ - R_C\cos 30^\circ = 0;$$

$$Y_B - Q\cos 30^\circ + R_C\cos 60^\circ = 0;$$

$$-Q\frac{d}{2} + R_C\, 2a = 0.$$

Балка *AC*. $R_C = R'_C$.

$$X_A + R'_C\cos 60^\circ + F\cos 30^\circ = 0,\ Y_A - R'_C\cos 30^\circ - F\cos 60^\circ = 0;$$

$$M_A - R'_C\cos 60^\circ \cdot a + R'_C\cos 30^\circ \cdot b - F\cos 30^\circ (a + c) = 0.$$

$$X_B = 0{,}61 \text{ кН},\ \ Y_B = 8{,}3 \text{ кН},\ R_C = 9{,}37 \text{ кН};$$

$$X_A = -8{,}15 \text{ кН},\ \ Y_A = 10{,}11 \text{ кН},\ \ M_A = 11{,}65 \text{ кН·м}.$$

**1.7**

Балка *AB*. $Q_1 = 6$ кН.

$T = P = 3$ кН.

$$X_A + R_B - T\cos 60^\circ + F = 0;$$

$$Y_A - Q_1 - T\cos 30^\circ = 0;$$

$$M_A - R_B(b + c)\cos 30^\circ + Q_1\frac{a}{2} +$$

$$+ T\cos 30^\circ a + T\cos 60^\circ c\cos 30^\circ -$$

$$- F\left[c + (b + c)\cos 30^\circ\right] = 0.$$

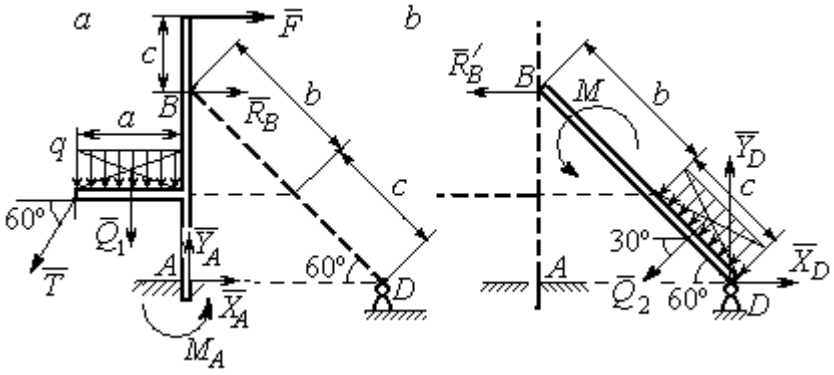



Рис. 7.7. Расчётные схемы к упражнению 1.7:
*a* – равновесие балки *AB*; *b* – равновесие балки *BD*

Балка *DB*. $Q_2 = 3$ кН. $R'_B = R_B$.

$$X_D - R'_B - Q_2\cos 30^\circ = 0,\ \ Y_D - Q_2\cos 60^\circ = 0,\ M + R'_B(b + c)\cos 30^\circ + Q_2\frac{c}{2} = 0.$$

$$X_A = -1{,}49 \text{ кН},\ Y_A = 8{,}6 \text{ кН},\ M_A = 8{,}86 \text{ кН},\ R_B = -1{,}01 \text{ кН};$$

$$X_D = 1{,}59 \text{ кН},\ \ Y_D = 1{,}5 \text{ кН}.$$

**1.8**

Шар.

$$R_B\cos60^\circ - R_D\cos60^\circ = 0;$$

$$R_B\cos30^\circ + R_D\cos30^\circ - P = 0.$$

Балка $AC$. $R'_B = R_B$.

$$X_A - R'_B\cos60^\circ = 0;$$

$$Y_A - R'_B\cos30^\circ + F = 0;$$

$$M_A - R'_B AB + F \cdot AC\cos30^\circ = 0.$$

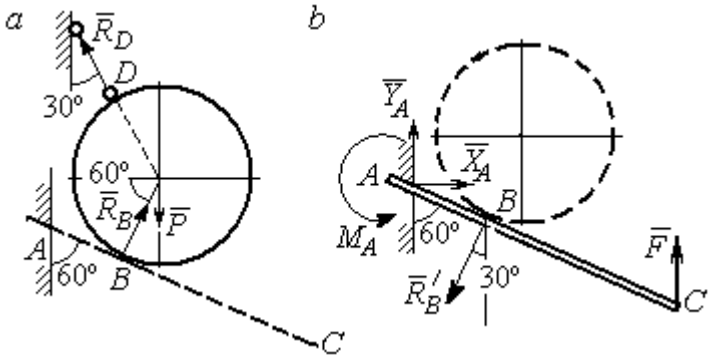



Рис. 7.8. Расчётные схемы к упражнению 1.8:
*a* – равновесие шара; *b* – равновесие балки *AC*

$X_A = 2{,}89$ кН, $Y_A = 0$ кН, $M_A = -11{,}55$ кН·м, $R_B = 5{,}77$ кН, $R_D = 5{,}77$ кН.

**1.9**

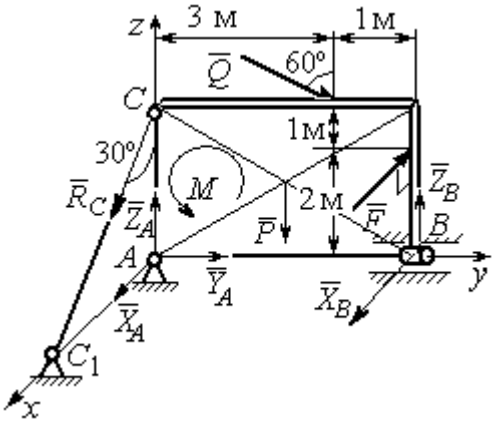



Рис. 7.9. Расчётная схема
к упражнению 1.9

$$X_A + R_C\cos60^\circ + X_B - F = 0;$$

$$Y_A + Q\cos30^\circ = 0;$$

$$Z_A - R_C\cos30^\circ - Q\cos60^\circ + Z_B - P = 0;$$

$$M - Q\cos60^\circ \cdot 3 - Q\cos30^\circ \cdot 3 + Z_B \cdot 4 - P \cdot 2 = 0;$$

$$R_C\cos60^\circ \cdot 3 - F \cdot 2 = 0,\ -X_B \cdot 4 + F \cdot 4 = 0.$$

$X_A = 5{,}34$ кН, $Y_A = 2{,}6$ кН;

$Z_A = 8{,}92$ кН, $R_C = 10{,}67$ кН;

$X_B = 8$ кН, $Z_B = 3{,}82$ кН.

**1.10**

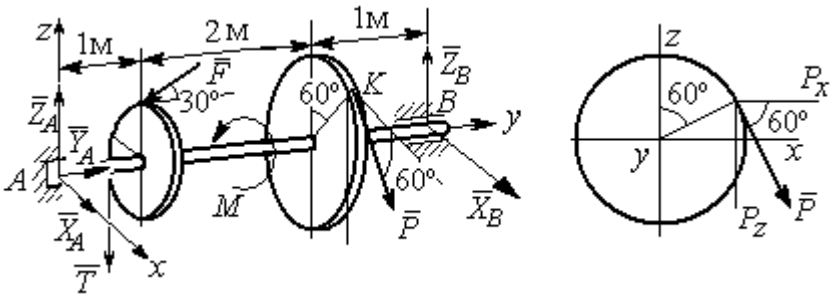



Рис. 7.10. Расчётные схемы к упражнению 1.10

$T = Q = 3$ кН.

$$X_A + P\cos 60^\circ + X_B = 0,\ \ Y_A - F\cos 30^\circ = 0;$$

$$Z_A - F\cos 60^\circ - P\cos 30^\circ - T + Z_B = 0.$$

$$-T\cdot 1 - F\cos 60^\circ \cdot 1 + F\cos 30^\circ \cdot r - P\cos 30^\circ \cdot 3 + Z_B \cdot 4 = 0;$$

$$-Tr + PR - M = 0,\ \ -P\cos 60^\circ \cdot 3 + X_B \cdot 4 = 0.$$

$X_A = 5{,}6$ кН, $Y_A = 3{,}46$ кН, $Z_A = 5{,}48$ кН, $P = 6{,}4$ кН, $X_B = 2{,}4$ кН, $Z_B = 5{,}06$ кН.

**1.11**

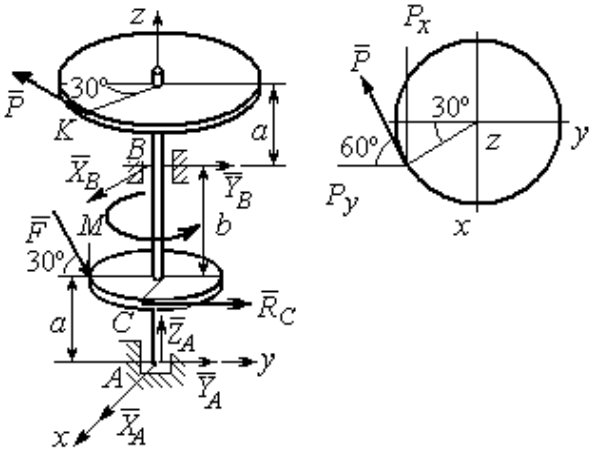



Рис. 7.11. Расчётные схемы к упражнению 1.11

$R_C = Q = 3$ кН.

$$X_A + X_B - P\cos 30^\circ = 0;$$

$$Y_A + Y_B - P\cos 60^\circ + R_C + F\cos 30^\circ = 0;$$

$$Z_A - F\cos 60^\circ = 0;$$

$$-Y_B(a+b) + P\cos 60^\circ(2a+b) - R_C a - -$$

$$F\cos 30^\circ \cdot a + F\cos 60^\circ \cdot r = 0;$$

$$X_B(a+b) - P\cos 30^\circ(2a+b) = 0;$$

$$-PR + R_C r + M = 0.$$

$X_A = -1{,}85$ кН, $Y_A = -5{,}64$ кН, $Z_A = 2$ кН, $P = 6{,}4$ кН, $X_B = 7{,}39$ кН, $Y_B = 2{,}38$кН.

**1.12**

$$T = Q = 3 \text{ кН}.$$

$$X_A + T + X_D = 0;\ Y_A - F + P\cos 60^\circ = 0,$$

$$Z_A + Z_D + P\cos 30^\circ = 0;$$

$$Fa\sin 30^\circ + Z_D(b+2a) + P(2b+2a)\cos 30^\circ = 0;$$

$$Ta\sin 30^\circ - Pa\cos 30^\circ + M = 0;$$

$$-Ta - X_D(b+2a) + Pa\cos 60^\circ + Fa\cos 30^\circ = 0.$$

$$X_A = 0{,}8 \text{ кН},\quad Y_A = 2{,}56 \text{ кН},\ \ Z_A = 1{,}3 \text{ кН};$$

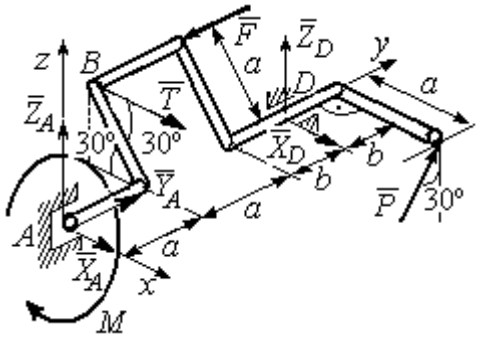



Рис. 7.12. Расчётная схема к упражнению 1.12

$$P = 2{,}89 \text{ кН},\ X_D = 0{,}76 \text{ кН},\ Z_D = -3{,}80 \text{ кН}.$$

**1.13**

Минимальный вес груза $P$:

$$T_{\min} + F_{\text{тр}\,A} - N_B = 0;$$

$$F_{\text{тр}\,B} + N_A - Q = 0;$$

$$F_{\text{тр}\,B} \cdot AB\sin 30° + N_B \cdot AB\cos 30° - Q \cdot AC\sin 30° = 0$$

Максимальный вес груза $P$:

$$T_{\max} - F_{\text{тр}\,A} - N_B = 0;$$

$$-F_{\text{тр}\,B} + N_A - Q = 0;$$

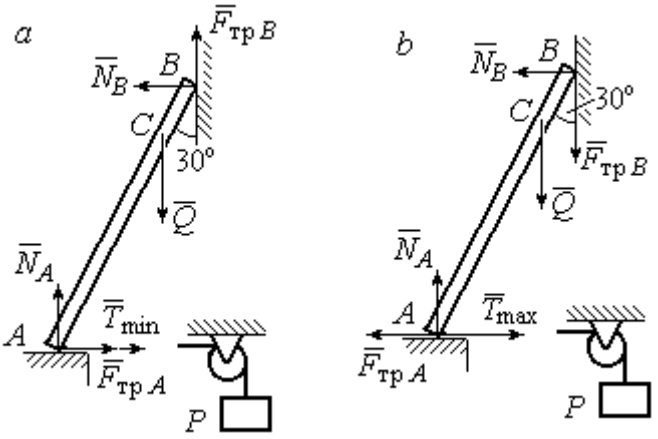



Рис. 7.13. Расчётные схемы к упражнению 1.13:
*a* – расчёт минимального веса груза;
*b* – расчёт максимального веса груза

$$-F_{\text{тр}\,B} \cdot AB\sin 30° + N_B \cdot AB\cos 30° - Q \cdot AC\sin 30° = 0;$$

$$F_{\text{тр}\,A} = f N_A,\ F_{\text{тр}\,B} = f N_B.$$

$$T_{\min} = 31.77 \text{ Н} < P < T_{\max} = 130{,}51 \text{ Н}.$$

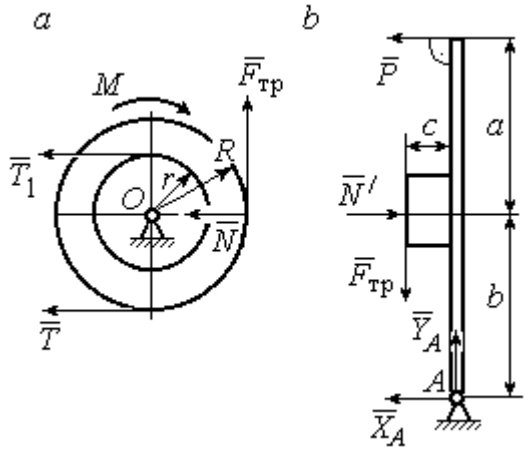



Рис. 7.14. Расчётные схемы
к упражнению 1.14:
*a* – равновесие шкива; *b* – равновесие рычага

**1.14**

Шкив. $T = T_1 = Q$.

$$T \cdot R - T_1 r + M - F_{\text{тр}} R = 0.$$

$$F_{\text{тр}} = 266{,}67 \text{ Н};$$

$$N = \frac{F_{\text{тр}}}{f} = 666{,}67 \text{ Н}.$$

Рычаг. $N = N'$. $F_{\text{тр}} = F'_{\text{тр}}$.

$$P(a+b) - N' \cdot b + F'_{\text{тр}} c = 0.$$

$$P = 320 \text{ Н}.$$

$$-X_A - P + N' = 0;$$

$$Y_A - F'_{\text{тр}} = 0.$$

$$X_A = 346{,}67 \text{ Н},\ Y_A = 266{,}67 \text{ Н}.$$

## 7.2. Ответы к упражнениям главы 2

**2.1**

$$\omega_{1z} = \dot{\varphi}_1 = 3 + \pi\cos\frac{\pi t}{2},\ \omega_1(1) = |\omega_{1z}(1)| = 3 \text{ рад/с}.$$

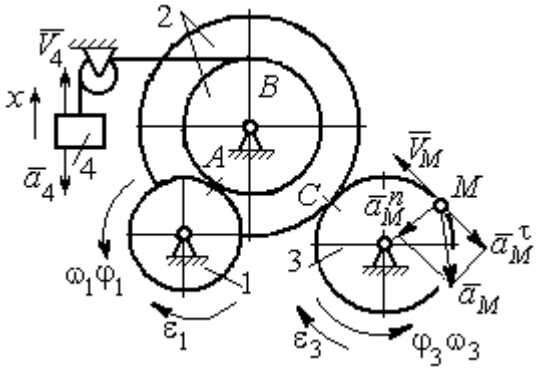



Рис. 7.15. Расчётная схема к упражнению 2.1

$$\omega_{3z} = \omega_{1z}\frac{R_1}{r_2}\frac{R_2}{R_3} = \left(3 + \pi\cos\frac{\pi t}{2}\right)\frac{4}{3};$$

$$\omega_3(1) = |\omega_{3z}(1)| = 4 \text{ рад/с}.$$

$$V_M(1) = \omega_3(1)R_3 = 40 \text{ см/с}.$$

$$\varepsilon_{3z} = \dot{\omega}_{3z} = -\frac{2\pi^2}{3}\sin\frac{\pi t}{2},\quad \varepsilon_{3z}(1) = -\frac{2\pi^2}{3};$$

$$\varepsilon_3(1) = |\varepsilon_{3z}(1)| = \frac{2\pi^2}{3} = 6{,}58 \text{ рад/с}^2.$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_M^n + \bar{a}_M^\tau,\ a_M^n(1) = \omega_3^2(1)R_3 = 160 \text{ см/с}^2,\ a_M^\tau(1) = \varepsilon_3(1)R_3 = 65{,}8 \text{ см/с}^2.$$

$$a_M(1) = 173 \text{ см/с}^2.$$

$$V_{4x} = V_A = \omega_{1z}R_1 = \left(3 + \pi\cos\frac{\pi t}{2}\right)8;\ V_4(1) = |V_{4x}(1)| = 24 \text{ см/с}.$$

$$\dot{V}_{4x} = -4\pi^2\sin\frac{\pi t}{2},\ \dot{V}_{4x}(1) = -4\pi^2;\ a_4(1) = |\dot{V}_{4x}(1)| = 39{,}48 \text{ см/с}^2.$$

**2.2**

$$V_{4x} = \dot{x}_4 = 1 - \frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi t}{3} - \frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi t}{3};$$

$$V_{4x}(3) = 2{,}05 \text{ м/с},\ V_4 = |V_{4x}(3)|$$

$$\omega_{3z} = \frac{V_{4x}}{r_3} = \frac{1}{r_3}\left(1 - \frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi t}{3} - \frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi t}{3}\right);$$

$$\omega_{3z}(3) = 6{,}83 \text{ рад/с};\ \omega_3 = |\omega_{3z}(3)|.$$

$$\varepsilon_{3z} = \dot{\omega}_{3z} = \frac{1}{r_3}\left(\frac{\pi^2}{9}\sin\frac{\pi t}{3} - \frac{\pi^2}{9}\cos\frac{\pi t}{3}\right).$$

$$\varepsilon_{3z}(3) = 3{,}65 \text{ рад/с}^2;\ \varepsilon_3 = |\varepsilon_{3z}(3)|.$$

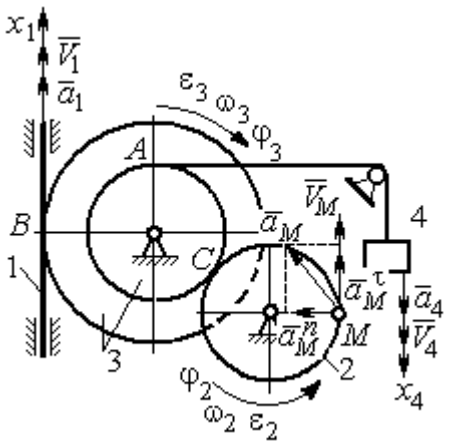



Рис. 7.16. Расчётная схема к упражнению 2.2

$$\frac{\omega_3}{\omega_2}=\frac{R_2}{r_3};\ \ \omega_2=\omega_3\frac{r_3}{R_2}=10{,}25\ \text{рад/с};\ V_M=\omega_2 R_2=2{,}05\ \text{м/с}.$$

$$\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}=\frac{R_2}{r_3};\ \ \varepsilon_2=\varepsilon_3\frac{r_3}{R_2}=5{,}47\ \text{рад/с}^2.$$

$$a_M^n=\omega_2^2 R_2=20{,}4\ \text{м/с}^2;\ \ a_M^\tau=\varepsilon_2 R_2=1{,}09\ \text{м/с}^2.$$

$$a_M=\sqrt{\left(a_M^n\right)^2+\left(a_M^\tau\right)^2}=20{,}43\ \text{м/с}^2.$$

$$V_1=\omega_3 R_3=2{,}73\ \text{м/с};\ a_1=\dot V_1=\dot\omega_3 R_3=\varepsilon_3 R_3=2{,}19\ \text{м/с}^2.$$

**2.3**

$$BP_2=BC\cos30^\circ=4{,}33\ \text{см};\ CP_2=2{,}5\ \text{см}.$$

$$\omega_{BC}=\frac{V_B}{BP_2}=1{,}15\ \text{рад/с};\ \ V_C=\omega_{BC}CP_2=2{,}87\ \text{см/с};$$

$$\omega_1=\frac{V_C}{CP_1}=0{,}72\ \text{рад/с};\ EP_1=2R_1\cos30^\circ=3{,}46\ \text{см};$$

$$V_E=\omega_1 EP_1=2{,}49\ \text{см/с};\ EP_3=2AE\cos30^\circ=10{,}39\ \text{см};$$

$$\omega_{AE}=\frac{V_E}{EP_3}=0{,}24\ \text{рад/с};\ EA=AP_3;$$

$$V_A=\omega_{AE}AP_3=1{,}44\ \text{см/с},\ \ \omega_{AO}=\frac{V_A}{AO}=0{,}24\ \text{рад/с}.$$

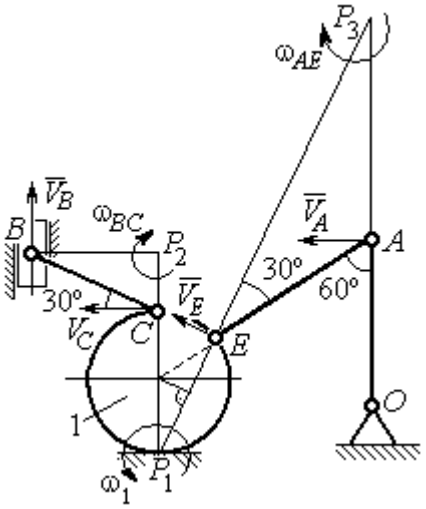



Рис. 7.17. Расчётная схема к упражнению 2.3

**2.4**

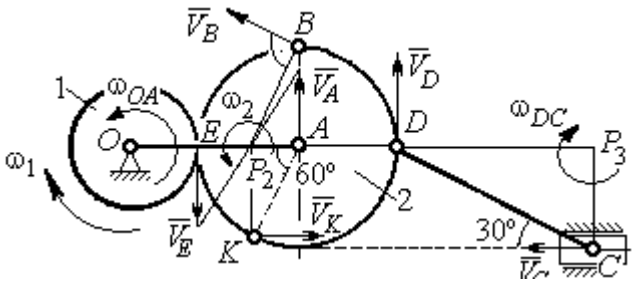



Рис. 7.18. Расчётная схема к упражнению 2.4

$E$ – точка касания дисков.

$$V_E=\omega_1 r_1=18\ \text{см/с}.$$

$$V_A=\omega_{OA}(r_1+r_2)=18\ \text{см/с}.$$

$$EP_2=P_2A=3\ \text{см},\ \omega_2=\frac{V_E}{EP_2}=6\ \text{рад/с}.$$

$$V_K=\omega_2 P_2K=31{,}18\ \text{см/с}.$$

$$V_B=\omega_2 P_2B=40{,}25\ \text{см/с};\ V_D=\omega_2 P_2D=54\ \text{см/с}.$$

$$DC = 2r_2,\ \omega_{DC} = \frac{V_D}{DP_3} = 5{,}197 \text{ рад/с};\ V_C\cos 30^\circ = V_D\cos 60^\circ,\ V_C = 31{,}18 \text{ см/с}.$$

**2.5**

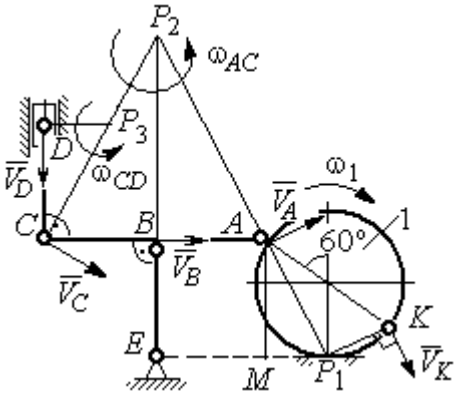



Рис. 7. 19. Расчётная схема к упражнению 2.5.

$$BE = 1{,}5R_1;\ R_1 = 2{,}67 \text{ см}.$$

$$KP_1 = R_1;\ \omega_1 = \frac{V_K}{KP_1} = 0{,}75 \text{ рад/с}.$$

$$AP_1 = \frac{AM}{\cos 30^\circ} = 4{,}62 \text{ см};\ V_A = \omega_1 P_1 A = 3{,}46 \text{ см/с}.$$

$$AP_2 = 2AB = 8 \text{ см};\ \omega_{AC} = \frac{V_A}{AP_2} = 0{,}43 \text{ рад/с}.$$

$$V_B\cos 0^\circ = V_A\cos 30^\circ;\ V_B = 2{,}99 \text{ см/с}.$$

$$\omega_{BE} = \frac{V_B}{BE} = 0{,}75 \text{ рад/с};\ V_C = V_A = 3{,}46 \text{ см/с};\ CP_3 = \frac{DC}{\cos 30^\circ} = 4{,}62 \text{ см};$$

$$\omega_{CD} = \frac{V_C}{CP_3} = 0{,}75 \text{ рад/с};\ V_D\cos 0^\circ = V_C\cos 60^\circ;\ V_D = 1{,}73 \text{ см/с}.$$

**2.6**

$$V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 12 \text{ см/с};\ \omega_{AD} = 0,\ V_D = V_A.$$

$$\omega_{O_1C} = \frac{V_D}{DO_1} = 3 \text{ рад/с};$$

$$V_C = \omega_{O_1C} \cdot O_1C = 48 \text{ см/с}.$$

$$CB = CP = 16 \text{ см};\ \omega_{CB} = \omega_{CL} = \frac{V_C}{CP} = 3 \text{ рад/с}.$$

$$PL = \frac{CP}{\cos 30^\circ} = 18{,}48 \text{ см};\ PB = 2BC\cos 30^\circ.$$

$$V_L = \omega_{CL} \cdot PL = 55{,}44 \text{ см/с};$$

$$V_B = \omega_{CB} \cdot PB = 83{,}13 \text{ см/с}.$$

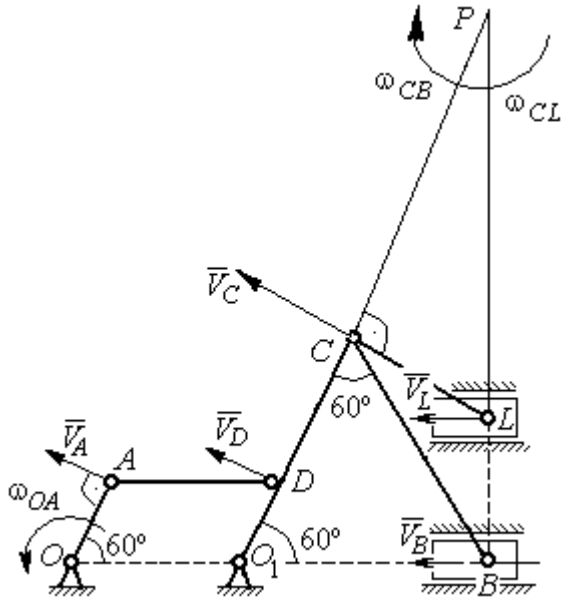



Рис. 7.20. Расчётная схема к упражнению 2.6.

**2.7**

$V_D = \omega_1 R_1 = 30$ см/с; $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 15$ см/с.

$$\omega_2 = \frac{V_A}{AP_2} = 3 \text{ рад/с}.$$

$$V_B = \omega_2 \cdot P_2 B = 21{,}21 \text{ см/с}.$$

$V_C \cos 0^\circ = V_B \cos 45^\circ$; $V_C = 15$ см/с.

$CP_3 = CB$; $\omega_{BC} = \dfrac{V_C}{CP_3} = 1{,}87$ рад/с.

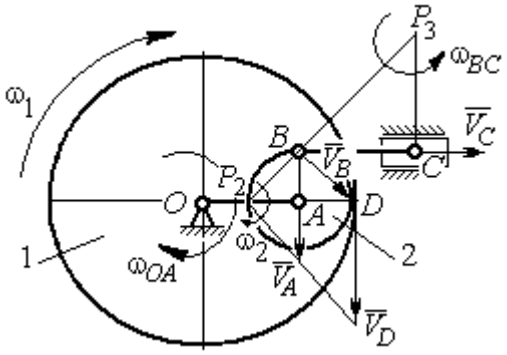



Рис. 7.21. Расчётная схема к упражнению 2.7

**2.8**

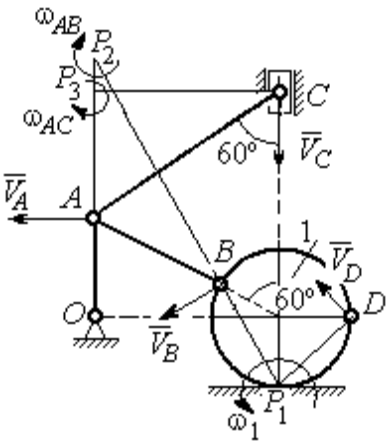



Рис. 7.22. Расчётная схема к упражнению 2.8

$AC = AB + R_1 = 12$ см; $CP_3 = AC \cos 30^\circ = 10{,}39$ см.

$\omega_{AC} = \dfrac{V_C}{CP_3} = 0{,}48$ рад/с; $V_A = \omega_{AC} \cdot AP_3 = 2{,}89$ см/с.

$$AB = AP_2; \quad \omega_{AB} = \frac{V_A}{AP_2} = 0{,}29 \text{ рад/с}.$$

$$BP_2 = 2AB \cos 30^\circ = 17{,}32 \text{ см}.$$

$$V_B = \omega_{AB} BP_2 = 5{,}02 \text{ см/с}.$$

$OA = (AB + R_1)\sin 30° = 6$ см; $\omega_{OA} = \dfrac{V_A}{AO} = 0{,}48$ рад/с.

$BP_1 = 2R_1 \cos 30^\circ = 3{,}46$ см; $\omega_1 = \dfrac{V_B}{BP_1} = 1{,}45$ рад/с.

$DP_1 = R_1\sqrt{2} = 2{,}82$ см; $V_D = \omega_1 DP_1 = 4{,}09$ см/с.

**2.9**

$V_A = \omega_{OA} OA = 12$ см/с; $AP = 2AB = 2BC \cdot \text{tg}60^\circ = 27{,}71$ см.

$\omega_{AB} = \dfrac{V_A}{AP} = 0{,}43$ рад/с; $V_B \cos 0^\circ = V_A \cos 30^\circ$; $V_B = 10{,}38$ см/с.

$$\omega_{BC} = \frac{V_B}{BC} = 1{,}29 \text{ рад/с}.$$

$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}^n_{BA} + \bar{a}^\tau_{BA}$; $\bar{a}_B = \bar{a}_C + \bar{a}^n_{BC} + \bar{a}^\tau_{BC}$, $a_C = 0$.

$$\bar{a}_A = \bar{a}_O + \bar{a}^n_{AO} + \bar{a}^\tau_{AO},\ a_O = 0.$$

$$\bar{a}^n_{BC} + \bar{a}^\tau_{BC} = \bar{a}^n_{AO} + \bar{a}^\tau_{AO} + \bar{a}^n_{BA} + \bar{a}^\tau_{BA}.$$ Найти $a^\tau_{BC}$

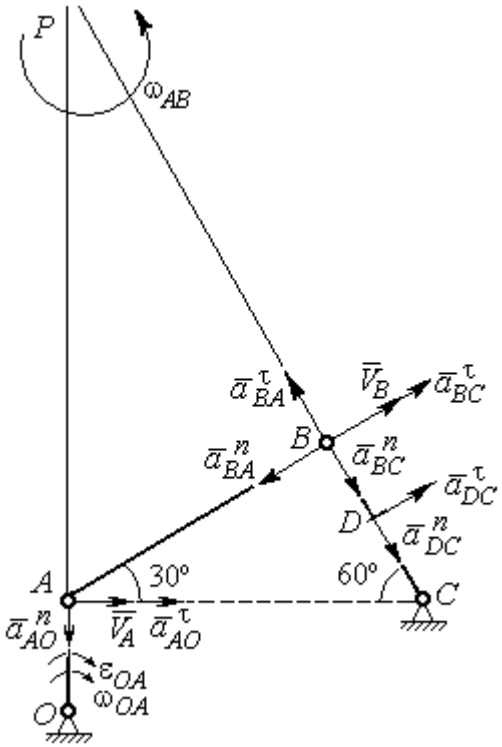



Рис. 7.23. Расчётная схема к упражнению 2.9

$$a^n_{AO} = \omega^2_{AO} \cdot AO = 36 \text{ см/с}^2;$$

$$a^\tau_{AO} = \varepsilon_{AO} \cdot AO = 8 \text{ см/с}^2;$$

$$AB = BC \cdot \text{tg}60^\circ = 13{,}86 \text{ см}.$$

$$a^n_{BA} = \omega^2_{AB} \cdot AB = 2{,}56 \text{ см/с}^2;\ \ a^\tau_{AB} = \varepsilon_{AB} AB.$$

$$a^n_{BC} = \omega^2_{BC} \cdot BC = 13{,}31 \text{ см/с}^2;\ \ a^\tau_{BC} = \varepsilon_{BC} BC.$$

Проекция на $AB$:

$$a^\tau_{BC} = -a^n_{AO}\cos 60^\circ +$$

$$+ a^\tau_{AO}\cos 30^\circ - a^n_{BA} = 13{,}63 \text{ см/с}^2.$$

$$\varepsilon_{BC} = \frac{\left|a^\tau_{BC}\right|}{BC} = 1{,}7 \text{ рад/с}^2.$$

$$\bar{a}_D = \bar{a}^n_{DC} + \bar{a}^\tau_{DC}.$$

$$a^n_{DC} = \omega^2_{BC} \cdot DC = 6{,}65 \text{ см/с}^2;\ \ a^\tau_{DC} = \varepsilon_{BC} \cdot DC = 6{,}8 \text{ см/с}^2.$$

$$a_D = \sqrt{\left(a^n_{DC}\right)^2 + \left(a^\tau_{DC}\right)^2} = 9{,}51 \text{ см/с}^2.$$

**2.10**

$$V_A = \omega_1 r_1 = 12 \text{ см/с};\ P_2 A = \frac{1}{2} BC = 5 \text{ см}.$$

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{P_2 A} = 2{,}4 \text{ рад/с}.$$

$$V_B \cos 30^\circ = V_A \cos 60^\circ;\ V_B = 6{,}93 \text{ см/с}.$$

$$P_3 B = BC\cos 30^\circ = 8{,}66 \text{ см};$$

$$\omega_{BC} = \frac{V_B}{P_3 B} = 0{,}8 \text{ рад/с}.$$

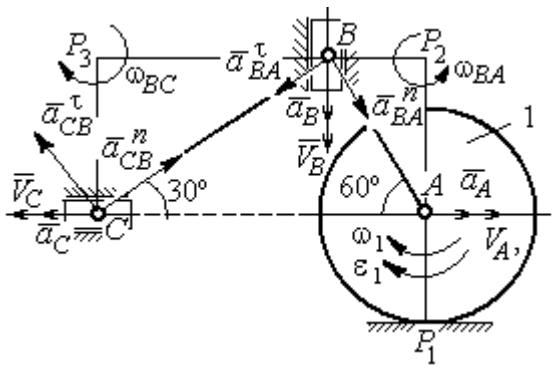



Рис. 7.24. Расчётная схема к упражнению 2.10

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}^n_{BA} + \bar{a}^\tau_{BA}.$$ Найти $a_B$.

Проекция на $BA$: $a_B\cos30° = a_A\cos60° + a^n_{BA}$.

$$a_A = a^\tau_A = \varepsilon_1 r_1 = 8 \text{ см/с}^2;\ AB = BC\operatorname{tg}30° = 5{,}77 \text{ см}.$$

$$a^n_{BA} = \omega^2_{BA} \cdot BA = 33{,}23 \text{ см/с}^2;\ \ a_B = 43{,}03 \text{ см/с}^2.$$

$$\bar{a}_C = \bar{a}_B + \bar{a}^n_{CB} + \bar{a}^\tau_{CB}.$$

Проекция на $BC$: $a_C\cos60° = a_B\cos60° - a^n_{CB}$,

$$a^n_{CB} = \omega^2_{CB} \cdot CB = 6{,}4 \text{ см/с}^2;\ \ a_C = a_B - 2a^n_{CB} = 30{,}23 \text{ см/с}^2.$$

## 7.3. Ответы к упражнениям главы 3

**3.1**

$$CM_1 = S_r(1) = \frac{40}{3}\sin\frac{\pi}{3} = 11{,}55 \text{ см}.$$

Так как $CM_1\cos30° = 10$ см $= R$, то точка $M_1$ лежит на вертикальном диаметре.

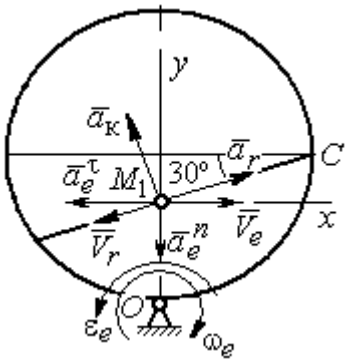



Рис. 7.25. Расчётная схема к упражнению 3.1

$$V_r = \dot{S}_r = \frac{40\pi}{9}\cos\frac{\pi t}{3};\ V_r(1) = 6{,}98 \text{ см/с}.$$

$$\omega_e(1) = 0{,}5 \text{ рад/с};\ OM_1 = R - \frac{1}{2}CM_1 = 4{,}23 \text{ см}.$$

$$V_e = \omega_e OM_1;\ \ V_e(1) = 2{,}12 \text{ см/с}.$$

$$\bar{V}_M = \bar{V}_e + \bar{V}_r.$$

$$V_{Mx} = V_e - V_r\cos30° = -3{,}93 \text{ м/с};\ V_{My} = -V_r\cos60° = -3{,}49 \text{ м/с};$$

$$V_M = \sqrt{(V_{Mx})^2 + (V_{My})^2} = 5{,}26 \text{ см/с}.$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_e + \bar{a}_r + \bar{a}_к.$$

$$\bar{a}_e = \bar{a}^n_e + \bar{a}^\tau_e,\ \ a^n_e = \omega^2_e OM_1;\ \ a^n_e(1) = 1{,}06 \text{ см/с}^2.$$

$$\dot{\omega}_e = -\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi t}{3},\ \ \dot{\omega}_e(1) = -0{,}91 \text{ рад/с}^2;\ \ \varepsilon_e = |\dot{\omega}_e(1)| = 0{,}91 \text{ рад/с}^2,$$

$$a^\tau_e(1) = \varepsilon_e \cdot OM_1 = 3{,}85 \text{ см/с}^2.$$

$$\dot{V}_r = -\frac{40\pi^2}{27}\sin\frac{\pi t}{3},\ \dot{V}_r(1) = -12{,}66;\ a_r = \left|\dot{V}_r(1)\right| = 12{,}66 \text{ см/с}^2$$

$$a_к = 2\left|\omega_e\right| \cdot \left|V_r\right|;\ \ a_к(1) = 6{,}98 \text{ см/с}^2.$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_e^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_r + \bar{a}_к.$$

$$a_{Mx} = -a_e^\tau + a_r\cos 30° - a_к\cos 60° = 3{,}62 \text{ см/с}^2;$$

$$a_{My} = -a_e^n + a_r\cos 60° + a_к\cos 30° = 11{,}31 \text{ см/с}^2.$$

$$a_M = \sqrt{(a_{Mx})^2 + (a_{My})^2} = 11{,}87 \text{ см/с}^2.$$

**3.2**

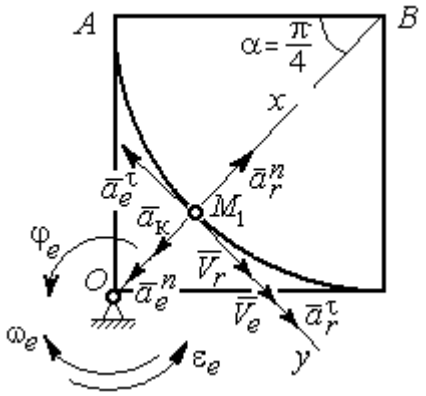


Рис. 7.26. Расчётная схема к упражнению 3.2

Положение $M_1$:

$$\alpha = \frac{S_r(1)}{R} = \frac{\pi}{4};\ \ OM_1 = 8{,}28 \text{ см}.$$

$$\dot{S}_r = 10\pi t;\ \ V_r = \left|\dot{S}_r(1)\right| = 31{,}42 \text{ см/с}.$$

$$\dot{\varphi}_e = 2t - 5,$$

$$\dot{\varphi}_e(1) = -3 \text{ рад/с},\ \ \omega_e = \left|\dot{\varphi}_e(1)\right| = 3 \text{ рад/с}.$$

$$V_e = \omega_e \cdot OM_1 = 24{,}6 \text{ см/с}.$$

$$\bar{V}_M = \bar{V}_e + \bar{V}_r \cdot\ V_{Mx} = V_e + V_r = 56{,}02 \text{ см/с};$$

$$V_{My} = 0;\ V_M = 56{,}02 \text{ см/с}.$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_e + \bar{a}_r + \bar{a}_к = \bar{a}_e^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_r^n + \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_к.$$

$$\bar{a}_e = \bar{a}_e^n + \bar{a}_e^\tau\ \cdot\ a_e^n = \omega_e^2 \cdot OM_1 = 74{,}52 \text{ см/с}^2;$$

$$\dot{\omega}_e = 2 \text{ рад/с}^2;\ \varepsilon_e = \left|\dot{\omega}_e\right|;\ \ a_e^\tau(1) = \varepsilon_e OM_1 = 16{,}56 \text{ см/с}^2;$$

$$\bar{a}_r = \bar{a}_r^n + \bar{a}_r^\tau \cdot \dot{V}_r = 10\pi;\ a_r^\tau = \left|\dot{V}_r\right| = 10\pi = 31{,}42 \text{ см/с}^2;$$

$$a_r^n(1) = \frac{V_r^2}{R} = 49{,}36 \text{ см/с}^2;\ \ a_к = 2\left|\omega_e\right| \cdot \left|V_r\right|;\ \ a_к(1) = 62{,}84 \text{ см/с}^2.$$

$$a_{Mx} = -a_e^n + a_r^n - a_к = -88 \text{ см/с}^2;\ a_{My} = -a_e^\tau + a_r^\tau = 14{,}86 \text{ см/с}^2.$$

$$a_M = \sqrt{(a_{Mx})^2 + (a_{My})^2} = 89{,}24 \text{ см/с}^2.$$

## 7.4. Ответы к упражнениям главы 4

**4.1**

$$m\ddot{x} = F - P\cos 60° - F_{\text{тр}}, \quad m\ddot{y} = N - P\cos 30° = 0.$$

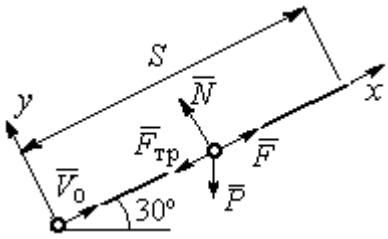



Рис. 7.27. Расчётная схема к упражнению 4.1

$$F_{\text{тр}} = fN = fmg\cos 30°;$$

$$\ddot{x} = \frac{1}{2}kt - 3{,}4, \quad \dot{x} = \frac{1}{4}kt^2 - 3{,}4t + V_0;$$

$$x = \frac{1}{12}kt^3 - 1{,}7t^2 + V_0 t.$$

Конечные условия: $t = 2$ с; $x = S = 2$ м; $V = 2V_0$.

$$V_0 = k - 6{,}8; \quad 1 = \frac{1}{3}k - 3{,}4 + V_0.$$

$$k = 8{,}4; \; V_0 = 1{,}6 \text{ м/с}.$$

**4.2**

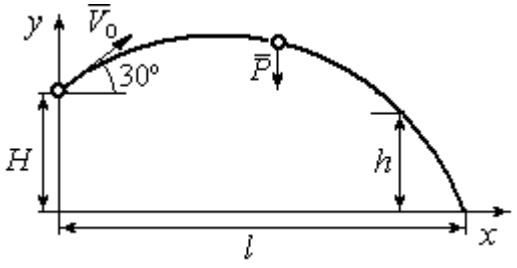



Рис. 7.28. Расчётная схема к упражнению 4.2

Уравнения движения точки:

$$m\ddot{x} = 0; \; \dot{x} = V_0\cos 30°; \; x = V_0 t\cos 30°.$$

$$m\ddot{y} = -P; \dot{y} = -gt + V_0\cos 60°;$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t\cos 60° + H.$$

Краевое условие пролёта высоты $h$:

$$t = 1 \text{ с}; \; y = h = 7 \text{ м}.$$

Подставляя краевые условия в уравнение движения, находим: $V_0 = 3{,}81$ м/с.

Краевое условие падения точки:

$$t = t_{\text{пад}}; \; x = l; \; y = 0.$$

Подстановка в уравнения движения условия приводит к системе:

$$l = V_0 t_{\text{пад}}\cos 30°; \; 0 = -\frac{1}{2}gt_{\text{пад}}^2 + V_0 t_{\text{пад}}\cos 60° + H.$$

Находим: $t_{\text{пад}} = 1{,}64$ с; $l = 5{,}41$ м.

**4.3**

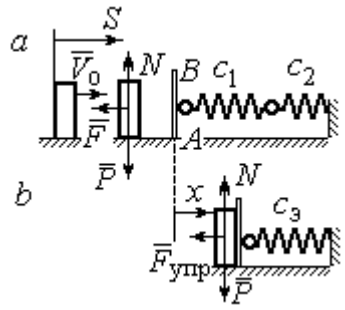



Рис. 7.29. Расчётная схема к упражнению 4.3: *a* – движение груза до начала колебаний; *b* – колебания груза

Уравнение движения груза (рис. 7.29, *a*):

$$m\ddot{S} = -F = -k\dot{S}.$$

Начальные условия: $t = 0;\ S = 0;\ \dot{S} = V_0$.

Решение: $S = \dfrac{mV_0}{k}\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right) = 6\left(1 - e^{-t}\right)$ м.

Скорость груза: $\dot{S} = 6e^{-t}$.

Скорость груза в момент соединения с площадкой $AB$: $V_1 = \dot{S}(1) = 0{,}21$ м/с.

Уравнение колебаний груза на эквивалентной пружине (рис. 7.29, *b*):

$$m\ddot{x} = -F_{упр} = -c_э x;\ c_э = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} = 30 \text{ Н/м}.$$

Начальные условия движения: $t = 0;\ x = 0;\ \dot{x} = V_1$.

Общий вид решения: $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t;\ \omega = \sqrt{\dfrac{c_э}{m}} = 7{,}75$ рад/с,

где константы: $C_1 = 0;\ C_2 = \dfrac{V_1}{\omega} = 0{,}28$ м. Закон движения груза $x = 0{,}28\sin 7{,}75t$.

Максимальное сжатие 0,28 м.

**4.4**

Жесткость эквивалентной пружины

$$c_э = \frac{c \cdot 2c}{c + 2c} = \frac{2}{3}c.$$

Уравнение колебаний:

$$m\ddot{x} = P - F_{упр} = P - c_э(\lambda_{ст} + x) = -c_э x.$$

Общее решение:

$$x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t;\ \omega = \sqrt{\frac{c_э}{m}} = 10{,}33 \text{ рад/с}.$$

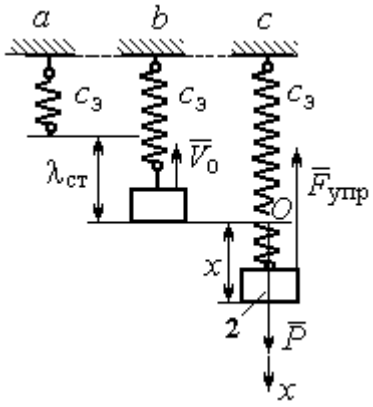



Рис. 7.30. Расчётная схема к упражнению 4.4: *a* – нерастянутая пружина; *b* – положение статического равновесия; *c* – произвольное положение груза

Начальные условия: $t = 0;\ x = 0;\ \dot{x} = -V_0$.

Находим константы интегрирования: $C_1 = 0;\ C_2 = \dfrac{V_0}{\omega} = 0{,}39$ м.

Закон движения груза: $x = 0{,}39\sin 10{,}33t$.

Амплитуда $A = 0{,}39$ м, частота $\omega = 10{,}33$ рад/с.

**4.5**

Скорость человека, находящегося в самолёте, в нижней точке траектории (точка $C$):

$$\frac{mV_C^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = mg\left[l\sin\varphi + r(1-\cos\varphi)\right].$$

Откуда $V_C^2 = V_0^2 + 2g\left[l\sin\varphi + r(1-\cos\varphi)\right]$.

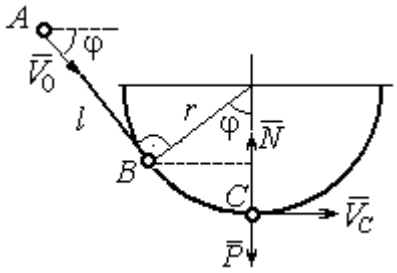


Рис. 7.31. Расчётная схема к упражнению 4.5

Уравнение движения человека, двигающегося вместе с самолётом, в проекции на нормаль в точке $C$: $\dfrac{mV_C^2}{r} = N - P$, где $N$ – реакция корпуса самолёта. Сила давления человека на корпус самолёта по величине равна реакции, но направлена в противоположную сторону.

Из условия $N \le 3P$ следует неравенство: $V_C^2 \le 2gr$, или

$V_0^2 + 2g\left[l\sin\varphi + r(1-\cos\varphi)\right] \le 2gr$. Откуда $r \ge \dfrac{V_0^2 + 2gl\sin\varphi}{2g\cos\varphi}$.

**4.6**

Из уравнения теоремы об изменении кинетической энергии шарика в точке $B$ с учётом, что $V_A = 0$, найдём:

$$\frac{mV_B^2}{2} = \frac{ca^2}{2} + mg\left[R + R\cos 60° - a\cos 30°\right].$$

Составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки на участке $BD$:

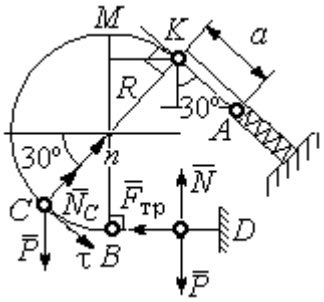


Рис. 7.32. Расчётная схема к упражнению 4.6

$-\frac{mV_B^2}{2} = -fNs$, где $s$ – путь точки до остановки. С учётом данных задачи, получим: $s$ = 5,39 м.

Уравнение движения шарика в проекции на нормальную ось в точке $C$

$$\frac{mV_C^2}{R} = N_C - P\cos 60°.$$

Для вычисления реакции опоры шарика на трубу имеем равенство $N_C = \frac{mV_C^2}{R} + P\cos 60° = \frac{1}{R}\left[mV_B^2 - 2mgR(1-\cos 60°)\right] + mg\cos 60°$, где кинетическая энергия шарика в точке $B$: $mV_B^2 = ca^2 + 2mgR\left[(1+\cos 60°) - \frac{a}{R}\cos 30°\right]$. Получим: $N_C = 18{,}71$ Н. Давление шарика на трубку равно реакции опоры и направлено в противоположную сторону.

## 7.5. Ответы к упражнениям главы 5

**5.1**

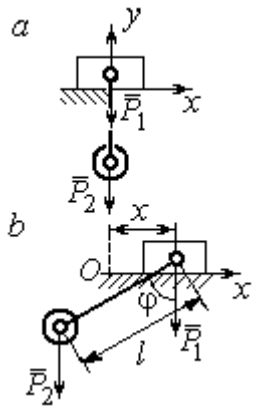



Рис. 7.33. Расчётная схема к упражнению 5.1:
*a* – начальное положение системы;
*b* – произвольное положение

$x_0$ – координата центра тяжести системы в начальном положении, $x_0$ = 0 (см. рис.7.33); $x$ – текущая координата центра тележки; $x_1$ – координата центра тяжести системы в её произвольном положении: $x_1 = \frac{m_1 x - m_2(l\sin\varphi - x)}{m_1 + m_2}$.

Уравнение закона сохранения движения центра масс системы: $x_1 = x_0$, или

$$m_1 x - m_2(l\sin\varphi - x) = 0.$$

Отсюда зависимость координаты движения тележки от положения груза 2: $x = \frac{m_2 l}{m_1 + m_2}\sin\varphi$.

**5.2**

Теорема об изменении кинетического момента системы относительно оси $z$: $\dfrac{dL_z}{dt} = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$.

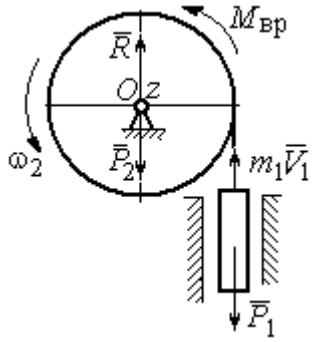


Рис. 7.34. Расчётная схема к упражнению 5.2

Кинетический момент системы:

$$L_z = L_z^{\text{бар}} + L_z^{\text{гр}} = \frac{m_2 r^2}{2}\omega + m_1 V_1 r = \left(m_1 + \frac{m_2}{2}\right)\omega r^2.$$

Суммарный момент внешних сил относительно оси $z$: $\sum M_z(\vec{F}_k^e) = M_{\text{вр}} - P_1 r = kt - m_1 g r$.

Дифференциальное уравнение вращения барабана:

$$\left(m_1 + \frac{m_2}{2}\right) r^2 \frac{d\omega}{dt} = kt - m_1 g r.$$

При нулевых начальных условиях $\omega = \dfrac{kt^2 - 2m_1 grt}{(2m_1 + m_2)r^2}$.

**5.3**

Уравнение теоремы об изменении кинетической энергии для неизменяемых систем на конечном перемещении: $T - T_0 = \sum A(F_k)$, $T_0 = 0$.

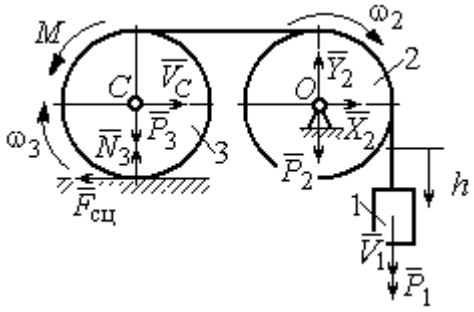


Рис. 7.35. Расчётная схема к упражнению 5.3

Кинетическая энергия груза 1: $T_1 = \dfrac{m_1 V_1^2}{2}$. Энергия вращательного движения блока 2: $T_2 = \dfrac{1}{2} J_O \omega_2^2$, где осевой момент инерции блока: $J_O = \dfrac{m_2 r^2}{2}$, угловая скорость блока $\omega_2 = \dfrac{V_1}{r}$. Кинетическая энергия катка 3: $T_3 = \dfrac{1}{2} m_3 V_C^2 + \dfrac{1}{2} J_C \omega_3^2$, где момент инерции катка относительно оси, проходя-

щей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_C = \frac{m_3 r^2}{2}$, угловая скорость катка и скорость его центра масс $\omega_3 = \frac{V_1}{2r}$, $V_C = \frac{V_1}{2}$.

Энергия системы: $T = T_1 + T_2 + T_3 = (8m_1 + 4m_2 + 3m_3)\frac{V_1^2}{16}$.

Суммарная работа вешних сил на перемещении $h$: $\sum A(F_k) = P_1 h - M\frac{h}{2r}$.

Уравнение теоремы об изменении кинетической энергии:

$$(8m_1 + 4m_2 + 3m_3)\frac{V_1^2}{16} = \left(m_1 g - \frac{M}{2r}\right)h.$$

Скорость груза на высоте $h$: $V_1 = 4\sqrt{\frac{\left(m_1 g - \frac{M}{2r}\right)h}{8m_1 + 4m_2 + 3m_3}}$.

**5.4**

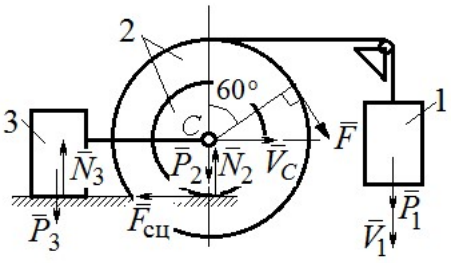



Рис. 7.36. Расчётная схема к упражнению 5.4

Для решения задачи используется теорема об изменении кинетической энергии в дифференциальной форме: $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e)$, где $T$ – энергия системы в её текущем положении; $\sum N(\vec{F}_k^e)$ – суммарная мощность внешних сил.

Допустим, груз 1 движется вниз со скоростью $V_1$. Скорость центра масс катка $V_C$.

Кинетическая энергия катка 2: $T_2 = \frac{1}{2}m_2 V_C^2 + \frac{1}{2}J_{zC}\omega_2^2$. Здесь $m_2 = \frac{2P}{g}$, $J_{zC} = m_2 i_z^2$, $\omega_2 = \frac{V_C}{r}$. В результате кинетическая энергия катка $T_2 = \frac{3P}{g}V_C^2$.

Скорость груза 3 $V_3 = V_C$. Кинетическая энергия груза 3 $T_3 = \frac{P}{g}V_C^2$.

Скорость груза 1 $V_1 = \omega_2 3r = 3V_C$. Кинетическая энергия груза 1: $T_1 = \dfrac{9P}{2g}V_C^2$.

Суммарная кинетическая энергия (энергия системы): $T = T_1 + T_2 + T_3 = \dfrac{17P}{2g}V_C^2$. Производная $\dfrac{dT}{dt} = \dfrac{17P}{g}V_C\dfrac{dV_C}{dt} = \dfrac{17}{g}V_C a_C$.

Мощности сил $\vec{P}_2$, $\vec{N}_2$, $\vec{F}_{\text{сц}}$, $\vec{P}_3$, $\vec{N}_3$ равны нулю.

Мощность силы $\vec{F}$, приложенной к колесу, определяется по формуле: $N(\vec{F}) = \vec{F}\cdot\vec{V}_C + \vec{M}_C(\vec{F})\cdot\vec{\omega}_2 = FV_C\cos 60° + FR\omega_2$. Мощность силы $\vec{P}_1$ $N(\vec{P}_1) = P_1V_1$. Суммарная мощность внешних сил: $\sum N(F^e) = 7PV_C$.

Составляем уравнение теоремы об изменении кинетической энергии системы: $\dfrac{17P}{g}V_C a_C = 7PV_C$, откуда $a_C = \dfrac{7}{17}g$ м/с$^2$.

**5.5**

Рассмотрим движение катков отдельно, заменив невесомый стержень реакцией. Предположим, катки движутся направо (см. рис. 7.37). Уравнения движения катков:

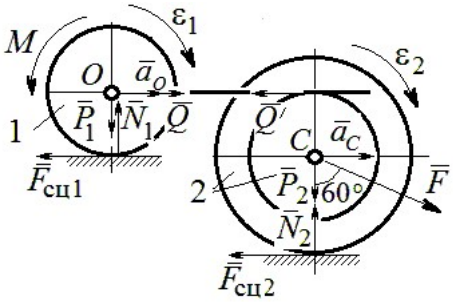


Рис. 7.37. Расчётная схема к упражнению 5.5

$$m_1 a_O = Q - F_{\text{сц1}},\ J_{1O}\varepsilon_1 = F_{\text{сц1}}r - M;$$

$$m_2 a_C = -Q' - F_{\text{сц2}} + F\cos 30°;$$

$$J_{2C}\varepsilon_2 = F_{\text{сц2}}3r - Q'r.$$

Здесь $\vec{Q}$ – реакция невесомого стержня, $|\vec{Q}| = |\vec{Q}'|$; $\vec{F}_{\text{сц1}}$, $\vec{F}_{\text{сц2}}$ – силы сцепления катков с поверхностями качения; моменты инерции катков $J_{1O} = \dfrac{m_1 r^2}{2}$, $J_{2C} = m_2 i_2^2$. Подставляя кинематические соотношения $\varepsilon_2 = \dfrac{a_C}{3r}$; $a_O = \dfrac{4}{3}a_C$; $\varepsilon_1 = \dfrac{4a_C}{3r}$, с учётом данных задачи, получим систему уравнений:

$$\frac{4P}{3g}a_C = Q - F_{сц1};\ \ \frac{2P}{3g}a_C = F_{сц1} - 4P;$$

$$\frac{2P}{g}a_C = -Q - F_{сц2} + P\sqrt{3};\ \ \frac{4P}{3g}a_C = 3F_{сц2} - Q.$$

Находим ускорение центра катка 2: $a_C = \dfrac{3\left(3\sqrt{3}-16\right)g}{46} \approx -\ 0{,}7g$. Каток движется в противоположную сторону. Реакция стержня $Q = 2{,}6P$.

**5.6**

Выделяем звенья механизма, заменяя действия нитей их реакциями. Допустим, направления движений тел в системе соответствуют подъёму груза 1.

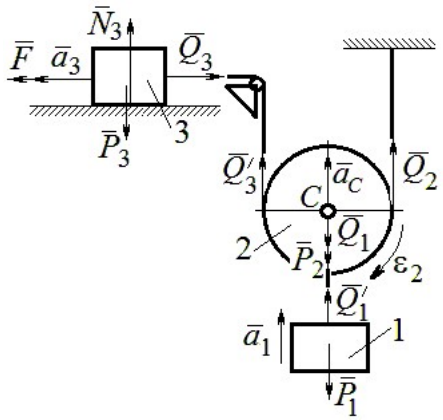



Рис. 7.38. Расчётная схема к упражнению 5.6

Уравнения движения тел:

$$m_3a_3 = F - Q_3,\ m_2a_C = Q_3' + Q_2 - P_2 - Q_1;$$

$$J_{2C}\varepsilon_2 = Q_3'r - Q_2r,\ m_1a_1 = Q_1' - P_1.$$

С учётом, что $\left|\vec{Q}_3\right| = \left|\vec{Q}_3'\right|$, $\left|\vec{Q}_1\right| = \left|\vec{Q}_1'\right|$ и $a_C = a_1$, $a_3 = 2a_1$, $\varepsilon_2 = \dfrac{a_1}{r}$, $J_{2C} = \dfrac{m_2r^2}{2}$, подставляя данные задачи, получим систему уравнений:

$$2ma_1 = 2{,}5mg - Q_3;\ \ ma_1 = Q_3 + Q_2 - mg - Q_1;$$

$$\frac{ma_1}{2} = Q_3 - Q_2;\ m_1a_1 = Q_1 - P_1.$$

Решая систему, находим: $a_1 = \dfrac{2}{17}g \approx 0{,}12g$; $Q_3 = 2{,}26mg$; $Q_2 = 2{,}15mg$.

**5.7**

Заменяем действия нитей реакциями. Предположим, груз 1 спускается по наклонной плоскости. Уравнения движения тел:

$$m_1a_1 = P_1\cos 30° - Q_1;\ \ m_3a_3 = Q_3;$$

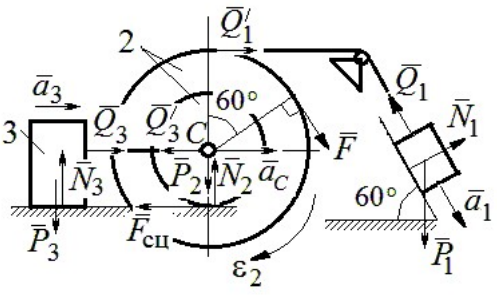



Рис. 7.39. Расчётная схема к упражнению 5.7

$$m_2 a_C = Q_1' - Q_3' - F_{\text{сц}} + F\cos 60^\circ;\ J_{2C}\varepsilon_2 = Q_1' R + FR + F_{\text{сц}} r,\ J_{2C} = m_2 i_2^2.$$

Соотношения ускорений: $\varepsilon_2 = \dfrac{a_1}{R+r}$, $a_C = \dfrac{a_1 r}{R+r}$, $a_3 = a_C$. Подставляя данные задачи, с учётом, что модули сил $Q_1' = Q_1$ и $Q_3' = Q_3$, получим систему уравнений:

$$ma_1 = mg\frac{\sqrt{3}}{2} - Q_1;\ \frac{2}{3}ma_1 = Q_3;$$

$$ma_1 = Q_1 - Q_3 - F_{\text{сц}} + \frac{1}{2}mg;\ 3ma_1 = 2Q_1 + 2mg + F_{\text{сц}}.$$

Находим $a_1 = \dfrac{3}{46}\left(5+3\sqrt{3}\right)g \approx 0{,}44g;\ Q_1 = 0{,}21mg;\ Q_3 = 0{,}44mg$.

## 7.6. Ответы к упражнениям главы 6

**6.1**

Внешние силы, действующие на систему: силы тяжести – $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и реакции опор $\vec{N}_3$, $\vec{R}_3$ Приложим к телам системы, силы инерции $\vec{R}_1^{\text{ин}}$, $\vec{R}_2^{\text{ин}}$ (рис. 7.40, *a*). В соответствии с принципом Даламбера, полученная система сил находится в равновесии. Составляем условие равновесия системы сил в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси:

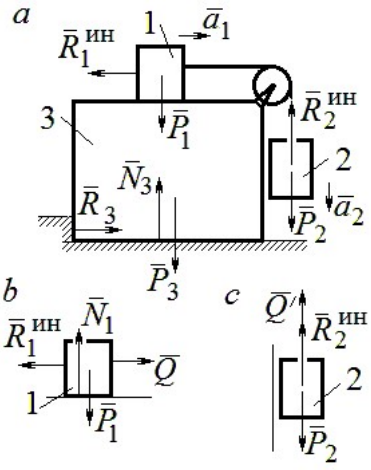



Рис. 7.40. Расчётная схема к упражнению 6.1

$$R_3 - R_1^{\text{ин}} = 0,\ N_3 - P_3 - P_1 - P_2 + R_2^{\text{ин}} = 0.$$

Для вычисления сил инерции рассмотрим отдельно грузы 1 и 2, заменяя действие соединяющей их нити реакцией (рис. 7.40, *b*, *c*). Присоединим к грузам силы инерции и, применив принцип Даламбера, составим уравнения равновесия систем сил - для груза 1 в проекции на горизонтальную ось, для груза 2 – на вертикальную:

$$Q - R_1^{\text{ин}} = 0;\ P_2 - Q' - R_2^{\text{ин}} = 0,$$

где $R_1^{\text{ин}} = m_1 a_1$, $R_2^{\text{ин}} = m_2 a_2$.

Решая полученную систему с учётом равенства модулей сил $Q = Q'$ и ускорений грузов $a_1 = a_2$, находим ускорение грузов: $a_1 = a_2 = 0{,}5g$. Тогда давление призмы на горизонтальную поверхность: $N_3 = 2{,}5mg$.

**6.2**

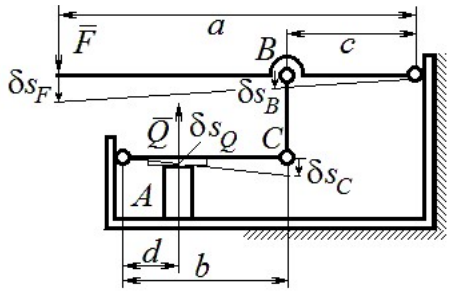


Рис. 7.41. Расчётная схема к упражнению 6.2

Активными силами в системе являются силы $\vec{F}$ и $\vec{Q}$. Для равновесия системы необходимо и достаточно выполнения условия: $\delta A\left(\vec{F}\right) + \delta A\left(\vec{Q}\right) = 0$ или $F\delta s_F - Q\delta s_Q = 0$, где $\delta s_F$ и $\delta s_Q$ – возможные перемещения точек приложения сил $\vec{F}$ и $\vec{Q}$.

Имеем соотношения: $\dfrac{\delta s_F}{\delta s_B} = \dfrac{a}{c}$, $\dfrac{\delta s_C}{\delta s_Q} = \dfrac{b}{d}$, где $\delta s_B$ и $\delta s_C$ – возможные перемещения точек $B$ и $C$, причём $\delta s_B = \delta s_C$. Тогда $\delta s_Q = \dfrac{cd}{ab}\delta s_F$ и сила, сжимающая деталь $A$ под прессом, равна $Q = \dfrac{ab}{cd}F$.

**6.3**

Активными силами, совершающими работу при движении системы, являются силы тяжести $\vec{P}_3$, $\vec{P}_4$ и пары сил с моментами $M_1$ и $M_2$. Связи идеальные.

Для равновесия системы необходимо и достаточно выполнения условия:

$$\delta A\left(\vec{P}_3\right) + \delta A\left(\vec{P}_4\right) + \delta A(M_1) + \delta A(M_2) = 0 \text{ или}$$

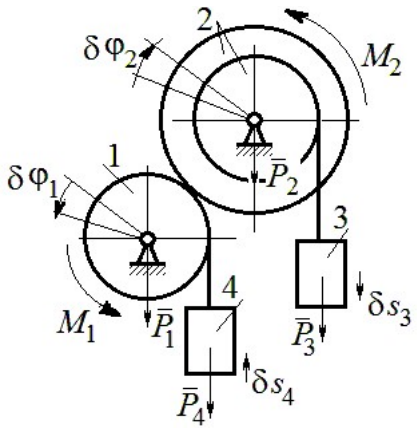


Рис. 7.42. Расчётная схема к упражнению 6.3

$$P_3\delta s_3 - P_4\delta s_4 + M_1\delta\varphi_1 - M_2\delta\varphi_2 = 0,$$

где $\delta s_3, \delta s_4$ – элементарные перемещения грузов 3, 4; $\delta\varphi_1, \delta\varphi_2$ – элементарные повороты валов 1 и 2. Выразим все перемещения через угол поворота вала 2: $\delta s_3 = \delta\varphi_2 r$, $\delta\varphi_1 = 3\delta\varphi_2$, $\delta s_4 = 3r\delta\varphi_2$ и подставим в уравнение равновесия. Получим: $M_2 = 4Pr$.

**6.4**

Система с идеальными связями. Активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и пара сил с моментом $M_{\text{вр}}$ (рис. 7.43).

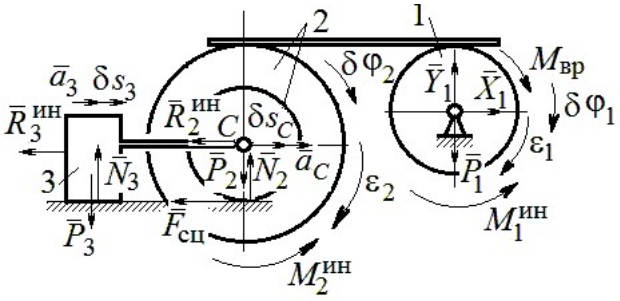



Рис. 7.43. Расчётная схема к упражнению 6.4

Направления поворотов дисков и их угловые ускорения показаны на рис. 7.43 дуговыми стрелками $\delta\varphi_1, \varepsilon_1$ и $\delta\varphi_2, \varepsilon_2$. Направления движения центра масс катка 2, груза 3 и их ускорения обозначены: $\delta s_C, a_C$ и $\delta s_3, a_3$.

Кинематические соотношения между перемещениями и ускорениями:

$$\delta s_C = \delta s_3,\ a_C = a_3,\ \delta\varphi_2 = \frac{\delta s_3}{r},\ \varepsilon_2 = \frac{a_3}{r},\ \delta\varphi_1 = \frac{3\delta s_3}{r},\ \varepsilon_1 = \frac{3a_3}{r}.$$

Присоединим к телам системы силы инерции.

Модули главных векторов сил инерции: $R_3^{\text{ин}} = m_3 a_3 = ma_3$;

$$R_2^{\text{ин}} = m_2 a_C = 2ma_3;\ M_2^{\text{ин}} = m_2 i_2^2 \varepsilon_2 = 4{,}5mra_3;\ M_1^{\text{ин}} = \frac{m_1 R_1^2}{2}\varepsilon_1 = 1{,}5mra_3.$$

Элементарные работы активных сил:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = M_{\text{вр}}\delta\varphi_1 = (mg\sin\omega t)3\delta s_3.$$

Элементарные работы сил инерции:

$$\sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{ин}}) = -R_3^{\text{ин}}\delta s_3 - R_2^{\text{ин}}\delta s_C - M_2^{\text{ин}}\delta\varphi_2 - M_1^{\text{ин}}\delta\varphi_1 =$$

$$= -ma_3\delta s_3 - 2ma_3\delta s_3 - 4{,}5ma_3\delta s_3 - 1{,}5ma_3 3\delta s_3 = -12ma_3\delta s_3.$$

Общее уравнение динамики имеет вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{ин}}) = m(3g\sin\omega t - 12a_3)\delta s_3 = 0.$$

Ускорение груза 3: $a_3 = 0{,}25g\sin\omega t$, или $\ddot{s}_3 = 0{,}25g\sin\omega t$. Интегрируя дифференциальное уравнение с нулевыми начальными условиями, получим закон движения груза: $s_3 = \dfrac{0{,}25g}{\omega}\left(t - \dfrac{1}{\omega}\sin\omega t\right)$.

**6.5**

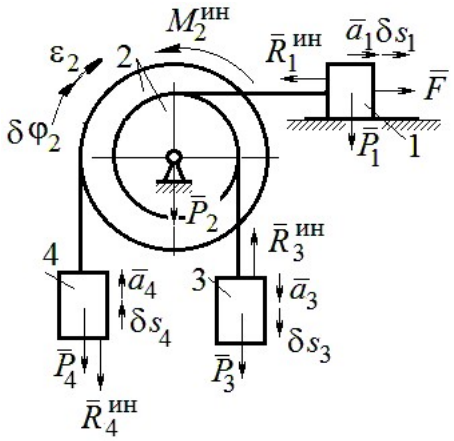



Рис. 7.44. Расчётная схема к упражнению 6.5

Система с идеальными связями. Активные силы и главные вектора сил инерции показаны на рис. 7.44.

Элементарные работы активных сил: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = F\delta s_1 + P_3\delta s_3 - P_4\delta s_4$ и сил инерции $\sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{ин}}) = -R_1^{\text{ин}}\delta s_1 - R_3^{\text{ин}}\delta s_3 - R_4^{\text{ин}}\delta s_4 - M_2^{\text{ин}}\delta\varphi_2$, где модули сил инерции: $R_1^{\text{ин}} = \dfrac{P_1}{g}a_1$, $R_3^{\text{ин}} = \dfrac{P_3}{g}a_3$, $R_4^{\text{ин}} = \dfrac{P_1}{g}a_4$, $M_2^{\text{ин}} = \dfrac{P_2}{g}i_2^2\varepsilon_2$.

Кинематические соотношения: $\delta s_3 = \delta s_1$, $a_3 = a_1$, $\delta s_4 = 2\delta s_1$, $a_4 = 2a_1$, $\delta\varphi_2 = \dfrac{\delta s_1}{r}$, $\varepsilon_2 = \dfrac{a_1}{r}$. Общее уравнение динамики:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{ин}}) = P(t+1)\delta s_1 + P\delta s_1 - 2P\delta s_1 -$$

$$-\left(\frac{P}{g}a_1\delta s_1 + \frac{P}{g}a_1\delta s_1 + \frac{2P}{g}2a_1 2\delta s_1 + \frac{2P}{g}2r^2\frac{a_1}{r}\frac{\delta s_1}{r}\right) = P\left(t - \frac{14a_1}{g}\right)\delta s_1 = 0.$$

Находим уравнение движения груза 3: $a_3 = a_1 = \dfrac{1}{14}gt$, или $\ddot{x}_3 = \dfrac{1}{14}gt$.

Проинтегрировав дифференциальное уравнение с нулевыми начальными условиями, получим закон движения груза 3: $x_3 = \dfrac{1}{84}gt^3 \approx 0{,}012gt^3$.

**6.6**

Рассматриваемая механическая система (рис. 7.45) имеет одну степень свободы. Уравнение Лагранжа: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right)-\frac{\partial T}{\partial x}=Q_x$, где $T$ – кинетическая энергия системы: $Q_x$ – обобщенная сила.

В качестве обобщённой координаты $x$ выберем положение точки $C$ относительно недеформированной пружины, отмеченной на рис. 7.45 величиной $l_0$. Обобщённая скорость $\dot{x}$.

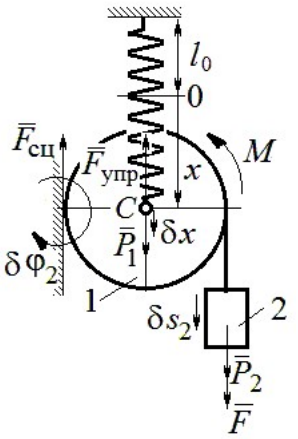


Рис. 7.45. Расчётная схема к упражнению 6.6

Кинетическая энергия катка: $T_1=\frac{1}{2}m_1V_C^2+\frac{1}{2}J_{zC}\omega_1^2$, где $\omega_1$, $V_C$ – угловая скорость катка и скорость его центра масс, $V_C=\dot{x}$, $\omega_1=\frac{V_C}{r}=\frac{\dot{x}}{r}$; момент инерции $J_{zC}=\frac{1}{2}m_1r^2$. Кинетическая энергия груза 2: $T_2=\frac{1}{2}m_2V_2^2$, где $V_2$ – скорость груза 2, $V_2=2V_C=2\dot{x}$. Кинетическая энергия системы, выраженная через обобщённую скорость: $T=T_1+T_2=\frac{7P}{2g}\dot{x}^2$.

В произвольном положении системы, определяемом координатой $x$, дадим центру масс катка возможное перемещение $\delta x$ (см. рис. 7.45). Элементарная работа активных сил $\sum\delta A(F_{\text{к}})=P_1\delta x-F_{\text{упр}}\delta x+(P_2+F)\delta s_2-M\delta\varphi_1$. Полагая перемещения $\delta s_2=2\delta x$, $\delta\varphi_1=\frac{\delta x}{r}$, модуль силы упругости $F_{\text{упр}}=cx$ и с учётом данных задачи, получим $\sum\delta A(F_{\text{к}})=(3P-cx)\delta x$. Обобщённая сила $Q_x=3P-cx$.

Уравнение Лагранжа $\frac{7P}{g}\ddot{x}=3P-cx$, или $\ddot{x}+\frac{4g}{7r}x=\frac{3g}{7}$.

Решение уравнения (с нулевыми начальными условиями): $x = \frac{3}{4} r\left(1 - \cos\omega t\right)$. Закон движения груза: $s_2 = 2x = \frac{3}{2} r\left(1 - \cos\omega t\right)$.

**6.7**

Рассматриваемая система имеет две степени свободы. Обобщённые координаты – расстояния $x_1$, $x_2$ соответственно до грузов 1 и 2, отсчитываемые от неподвижных центров блоков *B* и *D* (рис. 7.46, *a*). Обобщённые скорости $\dot{x}_1$, $\dot{x}_2$. Кинетическая энергия грузов и блока 3:

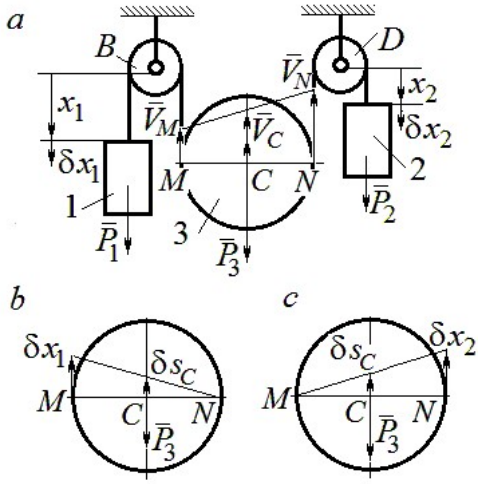



Рис. 7.46. Расчётная схема к упражнению 6.7:
*a* – кинематика механизма;
*b*, *c* – возможные перемещения блока 3 при вычислении обобщённых сил

$$T_1 = \frac{P_1 \dot{x}_1^2}{2g},\ T_2 = \frac{P_2 \dot{x}_2^2}{2g};$$

$$T_3 = \frac{P_3}{2g}\left(\frac{\dot{x}_1 + \dot{x}_2}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\frac{P_3 r^2}{2g}\left(\frac{\dot{x}_2 - \dot{x}_1}{2r}\right)^2.$$

Здесь учтено (см. рис. 7.46, *a*): что

$$V_C = \frac{V_N + V_M}{2} = \frac{\dot{x}_2 + \dot{x}_1}{2};$$

$$\omega_2 = \frac{V_N - V_M}{2r} = \frac{\dot{x}_2 - \dot{x}_1}{2r}.$$

Дадим системе возможное перемещение по координате $x_1$, оставляя координату $x_2$ постоянной: $\delta x_1 \neq 0$, $\delta x_2 = 0$. На этом перемещении сумма элементарных работ внешних сил (см. рис. 7.46, *a*, *b*):

$$\sum \delta A(F_к) = P_1 \delta x_1 - P_3 \delta s_C = \left(P_1 - \frac{1}{2} P_3\right)\delta x_1.$$

Обобщённая сила $Q_{x_1} = P_1 - \frac{1}{2} P_3$.

Дадим системе другое независимое возможное перемещение – по координате $x_2$, так, что $\delta x_1 = 0$, $\delta x_2 \neq 0$. При этом перемещении сумма элементарных работ внешних сил (см. рис. 7.46, *a*, *c*):

$$\sum \delta A(F_{\text{к}}) = P_2 \delta x_2 - P_3 \delta s_C = \left( P_2 - \frac{1}{2} P_3 \right) \delta x_2 .$$

Обобщённая сила $Q_{x_2} = P_2 - \frac{1}{2} P_3$.

Уравнения Лагранжа

$$\left( P_1 + \frac{3}{8} P_3 \right) \frac{\ddot{x}_1}{g} + \frac{1}{8} P_3 \frac{\ddot{x}_2}{g} = P_1 - \frac{1}{2} P_3 , \quad \frac{1}{8} P_3 \frac{\ddot{x}_1}{g} + \left( P_2 + \frac{3}{8} P_3 \right) \frac{\ddot{x}_2}{g} = P_2 - \frac{1}{2} P_3 \text{ или}$$

$$7\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 = 0 , \; \ddot{x}_1 + 9\ddot{x}_2 = 2g .$$

Ускорения грузов: $\ddot{x}_1 = -\frac{1}{31} g$, $\ddot{x}_2 = \frac{7}{31} g$. Ускорение центра масс блока $\ddot{x}_C = \frac{\ddot{x}_2 + \ddot{x}_1}{2} = \frac{6}{31} g$. Груз 1 и центр блока 3 движутся вверх, груз 2 – вниз. (Сравнить с задачей 70.)

**6.8**

Система с двумя степенями свободы. Обобщённые координаты: $x_1$ – положение центра масс катка 1 (точки $C_1$) относительно неподвижной вертикальной стены; $x_2$ – положение центра масс катка 2 (точки $C_2$) относительно подвижного края платформы.

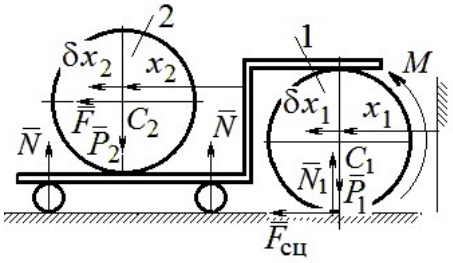


Рис. 7.47. Расчётная схема к упражнению 6.8

Кинетическая энергия системы

$$T = \frac{3}{4} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} \left[ m_2 \left( \dot{x}_2 + 2\dot{x}_1 \right)^2 + \frac{m_2 r^2}{2} \left( \frac{\dot{x}_2}{r} \right)^2 \right] = \frac{P}{g} \left( \frac{11}{4} \dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 + 2\dot{x}_1 \dot{x}_2 \right).$$

Дадим системе возможное перемещение по координате $x_1$ $\left( \delta x_1 \neq 0 \right)$, оставляя другую координату $x_2$ неизменной $\left( \delta x_2 = 0 \right)$. Работу совершают момент $M$ и сила $\overline{F}$. Суммарная работа

$$\sum \delta A(F_{\text{к}}) = M \delta \varphi_1 + F \delta s_{C_2} = M \frac{\delta x_1}{r} + F 2\delta x_1 = 4P \delta x_1 .$$

Обобщённая сила $Q_{x_1} = 4P$.

При другом независимом возможном перемещении $\delta x_1 = 0$, $\delta x_2 \neq 0$ суммарная работа внешних сил $\sum \delta A(F_к) = F\delta x_2$ и обобщённая сила, соответствующая координате $x_2$, равна $Q_{x_2} = P$.

Уравнения Лагранжа

$$\frac{P}{g}\left(\frac{11}{2}\ddot{x}_1 + 2\ddot{x}_2\right) = 4P,\ \frac{P}{g}\left(2\ddot{x}_2 + 2\ddot{x}_1\right) = P, \text{ или}$$

$$11\ddot{x}_1 + 4\ddot{x}_2 = 8g,\ 2\ddot{x}_2 + 2\ddot{x}_1 = g$$

Ускорение центра катка 1 $\ddot{x}_1 = \frac{6}{7}g$. Тележка катится в направлении оси $x_1$. Ускорение центра катка 2 относительно тележки $\ddot{x}_2 = -\frac{5}{14}g$. Закон относительного движения центра катка 2 при нулевых начальных условиях: $x_2 = -\frac{5}{28}gt^2$. Каток катится к правому борту тележки.

# СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

*Бать М. И.*, *Джанелидзе Г. Ю.*, *Кельзон А. С.* Теоретическая механика в примерах и задачах: Т. 1–2.– СПб.: Лань, 2010.

*Бутенин Н. В.*, *Лунц Я. Л.*, *Меркин Д. Р.* Курс теоретической механики: В 2-х томах.– М.: Наука, 2009.

*Вебер Г. Э.*, *Ляпцев*, *С. А*. Лекции по теоретической механике. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2008.

*Тарг С. М.* Краткий курс теоретической механики: учебник для втузов. – М.: Высшая школа, 2010.

Учебное издание

Валерий Григорьевич Брагин
Евгений Борисович Волков
Юрий Михайлович Казаков

# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебное пособие

Редактор *Л.В. Устьянцева*

*Компьютерная версия*

Подписано в печать 26.10.2018 г.
Бумага писчая. Формат бумаги 60×84 1/16.
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.
Печ. л. 15,625. Уч. изд. л. 10,5. Тираж экз. Заказ №
Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ



**Минобрнауки Российской Федерации**
**ФГБОУ ВО**
**«Уральский государственный**
**горный университет»**

**Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков**

# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

*Учебно-методическое пособие*
*для самостоятельной работы студентов,*
*выполнению практических и контрольных работ*

**Екатеринбург**
**2020**

Минобрнауки Российской Федерации
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ:
проректор по УМК

_____доц. С. А. Упоров

«___»_____2019 г.

Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков

# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

*Учебно-методическое пособие*
*для самостоятельной работы студентов,*
*выполнению практических и контрольных работ*

Издание УГГУ Екатеринбург, 2019

В 67

Рецензент: *Н. М. Суслов*, д-р техн. наук, заведующий кафедрой ГМК
Уральского государственного горного университета

Учебно-методическое пособие рассмотрено на заседании кафедры технической механики от 19.12.2016 г. (протокол № 2) и рекомендовано для издания в УГГУ.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета Уральского государственного горного университета.

**Волков Е. Б., Казаков Ю. М.**

В67 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА: Учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов, выполнению практических и контрольных работ / Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков, Уральский государственный горный университет. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2019. 156 с.

Учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов содержит краткие методические указания, контрольные задания и примеры выполнения заданий по темам: «Статика твердого тела. Равновесие произвольной плоской и пространственной систем сил», «Кинематика вращательного и плоскопараллельного движений твердого тела. Определение скоростей и ускорений точек твёрдого тела», «Сложное движение точки», «Динамика точки. Дифференциальные уравнения движения точки. Гармонические и вынужденные колебания точки. Применение теоремы об изменении кинетической энергии при исследовании движения точки», «Применение общих теорем динамики к исследованию движения механической системы», «Принципы механики. Применение общего уравнения динамики к исследованию движения механической системы», «Уравнения Лагранжа II рода».

Учебно-методическое пособие для студентов всех специальностей очной формы обучения.

© Волков Е. Б., Казаков Ю. М., 2019
©Уральский государственный горный университет, 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА ..... 4
1.1. Основные виды связей и их реакции ..... 4
1.2. Моменты силы относительно центра и относительно оси. Пара сил. Момент пары ..... 5
1.3. Условия равновесия систем сил ..... 7
1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел ..... 8
1.5. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил ..... 17
2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА ..... 26
2.1. Кинематика точки. Основные параметры движения точки ..... 26
2.2. Вращение тела вокруг неподвижной оси ..... 28
2.3. Плоскопараллельное движение твёрдого тела ..... 29
2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при поступательном и вращательном движениях ..... 32
2.5. Задание К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении ..... 38
2.6. Задание К3. Определение ускорений точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении ..... 46
3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ ..... 57
3.1. Основные понятия сложного движения точки ..... 57
3.2. Задание К4. Определение скорости и ускорения точки при сложном движении 60
4. ДИНАМИКА ТОЧКИ ..... 73
4.1. Дифференциальные уравнения движения точки. ..... 73
4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки .... 73
4.3. Колебания материальной точки ..... 80
4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки ..... 84
4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки. ..... 95
4.6. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии ..... 96
5. ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ..... 103
5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы . 103
5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы ..... 104
5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы. ..... 112
5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии ..... 114
6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА ..... 124
6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики ..... 124
6.2. Задание Д6. Исследование механической системы с применением общего уравнения динамики ..... 126
6.3. Уравнения Лагранжа II рода ..... 136
6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа ..... 137
6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы 145
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ ..... 155

# 1. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

**Статика** представляет раздел теоретической механики, в котором изучаются условия равновесия твердых тел под действием системы сил.

## 1.1. Основные виды связей и их реакции

**Опора тела на гладкую плоскость (поверхность) без трения**. Реакция приложена в точке касания и направлена перпендикулярно к общей касательной соприкасающихся поверхностей. При опоре углом, или на угол (рис. 1.1, *a*), реакция направлена по нормали к одной из поверхностей. **Гибкая связь**. Если на тело наложена связь в виде гибкой нерастяжимой нити (каната, троса), то реакция связи $\vec{T}$, равная натяжению нити, приложена к телу и направлена вдоль нити (рис. 1.1, *b*).

**Цилиндрический шарнир (подшипник)** создает соединение, при котором

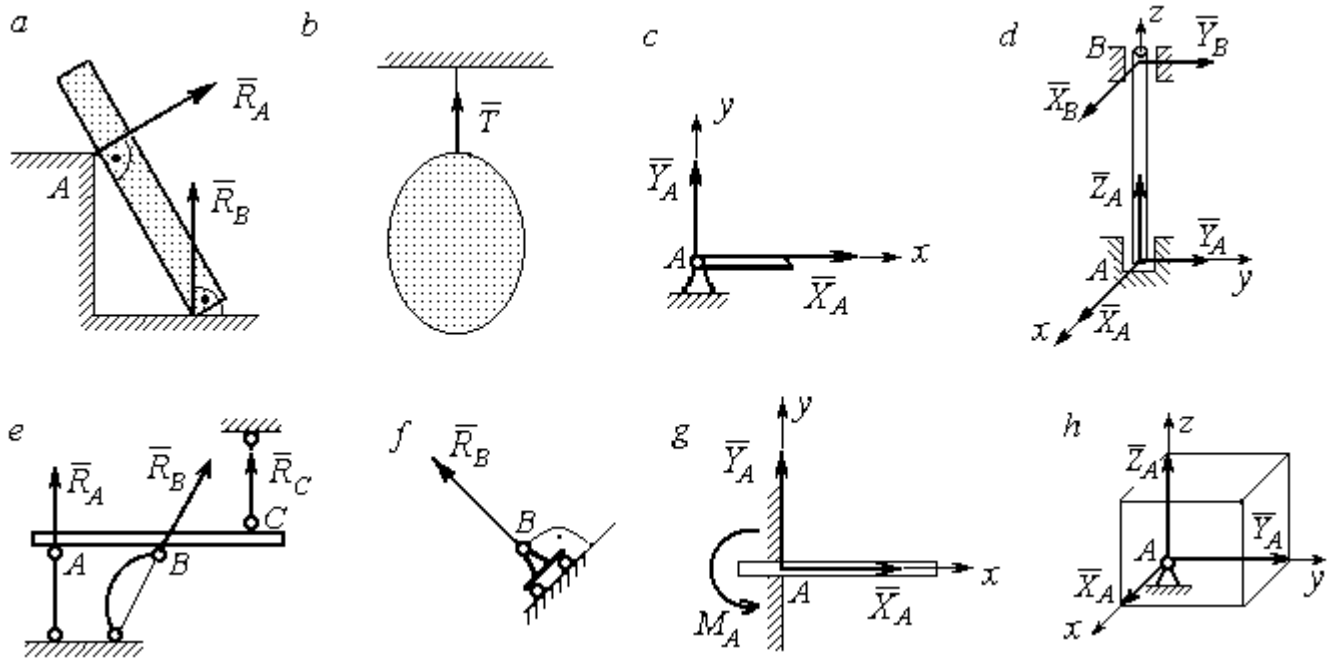



Рис. 1.1. Виды связей и их реакции:
*a* – реакция опоры тела на гладкую поверхность без трения; *b* – реакция связи гибкой нерастяжимой нити; *c* – реакция цилиндрического шарнира; *d* – реакция подшипника и подпятника; *e* – реакция невесомого стержня; *f* – реакция подвижной опоры; *g* – реакция жесткой заделки; *h* – реакция пространственного шарнира

одно тело может вращаться по отношению к другому. Реакция цилиндрического шарнира лежит в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. При решении задач

реакцию цилиндрического шарнира $\vec{R}_A$ изображают ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, взятыми по направлениям координатных осей (рис. 1.1, *c*). Реакция подшипника $\vec{R}_B$ (рис. 1.1, *d*) также изображается своими составляющими $\vec{X}_B$ и $\vec{Y}_B$, взятыми по направлениям координатных осей в плоскости, перпендикулярной оси вращения подшипника. Величина реакции определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$. **Реакция прямолинейного невесомого стержня с шарнирными соединениями на краях** направлена вдоль самого стержня, а криволинейного – вдоль линии, соединяющей точки крепления стержня (рис. 1.1, *e*). **Реакция подвижной опоры** $\vec{R}_B$ (рис. 1.1, *f*) направлена по нормали к поверхности, на которую опираются катки опоры. **Жесткая заделка** (рис. 1.1, *g*) препятствует не только линейным перемещениям тела, но и повороту. Реакция заделки состоит из силы реакции $\vec{R}_A$ и пары сил с моментом $M_A$. При решении задач силу реакции жесткой заделки $\vec{R}_A$ изображают ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, взятыми по направлениям координатных осей. Модуль реакции определяется по формуле $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$. Виды связей и их реакции показаны на рис. 1.1.

## 1.2. Моменты силы относительно центра и относительно оси. Пара сил. Момент пары

Алгебраическим моментом силы $F$ относительно центра $O$ $M_O(\vec{F})$, или просто **моментом силы** $\vec{F}$ относительно центра *O*, называют взятое с соответствующим знаком произведение модуля силы $\vec{F}$ на кратчайшее расстояние *h* от центра *O* до линии действия силы: $M_O(\vec{F}) = \pm Fh$ (рис. 1.2, *a*).

Величину *h* называют **плечом силы**. Момент силы относительно центра считается положительным, если сила стремится повернуть тело вокруг центра против хода часовой стрелки, и отрицательным – в обратном случае.

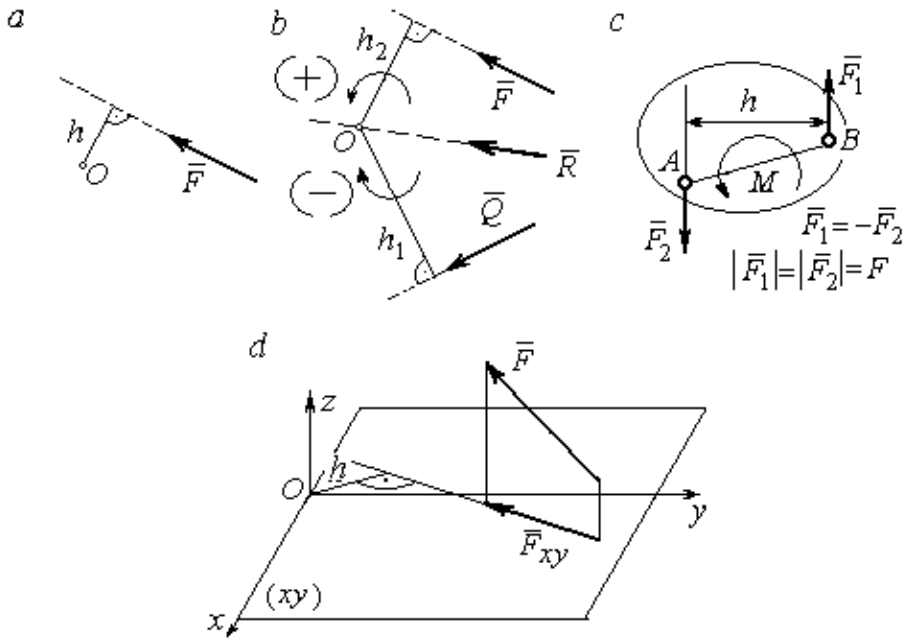



Рис. 1.2. Схемы для вычисления моментов сил:
*a*, *b* – момент силы относительно центра; *c* – момент пары сил;
*d* – момент силы относительно оси

На рис. 1.2, *b* показано, что момент силы $\vec{F}$ относительно центра *O* положительный, а момент силы $\vec{Q}$ относительно того же центра – отрицательный. Момент силы $\vec{R}$ относительно центра *O* равен нулю, так как линия действия этой силы проходит через центр *O* и плечо силы равно нулю.

**Парой сил,** или просто парой (рис.1.2, *c*), называют систему двух равных по модулю сил, параллельных, направленных в противоположные стороны и не лежащих на одной прямой. Алгебраическим моментом пары сил, или **моментом пары,** называют взятое со знаком плюс или минус произведение модуля одной из сил пары на плечо пары – кратчайшее расстояние между линиями действия ее сил. Правило знаков такое же, как и для момента силы. На рисунках пару часто изображают дуговой стрелкой, показывающей направление поворота твердого тела под действием пары (см. *M* на рис. 1.2, *c*).

**Моментом силы относительно оси** называют момент проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси с этой плоскостью. На рис. 1.2, *d* показано вычисление момента силы *F* относительно

оси $z$: $M_z(\vec{F}) = F_{xy}h$, где $F_{xy}$ – проекция силы $\vec{F}$ на плоскость $xy$, перпендикулярную оси $z$, $h$ – плечо проекции $F_{xy}$ относительно центра $O$ – точки пересечения оси $z$ и плоскости $xOy$.

### 1.3. Условия равновесия систем сил

**Плоской системой сил** называется система сил, расположенных в одной плоскости.

**Основная форма условий равновесия плоской системы сил.** Для равновесия плоской системы сил, приложенных к твердому телу, необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух осей прямоугольной системы координат, расположенной в плоскости действия сил, были равны нулю и сумма моментов сил относительно любого центра, находящегося в плоскости действия сил, также была равна нулю:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum M_A(\vec{F}_k) = 0,$$

где $F_{kx}, F_{ky}$– проекции всех сил на координатные оси; $M_A(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно произвольно выбранного центра $A$.

**Пространственной системой сил** называется система сил, расположенных произвольно в пространстве.

Для **равновесия пространственной системы сил** необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на оси прямоугольной системы координат были равны нулю и суммы моментов всех сил относительно тех же осей также были равны нулю:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum F_{kz} = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_y(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_z(\vec{F}_k) = 0,$$

где $F_{kx}, F_{ky}, F_{kz}$– проекции всех сил на координатные оси $x, y, z$; $M_x(\vec{F}_k)$, $M_y(\vec{F}_k)$, $M_z(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно выбранных осей.

### Равновесие систем тел

Связи, соединяющие части конструкции, называют **внутренними,** в отличие от **внешних** связей, скрепляющих конструкцию с внешними телами, не входящими в данную конструкцию. Одним из способов решения задач на равновесие сил, действующих на сочленённую конструкцию с внутренними связями, является **разбиение конструкции на отдельные тела** и составление уравнений равновесия для каждого из тел, входящих в конструкцию. При этом в уравнения равновесия должны входить только силы, непосредственно приложенные к тому телу, равновесие которого рассматривается.

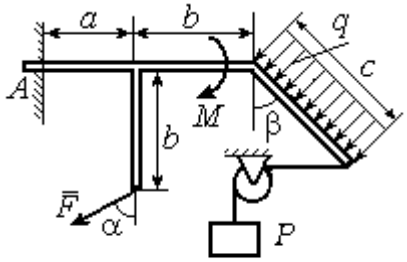
## 1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел

Каждый вариант задания включает две задачи по темам: «Равновесие произвольной плоской системы сил» и «Равновесие системы тел».

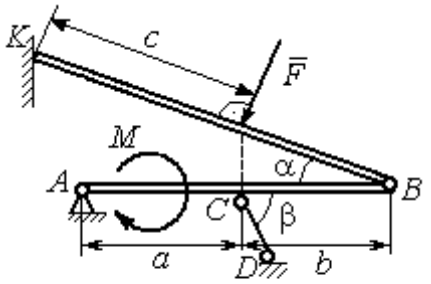
В задачах требуется определить реакции связей конструкции исходя из условия равновесия произвольной плоской системы сил. Весом стержневых подпорок, поддерживающих балочные конструкции, и блоков, через которые перекинуты невесомые нити, пренебречь.

Варианты заданий даны на рис. 1.3 – 1.6. Исходные данные приведены в табл. 1.1. Из таблицы исходных данных выбираются значения тех параметров, которые указаны на схемах.

| **Варианты № 1, 11, 21** | |
|---|---|
| Задача 1 | Задача 2 |



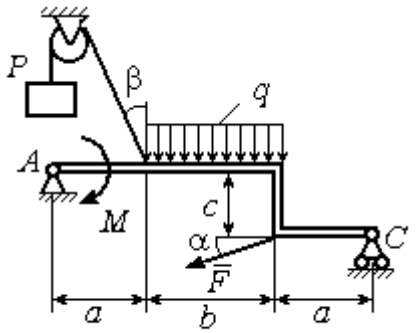

Найти реакцию жесткой заделки в точке $A$




Найти реакции шарниров $A$, $B$, реакцию стержня $CD$ и реакцию опоры в точке $K$

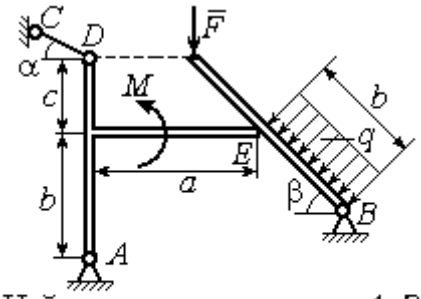
**Варианты № 2, 12, 22**

Задача 1




Найти реакции шарниров $A$ и $C$

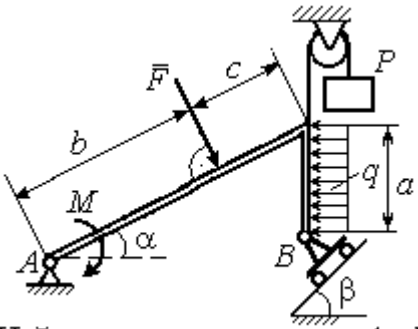
Задача 2




Найти реакции шарниров $A$, $B$, реакцию опоры в точке $E$ и реакцию стержня $CD$

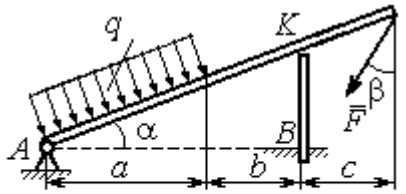
**Варианты № 3, 13, 23**

Задача 1




Найти реакцию шарниров $A$ и $B$

Задача 2

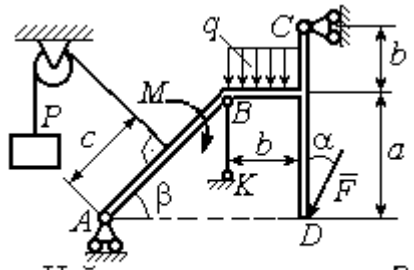



Найти реакцию шарнира $A$, реакцию опоры в точке $K$ и реакцию жесткой заделки в точке $B$

Рис. 1.3. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

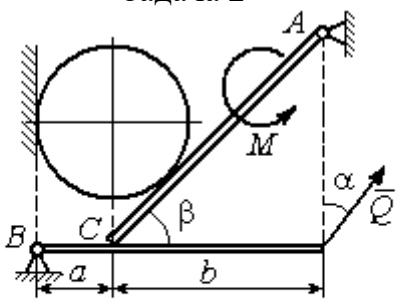
**Варианты № 4, 14, 24**

Задача 1




Найти усилие в стержне $BK$ и реакцию шарниров $A$, $C$

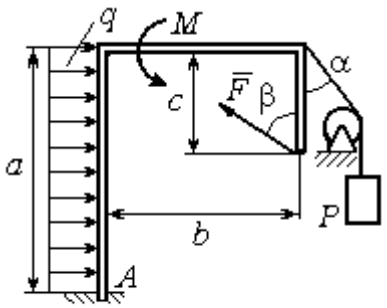
Задача 2




Вес шара $P$. Найти реакцию шарниров $A$, $B$, давление шара на балку и стенку, реакцию опоры балки в точке $C$ и уравновешивающую силу $Q$

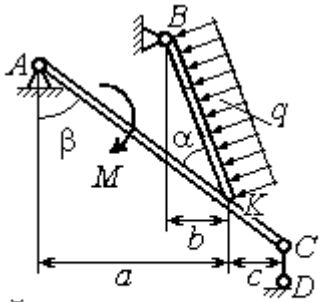
**Варианты № 5, 15, 25**

Задача 1




Найти реакцию жесткой заделки в точке $A$

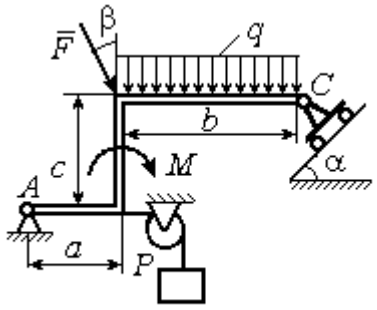
Задача 2




Найти реакцию шарниров $A$, $B$, реакцию стержня $CD$ и реакцию опоры в точке $K$

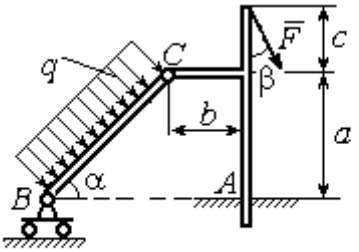
**Варианты № 6, 16, 26**

Задача 1




Найти реакции шарниров $A$ и $C$

Задача 2

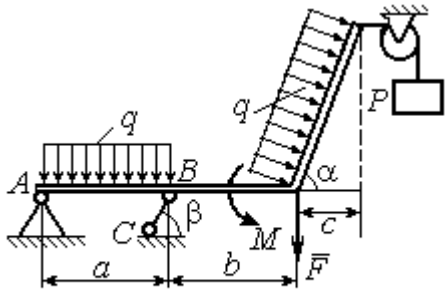



Найти реакцию жесткой заделки в точке $A$ и реакции шарниров $B$ и $C$

Рис. 1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 4 – 6, 14 – 16, 24 –26

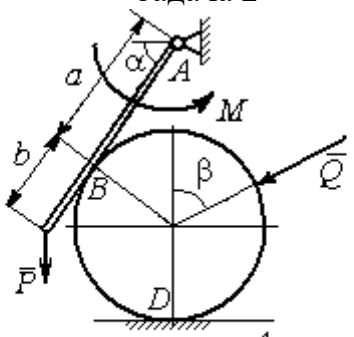
**Варианты № 7, 17, 27**

Задача 1




Найти реакцию стержня $BC$ и реакцию шарнира $A$

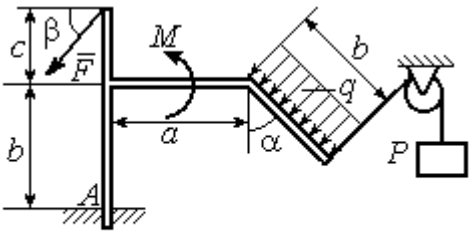
Задача 2




Найти реакцию шарнира $A$, давление балки на шар, реакцию опоры шара в точке $D$ и уравновешивающую силу $Q$

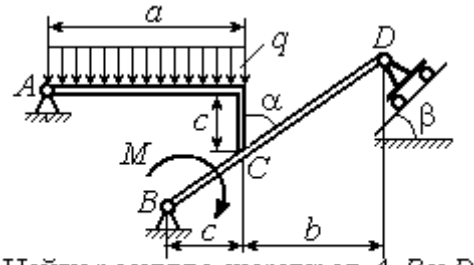
**Варианты № 8, 18, 28**

Задача 1




Найти реакцию жесткой заделки в точке $A$

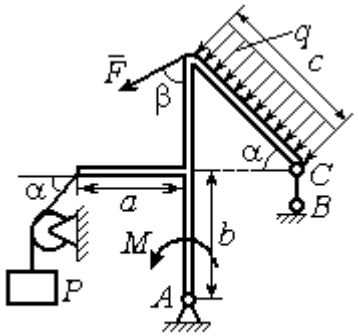
Задача 2




Найти реакцию шарниров $A$, $B$ и $D$ и реакцию опоры в точке $C$

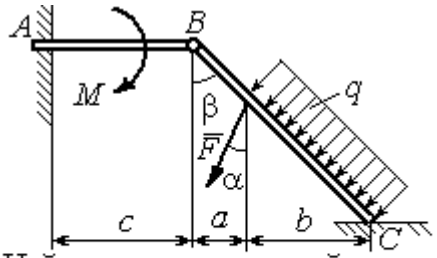
**Варианты № 9, 19, 29**

Задача 1




Найти реакцию стержня $BC$ и реакцию шарнира $A$

Задача 2

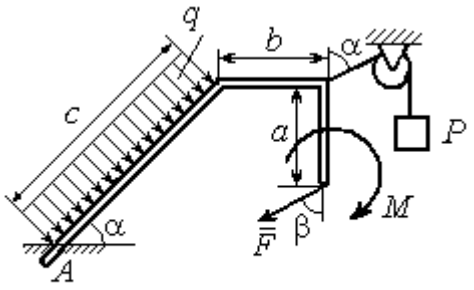



Найти реакцию жесткой заделки в точке $A$, реакцию шарнира $B$ и реакцию опоры в точке $C$

Рис. 1.5. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

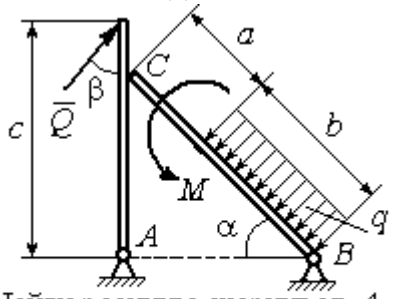
**Варианты № 10, 20, 30**

Задача 1




Найти реакцию жесткой заделки в точке $A$

Задача 2




Найти реакцию шарниров $A$, $B$, реакцию опоры в точке $C$ и уравновешивающую силу $Q$

Рис. 1.6. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 10, 20, 30

Таблица 1.1

**Исходные данные задания С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел.**

| Номер варианта задания | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P$, кН | 6 | 5 | 6 | 12 | 6 | 6 | 10 | 3 | 8 | 5 | 10 | 4 | 8 | 10 | 8 |
| $F$, кН | 12 | 6 | 10 | 5 | 12 | 8 | 6 | 5 | 6 | 2 | 12 | 8 | 12 | 6 | 10 |
| $q$, кН/м | 5 | 4 | 2 | 3 | 6 | 3 | 5 | 2 | 2 | 4 | 6 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $M$, кН·м | 12 | 8 | 6 | 8 | 12 | 5 | 12 | 8 | 4 | 6 | 8 | 12 | 10 | 6 | 10 |
| $\alpha$, град | 45 | 60 | 30 | 60 | 30 | 30 | 45 | 60 | 30 | 30 | 45 | 30 | 60 | 45 | 60 |
| $\beta$, град | 60 | 30 | 45 | 30 | 60 | 90 | 60 | 60 | 30 | 45 | 30 | 45 | 30 | 60 | 30 |
| $a$, м | 3 | 4 | 3 | 4 | 3 | 4 | 3 | 4 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 4 |
| $b$, м | 3 | 3 | 4 | 3 | 2 | 4 | 3 | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 | 3 | 2 |
| $c$, м | 4 | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 5 | 4 | 4 | 2 | 1 | 2 | 2 |

| Номер варианта задания | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** | **21** | **22** | **23** | **24** | **25** | **26** | **27** | **28** | **29** | **30** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P$, кН | 10 | 8 | 10 | 6 | 4 | 6 | 12 | 10 | 5 | 6 | 8 | 6 | 8 | 4 | 6 |
| $F$, кН | 6 | 12 | 12 | 8 | 3 | 14 | 10 | 8 | 15 | 10 | 12 | 8 | 10 | 10 | 2 |
| $q$, кН/м | 5 | 3 | 4 | 3 | 2 | 3 | 2 | 5 | 4 | 2 | 3 | 4 | 5 | 2 | 4 |
| $M$, кН·м | 10 | 6 | 8 | 6 | 5 | 12 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 10 | 6 | 4 | 8 |
| $\alpha$, град | 60 | 60 | 30 | 45 | 60 | 30 | 60 | 45 | 30 | 60 | 45 | 30 | 30 | 30 | 45 |
| $\beta$, град | 45 | 30 | 30 | 60 | 60 | 45 | 30 | 60 | 30 | 45 | 90 | 30 | 60 | 45 | 30 |
| $a$, м | 3 | 4 | 3 | 1 | 2 | 2 | 4 | 1 | 4 | 3 | 4 | 3 | 2 | 1 | 2 |
| $b$, м | 2 | 4 | 3 | 3 | 4 | 1 | 4 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| $c$, м | 3 | 2 | 2 | 4 | 5 | 4 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 3 | 5 |

**Пример выполнения задания С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел.**

**Задача** 1**.** Рама *ACE* (рис. 1.7) в точке *A* закреплена на цилиндрической шарнирной опоре, а в точке *B* поддерживается вертикальным невесомым стержнем *BK*. На раму действуют: пара с моментом $M = 8$ Нм, сила $F = 10$ Н, приложенная в точке *D* под углом 60° к раме, и равномерно распределенная нагрузка интенсивностью $q = 2$ Н/м, приложенная на отрезке *AB*. В точке *E* под прямым углом к участку балки *CE* прикреплен трос, несущий груз $P = 20$ Н. Пренебрегая весом балки, определить реакцию шарнира *A* и реакцию стержневой опоры *BK*, если $a = 2$ м.

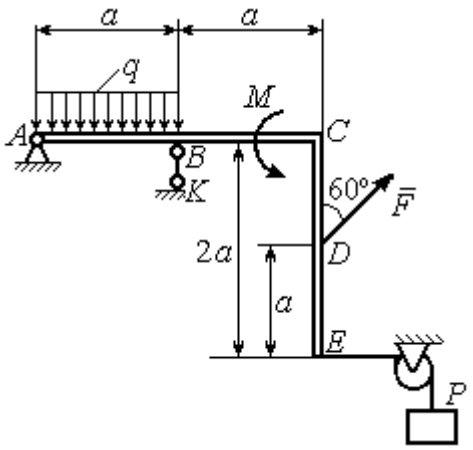


Рис. 1.7. Конструкция рамы

*Решение*

Выбираем систему координат *xAy*, например, как показано на рис. 1.8. Заменяем действие связей их реакциями. Изображаем реакцию шарнира *A* двумя ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленными вдоль горизонтальной и вертикальной осей (см. рис. 1.8). Реакция $\vec{R}_B$ невесомой стержневой опоры *BK* приложена в точке *B* и направлена вдоль стержня *BK*. Заменяем распределенную нагрузку её равнодействующей $\vec{Q}$. Сила $\vec{Q}$ приложена в середине отрезка *AB* и по модулю равна $Q = qa = 4$ Н. Действие груза *P* на раму изображается реакцией $\vec{T}$, равной по величине весу груза.

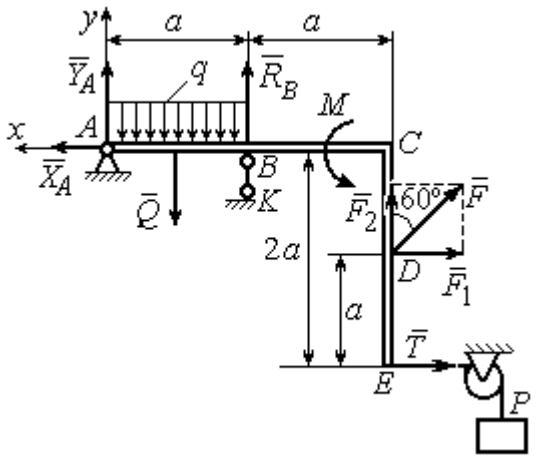


Рис. 1.8. Силы и реакции связей, действующие на раму при её равновесии

При равновесии рамы действующие на неё силы составляют уравновешенную произвольную плоскую систему. Условия равновесия системы сил имеют вид: $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$, $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$. Вычисляя проекции сил на оси *x*, *y*, и моменты сил относительно центра *A*, уравнения равновесия получим в виде:

$$\sum F_{kx} = X_A - F\cos 30^\circ - T = 0, \quad \sum F_{ky} = Y_A - Q + R_B + F\cos 60^\circ = 0.$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -Q\frac{a}{2} + R_B a + M + F\cos 60^\circ \cdot 2a + F\cos 30^\circ \cdot a + T2a = 0.$$

Здесь для вычисления момента силы $\vec{F}$ относительно центра $A$ использована теорема Вариньона: $M_A(\vec{F}) = M_A(\vec{F}_1) + M_A(\vec{F}_2) = F_1 \cdot a + F_2 \cdot 2a$, где $F_1 = F\cos 30^\circ$, $F_2 = F\cos 60^\circ$ (см. рис. 1.8).

Подставляя в уравнения равновесия исходные данные задачи, получим систему уравнений относительно неизвестных $X_A, Y_A, R_B$:

$$X_A - 28{,}66 = 0, \quad Y_A + R_B + 1 = 0, \quad R_B \cdot 2 + 121{,}32 = 0.$$

Решая систему, найдем $X_A$ = 28,66 Н, $Y_A$ = 59,66 Н, $R_B$ = – 60,66 Н.

Отрицательное значение величины $R_B$ означает, что фактическое направление реакции $R_B$ стержневой опоры $BK$ противоположно направлению, показанному на рис. 1.8. Численное значение реакции шарнира

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{28{,}66^2 + 59{,}66^2} = 66{,}18 \text{ Н}.$$

**Задача 2.** Балка *ABLC* с вертикальной частью *AB* и горизонтальной перекладиной *LC* закреплена в точке *A* с помощью жесткой заделки (рис. 1.9). Наклонная балка *EC* с углом наклона к горизонту 60° в точке *C* шарнирно прикреплена к горизонтальной перекладине *CL*, а в точке *E* закреплена на шарнирно-подвижной опоре, установленной на горизонтальной поверхности. На конструкцию действуют равномерно распределенная на отрезках *BL* и *DE* нагрузка с одинаковой интенсивностью $q$ = 2 кН/м, сила $\vec{F}$, приложенная в точке *D* перпендикулярно балке *EC* и равная по величине $F$ = 10 кН, и пара сил с моментом $M$ = 5 кН·м. Определить реакцию жесткой заделки *A* и реакции шарниров *C* и *E*, если $a$ = 2 м.

*Решение*

Разделяем систему на две части по шарниру *C* и рассмотрим равновесие балок *ABLC* и *EC* отдельно. Изобразим обе балки и расставим внешние силы и реакции связей (рис. 1.10). Рассмотрим балку *ABLC* (рис. 1.10, *a*). Заменим распределенную нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_1$, приложенной в середине отрезка *BL*, направленной в сторону действия нагрузки и равной $Q_1 = q \cdot a = 4$ кН. Кроме силы $\vec{Q}_1$ и пары сил с моментом *M* на балку действуют реакция жёсткой заделки в точке *A*, имеющая своими составляющими силы $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$ и пару сил с моментом $M_A$, а также реакция шарнира *C*, разложенная на составляющие $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ (см. рис. 1.10, *a*). Действующие на раму силы составляют уравновешенную плоскую систему сил. Выберем систему координат *xAy*, как показано на рис. 1.10, *a*, и составим уравнения равновесия:

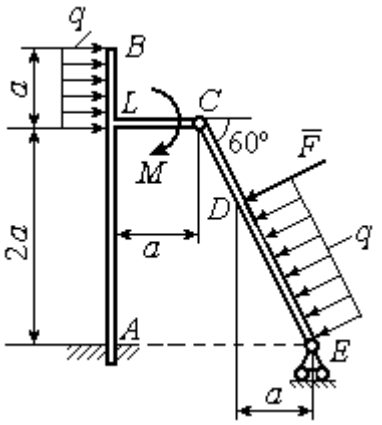



Рис. 1.9. Равновесие конструкции двух балок, соединённых шарниром

$$\sum F_{kx} = X_A + Q_1 + X_C = 0,$$

$$\sum F_{ky} = Y_A + Y_C = 0,$$

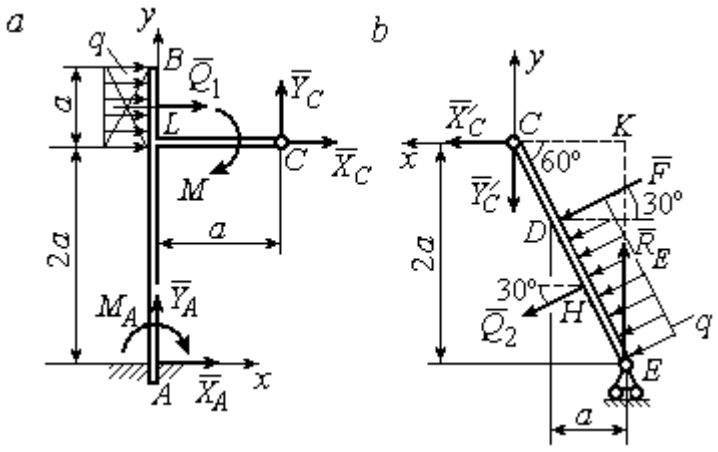



Рис. 1.10. Равновесие частей конструкции:
*a* - силы и реакции связей, действующие на балку *ABLC*;
*b* - силы и реакции связей, действующие на балку *CE*

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -M_A - Q_1 \cdot \left(2a + \frac{a}{2}\right) - M + Y_C a - X_C 2a = 0\,.$$

Рассмотрим равновесие балки *EC*. Заменим равномерную нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_2$, приложенной в середине отрезка *ED*, направленной в сторону действия нагрузки и равной по модулю $Q_2 = q \cdot 2a = 8$ кН. На балку кроме сил $\vec{Q}_2$, $\vec{F}$ действуют реакции связей: $\vec{R}_E$ – реакция шарнирно-подвижной опоры в точке

*E* и $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ – составляющие реакции шарнира *C*. Силы $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ направлены противоположно силам $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ и равны им по модулю $X_C = X'_C$, $Y_C = Y'_C$ (см. рис. 1.10, *a*, *b*). Действующие на балку *EC* силы образуют плоскую уравновешенную систему сил. Выберем систему координат *xCy,* как показано на рис. 1.10, *b,* и составим уравнения равновесия. При этом центром, относительно которого будем считать моменты сил, выберем точку *C*. Получим:

$$\sum F_{kx} = Q_2 \sin 60^\circ + F\cos 30^\circ + \vec{X}'_C = 0,\ \sum F_{ky} = R_E - Q_2 \cos 60^\circ - F\sin 30^\circ - Y'_C = 0,$$

$$\sum M_C\left(\vec{F}_k\right) = -F \cdot CD - Q_2 \cdot CH + R_E \cdot CK = 0.$$

Здесь плечи сил: $CD = \dfrac{2a}{\cos 30^\circ} - 2a$, $CH = \dfrac{2a}{\cos 30^\circ} - a$, $CK = 2a\,\mathrm{tg}30^\circ$. Заменяя в уравнениях величины $X'_C$ на $X_C$, а $Y'_C$ на $Y_C$ и подставляя исходные данные, получим систему уравнений:

$$X_A + X_C + 4 = 0,\ Y_A + Y_C = 0,\ -M_A - 4X_C + 2Y_C - 25 = 0,$$

$$X_C + 15{,}59 = 0,\ -Y_C + R_E - 9 = 0,\ 2{,}31R_E - 27{,}14 = 0,$$

откуда найдём величины реакции жесткой заделки и реакции шарниров:

$$X_A = 11{,}59 \text{ кН},\ Y_A = -2{,}76 \text{ кН},\ M_A = 42{,}87 \text{ кН·м},$$

$$X_C = -15{,}59 \text{ кН},\ Y_C = 2{,}76 \text{ кН},\ R_E = 11{,}76 \text{ кН}.$$

Модули реакций жесткой заделки *A* и шарнира *C*:

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 11{,}91 \text{ кН},\ R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = 15{,}83 \text{ кН}.$$

## 1.5. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил

В заданиях рассматривается равновесие однородной плиты или вала (прямого или с «ломаной» осью) с насаженным на него шкивом.

Вал закреплен подпятником и подшипником и удерживается в равновесии. На вал действуют сила $\vec{F}$, пара сил с моментом $M$ и сила $\vec{P}$. На шкив вала намотана нить, к свободному концу которой, перекинутому через невесомый блок, подвешен груз весом $Q$. Для вала определить реакции подшипника и подпятника и величину уравновешивающей силы $Q$ (или момента $M$).

Плита весом $P$ закреплена пространственным шарниром, подшипником и удерживается в заданном положении невесомым стержнем. На плиту действуют силы $\vec{F}$, $\vec{Q}$ и пара сил с моментом $M$. Для плиты найти реакции сферического и цилиндрического шарниров и реакцию стержня.

Варианты задания даны на рис. 1.11 – 1.13. Исходные данные для выполнения задания приведены в табл. 1.2.

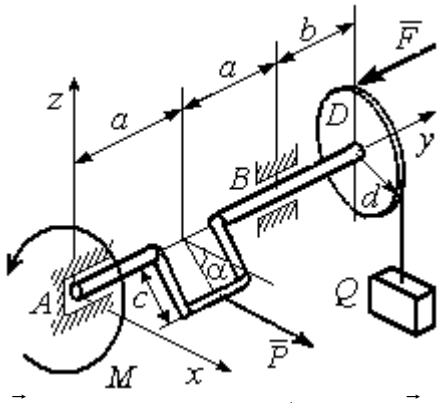
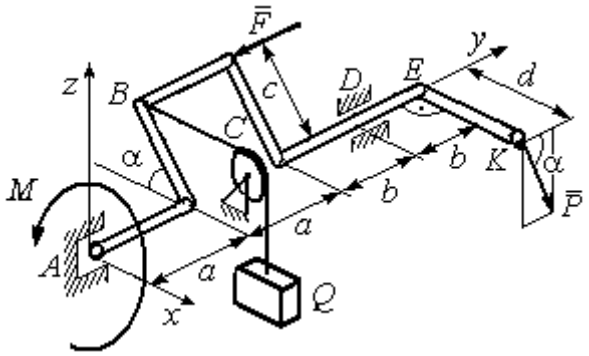
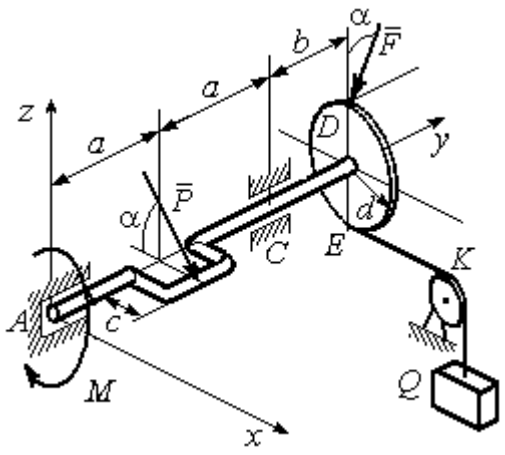
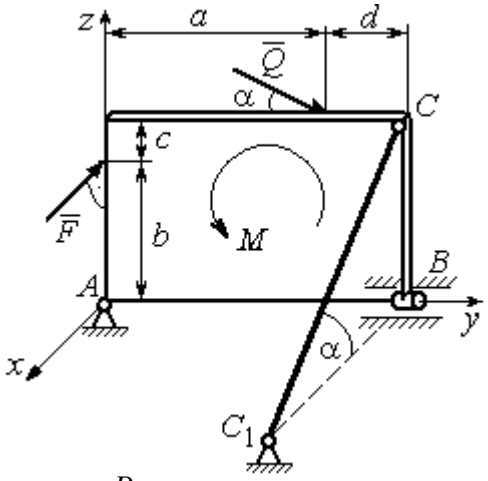
| **Варианты № 1, 11, 21** | **Варианты № 2, 12, 22** |
|---|---|
|  |  |
| Сила $\vec{F}$ параллельна оси $Ay$; сила $\vec{P}$ параллельна оси $Ax$; нить, удерживающая груз, сходит со шкива вертикально.<br>Найти реакции подпятника и подшипника в точках $A$ и $B$ и величину уравновешивающего груза $Q$ | Сила $\vec{F}$ параллельна оси $Ay$; сила $\vec{P}$ лежит в плоскости, параллельной $zAy$; отрезок нити $BC$ параллелен оси $Ax$; рукоять вала $EK$ параллельна оси $Ax$.<br>Найти реакции подпятника и подшипника в точках $A$ и $D$ и величину уравновешивающего момента $M$ |

Рис. 1.11. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.
Номера вариантов задания 1 – 2, 11 – 12, 21 – 22

| **Варианты № 3, 13, 23** | **Варианты № 4, 14, 24** |
|---|---|
|  |  |
| Сила $\vec{F}$ , лежит в плоскости $zAy$; сила $\vec{P}$ лежит в плоскости, параллельной $zAx$, отрезок нити $EK$ параллелен оси $Ax$.<br>Найти реакции подпятника и подшипника в точках $A$ и $C$, а также величину уравновешивающего груза $Q$ | Плита весом $P$ расположена в плоскости $zAy$; пара сил с моментом $M$ действует в плоскости плиты; стержень $CC_1$ расположен в плоскости, параллельной $zAx$; сила $\vec{Q}$ действует в плоскости плиты; сила $\vec{F}$ перпендикулярна плоскости плиты.<br>Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках $A$ и $B$ и реакцию стержня $CC_1$ |

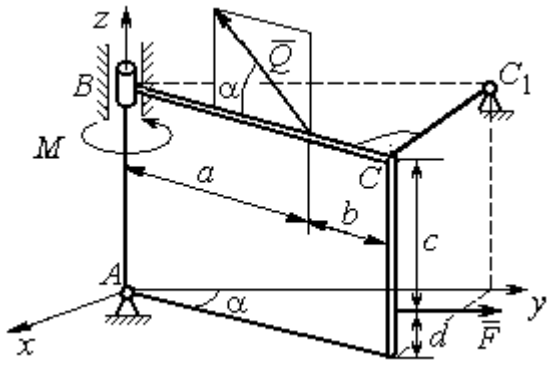
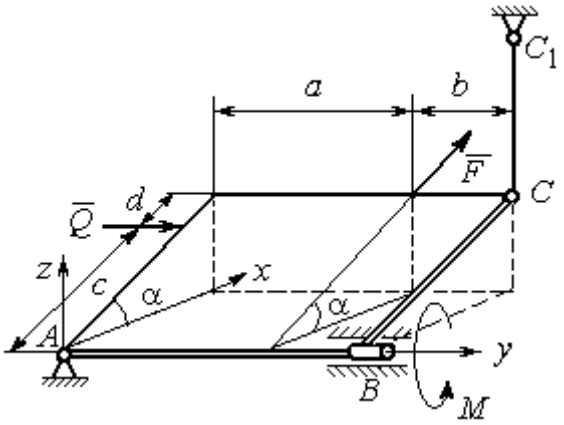
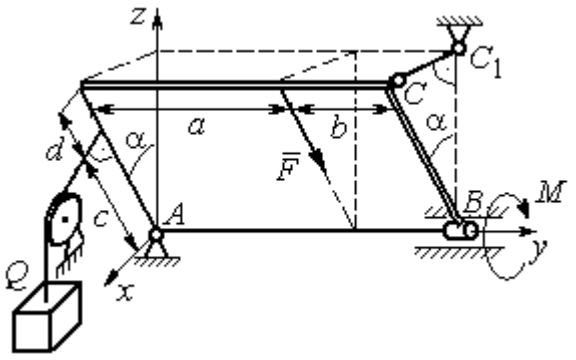
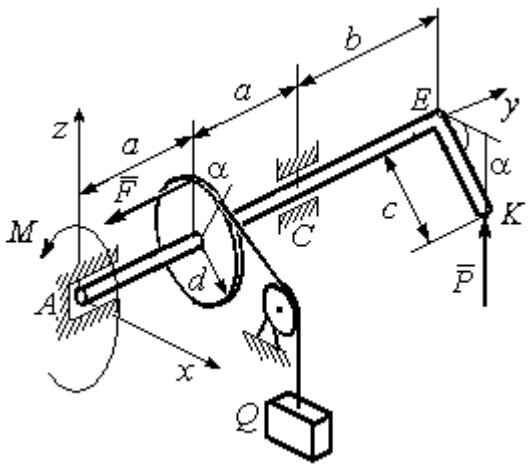
| **Варианты № 5, 15, 25** | **Варианты № 6, 16, 26** |
|---|---|
|  |  |
| Плита весом $P$ отклонена на угол α от вертикальной плоскости $zAy$; сила $\vec{Q}$ лежит в плоскости плиты; сила $\vec{F}$ параллельна оси $Ay$; стержень $CC_1$ перпендикулярен плоскости плиты.<br>Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках $A$ и $B$ и реакцию стержня $CC_1$ | Плита весом $P$ отклонена на угол α от горизонтальной плоскости $xAy$; сила $\vec{Q}$ перпендикулярна боковой стенке плиты и параллельна оси $Ay$; сила $\vec{F}$ расположена в плоскости плиты и параллельна её боковым стенкам; стержень $CC_1$ параллелен оси $Az$.<br>Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках $A$ и $B$ и реакцию стержня $CC_1$ |

Рис. 1.12. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.
Номера вариантов задания 3 – 6, 13 – 16, 23 – 26

| Варианты № 7, 17, 27 | Варианты № 8, 18, 28 |
|---|---|
|  |  |
| Плита весом $P$ отклонена на угол α от вертикальной плоскости $zAy$; нить, удерживающая груз $Q$, находится плоскости $zAx$, прикреплена к боковой стенке плиты и перпендикулярна ей; сила $\vec{F}$ параллельна боковым стенкам плиты; стержень $CC_1$ перпендикулярен плоскости $zAy$.<br>Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках $A$ и $B$ и реакцию стержня $CC_1$ | Рукоять $EK$ перпендикулярна оси вала и наклонена под углом α к горизонтальной плоскости $xAy$; сила $\vec{P}$ параллельна оси $Az$; сила $\vec{F}$ параллельна оси $Ay$; нить, удерживающая груз $Q$, сходит со шкива по касательной.<br>Найти реакции подпятника $A$, подшипника $C$, и величину уравновешивающего груза $Q$ |

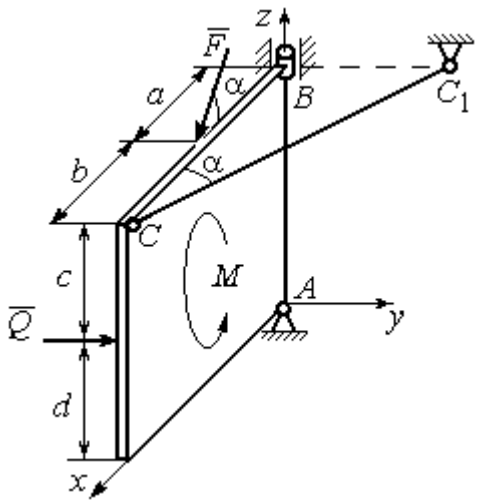
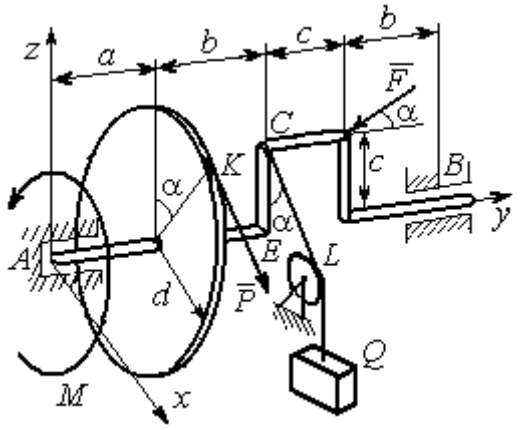
| Варианты № 9, 19, 29 | Варианты № 10, 20, 30 |
|---|---|
|  |  |
| Плита весом $P$ находится в вертикальной плоскости $zAx$; стержень $CC_1$ расположен в плоскости, параллельной $xAy$; пара сил с моментом $M$ действует в плоскости плиты; сила $\vec{Q}$ перпендикулярна плоскости плиты; сила $\vec{F}$ лежит в плоскости плиты.<br>Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках $A$ и $B$ и реакцию стержня $CC_1$ | Сила $\vec{F}$ находится в плоскости $zAy$; стойка $CE$ находится в плоскости $zAy$; отрезок $CL$ нити, удерживающей груз, находится в плоскости параллельной $xAz$; сила $\vec{P}$ находится в плоскости шкива и направлена по касательной к ободу в точке $K$.<br>Найти реакции подпятника $A$, подшипника $B$ и величину уравновешивающего момента $M$ |

Рис. 1.13. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.
Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 1.2

**Исходные данные для задания С2.**

## Равновесие пространственной системы сил

| Номер варианта задания | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *P*, кН | 5 | 4 | 6 | 10 | 16 | 15 | 12 | 10 | 15 | 14 |
| *F*, кН | 8 | 6 | 12 | 6 | 10 | 10 | 8 | 12 | 12 | 10 |
| *Q*, кН | – | 12 | – | 12 | 8 | 12 | 10 | – | 10 | 12 |
| *M*, кН·м | 12 | – | 10 | 8 | 12 | 6 | 8 | 6 | 8 | – |
| α, град | 60 | 30 | 30 | 30 | 60 | 60 | 60 | 30 | 30 | 60 |
| *a*, м | 1,2 | 0,8 | 1,4 | 0,6 | 1,2 | 0,9 | 1,4 | 0,4 | 0,8 | 0,8 |
| *b*, м | 1,0 | 0,6 | 1,1 | 0,4 | 0,8 | 0,4 | 0,6 | 1,2 | 0,2 | 0,6 |
| *c*, м | 0,8 | 0,5 | 0,8 | 0,3 | 1,4 | 0,8 | 1,2 | 0,8 | 0,4 | 0,4 |
| *d*, м | 0,4 | 0,4 | 0,6 | 0,2 | 0,4 | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,6 | 0,6 |

| Номер варианта задания | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *P*, кН | 8 | 10 | 10 | 15 | 14 | 10 | 16 | 9 | 10 | 12 |
| *F*, кН | 6 | 12 | 16 | 8 | 12 | 14 | 10 | 15 | 8 | 10 |
| *Q*, кН | – | 14 | – | 10 | 10 | 12 | 14 | – | 12 | 14 |
| *M*, кН·м | 10 | – | 12 | 12 | 12 | 8 | 10 | 10 | 10 | – |
| α, град | 30 | 60 | 60 | 60 | 30 | 30 | 30 | 60 | 60 | 30 |
| *a*, м | 0,8 | 1,3 | 0,9 | 0,5 | 1,3 | 1,2 | 1,6 | 0,6 | 0,9 | 1,2 |
| *b*, м | 0,6 | 1,1 | 0,6 | 0,4 | 0,9 | 0,6 | 0,8 | 1,2 | 0,3 | 0,8 |
| *c*, м | 0,4 | 0,8 | 0,5 | 0,2 | 1,5 | 0,9 | 1,2 | 0,4 | 0,6 | 0,6 |
| *d*, м | 0,2 | 0,4 | 0,4 | 0,1 | 0,5 | 0,4 | 0,6 | 0,2 | 0,2 | 0,8 |

| Номер варианта задания | **21** | **22** | **23** | **24** | **25** | **26** | **27** | **28** | **29** | **30** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *P*, кН | 10 | 12 | 5 | 8 | 10 | 14 | 18 | 12 | 14 | 10 |
| *F*, кН | 12 | 8 | 15 | 10 | 12 | 8 | 10 | 15 | 9 | 8 |
| *Q*, кН | – | 10 | – | 12 | 14 | 10 | 16 | – | 12 | 6 |
| *M*, кН·м | 12 | – | 16 | 14 | 8 | 10 | 8 | 12 | 10 | – |
| α, град | 90 | 30 | 60 | 30 | 45 | 30 | 30 | 60 | 60 | 30 |
| *a*, м | 0,6 | 0,8 | 1,1 | 1,2 | 1,5 | 0,8 | 1,0 | 0,8 | 1,2 | 0,9 |
| *b*, м | 0,8 | 0,6 | 0,9 | 1,0 | 0,9 | 0,6 | 0,8 | 1,4 | 0,6 | 0,4 |
| *c*, м | 0,4 | 1,2 | 0,8 | 0,6 | 1,5 | 0,9 | 1,1 | 0,5 | 0,8 | 0,6 |
| *d*, м | 0,4 | 1,5 | 0,5 | 0,2 | 0,4 | 0,3 | 0,3 | 0,4 | 0,6 | 0,5 |

## Примеры решения задания С2. Равновесие пространственной системы сил

**Задача 1**. Горизонтальный вал (рис. 1.14) закреплен в подпятнике *C* и подшипнике *K*. Вал имеет шкив I радиуса *R* и шкив II радиуса *r*, перпендикулярные оси вала. Рукоять *AE* параллельна оси *Cx*. Нить, удерживающая груз *Q*, сходит со шкива I по касательной вертикально вниз. На вал действуют силы $\vec{F}$, $\vec{P}$ и пара сил с моментом *M*, закручивающая вал вокруг оси *Cy*. Сила $\vec{F}$ находится в плоскости, параллельной *zCy*, и составляет угол 60° с направлением оси *Cy*. Сила $\vec{P}$ приложена в точке *B* шкива II, определяемой центральным углом 30º, и направлена по касательной. Определить величину уравновешивающего момента *M* и реакции подшипника и подпятника, если $P = 4$ кН, $F = 2$ кН, $Q = 3$ кН, $R = 0{,}6$ м, $r = 0{,}3$ м, $a = 0{,}8$ м, $b = 0{,}4$ м.

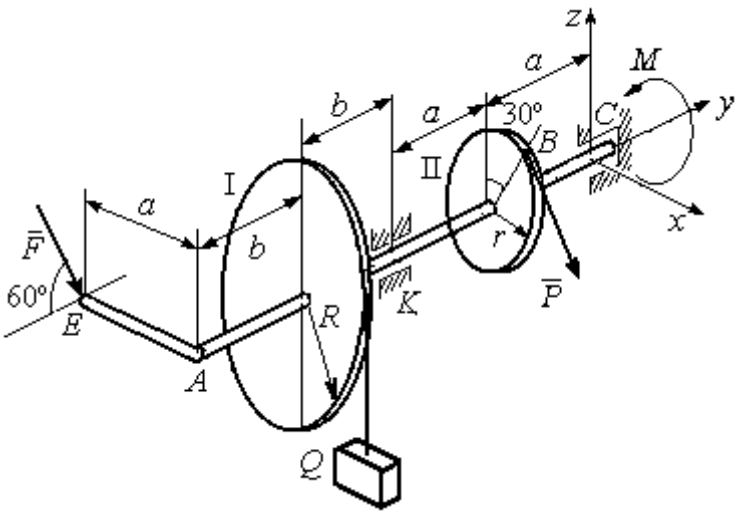



Рис. 1.14. Схема вала и его нагрузка

*Решение*

Рассмотрим равновесие вала. На вал действуют внешние силы $\vec{F}$, $\vec{P}$, пара сил с моментом *M* и реакции связей. Связями являются нить, натянутая грузом *Q*, подпятник *C* и подшипник *K*. Освобождаем вал от связей, заменяя их действие реакциями. Реакцию подпятника *C* раскладываем на три составляющие: $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$, $\vec{Z}_C$, направленные

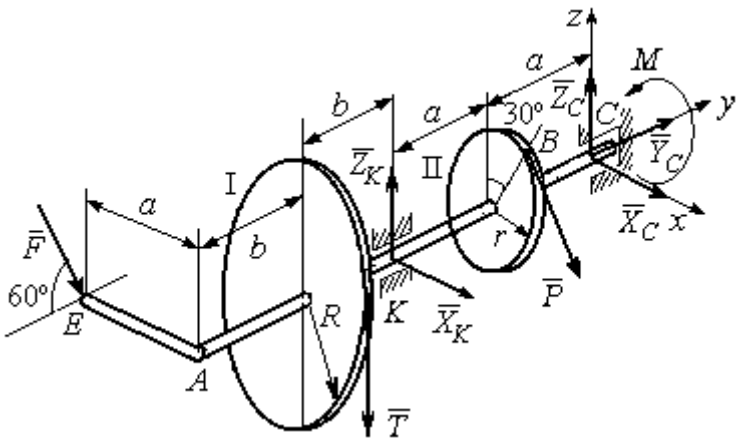



Рис. 1.15. Внешние силы и реакции связей вала

вдоль координатных осей. Реакция подшипника *K* лежит в плоскости, перпендикулярной оси вала, и ее составляющими будут вектора $\vec{X}_K, \vec{Z}_K$, направленные вдоль координатных осей *x*, *z*. Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити от точки *K* и по модулю равна весу груза. Действие на вал внешних сил и реакций связи показано на рис. 1.15.

Внешние силы, действующие на вал, и реакции связей составляют произвольную пространственную систему сил, эквивалентную нулю ($\vec{P}$, $\vec{F}$, $\vec{X}_K, \vec{Z}_K, \vec{T}$, $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C, \vec{Z}_C, M$) ∞ 0, для которой уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum F_{kz} = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_y(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_z(\vec{F}_k) = 0.$$

Для удобства при составлении уравнений равновесия изобразим вал вместе с действующими на него силами в проекциях на координатные плоскости (рис. 1.16)

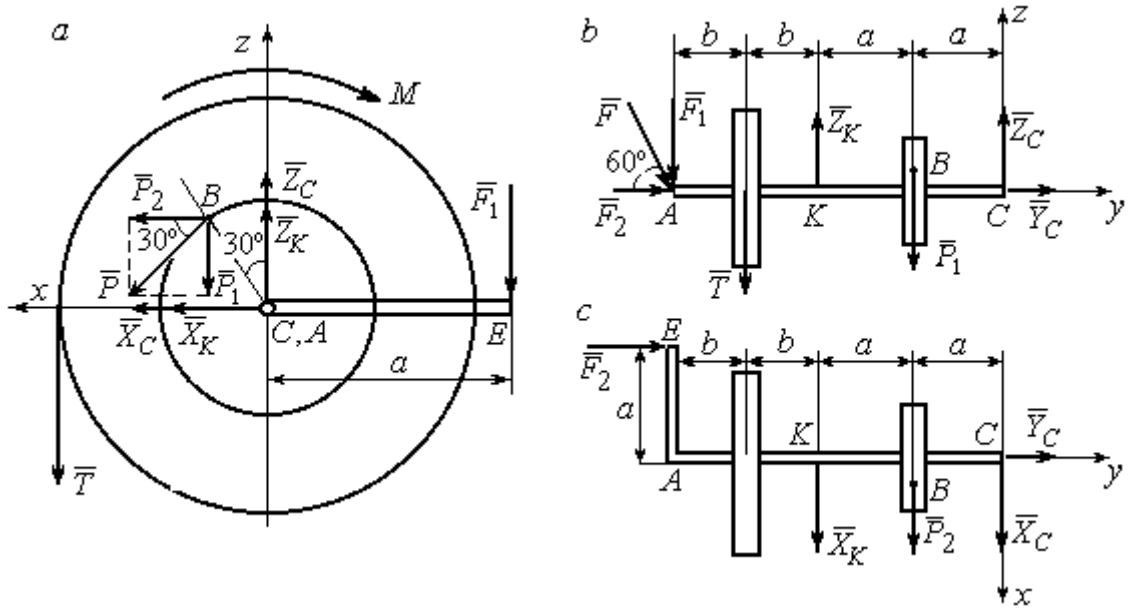



Рис. 1.16. Вал и действующие на него силы в проекциях на координатные плоскости:
*a* – вид вала в проекции на плоскость *zCx* с положительного конца оси *y*;
*b* – вид вала в проекции на плоскость *zCy* с положительного конца оси *x*;
*c* – вид вала в проекции на плоскость *xCy* с положительного конца оси *z*.

На рис. 1.16, *а* показаны проекции всех сил на плоскость *zCx*. Вычисляя моменты проекций этих сил относительно точки *C*, получим значения моментов исходных сил относительно оси *y*.

Для вычисления моментов сил относительно оси *x* достаточно найти моменты проекций сил на плоскость *zCy* относительно точки *C* (см. рис. 1.16, *b*), а вычисляя моменты проекций сил на плоскость *xCy* относительно точки *C*, получим значения моментов сил относительно оси $z$.

Составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = P_2 + X_K + X_C = 0,\ \sum F_{ky} = F_2 + Y_C = 0,$$

$$\sum F_{kz} = -P_1 + Z_K - T + Z_C - F_1 = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = P_1 a - Z_K 2a - T(2a + b) + F_1(2a + 2b) = 0,$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = -F_1 a + TR + Pr - M = 0,$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = P_2 a + X_K 2a - F_2 a = 0.$$

Подставляя исходные данные задачи, с учётом того, что

$$P_1 = P\cos 60^\circ = 0{,}5P,\ P_2 = P\cos 30^\circ = 0{,}87P,$$

$$F_1 = F\cos 30^\circ = 0{,}87F,\ F_2 = F\cos 60^\circ = 0{,}5F$$ (см. рис. 1.16 *а*, *b*),

получим систему уравнений:

$$0{,}87 \cdot 4 + X_K + X_C = 0,\ \ 2 \cdot 0{,}5 + Y_C = 0,\ -4 \cdot 0{,}5 + Z_K - 3 + Z_C - 2 \cdot 0{,}87 = 0,$$

$$0{,}5 \cdot 4 \cdot 0{,}8 - 1{,}6Z_K - 3 \cdot 0{,}87(2 \cdot 0{,}8 + 0{,}4) + 2 \cdot 0{,}87(2 \cdot 0{,}8 + 2 \cdot 0{,}4) = 0,$$

$$-0{,}87 \cdot 0{,}8 + 3 \cdot 0{,}6 + 4 \cdot 0{,}3 - M = 0,\ 0{,}87 \cdot 4 \cdot 0{,}8 + 1{,}6 \cdot X_K - 2 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}8 = 0.$$

Решая систему, найдём: $X_C = -2{,}24$ кН, $Y_C = -1$ кН, $Z_C = 6{,}39$ кН, $X_K = -1{,}24$ кН, $Z_K = 0{,}35$ кН, $M = 2{,}3$ кН·м.

Окончательно, реакция подпятника $R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2} = 6{,}84$ кН,

реакция подшипника $R_K = \sqrt{X_K^2 + Z_K^2} = 1{,}29$ кН.

**Задача 2**. Плита весом $P$ расположена в вертикальной плоскости $zAy$. В точке А плита закреплена пространственным шарниром, а в точке $B$ на оси $y$ опирается на цилиндрический шарнир (подшипник). Плита удерживается в равновесии при помощи невесомого стержня $CC_1$, прикреплённого шарниром к плите в её верхнем углу, в точке $C$ перпендикулярно плоскости плиты (рис. 1.17).

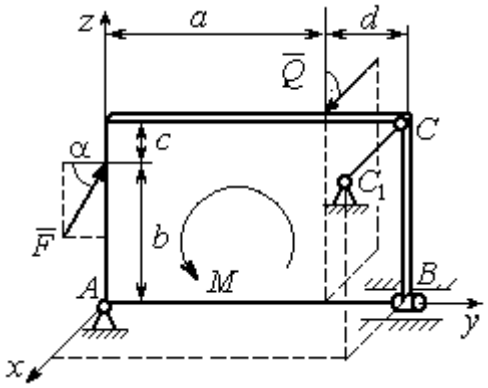


Рис. 1.17. Равновесие плиты

На плиту действует сила $\vec{Q}$, приложенная на краю плиты перпендикулярно её плоскости, и сила $\vec{F}$, лежащая в плоскости плиты и направленная под углом $\alpha$ к горизонту (см. рис. 1.17). Кроме того, в плоскости плиты на неё действует пара сил с моментом $M$. Найти реакции шарниров $A$ и $B$ и усилие в стержневой подпорке $CC_1$ при равновесии плиты, если параметры нагрузки: $P$ = 1 кН, $Q$ = 500 Н, $F$ = 400 Н, $M$ = 300 Н·м, $\alpha = 35^\circ$, $a$ = 2 м, $b$ = 1,5 м, $c$ = 0,2 м, $d$ = 0,4 м.

*Решение*

Заменим связи плиты их реакциями. Реакция шарнира $A$ раскладывается на три составляющие: $\vec{X}_A$ $\vec{Y}_A$, $\vec{Z}_A$ по направлениям координатных осей. Направления координатных осей показаны на рис. 1.17. Реакция подшипника $B$ лежит в плоскости, перпендикулярной оси подшипника, и ее составляющими будут вектора $\vec{X}_B, \vec{Z}_B$, направленные вдоль координатных осей $x$, $z$. Реакция стержня $\vec{T}$ направлена вдоль стержня. Действие сил и реакций показано на рис.1.18.

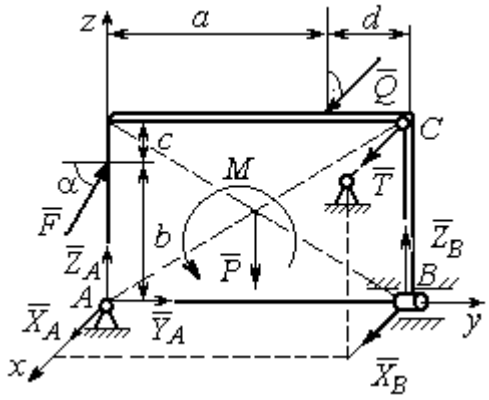


Рис. 1.18. Действие сил и реакций при равновесии плиты

Пространственная система сил, действующих на плиту, является уравновешенной: $(\vec{P}, \vec{F}, \vec{X}_B, \vec{Z}_B, \vec{T}, \vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A, M) \infty 0$. Уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0\,,\ \sum F_{ky} = 0\,,\ \sum F_{kz} = 0\,,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k)=0,\ \sum M_y(\vec{F}_k)=0,\ \sum M_z(\vec{F}_k)=0.$$

В вычислениях моментов сил относительно осей будем считать момент положительным, если при взгляде со стороны положительного направления оси, сила вращает тело (плиту) против хода часовой стрелки. Получим:

$$\sum F_{kx}=0,\ X_A+Q+X_B+T=0,$$

$$\sum F_{ky}=0,\ Y_A+F\cos\alpha=0,$$

$$\sum F_{kz}=0,\ Z_A+F\sin\alpha-P+Z_B=0$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k)=0,\ -F\cos\alpha\cdot b-P\cdot 0{,}5(a+d)+Z_B(a+d)+M=0,$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k)=0,\ Q\cdot(b+c)+T\cdot(b+c)=0,$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k)=0,\ -Q\cdot a-T\cdot(a+d)-X_B\cdot(a+d)=0.$$

Подставив исходные данные задачи, получим систему уравнений:

$$X_A+500+X_B+T=0,\ \ Y_A+400\cdot 0{,}82=0,\ Z_A+400\cdot 0{,}57-1000+Z_B=0,$$

$$-400\cdot 0{,}82\cdot 1{,}5-1000\cdot 0{,}5\cdot 2{,}4+Z_B\cdot 2{,}4+300=0,$$

$$500\cdot 1{,}7+T\cdot 1{,}7=0,\quad -500\cdot 2-T\cdot 2{,}4-X_B\cdot 2{,}4=0,$$

откуда находим значения составляющих реакций:

$$T=-500\text{ Н},\ X_B=83{,}33\text{ Н},\ Z_B=580\text{ Н},$$

$$X_A=-83{,}33\text{ Н},\ Y_A=-328\text{ Н},\ Z_A=192\text{ Н}.$$

Полные реакции пространственного шарнира $A$:

$$R_A=\sqrt{X_A^2+Y_A^2+Z_A^2}=389{,}09\text{ Н},$$

цилиндрического шарнира $B$: $R_B=\sqrt{X_B^2+Z_B^2}=585{,}95$ Н.

# 2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА

**Кинематикой** называется раздел механики, в котором изучаются свойства движения материальных тел без учета их масс и действующих на них сил.

## 2.1. Кинематика точки. Основные параметры движения точки

Кривая, которую описывает движущаяся точка, называется **траекторией** точки. Движение точки может быть задано **векторным**, **координатным** или **естественным** способами.

**Векторный способ** основан на определении положения точки ее радиусом-вектором в виде векторного уравнения $\vec{r} = \vec{r}(t)$. При **координатном способе** задания движения точки положение точки определяется ее координатами, заданными для каждого момента времени: $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$. **Естественный способ** задания движения используется, если заранее известна траектория движения точки. Тогда положение точки однозначно определяется длиной дуги $\breve{OM} = S(t)$, отсчитываемой от некоторой фиксированной точки $O$, принятой за начало отсчета.

**Мгновенная скорость,** или скорость точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от радиуса-вектора точки: $\vec{V} = \dot{\vec{r}}$. Вектор скорости точки $\vec{V}$ всегда направлен по касательной к траектории в сторону движения точки.

При координатном способе задания движения величины проекций вектора скорости $\vec{V}$ на координатные оси определяются как производные по времени от соответствующих координат: $V_x = \dot{x}$, $V_y = \dot{y}$, $V_z = \dot{z}$. Модуль вектора скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$. При естественном способе задания движения вектор скорости точки определяется равенством: $\vec{V} = \dot{S}\vec{\tau}$, где $S = S(t)$ – закон изменения длины дуги, $\vec{\tau}$ –единичный вектор касательной к траектории движения, направленный в сторону возрастающих расстояний.

Величина $V = |\dot{S}|$ называется алгебраической скоростью точки. При $\dot{S} > 0$ вектор скорости $\vec{V}$ направлен по единичному вектору $\vec{\tau}$ – в сторону возрастающих расстояний. При $\dot{S} < 0$ он имеет направление, противоположное единичному вектору $\vec{\tau}$, т. е. в сторону убывающих расстояний.

**Мгновенное ускорение,** или ускорение точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от вектора скорости точки или как вторая производная от радиус-вектора точки: $\vec{a} = \dot{\vec{V}} = \ddot{\vec{r}}$. При координатном способе проекции вектора ускорения $\vec{a}$ на координатные оси – величины $a_x$, $a_y$, $a_z$ – определяются равенствами: $a_x = \dot{V}_x = \ddot{x}$, $a_y = \dot{V}_y = \ddot{y}$, $a_z = \dot{V}_z = \ddot{z}$. Модуль вектора ускорения равен: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

При естественном способе задания движения вектор ускорения точки $\vec{a}$ раскладывается на две взаимно перпендикулярные составляющие $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$, параллельные осям $n$ и $\tau$ естественной системы координат, и представляется в виде равенства $\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n}$, или $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, где $\vec{\tau}$ – единичный направляющий вектор оси, касательной к траектории (касательная ось); $\vec{n}$ – единичный направляющий вектор главной нормали траектории. Величина $a_n$ называется **нормальным ускорением** точки и вычисляется по формуле: $a_n = \dfrac{V^2}{\rho}$, где $\rho$ – радиус кривизны траектории. (У окружности радиус кривизны равен её радиусу, у прямой линии – бесконечности.) Вектор $\vec{a}_n$ нормальной составляющей ускорения всегда направлен к центру кривизны траектории. При движении по окружности радиус кривизны траектории равен радиусу окружности, а центр кривизны траектории совпадает с центром окружности. Величина $a_\tau$ называется **касательным ускорением** и равна модулю второй производной от заданного закона изменения длины дуги: $a_\tau = |\ddot{S}|$, где $S = S(t)$ – закон изменения длины дуги. Направление вектора касательного ускорения $\vec{a}_\tau$ зависит от знака второй производной $\ddot{S}$. При $\ddot{S} > 0$

вектор $\vec{a}_\tau$ в направлен в сторону возрастающих расстояний, по направлению единичного вектора $\vec{\tau}$, при $\ddot{S} < 0$ – в сторону убывающих расстояний (противоположно единичному вектору $\vec{\tau}$). Вектор полного ускорения $\vec{a}$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$. Модуль вектора ускорения: $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$ .

## 2.2. Вращение тела вокруг неподвижной оси

Движение тела, при котором все точки некоторой его прямой остаются неподвижными, называется **вращательным**, а указанная прямая называется осью вращения. Вращение тела задается углом поворота $\varphi = \varphi(t)$ подвижной плоскости, связанной с телом, относительно некоторого ее начального положения. Направление вращения с возрастанием угла поворота считается положительным.

Величина **угловой скорости** вращения тела равна модулю производной от угла поворота тела по времени: $\omega = |\dot{\varphi}|$. Направление угловой скорости вращения тела зависит от знака производной $\dot{\varphi}$. При $\dot{\varphi} > 0$ вращение происходит в положительном направлении, в сторону возрастания угла поворота, при $\dot{\varphi} < 0$ – в отрицательном. Направление угловой скорости обычно показывают дуговой стрелкой вокруг оси вращения. Вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ направлен вдоль оси вращения в сторону, откуда вращение тела видно против хода часовой стрелки.

Величина **углового ускорения** при вращении тела равна модулю второй производной от угла поворота тела по времени: $\varepsilon = |\ddot{\varphi}|$. Если $\ddot{\varphi}$ одного знака с $\dot{\varphi}$, то угловое ускорение ускоряет вращение тела, если разных знаков, то угловое ускорение замедляет вращение.

При вращательном движении тела все его точки движутся по окружностям, радиусы которых равны расстояниям от выбранной точки до неподвижной оси. **Скорость точки вращающегося твердого тела (**в отличие от угловой скорости тела) называют **линейной,** или **окружной скоростью** точки. Величина скорости рассчитывается по формуле: $V = \omega h$, где $\omega$ – величина угловой скорости тела; $h$

– расстояние от точки до оси вращения. Вектор скорости точки лежит в плоскости описываемой точкой окружности и направлен по касательной к ней в сторону вращения тела. Отношение скоростей двух точек вращающегося тела равно отношению расстояний от этих точек до оси: $\frac{V_{M1}}{V_{M2}} = \frac{h_1}{h_2}$.

**Ускорение точки вращающегося твердого тела** рассчитывается как ускорение точки при естественном способе задания движения в виде суммы векторов касательного и нормального ускорений: $\vec{a}_M = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$. Величины касательного, нормального и полного ускорений точки вращающегося тела, соответственно: $a_\tau = \varepsilon h$, $a_n = \omega^2 h$, $a_M = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$, где $\omega$, $\varepsilon$ – угловая скорость и угловое ускорение тела; $h$ – расстояние от точки до оси вращения.

## 2.3. Плоскопараллельное движение твёрдого тела

**Плоскопараллельным, или плоским движением твердого тела**, называется такое движение, при котором все точки тела движутся параллельно некоторой неподвижной плоскости. Плоское движение представляется в виде суммы мгновенного поступательного движения, при котором все точки плоской фигуры движутся со скоростью выбранной точки-полюса, и мгновенного вращательного движения вокруг этого полюса.

**Скорость** любой точки $M$ плоской фигуры равна векторной сумме вектора скорости точки-полюса и вектора скорости точки $M$ при вращении тела вокруг этого полюса: $\vec{V}_M = \vec{V}_A + \vec{V}_{MA}$, где $\vec{V}_M$ – скорость точки $M$; $\vec{V}_A$ – скорость полюса $A$; $\vec{V}_{MA}$ – вектор скорости точки $M$ при вращении тела вокруг полюса $A$, модуль скорости $V_{MA} = \omega \cdot MA$, где $\omega$ – угловая скорость мгновенного вращательного движения тела вокруг полюса; $MA$ – расстояние между полюсом $A$ и точкой $M$.

**Мгновенным центром скоростей** называется такая точка $P$ плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю. Выбрав в качестве полюса мгновенный центр скоростей, скорость любой точки плоской фигуры

находят так, как если бы мгновенное движение фигуры было вращательным вокруг мгновенного центра скоростей.

### Способы построения мгновенного центра скоростей

1. Если известны направления скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ каких-нибудь двух точек *A* и *B* плоской фигуры, то мгновенный центр скоростей находится в точке пересечения перпендикуляров, восстановленных из этих точек к векторам скоростей (рис. 2.1, *a*).

2. Если скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ двух точек *A* и *B* плоской фигуры известны и параллельны друг другу, а линия *AB* перпендикулярна $\vec{V}_A$ (и, конечно, $\vec{V}_B$), то мгновенный центр скоростей определяется как точка пересечения линий, проведенных через основания и вершины векторов скоростей (построение показано на рис. 2.1, *b*, *c*).

3. Если скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ двух точек *A* и *B* параллельны друг другу, но линия *AB*, соединяющая эти точки, не перпендикулярна векторам скоростей (рис. 2.1, *d*), то мгновенная угловая скорость тела равна нулю и движение тела в данный момент времени является мгновенным поступательным. В этом случае скорости всех точек равны по величине и направлению.

4. Если плоскопараллельное движение осуществляется путем качения без скольжения одного тела по неподвижной поверхности другого, то мгновенный

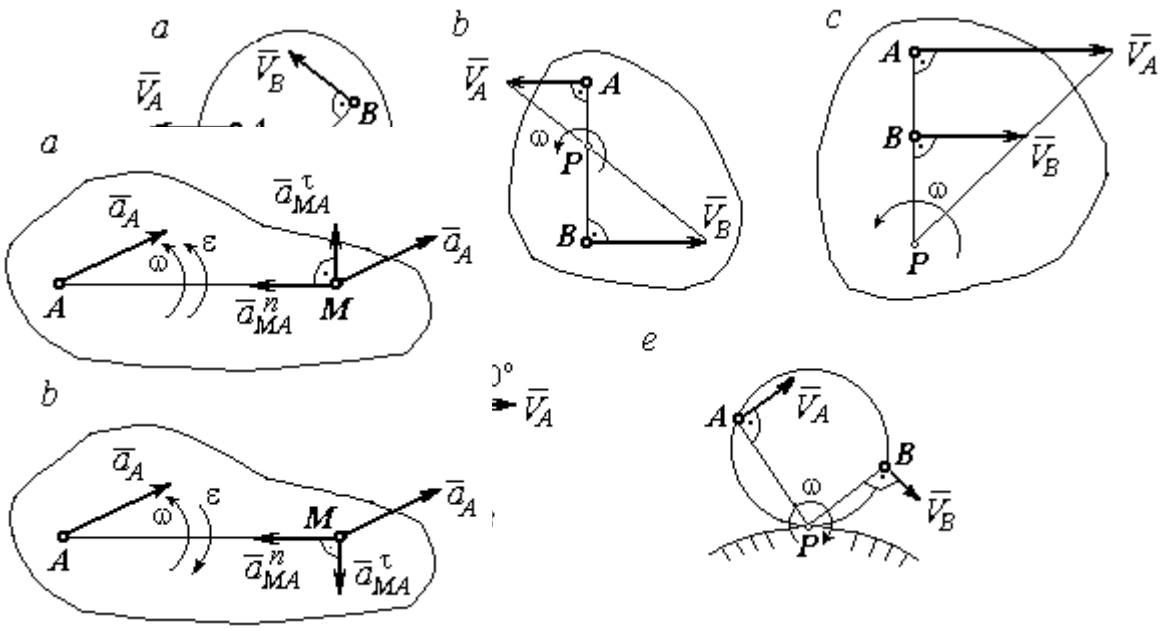



Рис. 2.1. Способы построения мгновенного центра скоростей

Рис. 2.2. Ускорение точки плоской фигуры:
*a* – ускоренное движение;
*b* – замедленное движение

центр скоростей расположен в точке касания катящегося тела с неподвижной поверхностью (рис. 2.1, *e*).

**Ускорение любой точки *M* плоской фигуры** при плоскопараллельном движении твердого тела представляется как сумма векторов – ускорения полюса и ускорения точки *M* при вращении фигуры вокруг полюса. Учитывая, что ускорение точки вращающегося тела представляется как сумма нормального и касательного ускорений, получим:

$$\vec{a}_M = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{MA} + \vec{a}^{n}_{MA},$$

где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса *A*; $\vec{a}^{\tau}_{MA}$, $\vec{a}^{n}_{MA}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки *M* при вращении фигуры вокруг полюса *A*.

Вектор нормального ускорения $\vec{a}^{n}_{MA}$ всегда направлен от точки *M* к полюсу *A*. Вектор касательного ускорения $\vec{a}^{\tau}_{MA}$ направлен перпендикулярно отрезку *AM* в сторону вращения, если оно ускоренное (рис. 2.2, *a*), и против вращения, если оно

замедленное (рис. 2.2, *b*). Численно величины касательного и нормального составляющих ускорения точки *M* определяются по формулам:

$$a^{\tau}_{MA} = \varepsilon \cdot AM \ , \ \ a^{n}_{MA} = \omega^2 \cdot AM \ ,$$

где $\omega$, $\varepsilon$ – угловая скорость и угловое ускорение тела (плоской фигуры); $AM$ – расстояние от точки *M* до полюса *A* (см. рис. 2.2).

Если при движении плоской фигуры известны траектории движения полюса *A* и точки *M*, то для определения ускорения точки *M* используется векторное равенство

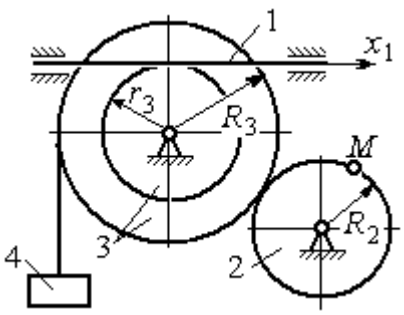
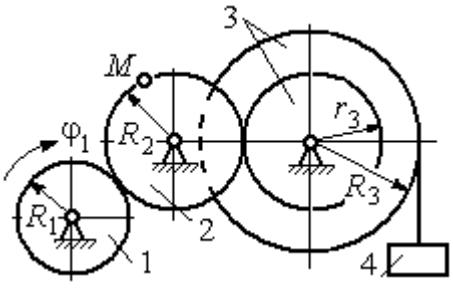
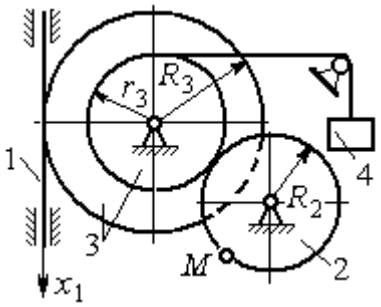
$$\vec{a}^{\tau}_{M} + \vec{a}^{n}_{M} = \vec{a}^{\tau}_{A} + \vec{a}^{n}_{A} + \vec{a}^{\tau}_{MA} + \vec{a}^{n}_{MA},$$

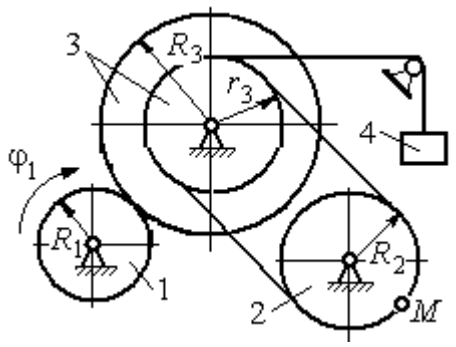
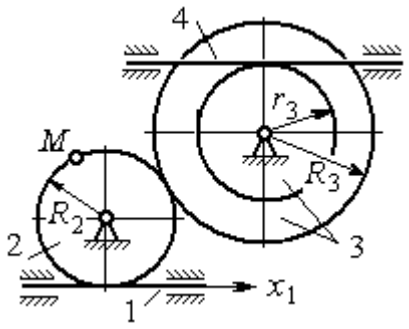
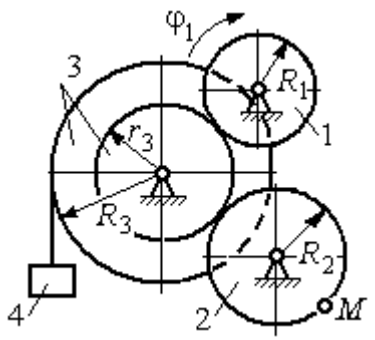
где $\vec{a}^{\tau}_{M}$, $\vec{a}^{n}_{M}$, $\vec{a}^{\tau}_{A}$, $\vec{a}^{n}_{A}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки *M* и полюса *A* при движении их по заданным траекториям.

## 2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при поступательном и вращательном движениях

По заданному движению одного из звеньев механизма $x_1 = x_1(t)$ (варианты 1, 3, 5, 7, 9) или $\varphi_1 = \varphi_1(t)$ (варианты 2, 4, 6, 8, 10) найти в момент времени $t_1$ скорость, касательное, нормальное и полное ускорения точки *M* звена механизма, совершающего вращательное движение, а также скорость и ускорение звена 4, совершающего поступательное движение.

Варианты заданий даны на рис. 2.3, 2.4. Исходные данные представлены в табл. 2.1.

| **Варианты № 1, 11, 21** | **Варианты № 2, 12, 22** | **Варианты № 3, 13, 23** |
|---|---|---|
|  |  |  |

| Варианты № 4, 14, 24 | Варианты № 5, 15, 25 | Варианты № 6, 16, 26 |
|---|---|---|
|  |  |  |

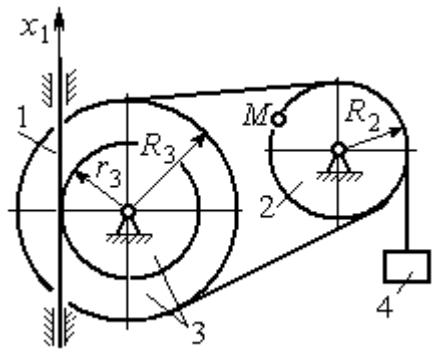
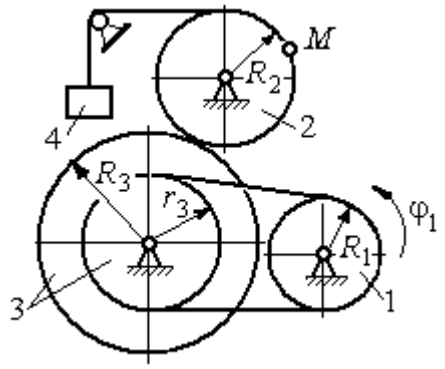
| Варианты № 7, 17, 27 | Варианты № 8, 18, 28 |
|---|---|
|  |  |

Рис. 2.3. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела. Номера вариантов задания 1 – 8, 11 – 18, 21 – 28

*Окончание вариантов задания К1*

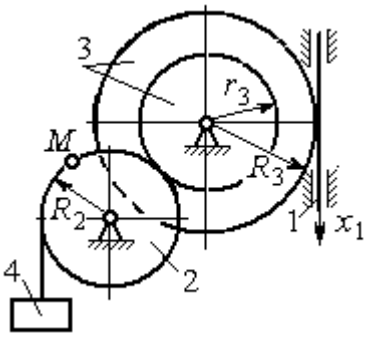
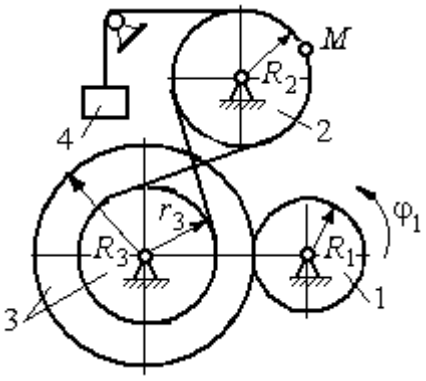
| Варианты № 9, 19, 29 | Варианты № 10, 20, 30 |
|---|---|
|  |  |

Рис. 2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

Таблица 2.1

**Исходные данные вариантов задания К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела**

| Номер варианта задания | $R_1$,см | $R_2$, см | $R_3$, см | $r_3$, см | $x_1(t)$, см<br>$\varphi_1(t)$, рад | $t_1$, с |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | – | 40 | 45 | 35 | $x_1(t) = (3t-1)^2$ | 2 |
| **2** | 10 | 20 | 38 | 18 | $\varphi_1(t) = t^2 + 6\cos(\pi t/6)$ | 3 |
| **3** | – | 30 | 42 | 18 | $x_1(t) = 5t^2 - 2\cos(\pi t/2)$ | 1 |
| **4** | 15 | 30 | 45 | 20 | $\varphi_1(t) = 5t^2 + \cos(\pi t/2)$ | 2 |
| **5** | – | 30 | 40 | 20 | $x_1(t) = 6t - \cos(\pi t/3)$ | 3 |
| **6** | 10 | 20 | 30 | 10 | $\varphi_1(t) = t^3 - \cos(\pi t/2)$ | 1 |
| **7** | – | 30 | 40 | 30 | $x_1(t) = 2\sin(\pi t/2) + \cos(\pi t/2)$ | 2 |
| **8** | 8 | 10 | 30 | 25 | $\varphi_1(t) = 5t + \cos(\pi t/2)$ | 2 |
| **9** | – | 18 | 30 | 18 | $x_1(t) = 5t + \cos(\pi t/3)$ | 3 |
| **10** | 15 | 30 | 50 | 20 | $\varphi_1(t) = 2t^2 + \sin(\pi t/4)$ | 2 |
| **11** | – | 30 | 40 | 25 | $x_1(t) = (t^2 - 3t)$ | 2 |
| **12** | 12 | 20 | 40 | 28 | $\varphi_1(t) = 3t^2 + 6\sin(\pi t/6)$ | 3 |
| **13** | – | 25 | 60 | 42 | $x_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/2)$ | 1 |
| **14** | 10 | 30 | 45 | 30 | $\varphi_1(t) = 3t^2 + 2\cos(\pi t/2)$ | 2 |

*Окончание табл. 2.1*

| Номер варианта задания | $R_1$,см | $R_2$, см | $R_3$, см | $r_3$, см | $x_1(t)$, см<br>$\varphi_1(t)$, рад | $t_1$, с |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **15** | – | 20 | 30 | 20 | $x_1(t)=3t^2-\cos(\pi t/3)$ | 3 |
| **16** | 12 | 18 | 40 | 20 | $\varphi_1(t)=2t^3+\cos(\pi t/2)$ | 1 |
| **17** | – | 20 | 35 | 15 | $x_1(t)=2\sin(\pi t/2)-\cos(\pi t/2)$ | 2 |
| **18** | 15 | 18 | 40 | 25 | $\varphi_1(t)=5t+\cos(\pi t/2)$ | 1 |
| **19** | – | 22 | 50 | 18 | $x_1(t)=t^2+\cos(\pi t/3)$ | 3 |
| **20** | 10 | 20 | 45 | 10 | $\varphi_1(t)=2t^2+\sin(\pi t/4)$ | 4 |
| **21** | – | 20 | 40 | 20 | $x_1(t)=t+(3t-4)^2$ | 2 |
| **22** | 8 | 18 | 42 | 18 | $\varphi_1(t)=2t^2+12\cos(\pi t/6)$ | 3 |
| **23** | – | 45 | 60 | 40 | $x_1(t)=4t^2+\sin(\pi t/2)$ | 1 |
| **24** | 5 | 15 | 30 | 20 | $\varphi_1(t)=2t^2+4\cos(\pi t/2)$ | 2 |
| **25** | – | 15 | 35 | 25 | $x_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/3)$ | 3 |
| **26** | 18 | 20 | 35 | 20 | $\varphi_1(t)=2t^3+\sin(\pi t/2)$ | 1 |
| **27** | – | 15 | 35 | 15 | $x_1(t)=2\sin(\pi t/2)-\cos(\pi t/2)$ | 1 |
| **28** | 10 | 12 | 40 | 25 | $\varphi_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/2)$ | 1 |
| **29** | – | 35 | 50 | 10 | $x_1(t)=t^3-\cos(\pi t/2)$ | 1 |
| **30** | 10 | 20 | 40 | 10 | $\varphi_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/4)$ | 4 |

## Пример выполнения задания К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела

По заданному уравнению движения звена 1 механизма (рис. 2.5, *а*) определить скорость, нормальное, касательное и полное ускорения точки $M$ на момент времени $t_1$, а также скорость и ускорение звена 4, если значения радиусов колес механизма и закон движения звена 1: $R_2=20$ см, $r_2=5$ см, $R_3=8$ см, $r_3=4$ см, $x_1=2t^2-5t$ см, $t_1=1$ с.

*Решение*

Отметим на схеме положительные направления отсчета углов поворота дисков 2 и 3, соответствующие заданному положительному направлению движения звена 1.

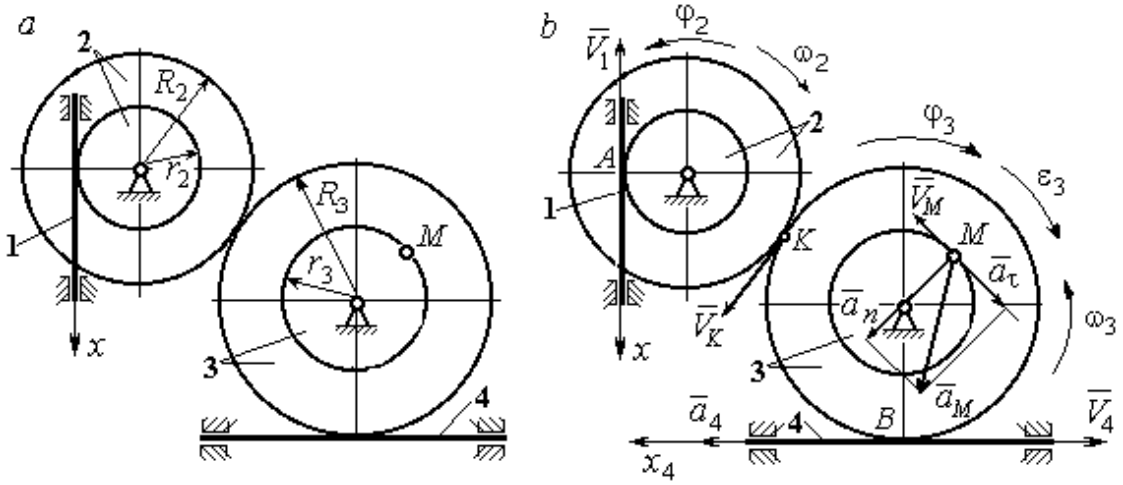



Рис. 2.5. Кинематика вращательного движения твердого тела:
*a* – схема механизма; *b* – расчетная схема для определения скоростей и ускорений точек механизма

Направления показаны на рис 2.5, *b* дуговыми стрелками $\varphi_2$, $\varphi_3$, а положительное направление движения звена 4 – направлением оси $x_4$.

Звено 1 движется поступательно. Движение задано координатным способом в виде закона изменения координаты $x$. Дифференцируем по времени уравнение движения: $\dot{x} = 4t - 5$ см/с. В момент времени $t_1 = 1$ с значение производной: $\dot{x}(1)$ = –1 см/с. Отрицательное значение производной $\dot{x}$ показывает, что в данный момент времени звено 1 движется в отрицательном направлении оси *x*. Скорость звена 1 равна модулю производной: $V_1 = |\dot{x}|$. На рис. 2.5, *b* направление движения звена 1 в момент времени $t_1 = 1$ с показано вектором скорости $\vec{V}_1$, направленным в сторону, противоположную положительному направлению оси *x*. Эту же скорость будет иметь точка *A* – точка контакта звена 1 с диском 2, лежащая на расстоянии $r_2$ от оси вращения диска. Следовательно, $V_1 = V_A = \omega_2 r_2$, где $\omega_2$ – угловая скорость диска 2. Отсюда угловая скорость диска: $\omega_2 = \dfrac{V_A}{r_2} = \dfrac{|4t-5|}{5} = |\dot{\varphi}_2|$ рад/с.

При $t_1 = 1$ с значение производной отрицательно: $\dot{\varphi}_2(1)$ = – 0,2 рад/с. Это означает, что в заданный момент времени вращение диска 2 с угловой скоростью

$\omega_2(1)=|\dot{\varphi}_2(1)|$ = 0,2 рад/с происходит в отрицательном для диска 2 направлении. На рис. 2.5, *b* направление вращения диска 2 показано дуговой стрелкой $\omega_2$ в сторону, противоположную положительному направлению отсчета угла $\varphi_2$. При передаче вращения диска 2 диску 3 величины угловых скоростей дисков обратно пропорциональны радиусам дисков, которым принадлежит точка контакта: $\frac{\omega_2}{\omega_3}=\frac{R_3}{R_2}$. Тогда, угловая скорость диска 3 $\omega_3=\omega_2\frac{R_2}{R_3}=|2t-2{,}5|$ = $|\dot{\varphi}_3|$ рад/с.

В момент времени $t_1=1$с значение производной $\dot{\varphi}_3$ отрицательно: $\dot{\varphi}_3(1)=$ – 0,5 рад/с, и, следовательно, вращение диска 3 в данный момент времени с угловой скоростью $\omega_3(1)$ = $|\dot{\varphi}_3(1)|$ = 0,5 рад/с происходит в сторону, противоположную положительному направлению отсчета угла $\varphi_3$, как показано на рис. 2.5, *b*. Величина (модуль) скорости точки *M* рассчитывается по формуле: $V_M=\omega_3 r_3$. В момент времени $t_1=1$ с модуль скорости $V_M(1)=2$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_M$ расположен по касательной к траектории движения точки *M* (окружности) и направлен в сторону вращения диска 3 (см. рис. 2.5, *b*).

Звено 4 движется поступательно. Скорость звена 4 равна скорости точки касания его с диском 3: $V_4=V_B=\omega_3 R_3$ = $|2t-2{,}5|\cdot 8$ = $|\dot{x}_4|$. В момент времени $t_1=1$ с значение производной от координаты движения звена 4 отрицательно: $\dot{x}_4(1)=-4$ см/с. В результате, вектор скорости $\vec{V}_4(1)$, равный по модулю $V_4(1)$ = 4 см/с, направлен вдоль оси $x_4$ в сторону, противоположную ее положительному направлению (см. рис. 2.5, *b*).

Угловое ускорение диска 3: $\varepsilon_3(t)=|\dot{\omega}_3|=|\ddot{\varphi}_3|$ = 2 рад/с$^2$. Из того, что угловая скорость $\omega_3$ и угловое ускорение $\dot{\omega}_3$ диска 3 имеют разные знаки, следует, что вращение диска 3 замедленное. Угловое ускорение диска направлено в сторону положительного направления отсчета угла поворота $\varphi_3$, диска 3 (см. рис. 2.5, *b*).

Касательное ускорение $a_\tau$ точки *M* рассчитывается по формуле $a_\tau=\varepsilon_3 r_3$ и в момент времени $t_1=1$ с: $a_\tau=8$ см/с$^2$. Так как вращение диска 3 замедленное,

вектор касательного ускорения точки $M$ $\vec{a}_\tau(t)$ направлен в сторону, противоположную вектору скорости $\vec{V}_M(1)$ (см. рис. 2.5, *b*). Нормальное ускорение $a_n$ точки $M$ рассчитывается как $a_n = \omega_3^2 r_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с величина нормального ускорения: $a_n(1)$ = 1 см/с$^2$. Вектор нормального ускорения $\vec{a}_n(1)$ направлен по радиусу к центру диска 3 (см. рис. 2.5, *b*). Полное ускорение точки $M$ в заданный момент времени: $a_M(1) = \sqrt{a_\tau^2(1) + a_n^2(1)}$ = 8,06 см/с$^2$. Вектор полного ускорения $\vec{a}_M$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$.

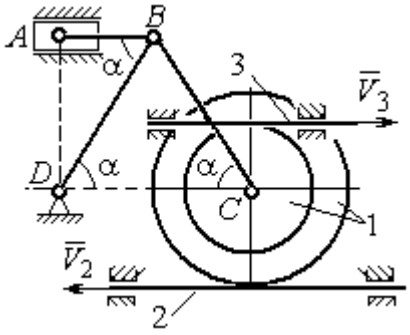
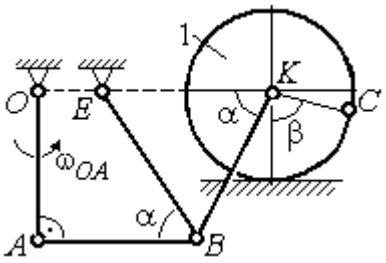
Ускорение $a_4$ звена 4 находится из условия, что звено 4 движется поступательно и прямолинейно. При прямолинейном движении нормальная составляющая ускорения равна нулю. Тогда $a_4 = a_{4\tau} = \dot{V}_4 = = \dot{V}_B = |\dot{\omega}_3| R_3 = \varepsilon_3 R_3$.

Так как угловое ускорение диска 3 является постоянной величиной, ускорение $a_4$ не зависит от времени: $a_4$ = 16 см/с$^2$. Вектор ускорения $\vec{a}_4$ направлен вдоль оси $x_4$ в сторону положительных значений.

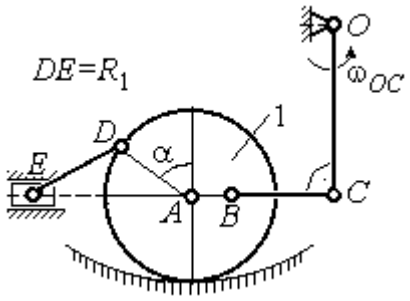
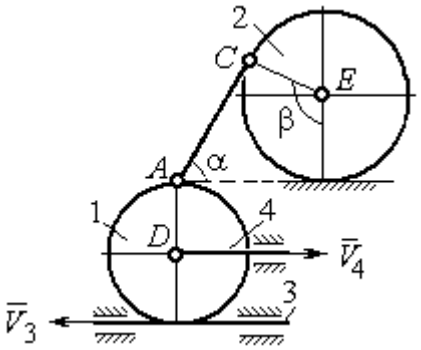
## 2.5. Задание К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Для заданного положения плоского механизма определить скорости точек и угловые скорости звеньев механизма.

Варианты заданий показаны на рис. 2.6 – 2.8. Исходные данные вариантов заданий выбираются из таблиц, приведённых на рисунках схем механизмов.

| **Варианты № 1, 11, 21** | **Варианты № 2, 12, 22** |
|---|---|
|  Найти: $V_A, V_B, V_C, \omega_{AB}, \omega_{BC}, \omega_1, \omega_{BD}$ |  Найти: $V_A, V_B, V_K$, $\omega_1, \omega_{AB}, \omega_{OA}$, $\omega_{BE}, \omega_{BK}$ |

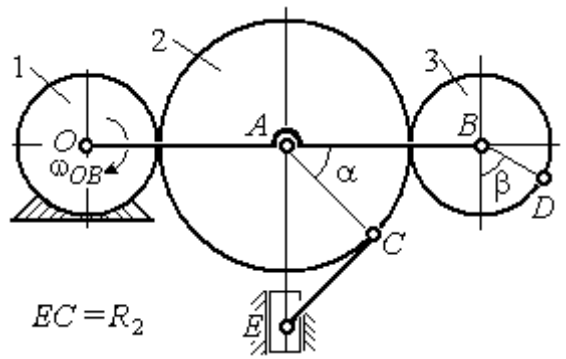
| Номер варианта задания | $R_1$, см | $r_1$, см | $AD$, см | α, град | $V_2$, см/с | $V_3$, см/с | Номер варианта задания | $R_1$, см | $OA$, см | $OE$, см | α, град | β, град | $V_C$, см/с |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 10 | 5 | 20 | 30 | 8 | 10 | **2** | 3 | 5 | 4 | 30 | 60 | 10 |
| **11** | 12 | 8 | 25 | 45 | 10 | 4 | **12** | 4 | 8 | 6 | 45 | 90 | 8 |
| **21** | 10 | 6 | 15 | 60 | 5 | 5 | **22** | 5 | 12 | 2 | 60 | 120 | 12 |

| **Варианты № 3, 13, 23** | **Варианты № 4, 14, 24** |
|---|---|
|  Найти: $V_A, V_B, V_C, V_D, V_E$, $\omega_{BC}, \omega_1, \omega_{DE}$ |  Найти: $V_A, V_C, V_E$, $\omega_1, \omega_2, \omega_{AC}$ |

| Номер варианта задания | $R_1$, см | $OC$, см | $AB$, см | $BC$, см | α, град | $\omega_{OC}$, рад/с | Номер варианта задания | $R_1$, см | $R_2$, см | α, град | β, град | $V_3$, см/с | $V_4$, см/с |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **3** | 12 | 18 | 10 | 35 | 60 | 4 | **4** | 10 | 15 | 30 | 60 | 8 | 4 |
| **13** | 10 | 15 | 10 | 25 | 90 | 8 | **14** | 6 | 10 | 45 | 90 | 4 | 6 |
| **23** | 15 | 20 | 5 | 20 | 120 | 6 | **24** | 10 | 12 | 60 | 120 | 3 | 3 |

Рис. 2.6. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

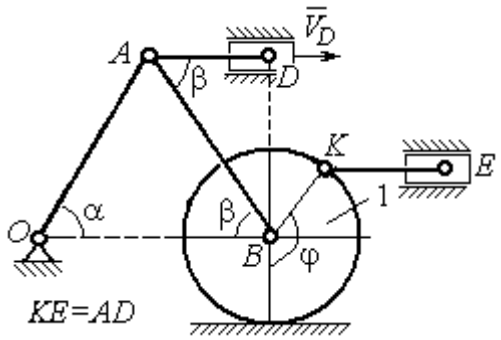
**Варианты № 5, 15, 25**




Найти: $V_A$, $V_B$, $V_C$, $V_D$, $V_E$, $\omega_2$, $\omega_3$, $\omega_{EC}$

| Номер варианта задания | $R_1$, см | $R_2$, см | $R_3$, см | α, град | β, град | $\omega_{OB}$, рад/с |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **5** | 10 | 20 | 12 | 60 | 0 | 6 |
| **15** | 6 | 18 | 10 | 90 | 90 | 8 |
| **25** | 20 | 25 | 15 | 120 | 180 | 4 |

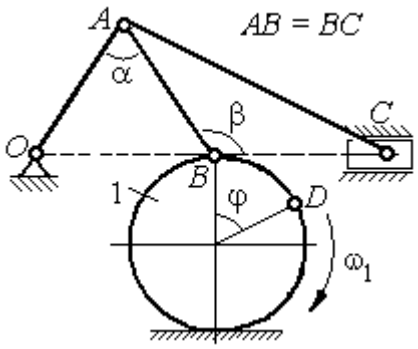
**Варианты № 6, 16, 26**




Найти: $V_A, V_B, V_K, V_E$, $\omega_1$, $\omega_{OA}$, $\omega_{AB}$, $\omega_{AD}$, $\omega_{KE}$

| Номер варианта задания | $R_1$, см | $OA$, см | α, град | β, град | φ, град | $V_D$, см/с |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **6** | 10 | 20 | 30 | 60 | 60 | 12 |
| **16** | 12 | 26 | 30 | 30 | 90 | 8 |
| **26** | 15 | 30 | 60 | 60 | 120 | 15 |

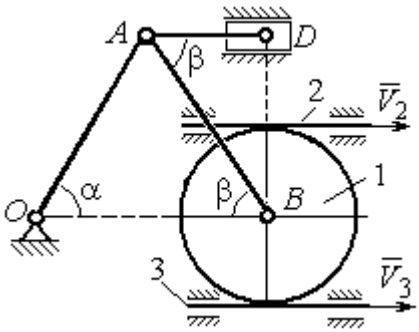
**Варианты № 7, 17, 27**




Найти: $V_A, V_B, V_C$, $\omega_1$, $\omega_{OA}$, $\omega_{AB}$, $\omega_{AC}$

| Номер варианта задания | $R_1$, см | $AB$, см | α, град | β, град | φ, град | $V_D$, см/с |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **7** | 10 | 20 | 30 | 60 | 60 | 12 |
| **17** | 12 | 25 | 60 | 120 | 90 | 16 |
| **27** | 8 | 16 | 30 | 60 | 120 | 10 |

**Варианты № 8, 18, 29**

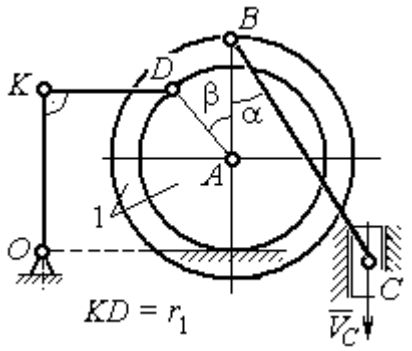
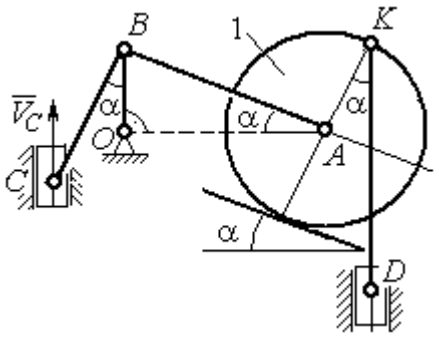



Найти: $V_A, V_B, V_D$, $\omega_1$, $\omega_{OA}$, $\omega_{AB}$, $\omega_{AD}$

| Номер варианта задания | $R_1$, см | $OA$, см | α, град | β, град | $V_2$, см/с | $V_3$, см/с |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **8** | 10 | 20 | 30 | 60 | 12 | 4 |
| **18** | 12 | 26 | 30 | 30 | 8 | 2 |
| **28** | 15 | 30 | 60 | 60 | 6 | 3 |

Рис. 2.7. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 5 – 8, 15 – 18, 25 – 28

*Окончание вариантов задания К2*

| **Варианты № 9, 19, 29** | **Варианты № 10, 20, 30** |
|---|---|
|  Найти: $\omega_{OK}, \omega_{KD}, \omega_{BC}, \omega_1,$ $V_A, V_B, V_K, V_D$ |  Найти: $V_A, V_B, V_D, V_K, \omega_{CB}, \omega_1,$ $\omega_{OB}, \omega_{AB}, \omega_{KD}$ |

| Номер варианта задания | $R_1$, см | $r_1$, см | α, град | β, град | $BC$, см | $V_C$, см/с | Номер варианта задания | $R_1$, см | $CB$, см | $OB$, см | $KD$, см | α, град | $V_C$, см/с |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **9** | 20 | 12 | 45 | 60 | 60 | 8 | **10** | 10 | 20 | 30 | 60 | 30 | 4 |
| **19** | 24 | 16 | 60 | 90 | 50 | 4 | **20** | 12 | 26 | 30 | 50 | 45 | 2 |
| **29** | 16 | 10 | 30 | 120 | 40 | 6 | **30** | 15 | 30 | 60 | 60 | 60 | 3 |

Рис. 2.8. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

## Пример выполнения задания К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

**Задача 1.** Плоский механизм (рис. 2.9) состоит из стержня $OC$ и подвижных дисков 2 и 3 радиусами $r_2$, $r_3$, шарнирно закрепленными на стержне, соответственно, в точках $A$ и $C$. Стержень $OC$ вращается вокруг неподвижного центра $O$ с угловой скоростью $\omega_{OC}$. Диск 2, увлекаемый стержнем $OC$, катится без проскальзывания по неподвижной поверхности диска 1 радиусом $r_1$. Диск 3, также увлекаемый стержнем $OC$, катится без проскальзывания по подвижному диску 2. В точке $D$, расположенной на краю диска 3, шарнирно прикреплен стержень 4, к которому в точке $E$ шарнирно

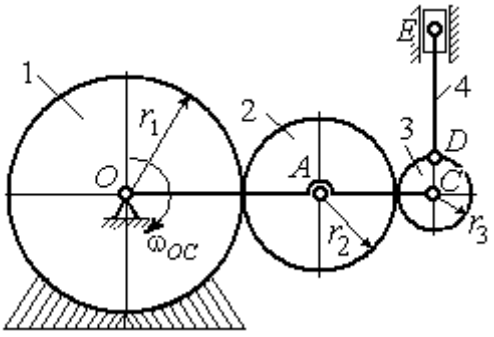


Рис. 2.9. Схема плоского механизма

прикреплен поршень *E*, способный совершать только вертикальное перемещение. Для заданного положения механизма (см. рис. 2.9), когда стержень *OC* горизонтален, стержень *DE* направлен по линии вертикального диаметра диска 3, найти скорости точек *A*, *C*, *D*, *E*, угловые скорости дисков 2, 3 и стержня 4, если: $r_1$ = 6 см, $r_2$ = 4 см, $r_3$ = 2 см, *DE* = 10 см, $\omega_{OC}$ = 1 рад/с.

*Решение*

Определим скорость точки *A*, общей для стержня *OC* и диска 2: $V_A = \omega_{OC}(r_1 + r_2)$ = 10 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ перпендикулярен стержню *OC* и направлен в сторону его вращения (рис. 2.10).

Диск 2 катится по неподвижной поверхности диска 1. Точка касания диска 2 с неподвижным диском 1 является мгновенным центром скоростей диска 2. На рис. 2.10 центр скоростей диска 2 обозначен точкой $P_2$. В этом случае скорость точки *A* может быть определена через угловую скорость диска $\omega_2$ следующим образом: $V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = 4\omega_2$. Так как $V_A$ = 10 см/с, получим $\omega_2$ = 2,5 рад/с.

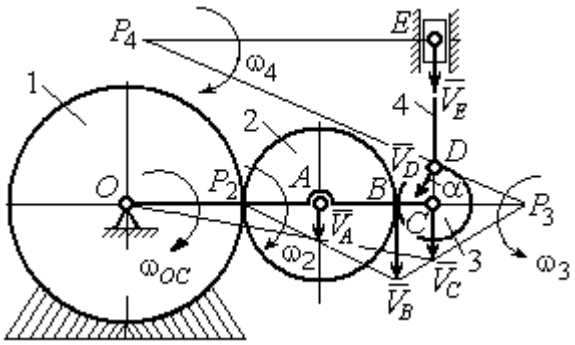


Рис. 2.10. Расчетная схема для определения скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев

Для того чтобы найти угловую скорость диска 3, необходимо определить положение его мгновенного центра скоростей. С этой целью вычислим скорости точек *B* и *C*. Скорость точки *B* может быть найдена через угловую скорость диска 2: $V_B = \omega_2 \cdot BP_2$ = 20 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен отрезку $BP_2$ и направлен в сторону мгновенного вращения диска 2 вокруг своего центра скоростей $P_2$.

Скорость точки *C* определяется через угловую скорость стержня *OC*: $V_C = \omega_{OC}(r_1 + 2r_2 + r_3)$ = 16 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярен стержню *OC* и направлен в сторону его вращения (см. рис. 2.10).

Построение мгновенного центра скоростей $P_3$ диска 3 по известным скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ показано на рис. 2.10. Его положение определяется из условия, что отношение скоростей двух точек тела, совершающего плоскопараллельное движение, равно отношению расстояний от этих точек до мгновенного центра скоростей: $\frac{V_B}{V_C} = \frac{r_3 + CP_3}{CP_3}$. Разрешая пропорцию относительно неизвестной величины $CP_3$, получим: $CP_3 = 8$ см. Скорость точки *C* выражается через угловую скорость диска 3 $V_C = \omega_3 \cdot CP_3$. Отсюда величина угловой скорости диска 3: $\omega_3 = \frac{V_C}{CP_3} =$ 2 рад/с. Направление мгновенного вращения диска 3 вокруг своего центра скоростей определяется известными направлениями скоростей точек *C* и *B*, принадлежащих диску 3 (см. рис. 2.10). Скорость точки *D* $V_D = \omega_3 \cdot DP_3 = = 2 \cdot \sqrt{2^2 + 8^2}$ = 16,5 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_D$ перпендикулярен отрезку $DP_3$ и направлен в сторону мгновенного вращения диска 3 вокруг центра $P_3$.

Для определения скорости поршня *E* воспользуемся теоремой о проекциях скоростей точек плоской фигуры, согласно которой проекции скоростей двух точек плоской фигуры на ось, проходящую через эти точки, равны между собой. Проведем ось через точки *D* и *E*. По построению, угол $\alpha$ между вектором $\vec{V}_D$ и осью *DE* равен углу $\angle DP_3C$ (см. рис. 2.10). Тогда, $\cos\alpha = \frac{CP_3}{DP_3} = \frac{8}{\sqrt{2^2 + 8^2}} = 0{,}97$, откуда $\alpha = 14^\circ$. На основании теоремы о проекциях скоростей точек плоской фигуры имеем равенство: $V_D \cos\alpha = V_E \cos 0$, откуда скорость точки *E*: $V_E$=16 см/с.

Мгновенный центр скоростей стержня 4 – точка $P_4$ – определяется как точка пересечения перпендикуляров к векторам скоростей $\vec{V}_D$ и $\vec{V}_E$, восстановленных, соответственно, из точек *D* и *E* (см. рис. 2.10). Угловая скорость стержня 4, совершающего мгновенный поворот вокруг своего центра скоростей, равна: $\omega_4 = \frac{V_E}{EP_4}$, где $EP_4$ – расстояние от точки *E* до мгновенного центра скоростей звена 4,

$EP_4 = DE \cdot \mathrm{ctg}\alpha$ = 40 см. В результате, $\omega_4$ = 0,4 рад/с. Направление мгновенного вращения звена 4 вокруг своего центра скоростей определяется направлением скорости точки *D*.

**Задача 2**. В плоском стержневом механизме (рис. 2.11) кривошипы *OA* и *ED* вращаются вокруг неподвижных центров *O* и *E*. В крайней точке *D* кривошипа *ED* к нему прикреплён шатун *DB*, второй конец которого в точке *B* прикреплён к кривошипу *OA*. Шатун *AC* прикреплён в точке *A* к кривошипу *AO*, а другим своим концом – к ползуну *C*, способному совершать только вертикальное движение. Все соединения шарнирные. В заданном положении механизма кривошип *OA* вертикален, шатун *DB* расположен горизонтально, кривошип *ED* наклонен под углом 60° к горизонтали, а шатун *AC* отклонён на угол 30° от вертикального положения кривошипа *AO*. Найти скорости всех отмеченных на схеме точек и угловые скорости всех звеньев, если линейные размеры звеньев механизма *AC* = 6 см, *AB* = 2 см, *BO* = 8 см, *DB* = 10 см и скорость ползуна в данный момент $V_C$ = 4 см/с.

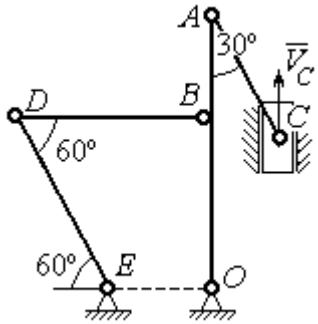



Рис. 2.11. Стержневой механизм

*Решение*

Кривошипы *OA* и *ED* совершают вращательные движения вокруг неподвижных центров. Скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ точек *A* и *B* перпендикулярны кривошипу *OA*, а скорость $\vec{V}_D$ точки *D* перпендикулярна кривошипу *ED*. Направления векторов скоростей точек показаны на рис. 2.12.

Шатун $AC$ совершает плоскопараллельное движение. Его мгновенный центр скоростей $P_1$ находится как точка пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$. Угловая скорость звена $AC$ равна $\omega_{AC} = \dfrac{V_C}{P_1C} = \dfrac{V_C}{AC \cdot \sin 30^\circ} = \dfrac{4}{3}$ рад/с. Далее, полагая, что точка $A$ принадлежит шатуну $AC$, найдем её скорость:

$$V_A = \omega_{AC} \cdot P_1A = \frac{4}{3} AC \cdot \cos 30^\circ = 4\sqrt{3} \text{ см/с.}$$

Теперь, исходя из того, что точка $A$ принадлежит как шатуну $AC$, так и кривошипу $OA$, найдём его угловую скорость: $\omega_{AO} = \dfrac{V_A}{AO} = 0{,}4\sqrt{3}$ рад/с. Скорость точки $B$ кривошипа $V_B = \omega_{AO} \cdot OB = 3{,}2\sqrt{3}$ см/с.

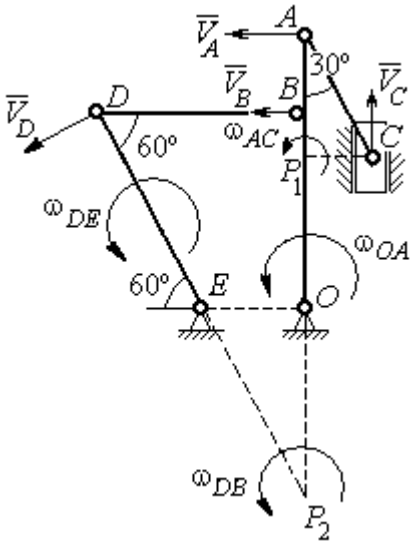


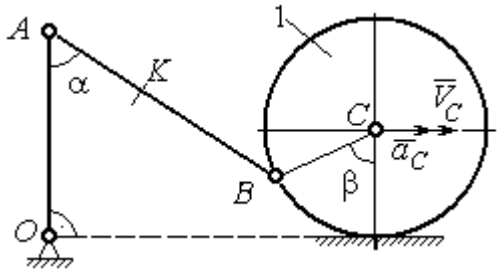

Рис. 2.12. Расчётная схема определения скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев

Шатун $DB$ совершает плоскопараллельное движение. Зная направления скоростей точек $B$ и $D$, построим мгновенный центр скоростей $P_2$ звена $DB$ как точку пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_D$ (см. рис. 2.12). Тогда, угловая скорость шатуна $DB$ $\omega_{DB} = \dfrac{V_B}{P_2B} = \dfrac{3{,}2\sqrt{3}}{DB \cdot \operatorname{tg} 60^\circ} =$ 0,32 рад/с. Скорость точки $D$ $V_D = \omega_{DB} \cdot P_2D = 0{,}32 \dfrac{DB}{\sin 30^\circ}$ = 6,4 см/с. Угловая скорость кривошипа $DE$ $\omega_{DE} = \dfrac{V_D}{DE} = \dfrac{6{,}4}{(OB / \sin 60^\circ)} = 0{,}69$ рад/с.

## 2.6. Задание К3. Определение ускорений точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Для заданного положения плоского механизма определить ускорения точек звеньев механизма и угловые ускорения звеньев. Варианты заданий и исходные данные приведены на рис. 2.13 – 2.15.

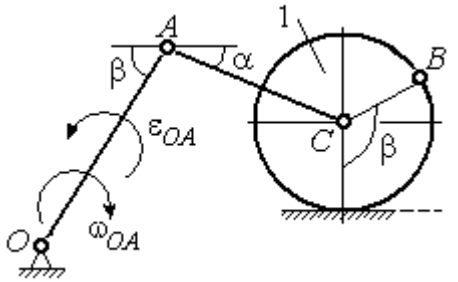
**Варианты № 1, 11, 21**




Найти: $a_A, a_K, \varepsilon_{AB}$

| Номер варианта задания | $AB$, см | $AK$, см | α, град | β, град | $R_1$, см | $V_C$, см/с | $a_C$, см/с$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 16 | 10 | 60 | 120 | 10 | 12 | 6 |
| **11** | 20 | 16 | 30 | 60 | 8 | 10 | 8 |
| **21** | 18 | 10 | 60 | 180 | 6 | 8 | 4 |

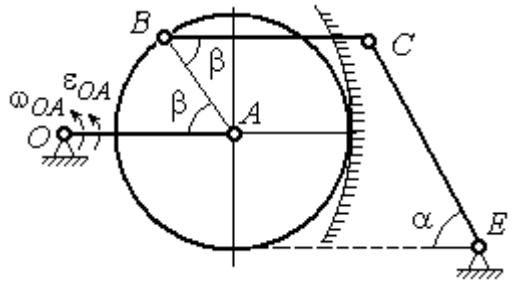
**Варианты № 2, 12, 22**




Найти: $a_C, a_B, \varepsilon_{AC}$

| Номер варианта задания | $R_1$, см | $OA$, см | $AC$, см | α, град | β, град | $\omega_{OA}$, рад/с | $\varepsilon_{OA}$, рад/с$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **2** | 5 | 10 | 12 | 30 | 60 | 2 | 4 |
| **12** | 8 | 24 | 20 | 30 | 120 | 1 | 2 |
| **22** | 6 | 12 | 15 | 60 | 90 | 2 | 3 |

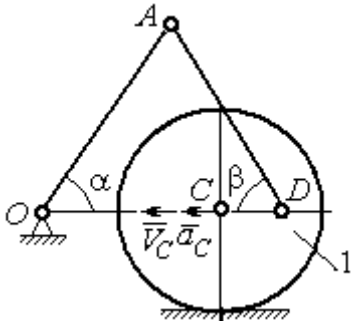
**Варианты № 3, 13, 23**




Найти: $a_C$, $a_B$, $\varepsilon_{BC}$

| Номер варианта задания | $BC$, см | $AO$, см | α, град | β, град | $R_1$, см | $\omega_{OA}$, рад/с | $\varepsilon_{OA}$, рад/с$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **3** | 16 | 15 | 60 | 90 | 10 | 2 | 3 |
| **13** | 18 | 12 | 90 | 60 | 8 | 3 | 2 |
| **23** | 14 | 12 | 30 | 120 | 10 | 2 | 4 |

**Варианты № 4, 14, 24**

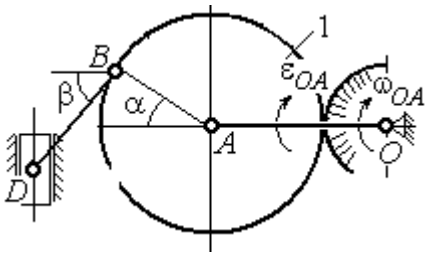



Найти: $a_A, a_D, \varepsilon_{DA}$

| Номер варианта задания | $R_1$, см | $OA$, см | $DC$, см | α, град | β, град | $V_C$, см/с | $a_C$, см/с$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **4** | 10 | 28 | 5,78 | 60 | 30 | 10 | 2 |
| **14** | 8 | 24 | 4,62 | 30 | 90 | 8 | 3 |
| **24** | 6 | 20 | 6 | 45 | 45 | 12 | 2 |

Рис. 2.13. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

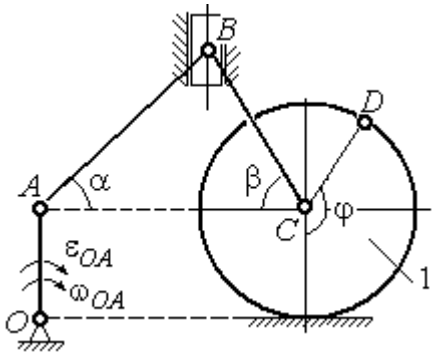
**Варианты № 5, 15, 25**




Найти: $a_D, a_B, \varepsilon_{BD}$

| Номер варианта задания | $OA$, см | $BD$, см | α, град | β, град | $R_1$, см | $\omega_{OA}$, рад/с | $\varepsilon_{OA}$, рад/с$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **5** | 16 | 10 | 60 | 30 | 10 | 4 | 3 |
| **15** | 18 | 8 | 90 | 45 | 12 | 2 | 4 |
| **25** | 14 | 12 | 30 | 60 | 8 | 3 | 2 |

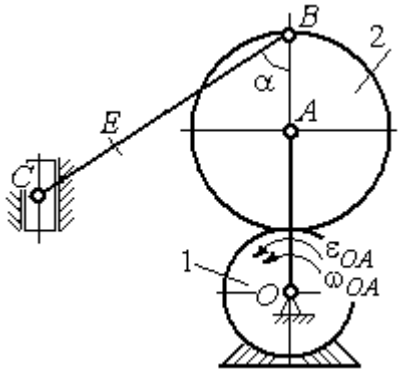
**Варианты № 6, 16, 26**




Найти: $a_B, a_D, \varepsilon_{BC}$

| Номер варианта задания | $R_1$, см | $AB$, см | φ, град | α, град | β, град | $\omega_{OA}$, рад/с | $\varepsilon_{OA}$, рад/с$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **6** | 6 | 18 | 60 | 30 | 30 | 2 | 3 |
| **16** | 8 | 20 | 90 | 60 | 30 | 2 | 4 |
| **26** | 5 | 16 | 120 | 30 | 60 | 3 | 4 |

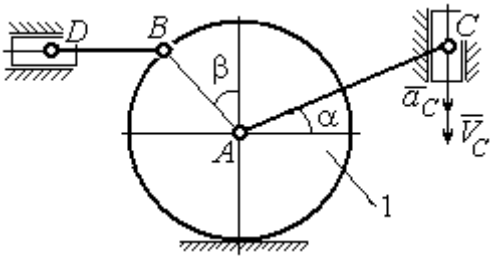
**Варианты № 7, 17, 27**




Найти: $a_E, a_C, \varepsilon_{BC}$

| Номер варианта задания | $BC$, см | $BE$, см | α, град | $R_1$, см | $R_2$, см | $\omega_{OA}$, рад/с | $\varepsilon_{OA}$, рад/с$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **7** | 22 | 10 | 60 | 2 | 10 | 2 | 3 |
| **17** | 28 | 15 | 30 | 3 | 6 | 3 | 4 |
| **27** | 20 | 8 | 45 | 4 | 8 | 2 | 2 |

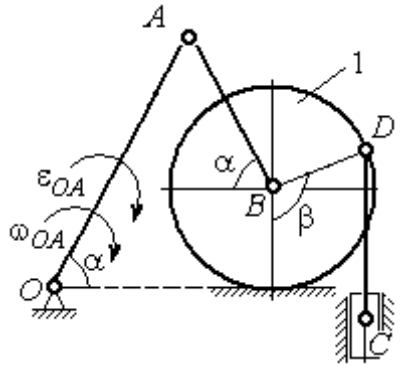
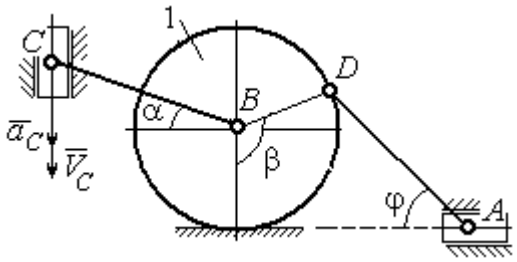
**Варианты № 8, 18, 28**




Найти: $a_D, a_B, \varepsilon_{BD}$

| Номер варианта задания | $R_1$, см | $BD$, см | $AC$, см | α, град | β, град | $V_C$, см/с | $a_C$, см/с$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **8** | 4 | 5 | 12 | 60 | 60 | 12 | 5 |
| **18** | 6 | 10 | 16 | 45 | 90 | 10 | 8 |
| **28** | 8 | 8 | 16 | 30 | 120 | 8 | 6 |

Рис. 2.14. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 5 – 8, 15 – 18, 25 – 28

| **Варианты № 9, 19, 29** | **Варианты № 10, 20, 30** |
|---|---|
|  Найти: $a_C, a_B, \varepsilon_{AB}$ |  Найти: $a_A, a_B, \varepsilon_{CB}$ |

| Номер варианта задания | $OA$, см | $DC$, см | α, град | β, град | $R_1$, см | $\omega_{OA}$, рад/с | $\varepsilon_{OA}$, рад/с$^2$ | Номер варианта задания | $R_1$, см | $BC$, см | φ, град | α, град | β, град | $V_C$, см/с | $a_C$, см/с$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **9** | 18 | 10 | 30 | 120 | 4 | 2 | 3 | **10** | 6 | 14 | 60 | 30 | 120 | 15 | 3 |
| **19** | 20 | 12 | 60 | 60 | 6 | 3 | 4 | **20** | 5 | 18 | 45 | 60 | 90 | 10 | 5 |
| **29** | 18 | 8 | 60 | 90 | 4 | 2 | 3 | **30** | 4 | 16 | 30 | 45 | 60 | 12 | 4 |

Рис. 2.15. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

## Примеры решения задания К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении

**Задача 1**. Ступенчатый барабан 1 с радиусами ступенек $R = 0{,}5$ м и $r = 0{,}3$ м катится окружностью малой ступеньки по горизонтальной поверхности без скольжения (рис. 2.16). Барабан приводится в движение шатуном $AC$, один конец которого соединён с центром барабана в точке $A$, а другой – с ползуном $C$, перемещающимся вертикально. В положении механизма, когда шатун $AC$ отклонён от вертикали на угол 60°, найти ускорение точки $B$ барабана, лежащей на его горизонтальном диаметре, если заданы скорость и ускорение ползуна $C$: $V_C = 9$м/с, $a_C = 4$ м/с$^2$.

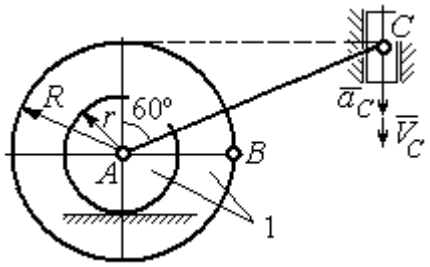



Рис. 2.16. Схема движения плоского механизма

*Решение*

Найдём угловые скорости $\omega_{AC}$, $\omega_1$ шатуна $AC$ и барабана 1. Шатун совершает плоское движение. Его мгновенный центр скоростей $P_2$ находится на пересечении перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$ (рис. 2.17). По условию, скорость точки $C$ направлена вертикально вниз. Точка $A$ принадлежит как шатуну $AC$, так и барабану 1. При качении барабана по горизонтальной поверхности скорость его центра – точки $A$ параллельна поверхности качения барабана.

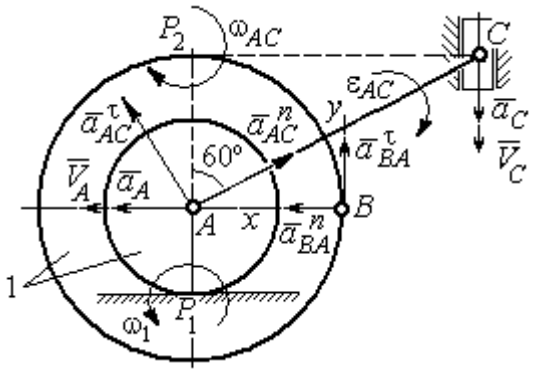


Рис. 2.17. Расчётная схема определения скоростей и ускорений точек механизма

Угловая скорость шатуна $\omega_{AC} = \dfrac{V_C}{CP_2} = \dfrac{9}{R\mathrm{tg}60^\circ} = 6\sqrt{3}$ рад/с. Скорость точки $A$ шатуна $V_A = \omega_{AC} \cdot AP_2 = 3\sqrt{3}$ м/с. Угловая скорость барабана 1 $\omega_1 = \dfrac{V_A}{AP_1} = 10\sqrt{3}$ рад/с. При расчёте угловой скорости барабана учтено, что качение барабана по неподвижной поверхности представляет собой плоское движение, при котором мгновенный центр скоростей находится в точке касания с поверхностью (в точке $P_1$ на рис. 2.17).

Выразим ускорение $\vec{a}_A$ точки $A$ через полюс $C$ на основании векторного равенства: $\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}_{AC}^{\tau} + \vec{a}_{AC}^{n}$, где $\vec{a}_C$ – ускорение точки $C$, выбранной в качестве полюса; $\vec{a}_{AC}^{\tau}$, $\vec{a}_{AC}^{n}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки $A$ при вращении шатуна $AC$ вокруг полюса $C$. Вектор нормального ускорения $\vec{a}_{AC}^{n}$ направлен вдоль шатуна $AC$ от точки $A$ к полюсу $C$ и равен по величине $a_{AC}^{n} = \omega_{AC}^2 \cdot AC = (6\sqrt{3})^2 \cdot 2R = 108$ м/с$^2$. Вектор касательного ускорения $\vec{a}_{AC}^{\tau}$, модуль которого вычисляется по формуле $a_{AC}^{\tau} = \varepsilon_{AC} \cdot AC$, направлен перпендикулярно отрезку $AC$.

На данном этапе величина вектора касательного ускорения не может быть вычислена, поскольку угловое ускорение шатуна $AC$ $\varepsilon_{AC}$ неизвестно. На рис. 2.17 направление вектора касательного ускорения $\vec{a}_{AC}^{\tau}$ выбрано из предположения, что

вращение шатуна ускоренное и направление углового ускорения совпадает с направлением его угловой скорости.

Направление вектора $\vec{a}_A$ ускорения точки $A$ определяется из того, что центр барабана движется по прямой, параллельной горизонтальной поверхности качения. На рис. 2.17 направление вектора ускорения $\vec{a}_A$ выбрано из предположения, что качение барабана ускоренное.

Выберем ось $x$ вдоль линии $AC$ (рис. 2.18) и спроектируем векторное равенство $\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}^{\tau}_{AC} + \vec{a}^{n}_{AC}$ на эту ось. При таком выборе оси проекция неизвестного ускорения $\vec{a}^{\tau}_{AC}$ обращается в нуль. Получим $a_A \cos 30^\circ = a_C \cos 60^\circ - a^n_{AC}$. Отсюда найдём ускорение центра барабана $a_A = \dfrac{1}{\cos 30^\circ}\left(a_C \cos 60^\circ - a^n_{AC}\right) = -122{,}4$ м/с$^2$. Отрицательное значение ускорения точки $A$ означает, что на рис. 2.17, 2.18 вектор ускорения $\vec{a}_A$ должен иметь противоположное направление. Таким образом, вектор ускорения $\vec{a}_A$ направлен в сторону, противоположную вектору скорости $\vec{V}_A$, и движение барабана замедленное.

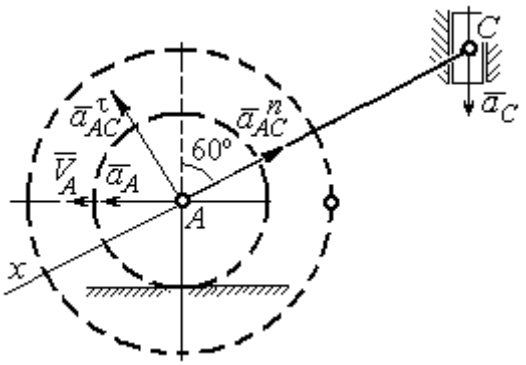


Рис. 2.18. Схема для определения ускорения центра барабана

Для того чтобы найти ускорение точки $B$, выразим его через полюс $A$ на основании векторного равенства $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{BA} + \vec{a}^{n}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение точки $A$, выбранной в качестве полюса; $\vec{a}^{\tau}_{BA}$, $\vec{a}^{n}_{BA}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки $B$ при вращении барабана вокруг полюса $A$.

Модуль вектора нормального ускорения $\vec{a}^{n}_{BA}$ равен по величине $a^n_{BA} = \omega_1^2 \cdot BA = (10\sqrt{3})^2 \cdot R = 150$ м/с$^2$. Вектор направлен вдоль радиуса барабана от точки $B$ к полюсу $A$ (см. рис. 2.17).

Модуль вектора касательного ускорения $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ вычисляется по формуле $a^{\tau}_{BA} = \varepsilon_1 \cdot BA$, где $\varepsilon_1$ – угловое ускорение барабана. Значение углового ускорения катящегося барабана (в отличие от углового ускорения $\varepsilon_{AC}$ шатуна $AC$) может быть найдено. Расчёт основан на том, что при движении барабана расстояние $AP_1$ от точки $A$ до центра скоростей барабана $P_1$ остаётся постоянным, равным $r$. Тогда выражение $V_A = \omega_1 \cdot AP_1 = \omega_1 \cdot r$ для расчёта скорости точки $A$ можно продифференцировать. Получим $\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_1}{dt} \cdot r$. Так как точка $A$ движется по прямой, производная от скорости точки равна её полному ускорению, а производная от угловой скорости барабана равна его угловому ускорению. Тогда имеем: $a_A = \varepsilon_1 \cdot r$, откуда находим угловое ускорение $\varepsilon_1 = \frac{a_A}{r} = 40{,}8$ рад/с$^2$, а затем и модуль вектора касательного ускорения $a^{\tau}_{BA} = \varepsilon_1 \cdot BA = 20{,}4$ м/с$^2$.

Заметим, что для вычисления углового ускорения $\varepsilon_{AC}$ шатуна $AC$ подобные рассуждения неприменимы. Формулу $V_A = \omega_{AC} \cdot AP_2$ невозможно продифференцировать, так как при движении механизма расстояние $AP_2$ от точки $A$ до центра скоростей $P_2$ шатуна $AC$ является неизвестной функцией времени.

Выберем систему координат $xBy$ как показано на рис. 2.17, и спроецируем на эти оси векторное равенство $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{BA} + \vec{a}^{n}_{BA}$. Полагая, что движение барабана ускоренное (т. е. вектора ускорений $\vec{a}_A$ и $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ направлены, как показано на рис. 2.17), получим значения составляющих ускорения точки $B$: $a_{Bx} = a_A + a^{n}_{BA}$, $a_{By} = a^{\tau}_{BA}$. Подставляя значения ускорений, найдём $a_{By} = 20{,}4$ м/с$^2$, $a_{Bx} = -122{,}4 + 150 = 27{,}6$ м/с$^2$. Вектор полного ускорения точки $B$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_{Bx}$, $\vec{a}_{By}$. Величина ускорения точки $B$: $a_B = \sqrt{a^2_{Bx} + a^2_{By}} = 34{,}32$ м/с$^2$.

**Задача 2**. В плоском механизме (рис. 2.19) кривошип *OA* вращается вокруг оси *O* с угловой скоростью $\omega_{OA}$ и угловым ускорением $\varepsilon_{OA}$. Диск 2, шарнирно присоединённый к кривошипу в точке *A*, катится без проскальзывания по неподвижному диску 1. Радиусы дисков $R_1$ и $R_2$. На краю диска 2 в точке *B* шарнирно прикреплен стержень *BC*, соединенный с центром *C* диска 3. Радиус диска 3 равен радиусу диска 2: $R_3 = R_2$. Диск 3 катится без скольжения по горизонтальной поверхности, по прямой. Для положения механизма, изображенного на рис. 2.19, определить ускорение точки *D* и угловое ускорение стержня *BC*, если $\omega_{OA} = 4$ рад/с, $\varepsilon_{OA} = 2$ рад/с$^2$, $R_1 = 4$ см, $R_2 = 8$ см. Длина стержня $BC = 20$ см.

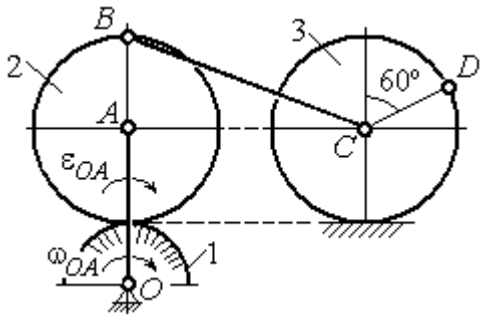


Рис. 2.19. Схема движения плоского механизма

*Решение*

**Определение угловых скоростей звеньев механизма**.

Рассмотрим вращательное движение кривошипа *OA*. Скорость точки *A*: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 48$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу *OA* в сторону движения кривошипа (рис. 2.20).

При движении диска 2 точка $P_2$ соприкосновения второго диска с неподвижным первым является мгновенным центром скоростей диска 2. Угловая скорость диска 2: $\omega_2 = \dfrac{V_A}{AP_2} = \dfrac{48}{8} = 6$ рад/с.

Скорость точки *B* диска 2: $V_B = \omega_2 BP_2 = 6 \cdot 16 = 96$ см/с.

Для определения угловой скорости стержня $BC$ заметим, что скорости двух точек стержня $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ параллельны, но точки $B$ и $C$ не лежат на общем перпендикуляре к скоростям. В этом случае мгновенный центр скоростей стержня $BC$ отсутствует (бесконечно удалён), угловая скорость стержня равна нулю: $\omega_{BC} = 0$, а стержень совершает мгновенное поступательное движение. В результате имеем: $V_C = V_B = 96$ см/с.

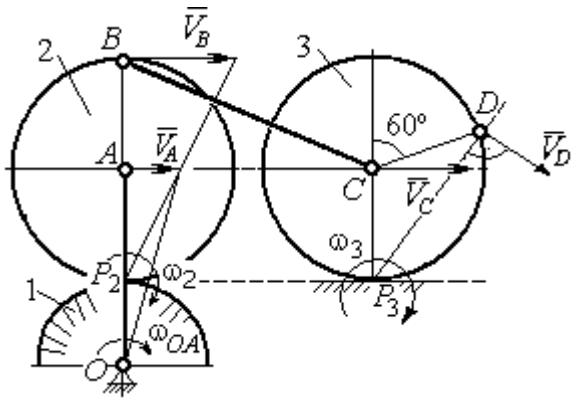



Рис. 2.20. Расчетная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

При качении диска 3 по неподвижной поверхности без проскальзывания точка $P_3$ касания его с поверхностью является мгновенным центром скоростей. Тогда угловая скорость диска 3: $\omega_3 = \dfrac{V_C}{CP_3} = 12$ рад/с. Скорость точки $D$ диска 3: $V_D = \omega_3 \cdot DP_3$. Величину $DP_3$ находим из треугольника $P_3DC$. В результате $DP_3 = 2R_3\cos 30^\circ = 13{,}8$ см и $V_D = 165{,}6$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_D$ направлен в сторону движения диска 3 перпендикулярно линии $DP_3$ и (см. рис. 2.20).

**Определение ускорений точек механизма**.

Представим ускорение $\vec{a}_C$ точки $C$ векторной суммой $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}^{\,n}_{CB} + \vec{a}^{\,\tau}_{CB}$, где $\vec{a}_B$ – ускорение точки $B$, выбранной в качестве полюса; $\vec{a}^{\,n}_{CB}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{CB}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки $C$ при вращении стержня $BC$ вокруг полюса $B$, $a^n_{CB} = \omega^2_{CB} \cdot CB$, $a^\tau_{CB} = \varepsilon_{CB} \cdot CB$.

Нормальная составляющая ускорения точки $C$ $a^n_{CB} = 0$, так как стержень $CB$ совершает мгновенное поступательное движение и $\omega_{BC} = 0$.

Направление касательной составляющей $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ неизвестно, так как неизвестно направление углового ускорения стержня $\varepsilon_{CB}$. Для определённости выберем направление углового ускорения стержня *BC* в сторону против хода часовой стрелки. На рис. 2.21 это направление показано дуговой стрелкой $\varepsilon_{CB}$.

В соответствии с выбранным направлением углового ускорения вектор $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ строится перпендикулярно линии стержня *BC* в сторону углового ускорения $\varepsilon_{CB}$ (см. рис. 2.21).

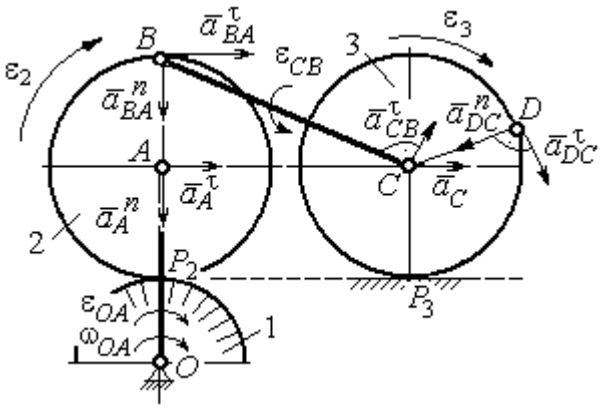



Рис. 2.21. Расчетная схема для определения ускорений точек механизма и угловых ускорений его звеньев

Выразим ускорение точки *B* через полюс *A*: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{n}_{BA} + \vec{a}^{\tau}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса *A*; $\vec{a}^{n}_{BA}$, $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки *B* при вращении диска 2 вокруг полюса *A*. Величина нормальной составляющей ускорения точки *B* $a^{n}_{BA} = \omega_2^2 \cdot BA = 288$ см/с$^2$. Вектор $\vec{a}^{n}_{BA}$ направлен вдоль радиуса *BA* от точки *B* к полюсу *A* (см. рис. 2.21). Касательное ускорение точки *B* при вращении диска 2 вокруг полюса *A* вычисляется по формуле $a^{\tau}_{BA} = \varepsilon_2 \cdot BA$. Для определения углового ускорения $\varepsilon_2$ диска 2 заметим, что во время движения диска 2 расстояние $AP_2$ остается постоянным, равным $R_2$. Дифференцируя равенство $V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = \omega_2 R_2$, получим: $\dfrac{dV_A}{dt} = \dfrac{d\omega_2}{dt} R_2$, или $a^{\tau}_A = \varepsilon_2 R_2$, откуда $\varepsilon_2 = \dfrac{a^{\tau}_A}{R_2}$.

Для того чтобы найти величину $a^{\tau}_A$, рассмотрим вращательное движение кривошипа *OA* вокруг неподвижной оси *O*. Ускорение точки *A* представляется в виде векторного равенства $\vec{a}_A = \vec{a}^{n}_A + \vec{a}^{\tau}_A$, где $\vec{a}^{n}_A$ и $\vec{a}^{\tau}_A$ – известные нормальная и касательная составляющие ускорения точки *A* кривошипа *OA*:

$a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 192$ см/с$^2$, $a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 24$ см/с$^2$. Направления векторов нормального ускорения $\vec{a}_A^{\,n}$ и касательного ускорения $\vec{a}_A^{\,\tau}$ показаны на рис. 2.21.

Теперь найдём величину углового ускорения диска 2 и модуль касательного ускорения $a_{BA}^\tau$ точки $B$ при вращении диска 2 вокруг полюса $A$: $\varepsilon_2 = \dfrac{a_A^\tau}{R_2} =$ $= 3$ рад/с$^2$, $a_{BA}^\tau = \varepsilon_2 \cdot BA = 24$ см/с$^2$.

Для определения ускорения точки $C$ имеем векторное равенство $\vec{a}_C = \vec{a}_A^{\,n} + \vec{a}_A^{\,\tau} + \vec{a}_{BA}^{\,n} + \vec{a}_{BA}^{\,\tau} + \vec{a}_{CB}^{\,\tau}$. Выберем оси $Cx$, $Cy$, как показано на рис. 2.22, – вдоль отрезка $BC$ и перпендикулярно ему и спроецируем на них имеющееся векторное равенство. Получим:

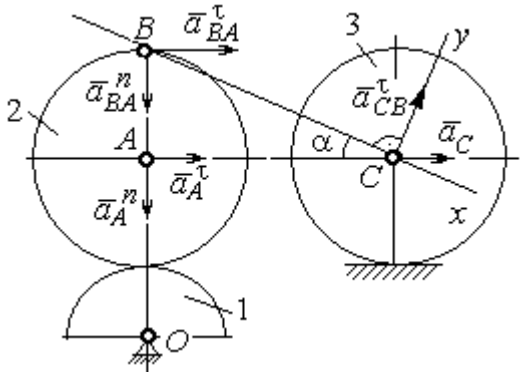


Рис. 2.22. Расчетная схема для вычисления ускорения точки С

$$a_C \cos\alpha = a_A^n \sin\alpha + a_A^\tau \cos\alpha + a_{BA}^n \sin\alpha + a_{BA}^\tau \cos\alpha;$$

$$a_C \sin\alpha = a_A^n \cos\alpha + a_A^\tau \sin\alpha + a_{BA}^n \cos\alpha + a_{BA}^\tau \sin\alpha + a_{CB}^\tau,$$

где $\alpha$ – угол между стержнем $BC$ и линией центров $AC$; $\sin\alpha = \dfrac{AB}{BC} = 0{,}4$; $\cos\alpha = 0{,}92$. Решая систему, найдём: $a_C = 256{,}7$ см/с$^2$, $a_{CB}^\tau = -358{,}12$ см/с$^2$.

Модуль углового ускорения стержня $BC$: $\varepsilon_{CB} = \dfrac{\left|a_{CB}^\tau\right|}{BC} = 17{,}9$ рад/с$^2$.

Знак «минус» величины $a_{CB}^\tau$ означает, что вектор касательного ускорения $\vec{a}_{CB}^{\,\tau}$ на рис. 2.21 – 2.22 следует направить в противоположную сторону. Направление углового ускорения стержня $BC$, показанное на рис. 2.21 дуговой стрелкой $\varepsilon_{CB}$, также следует заменить на противоположное.

Выразим ускорение точки *D* через полюс *C*: $\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}^n_{DC} + \vec{a}^\tau_{DC}$, где $\vec{a}_C$ – известное ускорение точки *C*; $\vec{a}^n_{DC}$, $\vec{a}^\tau_{DC}$ – нормальное и касательное составляющие ускорения точки *D* при вращении диска 3 вокруг полюса *C*. Величина нормального ускорения точки *D*: $a^n_{DC} = \omega_3^2 \cdot DC = 1152$ см/с$^2$. Вектор ускорения $\vec{a}^n_{DC}$ направлен по радиусу от точки *D* к полюсу *C* (рис. 2.23).

Для расчёта касательной составляющей $a^\tau_{DC}$ ускорения точки *D* найдём угловое ускорение диска 3. Продифференцируем по времени равенство $V_C = \omega_3 \cdot CP_3 = \omega_3 R_3$. Получим: $\frac{dV_C}{dt} = \frac{d\omega_3}{dt} R_3$, или $a_C = \varepsilon_3 R_3$. Угловое ускорение диска 3: $\varepsilon_3 = \frac{a_C}{R_3} = 32{,}09$ рад/с$^2$. Тогда величина касательной составляющей ускорения точки *D*: $a^\tau_{DC} = \varepsilon_3 \cdot DC = 256{,}7$ см/с$^2$. Направление вектора $\vec{a}^\tau_{DC}$ соответствует ускоренному движению диска 3.

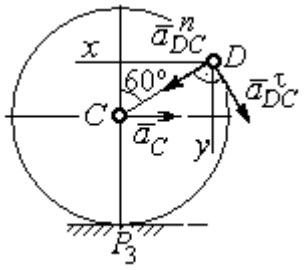


Рис.2.23. Расчетная схема для определения ускорения точки *D*

Проведём оси *Dx* и *Dy*, как показано на рис. 2.23, и спроецируем векторное равенство ускорения точки *D* на оси:

$$a_{Dx} = -a_C + a^n_{DC}\cos 30^\circ - a^\tau_{DC}\cos 60^\circ, \quad a_{Dy} = a^n_{DC}\cos 60^\circ + a^\tau_{DC}\cos 30^\circ.$$

Решая систему, находим значения проекций модуля ускорения $a_{Dx} = 612{,}5$ см/с$^2$, $a_{Dy} = 798{,}3$ см/с$^2$. Величина ускорения точки *D*:

$$a_D = \sqrt{a^2_{Dx} + a^2_{Dy}} = 1006{,}2 \text{ см/с}^2.$$

# 3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

## 3.1. Основные понятия сложного движения точки

В неподвижной системе координат рассматривается подвижное твердое тело и точка, перемещающаяся относительно тела.

Траектория точки в её движении относительно тела называется **относительной траекторией.** Скорость точки в этом движении называют **относительной скоростью**, ускорение – **относительным ускорением**.

Траектория точки, перемещающейся вместе с телом, называется переносной траекторией точки, скорость точки при таком её движении – **переносной скоростью**, а ускорение – **переносным ускорением**.

Суммарное движение точки вместе с телом и относительно тела называется **сложным движением**. Траектория точки относительно неподвижной системы координат называется **абсолютной траекторией точки**, скорость и ускорение – **абсолютной скоростью и абсолютным ускорением.**

При вычислении абсолютной скорости используется теорема о сложении скоростей: **при сложном движении абсолютная скорость точки равна геометрической сумме относительной и переносной скоростей:** $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$, где $\vec{V}$, $\vec{V}_e$, $\vec{V}_r$ – вектора абсолютной, переносной и относительной скоростей точки.

В случае, когда относительное движение точки задается естественным способом в виде закона изменения пути $S = S(t)$, величина относительной скорости точки равна модулю производной: $V_r = \left|\dot{S}_r\right|$. Если переносное движение точки есть вращение тела вокруг неподвижной оси, скорость точки в переносном движении будет: $V_e = \omega_e h_e$, где $\omega_e$ – величина угловой скорости вращения тела; $h_e$ – кратчайшее расстояние от места положения точки на теле до оси вращения тела.

При вычислении абсолютного ускорения используется теорема Кориолиса о сложении ускорений: **при сложном движении абсолютное ускорение точки равно геометрической сумме трех ускорений – относительного, переносного и ускорения Кориолиса** $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_к$, где $\vec{a}$ – вектор абсолютного ускорения точки; $\vec{a}_e, \vec{a}_r$ – вектора соответственно переносного и относительного ускорений точки; $\vec{a}_к$ – вектор ускорения Кориолиса. (Иногда его называют поворотным ускорением.)

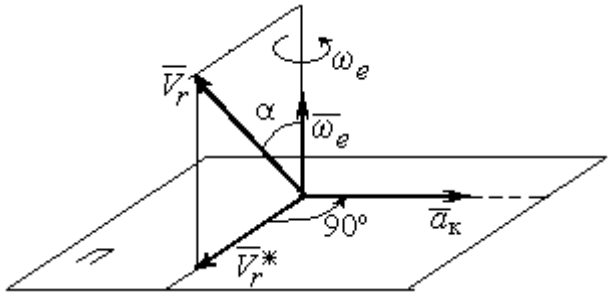


Рис. 3.1. Определение направления ускорения Кориолиса по правилу Жуковского

Вектор ускорения Кориолиса определяется векторным произведением $\vec{a}_к = 2(\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r)$, где $\vec{\omega}_e$ – вектор угловой скорости переносного движения; $\vec{V}_r$ – вектор относительной скорости точки. Модуль ускорения Кориолиса: $|\vec{a}_к| = 2|\vec{\omega}_e| \cdot |\vec{V}_r| \sin\alpha$, где $\alpha$ – угол между вектором угловой скорости переносного движения и вектором относительной скорости точки (см. рис. 3.1). Направление вектора ускорения Кориолиса может быть получено по правилу построения вектора векторного произведения.

На рис. 3.1 показана последовательность выбора направления вектора ускорения Кориолиса по правилу Н. Е. Жуковского. Правило состоит в следующем: пусть имеется точка, движущаяся с относительной скоростью $\vec{V}_r$. Построим плоскость П, перпендикулярную вектору переносной угловой скорости $\vec{\omega}_e$, и спроецируем вектор $\vec{V}_r$ на эту плоскость. Проекцию обозначим $\vec{V}_r^*$ (см. рис. 3.1). Чтобы получить направление ускорения Кориолиса, следует вектор проекции относительной скорости $\vec{V}_r^*$ повернуть на 90° в плоскости П вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Если сложное движение точки происходит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, направление ускорения Кориолиса можно получить

простым поворотом вектора относительной скорости на угол 90° вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Относительное ускорение $\vec{a}_r$ представляется как сумма векторов относительного касательного $\vec{a}_r^{\tau}$ и относительного нормального $\vec{a}_r^{n}$ ускорений: $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\tau} + \vec{a}_r^{n}$. Переносное ускорение точки $\vec{a}_e$ тела имеет своими составляющими переносное касательное $\vec{a}_e^{\tau}$ и переносное нормальное $\vec{a}_e^{n}$ ускорения так, что $\vec{a}_e = \vec{a}_e^{\tau} + \vec{a}_e^{n}$.

Таким образом, абсолютное ускорение точки в сложном движении можно представить в виде векторного равенства

$$\vec{a} = \vec{a}_r^{\tau} + \vec{a}_r^{n} + \vec{a}_e^{\tau} + \vec{a}_e^{n} + \vec{a}_{\text{к}}.$$

Модули относительного касательного и относительного нормального ускорений при естественном способе задания относительного движения точки равны: $a_r^{\tau} = \left|\dot{V}_r\right|$, $a_r^{n} = \dfrac{V_r^2}{\rho}$, где $\rho$ – радиус кривизны относительной траектории. При движении точки по окружности радиус кривизны равен радиусу окружности, при движении по прямой – бесконечности, и в этом случае $a_r^{n} = 0$.

При вращательном переносном движении точки значения переносного касательного и нормального ускорений вычисляются по формулам: $a_e^{\tau} = \varepsilon_e h_e$, $a_e^{n} = \omega_e^2 h_e$, где $\varepsilon_e$ – угловое ускорение вращательного переносного движения, $\varepsilon_e = \left|\dot{\omega}_e\right|$; $h_e$ – расстояние от точки до оси вращения тела; $\omega_e$ – величина угловой скорости вращения тела.

Вектора ускорений строятся по общим правилам построения векторов нормального и касательного ускорений.

При поступательном переносном движении ускорение Кориолиса и переносное нормальное ускорение равны нулю: $a_{\text{к}} = 0$, $a_e^{n} = 0$. Абсолютное ускорение точки при поступательном переносном движении можно представить в виде векторного равенства $\vec{a} = \vec{a}_r^{\tau} + \vec{a}_r^{n} + \vec{a}_e^{\tau}$.

## 3.2. Задание К4. Определение скорости и ускорения точки при сложном движении

Задание включает две задачи с вращательным и поступательным видами переносного движения точки.

**Задача 1.** Вращение тела относительно неподвижной оси задается законом изменения угла поворота: $\varphi_e = \varphi_e(t)$ или законом изменения его угловой скорости: $\omega_e = \omega_e(t)$. Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке $C$ и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии: $CM = S_r = S_r(t)$.

Определить абсолютные скорость и ускорение точки в заданный момент времени $t_1$.

**Задача 2.** Поступательное движение тела, несущего точку, задается законом изменения координаты $x_e = x_e(t)$. Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке $C$ и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии: $CM = y_r = y_r(t)$.

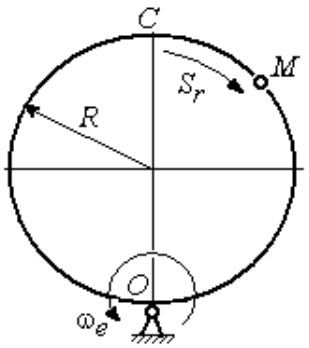
Определить абсолютные скорость и ускорение точки в момент времени $t_2$, который либо задаётся в исходных данных задачи, либо на схемеописаны условия, из которых он находится.

Номера вариантов заданий даны на рис. 3.2 – 3.5.

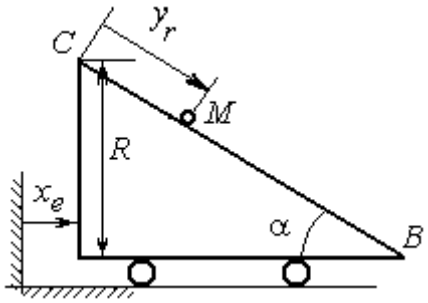
Варианты исходных данных приведены в табл. 3.1.

**Варианты № 1, 11, 21**

Задача 1



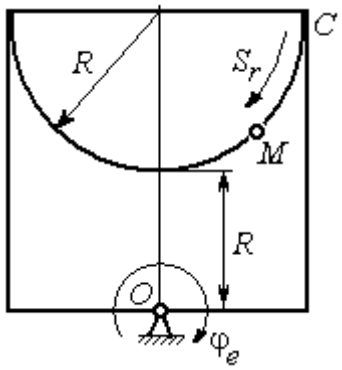

Задача 2



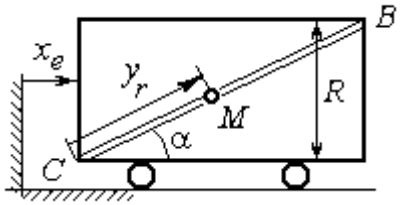

В момент $t = t_2$ точка $M$ прошла половину пути $CB$

**Варианты № 2, 12, 22**

Задача 1



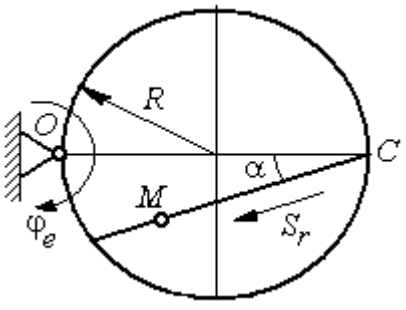

Задача 2




В момент $t = t_2$ точка $M$ прошла 2/3 пути $CB$

**Варианты № 3, 13, 23**

Задача 1




Задача 2

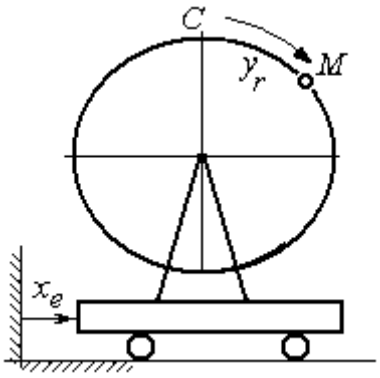
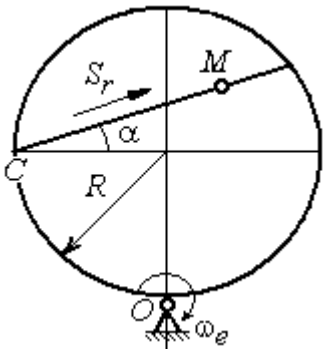


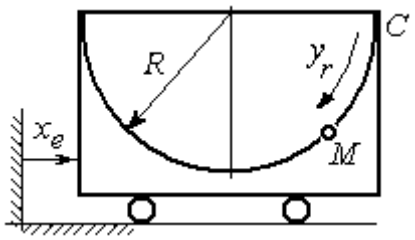

Рис. 3.2. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

**Варианты № 4, 14, 24**

Задача 1

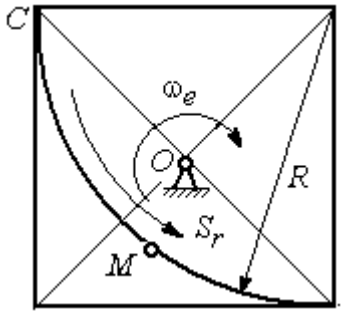



Задача 2

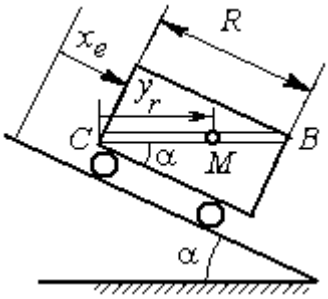



**Варианты № 5, 15, 25**

Задача 1



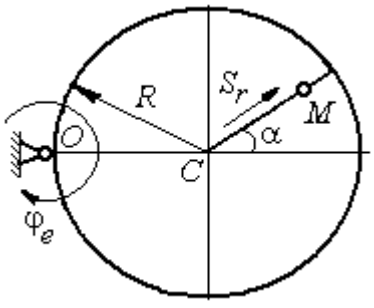

Задача 2




В момент $t = t_2$ точка *M* прошла путь *CB*

**Варианты № 6, 16, 26**

Задача 1




Задача 2

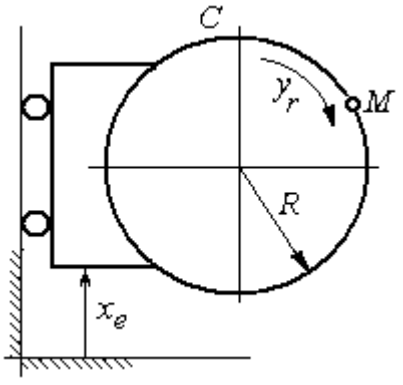
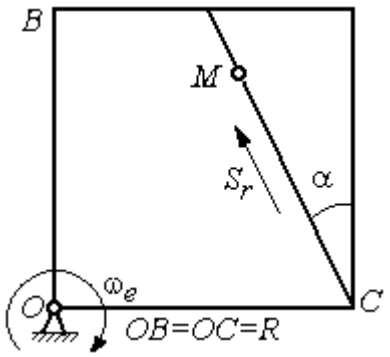


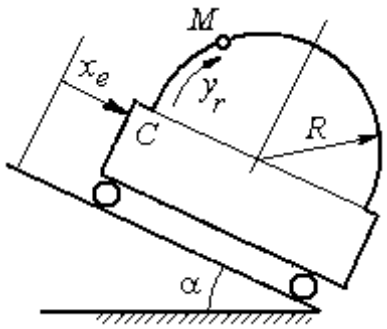

Рис. 3.3. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 4 – 6, 14 – 16, 24 – 26

**Варианты № 7, 17, 27**

Задача 1

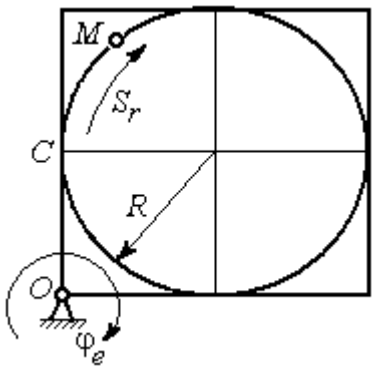



Задача 2

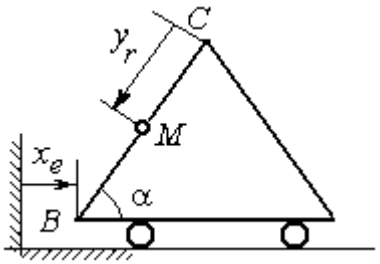



**Варианты № 8, 18, 28**

Задача 1



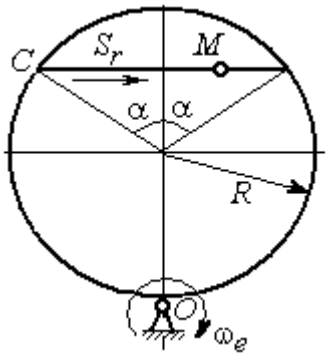

Задача 2




В момент $t = t_2$ точка $M$ прошла половину пути $CB = R$

**Варианты № 9, 19, 29**

Задача 1




Задача 2

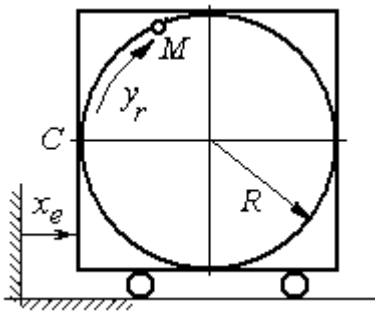



Рис. 3.4. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

*Окончание вариантов задания К4*

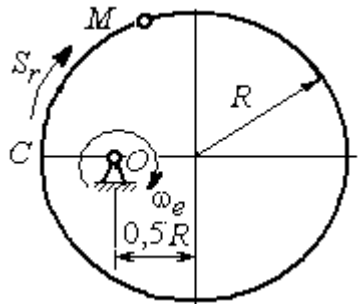
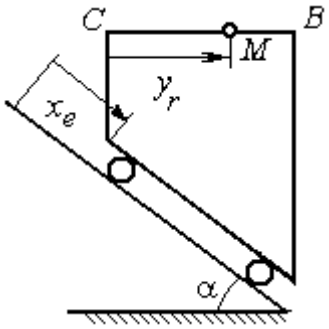
| **Варианты № 10, 20, 30** | |
|---|---|
| Задача 1 | Задача 2 |
|  |  <br>В момент $t = t_2$ точка $M$ прошла половину пути $CB = R$ |

Рис. 3.5. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 10, 20, 30

Таблица 3.1

**Исходные данные для заданий по сложному движению точки**

| Номер варианта задания | Номер задачи | $R$, см | $\alpha$, град | $C\breve{M} = S_r(t)$, см<br>$C\breve{M} = y_r(t)$, см | $\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с<br>$x_e(t)$, см | $t_1$, с<br>$t_2$, с |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 1 | 3 | – | $S_r = 2\pi\sin(\pi t/6)$ | $\omega_e = 4t^2$ | 1 |
| | 2 | 4 | 30 | $y_r = 4t^2$ | $x_e = 2\cos(\pi t/6)$ | – |
| **2** | 1 | 2 | – | $S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/6)$ | $\varphi_e = 6\cos(\pi t/3)$ | 1 |
| | 2 | 3 | 60 | $y_r = t^2 + t$ | $x_e = 1 + \cos(\pi t)$ | – |
| **3** | 1 | 4 | 30 | $S_r = 2\sqrt{3}\left[t + \sin(\pi t/2)\right]$ | $\varphi_e = 4t - t^2$ | 1 |
| | 2 | 6 | – | $y_r = \pi\left[2t + \sin\pi t\right]$ | $x_e = 5t - t^2$ | 1 |
| **4** | 1 | 4 | 60 | $S_r = 2(t^3 + t)$ | $\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$ | 1 |
| | 2 | 3 | – | $y_r = \pi\left[2t + \cos(\pi t/2)\right]$ | $x_e = t^3 - 4t$ | 1 |
| **5** | 1 | 6 | – | $S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/6)$ | $\omega_e = 6\cos(\pi t/3)$ | 1 |
| | 2 | 2 | 30 | $y_r = t^2 + 2t$ | $x_e = t^2 - 4t$ | – |
| **6** | 1 | 6 | 60 | $S_r = t + 10\sin(\pi t/6)$ | $\varphi_e = 2t^2 - 5t$ | 1 |
| | 2 | 3 | – | $y_r = 4\pi\sin(\pi t/6)$ | $x_e = \left[1 - \cos(\pi t/4)\right]$ | 1 |
| **7** | 1 | 8 | 30 | $S_r = 2(t^3 + 3t)$ | $\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$ | 1 |
| | 2 | 4 | 30 | $y_r = 2\pi t^2$ | $x_e = t^3 - 5t$ | 1 |

*Продолжение табл. 3.1*

| Номер варианта задания | Номер задачи | $R$, см | $\alpha$, град | $C\breve{M} = S_r(t)$, см<br>$C\breve{M} = y_r(t)$, см | $\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с<br>$x_e(t)$, см | $t_1$, с<br>$t_2$, с |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **8** | 1 | 8 | – | $S_r = 2\pi\left[t^2 + \sin\pi t\right]$ | $\varphi_e = t^2 - 5t$ | 2 |
| | 2 | 6 | 30 | $y_r = t(t+1)$ | $x_e = \cos\pi t$ | – |
| **9** | 1 | 8 | 30 | $S_r = 2t^2$ | $\omega_e = \cos(\pi t/8)$ | 2 |
| | 2 | 3 | – | $y_r = 4\pi\sin^2(\pi t/4)$ | $x_e = (3-2t)^2$ | 1 |
| **10** | 1 | 6 | – | $S_r = \pi(2t^3 + \sin\pi t)$ | $\omega_e = 5t - 2t^3$ | 1 |
| | 2 | 4 | 30 | $y_r = t^2 + 2t$ | $x_e = 1 + \cos\pi t$ | – |
| **11** | 1 | 6 | – | $S_r = 8\pi\sin(\pi t/12)$ | $\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$ | 2 |
| | 2 | 6 | 60 | $y_r = 4\sin\pi t$ | $x_e = t^2 - 2t$ | – |
| **12** | 1 | 18 | – | $S_r = \pi(2t^2 + 2t)$ | $\varphi_e(t) = 3t - t^2$ | 2 |
| | 2 | 6 | 30 | $y_r = 2t^2 + t$ | $x_e = 1 + \cos(\pi t)$ | – |
| **13** | 1 | 10 | 60 | $S_r = t^3 + t$ | $\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$ | 2 |
| | 2 | 6 | – | $y_r = 6\pi\cos(\pi t/3)$ | $x_e = t(t+1)$ | 1 |
| **14** | 1 | 4 | 30 | $S_r = 8\sqrt{3}\sin(\pi t/12)$ | $\omega_e = (3-2t)^2$ | 2 |
| | 2 | 3 | – | $y_r = 2\pi\sin(\pi t/6)$ | $x_e = 2t^2 - 5t$ | 1 |
| **15** | 1 | 8 | – | $S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/4)$ | $\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$ | 1 |
| | 2 | 5 | 60 | $y_r = 5t + t^2$ | $x_e = \cos(\pi t/6)$ | – |
| **16** | 1 | 12 | 90 | $S_r = 3\left[t + \sin(\pi t/2)\right]$ | $\varphi_e = 2t - 3t^2$ | 1 |
| | 2 | 15 | – | $y_r = \pi(4t + t^2)$ | $x_e = 6\sin(\pi t/3)$ | 1 |
| **17** | 1 | 6 | 45 | $S_r = 3\sqrt{2}\left[t^2 + 2\sin\pi t\right]$ | $\omega_e(t) = 4t^2 - 6$ | 1 |
| | 2 | 6 | 60 | $y_r = 8\pi\sin(\pi t/12)$ | $x_e = \sqrt{2}\sin(\pi t/8)$ | 2 |
| **18** | 1 | 8 | – | $S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$ | $\varphi_e = 18t - 4t^2$ | 2 |
| | 2 | 8 | 60 | $y_r = 3t + 2t^2$ | $x_e = \sin\pi t$ | – |
| **19** | 1 | 8 | 60 | $S_r = 2\sqrt{3}\left[t + \sin(\pi t/2)\right]$ | $\omega_e = 5t - t^2$ | 1 |
| | 2 | 9 | – | $y_r = 6\pi\cos(\pi t/3)$ | $x_e = \cos(\pi t/6)$ | 1 |
| **20** | 1 | 4 | – | $S_r = 4\pi\sin(\pi t/6)$ | $\omega_e = 3t - 5$ | 1 |
| | 2 | 6 | 60 | $y_r = 3t + 2t^2$ | $x_e = \pi\sin\pi t$ | – |
| **21** | 1 | 3 | – | $S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$ | $\omega_e = 6t - 14$ | 2 |
| | 2 | 8 | 45 | $y_r = (t^2 + 3t)$ | $x_e = t + 2\sin\pi t$ | – |

*Окончание табл. 3.1*

| Номер варианта задания | Номер задачи | $R$, см | $\alpha$, град | $CM = S_r(t)$, см<br>$CM = y_r(t)$, см | $\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с<br>$x_e(t)$, см | $t_1$, с<br>$t_2$, с |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **22** | 1 | 4 | – | $S_r = 2\pi(t^2 + 2t)$ | $\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$ | 1 |
| | 2 | 9 | 60 | $y_r = 8\sin\pi t$ | $x_e = 5t - t^2$ | – |
| **23** | 1 | 6 | 45 | $S_r = 12\sin(\pi t/8)$ | $\varphi_e = t^2 + \cos(\pi t/4)$ | 2 |
| | 2 | 6 | – | $y_r = 6\pi[t + \sin(\pi t/6)]$ | $x_e = 5t - t^2$ | 1 |
| **24** | 1 | 6 | 45 | $S_r = 12\sin(\pi t/8)$ | $\omega_e = t + 4\cos(\pi t/4)$ | 2 |
| | 2 | 6 | – | $y_r = \pi(t^2 + 2t)$ | $x_e = 6\cos(\pi t/6)$ | 1 |
| **25** | 1 | 6 | – | $S_r = 2\pi t^2$ | $\omega_e = 3\sin(\pi t/3)$ | 1 |
| | 2 | 4 | 45 | $y_r = 2t(t + 3t)$ | $x_e = 2(t^3 - 3t)$ | – |
| **26** | 1 | 6 | 120 | $S_r = t^2 + t$ | $\varphi_e = 12\cos(\pi t/12)$ | 2 |
| | 2 | 9 | – | $y_r = \pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$ | $x_e = 2(t^2 - 3t)$ | 1 |
| **27** | 1 | 10 | 60 | $S_r = \sqrt{3}(t^2 + t)$ | $\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$ | 2 |
| | 2 | 9 | 30 | $y_r = \sqrt{3}\pi\sin(\pi t/3)$ | $x_e = t + 4\cos(\pi t/4)$ | 1 |
| **28** | 1 | 2 | – | $S_r = 6\pi\sin(\pi t/6)$ | $\varphi_e = 2t + \cos(\pi t/2)$ | 1 |
| | 2 | 6 | | $y_r = 2t + 3t^2$ | $x_e = t + \sin\pi t$ | – |
| **29** | 1 | 8 | 30 | $S_r = (t^2 + 2t)$ | $\omega_e = 6\sin(\pi t/12)$ | 2 |
| | 2 | 3 | – | $y_r = 2\pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$ | $x_e = 5t - t^2$ | 1 |
| **30** | 1 | 2 | – | $\pi(t^2 + 2t)$ | $\omega_e(t) = 6\cos(\pi t/6)$ | 1 |
| | 2 | 3 | 60 | $y_r = t + t^2$ | $x_e = t + \sin\pi t$ | – |

## Пример выполнения задания К4. Сложное движение точки

**Задача 1**. Фигура, состоящая из половины диска и равнобедренного треугольника (рис. 3.6), вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости фигуры и проходящей через вершину *A* треугольника. Вращательное движение задается законом изменения угла поворота фигуры $\varphi_e = 5t - 2t^2$ рад.

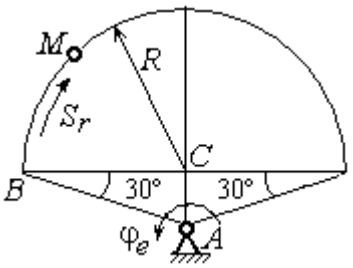


Рис. 3.6. Схема сложного движения точки

Положительное направление вращения отмечено на схеме дуговой стрелкой $\varphi_e$. По ободу диска от точки *B* движется точка *M*. Движение точки относительно диска задается законом изменения длины дуги окружности: $\overset{\cup}{BM} = S_r = 9\pi t^2$ см. Положительное направление движения точки *M* на рис. 3.6 показано дуговой стрелкой $S_r$. Радиус диска $R$ = 9 см.

Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки *M* в момент времени $t_1$ = 1с.

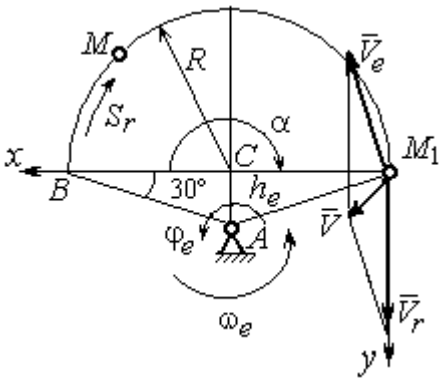


Рис. 3.7. Расчетная схема для вычисления абсолютной скорости точки при сложном движении

*Решение*

Вращение фигуры будет для точки *M* переносным движением. Относительное движение точки *M* – её движение по окружности обода диска.

Для определения **положения точки** *M* на ободе диска вычислим расстояние, которое она прошла на заданный момент времени. Длина дуги окружности, пройденной точкой за 1 с: $S_r(1) = 9\pi$ см. Положение точки *M* определяется центральным углом $\alpha = \dfrac{S_r(1)}{R} = \dfrac{9\pi}{9} = \pi$. Положение точки в момент времени $t_1$ = 1 с отмечено на рис. 3.7 точкой $M_1$.

Для определения **скорости переносного движения** точки вычисляем значение производной: $\dot{\varphi}_e = 5 - 4t$. Угловая скорость вращения фигуры: $\omega_e = |\dot{\varphi}_e|$. При $t_1$ = 1 с $\dot{\varphi}_e(1) = 1$ рад/с. Положительная величина производной $\dot{\varphi}_e(1)$ показывает,

что вращение фигуры в данный момент происходит в положительном направлении, что отмечено дуговой стрелкой $\omega_e$ на рис. 3.7.

В момент времени $t_1 = 1$ с точка $M$ находится в положении $M_1$. Скорость $V_e$ переносного движения точки в момент времени $t_1 = 1$ с $V_e(1) = \omega_e(1)h_e$, где расстояние от точки $M_1$ до оси вращения фигуры $h_e = AM_1 = \dfrac{R}{\cos 30^\circ} = 6\sqrt{3}$ см. Тогда $V_e(1) = 6\sqrt{3}$ см/с.

Вектор скорости переносного движения точки $\vec{V}_e$ перпендикулярен линии $AM_1$ и направлен в сторону вращения фигуры (см. рис. 3.7).

Относительное движение точки задано естественным способом, как закон изменения длины дуги $BM$. В этом случае **скорость относительного движения** точки $V_r = \left|\dot{S}_r\right| = |18\pi t|$. При $t_1 = 1$ с $V_r(1) = \left|\dot{S}_r(1)\right| = 18\pi = 56{,}5$ см/с. Положительное значение производной $\dot{S}_r(1)$ указывает, что относительное движение точки в положении $M_1$ происходит в положительном направлении, указанном на рис. 3.7 дуговой стрелкой $S_r$. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости точки в положении $M_1$ направлен по касательной к траектории относительного движения в сторону положительного направления движения (см. рис. 3.7).

**Абсолютную скорость точки** находим по теореме сложения скоростей $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Направление вектора абсолютной скорости, полученное по правилу сложения векторов, показано на рис. 3.5. Для определения величины абсолютной скорости выбираем прямоугольные оси координат $M_1xy$ (см. рис. 3.7) и проецируем обе части векторного равенства теоремы сложения скоростей на эти оси. Получим:

$$V_x = V_e\cos 60^\circ = 3\sqrt{3} = 5{,}2 \text{ см/с};$$

$$V_y = -V_e\cos 30^\circ + V_r = -6\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + 56{,}5 = 29{,}5 \text{ см/с}.$$

Модуль абсолютной скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{5{,}2^2 + 29{,}5^2} = 29{,}95$ см/с.

**Абсолютное ускорение точки** определяем по теореме Кориолиса, которая при вращательном переносном движении имеет вид:

$$\vec{a} = \vec{a}_r^{\tau} + \vec{a}_r^{n} + \vec{a}_e^{\tau} + \vec{a}_e^{n} + \vec{a}_{\text{к}}.$$

**Относительное касательное ускорение** $a_r^{\tau}$ вычисляется по формуле: $a_r^{\tau} = \left|\ddot{S}_r\right|$. По условию задачи вторая производная $\ddot{S}_r = 18\pi$ = 56,5 см/с$^2$ – постоянная величина. Так как значение второй производной $\ddot{S}_r$ положительно, вектор ускорения $\vec{a}_r^{\tau}$ направлен по касательной к траектории относительного движения в точке $M_1$ в сторону положительного направления относительного движения, отмеченного дуговой стрелкой $S_r$.

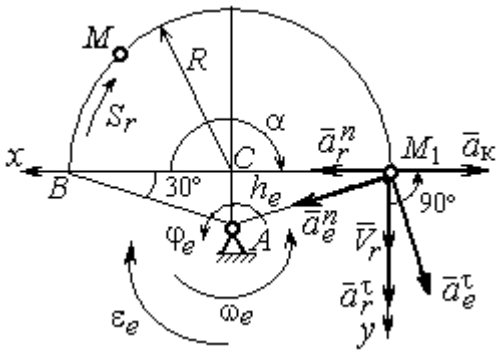


Рис. 3.8. Расчетная схема для определения абсолютного ускорения точки

**Относительное нормальное ускорение** точки вычисляется по формуле $a_r^{n} = \dfrac{V_r^2}{R}$ и в момент $t_1 = 1$ с равно: $a_r^{n}(1) = \dfrac{V_r^2(1)}{R} = \dfrac{(18\pi)^2}{9} = 355{,}3$ см/с$^2$. Вектор ускорения $\vec{a}_r^{n}$ направлен по радиусу диска к центру $C$ (см. рис. 3.8).

**Переносное касательное ускорение** вычисляется по формуле: $a_e^{\tau} = \varepsilon_e h_e$, где угловое ускорение $\varepsilon_e = \left|\ddot{\varphi}_e\right|$. Вычислим производную $\ddot{\varphi}_e = -4$ рад/с$^2$. Угловое ускорение $\varepsilon_e = \left|\ddot{\varphi}_e\right| = 4$ рад/с$^2$ постоянно и не зависит от времени.

Отрицательное значение производной $\ddot{\varphi}_e < 0$ при условии, что расчетная величина угловой скорости положительна: $\dot{\varphi}_e > 0$, означает, что вращательное движение замедленное и переносное угловое ускорение $\varepsilon_e$ направлено в сторону, противоположную направлению вращения.

Вектор $\vec{a}_e^{\tau}$ переносного касательного ускорения точки в её положении $M_1$ перпендикулярен линии $AM_1$ и направлен противоположно вектору переносной

скорости $\vec{V}_e$ (см. рис. 3.8). Модуль переносного касательного ускорения: $a_e^\tau = a_e^\tau = \varepsilon_e h_e = 24\sqrt{3} = 41{,}6$ см/с$^2$.

**Переносное нормальное ускорение** $a_e^n$ рассчитывается по формуле: $a_e^n = \omega_e^2 h_e$ и в момент времени $t_1 = 1$ с $a_e^n(1) = \omega_e^2(1) h_e = 6\sqrt{3} = 10{,}4$ см/с$^2$. Вектор переносного нормального ускорения $\vec{a}_e^{\,n}$ направлен по линии $AM_1$ к оси вращения (см. рис. 3.8).

По условию задачи вектор скорости относительного движения точки $\vec{V}_r$ лежит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, то есть перпендикулярен вектору угловой скорости переносного движения $\vec{\omega}_e$. Тогда модуль **ускорения Кориолиса** при $t_1 = 1$ с $a_к = 2\omega_e V_r = 2 \cdot 1 \cdot 18\pi = 113{,}1$ см/с$^2$.

Так как вектор относительной скорости точки $\vec{V}_r \perp \vec{\omega}_e$, то по правилу Жуковского для определения направления ускорения Кориолиса достаточно повернуть вектор относительной скорости точки $\vec{V}_r$ на 90° в сторону переносного движения вокруг оси, параллельной оси вращения и проходящей через точку $M_1$ (см. рис. 3.8). Для определения абсолютного ускорения спроецируем на прямоугольные оси $xM_1y$ (см. рис. 3.8) векторное равенство $\vec{a} = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_к$. Получим: $a_y = a_e^\tau \cos 30^\circ + a_e^n \cos 60^\circ + a_r^\tau = 97{,}9$ см/с$^2$,

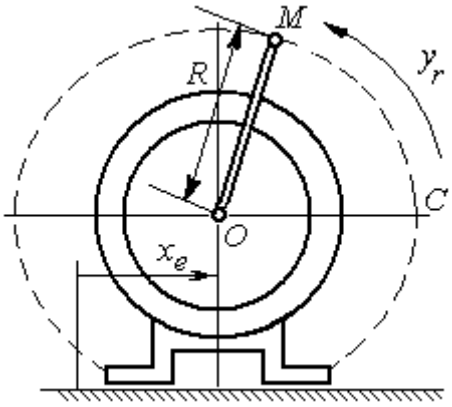


Рис. 3.9. Схема движения точки стержня, укреплённого на электромоторе

$a_x = -a_e^\tau \cos 60^\circ + a_e^n \cos 30^\circ + a_r^n - a_к = 228{,}4$ см/с$^2$. Модуль абсолютного ускорения: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 248{,}5$ см/с$^2$.

**Задача 2.** К вращающемуся валу электромотора прикреплён стержень $OM$ длины $R = 6$ см. Во время работы электромотора точка $M$ стержня из начального положения $C$ перемещается по дуге окружности согласно уравнению $CM = y_r = \pi t^2$ см.

При этом электромотор, установленный без креплений, совершает горизонтальные гармонические колебания на фундаменте по закону $x_e = 5\sin(\pi t/3)$ см. Определить абсолютное ускорение точки $M$ в момент времени $t_1 = 1$ с.

*Решение*

Точка $M$ совершает сложное движение – относительно электромотора и вместе с ним. Относительным движением точки будет её движение по дуге окружности радиуса $R$, переносным – поступательное горизонтальное, прямолинейное движение электромотора.

Найдём положение точки относительно электродвигателя в заданный момент времени. Угол $\alpha$, отсчитываемый стержнем $OM$ от начального положения $OC$, в момент времени $t_1 = 1$ с составляет $\alpha = \dfrac{y_r(t_1)}{R} = \dfrac{\pi}{6} = 30°$. Положение точки в момент времени $t_1 = 1$ с отмечено на рис. 3.10 буквой $M_1$.

Относительное движение точки задано естественным способом, как закон изменения длины дуги. Относительная скорость $V_r = \dot{y}_r = 2\pi t$. В момент времени $t_1 = 1$ с $V_r = 6{,}28$ см/с. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости направлен перпендикулярно стержню $OM_1$.

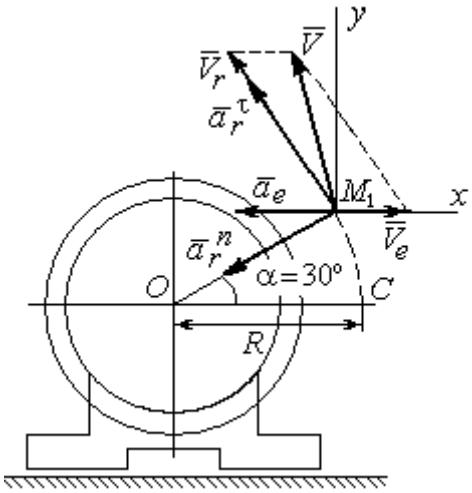



Рис. 3.10. Расчётная схема вычисления абсолютной скорости и абсолютного ускорения точки

Скорость точки в переносном движении – это скорость горизонтального движения электродвигателя:

$$V_e = \dot{x}_e = \frac{5\pi}{3}\cos(\pi t/3).$$

В момент времени $t_1 = 1$с $V_e = \dfrac{5\pi}{3}\cos 60^\circ = 2{,}62$ см/с. Вектор $\vec{V}_e$ переносной скорости точки $M$ направлен параллельно линии движения электродвигателя (см. рис. 3.10).

Абсолютная скорость точки определяется на основании теоремы сложения скоростей при сложном движении: $\vec{V}_M = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Для того чтобы найти величину

абсолютной скорости, выберем оси $xM_1y$, как показано на рис. 3.10, и спроецируем векторное равенство сложения скоростей на эти оси. Получим: $V_{Mx} = V_e - V_r\cos 60^\circ$ = – 0,52 см/с (проекция направлена в отрицательную сторону оси $x$), $V_{My} = V_r\cos 30^\circ$ = 5,44 см/с. Модуль абсолютной скорости $V_M = \sqrt{V_{Mx}^2 + V_{My}^2}$ = 5,46 см/с. Вектор абсолютной скорости направлен по диагонали параллелограмма, построенного на векторах $\vec{V}_e$ и $\vec{V}_r$.

При поступательном переносном движении точки $\omega_e$ = 0 и потому $a_к$ = 0. Относительное ускорение точки при движении по окружности раскладывается на две составляющие $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n}$, направленные вдоль стержня $OM$ и перпендикулярно ему. Кроме того, при прямолинейном относительном движении $a_e^n = 0$. В результате, теорема о сложении ускорений принимает вид $\vec{a}_M = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e$, где модули векторов вычисляются по формулам $a_r^\tau = \dot{V}_r$, $a_r^n = \dfrac{V_r^2}{R}$, $a_e = a_e^\tau = \dot{V}_e$ = $-\dfrac{5\pi^2}{9}\sin(\pi t/3)$ и в момент времени $t_1 = 1$с равны $a_r^\tau$ = 6,28 см/с$^2$, $a_r^n$ = 6,57 см/с$^2$, $a_e$ = – 4,75 см/с$^2$. Направления векторов ускорений показаны на рис. 3.10. Для вычисления модуля абсолютного ускорения точки спроецируем векторное равенство сложения ускорений на оси выбранной ранее системы координат $xM_1y$. Получим:

$$a_{Mx} = -a_r^\tau\cos 60^\circ - a_r^n\cos 30^\circ - a_e = -4{,}08 \text{ см/с}^2;$$

$$a_{My} = a_r^\tau\cos 30^\circ - a_r^n\cos 60^\circ = 2{,}15 \text{ см/с}^2.$$

Величина абсолютного ускорения $a_M = \sqrt{a_{Mx}^2 + a_{My}^2}$ = 4,61 см/с$^2$.

# 4. ДИНАМИКА ТОЧКИ

## 4.1. Дифференциальные уравнения движения точки

Движение точки под действием системы сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, …, $\vec{F}_K$ в прямоугольной декартовой системе координат *Oxyz* описывается **дифференциальными уравнениями:** $m\frac{d^2x}{dt^2} = \sum F_{kx}$, $m\frac{d^2y}{dt^2} = \sum F_{ky}$, $m\frac{d^2z}{dt^2} = \sum F_{kz}$ или, обозначая вторые производные от координат по времени двумя точками, уравнениями: $m\ddot{x} = \sum F_{kx}$, $m\ddot{y} = \sum F_{ky}$, $m\ddot{z} = \sum F_{kz}$, где $m$ – масса точки; $x, y, z$ – текущие координаты точки; $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, $\ddot{z}$ – проекции вектора ускорения точки на оси координат; $\sum F_{kx}$, $\sum F_{ky}$, $\sum F_{kz}$ – алгебраические суммы проекций сил на оси координат.

Интегрирование дифференциальных уравнений производится в зависимости от их вида методами, известными из курса математики.

## 4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки

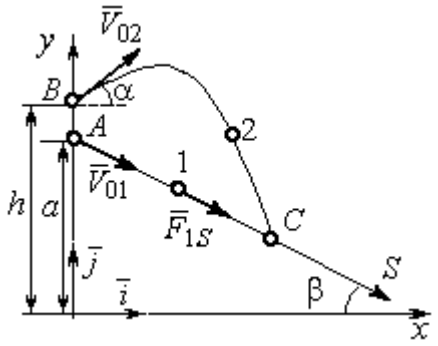
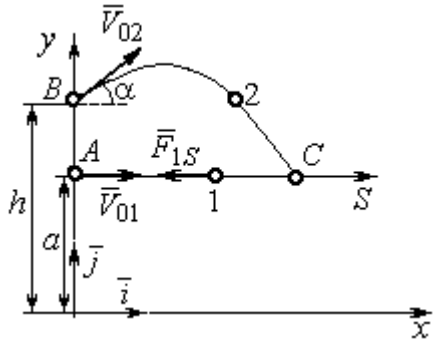
Две материальные точки движутся в вертикальной плоскости *xOy*. Точка 1 массой $m_1$, получив в начальном положении *A* скорость $V_{01}$, движется вдоль гладкой оси *AS*, наклоненной под углом $\beta$ к горизонту. Во время движения на точку 1 действуют сила тяжести и постоянная сила $\vec{F}_1$, направленная вдоль оси *AS*. Направление вектора проекции силы на ось $\vec{F}_{1S}$ показано на схеме.

Одновременно с точкой 1 начинает движение точка 2 массой $m_2$ из положения *B* на оси *y*. На точку 2 действуют сила тяжести и постоянная сила $\vec{F}_2$. Направление вектора силы $\vec{F}_2$ определяется его разложением по единичным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$ координатных осей *x*, *y*.

Определить величину и направление (угол $\alpha$) начальной скорости $V_{02}$ точки 2, чтобы в момент времени $t_1$ точки 1 и 2 встретились на оси $AS$ в точке *C*.

Момент времени $t_1$ задаётся в условиях задачи или определяется по дополнительным условиям встречи.

Варианты заданий представлены на рис. 4.1, 4.2. Исходные данные приведены в табл. 4.1.

| **Варианты № 1, 11, 21** | **Варианты № 2, 12, 22** |
|---|---|
|  Встреча в точке $C$ в момент, когда скорость точки 1 увеличилась в 1,5 раза относительно начальной |  Встреча в точке $C$ в момент, когда точка 1 максимально удалилась от места старта |

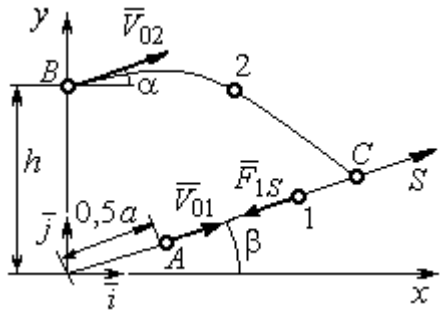
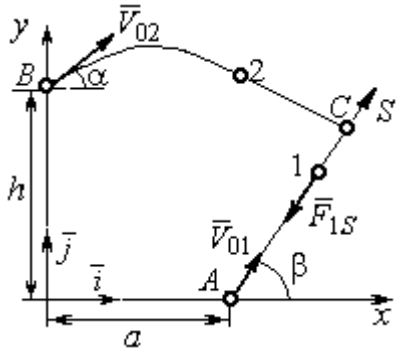
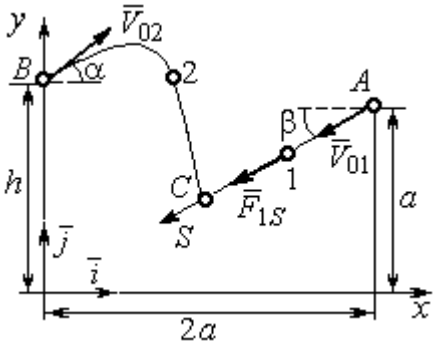
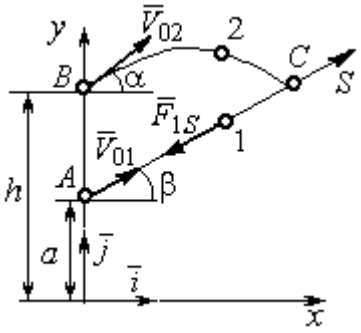
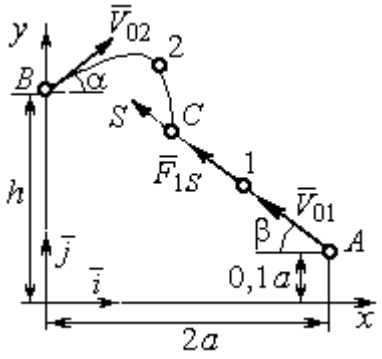
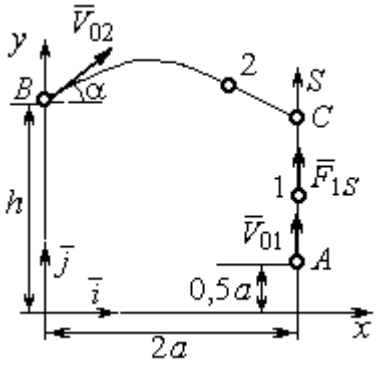
| **Варианты № 3, 13, 23** | **Варианты № 4, 14, 24** |
|---|---|
|  Встреча в точке $C$ в момент, когда скорость точки 1 уменьшилась в 2 раза относительно начальной |  Встреча в точке $C$ в момент времени $t_1 = 0{,}5$ с |

Рис. 4.1. Задание Д1. Интегрирование уравнений движения точки.
Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

| **Варианты № 5, 15, 25** | **Варианты № 6, 16, 26** |
|---|---|
|  |  |
| Встреча в точке *C* в момент, когда скорость точки 1 увеличилась в 1,5 раза относительно начальной | Встреча в точке *C*, когда точка 1 максимально удалилась от места старта |

| **Варианты № 7, 17, 27** | **Варианты № 8, 18, 28** |
|---|---|
|  |  |
| Встреча в точке *C* в момент времени $t_1 = 0{,}4$ с | Встреча в точке *C* в момент максимального подъёма точки 1 |

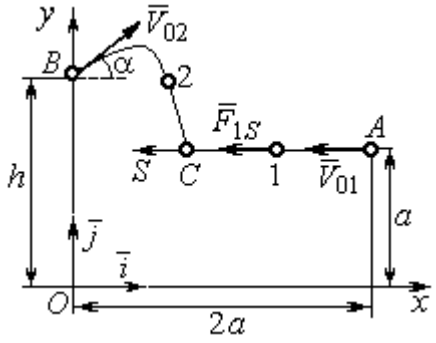
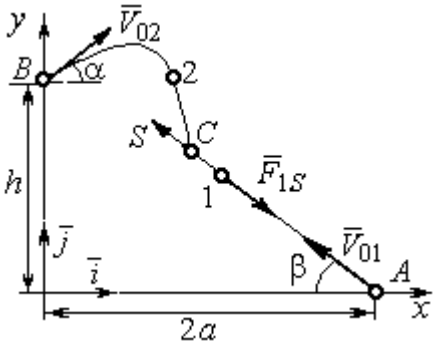
| **Варианты № 9, 19, 29** | **Варианты № 10, 20, 30** |
|---|---|
|  |  |
| Встреча в точке *C* в момент времени $t_1 = 0{,}6$ с | Встреча в точке *C* в момент, когда точка 1 достигла максимальной высоты подъёма |

Рис. 4.2. Задание Д1. Интегрирование уравнений движения точки.
Номера вариантов задания 5 – 10, 15 – 20, 25 – 30

Таблица 4.1

**Исходные данные задания Д1. Интегрирование уравнений движения точки**

| Номер варианта задания | $m_1$, кг | $F_{1S}$, Н | $V_{01}$, м/с | β, град | $m_2$, кг | $\vec{F}_2$, Н | $a$, м | $h$, м |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 1 | 3 | 3 | 30 | 2 | $7\vec{i}$ | 2 | 4 |
| **2** | 3 | 6 | 2 | 0 | 2 | $4\vec{i}+12\vec{j}$ | 1,5 | 1 |
| **3** | 2 | 5 | 4 | 35 | 1,5 | $10\vec{i}+4\vec{j}$ | 2 | 2,5 |
| **4** | 1 | 10 | 2 | 60 | 2 | $4\vec{i}+8\vec{j}$ | 2,2 | 2 |
| **5** | 1 | 3 | 3 | 30 | 2 | $5\vec{i}$ | 3 | 4,5 |
| **6** | 0,8 | 6 | 6 | 50 | 3 | $3\vec{i}+12\vec{j}$ | 1,5 | 4 |
| **7** | 2 | 5 | 4,5 | 40 | 1 | $10\vec{i}+2\vec{j}$ | 3 | 2,5 |
| **8** | 1 | 2 | 3,5 | 90 | 2 | $6\vec{i}+8\vec{j}$ | 1,2 | 2 |
| **9** | 2 | 4 | 4 | 0 | 1 | $3\vec{i}+2\vec{j}$ | 2 | 2,5 |
| **10** | 1 | 3 | 3 | 55 | 1,5 | $4\vec{i}$ | 1 | 1,5 |
| **11** | 0,5 | 2 | 3 | 60 | 2 | $3\vec{i}+8\vec{j}$ | 1,5 | 2,5 |
| **12** | 0,2 | 3 | 4 | 0 | 1 | $5\vec{i}-2\vec{j}$ | 1 | 2,5 |
| **13** | 1 | 2 | 6 | 50 | 1,5 | $6\vec{i}-4\vec{j}$ | 0,8 | 2 |
| **14** | 0,5 | 6 | 4 | 35 | 1 | $3\vec{i}-2\vec{j}$ | 2,5 | 2 |
| **15** | 0,2 | 3 | 3 | 50 | 2 | $2\vec{i}-2\vec{j}$ | 3 | 4 |
| **16** | 2 | 4 | 6 | 40 | 2 | $3\vec{i}+12\vec{j}$ | 1 | 1,5 |
| **17** | 1 | 6 | 5 | 60 | 1,5 | $5\vec{i}+4\vec{j}$ | 3 | 2,5 |
| **18** | 1 | 2 | 2 | 90 | 2 | $4\vec{i}+4\vec{j}$ | 2 | 2 |
| **19** | 1 | 3 | 2 | 2 | 2 | $2\vec{i}+10\vec{j}$ | 1 | 1,5 |
| **20** | 5 | 4 | 2 | 30 | 1 | $3\vec{i}-2\vec{j}$ | 1,5 | 1,5 |
| **21** | 0,2 | 4 | 4 | 45 | 1 | $6\vec{i}-2\vec{j}$ | 1 | 3 |
| **22** | 0,4 | 3 | 2 | 0 | 2 | $4\vec{i}+6\vec{j}$ | 1,5 | 2,5 |
| **23** | 1 | 3 | 8 | 60 | 2 | $4\vec{i}+2\vec{j}$ | 1,2 | 1,5 |
| **24** | 0,5 | 8 | 3 | 30 | 2 | $6\vec{i}+7\vec{j}$ | 2 | 1,5 |
| **25** | 2 | 4 | 4 | 60 | 1 | $2\vec{i}-2\vec{j}$ | 3,5 | 4 |
| **26** | 1 | 3 | 5 | 50 | 2 | $4\vec{i}+6\vec{j}$ | 0,5 | 1,5 |
| **27** | 1,5 | 3 | 6 | 30 | 2 | $4\vec{i}+4\vec{j}$ | 2 | 2,5 |
| **28** | 2 | 5 | 3 | 90 | 2 | $6\vec{i}+7\vec{j}$ | 2 | 1,5 |
| **29** | 2 | 4 | 4 | 0 | 1 | $5\vec{i}-2\vec{j}$ | 1,5 | 2 |
| **30** | 1 | 3 | 2,5 | 70 | 2 | $4\vec{i}+6\vec{j}$ | 1 | 1 |

**Пример выполнения задания Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки**

На рис. 4.3 представлена схема движения материальных точек в вертикальной плоскости *xOy*. Точка 1 массой $m_1 = 2$ кг, получив в начальном положении *A* скорость $V_{01} = 4$ м/с, движется вдоль гладкой оси *AS* с углом наклона $\beta = 30^{\circ}$. Во время движения на точку 1 действуют сила тяжести $\vec{P}_1$ и постоянная сила $\vec{F}_1$, проекция которой на ось *AS* равна $F_{1S} = 4{,}5$ Н. Направление вектора проекции силы $\vec{F}_{1S}$ на ось *AS* показано на рис. 4.3.

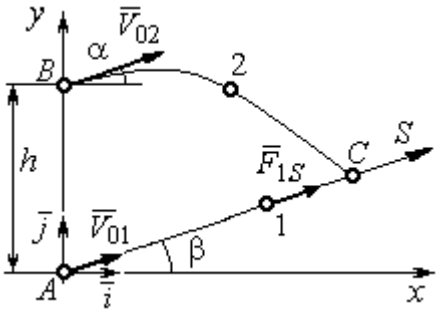


Рис. 4.3. Схема совместного движения точек

Одновременно с началом движения точки 1 из положения *B* на оси *y* высотой $h = 1$ м начинает движение точка 2 массой $m_2 = 1{,}2$ кг. На точку 2 действуют сила тяжести $\vec{P}_2$ и сила $\vec{F}_2$, направление которой определяется разложением по единичным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$ осей *x*, *y* декартовой системы координат: $\vec{F}_2 = 2{,}4\vec{i} + 4{,}5\vec{j}$, Н. Определить величину и направление (угол $\alpha$) начальной скорости $V_{02}$ точки 2, чтобы в момент времени $t_1$, когда скорость точки 1 уменьшилась в 2 раза по сравнению с начальным значением, обе они встретились на оси *AS* в точке *C*.

*Решение*

Рассмотрим движение точки 1. В текущий момент времени на точку 1 действует сила тяжести $\vec{P}_1$, нормальная реакция $\vec{N}_1$ наклонной оси *AS* и сила $\vec{F}_1$, величина проекции которой на ось *AS* равна $F_{1S}$ (рис. 4.4). Дифференциальное уравнение движения точки 1 $m_1\ddot{S} = F_{1S} - P_1\sin\beta$, или $m_1\dfrac{dV_{1S}}{dt} = 4{,}5 - m_1 g\sin\beta$. С учетом исходных данных, полагая ускорение свободного падения $g = 9{,}81$ м/с$^2$, дифференциальное уравнение движения точки 1 приводится к виду: $\dfrac{dV_{1S}}{dt} = -2{,}66$. Разделим

переменные, представив дифференциальное уравнение в виде $dV_{1S} = -2{,}66dt$. Проинтегрировав его, получим зависимость скорости точки 1 от времени: $V_{1S} = -2{,}66t + C_1$. Для того чтобы определить закон движения точки 1, представим скорость точки как производную от координаты $V_{1S} = \dfrac{dS}{dt}$. Получим дифференциальное уравнение $\dfrac{dS}{dt} = -2{,}66t + C_1$, проинтегрировав которое, найдём уравнение движения точки 1: $S = -1{,}33t^2 + C_1 t + C_2$. Константы интегрирования $C_1$, $C_2$ находятся из начальных условий: при $t = 0$, $S = 0$, $\dot{S} = V_{1S} = V_{01} = 4$ м/с. Подставляя первое из условий в уравнение движения точки 1, получим $C_2 = 0$. Подставим начальное значение скорости в уравнение $\dot{S} = -2{,}66t + C_1$, выражающее зависимость скорости точки 1 от времени. Получим $C_1 = 4$. Таким образом, движение точки 1 вдоль оси $AS$ описывается уравнением: $S = -1{,}33t^2 + 4t$.

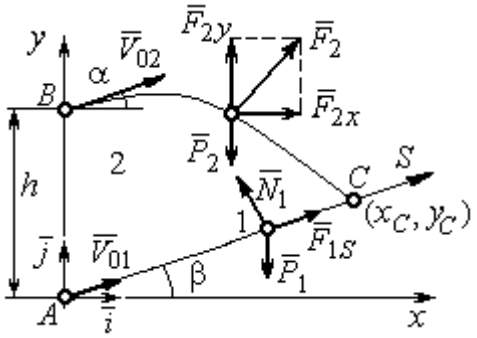


Рис. 4.4. Силы, действующие на точки 1 и 2, во время их движения

По условию задачи встреча двух точек происходит в момент времени $t_1$, когда скорость первой точки уменьшилась в 2 раза по сравнению с начальной: $V_{1S}(t_1) = \dfrac{V_{01}}{2} = 2$ м/с. Подставляя это условие в уравнение, выражающее зависимость скорости точки 1 от времени, получим: $2 = -2{,}66t_1 + 4$, откуда найдём момент времени встречи $t_1 = 0{,}75$ с. Расстояние $AC$, пройденное точкой 1 до встречи, определяется как путь, пройденный этой точкой за время $t_1 = 0{,}75$ с, $AC = S(t_1) = -1{,}33 \cdot 0{,}75^2 + 4 \cdot 0{,}75 = 2{,}25$ м. Координаты точки встречи $x_C$, $y_C$ определяются из равенств: $x_C = S(t_1)\cos 30^\circ = 1{,}95$ м; $y_C = S(t_1)\sin 30^\circ = 1{,}12$ м.

Рассмотрим движение точки 2. В текущий момент времени на нее действует сила тяжести $\vec{P}_2$ и сила $\vec{F}_2 = 2{,}4\vec{i} + 4{,}5\vec{j}$, проекции которой на оси координат

$F_{2x} = 2{,}4$ Н, $F_{2y} = 4{,}5$ Н. Дифференциальные уравнения движения точки 2 в проекциях на оси координат *x*, *y* имеют вид:

$$m_2\ddot{x} = F_{2x} = 2{,}4, \quad m_2\ddot{y} = -P_2 + F_{2y} = -m_2 g + 4{,}5,$$

или после подстановки исходных данных: $\ddot{x} = 2$, $\ddot{y} = -6{,}06$.

Представим в первом уравнении проекцию ускорения точки 2 на ось *x* как производную от соответствующей проекции скорости $\ddot{x} = \frac{dV_{2x}}{dt}$. После разделения переменных получим дифференциальное уравнение $dV_{2x} = 2dt$. Проинтегрируем его и найдем зависимость горизонтальной составляющей скорости точки 2 от времени: $V_{2x} = 2t + C_3$. Заменим в этом уравнении проекцию скорости точки на ось *x* на производную от координаты $V_{2x} = \frac{dx}{dt}$. После интегрирования получим уравнение, описывающее движение точки 2 вдоль оси *x*, $x = t^2 + C_3 t + C_4$. Для того чтобы найти постоянные $C_3$ и $C_4$, воспользуемся граничными условиями движения точки 2 – известной начальной координатой движения точки и вычисленной координатой точки встречи, то есть при $t = 0$, $x = 0$, а при $t_1 = 0{,}75$ с $x(t_1) = x_C = 1{,}95$ м. Подставляя граничные условия в уравнение движения точки 2, получим $C_4 = 0$, $C_3 = 1{,}85$. Таким образом, уравнение движения точки 2 вдоль оси *x*: $x = t^2 + 1{,}85t$.

Закон движения точки 2 вдоль оси *y* находим путем интегрирования второго дифференциального уравнения. Его представим в виде: $\frac{dV_{2y}}{dt} = -6{,}06$. После разделения переменных и первого интегрирования получим зависимость проекции скорости точки 2 на ось *y* от времени: $V_{2y} = -6{,}06t + C_5$. Заменив проекцию скорости точки 2 на ось *y* производной от координаты $V_{2y} = \frac{dy}{dt}$, вторично проинтегрируем. В результате движение точки 2 вдоль оси *y* описывается уравнением: $y = -3{,}03t^2 + C_5 t + C_6$. Для определения констант $C_5$ и $C_6$ используем граничные условия: при $t = 0$ $y(0) = h = 1$ м, а при $t_1 = 0{,}75$ с $y(t_1) = y_C = 1{,}12$ м. Получим $C_6 = 1$

, $C_5$ = 2,43. Таким образом, точка 2 движется вдоль оси $y$ по закону: $y = -3{,}03t^2 + 2{,}43t + 1$.

Проекции скорости точки 2 на оси координат как функции времени имеют вид: $V_{2x}(t) = \dot{x} = 2t + 1{,}85$, $V_{2y}(t) = \dot{y} = -6{,}06t + 2{,}43$. Значения проекций при $t = 0$: $V_{02x} = V_{2x}(0) = 1{,}85$ м/с, $V_{02y} = V_{2y}(0) = 2{,}43$ м/с. Величина начальной скорости: $V_{02} = \sqrt{V_{02x}{}^2 + V_{02y}{}^2} = 3{,}05$ м/с.

Угол наклона вектора скорости в начальный момент определяется из равенства: $\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{V_{02y}}{V_{02x}} = \dfrac{2{,}43}{1{,}85} = 1{,}31$. Откуда $\alpha = 52{,}64^\circ$.

### 4.3. Колебания материальной точки

Силы, возникающие при отклонении материальной точки от положения равновесия и направленные так, чтобы вернуть точку в это положение, называются **восстанавливающими**. Восстанавливающие силы, линейно зависящие от расстояния от точки до положения её равновесия, называются **линейными восстанавливающими силами**. Так, сила упругости пружины $F = c\Delta\ell$, где $c$ – коэффициент жесткости (или просто жёсткость) пружины; $\Delta\ell$ – удлинение пружины, является линейной восстанавливающей силой.

Дифференциальное уравнение движения материальной точки массой $m$ вдоль оси О$x$ под действием линейной восстанавливающей силы, представляет собой уравнение гармонических колебаний и имеет вид:

$$m\ddot{x} + cx = 0, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

где $x$ – отклонение точки от положения равновесия, куда поместили начало координат; $\omega$ – угловая частота колебаний, $\omega^2 = \dfrac{c}{m}$. Единица измерения угловой частоты – рад/с.

Решение дифференциального уравнения свободных колебаний представляется суммой $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$, где постоянные интегрирования $C_1$ и $C_2$ находятся из начальных условий. **Амплитуда свободных колебаний** $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$. Промежуток времени, в течение которого точка совершает одно полное колебание, называется **периодом колебаний**: $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Величина, обратная периоду $\nu = \frac{1}{T}$ определяет число полных колебаний точки за 1 с и называется **частотой колебаний**. Частота колебаний измеряется в герцах (Гц). Частота, равная 1 Гц, соответствует одному полному колебанию в секунду. Угловая частота связана с частотой колебаний соотношением $\omega = 2\pi\nu$.

Если на материальную точку кроме восстанавливающей силы действует сила сопротивления движению, пропорциональная скорости точки, $\vec{R} = -\mu\vec{V}$, где $\mu$ – коэффициент сопротивления, то дифференциальное уравнение движения точки с сопротивлением относительно положения равновесия имеет вид $m\ddot{x} + \mu\dot{x} + cx = 0$, или $\ddot{x} + 2n\dot{x} + \omega^2 x = 0$, где $n$ – коэффициент затухания, $n = \frac{\mu}{2m}$; $\omega$ – угловая частота собственных колебаний точки без учёта сопротивления, $\omega^2 = \frac{c}{m}$.

При $n < \omega$ движение точки представляет затухающие колебания. Общее решение дифференциального уравнения колебаний с сопротивлением $x = e^{-nt}(C_1\cos\omega_1 t + C_2\sin\omega_1 t) = Ae^{-nt}\sin(\omega_1 t + \alpha)$, где $C_1$ и $C_2$ – постоянные интегрирования; $\omega_1$ – угловая частота затухающих колебаний, $\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - n^2}$; $A_1 = Ae^{-nt}$ – амплитуда затухающих колебаний, $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$; $\alpha$ – начальная фаза колебаний, $\mathrm{tg}\alpha = \frac{C_1}{C_2}$.

При $n > \omega$ движение точки апериодическое, затухающее. Общее решение дифференциального уравнения движения точки с таким сопротивлением имеет вид $x = e^{-nt}(C_1 e^{\omega_2 t} + C_2 e^{-\omega_2 t})$, где $\omega_2 = \sqrt{n^2 - \omega^2}$.

При $n = \omega$ движение точки происходит согласно уравнению $x = e^{-nt}(C_1 t + C_2)$.

Если кроме восстанавливающей силы на материальную точку действует переменная возмущающая сила, колебания точки называются **вынужденными.**

При действии гармонической возмущающей силы $F = H\sin pt$, где $H$, $p$ – амплитуда и угловая частота колебаний возмущающей силы, дифференциальное уравнение вынужденных колебаний материальной точки относительно положения равновесия и при отсутствии сил сопротивления имеет вид

$$m\ddot{x} + cx = H\sin pt, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt,$$

где $\omega$ – угловая частота собственных гармонических колебаний, $\omega^2 = \frac{c}{m}$; $h$ – относительная амплитуда возмущающей силы, $h = \frac{H}{m}$.

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения вынужденных колебаний представляется как сумма общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного.

При отсутствии резонанса, когда частота собственных колебаний не совпадает с частотой возмущающей силы $p \neq \omega$, решение имеет вид: $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \frac{h}{\omega^2 - p^2}\sin pt$, а в случае резонанса, когда $p = \omega$, – вид: $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t - \frac{ht}{2p}\cos pt$. Значения произвольных постоянных $C_1$ и $C_2$ определяются из общего решения неоднородного уравнения с учетом начальных условий движения. Амплитуда собственных колебаний груза $A_{\text{соб}} = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$. Амплитуда вынужденных колебаний при отсутствии резонанса $A_{\text{вын}} = \frac{h}{\omega^2 - p^2}$.

При резонансе амплитуда вынужденных колебаний растет как линейная функция времени $A_{\text{вын}} = \dfrac{ht}{2p}$.

Если возмущающее воздействие заключается в **принудительном гармоническом колебании точки подвеса пружины**, например, по закону $S = a\sin pt$, где $a$, $p$ – амплитуда и угловая частота колебаний точки подвеса пружины, дифференциальное уравнение вынужденных колебаний материальной точки относительно положения равновесия при отсутствии сил сопротивления имеет вид $\ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt$, где $\omega$ – угловая частота собственных гармонических колебаний, $\omega^2 = \dfrac{c}{m}$; $h$ – относительная амплитуда возмущающего колебания, $h = \dfrac{ca}{m}$. Общее решение неоднородного дифференциального уравнения вынужденных колебаний при принудительном гармоническом колебании точки подвеса пружины может быть получено аналогично случаю возмущения гармонической силой.

Система пружин заменяется одной с эквивалентной жесткостью. Так, колебания груза на двух параллельных пружинах с коэффициентами жесткости $c_1$ и $c_2$ (рис. 4.5, *a*) можно рассматривать как колебания груза на одной пружине эквивалентной жесткости $c_{\text{экв}} = c_1 + c_2$, где $c_{\text{экв}}$ – коэффициент жесткости эквивалентной пружины. При последовательном соединении пружин (рис. 4.5, *b*) коэффициент жесткости эквивалентной пружины $c_{\text{экв}} = \dfrac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$. Если груз расположен между двумя пружинами (рис. 4.5, *c*), тогда $c_{\text{экв}} = c_1 + c_2$. Коэффициент жесткости эквивалентной пружины равен сумме коэффициентов жесткости пружин.

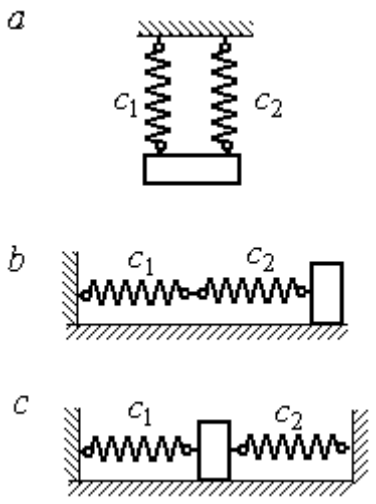



Рис. 4.5. Способы крепления груза на двух пружинах:
*a* – две параллельные пружины;
*b* – последовательно соединённые пружины; *c* – крепление груза между пружинами

### 4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки

Задание Д2 на исследование колебаний точки включает две задачи.

**Задача 1.** Исследование гармонических колебаний точки.

Найти уравнение движения груза массой $m_1$ (или одновременно двух грузов массой $m_1$ и $m_2$) на пружине жесткостью $c_1$ (или на двух пружинах жесткостью $c_1$ и $c_2$). Расположение грузов на пружине и описание условий, при которых начались колебания, приведено на схемах. Определить амплитуду и частоту колебаний.

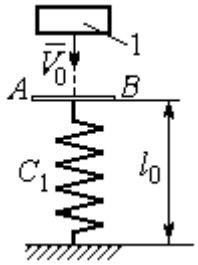
**Задача 2.** Исследование вынужденных колебаний точки.

Груз движется на пружинах, расположенных вертикально или горизонтально. При движении груза по горизонтальной поверхности трение не учитывается. Жёсткость пружин $c_1$ и $c_2$. Направление возмущающего усилия $F = F(t)$, приложенного к грузу, или возмущающего движения точки крепления пружин $S = S(t)$, а также описание условий начала колебаний приведено на схемах. В задачах, где на схемах присутствует амортизатор, создающий сопротивление движению груза, сила сопротивления пропорциональна скорости движения груза и находится по формуле: $\vec{R} = -\mu\vec{V}$ Н, где $\mu$ – коэффициент сопротивления; $V$ – скорость груза. Определить уравнение колебаний груза, амплитуды собственных и вынужденных колебаний.

Варианты заданий даны на рис. 4.6 – 4.9. Исходные данные в табл. 4.2.

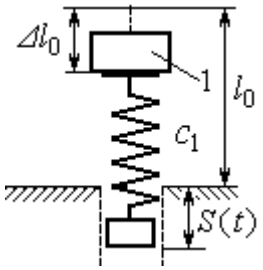
**Варианты № 1, 11, 21**

Задача 1




Невесомая пластина $AB$ укреплена на нерастянутой пружине. Груз 1, получив начальную скорость $V_0$, падает вертикально вниз. Через 1 с после начала падения груз достигает пластины и продолжает движение вместе с ней

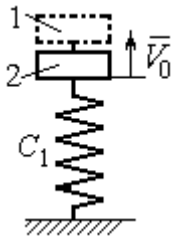
Задача 2




К верхнему концу пружины, сжатой на величину $\Delta\ell_0$, прикрепляют груз 1 и отпускают без начальной скорости. Одновременно нижний конец пружины начинает двигаться по закону $S = S(t)$

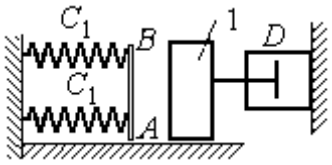
**Варианты № 2, 12, 22**

Задача 1




В положении статического равновесия двух грузов (1 и 2), установленных на пружине, груз 1 убрали, а грузу 2 сообщили скорость $V_0$, направленную вверх

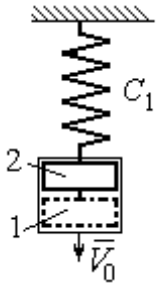
Задача 2




Груз 1 движется по гладкой горизонтальной поверхности с начальной скоростью $V_0$. Через 1 с груз упирается в площадку $AB$, укреплённую на недеформированных пружинах, соединённых параллельно, и продолжает движение вместе с ней. Во время движения (до упора в площадку $AB$ и вместе с ней) груз испытывает сопротивление, создаваемое демпфером $D$

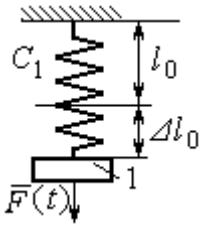
**Варианты № 3, 13, 23**

Задача 1




В положении статического равновесия груза 2, укреплённого на пружине, к нему присоединили груз 1 и оба груза толкнули вниз со скоростью $V_0$

Задача 2

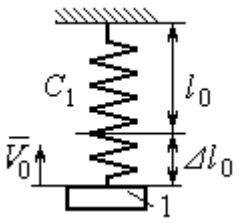



Недеформированную пружину оттянули вниз на расстояние $\Delta\ell_0$, подцепили груз 1 и отпустили без начальной скорости. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

Рис. 4.6. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

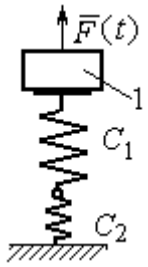
**Варианты № 4, 14, 24**

Задача 1




К недеформированной пружине подцепили груз 1, оттянули его вниз на расстояние $\Delta\ell_0$ и сообщили скорость $V_0$, направленную вверх

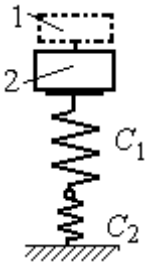
Задача 2




Грузу 1, укреплённому на двух последовательно соединённых пружинах в положении статического равновесия, сообщили начальную скорость $V_0$, направленную вниз. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

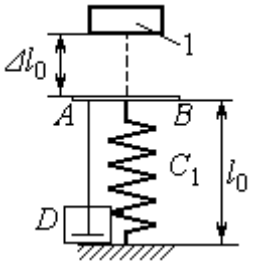
**Варианты № 5, 15, 25**

Задача 1




В положении статического равновесия грузов 1 и 2, укреплённых на двух вертикальных последовательно соединённых пружинах, убрали груз 1, а груз 2 отпустили без начальной скорости

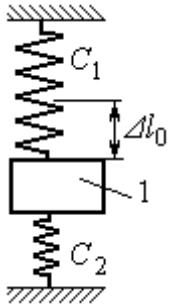
Задача 2




Груз 1 падает с высоты $\Delta\ell_0$ на площадку $AB$, установленную на недеформированной пружине, и продолжает движение вместе с ней. Демпфер $D$ создаёт сопротивление движению груза на пружине

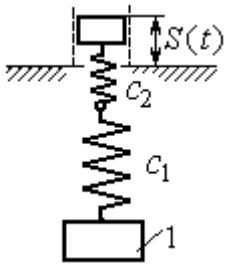
**Варианты № 6, 16, 26**

Задача 1




Груз 1 поместили между двумя недеформированными пружинами, затем оттянули вниз на расстояние $\Delta\ell_0$ и отпустили без начальной скорости

Задача 2

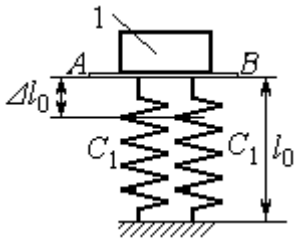



К недеформированным пружинам, соединённым последовательно, подцепили груз 1 и толкнули его вниз со скоростью $V_0$. Одновременно верхний конец пружины начинает двигаться по закону $S = S(t)$

Рис. 4.7. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 4 – 6, 14 – 16, 24 – 26

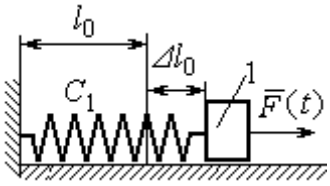
**Варианты № 7, 17, 27**

Задача 1




К недеформированным пружинам приложили груз 1, переместили его вниз на величину $\Delta\ell_0$ и сообщили скорость $V_0$, направленную вниз

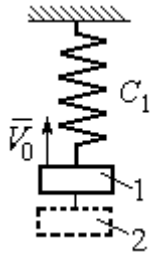
Задача 2




К нерастянутой пружине, расположенной на горизонтальной гладкой поверхности, подцепили груз 1, оттянули его на расстояние $\Delta\ell_0$ и отпустили. Одновременно на груз стала действовать горизонтальная возмущающая сила $\vec{F}(t)$

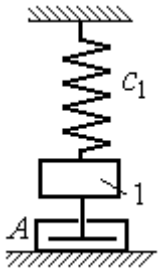
**Варианты № 8, 18, 28**

Задача 1




Грузы 1 и 2 находятся на пружине в положении статического равновесия. Груз 2 удаляют, а грузу 1 сообщают скорость $V_0$, направленную вверх

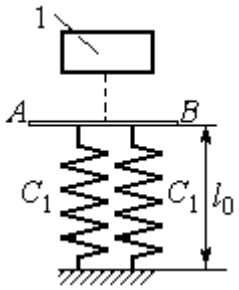
Задача 2




В положении статического равновесия груза 1 ему сообщили скорость $V_0$, направленную вниз. Демпфер $A$ создаёт сопротивление движению груза

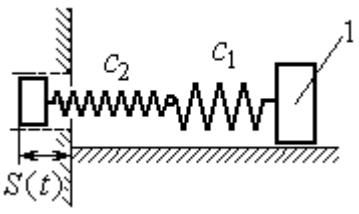
**Варианты № 9, 19, 29**

Задача 1




Груз 1 без начальной скорости падает вниз. Пройдя путь 1 м, груз достигает невесомой пластины $AB$, укреплённой на недеформированных, параллельно соединённых пружинах, и дальше движется вместе с ней

Задача 2




К двум горизонтальным пружинам, соединённым последовательно, в положении их нерастянутого состояния прицепили груз 1 и сообщили ему горизонтальную скорость $V_0$, направленную в сторону сжатия пружин. Одновременно левый конец пружинной системы начинает двигаться по закону $S = S(t)$

Рис. 4.8. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

*Окончание вариантов задания Д2*

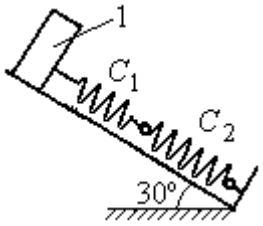
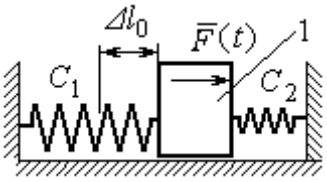
| **Варианты № 10, 20, 30** | |
|---|---|
| Задача 1 | Задача 2 |
|  В положении статического равновесия груза 1, укреплённого на двух последовательно соединённых пружинах, сообщили скорость $V_0$, направленную вниз по наклонной плоскости |  Между двумя горизонтальными недеформированными пружинами на гладкую поверхность поместили груз 1, оттянули его влево на расстояние $\Delta\ell_0$ и отпустили без начальной скорости. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$ |

Рис. 4.9. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 10, 20, 30

Таблица 4.2

**Исходные данные задания Д2. Исследование колебаний точки**

| Номер варианта задания | Номер задачи | $m_1$, кг | $m_2$, кг | $V_0$, м/с | $c_1$, Н/м | $c_2$, Н/м | $\Delta\ell_0$, м | μ, Н·с/м | $F(t)$, Н | $S(t)$, м |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 1 | 2,5 | – | 2,0 | 200 | – | – | – | – | – |
| | 2 | 2,0 | – | – | 210 | – | 0,1 | – | – | 0,02sin12$t$ |
| **2** | 1 | 1,5 | 2,0 | 4 | 250 | – | – | – | – | – |
| | 2 | 2,0 | – | 4 | 220 | – | – | 1,0 | – | – |
| **3** | 1 | 2,0 | 1,5 | 3 | 250 | – | – | – | – | – |
| | 2 | 1,2 | – | – | 200 | – | 0,14 | – | 12sin5$t$ | – |
| **4** | 1 | 2,0 | – | 3 | 180 | – | 0,1 | – | – | – |
| | 2 | 1,5 | – | 2 | 150 | 120 | – | – | 8sin12$t$ | – |
| **5** | 1 | 1,0 | 2,0 | – | 120 | 100 | – | – | – | – |
| | 2 | 1,0 | – | – | 50 | – | 0,5 | 18 | – | – |
| **6** | 1 | 1,2 | – | – | 120 | 180 | 0,12 | – | – | – |
| | 2 | 1,4 | – | 2,4 | 120 | 180 | – | – | – | 0,03sin14$t$ |
| **7** | 1 | 1,6 | – | 3,2 | 140 | – | 0,15 | – | – | – |
| | 2 | 1,5 | – | – | 120 | – | 0,12 | – | 12sin6$t$ | – |
| **8** | 1 | 1,0 | 2,0 | 3,0 | 150 | – | – | – | – | – |
| | 2 | 2,0 | – | 3,5 | 120 | – | – | 15 | – | – |

*Продолжение табл. 4.2*

| Номер вари-анта задания | Номер задачи | $m_1$, кг | $m_2$, кг | $V_0$, м/с | $c_1$, Н/м | $c_2$, Н/м | $\Delta\ell_0$, м | μ, Н·с/м | $F(t)$, Н | $S(t)$, м |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **9** | 1 | 1,5 | – | – | 100 | – | – | – | – | – |
| | 2 | 1,4 | – | 2,0 | 100 | 110 | – | – | – | 0,015sin8$t$ |
| **10** | 1 | 2,5 | – | 2,5 | 110 | 100 | – | – | – | – |
| | 2 | 2,0 | – | – | 110 | 52 | 0,08 | – | 5sin9$t$ | – |
| **11** | 1 | 2,0 | – | 4,0 | 300 | – | – | – | – | – |
| | 2 | 1,0 | – | – | 200 | – | 0,12 | – | – | 0,01sin4$t$ |
| **12** | 1 | 1,8 | 2,4 | 4 | 220 | – | – | – | – | – |
| | 2 | 1,0 | – | 5 | 240 | – | – | 0,6 | – | – |
| **13** | 1 | 1,5 | 1,5 | 2 | 200 | – | – | – | – | – |
| | 2 | 1,8 | – | – | 180 | – | 0,08 | – | 10sin10$t$ | – |
| **14** | 1 | 2,0 | – | 2 | 200 | – | 0,12 | – | – | – |
| | 2 | 2,0 | – | 2 | 150 | 120 | – | – | 10sin8$t$ | – |
| **15** | 1 | 1,5 | 2,0 | – | 120 | 250 | – | – | – | – |
| | 2 | 1,5 | – | – | 120 | – | 0,4 | 4 | – | – |
| **16** | 1 | 2,0 | – | – | 150 | 75 | 0,1 | – | – | – |
| | 2 | 2,0 | – | 2,5 | 150 | 75 | – | – | – | 0,01sin5$t$ |
| **17** | 1 | 1,5 | – | 2,1 | 160 | – | 0,11 | – | – | – |
| | 2 | 1,8 | – | – | 150 | – | 0,1 | – | 8sin12$t$ | – |
| **18** | 1 | 2,0 | 1,0 | 2,5 | 80 | – | – | – | – | – |
| | 2 | 1,5 | – | 2,5 | 50 | – | – | 21 | – | – |
| **19** | 1 | 1,6 | – | – | 120 | – | – | – | – | – |
| | 2 | 1,2 | – | 2,0 | 85 | 120 | – | – | – | 0,015sin7$t$ |
| **20** | 1 | 2,0 | – | 2,0 | 90 | 100 | – | – | – | – |
| | 2 | 2,5 | – | – | 100 | 90 | 0,12 | – | 6sin10$t$ | – |
| **21** | 1 | 2,0 | – | 1,6 | 220 | – | – | – | – | – |
| | 2 | 2,5 | – | – | 250 | – | 0,14 | – | – | 0,01sin10$t$ |
| **22** | 1 | 2,2 | 1,5 | 3 | 180 | – | – | – | – | – |
| | 2 | 1,5 | – | 4 | 280 | – | – | 0,8 | – | – |
| **23** | 1 | 2,2 | 1,2 | 2 | 220 | – | – | – | – | – |
| | 2 | 1,6 | – | – | 200 | – | 0,12 | – | 5sin7$t$ | – |

*Окончание табл. 4.2*

| Номер варианта задания | Номер задачи | $m_1$, кг | $m_2$, кг | $V_0$, м/с | $c_1$, Н/м | $c_2$, Н/м | $\Delta\ell_0$, м | μ, Н·с/м | $F(t)$, Н | $S(t)$, м |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **24** | 1 | 1,6 | – | 2,4 | 160 | – | 0,13 | – | – | – |
| | 2 | 1,0 | – | 3 | 150 | 300 | – | – | 6sin10$t$ | – |
| **25** | 1 | 0,8 | 1,2 | – | 120 | 80 | – | – | – | – |
| | 2 | 0,8 | – | – | 180 | – | 0,4 | 12 | – | – |
| **26** | 1 | 1,4 | – | – | 100 | 120 | 0,15 | – | – | – |
| | 2 | 1,8 | – | 2,2 | 150 | 120 | – | – | – | 0,015sin8$t$ |
| **27** | 1 | 2 | – | 4,0 | 150 | – | 0,12 | – | – | – |
| | 2 | 2 | – | – | 162 | – | 0,13 | – | 5sin9$t$ | – |
| **28** | 1 | 1,5 | 2,0 | 2,0 | 140 | – | – | – | – | – |
| | 2 | 1,5 | – | 3,1 | 180 | – | – | 12 | – | – |
| **29** | 1 | 1,0 | – | – | 140 | – | – | – | – | – |
| | 2 | 2,0 | – | 2,4 | 75 | 150 | – | – | – | 0,08sin5$t$ |
| **30** | 1 | 1,6 | – | 3 | 75 | 150 | – | – | – | – |
| | 2 | 1,5 | – | 3 | 80 | 70 | 0,15 | – | 8sin10$t$ | – |

## Пример выполнения задания Д2. Исследование колебаний точки

**Задача 1.** Груз 1 весом $P = 20$ Н, лежащий на гладкой наклонной плоскости, прикреплён к недеформированной пружине, расположенной параллельно плоскости (рис. 4.10). Угол наклона плоскости к горизонту 30º, коэффициент жесткости пружины $c = 400$ Н/м. В начальный момент груз переместили вверх по наклонной плоскости (сжали пружину) на расстояние $\Delta\ell_0 = 0{,}1$ м относительно нерастянутой пружины и отпустили без начальной скорости.

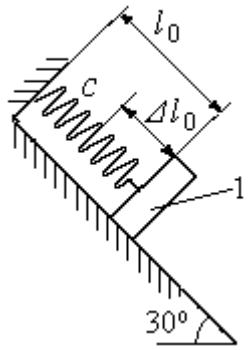


Рис. 4.10. Схема крепления груза и условия начала колебаний

Определить уравнение колебаний груза 1, а также частоту и амплитуду колебаний.

*Решение*

Расчетная схема колебаний груза 1 показана на рис. 4.11. Направим ось *Ox*, вдоль которой происходят колебания груза, вниз вдоль наклонной плоскости. Начало отсчёта координаты *x* выберем в положении статического равновесия груза (см. рис. 4.11) В произвольном положении груза, обозначенном координатой *x*, к нему приложены три силы: сила тяжести $\vec{P}$, реакция опоры наклонной плоскости $\vec{N}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$. Проекция силы упругости пружины на ось *Ox*: $F_{\text{упр}\,x} = -c\Delta\ell$, где $\Delta\ell$ – удлинение пружины относительно её нерастянутого положения, включающее её растяжение *x* относительно выбранного начала координат и растяжение $\lambda_{\text{ст}}$ при статическом равновесии груза на наклонной плоскости.

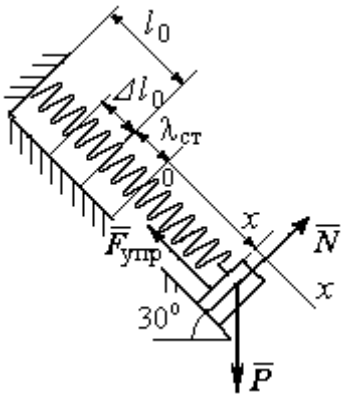


Рис. 4.11. Расчётная схема колебаний груза

С учетом выражения силы упругости получим дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось *Ox*:

$$m\ddot{x} = P\sin 30^\circ - c(x + \lambda_{\text{ст}}).$$

В положении статического равновесия сила упругости уравновешивается силой, равной проекции силы тяжести на ось *x*: $P\sin 30^\circ - c\lambda_{\text{ст}} = 0$. Подставляя это выражение условия статического равновесия груза в уравнение движения, получим дифференциальное уравнение колебаний груза:

$$m\ddot{x} = -cx, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

где $\omega$ – угловая частота колебаний; $\omega = \sqrt{\dfrac{c}{m}} = 14{,}01$ рад/с.

Общее решение уравнения колебаний $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$.

Для определения произвольных постоянных $C_1$ и $C_2$ вычислим координату $x_0$ начального положения груза на оси *Ox*.

Растяжение пружины в положении статического равновесия $\lambda_{ст} = \dfrac{P\sin 30^\circ}{c}$ = 0,025 м. Координата начального положения груза определяется величиной сжатия пружины и, поскольку начало отсчёта координаты *x* выбрано в положении статического равновесия груза, равна (со знаком!): $x_0 = -(\Delta\ell_0 + \lambda_{ст}) = -0{,}125$ м (см. рис. 4.11).

Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения колебаний при $t = 0$, получим $C_1 = -0{,}125$ м. Для определения второй константы вычислим скорость груза в произвольный момент времени: $\dot{x} = -C_1\omega\sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t$. Подставим сюда начальное значение скорости груза при $t = 0$ $\dot{x} = V_0 = 0$, получим $C_2 = 0$. Окончательно уравнение движения груза 1 относительно положения статического растяжения пружины:

$$x(t) = -0{,}125\cos 14{,}01t \text{ м}.$$

Амплитуда колебаний груза $A = 0{,}125$ м.

**Задача 2.** Груз 1 весом $P = 20$ Н подвешен на недеформированной вертикальной пружине (рис. 4.12). Жесткость пружины $c = 800$ Н/м. В начальный момент груз был оттянут вниз в положение, при котором пружина растянулась на расстояние $\Delta\ell_0 = 0{,}1$ м, и в этом положении ему сообщена начальная скорость $V_0 = 2$ м/с, направленная вверх.

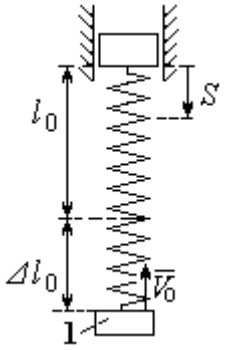


Рис. 4.12. Схема крепления груза и условия начала колебаний

Одновременно с началом движения груза верхний конец пружины стал совершать гармонические колебания по закону $S = a\sin 10t$, где $a = 0{,}02$ м.

Определить уравнение колебаний груза 1, а также частоту и амплитуду собственных колебаний.

*Решение*

Расчетная схема колебаний груза 1 показана на рис. 4.13. Направим ось *Ox*, вдоль которой происходят колебания груза, вертикально вниз. Начало отсчёта координаты *x* выберем в положении статического равновесия груза (см. рис. 4.13, *c*, *d*). В произвольном положении груза, обозначенном координатой *x*, к нему приложены две силы: сила тяжести $\vec{P}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$.

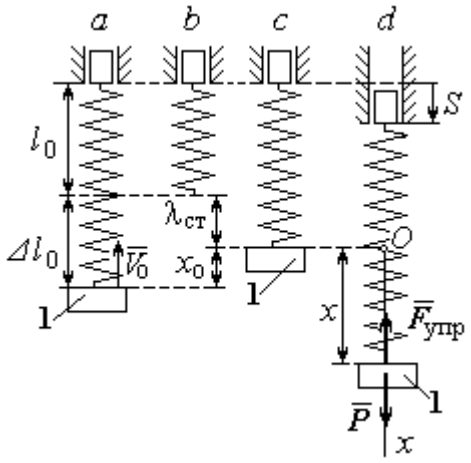



Рис. 4.13. Расчётная схема вынужденных колебаний груза: *a* – положение груза на начало колебаний; *b* – недеформированная пружина; *c* – статическое растяжение пружины под действием веса груза; *d* – положение груза в произвольный момент времени и перемещение точки подвеса пружины

Проекция силы упругости пружины на ось *Ox*

$$F_{\text{упр}\,x} = -c\Delta\ell = -c(x + \lambda_{\text{ст}} - S),$$

где $\Delta\ell$ – удлинение пружины, включающее её растяжение *x* относительно начала координат, растяжение $\lambda_{\text{ст}}$ при статическом равновесии груза и уменьшение растяжения при смещении верхнего конца, $\Delta\ell = (x + \lambda_{\text{ст}} - S)$.

С учетом выражения силы упругости получим дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось *Ox*:

$$m\ddot{x} = P - c(x + \lambda_{\text{ст}} - S).$$

В положении статического равновесия выполняется условие равенства сил: $P - c\lambda_{\text{ст}} = 0$.

После подстановки его в уравнение движения груза получаем дифференциальное уравнение вынужденных колебаний:

$$m\ddot{x} = -cx + cS, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt,$$

где $\omega$ – угловая частота собственных колебаний, $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$, $\omega$ = 19,81 рад/с; $h$ – относительная амплитуда вынужденных колебаний, $h = \frac{ca}{m}$ = 7,85 м/с$^2$; $p$ – угловая частота вынужденных колебаний, $p$ = 10 рад/с.

При отсутствии резонанса (здесь $\omega \neq p$) общее решение уравнения вынужденных колебаний имеет вид $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \frac{h}{\omega^2 - p^2}\sin pt$.

Для определения произвольных постоянных $C_1$ и $C_2$ вычислим координату $x_0$ начального положения груза на оси $Ox$. Координата начального положения груза (см. рис. 4.13, *b*) $x_0 = \Delta\ell_0 - \lambda_{ст}$. Растяжение пружины в положении статического равновесия $\lambda_{ст} = \frac{P}{c}$ = 0,02 м, тогда $x_0$ = 0,08 м. Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения вынужденных колебаний при $t$ = 0, получим: $C_1 = x_0$ = 0,08 м.

Для определения второй константы вычислим скорость груза в произвольный момент времени: $\dot{x} = -C_1\omega\sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t + \frac{hp}{\omega^2 - p^2}\cos pt$. Проекция скорости груза в начальный момент на ось $Ox$ $V_{0x} = -V_0$. Подставив начальное значение скорости груза при $t = 0$ $\dot{x} = V_{0x} = -V_0$, получим: $C_2 = -\frac{V_0}{\omega} - \frac{hp}{\omega(\omega^2 - p^2)} = -0{,}11$ м.

Окончательно уравнение движения груза 1 относительно положения статического равновесия, м.

$$x(t) = 0{,}08\cos 19{,}82t - 0{,}11\sin 19{,}82t - 0{,}03\sin 10t.$$

Амплитуда вынужденных колебаний $A_{вын} = \frac{h}{\omega^2 - p^2}$ = 0,03 м. Амплитуда собственных колебаний груза $A_{соб} = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ = 0,14 м.

## 4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки

**Работой** $A(\vec{F})$ силы $\vec{F}$, постоянной по модулю и направлению, на конечном прямолинейном перемещении $S_1$ точки приложения силы называется величина $A(\vec{F}) = FS_1\cos\alpha$. Если угол $\alpha$ острый, работа силы положительна. Если угол $\alpha$ тупой, – отрицательна. При $\alpha = 90°$ сила перпендикулярна перемещению точки и работа силы равна нулю.

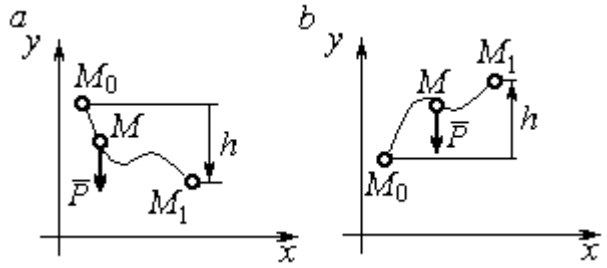



Рис. 4.14. Схема для вычисления работы силы тяжести:
*a* – перемещение точки сверху вниз;
*b* – перемещение точки снизу вверх

**Работа силы тяжести** материальной точки (вертикальной силы) при перемещении точки из положения $M_0$ в положение $M_1$ равна произведению модуля силы тяжести на вертикальное перемещение точки $A_{(M_0M_1)} = \pm Ph$, где $P$ – величина силы тяжести точки; $h$ – величина вертикального перемещения точки (рис. 4.14). Работа силы тяжести положительная, если начальная точка движения выше конечной, и отрицательная, – если ниже.

**Работа силы упругости пружины** на прямолинейном перемещении вдоль линии действия силы из положения недеформированной пружины на расстояние $h$ определяется формулой $A(F_{\text{упр}}) = -\dfrac{ch^2}{2}$, где $c$ – коэффициент жесткости (или просто жёсткость) пружины.

**Кинетической энергией материальной точки** называется скалярная величина $T = \dfrac{1}{2}mV^2$, где $m$ – масса точки; $V$ – её скорость. **Теорема об изменении кинетической энергии точки** заключается в том, что изменение кинетической энергии точки за конечный промежуток времени равно алгебраической сумме работ всех действующих на неё сил: $\dfrac{mV_1^2}{2} - \dfrac{mV_0^2}{2} = \sum A_{(M_0M_1)}$, где $V_0$, $V_1$ – скорость точки в начальном положении $M_0$ и в положении $M_1$; $\sum A_{(M_0M_1)}$ – сумма работ

всех сил, действующих на точку, при её перемещении из положения $M_0$ в положение $M_1$.

При несвободном движении точки сумма работ сил включает работу реакций связи. Если движение происходит без трения по неподвижной гладкой поверхности, то реакция связи направлена по нормали к поверхности и её работа при любом перемещении точки равна нулю.

Для определения реакций связи при несвободном движении точки используются уравнения движения точки в проекциях на оси естественной системы координат – касательную и нормальную: $m\frac{dV}{dt} = \sum F_\tau$, $m\frac{V^2}{\rho} = \sum F_n$, где $\sum F_\tau$, $\sum F_n$ – суммы проекций сил на касательную и нормальную оси естественной системы координат; $\rho$ – радиус кривизны траектории точки.

### 4.6. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

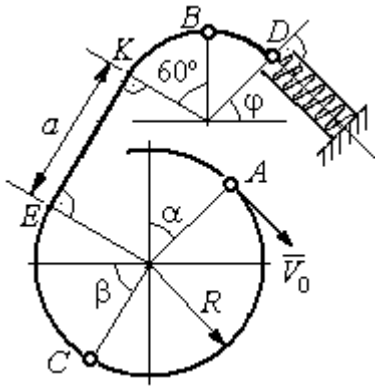
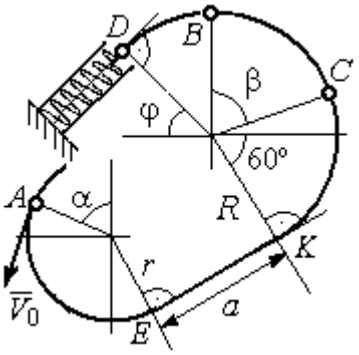
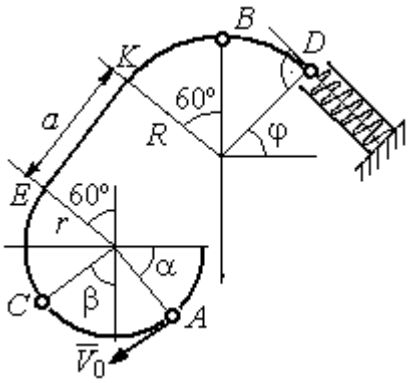
Тонкий стержень с надетым на него шариком массой *m* расположен в вертикальной плоскости и состоит из дуг окружностей радиусами *r* и *R* = 2*r*, соединённых прямолинейным отрезком *EK*, сопряжённым с дугами окружностей в точках *E* и *K*. В этих точках шарик переходит с одного участка стержня на другой, не изменяя величины и направления скорости. Длина отрезка *EK* = *a*.

В точке *A*, положение которой на дуге окружности определяется углом $\alpha$, шарику сообщают начальную скорость $V_0$. По дугам окружностей шарик скользит без трения, а при движении по прямолинейному отрезку *EK* на него действует постоянная сила трения с коэффициентом трения *f*. На участках с вертикальным отрезком *EK* считать, что шарик прижимается к стержню силой, равной половине веса шарика.

Достигнув на дуге окружности точки *D*, шарик упирается в недеформированную пружину жёсткостью *c* и, продолжая движение по сопряженной прямой, сжимает её. Положение точки *D* определяется углом $\varphi$.

Определить величину максимального сжатия пружины, если шарик проходит наивысшее положении траектории – точку $B$ со скоростью $V_B = kV_0$. При найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке $C$, положение которой на дуге определяется углом $\beta$.

Варианты заданий приведены на рис. 4.15, 4.16. Исходные данные задания в табл. 4.3.

| **Варианты № 1, 11, 21** | **Варианты № 2, 12, 22** | **Варианты № 3, 13, 23** |
|---|---|---|
|  |  |  |

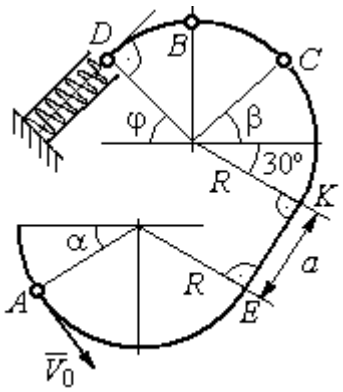
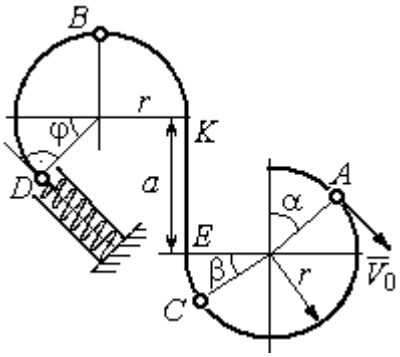
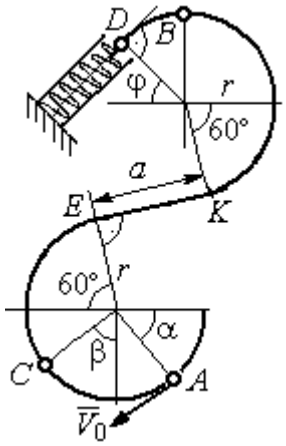
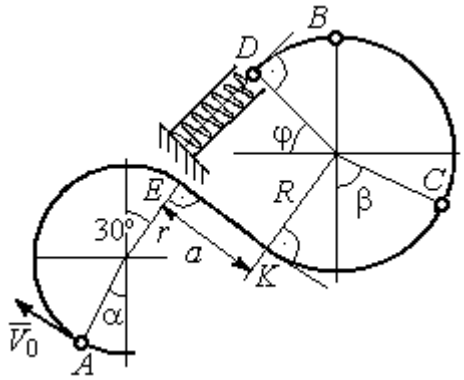
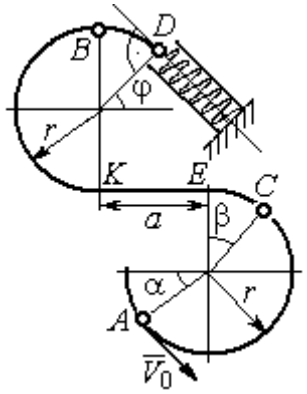
| **Варианты № 4, 14, 24** | **Варианты № 5, 15, 25** | **Варианты № 6, 16, 26** |
|---|---|---|
|  |  |  |

Рис. 4.15. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии.
Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

*Окончание вариантов задания Д3*

| **Варианты № 7, 17, 27** | **Варианты № 8, 18, 28** |
|---|---|
|  |  |

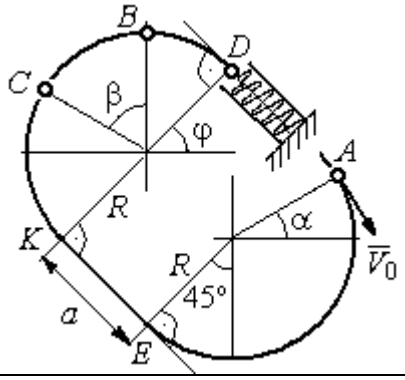
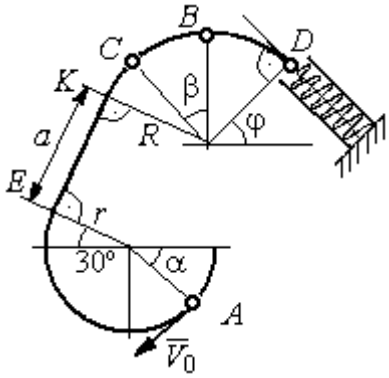
| **Варианты № 9, 19, 29** | **Варианты № 10, 20, 30** |
|---|---|
|  |  |

Рис. 4.16. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии.
Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 4.3

**Исходные данные задания Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии**

| Номер варианта задания | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *m*, кг | 0,8 | 0,5 | 0,6 | 0,4 | 1,0 | 0,6 | 0,9 | 0,5 | 0,3 | 0,4 | 0,8 | 0,6 | 0,5 | 0,3 | 1,0 |
| α, град | 30 | 45 | 0 | 30 | 30 | 0 | 0 | 45 | 30 | 0 | 60 | 30 | 30 | 45 | 60 |
| β , град | 60 | 30 | 60 | 0 | 60 | 30 | 60 | 60 | 30 | 45 | 30 | 60 | 60 | 30 | 30 |
| φ, град | 0 | 60 | 30 | 0 | 0 | 30 | 45 | 0 | 30 | 45 | 30 | 30 | 0 | 30 | 45 |
| *r*, м | 0,4 | 0,4 | 0,5 | 0,3 | 0,6 | 0,5 | 0,3 | 0,6 | 0,4 | 0,5 | 0,3 | 0,5 | 0,4 | 0,5 | 0,8 |
| *a*, м | 0,5 | 0,6 | 0,9 | 1,4 | 0,8 | 1,2 | 0,5 | 0,5 | 1,4 | 0,5 | 0,8 | 0,5 | 0,8 | 0,6 | 0,6 |
| *f* | 0,4 | 0,3 | 0,4 | 0,3 | 0,4 | 0,3 | 0,5 | 0,3 | 0,4 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,3 | 0,4 | 0,3 |
| *k* | 0,3 | 0,4 | 0,3 | 0,4 | 0,3 | 0,3 | 0,4 | 0,4 | 0,3 | 0,4 | 0,3 | 0,3 | 0,4 | 0,3 | 0,4 |
| *c*, Н/м | 100 | 80 | 90 | 80 | 120 | 100 | 90 | 80 | 60 | 80 | 90 | 60 | 80 | 60 | 110 |

*Окончание табл. 4.3*

| Номер варианта задания | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $m$, кг | 0,6 | 0,5 | 0,6 | 0,4 | 0,8 | 0,5 | 0,4 | 1,0 | 0,6 | 0,5 | 0,4 | 0,8 | 0,4 | 0,6 | 0,8 |
| $\alpha$, град | 60 | 30 | 0 | 45 | 60 | 90 | 90 | 60 | 60 | 90 | 30 | 60 | 60 | 45 | 90 |
| $\beta$, град | 60 | 30 | 45 | 90 | 60 | 45 | 90 | 60 | 60 | 30 | 30 | 60 | 60 | 0 | 60 |
| $\varphi$, град | 45 | 60 | 60 | 60 | 30 | 90 | 0 | 90 | 45 | 60 | 60 | 90 | 30 | 60 | 0 |
| $r$, м | 0,6 | 0,4 | 0,8 | 0,5 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 0,4 | 0,4 | 0,8 | 0,6 | 0,4 |
| $a$, м | 0,4 | 1,2 | 0,9 | 1,2 | 1,2 | 0,9 | 0,6 | 1,5 | 1,4 | 0,8 | 1,2 | 0,9 | 0,6 | 0,8 | 0,5 |
| $f$ | 0,3 | 0,4 | 0,4 | 0,5 | 0,3 | 0,3 | 0,4 | 0,3 | 0,3 | 0,4 | 0,4 | 0,3 | 0,4 | 0,3 | 0,4 |
| $k$ | 0,4 | 0,3 | 0,3 | 0,4 | 0,3 | 0,4 | 0,4 | 0,3 | 0,4 | 0,3 | 0,3 | 0,4 | 0,4 | 0,3 | 0,3 |
| $c$, Н/м | 80 | 60 | 90 | 60 | 100 | 90 | 80 | 110 | 80 | 60 | 60 | 80 | 60 | 80 | 100 |

## Пример выполнения задания Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Тонкий стержень, расположенный в вертикальной плоскости, состоит из двух дуг окружностей, сопряженных в точках $E$ и $K$ с прямолинейным отрезком $EK$ длиной $a = 0{,}6$ м (рис. 4.17). Радиусы окружностей $R = 1$ м и $r = 0{,}5$ м. Диаметры дуг окружностей, проведённые в точках $E$ и $K$, составляют с горизонтом угол 30°. На стержень надет шарик массой $m = 0{,}5$ кг. В точке $A$, положение которой на дуге радиуса $R$ определяется углом $\alpha = 60°$ (см. рис. 4.17), шарику сообщают начальную скорость $V_0$, после чего он начинает движение. По дугам окружностей шарик скользит без трения. При движении по прямой $EK$ на него действует постоянная сила трения с коэффициентом трения $f = 0{,}2$. Достигнув точки $D$ на верхней дуге, шарик упирается в пружину жесткостью $c = 100$ Н/м и, двигаясь по сопряжённой прямой без трения, сжимает её. Найти величину максимального сжатия пружины, если наивысшее положение на траектории (точку $B$) шарик проходит со скоростью $V_B = kV_0$ при $k = 0{,}3$. При найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке $C$, положение которой на дуге определяется углом $\beta = 90°$.

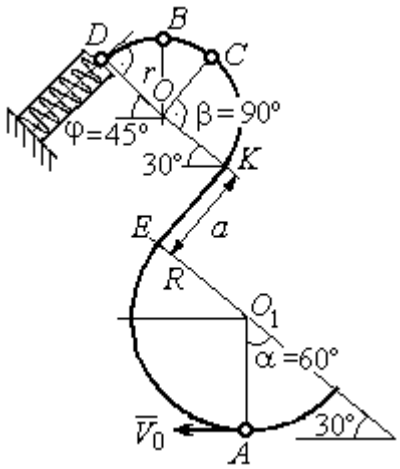


Рис. 4.17. Схема движения шарика

*Решение*

Рассмотрим движение шарика по стержню из начального положения $A$ в наивысшее положение – точку $B$.

При движении шарика по дугам окружностей работу совершает только сила тяжести. Реакция гладкой поверхности стержня в любой момент времени перпендикулярна поверхности стержня, и потому её работа при перемещении шарика равна нулю.

На участке движении шарика по прямой $EK$ на него действуют сила тяжести $\vec{P}$, нормальная реакция опоры $\vec{N}_{EK}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ (рис. 4.18, $b$). Работу совершают сила тяжести и сила трения. Работа реакции опоры стержня равна нулю.

Обозначим $h_{(AB)}$ – перепад высот точек $A$ и $B$ на траектории; $V_A$ – начальная скорость шарика в точке $A$, $V_A = V_0$; $V_B$ – его скорость в точке $B$, $V_B = 0{,}3V_0$. Для вычисления перепада высот точек $A$ и $B$ имеем выражение (рис. 4.18, $a$):

$$h_{(AB)} = h_{(AE)} + h_{(EK)} + h_{(KB)} =$$

$$R(1+\sin 30^\circ) + a\cos 30^\circ +$$

$$r(1+\sin 30^\circ).$$

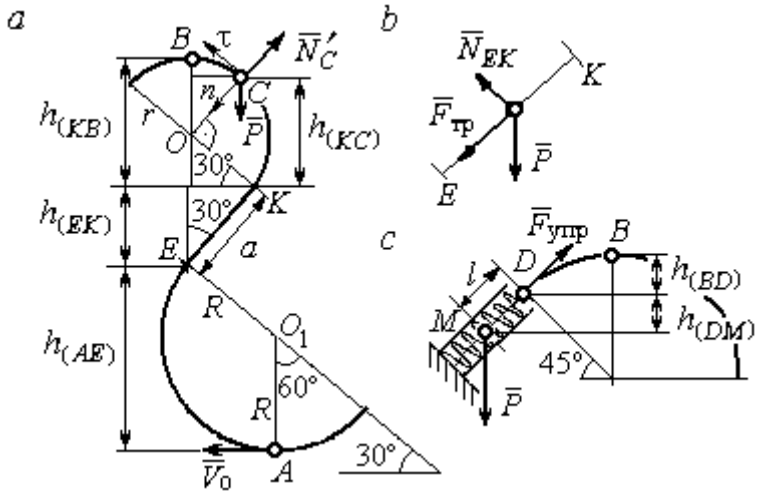



Рис. 4.18. Силы, действующие на шарик во время движения и перепады высот

Будем считать шарик материальной точкой. Применяя теорему об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из положения $A$ в положение $B$, получим: $\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = A(\vec{P}) + A(\vec{F}_{\text{тр}})$, где $A(\vec{P}) = -Ph_{(AB)}$, $A(\vec{F}_{\text{тр}}) = -F_{\text{тр}}a$ – работы, соответственно, силы тяжести на участке движения $AB$ и силы трения на отрезке $EK$. Сила трения равна $F_{\text{тр}} = f \cdot N_{EK} = f \cdot mg\cos 60^\circ$ (рис. 4.18, $a$, $b$).

В результате, теорема об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из начального положения $A$ в конечное положение $B$ принимает

вид: $\frac{m(0{,}3V_0)^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = -\,mg\left[(R+r)(1+\sin 30^\circ) + a(\cos 30^\circ + f\cdot\cos 60^\circ)\right]$. После подстановки данных задачи, получим: $0{,}91V_0^2 = 55{,}517$, откуда находим необходимое значение начальной скорости шарика: $V_0$ = 7,81 м/с.

Найдём давление шарика на стержень в точке *C*.

Проведём в точке *C* оси естественной системы координат – касательную $C\tau$ и нормаль $Cn$ (рис. 4.18, *а*). Уравнение движения шарика в точке *C* в проекции на нормальную ось имеет вид: $m\frac{V_C^2}{r} = P\cos 30^\circ - N'_C$, где $V_C$ – скорость шарика в точке *C*, $N'_C$ – реакция стержня, приложенная к шарику. Направление реакции на рис. 4.18, *а* соответствует предположению, что шарик давит на стержень в направлении центра дуги окружности.

Для определения скорости шарика в точке *C* воспользуемся тем, что скорость шарика в точке *B* уже известна, и применим теорему об изменении кинетической энергии при движении шарика из начального положения *C* в конечное положение *B*. На этом участке движения работу совершает только сила тяжести шарика. Получим $\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_C^2}{2} = -Ph_{(CB)}$, где $V_C$, $V_B$ – значения скорости шарика в точках *C* и *B*; $h_{(CB)}$ – перепад высот точек *C* и *B*; $h_{(CB)} = r(1-\sin 30^\circ)$ = 0,5*r* (см. рис. 4.18, *а*). В результате теорема об изменении кинетической энергии принимает вид: $mV_C^2 = mV_B^2 + 2mgh_{(CB)}$ или $V_C^2 = V_B^2 + gr$. Отсюда, при условии $V_B = 0{,}3V_0$ = 2,34 м/с, найдём $V_C$ = 3,22 м/с.

Реакция опоры шарика: $N'_C = P\cos 30^\circ - m\frac{V_C^2}{r}$ = – 6,12 Н.

Отрицательное значение реакции опоры шарика означает, что вектор реакции $\vec{N}'_C$ в точке *C* (см. рис. 4.18, *а*) направлен в противоположную сторону. Давление шарика на стержень в точке *C* равно модулю реакции опоры.

Найдём величину максимального сжатия пружины.

Рассмотрим движение шарика на участке от точки *B* до положения максимально сжатой пружины – точки *M*. Движение на этом участке происходит по дуге окружности *BD* и по прямой *DM*. При этом сила тяжести совершает работу на всём участке движения, а сила упругости – на отрезке сжатия пружины. Обозначим величину максимального сжатия пружины $MD = l$.

По теореме об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из положения *B* в *M* получим: $\frac{mV_M^2}{2} - \frac{mV_B^2}{2} = A(\vec{P}) + A(\vec{F}_{\text{упр}})$, где $V_M$, $V_B$ – скорость шарика в точках *M* и *B*. Работа силы тяжести $A(\vec{P}) = Ph_{(BM)} = $ $= P\left[h_{(BD)} + h_{(DM)}\right] = mg\left[r\left(1 - \cos 45^\circ\right) + l\cos 45^\circ\right]$. Работа силы упругости на прямолинейном участке *DM* длиной *l*: $A(\vec{F}_{\text{упр}}) = -\frac{cl^2}{2}$. Условие максимального сжатия пружины означает, что в точке *M* скорость шарика обращается в нуль: $V_M = 0$, тогда теорема об изменении кинетической энергии точки принимает вид: $-\frac{mV_B^2}{2} = mg\left[r\left(1 - \cos 45^\circ\right) + l\cos 45^\circ\right] - \frac{cl^2}{2}$. Подставляя данные задачи и с учётом того, что скорость шарика в наивысшей точке *B* найдена из предыдущих рассуждений $V_B = 2{,}34$ м/с, получим квадратное уравнение для определения величины максимального сжатия пружины $50l^2 - 3{,}468l - 2{,}085 = 0$. В качестве ответа принимается положительный корень уравнения $l = 0{,}24$ м.

## . ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

### 5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы

**Поступательное движение твердого тела** описывается теоремой о движении центра масс механической системы. В проекциях на координатные оси дифференциальные уравнения поступательного движения твердого тела имеют вид: $m\ddot{x}_C = \sum F^e_{kx}$, $m\ddot{y}_C = \sum F^e_{ky}$, $m\ddot{z}_C = \sum F^e_{kz}$, где $m$ – масса тела; $x_C, y_C, z_C$ – координаты центра масс тела; $F^e_{kx}$, $F^e_{ky}$, $F^e_{kz}$ – проекции на оси координат внешних сил, действующих на твердое тело.

**Вращательное движение твердого тела** относительно неподвижной оси $z$ описывается теоремой об изменении кинетического момента.

Дифференциальное уравнения вращательного движения тела имеет вид:

$$J_z \frac{d\omega}{dt} = \sum M_z(\vec{F}^e_k) \quad \text{или} \quad J_z \ddot{\varphi} = \sum M_z(\vec{F}^e_k),$$

где $\omega$ – угловая скорость тела; $\omega = \dot{\varphi}$; $\varphi$ – угол поворота тела; $\sum M_z(\vec{F}^e_k)$ – моменты внешних сил относительно оси $z$; $J_z$ – момент инерции тела относительно оси $z$.

Уравнение вращательного движения можно представить в алгебраической форме: $J_z \varepsilon = \sum M_z(\vec{F}^e_k)$, где $\varepsilon$ – угловое ускорение тела; $\varepsilon = \dot{\omega}$.

**Плоскопараллельное движение твердого тела** описывается на основании теорем о движении центра масс и изменении кинетического момента относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения. В проекции на координатные оси уравнения плоскопараллельного движения тела имеют вид:

$$ma_{Cx} = \sum F^e_{kx}, \quad ma_{Cy} = \sum F^e_{ky}, \quad J_{zC}\varepsilon = \sum M_{zC}(\vec{F}^e_k),$$

где $a_{Cx}$, $a_{Cy}$ – проекции ускорения центра масс тела на координатные оси; $F^e_{kx}$,

$F_{ky}^{e}$ – проекции на оси координат внешних сил, действующих на тело; $J_{zC}$ – момент инерции тела относительно оси *z*, проходящей через центр масс, перпендикулярно плоскости движения; $\varepsilon$ – угловое ускорение тела; $M_{zC}(\vec{F}_k^{e})$ – моменты внешних сил относительно оси, проходящей через центр масс.

Проводя динамический расчет механической системы, следует рассматривать движение тел системы в отдельности, предварительно освободив их от связей и заменив действие связей реакциями. Далее на основании общих теорем динамики системы следует составить уравнения движения каждого тела.

### 5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы

Механизм состоит из трёх тел – груза 1, катка 2 и блока 3, соединенных нерастяжимыми нитями или невесомыми стержнями.

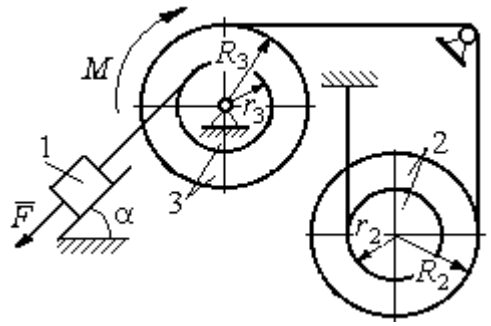
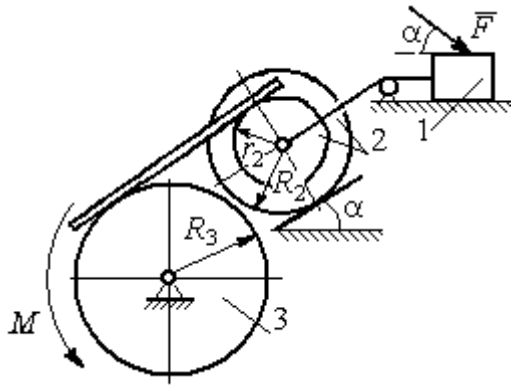
Движение механизма происходит в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом *M*. Направление действия силы $\vec{F}$ определяется углом α. Качение катка 2 происходит без скольжения. Проскальзывание между дисками и соединяющими их невесомыми стержнями или нитями отсутствует.

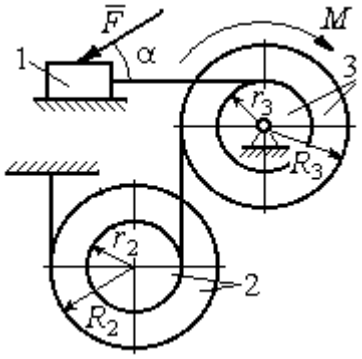
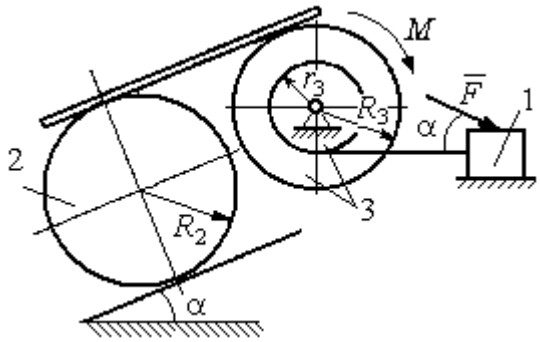
Радиусы ступеней катка 2 и блока 3 на схемах обозначены $R_2$, $r_2$ и $R_3$, $r_3$.

Сплошные диски считать однородными. Радиусы инерции неоднородных (ступенчатых) дисков относительно осей, проходящих через центры масс перпендикулярно плоскости движения, равны $i_{z2}$, $i_{z3}$.

Найти ускорение груза 1 и динамические реакции, действующие на ось блока 3.

Варианты заданий представлены на рис. 5.1, 5.2. Исходные данные приведены в табл. 5.1.

| Варианты № 1, 11, 21 | Варианты № 2, 12, 22 |
|---|---|
|  |  |

| Варианты № 3, 13, 23 | Варианты № 4, 14, 24 |
|---|---|
|  |  |

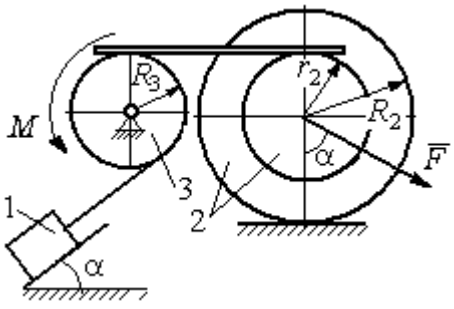
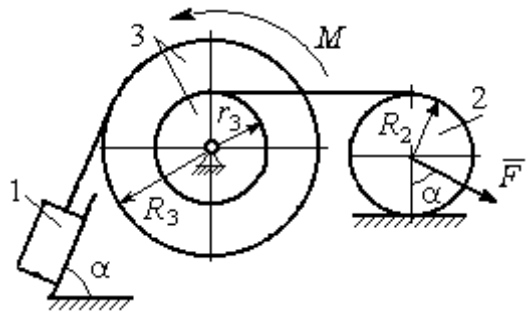
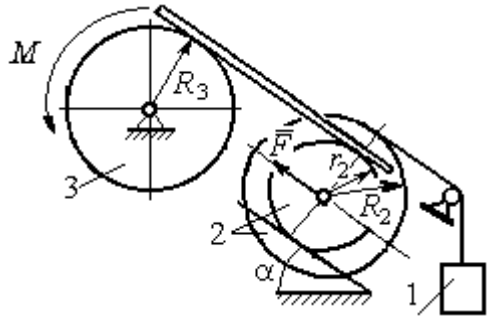
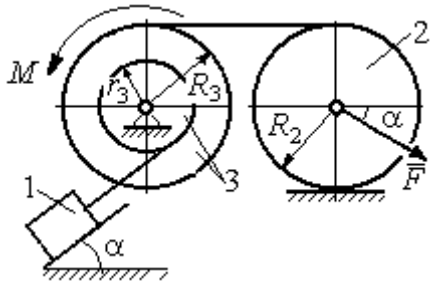
| Варианты № 5, 15, 25 | Варианты № 6, 16, 26 |
|---|---|
|  |  |

Рис. 5.1. Задание Д4. Динамический расчёт механической системы.
Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

| **Варианты № 7, 17, 27** | **Варианты № 8, 18, 28** |
|---|---|
|  |  |

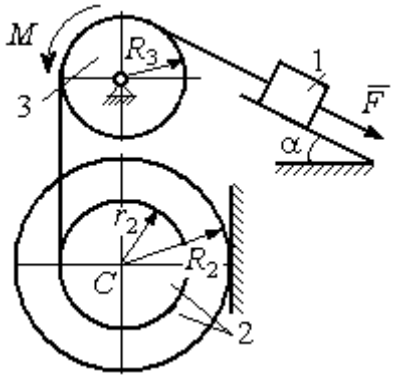
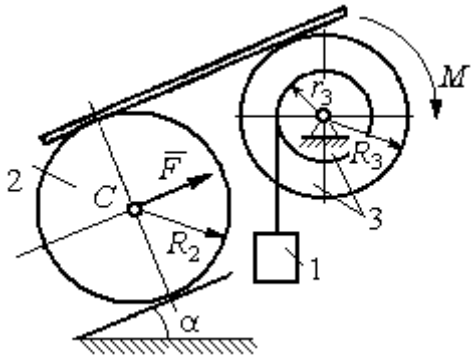
| **Варианты № 9, 19, 29** | **Варианты № 10, 20, 30** |
|---|---|
|  |  |

Рис. 5.2. Задание Д4. Динамический расчёт механической системы.
Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 5.1

**Исходные данные задания Д4. Динамический расчёт механической системы**

| Номер варианта задания | $P_1$, Н | $P_2$, Н | $P_3$, Н | $F$, Н | $M$, Н·м | $\alpha$, град | $R_2$, м | $r_2$, м | $R_3$, м | $r_3$, м | $i_{z2}$, м | $i_{z3}$, м |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | $P$ | $P$ | $2P$ | $P$ | $2Pr$ | 60 | $3r$ | $r$ | $2r$ | $r$ | $2r$ | $r\sqrt{2}$ |
| **2** | $3P$ | $P$ | $3P$ | $3P$ | $Pr$ | 30 | $2r$ | $r$ | $2r$ | – | $2r$ | – |
| **3** | $4P$ | $3P$ | $4P$ | $2P$ | $2Pr$ | 60 | $2r$ | $r$ | $2r$ | $r$ | $2r$ | $2r$ |
| **4** | $2P$ | $2P$ | $4P$ | $P$ | $4Pr$ | 45 | $3r$ | – | $3r$ | $r$ | – | $r\sqrt{2}$ |
| **5** | $P$ | $3P$ | $3P$ | $2P$ | $3Pr$ | 30 | $3r$ | $r$ | $r$ | – | $2r$ | – |
| **6** | $P$ | $2P$ | $4P$ | $4P$ | $6Pr$ | 60 | $3r$ | – | $3r$ | $r$ | – | $r\sqrt{2}$ |
| **7** | $P$ | $2P$ | $3P$ | $2P$ | $3Pr$ | 45 | $3r$ | $r$ | $r$ | - | $r\sqrt{3}$ | – |

*Окончание табл. 5.1*

| Номер варианта задания | $P_1$, Н | $P_2$, Н | $P_3$, Н | $F$, Н | $M$, Н·м | $\alpha$, град | $R_2$, м | $r_2$, м | $R_3$, м | $r_3$, м | $i_{z2}$, м | $i_{z3}$, м |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **8** | $2P$ | $3P$ | $3P$ | $P$ | $3Pr$ | 30 | $2r$ | – | $2r$ | $r$ | – | $r\sqrt{3}$ |
| **9** | $3P$ | $P$ | $3P$ | $P$ | $2Pr$ | 30 | $2r$ | $r$ | $2r$ | – | $r\sqrt{2}$ | – |
| **10** | $P$ | $P$ | $3P$ | $P$ | $2Pr$ | 60 | $3r$ | – | $3r$ | $r$ | – | $r\sqrt{3}$ |
| **11** | $P$ | $P$ | $3P$ | $2P$ | $3Pr$ | 30 | $3r$ | $2r$ | $2r$ | $r$ | $r\sqrt{2}$ | $r\sqrt{2}$ |
| **12** | $2P$ | $P$ | $2P$ | $4P$ | $Pr$ | 60 | $3r$ | $r$ | $3r$ | – | $r\sqrt{3}$ | – |
| **13** | $3P$ | $P$ | $3P$ | $3P$ | $2Pr$ | 30 | $3r$ | $2r$ | $2r$ | $r$ | $2r$ | $r\sqrt{2}$ |
| **14** | $2P$ | $P$ | $3P$ | $2P$ | $4Pr$ | 60 | $2r$ | – | $3r$ | $2r$ | – | $2r$ |
| **15** | $P$ | $2P$ | $4P$ | $P$ | $4Pr$ | 45 | $3r$ | $2r$ | $2r$ | – | $r\sqrt{3}$ | – |
| **16** | $P$ | $3P$ | $4P$ | $2P$ | $3Pr$ | 30 | $2r$ | – | $2r$ | $r$ | – | $r\sqrt{2}$ |
| **17** | $P$ | $P$ | $3P$ | $2P$ | $6Pr$ | 60 | $3r$ | $r$ | $3r$ | - | $r\sqrt{3}$ | |
| **18** | $2P$ | $2P$ | $3P$ | $P$ | $3Pr$ | 60 | $2r$ | – | $3r$ | $r$ | – | $r\sqrt{2}$ |
| **19** | $2P$ | $P$ | $2P$ | $3P$ | $4Pr$ | 30 | $3r$ | $r$ | $3r$ | – | $2r$ | – |
| **20** | $P$ | $P$ | $3P$ | $P$ | $2Pr$ | 45 | $2r$ | – | $2r$ | $r$ | – | $r\sqrt{3}$ |
| **21** | $2P$ | $P$ | $4P$ | $2P$ | $4Pr$ | 60 | $2r$ | $r$ | $3r$ | $r$ | $r\sqrt{2}$ | $2r$ |
| **22** | $P$ | $P$ | $2P$ | $5P$ | $2Pr$ | 45 | $3r$ | $2r$ | $2r$ | – | $2r$ | – |
| **23** | $2P$ | $2P$ | $3P$ | $3P$ | $2Pr$ | 60 | $3r$ | $r$ | $2r$ | $r$ | $2r$ | $r\sqrt{2}$ |
| **24** | $4P$ | $P$ | $3P$ | $P$ | $3Pr$ | 30 | $2r$ | – | $3r$ | $r$ | – | $r\sqrt{3}$ |
| **25** | $P$ | $3P$ | $2P$ | $P$ | $2Pr$ | 60 | $3r$ | $r$ | $r$ | – | $r\sqrt{3}$ | – |
| **26** | $P$ | $3P$ | $4P$ | $3P$ | $3Pr$ | 45 | $2r$ | – | $3r$ | $2r$ | – | $r\sqrt{3}$ |
| **27** | $P$ | $P$ | $4P$ | $2P$ | $4Pr$ | 30 | $2r$ | $r$ | $2r$ | - | $r\sqrt{3}$ | |
| **28** | $2P$ | $3P$ | $3P$ | $P$ | $6Pr$ | 30 | $2r$ | – | $3r$ | $2r$ | – | $r\sqrt{2}$ |
| **29** | $2P$ | $P$ | $2P$ | $2P$ | $2Pr$ | 45 | $2r$ | $r$ | $r$ | – | $2r$ | – |
| **30** | $P$ | $P$ | $4P$ | $P$ | $4Pr$ | 60 | $3r$ | – | $3r$ | $2r$ | – | $2r$ |

## Пример выполнения задания Д4. Динамический расчёт механической системы

Механизм (рис. 5.3) состоит из груза 1, однородного диска – катка 2 и неоднородного диска – блока 3, соединённых друг с другом нерастяжимыми нитями. Система движется в вертикальной плоскости из состояния покоя.

Движение происходит под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, равных по модулю: $P_1 = 2P$, $P_2 = 2P$, $P_3 = 3P$, силы $\vec{F}$, приложенной в центре масс катка 2, равной по величине: $F = 3P$, и пары сил с моментом $M = Pr$, приложенных

к блоку 3. Механизм является неизменяемой механической системой. Радиус катка 2 $R_2 = 2r$. Качение катка по наклонной плоскости происходит без проскальзывания. Радиусы ступенчатого блока 3: $R_3 = 3r$, $r_3 = r$. Радиус инерции блока 3 $i_3 = r\sqrt{3}$.

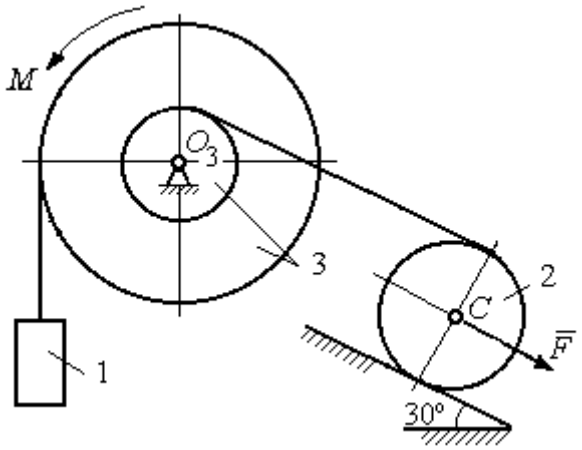


Рис. 5.3. Схема механической системы

Применяя метод динамического расчета механической системы найти ускорение груза 1 и динамические реакции, действующие на ось вращающегося блока 3.

*Решение*

Освобождаем систему от связей. На рис. 5.4 изображены внешние силы, действующие на каждое тело, после освобождения его от связей.

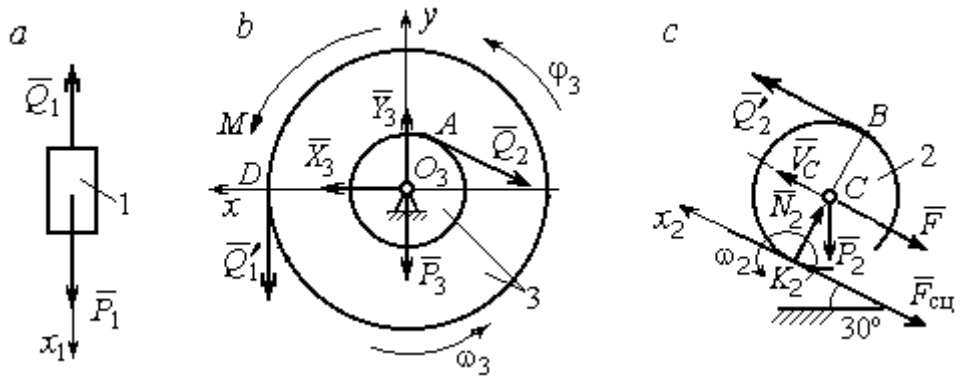


Рис. 5.4. Расчетные схемы для описания движения тел, входящих в систему:
*a* – поступательное движение груза 1; *b* – вращательное движение блока 3;
*c* – плоское движение катка 2

Груз 1 совершает поступательное движение. К нему приложены сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция нити $\vec{Q}_1$ (рис. 5.4, *a*). Предположим, груз 1 движется вниз, и направим ось $x_1$ в сторону движения груза.

Уравнение движения груза в проекции на ось $x_1$ в соответствии с теоремой о движении центра масс механической системы имеет вид:

$$m_1 a_1 = \sum F_{kx} = P_1 - Q_1 = 2P - Q_1,$$

где $m_1$, $a_1$ – соответственно, масса груза 1 и его ускорение, $m_1 = \frac{P_1}{g} = \frac{2P}{g}$.

Блок 3 вращается вокруг неподвижной оси *z*, проходящей через его центр масс $O_3$, перпендикулярно плоскости диска. Направление вращения блока, соответствующее выбранному движению вниз груза 1, показано на рис. 5.4, *b* дуговой стрелкой $\omega_3$.

На блок действуют сила тяжести $\vec{P}_3$, силы реакции подшипника $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, момент *M* и реакции нитей $\vec{Q}_1'$ и $\vec{Q}_2$ (см. рис. 5.4, *b*). При составлении уравнения вращательного движения блока 3 моменты сил считаем положительными, если они поворачивают блок в сторону его вращения.

Уравнение вращения блока 3 имеет вид:

$$J_{zO_3}\varepsilon_3 = \sum M_{zO_3}(F_k) = Q_1'R_3 + M - Q_2r_3 = Q_1 3r + Pr - Q_2r,$$

где $J_{zO_3}$ – момент инерции блока 3 относительно оси *z*; $\varepsilon_3$ – угловое ускорение диска 3, $J_{zO_3} = m_3 i_3^2 = \frac{P_3}{g}(r\sqrt{3})^2 = \frac{9Pr^2}{g}$.

Каток 2 совершает плоскопараллельное движение. К нему приложены сила тяжести $\vec{P}_2$, сила $\vec{F}$, реакция нити $\vec{Q}_2'$ и реакция наклонной плоскости, состоящая из нормальной реакции опоры $\vec{N}_2$ и силы сцепления катка с поверхностью $\vec{F}_{\text{сц}}$. Согласно принципу равенства действия и противодействия, модули сил $\vec{Q}_2$ и $\vec{Q}_2'$ равны. На рис. 5.4, *c* показаны направления действия сил, приложенных к диску 2. В соответствии с направлением движения груза 1, центр масс катка 2 движется вверх параллельно наклонной плоскости. Направление движения центра масс катка 2 показано направлением оси $x_2$. Направление вращения катка 2 показано дуговой стрелкой угловой скорости $\omega_2$ (см. рис 5.4, *c*).

Плоскопараллельное движение катка 2 описывается уравнением движения его центра масс и уравнением вращения вокруг оси, проходящей через центр масс, перпендикулярно плоскости диска. Составляя уравнение движения, получим:

$$m_2 a_C = Q_2' - F - F_{\text{сц}} - P_2\cos 60^\circ = Q_2 - 3P - F_{\text{сц}} - P,$$

$$J_C\varepsilon_2 = Q_2'R_2 + F_{\text{сц}}R_2 = Q_2 2r + F_{\text{сц}}2r,$$

где $m_2$ – масса катка 2, $m_2 = \dfrac{P_2}{g} = \dfrac{2P}{g}$; $a_C$, $\varepsilon_2$ – ускорение центра масс и угловое ускорение катка 2; $J_C$ – момент инерции однородного катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс, перпендикулярно плоскости диска, $J_C = \dfrac{m_2 R_2^2}{2} = \dfrac{PR_2^2}{g} = \dfrac{4Pr^2}{g}$. В уравнении вращательного движения диска момент силы считается положительным, если создаваемый им поворот направлен в сторону вращения диска,

К системе четырех уравнений, описывающих движения тел в системе, необходимо добавить уравнения связей. Если предположить, что скорость центра масс катка 2 равна $V_C$, то угловая скорость катка определится по формуле: $\omega_2 = \dfrac{V_C}{CK_2} = \dfrac{V_C}{R_2}$, где $CK_2$ – расстояние от центра масс катка 2 до его мгновенного центра скоростей (см. рис. 5.4, *c*). Продифференцировав по времени последнее равенство, получим уравнение связи между ускорением центра масс катка 2 и его угловым ускорением: $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \dfrac{\dot{V}_C}{R_2} = \dfrac{a_C}{R_2} = \dfrac{a_C}{2r}$.

Скорость точки *B* катка 2 (см. рис. 5.4, *c*) $V_B = \omega_2 \cdot BK_2 = \dfrac{V_C}{R_2} 2R_2 = 2V_C$. Точка *B* катка 2 и точка *A* блока 3 соединены нитью (см. рис. 5.3), поэтому их скорости равны. Приравняв скорости точек *A* и *B*, получим равенство: $2V_C = V_B = V_A = \omega_3 r_3 = \omega_3 r$, откуда $\omega_3 = \dfrac{2V_C}{r}$. После дифференцирования последнего выражения найдём соотношение между ускорениями: $\varepsilon_3 = \dfrac{2a_C}{r}$.

Скорость груза 1 связана со скоростью центра масс диска 2 следующим образом: $V_1 = V_D = \omega_3 R_3 = \dfrac{2V_C}{r} 3r = 6V_C$. Тогда $a_1 = 6a_C$.

В результате получены четыре уравнения, описывающие движение тел в системе:

$$\frac{2P}{g}a_1 = 2P - Q_1, \quad \frac{9Pr^2}{g}\varepsilon_3 = Q_1 3r + Pr - Q_2 r;$$

$$\frac{2P}{g}a_C = Q_2 - 3P - F_{\text{сц}} - P, \quad \frac{4Pr^2}{g}\varepsilon_2 = Q_2 2r + F_{\text{сц}} 2r$$

и три уравнения связей: $\varepsilon_2 = \frac{a_C}{2r}$, $\varepsilon_3 = \frac{2a_C}{r}$, $a_1 = 6a_C$.

После подстановки уравнений связи в уравнения движения тел получим систему четырёх уравнений с четырьмя неизвестными:

$$\frac{12P}{g}a_C = 2P - Q_1, \quad \frac{18P}{g}a_C = 3Q_1 + P - Q_2,$$

$$\frac{2P}{g}a_C = Q_2 - 4P - F_{\text{сц}}, \quad \frac{P}{g}a_C = Q_2 + F_{\text{сц}},$$

которая может быть решена любым известным из курса математики способом.

Например, исключив из первых двух уравнений величину $Q_1$, а из третьего и четвёртого уравнений – величину $F_{\text{сц}}$, получим систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\frac{54P}{g}a_C = 7P - Q_2, \; \frac{3P}{g}a_C = 2Q_2 - 4P,$$

откуда $a_C = \frac{10}{111}g$, $Q_2 = \frac{79}{37}P$. Величину натяжения нити $Q_1$ находим из первого уравнения исходной системы: $Q_1 = \frac{34}{37}P$.

Для вычисления динамической реакции $R_3$ оси блока 3 заметим, что центр масс блока 3 неподвижен и его ускорение равно нулю, $\vec{a}_{O_3} = 0$. Тогда уравнения движения центра масс блока 3 в проекциях на оси $x, y$ имеют вид :

$$m_3 a_{O_3 x} = X_3 - Q_2 \cos 30^\circ = 0, \; m_3 a_{O_3 y} = Y_3 - Q_1 - P_3 - Q_2 \cos 60^\circ = 0,$$

где $X_3$, $Y_3$, – проекции реакции $R_3$ оси вращающегося блока 3 на оси $x$, $y$ (см. рис. 5.4, *b*). Отсюда, с учетом значений $Q_1 = 0{,}919P$ и $Q_2 = 2{,}135P$, проекции динамической реакции оси блока 3: $X_3 = Q_2 \cos 30^\circ = 1{,}85P$, $Y_3 = Q_1 + P_3 + Q_2 \cos 60^\circ =$

4,98$P$. Полная величина динамической реакции оси блока 3: $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2} =$ 5,31$P$.

### 5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы

**Кинетическая энергия тела при поступательном движении:** $T = \frac{1}{2} m V_C^2$, где $m$ – масса тела; $V_C$ – скорость центра масс тела. **Кинетическая энергия тела при вращательном движении** вокруг неподвижной оси $z$: $T = \frac{1}{2} J_z \omega^2$, где $J_z$ – момент инерции тела относительно оси $z$; $\omega$ – угловая скорость тела. Для дисков с равномерно распределённой массой момент инерции относительно оси $z$, проходящей через центр масс: $J_z = \frac{1}{2} m R^2$, где $R$ – радиус диска. Для тел с неравномерно распределённой массой $J_z = m i_z^2$, где $i_z$ – радиус инерции. **Кинетическая энергия тела при плоскопараллельном движении:** $T = \frac{1}{2} m V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega^2$, где $m$ – масса тела; $V_C$, $\omega$ – скорость центра масс и угловая скорость тела; $J_{zC}$ – момент инерции тела относительно оси $z$, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения.

**Работа постоянной по модулю и направлению силы** $\vec{F}$ на конечном прямолинейном перемещении $S$ точки приложения силы: $A(F) = FS\cos\alpha$, где $\alpha$ – угол между вектором силы и перемещением. Если угол $\alpha$ острый, работа положительна. Если тупой – отрицательна. При $\alpha = 90°$ сила перпендикулярна перемещению точки и работа силы равна нулю.

**Работа пары сил с постоянным моментом** $M$ при повороте тела на конечный угол $\varphi$: $A = \pm M\varphi$, где $\varphi$ – угол поворота тела. Работа считается положительной, если пара сил стремится повернуть тело в направлении его вращения, и отрицательной – в противном случае.

**Мощностью силы** $\vec{F}$ называют величину $N(F)$, равную скалярному произведению силы на скорость точки её приложения: $N(F) = \vec{F} \cdot \vec{V} = = F \cdot V\cos\alpha$, где $V$ – скорость точки приложения силы; $\alpha$ – угол между вектором силы и вектором скорости точки приложения силы.

При плоском движении тела мощность силы выражается суммой скалярных произведений векторов: $N = \vec{F} \cdot \vec{V}_O + \vec{M}_O(\vec{F}) \cdot \vec{\omega} = F \cdot V_O\cos\alpha \pm Fh_O\omega$, где $\vec{V}_O$ – вектор скорости точки, выбранной полюсом; $\vec{\omega}$ – вектор угловой скорости тела; $\vec{M}_O$ – вектор момента силы $\vec{F}$ относительно полюса; $h_O$ – плечо силы $\vec{F}$ относительно полюса *O*.

**Теорема об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме.** Производная по времени от кинетической энергии системы равна сумме мощностей внешних и внутренних сил $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e) + \sum N(\vec{F}_k^i)$, где $T$ – кинетическая энергия системы; $\sum N(\vec{F}_k^e)$, $\sum N(\vec{F}_k^i)$ – сумма мощностей, соответственно, внешних и внутренних сил.

**Теорема об изменении кинетической энергии системы на конечном перемещении**. Изменение кинетической энергии системы на её конечном перемещении равно сумме работ внешних и внутренних сил, действующих на систему $T - T_0 = \sum A(\vec{F}_k^e) + \sum A(\vec{F}_k^i)$, где $T$, $T_0$ – кинетическая энергия системы, соответственно, в текущем и начальном состояниях; $\sum A(\vec{F}_k^e)$, $\sum A(\vec{F}_k^i)$ – сумма работ внешних и внутренних сил при перемещении системы из начального состояния в текущее.

Механические системы, состоящие из абсолютно твердых тел, соединенных гибкими нерастяжимыми нитями, называются **неизменяемыми**. В неизменяемых системах сумма работ внутренних сил и, следовательно, сумма мощностей этих сил равны нулю. Поэтому для таких систем в теореме об изменении кинетической энергии достаточно учитывать только внешние силы.

## 5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Неизменяемая механическая система состоит из ступенчатого и однородного дисков, соединённых нерастяжимой нитью или невесомым стержнем. Нити и стержни, соединяющие диски, параллельны плоскостям качения дисков. Качение дисков без скольжения. Скольжение между невесомым стержнем и дисками отсутствует.

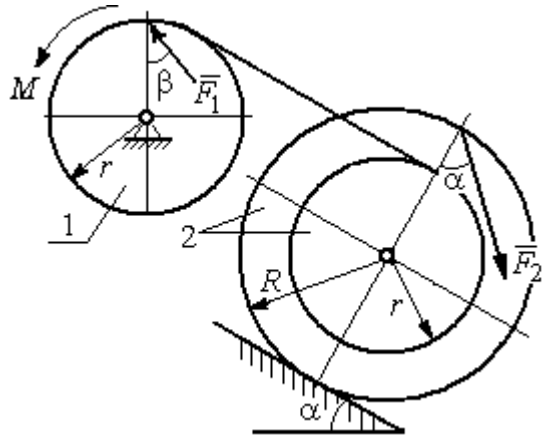
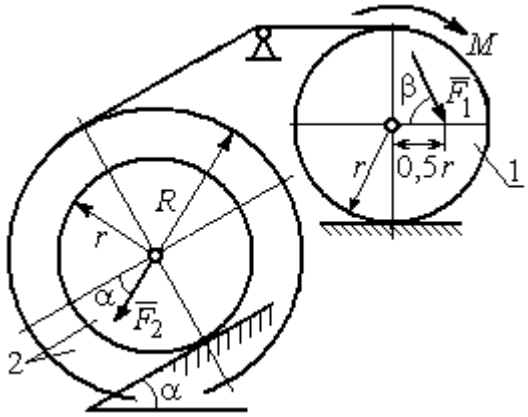
Вес дисков $P_1$ и $P_2$. Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и пары сил с моментом *M*. Направления действия сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и наклон плоскости (если он есть) определяются углами $\alpha$ или $\beta$, показанными на схемах механизмов.

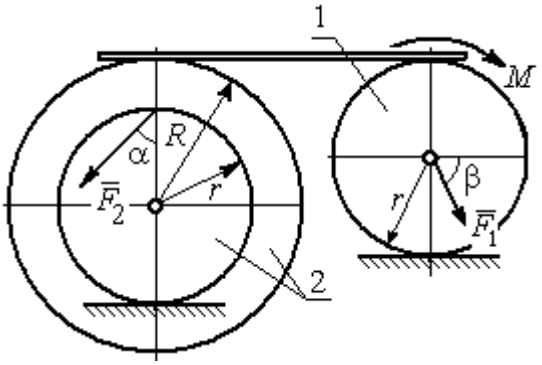
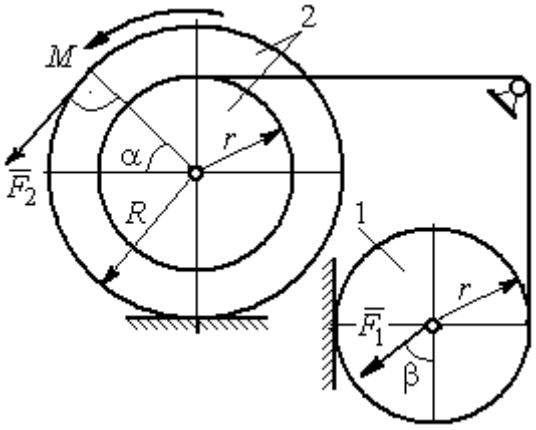
Радиус однородного диска *r*. Радиусы ступеней ступенчатого диска *R* и *r*. Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен $i_z$.

1. Найти ускорение центра масс диска 2.

2. Найти реакцию опоры диска 2 на плоскость (её нормальную составляющую и силу сцепления диска с плоскостью).

Варианты задания приведены на рис. 5.5, 5.6, исходные данные представлены в табл. 5.2.

| Варианты № 1, 11, 21 | Варианты № 2, 12, 22 |
|---|---|
|  |  |

| Варианты № 3, 13, 23 | Варианты № 4, 14, 24 |
|---|---|
|  |  |

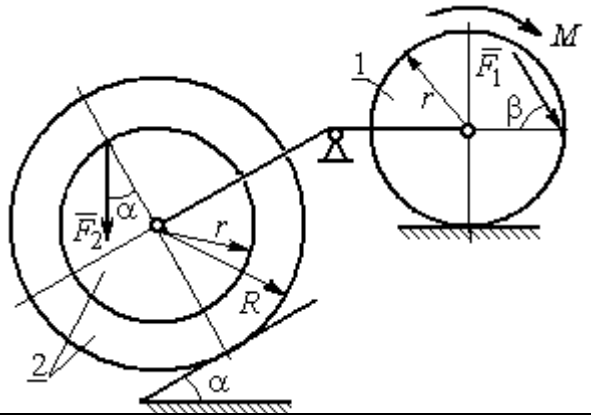
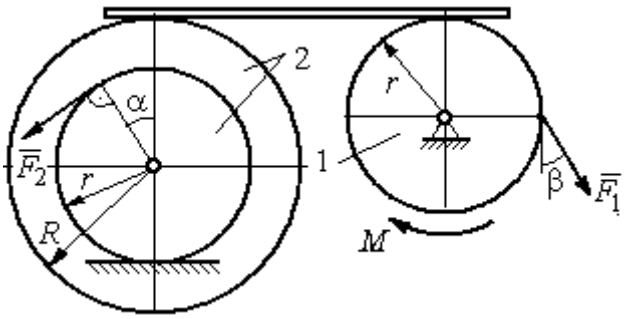
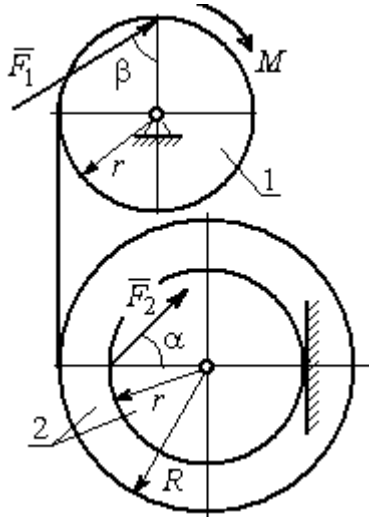
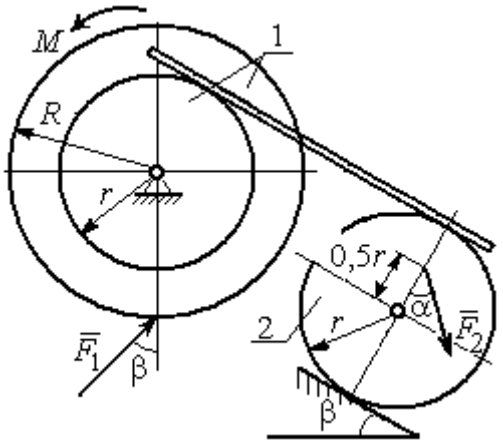
| Вариант № 5, 15, 25 | Варианты № 6, 16, 26 |
|---|---|
|  |  |

Рис. 5.5. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии. Варианты задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

*Окончание вариантов задания Д5*

| **Варианты № 7, 17, 27** | **Варианты № 8, 18, 28** |
|---|---|
|  |  |

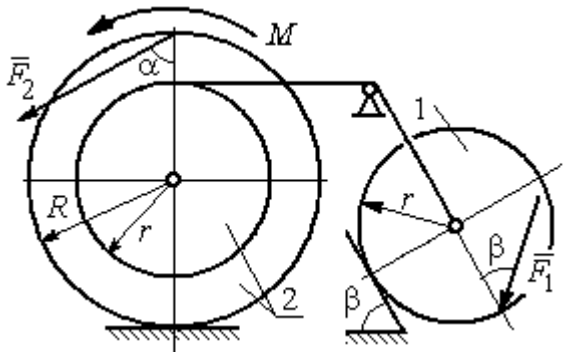
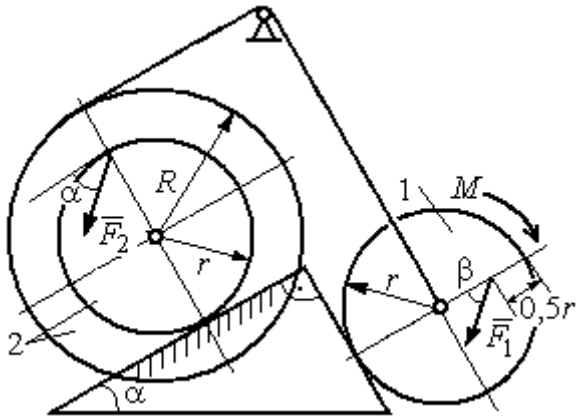
| **Варианты № 9, 19, 29** | **Варианты 10, 20, 30** |
|---|---|
|  |  |

Рис. 5.6. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии. Варианты задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 5.2

**Исходные данные задания Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии**

| Номер варианта задания | $P_1$, Н | $P_2$, Н | $F_1$, Н | $F_2$, Н | $M$, Н·м | $\alpha$, град | $\beta$, град | $R$, м | $r$, м | $i_z$, м |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 10 | 20 | 15 | 20 | 25 | 30 | 60 | 0,4 | 0,3 | 0,3 |
| **2** | 20 | 30 | 10 | 20 | 20 | 60 | 30 | 0,6 | 0,3 | 0,4 |
| **3** | 10 | 15 | 12 | 20 | 25 | 60 | 60 | 1,2 | 0,6 | 0,8 |
| **4** | 12 | 25 | 20 | 25 | 35 | 30 | 30 | 1,5 | 0,5 | 1,2 |

*Окончание табл. 5.2*

| Номер варианта задания | $P_1$, Н | $P_2$, Н | $F_1$, Н | $F_2$, Н | $M$, Н·м | $\alpha$, град | $\beta$, град | $R$, м | $r$, м | $i_z$, м |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **5** | 15 | 20 | 10 | 20 | 30 | 60 | 30 | 0,8 | 0,4 | 0,7 |
| **6** | 18 | 20 | 18 | 22 | 22 | 45 | 60 | 1,2 | 0,4 | 0,9 |
| **7** | 15 | 25 | 10 | 8 | 20 | 45 | 45 | 0,9 | 0,6 | 0,7 |
| **8** | 25 | 22 | 10 | 12 | 30 | 45 | 60 | 1,0 | 0,8 | 0,9 |
| **9** | 12 | 25 | 18 | 10 | 32 | 30 | 30 | 0,8 | 0,6 | 0,7 |
| **10** | 10 | 15 | 8 | 10 | 28 | 60 | 30 | 1,4 | 0,7 | 1,2 |
| **11** | 15 | 22 | 20 | 25 | 30 | 60 | 45 | 0,6 | 0,4 | 0,5 |
| **12** | 20 | 25 | 15 | 40 | 30 | 30 | 60 | 0,8 | 0,4 | 0,6 |
| **13** | 10 | 20 | 10 | 25 | 30 | 45 | 30 | 1,0 | 0,5 | 0,9 |
| **14** | 12 | 15 | 18 | 15 | 25 | 30 | 30 | 0,9 | 0,3 | 0,8 |
| **15** | 20 | 25 | 20 | 20 | 30 | 45 | 60 | 1,0 | 0,5 | 0,8 |
| **16** | 10 | 15 | 10 | 15 | 16 | 60 | 45 | 1,2 | 0,4 | 1,1 |
| **17** | 18 | 25 | 12 | 10 | 30 | 30 | 30 | 1,5 | 0,9 | 1,3 |
| **18** | 25 | 20 | 10 | 15 | 20 | 60 | 60 | 0,8 | 0,5 | 0,7 |
| **19** | 12 | 25 | 10 | 10 | 32 | 60 | 60 | 1,2 | 0,9 | 1,1 |
| **20** | 15 | 20 | 8 | 20 | 25 | 30 | 45 | 0,8 | 0,4 | 0,7 |
| **21** | 10 | 25 | 25 | 15 | 30 | 45 | 30 | 0,7 | 0,5 | 0,6 |
| **22** | 18 | 20 | 20 | 20 | 35 | 60 | 45 | 1,4 | 0,7 | 0,9 |
| **23** | 10 | 15 | 10 | 30 | 30 | 30 | 30 | 1,4 | 0,7 | 0,8 |
| **24** | 10 | 15 | 12 | 20 | 20 | 30 | 30 | 1,2 | 0,4 | 0,8 |
| **25** | 12 | 18 | 20 | 18 | 30 | 60 | 30 | 1,2 | 0,6 | 1,1 |
| **26** | 10 | 12 | 12 | 15 | 15 | 30 | 30 | 0,9 | 0,3 | 0,8 |
| **27** | 15 | 22 | 10 | 12 | 20 | 45 | 60 | 0,8 | 0,6 | 0,7 |
| **28** | 22 | 20 | 8 | 16 | 8 | 30 | 45 | 0,6 | 0,2 | 0,4 |
| **29** | 18 | 25 | 10 | 8 | 32 | 60 | 60 | 1,2 | 0,8 | 1,1 |
| **30** | 20 | 25 | 8 | 20 | 28 | 30 | 30 | 0,8 | 0,4 | 0,6 |

## Пример выполнения задания Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Механическая система состоит из ступенчатого и однородного дисков, соединённых невесомым стержнем (рис. 5.7). Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести, сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и пары сил с моментом $M$. Направления действия сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ определяются углами $\alpha$ и $\beta$.

Диск 1 вращается вокруг неподвижной оси $O_1$. Диск 2 катится прямолинейно по горизонтальной поверхности. Качение диска 2 без проскальзывания. Невесомый стержень, соединяющий диски, расположен горизонтально. Скольжение между стержнем и дисками отсутствует.

Определить ускорение центра масс диска 2, угловое ускорение дисков, усилие в стержне, динамическую реакцию шарнира $O_1$, реакцию опоры диска 2 (её нормальную составляющую и силу сцепления диска с поверхностью качения), если модули сил тяжести $P_1 = 40$ Н, $P_2 = 60$ Н, модули сил $F_1 = 80$ Н, $F_2 = 30$ Н, величина момента $M = 35$ Н·м, углы наклона сил $\alpha = 30°$, $\beta = 45°$, радиусы дисков $R = 0{,}8$ м, $r = 0{,}6$ м, радиус инерции диска 2 $i_z = 0{,}4$ м.

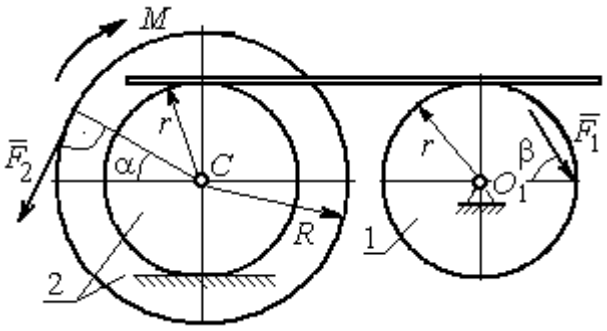


Рис. 5.7. Схема движения механической системы

*Решение*

Предположим, что во время движения системы диск 1 вращается по ходу часовой стрелки. Угловые скорости $\omega_1$ и $\omega_2$ дисков 1 и 2 и скорость центра масс диска 2 показаны на рис. 5.8.

На диск 1 действуют силы: $\vec{F}_1$, сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция шарнира $O_1$, разложенная на составляющие $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$. На диск 2: сила $\vec{F}_2$, сила тяжести $\vec{P}_2$, пара сил с моментом $M$, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила сцепления диска 2 с поверхностью $\vec{F}_{\text{сц}}$. Направления действия сил показаны на рис. 5.8.

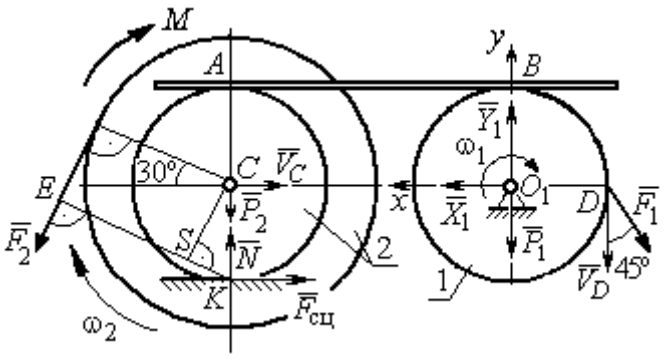


Рис. 5.8. Расчетная схема для исследования движения системы

Для решения задачи воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме. По условию задачи рассматриваемая система неизменяемая и, следовательно, сумма мощностей внутренних сил равна нулю. В этом случае теорема об изменении кинетической энергии системы принимает вид $\dfrac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e)$, где $T$ – энергия системы в текущем положении; $\sum N(\vec{F}_k^e)$ – суммарная мощность внешних сил.

Найдём кинетическую энергию системы и выразим её через скорость центра масс диска 2.

Кинетическая энергия вращательного движения диска 1: $T_1 = \frac{1}{2} J_{zO_1} \omega_1^2$, где $\omega_1$ – угловая скорость диска 1; $J_{zO_1}$ – осевой момент инерции диска 1, $J_{zO_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$. Диск 2 движется плоскопараллельно. Его кинетическая энергия определяется по формуле: $T_2 = \frac{1}{2} m_2 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_2^2$, где $V_C$, $\omega_2$ – скорость центра масс и угловая скорость диска 2; $J_{zC}$ – момент инерции ступенчатого диска 2 относительно оси *z*, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_{zC} = m_2 i_z^2$.

У диска 2 мгновенный центр скоростей находится в точке касания его с неподвижной поверхностью (точка *K* на рис. 5.8). Тогда скорость точки *C* определяется по формуле $V_C = \omega_2 \cdot CK = \omega_2 r$, откуда $\omega_2 = \frac{V_C}{r}$. Скорость точки *A* $V_A = \omega_2 \cdot AK = \omega_2 2r$, или $V_A = 2V_C$.

Так как нет проскальзывания между стержнем и дисками, скорость точки $A$ на диске 2 равна скорости точки *B* на диске 1, причём $V_B = \omega_1 r$. Приравнивая скорости $V_B = V_A$, найдем $\omega_1 = \frac{2V_C}{r}$.

С учетом найденных зависимостей кинетические энергии дисков 1 и 2 и суммарная энергия системы имеют вид

$$T_1 = \frac{1}{2} J_{zO_1} \omega_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_1 r^2}{2g} \left( \frac{2V_C}{r} \right)^2 = \frac{P_1}{g} V_C^2;$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_2}{g} V_C^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{P_2}{g} i_z^2 \left( \frac{V_C}{r} \right)^2;$$

$$T = T_1 + T_2 = \frac{P_1}{g} V_C^2 + \frac{1}{2} \frac{P_2}{g} \left( 1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) V_C^2.$$

Производная по времени от кинетической энергии системы

$$\frac{dT}{dt} = 2V_C \frac{dV_C}{dt}\left[\frac{P_1}{g} + \frac{P_2}{2g}\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right)\right].$$

Найдем сумму мощностей внешних сил. Отметим, что мощности силы тяжести $\vec{P}_1$ и сил реакции $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$ подшипника $O_1$ равны нулю, так как нет перемещения точек приложения этих сил. Мощности сил $\vec{N}$ и $\vec{F}_{\text{сц}}$ – нормальной реакции опоры диска 2 и силы сцепления диска с плоскостью также равны нулю, так как точкой приложения этих сил является мгновенный центр скоростей диска 2, скорость которого равна нулю. Мощность силы $\vec{P}_2$ равна нулю, так как угол между вектором силы и скоростью точки приложения силы – точки $C$ – равен 90° (см. рис. 5.8). Для определения мощности силы $\vec{F}_2$, приложенной к диску 2, воспользуемся формулой расчета мощности силы при плоскопараллельном движении тела. Выберем в качестве полюса точку $K$ – мгновенный центр скоростей диска 2, скорость которого $V_K = 0$ (см. рис. 5.8). В этом случае мощность силы $\vec{F}_2$ равна: $N(\vec{F}_2) = \vec{M}_K \cdot \vec{\omega}_2 = -F_2 h_K \omega_2$, где $\vec{M}_K = M_K(\vec{F}_2)$ – вектор момента силы $\vec{F}_2$ относительно центра $K$; $\vec{\omega}_2$, $\omega_2$ – вектор и модуль угловой скорости диска 2; $h_K$ – плечо силы $\vec{F}_2$ относительно центра $K$. Мощность силы $\vec{F}_2$ отрицательная, так как направление момента силы $\vec{F}_2$ относительно точки $K$ противоположно направлению угловой скорости диска 2.

В результате, мощность силы $\vec{F}_2$:

$$N(\vec{F}_2) = -F_2 h_K \omega_2 = -F_2(R + r\cos 60^\circ)\omega_2 = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right).$$

Здесь $h_K = EK = ES + SK = R + r\cos 60^\circ$ (см. рис. 5.8).

Заметим, что для вычисления мощности силы $F_2$ можно использовать в качестве полюса центр масс диска – точку $C$. Имеем:

$$N(\vec{F}_2) = \vec{F}_2 \cdot \vec{V}_C + \vec{M}_C(F_2) \cdot \vec{\omega}_2 = F_2 V_C \cos 120^\circ - F_2 R\omega_2 = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right).$$

Момент $M$ направлен в сторону вращения диска 2. Его мощность положительная: $N(M) = M\omega_2 = M\dfrac{V_C}{r}$. Мощность силы $\vec{F}_1$, приложенной в точке $D$, $N(\vec{F}_1) = F_1 V_D \cos 45^\circ = F_1 V_C \sqrt{2}$. Здесь учтено очевидное равенство $V_D = V_A = 2V_C$ (см. рис. 5.8).

Суммарная мощность внешних сил:

$$\sum N(F^e) = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2}+\frac{R}{r}\right)+M\frac{V_C}{r}+F_1 V_C\sqrt{2}.$$

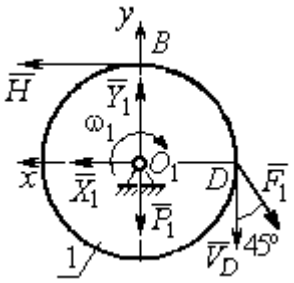



Рис. 5.9. Силы, действующие на диск 1 во время движения

В результате теорема об изменении кинетической энергии системы приводится к виду

$$2V_C\frac{dV_C}{dt}\left[\frac{P_1}{g}+\frac{P_2}{2g}\left(1+\frac{i_z^2}{r^2}\right)\right] = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2}+\frac{R}{r}\right)+M\frac{V_C}{r}+F_1 V_C\sqrt{2},$$

откуда ускорение центра масс диска 2:

$$a_C = \frac{dV_C}{dt} = \frac{\left[-F_2\left(\frac{1}{2}+\frac{R}{r}\right)+\frac{M}{r}+F_1\sqrt{2}\right]g}{\left[2P_1+P_2\left(1+\frac{i_z^2}{r^2}\right)\right]}.$$

Подставляя исходные данные задачи, получим: $a_C = 6{,}85$ м/с$^2$.

Для определения углового ускорения диска 2 продифференцируем по времени равенство $\omega_2 = \dfrac{V_C}{CK} = \dfrac{V_C}{r}$. Дифференцирование здесь допустимо, так как во время движения диска 2 расстояние от точки $C$ до мгновенного центра скоростей диска 2 – точки $K$ – не меняется.

Найдем $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \dfrac{\dot{V}_C}{r} = \dfrac{a_C}{r} = 11{,}42$ рад/с$^2$. Угловое ускорение диска 1 находится путём дифференцирования равенства $\omega_1 = 2\omega_2$. Имеем: $\varepsilon_1 = 2\varepsilon_2 = 22{,}84$ рад/с$^2$.

Для того чтобы определить реакцию стержня, освобождаемся от стержня, заменяем его реакцией $\vec{H}$ и составляем уравнения движения дисков 1 и 2.

Силы, действующие на диск 1 во время движения, показаны на рис. 5.9. Уравнение вращательного движения диска 1 в алгебраической форме: $J_{zO_1}\varepsilon_1 = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$, где $\varepsilon_1$ – угловое ускорение диска; $J_{zO_1}$ – момент инерции диска 1 относительно оси *z*, проходящей через точку $O_1$ перпендикулярно плоскости диска, $J_{zO_1} = \dfrac{m_1 r^2}{2}$; $\sum M_{zO_1}(\vec{F}_k^e)$ – сумма моментов внешних сил относительно оси *z*.

Считая моменты сил положительными, если они создают поворот диска в сторону его вращения, составим сумму моментов внешних сил относительно оси *z*: $\sum M_{zO_1}(\vec{F}_k^e) = F_1 r\cos 45^\circ - Hr$. В результате уравнение вращательного движения диска 1 принимает вид: $\dfrac{P_1 r^2}{2g}\varepsilon_1 = F_1 r\cos 45^\circ - Hr$.

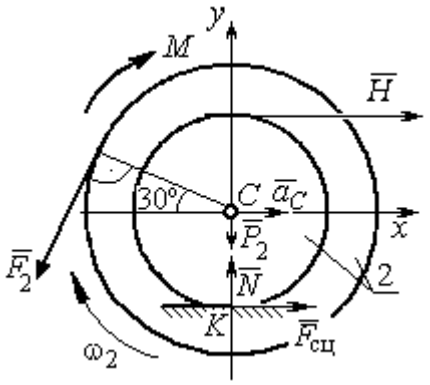


Рис. 5.10. Силы, действующие на диск 2 во время движения

Подставляя в уравнение исходные данные задачи с учетом найденного значения углового ускорения диска 1 $\varepsilon_1$ = 22,84 рад/с$^2$, найдем реакцию стержня *H* = 28,63 Н.

Для определения динамической реакции шарнира $O_1$ диска 1 применим теорему о движении центра масс. Выберем оси координат $O_1x$ и $O_1y$, как показано на рис. 5.9, и составим уравнение движения центра масс диска 1 в проекциях на оси координат с учётом того, что сам центр масс неподвижен и его ускорение равно нулю.

Получим систему:

$$H + X_1 - F_1\sin 45^\circ = 0,\quad Y_1 - P_1 - F_1\cos 45^\circ = 0.$$

Отсюда, с учётом найденной величины усилия в стержне *H* = 28,63 Н, находим составляющие динамической реакции шарнира: $X_1$ = 27,94 Н, $Y_1$ = 96,57 Н. Полная реакция шарнира $R_{O_1} = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2}$ =100,53 Н.

Для определения величины силы сцепления диска 2 с поверхностью качения

и нормальной составляющей реакции опоры диска используем теорему о движении центра масс. Силы, приложенные к диску 2, и выбранная система координат *xCy* показаны на рис. 5.10. Уравнения движения центра масс диска 2 в проекциях на оси $x, y$ имеют вид:

$$m_2 a_C = H + F_{\text{сц}} - F_2 \cos 60^\circ;$$

$$0 = -F_2 \cos 30^\circ - P_2 + N.$$

С учетом найденных значений реакции стержня $H = 28{,}63$ Н и ускорения центра масс диска 2 $a_C = 6{,}85$ м/с$^2$, находим силу сцепления и нормальную реакцию опоры: $F_{\text{сц}} = 28{,}27$ Н, $N = 85{,}98$ Н.

Полная реакция опоры $R_K = \sqrt{N^2 + F_{\text{сц}}^2} = 90{,}51$ Н.

# АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

## 6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики

**Силой инерции** материальной точки называют векторную величину, модуль которой равен произведению массы точки на модуль её ускорения, направленную противоположно этому ускорению $\vec{R}^{\text{и}} = -m\vec{a}$, где $m$ – масса точки; $\vec{a}$ – вектор ускорения точки.

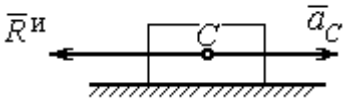


Рис. 6.1. Главный вектор сил инерции при поступательном движении твердого тела

При поступательном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ система сил инерции, приложенных к каждой точке тела, приводится к главному вектору сил инерции $\vec{R}^{\text{и}}$, равному по величине $R^{\text{и}} = ma_C$, приложенному в центре масс тела и направленному в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$ (рис. 6.1).

При вращении тела вокруг неподвижной оси $z$, проходящей через центр масс, главный вектор сил инерции, приведённый к центру масс тела, обращается в нуль (так как ускорение центра масс равно нулю). Таким образом, система сил инерции приводится к паре сил с моментом $\vec{M}^{\text{и}}$, равным главному моменту сил инерции относительно оси вращения. Величина главного момента сил инерции $M^{\text{и}} = J_z\varepsilon$, где $J_z$ – момент инерции тела относительно оси $z$; $\varepsilon$ – угловое ускорение тела. Направлен главный момент сил инерции в сторону, противоположную угловому ускорению (рис. 6.2).

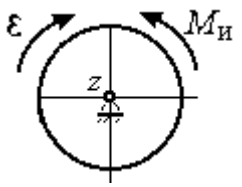


Рис. 6.2. Главный момент сил инерции при вращении тела вокруг оси, проходящей через центр масс

При плоскопараллельном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ и угловым ускорением $\varepsilon$ система сил инерции, приложенных к каждой точке тела, приводится к силе $\vec{R}^{\text{и}}$, равной главному вектору сил инерции, и паре сил с моментом $\vec{M}^{\text{и}}$, равным главному моменту сил инерции относительно оси, проходящей через центр масс тела перпендикулярно плоскости движения (рис. 6.3). Главный

вектор сил инерции равен по модулю произведению массы тела на ускорение его центра масс: $R^{и} = ma_C$, приложен в центре масс тела и направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$ центра масс. Главный момент сил инерции равен по величине произведению момента инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, на угловое ускорение тела: $M^{и} = J_C\varepsilon$, где $J_C$ – момент инерции тела. Направлен главный момент сил инерции в сторону, противоположную угловому ускорению (см. рис. 6.3).

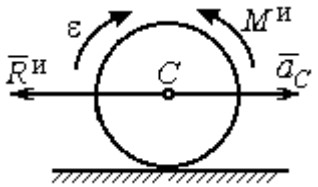


Рис. 6.3. Главный вектор и главный момент сил инерции при плоскопараллельном движении твердого тела

**Принцип Даламбера для системы**. Если в любой момент времени к каждой из точек системы кроме действующих на нее внешних и внутренних сил присоединить соответствующие силы инерции, то полученная система сил будет уравновешенной. Принцип Даламбера даёт возможность составлять уравнения движения механической системы в виде уравнений равновесия:

$$\sum \vec{F}_k^e + \vec{R}^{и} = 0, \ \sum \vec{M}_O(\vec{F}_k^e) + \vec{M}_O^{и} = 0,$$

где $\vec{F}_k^e$ – внешние силы, приложенные к системе; $\vec{R}^{и}$ – главный вектор сил инерции; $\vec{M}_O(\vec{F}_k^e)$ – момент внешних сил, приложенных к системе, относительно произвольного центра *O*; $\vec{M}_O^{и}$ – главный момент сил инерции относительно центра *O*.

Силы, действующие на систему, можно подразделить на активные и реакции связей. **Идеальными связями** в механической системе называют такие связи, для которых сумма элементарных работ их реакций на любом возможном перемещении равна нулю.

**Принцип возможных перемещений.** Для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма элементарных работ всех активных сил, приложенных к точкам системы, была равна нулю на любом возможном перемещении системы: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{акт}) = 0$, где $\delta A(\vec{F}_k^{акт})$ – элементарная работа активных сил на возможном перемещении.

Совместное применение принципа Даламбера и принципа возможных перемещений приводит к формулировке общего уравнения динамики.

**Общее уравнение динамики.** При движении механической системы с идеальными связями в каждый момент времени сумма элементарных работ всех приложенных активных сил и сил инерции на любом возможном перемещении равна нулю: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0$, где $\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}})$, $\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}})$ – элементарные работы активных сил и сил инерции, приложенных к системе, на её возможном перемещении.

При вычислении элементарных работ активных сил и сил инерции используют обычные формулы для вычисления работы сил на элементарном перемещении точек их приложения. При этом переменные силы на элементарном перемещении точек их приложения считаются постоянными.

## 6.2. Задание Д6. Исследование механической системы с применением общего уравнения динамики

Механическая система с идеальными связями включает груз и два диска – однородного радиусом $R$ или $r$ и ступенчатого. Ступенчатый диск состоит из двух одноосных цилиндров радиусом $R$ и $r$. Радиусы дисков указаны на схеме. Тела соединены нерастяжимыми нитями или невесомыми стержнями. Система движется в вертикальной плоскости из состояния покоя под действием сил тяжести, постоянной силы $\vec{F}$, а также пары сил с переменным моментом $M$. Направление действия силы $\vec{F}$ и наклон плоскости движущихся тел определяются углами $\alpha$ и $\beta$. Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен $i_z$.

Качение дисков без проскальзывания. Скольжение между невесомым стержнем и дисками отсутствует. Движение грузов по плоскости без трения. Нити и стержни, соединяющие груз и диски, параллельны соответствующим плоскостям, по которым двигаются тела.

Найти уравнение движения центра масс диска 3. Определить реакцию шарнира диска 2 в момент времени $t = 1$ с.

Варианты задания приведены на рис. 6.4, 6.5. Исходные данные выбираются из табл. 6.1.

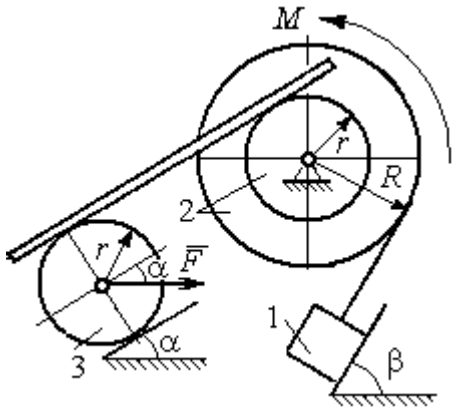
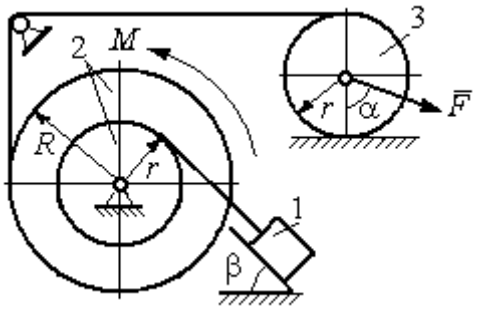
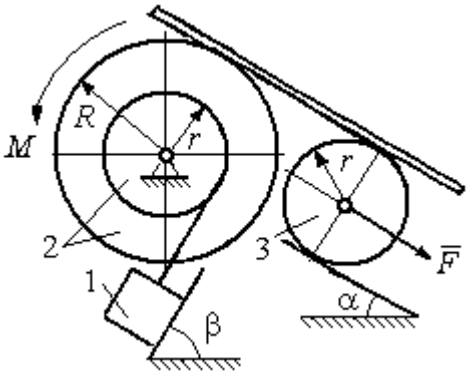
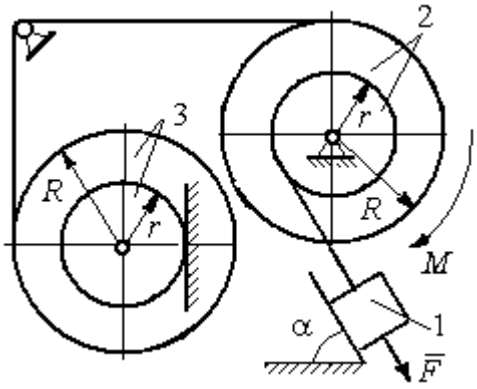
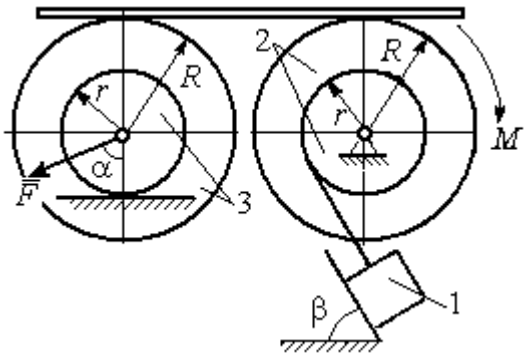
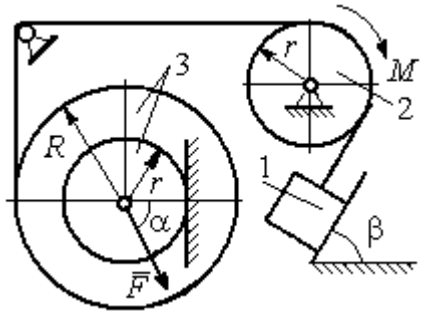
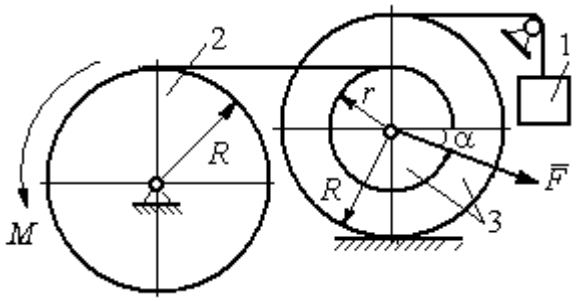
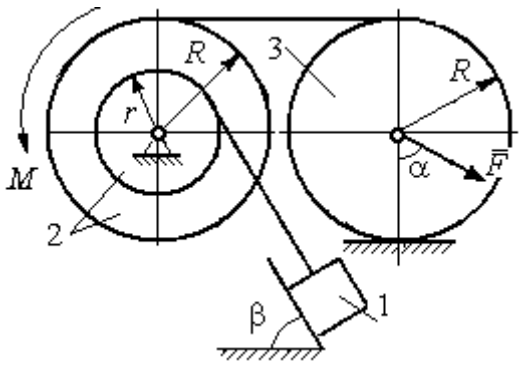
| **Варианты № 1, 11, 21** | **Варианты № 2, 12, 22** |
|---|---|
|  |  |
| **Варианты 3, 13, 23** | **Варианты № 4, 14, 24** |
|  |  |

Рис. 6.4. Задание Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики.
Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

| **Варианты № 5, 15, 25** | **Варианты № 6, 16, 26** |
|---|---|
|  |  |

| **Варианты № 7, 17, 27** | **Варианты № 8, 18, 28** |
|---|---|
|  |  |

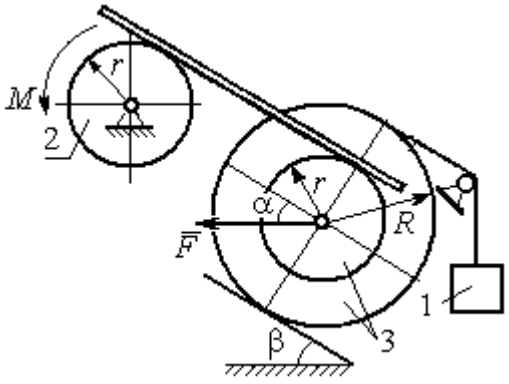
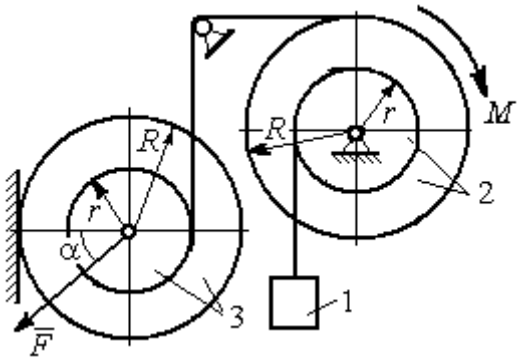
| **Варианты № 9, 19, 29** | **Варианты № 10, 20, 30** |
|---|---|
|  |  |

Рис. 6.5. Задание Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики. Номера вариантов задания 5 – 10, 15 – 20, 25 – 30

Таблица 6.1

**Исходные данные задания Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики**

| Номер варианта задания | $P_1$, Н | $P_2$, Н | $P_3$, Н | $F$, Н | $M$, Н·м | $\alpha$, град | $\beta$, град | $R$, м | $r$, м | $i_z$, м |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 10 | 20 | 8 | 20 | $3(2+t^2)$ | 30 | 60 | 0,6 | 0,3 | 0,4 |
| **2** | 10 | 22 | 15 | 15 | $4(t+3)$ | 30 | 30 | 0,8 | 0,4 | 0,6 |
| **3** | 5 | 18 | 10 | 6 | $8(t^2+1)$ | 90 | 30 | 0,4 | 0,3 | 0,3 |
| **4** | 5 | 22 | 10 | 5 | $14(t^2+t+1)$ | 30 | – | 0,6 | 0,5 | 0,6 |
| **5** | 5 | 20 | 16 | 9 | $3(t^2+4)$ | 45 | 60 | 0,6 | 0,3 | 0,5 |
| **6** | 10 | 16 | 14 | 15 | $4(5+t)$ | 60 | 30 | 1,0 | 0,6 | 0,8 |
| **7** | 6 | 20 | 20 | 8 | $9(3t^2+2)$ | 45 | – | 0,8 | 0,6 | 0,8 |
| **8** | 16 | 25 | 15 | 12 | $5(t^2+4)$ | 30 | 60 | 1,2 | 0,6 | 0,8 |
| **9** | 5 | 20 | 12 | 8 | $4(3+5t)$ | 60 | 30 | 0,6 | 0,4 | 0,5 |
| **10** | 6 | 25 | 8 | 10 | $5(3t+6)$ | 30 | – | 1,0 | 0,8 | 0,9 |
| **11** | 4 | 22 | 8 | 15 | $2+ t^2$ | 45 | 45 | 0,8 | 0,4 | 0,6 |
| **12** | 15 | 18 | 15 | 10 | $5(t+3)$ | 30 | 60 | 1,0 | 0,5 | 0,7 |
| **13** | 6 | 20 | 10 | 4 | $5(t^2+2)$ | 30 | 60 | 0,6 | 0,5 | 0,4 |
| **14** | 10 | 25 | 15 | 8 | $16(t+2)$ | 60 | – | 0,8 | 0,6 | 0,7 |
| **15** | 8 | 18 | 20 | 10 | $6(t+2)$ | 30 | 90 | 1,2 | 0,6 | 1,0 |
| **16** | 8 | 18 | 12 | 12 | $5(3+t^2)$ | 90 | 60 | 0,8 | 0,6 | 0,7 |
| **17** | 5 | 20 | 10 | 10 | $2t^2+20$ | 60 | – | 0,9 | 0,6 | 0,8 |
| **18** | 20 | 15 | 20 | 15 | $3(t+4)$ | 60 | 30 | 0,8 | 0,4 | 0,7 |
| **19** | 8 | 20 | 12 | 10 | $4(3+t)$ | 45 | 45 | 1,2 | 0,4 | 0,8 |
| **20** | 12 | 20 | 10 | 6 | $6(3t+4)$ | 45 | – | 1,0 | 0,6 | 0,9 |
| **21** | 15 | 25 | 12 | 12 | $6+t^2$ | 60 | 60 | 0,6 | 0,3 | 0,5 |
| **22** | 20 | 22 | 18 | 15 | $2(2t+9)$ | 45 | 45 | 0,8 | 0,4 | 0,6 |
| **23** | 8 | 24 | 12 | 8 | $7(3t^2+2)$ | 30 | 45 | 0,8 | 0,5 | 0,6 |
| **24** | 12 | 20 | 18 | 10 | $6(t+4)$ | 90 | – | 0,5 | 0,3 | 0,4 |
| **25** | 5 | 20 | 12 | 12 | $9(2+t^2)$ | 60 | 30 | 1,4 | 0,7 | 1,2 |
| **26** | 10 | 12 | 10 | 8 | $6(2+t)$ | 30 | 45 | 1,2 | 0,8 | 0,9 |
| **27** | 6 | 18 | 16 | 14 | $8(2t^2+3)$ | 30 | – | 0,8 | 0,2 | 0,6 |
| **28** | 10 | 20 | 20 | 20 | $3(t^2+3)$ | 45 | 30 | 0,6 | 0,3 | 0,5 |
| **29** | 10 | 18 | 8 | 12 | $5(4+t+ t^2)$ | 30 | 60 | 1,2 | 0,8 | 0,9 |
| **30** | 8 | 18 | 10 | 15 | $8(t^2+5)$ | 60 | – | 1,0 | 0,8 | 0,9 |

## Пример выполнения задания Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики

Механическая система состоит из груза 1, движущегося поступательно, ступенчатого диска 2 (каток), катящегося по неподвижной поверхности цилиндрической ступенькой, и однородного диска 3 (блок), вращающегося вокруг неподвиж-

ной оси, проходящей через центр масс блока (рис. 6.6). Качение катка 2 без проскальзывания, скольжение груза 1 – без трения. Движение системы происходит под действием сил тяжести, силы $\vec{F}$, приложенной к грузу 1 и пары сил с моментом $M$, приложенной к диску 3.

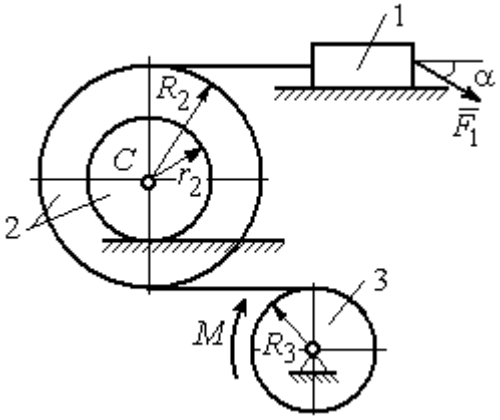


Рис. 6.6. Схема движения механической системы

Найти уравнение движения центра масс катка 2 если движение системы началось из состояния покоя. Определить реакцию шарнира диска 3 в момент $t$ = 1 с, если: $P_1$ = 10 Н; $P_2$ = 20 Н; $P_3$ = 15 Н; $F = 5(t+1)$ Н; $M = 6(1+2t)$ Н·м; $R_2$ = 0,8 м; $r_2$ = 0,2 м; $R_3$ = 0,4 м; $i_{2C}$ = 0,6 м.

*Решение*

В рассматриваемой механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, сила $\vec{F}$ и пара сил с моментом $M$ (рис. 6.7). Связи идеальные, так как скольжение груза 1 происходит по гладкой поверхности без трения, качение диска 2 без проскальзывания, а ось вращения блока 3 неподвижна.

Предположим, направление движения в системе задаёт пара сил с моментом $M$, приложенная к блоку 3. Обозначим $\omega_3$, $\varepsilon_3$ – угловая скорость и угловое ускорение блока 3, $V_C$, $a_C$ – скорость и ускорение центра масс катка 2, $V_1$, $a_1$ – скорость и ускорение груза 1. Направления векторов скоростей и ускорений точек и угловых скоростей и ускорений тел в соответствии с выбранным направлением движения системы показаны на рис. 6.7.

Общее уравнение динамики имеет вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0 .$$

Присоединим к телам системы силы инерции. Груз 1 движется поступательно. Главный вектор сил инерции груза 1 $\vec{R}_1^{\text{и}}$ приложен в центре масс груза и направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_1$ груза 1. Модуль главного вектора сил инерции груза 1 $R_1^{\text{и}} = m_1 a_1$, где $m_1$ – масса груза 1; $a_1$ – величина ускорения груза 1.

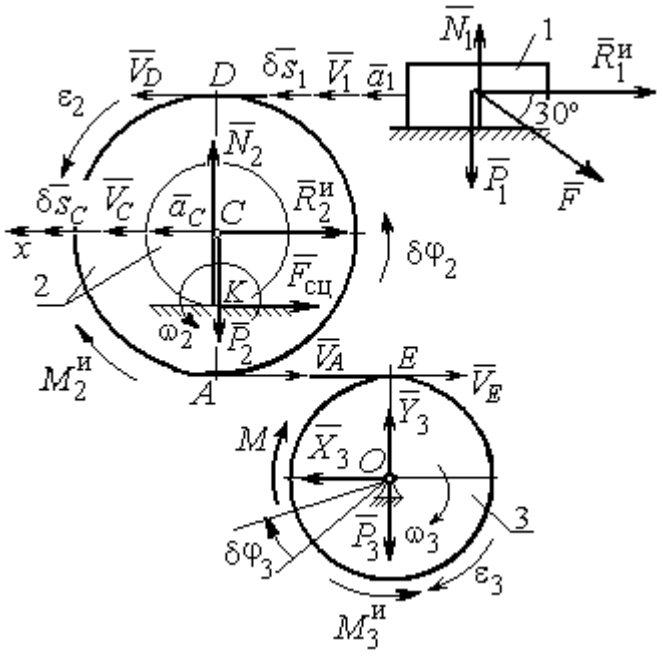



Рис. 6.7. Расчётная схема исследования движения механической системы

Система сил инерции катка 2, приводятся к силе, равной главному вектору сил инерции $\vec{R}_2^{\text{и}}$, приложенному в центре масс катка 2, и паре сил с моментом, равным главному моменту сил инерции $\vec{M}_2^{\text{и}}$ относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения. Главный вектор сил инерции направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$, и составляет $R_2^{\text{и}} = m_2 a_C$, где $m_2$ – масса катка 2; $a_C$ – величина ускорения центра масс. Главный момент сил инерции: $M_2^{\text{и}} = J_{2C}\varepsilon_2$, где $J_{2C}$ – момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения; $\varepsilon_2$ – угловое ускорение катка 2. Направлен главный момент сил инерции $M_2^{\text{и}}$ в сторону, противоположную угловому ускорению $\varepsilon_2$.

Главный вектор сил инерции, приложенных к блоку 3 и приведённых к центру масс блока, равен нулю, так как блок вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс, и ускорение центра масс блока равно нулю. В результате силы инерции блока 3 приводятся к паре сил, момент которой равен главному

моменту сил инерции $\vec{M}_3^{\text{и}}$ относительно оси вращения. Главный момент сил инерции блока 3 равен по величине $M_3^{\text{и}} = J_{3O}\varepsilon_3$, где $J_{3O}$ – момент инерции блока 3 относительно оси вращения; $\varepsilon_3$ – угловое ускорение блока 3, и направлен в сторону, противоположную угловому ускорению $\varepsilon_3$. Главные векторы и главные моменты сил инерции показаны на рис. 6.8.

Определим кинематические соотношения между скоростями точек системы и выразим их через скорость $V_C$ центра масс катка 2. Каток 2 катится по неподвижной поверхности без скольжения. Мгновенный центр скоростей катка находится в точке *K* касания катка с поверхностью (см. рис. 6.7). Угловая скорость катка 2 $\omega_2 = \dfrac{V_C}{CK} = \dfrac{V_C}{r_2}$. Скорость точки *A* катка 2: $V_A = \omega_2 \cdot AK = \omega_2(R_2 - r_2) =$ $V_C \dfrac{R_2 - r_2}{r_2}$. Скорость точки *E* блока 3 равна скорости точки *A* катка 2, $V_E = V_A$. Тогда угловая скорость блока 3:

$$\omega_3 = \frac{V_E}{R_3} = \frac{V_A}{R_3} = V_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Скорость груза 1 равна скорости точки *D* катка 2:

$$V_1 = V_D = \omega_2 \cdot DK = \omega_2(R_2 + r_2) = V_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}.$$

Соотношения между ускорениями определяются путем дифференцирования установленных кинематических равенств:

$$a_1 = a_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{a_C}{r_2}, \quad \varepsilon_3 = a_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Для того чтобы найти соотношения между перемещениями, выразим кинематические равенства между скоростями в дифференциальном виде и, полагая, что действительное перемещение является возможным, т. е. $ds = \delta s$, $d\varphi = \delta\varphi$, получим соотношения между возможными перемещениями:

$$\delta s_1 = \delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \quad \delta\varphi_2 = \frac{\delta s_C}{r_2}, \quad \delta\varphi_3 = \delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Сообщим системе возможное перемещение, совпадающее с действительным. Элементарная работа реакций связи на любом возможном перемещении системы равна нулю, так как связи в системе идеальные.

Найдем элементарные работы активных сил и выразим их через перемещение центра масс катка 2. Прежде заметим, что элементарные работы сил тяжести груза 1 и катка 2 равны нулю, так как направления перемещений точек приложения этих сил перпендикулярны векторам сил:

$$\delta A(\vec{P}_1) = P_1 \delta s_1 \cos 90^\circ = 0,\ \delta A(\vec{P}_2) = P_2 \delta s_C \cos 90^\circ = 0.$$

Элементарная работа силы тяжести блока 3 равна нулю, так как точка приложения силы тяжести блока 3 не перемещается: $\delta A(\vec{P}_3) = 0.$

Элементарная работа пары сил с моментом $M$, приложенных к блоку 3:

$$\delta A(\vec{M}) = M\delta\varphi_3 = M\delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Элементарная работа силы $\vec{F}$:

$$\delta A(\vec{F}) = F\delta s_1 \cos 150^\circ = -F\delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2} \cos 30^\circ.$$

Сумма элементарных работ всех активных сил:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = \delta A(\vec{M}) + \delta A(\vec{F}) = M\delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} - F\delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2} \cos 30^\circ =$$

$$= \left[ 6(1+2t)\left( \frac{0{,}8 - 0{,}2}{0{,}4 \cdot 0{,}2} \right) - 5(t+1)\left( \frac{0{,}8 + 0{,}2}{0{,}2} \right) 0{,}866 \right] \delta s_C = (23{,}35 + 68{,}35t)\delta s_C.$$

Определим модули главных векторов и главных моментов сил инерции в зависимости от ускорения $a_C$ центра масс катка 2:

$$R_1^{\text{и}} = m_1 a_1 = \frac{P_1}{g} a_1 = \frac{P_1 (R_2 + r_2)}{g r_2} a_C, \quad R_2^{\text{и}} = m_2 a_C = \frac{P_2 a_C}{g},$$

$$M_2^{\text{и}} = J_{2C}\varepsilon_2 = m_2 i_{2C}^2 \varepsilon_2 = \frac{P_2}{g} i_{2C}^2 \frac{a_C}{r_2},$$

$$M_3^{\text{и}} = J_{3O}\varepsilon_3 = \frac{m_3 R_3^2}{2}\varepsilon_3 = \frac{P_3 R_3^2}{2g} \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} a_C = \frac{P_3 R_3 (R_2 - r_2)}{2 g r_2} a_C,$$

где $J_{2C}$ – момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$; $i_{2C}$ – радиус инерции катка 2; $J_{3O}$ – момент инерции блока 3 относительно оси вращения, проходящей через его центр масс, $J_{3O} = \dfrac{m_3 R_3^2}{2}$.

Найдем элементарные работы сил инерции на возможном перемещении системы и выразим их в зависимости от перемещения $\delta s_C$ центра масс катка 2:

$$\delta A(\vec{R}_1^{\text{и}}) = R_1^{\text{и}} \delta s_1 \cos 180^\circ = -\frac{P_1 (R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2} \delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{R}_2^{\text{и}}) = R_2^{\text{и}} \delta s_C \cos 180^\circ = -\frac{P_2 a_C}{g} \delta s_C,\ \delta A(\vec{M}_2^{\text{и}}) = -M_2^{\text{и}} \delta \varphi_2 = -\frac{P_2 i_2^2 a_C}{g r_2^2} \delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{M}_3^{\text{и}}) = -M_3^{\text{и}} \delta \varphi_3 = -\frac{P_3 (R_2 - r_2)^2 a_C}{2 g r_2^2} \delta s_C.$$

Сумма элементарных работ сил инерции:

$$\sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = -\frac{P_1 (R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2} \delta s_C - \frac{P_2 a_C}{g} \delta s_C - \frac{P_2 i_2^2 a_C}{g r_2^2} \delta s_C - \frac{P_3 (R_2 - r_2)^2 a_C}{2 g r_2^2} \delta s_C =$$

$$= -\frac{a_C \delta s_C}{g} \left[ \frac{10(0{,}8 + 0{,}2)^2}{0{,}2^2} + 20 + \frac{20 \cdot 0{,}6^2}{0{,}2^2} + \frac{15(0{,}8 - 0{,}2)^2}{2 \cdot 0{,}2^2} \right] = -52{,}75\, a_C \delta s_C,$$

где $g = 9{,}81$ м/с$^2$.

С учетом проделанных вычислений общее уравнение динамики принимает вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = (23{,}35 + 68{,}35t)\delta s_C - 52{,}75\, a_C \delta s_C = 0,$$

откуда ускорение центра масс катка 2:

$$a_C = 0{,}44 + 1{,}29t.$$

Выберем ось $x$ по направлению движения центра масс катка 2 (см. рис. 6.7). Проектируя вектор $\vec{a}_C$ ускорения точки $C$ на ось $x$, получим дифференциальное уравнение $a_C = \ddot{x}_C = 0{,}44 + 1{,}29t$. Интегрируя дважды это уравнение, найдём закон движения: $x_C = 0{,}44\dfrac{t^2}{2} + 1{,}29\dfrac{t^3}{6} + C_1 t + C_2$. Подставляя сюда начальные условия: $t = 0$, $V_C = 0$, $x_C = 0$, найдём константы интегрирования: $C_1 = C_2 = 0$. Окончательно уравнение движения центра масс диска 2 представим в виде:

$$x_C = 0{,}22t^2 + 0{,}21t^3.$$

Рассмотрим вращательное движение блока 3, освободив его от связей. На блок действуют сила тяжести $\vec{P}_3$, реакция подшипника, разложенная на составляющие $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, пара сил с моментом $M$ и реакция нити $\vec{H}_3$ (см. рис. 6.8). Реакция нити, равная силе натяжения нити, приложена к блоку 3, направлена вдоль нити, связывающей каток 2 и блок 3. Присоединим к блоку 3 силы инерции. Направления сил, моментов пар сил и главного момента сил инерции, действующих на блок 3, показаны на рис. 6.8.

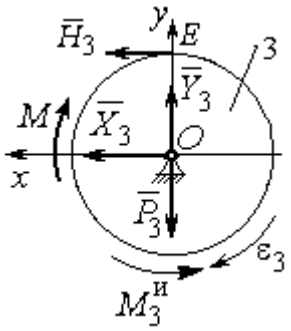


Рис. 6.8. Расчётная схема определения натяжения нити и реакции шарнира блока 3

По принципу Даламбера система сил, приложенных к блоку 3, включая силы инерции, находится в равновесии. Составим уравнение равновесия в виде равенства нулю суммарного момента всех сил (включая силы инерции) относительно оси вращения. Получим $M - H_3 R_3 - M_3^{и} = 0$, где $M_3^{и} = J_{3O}\varepsilon_3 = = \dfrac{P_3 R_3 (R_2 - r_2) a_C}{2 g r_2}$.

Из уравнения находим величину натяжения нити:

$$H_3 = \frac{M}{R_3} - \frac{P_3 (R_2 - r_2) a_C}{2 g r_2} = \frac{6(1+2t)}{R_3} - \frac{P_3 (R_2 - r_2)}{2 g r_2}(0{,}44 + 1{,}29t) = 13{,}99 + 27{,}04t.$$

В момент времени $t = 1$ с натяжение нити: $H_3 = 41{,}04$ Н.

Так как главный вектор сил инерции блока 3 равен нулю, то составленные по принципу Даламбера уравнения равновесия блока 3 в виде проекций сил на

вертикальную и горизонтальную оси содержат только внешние силы. Имеем: $X_3 + H_3 = 0$, $Y_3 - P_3 = 0$ (см. рис. 6.8). Отсюда находим составляющие реакции шарнира блока 3 в момент времени $t = 1$ с: $X_3 = -H_3 = -41{,}04$ Н, $Y_3 = P_3 = 15$ Н. Отрицательное значение горизонтальной составляющей реакции шарнира $X_3$ означает её противоположное направление.

Полная реакция шарнира $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2} = 43{,}69$ Н.

## 6.3. Уравнения Лагранжа II рода

**Обобщенными координатами** механической системы называется совокупность любых $s$ независимых параметров $q_1, q_2, \ldots, q_S$, однозначно определяющих положение системы в любой момент времени.

Если системе сообщить возможное перемещение, при котором все обобщенные координаты изменяются на элементарные (бесконечно малые) величины $\delta q_1, \delta q_2, \ldots, \delta q_S$, называемые вариациями обобщенных координат, то все действующие активные силы совершат элементарную работу, которая может быть представлена в виде $\delta A = Q_1 \cdot \delta q_1 + Q_2 \cdot \delta q_2 + \ldots + Q_s \cdot \delta q_S$. Величина $Q_k$, равная коэффициенту при вариации $\delta q_k$ обобщенной координаты, называется **обобщенной силой**, соответствующей данной обобщенной координате. Расчет обобщенных сил осуществляется путем последовательного придания системе возможных перемещений, при которых варьируется только одна из обобщенных координат, а вариации остальных координат равны нулю.

Для материальной системы с идеальными связями дифференциальные уравнения движения в обобщенных координатах – **уравнения Лагранжа II рода** – имеют вид:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k, \quad k = 1, 2, \ldots, s,$$

где $T$ – кинетическая энергия системы; $q_1, q_2, \ldots, q_S$ – обобщенные координаты; $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \ldots, \dot{q}_S$ – обобщенные скорости; $s$ – число степеней свободы системы.

## 6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Механическая система состоит из трёх тел – бруса 1, блока 2, катка 3 и невесомой пружины жесткостью $c$. Брус 1, соединяющий каток 3 с блоком 2, расположен параллельно линии качения катка 3. Радиусы ступеней ступенчатого диска и радиус однородного диска указаны на схеме.

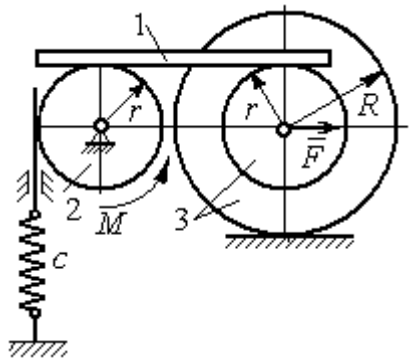
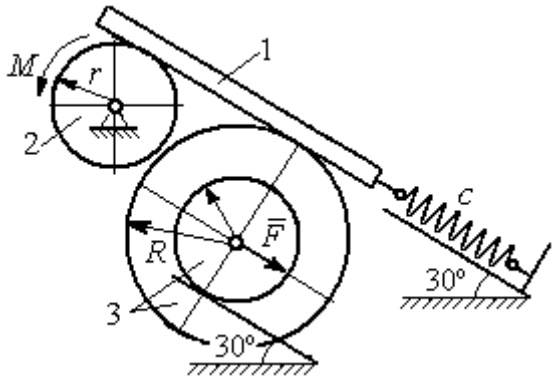
Качение катка 3 происходит без проскальзывания. Скольжение между брусом и дисками отсутствует. В задачах, где пружина соединяется с блоком 2, передача движения блоку 2 производится посредством невесомого стержня без скольжения.

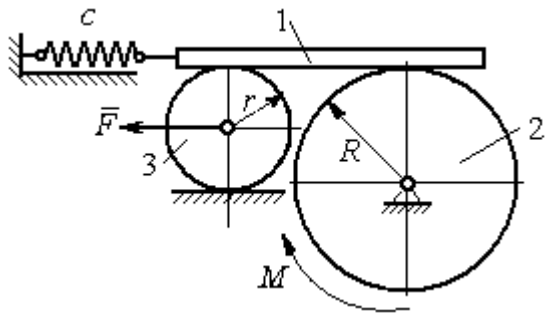
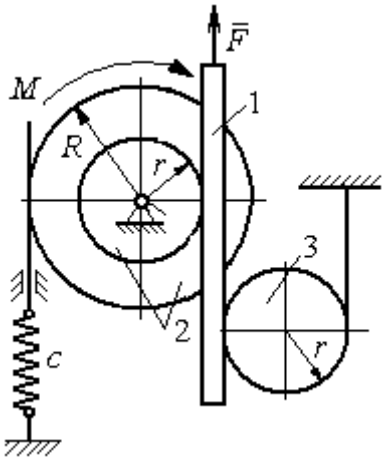
Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен $i_z$.

Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом $M$.

Определить закон движения бруса 1 и закон угловых колебаний блока 2, если в начальный момент пружина находилась в нерастянутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость $\omega_{20}$, направленную в сторону заданного момента пары сил.

Варианты заданий даны на рис. 6.9, 6.10. Варианты исходных данных в табл. 6.2. Отрицательные значения величин $F$ или $M$ в табл. 6.2 означают, что при заданных модулях силы или момента направление вектора силы $\vec{F}$ или момента $M$ на схеме следует изменить на противоположные.

| Варианты № 1, 11, 21 | Варианты № 2, 12, 22 |
|---|---|
|  |  |

| Варианты № 3, 13, 23 | Варианты № 4, 14, 24 |
|---|---|
|  |  |

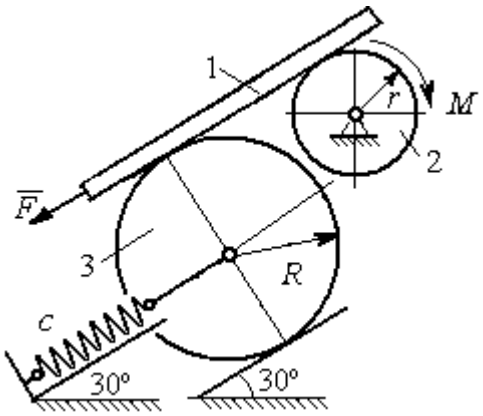
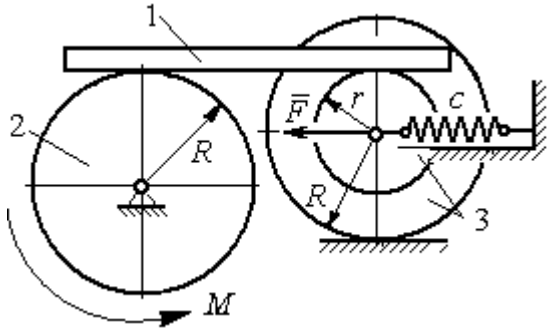
| Варианты № 5, 15, 25 | Варианты № 6, 16, 26 |
|---|---|
|  |  |

Рис. 6.9. Задание Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы. Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

*Окончание вариантов задания Д 7*

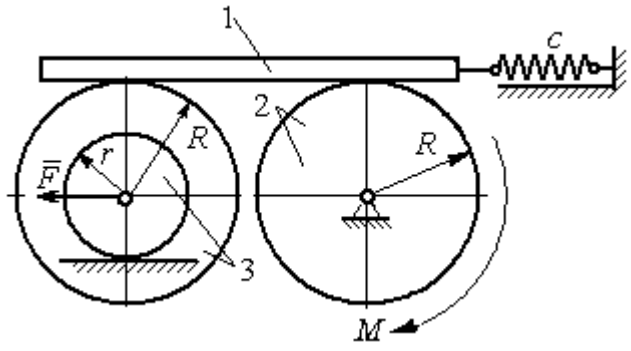
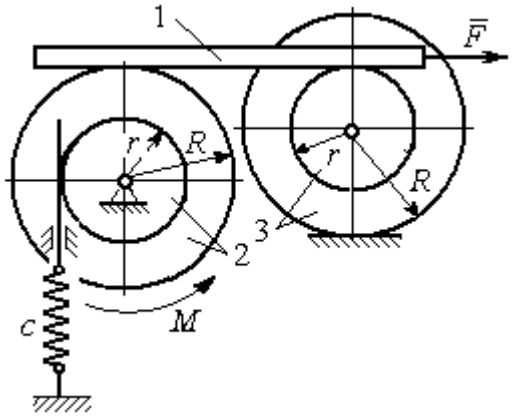
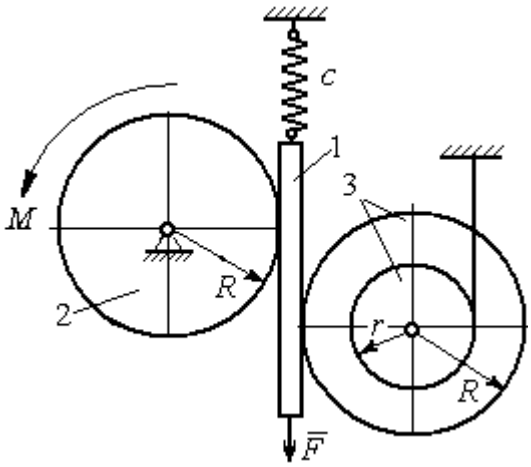
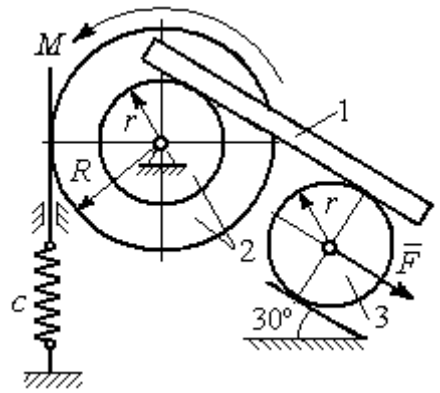
| **Варианты № 7, 17, 27** | **Варианты № 8, 18, 28** |
|---|---|
|  |  |
| **Варианты № 9, 19, 29** | **Варианты № 10, 20, 30** |
|  |  |

Рис. 6.10. Задание Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы. Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 6.2

**Исходные данные задания Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа**

| Номер вари-анта задания | $P_1$, Н | $P_2$, Н | $P_3$, Н | $F$, Н | $M$, Н·м | $c$, Н/м | $\omega_{20}$, рад/с | $R$, м | $r$, м | $i_z$, м |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 8 | 12 | 18 | 15 | 3 | 50 | 0,3 | 0,6 | 0,3 | 0,4 |
| **2** | 10 | 8 | 15 | 12 | 5 | 55 | 0,4 | 0,8 | 0,5 | 0,6 |
| **3** | 5 | 18 | 10 | 8 | 4 | 60 | 0,2 | 0,5 | 0,3 | – |
| **4** | 5 | 20 | 12 | 10 | 6 | 70 | 0,5 | 0,6 | 0,5 | 0,6 |
| **5** | 5 | 8 | 16 | 8 | 8 | 65 | 0,2 | 0,6 | 0,3 | – |

*Окончание табл. 6.2*

| Номер варианта задания | $P_1$, Н | $P_2$, Н | $P_3$, Н | $F$, Н | $M$, Н·м | $c$, Н/м | $\omega_{20}$, рад/с | $R$, м | $r$, м | $i_z$, м |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **6** | 8 | 10 | 14 | 6 | 2 | 50 | 0,1 | 1,0 | 0,6 | 0,8 |
| **7** | 10 | 12 | 15 | 12 | 3 | 65 | 0,2 | 0,8 | 0,6 | 0,7 |
| **8** | 12 | 15 | 15 | 6 | 2 | 50 | 0,3 | 1,2 | 0,6 | 0,8 |
| **9** | 5 | 20 | 12 | 8 | 4 | 75 | 0,1 | 0,6 | 0,4 | 0,5 |
| **10** | 6 | 25 | 8 | 5 | 12 | 60 | 0,4 | 1,0 | 0,8 | 0,9 |
| **11** | 4 | 10 | 12 | –10 | –2 | 60 | 0,2 | 0,8 | 0,4 | 0,6 |
| **12** | 5 | 8 | 15 | –8 | 3 | 50 | 0,5 | 1,0 | 0,5 | 0,7 |
| **13** | 6 | 15 | 8 | –12 | –4 | 65 | 0,4 | 0,6 | 0,5 | – |
| **14** | 10 | 25 | 10 | 6 | 10 | 55 | 0,1 | 0,8 | 0,6 | 0,7 |
| **15** | 8 | 6 | 20 | –10 | 2 | 70 | 0,2 | 1,2 | 0,6 | – |
| **16** | 10 | 12 | 12 | –5 | 6 | 60 | 0,3 | 0,8 | 0,6 | 0,7 |
| **17** | 12 | 16 | 12 | –6 | –2 | 55 | 0,4 | 0,9 | 0,6 | 0,8 |
| **18** | 10 | 20 | 20 | 10 | 4 | 60 | 0,1 | 0,8 | 0,4 | 0,7 |
| **19** | 8 | 20 | 12 | –10 | 6 | 65 | 0,2 | 1,2 | 0,4 | 0,8 |
| **20** | 12 | 20 | 10 | –3 | 6 | 50 | 0,24 | 1,0 | 0,6 | 0,9 |
| **21** | 5 | 12 | 15 | 12 | –3 | 55 | 0,3 | 0,6 | 0,5 | 0,55 |
| **22** | 10 | 15 | 18 | 6 | –2 | 65 | 0,1 | 0,8 | 0,4 | 0,6 |
| **23** | 8 | 20 | 12 | –8 | 2 | 45 | 0,2 | 0,8 | 0,6 | – |
| **24** | 12 | 20 | 18 | –4 | –8 | 70 | 0,4 | 0,5 | 0,3 | 0,4 |
| **25** | 6 | 10 | 15 | –6 | –2 | 60 | 0,1 | 1,4 | 0,7 | – |
| **26** | 8 | 12 | 10 | 10 | –3 | 65 | 0,2 | 1,2 | 0,8 | 0,9 |
| **27** | 6 | 18 | 16 | 5 | –3 | 70 | 0,2 | 0,8 | 0,2 | 0,6 |
| **28** | 8 | 12 | 12 | –6 | 2 | 65 | 0,3 | 0,6 | 0,3 | 0,5 |
| **29** | 10 | 18 | 20 | –10 | 4 | 60 | 0,2 | 1,2 | 0,8 | 0,9 |
| **30** | 8 | 18 | 10 | 8 | 6 | 75 | 0,1 | 1,0 | 0,8 | 0,9 |

## Пример выполнения задания Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Механическая система состоит из трёх тел – бруса 1, блока 2, катка 3 и невесомой пружины жесткостью $c$. Брус, соединяющий каток 3 с блоком 2, расположен параллельно линии качения катка 3 (рис. 6.11). Радиусы ступеней ступенчатого диска $R$ и $r$, радиус однородного диска $r$. Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом $M$. Движение катка 3 по неподвижной поверхности происходит без проскальзывания. Скольжение между брусом и дисками отсутствует. Передача движения от пружины блоку 2 производится посредством невесомого вертикального стержня

без скольжения. Радиус инерции блока 2 относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $i_z$.

Исходные данные задачи: $P_1 = P$ Н, $P_2 = 2P$ Н, $P_3 = P$ Н, $F = 2P$ Н, $M = Pr$ Н·м, $R = 1{,}5r$ м, $i_z = r\sqrt{2}$ м, $c = P/r$ Н/м.

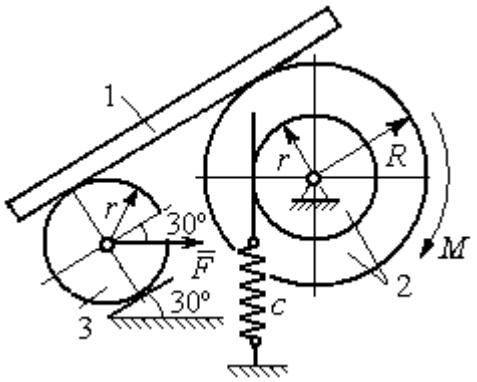


Рис. 6.11. Механическая система с одной степенью свободы

Определить законы движения блока 2 и бруса 1 при $P = 10$ Н, $r = 0{,}2$ м, если в начальный момент пружина находилась в нерастянутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость $\omega_0 = 0{,}5$ рад/с, направленную в сторону заданного момента пары сил.

*Решение*

Рассматриваемая механическая система (рис. 6.11) имеет одну степень свободы, так как в системе не допускается независимое друг от друга движение тел. В качестве обобщённой координаты $q$ выберем перемещение $x$ верхнего края пружины, отсчитываемого от уровня, при котором пружина длиной $l_0$ находилась в нерастянутом состоянии (рис. 6.12). Обобщённая скорость $\dot{q} = \dot{x}$.

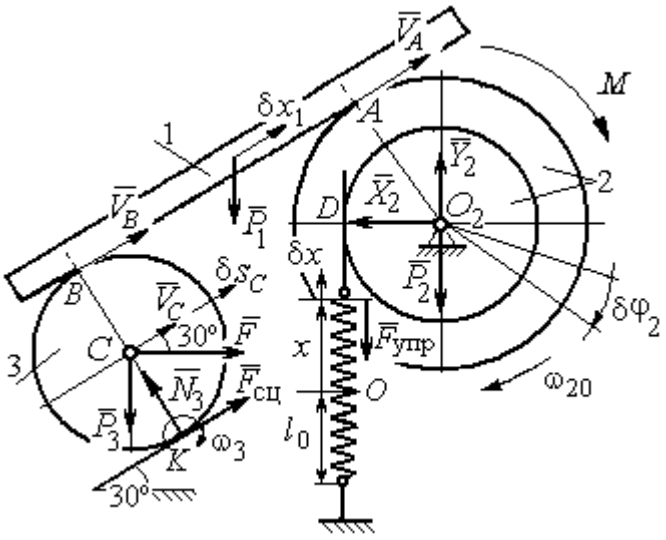


Рис. 6.12. Расчётная схема колебаний механической системы с одной степенью свободы

Уравнение Лагранжа II рода, описывающее движение системы с одной степенью свободы, имеет вид $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x$, где $T$ – кинетическая энергия системы, $Q_x$ – обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате $x$.

Вычислим кинетическую энергию системы как сумму кинетических энергий бруса, блока и катка: $T = T_1 + T_2 + T_3$. Кинетическая энергия поступательного движения бруса 1: $T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2$, где $m_1$, $V_1$ – масса и скорость бруса. Энергия вращательного движения блока 2: $T_2 = \frac{1}{2} J_{2z} \omega_2^2$, где $\omega_2$ – угловая скорость блока, $J_{2z}$ – момент инерции блока 2 относительно оси $z$, $J_{2z} = m_2 i_z^2$.

Каток 3 совершает плоскопараллельное движение. Его кинетическая энергия $T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_3^2$, где $V_C$ – скорость центра масс катка 3; $J_{zC}$ – момент инерции катка относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{zC} = \frac{1}{2} m_3 r^2$; $r$ – радиус катка; $\omega_3$ – угловая скорость катка.

Выразим скорость $V_1$ бруса 1, угловые скорости $\omega_2$, $\omega_3$ блока 2 и катка 3, а также скорость $V_C$ центра масс катка 3 через обобщённую скорость $\dot{x}$.

Заметим, что скорость точки $D$ блока 2 равна скорости верхнего края пружины $V_D = \dot{x}$. Угловая скорость блока 2 $\omega_2 = \frac{V_D}{r} = \frac{\dot{x}}{r}$. Скорость бруса 1 равна скорости точки $A$ блока 2 и вычисляется по формуле $V_1 = V_A = \omega_2 R = \frac{\dot{x} R}{r}$. Так как брус совершает поступательное движение, то $V_B = V_1$. Угловая скорость катка 3 $\omega_3 = \frac{V_B}{2r} = \frac{V_1}{2r} = \frac{\dot{x} R}{2r^2}$. Здесь при определении угловой скорости катка 3 учтено, что точка $K$ касания катка 3 с неподвижной поверхностью является мгновенным центром скоростей катка. Скорость центра катка 3 $V_C = \frac{V_B}{2} = \frac{\dot{x} R}{2r}$.

Подставляя исходные данные задачи с учётом найденных кинематических соотношений, получим кинетическую энергию тел системы

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 = \frac{P}{2g} \left( \frac{\dot{x} R}{r} \right)^2 = 1{,}125 \frac{P}{g} \dot{x}^2, \quad T_2 = \frac{1}{2} J_{2z} \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2P}{g} \left( r\sqrt{2} \right)^2 \left( \frac{\dot{x}}{r} \right)^2 = 2 \frac{P}{g} \dot{x}^2,$$

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_3^2 = \frac{1}{2} \frac{P}{g} \left( \frac{\dot{x} R}{2r} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{P r^2}{2g} \left( \frac{\dot{x} R}{2r^2} \right)^2 = 0{,}422 \frac{P}{g} \dot{x}^2 .$$

Тогда полная кинетическая энергия системы:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = 3{,}547 \frac{P}{g} \dot{x}^2 .$$

Произвольное положение системы определяется обобщённой координатой *x*, показывающей растяжение пружины. Дадим пружине, находящейся в произвольном положении, возможное (бесконечно малое) перемещение $\delta x$ в положительном направлении оси *x* (см. рис. 6.12). При этом блок 2 повернётся на угол $\delta\varphi_2$: $\delta\varphi_2 = \frac{\delta x}{r}$, брус 1 переместится на расстояние $\delta x_1$: $\delta x_1 = \frac{\delta x R}{r}$, центр масс катка 3 сдвинется на расстояние $\delta S_C$: $\delta S_C = \frac{\delta x R}{2r}$. Все перемещения получены из установленных ранее кинематических соотношений и показаны на рис. 6.12.

При заданном возможном перемещении системы работу совершают силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_3$ бруса 1 и катка 3, пара сил с моментом *M*, сила $\vec{F}$ и сила упругости пружины (см. рис. 6.12). Элементарная работа вращающего момента *M*, приложенного к блоку 2, будет $\delta A(M) = M\delta\varphi_2 = M\frac{\delta x}{r}$. Работа силы тяжести бруса 1 определяется равенством $\delta A(P_1) = P_1 \delta x_1 \cos 120^\circ = -P_1 \delta x_1 \cos 60^\circ = -\frac{P_1 \delta x R}{2r}$. Работы силы тяжести катка 3 и силы *F*: $\delta A(P_3) = P_3 \delta s_C \cos 120^\circ = -P_3 \frac{\delta x R}{4r}$, $\delta A(F) = F \frac{\delta x R}{2r} \cos 30^\circ$. Модуль силы упругости пружины, растянутой из недеформированного положения на расстояние *x*: $F_{\text{упр}} = cx$. Сила $\vec{F}_{\text{упр}}$ упругости направлена в сторону, противоположную растяжению (см. рис. 6.12). Работа силы упругости при перемещении вдоль линии действия на расстояние $\delta x$ вычисляется по формуле $\delta A(\vec{F}_{\text{упр}}) = F_{\text{упр}} \delta x \cos 180^\circ = -cx\delta x$.

Сумма работ сил на рассматриваемом возможном перемещении системы с учётом данных задачи составляет

$$\delta A = \delta A(M) + \delta A(P_1) + \delta A(P_3) + \delta A(F) + \delta A(F_{\text{упр}}) =$$

$$= M\frac{\delta x}{r} - \frac{P_1 \delta x R}{2r} - P_3\frac{\delta x R}{4r} + F\frac{\delta x R}{2r}\cos 30^\circ - cx\delta x = P(1{,}174 - 5x)\delta x,$$

откуда обобщённая сила $Q_x = P(1{,}174 - 5x)$.

Составим уравнения Лагранжа. Вычислим частные производные от кинетической энергии по обобщенной скорости $\dot{x}$ и координате $x$: $\dfrac{\partial T}{\partial \dot{x}} = 7{,}094\dfrac{P}{g}\dot{x}$, $\dfrac{\partial T}{\partial x} = 0$. Определим полную производную по времени: $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) = 7{,}094\dfrac{P}{g}\ddot{x}$. Результаты расчетов подставим в уравнения Лагранжа II рода и получим дифференциальное уравнение колебаний верхнего края пружины:

$$7{,}094\frac{P}{g}\ddot{x} = P(1{,}174 - 5x), \text{ или при } g = 9{,}81 \text{ м/с}^2,\ \ddot{x} + 6{,}91x = 1{,}62.$$

Решение дифференциального уравнения представляется в виде суммы общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного: $x = x_{\text{одн}} + x_{\text{частн}}$. Общее решение однородного уравнения имеет вид $x_{\text{одн}} = C_1 \sin kt + C_2 \cos kt$, где $C_1$, $C_2$ – произвольные постоянные; $k$ – круговая частота собственных колебаний пружины, $k = \sqrt{6{,}91} = 2{,}63$ рад/с. Частное решение неоднородного уравнения ищется в виде константы $x_{\text{частн}} = b$. Подставив его в уравнение колебаний, получим $b = 0{,}23$. Таким образом, общее решение неоднородного уравнения имеет вид $x(t) = C_1 \sin 2{,}63t + C_2 \cos 2{,}63t + 0{,}23$.

Произвольные постоянные $C_1$, $C_2$ находятся из начальных условий. По условию задачи в начальный момент пружина была в нерастянутом состоянии. Тогда начальная координата пружины (её верхнего края) $x(0) = 0$. Скорость верхнего края пружины в начальный момент времени $\dot{x}(0)$ равна начальной скорости $V_D(0)$ точки $D$ блока 2. Поскольку в начальный момент времени блоку 2 сообщили угловую скорость $\omega_{20}$, то $\dot{x}(0) = V_D(0) = \omega_{20} r = 0{,}1$ м/с.

Подставляя значение начальной координаты в общее решение неоднородного уравнения при $t = 0$, получим $C_2 = -0{,}23$.

Вычисляем скорость движения пружины, взяв производную: $\dot{x}(t) = 2{,}63C_1\cos 2{,}63t - 2{,}63C_2\sin 2{,}63t$. Подставляя начальное значение скорости, получим $C_1 = 0{,}038$. Окончательно уравнение движения верхнего края пружин: $x(t) = 0{,}038\sin 2{,}63t - 0{,}23\cos 2{,}63t + 0{,}23$ м.

Уравнения колебательных движений бруса 1 и блока 2 найдём из ранее полученных кинематических соотношений:

$$x_1 = \frac{xR}{r} = 1{,}5\,x(t) = 0{,}057\sin 2{,}63t - 0{,}34\cos 2{,}63t + 0{,}34 \text{ м};$$

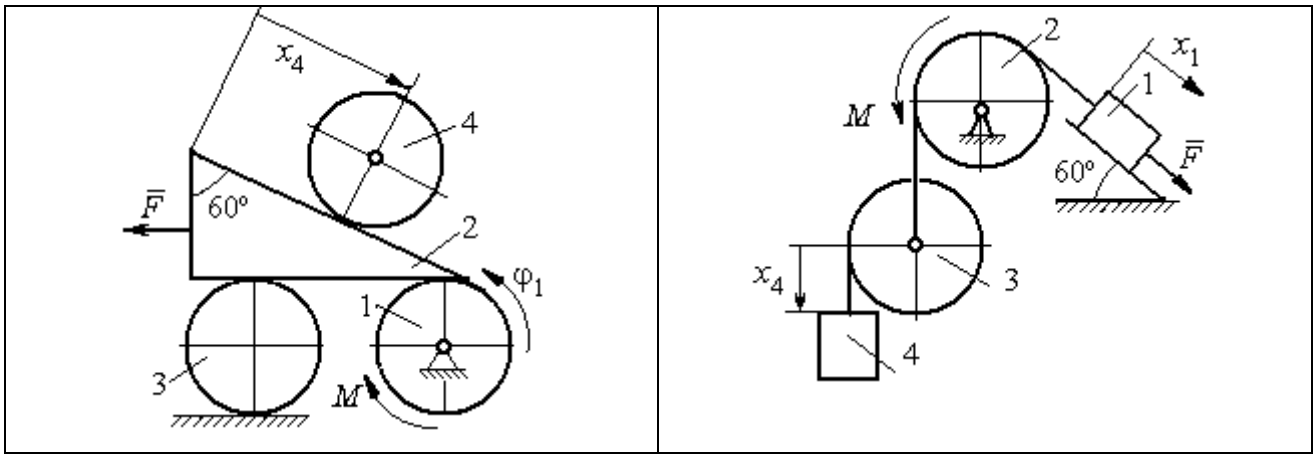
$$\varphi_2 = \frac{x}{r} = 5\,x(t) = 0{,}19\sin 2{,}63t - 1{,}15\cos 2{,}63t + 1{,}15 \text{ рад}.$$

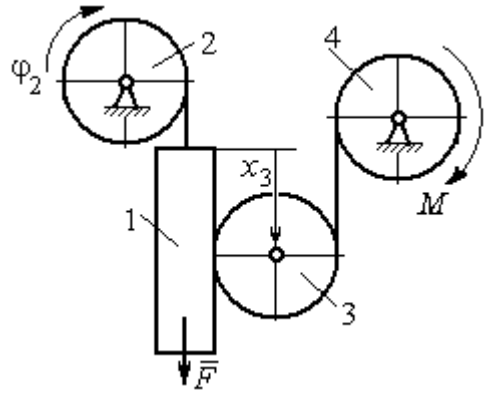
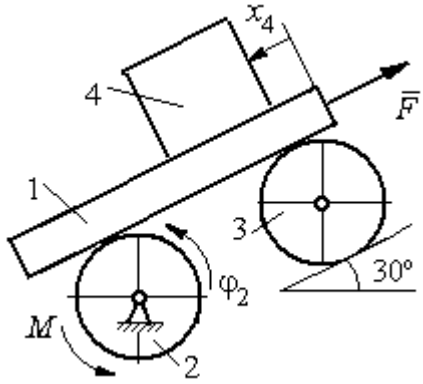
Амплитуда колебаний бруса $A = \sqrt{0{,}057^2 + 0{,}34^2} = 0{,}35$ м.

## 6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы

Механическая система, состоящая из четырёх тел, из состояния покоя движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, $\vec{P}_4$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом $M$. Качение тел во всех случаях происходит без проскальзывания, скольжение грузов по поверхностям – без трения. Радиусы дисков одинаковы и равны $R$. Найти уравнения движения системы в обобщённых координатах. Варианты заданий и рекомендуемые обобщённые координаты даны на рис. 6.13, 6.14, варианты исходных данных – в табл. 6.3.

| **Варианты № 1, 11, 21** | **Варианты № 2, 12, 22** |
|---|---|
| | |




| Варианты № 3, 13, 23 | Варианты № 4, 14, 24 |
|---|---|
|  |  |





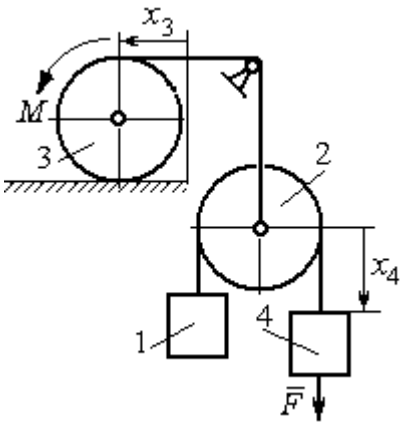
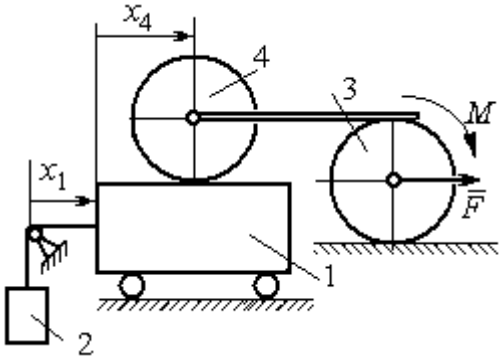
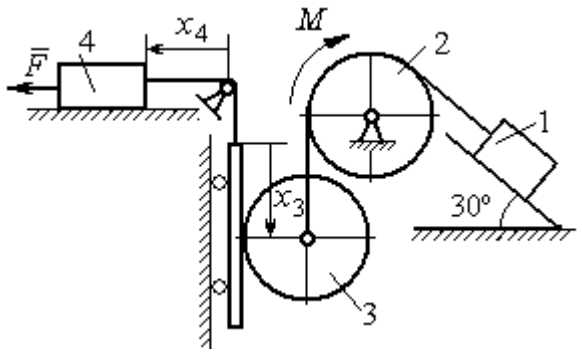
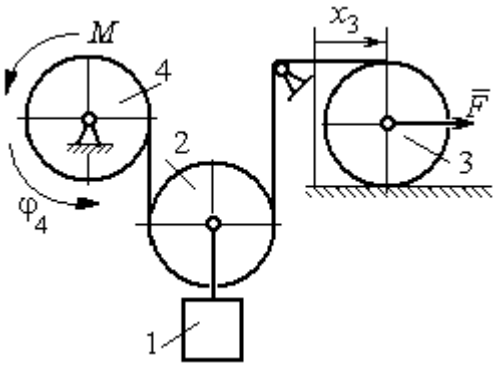
| Варианты № 5, 15, 25 | Варианты № 6, 16, 26 |
|---|---|
|  |  |





Рис. 6.13. Задание Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы. Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

*Окончание вариантов задания Д8*

| **Варианты № 7, 17, 27** | **Варианты № 8, 18, 28** |
|---|---|
|  |  |

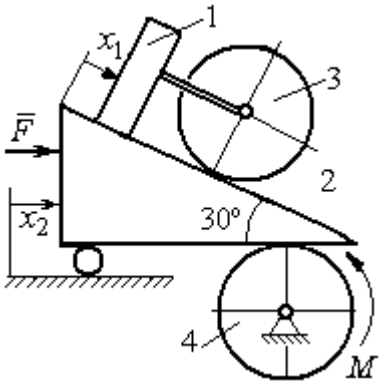
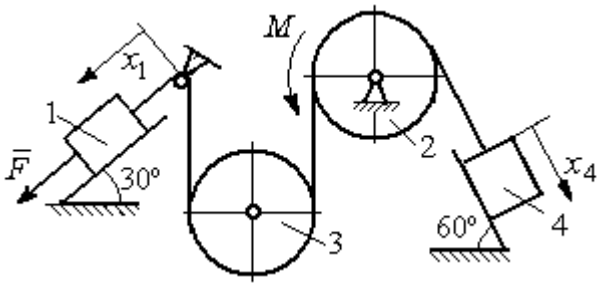
| **Варианты № 9, 19, 29** | **Варианты № 10, 20, 30** |
|---|---|
|  |  |

Рис. 6.14. Задание Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы. Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 6.3

**Исходные данные задания Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы**

| Номер варианта задания | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_1$, Н | $P$ | $2P$ | $P$ | $1{,}5P$ | $P$ | $3P$ | $P$ | $1{,}2P$ | $3P$ | $P$ | $2P$ | $P$ | $P$ | $2P$ | $P$ |
| $P_2$, Н | $3P$ | $3P$ | $4P$ | $3P$ | $2P$ | $P$ | $2P$ | $3P$ | $P$ | $2P$ | $3P$ | $2P$ | $3P$ | $4P$ | $3P$ |
| $P_3$, Н | $2P$ | $2P$ | $3P$ | $2P$ | $2P$ | $2P$ | $3P$ | $P$ | $2P$ | $3P$ | $2P$ | $2P$ | $2P$ | $P$ | $2P$ |
| $P_4$, Н | $2P$ | $P$ | $P$ | $2P$ | $3P$ | $3P$ | $P$ | $P$ | $2P$ | $P$ | $P$ | $P$ | $2P$ | $2P$ | $2P$ |
| $R$, м | $2r$ | $1{,}5r$ | $2{,}5r$ | $1{,}2r$ | $2r$ | $r$ | $1{,}5r$ | $r$ | $2r$ | $r$ | $1{,}5r$ | $1{,}2r$ | $2r$ | $2r$ | $2r$ |
| $F$, Н | $P$ | $2P$ | $P$ | $3P$ | $P$ | $P$ | $2P$ | $4P$ | $P$ | $2P$ | $P$ | $2P$ | $1{,}5P$ | $4P$ | $2P$ |
| $M$, Н·м | $2Pr$ | $3Pr$ | $4Pr$ | $3Pr$ | $3Pr$ | $4Pr$ | $2Pr$ | $2Pr$ | $3Pr$ | $2Pr$ | $3Pr$ | $4Pr$ | $3Pr$ | $3Pr$ | $2Pr$ |

*Окончание табл. 6.3*

| Номер варианта задания | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** | **21** | **22** | **23** | **24** | **25** | **26** | **27** | **28** | **29** | **30** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_1$, Н | 4$P$ | 1,5$P$ | $P$ | 2$P$ | $P$ | $P$ | 1,5$P$ | 1,5$P$ | 2$P$ | $P$ | $P$ | 2$P$ | 1,2$P$ | 3$P$ | 1,2$P$ |
| $P_2$, Н | 2$P$ | 2$P$ | 2$P$ | 4$P$ | 3$P$ | 4$P$ | 3$P$ | 4$P$ | 3$P$ | 2$P$ | 2$P$ | 1,2$P$ | 2$P$ | 3$P$ | 2$P$ |
| $P_3$, Н | 2$P$ | 2$P$ | 3$P$ | 2$P$ | 2$P$ | 3$P$ | 2$P$ | 2$P$ | $P$ | 2$P$ | 3$P$ | 2$P$ | $P$ | $P$ | 3$P$ |
| $P_4$, Н | 1,5$P$ | 2$P$ | 3$P$ | $P$ | 2$P$ | 2$P$ | 2$P$ | $P$ | 2$P$ | 3$P$ | $P$ | $P$ | 2$P$ | $P$ | 2$P$ |
| $R$, м | 1,5$r$ | $r$ | 1,5$r$ | 2$r$ | $r$ | 1,2$r$ | 2$r$ | 1,5$r$ | 2$r$ | $r$ | 1,5$r$ | 2$r$ | $r$ | 1,2$r$ | 2$r$ |
| $F$, Н | 2$P$ | 2$P$ | $P$ | 3$P$ | 4$P$ | 2$P$ | 3$P$ | 2$P$ | 3$P$ | $P$ | 3$P$ | 1,5$P$ | 4$P$ | 2$P$ | 3$P$ |
| $M$, Н·м | 3$Pr$ | 2$Pr$ | 4$Pr$ | $Pr$ | 4$Pr$ | 4$Pr$ | 2$Pr$ | $Pr$ | 4$Pr$ | 2$Pr$ | 4$Pr$ | 2$Pr$ | 2$Pr$ | 3$Pr$ | 2$Pr$ |

## Пример выполнения задания Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы

Платформа 3 лежит горизонтально на катке 5 и блоке 4 одинакового радиуса $R$ (рис. 6.15). На платформу действует горизонтальная сила $\vec{F}$. К блоку 4, вращающемуся вокруг неподвижной оси, приложена пара сил с моментом $M$. Каток 5 катится по горизонтальной поверхности. К краю платформы одним концом прикреплена горизонтальная нить, а к другому концу, переброшенному через невесомый блок, прикреплён груз 6, движущийся вертикально. На платформе 3 установлен каток 2 радиуса $R$. К центру катка прикреплена нить, расположенная параллельно платформе и натянутая грузом 1, движущимся вертикально (см. рис. 6.15). Движение системы началось из состояния покоя. Качение тел без проскальзывания. Определить уравнения движения системы в обобщённых координатах, если $R = 2r$, веса тел $P_1 = P_6 = P$, $P_3 = 3P$, $P_4 = P_5 = P_2 = 2P$, $F = P$, $M = 3Pr$.

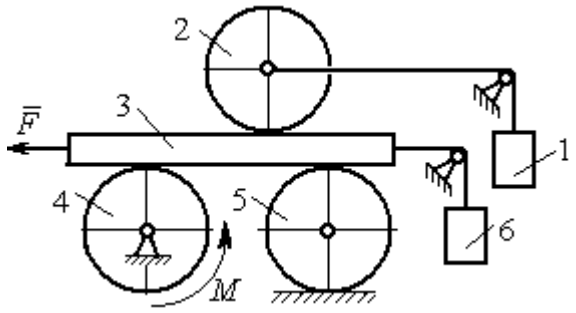


Рис. 6.15. Механическая система с двумя степенями свободы

*Решение*

Рассматриваемая механическая система, включающая катки 2, 5, платформу 3, блок 4 и грузы 1, 6, имеет две степени свободы, так как перемещение катка 2 относительно платформы 3 не зависит от перемещения самой платформы. За обобщенные координаты выберем перемещение $x_2$ центра масс катка 2 относительно

края платформы и перемещение $x_3$ платформы 3 относительно произвольной неподвижной вертикальной плоскости (рис. 6.16). Обобщенные скорости – скорость $\dot{x}_2$ центра масс катка 2 относительно края платформы и скорость платформы $\dot{x}_3$ относительно неподвижной вертикали. Уравнения Лагранжа II рода, описывающие движение системы:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2}\right)-\frac{\partial T}{\partial x_2}=Q_{x_2},\quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3}\right)-\frac{\partial T}{\partial x_3}=Q_{x_3},$$

где $T$ – кинетическая энергия системы; $Q_{x_2}$, $Q_{x_3}$ – обобщенные силы, соответствующие указанным обобщенным координатам.

Вычислим кинетическую энергию системы как сумму кинетических энергий тел.

Платформа 3 совершает поступательное движение. Кинетическая энергия платформы $T_3=\frac{P_3}{2g}V_3^2$, где $V_3$ – скорость платформы, причём, в соответствии с выбором обобщённых координат и скоростей, $V_3=\dot{x}_3$.

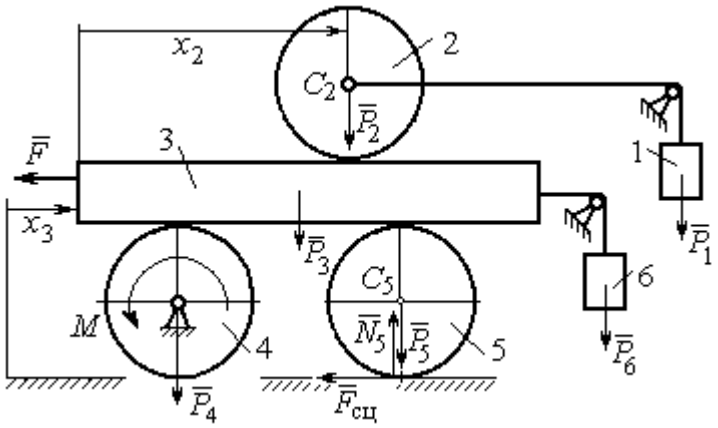


Рис. 6.16. Действующие силы
и обобщённые координаты механической системы

Блок 4 вращается вокруг неподвижной оси. Энергия вращательного движения блока $T_4=\frac{1}{2}J_4\omega_4^2$, где $J_4$, $\omega_4$ – осевой момент инерции блока 4 и его угловая скорость. Угловая скорость блока 4 $\omega_4=\frac{V_3}{R_4}=\frac{\dot{x}_3}{2r}$.

Каток 5 совершает плоскопараллельное движение, его кинетическая энергия вычисляется по формуле: $T_5=\frac{1}{2}\frac{P_5}{g}V_{C_5}^2+\frac{1}{2}J_5\omega_5^2$, где $J_5$ – момент инерции катка относительно оси вращения, проходящей через его центр масс; $\omega_5$, $V_{C_5}$ – угловая скорость и скорость центра масс катка 5. Для определения скорости центра масс

катка 5 заметим, что точка касания катка с платформой имеет скорость, равную скорости платформы, а точка *K* касания катка с неподвижной горизонтальной поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Следовательно, скорость центра катка равна половине скорости платформы: $V_{C_5} = \frac{1}{2}V_3 = \frac{1}{2}\dot{x}_3$. Угловая скорость катка 5 $\omega_5 = \frac{V_3}{2R_5} = \frac{\dot{x}_3}{4r}$ (рис. 6.17, *a*).

При расчёте кинетической энергии катка 2 необходимо учитывать, что каток совершает сложное движение. Качение катка по поверхности платформы является относительным движением, перемещение его вместе с платформой – переносным. Абсолютная скорость $V_{C_2}$ центра масс катка 2 представляется в виде векторной суммы $\vec{V}_{C_2} = \vec{V}_{C_2r} + \vec{V}_{C_2e}$ (рис. 6.17, *b*), где $\vec{V}_{C_2e}$ – вектор переносной скорости катка, равный по модулю скорости платформы, $V_{C_2e} = V_3 = \dot{x}_3$; $\vec{V}_{C_2r}$ – вектор относительной скорости центра масс катка, равный по величине скорости центра масс катка 2 относительно края платформы, $V_{C_2r} = \dot{x}_2$. Модуль абсолютной скорости центра масс катка 2 равен сумме $V_{C_2} = V_{C_2r} + V_{C_2e} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$ (рис. 6.17, *b*).

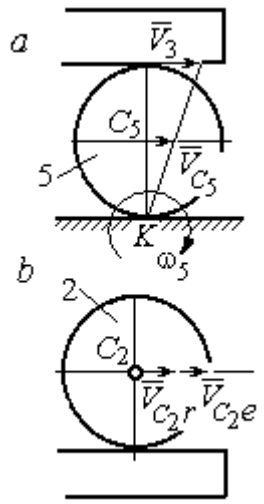


Рис. 6.17. Скорости центров катков 2 и 5

Угловая скорость переносного движения катка 2 равна нулю, поскольку переносное движение катка – это поступательное движение платформы. В результате угловая скорость катка 2 равна его угловой скорости в относительном движении: $\omega_2 = \frac{V_{C_2r}}{R_2} = \frac{\dot{x}_2}{2r}$. Кинетическая энергия катка 2 рассчитывается по формуле: $T_2 = \frac{1}{2}\frac{P_2}{g}V_{C_2}^2 + \frac{1}{2}J_2\omega_2^2$, где $J_2$ – осевой момент инерции катка 2; $\omega_2$ – угловая скорость катка; $V_{C_2}$ – абсолютная скорость центра масс катка 2.

Движение грузов 1 и 6 поступательное, их кинетические энергии вычисляются по формулам: $T_1 = \frac{P_1}{2g} V_1^2$, $T_6 = \frac{P_6}{2g} V_6^2$. При этом скорость груза 1 равна абсолютной скорости центра катка 2: $V_1 = V_{C_2} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$, а скорость груза 6 равна скорости платформы: $V_6 = V_3 = \dot{x}_3$.

Выразим кинетическую энергию системы через обобщённые скорости. Кинетическая энергия:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6 =$$

$$= \frac{P_1}{2g} V_1^2 + \frac{1}{2}\frac{P_2}{g} V_{C_2}^2 + \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2 +$$

$$\frac{P_3}{2g} V_3^2 + \frac{1}{2} J_4 \omega_4^2 +$$

$$\frac{1}{2}\frac{P_5}{g} V_{C_5}^2 + \frac{1}{2} J_5 \omega_5^2 + \frac{P_6}{2g} V_6^2,$$

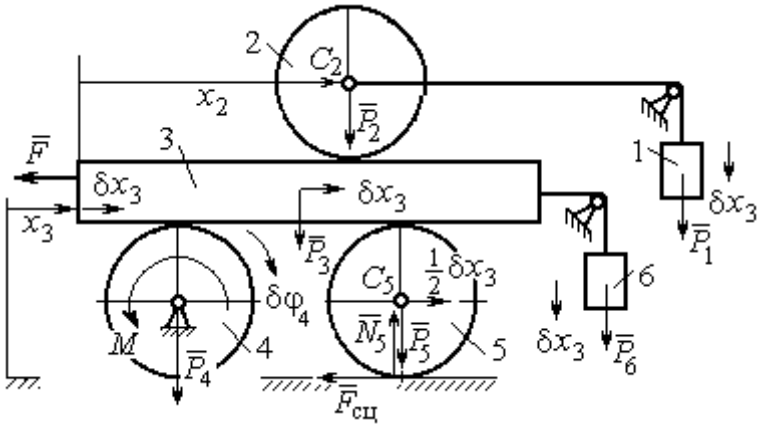



Рис. 6.18. Возможное перемещение системы при вариации обобщённых координат $\delta x_3 > 0$, $\delta x_2 = 0$

где значения скоростей:

$V_1 = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$, $V_{C_2} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$, $\omega_2 = \frac{\dot{x}_2}{2r}$, $V_3 = \dot{x}_3$, $\omega_4 = \frac{\dot{x}_3}{2r}$, $V_{C_5} = \frac{1}{2}\dot{x}_3$, $\omega_5 = \frac{\dot{x}_3}{4r}$, $V_6 = \dot{x}_3$

. Значения осевых моментов инерции катков: $J_2 = \frac{P_2 R_2^2}{2g} = \frac{4Pr^2}{g}$, $J_4 = \frac{P_4 R_4^2}{2g} = \frac{4Pr^2}{g}$, $J_5 = \frac{P_5 R_5^2}{2g} = \frac{4Pr^2}{g}$. Подставляя значения скоростей, моментов инерции и данные задачи, получим выражение кинетической энергии системы в виде

$$T = \frac{P}{2g}(\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2P}{g}(\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{4Pr^2}{g}\left(\frac{\dot{x}_2}{2r}\right)^2 + \frac{3P}{2g}\dot{x}_3^2 +$$

$$+\frac{1}{2}\cdot\frac{4Pr^2}{g}\left(\frac{\dot{x}_3}{2r}\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2P}{g}\left(\frac{\dot{x}_3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{4Pr^2}{g}\left(\frac{\dot{x}_3}{4r}\right)^2 + \frac{P}{2g}\dot{x}_3^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{P}{g}\dot{x}_2^2 + \frac{3P}{2g}(\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{23P}{8g}\dot{x}_3^2 = \frac{2P}{g}\dot{x}_2^2 + \frac{3P}{g}\dot{x}_2\dot{x}_3 + \frac{35P}{8g}\dot{x}_3^2.$$

Дадим системе возможное перемещение по координате $x_3$, оставляя координату $x_2$ без изменения: $\delta x_3 > 0, \delta x_2 = 0$ (рис. 6.18). При таком перемещении каток 2

стоит на платформе и движется поступательно вместе с ней. В этом случае работа сил тяжести $\vec{P}_2$, $\vec{P}_5$, $\vec{P}_3$ катков 2, 5 и платформы 3 равна нулю, так как перемещения точек приложения этих сил перпендикулярны векторам сил (см. рис. 6.18). Работа силы тяжести $\vec{P}_4$ равна нулю, так как точка приложения силы лежит на неподвижной оси вращения блока 4.

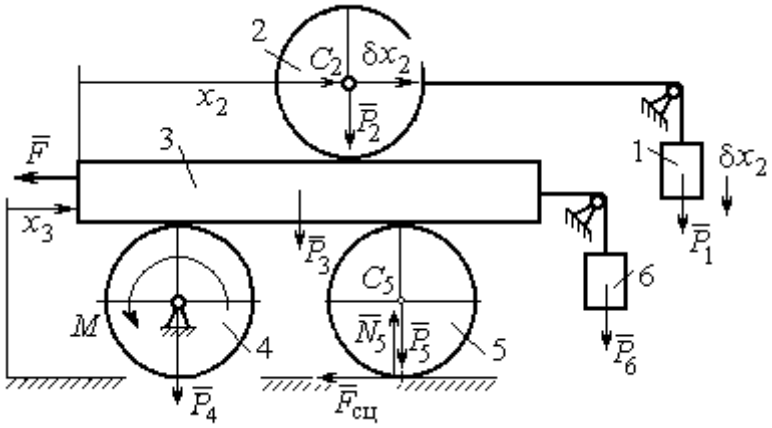



Рис. 6.19. Возможное перемещение системы при вариации обобщённых координат $\delta x_2>0$, $\delta x_3=0$

Работу будут производить сила $\vec{F}$, пара сил с моментом $M$ и силы тяжести грузов $\vec{P}_1$ и $\vec{P}_6$. Суммарная работа сил на перемещении $\delta x_3$: $\delta A = -F\delta x_3 - M\delta\varphi_4 + P_1\delta x_3 + P_6\delta x_3$.

Представим полученное ранее соотношение $\omega_4 = \dfrac{\dot{x}_3}{2r}$ в дифференциальном виде: $d\varphi_4 = \dfrac{dx_3}{2r}$. Поскольку дифференциалы координат также являются возможными перемещениями, получим нужное соотношение $\delta\varphi_4 = \dfrac{\delta x_3}{2r}$. Теперь элементарную работу сил на возможном перемещении $\delta x_3$ с учётом значений сил можно представить в виде:

$$\delta A = -P\delta x_3 - 3Pr\frac{\delta x_3}{2r} + P\delta x_3 + P\delta x_3 = -\frac{1}{2}P\delta x_3,$$

отсюда обобщённая сила, соответствующая координате $x_3$: $Q_{x_3} = -\dfrac{1}{2}P$.

Дадим системе другое независимое перемещение – по координате $x_2$, оставляя координату $x_3$ без изменения: $\delta x_2 > 0, \delta x_3 = 0$ (рис. 6.19).

При этом возможном перемещении вся система стоит, кроме катка 2, который катится по поверхности неподвижной платформы, и груза 1, который опускается вертикально вниз. Работу совершает только сила тяжести груза 1. Выражая

работу в виде $\delta A = P_1 \delta x_2 = P\delta x_2$, найдём обобщённую силу, соответствующую координате $x_2$: $Q_{x_2} = P$.

Составим уравнения Лагранжа. С этой целью вычислим частные производные от кинетической энергии по обобщенным скоростям $\dot{x}_3$ и $\dot{x}_2$:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3} = \frac{3P}{g}\dot{x}_2 + \frac{35P}{4g}\dot{x}_3, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} = \frac{4P}{g}\dot{x}_2 + \frac{3P}{g}\dot{x}_3$$

и по обобщённым координатам: $\frac{\partial T}{\partial x_3} = 0$, $\frac{\partial T}{\partial x_4} = 0$.

Определим полные производные по времени от частных производных кинетической энергии по скоростям:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3}\right) = \frac{3P}{g}\ddot{x}_2 + \frac{35P}{4g}\ddot{x}_3, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2}\right) = \frac{4P}{g}\ddot{x}_2 + \frac{3P}{g}\ddot{x}_3.$$

Подставляя результаты расчётов в уравнения Лагранжа с учётом вычисленных значений обобщённых сил, получим систему дифференциальных уравнений, описывающих движение системы в обобщённых координатах:

$$12\ddot{x}_2 + 35\ddot{x}_3 = -2g, \quad 4\ddot{x}_2 + 3\ddot{x}_3 = g.$$

Алгебраическим решением системы служат значения ускорений:

$$\ddot{x}_3 = -\frac{5}{26}g = -0{,}19g \quad \text{и} \quad \ddot{x}_2 = \frac{41}{104}g = 0{,}39g.$$

Полученные выражения представляют собой дифференциальные уравнения, проинтегрировав которые дважды с нулевыми начальными условиями (движение началось из состояния покоя), найдём уравнения абсолютного движения платформы и относительного движения центра масс катка 2:

$$x_3 = -0{,}095gt^2, \quad x_2 = 0{,}195gt^2.$$

Отрицательное значение координаты $x_3$ означает, что движение платформы происходит в отрицательном направлении оси $x_3$ (см. рис. 6.16).

Абсолютное движение центра катка 2 представляется суммой относительного и переносного движений: $x_{C_2} = x_2 + x_3 = 0{,}1gt^2$.

Уравнение вращательного движения катка 2 находится на основании выражения $\varphi_2 = \frac{1}{R_2} x_2 = \frac{1}{2r} x_2 = 0{,}097 \frac{gt^2}{r}$. Вращение блока 4 описывается уравнением $\varphi_4 = \frac{1}{R_4} x_3 = \frac{1}{2r} x_3 = -0{,}047 \frac{gt^2}{r}$.

Движение катка 5 описывается двумя уравнениями: уравнением движения центра масс катка $x_{C_5} = \frac{1}{2} x_3 = -0{,}047 gt^2$ и уравнением вращательного движения катка $\varphi_5 = \frac{x_3}{2R_5} = -0{,}024 \frac{gt^2}{r}$.

# СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

*Бать М. И.*, *Джанелидзе Г. Ю.*, *Кельзон А. С.* Теоретическая механика в примерах и задачах. Т. 1–2.– СПб.: Лань, 2010.

*Бутенин Н. В.*, *Лунц Я. Л.*, *Меркин Д. Р.* Курс теоретической механики: в 2-х томах.– М.: Наука, 2009.

*Вебер Г. Э.*, *Ляпцев С. А*. Лекции по теоретической механике. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2008.

*Тарг С. М.* Краткий курс теоретической механики: учебн. для втузов. – М.: Высшая школа, 2010.

Учебное издание

Евгений Борисович Волков
Юрий Михайлович Казаков

# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

*сборник заданий для расчетно-графических работ*

Учебно-методическое пособие
для самостоятельной работы студентов, выполнению практических и контрольных работ



**Министерство образования и науки РФ**
**ФГБОУ ВО**
**«Уральский государственный**
**горный университет»**

**Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков**

# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

*Учебно-методическое пособие*
*для самостоятельной работы студентов*

**Екатеринбург**
**2017**

Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

**ОДОБРЕНО**
Методической комиссией
горно-механического факультета
«15» декабря 2017 г.
Председатель комиссии
 проф. В. П. Барановский

Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков

# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

*Учебно-методическое пособие*
*для самостоятельной работы студентов*

Издание УГГУ Екатеринбург, 2017

В 67

Рецензент: *Н. М. Суслов*, д-р техн. наук, заведующий кафедрой ГМК
Уральского государственного горного университета

Учебно-методическое пособие рассмотрено на заседании кафедры технической механики от 19.12.2016 г. (протокол № 2) и рекомендовано для издания в УГГУ.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета Уральского государственного горного университета.

**Волков Е. Б., Казаков Ю. М.**

В67 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА: Учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов. / Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков, Уральский государственный горный университет. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2017. 156 с.

Учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов содержит краткие методические указания, контрольные задания и примеры выполнения заданий по темам: «Статика твердого тела. Равновесие произвольной плоской и пространственной систем сил», «Кинематика вращательного и плоскопараллельного движений твердого тела. Определение скоростей и ускорений точек твёрдого тела», «Сложное движение точки», «Динамика точки. Дифференциальные уравнения движения точки. Гармонические и вынужденные колебания точки. Применение теоремы об изменении кинетической энергии при исследовании движения точки», «Применение общих теорем динамики к исследованию движения механической системы», «Принципы механики. Применение общего уравнения динамики к исследованию движения механической системы», «Уравнения Лагранжа II рода».

Учебно-методическое пособие для студентов всех специальностей очной формы обучения.

© Волков Е. Б., Казаков Ю. М., 2017
©Уральский государственный горный университет, 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА ..... 4
1.1. Основные виды связей и их реакции ..... 4
1.2. Моменты силы относительно центра и относительно оси. Пара сил. Момент пары ..... 5
1.3. Условия равновесия систем сил ..... 7
1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел ..... 8
1.5. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил ..... 17
2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА ..... 26
2.1. Кинематика точки. Основные параметры движения точки ..... 26
2.2. Вращение тела вокруг неподвижной оси ..... 28
2.3. Плоскопараллельное движение твёрдого тела ..... 29
2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при поступательном и вращательном движениях ..... 32
2.5. Задание К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении ..... 38
2.6. Задание К3. Определение ускорений точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении ..... 46
3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ ..... 57
3.1. Основные понятия сложного движения точки ..... 57
3.2. Задание К4. Определение скорости и ускорения точки при сложном движении 60
4. ДИНАМИКА ТОЧКИ ..... 73
4.1. Дифференциальные уравнения движения точки. ..... 73
4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки ... 73
4.3. Колебания материальной точки ..... 80
4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки ..... 84
4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки. ..... 95
4.6. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии ..... 96
5. ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ..... 103
5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы. 103
5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы ..... 104
5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы. ..... 112
5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии ..... 114
6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА ..... 124
6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики ..... 124
6.2. Задание Д6. Исследование механической системы с применением общего уравнения динамики ..... 126
6.3. Уравнения Лагранжа II рода ..... 136
6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа ..... 137
6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы 145
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ ..... 155

# 1. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

**Статика** представляет раздел теоретической механики, в котором изучаются условия равновесия твердых тел под действием системы сил.

## 1.1. Основные виды связей и их реакции

**Опора тела на гладкую плоскость (поверхность) без трения**. Реакция приложена в точке касания и направлена перпендикулярно к общей касательной соприкасающихся поверхностей. При опоре углом, или на угол (рис. 1.1, *a*), реакция направлена по нормали к одной из поверхностей. **Гибкая связь**. Если на тело наложена связь в виде гибкой нерастяжимой нити (каната, троса), то реакция связи $\vec{T}$, равная натяжению нити, приложена к телу и направлена вдоль нити (рис. 1.1, *b*).

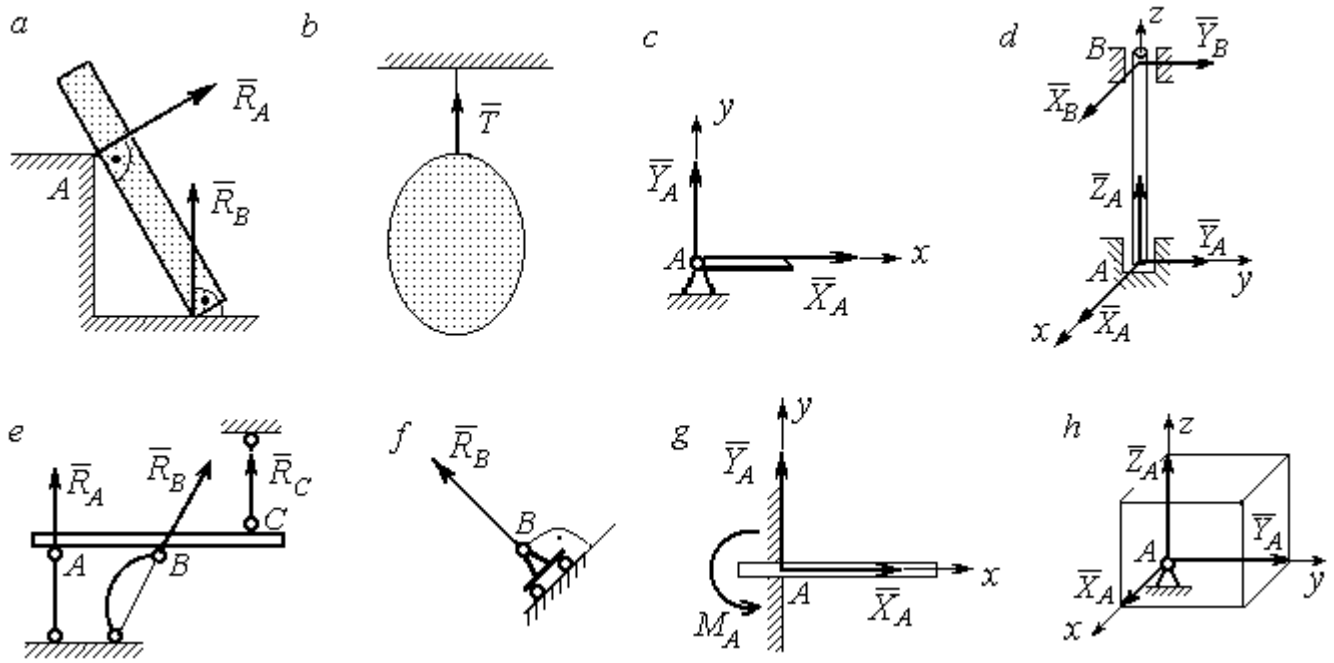



Рис. 1.1. Виды связей и их реакции:
*a* – реакция опоры тела на гладкую поверхность без трения; *b* – реакция связи гибкой нерастяжимой нити; *c* – реакция цилиндрического шарнира; *d* – реакция подшипника и подпятника; *e* – реакция невесомого стержня; *f* – реакция подвижной опоры; *g* – реакция жесткой заделки; *h* – реакция пространственного шарнира

**Цилиндрический шарнир (подшипник)** создает соединение, при котором одно тело может вращаться по отношению к другому. Реакция цилиндрического шарнира лежит в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. При решении задач реакцию цилиндрического шарнира $\vec{R}_A$ изображают ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, взятыми по направлениям координатных осей (рис. 1.1, *c*). Реакция подшипника $\vec{R}_B$ (рис. 1.1, *d*) также изображается своими составляющими $\vec{X}_B$ и $\vec{Y}_B$, взятыми по направлениям координатных осей в плоскости, перпендикулярной оси вращения подшипника. Величина реакции определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$. **Реакция прямолинейного невесомого стержня с шарнирными соединениями на краях** направлена вдоль самого стержня, а криволинейного – вдоль линии, соединяющей точки крепления стержня (рис. 1.1, *e*). **Реакция подвижной опоры** $\vec{R}_B$ (рис. 1.1, *f*) направлена по нормали к поверхности, на которую опираются катки опоры. **Жесткая заделка** (рис. 1.1, *g*) препятствует не только линейным перемещениям тела, но и повороту. Реакция заделки состоит из силы реакции $\vec{R}_A$ и пары сил с моментом $M_A$. При решении задач силу реакции жесткой заделки $\vec{R}_A$ изображают ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, взятыми по направлениям координатных осей. Модуль реакции определяется по формуле $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$. Виды связей и их реакции показаны на рис. 1.1.

## 1.2. Моменты силы относительно центра и относительно оси. Пара сил. Момент пары

Алгебраическим моментом силы *F* относительно центра *O* $M_O(\vec{F})$, или просто **моментом силы** $\vec{F}$ относительно центра *O*, называют взятое с соответствующим знаком произведение модуля силы $\vec{F}$ на кратчайшее расстояние *h* от центра *O* до линии действия силы: $M_O(\vec{F}) = \pm Fh$ (рис. 1.2, *a*).

Величину $h$ называют **плечом силы**. Момент силы относительно центра считается положительным, если сила стремится повернуть тело вокруг центра против хода часовой стрелки, и отрицательным – в обратном случае.

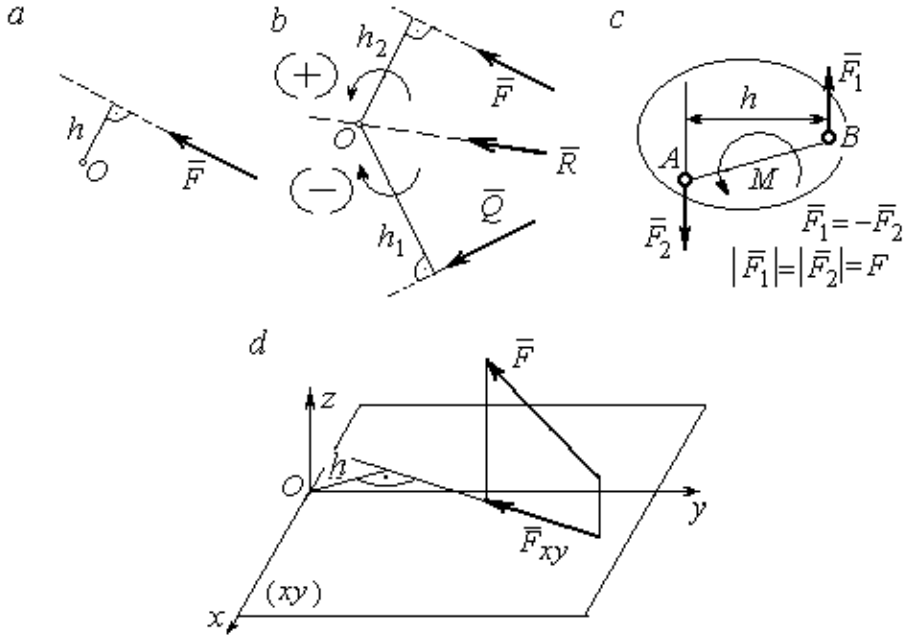



Рис. 1.2. Схемы для вычисления моментов сил:
*a*, *b* – момент силы относительно центра; *c* – момент пары сил;
*d* – момент силы относительно оси

На рис. 1.2, *b* показано, что момент силы $\vec{F}$ относительно центра $O$ положительный, а момент силы $\vec{Q}$ относительно того же центра – отрицательный. Момент силы $\vec{R}$ относительно центра $O$ равен нулю, так как линия действия этой силы проходит через центр $O$ и плечо силы равно нулю.

**Парой сил,** или просто парой (рис.1.2, *c*), называют систему двух равных по модулю сил, параллельных, направленных в противоположные стороны и не лежащих на одной прямой. Алгебраическим моментом пары сил, или **моментом пары,** называют взятое со знаком плюс или минус произведение модуля одной из сил пары на плечо пары – кратчайшее расстояние между линиями действия ее сил. Правило знаков такое же, как и для момента силы. На рисунках пару часто изображают дуговой стрелкой, показывающей направление поворота твердого тела под действием пары (см. $M$ на рис. 1.2, *c*).

**Моментом силы относительно оси** называют момент проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси с этой плоскостью. На рис. 1.2, *d* показано вычисление момента силы $F$ относительно оси *z*: $M_z(\vec{F}) = F_{xy}h$, где $F_{xy}$ – проекция силы $\vec{F}$ на плоскость *xy*, перпендикулярную оси *z*, *h* – плечо проекции $F_{xy}$ относительно центра *O* – точки пересечения оси *z* и плоскости *xOy*.

## 1.3. Условия равновесия систем сил

**Плоской системой сил** называется система сил, расположенных в одной плоскости.

**Основная форма условий равновесия плоской системы сил.** Для равновесия плоской системы сил, приложенных к твердому телу, необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух осей прямоугольной системы координат, расположенной в плоскости действия сил, были равны нулю и сумма моментов сил относительно любого центра, находящегося в плоскости действия сил, также была равна нулю:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum M_A(\vec{F}_k) = 0,$$

где $F_{kx}, F_{ky}$ – проекции всех сил на координатные оси; $M_A(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно произвольно выбранного центра $A$.

**Пространственной системой сил** называется система сил, расположенных произвольно в пространстве.

Для **равновесия пространственной системы сил** необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на оси прямоугольной системы координат были равны нулю и суммы моментов всех сил относительно тех же осей также были равны нулю:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum F_{kz} = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_y(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_z(\vec{F}_k) = 0,$$

где $F_{kx}, F_{ky}, F_{kz}$ – проекции всех сил на координатные оси $x$, $y$, $z$; $M_x(\vec{F}_k)$, $M_y(\vec{F}_k)$, $M_z(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно выбранных осей.

### Равновесие систем тел

Связи, соединяющие части конструкции, называют **внутренними,** в отличие от **внешних** связей, скрепляющих конструкцию с внешними телами, не входящими в данную конструкцию. Одним из способов решения задач на равновесие сил, действующих на сочленённую конструкцию с внутренними связями, является **разбиение конструкции на отдельные тела** и составление уравнений равновесия для каждого из тел, входящих в конструкцию. При этом в уравнения равновесия должны входить только силы, непосредственно приложенные к тому телу, равновесие которого рассматривается.

## 1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел

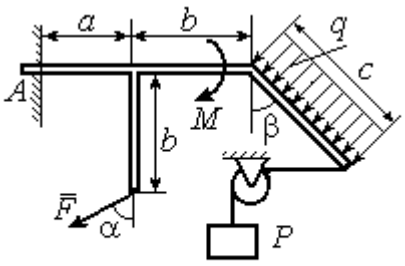
Каждый вариант задания включает две задачи по темам: «Равновесие произвольной плоской системы сил» и «Равновесие системы тел».

В задачах требуется определить реакции связей конструкции исходя из условия равновесия произвольной плоской системы сил. Весом стержневых подпорок, поддерживающих балочные конструкции, и блоков, через которые перекинуты невесомые нити, пренебречь.

Варианты заданий даны на рис. 1.3 – 1.6. Исходные данные приведены в табл. 1.1. Из таблицы исходных данных выбираются значения тех параметров, которые указаны на схемах.

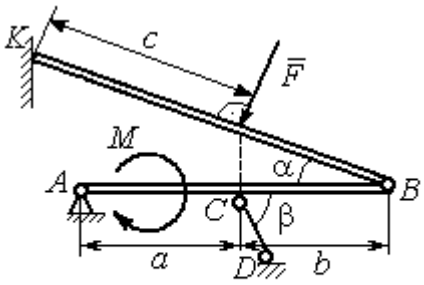
**Варианты № 1, 11, 21**

Задача 1




Найти реакцию жесткой заделки в точке $A$

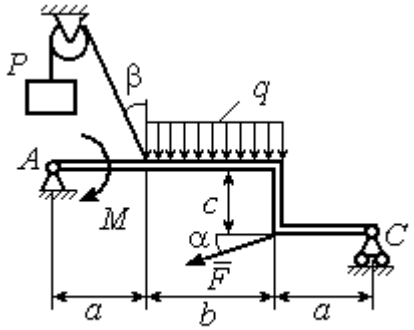
Задача 2




Найти реакции шарниров $A$, $B$, реакцию стержня $CD$ и реакцию опоры в точке $K$

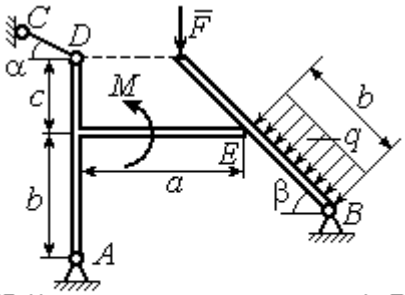
**Варианты № 2, 12, 22**

Задача 1




Найти реакции шарниров $A$ и $C$

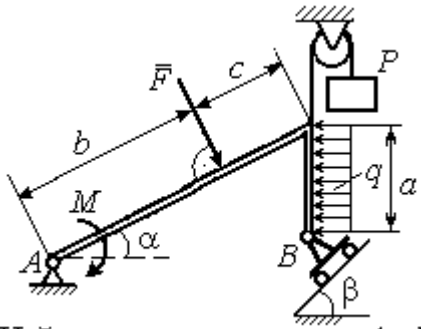
Задача 2




Найти реакции шарниров $A$, $B$, реакцию опоры в точке $E$ и реакцию стержня $CD$

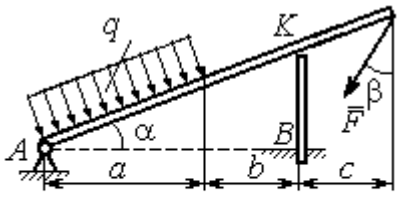
**Варианты № 3, 13, 23**

Задача 1




Найти реакцию шарниров $A$ и $B$

Задача 2

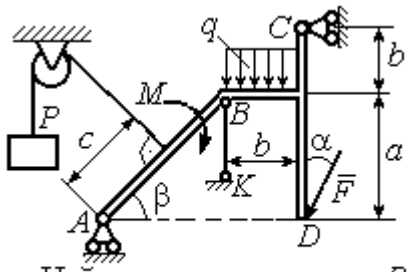



Найти реакцию шарнира $A$, реакцию опоры в точке $K$ и реакцию жесткой заделки в точке $B$

Рис. 1.3. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

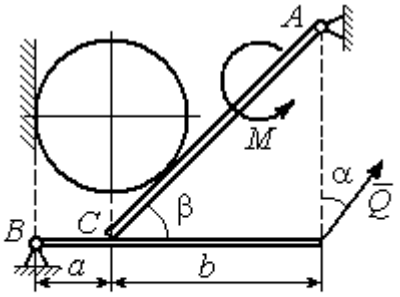
**Варианты № 4, 14, 24**

Задача 1




Найти усилие в стержне $BK$ и реакцию шарниров $A, C$

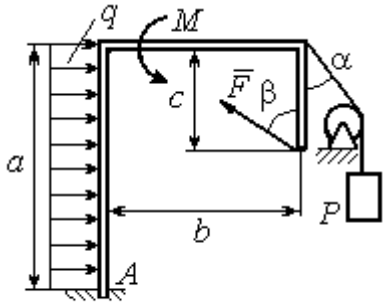
Задача 2




Вес шара $P$. Найти реакцию шарниров $A, B$, давление шара на балку и стенку, реакцию опоры балки в точке $C$ и уравновешивающую силу $Q$

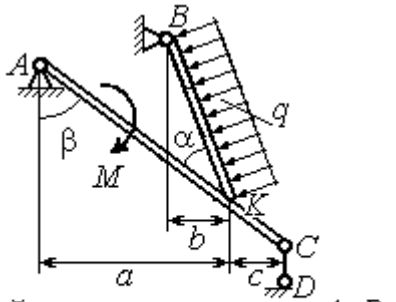
**Варианты № 5, 15, 25**

Задача 1




Найти реакцию жесткой заделки в точке $A$

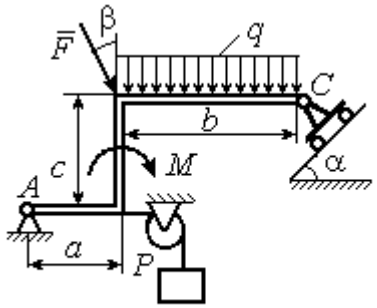
Задача 2




Найти реакцию шарнирв $A, B$, реакцию стержня $CD$ и реакцию опоры в точке $K$

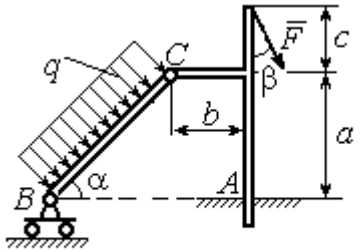
**Варианты № 6, 16, 26**

Задача 1




Найти реакции шарниров $A$ и $C$

Задача 2

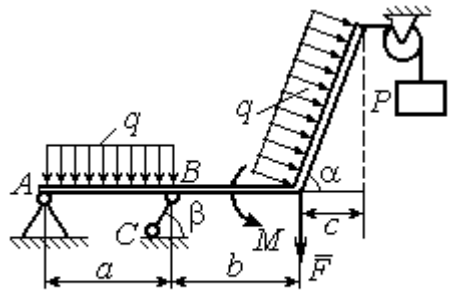



Найти реакцию жесткой заделки в точке $A$ и реакции шарниров $B$ и $C$

Рис. 1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 4 – 6, 14 – 16, 24 –26

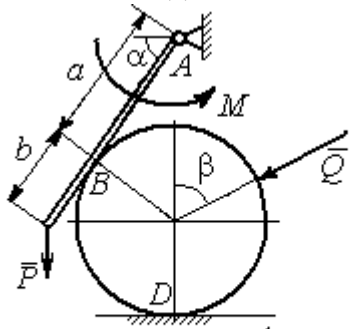
**Варианты № 7, 17, 27**

Задача 1




Найти реакцию стержня $BC$ и реакцию шарнира $A$

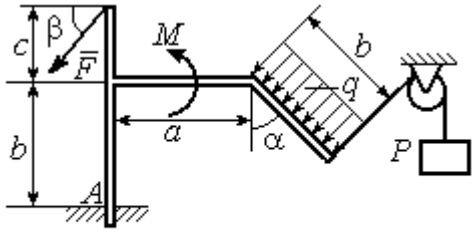
Задача 2




Найти реакцию шарнира $A$, давление балки на шар, реакцию опоры шара в точке $D$ и уравновешивающую силу $Q$

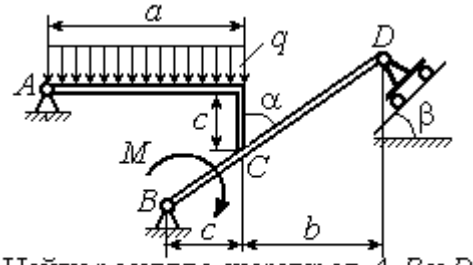
**Варианты № 8, 18, 28**

Задача 1




Найти реакцию жесткой заделки в точке $A$

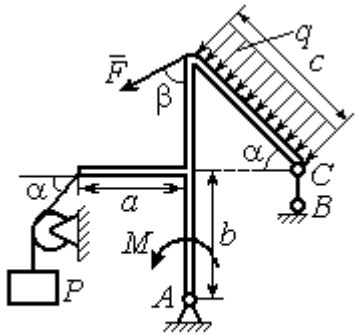
Задача 2




Найти реакцию шарниров $A$, $B$ и $D$ и реакцию опоры в точке $C$

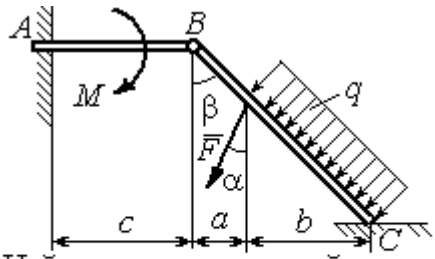
**Варианты № 9, 19, 29**

Задача 1




Найти реакцию стержня $BC$ и реакцию шарнира $A$

Задача 2



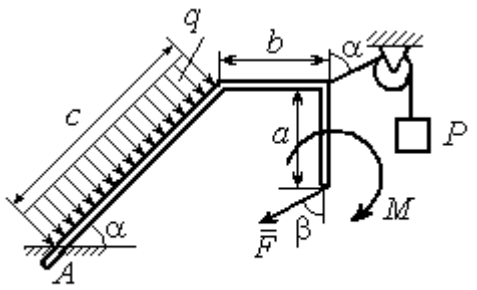

Найти реакцию жесткой заделки в точке $A$, реакцию шарнира $B$ и реакцию опоры в точке $C$

Рис. 1.5. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

*Окончание вариантов задания С1*

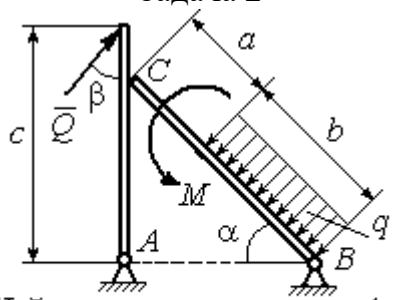
**Варианты № 10, 20, 30**

Задача 1




Найти реакцию жесткой заделки в точке $A$

Задача 2




Найти реакцию шарниров $A$, $B$, реакцию опоры в точке $C$ и уравновешивающую силу $Q$

Рис. 1.6. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 10, 20, 30

Таблица 1.1

**Исходные данные задания С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел.**

| Номер варианта задания | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P$, кН | 6 | 5 | 6 | 12 | 6 | 6 | 10 | 3 | 8 | 5 | 10 | 4 | 8 | 10 | 8 |
| $F$, кН | 12 | 6 | 10 | 5 | 12 | 8 | 6 | 5 | 6 | 2 | 12 | 8 | 12 | 6 | 10 |
| $q$, кН/м | 5 | 4 | 2 | 3 | 6 | 3 | 5 | 2 | 2 | 4 | 6 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $M$, кН·м | 12 | 8 | 6 | 8 | 12 | 5 | 12 | 8 | 4 | 6 | 8 | 12 | 10 | 6 | 10 |
| $\alpha$, град | 45 | 60 | 30 | 60 | 30 | 30 | 45 | 60 | 30 | 30 | 45 | 30 | 60 | 45 | 60 |
| $\beta$, град | 60 | 30 | 45 | 30 | 60 | 90 | 60 | 60 | 30 | 45 | 30 | 45 | 30 | 60 | 30 |
| $a$, м | 3 | 4 | 3 | 4 | 3 | 4 | 3 | 4 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 4 |
| $b$, м | 3 | 3 | 4 | 3 | 2 | 4 | 3 | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 | 3 | 2 |
| $c$, м | 4 | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 5 | 4 | 4 | 2 | 1 | 2 | 2 |

| Номер варианта задания | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** | **21** | **22** | **23** | **24** | **25** | **26** | **27** | **28** | **29** | **30** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P$, кН | 10 | 8 | 10 | 6 | 4 | 6 | 12 | 10 | 5 | 6 | 8 | 6 | 8 | 4 | 6 |
| $F$, кН | 6 | 12 | 12 | 8 | 3 | 14 | 10 | 8 | 15 | 10 | 12 | 8 | 10 | 10 | 2 |
| $q$, кН/м | 5 | 3 | 4 | 3 | 2 | 3 | 2 | 5 | 4 | 2 | 3 | 4 | 5 | 2 | 4 |
| $M$, кН·м | 10 | 6 | 8 | 6 | 5 | 12 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 10 | 6 | 4 | 8 |
| $\alpha$, град | 60 | 60 | 30 | 45 | 60 | 30 | 60 | 45 | 30 | 60 | 45 | 30 | 30 | 30 | 45 |
| $\beta$, град | 45 | 30 | 30 | 60 | 60 | 45 | 30 | 60 | 30 | 45 | 90 | 30 | 60 | 45 | 30 |
| $a$, м | 3 | 4 | 3 | 1 | 2 | 2 | 4 | 1 | 4 | 3 | 4 | 3 | 2 | 1 | 2 |
| $b$, м | 2 | 4 | 3 | 3 | 4 | 1 | 4 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| $c$, м | 3 | 2 | 2 | 4 | 5 | 4 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 3 | 5 |

**Пример выполнения задания С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел.**

**Задача** 1**.** Рама *ACE* (рис. 1.7) в точке *A* закреплена на цилиндрической шарнирной опоре, а в точке *B* поддерживается вертикальным невесомым стержнем *BK*. На раму действуют: пара с моментом $M = 8$ Нм, сила $F = 10$ Н, приложенная в точке *D* под углом 60° к раме, и равномерно распределенная нагрузка интенсивностью $q = 2$ Н/м, приложенная на отрезке *AB*. В точке *E* под прямым углом к участку балки *CE* прикреплен трос, несущий груз $P = 20$ Н. Пренебрегая весом балки, определить реакцию шарнира *A* и реакцию стержневой опоры *BK*, если $a = 2$ м.

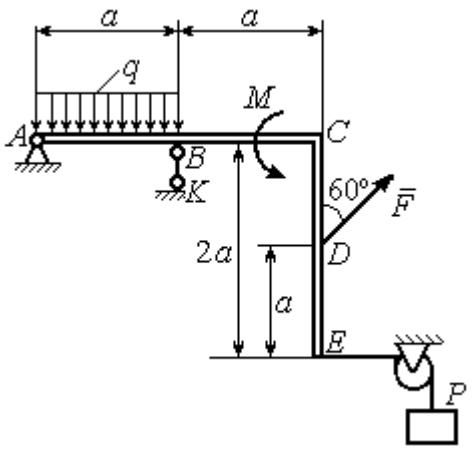



Рис. 1.7. Конструкция рамы

*Решение*

Выбираем систему координат *xAy*, например, как показано на рис. 1.8. Заменяем действие связей их реакциями. Изображаем реакцию шарнира *A* двумя ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленными вдоль горизонтальной и вертикальной осей (см. рис. 1.8). Реакция $\vec{R}_B$ невесомой стержневой опоры *BK* приложена в точке *B* и направлена вдоль стержня *BK*. Заменяем распределенную нагрузку её равнодействующей $\vec{Q}$. Сила $\vec{Q}$ приложена в середине отрезка *AB* и по модулю равна $Q = qa = 4$ Н. Действие груза *P* на раму изображается реакцией $\vec{T}$, равной по величине весу груза.

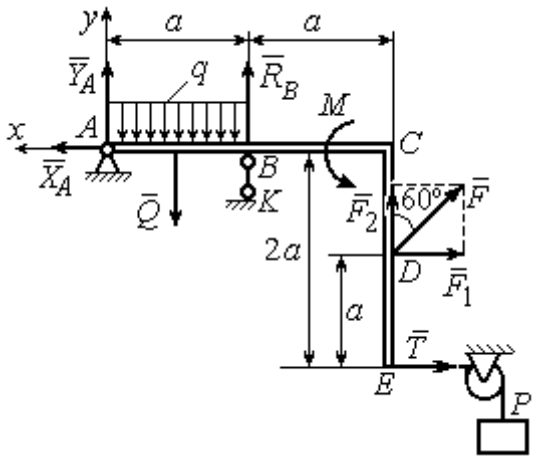



Рис. 1.8. Силы и реакции связей, действующие на раму при её равновесии

При равновесии рамы действующие на неё силы составляют уравновешенную произвольную плоскую систему. Условия равновесия системы сил имеют вид: $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$, $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$. Вычисляя проекции сил на оси *x*, *y*, и моменты сил относительно центра *A*, уравнения равновесия получим в виде:

$$\sum F_{kx} = X_A - F\cos 30^\circ - T = 0, \quad \sum F_{ky} = Y_A - Q + R_B + F\cos 60^\circ = 0.$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -Q\frac{a}{2} + R_B a + M + F\cos 60^\circ \cdot 2a + F\cos 30^\circ \cdot a + T2a = 0.$$

Здесь для вычисления момента силы $\vec{F}$ относительно центра *A* использована теорема Вариньона: $M_A(\vec{F}) = M_A(\vec{F}_1) + M_A(\vec{F}_2) = F_1 \cdot a + F_2 \cdot 2a$, где $F_1 = F\cos 30^\circ$, $F_2 = F\cos 60^\circ$ (см. рис. 1.8).

Подставляя в уравнения равновесия исходные данные задачи, получим систему уравнений относительно неизвестных $X_A, Y_A, R_B$:

$$X_A - 28{,}66 = 0, \quad Y_A + R_B + 1 = 0, \quad R_B \cdot 2 + 121{,}32 = 0.$$

Решая систему, найдем $X_A$ = 28,66 Н, $Y_A$ = 59,66 Н, $R_B$ = – 60,66 Н.

Отрицательное значение величины $R_B$ означает, что фактическое направление реакции $R_B$ стержневой опоры *BK* противоположно направлению, показанному на рис. 1.8. Численное значение реакции шарнира

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{28{,}66^2 + 59{,}66^2} = 66{,}18 \text{ Н}.$$

**Задача 2.** Балка *ABLC* с вертикальной частью *AB* и горизонтальной перекладиной *LC* закреплена в точке *A* с помощью жесткой заделки (рис. 1.9). Наклонная балка *EC* с углом наклона к горизонту 60° в точке *C* шарнирно прикреплена к горизонтальной перекладине *CL*, а в точке *E* закреплена на шарнирно-подвижной опоре, установленной на горизонтальной поверхности. На конструкцию действуют равномерно распределенная на отрезках *BL* и *DE* нагрузка с одинаковой интенсивностью $q = 2$ кН/м, сила $\vec{F}$, приложенная в точке *D* перпендикулярно балке *EC* и равная по величине $F = 10$ кН, и пара сил

с моментом $M$ = 5 кН·м. Определить реакцию жесткой заделки $A$ и реакции шарниров $C$ и $E$, если $a$ = 2 м.

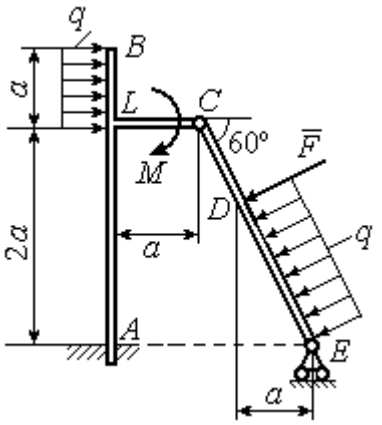



Рис. 1.9. Равновесие конструкции двух балок, соединённых шарниром

*Решение*

Разделяем систему на две части по шарниру $C$ и рассмотрим равновесие балок $ABLC$ и $EC$ отдельно. Изобразим обе балки и расставим внешние силы и реакции связей (рис. 1.10). Рассмотрим балку $ABLC$ (рис. 1.10, *a*). Заменим распределенную нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_1$, приложенной в середине отрезка $BL$, направленной в сторону действия нагрузки и равной $Q_1 = q \cdot a =$ 4 кН. Кроме силы $\vec{Q}_1$ и пары сил с моментом $M$ на балку действуют реакция жёсткой заделки в точке $A$, имеющая своими составляющими силы $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$ и пару сил с моментом $M_A$, а также реакция шарнира $C$, разложенная на составляющие $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ (см. рис. 1.10, *a*). Действующие на раму силы составляют уравновешенную плоскую систему сил. Выберем систему координат $xAy$, как показано на рис. 1.10, *a*, и составим уравнения равновесия:

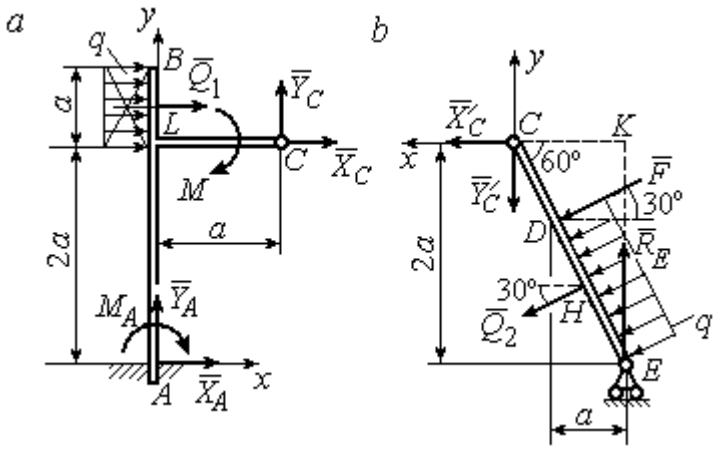



Рис. 1.10. Равновесие частей конструкции:
*a* - силы и реакции связей, действующие на балку $ABLC$;
*b* - силы и реакции связей, действующие на балку $CE$

$$\sum F_{kx} = X_A + Q_1 + X_C = 0, \quad \sum F_{ky} = Y_A + Y_C = 0,$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -M_A - Q_1 \cdot \left(2a + \frac{a}{2}\right) - M + Y_C a - X_C 2a = 0.$$

Рассмотрим равновесие балки *EC*. Заменим равномерную нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_2$, приложенной в середине отрезка *ED*, направленной в сторону действия нагрузки и равной по модулю $Q_2 = q \cdot 2a = 8\,\text{кН}$. На балку кроме сил $\vec{Q}_2$, $\vec{F}$ действуют реакции связей: $\vec{R}_E$ – реакция шарнирно-подвижной опоры в точке *E* и $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ – составляющие реакции шарнира *C*. Силы $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ направлены противоположно силам $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ и равны им по модулю $X_C = X'_C$, $Y_C = Y'_C$ (см. рис. 1.10, *a*, *b*). Действующие на балку *EC* силы образуют плоскую уравновешенную систему сил. Выберем систему координат *xCy,* как показано на рис. 1.10, *b,* и составим уравнения равновесия. При этом центром, относительно которого будем считать моменты сил, выберем точку *C*. Получим:

$$\sum F_{kx} = Q_2 \sin 60^\circ + F\cos 30^\circ + \vec{X}'_C = 0,\ \sum F_{ky} = R_E - Q_2 \cos 60^\circ - F\sin 30^\circ - Y'_C = 0,$$

$$\sum M_C\left(\vec{F}_k\right) = -F \cdot CD - Q_2 \cdot CH + R_E \cdot CK = 0.$$

Здесь плечи сил: $CD = \dfrac{2a}{\cos 30^\circ} - 2a$, $CH = \dfrac{2a}{\cos 30^\circ} - a$, $CK = 2a\,\text{tg}30^\circ$. Заменяя в уравнениях величины $X'_C$ на $X_C$, а $Y'_C$ на $Y_C$ и подставляя исходные данные, получим систему уравнений:

$$X_A + X_C + 4 = 0,\ Y_A + Y_C = 0,\ -M_A - 4X_C + 2Y_C - 25 = 0,$$

$$X_C + 15{,}59 = 0,\ -Y_C + R_E - 9 = 0,\ 2{,}31R_E - 27{,}14 = 0,$$

откуда найдём величины реакции жесткой заделки и реакции шарниров:

$$X_A = 11{,}59\ \text{кН},\ Y_A = -2{,}76\ \text{кН},\ M_A = 42{,}87\ \text{кН·м},$$

$$X_C = -15{,}59\ \text{кН},\ Y_C = 2{,}76\ \text{кН},\ R_E = 11{,}76\ \text{кН}.$$

Модули реакций жесткой заделки *A* и шарнира *C*:

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 11{,}91\ \text{кН},\ R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = 15{,}83\ \text{кН}.$$

## 1.5. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил

В заданиях рассматривается равновесие однородной плиты или вала (прямого или с «ломаной» осью) с насаженным на него шкивом.

Вал закреплен подпятником и подшипником и удерживается в равновесии. На вал действуют сила $\vec{F}$, пара сил с моментом $M$ и сила $\vec{P}$. На шкив вала намотана нить, к свободному концу которой, перекинутому через невесомый блок, подвешен груз весом $Q$. Для вала определить реакции подшипника и подпятника и величину уравновешивающей силы $Q$ (или момента $M$).

Плита весом $P$ закреплена пространственным шарниром, подшипником и удерживается в заданном положении невесомым стержнем. На плиту действуют силы $\vec{F}$, $\vec{Q}$ и пара сил с моментом $M$. Для плиты найти реакции сферического и цилиндрического шарниров и реакцию стержня.

Варианты задания даны на рис. 1.11 – 1.13. Исходные данные для выполнения задания приведены в табл. 1.2.

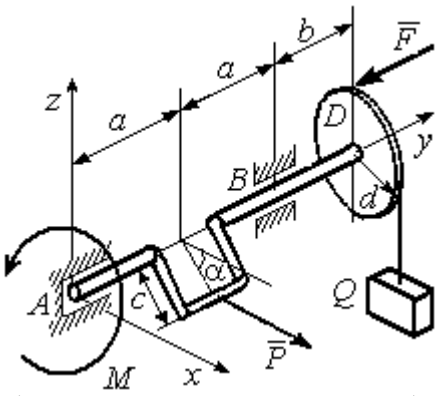
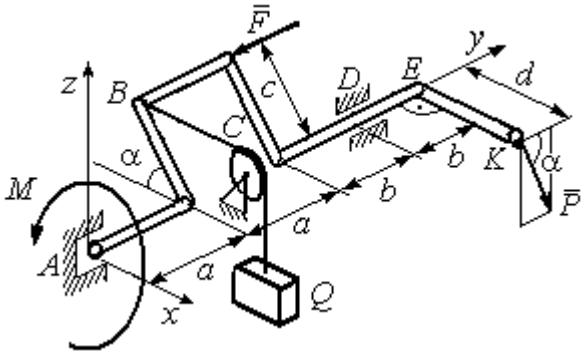
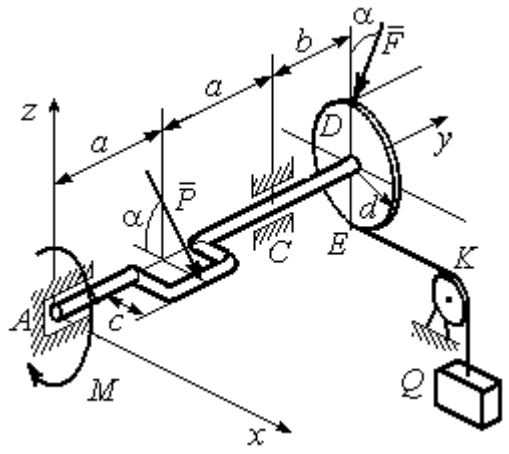
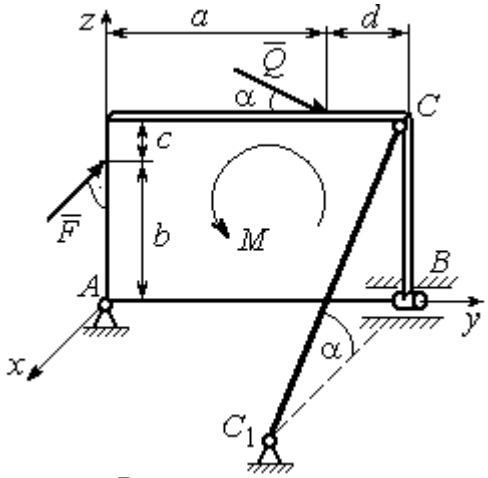
| **Варианты № 1, 11, 21** | **Варианты № 2, 12, 22** |
|---|---|
|  |  |
| Сила $\vec{F}$ параллельна оси $Ay$; сила $\vec{P}$ параллельна оси $Ax$; нить, удерживающая груз, сходит со шкива вертикально. Найти реакции подпятника и подшипника в точках $A$ и $B$ и величину уравновешивающего груза $Q$ | Сила $\vec{F}$ параллельна оси $Ay$; сила $\vec{P}$ лежит в плоскости, параллельной $zAy$; отрезок нити $BC$ параллелен оси $Ax$; рукоять вала $EK$ параллельна оси A$x$. Найти реакции подпятника и подшипника в точках $A$ и $D$ и величину уравновешивающего момента $M$ |

Рис. 1.11. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.
Номера вариантов задания 1 – 2, 11 – 12, 21 – 22

| **Варианты № 3, 13, 23** | **Варианты № 4, 14, 24** |
|---|---|
|  |  |
| Сила $\vec{F}$ , лежит в плоскости $zAy$; сила $\vec{P}$ лежит в плоскости, параллельной $zAx$, отрезок нити $EK$ параллелен оси $Ax$.<br>Найти реакции подпятника и подшипника в точках $A$ и $C$, а также величину уравновешивающего груза $Q$ | Плита весом $P$ расположена в плоскости $zAy$; пара сил с моментом $M$ действует в плоскости плиты; стержень $CC_1$ расположен в плоскости, параллельной $zAx$; сила $\vec{Q}$ действует в плоскости плиты; сила $\vec{F}$ перпендикулярна плоскости плиты.<br>Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках $A$ и $B$ и реакцию стержня $CC_1$ |

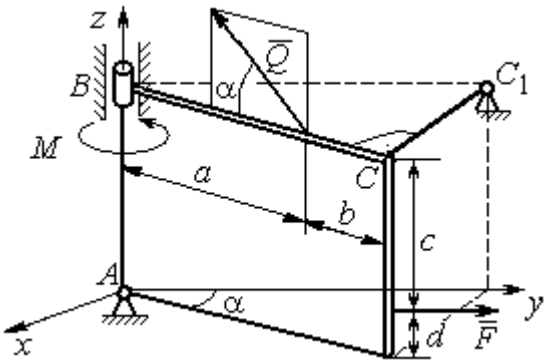
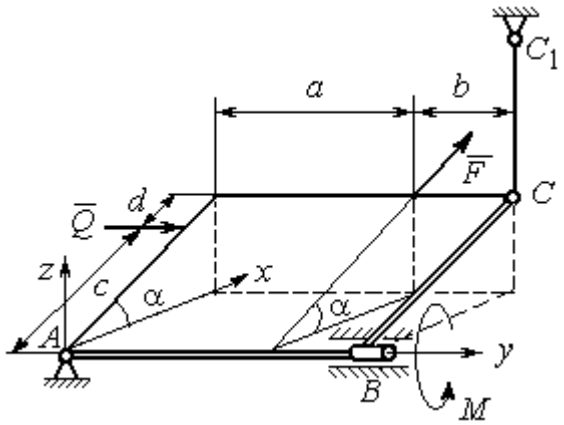
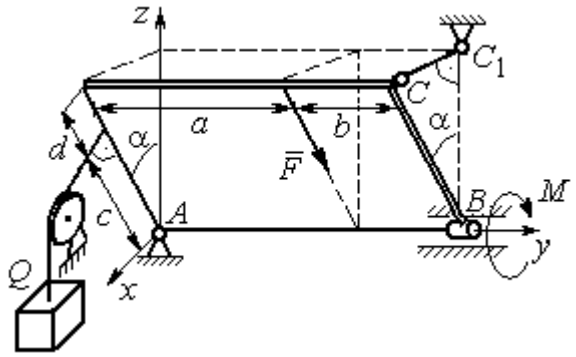
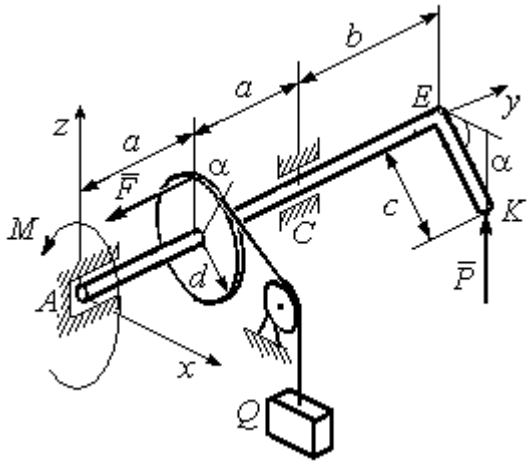
| **Варианты № 5, 15, 25** | **Варианты № 6, 16, 26** |
|---|---|
|  |  |
| Плита весом $P$ отклонена на угол α от вертикальной плоскости $zAy$; сила $\vec{Q}$ лежит в плоскости плиты; сила $\vec{F}$ параллельна оси $Ay$; стержень $CC_1$ перпендикулярен плоскости плиты.<br>Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках $A$ и $B$ и реакцию стержня $CC_1$ | Плита весом $P$ отклонена на угол α от горизонтальной плоскости $xAy$; сила $\vec{Q}$ перпендикулярна боковой стенке плиты и параллельна оси $Ay$; сила $\vec{F}$ расположена в плоскости плиты и параллельна её боковым стенкам; стержень $CC_1$ параллелен оси $Az$.<br>Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках $A$ и $B$ и реакцию стержня $CC_1$ |

Рис. 1.12. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.
Номера вариантов задания 3 – 6, 13 – 16, 23 – 26

| **Варианты № 7, 17, 27** | **Варианты № 8, 18, 28** |
|---|---|
|  |  |
| Плита весом *P* отклонена на угол α от вертикальной плоскости *zAy*; нить, удерживающая груз *Q*, находится плоскости *zAx*, прикреплена к боковой стенке плиты и перпендикулярна ей; сила $\vec{F}$ параллельна боковым стенкам плиты; стержень $CC_1$ перпендикулярен плоскости *zAy*.<br>Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках *A* и *B* и реакцию стержня $CC_1$ | Рукоять *EK* перпендикулярна оси вала и наклонена под углом α к горизонтальной плоскости *xAy*; сила $\vec{P}$ параллельна оси *Az*; сила $\vec{F}$ параллельна оси A*y*; нить, удерживающая груз *Q*, сходит со шкива по касательной.<br>Найти реакции подпятника *A*, подшипника *C*, и величину уравновешивающего груза *Q* |

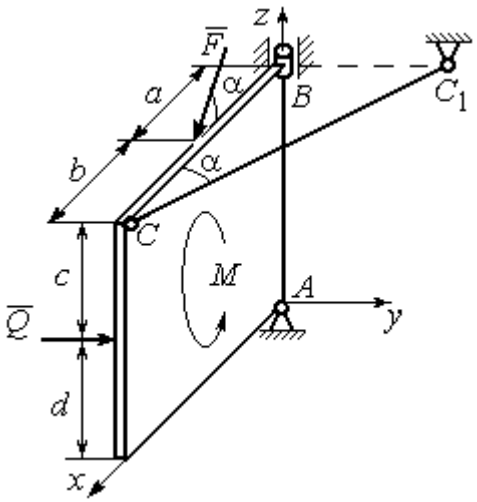
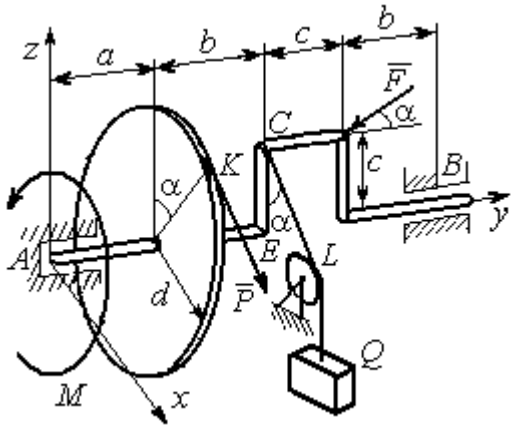
| **Варианты № 9, 19, 29** | **Варианты № 10, 20, 30** |
|---|---|
|  |  |
| Плита весом *P* находится в вертикальной плоскости *zAx*; стержень $CC_1$ расположен в плоскости, параллельной *xAy*; пара сил с моментом *M* действует в плоскости плиты; сила $\vec{Q}$ перпендикулярна плоскости плиты; сила $\vec{F}$ лежит в плоскости плиты.<br>Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках *A* и *B* и реакцию стержня $CC_1$ | Сила $\vec{F}$ находится в плоскости *zAy*; стойка *CE* находится в плоскости *zAy*; отрезок *CL* нити, удерживающей груз, находится в плоскости параллельной *xAz*; сила $\vec{P}$ находится в плоскости шкива и направлена по касательной к ободу в точке *K*.<br>Найти реакции подпятника *A*, подшипника *B* и величину уравновешивающего момента *M* |

Рис. 1.13. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.
Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 1.2

**Исходные данные для задания С2.**
**Равновесие пространственной системы сил**

| Номер варианта задания | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *P*, кН | 5 | 4 | 6 | 10 | 16 | 15 | 12 | 10 | 15 | 14 |
| *F*, кН | 8 | 6 | 12 | 6 | 10 | 10 | 8 | 12 | 12 | 10 |
| *Q*, кН | – | 12 | – | 12 | 8 | 12 | 10 | – | 10 | 12 |
| *M*, кН·м | 12 | – | 10 | 8 | 12 | 6 | 8 | 6 | 8 | – |
| α, град | 60 | 30 | 30 | 30 | 60 | 60 | 60 | 30 | 30 | 60 |
| *a*, м | 1,2 | 0,8 | 1,4 | 0,6 | 1,2 | 0,9 | 1,4 | 0,4 | 0,8 | 0,8 |
| *b*, м | 1,0 | 0,6 | 1,1 | 0,4 | 0,8 | 0,4 | 0,6 | 1,2 | 0,2 | 0,6 |
| *c*, м | 0,8 | 0,5 | 0,8 | 0,3 | 1,4 | 0,8 | 1,2 | 0,8 | 0,4 | 0,4 |
| *d*, м | 0,4 | 0,4 | 0,6 | 0,2 | 0,4 | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,6 | 0,6 |

| Номер варианта задания | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *P*, кН | 8 | 10 | 10 | 15 | 14 | 10 | 16 | 9 | 10 | 12 |
| *F*, кН | 6 | 12 | 16 | 8 | 12 | 14 | 10 | 15 | 8 | 10 |
| *Q*, кН | – | 14 | – | 10 | 10 | 12 | 14 | – | 12 | 14 |
| *M*, кН·м | 10 | – | 12 | 12 | 12 | 8 | 10 | 10 | 10 | – |
| α, град | 30 | 60 | 60 | 60 | 30 | 30 | 30 | 60 | 60 | 30 |
| *a*, м | 0,8 | 1,3 | 0,9 | 0,5 | 1,3 | 1,2 | 1,6 | 0,6 | 0,9 | 1,2 |
| *b*, м | 0,6 | 1,1 | 0,6 | 0,4 | 0,9 | 0,6 | 0,8 | 1,2 | 0,3 | 0,8 |
| *c*, м | 0,4 | 0,8 | 0,5 | 0,2 | 1,5 | 0,9 | 1,2 | 0,4 | 0,6 | 0,6 |
| *d*, м | 0,2 | 0,4 | 0,4 | 0,1 | 0,5 | 0,4 | 0,6 | 0,2 | 0,2 | 0,8 |

| Номер варианта задания | **21** | **22** | **23** | **24** | **25** | **26** | **27** | **28** | **29** | **30** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *P*, кН | 10 | 12 | 5 | 8 | 10 | 14 | 18 | 12 | 14 | 10 |
| *F*, кН | 12 | 8 | 15 | 10 | 12 | 8 | 10 | 15 | 9 | 8 |
| *Q*, кН | – | 10 | – | 12 | 14 | 10 | 16 | – | 12 | 6 |
| *M*, кН·м | 12 | – | 16 | 14 | 8 | 10 | 8 | 12 | 10 | – |
| α, град | 90 | 30 | 60 | 30 | 45 | 30 | 30 | 60 | 60 | 30 |
| *a*, м | 0,6 | 0,8 | 1,1 | 1,2 | 1,5 | 0,8 | 1,0 | 0,8 | 1,2 | 0,9 |
| *b*, м | 0,8 | 0,6 | 0,9 | 1,0 | 0,9 | 0,6 | 0,8 | 1,4 | 0,6 | 0,4 |
| *c*, м | 0,4 | 1,2 | 0,8 | 0,6 | 1,5 | 0,9 | 1,1 | 0,5 | 0,8 | 0,6 |
| *d*, м | 0,4 | 1,5 | 0,5 | 0,2 | 0,4 | 0,3 | 0,3 | 0,4 | 0,6 | 0,5 |

## Примеры решения задания С2. Равновесие пространственной системы сил

**Задача 1**. Горизонтальный вал (рис. 1.14) закреплен в подпятнике *C* и подшипнике *K*. Вал имеет шкив I радиуса *R* и шкив II радиуса *r*, перпендикулярные оси вала. Рукоять *AE* параллельна оси *Cx*. Нить, удерживающая груз *Q*, сходит со шкива I по касательной вертикально вниз. На вал действуют силы $\vec{F}$, $\vec{P}$ и пара сил с моментом *M*, закручивающая вал вокруг оси *Cy*. Сила $\vec{F}$ находится в плоскости, параллельной *zCy*, и составляет угол 60° с направлением оси *Cy*. Сила $\vec{P}$ приложена в точке *B* шкива II, определяемой центральным углом 30º, и направлена по касательной. Определить величину уравновешивающего момента *M* и реакции подшипника и подпятника, если $P = 4$ кН, $F = 2$ кН, $Q = 3$ кН, $R = 0{,}6$ м, $r = 0{,}3$ м, $a = 0{,}8$ м, $b = 0{,}4$ м.

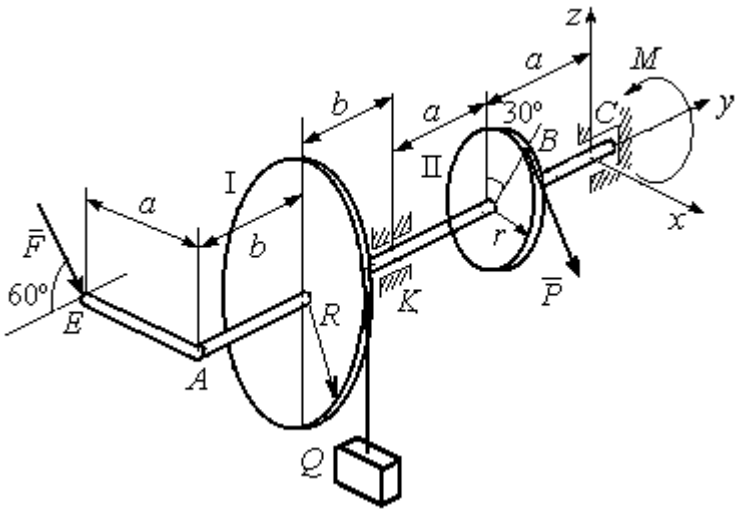


Рис. 1.14. Схема вала и его нагрузка

*Решение*

Рассмотрим равновесие вала. На вал действуют внешние силы $\vec{F}$, $\vec{P}$, пара сил с моментом *M* и реакции связей. Связями являются нить, натянутая грузом *Q*, подпятник *C* и подшипник *K*. Освобождаем вал от связей, заменяя их действие реакциями. Реакцию подпятника *C* раскладываем на три со-

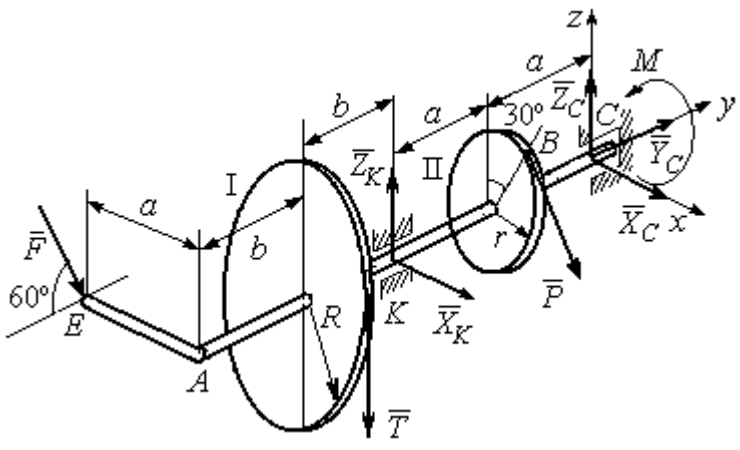


Рис. 1.15. Внешние силы и реакции связей вала

ставляющие: $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$, $\vec{Z}_C$, направленные вдоль координатных осей. Реакция подшипника *K* лежит в плоскости, перпендикулярной оси вала, и ее составляющими будут вектора $\vec{X}_K, \vec{Z}_K$, направленные вдоль координатных осей *x*, *z*. Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити от точки *K* и по модулю равна весу груза. Действие на вал внешних сил и реакций связи показано на рис. 1.15.

Внешние силы, действующие на вал, и реакции связей составляют произвольную пространственную систему сил, эквивалентную нулю ($\vec{P}, \vec{F}, \vec{X}_K, \vec{Z}_K, \vec{T}, \vec{X}_C, \vec{Y}_C, \vec{Z}_C, M$) ∞ 0, для которой уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum F_{kz} = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_y(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_z(\vec{F}_k) = 0.$$

Для удобства при составлении уравнений равновесия изобразим вал вместе с действующими на него силами в проекциях на координатные плоскости (рис. 1.16)

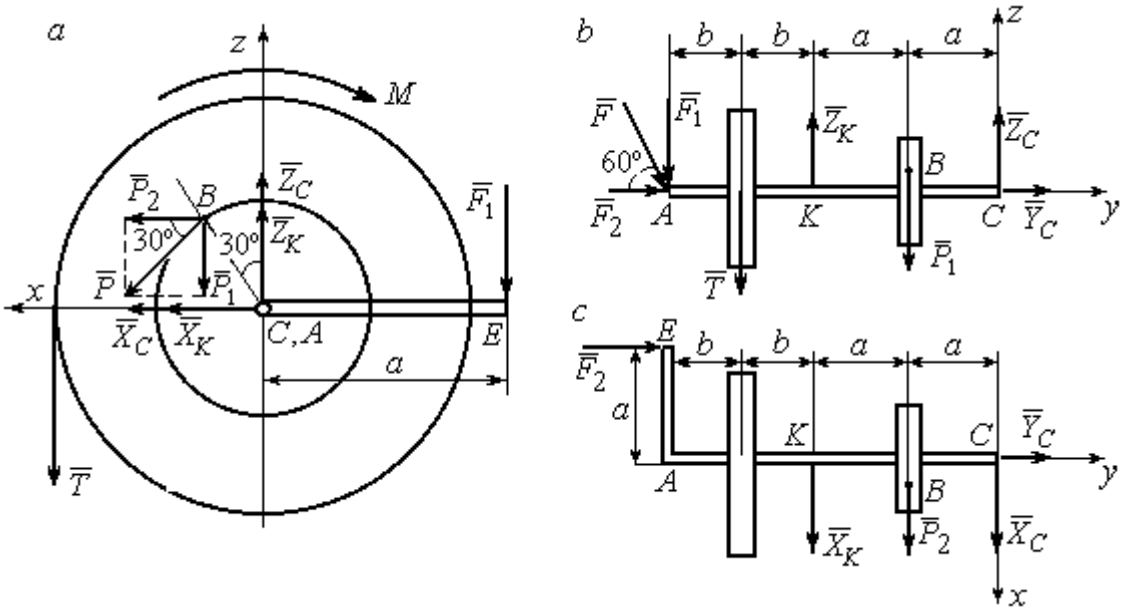



Рис. 1.16. Вал и действующие на него силы в проекциях на координатные плоскости:

*a* – вид вала в проекции на плоскость *zCx* с положительного конца оси *y*;

*b* – вид вала в проекции на плоскость *zCy* с положительного конца оси *x*;

*c* – вид вала в проекции на плоскость *xCy* с положительного конца оси *z*.

На рис. 1.16, *а* показаны проекции всех сил на плоскость *zCx*. Вычисляя моменты проекций этих сил относительно точки *C*, получим значения моментов исходных сил относительно оси *y*.

Для вычисления моментов сил относительно оси *x* достаточно найти моменты проекций сил на плоскость *zCy* относительно точки *C* (см. рис. 1.16, *b*), а вычисляя моменты проекций сил на плоскость *xCy* относительно точки *C*, получим значения моментов сил относительно оси $z$.

Составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = P_2 + X_K + X_C = 0,\ \sum F_{ky} = F_2 + Y_C = 0,$$

$$\sum F_{kz} = -P_1 + Z_K - T + Z_C - F_1 = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = P_1 a - Z_K 2a - T(2a + b) + F_1(2a + 2b) = 0,$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = -F_1 a + TR + Pr - M = 0,$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = P_2 a + X_K 2a - F_2 a = 0.$$

Подставляя исходные данные задачи, с учётом того, что

$$P_1 = P\cos 60^\circ = 0{,}5P,\ P_2 = P\cos 30^\circ = 0{,}87P,$$

$$F_1 = F\cos 30^\circ = 0{,}87F,\ F_2 = F\cos 60^\circ = 0{,}5F$$ (см. рис. 1.16 *а*, *b*),

получим систему уравнений:

$$0{,}87 \cdot 4 + X_K + X_C = 0,\ \ 2 \cdot 0{,}5 + Y_C = 0,\ -4 \cdot 0{,}5 + Z_K - 3 + Z_C - 2 \cdot 0{,}87 = 0,$$

$$0{,}5 \cdot 4 \cdot 0{,}8 - 1{,}6Z_K - 3 \cdot 0{,}87(2 \cdot 0{,}8 + 0{,}4) + 2 \cdot 0{,}87(2 \cdot 0{,}8 + 2 \cdot 0{,}4) = 0,$$

$$-0{,}87 \cdot 0{,}8 + 3 \cdot 0{,}6 + 4 \cdot 0{,}3 - M = 0,\ 0{,}87 \cdot 4 \cdot 0{,}8 + 1{,}6 \cdot X_K - 2 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}8 = 0.$$

Решая систему, найдём: $X_C = -2{,}24$ кН, $Y_C = -1$ кН, $Z_C = 6{,}39$ кН, $X_K = -1{,}24$ кН, $Z_K = 0{,}35$ кН, $M = 2{,}3$ кН·м.

Окончательно, реакция подпятника $R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2} = 6{,}84$ кН,

реакция подшипника $R_K = \sqrt{X_K^2 + Z_K^2} = 1{,}29$ кН.

**Задача 2**. Плита весом $P$ расположена в вертикальной плоскости $zAy$. В точке А плита закреплена пространственным шарниром, а в точке $B$ на оси $y$ опирается на цилиндрический шарнир (подшипник). Плита удерживается в равновесии при помощи невесомого стержня $CC_1$, прикреплённого шарниром к плите в её верхнем углу, в точке $C$ перпендикулярно плоскости плиты (рис. 1.17).

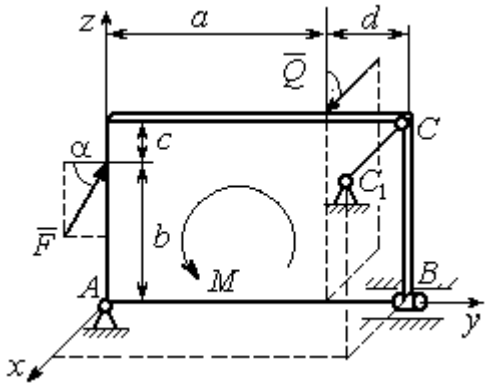



Рис. 1.17. Равновесие плиты

На плиту действует сила $\vec{Q}$, приложенная на краю плиты перпендикулярно её плоскости, и сила $\vec{F}$, лежащая в плоскости плиты и направленная под углом $\alpha$ к горизонту (см. рис. 1.17). Кроме того, в плоскости плиты на неё действует пара сил с моментом $M$. Найти реакции шарниров $A$ и $B$ и усилие в стержневой подпорке $CC_1$ при равновесии плиты, если параметры нагрузки: $P$ = 1 кН, $Q$ = 500 Н, $F$ = 400 Н, $M$ = 300 Н·м, $\alpha = 35^\circ$, $a$ = 2 м, $b$ = 1,5 м, $c$ = 0,2 м, $d$ = 0,4 м.

*Решение*

Заменим связи плиты их реакциями. Реакция шарнира $A$ раскладывается на три составляющие: $\vec{X}_A$ $\vec{Y}_A$, $\vec{Z}_A$ по направлениям координатных осей. Направления координатных осей показаны на рис. 1.17. Реакция подшипника $B$ лежит в плоскости, перпендикулярной оси подшипника, и ее составляющими будут вектора $\vec{X}_B, \vec{Z}_B$, направленные вдоль координатных осей $x$, $z$. Реакция стержня $\vec{T}$ направлена вдоль стержня. Действие сил и реакций показано на рис.1.18.

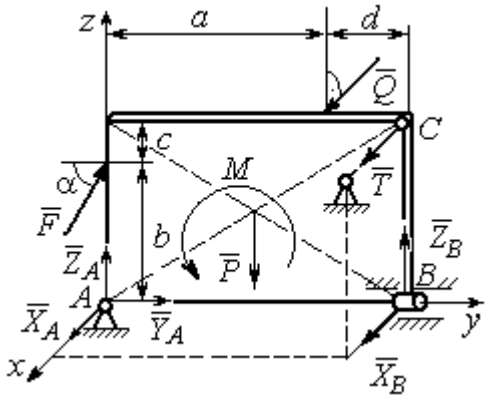



Рис. 1.18. Действие сил и реакций при равновесии плиты

Пространственная система сил, действующих на плиту, является уравновешенной: $(\vec{P}, \vec{F}, \vec{X}_B, \vec{Z}_B, \vec{T}, \vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A, M) \infty 0$. Уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum F_{kz} = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_y(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_z(\vec{F}_k) = 0.$$

В вычислениях моментов сил относительно осей будем считать момент положительным, если при взгляде со стороны положительного направления оси, сила вращает тело (плиту) против хода часовой стрелки. Получим:

$$\sum F_{kx} = 0,\ X_A + Q + X_B + T = 0,$$

$$\sum F_{ky} = 0,\ Y_A + F\cos\alpha = 0,$$

$$\sum F_{kz} = 0,\ Z_A + F\sin\alpha - P + Z_B = 0$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0,\ -F\cos\alpha \cdot b - P \cdot 0{,}5(a+d) + Z_B(a+d) + M = 0,$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = 0,\ Q \cdot (b+c) + T \cdot (b+c) = 0,$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = 0,\ -Q \cdot a - T \cdot (a+d) - X_B \cdot (a+d) = 0.$$

Подставив исходные данные задачи, получим систему уравнений:

$$X_A + 500 + X_B + T = 0,\ Y_A + 400 \cdot 0{,}82 = 0,\ Z_A + 400 \cdot 0{,}57 - 1000 + Z_B = 0,$$

$$-400 \cdot 0{,}82 \cdot 1{,}5 - 1000 \cdot 0{,}5 \cdot 2{,}4 + Z_B \cdot 2{,}4 + 300 = 0,$$

$$500 \cdot 1{,}7 + T \cdot 1{,}7 = 0,\quad -500 \cdot 2 - T \cdot 2{,}4 - X_B \cdot 2{,}4 = 0,$$

откуда находим значения составляющих реакций:

$$T = -500\ \text{Н},\ X_B = 83{,}33\ \text{Н},\ Z_B = 580\ \text{Н},$$

$$X_A = -83{,}33\ \text{Н},\ Y_A = -328\ \text{Н},\ Z_A = 192\ \text{Н}.$$

Полные реакции пространственного шарнира $A$:

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2} = 389{,}09\ \text{Н},$$

цилиндрического шарнира $B$: $R_B = \sqrt{X_B^2 + Z_B^2} = 585{,}95\ \text{Н}$.

# 2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА

**Кинематикой** называется раздел механики, в котором изучаются свойства движения материальных тел без учета их масс и действующих на них сил.

## 2.1. Кинематика точки. Основные параметры движения точки

Кривая, которую описывает движущаяся точка, называется **траекторией** точки. Движение точки может быть задано **векторным**, **координатным** или **естественным** способами.

**Векторный способ** основан на определении положения точки ее радиусом-вектором в виде векторного уравнения $\vec{r} = \vec{r}(t)$. При **координатном способе** задания движения точки положение точки определяется ее координатами, заданными для каждого момента времени: $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$. **Естественный способ** задания движения используется, если заранее известна траектория движения точки. Тогда положение точки однозначно определяется длиной дуги $\breve{OM} = S(t)$, отсчитываемой от некоторой фиксированной точки *O*, принятой за начало отсчета.

**Мгновенная скорость,** или скорость точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от радиуса-вектора точки: $\vec{V} = \dot{\vec{r}}$. Вектор скорости точки $\vec{V}$ всегда направлен по касательной к траектории в сторону движения точки.

При координатном способе задания движения величины проекций вектора скорости $\vec{V}$ на координатные оси определяются как производные по времени от соответствующих координат: $V_x = \dot{x}$, $V_y = \dot{y}$, $V_z = \dot{z}$. Модуль вектора скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$. При естественном способе задания движения вектор скорости точки определяется равенством: $\vec{V} = \dot{S}\vec{\tau}$, где $S = S(t)$ – закон измене-

ния длины дуги, $\vec{\tau}$ –единичный вектор касательной к траектории движения, направленный в сторону возрастающих расстояний.

Величина $V = |\dot{S}|$ называется алгебраической скоростью точки. При $\dot{S} > 0$ вектор скорости $\vec{V}$ направлен по единичному вектору $\vec{\tau}$ – в сторону возрастающих расстояний. При $\dot{S} < 0$ он имеет направление, противоположное единичному вектору $\vec{\tau}$, т. е. в сторону убывающих расстояний.

**Мгновенное ускорение,** или ускорение точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от вектора скорости точки или как вторая производная от радиус-вектора точки: $\vec{a} = \dot{\vec{V}} = \ddot{\vec{r}}$. При координатном способе проекции вектора ускорения $\vec{a}$ на координатные оси – величины $a_x$, $a_y$, $a_z$ – определяются равенствами: $a_x = \dot{V}_x = \ddot{x}$, $a_y = \dot{V}_y = \ddot{y}$, $a_z = \dot{V}_z = \ddot{z}$. Модуль вектора ускорения равен: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

При естественном способе задания движения вектор ускорения точки $\vec{a}$ раскладывается на две взаимно перпендикулярные составляющие $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$, параллельные осям $n$ и $\tau$ естественной системы координат, и представляется в виде равенства $\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n}$, или $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, где $\vec{\tau}$ – единичный направляющий вектор оси, касательной к траектории (касательная ось); $\vec{n}$ – единичный направляющий вектор главной нормали траектории. Величина $a_n$ называется **нормальным ускорением** точки и вычисляется по формуле: $a_n = \dfrac{V^2}{\rho}$, где $\rho$ – радиус кривизны траектории. (У окружности радиус кривизны равен её радиусу, у прямой линии – бесконечности.) Вектор $\vec{a}_n$ нормальной составляющей ускорения всегда направлен к центру кривизны траектории. При движении по окружности радиус кривизны траектории равен радиусу окружности, а центр кривизны траектории совпадает с центром окружности. Величина $a_\tau$ называется **касательным ускорением** и равна модулю второй производной от заданно-

го закона изменения длины дуги: $a_\tau = |\ddot{S}|$, где $S = S(t)$ – закон изменения длины дуги. Направление вектора касательного ускорения $\vec{a}_\tau$ зависит от знака второй производной $\ddot{S}$. При $\ddot{S} > 0$ вектор $\vec{a}_\tau$ в направлен в сторону возрастающих расстояний, по направлению единичного вектора $\vec{\tau}$, при $\ddot{S} < 0$ – в сторону убывающих расстояний (противоположно единичному вектору $\vec{\tau}$). Вектор полного ускорения $\vec{a}$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$. Модуль вектора ускорения: $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$.

## 2.2. Вращение тела вокруг неподвижной оси

Движение тела, при котором все точки некоторой его прямой остаются неподвижными, называется **вращательным**, а указанная прямая называется осью вращения. Вращение тела задается углом поворота $\varphi = \varphi(t)$ подвижной плоскости, связанной с телом, относительно некоторого ее начального положения. Направление вращения с возрастанием угла поворота считается положительным.

Величина **угловой скорости** вращения тела равна модулю производной от угла поворота тела по времени: $\omega = |\dot{\varphi}|$. Направление угловой скорости вращения тела зависит от знака производной $\dot{\varphi}$. При $\dot{\varphi} > 0$ вращение происходит в положительном направлении, в сторону возрастания угла поворота, при $\dot{\varphi} < 0$ – в отрицательном. Направление угловой скорости обычно показывают дуговой стрелкой вокруг оси вращения. Вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ направлен вдоль оси вращения в сторону, откуда вращение тела видно против хода часовой стрелки.

Величина **углового ускорения** при вращении тела равна модулю второй производной от угла поворота тела по времени: $\varepsilon = |\ddot{\varphi}|$. Если $\ddot{\varphi}$ одного знака с

$\varphi$, то угловое ускорение ускоряет вращение тела, если разных знаков, то угловое ускорение замедляет вращение.

При вращательном движении тела все его точки движутся по окружностям, радиусы которых равны расстояниям от выбранной точки до неподвижной оси. **Скорость точки вращающегося твердого тела (**в отличие от угловой скорости тела) называют **линейной,** или **окружной скоростью** точки. Величина скорости рассчитывается по формуле: $V = \omega h$, где $\omega$ – величина угловой скорости тела; $h$ – расстояние от точки до оси вращения. Вектор скорости точки лежит в плоскости описываемой точкой окружности и направлен по касательной к ней в сторону вращения тела. Отношение скоростей двух точек вращающегося тела равно отношению расстояний от этих точек до оси: $\frac{V_{M1}}{V_{M2}} = \frac{h_1}{h_2}$.

**Ускорение точки вращающегося твердого тела** рассчитывается как ускорение точки при естественном способе задания движения в виде суммы векторов касательного и нормального ускорений: $\vec{a}_M = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$. Величины касательного, нормального и полного ускорений точки вращающегося тела, соответственно: $a_\tau = \varepsilon h$, $a_n = \omega^2 h$, $a_M = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$, где $\omega$, $\varepsilon$ – угловая скорость и угловое ускорение тела; $h$ – расстояние от точки до оси вращения.

## 2.3. Плоскопараллельное движение твёрдого тела

**Плоскопараллельным, или плоским движением твердого тела**, называется такое движение, при котором все точки тела движутся параллельно некоторой неподвижной плоскости. Плоское движение представляется в виде суммы мгновенного поступательного движения, при котором все точки плоской фигуры движутся со скоростью выбранной точки-полюса, и мгновенного вращательного движения вокруг этого полюса.

**Скорость** любой точки $M$ плоской фигуры равна векторной сумме вектора скорости точки-полюса и вектора скорости точки $M$ при вращении тела вокруг этого полюса: $\vec{V}_M = \vec{V}_A + \vec{V}_{MA}$, где $\vec{V}_M$ – скорость точки $M$; $\vec{V}_A$ – скорость полюса $A$; $\vec{V}_{MA}$ – вектор скорости точки $M$ при вращении тела вокруг полюса $A$, модуль скорости $V_{MA} = \omega \cdot MA$, где $\omega$ – угловая скорость мгновенного вращательного движения тела вокруг полюса; $MA$ – расстояние между полюсом $A$ и точкой $M$.

**Мгновенным центром скоростей** называется такая точка $P$ плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю. Выбрав в качестве полюса мгновенный центр скоростей, скорость любой точки плоской фигуры находят так, как если бы мгновенное движение фигуры было вращательным вокруг мгновенного центра скоростей.

### Способы построения мгновенного центра скоростей

1. Если известны направления скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ каких-нибудь двух точек $A$ и $B$ плоской фигуры, то мгновенный центр скоростей находится в точке пересечения перпендикуляров, восстановленных из этих точек к векторам скоростей (рис. 2.1, *a*).

2. Если скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ двух точек $A$ и $B$ плоской фигуры известны и параллельны друг другу, а линия $AB$ перпендикулярна $\vec{V}_A$ (и, конечно, $\vec{V}_B$), то мгновенный центр скоростей определяется как точка пересечения линий, проведенных через основания и вершины векторов скоростей (построение показано на рис. 2.1, *b*, *c*).

3. Если скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ двух точек $A$ и $B$ параллельны друг другу, но линия $AB$, соединяющая эти точки, не перпендикулярна векторам скоростей (рис. 2.1, *d*), то мгновенная угловая скорость тела равна нулю и движение тела

в данный момент времени является мгновенным поступательным. В этом случае скорости всех точек равны по величине и направлению.

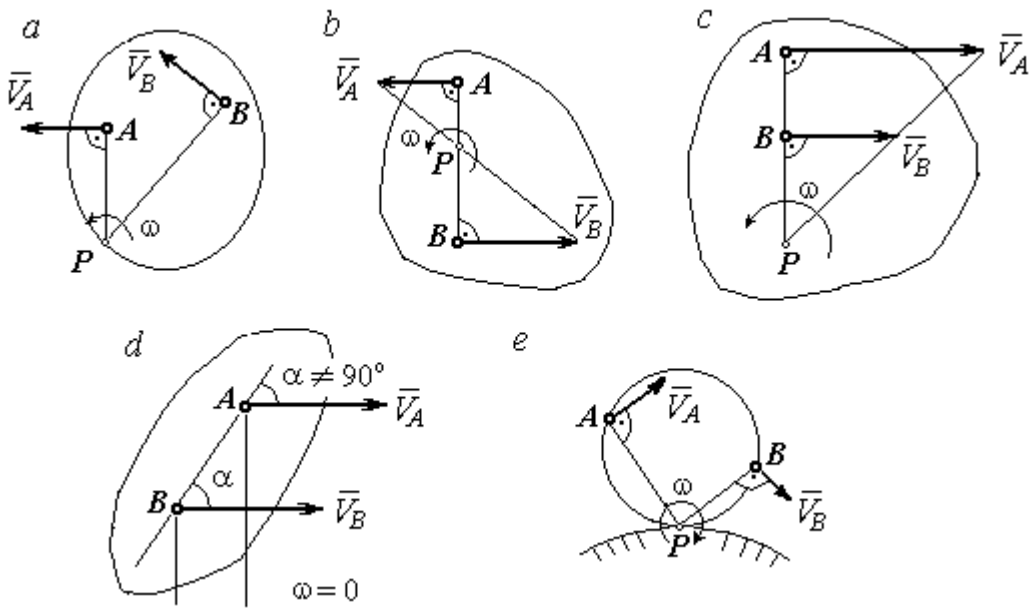



Рис. 2.1. Способы построения мгновенного центра скоростей

4. Если плоскопараллельное движение осуществляется путем качения без скольжения одного тела по неподвижной поверхности другого, то мгновенный центр скоростей расположен в точке касания катящегося тела с неподвижной поверхностью (рис. 2.1, *e*).

**Ускорение любой точки *M* плоской фигуры** при плоскопараллельном движении твердого тела представляется как сумма векторов – ускорения полюса и ускорения точки *M* при вращении фигуры вокруг полюса. Учитывая, что ускорение точки вращающегося тела представляется как сумма нормального и касательного ускорений, получим:

$$\vec{a}_M = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{MA} + \vec{a}^{n}_{MA},$$

где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса $A$; $\vec{a}^{\tau}_{MA}$, $\vec{a}^{n}_{MA}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки $M$ при вращении фигуры вокруг полюса $A$.

Вектор нормального ускорения $\vec{a}^{\,n}_{MA}$ всегда направлен от точки $M$ к полюсу $A$. Вектор касательного ускорения $\vec{a}^{\,\tau}_{MA}$ направлен перпендикулярно отрезку $AM$ в сторону вращения, если оно ускоренное (рис. 2.2, *a*), и против вращения, если оно замедленное (рис. 2.2, *b*). Численно величины касательного и нормального составляющих ускорения точки $M$ определяются по формулам:

$$a^{\tau}_{MA} = \varepsilon \cdot AM\,,\quad a^{n}_{MA} = \omega^2 \cdot AM\,,$$

где $\omega$, $\varepsilon$ – угловая скорость и угловое ускорение тела (плоской фигуры); $AM$ – расстояние от точки $M$ до полюса $A$ (см. рис. 2.2).

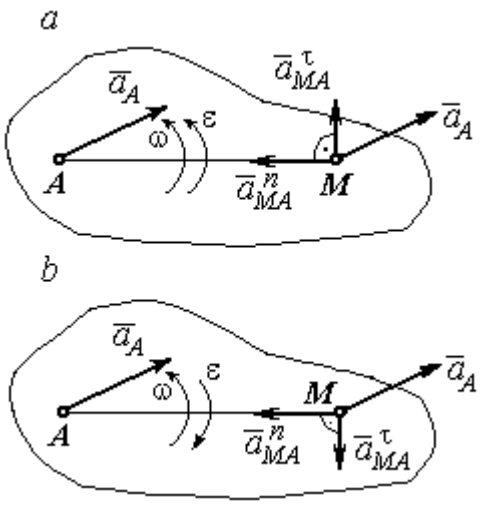



Рис. 2.2. Ускорение точки плоской фигуры:
*a* – ускоренное движение;
*b* – замедленное движение

Если при движении плоской фигуры известны траектории движения полюса $A$ и точки $M$, то для определения ускорения точки $M$ используется векторное равенство

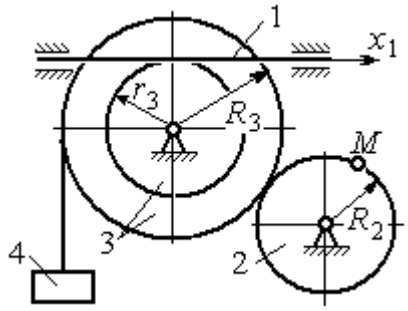
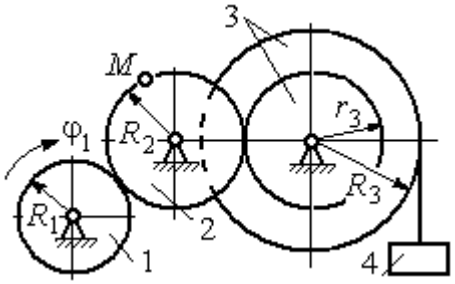
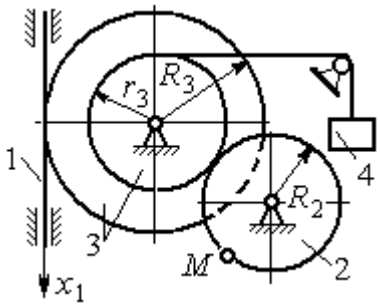
$$\vec{a}^{\,\tau}_{M} + \vec{a}^{\,n}_{M} = \vec{a}^{\,\tau}_{A} + \vec{a}^{\,n}_{A} + \vec{a}^{\,\tau}_{MA} + \vec{a}^{\,n}_{MA},$$

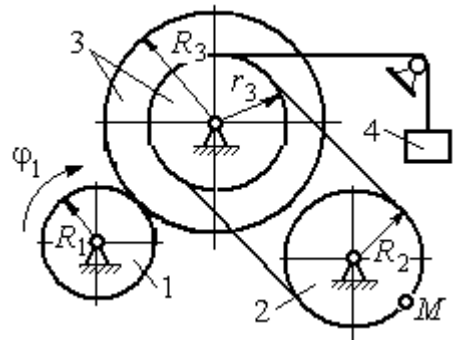
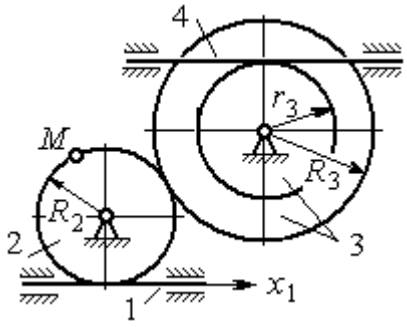
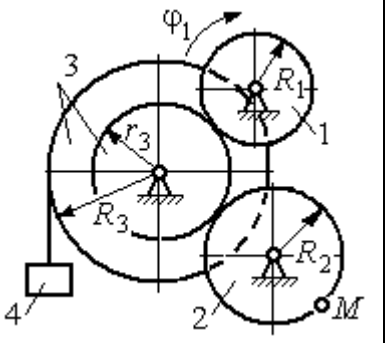
где $\vec{a}^{\,\tau}_{M}$, $\vec{a}^{\,n}_{M}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{A}$, $\vec{a}^{\,n}_{A}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки $M$ и полюса $A$ при движении их по заданным траекториям.

## 2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при поступательном и вращательном движениях

По заданному движению одного из звеньев механизма $x_1 = x_1(t)$ (варианты 1, 3, 5, 7, 9) или $\varphi_1 = \varphi_1(t)$ (варианты 2, 4, 6, 8, 10) найти в момент времени $t_1$ скорость, касательное, нормальное и полное ускорения точки $M$ звена механизма, совершающего вращательное движение, а также скорость и ускорение звена 4, совершающего поступательное движение.

Варианты заданий даны на рис. 2.3, 2.4. Исходные данные представлены в табл. 2.1.

| Варианты № 1, 11, 21 | Варианты № 2, 12, 22 | Варианты № 3, 13, 23 |
|---|---|---|
|  |  |  |

| Варианты № 4, 14, 24 | Варианты № 5, 15, 25 | Варианты № 6, 16, 26 |
|---|---|---|
|  |  |  |

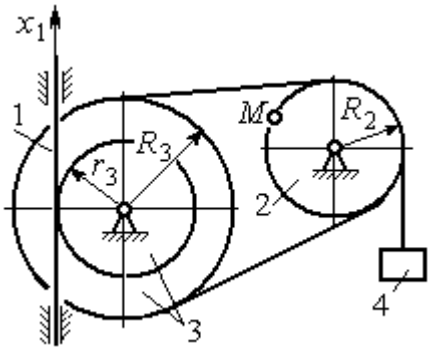
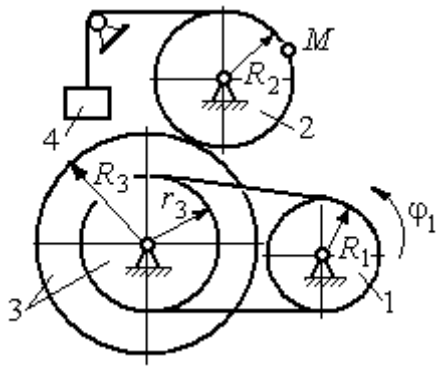
| Варианты № 7, 17, 27 | Варианты № 8, 18, 28 |
|---|---|
|  |  |

Рис. 2.3. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела. Номера вариантов задания 1 – 8, 11 – 18, 21 – 28

*Окончание вариантов задания К1*

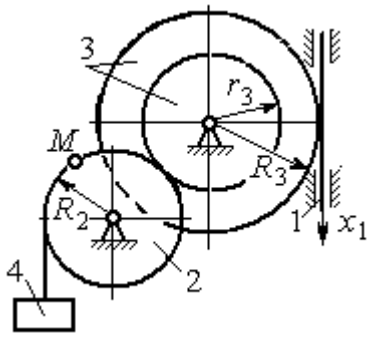
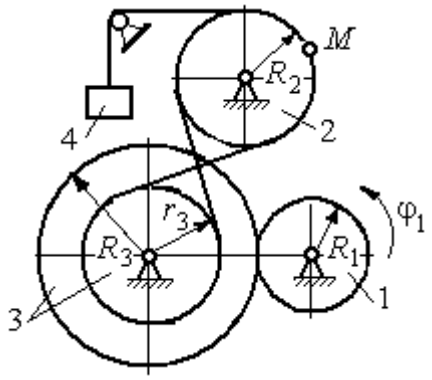
| **Варианты № 9, 19, 29** | **Варианты № 10, 20, 30** |
|---|---|
|  |  |



Рис. 2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

Таблица 2.1

**Исходные данные вариантов задания К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела**

| Номер варианта задания | $R_1$,см | $R_2$, см | $R_3$, см | $r_3$, см | $x_1(t)$, см<br>$\varphi_1(t)$, рад | $t_1$, с |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | – | 40 | 45 | 35 | $x_1(t) = (3t-1)^2$ | 2 |
| **2** | 10 | 20 | 38 | 18 | $\varphi_1(t) = t^2 + 6\cos(\pi t/6)$ | 3 |
| **3** | – | 30 | 42 | 18 | $x_1(t) = 5t^2 - 2\cos(\pi t/2)$ | 1 |
| **4** | 15 | 30 | 45 | 20 | $\varphi_1(t) = 5t^2 + \cos(\pi t/2)$ | 2 |
| **5** | – | 30 | 40 | 20 | $x_1(t) = 6t - \cos(\pi t/3)$ | 3 |
| **6** | 10 | 20 | 30 | 10 | $\varphi_1(t) = t^3 - \cos(\pi t/2)$ | 1 |
| **7** | – | 30 | 40 | 30 | $x_1(t) = 2\sin(\pi t/2) + \cos(\pi t/2)$ | 2 |
| **8** | 8 | 10 | 30 | 25 | $\varphi_1(t) = 5t + \cos(\pi t/2)$ | 2 |
| **9** | – | 18 | 30 | 18 | $x_1(t) = 5t + \cos(\pi t/3)$ | 3 |
| **10** | 15 | 30 | 50 | 20 | $\varphi_1(t) = 2t^2 + \sin(\pi t/4)$ | 2 |
| **11** | – | 30 | 40 | 25 | $x_1(t) = (t^2 - 3t)$ | 2 |
| **12** | 12 | 20 | 40 | 28 | $\varphi_1(t) = 3t^2 + 6\sin(\pi t/6)$ | 3 |
| **13** | – | 25 | 60 | 42 | $x_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/2)$ | 1 |
| **14** | 10 | 30 | 45 | 30 | $\varphi_1(t) = 3t^2 + 2\cos(\pi t/2)$ | 2 |

*Окончание табл. 2.1*

| Номер варианта задания | $R_1$,см | $R_2$, см | $R_3$, см | $r_3$, см | $x_1(t)$, см<br>$\varphi_1(t)$, рад | $t_1$, с |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **15** | – | 20 | 30 | 20 | $x_1(t)=3t^2-\cos(\pi t/3)$ | 3 |
| **16** | 12 | 18 | 40 | 20 | $\varphi_1(t)=2t^3+\cos(\pi t/2)$ | 1 |
| **17** | – | 20 | 35 | 15 | $x_1(t)=2\sin(\pi t/2)-\cos(\pi t/2)$ | 2 |
| **18** | 15 | 18 | 40 | 25 | $\varphi_1(t)=5t+\cos(\pi t/2)$ | 1 |
| **19** | – | 22 | 50 | 18 | $x_1(t)=t^2+\cos(\pi t/3)$ | 3 |
| **20** | 10 | 20 | 45 | 10 | $\varphi_1(t)=2t^2+\sin(\pi t/4)$ | 4 |
| **21** | – | 20 | 40 | 20 | $x_1(t)=t+(3t-4)^2$ | 2 |
| **22** | 8 | 18 | 42 | 18 | $\varphi_1(t)=2t^2+12\cos(\pi t/6)$ | 3 |
| **23** | – | 45 | 60 | 40 | $x_1(t)=4t^2+\sin(\pi t/2)$ | 1 |
| **24** | 5 | 15 | 30 | 20 | $\varphi_1(t)=2t^2+4\cos(\pi t/2)$ | 2 |
| **25** | – | 15 | 35 | 25 | $x_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/3)$ | 3 |
| **26** | 18 | 20 | 35 | 20 | $\varphi_1(t)=2t^3+\sin(\pi t/2)$ | 1 |
| **27** | – | 15 | 35 | 15 | $x_1(t)=2\sin(\pi t/2)-\cos(\pi t/2)$ | 1 |
| **28** | 10 | 12 | 40 | 25 | $\varphi_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/2)$ | 1 |
| **29** | – | 35 | 50 | 10 | $x_1(t)=t^3-\cos(\pi t/2)$ | 1 |
| **30** | 10 | 20 | 40 | 10 | $\varphi_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/4)$ | 4 |

## Пример выполнения задания К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела

По заданному уравнению движения звена 1 механизма (рис. 2.5, *а*) определить скорость, нормальное, касательное и полное ускорения точки *M* на момент времени $t_1$, а также скорость и ускорение звена 4, если значения радиусов колес механизма и закон движения звена 1: $R_2$= 20 см, $r_2$= 5 см, $R_3$= 8 см, $r_3$ = 4 см, $x_1 = 2t^2 - 5t$ см, $t_1$=1 с.

*Решение*

Отметим на схеме положительные направления отсчета углов поворота дисков 2 и 3, соответствующие заданному положительному направлению движения звена 1.

Направления показаны на рис 2.5, *b* дуговыми стрелками $\varphi_2$, $\varphi_3$, а положительное направление движения звена 4 – направлением оси $x_4$.

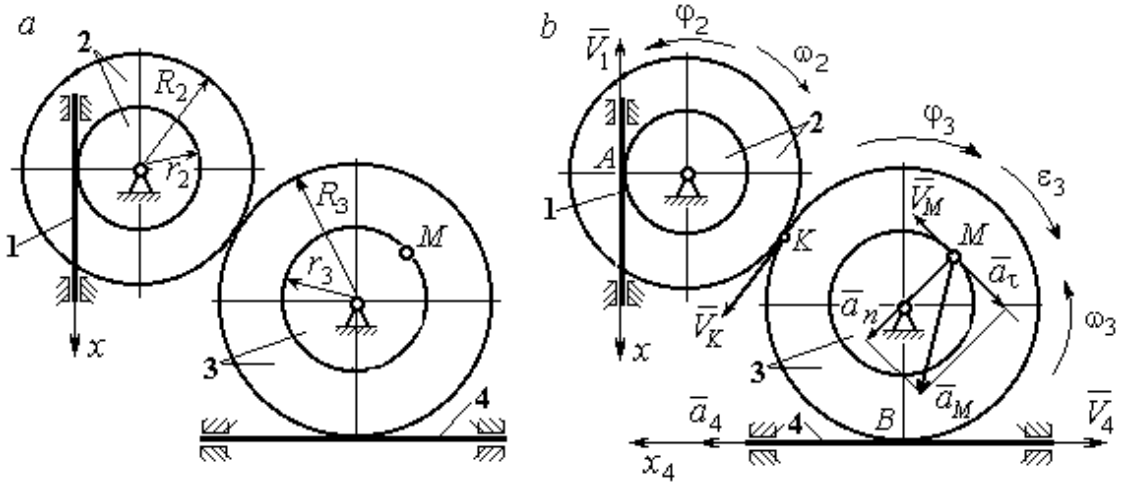



Рис. 2.5. Кинематика вращательного движения твердого тела:
*a* – схема механизма; *b* – расчетная схема для определения скоростей и ускорений точек механизма

Звено 1 движется поступательно. Движение задано координатным способом в виде закона изменения координаты $x$. Дифференцируем по времени уравнение движения: $\dot{x} = 4t - 5$ см/с. В момент времени $t_1 = 1$ с значение производной: $\dot{x}(1) = -1$ см/с. Отрицательное значение производной $\dot{x}$ показывает, что в данный момент времени звено 1 движется в отрицательном направлении оси *x*. Скорость звена 1 равна модулю производной: $V_1 = |\dot{x}|$. На рис. 2.5, *b* направление движения звена 1 в момент времени $t_1 = 1$ с показано вектором скорости $\vec{V}_1$, направленным в сторону, противоположную положительному направлению оси *x*. Эту же скорость будет иметь точка *A* – точка контакта звена 1 с диском 2, лежащая на расстоянии $r_2$ от оси вращения диска. Следовательно, $V_1 = V_A = \omega_2 r_2$, где $\omega_2$ – угловая скорость диска 2. Отсюда угловая скорость диска: $\omega_2 = \dfrac{V_A}{r_2} = \dfrac{|4t-5|}{5} = |\dot{\varphi}_2|$ рад/с. При $t_1 = 1$ с значение производной отрицательно: $\dot{\varphi}_2(1) = -0{,}2$ рад/с. Это означает, что в заданный момент времени вращение диска 2 с угловой скоростью $\omega_2(1) = |\dot{\varphi}_2(1)| = 0{,}2$ рад/с происходит

в отрицательном для диска 2 направлении. На рис. 2.5, *b* направление вращения диска 2 показано дуговой стрелкой $\omega_2$ в сторону, противоположную положительному направлению отсчета угла $\varphi_2$. При передаче вращения диска 2 диску 3 величины угловых скоростей дисков обратно пропорциональны радиусам дисков, которым принадлежит точка контакта: $\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{R_3}{R_2}$. Тогда, угловая скорость диска 3 $\omega_3 = \omega_2 \frac{R_2}{R_3} = |2t - 2{,}5| = |\dot{\varphi}_3|$ рад/с.

В момент времени $t_1 = 1$с значение производной $\dot{\varphi}_3$ отрицательно: $\dot{\varphi}_3(1) = -0{,}5$ рад/с, и, следовательно, вращение диска 3 в данный момент времени с угловой скоростью $\omega_3(1) = |\dot{\varphi}_3(1)| = 0{,}5$ рад/с происходит в сторону, противоположную положительному направлению отсчета угла $\varphi_3$, как показано на рис. 2.5, *b*. Величина (модуль) скорости точки *M* рассчитывается по формуле: $V_M = \omega_3 r_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с модуль скорости $V_M(1) = 2$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_M$ расположен по касательной к траектории движения точки *M* (окружности) и направлен в сторону вращения диска 3 (см. рис. 2.5, *b*).

Звено 4 движется поступательно. Скорость звена 4 равна скорости точки касания его с диском 3: $V_4 = V_B = \omega_3 R_3 = |2t - 2{,}5| \cdot 8 = |\dot{x}_4|$. В момент времени $t_1 = 1$ с значение производной от координаты движения звена 4 отрицательно: $\dot{x}_4(1) = -4$ см/с. В результате, вектор скорости $\vec{V}_4(1)$, равный по модулю $V_4(1) = 4$ см/с, направлен вдоль оси $x_4$ в сторону, противоположную ее положительному направлению (см. рис. 2.5, *b*).

Угловое ускорение диска 3: $\varepsilon_3(t) = |\dot{\omega}_3| = |\ddot{\varphi}_3| = 2$ рад/с$^2$. Из того, что угловая скорость $\omega_3$ и угловое ускорение $\dot{\omega}_3$ диска 3 имеют разные знаки, следует, что вращение диска 3 замедленное. Угловое ускорение диска направлено в сторону положительного направления отсчета угла поворота $\varphi_3$, диска 3 (см. рис. 2.5, *b*).

Касательное ускорение $a_\tau$ точки $M$ рассчитывается по формуле $a_\tau = \varepsilon_3 r_3$ и в момент времени $t_1 = 1$ с: $a_\tau = 8$ см/с$^2$. Так как вращение диска 3 замедленное, вектор касательного ускорения точки $M$ $\vec{a}_\tau(t)$ направлен в сторону, противоположную вектору скорости $\vec{V}_M(1)$ (см. рис. 2.5, *b*). Нормальное ускорение $a_n$ точки $M$ рассчитывается как $a_n = \omega_3^2 r_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с величина нормального ускорения: $a_n(1) = 1$ см/с$^2$. Вектор нормального ускорения $\vec{a}_n(1)$ направлен по радиусу к центру диска 3 (см. рис. 2.5, *b*). Полное ускорение точки $M$ в заданный момент времени: $a_M(1) = \sqrt{a_\tau^2(1) + a_n^2(1)} = 8{,}06$ см/с$^2$. Вектор полного ускорения $\vec{a}_M$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$.

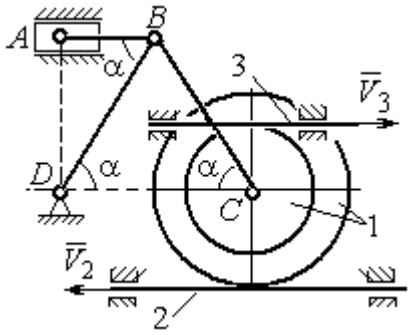
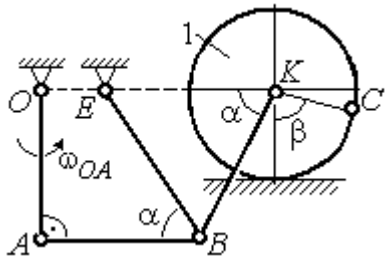
Ускорение $a_4$ звена 4 находится из условия, что звено 4 движется поступательно и прямолинейно. При прямолинейном движении нормальная составляющая ускорения равна нулю. Тогда $a_4 = a_{4\tau} = \dot{V}_4 = = \dot{V}_B = |\dot{\omega}_3| R_3 = \varepsilon_3 R_3$.

Так как угловое ускорение диска 3 является постоянной величиной, ускорение $a_4$ не зависит от времени: $a_4 = 16$ см/с$^2$. Вектор ускорения $\vec{a}_4$ направлен вдоль оси $x_4$ в сторону положительных значений.

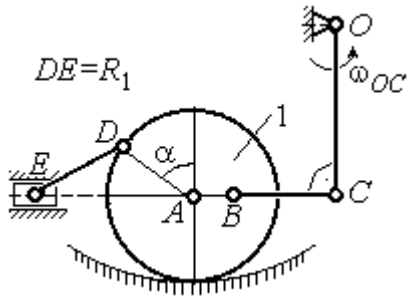
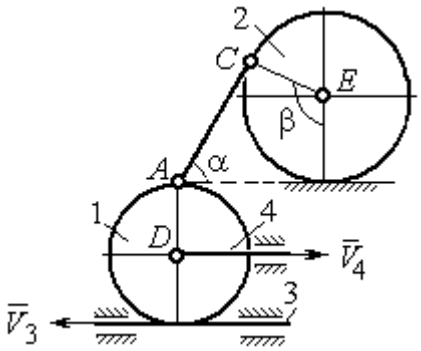
## 2.5. Задание К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Для заданного положения плоского механизма определить скорости точек и угловые скорости звеньев механизма.

Варианты заданий показаны на рис. 2.6 – 2.8. Исходные данные вариантов заданий выбираются из таблиц, приведённых на рисунках схем механизмов.

| **Варианты № 1, 11, 21** | **Варианты № 2, 12, 22** |
|---|---|
|  <br>Найти: $V_A, V_B, V_C, \omega_{AB}, \omega_{BC}, \omega_1, \omega_{BD}$ |  <br>Найти: $V_A, V_B, V_K$, $\omega_1, \omega_{AB}, \omega_{OA}$, $\omega_{BE}, \omega_{BK}$ |

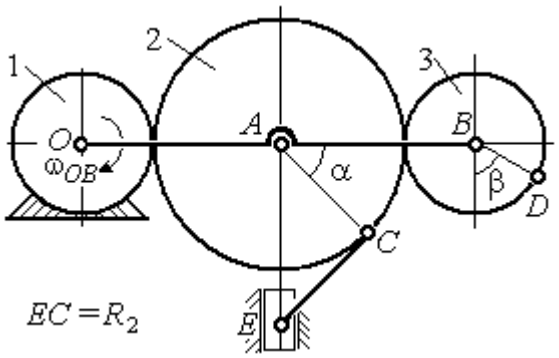
| Номер варианта задания | $R_1$, см | $r_1$, см | $AD$, см | α, град | $V_2$, см/с | $V_3$, см/с | Номер варианта задания | $R_1$, см | $OA$, см | $OE$, см | α, град | β, град | $V_C$, см/с |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 10 | 5 | 20 | 30 | 8 | 10 | **2** | 3 | 5 | 4 | 30 | 60 | 10 |
| **11** | 12 | 8 | 25 | 45 | 10 | 4 | **12** | 4 | 8 | 6 | 45 | 90 | 8 |
| **21** | 10 | 6 | 15 | 60 | 5 | 5 | **22** | 5 | 12 | 2 | 60 | 120 | 12 |

| **Варианты № 3, 13, 23** | **Варианты № 4, 14, 24** |
|---|---|
|  <br>Найти: $V_A, V_B, V_C$, $V_D, V_E$, $\omega_{BC}, \omega_1, \omega_{DE}$ |  <br>Найти: $V_A, V_C, V_E$, $\omega_1, \omega_2, \omega_{AC}$ |

| Номер варианта задания | $R_1$, см | $OC$, см | $AB$, см | $BC$, см | α, град | $\omega_{OC}$, рад/с | Номер варианта задания | $R_1$, см | $R_2$, см | α, град | β, град | $V_3$, см/с | $V_4$, см/с |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **3** | 12 | 18 | 10 | 35 | 60 | 4 | **4** | 10 | 15 | 30 | 60 | 8 | 4 |
| **13** | 10 | 15 | 10 | 25 | 90 | 8 | **14** | 6 | 10 | 45 | 90 | 4 | 6 |
| **23** | 15 | 20 | 5 | 20 | 120 | 6 | **24** | 10 | 12 | 60 | 120 | 3 | 3 |

Рис. 2.6. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

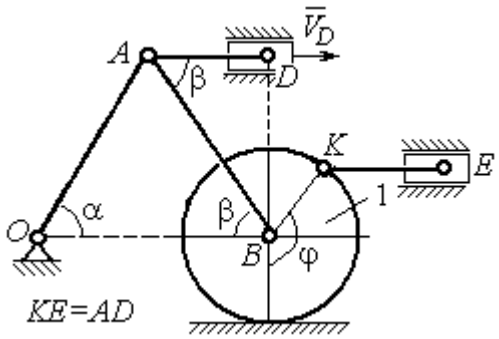
**Варианты № 5, 15, 25**




Найти: $V_A$, $V_B$, $V_C$, $V_D$, $V_E$, $\omega_2$, $\omega_3$, $\omega_{EC}$

| Номер варианта задания | $R_1$, см | $R_2$, см | $R_3$, см | α, град | β, град | $\omega_{OB}$, рад/с |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **5** | 10 | 20 | 12 | 60 | 0 | 6 |
| **15** | 6 | 18 | 10 | 90 | 90 | 8 |
| **25** | 20 | 25 | 15 | 120 | 180 | 4 |

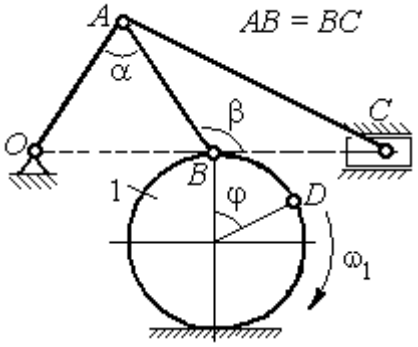
**Варианты № 6, 16, 26**




Найти: $V_A, V_B, V_K, V_E,$ $\omega_1$, $\omega_{OA}$, $\omega_{AB}$, $\omega_{AD}$, $\omega_{KE}$

| Номер варианта задания | $R_1$, см | $OA$, см | α, град | β, град | φ, град | $V_D$, см/с |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **6** | 10 | 20 | 30 | 60 | 60 | 12 |
| **16** | 12 | 26 | 30 | 30 | 90 | 8 |
| **26** | 15 | 30 | 60 | 60 | 120 | 15 |

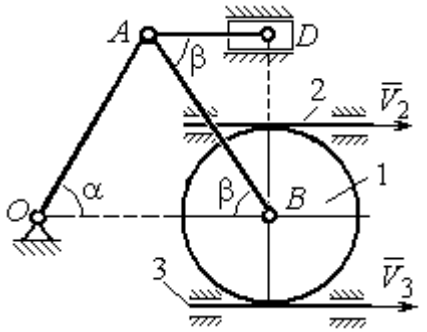
**Варианты № 7, 17, 27**




Найти: $V_A, V_B, V_C, \omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AC}$

| Номер варианта задания | $R_1$, см | $AB$, см | α, град | β, град | φ, град | $V_D$, см/с |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **7** | 10 | 20 | 30 | 60 | 60 | 12 |
| **17** | 12 | 25 | 60 | 120 | 90 | 16 |
| **27** | 8 | 16 | 30 | 60 | 120 | 10 |

**Варианты № 8, 18, 29**

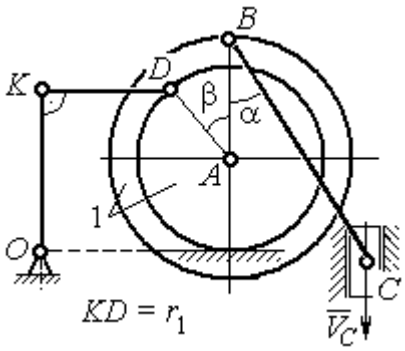
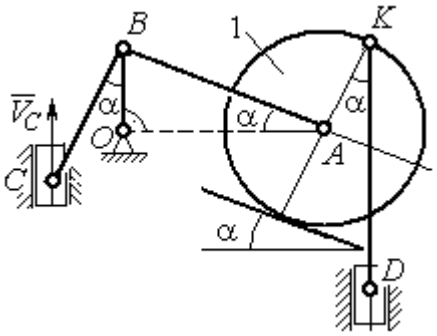



Найти: $V_A, V_B, V_D$, $\omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AD}$

| Номер варианта задания | $R_1$, см | $OA$, см | α, град | β, град | $V_2$, см/с | $V_3$, см/с |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **8** | 10 | 20 | 30 | 60 | 12 | 4 |
| **18** | 12 | 26 | 30 | 30 | 8 | 2 |
| **28** | 15 | 30 | 60 | 60 | 6 | 3 |

Рис. 2.7. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 5 – 8, 15 – 18, 25 – 28

*Окончание вариантов задания К2*

| **Варианты № 9, 19, 29** | **Варианты № 10, 20, 30** |
|---|---|
|  <br>Найти: $\omega_{OK}, \omega_{KD}, \omega_{BC}, \omega_1,$ $V_A, V_B, V_K, V_D$ |  <br>Найти: $V_A, V_B, V_D, V_K,$ $\omega_{CB}, \omega_1, \omega_{OB}, \omega_{AB}, \omega_{KD}$ |

| Номер варианта задания | $R_1$, см | $r_1$, см | α, град | β, град | $BC$, см | $V_C$, см/с | Номер варианта задания | $R_1$, см | $CB$, см | $OB$, см | $KD$, см | α, град | $V_C$, см/с |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **9** | 20 | 12 | 45 | 60 | 60 | 8 | **10** | 10 | 20 | 30 | 60 | 30 | 4 |
| **19** | 24 | 16 | 60 | 90 | 50 | 4 | **20** | 12 | 26 | 30 | 50 | 45 | 2 |
| **29** | 16 | 10 | 30 | 120 | 40 | 6 | **30** | 15 | 30 | 60 | 60 | 60 | 3 |

Рис. 2.8. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

## Пример выполнения задания К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

**Задача 1.** Плоский механизм (рис. 2.9) состоит из стержня $OC$ и подвижных дисков 2 и 3 радиусами $r_2$, $r_3$, шарнирно закрепленными на стержне, соответственно, в точках $A$ и $C$. Стержень $OC$ вращается вокруг неподвижного центра $O$ с угловой скоростью $\omega_{OC}$. Диск 2, увлекаемый стержнем $OC$, катится без проскальзывания по неподвижной поверхности диска 1 радиусом $r_1$. Диск 3, также увлекаемый стержнем $OC$, катится без проскальзыва-

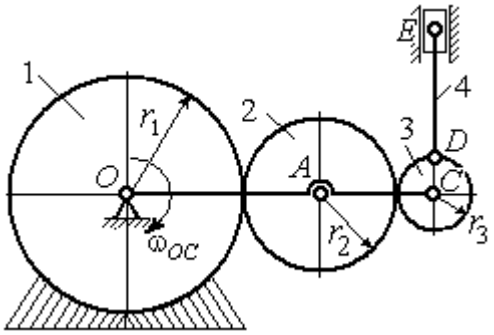


Рис. 2.9. Схема плоского механизма

ния по подвижному диску 2. В точке *D*, расположенной на краю диска 3, шарнирно прикреплен стержень 4, к которому в точке *E* шарнирно прикреплен поршень *E*, способный совершать только вертикальное перемещение. Для заданного положения механизма (см. рис. 2.9), когда стержень *OC* горизонтален, стержень *DE* направлен по линии вертикального диаметра диска 3, найти скорости точек *A*, *C*, *D*, *E*, угловые скорости дисков 2, 3 и стержня 4, если: $r_1$ = 6 см, $r_2$ = 4 см, $r_3$ = 2 см, *DE* = 10 см, $\omega_{OC}$ = 1 рад/с.

*Решение*

Определим скорость точки *A*, общей для стержня *OC* и диска 2: $V_A = \omega_{OC}(r_1 + r_2)$ = 10 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ перпендикулярен стержню *OC* и направлен в сторону его вращения (рис. 2.10).

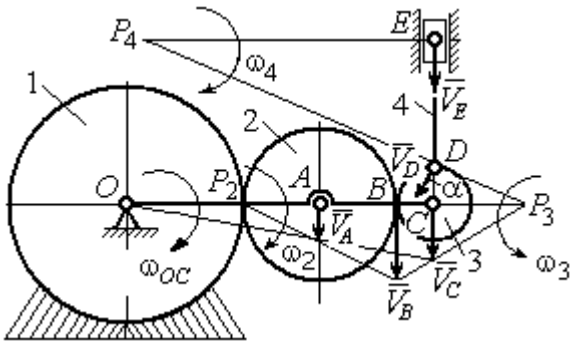



Рис. 2.10. Расчетная схема для определения скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев

Диск 2 катится по неподвижной поверхности диска 1. Точка касания диска 2 с неподвижным диском 1 является мгновенным центром скоростей диска 2. На рис. 2.10 центр скоростей диска 2 обозначен точкой $P_2$. В этом случае скорость точки *A* может быть определена через угловую скорость диска $\omega_2$ следующим образом: $V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = 4\omega_2$. Так как $V_A$ = 10 см/с, получим $\omega_2$ = 2,5 рад/с.

Для того чтобы найти угловую скорость диска 3, необходимо определить положение его мгновенного центра скоростей. С этой целью вычислим скорости точек *B* и *C*. Скорость точки *B* может быть найдена через угловую скорость диска 2: $V_B = \omega_2 \cdot BP_2$ = 20 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен отрезку $BP_2$ и направлен в сторону мгновенного вращения диска 2 вокруг своего центра скоростей $P_2$.

Скорость точки $C$ определяется через угловую скорость стержня $OC$: $V_C = \omega_{OC}(r_1 + 2r_2 + r_3)$ = 16 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярен стержню $OC$ и направлен в сторону его вращения (см. рис. 2.10).

Построение мгновенного центра скоростей $P_3$ диска 3 по известным скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ показано на рис. 2.10. Его положение определяется из условия, что отношение скоростей двух точек тела, совершающего плоскопараллельное движение, равно отношению расстояний от этих точек до мгновенного центра скоростей: $\frac{V_B}{V_C} = \frac{r_3 + CP_3}{CP_3}$. Разрешая пропорцию относительно неизвестной величины $CP_3$, получим: $CP_3$= 8 см. Скорость точки $C$ выражается через угловую скорость диска 3 $V_C = \omega_3 \cdot CP_3$. Отсюда величина угловой скорости диска 3: $\omega_3 = \frac{V_C}{CP_3}$= 2 рад/с. Направление мгновенного вращения диска 3 вокруг своего центра скоростей определяется известными направлениями скоростей точек $C$ и $B$, принадлежащих диску 3 (см. рис. 2.10). Скорость точки $D$ $V_D = \omega_3 \cdot DP_3$ = $=2 \cdot \sqrt{2^2 + 8^2}$ = 16,5 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_D$ перпендикулярен отрезку $DP_3$ и направлен в сторону мгновенного вращения диска 3 вокруг центра $P_3$.

Для определения скорости поршня $E$ воспользуемся теоремой о проекциях скоростей точек плоской фигуры, согласно которой проекции скоростей двух точек плоской фигуры на ось, проходящую через эти точки, равны между собой. Проведем ось через точки $D$ и $E$. По построению, угол $\alpha$ между вектором $\vec{V}_D$ и осью $DE$ равен углу $\angle DP_3C$ (см. рис. 2.10). Тогда, $\cos\alpha = \frac{CP_3}{DP_3} = \frac{8}{\sqrt{2^2 + 8^2}} = 0{,}97$, откуда $\alpha = 14^\circ$. На основании теоремы о проекциях скоростей точек плоской фигуры имеем равенство: $V_D \cos\alpha = V_E \cos 0$, откуда скорость точки $E$: $V_E$=16 см/с.

Мгновенный центр скоростей стержня 4 – точка $P_4$ – определяется как точка пересечения перпендикуляров к векторам скоростей $\vec{V}_D$ и $\vec{V}_E$, восстановленных, соответственно, из точек $D$ и $E$ (см. рис. 2.10). Угловая скорость стержня 4, совершающего мгновенный поворот вокруг своего центра скоростей, равна: $\omega_4 = \dfrac{V_E}{EP_4}$, где $EP_4$ – расстояние от точки $E$ до мгновенного центра скоростей звена 4, $EP_4 = DE \cdot \mathrm{ctg}\alpha$ = 40 см. В результате, $\omega_4 = 0{,}4$ рад/с. Направление мгновенного вращения звена 4 вокруг своего центра скоростей определяется направлением скорости точки $D$.

**Задача 2**. В плоском стержневом механизме (рис. 2.11) кривошипы $OA$ и $ED$ вращаются вокруг неподвижных центров $O$ и $E$. В крайней точке $D$ кривошипа $ED$ к нему прикреплён шатун $DB$, второй конец которого в точке $B$ прикреплён к кривошипу $OA$. Шатун $AC$ прикреплён в точке $A$ к кривошипу $AO$, а другим своим концом – к ползуну $C$, способному совершать только вертикальное движение. Все соединения шарнирные. В заданном положении механизма кривошип $OA$ вертикален, шатун $DB$ расположен горизонтально, кривошип $ED$ наклонен под углом 60° к горизонтали, а шатун $AC$ отклонён на угол 30° от вертикального положения кривошипа $AO$. Найти скорости всех отмеченных на схеме точек и угловые скорости всех звеньев, если линейные размеры звеньев механизма $AC$ = 6 см, $AB$ = 2 см, $BO$ = 8 см, $DB$ = 10 см и скорость ползуна в данный момент $V_C$ = 4 см/с.

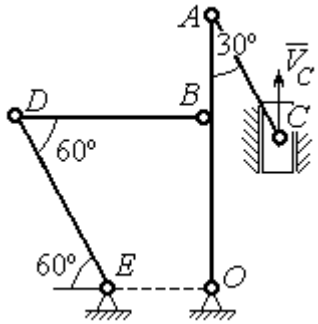


Рис. 2.11. Стержневой механизм

*Решение*

Кривошипы $OA$ и $ED$ совершают вращательные движения вокруг неподвижных центров. Скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ точек $A$ и $B$ перпендикулярны кривоши-

пу $OA$, а скорость $\vec{V}_D$ точки $D$ перпендикулярна кривошипу $ED$. Направления векторов скоростей точек показаны на рис. 2.12.

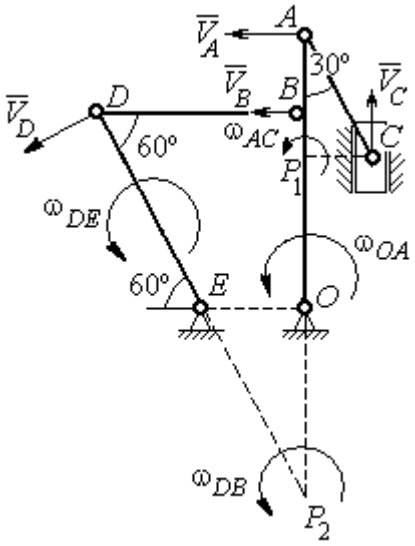



Рис. 2.12. Расчётная схема определения скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев

Шатун $AC$ совершает плоскопараллельное движение. Его мгновенный центр скоростей $P_1$ находится как точка пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$. Угловая скорость звена $AC$ равна $\omega_{AC} = \dfrac{V_C}{P_1C} = \dfrac{V_C}{AC \cdot \sin 30^\circ} = \dfrac{4}{3}$ рад/с. Далее, полагая, что точка $A$ принадлежит шатуну $AC$, найдем её скорость:

$$V_A = \omega_{AC} \cdot P_1A = \frac{4}{3} AC \cdot \cos 30^\circ = 4\sqrt{3} \text{ см/с.}$$

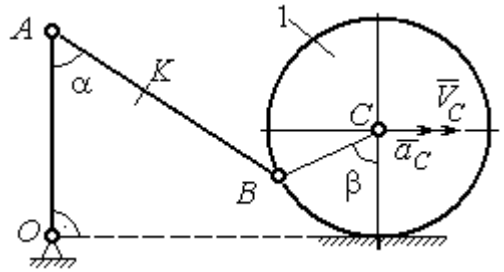
Теперь, исходя из того, что точка $A$ принадлежит как шатуну $AC$, так и кривошипу $OA$, найдём его угловую скорость: $\omega_{AO} = \dfrac{V_A}{AO} = 0{,}4\sqrt{3}$ рад/с. Скорость точки $B$ кривошипа $V_B = \omega_{AO} \cdot OB = 3{,}2\sqrt{3}$ см/с.

Шатун $DB$ совершает плоскопараллельное движение. Зная направления скоростей точек $B$ и $D$, построим мгновенный центр скоростей $P_2$ звена $DB$ как точку пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_D$ (см. рис. 2.12). Тогда, угловая скорость шатуна $DB$ $\omega_{DB} = \dfrac{V_B}{P_2B} = \dfrac{3{,}2\sqrt{3}}{DB \cdot \operatorname{tg} 60^\circ} = 0{,}32$ рад/с. Скорость точки $D$ $V_D = \omega_{DB} \cdot P_2D = 0{,}32 \dfrac{DB}{\sin 30^\circ} = 6{,}4$ см/с. Угловая скорость кривошипа $DE$ $\omega_{DE} = \dfrac{V_D}{DE} = \dfrac{6{,}4}{(OB / \sin 60^\circ)} = 0{,}69$ рад/с.

## 2.6. Задание К3. Определение ускорений точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Для заданного положения плоского механизма определить ускорения точек звеньев механизма и угловые ускорения звеньев. Варианты заданий и исходные данные приведены на рис. 2.13 – 2.15.

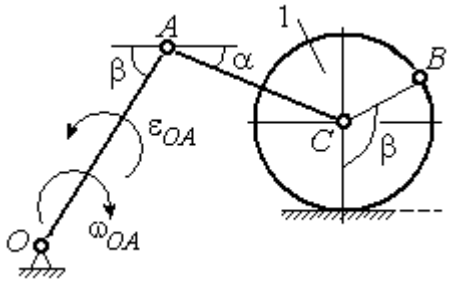
**Варианты № 1, 11, 21**




Найти: $a_A, a_K, \varepsilon_{AB}$

| Номер варианта задания | $AB$, см | $AK$, см | α, град | β, град | $R_1$, см | $V_C$, см/с | $a_C$, см/с$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 16 | 10 | 60 | 120 | 10 | 12 | 6 |
| **11** | 20 | 16 | 30 | 60 | 8 | 10 | 8 |
| **21** | 18 | 10 | 60 | 180 | 6 | 8 | 4 |

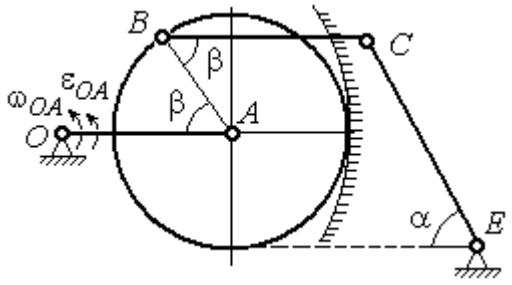
**Варианты № 2, 12, 22**




Найти: $a_C, a_B, \varepsilon_{AC}$

| Номер варианта задания | $R_1$, см | $OA$, см | $AC$, см | α, град | β, град | $\omega_{OA}$, рад/с | $\varepsilon_{OA}$, рад/с$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **2** | 5 | 10 | 12 | 30 | 60 | 2 | 4 |
| **12** | 8 | 24 | 20 | 30 | 120 | 1 | 2 |
| **22** | 6 | 12 | 15 | 60 | 90 | 2 | 3 |

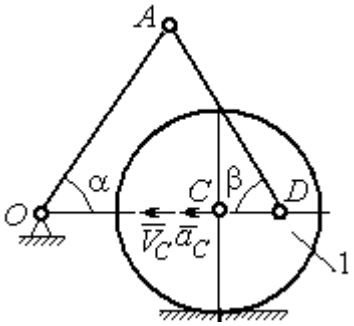
**Варианты № 3, 13, 23**




Найти: $a_C$, $a_B$, $\varepsilon_{BC}$

| Номер варианта задания | $BC$, см | $AO$, см | α, град | β, град | $R_1$, см | $\omega_{OA}$, рад/с | $\varepsilon_{OA}$, рад/с$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **3** | 16 | 15 | 60 | 90 | 10 | 2 | 3 |
| **13** | 18 | 12 | 90 | 60 | 8 | 3 | 2 |
| **23** | 14 | 12 | 30 | 120 | 10 | 2 | 4 |

**Варианты № 4, 14, 24**

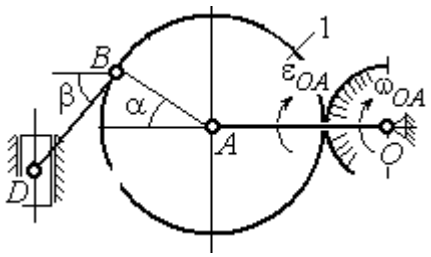



Найти: $a_A, a_D, \varepsilon_{DA}$

| Номер варианта задания | $R_1$, см | $OA$, см | $DC$, см | α, град | β, град | $V_C$, см/с | $a_C$, см/с$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **4** | 10 | 28 | 5,78 | 60 | 30 | 10 | 2 |
| **14** | 8 | 24 | 4,62 | 30 | 90 | 8 | 3 |
| **24** | 6 | 20 | 6 | 45 | 45 | 12 | 2 |

Рис. 2.13. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

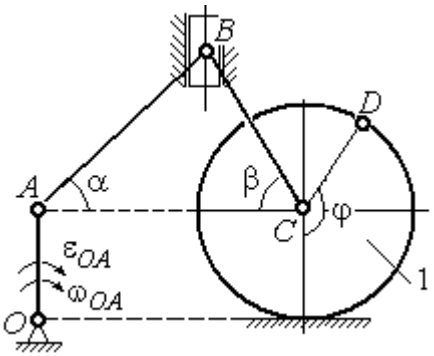
**Варианты № 5, 15, 25**




Найти: $a_D, a_B, \varepsilon_{BD}$

| Номер варианта задания | $OA$, см | $BD$, см | α, град | β, град | $R_1$, см | $\omega_{OA}$, рад/с | $\varepsilon_{OA}$, рад/с$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **5** | 16 | 10 | 60 | 30 | 10 | 4 | 3 |
| **15** | 18 | 8 | 90 | 45 | 12 | 2 | 4 |
| **25** | 14 | 12 | 30 | 60 | 8 | 3 | 2 |

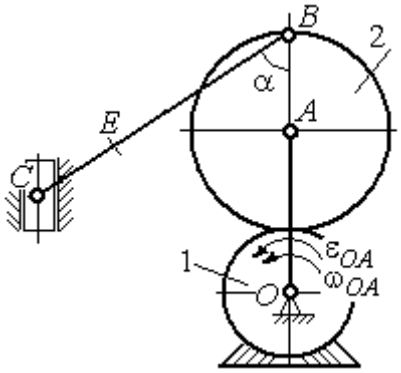
**Варианты № 6, 16, 26**




Найти: $a_B, a_D, \varepsilon_{BC}$

| Номер варианта задания | $R_1$, см | $AB$, см | φ, град | α, град | β, град | $\omega_{OA}$, рад/с | $\varepsilon_{OA}$, рад/с$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **6** | 6 | 18 | 60 | 30 | 30 | 2 | 3 |
| **16** | 8 | 20 | 90 | 60 | 30 | 2 | 4 |
| **26** | 5 | 16 | 120 | 30 | 60 | 3 | 4 |

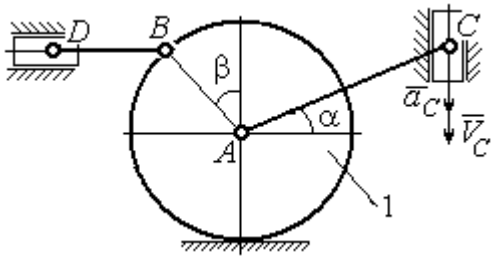
**Варианты № 7, 17, 27**




Найти: $a_E, a_C, \varepsilon_{BC}$

| Номер варианта задания | $BC$, см | $BE$, см | α, град | $R_1$, см | $R_2$, см | $\omega_{OA}$, рад/с | $\varepsilon_{OA}$, рад/с$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **7** | 22 | 10 | 60 | 2 | 10 | 2 | 3 |
| **17** | 28 | 15 | 30 | 3 | 6 | 3 | 4 |
| **27** | 20 | 8 | 45 | 4 | 8 | 2 | 2 |

**Варианты № 8, 18, 28**

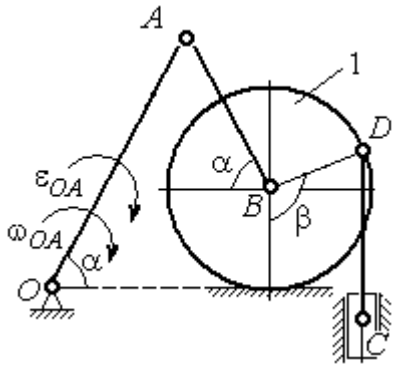
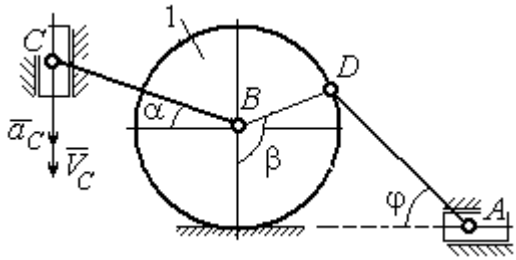



Найти: $a_D, a_B, \varepsilon_{BD}$

| Номер варианта задания | $R_1$, см | $BD$, см | $AC$, см | α, град | β, град | $V_C$, см/с | $a_C$, см/с$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **8** | 4 | 5 | 12 | 60 | 60 | 12 | 5 |
| **18** | 6 | 10 | 16 | 45 | 90 | 10 | 8 |
| **28** | 8 | 8 | 16 | 30 | 120 | 8 | 6 |

Рис. 2.14. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 5 – 8, 15 – 18, 25 – 28

*Окончание вариантов задания К3*

| **Варианты № 9, 19, 29** | **Варианты № 10, 20, 30** |
|---|---|
|  Найти: $a_C, a_B, \varepsilon_{AB}$ |  Найти: $a_A, a_B, \varepsilon_{CB}$ |

| Номер варианта задания | $OA$, см | $DC$, см | α, град | β, град | $R_1$, см | $\omega_{OA}$, рад/с | $\varepsilon_{OA}$, рад/с$^2$ | Номер варианта задания | $R_1$, см | $BC$, см | φ, град | α, град | β, град | $V_C$, см/с | $a_C$, см/с$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **9** | 18 | 10 | 30 | 120 | 4 | 2 | 3 | **10** | 6 | 14 | 60 | 30 | 120 | 15 | 3 |
| **19** | 20 | 12 | 60 | 60 | 6 | 3 | 4 | **20** | 5 | 18 | 45 | 60 | 90 | 10 | 5 |
| **29** | 18 | 8 | 60 | 90 | 4 | 2 | 3 | **30** | 4 | 16 | 30 | 45 | 60 | 12 | 4 |

Рис. 2.15. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

## Примеры решения задания К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении

**Задача 1**. Ступенчатый барабан 1 с радиусами ступенек $R$ = 0,5 м и $r$ = 0,3 м катится окружностью малой ступеньки по горизонтальной поверхности без скольжения (рис. 2.16). Барабан приводится в движение шатуном $AC$, один конец которого соединён с центром барабана в точке $A$, а другой – с ползуном $C$, перемещающимся вертикально. В положении механизма, когда шатун $AC$ отклонён от вертикали на угол 60°, найти ускорение точки $B$ барабана, лежащей на его горизонтальном диаметре, если заданы скорость и ускорение ползуна $C$: $V_C$ = 9м/с, $a_C$ = 4 м/с$^2$.

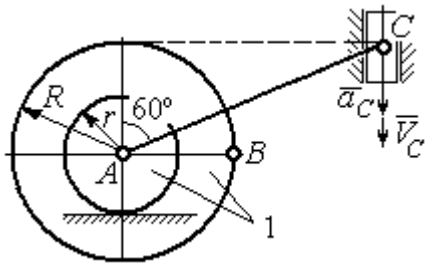



Рис. 2.16. Схема движения плоского механизма

*Решение*

Найдём угловые скорости $\omega_{AC}$, $\omega_1$ шатуна $AC$ и барабана 1. Шатун совершает плоское движение. Его мгновенный центр скоростей $P_2$ находится на пересечении перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$ (рис. 2.17). По условию, скорость точки $C$ направлена вертикально вниз. Точка $A$ принадлежит как шатуну $AC$, так и барабану 1. При качении барабана по горизонтальной поверхности скорость его центра – точки $A$ параллельна поверхности качения барабана.

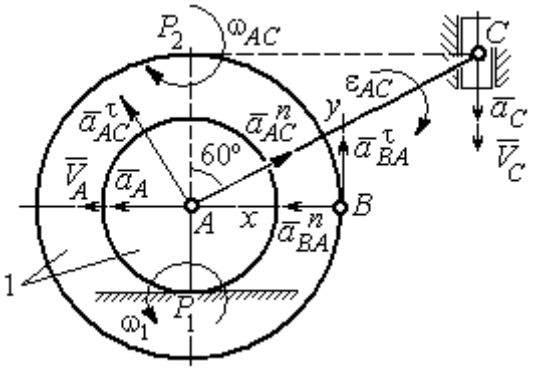


Рис. 2.17. Расчётная схема определения скоростей и ускорений точек механизма

Угловая скорость шатуна $\omega_{AC} = \dfrac{V_C}{CP_2} = \dfrac{9}{R\text{tg}60^\circ} = 6\sqrt{3}$ рад/с. Скорость точки $A$ шатуна $V_A = \omega_{AC} \cdot AP_2 = 3\sqrt{3}$ м/с. Угловая скорость барабана 1 $\omega_1 = \dfrac{V_A}{AP_1} = 10\sqrt{3}$ рад/с.

При расчёте угловой скорости барабана учтено, что качение барабана по неподвижной поверхности представляет собой плоское движение, при котором мгновенный центр скоростей находится в точке касания с поверхностью (в точке $P_1$ на рис. 2.17).

Выразим ускорение $\vec{a}_A$ точки $A$ через полюс $C$ на основании векторного равенства: $\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}^{\,\tau}_{AC} + \vec{a}^{\,n}_{AC}$, где $\vec{a}_C$ – ускорение точки $C$, выбранной в качестве полюса; $\vec{a}^{\,\tau}_{AC}$, $\vec{a}^{\,n}_{AC}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки $A$ при вращении шатуна $AC$ вокруг полюса $C$. Вектор нормального ускорения $\vec{a}^{\,n}_{AC}$ направлен вдоль шатуна $AC$ от точки $A$ к полюсу $C$ и равен по величине $a^n_{AC} = \omega^2_{AC} \cdot AC = (6\sqrt{3})^2 \cdot 2R = 108$ м/с$^2$. Вектор касательного ускорения

$\vec{a}_{AC}^{\,\tau}$, модуль которого вычисляется по формуле $a_{AC}^{\tau} = \varepsilon_{AC} \cdot AC$, направлен перпендикулярно отрезку $AC$.

На данном этапе величина вектора касательного ускорения не может быть вычислена, поскольку угловое ускорение шатуна $AC$ $\varepsilon_{AC}$ неизвестно. На рис. 2.17 направление вектора касательного ускорения $\vec{a}_{AC}^{\,\tau}$ выбрано из предположения, что вращение шатуна ускоренное и направление углового ускорения совпадает с направлением его угловой скорости.

Направление вектора $\vec{a}_A$ ускорения точки $A$ определяется из того, что центр барабана движется по прямой, параллельной горизонтальной поверхности качения. На рис. 2.17 направление вектора ускорения $\vec{a}_A$ выбрано из предположения, что качение барабана ускоренное.

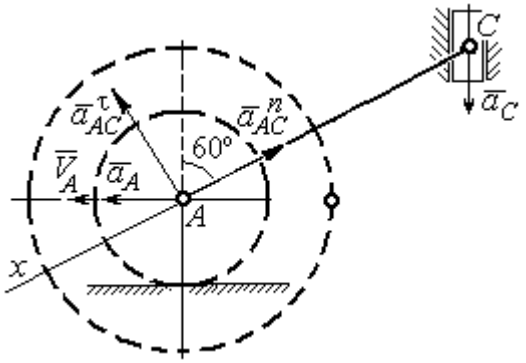


Рис. 2.18. Схема для определения ускорения центра барабана

Выберем ось $x$ вдоль линии $AC$ (рис. 2.18) и спроектируем векторное равенство $\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}_{AC}^{\,\tau} + \vec{a}_{AC}^{\,n}$ на эту ось. При таком выборе оси проекция неизвестного ускорения $\vec{a}_{AC}^{\,\tau}$ обращается в нуль. Получим $a_A \cos 30^\circ = a_C \cos 60^\circ - a_{AC}^{n}$. Отсюда найдём ускорение центра барабана $a_A = \dfrac{1}{\cos 30^\circ}\left(a_C \cos 60^\circ - a_{AC}^{n}\right) = -\,122{,}4$ м/с$^2$. Отрицательное значение ускорения точки $A$ означает, что на рис. 2.17, 2.18 вектор ускорения $\vec{a}_A$ должен иметь противоположное направление. Таким образом, вектор ускорения $\vec{a}_A$ направлен в сторону, противоположную вектору скорости $\vec{V}_A$, и движение барабана замедленное.

Для того чтобы найти ускорение точки $B$, выразим его через полюс $A$ на основании векторного равенства $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^{\,\tau} + \vec{a}_{BA}^{\,n}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение

точки $A$, выбранной в качестве полюса; $\vec{a}^{\tau}_{BA}$, $\vec{a}^{n}_{BA}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки $B$ при вращении барабана вокруг полюса $A$.

Модуль вектора нормального ускорения $\vec{a}^{n}_{BA}$ равен по величине $a^{n}_{BA} = \omega_1^2 \cdot BA = (10\sqrt{3})^2 \cdot R = 150$ м/с$^2$. Вектор направлен вдоль радиуса барабана от точки $B$ к полюсу $A$ (см. рис. 2.17).

Модуль вектора касательного ускорения $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ вычисляется по формуле $a^{\tau}_{BA} = \varepsilon_1 \cdot BA$, где $\varepsilon_1$ – угловое ускорение барабана. Значение углового ускорения катящегося барабана (в отличие от углового ускорения $\varepsilon_{AC}$ шатуна $AC$) может быть найдено. Расчёт основан на том, что при движении барабана расстояние $AP_1$ от точки $A$ до центра скоростей барабана $P_1$ остаётся постоянным, равным $r$. Тогда выражение $V_A = \omega_1 \cdot AP_1 = \omega_1 \cdot r$ для расчёта скорости точки $A$ можно продифференцировать. Получим $\dfrac{dV_A}{dt} = \dfrac{d\omega_1}{dt} \cdot r$. Так как точка $A$ движется по прямой, производная от скорости точки равна её полному ускорению, а производная от угловой скорости барабана равна его угловому ускорению. Тогда имеем: $a_A = \varepsilon_1 \cdot r$, откуда находим угловое ускорение $\varepsilon_1 = \dfrac{a_A}{r} = 40{,}8$ рад/с$^2$, а затем и модуль вектора касательного ускорения $a^{\tau}_{BA} = \varepsilon_1 \cdot BA = 20{,}4$ м/с$^2$.

Заметим, что для вычисления углового ускорения $\varepsilon_{AC}$ шатуна $AC$ подобные рассуждения неприменимы. Формулу $V_A = \omega_{AC} \cdot AP_2$ невозможно продифференцировать, так как при движении механизма расстояние $AP_2$ от точки $A$ до центра скоростей $P_2$ шатуна $AC$ является неизвестной функцией времени.

Выберем систему координат $xBy$ как показано на рис. 2.17, и спроецируем на эти оси векторное равенство $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{BA} + \vec{a}^{n}_{BA}$. Полагая, что движение барабана ускоренное (т. е. вектора ускорений $\vec{a}_A$ и $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ направлены, как показано на рис. 2.17), получим значения составляющих ускорения точки $B$:

$a_{Bx} = a_A + a_{BA}^n$, $a_{By} = a_{BA}^\tau$. Подставляя значения ускорений, найдём $a_{By} = 20{,}4$ м/с$^2$, $a_{Bx} = -122{,}4 + 150 = 27{,}6$ м/с$^2$. Вектор полного ускорения точки $B$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_{Bx}$, $\vec{a}_{By}$. Величина ускорения точки $B$: $a_B = \sqrt{a_{Bx}^2 + a_{By}^2} = 34{,}32$ м/с$^2$.

**Задача 2**. В плоском механизме (рис. 2.19) кривошип $OA$ вращается вокруг оси $O$ с угловой скоростью $\omega_{OA}$ и угловым ускорением $\varepsilon_{OA}$. Диск 2, шарнирно присоединённый к кривошипу в точке $A$, катится без проскальзывания по неподвижному диску 1. Радиусы дисков $R_1$ и $R_2$. На краю диска 2 в точке $B$ шарнирно прикреплен стержень $BC$, соединенный с центром $C$ диска 3. Радиус диска 3 равен радиусу диска 2: $R_3 = R_2$. Диск 3 катится без скольжения по горизонтальной поверхности, по прямой. Для положения механизма, изображенного на рис. 2.19, определить ускорение точки $D$ и угловое ускорение стержня $BC$, если $\omega_{OA} = 4$ рад/с, $\varepsilon_{OA} = 2$ рад/с$^2$, $R_1 = 4$ см, $R_2 = 8$ см. Длина стержня $BC = 20$ см.

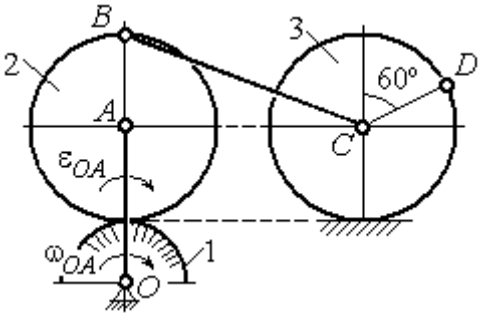


Рис. 2.19. Схема движения плоского механизма

*Решение*

**Определение угловых скоростей звеньев механизма**.

Рассмотрим вращательное движение кривошипа $OA$. Скорость точки $A$: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 48$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу $OA$ в сторону движения кривошипа (рис. 2.20).

При движении диска 2 точка $P_2$ соприкосновения второго диска с неподвижным первым является мгновенным центром скоростей диска 2. Угловая скорость диска 2: $\omega_2 = \dfrac{V_A}{AP_2} = \dfrac{48}{8} = 6$ рад/с.

Скорость точки $B$ диска 2: $V_B = \omega_2 BP_2 = 6 \cdot 16 = 96$ см/с.

Для определения угловой скорости стержня $BC$ заметим, что скорости двух точек стержня $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ параллельны, но точки $B$ и $C$ не лежат на общем перпендикуляре к скоростям. В этом случае мгновенный центр скоростей стержня $BC$ отсутствует (бесконечно удалён), угловая скорость стержня равна нулю: $\omega_{BC} = 0$, а стержень совершает мгновенное поступательное движение. В результате имеем: $V_C = V_B = 96$ см/с.

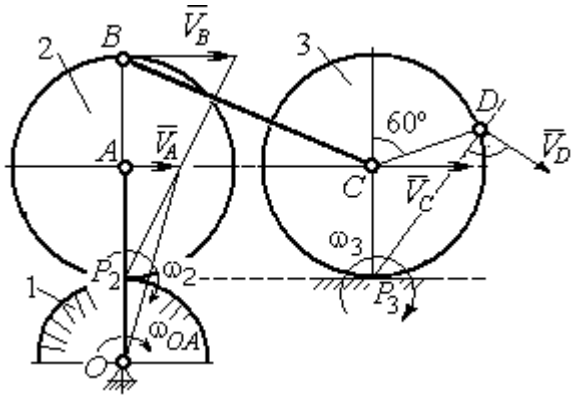



Рис. 2.20. Расчетная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

При качении диска 3 по неподвижной поверхности без проскальзывания точка $P_3$ касания его с поверхностью является мгновенным центром скоростей. Тогда угловая скорость диска 3: $\omega_3 = \dfrac{V_C}{CP_3} = 12$ рад/с. Скорость точки $D$ диска 3: $V_D = \omega_3 \cdot DP_3$. Величину $DP_3$ находим из треугольника $P_3DC$. В результате $DP_3 = 2R_3\cos 30^\circ = 13{,}8$ см и $V_D = 165{,}6$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_D$ направлен в сторону движения диска 3 перпендикулярно линии $DP_3$ и (см. рис. 2.20).

**Определение ускорений точек механизма**.

Представим ускорение $\vec{a}_C$ точки $C$ векторной суммой $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}^{\,n}_{CB} + \vec{a}^{\,\tau}_{CB}$, где $\vec{a}_B$ – ускорение точки $B$, выбранной в качестве полюса; $\vec{a}^{\,n}_{CB}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{CB}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки $C$ при вращении стержня $BC$ вокруг полюса $B$, $a^n_{CB} = \omega^2_{CB} \cdot CB$, $a^{\tau}_{CB} = \varepsilon_{CB} \cdot CB$.

Нормальная составляющая ускорения точки $C$ $a^n_{CB} = 0$, так как стержень $CB$ совершает мгновенное поступательное движение и $\omega_{BC} = 0$.

Направление касательной составляющей $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ неизвестно, так как неизвестно направление углового ускорения стержня $\varepsilon_{CB}$. Для определённости выберем направление углового ускорения стержня $BC$ в сторону против хода часовой стрелки. На рис. 2.21 это направление показано дуговой стрелкой $\varepsilon_{CB}$.

В соответствии с выбранным направлением углового ускорения вектор $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ строится перпендикулярно линии стержня $BC$ в сторону углового ускорения $\varepsilon_{CB}$ (см. рис. 2.21).

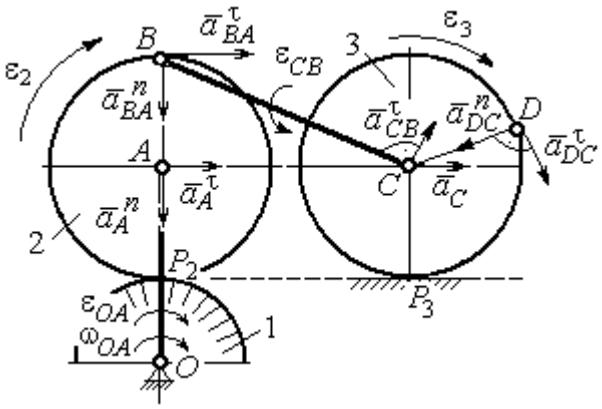



Рис. 2.21. Расчетная схема для определения ускорений точек механизма и угловых ускорений его звеньев

Выразим ускорение точки $B$ через полюс $A$: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{n}_{BA} + \vec{a}^{\tau}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса $A$; $\vec{a}^{n}_{BA}$, $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки $B$ при вращении диска 2 вокруг полюса $A$. Величина нормальной составляющей ускорения точки $B$ $a^{n}_{BA} = \omega_2^2 \cdot BA = 288$ см/с$^2$. Вектор $\vec{a}^{n}_{BA}$ направлен вдоль радиуса $BA$ от точки $B$ к полюсу $A$ (см. рис. 2.21). Касательное ускорение точки $B$ при вращении диска 2 вокруг полюса $A$ вычисляется по формуле $a^{\tau}_{BA} = \varepsilon_2 \cdot BA$. Для определения углового ускорения $\varepsilon_2$ диска 2 заметим, что во время движения диска 2 расстояние $AP_2$ остается постоянным, равным $R_2$. Дифференцируя равенство $V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = \omega_2 R_2$, получим: $\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_2}{dt} R_2$, или $a^{\tau}_{A} = \varepsilon_2 R_2$, откуда $\varepsilon_2 = \frac{a^{\tau}_{A}}{R_2}$.

Для того чтобы найти величину $a^{\tau}_{A}$, рассмотрим вращательное движение кривошипа $OA$ вокруг неподвижной оси $O$. Ускорение точки $A$ представляется в виде векторного равенства $\vec{a}_A = \vec{a}^{n}_{A} + \vec{a}^{\tau}_{A}$, где $\vec{a}^{n}_{A}$ и $\vec{a}^{\tau}_{A}$ – известные

нормальная и касательная составляющие ускорения точки $A$ кривошипа $OA$: $a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 192$ см/с$^2$, $a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 24$ см/с$^2$. Направления векторов нормального ускорения $\vec{a}_A^n$ и касательного ускорения $\vec{a}_A^\tau$ показаны на рис. 2.21.

Теперь найдём величину углового ускорения диска 2 и модуль касательного ускорения $a_{BA}^\tau$ точки $B$ при вращении диска 2 вокруг полюса $A$: $\varepsilon_2 = \dfrac{a_A^\tau}{R_2} =$ $= 3$ рад/с$^2$, $a_{BA}^\tau = \varepsilon_2 \cdot BA = 24$ см/с$^2$.

Для определения ускорения точки $C$ имеем векторное равенство $\vec{a}_C = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau + \vec{a}_{CB}^\tau$. Выберем оси $Cx$, $Cy$, как показано на рис. 2.22, – вдоль отрезка $BC$ и перпендикулярно ему и спроецируем на них имеющееся векторное равенство. Получим:

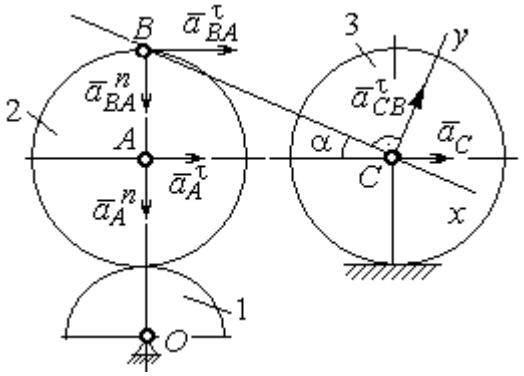


Рис. 2.22. Расчетная схема для вычисления ускорения точки С

$$a_C \cos\alpha = a_A^n \sin\alpha + a_A^\tau \cos\alpha + a_{BA}^n \sin\alpha + a_{BA}^\tau \cos\alpha;$$

$$a_C \sin\alpha = a_A^n \cos\alpha + a_A^\tau \sin\alpha + a_{BA}^n \cos\alpha + a_{BA}^\tau \sin\alpha + a_{CB}^\tau,$$

где $\alpha$ – угол между стержнем $BC$ и линией центров $AC$; $\sin\alpha = \dfrac{AB}{BC} = 0{,}4$; $\cos\alpha = 0{,}92$. Решая систему, найдём: $a_C = 256{,}7$ см/с$^2$, $a_{CB}^\tau = -358{,}12$ см/с$^2$.

Модуль углового ускорения стержня $BC$: $\varepsilon_{CB} = \dfrac{\left|a_{CB}^\tau\right|}{BC} = 17{,}9$ рад/с$^2$.

Знак «минус» величины $a_{CB}^\tau$ означает, что вектор касательного ускорения $\vec{a}_{CB}^\tau$ на рис. 2.21 – 2.22 следует направить в противоположную сторону. Направление углового ускорения стержня $BC$, показанное на рис. 2.21 дуговой стрелкой $\varepsilon_{CB}$, также следует заменить на противоположное.

Выразим ускорение точки $D$ через полюс $C$: $\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}^{\,n}_{DC} + \vec{a}^{\,\tau}_{DC}$, где $\vec{a}_C$ – известное ускорение точки $C$; $\vec{a}^{\,n}_{DC}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{DC}$ – нормальное и касательное составляющие ускорения точки $D$ при вращении диска 3 вокруг полюса $C$. Величина нормального ускорения точки $D$: $a^n_{DC} = \omega_3^2 \cdot DC = 1152$ см/с$^2$. Вектор ускорения $\vec{a}^{\,n}_{DC}$ направлен по радиусу от точки $D$ к полюсу $C$ (рис. 2.23).

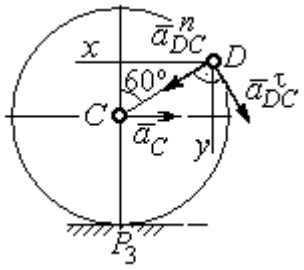



Рис.2.23. Расчетная схема для определения ускорения точки $D$

Для расчёта касательной составляющей $a^{\tau}_{DC}$ ускорения точки $D$ найдём угловое ускорение диска 3. Продифференцируем по времени равенство $V_C = \omega_3 \cdot CP_3 = \omega_3 R_3$. Получим: $\frac{dV_C}{dt} = \frac{d\omega_3}{dt} R_3$, или $a_C = \varepsilon_3 R_3$. Угловое ускорение диска 3: $\varepsilon_3 = \frac{a_C}{R_3} = 32{,}09$ рад/с$^2$. Тогда величина касательной составляющей ускорения точки $D$: $a^{\tau}_{DC} = \varepsilon_3 \cdot DC = 256{,}7$ см/с$^2$. Направление вектора $\vec{a}^{\,\tau}_{DC}$ соответствует ускоренному движению диска 3.

Проведём оси $Dx$ и $Dy$, как показано на рис. 2.23, и спроецируем векторное равенство ускорения точки $D$ на оси:

$$a_{Dx} = -a_C + a^n_{DC}\cos 30^\circ - a^{\tau}_{DC}\cos 60^\circ, \quad a_{Dy} = a^n_{DC}\cos 60^\circ + a^{\tau}_{DC}\cos 30^\circ.$$

Решая систему, находим значения проекций модуля ускорения $a_{Dx} = 612{,}5$ см/с$^2$, $a_{Dy} = 798{,}3$ см/с$^2$. Величина ускорения точки $D$:

$$a_D = \sqrt{a^2_{Dx} + a^2_{Dy}} = 1006{,}2 \text{ см/с}^2.$$

# 3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

## 3.1. Основные понятия сложного движения точки

В неподвижной системе координат рассматривается подвижное твердое тело и точка, перемещающаяся относительно тела.

Траектория точки в её движении относительно тела называется **относительной траекторией.** Скорость точки в этом движении называют **относительной скоростью**, ускорение – **относительным ускорением**.

Траектория точки, перемещающейся вместе с телом, называется переносной траекторией точки, скорость точки при таком её движении – **переносной скоростью**, а ускорение – **переносным ускорением**.

Суммарное движение точки вместе с телом и относительно тела называется **сложным движением**. Траектория точки относительно неподвижной системы координат называется **абсолютной траекторией точки**, скорость и ускорение – **абсолютной скоростью и абсолютным ускорением.**

При вычислении абсолютной скорости используется теорема о сложении скоростей: **при сложном движении абсолютная скорость точки равна геометрической сумме относительной и переносной скоростей:** $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$, где $\vec{V}$, $\vec{V}_e$, $\vec{V}_r$ – вектора абсолютной, переносной и относительной скоростей точки.

В случае, когда относительное движение точки задается естественным способом в виде закона изменения пути $S = S(t)$, величина относительной скорости точки равна модулю производной: $V_r = \left|\dot{S}_r\right|$. Если переносное движение точки есть вращение тела вокруг неподвижной оси, скорость точки в переносном движении будет: $V_e = \omega_e h_e$, где $\omega_e$ – величина угловой скорости вращения тела; $h_e$ – кратчайшее расстояние от места положения точки на теле до оси вращения тела.

При вычислении абсолютного ускорения используется теорема Кориолиса о сложении ускорений: **при сложном движении абсолютное ускорение точки равно геометрической сумме трех ускорений – относительного, переносного и ускорения Кориолиса** $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_к$, где $\vec{a}$ – вектор абсолютного ускорения точки; $\vec{a}_e, \vec{a}_r$ – вектора соответственно переносного и относительного ускорений точки; $\vec{a}_к$ – вектор ускорения Кориолиса. (Иногда его называют поворотным ускорением.)

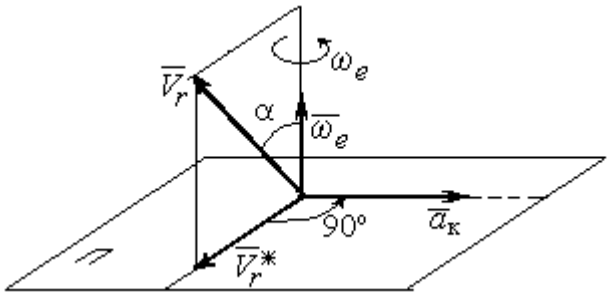



Рис. 3.1. Определение направления ускорения Кориолиса по правилу Жуковского

Вектор ускорения Кориолиса определяется векторным произведением $\vec{a}_к = 2(\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r)$, где $\vec{\omega}_e$ – вектор угловой скорости переносного движения; $\vec{V}_r$ – вектор относительной скорости точки. Модуль ускорения Кориолиса: $|\vec{a}_к| = 2|\vec{\omega}_e| \cdot |\vec{V}_r| \sin\alpha$, где $\alpha$ – угол между вектором угловой скорости переносного движения и вектором относительной скорости точки (см. рис. 3.1). Направление вектора ускорения Кориолиса может быть получено по правилу построения вектора векторного произведения.

На рис. 3.1 показана последовательность выбора направления вектора ускорения Кориолиса по правилу Н. Е. Жуковского. Правило состоит в следующем: пусть имеется точка, движущаяся с относительной скоростью $\vec{V}_r$. Построим плоскость П, перпендикулярную вектору переносной угловой скорости $\vec{\omega}_e$, и спроецируем вектор $\vec{V}_r$ на эту плоскость. Проекцию обозначим $\vec{V}_r^*$ (см. рис. 3.1). Чтобы получить направление ускорения Кориолиса, следует вектор проекции относительной скорости $\vec{V}_r^*$ повернуть на 90° в плоскости П вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Если сложное движение точки происходит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, направление ускорения Кориолиса можно получить простым поворотом вектора относительной скорости на угол 90° вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Относительное ускорение $\vec{a}_r$ представляется как сумма векторов относительного касательного $\vec{a}_r^{\tau}$ и относительного нормального $\vec{a}_r^{n}$ ускорений: $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\tau} + \vec{a}_r^{n}$. Переносное ускорение точки $\vec{a}_e$ тела имеет своими составляющими переносное касательное $\vec{a}_e^{\tau}$ и переносное нормальное $\vec{a}_e^{n}$ ускорения так, что $\vec{a}_e = \vec{a}_e^{\tau} + \vec{a}_e^{n}$.

Таким образом, абсолютное ускорение точки в сложном движении можно представить в виде векторного равенства

$$\vec{a} = \vec{a}_r^{\tau} + \vec{a}_r^{n} + \vec{a}_e^{\tau} + \vec{a}_e^{n} + \vec{a}_{\text{к}}.$$

Модули относительного касательного и относительного нормального ускорений при естественном способе задания относительного движения точки равны: $a_r^{\tau} = \left|\dot{V}_r\right|$, $a_r^{n} = \dfrac{V_r^2}{\rho}$, где $\rho$ – радиус кривизны относительной траектории. При движении точки по окружности радиус кривизны равен радиусу окружности, при движении по прямой – бесконечности, и в этом случае $a_r^{n} = 0$.

При вращательном переносном движении точки значения переносного касательного и нормального ускорений вычисляются по формулам: $a_e^{\tau} = \varepsilon_e h_e$, $a_e^{n} = \omega_e^2 h_e$, где $\varepsilon_e$ – угловое ускорение вращательного переносного движения, $\varepsilon_e = \left|\dot{\omega}_e\right|$; $h_e$ – расстояние от точки до оси вращения тела; $\omega_e$ – величина угловой скорости вращения тела.

Вектора ускорений строятся по общим правилам построения векторов нормального и касательного ускорений.

При поступательном переносном движении ускорение Кориолиса и переносное нормальное ускорение равны нулю: $a_{\text{к}} = 0,\ a_e^n = 0$. Абсолютное ускорение точки при поступательном переносном движении можно представить в виде векторного равенства $\vec{a} = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau}$.

### 3.2. Задание К4. Определение скорости и ускорения точки при сложном движении

Задание включает две задачи с вращательным и поступательным видами переносного движения точки.

**Задача 1.** Вращение тела относительно неподвижной оси задается законом изменения угла поворота: $\varphi_e = \varphi_e(t)$ или законом изменения его угловой скорости: $\omega_e = \omega_e(t)$. Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке $C$ и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии: $CM = S_r = S_r(t)$.

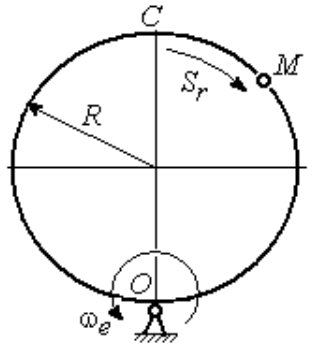
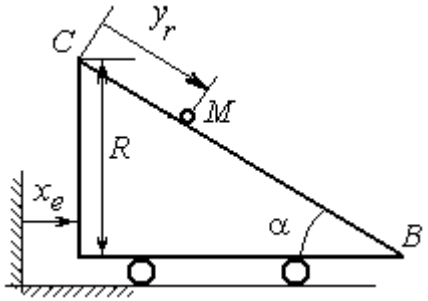
Определить абсолютные скорость и ускорение точки в заданный момент времени $t_1$.

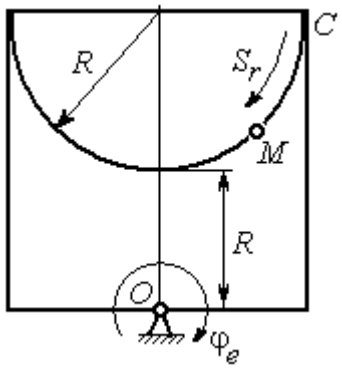
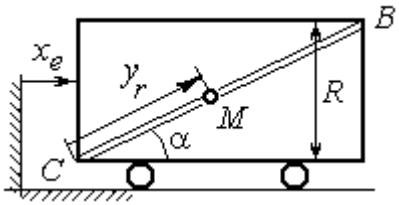
**Задача 2.** Поступательное движение тела, несущего точку, задается законом изменения координаты $x_e = x_e(t)$. Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке $C$ и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии: $CM = y_r = y_r(t)$.

Определить абсолютные скорость и ускорение точки в момент времени $t_2$, который либо задаётся в исходных данных задачи, либо на схемеописаны условия, из которых он находится.

Номера вариантов заданий даны на рис. 3.2 – 3.5.

Варианты исходных данных приведены в табл. 3.1.

| **Варианты № 1, 11, 21** | |
|---|---|
| Задача 1 | Задача 2 |
|  |  <br>В момент $t = t_2$ точка $M$ прошла половину пути $CB$ |

| **Варианты № 2, 12, 22** | |
|---|---|
| Задача 1 | Задача 2 |
|  |  <br>В момент $t = t_2$ точка $M$ прошла 2/3 пути $CB$ |

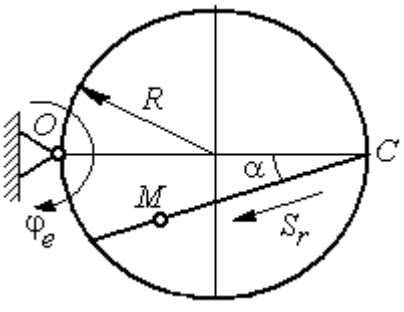
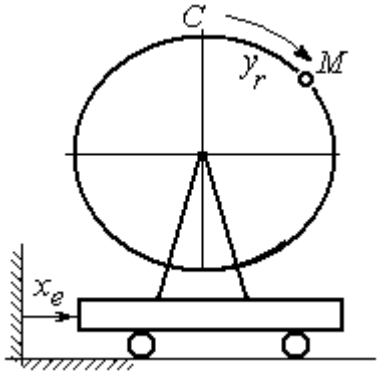
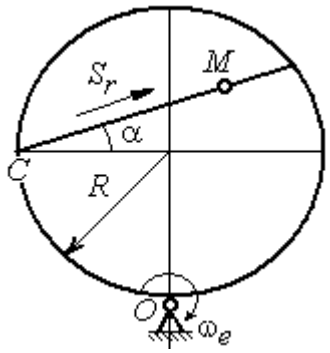
| **Варианты № 3, 13, 23** | |
|---|---|
| Задача 1 | Задача 2 |
|  |  |

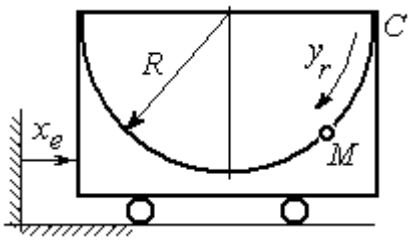
Рис. 3.2. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

**Варианты № 4, 14, 24**

Задача 1

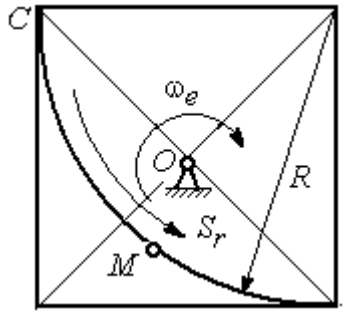



Задача 2

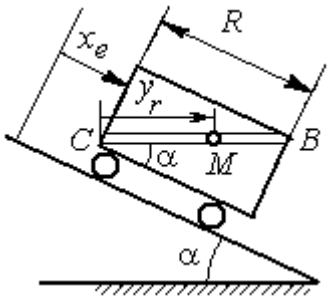



**Варианты № 5, 15, 25**

Задача 1



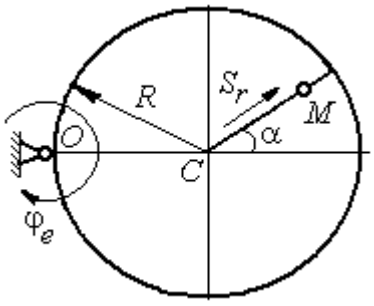

Задача 2




В момент $t = t_2$ точка *M* прошла путь *CB*

**Варианты № 6, 16, 26**

Задача 1




Задача 2

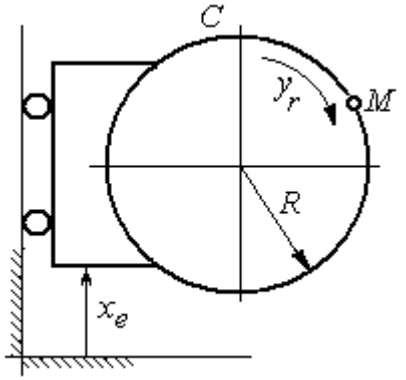
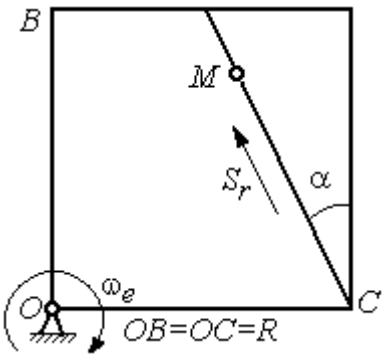


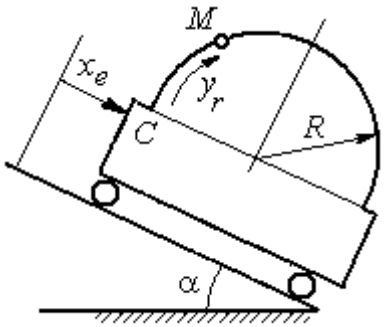

Рис. 3.3. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 4 – 6, 14 – 16, 24 – 26

**Варианты № 7, 17, 27**

Задача 1

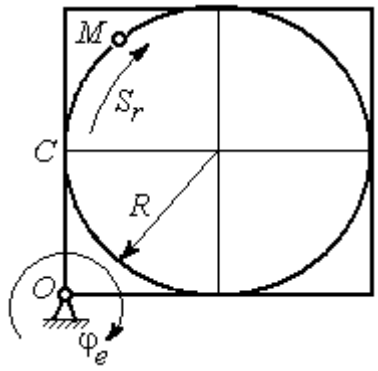



Задача 2

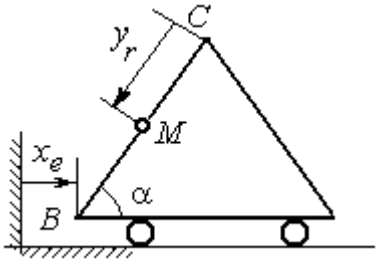



**Варианты № 8, 18, 28**

Задача 1



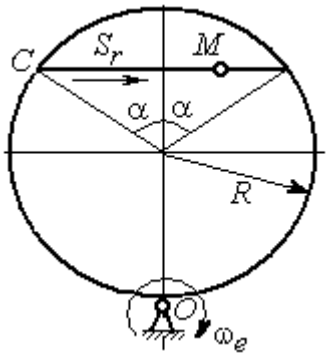

Задача 2




В момент $t = t_2$ точка $M$ прошла половину пути $CB = R$

**Варианты № 9, 19, 29**

Задача 1




Задача 2

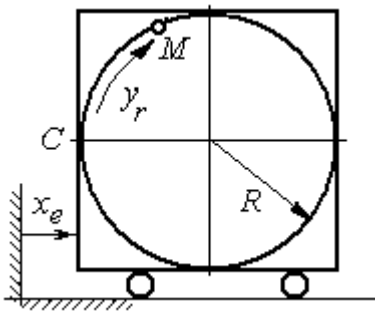
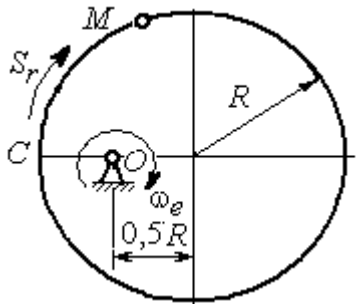



Рис. 3.4. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

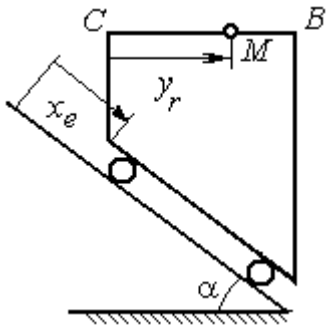
*Окончание вариантов задания К4*

**Варианты № 10, 20, 30**

Задача 1




Задача 2




В момент $t = t_2$ точка $M$ прошла половину пути $CB = R$

Рис. 3.5. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 10, 20, 30

Таблица 3.1

**Исходные данные для заданий по сложному движению точки**

| Номер варианта задания | Номер задачи | $R$, см | α, град | $C\breve{M} = S_r(t)$, см<br>$C\breve{M} = y_r(t)$, см | $\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с<br>$x_e(t)$, см | $t_1$, с<br>$t_2$, с |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 1 | 3 | – | $S_r = 2\pi\sin(\pi t/6)$ | $\omega_e = 4t^2$ | 1 |
| | 2 | 4 | 30 | $y_r = 4t^2$ | $x_e = 2\cos(\pi t/6)$ | – |
| **2** | 1 | 2 | – | $S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/6)$ | $\varphi_e = 6\cos(\pi t/3)$ | 1 |
| | 2 | 3 | 60 | $y_r = t^2 + t$ | $x_e = 1 + \cos(\pi t)$ | – |
| **3** | 1 | 4 | 30 | $S_r = 2\sqrt{3}[t + \sin(\pi t/2)]$ | $\varphi_e = 4t - t^2$ | 1 |
| | 2 | 6 | – | $y_r = \pi[2t + \sin\pi t]$ | $x_e = 5t - t^2$ | 1 |
| **4** | 1 | 4 | 60 | $S_r = 2(t^3 + t)$ | $\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$ | 1 |
| | 2 | 3 | – | $y_r = \pi[2t + \cos(\pi t/2)]$ | $x_e = t^3 - 4t$ | 1 |
| **5** | 1 | 6 | – | $S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/6)$ | $\omega_e = 6\cos(\pi t/3)$ | 1 |
| | 2 | 2 | 30 | $y_r = t^2 + 2t$ | $x_e = t^2 - 4t$ | – |
| **6** | 1 | 6 | 60 | $S_r = t + 10\sin(\pi t/6)$ | $\varphi_e = 2t^2 - 5t$ | 1 |
| | 2 | 3 | – | $y_r = 4\pi\sin(\pi t/6)$ | $x_e = [1 - \cos(\pi t/4)]$ | 1 |
| **7** | 1 | 8 | 30 | $S_r = 2(t^3 + 3t)$ | $\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$ | 1 |
| | 2 | 4 | 30 | $y_r = 2\pi t^2$ | $x_e = t^3 - 5t$ | 1 |

*Продолжение табл. 3.1*

| Номер варианта задания | Номер задачи | $R$, см | $\alpha$, град | $C\breve{M} = S_r(t)$, см<br>$C\breve{M} = y_r(t)$, см | $\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с<br>$x_e(t)$, см | $t_1$, с<br>$t_2$, с |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **8** | 1 | 8 | – | $S_r = 2\pi\left[t^2 + \sin\pi t\right]$ | $\varphi_e = t^2 - 5t$ | 2 |
| | 2 | 6 | 30 | $y_r = t(t+1)$ | $x_e = \cos\pi t$ | – |
| **9** | 1 | 8 | 30 | $S_r = 2t^2$ | $\omega_e = \cos(\pi t/8)$ | 2 |
| | 2 | 3 | – | $y_r = 4\pi\sin^2(\pi t/4)$ | $x_e = (3-2t)^2$ | 1 |
| **10** | 1 | 6 | – | $S_r = \pi(2t^3 + \sin\pi t)$ | $\omega_e = 5t - 2t^3$ | 1 |
| | 2 | 4 | 30 | $y_r = t^2 + 2t$ | $x_e = 1 + \cos\pi t$ | – |
| **11** | 1 | 6 | – | $S_r = 8\pi\sin(\pi t/12)$ | $\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$ | 2 |
| | 2 | 6 | 60 | $y_r = 4\sin\pi t$ | $x_e = t^2 - 2t$ | – |
| **12** | 1 | 18 | – | $S_r = \pi(2t^2 + 2t)$ | $\varphi_e(t) = 3t - t^2$ | 2 |
| | 2 | 6 | 30 | $y_r = 2t^2 + t$ | $x_e = 1 + \cos(\pi t)$ | – |
| **13** | 1 | 10 | 60 | $S_r = t^3 + t$ | $\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$ | 2 |
| | 2 | 6 | – | $y_r = 6\pi\cos(\pi t/3)$ | $x_e = t(t+1)$ | 1 |
| **14** | 1 | 4 | 30 | $S_r = 8\sqrt{3}\sin(\pi t/12)$ | $\omega_e = (3-2t)^2$ | 2 |
| | 2 | 3 | – | $y_r = 2\pi\sin(\pi t/6)$ | $x_e = 2t^2 - 5t$ | 1 |
| **15** | 1 | 8 | – | $S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/4)$ | $\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$ | 1 |
| | 2 | 5 | 60 | $y_r = 5t + t^2$ | $x_e = \cos(\pi t/6)$ | – |
| **16** | 1 | 12 | 90 | $S_r = 3\left[t + \sin(\pi t/2)\right]$ | $\varphi_e = 2t - 3t^2$ | 1 |
| | 2 | 15 | – | $y_r = \pi(4t + t^2)$ | $x_e = 6\sin(\pi t/3)$ | 1 |
| **17** | 1 | 6 | 45 | $S_r = 3\sqrt{2}\left[t^2 + 2\sin\pi t\right]$ | $\omega_e(t) = 4t^2 - 6$ | 1 |
| | 2 | 6 | 60 | $y_r = 8\pi\sin(\pi t/12)$ | $x_e = \sqrt{2}\sin(\pi t/8)$ | 2 |
| **18** | 1 | 8 | – | $S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$ | $\varphi_e = 18t - 4t^2$ | 2 |
| | 2 | 8 | 60 | $y_r = 3t + 2t^2$ | $x_e = \sin\pi t$ | – |
| **19** | 1 | 8 | 60 | $S_r = 2\sqrt{3}\left[t + \sin(\pi t/2)\right]$ | $\omega_e = 5t - t^2$ | 1 |
| | 2 | 9 | – | $y_r = 6\pi\cos(\pi t/3)$ | $x_e = \cos(\pi t/6)$ | 1 |
| **20** | 1 | 4 | – | $S_r = 4\pi\sin(\pi t/6)$ | $\omega_e = 3t - 5$ | 1 |
| | 2 | 6 | 60 | $y_r = 3t + 2t^2$ | $x_e = \pi\sin\pi t$ | – |
| **21** | 1 | 3 | – | $S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$ | $\omega_e = 6t - 14$ | 2 |
| | 2 | 8 | 45 | $y_r = (t^2 + 3t)$ | $x_e = t + 2\sin\pi t$ | – |

*Окончание табл. 3.1*

| Номер варианта задания | Номер задачи | $R$, см | $\alpha$, град | $C\breve{M} = S_r(t)$, см<br>$C\breve{M} = y_r(t)$, см | $\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с<br>$x_e(t)$, см | $t_1$, с<br>$t_2$, с |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **22** | 1 | 4 | – | $S_r = 2\pi(t^2 + 2t)$ | $\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$ | 1 |
| | 2 | 9 | 60 | $y_r = 8\sin\pi t$ | $x_e = 5t - t^2$ | – |
| **23** | 1 | 6 | 45 | $S_r = 12\sin(\pi t/8)$ | $\varphi_e = t^2 + \cos(\pi t/4)$ | 2 |
| | 2 | 6 | – | $y_r = 6\pi[t + \sin(\pi t/6)]$ | $x_e = 5t - t^2$ | 1 |
| **24** | 1 | 6 | 45 | $S_r = 12\sin(\pi t/8)$ | $\omega_e = t + 4\cos(\pi t/4)$ | 2 |
| | 2 | 6 | – | $y_r = \pi(t^2 + 2t)$ | $x_e = 6\cos(\pi t/6)$ | 1 |
| **25** | 1 | 6 | – | $S_r = 2\pi t^2$ | $\omega_e = 3\sin(\pi t/3)$ | 1 |
| | 2 | 4 | 45 | $y_r = 2t(t + 3t)$ | $x_e = 2(t^3 - 3t)$ | – |
| **26** | 1 | 6 | 120 | $S_r = t^2 + t$ | $\varphi_e = 12\cos(\pi t/12)$ | 2 |
| | 2 | 9 | – | $y_r = \pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$ | $x_e = 2(t^2 - 3t)$ | 1 |
| **27** | 1 | 10 | 60 | $S_r = \sqrt{3}(t^2 + t)$ | $\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$ | 2 |
| | 2 | 9 | 30 | $y_r = \sqrt{3}\pi\sin(\pi t/3)$ | $x_e = t + 4\cos(\pi t/4)$ | 1 |
| **28** | 1 | 2 | – | $S_r = 6\pi\sin(\pi t/6)$ | $\varphi_e = 2t + \cos(\pi t/2)$ | 1 |
| | 2 | 6 | | $y_r = 2t + 3t^2$ | $x_e = t + \sin\pi t$ | – |
| **29** | 1 | 8 | 30 | $S_r = (t^2 + 2t)$ | $\omega_e = 6\sin(\pi t/12)$ | 2 |
| | 2 | 3 | – | $y_r = 2\pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$ | $x_e = 5t - t^2$ | 1 |
| **30** | 1 | 2 | – | $\pi(t^2 + 2t)$ | $\omega_e(t) = 6\cos(\pi t/6)$ | 1 |
| | 2 | 3 | 60 | $y_r = t + t^2$ | $x_e = t + \sin\pi t$ | – |

## Пример выполнения задания К4. Сложное движение точки

**Задача 1**. Фигура, состоящая из половины диска и равнобедренного треугольника (рис. 3.6), вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости фигуры и проходящей через вершину $A$ треугольника. Вращательное движение задается законом изменения угла поворота фигуры $\varphi_e = 5t - 2t^2$ рад.

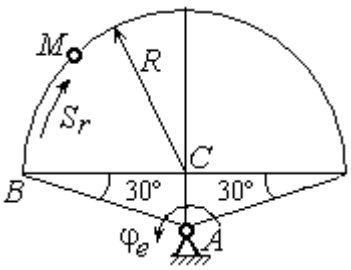



Рис. 3.6. Схема сложного движения точки

Положительное направление вращения отмечено на схеме дуговой стрелкой $\varphi_e$. По ободу диска от точки *B* движется точка *M*. Движение точки относительно диска задается законом изменения длины дуги окружности: $\overset{\cup}{BM} = S_r = 9\pi t^2$ см. Положительное направление движения точки *M* на рис. 3.6 показано дуговой стрелкой $S_r$. Радиус диска $R = 9$ см.

Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки *M* в момент времени $t_1 = 1$ с.

*Решение*

Вращение фигуры будет для точки *M* переносным движением. Относительное движение точки *M* – её движение по окружности обода диска.

Для определения **положения точки** *M* на ободе диска вычислим расстояние, которое она прошла на заданный момент времени. Длина дуги окружности, пройденной точкой за 1 с: $S_r(1) = 9\pi$ см. Положение точки *M* определяется центральным углом $\alpha = \dfrac{S_r(1)}{R} = \dfrac{9\pi}{9} = \pi$. Положение точки в момент времени $t_1 = 1$ с отмечено на рис. 3.7 точкой $M_1$.

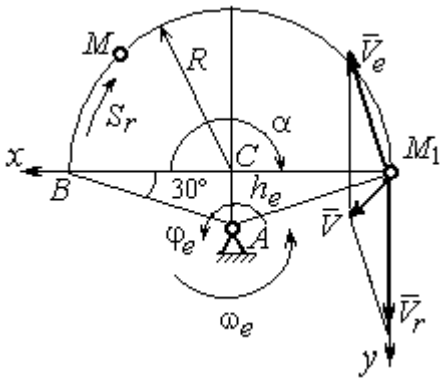


Рис. 3.7. Расчетная схема для вычисления абсолютной скорости точки при сложном движении

Для определения **скорости переносного движения** точки вычисляем значение производной: $\dot{\varphi}_e = 5 - 4t$. Угловая скорость вращения фигуры: $\omega_e = |\dot{\varphi}_e|$. При $t_1 = 1$ с $\dot{\varphi}_e(1) = 1$ рад/с. Положительная величина производной $\dot{\varphi}_e(1)$ показывает, что вращение фигуры в данный момент происходит в положительном направлении, что отмечено дуговой стрелкой $\omega_e$ на рис. 3.7.

В момент времени $t_1 = 1$ с точка *M* находится в положении $M_1$. Скорость $V_e$ переносного движения точки в момент времени $t_1 = 1$ с $V_e(1) = \omega_e(1)h_e$, где

расстояние от точки $M_1$ до оси вращения фигуры $h_e = AM_1 = \dfrac{R}{\cos 30^\circ} = 6\sqrt{3}$ см.

Тогда $V_e(1) = 6\sqrt{3}$ см/с.

Вектор скорости переносного движения точки $\vec{V}_e$ перпендикулярен линии $AM_1$ и направлен в сторону вращения фигуры (см. рис. 3.7).

Относительное движение точки задано естественным способом, как закон изменения длины дуги *BM*. В этом случае **скорость относительного движения** точки $V_r = \left|\dot{S}_r\right| = \left|18\pi t\right|$. При $t_1$ = 1 с $V_r(1) = \left|\dot{S}_r(1)\right| = 18\pi$ = 56,5 см/с. Положительное значение производной $\dot{S}_r(1)$ указывает, что относительное движение точки в положении $M_1$ происходит в положительном направлении, указанном на рис. 3.7 дуговой стрелкой $S_r$. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости точки в положении $M_1$ направлен по касательной к траектории относительного движения в сторону положительного направления движения (см. рис. 3.7).

**Абсолютную скорость точки** находим по теореме сложения скоростей $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Направление вектора абсолютной скорости, полученное по правилу сложения векторов, показано на рис. 3.5. Для определения величины абсолютной скорости выбираем прямоугольные оси координат $M_1xy$ (см. рис. 3.7) и проецируем обе части векторного равенства теоремы сложения скоростей на эти оси. Получим:

$$V_x = V_e \cos 60^\circ = 3\sqrt{3} = 5{,}2 \text{ см/с};$$

$$V_y = -V_e \cos 30^\circ + V_r = -6\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 56{,}5 = 29{,}5 \text{ см/с}.$$

Модуль абсолютной скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{5{,}2^2 + 29{,}5^2} = 29{,}95$ см/с.

**Абсолютное ускорение точки** определяем по теореме Кориолиса, которая при вращательном переносном движении имеет вид:

$$\vec{a} = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_{\text{к}}.$$

**Относительное касательное ускорение** $a_r^\tau$ вычисляется по формуле: $a_r^\tau = \left|\ddot{S}_r\right|$. По условию задачи вторая производная $\ddot{S}_r = 18\pi$ = 56,5 см/с$^2$ – постоянная величина. Так как значение второй производной $\ddot{S}_r$ положительно, вектор ускорения $\vec{a}_r^\tau$ направлен по касательной к траектории относительного движения в точке $M_1$ в сторону положительного направления относительного движения, отмеченного дуговой стрелкой $S_r$.

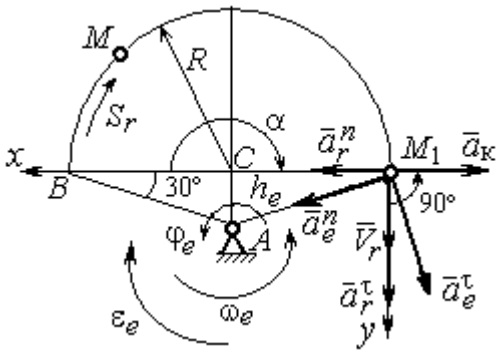


Рис. 3.8. Расчетная схема для определения абсолютного ускорения точки

**Относительное нормальное ускорение** точки вычисляется по формуле $a_r^n = \dfrac{V_r^2}{R}$ и в момент $t_1 = 1$ с равно: $a_r^n(1) = \dfrac{V_r^2(1)}{R} = \dfrac{(18\pi)^2}{9} = 355{,}3$ см/с$^2$. Вектор ускорения $\vec{a}_r^n$ направлен по радиусу диска к центру $C$ (см. рис. 3.8).

**Переносное касательное ускорение** вычисляется по формуле: $a_e^\tau = \varepsilon_e h_e$, где угловое ускорение $\varepsilon_e = \left|\ddot{\varphi}_e\right|$. Вычислим производную $\ddot{\varphi}_e = -4$ рад/с$^2$. Угловое ускорение $\varepsilon_e = \left|\ddot{\varphi}_e\right| = 4$ рад/с$^2$ постоянно и не зависит от времени.

Отрицательное значение производной $\ddot{\varphi}_e < 0$ при условии, что расчетная величина угловой скорости положительна: $\dot{\varphi}_e > 0$, означает, что вращательное движение замедленное и переносное угловое ускорение $\varepsilon_e$ направлено в сторону, противоположную направлению вращения.

Вектор $\vec{a}_e^\tau$ переносного касательного ускорения точки в её положении $M_1$ перпендикулярен линии $AM_1$ и направлен противоположно вектору переносной скорости $\vec{V}_e$ (см. рис. 3.8). Модуль переносного касательного ускорения: $a_e^\tau = a_e^\tau = \varepsilon_e h_e = 24\sqrt{3} = 41{,}6$ см/с$^2$.

**Переносное нормальное ускорение** $a_e^n$ рассчитывается по формуле: $a_e^n = \omega_e^2 h_e$ и в момент времени $t_1 = 1$ с $a_e^n(1) = \omega_e^2(1)h_e = 6\sqrt{3} = 10{,}4$ см/с$^2$. Вектор переносного нормального ускорения $\vec{a}_e^n$ направлен по линии $AM_1$ к оси вращения (см. рис. 3.8).

По условию задачи вектор скорости относительного движения точки $\vec{V}_r$ лежит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, то есть перпендикулярен вектору угловой скорости переносного движения $\vec{\omega}_e$. Тогда модуль **ускорения Кориолиса** при $t_1 = 1$ с $a_к = 2\omega_e V_r = 2 \cdot 1 \cdot 18\pi = 113{,}1$ см/с$^2$.

Так как вектор относительной скорости точки $\vec{V}_r \perp \vec{\omega}_e$, то по правилу Жуковского для определения направления ускорения Кориолиса достаточно повернуть вектор относительной скорости точки $\vec{V}_r$ на 90° в сторону переносного движения вокруг оси, параллельной оси вращения и проходящей через точку $M_1$ (см. рис. 3.8). Для определения абсолютного ускорения спроецируем на прямоугольные оси $xM_1y$ (см. рис. 3.8) векторное равенство $\vec{a} = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_к$. Получим: $a_y = a_e^{\tau}\cos 30^\circ + a_e^n \cos 60^\circ + a_r^{\tau} = 97{,}9$ см/с$^2$, $a_x = -a_e^{\tau}\cos 60^\circ + a_e^n \cos 30^\circ + a_r^n - a_к = 228{,}4$ см/с$^2$. Модуль абсолютного ускорения: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 248{,}5$ см/с$^2$.

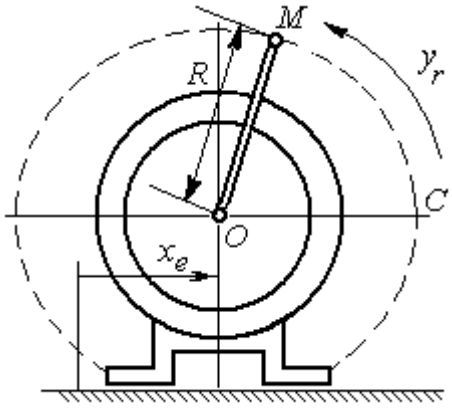



Рис. 3.9. Схема движения точки стержня, укреплённого на электромоторе

**Задача 2.** К вращающемуся валу электромотора прикреплён стержень $OM$ длины $R = 6$ см. Во время работы электромотора точка $M$ стержня из начального положения $C$ перемещается по дуге окружности согласно уравнению $CM = y_r = \pi t^2$ см. При этом электромотор, установленный без креплений, совершает горизонтальные гармонические колебания на фундаменте по закону

$x_e = 5\sin(\pi t/3)$ см. Определить абсолютное ускорение точки $M$ в момент времени $t_1 = 1$ с.

*Решение*

Точка $M$ совершает сложное движение – относительно электромотора и вместе с ним. Относительным движением точки будет её движение по дуге окружности радиуса $R$, переносным – поступательное горизонтальное, прямолинейное движение электромотора.

Найдём положение точки относительно электродвигателя в заданный момент времени. Угол $\alpha$, отсчитываемый стержнем $OM$ от начального положения $OC$, в момент времени $t_1 = 1$ с составляет $\alpha = \dfrac{y_r(t_1)}{R} = \dfrac{\pi}{6} = 30°$. Положение точки в момент времени $t_1 = 1$ с отмечено на рис. 3.10 буквой $M_1$.

Относительное движение точки задано естественным способом, как закон изменения длины дуги. Относительная скорость $V_r = \dot{y}_r = 2\pi t$. В момент времени $t_1 = 1$ с $V_r$= 6,28 см/с. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости направлен перпендикулярно стержню $OM_1$.

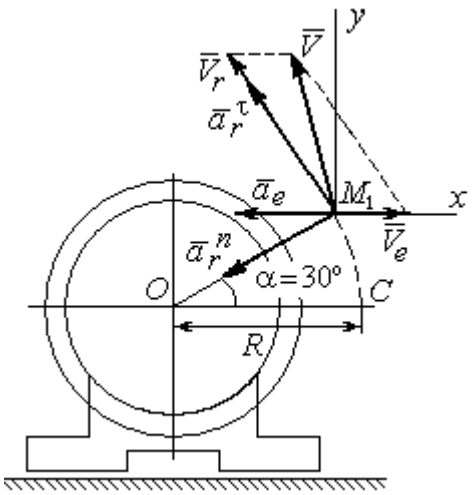



Рис. 3.10. Расчётная схема вычисления абсолютной скорости и абсолютного ускорения точки

Скорость точки в переносном движении – это скорость горизонтального движения электродвигателя:

$$V_e = \dot{x}_e = \frac{5\pi}{3}\cos(\pi t/3).$$

В момент времени $t_1 = 1$с $V_e = \dfrac{5\pi}{3}\cos 60^\circ$ = 2,62 см/с. Вектор $\vec{V}_e$ переносной скорости точки $M$ направлен параллельно линии движения электродвигателя (см. рис. 3.10).

Абсолютная скорость точки определяется на основании теоремы сложения скоростей при сложном движении: $\vec{V}_M = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Для того чтобы найти величину абсолютной скорости, выберем оси $xM_1y$, как показано на рис. 3.10, и спроецируем векторное равенство сложения скоростей на эти оси. Получим: $V_{Mx} = V_e - V_r\cos 60^\circ = -0{,}52$ см/с (проекция направлена в отрицательную сторону оси $x$), $V_{My} = V_r\cos 30^\circ = 5{,}44$ см/с. Модуль абсолютной скорости $V_M = \sqrt{V_{Mx}^2 + V_{My}^2} = 5{,}46$ см/с. Вектор абсолютной скорости направлен по диагонали параллелограмма, построенного на векторах $\vec{V}_e$ и $\vec{V}_r$.

При поступательном переносном движении точки $\omega_e = 0$ и потому $a_к = 0$. Относительное ускорение точки при движении по окружности раскладывается на две составляющие $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n}$, направленные вдоль стержня $OM$ и перпендикулярно ему. Кроме того, при прямолинейном относительном движении $a_e^n = 0$. В результате, теорема о сложении ускорений принимает вид $\vec{a}_M = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e$, где модули векторов вычисляются по формулам $a_r^{\tau} = \dot{V}_r$, $a_r^n = \dfrac{V_r^2}{R}$, $a_e = a_e^{\tau} = \dot{V}_e = -\dfrac{5\pi^2}{9}\sin(\pi t/3)$ и в момент времени $t_1 = 1$с равны $a_r^{\tau} = 6{,}28$ см/с$^2$, $a_r^n = 6{,}57$ см/с$^2$, $a_e = -4{,}75$ см/с$^2$. Направления векторов ускорений показаны на рис. 3.10. Для вычисления модуля абсолютного ускорения точки спроецируем векторное равенство сложения ускорений на оси выбранной ранее системы координат $xM_1y$. Получим:

$$a_{Mx} = -a_r^{\tau}\cos 60^\circ - a_r^n\cos 30^\circ - a_e = -4{,}08 \text{ см/с}^2;$$

$$a_{My} = a_r^{\tau}\cos 30^\circ - a_r^n\cos 60^\circ = 2{,}15 \text{ см/с}^2.$$

Величина абсолютного ускорения $a_M = \sqrt{a_{Mx}^2 + a_{My}^2} = 4{,}61$ см/с$^2$.

**ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»**
**Кафедра разработки месторождений открытым способом**

# ОТКРЫТЫЕ ГОРНЫЕ РАБОТЫ

## Методическое пособие по выполнению практических и самостоятельных работ

Специальность
***21.05.03 Технология геологической разведки***

**Екатеринбург**

## СОДЕРЖАНИЕ


| | | |
|---|---|---|
| ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1. | ***Графическое изображение элементов горных работ……*** | 5 |
| *Контрольные вопросы……* | | 15 |
| ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2. | ***Определение объема капитальной траншеи……...*** | 16 |
| *Контрольные вопросы……* | | 18 |
| ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3. | ***Определение объема, размеров, производительности и срока службы карьера, запасов полезного ископаемого и коэффициен-та вскрыши…… ……*** | 19 |
| *Контрольные вопросы……* | | 24 |
| ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4. | ***Расчет заряда одиночной скважины……*** | 25 |
| *Контрольные вопросы……* | | 29 |
| ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5. | ***Расчет производительности бурового станка……....*** | 31 |
| *Контрольные вопросы……* | | 34 |
| ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6. | ***Расчет производительности карьерных экскаваторов…….*** | 35 |
| *Контрольные вопросы……* | | 38 |
| ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 7. | ***Определение производительности карьерных автосамосвалов…..*** | 39 |
| *Контрольные вопросы……* | | 43 |
| ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 8. | ***Конструкция рабочего и нерабочего бортов карьера…….*** | 44 |

*Контрольные вопросы*…… 48

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 9. ***Расчет бульдозерного отвалообразования при автомобильном транспорте***…… 49

*Контрольные вопросы*…… 53

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ И РЕКОМЕНДУЕМЫХ ЛИТЕРАТУРНЫХ ИСТОЧНИКОВ…… 53

ПРИЛОЖЕНИЕ 1 *Исходные данные к лабораторной работе № 1 "Графическое изображение элементов горных работ"*…… 55

ПРИЛОЖЕНИЕ 2 *Исходные данные к лабораторной работе № 2 «Определение объема капитальных траншей»*…… 61

ПРИЛОЖЕНИЕ 3 *Исходные данные к лабораторной работе № 3 «Определение объема, размеров, производи-тельности и срока службы карьера, запасов полезного ископаемого и коэффи-циента вскрыши»*…… 62

ПРИЛОЖЕНИЕ 4 *Исходные данные к лабораторной работе № 4 «Расчет заряда одиночной скважины»*…… 63

ПРИЛОЖЕНИЕ 5 *Значение коэффициента $k_{разб}$ в зависимости от крепости пород*…… 64

ПРИЛОЖЕНИЕ 6 *Значение коэффициента $k_з$* …… 64

ПРИЛОЖЕНИЕ 7 *Исходные данные к лабораторной работе № 5 «Расчет производительности бурового станка»*…… 65

ПРИЛОЖЕНИЕ 8 *Зависимость оптимальной скорости вращения бурового става*…… 66

ПРИЛОЖЕНИЕ 9 *Значение коэффициента k в зависимости от показателя буримости горных пород*…… 66

ПРИЛОЖЕНИЕ 10 *Исходные данные для расчетов к лабораторной работе № 6 «Расчет производительности карьерных экскаваторов»*..... 67
ПРИЛОЖЕНИЕ 11 *Коэффициенты разрыхления пород в ковше экскаватора и наполнения ковша (по ЕНВ)*..... 67
ПРИЛОЖЕНИЕ 12 *Исходные данные для расчетов к лабораторной работе № 7 «Определение производитель-ности карьерных автосамосвалов»*..... 68
ПРИЛОЖЕНИЕ 13 *Техническая характеристика карьерных автосамосвалов*..... 69
ПРИЛОЖЕНИЕ 14 *Значение коэффициента технической готовности автосамосвалов*..... 69
ПРИЛОЖЕНИЕ 15 *Среднетехнические скорости движения карьерных автосамосвалов*..... 70
ПРИЛОЖЕНИЕ 16 *Исходные данные к лабораторной работе № 8 «Конструкция рабочего и нерабочего бортов карьера»*..... 71
ПРИЛОЖЕНИЕ 17 *Исходные данные к лабораторной работе № 9 «Расчет бульдозерного отвалообразования при автомобильном транспорте»*..... 72
ПРИЛОЖЕНИЕ 18 *Значение коэффициентов* $k_{р}^{о}$, $k_{зав}$ *и высоты яруса* $h_{я}$ ..... 73
ПРИЛОЖЕНИЕ 19 *Производительность бульдозеров (по данным института Гипроруда)*..... 73

## Практическая работа № 1

# ГРАФИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ГОРНЫХ РАБОТ

***Цель работы*** – изучить и освоить графическое изображение элементов горных работ.

### 1.1. Задачи работы

*1.1.1. Изучить масштабы, линии и условные изображения горных машин, применяемые для горных чертежей.*

1.1.2. Изучить и освоить навыки графического изображения основных элементов горных работ.

### 1.2. Порядок выполнения работы

1.2.1. По рисункам 1.1- 1.4 ознакомиться с масштабами, линиями и условными изображениями горных машин, применяемыми для горных чертежей.

1.2.2. По учебнику [1, с. 10 - 11] и рис. 1.5 - 1.13 ознакомиться с типовыми графическими изображениями элементов горных работ.

1.1.3. В соответствии с номером варианта задания и соответствующими исходными данными в прил. 1 начертить элементы горных работ на формате А4 в масштабе, соответствующем заданным размерам.

Изображение заданных элементов горных работ вычертить в соответствии со знаниями и навыками, полученными при изучении дисциплин «Машиностроительное черчение» и «Начертательная геометрия».

Масштаб, типы линий и условные знаки

на чертежах горных работ

1. Масштаб изображений

1:5; 1:10; 1:50; 1:100; 1:200; 1:500; 1:1000; 1:2000;

1:5000; 1:10000; 1:25000; 1:50000; 1:100000

Рис. 1.1. Масштабы изображений

| Линия | Начертание | Толщина линий в зависимости от масштаба чертежа (S) | Основное назначение |
|---|---|---|---|
| Основная |  | S=0,6 - 1,5 мм | Линии фактического и проектного контура всех горных выработок и сооружений на видах и разрезах (сечениях), верхняя бровка уступов в плане |
| Вспомогательная сплошная |  | от S/3 до S/2<br>0,2 - 0,8 мм | Линии размерные, выносные и штриховки, изолинии, линии границ горных пород на разрезах и сечениях, линии обрыва, нижняя бровка уступов в целике |
| Вспомогательная с изгибами |  | от S/3 до S/2<br><br>0,2 - 0,8 мм | Длинные линии обрыва на планах и разрезах |
| Вспомогательная штриховая |  | | Линии невидимых контуров горных выработок, находящихся за плоскостью проекций |
| Штрихпунктирная |  | | Осевые и центровые линии горных выработок, бровка отвалов, насыпей, навалов и уступов в разрыхленной горной массе |
| Разомкнутая |  | от S до 1,5S | Линии сечений |

Рис. 1.2. Типы линий

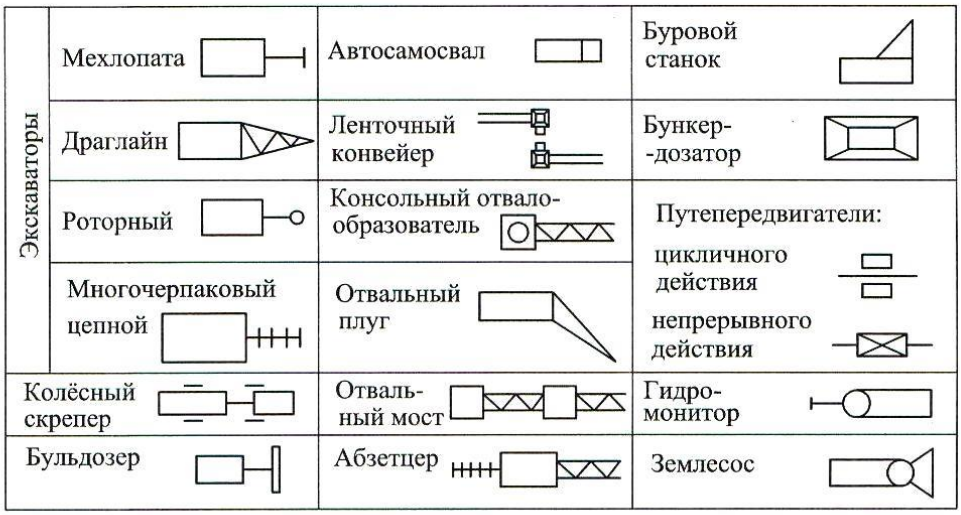
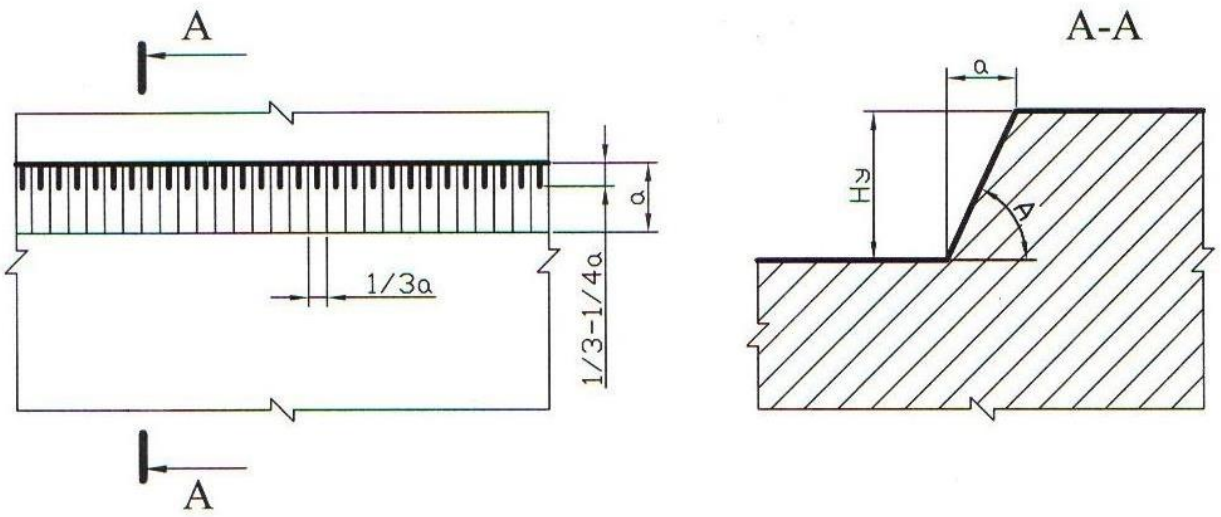



Рис. 1.3. Условные изображения горного оборудования

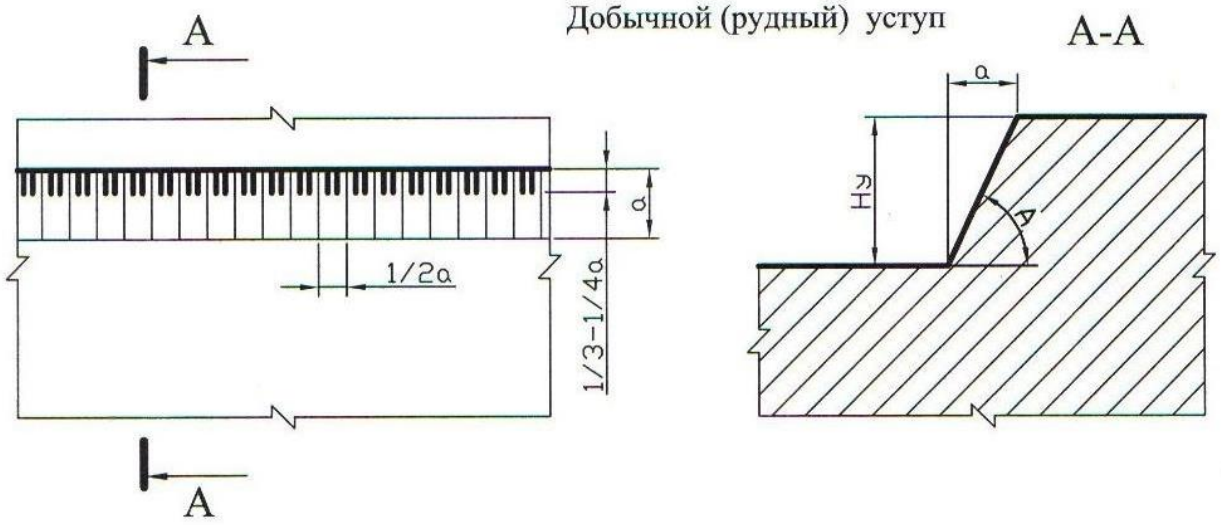
| Наименование элемента | Обозначение элемента |
|---|---|
| Горизонтальное проложение породного уступа в целике | |
| Горизонтальное проложение уступа в полезном ископаемом, пройденного в целике | |
| Горизонтальное проложение породного уступа, пройденного по разрыхленой горной массе | |
| Горизонтальное проложение уступа в полезном ископаемом, пройденного по разрыхленной горной массе | |
| Бергштрихи проводят перпендикулярно линии горизонта | |

Рис. 1.4. Условные обозначения откосов открытых горных выработок

Вскрышной уступ




Добычной (рудный) уступ




Смешанный (сложный) уступ

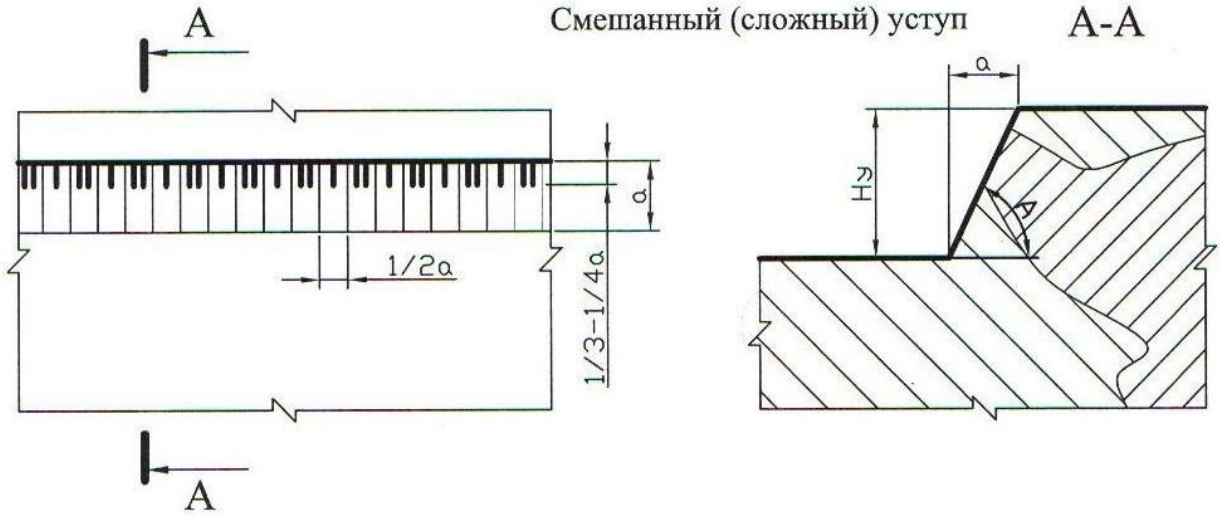



Рис. 1.5. Изображение уступов в целике

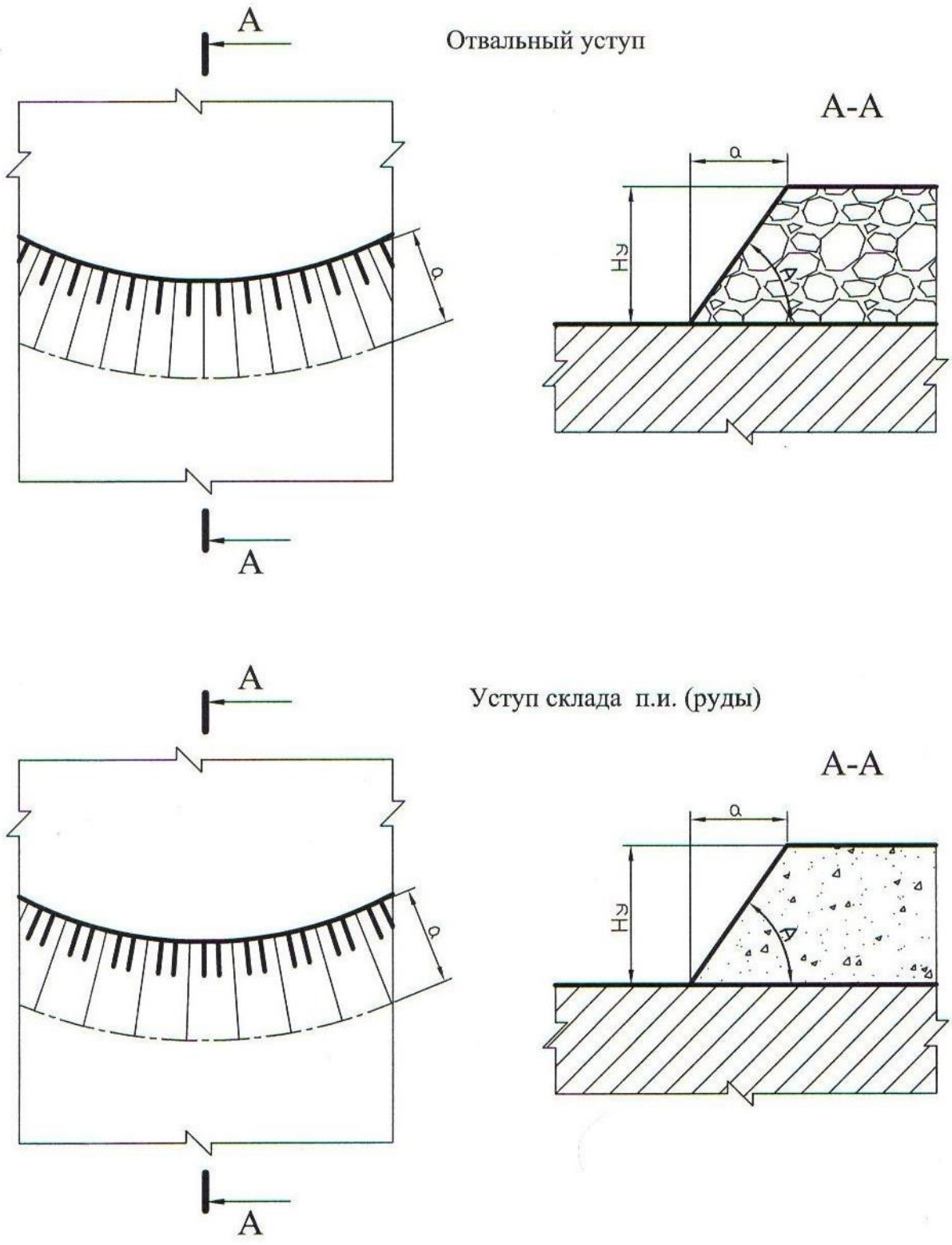
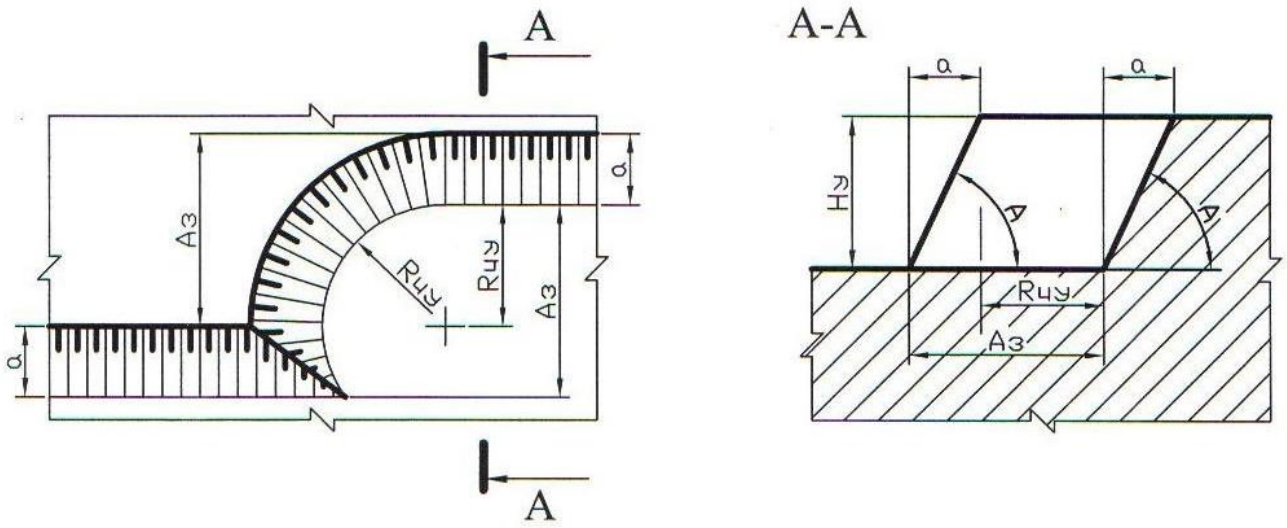
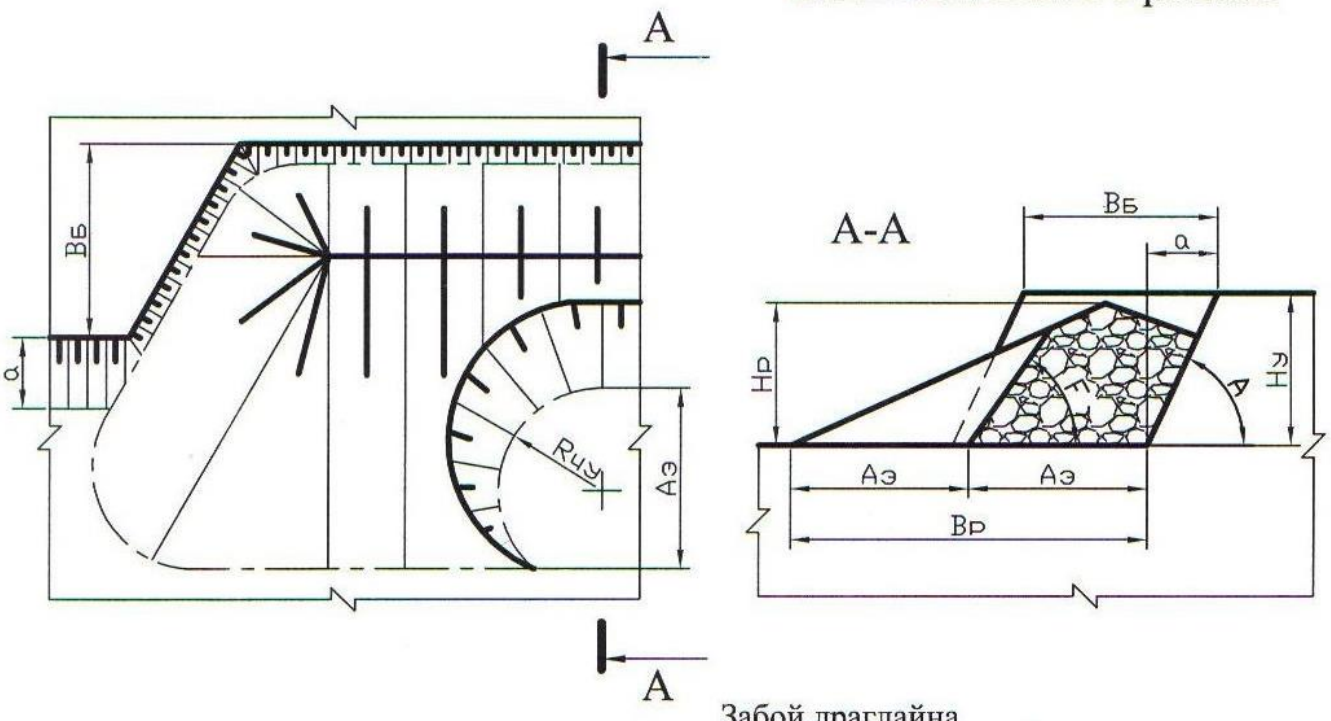



Рис. 1.6. Изображение уступов в искусственно разрыхленных горных породах

Забой мехлопаты в массиве




Забой мехлопаты в развале




Забой драглайна

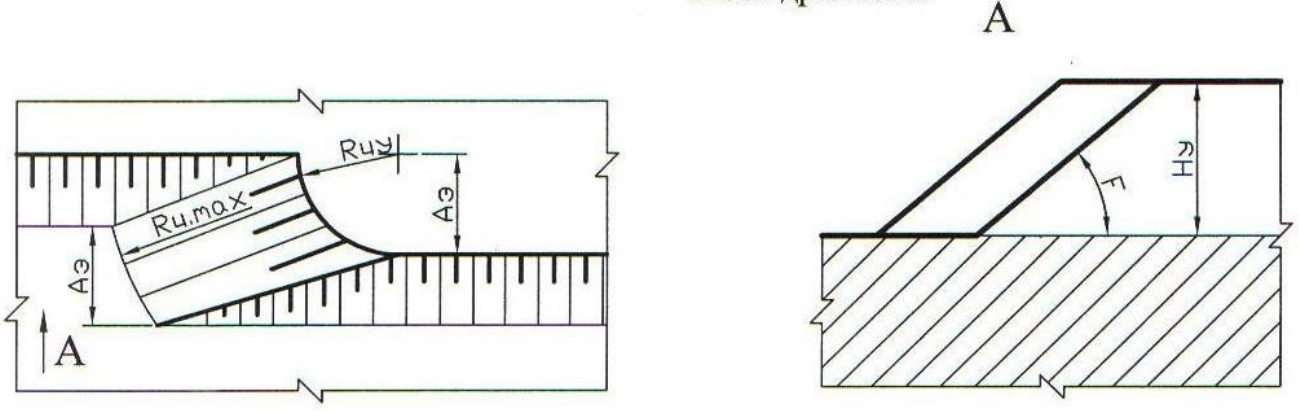



Рис. 1.7. Изображение забоев одноковшовых экскаваторов

Забой роторного экскаватора

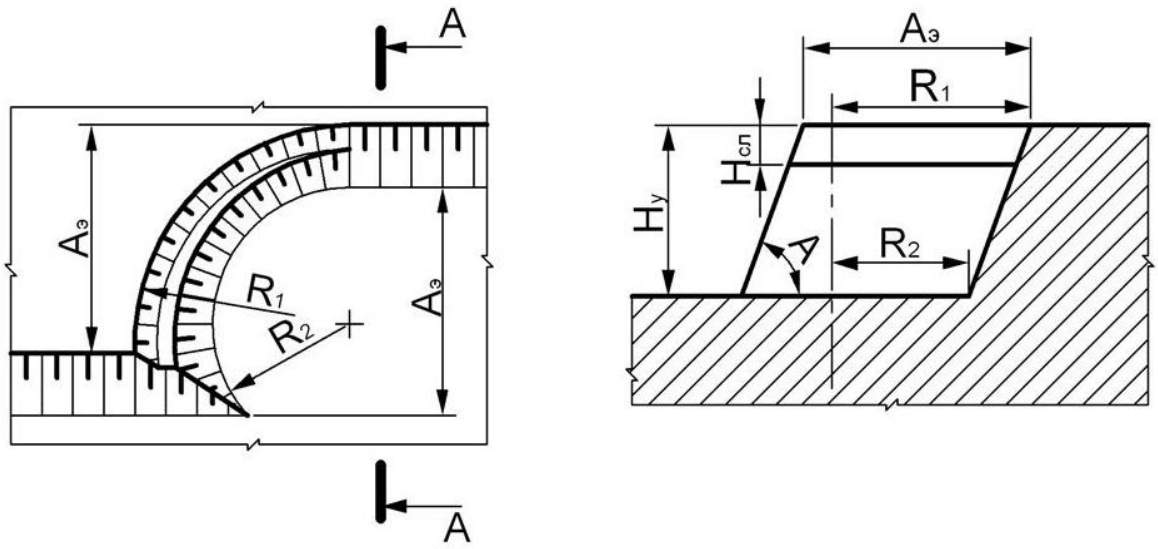



Рис. 1.8. Изображение забоя роторного экскаватора

Забой бульдозера

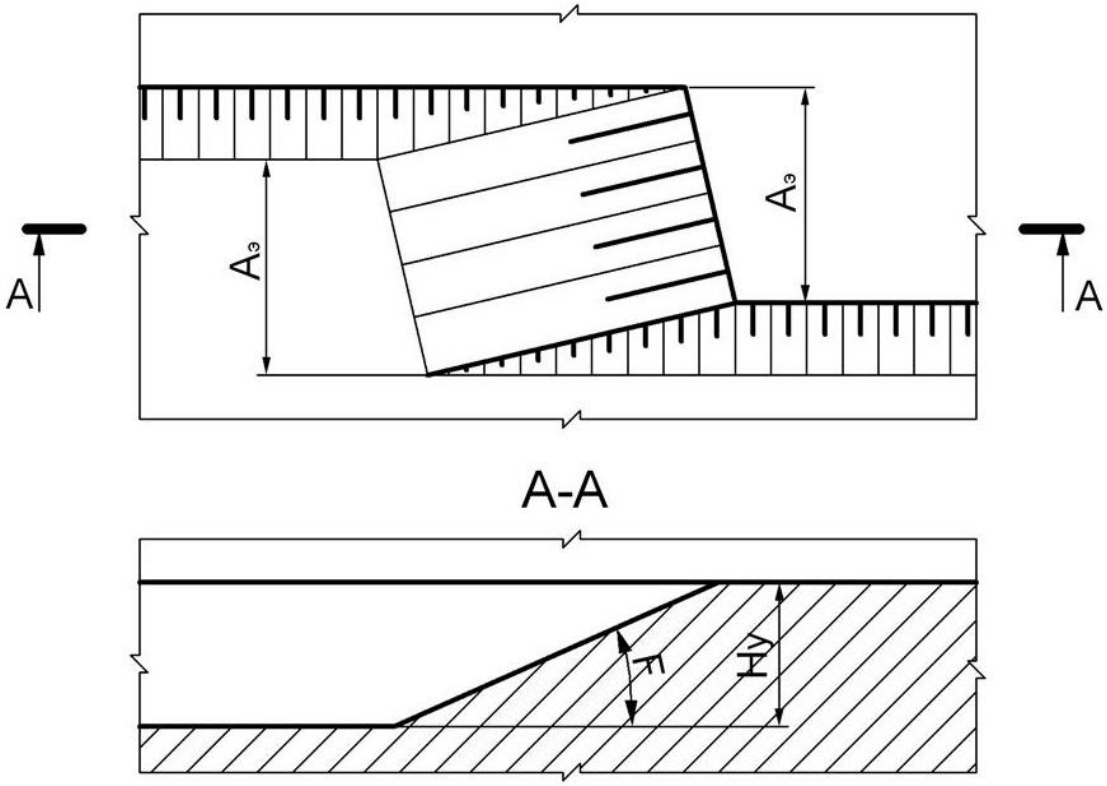



Рис. 1.9. Изображение бульдозерного забоя

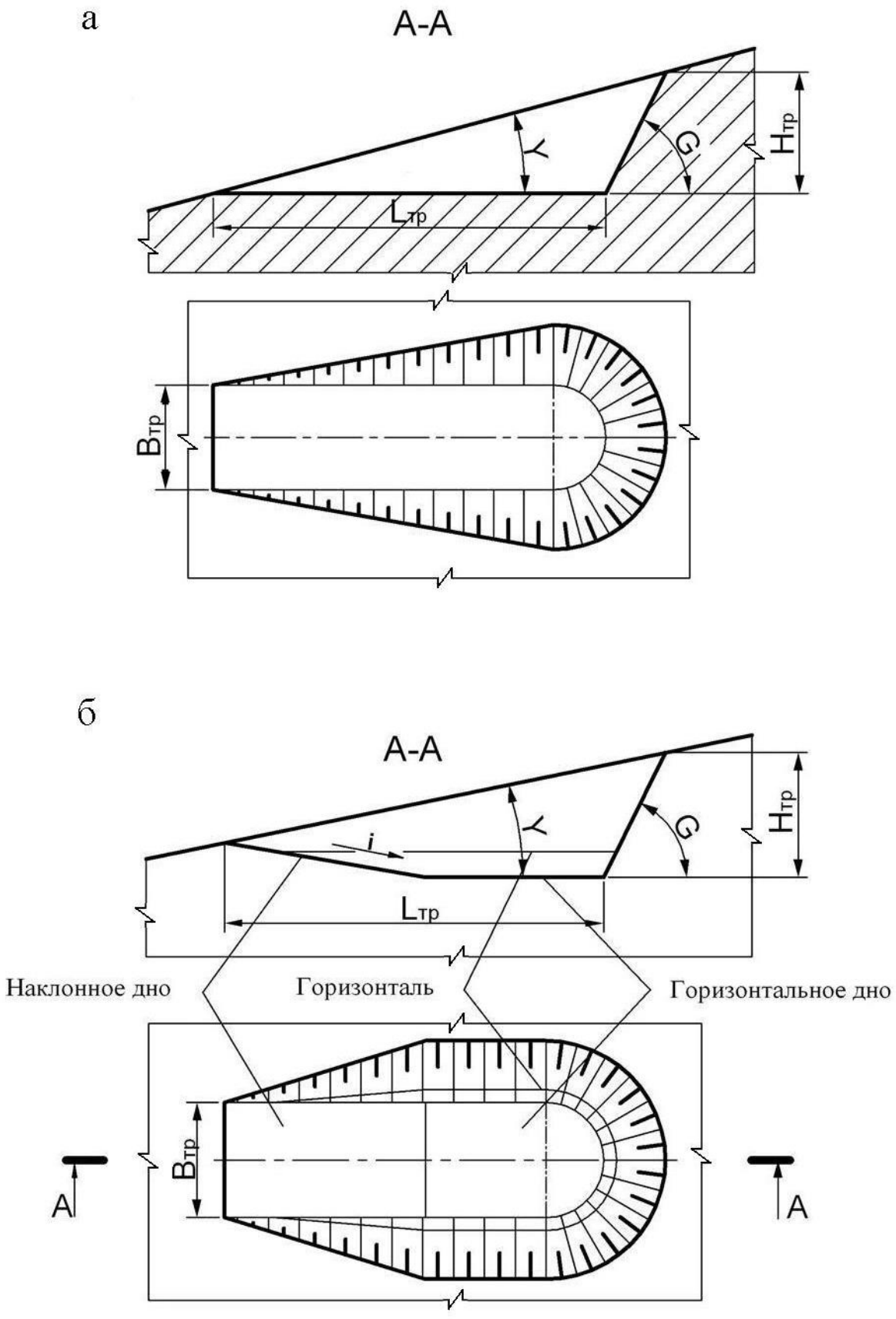



Рис. 1.10. Траншея на косогоре:

*а* – траншея с горизонтальным дном;
*б* – траншея с наклонным и горизонтальным дном

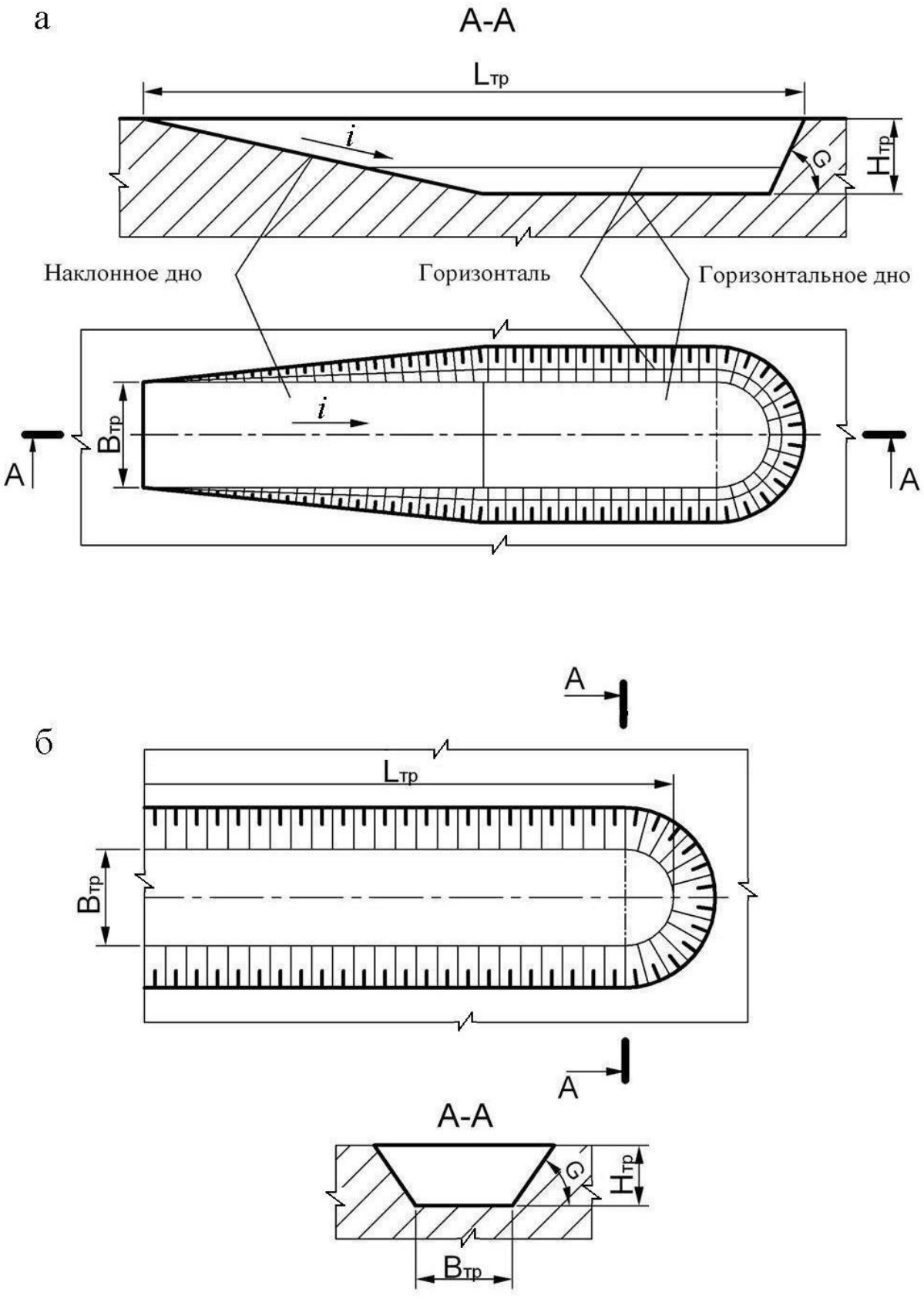



Рис. 1.11. Горизонтальные траншеи в равнинной местности:

*а* – траншея с горизонтальным и наклонным дном;
*б* – траншея с горизонтальным дном

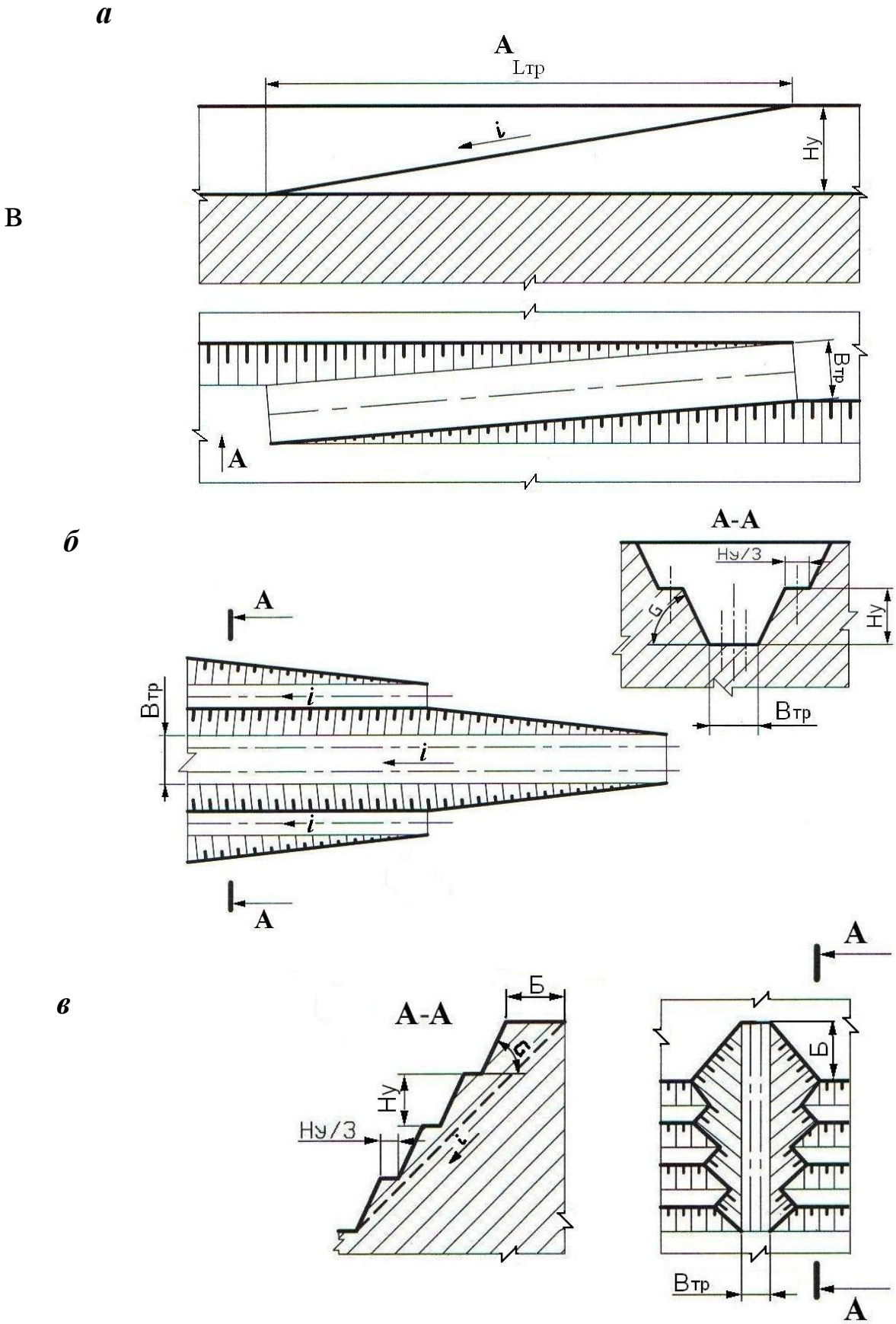



Рис. 1.12. Наклонные траншеи

*а* – внутренняя полутраншея (съезд); *б* – траншея групповая;
*в* – траншея крутонаклонная

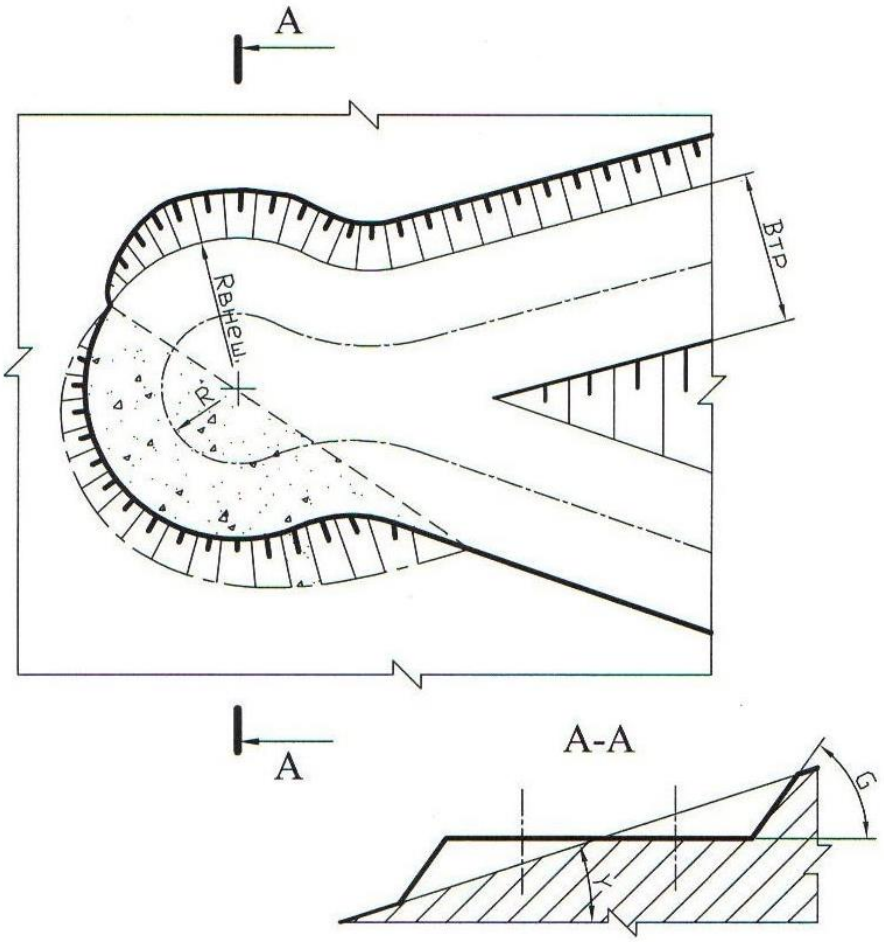



Рис. 1.13. Серпантина на косогоре

## Контрольные вопросы к практической работе № 1

1. 1: 5; 2:3; 1:3; 1:20; 1:30; 1:500; 1:70000; 1:25; 1:25000 – какой из этих масштабов не применяется?
2. Во сколько раз основная линия толще вспомогательной?
3. Когда применяется штрихпунктирная линия?
4. Когда применяется основная линия?
5. Когда применяется сплошная вспомогательная линия?
6. Как должны располагаться берг-штрихи при изображении горизонтальных проложений откосов?
7. От каких параметров уступа зависит ширина горизонтального проложения?

## Практическая работа № 2

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА КАПИТАЛЬНОЙ ТРАНШЕИ

***Цель работы*** – изучить методику определения объема капитальной траншеи.

### 2.1. Задачи работы

*2.1.1. Ознакомиться с методикой определения объема капитальных траншей.*

2.1.2. Выполнить расчет объема капитальной траншеи по исходным данным.

2.1.3. Исследовать зависимость объема капитальной траншеи от определяющих факторов.

21.4. Выполнить графическое изображение плана и элементов капитальной траншеи.

### 2.2. Порядок выполнения работы

2.2.1. По учебнику [1, с. 192 - 198] ознакомиться с конструкцией капитальных траншей и методикой определения их объема.

2.2.2. Ознакомиться с исходными данными в прил. 2. По данным заданного варианта выполнить расчет объема капитальной траншеи.

Объем простой капитальной траншеи можно представить как сумму объема полупризмы $V_1$ и объемов двух пирамид [1, рис. 10.3, с. 196].

$$V_{\text{т}} = V_1 + 2V_2, \qquad (2.1)$$

где $V_{\text{т}}$ – объем капитальной траншеи, м$^3$;

$V_1$ – объем полупризмы, м$^3$;

$V_2$ – объем пирамиды, м$^3$.

Объем породы в торце траншеи, заключенный в призме $V_3$ и двух пирамидах $V_3$ и $V_4$, незначителен и обычно в расчетах не учитывается.

Объем полупризмы $V_1$ (м$^3$) определяется

$$V_1 = \frac{b_т h_т^2}{2i}, \qquad (2.2)$$

где $b_т$ – ширина основания траншеи, м;

$h_т$ – глубина траншеи, м;

$i$ – уклон траншеи, ед.

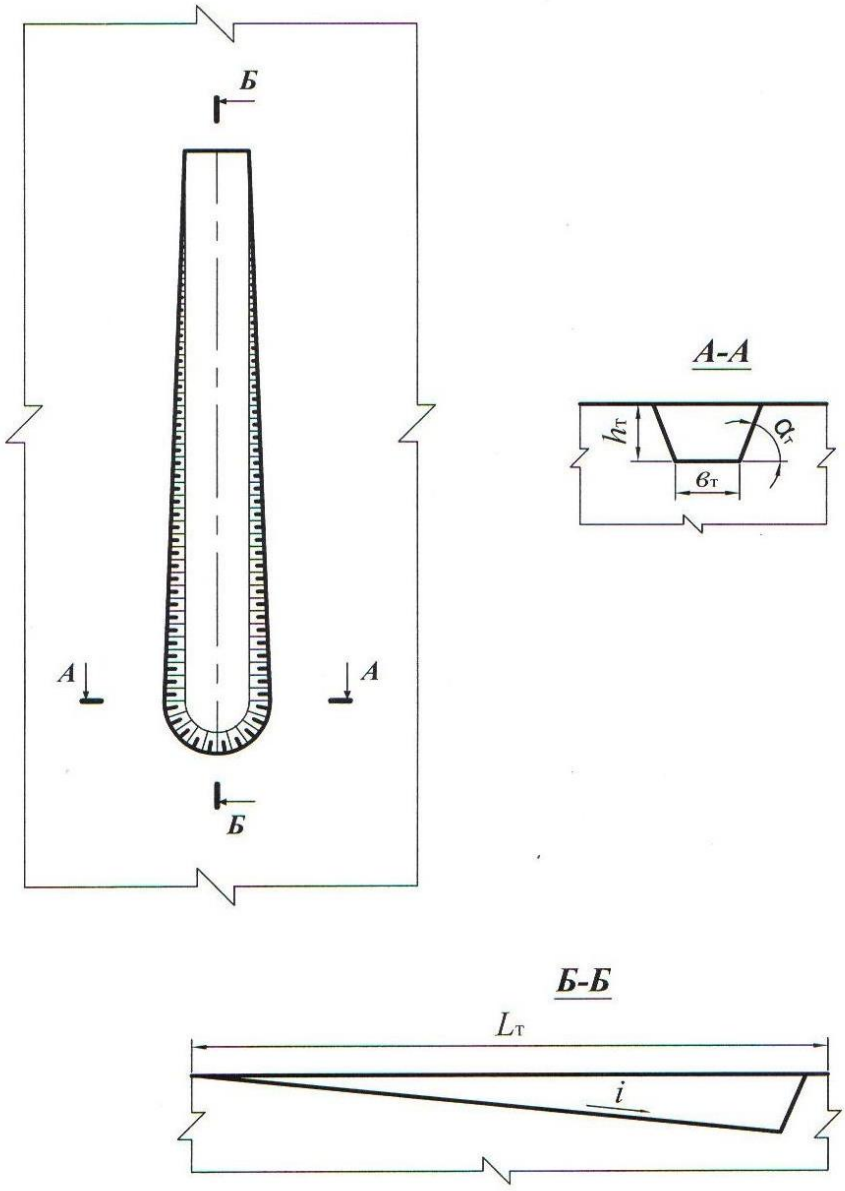



Рис. 2.1. Схема к расчету объема капитальной траншеи

Объем пирамиды $V_2$, (м$^3$) определяется

$$V_2 = \frac{h_т^3}{6i\,\mathrm{tg}\,\alpha_т}, \qquad (2.3)$$

где $\alpha_т$ – угол откоса борта траншеи, град.

После преобразования формулы (2.1) с учетом (2.2) и (2.3) объем траншеи

$$V_т = \frac{h_т^2}{i}\left(\frac{b_т}{2} + \frac{h_т}{3\,\mathrm{tg}\,\alpha_т}\right). \qquad (2.4)$$

2.2.3. Исследовать зависимость объема капитальной траншеи от одного из определяющих факторов ($h_т$, $b_т$, $i$, $\alpha_т$) согласно заданию (прил. 2). Начертить график зависимости.

2.2.4. Вычертить графическое изображение плана и элементов капитальной траншеи в выбранном масштабе (аналогично рис. 2.1 и рис. 10.3 [1, с. 196].

***Форма отчетности.*** По результатам занятия представляется отчет, содержащий исходную информацию, расчетные формулы, все необходимые расчеты и их результаты, а также чертежи.

## Контрольные вопросы к практической работе № 2

1. Дайте определение траншеи.
2. Перечислите виды траншей по назначению.
3. Перечислите виды вскрывающих траншей.
4. Перечислите элементы траншеи.
5. Перечислите параметры разрезной траншеи.
6. Перечислите параметры вскрывающей траншеи
7. От каких факторов зависит ширина дна разрезной и вскрывающей траншеи? В каких пределах она изменяется?
8. Что такое уклон траншеи? От каких факторов он зависит и в каких пределах изменяется?
9. Перечислите способы проходки траншеи.
10. Какие сооружения располагаются во вскрывающей траншее?

## Практическая работа № 3

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА, РАЗМЕРОВ, ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ И СРОКА СЛУЖБЫ КАРЬЕРА, ЗАПАСОВ ПОЛЕЗНОГО ИСКОПАЕМОГО И КОЭФФИЦИЕНТА ВСКРЫШИ

***Цель работы*** – овладеть навыками простейших расчетов объема и размеров карьера, запасов полезного ископаемого и коэффициента вскрыши, производительности и срока службы карьера.

### 3.1. Задачи работы

3.1.1. Ознакомиться с методикой расчета объема и размеров карьера, запасов полезного ископаемого и среднего коэффициента вскрыши.

3.1.2. Выполнить расчет объема и размеров карьера, запасов полезного ископаемого и среднего коэффициента вскрыши по исходным данным.

3.1.3. Исследовать зависимость объема карьера от его глубины.

3.1.4. Выполнить простейшее графическое изображение плана и элементов объема карьера.

### 2.2. Порядок выполнения работы

*3.2.1. По учебнику [1, с. 28 - 29; с. 316 - 317] ознакомиться с методикой расчета объема карьера, запасов полезного ископаемого и среднего коэффициента вскрыши.*

3.2.2. Ознакомиться с исходными данными в прил. 3. По данным заданного варианта выполнить расчет объема и размеров карьера, запасов полезного ископаемого и среднего коэффициента вскрыши.

При равнинном рельефе поверхности и наклонном или крутом падении залежи объем карьера может быть определен как сумма отдельных геометрических фигур (рис. 3.1)

$$V_к = V_1 + V_2 + V_3, \qquad (3.1)$$

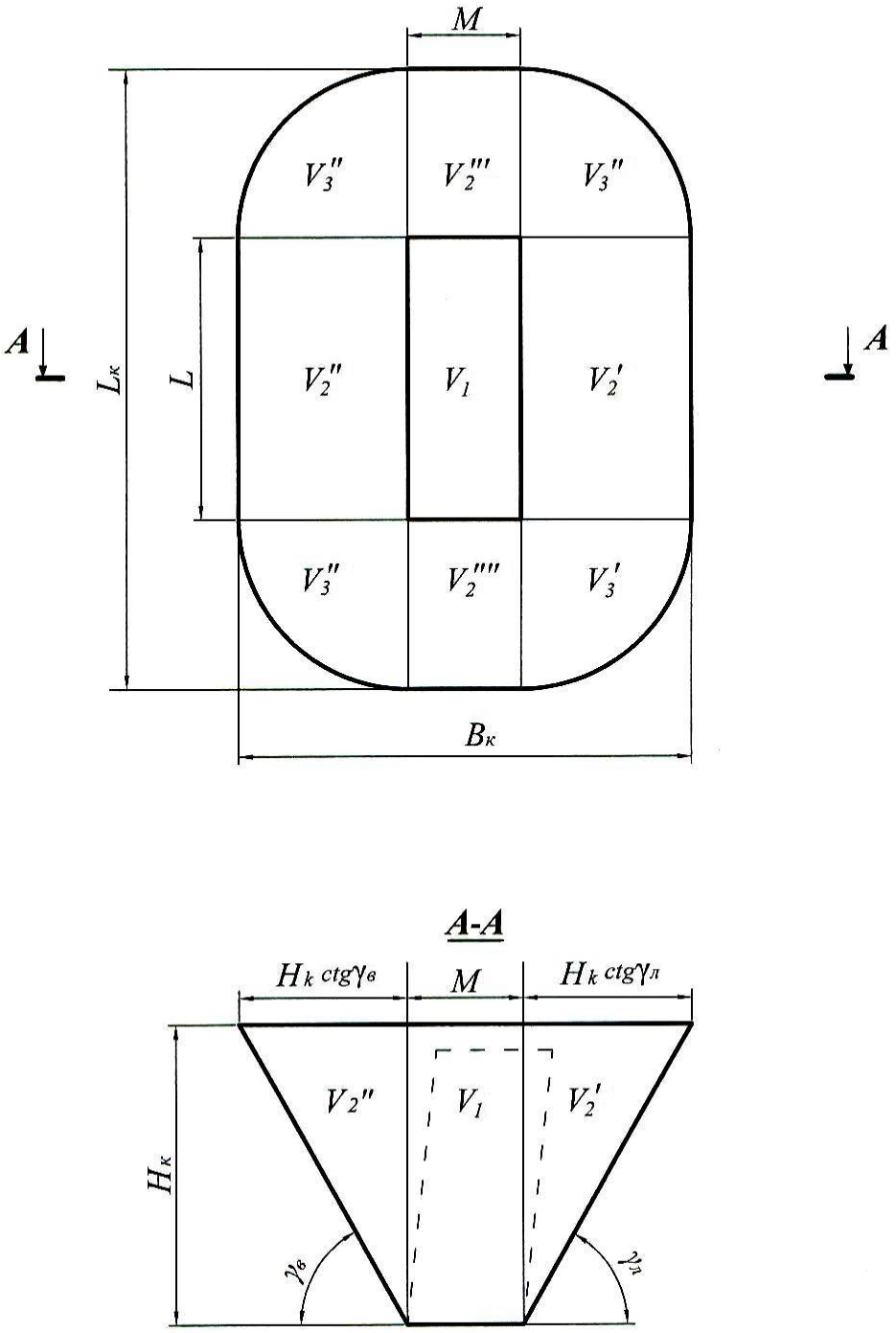



Рис. 3.1. Схема к расчету объема карьера

где $V_к$ – объем карьера, м$^3$;

$V_1$ – объем призмы с основанием $S = LM$, м$^3$;

$S$ – площадь дна карьера, м$^2$;

$L$ – длина залежи по простиранию, м;

$M$ – горизонтальная мощность залежи, м.

$$V_1 = LMH_к, \tag{3.2}$$

где $H_к$ – глубина карьера, м;

$V_2$ – суммарный объем призм треугольного сечения, прилегающих с четырех сторон к объему $V_1$ ($V_2'$ и $V_2''$ – вдоль длинных сторон карьера; $V_2'''$ и $V_2''''$ – вдоль коротких сторон у торцов карьера), м$^3$;

$$V_2 = \frac{1}{2} PH^2{}_к \operatorname{ctg} \gamma_{ср}, \tag{3.3}$$

где $P$ – периметр залежи (дна карьера), $P = 2(L + M)$ м;

$V_3$ – суммарный объем отдельных частей расчлененного конуса, располагающихся в угловых участках карьера ($V_3', V_3'', V_3'''$ и $V_3''''$), м$^3$,

$$V_3 = \frac{\pi}{3} H_к^3 \operatorname{ctg}^2 \gamma_{ср}, \tag{3.4}$$

где $\gamma_{ср}$ – усредненный угол откоса нерабочих бортов карьера, град.

$$\gamma_{ср} = \frac{\gamma_в + \gamma_л}{2},$$

где $\gamma_в$ – угол откоса висячего нерабочего борта карьера, град;

$\gamma_л$ – угол откоса лежачего нерабочего борта карьера, град. (см. рис. 3.1).

Суммарный объем карьера, таким образом, определяется по формуле:

$$V_к = SH_к + \frac{1}{2} PH_к^2 \operatorname{ctg} \gamma_{ср} + \frac{\pi}{3} H_к^3 \operatorname{ctg}^2 \gamma_{ср}, \tag{3.5}$$

Длина карьера по верху ($L_к$, м)

$$L_к = L + 2H_к \operatorname{ctg} \gamma_{ср}. \tag{3.6}$$

Ширина карьера по верху ($B_к$, м)

$$B_к = M + 2H_к \operatorname{ctg} \gamma_{ср}. \tag{3.7}$$

Объем полезного ископаемого в контурах карьера ($V_{\text{п.и}}$, м$^3$)

$$V_{\text{п.и}} = S(H_{\text{к}} - h_{\text{н}}), \tag{3.8}$$

где $h_{\text{н}}$ – мощность наносов, м.

Промышленные (т. е. извлекаемые из недр) запасы полезного ископаемого в контурах карьера ($Q_{\text{п.и}}$, т)

$$Q_{\text{п.и}} = V_{\text{п.и}} \rho_{\text{п.и}} \eta_{\text{и}}, \tag{3.9}$$

где $\rho_{\text{п.и}}$ – объемная масса полезного ископаемого, т/м$^3$;

$\eta_{\text{и}}$ – коэффициент извлечения, учитывающий потери полезного ископаемого при разработке.

Объем породы в контурах карьера ($V_{\text{п}}$, м$^3$)

$$V_{\text{п}} = V_{\text{к}} - V_{\text{п.и}}. \tag{3.10}$$

Величина среднего коэффициента вскрыши (объем вынимаемой пустой породы, приходящийся на единицу добываемого полезного ископаемого) $k_{\text{ср}}$, м$^3$/т

$$k_{\text{ср}} = V_{\text{п}} / Q_{\text{п.и}}. \tag{3.11}$$

Производительность карьера по вскрыше ($П_{\text{в}}$, м$^3$/год) приблизительно устанавливается по среднему коэффициенту вскрыши

$$П_{\text{в}} = П_{\text{п.и}} k_{\text{ср}} k_{\text{н}}, \tag{3.12}$$

где $П_{\text{п.и}}$ – производительность карьера по полезному ископаемому, т/год (прил. 3);

$k_{\text{н}}$ – коэффициент неравномерности распределения вскрыши по годам ($k_{\text{н}} = 1{,}1 \div 1{,}3$).

Производительность карьера по горной массе ($П_{\text{г.м}}$, м$^3$/год)

$$П_{\text{г.м}} = П_{\text{п.и}} \frac{1}{\rho_{\text{п.и}}} + П_{\text{в}}. \tag{3.13}$$

Суточная производительность карьера по полезному ископаемому ($П^{\text{с}}_{\text{п.и}}$, т/сут)

$$П^{с}_{п.и} = \frac{П_{п.и}}{T_{г}}, \qquad (3.14)$$

где $T_{г}$ – число рабочих дней карьера в год ($T_{г}$ = 350 дней).

Суточная производительность карьера по вскрыше ($П^{с}_{в}$, м$^3$/сут)

$$П^{с}_{в} = \frac{П_{в}}{T_{г}}. \qquad (3.15)$$

Сменная производительность карьера по добыче и вскрыше ($П^{см}_{п.и}$, т/смену; $П^{см}_{в}$, м$^3$/смену)

$$П^{см}_{пи} = \frac{П^{с}_{пи}}{n_{см}}, \qquad П^{см}_{в} = \frac{П^{с}_{в}}{n_{см}} \qquad (3.16)$$

где $n_{см}$ – число смен работы карьера в сутках (обычно 2-3 смены).

Срок службы карьера ($T_{сл}$, лет)

$$T_{сл} = T_{ос} + T_{э} + T_{з}, \qquad (3.17)$$

где $T_{ос} + T_{з}$ – время на освоение и затухание мощности карьера по добыче (принимается 1,5 года);

$T_{э}$ – расчетный срок эксплуатации карьера, лет.

$$T_{э} = \frac{Q_{п.и}}{П_{п.и}}. \qquad (3.18)$$

3.2.3. Исследовать зависимость объема карьера от его глубины: построить график этой функции.

3.2.4. Вычертить карьер в выбранном масштабе в соответствии с заданными и полученными расчетными размерами (аналогично рис. 3.1).

***Форма отчетности.*** По результатам занятия представляется отчет, содержащий исходную информацию, расчетные формулы, все необходимые расчеты и их результаты, а также чертеж карьера и график зависимости $V_{к} = f(H_{к})$.

## Контрольные вопросы к практической работе № 3

1. Перечислите размеры карьера. От чего они зависят?
2. Как различают производительность карьера (производительность по полезному ископаемому… )? В каких единицах она измеряется?
3. Что нужно знать для расчета годовой производительности карьера по горной массе?
4. Дайте классификацию запасов полезных ископаемых.
5. Дайте классификацию потерь полезного ископаемого.
6. Дайте определение коэффициента вскрыши. Как различаются коэффициенты вскрыши и в каких единицах они измеряются?

## Практическая работа № 4

## РАСЧЕТ ЗАРЯДА ОДИНОЧНОЙ СКВАЖИНЫ

***Цель работы*** – изучить параметры и освоить принципы расчета скважинных зарядов.

### *4.1. Задачи работы*

4.1.1. Изучить конструкции скважинных зарядов, параметры скважин, и их расположения на уступе.

4.1.2. Выполнить расчеты величины заряда одиночной скважины.

### *4.2. Порядок выполнения работы*

4.2.1. По учебнику [1, с. 72 - 74] ознакомиться с параметрами скважин, и их расположения на уступе, конструкцией зарядов.

4.2.2. Ознакомиться с исходными данными в прил. 4. По данным заданного варианта выполнить расчет заряда одиночной скважины и параметров расположения скважин на уступе при однорядном расположении скважин.

*Расчет выполняется в следующей последовательности:*

4.2.2.1. По заданному диаметру шарошечного долота (прил. 4) определяется диаметр взрывных скважин ($d_{\text{с}}$, мм)

$$d_{\text{с}} = d_{\text{д}} k_{\text{разб}}, \tag{4.1}$$

где $d_{\text{д}}$ – диаметр долота, мм;

$k_{\text{разб}}$ – коэффициент разбуривания, принимаемый в зависимости от крепости пород (прил. 5).

4.2.2.2. Определяется длина перебура ($l_{\text{пер}}$, м)

$$l_{\text{пер}} = 11 d_{\text{с}}, \tag{4.2}$$

где $d_{\text{с}}$ – диаметр скважины, м.

4.2.2.3. Определяется длина скважины ($l_{\text{с}}$, м)

$$l_{\text{с}} = H_{\text{у}} + l_{\text{пер}}, \tag{4.3}$$

где $H_{\text{у}}$ – высота уступа, м.

4.2.2.4. Принимается (задается) тип взрывчатого вещества (ВВ) (прил. 4) и конструкция скважины (заряда) – сплошной вертикальный заряд (рис. 4.1).

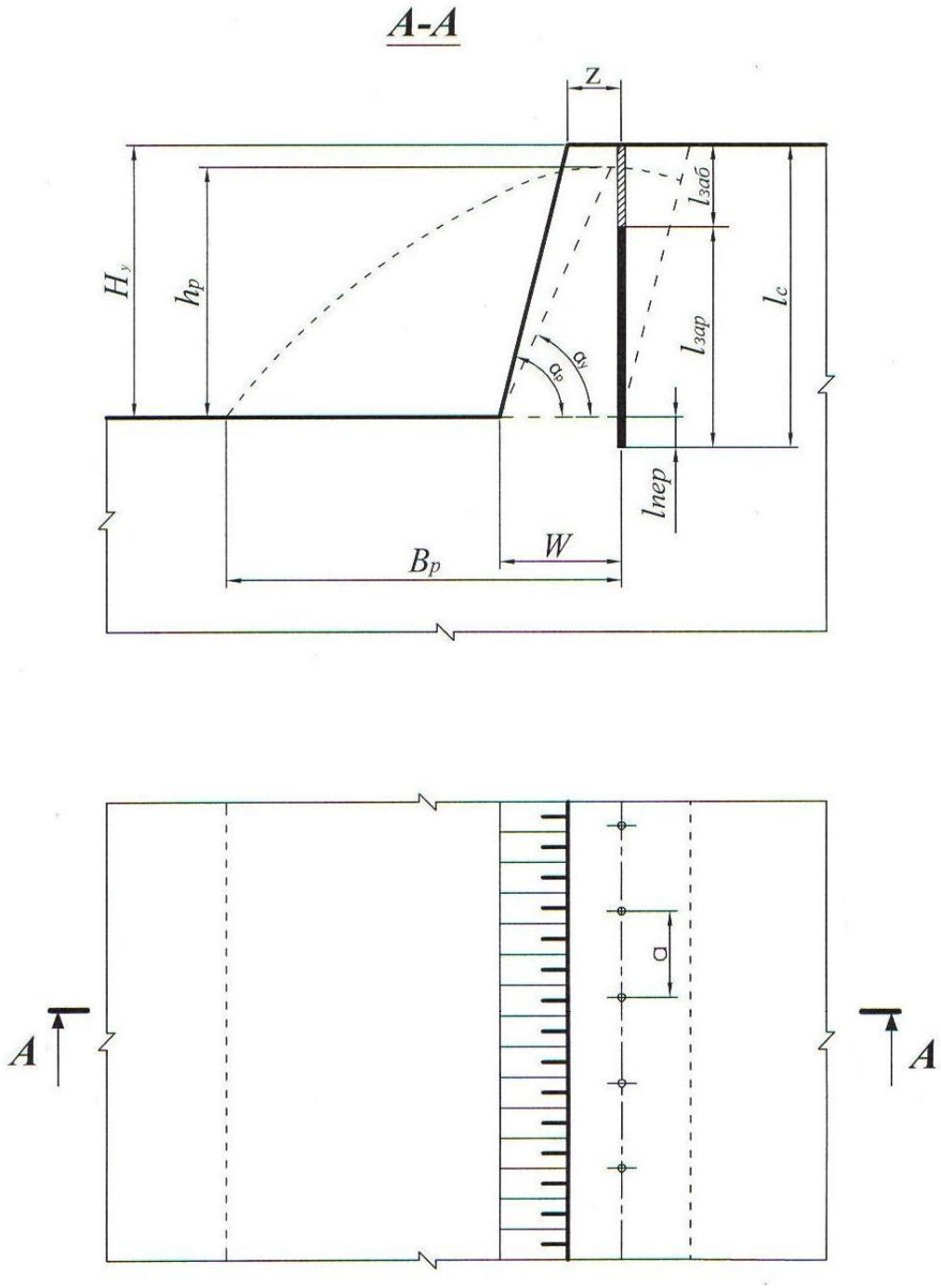



Рис. 4.1. Расположение скважин на уступе

4.2.2.5. Определяется длина забойки ($l_{заб}$, м)

$$l_{заб} = 0{,}27 l_c, \qquad (4.4)$$

где $l_c$ – длина скважины, м.

4.2.2.6. Определяется длина заряда взрывчатого вещества (ВВ) в скважине ($l_{зар}$, м)

$$l_{зар} = l_{с} - l_{заб}. \quad (4.5)$$

4.2.2.7. Определяется удельная вместимость скважины ($p$, кг/м)

$$p = 7{,}85 d_{с}^{2} \Delta, \quad (4.6)$$

где $d_{с}$ – диаметр скважины, дм;

$\Delta$ – плотность заряда в скважине, кг/дм$^3$ (см. прил. 4).

4.2.2.8. Исходя из заданных удельного расхода эталонного ВВ ($q'$, кг/м$^3$) и коэффициента, учитывающего тип ВВ ($k_{ВВ}$) (см. прил. 4), вычисляется удельный расход принятого ВВ ($q_{п}$, кг/м$^3$)

$$q_{п} = q' k_{ВВ}. \quad (4.7)$$

4.2.2.9. Определяется величина преодолеваемой линии сопротивления по подошве ($W$, м)

$$W = 0{,}9 \sqrt{\frac{p}{q_{п}}}. \quad (4.8)$$

4.2.2.10. Выполняется проверка величины линии сопротивления по подошве по условию:

$$W \geq W_{min}, \quad (4.9)$$

$$W_{min} = H_{у} \operatorname{ctg} \alpha_{р} + Z, \quad (4.10)$$

где $\alpha_{р}$ – угол откоса рабочего уступа, град (прил. 4);

$Z$ – расстояние от верхней бровки уступа до скважины первого ряда, м.

$$Z = H_{у}\left(\operatorname{ctg} \alpha_{у} - \operatorname{ctg} \alpha_{р}\right) \geq 2,$$

где $\alpha_{у}$ – угол устойчивого откоса уступа, град ($\alpha_{у}$ на 5-10° меньше $\alpha_{р}$ );

$H_{у}\left(\operatorname{ctg} \alpha_{у} - \operatorname{ctg} \alpha_{р}\right)$ – ширина призмы возможного обрушения уступа, м.

Если $W < W_{min}$, то, по согласованию с руководителем, увеличивается диаметр скважины до ближайшего стандартного и соответственно по формуле (4.6) увеличивается величина $p$, по формуле (4.8) увеличивается $W$ и снова проверка по формуле (4.9).

4.2.2.11. Выполняется проверка $l_{пер}$ по условию

$$l_{\text{пер}} \le 0{,}3W. \tag{4.11}$$

Если $l_{\text{пер}} > 0{,}3W$, то принимается $l_{\text{пер}} = 0{,}3W$ и производится перерасчет величин $l_{\text{с}}$, $l_{\text{заб}}$ и $l_{\text{зар}}$.

4.2.2.12. Определяется масса заряда в скважине ($Q_{\text{З}}$, кг)

$$Q_{\text{З}} = pl_{\text{зар}}. \tag{4.12}$$

4.2.2.13. Определяется расстояние между скважинами в ряду ($a$, м)

$$a = \frac{Q_{\text{З}}}{q_{\text{п}} H_{\text{у}} W}. \tag{4.13}$$

4.2.2.14. Выполняется проверка величины $a$ по допустимому коэффициенту сближения скважин $m$

$$m = a/W. \tag{4.14}$$

На практике коэффициент сближения скважин составляет: $m = 0{,}8 \div 1{,}4$.

При расчетном значении $m$, отличающемся от рекомендуемого, необходимая величина его достигается путем изменения величины заряда в скважине $Q_{\text{З}}$ и соответствующего изменения расстояния между скважинами в ряду. При этом необходимо пересчитать длину заряда $l_{\text{зар}} = \frac{Q_{\text{з}}}{p}$ и длину забойки

$l_{\text{заб}} = l_{\text{с}} - l_{\text{зар}}$.

4.2.2.15. Определяется ширина развала ($B_{\text{р}}$, м)

$$B_{\text{р}} \approx k_{\text{З}} k_{\text{в}} \sqrt{q_{\text{п}}} H_{\text{у}}, \tag{4.15}$$

где $k_{\text{в}}$ – коэффициент, характеризующий взрываемость породы (для средневзрываемых пород $k_{\text{в}} = 2{,}5 \div 3{,}0$);

$k_{\text{з}}$ – коэффициент дальности отброса породы, зависящий от принятого интервала замедления между отдельными скважинами (прил. 6);

Интервал замедления ($\tau$, мс)

$$\tau = kW, \tag{4.16}$$

где $k$ – коэффициент, зависящий от взрываемости пород (для средневзрываемых пород $k$ = 3,0 ÷4,0).

4.2.2.16. Определяется высота развала ($h_р$, м)

$$h_р \approx \frac{2H_у W k_р}{B_р}, \qquad (4.17)$$

где $k_р$ – коэффициент разрыхления пород после взрыва (в развале).

При взрывании пород на дробление с однорядным расположением скважин развал имеет форму, близкую к треугольной. При этом $k_р$ = 1,4 ÷ 1,6.

4.2.2.17. Определяется выход взорванной горной массы с 1 п. м скважины ($q_{г.м}$, м$^3$/м)

$$q_{г.м} = \frac{H_у a W}{l_с}. \qquad (4.18)$$

4.2.3. Вычертить буровую заходку (план и разрез), взрывные скважины и развал породы (на разрезе) с указанием всех необходимых размеров (см. рис. 4.1).

***Форма отчетности.*** По результатам занятия представляется отчет, содержащий исходную информацию, расчетные зависимости, необходимые расчеты и их результаты, а также чертеж буровой заходки в выбранном масштабе.

## Контрольные вопросы к практической работе № 4

1. Дайте определение скважинного заряда.
2. Перечислите параметры скважинного заряда.
3. Исходя из каких условий принимается (задается) тип ВВ?
4. Что такое линия сопротивления по подошве ($W$)? В чем ее геометрический и физический смысл?
5. Каким условием определяется минимально допустимая линия сопротивления по подошве ($W_{min}$)?
6. Каким параметром определяется положение первого ряда скважин?
7. Какими параметрами характеризуется сетка скважин?

8. Что такое «удельная вместимость скважины»? В каких единицах она измеряется? Выведите формулу для определения удельной вместимости скважины.
9. По какой формуле определяется выход горной массы с одного погонного метра скважины?
10. Какими факторами определяется ширина развала взорванной горной массы?
11. Каким показателем определяется отношение площади поперечного сечения развала взорванной горной массы к площади поперечного сечения буровой (взрывной) заходки? В каких пределах он изменяется?

## Практическая работа № 5

# РАСЧЕТ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ БУРОВОГО СТАНКА

***Цель работы*** – изучить методику определения производительности буровых станков типа СБШ.

### 5.1. Задачи работы

*5.1.1. Ознакомиться с технологией бурения взрывных скважин станками шарошечного бурения.*

5.1.2. Выполнить расчет технической скорости бурения и производительности бурового станка.

5.1.3. Исследовать зависимость технической скорости бурения от показателя буримости горных пород.

### *5.2. Порядок выполнения работы*

5.2.1. По учебнику [1, с. 49 - 50] ознакомиться с технологией, условиями и областью применения шарошечного бурения взрывных скважин на карьерах.

5.2.2. Ознакомиться с исходными данными в прил. 7. По данным заданного варианта выполнить расчет технической скорости бурения и сменной производительности бурового станка типа СБШ.

Техническая скорость бурения ($v_б$, м/ч) скважин станками СБШ определяется по формуле

$$v_б = \frac{P_о n_в^{0,8}}{П_б^{1,6} d_д}, \qquad (5.1)$$

где $P_о$ – осевое усилие, кН;

$n_в$ – частота вращения бурового става, мин$^{-1}$;

$П_б$ – показатель буримости пород;

$d_д$ – диаметр долота (коронки), см.

Сменная производительность бурового станка ( $A_{б}^{см}$, м/смену) рассчитывается по формуле

$$A_{б}^{см} = \frac{T_{см} - (T_{п.з} + T_{р})}{v_{б}^{-1} + T_{в}}, \quad (5.2)$$

где $T_{см}$ – продолжительность смены, ч/смену;

$T_{п.з}$ – затраты времени на подготовительно-заключительные операции в течение смены, ч/смену;

$T_{р}$ – затраты времени на ремонты в течение смены, ч/смену;

$T_{в}$ – затраты времени на вспомогательные операции при бурении в расчёте на 1 м скважины ч/м;

$v_{б}$ – техническая скорость бурения, м/ч.

*Расчет выполняется в следующей последовательности:*

5.2.2.1. По заданным величинам $\sigma_{сж}$, $\sigma_{сд}$, $\rho$ определяется показатель буримости горных пород ($П_{б}$)

$$П_{б} = 0{,}07(\sigma_{сж} + \sigma_{сд}) + 0{,}7\rho, \quad (5.3)$$

где $\sigma_{сж}$ – предел прочности породы на сжатие, МПа;

$\sigma_{сд}$ – предел прочности породы на сдвиг, МПа;

$\rho$ – плотность горных пород, т/м$^3$.

По показателю буримости ($П_{б}$) определяется класс горных пород:

I класс – легкобуримые породы ($П_{б}$ = 1÷5);

II класс – породы средней трудности бурения ($П_{б}$ = 5,1÷10);

III класс – труднобуримые породы ($П_{б}$ = 10,1÷15,0);

IV класс – весьма труднобуримые породы ($П_{б}$ = 15,1÷20,0);

V класс – исключительно труднобуримые породы ($П_{б}$ = 20,1÷25,0).

5.2.2.2. В зависимости от показателей буримости пород ($П_б$) и заданного диаметра долота ($d_д$) по графику (прил. 8) определяется частота вращения бурового става ($n_в$).

5.2.2.3. Рассчитывается осевое усилие ($P_о$, кН) по выражению

$$P_о \geq kП_б d_д, \tag{5.4}$$

где $d_д$ – диаметр долота, см;

$k$ – коэффициент, зависящий от показателя буримости (прил. 9).

5.2.2.4. По формуле (5.1) рассчитывается техническая скорость бурения ($v_б$, м/ч).

5.2.2.5. По заданным величинам $T_{см}$, $(T_{п.з}+T_р)$, $T_в$ и полученному значению $v_б$ рассчитывается сменная производительность станка ( $A_б^{см}$, м/смену).

5.2.2.6. Определяется суточная производительность бурового станка ( $A_б^с$, м/смену)

$$A_б^с = A_б^{см} n_{см}, \tag{5.5}$$

где $n_{см}$ – количество рабочих смен станка в сутки, смен/сут. ($n_{см} = 2 \div 3$).

5.2.2.7. Определяется годовая производительность станка ( $A_б^г$, м/год)

$$A_б^г = A_б^с n_{р.д.с}, \tag{5.6}$$

где $n_{р.д.с}$ – число рабочих дней станка в году, дней/год (с учетом вычета времени: ремонтов, перемещений с участка на участок, остановок в работе по климатическим условиям и др.). Для станков СБШ $n_{р.д.с} = 230 \div 280$ дней/год.

5.2.2.8. Рассчитывается парк буровых станков.

Списочный парк станков ($N_{б.с}$, ед.)

$$N_{б.с} = \frac{V_{г.м}}{A_б^г q_{г.м}}, \tag{5.7}$$

где $V_{г.м}$ – годовой объем обуриваемой горной массы, м$^3$ (принимается $V_{г.м}$ = $= П_{г.м}$ по результатам выполнения практ. работы № 3);

$q_{г.м}$ – выход взорванной горной массы с 1 п. м скважины, м$^3$/м (принимается по результатам выполнения практ. работы № 4).

Рабочий парк буровых станков ($N_{бр}$, ед.)

$$N_{бр} = \frac{N_{бс}}{k_{рез}}, \tag{5.8}$$

где $k_{рез}$ – коэффициент резерва буровых станков.

$$k_{рез} = \frac{T_г}{n_{р.д.с}}, \tag{5.9}$$

где $T_г$ – число рабочих дней карьера в году, дней/год ($T_г$ = 350 дней/год).

5.2.3. Исследовать зависимость технической скорости бурения ($v_б$, м/ч) от показателя буримости горных пород ($П_б$).

Для этого произвести расчет $v_б$ для пяти значений $П_б$. За базовое значение принять $П_б$, полученное при выполнении п. 5.2.2.1. Для принятия четырех оставшихся значений $П_б$ принять шаг варьирования от базового $\Delta П_б$ = 0,5÷1,5. Два принятых значения $П_б$ должны превышать базовое, а два быть меньше его. Строится график $v_б = f(П_б)$.

***Форма отчетности***. По результатам занятия представляется отчет, содержащий исходную информацию, расчетные формулы, все необходимые расчеты, а также график зависимости $v_б = f(П_б)$.

## Контрольные вопросы к практической работе № 5

1. Перечислите основные элементы станков шарошечного бурения.
2. Как маркируются модели станков шарошечного бурения?
3. От каких свойств пород зависят показатели буримости и что характеризуют эти свойства? В каких единицах они измеряются?
4. От каких факторов зависит скорость бурения?
5. От каких факторов зависит величина требуемого осевого усилия?
6. Написать формулу часовой производительности бурового станка.
7. Как определяется списочный парк бурстанков?
8. Как определяется рабочий парк бурстанков?

## Практическая работа № 6

## РАСЧЕТ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ КАРЬЕРНЫХ ЭКСКАВАТОРОВ

***Цель работы*** – ознакомиться с технико-экономическими показателями и освоить методику расчета производительности одноковшовых экскаваторов.

### *6.1. Задачи работы*

6.1.1. Ознакомиться с распределением рабочего времени, производительностью и технико-экономическими показателями одноковшовых экскаваторов.

6.1.2. Выполнить расчет технической, сменной и годовой производительности экскаватора типа ЭКГ в скальных породах.

6.1.3. Исследовать зависимость технической производительности экскаватора от угла поворота на разгрузку.

### *6.2. Порядок выполнения работы*

6.2.1. По учебнику [1, с. 103 - 108] ознакомиться с распределением рабочего времени, принципами расчета производительности и технико-экономическими показателями работы одноковшовых экскаваторов.

6.2.2. Ознакомиться с исходными данными в прил. 10. По данным заданного варианта выполнить расчет технической, сменной и годовой производительности и параметров забоя одноковшового экскаватора типа ЭКГ в скальных породах.

*Расчет выполняется в следующей последовательности:*

6.2.2.1. Определяется техническая производительность экскаватора ($A_т$, м$^3$/ч)

$$A_т = \frac{3600E}{T_ц} k_э, \qquad (6.1)$$

где $E$ – вместимость ковша экскаватора, м$^3$;

$T_ц$ – продолжительность цикла экскавации, с;

$$T_{\text{ц}} = T_{\text{ч}} + T_{\text{пов}} + T_{\text{р}}, \qquad (6.2)$$

где $T_{\text{ч}}$ – длительность черпания, с;

$$T_{\text{ч}} = \frac{194 d_{\text{ср}}^2}{E} + \frac{E}{0{,}11E + 0{,}6}, \qquad (6.3)$$

$d_{\text{ср}}$ – размер «среднего» куска в развале взорванной горной массы, м;

$$d_{\text{ср}} = (0{,}3 \div 0{,}4)\sqrt[3]{E}, \qquad (6.4)$$

$T_{\text{пов}}$ – длительность поворота экскаватора для разгрузки ковша, с;

$$T_{\text{пов}} = (10 + E) + 0{,}18(\beta - 90°), \qquad (6.5)$$

$T_{\text{р}}$ – длительность разгрузки ковша, с;

где $\beta$ – средний угол поворота экскаватора для разгрузки ковша, град;

(при $E$ = 1÷3 м$^3$, $T_{\text{р}}$ = 1,5÷2,5 с;

при $E$ = 3÷8 м$^3$, $T_{\text{р}}$ = 2,5÷2,7 с;

при $E$ = 12÷20 м$^3$, $T_{\text{р}}$ = 2,9÷3,5 с);

$k_{\text{э}}$ – коэффициент экскавации пород,

$$k_{\text{э}} = \frac{k_{\text{н}}}{k_{\text{р}}},$$

где $k_{\text{н}}$ – коэффициент наполнения ковша;

$k_{\text{р}}$ – коэффициент разрыхления пород в ковше экскаватора.

Значения $k_{\text{н}}$ и $k_{\text{р}}$ принимать по прил. 11 в зависимости от заданной категории пород по трудности экскавации.

6.2.2.2. Сменная производительность экскаватора ($A_{\text{см}}$, м$^3$/смену)

$$A_{\text{см}} = A_{\text{т}}\, T_{\text{см}}\, k_{\text{и}}\,, \qquad (6.6)$$

где $T_{\text{см}}$ – продолжительность смены, ч/смену;

$k_{\text{и}}$ – коэффициент использования экскаватора в течение смены (прил. 10).

6.2.2.3. Суточная производительность экскаватора ($A_{\text{с}}$, м$^3$/сут)

$$A_{\text{с}} = A_{\text{см}}\, n_{\text{см}}, \qquad (6.7)$$

где $n_{см}$ – число рабочих смен в сутках, смен/сут. ($n_{см} = 2 \div 3$).

6.2.2.4. Годовая производительность экскаватора ($A_г$, м$^3$/год)

$$A_г = A_с \, n_г, \tag{6.8}$$

где $n_г$ – число рабочих дней экскаватора в году, дней/год (прил. 10).

6.2.2.5. Определяется парк экскаваторов. Списочный парк экскаваторов ($N_{эс}$, ед.)

$$N_{эс} = \frac{П_{г.м}}{A г}, \tag{6.9}$$

где $П_{г.м}$ – производительность карьера по горной массе, м$^3$/год (принимается по результатам выполнения практической работы № 3).

Рабочий парк экскаваторов ($N_{эр}$, ед.)

$$N_{эр} = \frac{N_{эс}}{k_{рез}}, \tag{6.10}$$

где $k_{рез}$ – коэффициент резерва экскаваторов

$$k_{рез} = \frac{T_г}{n_г}, \tag{6.11}$$

где $T_г$ – число рабочих дней карьера в году, дней/год ($T_г$ = 350 дней/год).

6.2.2.6. Определяется ширина экскаваторной заходки (забоя) ($A_з$, м):

*при железнодорожном транспорте*

$$A_з = (1{,}5 \div 1{,}7) R_{ч.у} ; \tag{6.12}$$

*при автомобильном транспорте*

$$A_э = (0{,}8 \div 1{,}2) R_{ч.у} , \tag{6.13}$$

где $R_{ч.у}$ – радиус черпания экскаватора на уровне стояния, м [1, с. 85, табл. 10].

6.2.2.7. Определяется допустимая высота уступа (забоя) ($H_у$, м) для скальных пород

$$H_у \le 1{,}5 H_ч^{max}, \tag{6.14}$$

где $H_ч^{max}$ – максимальная высота черпания экскаватора, м [1, с. 85, табл. 10].

6.2.3. Исследовать зависимость технической производительности экскаватора от угла поворота и построить график $A_т = f(\beta)$.

Для этого производится расчет $A_т$ для пяти значений β. Область варьирования угла поворота $150^o > \beta > 90^o$. Интервал варьирования $\Delta\beta = 5 \div 10^o$.

Базовое значение β принять из прил. 10 для заданного варианта. Для принятия четырех оставшихся значений β принять шаг варьирования от базового $\Delta\beta = (5 \div 10)^o$.

***Форма отчетности.*** По результатам занятия представляется отчет, содержащий исходную информацию, расчетные формулы и результаты расчетов, а также график зависимости $A_т = f(\beta)$.

## Контрольные вопросы к практической работе № 6

1. Дайте определение производительности.
2. Вывести формулу технической производительности экскаватора.
3. Из каких элементов складывается цикл экскавации?
4. Вывести формулу максимальной ширины экскаваторной заходки.
5. Почему рациональная ширина экскаваторной заходки при железнодорожном транспорте больше, чем при автомобильном транспорте?
6. Как определяется допустимая высота уступа в сыпучих и связных породах?
7. Как определяется рабочий и списочный парк экскаваторов?

## Практическая работа № 7

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ КАРЬЕРНЫХ АВТОСАМОСВАЛОВ

***Цель работы*** – ознакомиться с методикой и освоить принципы расчета производительности карьерных автосамосвалов.

### *7.1. Задачи работы*

7.1.1. Ознакомиться с техническими характеристиками и областью применения карьерных автосамосвалов для перевозки горной массы.

7.1.2. Выполнить расчет сменной производительности карьерного автосамосвала.

7.1.3. Исследовать зависимость сменной производительности карьерного автосамосвала от заданных параметров трассы.

### *7.2. Порядок выполнения работы*

7.2.1. По учебнику [1, с. 145 - 151] ознакомиться с техническими характеристиками и областью применения карьерных автосамосвалов для перевозки горной массы.

7.2.2. Ознакомиться с исходными данными в прил. 12. По данным заданного варианта выполнить расчет сменной производительности автосамосвала.

Производительность автосамосвала по заданной трассе ($Q_{\text{а}}$, т/смену) рассчитывается

$$Q_{\text{а}} = N_{\text{р}} q = \frac{T_{\text{см}}}{T_{\text{ц}}^{\text{а}}} k_{\text{и}} q, \qquad (7.1)$$

где $T_{\text{см}}$ – продолжительность смены, мин./смену;

$q$ – вес груза в кузове автосамосвала, т;

$k_{\text{и}}$ – коэффициент использования сменного времени;

$T_{\text{ц}}^{\text{а}}$ – продолжительность транспортного цикла автосамосвала, мин.;

$N_р$ – количество рейсов автосамосвала в течение смены, рейс/смену.

Продолжительность транспортного цикла ($T_ц^а$, мин.)

$$T_ц^а = t_о + t_п + t_д + t_{м.п} + t_{м.р} + t_р\ , \qquad (7.2)$$

где $t_о$ – продолжительность ожидания погрузки, мин. ($t_о \approx 0{,}5t_п$);

$t_п$ – продолжительность погрузки автосамосвала, мин.;

$t_д$ – продолжительность движения автосамосвала в грузовом и порожняковом направлениях, мин.;

$t_{м.п}$, $t_{м.р}$ – продолжительность маневровых операций соответственно при установке на погрузку и разгрузку, мин.;

$t_р$ – продолжительность разгрузки, мин.

*Расчеты выполняются в следующей последовательности:*

7.2.2.1. По заданной модели экскаватора (см. практическую работу № 6) подбирается модель автосамосвала прил. 13. Подбор осуществляется из условия обеспечения рационального соотношения (μ) между вместимостью кузова автосамосвала и ковша экскаватора

$$\mu = \frac{V_а}{E} = 3 \div 5, \qquad (7.3)$$

где $V_а$ – геометрическая вместимость кузова выбранного автосамосвала, м$^3$ (см. прил. 13);

$E$ – вместимость ковша экскаватора, м$^3$.

7.2.2.2. Производится расчет времени погрузки автосамосвала ($t_п$, мин.) и веса груза в кузове ($q$, т)

$$t_п = \frac{T_ц^э (n_{\min\ цик} - 0{,}5)}{60}, \qquad (7.4)$$

где $T_ц^э$ – длительность цикла экскавации, с (см. практическую работу № 6);

$n_{\min\ цик}$ – количество циклов экскавации при загрузке автосамосвала.

Для определения $n_{\text{min цик}}$ рассчитывается необходимое количество ковшей для полной загрузки автосамосвала ($n_к$):

*исходя из грузоподъемности автосамосвала*

$$n_к = \frac{q_а k_р}{E k_н \rho}, \tag{7.5}$$

где $q_а$ – грузоподъемность автосамосвала, т;

$k_р$ – коэффициент разрыхления породы в ковше экскаватора;

$k_н$ – коэффициент наполнения ковша экскаватора;

$\rho$ – плотность пород в целике, т/м$^3$ (значения $k_н$, $k_р$ и $\rho$ принимаются по прил. 11 в зависимости от заданной категории пород);

*исходя из вместимости кузова автосамосвала с «шапкой»*

$$n_к = \frac{0{,}9 V'_а}{E k_н}, \tag{7.6}$$

где $V'_а$ – вместимость кузова автосамосвала с «шапкой» (см. прил. 13), м$^3$.

Затем сравниваются значения $n_к$, вычисленные по формулам (7.5) и (7.6), выбирается меньшее ($n_к$) и округляется до ближайшего целого числа, которое принимается за $n_{\text{min цик}}$ .

Вес груза рассчитывается ($q$, т)

$$q = \frac{E k_н}{k_р} n_{\text{min цик}} \rho. \tag{7.7}$$

Осуществляется проверка условия

$$q \le 1{,}1 q_а, \tag{7.8}$$

где $q_а$ – грузоподъемность автосамосвала, т.

7.2.2.3. Производится расчет времени движения автосамосвала в грузовом и порожняковом направлениях ($t_д$, мин.)

$$t_д = 60 \frac{2L}{v_{ср.т}}, \tag{7.9}$$

где $L$ – расстояние транспортирования горной массы, км;

$v_{\text{ср.т}}$ – средняя техническая скорость движения автосамосвала по трассе, км/ч; $v_{\text{ср.т}}$ определяется в зависимости от заданного расстояния транспортирования ($L$, км) и высоты подъема горной массы ($H_{\text{п}}$, м) по прил. 15.

7.2.2.4. Производится расчет $T_{\text{ц}}^{\text{а}}$. При этом $t_{\text{м.п}}$, $t_{\text{м.р}}$ и $t_{\text{р}}$ принимаются из прил. 13 для выбранной модели автосамосвала.

7.2.2.5. По формуле 7.1 производится расчет сменной производительности автосамосвала при $k_{\text{и}} = 0{,}8$; $T_{\text{см}} = 8$ ч.

7.2.2.6. Производится расчет рабочего и инвентарного парка автосамосвалов.

Рабочий парк автосамосвалов ($N_{\text{а.р}}$, ед.)

$$N_{\text{а.р}} = \frac{V_{\text{см}}}{Q_{\text{а}}}, \tag{7.10}$$

где $V_{\text{см}}$ – сменный объем перевозок, т/смену.

$$V_{\text{см}} = k_{\text{н}}\left(П_{\text{п.и}}^{\text{см}} + П_{\text{в}}^{\text{см}}\rho\right), \tag{7.11}$$

где $k_{\text{н}}$ – коэффициент неравномерности выдачи горной массы из карьера ($k_{\text{н}} = 1{,}1$);

$П_{\text{п.и}}^{\text{см}}$ – сменная производительность карьера по полезному ископаемому, т/смену;

$П_{\text{в}}^{\text{см}}$ – сменная производительность карьера по вскрыше в целике, м$^3$/смену;

$\rho$ – плотность вскрышных пород в целике, т/м$^3$.

$П_{\text{п.и}}^{\text{см}}$ и $П_{\text{в}}^{\text{см}}$ принимаются по результатам выполнения практической работы № 3, $\rho$ – по прил. 11 в зависимости от заданной категории пород по трудности экскавации.

Инвентарный парк автосамосвалов ($N_{\text{а.и}}$, ед.)

$$N_{\text{а.и}} = \frac{N_{\text{а.р}}}{k_{\text{т.г}}}, \qquad (7.12)$$

где $k_{\text{т.г}}$ – коэффициент технической готовности, определяемый по прил. 14, в зависимости от суточного пробега автосамосвала.

Суточный пробег автосамосвала ($L_{\text{с}}$, км/сут)

$$L_{\text{с}} = \frac{2LQ_{\text{а}}}{q} k_{\text{о}} k_{\text{см}}, \qquad (7.13)$$

где $k_{\text{о}}$ – коэффициент, учитывающий нулевой пробег от гаража до места работы и обратно ($k_{\text{о}} = 1{,}05$);

$k_{\text{см}}$ – коэффициент сменности – среднее количество полных смен отработанных автосамосвалом за сутки (принять $k_{\text{см}} = 2{,}5$).

7.2.3. Исследовать зависимость сменной производительности автосамосвала от расстояния транспортирования или высоты подъема горной массы и построить график $Q_{\text{а}} = f(L)$ или $Q_{\text{а}} = f(H_{\text{п}})$.

Производится расчет для пяти значений $L$ или $H_{\text{п}}$. Интервал варьирования расстояния транспортирования $\Delta L$ = 0,2÷0,4 км, высоты подъема горной массы $\Delta H_{\text{п}}$ = 20 м.

***Форма отчетности.*** По результатам занятия представляется отчет, содержащий исходную информацию, расчетные формулы и результаты расчетов, а также графики зависимостей $Q_{\text{а}} = f(L)$ или $Q_{\text{а}} = f(H_{\text{п}})$.

## Контрольные вопросы к практической работе № 7

1. Чем отличается процесс выемки горной массы от процесса транспортирования горной массы?
2. Вывести формулу сменной производительности автосамосвала.
3. От каких факторов зависит сменная производительность автосамосвала?
4. Из каких элементов складывается транспортный цикл?
5. Как определить количество рейсов (транспортных циклов) автосамосвала за смену?
6. От чего зависит продолжительность погрузки автосамосвала?
7. В чем различие между величиной количества циклов экскавации для загрузки автосамосвала и количества ковшей для загрузки автосамосвала?
8. От каких факторов зависит время движения автосамосвала в транспортном цикле?
9. Какое различие между рабочим и инвентарным парком автосамосвалов?
10. Как определить сменный пробег автосамосвала?

## Практическая работа № 8

## КОНСТРУКЦИЯ РАБОЧЕГО И НЕРАБОЧЕГО БОРТОВ КАРЬЕРА

***Цель работы*** – изучить конструкцию рабочего и нерабочего бортов карьера, освоить методику расчета ширины рабочей площадки и угла откоса рабочих и нерабочих бортов.

### *8.1. Задачи работы*

8.1.1. Ознакомиться с конструкцией рабочего и нерабочего бортов карьера.

8.1.2. Выполнить расчет углов откоса рабочих и нерабочих бортов.

8.1.3. Исследовать зависимость величины угла откоса рабочего борта от определяющих факторов.

### *8.2. Порядок выполнения работы*

8.2.1. По учебнику [1, с. 23 - 27; 269 - 271] ознакомиться с конструкцией рабочего и нерабочего бортов карьера и факторами, определяющими величины углов их откосов.

8.2.2. Ознакомиться с исходными данными в прил. 16. По данным заданного варианта выполнить расчет углов откоса рабочего и нерабочего бортов.

*Порядок выполнения расчетов*

8.2.2.1. Определяется высота рабочего борта карьера ($H_{р.б}$, м)

$$H_{р.б} = H_у n_{р.у}, \qquad (8.1)$$

где $H_у$ – высота уступа, м;

$n_{р.у}$ – количество рабочих уступов.

8.2.2.2. Определяется ширина рабочей площадки при погрузке горной массы в автомобильный транспорт ($Ш_{р.п}$, м)

$$Ш_{р.п} = B_р + C + T + S + Z + Ш_{в.б}, \qquad (8.2)$$

где $B_р$ – ширина развала породы, м (принимается по результатам расчетов из практической работы № 4);

$C$ – безопасный зазор между нижней бровкой развала и транспортной полосой, м (2-3 м);

$T$ – ширина транспортной полосы (проезжей части временной автодороги при двухполосном движении), м (см. прил. 13);

$S$ – безопасное расстояние (1,5÷2,0 м) от транспортной полосы до призмы возможного обрушения;

$Z$ – ширина призмы возможного обрушения, м;

$Ш_{в.б}$ – ширина взрывного блока, м (при однорядном взрывании $Ш_{в.б} = W$, принимается по результатам расчетов из практической работы № 4);

$$Z = H_у (\text{ctg}\ \alpha_у - \text{ctg}\ \alpha); \quad (8.3)$$

$\alpha$ – угол откоса рабочего уступа, град.;

$\alpha_у$ – угол устойчивого откоса уступа, град. (см. прил. 16).

8.2.2.3. Определяется горизонтальное проложение откоса рабочего борта ($C_{р.б}$, м)

$$C_{р.б} = H_у\ \text{ctg}\ \alpha\ n_{р.у} + Ш_{р.п} (n_{р.у} - 1). \quad (8.4)$$

8.2.2.4. Определяется тангенс угла откоса рабочего борта карьера ($\varphi$)

$$\text{tg}\ \varphi = H_{р.б} / C_{р.б}. \quad (8.5)$$

8.2.2.5. Определяется величина угла откоса, град, рабочего борта $\varphi$: $\varphi = \text{arctg}\ (\text{tg}\ \varphi)$.

8.2.2.6. Определяется высота нерабочего борта карьера ($H_{н.б}$, м)

$$H_{н.б} = H_у\ n_{н.у}, \quad (8.6)$$

где $n_{н.у}$ – количество нерабочих уступов (принимается $n_{н.у} = 3$).

8.2.2.7. Определяется горизонтальное проложение откоса нерабочего борта ($C_{н.б}$, м)

$$C_{н.б} = n_{н.у} (H_у\ \text{ctg}\ \alpha_у + b_с) + (n_{н.у} - 1)\ b_б, \quad (8.7)$$

где $b_с$ – ширина съезда, м;

$b_б$ – ширина бермы безопасности, м ($b_б$ = 8÷10 м).

8.2.2.8. Определяется тангенс угла откоса нерабочего борта карьера (γ)

$$\text{tg}\,\gamma = H_{н.б} / C_{н.б}. \quad (8.8)$$

Затем сам угол откоса, град, нерабочего борта карьера (γ):

$$\gamma = \text{arctg}\,(\text{tg}\,\gamma). \quad (8.9)$$

8.2.3. Вычертить разрез рабочей площадки (рис. 8.1), рабочего борта (рис. 8.2), план и разрез нерабочего борта карьера с тупиковыми съездами (рис. 8.3) в выбранном масштабе.

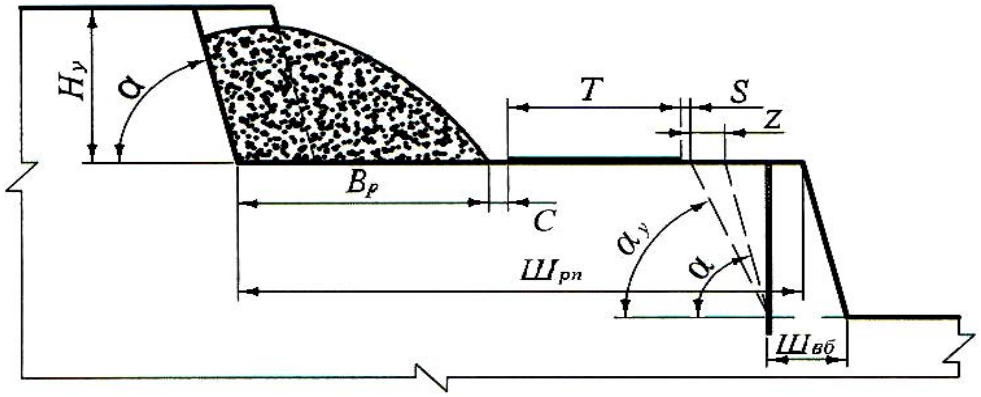



Рис. 8.1. Рабочая площадка

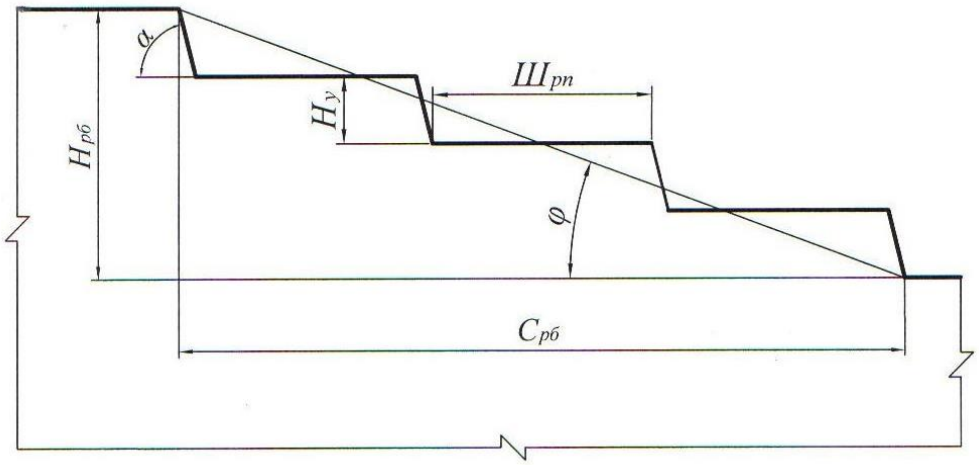
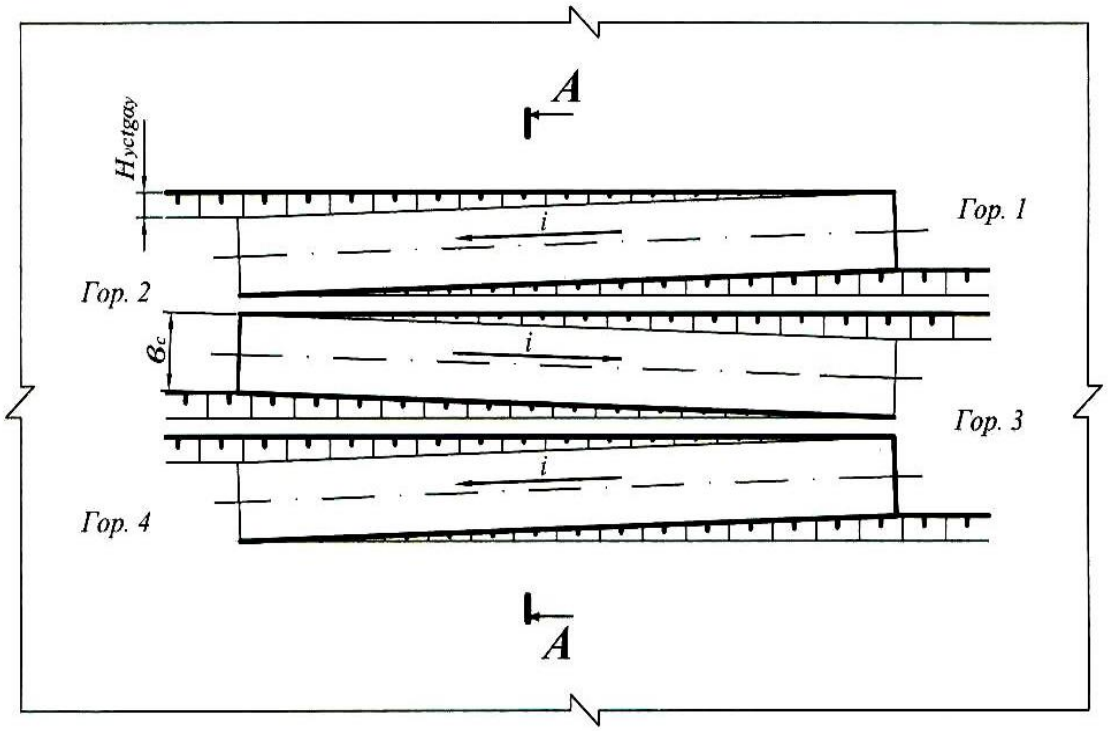



Рис. 8.2. Рабочий борт карьера

*а)*




*б)*

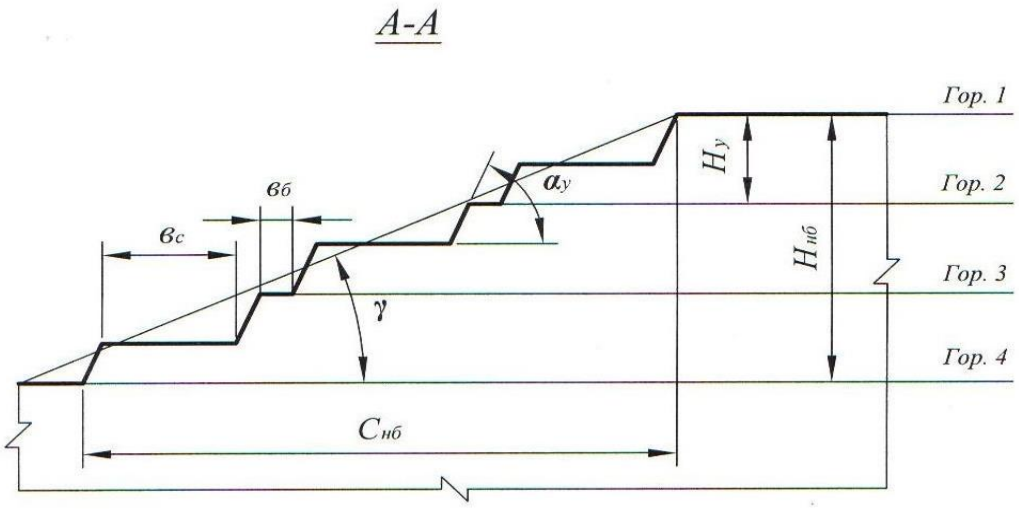



Рис. 8.3. Нерабочий борт карьера:
*а* – автомобильный съезд на нерабочем борту; *б* – профиль нерабочего борта

8.2.4. Исследовать зависимость угла откоса рабочего борта карьера (φ, град) от высоты уступа ($H_у$, м) или ширины рабочей площадки ($Ш_{р.п}$, м) и построить график $\varphi = f(H_у)$ или $\varphi = f(Ш_{р.п})$.

Производится расчет φ для пяти значений $H_у$ и $Ш_{р.п}$. Величина аргумента задается в пределах 10 м ≤ $H_у$ ≤ 25 м и 30 м ≤ $Ш_{р.п}$ ≤ 80 м.

***Форма отчетности.*** По результатам занятия представляется отчет, содержащий исходную информацию, расчетные формулы и результаты расчетов, а также графики зависимостей $\varphi = f(H_у)$ или $\varphi = f(Ш_{р.п})$.

## Контрольные вопросы к практической работе № 8

1. Дайте определение рабочего и нерабочего борта карьера.
2. Из каких элементов состоят рабочий и нерабочий борт карьера?
3. Назовите параметры рабочего и нерабочего бортов карьера и их элементов.
4. Какими условиями определяется угол откоса нерабочего борта карьера?
5. От каких факторов зависит угол откоса рабочего борта карьера?
6. Из каких элементов состоит рабочая площадка (как определяется ширина рабочей площадки)?
7. Как определяется ширина призмы возможного обрушения уступа?
8. Как определить угол откоса борта карьера, если известны его высота и горизонтальное проложение?
9. Как определить горизонтальное проложение борта карьера (рабочего и нерабочего)?
10. Как определяется уклон внутрикарьерной траншеи?
11. В каких единицах измеряется уклон траншеи?

## Практическая работа № 9

# РАСЧЕТ БУЛЬДОЗЕРНОГО ОТВАЛООБРАЗОВАНИЯ ПРИ АВТОМОБИЛЬНОМ ТРАНСПОРТЕ

***Цель работы*** – ознакомиться с методикой и освоить принципы расчета основных параметров бульдозерного отвалообразования при автомобильном транспорте.

### *9.1. Задачи работы*

9.1.1. Изучить технологию бульдозерного отвалообразования при автомобильном транспорте.

9.1.2. Выполнить расчет основных параметров бульдозерного отвалообразования при автомобильном транспорте.

### *9.2. Порядок выполнения работы*

9.2.1. По учебнику [1, с. 176 - 177] ознакомиться с основными параметрами отвалов и технологией бульдозерного отвалообразования при автомобильном транспорте.

9.2.2. Ознакомиться с исходными данными в прил. 17. По данным заданного варианта выполнить расчет основных параметров бульдозерного отвалообразования при автомобильном транспорте.

*Порядок выполнения расчетов*

9.2.2.1. Определяется требуемая площадь отвала ($S_{\text{о}}$, м$^2$)

$$S_{\text{о}} = \frac{W k_{\text{р}}^{\text{о}}}{n_{\text{я}} h_{\text{я}} \eta_{\text{о}}}, \qquad (9.1)$$

где $W$ – объем пород, подлежащих размещению в отвале за срок его существования, м$^3$ (см. прил. 17);

$k_{\text{р}}^{\text{о}}$ – коэффициент разрыхления пород в отвале (см. прил. 18);

$h_я$ – высота яруса, м (см. прил. 18);

$n_я$ – количество ярусов;

$\eta_о$ – коэффициент использования площади отвала ($\eta_о$ принимать: для одно- и двухъярусных отвалов – 0,8÷0,7; для трехъярусных и более – 0,5).

Тип (категорию) складируемых пород принимать согласно прил. 17. Количество отвальных ярусов принимать самостоятельно (на практике отвалы формируются, как правило, из одного-трех ярусов), исходя из необходимости минимизировать площадь отвалов и максимальной общей высоты отвала не более 120-180 м. По требуемой площади отвала, определяются его размеры в плане: ширина ($B$, м), длина ($L$, м). При этом рекомендуется выдерживать соотношение $B : L = 1 : 2$, тогда: $L = \sqrt{2S_0}$ .

9.2.2.2. Рассчитывается количество автосамосвалов, разгружающихся на отвале в течение часа ($N_о$, ед./ч)

$$N_о = \frac{П_в^ч k_н}{Q_п}, \qquad (9.2)$$

где $П_в^ч$ – часовая производительность карьера по вскрыше, м$^3$/ч;

$k_н$ – коэффициент неравномерности работы карьера по вскрыше ($k_н = 1{,}1 \div 1{,}2$);

$Q_п$ – объем вскрыши в целике в кузове автосамосвала, м$^3$.

$$Q_п = q/\ \rho, \qquad (9.3)$$

где $q$ – вес груза в кузове автосамосвала, т (величина $q$ принимается по результатам расчетов в практической работе № 7);

$\rho$ – плотность пород в целике, т /м$^3$.

$$П_в^ч = \frac{П_в}{T_г n_{см} T_{см}},$$

где $П_в$ – годовая производительность карьера по вскрыше (см. прил. 17), м$^3$/год;

$T_г$ – число рабочих дней карьера в году, дней/год ($T_г$ = 350 дн./год);

$n_{см}$ – число рабочих смен в сутки, смен/сут. ($n_{см}$ = 3 смены/сут.);

$T_{см}$ – продолжительность смены, ч/смену ($T_{см}$ = 8 ч/смену).

9.2.2.3. Определяется число одновременно разгружающихся автосамосвалов на отвале ($N_{а.о}$, ед.)

$$N_{а.о} = N_{о} \frac{t_{р} + t_{м.р}}{60}, \quad (9.4)$$

где $t_{р}$, $t_{м.р}$ – продолжительность разгрузки и маневровых операций при установке на разгрузку, мин. (см. прил. 13).

9.2.2.4. Определяется длина участка разгрузки ($L_{р}$, м)

$$L_{р} = N_{а.о}\, l_{п}, \quad (9.5)$$

где $l_{п}$ – ширина полосы по рабочему фронту отвала, м, занимаемой одним автосамосвалом при маневрировании, для автосамосвалов грузоподъемностью:

30 – 55 т $l_{п}$ = 30÷40 м,
80 – 130 т $l_{п}$ = 50÷60 м,
180 – 240 т $l_{п}$ = 60÷70 м.

9.2.2.5. Отвальный фронт состоит из трех участков: разгрузки, планировки и резервный.

По мере заполнения участка разгрузки и выравнивания участка планировки, последний начинает выполнять функцию первого, а участок разгрузки становится участком планировки. Если участок планировки не подготовлен, то разгрузка производится на резервном участке. Таким образом, все три участка должны иметь одинаковую длину и общая длина отвального фронта ($L_{о}$, м) определится:

$$L_{о} = 3L_{р}. \quad (9.6)$$

9.2.2.6. Определяется сменный объем бульдозерных работ по формированию отвала ($Q_{б}$, м$^3$/смену)

$$Q_{б} = П_{в}^{см} k_{н} k_{зав}, \quad (9.7)$$

где $П_{в}^{см}$ – сменная производительность карьера по вскрыше, м$^3$/смену;

$$П_{в}^{см} = П_{в}^{ч} T_{см}, \quad (9.8)$$

где $k_{зав}$ – средний коэффициент «заваленности» (см. прил. 18).

9.2.2.7. Выбирается модель бульдозера (см. прил. 19) и определяется число бульдозеров в работе ($N_б$, ед.):

$$N_б = Q_б / П_б, \quad (9.9)$$

где $П_б$ – сменная производительность бульдозера, м$^3$/смену (принимается по прил. 19).

9.2.2.8. Рассчитывается инвентарный парк бульдозеров ($N_{б.и}$, ед.)

$$N_{б.и} = 1{,}4\ N_б, \quad (9.10)$$

где 1,4 – ориентировочное значение коэффициента резерва бульдозеров.

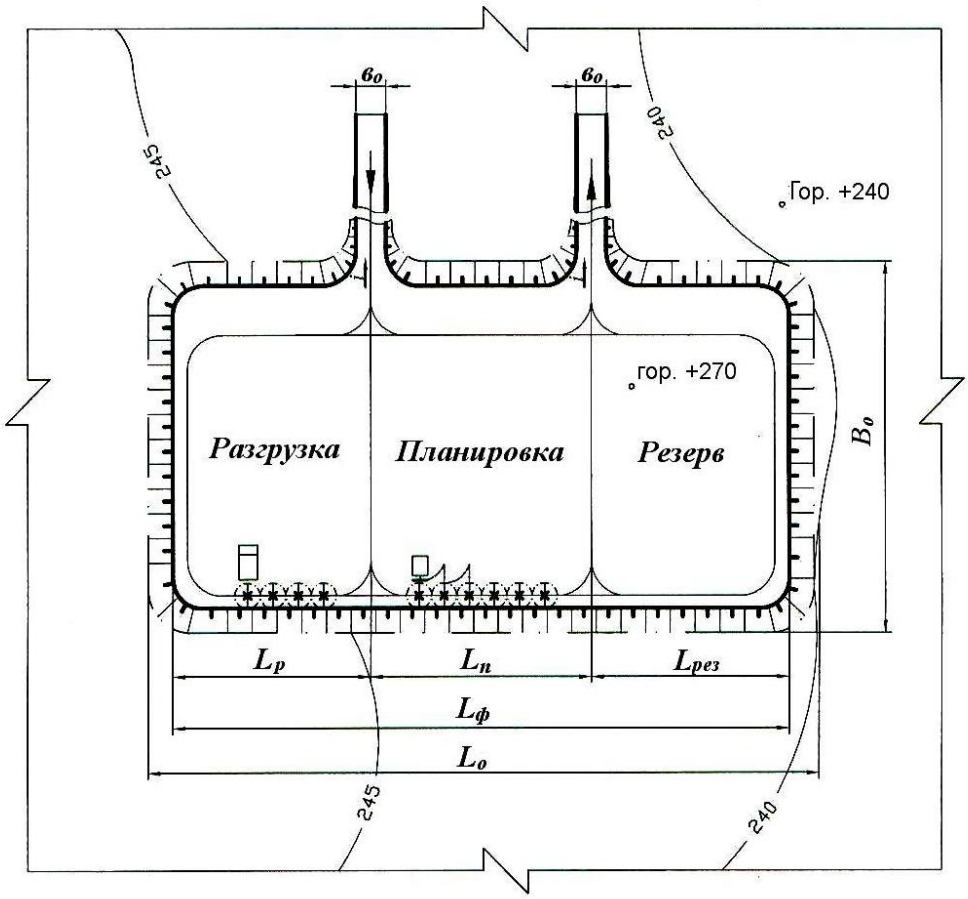



Рис. 9.1. План бульдозерного отвала

9.2.3. Вычертить план бульдозерного отвала с выделением рабочих участков, участков, находящихся в планировке, и резервных участков (см. рис. 9.1).

***Форма отчетности.*** По результатам занятия представляется отчет, содержащий исходную информацию, расчетные формулы результаты расчетов, а также план бульдозерного отвала.

## Контрольные вопросы к практической работе № 9

1. Перечислите способы отвалообразования, применяемые при открытой разработке месторождений.
2. В чем заключается отличительный признак бульдозерного отвалообразования?
3. Перечислите достоинства и недостатки бульдозерного отвалообразования.
4. Перечислите параметры отвалов.
5. От каких факторов зависит высота яруса отвала?
6. Перечислите операции технологии бульдозерного отвалообразования.
7. Перечислите параметры технологии бульдозерного отвалообразования.
8. Из каких участков состоит фронт отвальных работ при бульдозерном отвалообразовании?
9. Как соотносятся между собой размеры участков фронта отвальных работ?
10. От каких факторов зависит длина участка разгрузки?
11. Как определить количество одновременно разгружающихся автосамосвалов на участке разгрузки?
12. Как определить объем бульдозерных работ по формированию отвала (по планировке вскрышных пород на отвале)?

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ И РЕКОМЕНДУЕМЫХ ЛИТЕРАТУРНЫХ ИСТОЧНИКОВ


1. Хохряков, В. С. Открытая разработка месторождений полезных ископаемых /В. С. Хохряков. – 5-е изд. – М.: Недра, 1991. – 336 с.
2. Томаков, П. И.; Наумов, И. К. Технология, механизация и организация открытых горных работ /П. И. Томаков, И. К. Наумов: учебник для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во Моск. горного ин-та, 1992. – 464 с.
3. Пахомов, Е. М..; Буянов, М. И. Открытая разработка месторождений полезных ископаемых /Е. М. Пахомов, М. И. Буянов. – М.: Недра, 1990. – 250 с.
4. Русский, И. И. Технология отвальных работ и рекультивация на карьерах /И. И. Русский. – М.: Недра, 1979. – 262 с.

5. Половов Б.Д., Химич А.А., Валиев Н.Г. Основы горного дела: общие сведения и понятия горного дела. Подземная, открытая и строительная геотехнологии: учебник для вузов / Б. Д. Половов, А. А. Химич, Н. Г. Валиев; ФГБОУ ВПО «Урал. гос. горный ун-т». Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2012. 789
6. Репин, Н. Я. Практикум по дисциплине «Процессы открытых горных работ» : учебное пособие / Н. Я. Репин, Л. Н. Репин. — 2-е изд., стер. — Москва : Горная книга, 2018. — 156 с. — ISBN 978-5-98672-489-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/134951 (дата обращения: 17.12.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

**Исходные данные к лабораторной работе № 1 «Графическое изображение элементов горных работ»**

Таблица П.1.1 **Графическое изображение забоев и уступов**

| Номер варианта | Уступ | | | Забой | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | тип уступа, м | высота $H_р$, м | угол откоса, $A$, град | тип забоя | высота уступа, $H_у$, м | высота развала, $H_р$, м | ширина развала, $B_р$, м | ширина взрывной заходки, $B_б$, м | ширина заходки экскаватора (забоя), $A_э$, м | угол откоса, град: забоя, $F$ | угол откоса, град: уступа, $A$ | $R_{ч.у}$, м | $R_{ч.max}$, м | $R_1$, м | $R_2$, м | $H_{сл}$, м |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| 1 | Вскрышной | 12 | 70 | Экскаваторный (мехлопата) | 10 | | Без БВР | - | 13 | 65 | 70 | 9,04 | | | | |
| | Склад руды | 10 | 60 | Экскаваторный (драглайн) | 30 | | Без БВР | - | 25 | 40 | 65 | | 71,4 | | | |
| 2 | Рудный | 12 | 75 | Экскаваторный (мехлопата) | 15 | 16 | 26 | 17 | 13 | 70 | 80 | 13,5 | | | | |
| | Отвал | 25 | 55 | Экскаваторный (мехлопата) | 15 | | Без БВР | - | 20 | 60 | 65 | 13,5 | | | | |
| 3 | Сложный (руда и порода) | 7,5 | 78 | Экскаваторный (роторный) | 10 | | Без БВР | - | 20 | 60 | 60 | | | 15 | 16 | 2 |
| | Отвал | 30 | 55 | бульдозерный | 7 | | Без БВР | - | 30 | 20 | 65 | | | | | |
| 4 | Вскрышной | 15 | 75 | бульдозерный | 5 | | Без БВР | - | 30 | 10 | 65 | | | | | |
| | Склад руды | 12 | 55 | Экскаваторный (драглайн) | 35 | | Без БВР | - | 25 | 30 | 60 | | 83,0 | | | |
| 5 | Рудный | 12 | 80 | Экскаваторный (роторный) | 17 | | Без БВР | - | 25 | 60 | 60 | | | 21 | 24 | 4 |
| | Отвал | 25 | 50 | Экскаваторный (драглайн) | 40 | | Без БВР | - | 35 | 35 | 55 | | 91,5 | | | |
| 6 | Вскрышной | 20 | 80 | Бульдозерный | 3 | | Без БВР | - | 25 | 10 | 65 | | | | | |
| | Склад руды | 10 | 50 | Экскаваторный (мехлопата) | 12 | 15 | 45 | 30 | 15 | 50 | 80 | 12,6 | | | | |

Продолжение табл. П.1.1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | Сложный | 7,5 | 70 | Экскаваторный (драглайн) | 40 | | Без БВР | - | 35 | 30 | 60 | | 94,8 | | | |
| | Вскрышной | 35 | 50 | Экскаваторный (роторный) | 15 | 15 | Без БВР | - | 24 | 55 | 55 | | | 21 | 24 | |
| 8 | Рудный | 15 | 75 | Экскаваторный (мехлопата) | 12 | | Без БВР | - | 20 | 60 | 65 | 13,5 | | | | |
| | Отвал | 30 | 55 | Экскаваторный (мехлопата) | 12 | | Без БВР | - | 18 | 45 | 70 | 12,6 | | | | |
| 9 | Вскрышной | 12 | 60 | Экскаваторный (драглайн) | 30 | | Без БВР | - | 30 | 40 | 65 | | 71,4 | | | |
| | Склад руды | 10 | 50 | Экскаваторный (мехлопата) | 15 | | Без БВР | - | 14 | 55 | 60 | 14,3 | | | | |
| 10 | Рудный | 12 | 80 | Бульдозерный | 5 | | Без БВР | - | 35 | 10 | 65 | | | | | |
| | Отвал | 25 | 55 | Экскаваторный (роторный) | 17 | | Без БВР | - | 28 | 60 | 65 | 14,3 | | | | |
| 11 | Вскрышной | 15 | 65 | Экскаваторный (мехлопата) | 15 | 18 | 45 | 32 | 15 | 55 | 75 | 14,3 | | | | |
| | Склад руды | 12 | 50 | Экскаваторный (мехлопата) | 12 | | Без БВР | - | 16 | 50 | 80 | 12,6 | | | | |
| 12 | Рудный | 15 | 80 | Экскаваторный (драглайн) | 40 | 40 | Без БВР | - | 30 | 30 | 60 | | 91,5 | | | |
| | Отвал | 25 | 55 | Экскаваторный (мехлопата) | 15 | 15 | Без БВР | - | 20 | 55 | 65 | 15,2 | | | | |
| 13 | Сложный | 7,5 | 65 | Экскаваторный (мехлопата) | 15 | 18 | 36 | 24 | 12 | 55 | 75 | 14,3 | | | | |
| | Склад руды | 10 | 50 | Бульдозерный | 5 | | Без БВР | - | 35 | 15 | 65 | | | | | |
| 14 | Вскрышной | 20 | 80 | Экскаваторный (роторный) | 16 | | Без БВР | - | 25 | 60 | 60 | | | 18 | 24 | 8 |
| | Склад руды | 15 | 55 | Экскаваторный (мехлопата) | 12 | | Без БВР | - | 9 | 45 | 70 | 12,6 | | | | |
| 15 | Рудный | 20 | 75 | Бульдозерный | 10 | | Без БВР | - | 40 | 18 | 65 | | | | | |
| | Отвал | 20 | 55 | Экскаваторный (мехлопата) | 12 | | Без БВР | - | 13 | 55 | 65 | 12,6 | | | | |
| 16 | Сложный | 7,5 | 80 | Бульдозерный | 10 | 10 | Без БВР | - | 40 | 20 | 60 | | | | | |
| | Отвал | 25 | 50 | Экскаваторный (драглайн) | 30 | | Без БВР | - | 25 | 30 | 60 | | 71,4 | | | |

Продолжение табл. П.1.1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 17 | Вскрышной | 15 | 75 | Экскаваторный (мехлопата) | 12 | 14 | 36 | 24 | 18 | 45 | 70 | 12,6 | | | | |
| | Склад руды | 15 | 55 | Экскаваторный (мехлопата) | 15 | | Без БВР | - | 22 | 55 | 65 | 15,2 | | | | |
| 18 | Рудный | 15 | 80 | Бульдозерный | 7 | | Без БВР | - | 35 | 20 | 65 | | | | | |
| | Отвал | 25 | 50 | Экскаваторный (роторный) | 20 | | Без БВР | - | 34 | 60 | 60 | | | 29 | 33 | 5 |
| 19 | Вскрышной | 20 | 80 | Экскаваторный (драглайн) | 45 | | Без БВР | - | 25 | 35 | 60 | | 91,5 | | | |
| | Склад руды | 10 | 60 | Бульдозерный | 5 | 5 | Без БВР | - | | 15 | 60 | | | | | |
| 20 | Сложный | 10 | 70 | Экскаваторный (мехлопата) | 15 | 12 | 28 | 6 | 12 | 55 | 75 | 14,3 | | | | |
| | Отвал | 30 | 50 | Бульдозерный | 5 | | Без БВР | - | | 17 | 65 | | | | | |
| 21 | Рудный | 12 | 70 | экскаваторный (мехлопата) | 15 | 15 | 28 | 8 | 14 | 55 | 75 | 14,3 | | | | |
| | Отвал | 35 | 50 | Экскаваторный (драглайн) | 40 | | Без БВР | - | 30 | 45 | 65 | | 91,5 | | | |
| 22 | Вскрышной | 12 | 65 | Экскаваторный (драглайн) | 30 | | Без БВР | - | 25 | 45 | 60 | | 83,0 | | | |
| | Склад руды | 12 | 50 | Экскаваторный (мехлопата) | 10 | | Без БВР | - | 8 | 55 | 65 | 9,04 | | | | |
| 23 | Рудный | 15 | 70 | экскаваторный (драглайн) | 40 | | Без БВР | - | 35 | 45 | 65 | | 91,5 | | | |
| | Отвал | 25 | 50 | Экскаваторный (роторный) | 18 | | Без БВР | - | 27 | 65 | 65 | | | 18 | 26 | 8 |
| 24 | Вскрышной | 20 | 80 | Экскаваторный (мехлопата) | 15 | 18 | 60 | 30 | 20 | 55 | 80 | 14,3 | | | | |
| | Склад руды | 12 | 55 | Бульдозерный | 3 | | Без БВР | - | 40 | 10 | 60 | | | | | |
| 25 | Рудный | 15 | 65 | Экскаваторный (мехлопата) | 10 | | Без БВР | - | 12 | 55 | 65 | 9,04 | | | | |
| | Отвал | 25 | 50 | Экскаваторный (мехлопата) | 15 | 12 | 28 | 6 | 14 | 50 | 80 | 14,3 | | | | |
| 26 | Сложный | 12 | 70 | Экскаваторный (драглайн) | 30 | 30 | Без БВР | - | 25 | 45 | 65 | | 71,4 | | | |
| | Склад руды | 10 | 50 | Бульдозерный | 5 | | Без БВР | - | 20 | 20 | 55 | | | | | |

Окончание табл. П.1.1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 27 | Рудный | 15 | 80 | Бульдозерный | 7 | | Без БВР | - | 25 | 18 | 60 | | | | | |
| | Отвал | 15 | 55 | Экскаваторный (роторный) | 16 | | Без БВР | - | 25 | 65 | 65 | | | 18 | 26 | 8 |
| 28 | Вскрышной | 15 | 75 | Экскаваторный (драглайн) | 40 | | Без БВР | - | 30 | 45 | 60 | | 83,5 | | | |
| | Склад руды | 10 | 50 | Экскаваторный (мехлопата) | 12 | 9 | 24 | 7 | 12 | 45 | 70 | 12,6 | | | | |
| 29 | Сложный | 7,5 | 70 | Экскаваторный (мехлопата) | 10 | | Без БВР | - | 12 | 50 | 60 | 9,04 | | | | |
| | Склад руды | 10 | 50 | Бульдозерный | 7 | | Без БВР | - | 30 | 8 | 55 | | | | | |
| 30 | Рудный | 15 | 80 | Экскаваторный (мехлопата) | 15 | | Без БВР | - | 12 | 55 | 60 | 15,2 | | | | |
| | Отвал | 40 | 50 | Экскаваторный (мехлопата) | 12 | 14 | 48 | 32 | 16 | 45 | 70 | 12,6 | | | | |

Таблица П.1.2

**Графическое изображение траншей и съездов**

| Номер варианта | Горизонтальная траншея | | | | | | | | Наклонная траншея | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | тип траншеи | уклон косогора, $Y$, град | внешний радиус серпантины, $R_{вн}$, м | радиус поворота трассы, $R$, м | глубина траншеи, $H_{тр}$, м | ширина траншеи, $B_{тр}$, м | длина траншеи, $L_{тр}$, м | угол откоса борта траншеи, $G$, град | тип траншеи | ширина траншеи, $B_{тр}$, м | уклон траншеи, $i$, % | число вскрываемых уступов, ед. | высота уступа, $H_{у}$, м | угол откоса борта траншеи, $G$, град |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 1 | На косогоре | 10 | | | 20 | 25 | | 65 | Съезд | 25 | 4 | 1 | 10 | 75 |
| | Внутри карьера | | | | 15 | 25 | 500 | 70 | Крутая траншея | 22 | 32 | 3 | 10 | 60 |
| 2 | Серпантина | 40 | 45 | 30 | | 25 | | 75 | Внешняя траншея | 25 | 6 | 1 | 12 | 50 |
| | На косогоре | 15 | | | 25 | 30 | 350 | 60 | Съезд | 30 | 8 | 1 | 10 | 65 |
| 3 | На косогоре | 12 | | | 10 | 18 | 400 | 60 | Внешняя траншея | 18 | 4 | 1 | 15 | 60 |
| | Серпантина | 35 | 60 | 35 | | 30 | | 70 | Крутая траншея | 25 | 27 | 3 | 17 | 70 |
| 4 | Серпантина | 45 | 60 | 35 | | 25 | | 80 | Внешняя групповая траншея | 25 | 4 | 2 | 10 | 70 |
| | Внутри карьера | | | | 10 | 35 | 500 | 80 | Съезд | 35 | 10 | 1 | 15 | 75 |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | Серпантина | 30 | 45 | 30 | | 20 | | 70 | Съезд | 20 | 6 | 1 | 12 | 50 |
| 6 | На косогоре | 13 | | | 20 | 30 | | 60 | Внешняя групповая траншея | 30 | 4 | 3 | 10 | 55 |
| | Внутри карьера | | | | 15 | 30 | 700 | 70 | Крутая траншея | 24 | 27 | 8 | 12 | 60 |
| 7 | Внутри карьера | | | | 10 | 22 | 500 | 80 | Съезд | 25 | 10 | 1 | 15 | 75 |
| | Серпантина | 60 | 50 | 30 | | 22 | | 75 | Крутая траншея | 25 | 32 | 6 | 12 | 75 |
| 8 | На косогоре | 10 | | | 17 | 28 | | 55 | Внешняя траншея | 30 | 8 | 1 | 15 | 75 |
| | Серпантина | 50 | 50 | 30 | | 30 | | 70 | Съезд | 30 | 10 | 1 | 12 | 65 |
| 9 | На косогоре | 8 | | | 12 | 25 | | 60 | Внешняя траншея | 24 | 4 | 1 | 15 | 60 |
| | Внутри карьера | | | | 15 | 22 | 550 | 65 | Крутая траншея | 22 | 32 | 4 | 12 | 65 |
| 10 | Серпантина | 30 | 45 | 30 | | 25 | | 75 | Внешняя групповая траншея | 22 | 4 | 2 | 10 | 70 |
| | На косогоре | 11 | | | 17 | | | 60 | Съезд | 22 | 4 | 1 | 20 | 55 |
| 11 | Внутри карьера | | | | 10 | 30 | 100 | 75 | Съезд | 26 | 6 | 1 | 20 | 75 |
| | Серпантина | 50 | 60 | 35 | | 25 | | 75 | Внешняя групповая траншея | 26 | 6 | 3 | 12 | 60 |
| 12 | Внутри карьера | | | | 15 | 22 | 200 | 65 | Внешняя траншея | 28 | 8 | 1 | 17 | 65 |
| | На косогоре | 12 | | | 25 | 30 | | 50 | Крутая траншея | 24 | 32 | 6 | 12 | 50 |
| 13 | Серпантина | 45 | 50 | 30 | | 28 | | 65 | Съезд | 30 | 8 | 1 | 15 | 60 |
| | На косогоре | 12 | | | | 28 | | 50 | Крутая траншея | 24 | 27 | 5 | 15 | 55 |
| 14 | Внутри карьера | | | | 12 | 22 | 700 | 70 | Внешняя траншея | 32 | 8 | 1 | 12 | 60 |
| | Серпантина | 30 | 50 | 35 | | 30 | | 75 | Съезд | 30 | 8 | 1 | 12 | 75 |
| 15 | На косогоре | 15 | | | 15 | 25 | | 60 | Съезд | 30 | 10 | 1 | 10 | 75 |
| | Серпантина | 45 | 50 | 35 | | 30 | | 70 | Крутая траншея | 22 | 27 | 4 | 10 | 60 |
| 16 | Внутри карьера | | | | 15 | 22 | 250 | 65 | Внешняя траншея | 22 | 4 | 1 | 15 | 65 |
| | Серпантина | 35 | 50 | 35 | | 25 | | 70 | Съезд | 24 | 6 | 1 | 15 | 70 |
| 17 | Внутри карьера | | | | 12 | 25 | 300 | 80 | Внешняя траншея | 24 | 6 | 1 | 17 | 70 |
| | На косогоре | 10 | | | 17 | 28 | | 75 | Крутая траншея | 24 | 32 | 6 | 12 | 65 |
| 18 | На косогоре | 15 | | | 25 | 30 | | 60 | Внешняя групповая траншея | 25 | 4 | 2 | 12 | 65 |
| | Серпантина | 40 | 50 | 35 | | 25 | | 65 | Съезд | 22 | 4 | 1 | 12 | 80 |

Окончание табл. П.1.2

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 19 | Серпантина | 60 | 60 | 40 | | 25 | | 75 | Съезд | 28 | 8 | 1 | 15 | 75 |
| | Внутри карьера | | | | 17 | 22 | 700 | 70 | Внешняя траншея | 28 | 8 | 1 | 20 | 60 |
| 20 | Внутри карьера | | | | 7,5 | 22 | 450 | 65 | Внешняя траншея | 25 | 6 | 1 | 20 | 60 |
| | На косогоре | 12 | | | 20 | 30 | | 50 | Крутая траншея | 24 | 27 | 8 | 15 | 55 |
| 21 | На косогоре | 8 | | | 12 | 30 | | 55 | Съезд | 24 | 8 | 1 | 20 | 70 |
| | Внутри карьера | | | | 10 | 28 | 500 | 75 | Крутая траншея | 22 | 27 | 8 | 10 | 65 |
| 22 | На косогоре | 8 | | | 10 | 25 | | 50 | Внешняя траншея | 30 | 8 | 1 | 15 | 60 |
| | Внутри карьера | | | | 12 | 25 | 700 | 80 | Съезд | 28 | 8 | 1 | 17 | 70 |
| 23 | Серпантина | 50 | 60 | 40 | | 28 | | 75 | Съезд | 30 | 8 | 1 | 12 | 70 |
| | На косогоре | 10 | | | 15 | 24 | | 55 | Крутая траншея | 24 | 32 | 7 | 12 | 60 |
| 24 | На косогоре | 8 | | | 15 | 24 | | 70 | Внешняя траншея | 26 | 8 | 1 | 15 | 65 |
| | Серпантина | 40 | 50 | 30 | | 24 | | 75 | Съезд | 26 | 10 | 1 | 12 | 75 |
| 25 | Серпантина | 60 | 70 | 40 | | 25 | | 65 | Внешняя траншея | 22 | 4 | 1 | 17 | 60 |
| | Внутри карьера | | | | 10 | 30 | 300 | 75 | Крутая траншея | 22 | 32 | 4 | 8 | 55 |
| 26 | Серпантина | 30 | 60 | 35 | | 25 | | 75 | Внешняя групповая траншея | 20 | 4 | 3 | 10 | 75 |
| | На косогоре | 8 | | | 12 | 25 | | 65 | Съезд | 22 | 6 | 1 | 15 | 80 |
| 27 | На косогоре | 10 | | | 12 | 30 | | 75 | Съезд | 28 | 10 | 1 | 17 | 80 |
| | Внутри карьера | | | | 7 | 30 | 600 | 65 | Внешняя траншея | 30 | 8 | 1 | 17 | 70 |
| 28 | Внутри карьера | | | | 15 | 30 | 600 | 75 | Внешняя групповая траншея | 24 | 6 | 3 | 12 | 60 |
| | Серпантина | 30 | 50 | 30 | | 25 | | 80 | Крутая траншея | 24 | 27 | 5 | 12 | 60 |
| 29 | На косогоре | 12 | | | 15 | 25 | | 63 | Съезд | | 8 | 1 | 15 | 70 |
| | Серпантина | 50 | 60 | 35 | | 30 | | 75 | Крутая траншея | 22 | 32 | | 15 | 55 |
| 30 | На косогоре | 15 | | | 25 | 25 | | 58 | Внешняя траншея | 26 | 8 | 1 | 17 | 60 |
| | Внутри карьера | | | | 20 | 25 | 500 | 70 | Съезд | 26 | 8 | 1 | 17 | 70 |
| 31 | Серпантина | 55 | 50 | 30 | | 25 | | 80 | Съезд | 28 | 8 | 1 | 15 | 70 |
| | На косогоре | 15 | | | 22 | 25 | | 60 | Крутая траншея | 22 | 32 | 6 | 12 | 65 |
| 32 | Внутри карьера | | | | 10 | 30 | 280 | 70 | Внешн. траншея | 24 | 4 | 1 | 17 | 65 |
| | Серпантина | 55 | 40 | 25 | | 23 | | 70 | Съезд | 26 | 6 | 1 | 12 | 70 |

***ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ К ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ № 2***
**«Определение объема капитальных траншей»**

| Вариант | $h_т$, м | $b_т$, м | $i$, ед. | $\alpha_т$, град | Исследуемая зависимость |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5 | 10 | 0,025 | 35 | $V_т = f(b_т)$ |
| 2 | 6 | 12 | 0,030 | 40 | $V_т = f(\alpha_т)$ |
| 3 | 8 | 16 | 0,040 | 41 | $V_т = f(b_т)$ |
| 4 | 16 | 50 | 0,060 | 65 | $V_т = f(i)$ |
| 5 | 15 | 22 | 0,055 | 25 | $V_т = f(\alpha_т)$ |
| 6 | 35 | 29 | 0,060 | 50 | $V_т = f(b_т)$ |
| 7 | 45 | 26 | 0,080 | 65 | $V_т = f(\alpha_т)$ |
| 8 | 55 | 10 | 0,100 | 35 | $V_т = f(h_т)$ |
| 9 | 54 | 18 | 0,110 | 37 | $V_т = f(i)$ |
| 10 | 18 | 11 | 0,035 | 34 | $V_т = f(\alpha_т)$ |
| 11 | 41 | 22 | 0,085 | 62 | $V_т = f(h_т)$ |
| 12 | 26 | 17 | 0,036 | 40 | $V_т = f(i)$ |
| 13 | 37 | 44 | 0,085 | 43 | $V_т = f(h_т)$ |
| 14 | 19 | 23 | 0,040 | 38 | $V_т = f(i)$ |
| 15 | 82 | 30 | 0,120 | 49 | $V_т = f(b_т)$ |
| 16 | 66 | 38 | 0,066 | 62 | $V_т = f(\alpha_т)$ |
| 17 | 45 | 34 | 0,040 | 51 | $V_т = f(h_т)$ |
| 18 | 75 | 40 | 0,080 | 45 | $V_т = f(h_т)$ |
| 19 | 67 | 20 | 0,080 | 37 | $V_т = f(i)$ |
| 20 | 25 | 25 | 0,035 | 30 | $V_т = f(b_т)$ |

Приложение 3

***ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ К ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ № 3***

**«Определение объема, размеров, производительности и срока службы карьера, запасов полезного ископаемого коэффициента вскрыши»**

| Вариант | $L$, м | $M$, м | $H_к$, м | $h_н$, м | $\rho_{п.и}$, т/м$^3$ | $\gamma_{ср}$, град | $\eta_и$ | $П_{п.и}$, млн т/год |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1200 | 300 | 350 | 45 | 2,8 | 40 | 0,92 | 10,7 |
| 2 | 1500 | 400 | 460 | 40 | 2,9 | 39 | 0,93 | 20,9 |
| 3 | 1700 | 500 | 170 | 20 | 3,0 | 38 | 0,94 | 12,8 |
| 4 | 1600 | 450 | 280 | 30 | 3,1 | 36 | 0,92 | 16,1 |
| 5 | 1400 | 350 | 390 | 40 | 3,2 | 35 | 0,93 | 14,0 |
| 6 | 1300 | 250 | 200 | 20 | 3,3 | 34 | 0,94 | 6,1 |
| 7 | 1900 | 550 | 210 | 30 | 3,2 | 33 | 0,93 | 17,9 |
| 8 | 1800 | 180 | 220 | 40 | 3,1 | 32 | 0,94 | 5,8 |
| 9 | 1900 | 280 | 330 | 30 | 3,0 | 31 | 0,95 | 15,4 |
| 10 | 2000 | 380 | 240 | 10 | 2,9 | 40 | 0,96 | 15,1 |
| 11 | 2200 | 200 | 450 | 25 | 3,1 | 41 | 0,97 | 20,0 |
| 12 | 1300 | 100 | 210 | 40 | 3,4 | 42 | 0,92 | 2,5 |
| 13 | 1500 | 250 | 180 | 15 | 2,1 | 43 | 0,93 | 4,5 |
| 14 | 1900 | 150 | 250 | 30 | 2,8 | 44 | 0,94 | 5,7 |
| 15 | 1200 | 230 | 320 | 45 | 2,7 | 45 | 0,92 | 7,9 |
| 16 | 1800 | 210 | 280 | 20 | 2,5 | 44 | 0,94 | 9,1 |
| 17 | 2200 | 190 | 345 | 25 | 3,0 | 43 | 0,95 | 13,2 |
| 18 | 1900 | 245 | 360 | 35 | 1,9 | 40 | 0,92 | 8,7 |
| 19 | 2100 | 320 | 500 | 10 | 2,7 | 39 | 0,93 | 9,9 |
| 20 | 1600 | 195 | 370 | 12 | 2,5 | 38 | 0,95 | 9,7 |

***ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ К ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ № 4***
**«Расчет заряда одиночной скважины»**

Расчет проводится для станков шарошечного бурения (СБШ), пород II – IV классов по буримости и взрываемости, III – IV категорий по трещиноватости, сухих вертикальных скважин, сплошных колонковых зарядов.

| Вариант | $d_д$, мм | $f$ | $H_у$, м | $\alpha_р$, град | Тип ВВ | $\Delta$, кг/дм$^3$ | $q'$, кг/м$^3$ | $K_{ВВ}$ | $\alpha_у$, град |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 214 | 9,7 | 10 | 65 | Граммонит 79/21 | 0,9 | 0,85 | 1,00 | 55 |
| 2 | 190 | 8,0 | 10 | 70 | Граммонит 79/21 | 0,9 | 0,80 | 1,00 | 55 |
| 3 | 243 | 14,0 | 12 | 65 | Граммонит 79/21 | 0,9 | 0,95 | 1,00 | 55 |
| 4 | 320 | 15,9 | 12 | 70 | Граммонит 79/21 | 0,9 | 1,10 | 1,00 | 55 |
| 5 | 243 | 12,0 | 15 | 70 | Ифзанит Т-80 | 1,0 | 0,90 | 1,08 | 55 |
| 6 | 214 | 8,7 | 15 | 75 | Ифзанит Т-80 | 1,0 | 0,80 | 1,08 | 55 |
| 7 | 320 | 14,5 | 18 | 75 | Ифзанит Т-80 | 1,0 | 1,20 | 1,08 | 55 |
| 8 | 214 | 9,0 | 18 | 80 | Ифзанит Т-80 | 1,0 | 0,85 | 1,08 | 55 |
| 9 | 190 | 8,5 | 10 | 75 | Игданит | 1,0 | 0,80 | 1,13 | 55 |
| 10 | 269 | 11,4 | 15 | 80 | Игданит | 1,0 | 0,90 | 1,13 | 55 |
| 11 | 320 | 16,4 | 20 | 65 | Граммонит 50/50 | 1,0 | 1,20 | 1,01 | 55 |
| 12 | 320 | 15,2 | 10 | 70 | Граммонит 50/50 | 1,0 | 1,20 | 1,01 | 55 |
| 13 | 269 | 11,2 | 15 | 65 | Граммонит 50/50 | 1,0 | 1,15 | 1,01 | 55 |
| 14 | 190 | 8,0 | 20 | 70 | Граммонит 50/50 | 1,0 | 0,75 | 1,01 | 55 |
| 15 | 269 | 10,0 | 12 | 70 | Ифзанит | 1,0 | 0,80 | 1,08 | 55 |
| 16 | 190 | 16,0 | 10 | 80 | Ифзанит | 1,0 | 1,20 | 1,08 | 55 |
| 17 | 320 | 16,4 | 12 | 65 | Ифзанит | 1,0 | 1,20 | 1,08 | 55 |
| 18 | 214 | 14,5 | 20 | 70 | Граммонит 79/21 | 0,9 | 1,15 | 1,00 | 55 |
| 19 | 269 | 15,0 | 15 | 70 | Граммонит 79/21 | 0,9 | 1,20 | 1,00 | 55 |
| 20 | 214 | 8,0 | 20 | 75 | Граммонит 79/21 | 0,9 | 0,80 | 1,00 | 55 |

Приложение 5

**Значение коэффициента $k_{разб}$ в зависимости от крепости пород**

| Крепость пород, $f$ | 2 | 4 | 6 | 8 - 10 | 12 - 14 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $k_{разб}$ | 1,00 | 1,05 | 1,04 | 1,037 - 1,031 | 1,03 - 1,021 | 1,02 |

Приложение 6

**Значение коэффициента $k_з$**

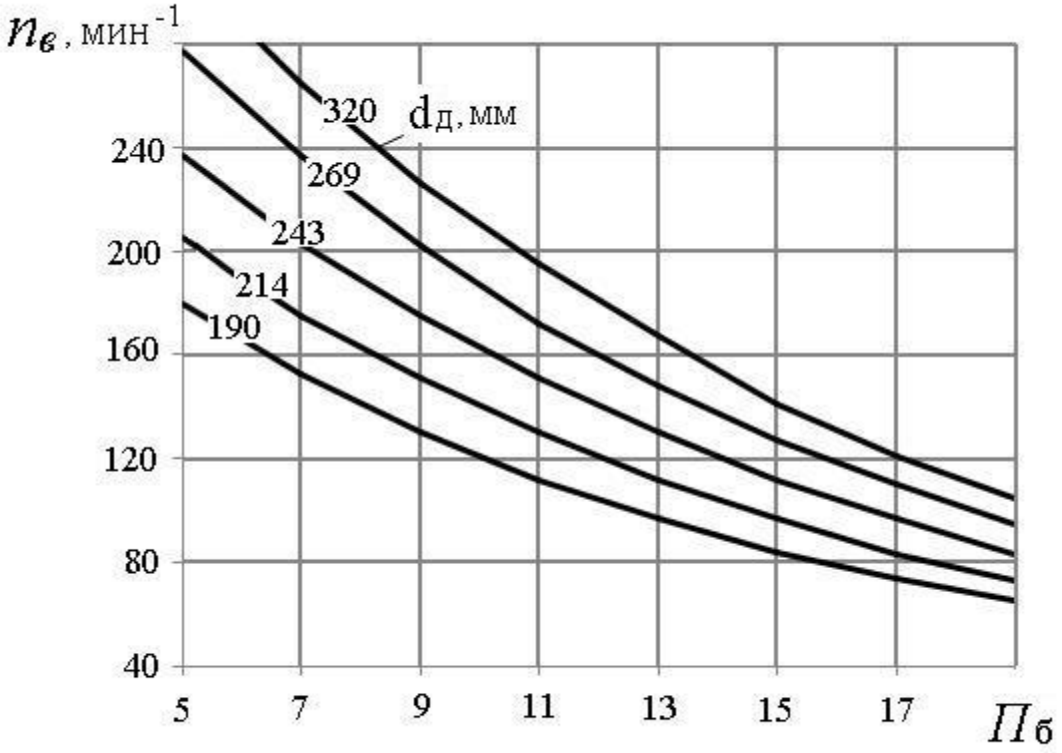
| Время замедления, $\tau$, мс | 0 | 10 | 25 | 50 | 75 и более |
|---|---|---|---|---|---|
| $k_з$ | 1 | 0,95 | 0,90 | 0,85 | 0,80 |

***ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ К ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ № 5***
**«Расчет производительности бурового станка»**

| Вариант | $d_д$, мм | $\sigma_{сж}$, МПа | $\sigma_{сд}$, МПа | $\rho$, т/м$^3$ | $T_{см}$, ч/смен | $T_в$, ч/м | $(T_{п.з} + T_р)$, ч/смен |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 214 | 97 | 13 | 3,4 | 8 | 0,03 | 0,5 |
| 2 | 190 | 80 | 9 | 3,0 | 12 | 0,03 | 0,7 |
| 3 | 243 | 140 | 14 | 3,8 | 8 | 0,04 | 0,6 |
| 4 | 320 | 159 | 16 | 2,7 | 12 | 0,04 | 0,7 |
| 5 | 243 | 120 | 10 | 2,5 | 8 | 0,05 | 0,5 |
| 6 | 214 | 87 | 10 | 3,9 | 12 | 0,05 | 0,7 |
| 7 | 320 | 145 | 17 | 3,7 | 8 | 0,03 | 0,6 |
| 8 | 214 | 90 | 10 | 2,7 | 12 | 0,03 | 0,7 |
| 9 | 190 | 95 | 17,5 | 2,8 | 8 | 0,04 | 0,5 |
| 10 | 269 | 113,5 | 8,5 | 2,9 | 12 | 0,04 | 0,7 |
| 11 | 320 | 164 | 8,5 | 3,1 | 8 | 0,05 | 0,6 |
| 12 | 320 | 152 | 9 | 4,0 | 12 | 0,05 | 0,7 |
| 13 | 269 | 112 | 14 | 3,4 | 8 | 0,03 | 0,5 |
| 14 | 190 | 80 | 8 | 2,3 | 12 | 0,03 | 0,7 |
| 15 | 269 | 100 | 15 | 2,4 | 8 | 0,04 | 0,6 |
| 16 | 190 | 160 | 10 | 3,2 | 8 | 0,03 | 0,7 |
| 17 | 320 | 164 | 9 | 2,7 | 12 | 0,04 | 0,6 |
| 18 | 214 | 145 | 16 | 2,3 | 8 | 0,03 | 0,5 |
| 19 | 269 | 150 | 15 | 3,1 | 12 | 0,04 | 0,7 |
| 20 | 214 | 80 | 12 | 2,5 | 8 | 0,05 | 0,6 |

Приложение 8

**Зависимость оптимальной скорости вращения $n_в$ бурового става станков СБШ от $П_б$ и $d_д$**




Приложение 9

**Значение коэффициента $k$ в зависимости от показателя буримости горных пород**

| $П_б$ | ≥ 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $k$ | 0,700 | 0,725 | 0,750 | 0,775 | 0,800 | 0,825 |

Приложение 10

***Исходные данные для расчетов к практической работе № 6***
**«Расчет производительности карьерных экскаваторов»**

| Вариант | Модель экскаватора | Категория пород по трудности экскавации | β, град | $T_{см}$, ч/смен | $n_г$, дней/год | Вид транспорта | $k_и$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ЭКГ-3,2 | III | 90 | 8 | 260 | Авто | 0,75 |
| 2 | ЭКГ-5А | IV | 130 | 12 | 260 | Ж.-д. | 0,60 |
| 3 | ЭКГ-8И | V | 120 | 8 | 250 | Авто | 0,72 |
| 4 | ЭКГ-6,3УС | III | 100 | 12 | 250 | Ж.-д. | 0,63 |
| 5 | ЭКГ-5А | IV | 120 | 8 | 250 | Авто | 0,74 |
| 6 | ЭКГ-8И | V | 130 | 12 | 250 | Ж.-д. | 0,68 |
| 7 | ЭКГ-6,3УС | III | 120 | 8 | 250 | Авто | 0,75 |
| 8 | ЭКГ-12,5 | IV | 110 | 12 | 230 | Ж.-д. | 0,65 |
| 9 | ЭКГ-3,2 | V | 90 | 8 | 260 | Авто | 0,73 |
| 10 | ЭКГ-5А | III | 120 | 12 | 240 | Ж.-д. | 0,68 |
| 11 | ЭКГ-6,3УС | IV | 130 | 8 | 240 | Авто | 0,75 |
| 12 | ЭКГ-8И | V | 140 | 12 | 240 | Ж.-д. | 0,63 |
| 13 | ЭКГ-12,5 | III | 150 | 8 | 250 | Авто | 0,73 |
| 14 | ЭКГ-20 | IV | 90 | 12 | 230 | Ж.-д. | 0,64 |
| 15 | ЭКГ-5А | V | 120 | 8 | 240 | Авто | 0,74 |
| 16 | ЭКГ-3,2 | III | 110 | 12 | 260 | Ж.-д. | 0,65 |
| 17 | ЭКГ-5А | IV | 115 | 8 | 240 | Авто | 0,75 |
| 18 | ЭКГ-6,3УС | V | 140 | 12 | 250 | Ж.-д. | 0,68 |
| 19 | ЭКГ-8И | III | 95 | 8 | 240 | Авто | 0,74 |
| 20 | ЭКГ-12,5 | IV | 115 | 12 | 250 | Ж.-д. | 0,63 |

Приложение 11

**Коэффициенты разрыхления пород в ковше экскаватора и наполнении ковша (по ЕНВ)**

| Категория пород по трудности экскавации | Плотность пород в целике ρ, т/м$^3$ | $k_р$ | $k_н$ |
|---|---|---|---|
| I | 1,6 | 1,15 | 1,05 |
| II | 1,8 | 1,25 | 1,05 |
| III | 2,0 | 1,35 | 0,95 |
| IV | 2,5 | 1,50 | 0,90 |
| V | 3,5 | 1,60 | 0,90 |

***ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТОВ К ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ № 7***
**«Определение производительности карьерных автосамосвалов»**

| Вариант | Категория пород (по ЕНВ) | Параметры трассы | | Исследуемая зависимость |
|---|---|---|---|---|
| | | $L$, км | $H_п$, м | |
| 1 | I | 1,2 | 20 | $Q_а = f(L)$ |
| 2 | II | 4,0 | 80 | $Q_а = f(H_п)$ |
| 3 | III | 1,4 | 40 | $Q_а = f(L)$ |
| 4 | IV | 3,8 | 20 | $Q_а = f(H_п)$ |
| 5 | V | 1,6 | 60 | $Q_а = f(L)$ |
| 6 | I | 3,6 | 200 | $Q_а = f(H_п)$ |
| 7 | II | 1,8 | 100 | $Q_а = f(L)$ |
| 8 | III | 3,4 | 120 | $Q_а = f(H_п)$ |
| 9 | IV | 2,0 | 60 | $Q_а = f(L)$ |
| 10 | V | 3,2 | 140 | $Q_а = f(H_п)$ |
| 11 | I | 2,2 | 80 | $Q_а = f(L)$ |
| 12 | II | 3,0 | 140 | $Q_а = f(H_п)$ |
| 13 | III | 2,4 | 140 | $Q_а = f(L)$ |
| 14 | IV | 2,8 | 60 | $Q_а = f(H_п)$ |
| 15 | V | 2,6 | 160 | $Q_а = f(L)$ |
| 16 | I | 4,0 | 200 | $Q_а = f(H_п)$ |
| 17 | II | 1,0 | 20 | $Q_а = f(L)$ |
| 18 | III | 1,4 | 60 | $Q_а = f(H_п)$ |
| 19 | IV | 1,8 | 80 | $Q_а = f(L)$ |
| 20 | V | 3,6 | 220 | $Q_а = f(H_п)$ |

Приложение 13

**Техническая характеристика карьерных автосамосвалов БелАЗ**

| Показатель | Модель автосамосвала | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | БелАЗ - 7540 | БелАЗ - 7548 | БелАЗ - 7549 | БелАЗ - 7514 | БелАЗ - 7521 |
| Грузоподъемность, $q_а$, т…….. | 30,0 | 42,0 | 80,0 | 120,0 | 180,0 |
| Собственная масса, $G_а$, т……. | 21,9 | 29,5 | 67,0 | 95,0 | 163,0 |
| Геометрическая вместимость кузова, $V_а$, м$^3$……. | 15,0 | 21,0 | 35,0 | 47,0 | 84,0 |
| Вместимость кузова «с шапкой», $V'_а$, м$^3$ …… | 18,0 | 26,0 | 46,0 | 61,0 | 110,0 |
| К. п. д. трансмиссии, $\eta_т$ …….. | 0,70 | 0,70 | 0,78 | 0,77 | 0,77 |
| Мощность двигателя, $N_д$, кВт……. | 310 | 368,0 | 809 | 1029,0 | 1691 |
| Продолжительность, мин: | | | | | |
| маневровых операций при установке на погрузку, $t_{м.п}$ ..... | 0,50 | 0,59 | 0,64 | 0,70 | 0,87 |
| маневровых операций при установке на разгрузку, $t_{м.р}$ ……. | 0,54 | 0,64 | 0,69 | 0,76 | 0,94 |
| разгрузки, $t_р$ ……. | 0,67 | 0,78 | 1,00 | 1,17 | 1,51 |
| Ширина проезжей части автодороги при двухполосном движении, $T$, м | 10,5 | 11,5 | 14,5 | 16,0 | 19,0 |

Приложение 14

**Значение коэффициента технической готовности автосамосвалов ($k_{т.г}$)**

| Грузоподъемность автосамосвала, т | Значение $k_{т.г}$ при суточном пробеге, $L_с$, км | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 | 350 |
| 30 – 42 | 0,94 | 0,88 | 0,84 | 0,80 | 0,76 | 0,73 | 0,70 |
| 80 | 0,93 | 0,86 | 0,81 | 0,76 | 0,72 | 0,69 | 0,64 |
| 110 – 180 | 0,92 | 0,86 | 0,81 | 0,76 | 0,72 | 0,68 | 0,64 |

**Среднетехнические скорости движения карьерных автосамосвалов ($v_{ср.т}$), км/ч**

| Расстояние, $L$, км | Высота подъема горной массы, $H_п$, м | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 | 140 | 160 | 180 | 200 | 220 | 240 |
| 1,0 | 22,7 | 21,1 | 18,4 | 16,0 | | | | | | | | | |
| 1,2 | 23,9 | 21,8 | 19,5 | 17,5 | 15,8 | | | | | | | | |
| 1,4 | 24,1 | 22,0 | 20,0 | 18,3 | 16,7 | | | | | | | | |
| 1,6 | 24,7 | 22,5 | 20,6 | 19,0 | 17,6 | 16,3 | | | | | | | |
| 1,8 | 25,3 | 23,3 | 21,5 | 19,9 | 18,6 | 17,4 | 16,2 | | | | | | |
| 2,0 | 26,0 | 24,0 | 22,3 | 20,8 | 19,5 | 18,3 | 17,2 | | | | | | |
| 2,2 | 26,7 | 24,8 | 23,1 | 21,7 | 20,4 | 19,2 | 18,1 | 17,2 | | | | | |
| 2,4 | 27,3 | 25,5 | 23,9 | 22,5 | 21,2 | 20,0 | 19,0 | 18,0 | 17,2 | | | | |
| 2,6 | 27,9 | 26,2 | 24,6 | 23,2 | 22,0 | 20,8 | 19,8 | 18,9 | 17,9 | 17,2 | | | |
| 2,8 | 28,6 | 26,9 | 25,4 | 24,0 | 22,7 | 21,6 | 20,6 | 19,6 | 18,8 | 18,0 | | | |
| 3,0 | 29,2 | 27,5 | 26,1 | 24,7 | 23,5 | 22,4 | 21,3 | 20,4 | 19,5 | 18,7 | 18,0 | | |
| 3,2 | 29,7 | 28,2 | 26,7 | 25,3 | 24,2 | 23,2 | 22,0 | 21,1 | 20,2 | 19,4 | 18,6 | | |
| 3,4 | 30,4 | 28,8 | 27,4 | 26,1 | 24,9 | 23,7 | 22,7 | 21,8 | 20,9 | 20,1 | 19,2 | 18,2 | |
| 3,6 | 31,0 | 29,4 | 28,0 | 26,7 | 25,5 | 24,4 | 23,4 | 22,5 | 21,6 | 20,8 | 19,6 | 18,7 | 17,7 |
| 3,8 | 31,6 | 30,0 | 28,6 | 27,4 | 26,1 | 25,1 | 24,1 | 23,1 | 22,3 | 21,4 | 20,2 | 19,4 | 18,4 |
| 4,0 | 32,0 | 30,6 | 29,2 | 28,0 | 26,8 | 25,7 | 24,7 | 23,8 | 22,9 | 22,1 | 20,9 | 20,0 | 19,2 |

***ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ К ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ № 8***
**«Конструкция рабочего и нерабочего бортов карьера»**

| Вариант | $H_у$, м | $n_{ру}$ | $\alpha$, град | $\alpha_у$, град | $b_с$, м | $i$, ед | Исследуемая зависимость φ от следующих параметров |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 10 | 3 | 65 | 55 | 16 | 0,08 | $\varphi = f(H_у)$ |
| 2 | 10 | 4 | 70 | 55 | 12 | 0,04 | $\varphi = f(Ш_{р.п})$ |
| 3 | 12 | 5 | 65 | 52 | 15 | 0,06 | $\varphi = f(H_у)$ |
| 4 | 12 | 3 | 70 | 64 | 20 | 0,03 | $\varphi = f(Ш_{р.п})$ |
| 5 | 15 | 4 | 70 | 60 | 15 | 0,04 | $\varphi = f(H_у)$ |
| 6 | 15 | 5 | 75 | 67 | 18 | 0,06 | $\varphi = f(Ш_{р.п})$ |
| 7 | 18 | 3 | 75 | 70 | 12 | 0,03 | $\varphi = f(H_у)$ |
| 8 | 18 | 4 | 80 | 70 | 10 | 0,04 | $\varphi = f(Ш_{р.п})$ |
| 9 | 10 | 5 | 75 | 68 | 15 | 0,06 | $\varphi = f(H_у)$ |
| 10 | 15 | 3 | 80 | 69 | 16 | 0,03 | $\varphi = f(Ш_{р.п})$ |
| 11 | 20 | 4 | 65 | 57 | 12 | 0,04 | $\varphi = f(H_у)$ |
| 12 | 10 | 5 | 70 | 60 | 13 | 0,06 | $\varphi = f(Ш_{р.п})$ |
| 13 | 15 | 3 | 65 | 57 | 10 | 0,03 | $\varphi = f(H_у)$ |
| 14 | 20 | 4 | 70 | 65 | 15 | 0,04 | $\varphi = f(Ш_{р.п})$ |
| 15 | 12 | 5 | 70 | 59 | 16 | 0,06 | $\varphi = f(H_у)$ |
| 16 | 10 | 3 | 80 | 68 | 17 | 0,03 | $\varphi = f(Ш_{р.п})$ |
| 17 | 12 | 4 | 65 | 58 | 18 | 0,04 | $\varphi = f(H_у)$ |
| 18 | 20 | 5 | 70 | 60 | 15 | 0,06 | $\varphi = f(Ш_{р.п})$ |
| 19 | 15 | 3 | 70 | 60 | 12 | 0,08 | $\varphi = f(H_у)$ |
| 20 | 20 | 4 | 75 | 60 | 13 | 0,04 | $\varphi = f(Ш_{р.п})$ |

***ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ К ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ № 9***
**«Расчет бульдозерного отвалообразования при автомобильном транспорте»**

| Вариант | $W$, млн м$^3$ | $П_{в}^{г}$, млн м$^3$/год | Характеристика складируемых пород | |
|---|---|---|---|---|
| | | | тип | ρ, т/м$^3$ |
| 1 | 160 | 8,0 | Рыхлые | 1,6 |
| 2 | 180 | 9,0 | Полускальные | 1,8 |
| 3 | 200 | 10,0 | Полускальные | 2,0 |
| 4 | 220 | 11,0 | Скальные | 2,5 |
| 5 | 120 | 5,0 | Скальные | 3,5 |
| 6 | 140 | 6,0 | Рыхлые | 1,6 |
| 7 | 185 | 7,5 | Полускальные | 1,8 |
| 8 | 260 | 12,5 | Полускальные | 2,0 |
| 9 | 170 | 8,5 | Скальные | 2,5 |
| 10 | 210 | 9,5 | Скальные | 3,5 |
| 11 | 250 | 13,0 | Рыхлые | 1,6 |
| 12 | 280 | 13,5 | Полускальные | 1,8 |
| 13 | 300 | 14,0 | Полускальные | 2,0 |
| 14 | 320 | 14,5 | Скальные | 2,5 |
| 15 | 195 | 9,0 | Скальные | 3,5 |
| 16 | 100 | 5,0 | Рыхлые | 1,6 |
| 17 | 150 | 7,5 | Полускальные | 1,8 |
| 18 | 200 | 9,4 | Полускальные | 2,0 |
| 19 | 210 | 8,3 | Скальные | 2,5 |
| 20 | 240 | 12,7 | Скальные | 3,5 |

Приложение 18

**Значение коэффициентов $k_{\text{р}}^{\text{о}}$, $k_{\text{зав}}$ и высоты яруса $h_{\text{я}}$**

| Породы | $h_{\text{я}}$, м | Значения коэффициентов | |
|---|---|---|---|
| | | $k_{\text{р}}^{\text{о}}$ | $k_{\text{зав}}$ |
| Скальные ……. | 30 - 60 | 1,12 - 1,20 | 0,7 |
| Полускальные, смешанные …….. | 20 - 40 | 1,06 - 1,12 | 0,8 |
| Рыхлые, глинистые …… | 15 - 20 | 1,05 - 1,07 | 0,9 |

Приложение 19

**Производительность бульдозеров (по данным института Гипроруда)**

| Тип бульдозера | Сменная (за 8 ч) производительность при дальности перемещения грунта до 10 м в породах, м$^3$ | | |
|---|---|---|---|
| | рыхлые | полускальные | скальные |
| Д-685 на базе Т-100М | 1100 | 950 | 750 |
| ДЗ-27 на базе Т-130 | 1500 | 1300 | 1000 |
| Д-575 на базе Т-180 | 1900 | 1650 | 1300 |
| ДЗ-118 на базе ДЭТ-250М | 2200 | 1850 | 1500 |
| ДЗ-159УХЛ на базе Т-50.01 | 4740 | 4000 | 3230 |
| D10N (фирма «Катерпиллер») | 3730 | 3130 | 2536 |
| D11N (фирма «Катерпиллер») | 5510 | 4630 | 3750 |

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ

*по дисциплине*

## ДУХОВНО-НРАВСТВЕННАЯ КУЛЬТУРА И ПАТРИОТИЧЕСКОЕ ВОСПИТАНИЕ

Специальность:

***21.05.03 Технология геологической разведки***

Екатеринбург
2020

# Оглавление

Методические указания по освоению дисциплины ....3
Освоение лекционного курса ....3
Самостоятельное изучение тем курса....3
Подготовка к практическим (семинарским) занятиям....6
Подготовка к тестированию ....7
Подготовка к групповой дискуссии....9
Методические указания по подготовке к промежуточной аттестации....11

# Методические указания по освоению дисциплины

## Освоение лекционного курса

Лекции по дисциплине дают основной теоретический материал, являющийся базой для восприятия практического материала. После прослушивания лекции необходимо обратиться к рекомендуемой литературе, прочитать соответствующие темы, уяснить основные термины, проблемные вопросы и подходы к их решению, а также рассмотреть дополнительный материал по теме.

Главное в период подготовки к лекционным занятиям – научиться методам самостоятельного умственного труда, сознательно развивать свои творческие способности и овладевать навыками творческой работы. Для этого необходимо строго соблюдать дисциплину учебы и поведения. Четкое планирование своего рабочего времени и отдыха является необходимым условием для успешной самостоятельной работы. В основу его нужно положить рабочие программы изучаемых в семестре дисциплин.

Каждому студенту следует составлять еженедельный и семестровый планы работы, а также план на каждый рабочий день. С вечера всегда надо распределять работу на завтрашний день. В конце каждого дня целесообразно подводить итог работы: тщательно проверить, все ли выполнено по намеченному плану, не было ли каких-либо отступлений, а если были, по какой причине это произошло. Нужно осуществлять самоконтроль, который является необходимым условием успешной учебы. Если что-то осталось невыполненным, необходимо изыскать время для завершения этой части работы, не уменьшая объема недельного плана.

Одним из важных элементов освоения лекционного курса является самостоятельная работа на лекции. Слушание и запись лекций – сложный вид вузовской аудиторной работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента. Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим студентом. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Желательно запись осуществлять на одной странице, а следующую оставлять для проработки учебного материала самостоятельно в домашних условиях. Конспект лекции лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать пункты плана лекции, предложенные преподавателям. Принципиальные места, определения, формулы и другое следует сопровождать замечаниями «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек. Лучше если они будут собственными, чтобы не приходилось просить их у однокурсников и тем самым не отвлекать их во время лекции. Целесообразно разработать собственную «маркографию» (значки, символы), сокращения слов. Не лишним будет и изучение основ стенографии. Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями.

## Самостоятельное изучение тем курса

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебниками и книгами (а также самостоятельное теоретическое исследование проблем, обозначенных

преподавателем на лекциях) – это важнейшее условие формирования научного способа познания. Основные приемы можно свести к следующим:

• составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;

• перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и выпускных квалификационных работ, а что выходит за рамками официальной учебной деятельности, и расширяет общую культуру);

• обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и дипломных работ это позволит экономить время);

• определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;

• при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и научными руководителями, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;

• все прочитанные книги, учебники и статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);

• если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;

• следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать); Таким образом, чтение научного текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того на сколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьёзный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студенты с этой целью заводят специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении научного текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);

- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);

- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);

- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к научному тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;

- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;

- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц, цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;

- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым или в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках учебной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с научным текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

- Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

- Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

- Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

- Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

- Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять

план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис - это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта - основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны 15 распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование - наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

## Подготовка к практическим (семинарским) занятиям

Важной формой самостоятельной работы студента является систематическая и планомерная подготовка к практическому (семинарскому) занятию. После лекции студент должен познакомиться с планом практических занятий и списком обязательной и дополнительной литературы, которую необходимо прочитать, изучить и законспектировать. Разъяснение по вопросам новой темы студенты получают у преподавателя в конце предыдущего практического занятия.

Подготовка к практическому занятию требует, прежде всего, чтения рекомендуемых источников и монографических работ, их реферирования, подготовки докладов и сообщений. Важным этапом в самостоятельной работе студента является повторение материала по конспекту лекции. Одна из главных составляющих внеаудиторной подготовки – работа с книгой. Она предполагает: внимательное прочтение, критическое осмысление содержания, обоснование собственной позиции по дискуссионным моментам, постановки интересующих вопросов, которые могут стать предметом обсуждения на семинаре.

В начале практического занятия должен присутствовать организационный момент и вступительная часть. Преподаватель произносит краткую вступительную речь, где формулируются основные вопросы и проблемы, способы их решения в процессе работы.

Практические занятия не повторяют, а существенно дополняют лекционные занятия, помогая студентам в подготовке к промежуточной аттестации. Практические занятия являются одной из важнейших форм обучения студентов: они позволяют студентам закрепить, углубить и конкретизировать знания по курсу, подготовиться к практической деятельности. В процессе работы на практических занятиях студент должен совершенствовать умения и навыки самостоятельного анализа источников и научной литературы, что необходимо для научно-исследовательской работы.

Одним из важных элементов практических занятий является изучение и анализ источников теологического, религиозного или правового характера, осуществляемый под руководством преподавателя, что необходимо для получения практических навыков в области научно-исследовательской, экспертно-консультативной и представительско-посреднической деятельности по окончании обучения.

# Подготовка к тестированию

Тестирование - система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

Тестовая система предусматривает вопросы / задания, на которые слушатель должен дать один или несколько вариантов правильного ответа из предложенного списка ответов. При поиске ответа необходимо проявлять внимательность. Прежде всего, следует иметь в виду, что в предлагаемом задании всегда будет один правильный и один неправильный ответ. Это оговаривается перед каждым тестовым вопросом. Всех правильных или всех неправильных ответов (если это специально не оговорено в формулировке вопроса) быть не может. Нередко в вопросе уже содержится смысловая подсказка, что правильным является только один ответ, поэтому при его нахождении продолжать дальнейшие поиски уже не требуется.

На отдельные тестовые задания не существует однозначных ответов, поскольку хорошее знание и понимание содержащегося в них материала позволяет найти такие ответы самостоятельно. Именно на это слушателям и следует ориентироваться, поскольку полностью запомнить всю получаемую информацию и в точности ее воспроизвести при ответе невозможно. Кроме того, вопросы в тестах могут быть обобщенными, не затрагивать каких-то деталей.

Тестовые задания сгруппированы по темам учебной дисциплины. Количество тестовых вопросов/заданий по каждой теме дисциплины определено так, чтобы быть достаточным для оценки знаний обучающегося по всему пройденному материалу.

При подготовке к тестированию студенту следует внимательно перечитать конспект лекций, основную и дополнительную литературу по той теме (разделу), по которому предстоит писать тест.

Для текущей аттестации по дисциплине «Духовно-нравственная культура и патриотическое воспитание» применяются тесты, которые выполняются по разделам № 1-4.

Предлагаются задания по изученным темам в виде открытых и закрытых вопросов (35 вопросов в каждом варианте).

## *Образец тестового задания*

1. Древнейший человек на Земле появился около 3 млн. лет назад. Когда появились первые люди на Урале?
а) 1млн. лет назад,
б) 300 тыс. лет назад,
в) около. 150 тыс. лет назад.

2.В каком регионе Урала находится укрепленное поселение бронзового века “Аркаим”:
а) в Курганской
б) в Челябинской,
в) в Свердловской.

3.Уральский город, где расположена известная наклонная башня Демидовых:
а) Кунгур
б) Невьянск
в) Екатеринбург
г) Соликамск

4. В каком году была основана Екатеринбургская горнозаводская школа?
а) 1723
б) 1783
в) 1847

5. Почему на гербе Уральского государственного горного университета изображена императорская корона?
а) потому что он был основан императором Николаем II
б) по личной просьбе представительницы царского дома Романовых О.Н. Куликовской-Романовой, посетившей Горный университет
в) для красоты

6. Из приведенных волевых качеств определите те, которые необходимы для выполнения патриотического долга.
а) Решительность, выдержка, настойчивость в преодолении препятствий и трудностей.
б) Агрессивность, настороженность, терпимость к себе и сослуживцам.
в) Терпимость по отношению к старшим, лояльность по отношению к окружающим

7. Печорин в произведении М.Ю. Лермонтова “Герой нашего времени” был ветераном этой войны:
а) Русско – турецкой
б) Кавказской
в) Крымской
г) Германской

Ключи:
1. б
2. б

3. б
4. а
5. а
6. а
7. б

Тест выполняется на отдельном листе с напечатанными тестовыми заданиями, выдаваемом преподавателем, на котором нужно обвести правильный вариант ответа. Тест подписывается сверху следующим образом: фамилия, инициалы, № группы, дата.

Оценка за тестирование определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы.

В зависимости от типа вопроса ответ считается правильным, если:

- в тестовом задании закрытой формы с выбором ответа выбран правильный ответ;
- в тестовом задании открытой формы дан правильный ответ;
- в тестовом задании на установление правильной последовательности установлена правильная последовательность;
- в тестовом задании на установление соответствия, если сопоставление произведено верно для всех пар.

18-35 баллов (50-100%) – оценка «зачтено»

0-17 баллов (0-49%) - оценка «не зачтено»

## Подготовка к групповой дискуссии

Групповая дискуссия — это одна из организационных форм познавательной деятельности обучающихся, позволяющая закрепить полученные ранее знания, восполнить недостающую информацию, сформировать умения решать проблемы, укрепить позиции, научить культуре ведения дискуссии. Тематика обсуждения выдается на первых занятиях. Подготовка осуществляется во внеаудиторное время. Регламент – 3-5 мин. на выступление. В оценивании результатов наравне с преподавателем принимают участие студенты группы.

Обсуждение проблемы (нравственной, политической, научной, профессиональной и др.) происходит коллективно, допускается корректная критика высказываний (мнений) своих сокурсников с обязательным приведением аргументов критики.

Участие каждого обучающегося в диалоге, обсуждении должно быть неформальным, но предметным.

Темы для групповых дискуссий по разделам

*Тема для групповой дискуссии по разделу 1. История инженерного дела в России. Создание и развитие Уральского государственного горного университета.*

Студентам заранее дается перечень великих уральцев XVIII – начала XX вв. (Демидовы, И.С. Мясников и Твердышевы, Г.В. де Генин, В.А. Глинка, М.Е. Грум-Гржимайло и др.), внесших существенный вклад в развитие металлургической и горной промышленности. Студенты разбиваются на несколько групп, каждой из которых дается один исторический персонаж. Задача студентов по литературным и интернет-источникам подробно познакомиться с биографией и трудами своего героя. В назначенный для дискуссии день они должны не только рассказать о нем и его трудах, но и, главным образом, указать на то, каким образом их жизнь и деятельность повлияла на культуру и жизненный уклад их современников, простых уральцев.

*Тема для групповой дискуссии по разделу 2. «Основы российского патриотического самосознания»*

Студенты должны заранее освежить в памяти произведения школьной программы: К.М. Симонова «Жди меня», М.Ю. Лермонтова «Бородино», Л.Н. Толстого «Война и мир», А.А. Фадеева «Молодая гвардия».

Вопросы, выносимые на обсуждение:

Какие специфические грани образа патриота представлены в произведениях К.М. Симонова «Жди меня», М.Ю. Лермонтова «Бородино», Л.Н. Толстого «Война и мир», А.А. Фадеева «Молодая гвардия», выделите общее и особенное.

Какие еще произведения, в которых главные герои проявляют патриотические качества, вы можете назвать. Соотнесите их с героями вышеупомянутых писателей.

*Тема для групповой дискуссии по разделу 3. Религиозная культура в жизни человека и общества.*

Описание изначальной установки:

Группа делится на 2 части: «верующие» и «светские». Каждая группа должна высказать аргументированные суждения по следующей теме:

*«Может ли верующий человек прожить без храма/мечети/синагоги и другие культовые сооружения?»*

Вопросы для обсуждения:

1. Зачем человеку нужен храм/мечеть/синагога и др. культовые сооружения?
2. Почему совесть называют голосом Божиим в человеке?
3. Что означает выражение «вечные ценности»?
4. Что мешает человеку прийти в храм/мечеть/синагогу и др. культовое сооружение?

Каждый из групп должна представить развернутые ответы на поставленные вопросы со ссылкой на религиоведческие источники и нормативно-правовые акты, аргументированно изложить свою позицию.

*Тема для групповой дискуссии по разделу 4. «Основы духовной и социально-психологической безопасности»*

***Тема дискуссии:* «Воспитание трезвенных убеждений»**

Основой дискуссии как метода активного обучения и контроля полученных знаний является равноценное владение материалом дискуссии всеми студентами. Для этого при предварительной подготовке рекомендуется наиболее тщательно повторить темы раздела, касающиеся формирования системы ценностей, манипуляций сознанием, мпомобов ведения консциентальной войны, методике утверждения трезвости как базовой национальной ценности.

В начале дискуссии демонстрируется фильм Н. Михалкова «Окна Овертона» из серии Бесогон ТВ: https://www.youtube.com/watch?time_continue=8&v=BlIiy4QfQIk

Затем перед студентами ставится проблемная задача: сформулировать ответ на вопрос «Возможно ли применение данной технологии формирования мировоззрения в благих целях — для воспитания трезвенных убеждений?»

***Возможные варианты точек зрения:***

1. Это манипулятивная технология, применение ее для воспитания трезвенных убеждений неэтично.

2. Это универсальная социально-педагогическая технология, применение ее во зло или во благо зависит от намерений автора. Испоьзование ее в целях формирования трезвенных убеждений обосновано и может реализоваться в практической деятельности тех, кто овладел курсом «Основы утверждения трезвости»

Результатом дискуссии не могут быть однозначные выводы и формулировки. Действие ее всегда пролонгировано, что дает студентам возможность для дальнейшего обдумывания рассмотренных проблемных ситуаций, для поиска дополнительной информации по воспитанию трезвенных убеждений.

Незадолго до проведения групповой дискуссии преподаватель разделяет группу на несколько подгрупп, которая, согласно сценарию, будет представлять определенную точку зрения, информацию. При подготовке к групповой дискуссии студенту необходимо собрать материал по теме с помощью анализа научной литературы и источников.

Используя знание исторического, теологического и правового материала, исходя из изложенных изначальных концепций, каждая группа должна изложить свою точку зрения на обсуждаемый вопрос, подкрепив ее соответствующими аргументами.

Каждый из групп по очереди приводит аргументы в защиту своей позиции. Соответственно другая группа должна пытаться привести контраргументы, свидетельствующие о нецелесообразности, пагубности позиции предыдущей группы и стремится доказать, аргументированно изложить свою позицию.

*Критерии оценивания:* качество высказанных суждений, умение отстаивать свое мнение, культура речи, логичность.

*Критерии оценки одной дискуссии:*

Суждения зрелые, обоснованные, высказаны с использованием профессиональной терминологии, логично – 8-10 баллов.

Суждения не совсем зрелые или необоснованные, при ответе использована профессиональная терминология, суждение логично – 4 – 7 баллов.

Суждения незрелые, необоснованные, бытовая речь, нелогичный ответ – 2– 3 балла:

Суждения нет, бытовая речь, нелогичный ответ – 2– 3 балла.

Оценка «зачтено» выставляется обучающемуся, если он набрал 8-10 баллов

Оценка «зачтено» выставляется обучающемуся, если он набрал 4-7 баллов

Оценка «зачтено» выставляется обучающемуся, если он набрал 2-3 балла

Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он набрал 0-1 балл.

Максимальное количество баллов, которые можно набрать, работая на дискуссии – 40 баллов.

# Методические указания по подготовке к промежуточной аттестации

Каждый учебный семестр заканчивается промежуточной аттестацией в виде зачетно-экзаменационной сессии. Подготовка к зачетно-экзаменационной сессии, сдача зачетов и экзаменов является также самостоятельной работой студента. Основное в подготовке к сессии – повторение всего учебного материала дисциплины, по которому необходимо сдавать зачет или экзамен. Только тот студент успевает, кто хорошо усвоил учебный материал. Если студент плохо работал в семестре, пропускал лекции, слушал их невнимательно, не конспектировал, не изучал рекомендованную литературу, то в процессе

подготовки к сессии ему придется не повторять уже знакомое, а заново в короткий срок изучать весь учебный материал. Все это зачастую невозможно сделать из-за нехватки времени. Для такого студента подготовка к зачету или экзамену будет трудным, а иногда и непосильным делом, а конечный результат – возможное отчисление из учебного заведения.

Ознакомление обучающихся с процедурой и алгоритмом оценивания (в течение первой недели начала изучения дисциплины).

Сообщение результатов оценивания обучающимся.

Оформление необходимой документации.

Зачет - форма контроля промежуточной аттестации, в результате которого обучающийся получает оценку по шкале: «зачтено», «не зачтено».

Зачет проводится по расписанию.

Цель зачета – завершить курс изучения дисциплины, проверить сложившуюся у обучающегося систему знаний, понятий, отметить степень полученных знаний, определить сформированность компетенций.

Зачет подводит итог знаний, умений и навыков обучающихся по дисциплине, всей учебной работы по данному предмету.

К зачету по дисциплине «Духовно-нравственная культура и патриотическое воспитание» необходимо начинать готовиться с первой лекции, практического (семинарского) занятия, так как материал, набираемый памятью постепенно, неоднократно подвергавшийся обсуждению, образует качественные знания, формирует необходимые компетенции.

Зачет по дисциплине «Духовно-нравственная культура и патриотическое воспитание» проводится в письменной форме путем выполнения зачетного тестового задания.

При опоздании к началу зачета обучающийся на зачет не допускается. Использование средств связи, «шпаргалок», подсказок зачете является основанием для удаления обучающегося с зачета, а в зачетной ведомости проставляется оценка «не зачтено».

Для подготовки зачету (составления конспекта ответа) обучающийся должен иметь лист (несколько листов) формата А-4.

Лист (листы) формата А-4, на котором будет выполняться подготовка к ответу зачетного задания, должен быть подписан обучающимся в начале работы в правом верхнем углу. Здесь следует указать:

- Ф. И. О. обучающегося;
- группу, курс
- дату выполнения работы
- название дисциплины «Духовно-нравственная культура и патриотическое воспитание».

Страницы листов с ответами должны быть пронумерованы.

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины «Духовно-нравственная культура и патриотическое воспитание» проводится в форме теста. Выполнение теста предполагает выбор правильного варианта ответа на вопрос из числа предложенных.

На зачете преподаватель может задать обучающемуся дополнительные и уточняющие вопросы. Дополнительные вопросы задаются помимо вопросов теста и связаны, как правило, с плохим ответом. Уточняющие вопросы задаются в рамках теста и направлены на уточнение мысли студента.

*Система оценивания по оценочным средствам промежуточного контроля*

| Форма и описание контрольного мероприятия | Балловая стоимость | Критерии начисления баллов |
|---|---|---|

| | | |
|---|---|---|
| | контрольного мероприятия | |
| Тест - система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося | 0-35 баллов (35 заданий) | Правильность ответов |
| Итого | 35 баллов | |

Оценка за тестирование определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы.

В зависимости от типа вопроса ответ считается правильным, если:

- в тестовом задании закрытой формы с выбором ответа выбран правильный ответ;
- в тестовом задании открытой формы дан правильный ответ;
- в тестовом задании на установление правильной последовательности установлена правильная последовательность;
- в тестовом задании на установление соответствия, если сопоставление произведено верно для всех пар.

Итоговая оценка по дисциплине складывается из суммы баллов текущего контроля и баллов по промежуточной аттестации.

55 - 110 балла (50-100%) - оценка «зачтено»

0 - 54 балла (0-49%) - оценка «не зачтено».

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**Гладкова И. В., доцент, к. ф. н.**

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

## КОММУНИКАТИВНАЯ КУЛЬТУРА ЛИЧНОСТИ

Специальность
***21.05.03 Технология геологической разведки***

Екатеринбург

**СОДЕРЖАНИЕ**


| | | |
|---|---|---|
| | Введение | 4 |
| 1 | Методические рекомендации по работе с текстом лекций | 6 |
| 2 | Методические рекомендации по подготовке к опросу | 9 |
| 3 | Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации) | 10 |
| 4 | Методические рекомендации по написанию эссе | 12 |
| 5 | Методические рекомендации по подготовке к семинарским занятиям | 15 |
| 6 | Методические рекомендации по подготовке к дискуссии | 16 |
| 7 | Методические рекомендации по написанию реферата | 18 |
| 8 | Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов | 20 |
| | Заключение | 22 |
| | Список использованных источников | 23 |

## ВВЕДЕНИЕ

Инициативная самостоятельная работа студента есть неотъемлемая составная часть учебы в вузе. В современном формате высшего образования значительно возрастает роль самостоятельной работы студента. Правильно спланированная и организованная самостоятельная работа обеспечивает достижение высоких результатов в учебе.

**Самостоятельная работа студента (СРС)** - это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, при сохранении ведущей роли студентов.

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности. Ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровней. Самостоятельная работа студента – важнейшая составная часть учебного процесса, обязательная для каждого студента, объем которой определяется учебным планом. Методологическую основу СРС составляет деятельностный подход, при котором цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, т. е. на реальные ситуации, в которых студентам надо проявить знание конкретной дисциплины. Предметно и содержательно СРС определяется государственным образовательным стандартом, действующими учебными планами и образовательными программами различных форм обучения, рабочими программами учебных дисциплин, средствами обеспечения СРС: учебниками, учебными пособиями и методическими руководствами, учебно-программными комплексами и т.д.

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

***Самостоятельная работа студента*** - это особым образом организованная деятельность, включающая в свою структуру такие компоненты, как:

- уяснение цели и поставленной учебной задачи;
- четкое и системное планирование самостоятельной работы;
- поиск необходимой учебной и научной информации;
- освоение информации и ее логическая переработка;
- использование методов исследовательской, научно-исследовательской работы для решения поставленных задач;
- выработка собственной позиции по поводу полученной задачи;

- представление, обоснование и защита полученного решения;
- проведение самоанализа и самоконтроля.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

*Аудиторная самостоятельная работа* по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию: текущие консультации, коллоквиум, прием и разбор домашних заданий и другие.

*Внеаудиторная самостоятельная работа* - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия: подготовка презентаций, составление глоссария, подготовка к практическим занятиям, подготовка рецензий, аннотаций на статью, подготовка к дискуссиям, круглым столам.

СРС может включать следующие формы работ:

- изучение лекционного материала;
- работа с источниками литературы: поиск, подбор и обзорлитературы и электронных источников информации по заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий, выдаваемых на практических занятиях: тестов, докладов, контрольных работ и других форм текущего контроля;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение; подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе или коллоквиуму;
- подготовка к зачету, экзамену, другим аттестациям;
- написание реферата, эссе по заданной проблем;
- выполнение расчетно-графической работы;
- выполнение курсовой работы или проекта;
- анализ научной публикации по определенной преподавателем теме, ее реферирование;
- исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения. Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

## 1. Методические рекомендации по работе с текстом лекций

На лекционных занятиях необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на формулировки, определения, раскрывающие содержание тех или иных понятий, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском мастерстве. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента, и помогает усвоить учебный материал.

Желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений, фиксировать вопросы, вызывающие личный интерес, варианты ответов на них, сомнения, проблемы, спорные положения. Рекомендуется вести записи на одной стороне листа, оставляя вторую сторону для размышлений, разборов, вопросов, ответов на них, для фиксирования деталей темы или связанных с ней фактов, которые припоминаются самим студентом в ходе слушания.

Слушание лекций - сложный вид интеллектуальной деятельности, успех которой обусловлен *умением слушать*, и стремлением воспринимать материал, нужное записывая в тетрадь. Запись лекции помогает сосредоточить внимание на главном, в ходе самой лекции продумать и осмыслить услышанное, осознать план и логику изложения материала преподавателем.

Такая работа нередко вызывает трудности у студентов: некоторые стремятся записывать все дословно, другие пишут отрывочно, хаотично. Чтобы избежать этих ошибок, целесообразно придерживаться ряда правил.

1. После записи ориентирующих и направляющих внимание данных (тема, цель, план лекции, рекомендованная литература) важно попытаться проследить, как они раскрываются в содержании, подкрепляются формулировками, доказательствами, а затем и выводами.

2. Записывать следует основные положения и доказывающие их аргументы, наиболее яркие примеры и факты, поставленные преподавателем вопросы для самостоятельной проработки.

3. Стремиться к четкости записи, ее последовательности, выделяя темы, подтемы, вопросы и подвопросы, используя цифровую и буквенную нумерацию (римские и арабские цифры, большие и малые буквы), красные строки, выделение абзацев, подчеркивание главного и т.д.

Форма записи материала может быть различной - в зависимости от специфики изучаемого предмета. Это может быть стиль учебной программы (назывные предложения), уместны и свои краткие пояснения к записям.

Студентам не следует подробно записывать на лекции «все подряд», но обязательно фиксировать то, что преподаватели диктуют – это базовый конспект, содержащий основные положения лекции: определения, выводы, параметры, критерии, аксиомы, постулаты, парадигмы, концепции, ситуации, а также мысли-маяки (ими часто являются афоризмы, цитаты, остроумные изречения). Запись лекции лучше вести в сжатой форме, короткими и четкими фразами. Каждому студенту полезно выработать свою систему сокращений, в которой он мог бы разобраться легко и безошибочно.

Даже отлично записанная лекция предполагает дальнейшую самостоятельную работу над ней (осмысление ее содержания, логической структуры, выводов). С целью доработки конспекта лекции необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить описки, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополняя и исправляя свои записи. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект. Доработанный конспект и рекомендуемая

литература используется при подготовке к практическому занятию. Знание лекционного материала при подготовке к практическому занятию обязательно.

Особенно важно в процессе самостоятельной работы над лекцией выделить новый понятийный аппарат, уяснить суть новых понятий, при необходимости обратиться к словарям и другим источникам, заодно устранив неточности в записях. Главное - вести конспект аккуратно и регулярно, только в этом случае он сможет стать подспорьем в изучении дисциплины.

Работа над лекцией стимулирует самостоятельный поиск ответов на самые различные вопросы: над какими понятиями следует поработать, какие обобщения сделать, какой дополнительный материал привлечь.

Важным средством, направляющим самообразование, является выполнение различных заданий по тексту лекции, например, составление ее развернутого плана или тезисов; ответы на вопросы проблемного характера, (скажем, об основных тенденциях развития той или иной проблемы); составление проверочных тесты по проблеме, написание по ней реферата, составление графических схем.

По своим задачам лекции могут быть разных жанров: *установочная лекция* вводит в изучение курса, предмета, проблем (что и как изучать), а *обобщающая лекция* позволяет подвести итог (зачем изучать), выделить главное, усвоить законы развития знания, преемственности, новаторства, чтобы применить обобщенный позитивный опыт к решению современных практических задач. Обобщающая лекция ориентирует в истории и современном состоянии научной проблемы.

В процессе освоения материалов обобщающих лекций студенты могут выполнять задания разного уровня. Например: задания *репродуктивного* уровня (составить развернутый план обобщающей лекции, составить тезисы по материалам лекции); задания *продуктивного* уровня (ответить на вопросы проблемного характера, составить опорный конспект по схеме, выявить основные тенденции развития проблемы); задания *творческого* уровня (составить проверочные тесты по теме, защитить реферат и графические темы по данной проблеме). Обращение к ранее изученному материалу не только помогает восстановить в памяти известные положения, выводы, но и приводит разрозненные знания в систему, углубляет и расширяет их. Каждый возврат к старому материалу позволяет найти в нем что-то новое, переосмыслить его с иных позиций, определить для него наиболее подходящее место в уже имеющейся системе знаний.

.

## 2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

***Письменный опрос***

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента. При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

***Устный опрос***

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии [1].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[2].

---

[1] Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

[2]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. Объем времени на подготовку к устному опросу зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

## 3.Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)

Доклад – публичное сообщение по заданной теме, представляющее собой развернутое изложение на определенную тему, вид самостоятельной работы, который используется в учебных и внеаудиторных занятиях и способствует формированию навыков исследовательской работы, освоению методов научного познания, приобретению навыков публичного выступления, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить.

При подготовке доклада используется дополнительная литература, систематизируется материал. Работа над докладом не только позволяет учащемуся приобрести новые знания, но и способствует формированию важных научно-исследовательских навыков самостоятельной работы с научной литературой, что повышает познавательный интерес к научному познанию.

Приветствуется использование мультимедийных технологий, подготовка докладов-презентаций.

*Доклад должен соответствовать следующим требованиям*:

- тема доклада должна быть согласованна с преподавателем и соответствовать теме занятия;

- иллюстрации (слайды в презентации) должны быть достаточными, но не чрезмерными;

- материалы, которыми пользуется студент при подготовке доклада-презентации, должны соответствовать научно-методическим требованиям ВУЗа и быть указаны в докладе;

- необходимо соблюдать регламент: 7-10 минут выступления.

Преподаватель может дать тему сразу нескольким студентам одной группы, по принципу: докладчик и оппонент. Студенты могут подготовить два выступления с противоположными точками зрения и устроить дискуссию по проблемной теме. Докладчики и содокладчики во многом определяют содержание, стиль, активность данного занятия, для этого необходимо:

- использовать технические средства;
- знать и хорошо ориентироваться в теме всей презентации (семинара);
- уметь дискутировать и быстро отвечать на вопросы;
- четко выполнять установленный регламент: докладчик - 7-10 мин.; содокладчик - 5 мин.; дискуссия - 10 мин;
- иметь представление о композиционной структуре доклада.

После выступления докладчик и содокладчик, должны ответить на вопросы слушателей.

В подготовке доклада выделяют следующие этапы:

1. Определение цели доклада: информировать, объяснить, обсудить что-то (проблему, решение, ситуацию и т. п.)

2. Подбор литературы, иллюстративных примеров.

3. Составление плана доклада, систематизация материала, композиционное оформление доклада в виде печатного /рукописного текста и электронной презентации.

***Общая структура доклада***

Построение доклада включает три части: вступление, основную часть и заключение.

***Вступление.***

Вступление должно содержать:

- название презентации (доклада);
- сообщение основной идеи;
- обоснование актуальности обсуждаемого вопроса;
- современную оценку предмета изложения;
- краткое перечисление рассматриваемых вопросов;

- живую интересную форму изложения;
- акцентирование оригинальности подхода.

***Основная часть.***

Основная часть состоит из нескольких разделов, постепенно раскрывающих тему. Возможно использование иллюстрации (графики, диаграммы, фотографии, карты, рисунки) Если необходимо, для обоснования темы используется ссылка на источники с доказательствами, взятыми из литературы (цитирование авторов, указание цифр, фактов, определений). Изложение материала должно быть связным, последовательным, доказательным.

Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели и заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

***Заключение.***

Заключение - это ясное четкое обобщение, в котором подводятся итоги, формулируются главные выводы, подчеркивается значение рассмотренной проблемы, предлагаются самые важные практические рекомендации. Требования к оформлению доклада. Объем машинописного текста доклада должен быть рассчитан на произнесение доклада в течение 7 -10 минут (3-5 машинописных листа текста с докладом).

Доклад оценивается по следующим критериям:

| *Критерии оценки доклада, сообщения* | *Количество баллов* |
|---|---|
| Содержательность, информационная насыщенность доклада | 1 |
| Наличие аргументов | 1 |
| Наличие выводов | 1 |
| Наличие презентации доклада | 1 |
| Владение профессиональной лексикой | 1 |
| Итого: | 5 |

Электронные презентации выполняются в программе MS PowerPoint в виде слайдов в следующем порядке: • титульный лист с заголовком темы и автором исполнения презентации; • план презентации (5-6 пунктов - это максимум); • основная часть (не более 10 слайдов); • заключение (вывод). Общие требования к стилевому оформлению презентации: • дизайн должен быть простым и лаконичным; • основная цель - читаемость, а не субъективная красота; цветовая гамма должна состоять не более чем из двух-трех цветов; • всегда должно быть два типа слайдов: для титульных и для основного текста; • размер шрифта должен быть: 24–54 пункта (заголовок), 18–36 пунктов (обычный текст); • текст должен быть свернут до ключевых слов и фраз. Полные развернутые предложения на слайдах таких презентаций используются только при цитировании; каждый слайд должен иметь заголовок; • все слайды должны быть выдержаны в одном стиле; • на каждом слайде должно быть не более трех иллюстраций; • слайды должны быть пронумерованы с указанием общего количества слайдов

## 4. Методические рекомендации по написанию эссе

***Эссе*** - это самостоятельная письменная работа на тему, предложенную преподавателем. Цель эссе состоит в развитии навыков самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных мыслей. Писать эссе чрезвычайно полезно, поскольку это позволяет автору научиться четко и грамотно формулировать мысли, структурировать информацию, использовать основные категории анализа, выделять причинно-следственные связи, иллюстрировать понятия соответствующими примерами, аргументировать свои выводы; овладеть научным стилем речи.

Эссе должно содержать: четкое изложение сути поставленной проблемы, включать самостоятельно проведенный анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария, рассматриваемого в рамках дисциплины, выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме. В зависимости от специфики дисциплины формы эссе могут значительно дифференцироваться. В некоторых случаях это может быть анализ имеющихся статистических данных по изучаемой проблеме, анализ материалов из средств массовой информации и использованием изучаемых моделей, подробный разбор предложенной задачи с развернутыми мнениями, подбор и детальный анализ примеров, иллюстрирующих проблему и т.д.

Построение эссе - это ответ на вопрос или раскрытие темы, которое основано на классической системе доказательств.

***Структура эссе***

1. *Титульный лист* (заполняется по единой форме);
2. *Введение* - суть и обоснование выбора данной темы, состоит из ряда компонентов, связанных логически и стилистически.

На этом этапе очень важно правильно *сформулировать вопрос, на который вы собираетесь найти ответ в ходе своего исследования.*

3. *Основная часть* - теоретические основы выбранной проблемы и изложение основного вопроса.

Данная часть предполагает развитие аргументации и анализа, а также обоснование их, исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. В этом заключается основное содержание эссе и это представляет собой главную трудность. Поэтому важное значение имеют подзаголовки, на основе которых осуществляется структурирование аргументации; именно здесь необходимо обосновать (логически, используя данные или строгие рассуждения) предлагаемую аргументацию/анализ. Там, где это необходимо, в качестве аналитического инструмента можно использовать графики, диаграммы и таблицы.

В зависимости от поставленного вопроса анализ проводится на основе следующих категорий:

Причина - следствие, общее - особенное, форма - содержание, часть - целое, постоянство - изменчивость.

В процессе построения эссе необходимо помнить, что один параграф должен содержать только одно утверждение и соответствующее доказательство, подкрепленное графическим и иллюстративным материалом. Следовательно, наполняя содержанием разделы аргументацией (соответствующей подзаголовкам), необходимо в пределах параграфа ограничить себя рассмотрением одной главной мысли.

Хорошо проверенный (и для большинства — совершено необходимый) способ построения любого эссе - использование подзаголовков для обозначения ключевых моментов аргументированного изложения: это помогает посмотреть на то, что предполагается сделать (и ответить на вопрос, хорош ли замысел). Такой подход поможет следовать точно определенной цели в данном исследовании. Эффективное использование подзаголовков - не только обозначение основных пунктов, которые необходимо осветить.

Их последовательность может также свидетельствовать о наличии или отсутствии логичности в освещении темы.

4. *Заключение* - обобщения и аргументированные выводы по теме с указанием области ее применения и т.д. Подытоживает эссе или еще раз вносит пояснения, подкрепляет смысл и значение изложенного в основной части. Методы, рекомендуемые для составления заключения: повторение, иллюстрация, цитата, впечатляющее утверждение. Заключение может содержать такой очень важный, дополняющий эссе элемент, как указание на применение (импликацию) исследования, не исключая взаимосвязи с другими проблемами.

***Структура аппарата доказательств, необходимых для написания эссе***

Доказательство - это совокупность логических приемов обоснования истинности какого-либо суждения с помощью других истинных и связанных с ним суждений. Оно связано с убеждением, но не тождественно ему: аргументация или доказательство должны основываться на данных науки и общественно-исторической практики, убеждения же могут быть основаны на предрассудках, неосведомленности людей в вопросах экономики и политики, видимости доказательности. Другими словами, доказательство или аргументация - это рассуждение, использующее факты, истинные суждения, научные данные и убеждающее нас в истинности того, о чем идет речь.

Структура любого доказательства включает в себя три составляющие: тезис, аргументы и выводы или оценочные суждения.

*Тезис* - это положение (суждение), которое требуется доказать. *Аргументы* - это категории, которыми пользуются при доказательстве истинности тезиса. *Вывод* - это мнение, основанное на анализе фактов. *Оценочные суждения* - это мнения, основанные на наших убеждениях, верованиях или взглядах. *Аргументы* обычно делятся на следующие группы:

1. *Удостоверенные факты* — фактический материал (или статистические данные).
2. *Определения* в процессе аргументации используются как описание понятий, связанных с тезисом.
3. *Законы* науки и ранее доказанные теоремы тоже могут использоваться как аргументы доказательства.

***Требования к фактическим данным и другим источникам***

При написании эссе чрезвычайно важно то, как используются эмпирические данные и другие источники (особенно качество чтения). Все (фактические) данные соотносятся с конкретным временем и местом, поэтому прежде, чем их использовать, необходимо убедится в том, что они соответствуют необходимому для исследований времени и месту. Соответствующая спецификация данных по времени и месту — один из способов, который может предотвратить чрезмерное обобщение, результатом которого может, например, стать предположение о том, что все страны по некоторым важным аспектам одинаковы (если вы так полагаете, тогда это должно быть доказано, а не быть голословным утверждением).

Всегда можно избежать чрезмерного обобщения, если помнить, что в рамках эссе используемые данные являются иллюстративным материалом, а не заключительным актом, т.е. они подтверждают аргументы и рассуждения и свидетельствуют о том, что автор умеет использовать данные должным образом. Нельзя забывать также, что данные, касающиеся спорных вопросов, всегда подвергаются сомнению. От автора не ждут определенного или окончательного ответа. Необходимо понять сущность фактического материала, связанного с этим вопросом (соответствующие индикаторы? насколько надежны данные для построения таких индикаторов? к какому заключению можно прийти на основании имеющихся данных и индикаторов относительно причин и следствий? и т.д.), и продемонстрировать это в эссе. Нельзя ссылаться на работы, которые автор эссе не читал сам.

***Как подготовить и написать эссе?***

Качество любого эссе зависит от трех взаимосвязанных составляющих, таких как:

1. Исходный материал, который будет использован (конспекты прочитанной литературы, лекций, записи результатов дискуссий, собственные соображения и накопленный опыт по данной проблеме).

2. Качество обработки имеющегося исходного материала (его организация, аргументация и доводы).

3. Аргументация (насколько точно она соотносится с поднятыми в эссе проблемами).

Процесс написания эссе можно разбить на несколько стадий: обдумывание - планирование - написание - проверка - правка.

*Планирование* - определение цели, основных идей, источников информации, сроков окончания и представления работы.

*Цель* должна определять действия.

*Идеи*, как и цели, могут быть конкретными и общими, более абстрактными. Мысли, чувства, взгляды и представления могут быть выражены в форме аналогий, ассоциации, предположений, рассуждений, суждений, аргументов, доводов и т.д.

*Аналогии* - выявление идеи и создание представлений, связь элементов значений.

*Ассоциации* - отражение взаимосвязей предметов и явлений действительности в форме закономерной связи между нервно - психическими явлениями (в ответ на тот или иной словесный стимул выдать «первую пришедшую в голову» реакцию).

*Предположения* - утверждение, не подтвержденное никакими доказательствами.

*Рассуждения* - формулировка и доказательство мнений.

*Аргументация* - ряд связанных между собой суждений, которые высказываются для того, чтобы убедить читателя (слушателя) в верности (истинности) тезиса, точки зрения, позиции.

*Суждение* - фраза или предложение, для которого имеет смысл вопрос: истинно или ложно?

*Доводы* - обоснование того, что заключение верно абсолютно или с какой-либо долей вероятности. В качестве доводов используются факты, ссылки на авторитеты, заведомо истинные суждения (законы, аксиомы и т.п.), доказательства (прямые, косвенные, «от противного», «методом исключения») и т.д.

Перечень, который получится в результате перечисления идей, поможет определить, какие из них нуждаются в особенной аргументации.

*Источники***.** Тема эссе подскажет, где искать нужный материал. Обычно пользуются библиотекой, Интернет-ресурсами, словарями, справочниками. Пересмотр означает редактирование текста с ориентацией на качество и эффективность.

*Качество текста* складывается из четырех основных компонентов: ясности мысли, внятности, грамотности и корректности.

*Мысль* - это содержание написанного. Необходимо четко и ясно формулировать идеи, которые хотите выразить, в противном случае вам не удастся донести эти идеи и сведения до окружающих.

*Внятность* - это доступность текста для понимания. Легче всего ее можно достичь, пользуясь логично и последовательно тщательно выбранными словами, фразами и взаимосвязанными абзацами, раскрывающими тему.

*Грамотность* отражает соблюдение норм грамматики и правописания. Если в чем-то сомневаетесь, загляните в учебник, справьтесь в словаре или руководстве по стилистике или дайте прочитать написанное человеку, чья манера писать вам нравится.

*Корректность* — это стиль написанного. Стиль определятся жанром, структурой работы, целями, которые ставит перед собой пишущий, читателями, к которым он обращается.

## 5. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой *дискуссию* в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие подведением итога обсуждения, заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия, демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Готовясь к конкретной теме занятия следует ознакомиться с новыми официальными документами, статьями в периодических журналах, вновь вышедшими монографиями.

## 6. Методические рекомендации по подготовке к дискуссии

Современная практика предлагает широкий круг типов семинарских занятий. Среди них особое место занимает *семинар-дискуссия,* где в диалоге хорошо усваивается новая информация, видны убеждения студента, обсуждаются противоречия (явные и скрытые) и недостатки. Для обсуждения берутся конкретные актуальные вопросы, с которыми студенты предварительно ознакомлены. Дискуссия является одной из наиболее эффективных технологий группового взаимодействия, обладающей особыми возможностями в обучении, развитии и воспитании будущего специалиста.

***Дискуссия*** (от лат. discussio - рассмотрение, исследование) - способ организации совместной деятельности с целью интенсификации процесса принятия решений в группе посредством обсуждения какого-либо вопроса или проблемы.

*Дискуссия* обеспечивает активное включение студентов в поиск истины; создает условия для открытого выражения ими своих мыслей, позиций, отношений к обсуждаемой теме и обладает особой возможностью воздействия на установки ее участников в процессе группового взаимодействия. Дискуссию можно рассматривать как *метод интерактивного обучения* и как особую технологию, включающую в себя другие методы и приемы обучения: «мозговой штурм», «анализ ситуаций» и т.д.

Обучающий эффект дискуссии определяется предоставляемой участнику возможностью получить разнообразную информацию от собеседников, продемонстрировать и повысить свою компетентность, проверить и уточнить свои представления и взгляды на обсуждаемую проблему, применить имеющиеся знания в процессе совместного решения учебных и профессиональных задач.

Развивающая функция дискуссии связана со стимулированием творчества обучающихся, развитием их способности к анализу информации и аргументированному, логически выстроенному доказательству своих идей и взглядов, с повышением коммуникативной активности студентов, их эмоциональной включенности в учебный процесс.

Влияние дискуссии на личностное становление студента обусловливается ее целостно - ориентирующей направленностью, созданием благоприятных условий для проявления индивидуальности, самоопределения в существующих точках зрения на определенную проблему, выбора своей позиции; для формирования умения взаимодействовать с другими, слушать и слышать окружающих, уважать чужие убеждения, принимать оппонента, находить точки соприкосновения, соотносить и согласовывать свою позицию с позициями других участников обсуждения.

Безусловно, наличие оппонентов, противоположных точек зрения всегда обостряет дискуссию, повышает ее продуктивность, позволяет создавать с их помощью конструктивный конфликт для более эффективного решения обсуждаемых проблем.

Существует несколько видов дискуссий, использование того или иного типа дискуссии зависит от характера обсуждаемой проблемы и целей дискуссии.

*Дискуссия- диалог* чаще всего применяется для совместного обсуждения учебных и производственных проблем, решение которых может быть достигнуто путем взаимодополнения, группового взаимодействия по принципу «индивидуальных вкладов» или на основе согласования различных точек зрения, достижения консенсуса.

*Дискуссия - спор* используется для всестороннего рассмотрения сложных проблем, не имеющих однозначного решения даже в науке, социальной, политической жизни, производственной практике и т.д. Она построена на принципе «позиционного противостояния» и ее цель - не столько решить проблему, сколько побудить участников дискуссии задуматься над проблемой, уточнить и определить свою позицию; научить аргументировано отстаивать свою точку зрения и в то же время осознать право других иметь свой взгляд на эту проблему, быть индивидуальностью.

Условия эффективного проведения дискуссии:

- информированность и подготовленность студентов к дискуссии,
- свободное владение материалом, привлечение различных источников для аргументации отстаиваемых положений;
- правильное употребление понятий, используемых в дискуссии, их единообразное понимание;
- корректность поведения, недопустимость высказываний, задевающих личность оппонента; установление регламента выступления участников;
- полная включенность группы в дискуссию, участие каждого студента в ней.

**Подготовка студентов к дискуссии:** если тема объявлена заранее, то следует ознакомиться с указанной литературой, необходимыми справочными материалами, продумать свою позицию, четко сформулировать аргументацию, выписать цитаты, мнения специалистов.

**В проведении** дискуссии выделяется несколько этапов.

**Этап 1-й, введение в дискуссию:** формулирование проблемы и целей дискуссии;

определение значимости проблемы, совместная выработка правил дискуссии; выяснение однозначности понимания темы дискуссии, используемых в ней терминов, понятий.

**Этап 2-й, обсуждение проблемы:** обмен участниками мнениями по каждому вопросу. Цель этапа - собрать максимум мнений, идей, предложений, соотнося их друг с другом.

**Этап 3-й, подведение итогов обсуждения:** выработка студентами согласованного мнения и принятие группового решения.

Далее подводятся итоги дискуссии, заслушиваются и защищаются проектные задания. После этого проводится "мозговой штурм" по нерешенным проблемам дискуссии, а также выявляются прикладные аспекты, которые можно рекомендовать для включения в курсовые и дипломные работы или в апробацию на практике.

Семинары-дискуссии проводятся с целью выявления мнения студентов по актуальным и проблемным вопросам.

## 7. Методические рекомендации по написанию реферата

Слово "реферат" (от латинского – referre – докладывать, сообщать) означает сжатое изложение в устной или письменной форме содержания какого–либо вопроса или темы на основе критического обзора информации.

Написание реферата - вид самостоятельной работы студента, содержащий информацию, дополняющую и развивающую основную тему, изучаемую на аудиторных занятиях. Реферат может включать обзор нескольких источников и служить основой для доклада на семинарах, конференциях.

При подготовке реферата необходимо соблюдать следующие правила.

Ясно и четко сформулировать цель и задачи реферата, отражающие тему или решение проблемы.

Найти литературу по выбранной теме; составить перечень источников, обязательных к прочтению.

Только после предварительной подготовки следует приступать к написанию реферата. Прежде всего, составить план, выделить в нем части.

*Введение.* В этом разделе раскрывается цель и задачи работы; здесь необходимо сформулировать проблему, которая будет проанализирована в реферате, изложить своё отношение к ней, то есть мотивацию выбора; определить особенность постановки данной проблемы авторами изученной литературы; объяснить актуальность и социальную значимость выбранной темы.

*Основная часть.* Разделы, главы, параграфы основной части должны быть направлены на рассмотрение узловых моментов в теме реферата. Изложение содержания изученной литературы предполагает его критическое осмысление, глубокий логический анализ.

Каждый раздел основной части реферата предполагает детальное изучение отдельного вопроса темы и последовательное изложение структуры текстового материала с обязательными ссылками на первоисточник. В целом, содержание основной части должно отражать позиции отдельных авторов, сравнительную характеристику этих позиций, выделение узловых вопросов дискурса по выбранной для исследования теме.

*Заключение.* В заключении автор реферата должен сформулировать личную позицию в отношении изученной проблемы и предложить, может быть, свои способы её решения. Целесообразно сделать общие выводы по теме реферата и ещё раз отметить её актуальность и социальную значимость.

*Список использованных источников и литературы.*

Написание рефератов является одной из форм обучения студентов, направленной на организацию и повышение уровня самостоятельной работы, а также на усиление контроля за этой работой.

В отличие от теоретических семинаров, при проведении которых приобретаются, в частности, навыки высказывания своих суждений и изложения мнений других авторов в устной форме, написание рефератов формирует навыки изложения своих мыслей в письменной форме грамотным языком, хорошим стилем.

В зависимости от содержания и назначения в учебном процессе рефераты можно подразделить на два основных типа: научно-проблемные и обзорно-информационные.

*Научно-проблемный реферат*. При написании такого реферата следует изучить и кратко изложить имеющиеся в литературе суждения по определенному, спорному в теории, вопросу (проблеме) по данной теме, высказать по этому вопросу (проблеме) собственную точку зрения с соответствующим ее обоснованием.

*Обзорно-информационный реферат*. Разновидностями такого реферата могут быть следующие:

1) краткое изложение основных положений той или иной книги, монографии, содержащих материалы, относящиеся к изучаемой теме по курсу дисциплины;

2) подбор и краткое изложение содержания статей по определенной проблеме (теме, вопросу), опубликованных в различных журналах за определенный период, либо в сборниках («научных трудах», «ученых записках» и т.д.).

Темы рефератов определяются преподавателем. Литература либо рекомендуется преподавателем, либо подбирается аспирантами самостоятельно, что является одним из элементов самостоятельной работы.

Объем реферата должен быть в пределах 15 страниц машинописного текста через 1,5 интервала. При оформлении реферата необходимо ориентироваться на правила и установленные стандарты для учебных и научных работ.

Реферат сдается в указанные преподавателем сроки.

Критерии оценивания:

- достижение поставленной цели и задач исследования (новизна и актуальность поставленных в реферате проблем, правильность формулирования цели, определения задач исследования, правильность выбора методов решения задач и реализации цели; соответствие выводов решаемым задачам, поставленной цели, убедительность выводов);
- уровень эрудированности автора по изученной теме (знание автором состояния изучаемой проблематики, цитирование источников, степень использования в работе результатов исследований);
- личные заслуги автора реферата (новые знания, которые получены помимо основной образовательной программы, новизна материала и рассмотренной проблемы, научное значение исследуемого вопроса);
- культура письменного изложения материала (логичность подачи материала, грамотность автора);
- культура оформления материалов работы (соответствие реферата всем стандартным требованиям);
- знания и умения на уровне требований стандарта данной дисциплины: знание фактического материала, усвоение общих понятий и идей;
- степень обоснованности аргументов и обобщений (полнота, глубина, всестороннее раскрытие темы, корректность аргументации и системы доказательств, характер и достоверность примеров, иллюстративного материала, наличие знаний интегрированного характера, способность к обобщению);
- качество и ценность полученных результатов (степень завершенности реферативного исследования, спорность или однозначность выводов);
- корректное использование литературных источников, грамотное оформление ссылок.

## 8. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

***Экзамен (зачет)*** - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на то, что это не попадется на экзамене. Факты

говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие

сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон, иначе в день экзамена не будет чувства бодрости и уверенности.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестное выполнение заданий;

3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

2. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

3. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5

**МИНОБРНАУКИ РФ**

**ФГБОУ ВО**
**«Уральский государственный**
**горный университет»**

**Н. Н. Дерябин, С. Г. Эйнгорн**

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

# ПРОИЗВОДСТВЕННАЯ ПРАКТИКА

**для специальности 21.05.03**

**Технология геологической разведки**

**специализация № 3**

**Технология и техника разведки МПИ»**

Екатеринбург
2018

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ПРАКТИКИ

Основная цель **Производственно-технологической практики** - реализация на производстве и закрепление теоретических знаний, полученных студентами в процессе обучения; - практическая работа по специальности и овладение профессиями квалификационных и рабочих; - изучение и приобретение опыта инженерного руководства структурным подразделением предприятия, на котором непосредственно проходит практика, - проверка деловых качеств студентов в производственных условиях.

Задачами **Производственно-технологической практики** являются:

- приобретение практических навыков самостоятельной работы в должности рабочего;
- приобретение опыта бурения, эксплуатации и ремонта оборудования, используемого в геологоразведочных организациях (предприятиях);
- изучение и освоение технологии, применяемой на предприятии;
- изучение конкретных производственных заданий предприятий и технико-экономических показателей их выполнения;
- изучение организации труда.

## 2 МЕСТО ПРАКТИКИ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Производственно-технологическая практика студентов УГГУ является составной частью основной профессиональной образовательной программы высшего образования, входит в Блок 2 «Практики», и представляет собой одну из форм организации учебного процесса, заключающуюся в профессионально-практической подготовке обучающихся в университете и на базах практики.

## 3 ОБЪЕМ ПРАКТИКИ В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ И ЕЕ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬ В НЕДЕЛЯХ ЛИБО В АКАДЕМИЧЕСКИХ ИЛИ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ЧАСАХ

Общая трудоемкость производственной практики составляет 24 зачетные единицы, 864 часа.

Общее время прохождения производственной практики студентов 16 недель 112 календарных дней.

## 4 СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИКИ

| № п/п | № недели | Разделы (этапы) практики и содержание, место прохождения практики | Трудоемкость (в часах) -учебная работа/ самостоятельная работа | | Формы контроля |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | учебная | СР | |
| | | *Подготовительный (организационный) этап* | | | |
| 1 | | Организационное собрание, сбор и изучение рекомендуемой литературы, получение необходимых консультаций по организации и методике проведения работ со стороны руководителя практики от кафедры | 2 | | собеседование |
| | 1-12 | **Производственная практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности на …….** | | | |
| 2 | | Инструктаж по технике безопасности, охране труда, пожарной безопасности, сдача | | 20 | заполнение соответствующего |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | техминимума | | | раздела плана-графика практики, заполнение журнала по ТБ |
| | | *Основной этап* | | | |
| 3 | | Современное состояние и перспективы развития предприятия (лекции и беседы инженерно-технических работников) | | 6 | собеседование, отчет по практике |
| 3.1 | | Краткая геологическая характеристика района работ. Дается оценка значимости месторождения, на котором проводятся работы. Приводятся общие сведения о районе работ (географическое положение, наличие путей сообщения, дорог, источников энергии, топлива, стройматериалов, рабочей силы, технической и питьевой воды). | | 20 | |
| 3.2 | | Производственно-технический: приводится характеристика условий бурения и прочностных свойств пород, слагающих геологический разрез; описание технологии бурения скважин и расчетные технологические параметры; комплектация бурового и энергетического оборудования, технологического инструмента и контрольно-измерительной аппаратуры; описание специальных работ, проводимых в скважинах (тампонаж, цементация, бурение дополнительных стволов, гидродинамические исследования, геофизические, откачки и т.п.); особенности износа породоразрушающего инструмента, бурильных труб и оборудования; описание развития геолого-технических осложнений, аварий и различного рода отклонений в технологическом процессе бурения; энерго-водо-материалоснабжения, связь, транспорт и оборудование. В этом же разделе необходимо приложить геолого-технический наряд на бурение скважины, а также чертежи специальных снарядов или их схемы. | | 776 | |
| 3.3 | | Охрана окружающей среды и безопасности: приводятся характеристики вредных и опасных воздействий на природную среду, средства и способы их нейтрализации; характеристика факторов, опасных для персонала и лиц, взаимодействующих с производством, средства защиты. | | 30 | |
| 3.4 | | В заключении приводятся итоги прошедшей практики, где студент пытается дать оценку их результатам. Так, например, какие он приобрел практические навыки самостоятельной работы на буровых станках и установках различных типов в зависимости от геолого-технических условий бурения скважин в должности машиниста буровой установки, а также какой он приобрел опыт в освоении технологии бурения скважин с применением современных технических средств. | | 5 | |
| | | *Итоговый (заключительный) этап* | | | |
| | | Подготовка отчета о практике, защита отчета | | 5 | Защита отчета по итогам прохождения практики |
| | | Итого | | 864 | Зачет |

*Примерный план прохождения практики:*

| Задание | Отчетность |
|---|---|
| *Знакомство с основами будущей профессии* | |
| Организационное собрание, сбор и изучение рекомендуемой литературы, получение необходимых консультаций по организации и методике проведения работ со стороны руководителя практики от кафедры | |
| 1. Ознакомиться с базой практик, пройти инструктаж по технике безопасности | Раздел отчета: Безопасность жизнедеятельности |
| 2. Ознакомиться с подразделением, в котором студент проходит практику, организацией деятельности буровика, должностными инструкциями рабочих мест и инженерно-технического персонала… | Первый раздел отчета - Описание подразделения – название, функции, задачи подразделения, должностные обязанности работников (кратко). |
| 3. Ознакомиться с геологическим строением района | Первый раздел отчета - Геологический (кратко). |
| *Формирование общепрофессиональных и профессиональных компетенций (умений и опыта)* | |
| 4. Выполнить задания по поручению и под наблюдением бурового мастера:<br>- буровой инструмент;<br>- буровое оборудование;<br>- …. | Второй раздел отчета - Составленные студентом документы – …… и т.д. , описание выполненной деятельности |
| *Итоговый (заключительный) этап* | |
| Подготовка отчета о практике, защита отчета | |

**Отчёт о практике**

Отчётные материалы о практике состоят из следующих частей:

а) путёвка-направление, документально подтверждающая работу студента на данном предприятии в определённой должности в определённый срок. Путёвка-направление содержит табель учёта рабочего времени и характеристику студента;

б) заполненные таблицы, описания, географические схемы в соответствии с заданием, сведённые в отчёт и содержащие комментарии студента к каждому материалу;

в) приложения образцовых горных пород, коронок и соединений и т. п.

Отчёт принимает руководитель и утверждает его после защиты. Материалы практики хранятся на кафедре и используются при выполнении студентами курсовых и дипломных работ.

## ПРОИЗВОДСТВЕННАЯ ПРАКТИКА НА БУРЕНИИ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ СКВАЖИН

### 1. Содержание практики

Производственную практику на геологоразведочном бурении проходят студенты, обучающиеся по специальности «Технология геологической разведки», избравшие для курсового или дипломного проектирования тематику технико-технологического обеспечения геологоразведочных работ.

На практику в геологоразведочные организации, предприятия (ГРП) направляются студенты, прошедшие учебную технологическую практику и получившие квалификацию машиниста буровой установки колонкового механического бурения не ниже 2-го разряда.

Различия первой производственной и преддипломной практик определяются заданиями на практику: сложностью заданий, объёмом и содержанием решаемых задач в ходе практики и при последующем учебном технологическом проектировании.

### 2. Структура и форма заданий на первую и преддипломную производственную практики в геологоразведочной партии

Задание на производственную практику включает следующие пункты.

- перечень видов работ, технологий и буровых установок, на которых проводится практика:

структурно-поисковые, разведочные скважины глубиной не менее 250 м, бурение установками колонкового бурения; с отбором керна, с промывкой и продувкой;

картировочные и разведочные скважины глубиной до 100 м в рыхлых породах с отбором специальных проб, с гидротранспортом керна, установками вибрационного и шнекового бурения.

- должности, выполняемые обязанности и требования к приобретаемым практическим навыкам:

Стажёр бурового мастера, стажёр машиниста БУ, помощник бурильщика, сборка колонны бурильных труб, колонкового снаряда, заклинка, извлечение и укладка керна, приготовление, очистка и контроль параметров глинистого раствора, контроль износа коронок и калибровка бурильных труб, выполнение спуско-подъёмных операций, текущее тех. обслуживание бурового оборудования.

- *Сбор материалов:*

А. Геологические материалы:

Разрез по скважине (наиболее сложный и представительный), описание пород и минералов разреза, инженерно-геологических и гидрогеологических целей и задач, решаемых бурением скважины, геофизических, геохимических, гидрогеологических исследований, проводимых на основе результатов бурения;

Б. Технико-технологические материалы:

Породоразрушающий инструмент, оборудование, оснастка (марки, типоразмеры, схемы расположения и использования), технологические материалы, реагенты, растворы (очистные агенты, тампонажные смеси), описание технологических операций, способов и технологических схем, конструкции скважин, буровые установки, мачты, талевые оснастки.

В. Специальный вопрос (тема углублённого изучения):

Материалы новых нетрадиционных или прогрессивных технологий, выполнявшихся на объекте по теме, определённой руководителем.

Г. Описание буровых аварий и геолого-технических осложнений, схем, методов и средств их предупреждения и устранения.

Задание на преддипломную практику включает дополнительные требования по каждому из пунктов:

- перечень видов работ, технологий и буровых установок:

- глубокие наклонно направленные поисковые и разведочные скважины, а также скважины, буримые с применением новых нетрадиционных или прогрессивных технологий (с буровым снарядом на шлангокабеле, снарядом ССК, горизонтальные скважины, бурение с обратно-всасывающей промывкой и др.);

- кустовое, многоствольное, горизонтальное бурение; опробование рудных тел в сложных условиях с использованием эжекторных, пакерных снарядов, снарядов направленного бурения;

- должности, выполняемые обязанности и требования к приобретаемым навыкам:

стажёр инженера-технолога, начальника участка, гл. инженера ГРП, буровой мастер, машинист буровой установки, помощник машиниста БУ, сборка и регулировка специальных буровых снарядов (направленное бурение), эжекторных снарядов, пакерных, двойных колонковых, герметизированных пробоотборников, керноориентаторов, подбор рецептур очистных агентов для бурения в сложных условиях, организация рациональной отработки породоразрушающего инструмента и выбор параметров режима бурения; выполнение специальных работ в скважине (установка отклонителя и отбурка дополнительного ствола, отбор ориентированного керна, отбор специальных керношламовых проб и др.).

- **Сбор материалов**

А. Геологические материалы:

Описание генезиса и строения месторождения, подробная характеристика разведочного комплекса (схем, методов и средств разведки месторождения),

гидрогеологические и инженерно-геологические характеристики залегания полезного ископаемого, особенности полезного ископаемого в количественных и качественных показателях.

Б. Технико-технологические материалы:

Особенности износа породоразрушающего инструмента, бурильных труб и оборудования, описание развития геолого-технических осложнений, аварий различного рода отклонений в технологическом процессе бурения, энерго-водо-материало-снабжение, связь, транспорт, оборудование и схемы специальных работ в скважинах (оперативный тампонаж, исправление, стабилизация трасс, спец. опробование).

В. Специальный вопрос:

Материалы самостоятельных наблюдений, экспериментов, разработок по программе, утверждённой руководителем, и материалы опытно-методических работ, проводившихся на месторождении, а также разработки предложений по совершенствованию существующих технических средств, способов предупреждения осложнений и аварий, способов контроля технологических процессов, проверки эффективности новых технологических материалов и инструментов, по теме, утверждённой руководителем.

Г. Материалы по экономике и организация:

Характеристики правового статуса предприятия и лицензирования его деятельности, структура управления предприятием и связь с государственными структурами, муниципальными органами, структура и объём налогов, нормативы и объёмы платежей, структура и объёмы затрат на производство работ по статьям расходов, экономические предпосылки разработки месторождения.

Д. Материалы по охране природной среды и безопасности:

Характеристики вредных и опасных воздействий на природную среду, средства и способы их нейтрализации; характеристика факторов, опасных для персонала и лиц, взаимодействующих с производством, средства защиты.

## ПРОИЗВОДСТВЕННАЯ ПРАКТИКА НА БУРЕНИИ ГЕОТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СКВАЖИН

### 1. Структура задания на производственную практику

Первая производственная практика студента на предприятии, которое эксплуатирует месторождение геотехнологическим методом, организуется в соответствии с заданием, содержащим следующие основные разделы.

#### 1.1. Характеристика выполняемых работ и условий их производства, применяемых технологий и технических средств

- Общее знакомство с предприятием и принципиальной технологической схемой эксплуатации месторождения геотехнологическим методом.
- Изучение конкретных геологических и гидрогеологических условий залегания продуктивных горизонтов, эксплуатируемых с помощью геотехнологических скважин.
- Изучение техники и технологии бурения и оборудования геотехнологических скважин на месторождении.
- Знакомство с методикой проектирования сети и конструкции технологических скважин, а также с методиками расчетов их технических, технологических и эксплуатационных параметров.
- Изучение организации труда, защиты окружающей среды при бурении и оборудовании геотехнологических скважин на месторождении.

#### 1.2. Трудовая деятельность студента в период производственной практики

В период практики студент приобретает практические навыки, работая в должности помощника бурильщика при бурении и оборудовании технологических

скважин или оператора по наладке и контролю работы эксплуатационных скважин и технологического оборудования компрессорного и раствороподъемного оборудования. Допускается приобретение практических навыков в качестве стажера.

В результате приобретенных навыков студент должен уметь производить спуско-подъемные операции бурильной и обсадной колонн, управлять процессом бурения, получать кондиционные образцы керна, оборудовать технологические скважины фильтром, обсадкой и водоподъемной колоннами труб, раствороподъемниками, средствами контроля за технологическими эксплуатационными параметрами, осуществлять текущее техническое обслуживание бурового и технологического оборудования.

### 1.3. Сбор материалов для оформления отчета и подготовки к проектированию

Геологические и гидрогеологические материалы об условиях залегания продуктивного горизонта, а также количественные показатели его строения и фильтрационных свойств должны содержать следующие данные:

- характеристику геологического разреза с указанием вида, мощности, строения, физико-механических свойств, категории буримости и горнотехнических условий залегания горных пород;
- гидрогеологическую характеристику подземных вод с указанием пьезометрического уровня;
- глубины условий залегания продуктивного горизонта с оценкой водопроницаемости его кровли и почвы;
- строение продуктивного горизонта, показатели его трещиноватости и пористости, гранулометрические характеристики;
- коэффициенты фильтрации, проницаемости, анизотропии продуктивного горизонта.

Геологические материалы оформляются в виде геологической карты участка, геологических разрезов по эксплуатационным или разведочным профилям, геологических и гидрогеологических характеристик месторождения, результатов геофизических, геохимических и гидрогеологических исследований, а также в виде технологических схем эксплуатации месторождения геотехнологическим методом.

Технико-технологические материалы по технике и технологии бурения и оборудования геотехнологических скважин должны содержать:

- подробную характеристику конструкции технологических скважин;
- характеристику бурового оборудования, бурового и вспомогательного инструмента, применяемого при бурении геотехнологических скважин;
- технологию бурения скважин и технологию вскрытия и освоения продуктивного горизонта;
- способы геофизических исследований в скважинах;
- технологию оборудования продуктивного интервала в скважинах фильтрами, характеристику конструктивных элементов фильтра;
- конструкцию и технологию установки эксплуатационных колонн, способы цементации затрубного пространства, характеристику технологических цементирующих материалов;
- характеристику и конструкцию средств откачки;
- конструкцию элементов оборудования устья технологических скважин.

Технико-технологические материалы оформляются в виде геолого-технического наряда, технических схем оборудования и конструкции скважины, технологических схем и технических эскизов фильтров, средств откачки, описания технологических процессов и операций.

Материалы по охране окружающей среды должны содержать:

- перечень источников загрязнения окружающей среды и характеристику загрязняющих среду технологических материалов, применяемых при геотехнологическом методе эксплуатации месторождения;

- технические средства и технологические методы предупреждения проникновения из скважины технологических и продуктивных растворов в затрубное пространство, в проницаемые горные породы и за пределы охранной зоны;
- способы рекультивации и нейтрализации загрязненной поверхности на участке работ.

**1.4. Работа над специальным заданием**

Специальное задание на производственную практику студент получает для самостоятельного углубленного изучения одной из наиболее сложных и важных проблем техники и технологии бурения и сооружения геотехнологических скважин или для разработки предложений по совершенствованию существующих технических средств, способов предупреждения осложнений и аварий, способов контроля технологических процессов, проверки эффективности новых технологических материалов и инструментов.

**Отчет о практике**

Отчет составляется непосредственно в период прохождения практики на основании личных наблюдений, изучения проектных и отчетных документов предприятия, а также фондовых и производственных материалов.

*Отчет о практике должен содержать следующие разделы:*

1. Введение.
   1.1. Общая характеристика предприятия.
2. Топографическое описание района работ.
3. Геологическое строение участка работ.
   3.1. Физико-механические свойства пород.
4. Конструкция геологоразведочных скважин.
5. Технология бурения и сооружения геологоразведочных скважин.
6. Промывочные жидкости и промывочное хозяйство.
7. Характеристика бурового оборудования и инструмента.
8. Выход керна и мероприятия по его повышению.
9. Спуско-подъемные операции.
10. Крепление скважин.
11. Анализ осложнений и аварий.
12. Направленное бурение.
13. Гидрогеологические работы и исследования в скважине.
14. Ликвидационный тампонаж.
15. Монтаж, демонтаж и перевозка буровых установок.
16. Специальный раздел.
17. Охрана окружающей среды и охрана труда.

## ПРОИЗВОДСТВЕННАЯ ПРАКТИКА НА БУРЕНИИ НЕФТЯНЫХ И ГАЗОВЫХ СКВАЖИН

### 1. Структура задания на первую производственную практику

Производственная практика студента на предприятия, которые разведывают и эксплуатируют газовые и нефтяные месторождения организуется в соответствии с заданием, содержащим следующие основные разделы.

**1.1. Характеристика выполняемых работ и условий их производства, применяемых технологий и технических средств:**

- Общее знакомство с предприятием и принципиальной технологической схемой разведки и эксплуатации месторождения.
- Изучение конкретных геологических и гидрогеологических условий залегания продуктивных горизонтов. Общие сведения о горных породах, слагающих месторождение.
- Изучение техники и технологии бурения и оборудования скважин на месторождении.

- Знакомство с методикой проектирования сети и конструкции нефтяных и газовых скважин, а также с методиками расчетов их технических, технологических и эксплуатационных параметров.
- Изучение организации труда, защиты окружающей среды при бурении и оборудовании скважин на нефть и газ на месторождении

### 1.2. Трудовая деятельность студента в период производственной практики

В период практики студент приобретает практические навыки, работая в должности помощника бурильщика при бурении и оборудовании технологических скважин или оператора по наладке и контролю работы эксплуатационных скважин и технологического оборудования компрессорного и растворопоодъемного оборудования. Допускается приобретение практических навыков в качестве стажера.

В результате приобретенных навыков студент должен уметь производить спуско-подъемные операции бурильной и обсадной колонн, управлять процессом бурения, получать кондиционные образцы керна, оборудовать разведочные эксплуатационные скважины фильтром, обсадными колоннами труб, средствами контроля за технологическими эксплуатационными параметрами, осуществлять текущее техническое обслуживание бурового и технологического оборудования.

### 1.3. Сбор материалов для оформления отчета и подготовки к проектированию

Геологические и гидрогеологические материалы должны содержать следующие данные:

- характеристику геологического разреза с указанием вида, мощности, строения, ФМС, категории буримости и других условий залегания горных пород;
- гидрогеологическую характеристику подземных вод с указанием пьезометрического уровня.
- глубины и условий залегания продуктивного пласта.
- строение продуктивного пласта, показатели его пористости, трещиноватости.
- коэффициенты пористости, проницаемости продуктивного пласта.

Геологические материалы оформляются в виде геологической карты участка, стратиграфических и геологических разрезов по эксплуатационным или разведочным профилям, результатов геофизических исследований.

Технико-технологические материалы по технике и технологии бурения и оборудования нефтяных и газовых скважин должны содержать:

- подробную характеристику конструкции скважин;
- характеристику бурового оборудования, бурового и вспомогательного инструмента; применяемого при бурении скважин на нефть и газ;
- характеристику бурового раствора;
- технологию бурения скважин и технологию вскрытия и освоения продуктивного пласта;
- способы геофизических исследований в скважинах;
- конструкцию и технологию установки эксплуатационных колонн, способы цементации затрубного пространства, характеристику тампонажного материала и технических средств цементирования;
- схему обвязки устья при цементировании.

Технико-технологические материалы оформляются в виде геолого-технического наряда, технических схем оборудования и конструкции скважин, технологических схем и технических эскизов компоновки бурильной колонны, эксплуатационной колонны, описания технологических процессов и операций.

Материалы по охране окружающей среды:

- перечень источников загрязнения окружающей среды и характеристика загрязняющих среду технологических материалов, применяемых при эксплуатации месторождения;
- технические средства и технологические методы предупреждения проникновения из скважины технологических и продуктивных растворов в

затрубное пространство, в проницаемые горные породы и за пределы охранной зоны;
- способы рекультивации и нейтрализации загрязненной поверхности на участке работ.

**1.4. Работа над специальным разделом**

Специальное задание на производственную практику студент получает для самостоятельного углубленного изучения одной из наиболее сложных и важных проблем техники и технологии бурения и сооружения нефтяных и газовых скважин или для разработки предложений по совершенствованию существующих технических средств, способов вскрытия и освоения пластов, способов предупреждения осложнений и аварий, проверки эффективности новых технологических материалов и инструментов.

**Отчет о практике**

Отчет составляется непосредственно в период прохождения практики на основании личных наблюдений, изучения проектных и отчетных документов предприятия, а также фондовых и производственных материалов (см. прилож.)

*Отчет о практике должен содержать следующие разделы:*

1. Введение.
2. Геологические и гидрогеологические условия залегания продуктивных горизонтов. Характеристики пород-коллекторов (стратиграфический разрез).
3. ГТН(ы).
4. Конструкции нефтяных и газовых скважин.
5. Выбор бурового раствора.
6. Техника и технология бурения и сооружения нефтяных и газовых скважин.
7. Технология вскрытия продуктивных горизонтов и их освоение.
8. Разобщение пластов (выбор тампонажного цемента, цементировочного оборудования, контроль качества цементирования)
9. Характеристика бурового оборудования и инструмента.
10. Геофизические исследования.
11. Аварии и осложнения.
12. Охрана окружающей среды.

## ПРОИЗВОДСТВЕННАЯ ПРАКТИКА ПО БУРЕНИЮ СКВАЖИН НА ГОРНОДОБЫВАЮЩИХ ПРЕДПРИЯТИЯХ

### 1. Структура и форма задания на первую и на преддипломную производственные практики на горнодобывающих предприятиях

**1.1. Задание на производственную практику студентов:**

- Перечень видов работ, технологий и буровых установок, на которых проводится практика: разведочные, эксплуатационные, технологические и другие типы скважин, которые бурятся с целью доразведки отдельных участков разрабатываемых месторождений твердых полезных ископаемых, а также с целью добычи полезных ископаемых.
- Должности, выполняемые обязанности и требования к приобретаемым навыкам:
  стажер машиниста станка шарошечного бурения;
  стажер бурового мастера;
  помощник бурильщика.

Определение и регулирование параметров режимов бурения; очистка ствола скважины от бурового шлама промывочной жидкостью и сжатым воздухом; контроль износа шарошечных долот и буровых коронок; технический осмотр и сборка колонны бурильных труб; техническое обслуживание буровой установки.

- Сбор материалов

а) геологические материалы:

разрезы по различным типам скважин: разведочных, буровзрывных и т. д.; описание горных пород, их физические свойства; исследования, проводимые в скважинах: геофизические, гидрогеологические, геохимические;

б) технико-технологические материалы:

краткая характеристика бурового оборудования и инструмента; схема размещения оборудования и необходимых материалов на скважине; описание технологических операций при бурении; обоснование конструкции скважин и параметров режима бурения;

в) специальный вопрос

определяется руководителем производственной практики студента применительно к конкретному месторождению полезных ископаемых; студент углубленно изучает материалы по этому вопросу и разрабатывает конкретные решения его на альтернативной основе;

специальными вопросами в качестве примеров могут быть:

- природоохранные технологии буровых работ на месторождении;
- нейтрализация и утилизация бурового шлама и сточных вод;
- охрана поверхностных и подземных вод от загрязнения и истощения; технологическое обеспечение ее при разработке месторождения;
- мероприятия по предупреждению и устранению осложнений в бурении и аварий.

г) охрана труда на буровых работах:

правила и должностные инструкции по охране труда, которыми обеспечены инженерно-технические работники и специалисты, занятые бурением скважин;

сведения о контрольно-измерительной аппаратуре и защитных устройствах на буровых установках, их метрологической проверке;

организация буровых работ на предприятии.

## Основная литература

| № п/п | Наименование |
|---|---|
| 1 | Башлык С.М., Загибайло Г.Т. Бурение скважин. М. : «Недра», 1990. – 477с. |
| 2 | Калинин А.Г., Ошкордин О.В. и др. «Разведочное бурение»: Учеб. для ВУЗов. – М.: ООО «Недра-Бизнесцентр», 2000. – 748 с. |
| 3 | Буровые комплексы. Современные технологии и оборудование. Коллектив авторов под общей редакцией А. М. Гусмана и К. П. Порожского: Научное издание. Екатеринбург: УГГГА, 2002. – 592с. |
| 4 | А. И. Булатов, С. В. Долгов. Спутник буровика. Справ. Пособие в 2 кн.-М.: «Недра-бизнесцентр», 2006 г. 1 кн. 379 с., 2 кн. -534 с. |
| 5 | Репин А.Г. Краткий толковый словарь по газу и нефти (Brief gasoil glossary) / А.Г. Репин. — Электрон. текстовые данные. — М. : Геоинформмарк, Геоинформ, 2006. — 128 c. — 5-98877-007-X. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/16853.html |
| 6 | Буровые станки и бурение скважин. Бурение нефтяных и газовых скважин: лабораторный практикум / И.В. Мурадханов [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — Ставрополь: Северо-Кавказский федеральный университет, 2017. — 136 c. — 2227-8397. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/69376.html |
| 7 | Шамшев Ф. А., Тараканов С. Н., Кудряшов Б. В. Технология и техника разведочного бурения. – М.: Недра, 1983. – 564 с. |
| 8 | Козловский Е. А., Кардыш В. Г., Мурзаков Б. В. и др. Справочник инженера по бурения геологоразведочных скважин. – М.: Недра, 1984. – 512 с. |
| 9 | Афанасьев И. С., Блинов Г. А., Пономарев П. П. и др. Справочник по бурению геологоразведочных скважин. С-Петербург.: ООО Недра, 2000, - 712 с. |
| 10 | Правила безопасности при геологоразведочных работах. – М.: Недра, 1979. – 249 с. |
| 11 | Волков. А. С., Долсов Б. П. Вращательное бурение разведочных скважин. -М: Недра, 1988. – 318 с. |
| 12 | Волков А. С. Буровой геологоразведочный инструмент. – М.: Недра, 1979. – 285 с. |
| 13 | Справочник по бурению геологоразведочных скважин. – СПб.: ООО «Недра», 2000 |
| 14 | Буровые комплексы. Современные технологии и оборудование: научное издание / Коллектив авторов; под общей редакцией А. М. Гусмана и К. П. Порожского. Екатеринбург: изд-во УГГГА, 2002 |

## Дополнительная литература

1. Волков А. С. Машинист буровой установки: учебное и справочное пособие. М.: ВИЭМС, МПР РОССИИ, 2003.
2. Михайлова Н. Д. Техническое проектирование колонкового бурения. М.: Недра, 1985.

Приложение 1

**Пример выполнения титульного листа**

**МИНОБРНАУКИ РФ**
**ФГБОУ ВО**

**«УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**Факультет ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ**

**Кафедра ТЕХНОЛОГИИ И ТЕХНИКИ РАЗВЕДКИ МПИ**

# ОТЧЕТ
# О ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРАКТИКЕ

Руководитель_____
Студент_____
Группа _____

Екатеринбург 202__г.

Приложение 2

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»
(ФГБОУ ВО «УГГУ»)
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30

# НАПРАВЛЕНИЕ НА ПРАКТИКУ

Студент

_____

(фамилия, имя, отчество)

____курса _____факультета

специальности _____ направляется в

_____

(наименование и адрес организации)

_____

для прохождения _____ практики с _____ по _____

Декан факультета _____

М.П.

Руководитель практики от университета_____

тел. кафедры: 8(343) _____

**Отметка организации**

Дата прибытия студента в организацию «____» _____ 20__ г.

Направлен _____

(наименование структурного подразделения)

Приказ № _____от «____» _____ 20__ г.

Практику окончил «____» _____ 20__ г. Приказ № _____

Руководитель практики от организации

_____

М.П (должность)

_____

(ф. и. о.)

## ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ НА ПЕРИОД ПРАКТИКИ

Содержание индивидуального задания

_____
_____
_____
_____
_____
_____

Оценка выполнения индивидуального задания _____

_____
_____

## График (план) прохождения практики

| Период | Характеристика работы | Текущий контроль (выполнено/не выполнено) | Подпись руководителя практики от университета/ организации |
|---|---|---|---|
| 1 день практики 01.07.2021 | Проведение инструктажа в организации по технике безопасности и охране труда | | |
| 02.07.2021-03.07.2021 | Создание конкретного представления о деятельности организации и соответствующего структурного подразделения | | |
| … | … | | |
| 15.07.2021-30.07.2021 | Выполнение заданий по поручению и под наблюдением бурового мастера:<br>- ……;<br>- … …; | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

СОГЛАСОВАНО:

Подпись руководителя практики от университета _____

Подпись руководителя практики от организации _____

**ХАРАКТЕРИСТИКА С МЕСТА ПРАКТИКИ СТУДЕНТА**

_____

(фамилия, имя, отчество)

Заключение организации о работе студента за период практики (технологические навыки, деловые качества, активность, дисциплина, участие в общественной работе организации)

_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____

Число пропущенных дней за время практики:
а) по уважительным причинам _____
б) по неуважительным причинам _____

«____»_____20__ г.

Печать и подпись руководителя организации _____ И.О. Фамилия

**Отзыв**

об отчете о прохождении практики студента
(заполняется руководителем практики от университета)

1. Выводы (характеристика отчета в целом, соответствие объема, содержания отчета программе):

_____
_____
_____
_____

2. Недостатки отчета:

_____
_____
_____
_____
_____
_____

Оценка по результатам защиты:

_____
_____

Руководитель практики от университета _____ И.О. Фамилия
(подпись)

«___» _____20__ г.

Приложение 3

ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ СТУДЕНТА НА ПРАКТИКЕ

*Характеристика должна содержать указание на отношение студента к работе, оценку его теоретических знаний, умение применять теоретические знания на практике, степень выраженности необходимых личностных и профессиональных качеств, вывод руководителя практики о полноте выполнения индивидуального задания и отсутствии / наличии замечаний к прохождению практики студента*

[Характеристика студента с места практики описывает его профессиональную подготовку, теоретические знания, практические навыки и деловые качества, которые он проявил в период прохождения практики. Писать документ нужно в официальном стиле, при этом необходимо указать в характеристике следующие сведения:

фамилия и инициалы обучающегося;
обязанности обучающегося в период прохождения практики;
профессиональные качества студента;
особенности студента, проявленные при общении с трудовым коллективом;
практические навыки, освоенные студентом;
оценку, выставленную студенту по результатам прохождения практики].

Главная цель составления характеристики студента с места практики — описание его профессиональной подготовки, а также новых знаний и навыков, которые он приобрел в процессе практической деятельности в конкретной организации. Подробная характеристика позволит руководителю практики со стороны учебного заведения объективно оценить ее эффективность и поставить обучающемуся справедливую оценку.

*Например*

Иванов Александр Александрович проходил профессиональную практику в соответствии с программой. В период прохождения практики Иванов А.А. зарекомендовал себя с положительной стороны, дисциплинированным практикантом, стремящимся к получению новых знаний, навыков и умений, нацелен на повышение своей будущей профессиональной квалификации.

В период практики Иванов А.А. ознакомился со структурой, основными направлениями деятельности, работой буровика, нормативными документами, регулирующими деятельность организации, спецификой функциональных обязанностей буровика и принял активное участие в текущей деятельности.

Под руководством опытного специалиста, бурового мастера…… осваивал технологию бурения, технику безопасности; порядок оформления, ведения документации, связанной с целевым назначением работ; способы бурения скважин, порядок составления установленной отчетности; возможности использования современных информационных технологий в работе горного инженера.

К поручениям руководителя практики и выполняемой работе относился добросовестно. Во время прохождения практики продемонстрировал знание теоретического материала, профессиональной терминологии…; умение применять теоретические знания на практике ….; продемонстрировал навыки проведения …., умение найти…. и применить их; грамотно оформлял документацию…..

Индивидуальное задание выполнено в полном объеме, замечаний к прохождению практики нет.

Практика Иванова А.А. заслуживает положительной оценки.

Руководитель организации _____ (подпись)_____ФИО

# ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ ДИПЛОМНОГО ПРОЕКТА:

**Размер шрифта основного текста: - кегль 14, формат А4, 1,5 интервал.**
**Нумерация страниц проставляется с третьей страницы в нижнем поле по центру.**
**Заголовки отделяются от основного текста сверху и снизу одним интервалом.**
**Шрифт заголовков выделяется жирным прописным или большим на 1-2 кегля.**
**По всему диплому соблюдается соподчиненность шрифтов разделов.**
**Красная строка – 1,5 см.**
**Раздел (глава) – часть – подчасть – подраздел.**
**Подзаголовок с трехзначной нумерацией в содержание не включается.**
**ВВЕДЕНИЕ не имеет нумерации!!!**

*ПРИМЕР*

**1. ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.**


1.1. Физико-географические условия участка…….....7
1.2. Гидрография.....11
1.3. Существующее водоснабжение .....11
1.4. Геологическое строение района работ .....13
1.5. Гидрогеологические условия района работ .....25


**Поля страницы:**
**верх – 2 см, низ – 2,5 + нумерация страницы, левое поле – 3 см., правое – 1,5.**
**Рисунок имеет название (под рисунком) и нумерацию как таблица и формула.**
**Таблицы:**

Порядковый номер в разделе

Цифра раздела

Таблица 1.1

Название таблицы ОБЯЗАТЕЛЬНО!!

Глубина залегания и мощность пачек по скв.1

| № кв | Нижняя пачка | | Средняя пачка | | Верхняя пачка | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Интервал глубин, м | Мощность, м | Интервал глубин, м | Мощность, м | Интервал глубин, м | Мощность, м |
| | Нижнебелебеевская подсвита | | | | | |
| | 263,0-279,5 | 16,5 | 211,2-263,0 | 51,8 | 174,7-211,2 | 36,5 |

Размер кегля 10-12

Цифра раздела

$$p_1 = \lambda_1 \cdot \frac{V_1^2 \cdot \rho}{2 \cdot d_1} \cdot (l + l_э) \cdot 10^{-6}, \quad [\text{МПа}] \qquad (2.14)$$

Порядковый номер в разделе

где: $\rho$ – плотность промывочной жидкости, *кг/м*$^3$, ρ=1040 *кг/м*$^3$;
$d_1$ –внутренний диаметр бурильных труб, *м*, $d_1$= 0,0545м;
$l$ – длина колонны бурильных труб, *м*, $l = L - l_{УБТ}$= 69 - 4,7= 64,3 *м*;
$V_1$ – скорость нисходящего потока промывочной жидкости, *м/с*.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ:


1. *Бродов Г.С.* Бурение и оборудование скважин на воду. – СПб, 2006. 154 с.
2. Технология и техника разведочного бурения. /Под ред. Шамшева Ф.А., Кудряшова Б.Б. и др./ - М.: Недра, 1983, 565 с.




Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего образования

«Уральский государственный горный университет»

**И. В. Назаров, Е. В. Шипилова**

# Методические указания
## к геодезической практике для студентов всех специальностей и направлений

**Екатеринбург – 2020**

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего образования

«Уральский государственный горный университет»

**И. В. Назаров, Е. В. Шипилова**

# Методические указания
## к геодезической практике для студентов всех специальностей и направлений

Издание УГГУ Екатеринбург, 2020

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ..... 5
1. ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ И ИХ РАБОЧИЕ ПОВЕРКИ ..... 6
1.1. Рабочие поверки теодолита Т-30 (2Т-30) ..... 6
1.2. Рабочие поверки нивелира Н-3 ..... 10
2. ПЛАНОВО-ВЫСОТНОЕ СЪЁМОЧНОЕ ОБОСНОВАНИЕ. ПОЛЕВЫЕ РАБОТЫ ..... 13
2.1. Рекогносцировка местности и закрепление пунктов съёмочного обоснования ..... 13
2.2. Измерение горизонтальных и вертикальных углов в тахеометрическом ходе ..... 14
2.3. Измерение длин сторон тахеометрического хода ..... 17
2.4. Привязка хода к пунктам опорной геодезической сети ..... 18
3. ПЛАНОВО-ВЫСОТНОЕ СЪЁМОЧНОЕ ОБОСНОВАНИЕ. КАМЕРАЛЬНЫЕ РАБОТЫ ..... 20
3.1. Вычисление привязки ..... 20
3.2. Вычисление горизонтальных проложений длин линий ..... 22
3.3. Вычисление отметок пунктов съемочного обоснования методом тригонометрического нивелирования ..... 23
3.4. Вычисление координат пунктов съемочного обоснования ..... 26
*3.4.1. Вычисление угловой невязки хода* ..... 26
*3.4.2. Вычисление дирекционных углов сторон хода* ..... 28
*3.4.3. Вычисление приращений координат, их невязок и координат пунктов съемочного обоснования* ..... 29
4. ТАХЕОМЕТРИЧЕСКАЯ СЪЕМКА ..... 31
4.1. Работа на станции ..... 31
4.2. Ведение журнала тахеометрической съемки ..... 32
4.3. Составление абриса ..... 34
5. СОСТАВЛЕНИЕ ТОПОГРАФИЧЕСКОГО ПЛАНА ..... 36
5.1. Вычерчивание координатной сетки ..... 36
*5.1.1. Построение пунктов съемочного обоснования по координатам* ..... 36
5.2. Нанесение ситуации и рельефа местности на план ..... 37

5.3. Оформление топографического плана ....37
6. ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ НИВЕЛИРОВАНИЕ ПО ОСИ ТРАССЫ ....39
6.1. Рекогносцировка трассы....39
6.2. Разбивка пикетажа по трассе и поперечных профилей ....39
6.3. Нивелирование по оси трассы и по поперечным профилям ....40
6.4. Работа на станции при нивелировании ....41
6.5. Камеральная обработка результатов нивелирования....45
*6.5.1. Обработка нивелирного журнала* ....45
*6.5.2. Построение профиля трассы* ....47
*6.5.3. Проектирование по профилю*....49
7. ИНЖЕНЕРНО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ....52
7.1. Элементы геодезических разбивочных работ....52
*7.1.1. Вынос в натуру проектного горизонтального угла* ....52
*7.1.2. Вынос в натуру проектного расстояния* ....53
7.2. Вынос в натуру точки с заданными координатами (полярным способом)....53
7.3. Вынос в натуру точки с заданной отметкой ....56
7.4. Вынос в натуру линии с проектным уклоном....57
8. ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА ПО ПРАКТИКЕ....59
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ ....60
ПРИЛОЖЕНИЯ ....62
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Стандартный шрифт ....62
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Вычислительный шрифт ....63

# ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Задачей учебной геодезической практики является закрепление теоретических знаний студентов и приобретение ими практических навыков при решении различных инженерно-геодезических задач.

Все виды работ, предусмотренные программой, выполняются студентами самостоятельно бригадами в составе 6 человек, Продолжительность учебной геодезической практики – 2 недели.

Студенты допускаются к производству геодезических работ на практике лишь после изучения правил по охране труда и технике безопасности.

В период прохождения геодезической практики студенты обязаны выполнять установленный распорядок дня, бережно относиться к полученным приборам и инструментам и поддерживать дисциплину и порядок на полигоне и территории базы.

Руководитель практики систематически контролирует в течение всего периода практики се виды полевых и камеральных работ и принимает законченные работы.

Зачет по практики преподаватель принимает по пятибалльной системе от каждого студента в присутствии всех членов бригады.

Студенты, пропускающие дни практики, опаздывающие или уходящие с работы раньше срока по неуважительной причине, к зачету по практике не допускаются.

# 1. ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ И ИХ РАБОЧИЕ ПОВЕРКИ

Для измерения углов на учебно-геодезической практике используются теодолиты Т-30, 2Т-30.

Основные части теодолита (2Т-30) показаны на рис. 1.1, отсчетные устройства приборов – на рис. 1.2, сетка нитей – на рис. 1.3.

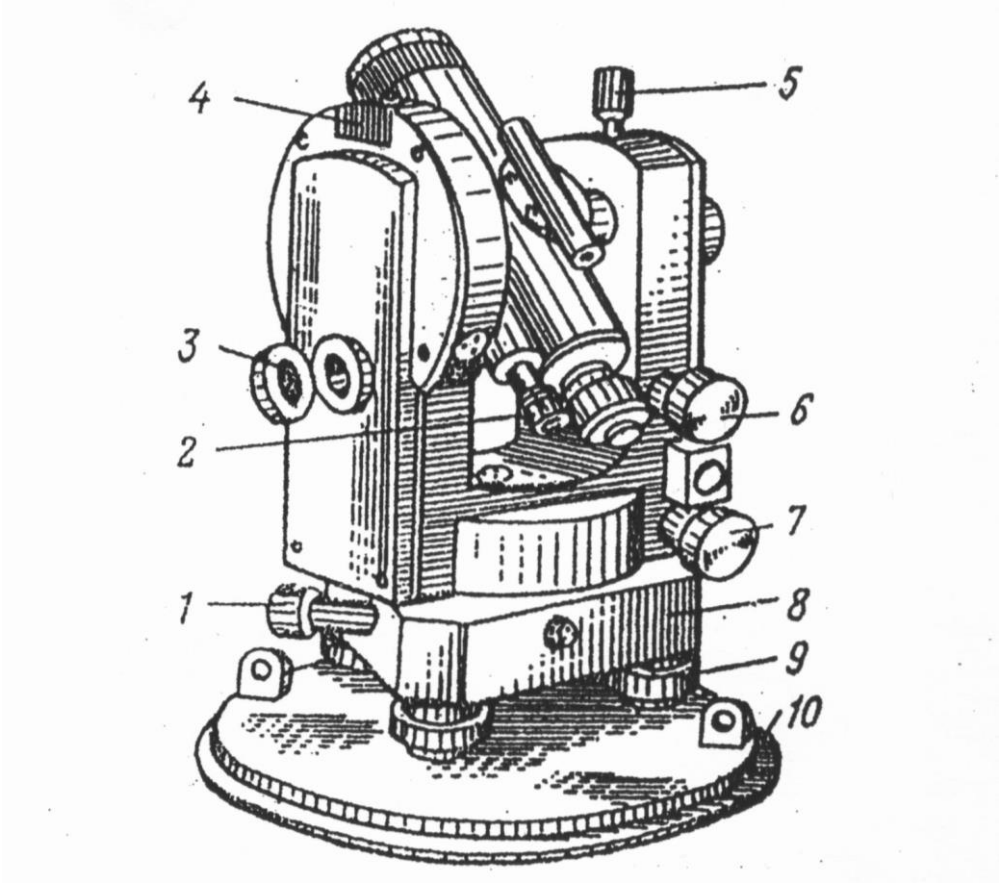



Рис. 1.1. Устройство теодолита 2Т30:
1 – наводящий винт лимба; 2 – микроскоп; 3 – зеркало для освещения шкал микроскопа;
4 – гнездо для крепления буссоли; 5 – закрепительный винт трубы;
6 – наводящий винт трубы; 7 – наводящий винт алидады;
8 – подставка; 9 – подъемные винты; 10 – основание

## 1.1. Рабочие поверки теодолита Т-30 (2Т-30)

**Поверка 1.** Ось цилиндрического уровня при алидаде горизонтального круга должна быть перпендикулярна вертикальной оси вращения прибора.

Уровень горизонтального круга устанавливают по направлению двух подъемных винтов, приводят или пузырек на середину, Затем поворачивают, алидаду на 180°. При отклонении пузырька от средины более чем на 2 деления производят юстировку – на половину дуги отклонения пузырька уровня перемещают юстировочными винтами уровня. Затем поверку повторяют.

**Поверка 2.** Визирная ось зрительной трубы должна быть перпендикулярна к горизонтальной оси вращения трубы.

Выбирают на местности удаленную точку. Наводят теодолит на удаленную точку и берут отсчёты по горизонтальному кругу при двух положениях вертикального круга $КЛ_1$ и $КП_1$. Открепив становым винтом штатива подставку теодолита, поворачивают прибор примерно на 180° и повторяют то же самое, получая отчеты при $КЛ_2$ и $КП_2$. Получают значение коллимационной ошибки *C* по формуле:

$$C = \frac{(КЛ1 - КП1 \pm 180°) + (КЛ2 - КП2 \pm 180°)}{4}.$$

Если величина *C* превышает 2′, то вычисляют исправленный отсчет КП – С и устанавливают его на горизонтальном круге микрометренным винтом алидады. При этом центр сетки нитей сместится с точки наведения. Для исправления данного положения вращают горизонтальные исправленные винты сетки нитей до совмещения ее центра с точкой наведения.

*Пример:* отсчеты по горизонтальному кругу

| | КЛ | КП |
|---|---|---|
| Наведение 1 | 40°22′ | 220°20′ |
| Наведение 2 | 200°10′ | 20°10′ |

$$C = \frac{(40°22' - 220°20' + 180°00') + (200°10' - 20°10' - 180°00')}{4};$$

$$C = \frac{4'}{4} = 1'.$$

В штриховом микроскопе теодолита Т30 в середине поля зрения виден штрих, относительно которого осуществляется отсчет по лимбу (рис. 1.2, *а*). Перед отсчетом по лимбу необходимо определить цену деления лимба. В теодолите Т30 цена деления лимба составляет 10 угловых минут, т. к. градус разделен на шесть частей. Число минут оценивается на глаз в десятых долях цены деления лимба. Точность отсчета составляет 1′.

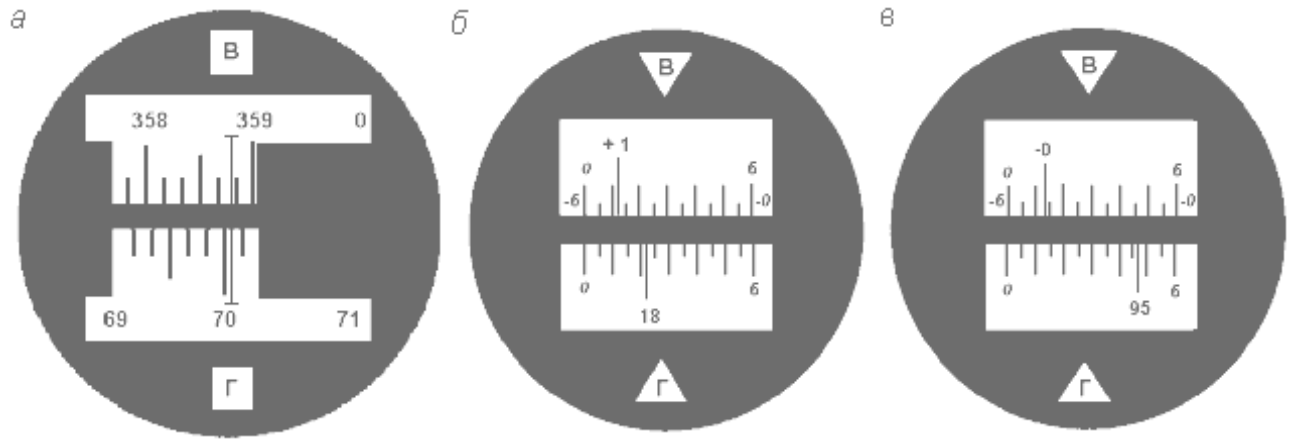



Рис. 1.2. Поле зрения отсчетных устройств: штрихового микроскопа с отсчетами по вертикальному кругу – 358° 48′, по горизонтальному – 70° 03′ (*а*); шкалового микроскопа с отсчетами: по вертикальному кругу – 1° 11′, по горизонтальному – 18°22′ (*б*); по вертикальному кругу – -0°47′, по горизонтальному – 95° 47′ (*в*)

В шкаловом микроскопе теодолита 2Т30 в поле зрения видна шкала, размер которой соответствует цене деления лимба (рис. 1.2, *б*, *в*). Для теодолита технической точности размер шкалы и цена деления лимба равны 60′. Шкала разделена на двенадцать частей, и цена ее деления составляет 5 угловых минут. Если перед числом градусов знака минус нет, отсчет производится по шкале от 0 до 6 в направлении слева направо (рис. 1.2, *б*). Если перед числом градусов стоит знак минус, в этом случае минуты отсчитываются по шкале вертикального круга, где перед цифрами от 0 до 6 стоит знак минус в направлении справа налево (рис. 1.2, *в*). Десятые доли цены деления шкалы берутся на глаз с точностью до 30″.

**Поверка 3.** Горизонтальная ось вращения зрительной трубы должна быть перпендикулярна оси вращения теодолита.

Устанавливают теодолит недалеко от стены здания. Центр сетки нитей зрительной трубы наводят на высоко расположенную точку и, закрепив алидаду, наклоняют трубу примерно до горизонтального положения. Отмечают карандашом на стене проекцию центра сетки нитей. Переводят трубу через зенит, снова повторяют все действия. Если наблюдаемое в зрительной трубе горизонтальное расстояние между двумя проекциями центра сетки нитей не превышает тройную ширину биссектора сетки, то условие поверки считается выполненным (рис. 1.3). В противном случае прибор подлежит исправлению на заводе.




Рис. 1.3. Сетка нитей

**Поверка 4.** Определение и исправление места нуля (МО) вертикального круга.

При двух положениях круга наводят центр сетки нитей на хорошо видимый предмет и берут отсчёты по вертикальному кругу КЛ и КП. Значение МО вычисляют по формуле:

Для 2Т-30

$$\text{МО} = \frac{\text{КЛ} + \text{КП}}{2}.$$

Для Т-30

$$\text{МО} = \frac{\text{КЛ} + \text{КП} - 180°}{2}.$$

*Пример:*

Отсчёты КЛ $7^\circ 20'$ $\text{МО} = \frac{7°20' + 172°44' - 180°}{2} = 2',$

для Т-30 КП $172^\circ 44'$.

Отсчёты КЛ $7^\circ 20'$ $\text{МО} = \frac{7°20' - 7°24'}{2} = -2',$

для 2Т-30 КП $-7^\circ 24'$.

Место нуля определяют дважды. Среднее значение недолжно превышать 1-3′.

В противном случае микрометренным винтом вертикального круга устанавливают на вертикальном круге отсчет, равный КП-МО. При этом центр сетки нитей сместится с наблюдаемой точки. Для исправления МО его совмещают с точкой наведения, вращая вертикальные исправительные винты сетки нитей.

Для контроля поверку повторяют. При выполнении этой поверки следят, чтобы пузырёк уровня горизонтального круга находился в нуль-пункте.

### 1.2. Рабочие поверки нивелира Н-3

Нивелир Н-3 предназначен для определения превышения между смежными точками местности. Основные части нивелира приведены на рис. 1.4.

**Поверка 1.** Ось круглого уровня должна быть параллельно оси вращения нивелира.

Вращением подъемных винтов приводят пузырек круглого уровня на середину. Поворачивают нивелир на 180°. Если пузырек не сместится с средины то условие выполнено. В противном случае юстировочными винтами уровня перемещают его к нуль-пункту на половину дуги отклонения. Затем поверку повторяют.

**Поверка 2**. Визирная ось зрительной трубы, должна быть параллельна оси цилиндрического уровня.

Поверку выполняют двойным нивелированием одной и той же линии длиной 50-75 м (рис. 1.5).

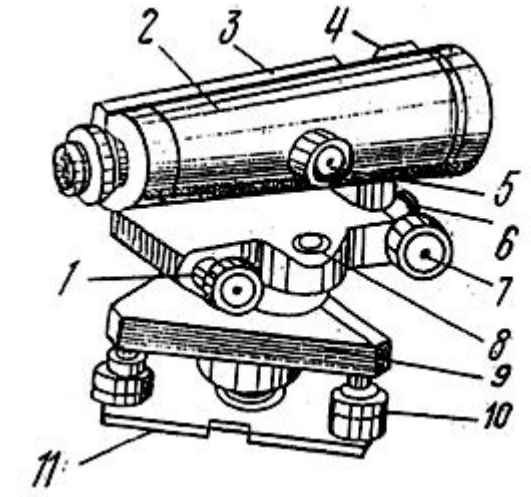
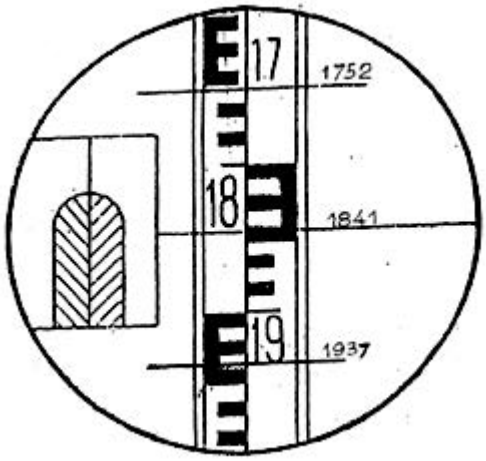



Рис. 1.4. Устройство нивелира:
1 – элевационный винт;
2 – зрительная труба;
3 – цилиндрический уровень;
4 – визир;
5 – винт фокусировки;
6 – закрепительный винт;
7 – наводящий винт;
8 – круглый уровень;
9 – подставка;
10 – подъемные винты;
11 – основание.




Отсчёты по рейке:
1752 мм - верхняя нить
1841 мм - средняя нить
1937 мм - нижняя нить

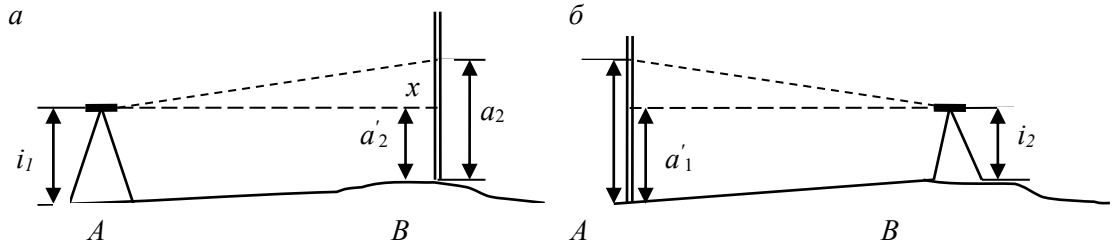



Рис. 1.5. Схема поверки главного геометрического условия

Устанавливают нивелир в точке. А, а рейку в точке В. Измеряют высоту инструмента $i_1$, в точке А и берут отсчёт по рейке $a_1$ в точке В. Затем нивелир и рейку меняют местами и снова измеряют высоту инструмента $i_2$ и берут отсчёт по рейке $a_2$. Если визирная ось не параллельна оси уровня и составляет с ним некоторый угол $v$, то отсчёты по рейке будут содержать некоторую погрешность $X$. Величину этой погрешности определяют по формуле:

$$X = \frac{a_1 + a_2}{2} - \frac{i_1 + i_2}{2}, \text{ мм.}$$

*Пример:* $i_1 = 1420$ мм $\qquad i_2 = 1540$ мм

$a_1 = 1180$ мм $\qquad a_2 = 1786$ мм

$$X = \frac{1180 + 1786}{2} - \frac{1420 + 1540}{2} = 3 \text{ мм.}$$

Если величина $X > 4$ мм, то не параллельность осей исправляют. Для этого вычисляют исправленный отсчет $a_2 = a_2 - X$ (рис. 1.5) и, действуя элевационным винтом, устанавливают его на рейке по средине нити сетки. Затем, действуя вертикальными юстировочными винтами цилиндрического уровня, совмещают изображение концов пузырька уровня. Для контроля поверку повторяют.

**Поверка 3.** Сетка нитей должна быть расположена правильно, т. е. вертикальная нить должна быть вертикальна, а горизонтальная – горизонтальна.

На расстояние 15-20 м вывешивают отвес, наводят трубу нивелира на нить отвеса. Если вертикальная нить сетки нитей параллельна нити отвеса, то условие выполнено. В противном случае исправление делают поворотом всей оправы сетки нитей до правильного положения, предварительно ослабив винты оправы.

# 2. ПЛАНОВО-ВЫСОТНОЕ СЪЁМОЧНОЕ ОБОСНОВАНИЕ. ПОЛЕВЫЕ РАБОТЫ

Для производства топографо-геодезических работ на местности необходимо иметь сеть пунктов съемочного обоснования.

На практике каждая бригада студентов на своем участке создает планово-высотную съемочную сеть в виде замкнутого тахеометрического хода с общим числом вершин 6-7, в котором измеряют горизонтальные и вертикальные углы и длины сторон, а также осуществляют привязку тахеометрического хода к пунктам опорной геодезической сети.

## 2.1. Рекогносцировка местности и закрепление пунктов съёмочного обоснования

Инструменты и принадлежности для выполнения работы: штыри, две вешки, молоток, тетрадь, две ручки.

Бригада студентов вместе с преподавателем обходит участок, выбирает места для точек съемочного обоснования и закрепляет их. При этом необходимо соблюдать ряд условий:

- Удобство установки теодолита для работы на станции;
- Взаимная видимость на соседние пункты;
- Максимальный обзор местности и полнота съемки;
- Расстояния между пунктами от 40 до 100 м.

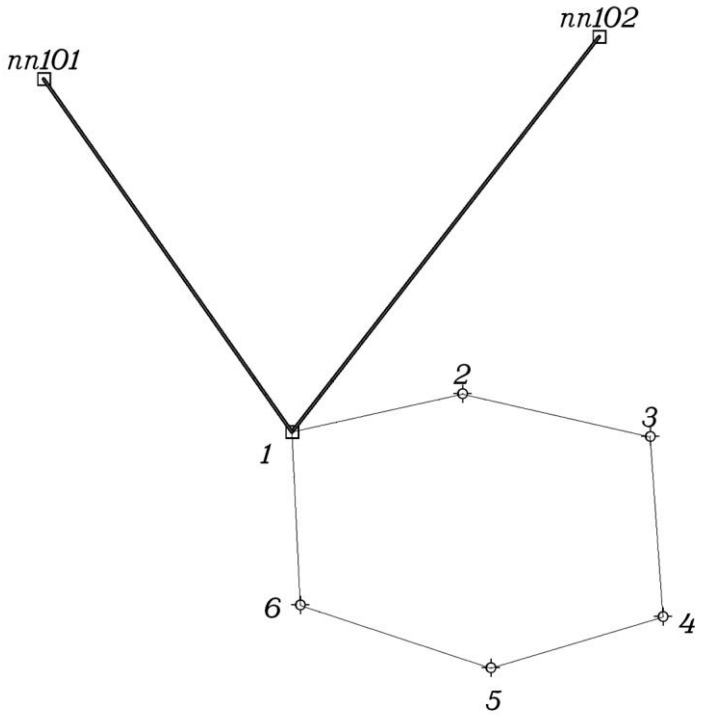



Рис. 2.1. Схема расположения пунктов съемочного обоснования

Закрепление пунктов съемочного обоснования производят металлическими штырями, которые забивают до уровня земной поверхности, вокруг штыря делают окопку, каждому из них присваивается порядковый номер. При рекогносцировке составляют общую схему расположения точек съемочного обоснования (рис. 2.1).

## 2.2. Измерение горизонтальных и вертикальных углов в тахеометрическом ходе

Инструменты и принадлежности для выполнения работы: теодолит, две вешки, одна рейка, полевой журнал для измерения углов, карандаш, тетрадь.

На каждом пункте планово-высотного хода измеряют горизонтальный угол, вертикальные углы и наклонные длины линий. Углы измеряют теодолитами Т-30 или 2Т-30 одним полным приемом, длины сторон хода – нитяным дальномером. Результаты измерений записывают в журнал измерения углов и длин линий простым карандашом (таблица 1).

*Порядок работы:*

1) Теодолит центрируют над пунктом по отвесу с точностью 5 мм и горизонтируют с помощью цилиндрического уровня при горизонтальном круге.

2) На две смежные точки выставляют визирные вехи, на которых отмечают ярким шнурком высоты инструмента на данной точке стояния.

3) Измерение горизонтального угла начинают при положении зрительной трубы КЛ. Открепив закрепительный винт алидады, наводят на низ вехи (во избежание ошибок из-за наклона вехи). Берут отсчет по горизонтальному кругу, записывают его в полевой журнал (1) (таблица 1, действие (1). В скобках показана последовательность действий при измерениях и записи в журнале). Затем открепляют закрепительный винт алидады, пересечение основных штрихов сетки наводят на низ правой вехи, берут отсчет по горизонтальному кругу, записывают в журнал (2). Вычитая из отсчёта (2) отсчёт (1), получают значение угла (3), измеренное одним полуприёмом.

4) Переводят трубу через зенит. Повторяя действия, описанные в пункте 3, измеряют горизонтальный угол вторым полуприемом при положении зрительной трубы КП. По отсчетам (4) и (5) вычисляют значение угла (6), полученного из второго полуприема.

5) Сравнивают значения углов (3) и (6), полученные из двух полуприемов. Их разность не должна быть больше $2t$, т. е. 1’, где $t$ = 30” – точность теодолита. Вычисляют среднее значение горизонтального угла (7) по формуле:

$$\frac{(3)-(6)}{2}=(7).$$

Таблица 1

# ЖУРНАЛ ИЗМЕНЕНИЯ УГЛОВ И ДЛИН ЛИНИЙ

$$МО = \frac{КЛ + КП}{2}$$

Дата Исполнитель $\nu = КЛ - МО$

| Точка стояния | Круг | Точки визирован. | Горизонтальный круг | | | Точки | | Круг | Вертикальный круг | | | Длины линий измеренные |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Отсчёт ° ' | Измеренный угол ° ' | Средний угол ° ' | Стояния | Визиров. | | Отсчёт | Место нуля | Угол наклона | Горизонт. проложение |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 1 | КЛ | 2 | 196°15' (1) | 244°24' (3) | 244°24,5' (7) | 1 | 2 | КЛ | -2°01' (8) | -0°0'30" (12) | -2° 00' 30" (13) | 57,1 (14) |
| | | 6 | 80°39' (2) | | | | | КП | 2°00' (10) | | | |
| | КП | 2 | 16°17' (4) | 244°25' (6) | | 1 | 6 | КЛ | 8°35' (9) | 0° | 8°35' | 116,5 (15) |
| | | 6 | 260°42' (5) | | | | | КП | -8°35' (11) | | | |
| 2 | КЛ | 3 | 146°55' | 59°46' | 59°46' | 2 | 1 | КЛ | -8°36' | 0° | -8°36' | 116,5 (16) |
| | | 1 | 206°41' | | | | | КП | 8°36' | | | |
| | КП | 3 | 326°59' | 59°46' | | 2 | 3 | КЛ | -2°20' | -0°2' | -2°18' | 82,5 |
| | | 1 | 26°45' | | | | | КП | 2°18' | | | |

6) Измерение вертикального угла начинают при положении зрительной трубы КЛ. Зрительную трубу наводят на веху, установленную на смежной точке. Основной (средний) горизонтальный штрих сетки совмещают с отметкой высоты инструмента на вехе (шнурок). После чего берут отсчет по вертикальному кругу (8). Затем наводятся на веху, установленную второй точке, и записывают значения по вертикальному кругу (9).

7) Переводят зрительную трубу через зенит, повторяют действия, описанные в пункте 6, при положении зрительной трубы КП. Берут отсчет по вертикальному кругу и записывают в журнал (10), (11).

8) Вычисляют МО вертикального круга (12).

9) Вычисляют угол наклона (13) по формуле:

$$\nu = \text{КЛ} - \text{МО}.$$

*Контроль:*

- При измерении вертикальных углов на станции колебание МО для разных вертикальных углов не должно превышать ± 2′.
- Значения углов наклона, измеренных в прямом и обратном направлениях, не должны отличаться более, чем на ± 3′.

***Запрещается!*** В полевом журнале стирать резинкой результаты измерений, писать цифру на цифре, переписывать полевой журнал. Ошибочные измерения зачеркиваются одной чертой, затем записи продолжаются дальше. Все записи должны вестись четко и аккуратно с использованием шрифтов (см. прил. 1, 2).

### 2.3. Измерение длин сторон тахеометрического хода

В процессе проложения тахеометрического хода в поле измеряют длины сторон хода. Для этого на смежные точки ставят нивелирную рейку (нулем вниз), наводят зрительную трубу на рейку, совмещая верхний дальномерный штрих сетки нитей с каким-нибудь целым делением рейки (обычно с отсчетом 1000). Подсчитывают длину отрезка “$l$” в см между верхним и нижним дальномерными штрихами. Доли сантиметровых делений оценивают на глаз.

Длина измеренной стороны определяется по формуле

$$S_{\text{изм}} = K \times l_{\text{см}},$$

где $K$ – коэффициент нитяного дальномера ($K$ = 100), $l$ – длина отрезка в см между верхней и нижней дальномерными нитями.

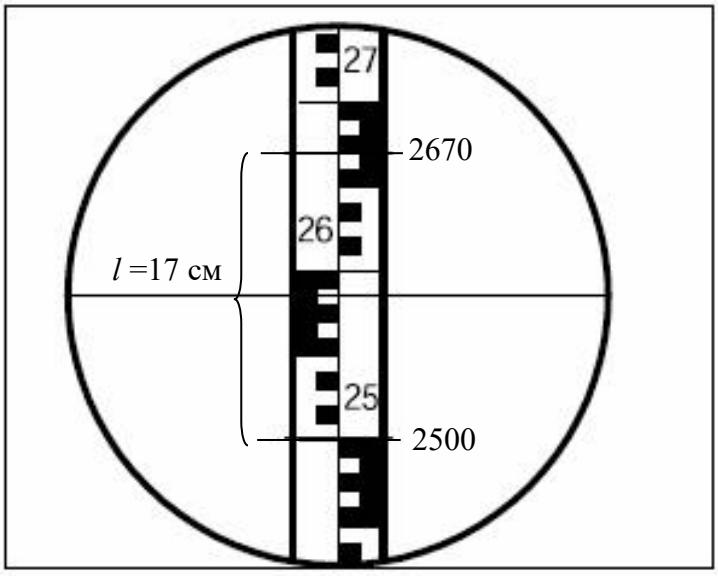



Рис. 2.2. Определение расстояний нитяным дальномером

*Пример:* на рис. 2.2 отчет по верхней нити 2670, отчет по нижней нити 2500, $l$ = 2670 – 2500 = 170 мм = 17 см, $S_{изм}$ =17 см × 100 = 1700 см = 17,0 м.

На станции длину каждой стороны хода измеряют дважды по черной и по красной сторонам рейки, или по одной стороне, но по разным делениям рейки. Разность результатов измерений должна быть не более 0,3 м на 100 метров длины. Среднее значение длины стороны хода записывают в полевой журнал (14) с округлением до 0,1 м.

Длины сторон хода обязательно измеряют в обратном направлении. Разность между результатами измерений ”прямо” (15) и “обратно” (16) не должна превышать 1:200-1:400 (0,3-0,5 м на 100 м длины).

## 2.4. Привязка хода к пунктам опорной геодезической сети

Привязку тахеометрического хода выполняют для определения дирекционного угла начальной стороны хода. Одна из вершин тахеометрического хода является пунктом опорной геодезической сети (рис. 3.1). С него есть видимость на два других геодезических пункта (пп101, пп102). Для привязки хода к опорной геодезической сети производят измерение примычных углов $\varphi_1$ и $\varphi_2$. Это угол между твердой стороной и первой стороной тахеометрического хода (рис. 3.1). В полевом журнале вычерчивают схему привязки, показывают примычные углы.

Каждый примычный угол $\varphi_1$ и $\varphi_2$ измеряют двумя приемами с перестановкой лимба между приемами примерно на 90°. Для контроля измеряют угол между исходными сторонами ($\delta$). Контроль производят по формуле:

$$\delta = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Допустимое расхождение $\pm 3'$.

# 3. ПЛАНОВО-ВЫСОТНОЕ СЪЁМОЧНОЕ ОБОСНОВАНИЕ. КАМЕРАЛЬНЫЕ РАБОТЫ

После последних измерений производят проверку полевых журналов, правильность записей и вычислений измеренных и средних значений. По значениям измеренных горизонтальных углов и длин линий составляют схему съемочного обоснования и ее привязки (рис. 3.1). На схему выписывают измеренные значения углов и длин. Затем приступают к вычислениям. Вычисления линейных величин ведут с точностью до 0,1 м, а углов – до 30”. Из полевого журнала выписывают измеренные примычные углы $\varphi_1$ и $\varphi_2$.

## 3.1. Вычисление привязки

Дирекционный угол начальной стороны хода ($\alpha_{1\text{-}2}$) (рис. 3.1) вычисляют дважды, исходя из значений дирекционных углов исходных сторон опорной геодезической сети ($\alpha_{1\text{-}A}$, $\alpha_{1\text{-}B}$) и измеренных углов ($\varphi_1$, $\varphi_2$) по формулам:

$$\alpha_{1\text{-}2} = \alpha_{1\text{-}\,пп101} + \varphi_1;$$
$$\alpha_{1\text{-}2} = \alpha_{1\text{-}\,пп102} + \varphi_2.$$

Дирекционные углы исходных сторон вычисляют решая обратные геодезические задачи , по формулам:

$$r_{1\text{-}пп101} = \operatorname{arctg}\frac{Y_{пп101} - Y_1}{X_{пп101} - X_1},\quad r_{1\text{-}пп102} = \operatorname{arctg}\frac{Y_{пп102} - Y_1}{X_{пп102} - X_1}.$$

Расхождение полученных значений $\alpha_{1\text{-}2}$ не должно превышать 2-3′.

После нахождения значения румба необходимо определить координатную четверть, содержащую направление. Координатную четверть определяют по знакам приращений координат (рис. 3.2).

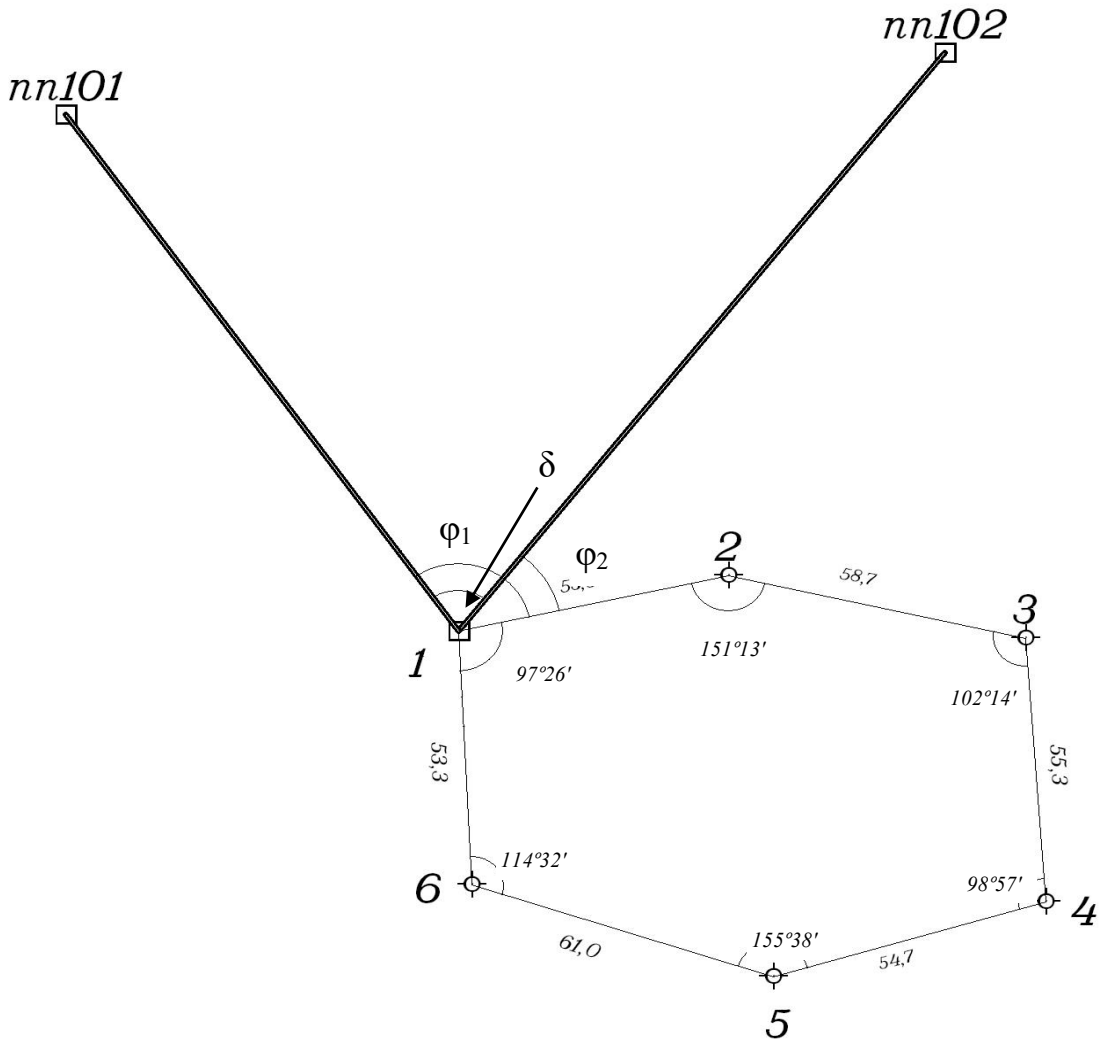



Рис. 3.1. Схема тахеометрического хода и геодезической привязки

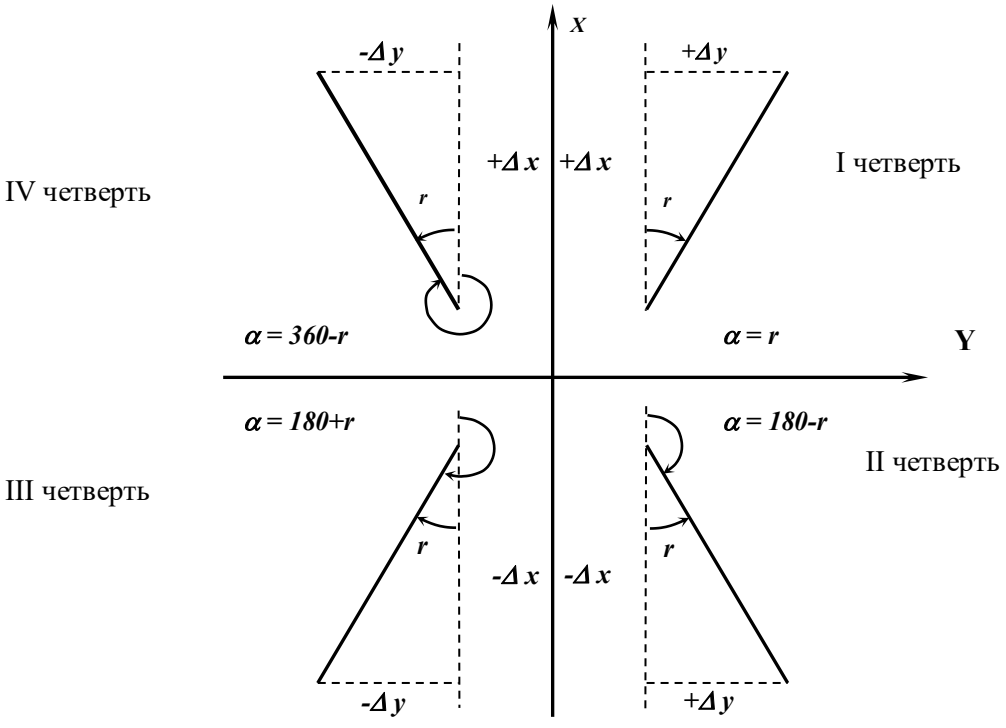



Рис. 3.2. Зависимости между дирекционными углами и румбами

Пример записи и вычислений дирекционных углов приведен ниже.

Таблица 2

Исходные данные

| Название пункта | *X*, м | *У*, м | *H*, м |
|---|---|---|---|
| 1 | 3348,05 | 2238,25 | 271,36 |
| пп101 | 4099,71 | 1639,28 | 282,40 |
| пп102 | 4001,87 | 2581,51 | 290,24 |

$$r_{1\text{-пп}101} = \text{arctg}\frac{Y_{\text{пп}101} - Y_1}{X_{\text{пп}101} - X_1} = \text{arctg}\frac{1639{,}28 - 2238{,}25}{4099{,}71 - 3348{,}05} = \text{arctg}\frac{-598{,}97}{751{,}66} =$$

$= 38{,}54993965° = 38°33'00''$(IV ч.);

$$\alpha_{1\text{-пп}101} = 360° - 38°33'00'' = 321°27'.$$

$$r_{1\text{-пп}102} = \text{arctg}\frac{Y_{\text{пп}102} - Y_1}{X_{\text{пп}102} - X_1} = \text{arctg}\frac{2581{,}51 - 2238{,}25}{4001{,}87 - 3348{,}05} = \text{arctg}\frac{343{,}26}{653{,}82} =$$

$= 27{,}69992196° = 27°42'00''$ (I ч.);

$$\alpha_{1\text{-пп}102} = 27°42'00''.$$

$\varphi_1 = 333°18'00''$;

$$\alpha_{1\text{-}2} = 321°27'00'' + 333°18'00'' = 294°45'00''.$$

$\varphi_2 = 267°05'00''$;

$$\alpha_{1\text{-}2} = 27°42'00'' + 267°05'00'' = 294°47'00''.$$

Средний $\alpha_{1\text{-}2} = 294°46'00''$.

### 3.2. Вычисление горизонтальных проложений длин линий

Горизонтальные проложения необходимо знать для вычисления координат точек тахеометрического хода.

Вычисление горизонтальных проложений выполняют в ведомости вычисления отметок съемочного обоснования (таблица 3).

Из журнала измерения улов и длин линий выписывают среднее значения длин линий (*S*), полученные по результатам измерений в прямом и обратном направлениях, в графу 4 табл. 3 и углы наклона (*v*), измеренные в прямом и обратном направлениях, в графы 2 и 3 табл. 3. По этим данным вычисляют горизонтальные проложения с точностью до 0,01 м по формуле:

$$D = S \times \cos^2 v,$$

где $S$ – среднее значение измеренной длины линии (графа 4), $v$ – угол наклона линии в прямом направлении (графа 2), $D$ – горизонтальное проложение (графа 5).

### 3.3. Вычисление отметок пунктов съемочного обоснования методом тригонометрического нивелирования

Вычисление отметок производится с точностью до 0,01 м в ведомости вычисления отметок (таблица 3).

По измеренным расстояниям и углам наклона вычисляют превышения между точками хода в прямом и обратном направлениях по формуле:

$$h = D \times \tan v.$$

Значения превышений с соответствующим знаком записывают в графы 6 и 7.

Расхождения в превышениях, полученных в прямом и обратном направлениях, допускаются не более 4 см на 100 м. Если это условие выполнено, то в графе 8 вычисляют средние превышения, сохраняя перед ними знак превышения из прямого хода. Сумму положительных и отрицательных значений превышений записывают в графе 8 внизу. Далее подсчитывают невязку по превышениям. Она равна сумме превышений замкнутого хода:

$$f_h = \Sigma h_{\text{ср}}.$$

Допустимую высотную невязку вычисляют по формуле:

$$\text{доп. } f_h = \pm 0{,}2 \text{ м} \sqrt{\sum D(\text{км})},$$

где $-\sum D$ сумма горизонтальных проложений ходя (периметр в км).

Полученную невязку $f_h$ распределяют между превышениями с обратным знаком пропорционально длинам линий по формуле:

$$\delta_{hi} = -\frac{f_h}{\sum D} \times D_i.$$

Таблица 3

**Вычисления отметок точек съемочного обоснования**

| №№ точек | Вертикальные углы | | Длины сторон, м | | Превышение, м | | | | Отметки точек, м | №№ точек |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Прямо ° ' | Обратно ° ' | Измеренные, *S* | Горизонтальное проложение, *D* | Прямо | Обратно | Среднее | Исправленное | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 1 | | | | | | | | | 230,00 | 1 |
| | -2°01' | +2°02' | 83,0 | 82,90 | -2,92 | +2,95 | -0,02<br>-2,94 | -2,96 | | |
| 2 | | | | | | | | | 227,04 | 2 |
| | -5°24' | +5°25' | 122,0 | 120,92 | -11,43 | 11,46 | -0,03<br>-11,45 | -11,48 | | |
| 3 | | | | | | | | | 215,56 | 3 |
| | +2°15' | -2°16' | 98,0 | 97,85 | +3,85 | -3,88 | -0,02<br>+3,87 | +3,85 | | |
| 4 | | | | | | | | | 219,41 | 4 |
| | +1°56' | -1°57' | 120,0 | 119,86 | +4,05 | -4,09 | -0,03<br>+4,07 | +4,04 | | |
| 5 | | | | | | | | | 223,45 | 5 |
| | +4°30' | -4°29' | 100,5 | 99,88 | +7,86 | -7,83 | -0,02<br>+7,85 | +7,83 | | |
| 6 | | | | | | | | | 231,28 | 6 |
| | -0°56' | +0°58' | 76,5 | 76,48 | -1,25 | +1,29 | -0,01<br>-1,27 | -1,28 | | |
| 1 | | | | | | | | | 230,00 | 1 |
| | | | | $\Sigma D$ = 597,89 м | | $\sum h_{ср}$ (+) = +15,79<br>$\sum h_{ср}$ (-) = -15,66 | | Σ = 0 | | |
| | | | | | | | $f_h$ = +0,13 | Доп. $f_h = \pm 0{,}2\text{м}\sqrt{\sum D(\text{км})}$ | | |
| | | | | | | | | Доп. $f_h = \pm 0{,}2\text{м}\sqrt{0{,}6} = \pm 0{,}15$ | | |

Вычислил Орлов Проверил Петров

***Контроль:*** $\Sigma\delta = -f_h$

Величины поправок записывают в графе 8 над превышениями. В графу 9 записывают исправленные превышения.

***Контроль:*** если исправленные превышения вычислены правильно, их алгебраическая сумма должна быть равна нулю.

По исправленным превышениям последовательно вычисляют отметки пунктов съемочного обоснования по формуле:

$$H_{n+1} = H_n + h_n,$$

где $H_{n+1}$ – высота последующего пункта (м), $H_n$ – отметка предыдущего пункта (м), $h_n$ – превышение между смежными пунктами (м).

***Контролем*** вычисления отметок является получение отметки исходной точки в конце вычислений.

## 3.4. Вычисление координат пунктов съемочного обоснования

Вычисление координат производится в ведомости вычисления координат (таблица 4). В графу 1 ведомости выписывают номера вершин хода, в графу 2 – номера точек визирования. В графу 3 выписывают против соответствующих вершин средние значения измеренных горизонтальных углов. Значения горизонтальных проложений линий выписывают в графу 6 из таблицы 3.

### *3.4.1. Вычисление угловой невязки хода*

Угловой невязкой $f_\beta$ замкнутого тахеометрического хода называется разность между суммой измеренных горизонтальных углов $\Sigma\beta_{изм}$ и теоретической суммой внутренних углов плоского многоугольника $\Sigma\beta_{теор}$ т. е.

$$f_\beta = \Sigma\beta_{изм} - \Sigma\beta_{теор},$$

где $\Sigma\beta_{теор} = 180°\times(n - 2)$, $n$ – число углов многоугольника.

Вычисленные значения $\Sigma\beta_{изм}$ и $\Sigma\beta_{теор}$ подписывают внизу графы 3.

Здесь же вычисляют величину допустимой угловой невязки по формуле:

$$f_{\beta доп} = 2 \times t \ (t = 0°0'30'' \text{ – точность инструмента}),$$
$$f_{\beta доп} = \pm 1' \sqrt{n}\,.$$

Таблица 4

**Вычисление координат точек съемочного обоснования**

| Номера точек | | Горизонтальные углы | | Дирекционные углы | Горизонтальные проложения, м | Приращения координат, м | | | | Координаты, м | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | Вычисленные | | Исправленные | | | |
| Стояния | Визиров | Измеренные ° ' | Исправленные ° ' | ° ' | | $\Delta X$ | $\Delta Y$ | $\Delta X$ | $\Delta Y$ | $X$ | $Y$ |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 1 | | | | | | +0,05 | +0,08 | | | **3348,05** | **2238,25** |
| | 3 | | | **294°46'** | 82,90 | +34,73 | -75,27 | +34,78 | -75,19 | | |
| 2 | | | | | | +0,07 | +0,12 | | | 3382,83 | 2162,06 |
| | 1 | 110°59'00" | 110°59' | 3°47' | 120,92 | +120,64 | +7,98 | +120,71 | +8,10 | | |
| 3 | 4 | | | | | +0,06 | +0,10 | | | 3503,54 | 2171,16 |
| | 2 | 123°09'00" | 123°09' | 60°38' | 97,85 | +48,01 | +85,32 | +48,07 | +85,42 | | |
| 4 | 5 | | | | | +0,07 | +0,12 | | | 3551,61 | 2256,58 |
| | 3 | 105°15'00" | 105°15' | 135°23' | 119,86 | -85,35 | +84,21 | -85,28 | +84,33 | | |
| 5 | 6 | | | | | +0,06 | +0,10 | | | 3466,33 | 2340,91 |
| | 4 | 117°58'00" | 117°58' | 197°25' | 99,88 | -95,32 | -29,90 | -95,26 | -29,8 | | |
| 6 | 1 | -0°0'30" | | | | +0,05 | +0,08 | | | 3371,07 | 2311,11 |
| | 5 | 124°58'30" | 124°58' | 252°27' | 76,48 | -23,07 | -72,94 | -23,02 | -72,86 | | |
| 1 | 2 | -0°0'30" | | | | | | | | **3348,05** | **2238,25** |
| | 6 | 137°41'30" | 137°41' | (294°46') | $\Sigma D$ = 597,89 | | | | | | |
| | | | $\sum\beta_{исп}$ = 720° | | | $fx$ = -0,36 | $fy$ = -0,6 | | | | |
| | | | | | | $fs$ = 0,85 | | 0 | 0 | | |

$\Sigma\beta_{изм}$ = 720°01'00"

$\Sigma\beta_{теор}$ = 720°00'00"

$f_{\beta}$ = +1'

$f_{\beta доп} = \pm 1' \sqrt{n} = \pm 1' \sqrt{6} = \pm 2{,}4'$

$$\frac{1}{\sum D \div f_s} = \frac{1}{703} \langle \frac{1}{300}$$

Вычислил Орлов

Проверил Петров

Если значение угловой невязки не превосходит допустимой величины, то ее распределяют поровну с обратным знаком между измеренными углами, с точностью до 30″, т. е. вычисляют поправки к измеренным горизонтальным углам по формулам:

$$\delta_\beta = -\frac{f_\beta}{n}.$$

Если полученное значение поправки меньше 30″, то угловую невязку вводят в наиболее слабое место тахеометрического хода (короткие стороны хода, горизонтальные углы $\leq 20°$ или $\geq 150°$, точки съемочного обоснования, наиболее удаленные от исходных пунктов сети).

***Контроль:*** $\Sigma\delta_\beta = -f_\beta$.

Поправки в измеренные углы подписывают над их значениями. Вычисляют исправленные горизонтальные углы

$$\beta_{исп} = \beta_{изм} + \delta_\beta.$$

***Контроль:*** $\Sigma\beta_{исп} = 180°\times(n - 2)$.

*3.4.2. Вычисление дирекционных углов сторон хода*

Вычисление дирекционных углов сторон хода производят по дирекционному углу начальной стороны и исправленным горизонтальным углам. Начальный дирекционный угол стороны 1-2 выписывают из решения привязки (см. раздел 3.1). В нашем примере $\alpha_{1\text{-}2} = 294°46'$. Его записывают в графу 5 между точками 1 и 2. Дирекционные углы остальных сторон хода вычисляют по формулам:

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n + \beta_{лев} - 180° \text{ - для левых углов;}$$
$$\alpha_{n\text{-}1} = \alpha_n - \beta_{прав} + 180° \text{ - для правых углов,}$$

где $\alpha_{n+1}$ – дирекционный угол последующей стороны хода, $\alpha_n$ – дирекционный угол предыдущей стороны хода.

*Контроль:* полученный дирекционный угол первой стороны хода в конце вычислений должен быть равен исходному. С этой целью по дирекционному углу последней стороны и горизонтальному углу при вершине 1, которые ранее в вычислениях не участвовал, получают дирекционный угол начальной стороны ($\alpha_{1\text{-}2} = 294°\ 46'$).

Вычисленные значения дирекционных углов сторон хода записывают в графу 5.

*3.4.3. Вычисление приращений координат, их невязок и координат пунктов съемочного обоснования*

Приращение координат хода вычисляют по следующим формулам:

$$\Delta X_i = D_i \times \cos\alpha_i,\ \Delta Y_i = D_i \times \sin\alpha_i,$$

где $D_i$ – горизонтальное проложения линий; $\alpha_i$ – дирекционные углы этих линий.

Вычисления производят с точностью до 0,01 м.

Вычисленные приращения координат записывают в графах 7 и 8.

Для замкнутого хода алгебраическая сумма приращений по каждой оси координат должна быть равна нулю:

$$\sum\Delta X = 0,\ \sum\Delta Y = 0.$$

Внизу графы 7 и 8 находят значения невязок $f_x$ и $f_y$ (по осям абсцисс и ординат), по формулам:

$$f_x = \sum\Delta X\ ,\ f_y = \sum\Delta Y.$$

Невязки в приращениях координат обусловлены действием погрешностей измерения углов и сторон хода. Совместное влияние невязок приращений по осям координат характеризуется линейной невязкой в периметре:

$$f_S = \sqrt{fx^2 + fy^2}\,.$$

Допустимую линейную невязку вычисляют по формуле относительной ошибки:

$$\frac{1}{\sum D \div f_S} \le \frac{1}{500},$$

где $\sum D$ – сумма горизонтальных проложений длин сторон хода (периметр).

Периметр ($\sum D$) подсчитывают в графе 6 и выписывают внизу. После проверки допустимости относительной линейной невязки $\frac{1}{\sum D \div f_S}$ распределяют невязки приращений координат $f_x$ и $f_y$.

Невязки $f_x$ и $f_y$ распределяют с обратным знаком в каждое приращение координат пропорционально длинам сторон, т. е. вычисляют поправки к приращениям координат по формулам:

$$\delta X_i = -\frac{f_x}{\sum D} \times D_i, \qquad \delta Y_i = -\frac{f_y}{\sum D} \times D_i,$$

и подписывают их над приращениями в графах 7 и 8.

В графах 9 и 10 записывают исправленные значения приращений координат:

$$\Delta X_{\text{ИСПР}} = \Delta X_i + \delta X_i, \qquad \Delta Y_{\text{ИСПР}} = \Delta Y_i + \delta Y_i.$$

***Контроль:*** $\sum \Delta X_{\text{ИСПР}} = 0$, $\sum \Delta Y_{\text{ИСПР}} = 0$.

Далее, в графах 11 и 12 последовательно вычисляют координаты точек тахеометрического хода от координат начальной точки 1, используя исправленные приращения координат, по формулам:

$$X_{n+1} = X_n + \Delta X_{\text{ИСПР}}, \qquad Y_{n+1} = Y_n + \Delta Y_{\text{ИСПР}},$$

где $X_n$, $Y_n$ – координаты предыдущего пункта, $X_{n+1}$ ,$Y_{n+1}$ – координаты последующего пункта.

***Контроль:*** вычисленные координаты начальной точки хода должны быть равны исходным (таблица 4).

# 4. ТАХЕОМЕТРИЧЕСКАЯ СЪЕМКА

Инструменты и принадлежности для выполнения работ: теодолит, одна вешка, одна рейка, полевой журнал для тахеометрической съемки, абрисы, два карандаша, тахеометрические таблицы.

Тахеометрическую съемку ситуации и рельефа местности выполняют с пунктов съемочного обоснования в масштабе 1:500. На каждой станции измеряют расстояние, горизонтальный и вертикальные углы до съемочных пикетов, т.е. определяют полярные координаты каждой снимаемой точки (съемочных пикетов).

Все записи результатов измерений ведут в журнале тахеометрической съемки (таблица 5). В процессе съемки составляют абрис (рис. 4.1).

Особо важное значение при съемке имеет правильный выбор съемочных пикетов. При съемке ситуации рейку устанавливают на характерных точках контуров (углы зданий, изгибы дорог, рек, границы угодий, столбы электролиний и т. д.). При съемке рельефа рейку устанавливают на характерных точках и линиях рельефа местности (вершина холма, дно котловины, водораздел, тальвег, перегибы скатов, урезы воды).

Съемочные пикеты должны равномерно покрывать всю территорию съемки. Расстояние от точек съемочного обоснования до съемочных пикетов должно быть не более 80 м.

## 4.1. Работа на станции

Работу на станции выполняют в следующем порядке:

- теодолит центрируют над точкой с точностью до 1 см с помощью отвеса и горизонтируют с помощью цилиндрического уровня горизонтального круга;

- определяют МО вертикального круга на каждой станции, значение МО записывают в журнал тахеометрической съемки (таблица 5) для данной станции. Устанавливают визирную веху на следующую по ходу точку съемочного обоснования. Направление на эту точку принимают за начальное (например: станция 1, направление на точку 2), ориентируют лимб по начальному направлению. Для этого, вращая алидадой, устанавливают отсчет на горизонтальном круге 0°00’. Затем алидаду закрепляют, открепляют лимб, наводят теодолит на выставленную веху (на пункте 2). Далее лимб закрепляют до конца съемки на этой станции, а алидаду открепляют. Съемка ведется только при положении зрительной трубы круг «лево» (КЛ);

- рейкой измеряют высоту инструмента до 0,01 м, записывают ее значение в журнал и отмечают на рейке ярким шнурком ( $i$ = 1,30 м);

- рейку устанавливают на съемочный пикет;

- наводят теодолит на рейку, измеряют нитяным дальномером расстояние до рейки и записывают в журнал (1);

- наводят центр сетки нитей на высоту инструмента (шнурок), берут отсчеты по горизонтальному и вертикальному кругам теодолита и записывают в журнал (2), (3). Если на рейке отметки высоты инструмента не видно, то наводят центр сетки нитей на верх рейки и записывают на этом пикете высоту визирования (v = 3 м) в графу 8 таблицы 5.

### 4.2. Ведение журнала тахеометрической съемки

В журнале указывают номер станции, начальное направление, МО, высоту инструмента $i$ в метрах, отметку точки $H_0$ съемочного обоснования в метрах. В соответствующие графы журнала записывают результаты полевых измерений (расстояний, отсчетов по горизонтальному и вертикальному кругам). Затем вычисляют углы наклона на съемочные пикеты по формуле:

$$v = КЛ - МО.$$

Находят горизонтальное проложение $D$ и превышение $h$’ между точкой съемочного обоснования и съемочным пикетом по углу наклона и расстоянию из тахеометрических таблиц или по формулам, которые приведены в тахеометрических таблицах:

$$D = S \times \cos^2 v;$$
$$h' = D \times tan\ v;$$
$$h = h' + i - \text{v},$$

где $D$ – горизонтальное проложение, $S$ – измеренное нитяным дальномером расстояние, $v$ – угол наклона, $i$ – высота инструмента, v – высота визирования.

Знак превышения соответствует знаку угла наклона.

Отметку съемочного пикета вычисляют по формуле:

$$H = H_0 + h,$$

и записывают в графу 11 (таблица 5).

Таблица 5

ЖУРНАЛ ТАХЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СЪЕМКИ

$$МО = \frac{КЛ + КП - 180°}{2} \quad (Т\text{-}30)$$

Точка стояния *1* $H_0 = 230{,}0$ $i = 1{,}30$ КЛ = 354°35'

Дата 13.07.17. КП = 185°23'

Начальное направление *2* Исполнитель Петров $v$ = КЛ-МО МО = - 0°1'

| №№ пикетов | Расстояния по дальномеру, м | Отсчеты по кругам /КЛ/ | | Углы наклона ° ' | Горизонтальн. проложения, м | $h$', м | Высота визиров v, м | $i$-v | Превышение $h = h' + i$-v | Отметки пикетов $H = H_0 + h$ | Примечание |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Горизонтальн. ° ' | Вертикальн. ° ' | | | | | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| | | 0°00 | | | | | | | | | |
| 1 | 38,0 | 23°00' | 352°59' | -7°00' | 37,44 | -4,60 | 1,30 | 0 | -4,60 | 225,40 | рельеф, дорога |
| 2 | 35,0 | 53°30' | 355°06' | -4°53' | 34,75 | -2,97 | 1,30 | 0 | -2,97 | 227,03 | рельеф, дорога |
| 3 | 56,0 | 81°00' | 356°06' | -3°53' | 55,74 | -3,78 | 1,30 | 0 | -3,78 | 226,22 | дорога |
| 4 | 86,1 | 100°00' | 356°36' | -3°23' | 85,80 | -5,07 | 1,30 | 0 | -5,07 | 224,93 | дорога |
| 5 | 52,3 | 112°41' | 358°47' | -1°12' | 52,28 | -1,10 | 1,30 | 0 | -1,10 | 228,90 | рельеф, луг |
| 6 | 72,0 | 116°02' | 354°23' | -5°36' | 71,31 | -6,99 | 3,00 | -1,70 | -8,69 | 221,31 | рельеф, луг |
| 7 | 25,0 | 137°30' | 352°34' | -7°25' | 24,58 | -3,20 | 1,30 | 0 | -3,20 | 226,80 | обрыв, 2м |
| 8 | 46,5 | 141°00' | 355°17' | -4°42' | 46,19 | -3,80 | 1,30 | 0 | -3,80 | 226,20 | обрыв, 2м |
| 9 | 25,8 | 180°10' | 349°39' | -10°20' | 24,97 | -4,55 | 1,30 | 0 | -4,55 | 225,45 | обрыв, 2м |

Вычислил

Проверил

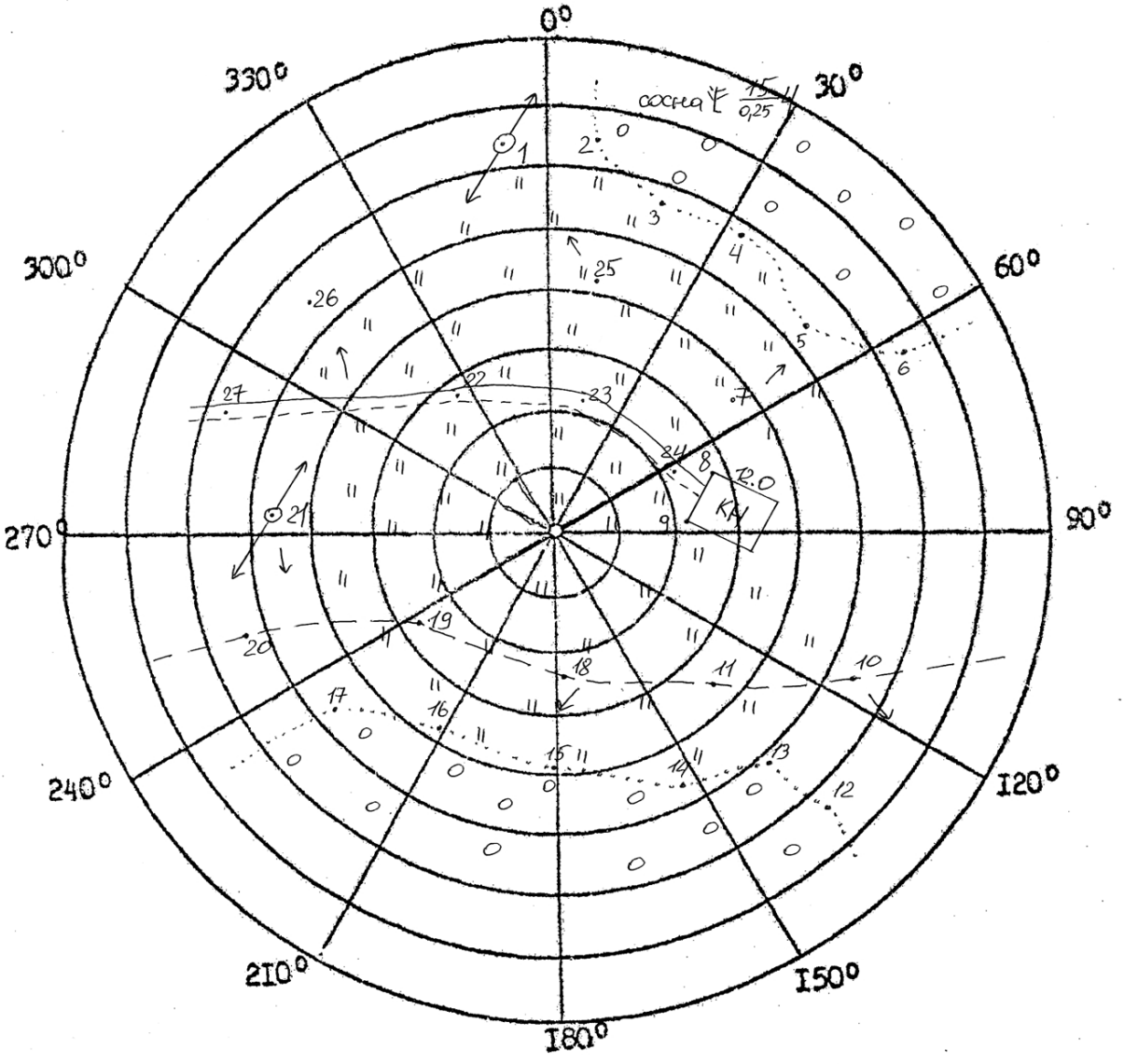
### 4.3. Составление абриса

Абрис – это схематический чертеж участка местности, снимаемого с данной станции. Абрис составляют на каждой станции одновременно с заполнением журнала тахеометрической съемки (рис. 4.1).

При заполнении абриса центр окружности принимают за станцию, с которой выполняют съемку, один из радиусов за начальное направление (0°), расстояния между окружностями принимают равными 10 м. Каждый съемочный пикет намечают на абрисе точкой, рядом надписывают его порядковый номер.

Станция 2

Начальное направление на пункт 1




Абрис составил Назаров И.В.

Рис. 4.1. Абрис тахеометрической съемки на п. 1

При съемке следят за тем, чтобы нумерация съемочных пикетов на абрисе соответствовала нумерации этих же пикетов в журнале тахеометрической съемки. На абрис наносят все снятые контуры ситуации, сопровождая их пояснительными надписями и условными знаками. На абрисе стрелками показывают направление скатов.

Составление абрисов является ответственной частью тахеометрической съемки, т.к. он в дальнейшем используется для создания топографического плана. Его надо вести аккуратно, все записи делают четко, отточенным карандашом, прямолинейные контуры вычерчивать по линейке. Четкое ведение абриса способствует качественному составлению топографического плана. Абрис сдается вместе с журналом тахеометрической съемки.

Закончив съемку на станции, по абрису проверяют, все ли элементы ситуации и рельефы засняты, нет ли пропусков, достаточно взято ли съемочных пикетов. Съемочные пикеты должны быть расположены не реже, чем через 3 см в масштабе плана, т. е. через 15 м на местности (в масштабе 1:500), их количество зависит от сложности ситуации и сложности рельефа. Кроме того, проверяют, не сбилась ли во время съемки ориентировка теодолита. Для этого в конце съемки снова визируют зрительную трубу по начальному направлению и проверяют неизменность отсчета по лимбу. Допустимое отклонение должно быть не более 3′. Сделав такой контроль, переходят на следующую станцию.

# 5. СОСТАВЛЕНИЕ ТОПОГРАФИЧЕСКОГО ПЛАНА

При тахеометрической съемке топографический план создается камеральным путем. Размер рамки для планов масштаба 1:500 принят 50×50 см. План составляют в масштабе 1:500 и оформляют в соответствии с «Условными знаками для топографических планов масштабов 1:5000, 1:2000, 1:1000 и 1:500».

Составление плана выполняют в следующем порядке:

- вычерчивание координатной сетки;
-построение точек по координатам;
-нанесение ситуации и местности на план;
-оформление топографического плана.

## 5.1. Вычерчивание координатной сетки

Координатную сетку строят на листе чертежной бумаги А1, стороны сетки принимают равными 10×10 см. Координатную сетку получают путем ее переноса со стандартных сеток, изготовленных на картографической пленке, через световой стол.

Правильность построения координатной сетки контролируют путем измерения циркулем-измерителем диагоналей всех квадратов сетки. Ошибки в длинах диагоналей не должно превышать 0,2 – 0,3 мм.

### *5.1.1. Построение пунктов съемочного обоснования по координатам*

Для построения пунктов съемочного обоснования по координатам в масштабе 1:500 сетку координат оцифровывают через 50 м. За начало координат принимают юго-западный угол рамки. От него к северу надписывают абсциссы *X*, к востоку – ординаты *Y*. Координаты юго-западного угла плана выбирают так, чтобы тахеометрический ход разместился примерно в середине листа. Построение каждой точки съемочного обоснования производят с помощью циркуля-измерителя и масштабной линейки. Вначале определяют, в каком квадрате сетки располагается данная точка. Затем значение абсциссы откладывают по обеим сторонам квадрата и соединяют тонкой прямой линией. На этой линии откладывают значение ординаты *Y*. Полученную точку обводят условным знаком (кружочком), рядом надписывают номер пункта планово-высотного хода и его отметку до 0,01 м (справа от пункта).

Построение пунктов съемочного обоснования обязательно контролируют. Для этого значение горизонтального проложения между двумя точками циркулем-измерителем откладывают на масштабной линейке и сравнивают с

расстоянием между соответствующими точками на плане. Допустимое расхождение этих величин не должно быть более ±0,5 мм.

### 5.2. Нанесение ситуации и рельефа местности на план

Ситуацию наносят на план по данным журнала тахеометрической съемки и абрисов. Съемочные пикеты наносят на план по горизонтальному углу и горизонтальному проложению. Горизонтальные углы откладывают при помощи кругового транспортира от начального направления, а горизонтальные проложения – циркулем-измерителем по линейке. Справа от полученной точки подписывают отметку съемочного пикета до 0,1 м, слева – ее номер. Руководствуясь абрисом и подписями, сделанными в примечаниях тахеометрического журнала, рисуют условными знаками элементы ситуации. Виды угодий пока обозначают надписями. По отметкам точек проводят горизонтали с сечением рельефа через 1 м. Интерполирование горизонталей выполняют по тем направлениям, которые указаны в абрисе.

Окончив составление ситуации и рельефа на станции, приступают к нанесению съемочных пикетов следующей станции.

Составленный план представляют на просмотр преподавателю. После просмотра и проверки по указанию преподавателя план оформляют.

### 5.3. Оформление топографического плана

Порядок оформления следующий:

1) Пункты опорной геодезической сети, пункты съемочной сети, характерные высотные точки, ориентиры и местные предметы.

2) Гидрографическая сеть, урезы воды, подписи, относящиеся к гидрографии.

3) Населенные пункты.

4) Элементы линейной протяженности (границы контуров, дорожная сеть, электролинии, телефонные линии и др.).

5) Рельеф. При этом выделяют утолщенные горизонтали, расставляют бергштрихи, размещают надписи горизонталей, кратные 5 м, вычерчивают формы рельефа, не выражающиеся горизонталями (обрывы, ямы, скалы и др.).

6) Почвенно-растительный покров (виды угодий, которые ранее подписывались, теперь вычерчивают условными знаками).

7) Рамка и зарамочное оформление.

Во избежание пропусков после оформления план тщательно корректируют. Без разрешения преподавателя не следует стирать с плана

съемочные пикеты. Все оформление выполняется в соответствии с «Условными знаками для топографических планов масштабов 1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500».

Перечень сдаваемых материалов: журнал тахеометрической съемки, абрисы для каждой станции, топографический план.

# 6. ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ НИВЕЛИРОВАНИЕ ПО ОСИ ТРАССЫ

Назначение нивелирования по оси трассы – определение отметок точек местности и построение профиля оси будущего инженерного сооружения.

Работы по нивелированию трассы состоят из следующих этапов:

- рекогносцировка трассы;
- разбивка пикетажа и поперечных профилей;
- нивелирование по оси трассы и по поперечным профилям;
- камеральная обработка результатов нивелирования;
- построение профиля;
- проектирование по профилю.

Инструменты и принадлежности для выполнения работы: нивелир Н-3 со штативом, две рейки, мерная лента, шпильки, колья или штыри для закрепления пикетов, молоток, нивелирный журнал, пикетажный журнал, карандаши.

## 6.1. Рекогносцировка трассы

Трассу выбирают с учетом следующих условий: число поворотов трассы должно быть минимальным, стороны трассы должны проходить на местности по возможности с малыми углами наклона.

В процессе рекогносцировки закрепляют вершины углов поворота (ВУ).

## 6.2. Разбивка пикетажа по трассе и поперечных профилей

Стороны трассы измеряют стальной лентой (шпагатом), отмечая на трассе штырями или колышками пикеты – точки, отстоящие одна от другой на 100 м. Для трасс, проходящих по участкам со сложным рельефом, пикеты могут разбиваться через 50 м.

Количество пикетов на бригаду – 12, количество поперечников – 2.

Если угол наклона местности больше 2°, то расстояние между пикетами увеличивают на величину поправки за наклон. Около каждого пикета забивают сторожок – кол или штырь с табличкой, на котором пишут номер пикета и номер бригады.

Расстояние до плюсовых точек, намечаемых на перегибах местности и пересечении трассы с дорогами и ЛЭП, измеряют от младшего пикета и отмечают сторожками, например ПК 5 + 65.0 (рис. 6.1).

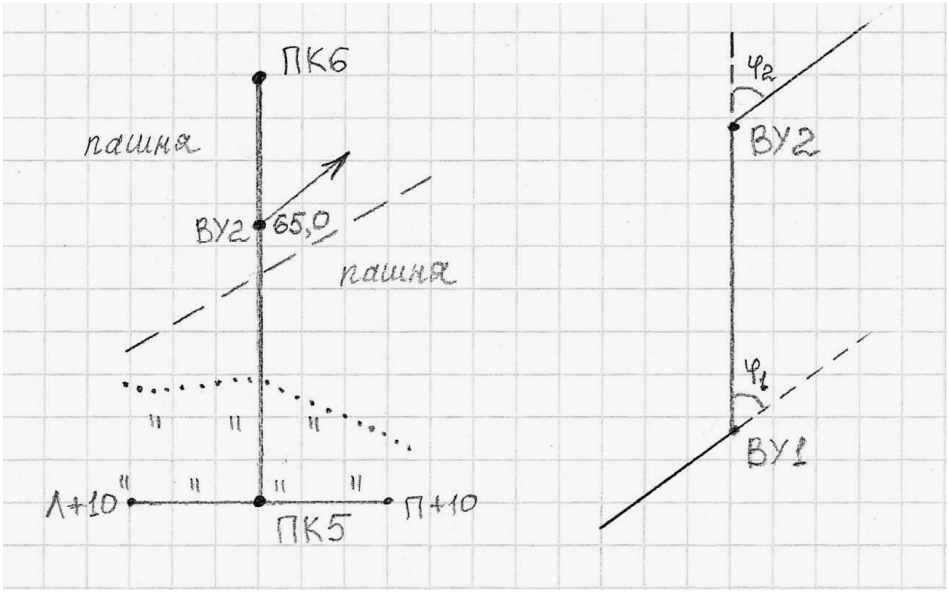



Рис. 6.1. Пикетажный журнал

Разбивают поперечные профили. Для этого перпендикулярно к оси трассы измеряют расстояние от оси трассы влево и вправо до точек перегиба местности. Концы поперечного профиля и точки перегиба отмечают сторожками, на которых надписывают расстояния от оси трассы с добавлением буквы Л (влево) или П (вправо) от оси трассы, например, Л + 10,0 или П + 5,0. Началом поперечного профиля может быть пикет или плюсовая точка. Его длину принимают по указанию преподавателя (10-20 м).

В процессе разбивки пикетажа ведут пикетажный журнал (рис. 6.1), в котором в масштабе 1:1000 показывают ось трассы, пикеты, плюсовые точки, поперечные профили, углы поворота, направление поворота трассы (стрелкой), на глаз зарисовывают контуры местности в полосе шириной по 20 м в обе стороны от оси трассы.

### 6.3. Нивелирование по оси трассы и по поперечным профилям

После выполнения поверок нивелира, результаты которых записывают на первой странице журнала, приступают к нивелированию по пикетажу. Нивелирование выполняют способом «из середины». Нивелирный ход привязывают к ближайшему реперу. На каждой станции хода две нивелирные точки являются связующими, с их помощью передают высоты по ходу. Остальные точки называются промежуточными. Как правило, связующими точками являются пикеты. Если превышение между пикетами больше длины рейки, то для передачи высот используют дополнительные связующие точки, называемые *Х* точками. *Х* точки закрепляют колышками или штырями. Между смежными пикетами может быть несколько точек *Х*, в зависимости от рельефа.

В качестве *X* точек можно использовать плюсовые точки. Примеры выбора станции и связующих точек показаны на рис. 6.2.

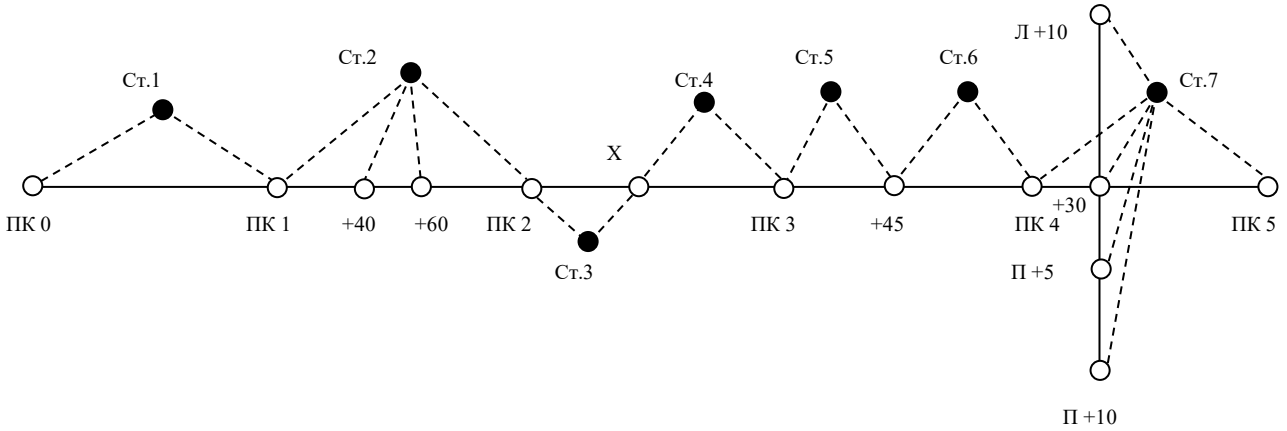



Рис. 6.2. Выбор станций при нивелировании трассы

### 6.4. Работа на станции при нивелировании

Все записи при нивелировании ведут в полевом журнале карандашом. Работу на станции производят в следующем порядке. Нивелир устанавливают примерно на равном расстоянии от связующих точек. Равенство расстояний определяют на глаз. На связующих точках на колышках устанавливают рейки.

Нивелир горизонтируют с помощью круглого уровня. Наводят трубу нивелира на заднюю рейку, совмещают элевационным винтом концы пузырька цилиндрического уровня и берут отсчет по черной стороне рейки (1). Порядок записей и вычислений показан в таблице 6. Поворачивают рейку, проверяют точность совмещения концов пузырька цилиндрического уровня и берут отсчет по красной стороне (2). Затем нивелир наводят на переднюю рейку, обязательно совмещают элевационным винтом концы пузырька цилиндрического уровня и снова берут отсчеты по черной и по красной сторонам рейки (3), (4).

При нивелировании все отсчеты и превышения записывают в миллиметрах.

Если отсчет по рейке больше 1 м, то рейку необходимо слегка покачивать вперед и назад. При этом в нивелир наблюдают и берут наименьший отсчет. Тут же на станции вычисляют превышения *h* по черной (5) и красной (6) сторонам реек по формуле:

$$h = З - П,$$

где З – отчет по задней рейке; П – отсчет по передней рейке.

Эти превышения не должны отличаться более чем на 5мм. При большем расхождении нивелирование связующих точек повторяют, несколько изменив высоту инструмента.

Если разность превышений, вычисленных на станции, не превосходит допуск, то вычисляют среднее превышение (7) до целых мм и записывают в графе 8 или 9.

ЖУРНАЛ НИВЕЛИРОВАНИЯ

Таблица 6

Прямой ход

Дата 27.07.02

Исполнитель *Орлов*

| №№ станции | Номер пикетов и промежут. точек | Отсчет по рейке | | | Превышения | | Среднее превышение | | Горизонт инструмента | Отметки точек | Номера пикетов и пром. точек | Примечания |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | задний | передний | промежут. | + | - | + | - | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 1 | 0-1 | 1861(1) | 1363(3) | | 498(5) | | | | | | | |
| | | 6646(2) | 6146(4) | | 500(6) | | +2<br>499(7) | | | 127,115 | 0 | |
| 2 | 1-2 | 0430(1) | 0656(3) | | | 226(5) | | | 128,046 | 127,616 | 1 | |
| | | 5218(2) | 5440(4) | | | 222(6) | | +2<br>224(7) | | | | |
| | 1+40,0 | | | 2530(8) | | | | | | 125,516 | 1+40,0 | |
| | 1+60,0 | | | 2340(9) | | | | | | 125,706 | 1+60,0 | |
| 3 | 2-x | 2830 | 420 | | 2410 | | | | | 127,394 | 2 | |
| | | 7615 | 5202 | | 2413 | | +2<br>2412 | | | | | |
| 4 | x-3 | 2131 | 720 | | 1411 | | | | | | | |
| | | 6915 | 5509 | | 1406 | | +2<br>1408 | | | | | |
| 5 | 3-3+45,0 | 2752 | 151 | | 2601 | | | | | 131,218 | 3 | |
| | | 7535 | 4942 | | 2593 | | +1<br>2597 | | | 133,816 | 3+45,0 | |
| ∑ | | 43933 | 30549 | | 13832 | 448 | 6916 | 224 | | | | |
| | | +13384 | | | +13384 | | +6692 | | | | | |
| | | | | | +6692 | | | | | | | |

Вычислил *Петров*

Проверил *Иванов*

Одновременно с нивелированием связующих точек нивелируют плюсовые точки и точки поперечного профиля. Для этого после вычисления среднего превышения на станции рейку с задней связующей точками и точки поперечного профиля, устанавливают ее на землю у сторожков нулем вниз, берут по одному отсчету только по черной стороне рейки и записывают отсчет в графу 5 (8), (9).

После этого задний реечник переходит на следующую связующую точку, а передний остается на предыдущей связующей точке, наблюдатель переходит и выбирает следующую станцию. Если в районе трассы есть только один репер, к которому будет привязываться трасса, то для контроля нивелирования студенты на практике прокладывают обратный нивелирный ход, начиная нивелирование с последнего пикета. В обратном ходе нивелируют только связующие точки. Если есть возможность привязать последний пикет к реперу, то обратный ход не прокладывают.

Все записи в журнале должны быть выполнены аккуратно, без подчисток и исправлений. Неправильные записи зачеркивают, а в примечаниях пишут причину зачеркивания.

В полевом журнале дают схему привязки (рис. 6.3) и делают полевую привязку. Для этого выполняют нивелирование от репера до ПКО в прямом и обратном направлениях, вычисляют среднее превышение $h_{ср}$.

Решают привязку, т. е. вычисляют отметку ПКО ($H_{пко}$) по формуле:

$$H_{ПКО} = H_{Rp} + h_{ср}$$

$$h_{ср} = \frac{h_{пр} + h_{обр}}{2},$$

если привязка сделана по схеме (*а*).

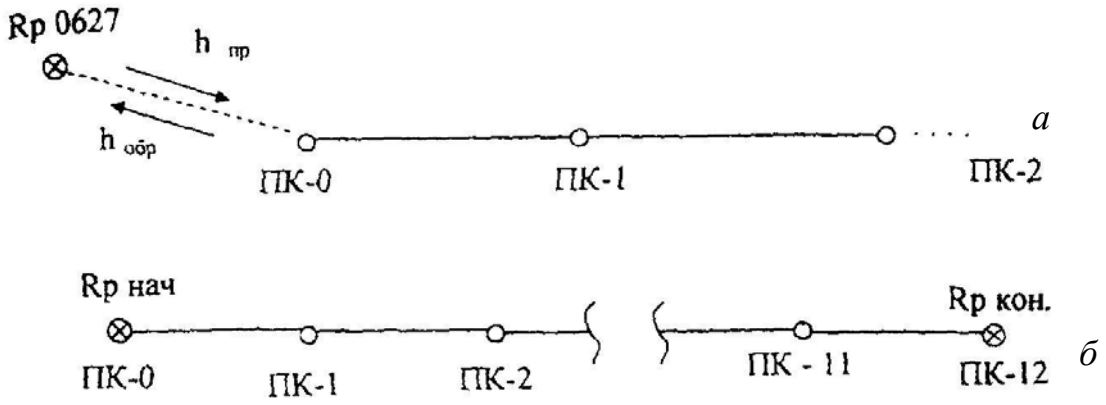



Рис. 6.3. Схемы привязки нивелирного хода:
*а* – висячий ход, *б* – разомкнутый ход

## 6.5. Камеральная обработка результатов нивелирования

Камеральную обработку производят в таком порядке:
- обработка нивелирного журнала;
- построение профиля;
- проектирование по профилю.

### *6.5.1. Обработка нивелирного журнала*

Для проверки правильности записей и вычислений в журнале производят постраничный контроль по формуле:

$$\sum З - \sum П = \sum h.$$

Для этого на каждой странице журнала находят: суммы отсчетов ∑3, ∑4 по графам 3, 4; суммы превышений ∑6, ∑7, ∑8, ∑9 по графам 6, 7, 8, 9 (таблица 6). Вычисляют величины:

$$\sum 3 - \sum 4; \quad \sum 6 + \sum 7; \quad \sum 8 + \sum 9.$$

Соблюдение равенств:

$$\sum 3 - \sum 4 = \sum 6 + \sum 7; \quad \frac{\sum 6 + \sum 7}{2} = \sum 8 + \sum 9,$$

показывает, что вычисления на данной странице сделаны верно. Аналогично производят контроль и на следующих страницах журнала. Суммируя величины (∑8 + ∑9) отдельно по прямому и обратным ходам, получают суммарное превышения $\sum h_{прям}$ – прямого и $\sum h_{обр}$ обратного ходов. Сумма величин $\sum h$ прямого и обратных ходов дает невязку $f_h$:

$$f_h = \sum h_{прям} + \sum h_{обр}.$$

Если ход пройден точками с известными отметками $H_{НАЧ}$ и $H_{КОН}$ (рис. 6.3, *б*), невязку вычисляют по формуле:

$$f_h = \sum h_{ср} - (H_{КОН} - H_{НАЧ}).$$

Допустимое значение невязки вычисляют по формуле:

$$f_{h доп} = \pm\sqrt{L(км)}, \text{ мм},$$

где $L$ – длина хода (в километрах) от начального до конечного пикета. Вычисляют невязку в полевом журнале, на чистой странице.

Если полученная невязка больше допустимой, то нивелирный ход переделывают. Если полученная невязка допустима, то в случае (*а*) половину ее распределяют с обратным знаком поровну в превышения прямого хода, округляя при этом поправки до целых километров. Во втором случае (*б*), вся невязка распределяется поровну с обратным знаком на превышения между связующими точками. Поправки в превышениях $\delta_h$ вычисляют по формуле:

$$\delta_h = -\frac{f_h}{n},$$

где $n$ – число превышений.

Записывают поправки над средними превышениями в полевом журнале. Исправленные превышения определяют по формуле:

$$h_1 = h_{\text{ср}} + \delta_{h1}.$$

Из привязки хода к реперу вычисляют отметку нулевого пикета $H_{\text{ПКО}}$ (в нашем примере $H_{\text{ПКО}}$ = 127,115 м). Записывают ее в графе (II) напротив нулевого пикета (0).

Зная эту отметку и исправленные превышения, последовательно вычисляют отметки связующих точек по всему ходу:

$$H_1 = H_0 + h_1, \quad H_2 = H_1 + h_2 \ \ldots$$

Получив отметку последнего пикета $H_{\text{К}}$, проверяют правильность вычислений по формуле:

$$H_{\text{КОН}} - H_{\text{НАЧ}} = \sum h - \frac{f_h}{2} \ (а) \text{ или } H_{\text{КОН}} - H_{\text{НАЧ}} = \sum h - f_h \ (б).$$

Вычисления в журнале заканчивают нахождением отметок промежуточных точек. Их вычисляют через горизонт инструмента ГИ. Горизонтом инструмента называют отметку визирного луча нивелира на данной станции. ГИ вычисляют по формуле:

$$\text{ГИ} = \text{Н} + a,$$

где Н – отметка связующей точки на данной станции; $a$ – отсчет по черной стороне рейки на этой точке.

*Пример:* Для станции 2 в таблице 6:

$$\text{ГИ} = H_1 + a_1,$$

$H_{\text{ПК1}}$ = 127,616 м, $a_1$ = 0430 мм – отсчет на ПК1,

ГИ = 128,046 м (записывают в графу 10 напротив станции 2).

Отметки промежуточных точек $Н_{ПРОМ}$ находят вычитанием промежуточных отсчетов по рейке «*с*» из горизонта инструмента:

$$H_{ПРОМ} = ГИ - c.$$

На этой же станции находим:

$H_{ПК1+40.0} = 128{,}046 - 2{,}530 = 125{,}516$ м,

$H_{ПК1+60.0} = 128{,}046 - 2{,}340 = 125{,}706$ м.

### *6.5.2. Построение профиля трассы*

По вычисленным отметкам пикетов, плюсовых точек и точек поперечного профиля на координатной бумаге строят продольный и поперечный профили местности по трассе. Масштабы построения:

- для продольного профиля: горизонтальный 1: 2000, вертикальный 1:200;
- для поперечного профиля: горизонтальный 1: 200, вертикальный 1:200.

Последовательность построения профиля приведена ниже.

Первоначально вычерчивают сетку профиля. Название граф и размеры в миллиметрах показаны на рис. 6.4.

В графе «Расстояния» отмечают положения пикетов и плюсовых точек, выписывают расстояния между плюсовыми точками и пикетами. *X* точки не строят. Ниже этой графы выписывают номера пикетов.

Пользуясь пикетажным журналом, заполняют графу «План трассы», в которой показывают:

а) ось в виде прямой линии красного цвета;

б) ситуацию (по результатам съемки полосы местности) соответствующими условными знаками.

В графу «Фактические отметки» выписывают из журнала нивелирования отметки всех пикетов и плюсовых точек с округлением до 0,01 м.

Выбирают и надписывают отметку условного горизонта, которая должна быт на 5-8 метров меньше самой низкой отметки по трассе.

В системе прямоугольных координат, где линия условного горизонта – ось расстояний, а вертикальная линия, проходящая через нулевой пикет – ось отметок, строят положение всех пикетов и плюсовых точек.

Полученные точки соединяют прямыми линиями и получают продольный профиль местности по оси трассы. Все построения выполняют карандашом.

Над точками продольного профиля, которые служили началом поперечных профилей, строят сетки поперечных профилей (рис. 6.4).

Заполняют графы «Расстояния» и «Фактические отметки» так же, как это делалось при построении продольного профили. Под сеткой надписывают пикетажные обозначения точек поперечного профиля.

Выбрав условный горизонт, строят положение точек поперечного профиля. Соединив полученные точки, получают поперечный профиль местности.

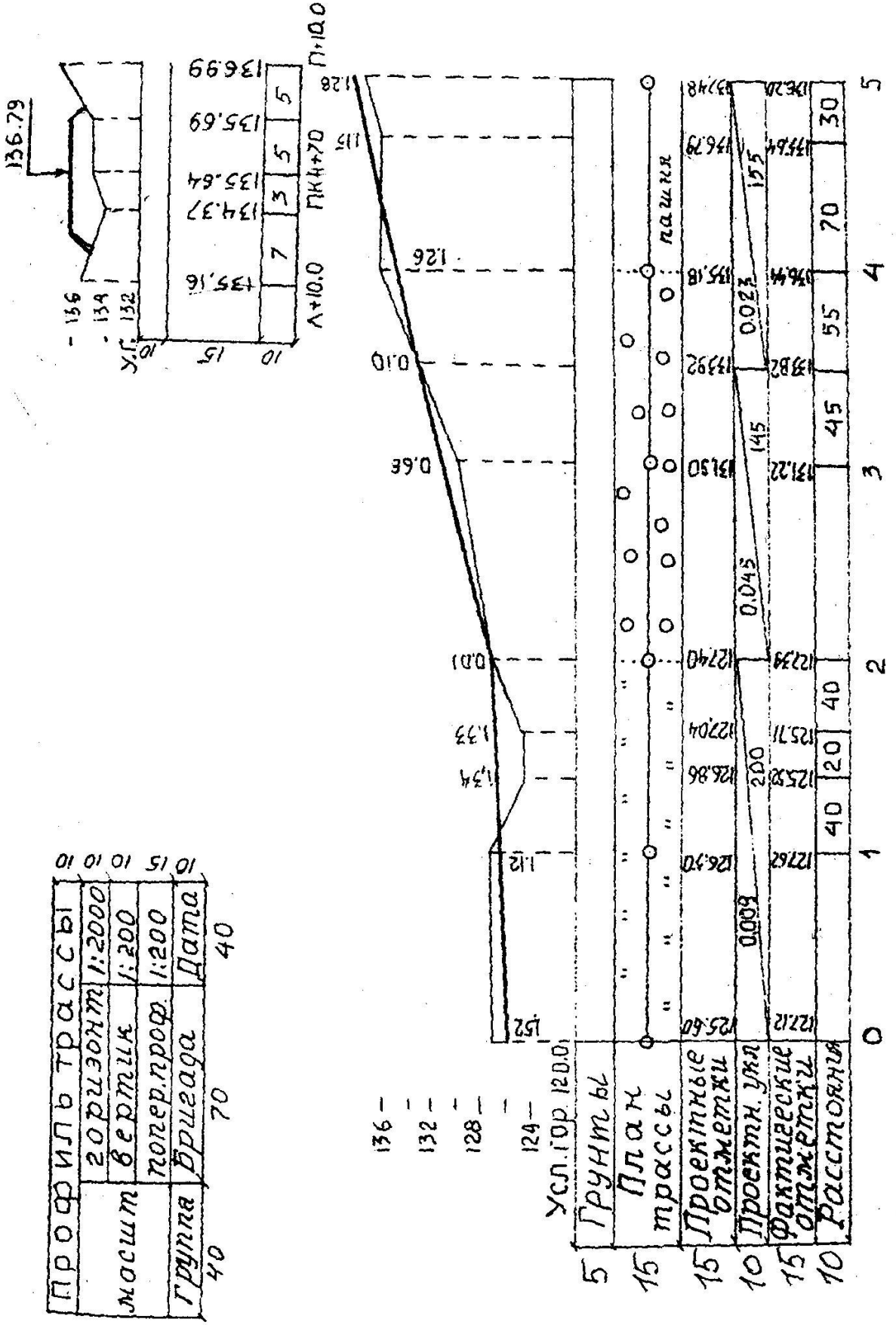


Рис. 6.4. Профиль трассы

Профиль местности – графический документ, позволяющий решать ряд инженерных задач.

*6.5.3. Проектирование по профилю*

На практике по продольному профилю студенты проводят проектную линию, которая будет являться профилем оси будущего инженерного сооружения (дороги, канала и т. д.). Проектную линию намечают графически с учетом следующих требований:

- уклоны участков проектной линии не должны превышать допустимых значений (предельный уклон задается преподавателем);
- объем земляных работ должны быть минимальным;
- объемы насыпей и выемок должны быть примерно одинаковы, т. е. на профиле должно соблюдаться примерное равенство площадей насыпей и выемок;
- шаг проектирования принимают от 100 до 600 м;
- измерение уклона проектной линии можно производить на пикетах или плюсовых точках.

Проектная отметка ПКО задается преподавателям или принимается равной фактической отметке этого пикета.

На рис. 6.4 проектная отметка ПКО $H_0$ = 125,60 м участков проектной линии с разными уклонами намечено три: длиной 200, 145 и 155 м; измерение уклона проектной линии предусмотрено в двух точках: на ПК2 и на плюсовой точке ПК3+45,0 расчет и вычерчивание проектной линии производится в следующем порядке:

По профилю определяют приближенно (с точностью 0,1 мм в вертикальном масштабе профиля) проектные отметки точек перелома и конца проектной линии:

$$H_2 = 127{,}4\text{м}; \quad H_{3+45.0} = 133{,}8\text{ м}; \quad H_5 = 137{,}4\text{ м}.$$

Вычисляют превышения по участкам проектной линии:

$$h_1 = H_2 - H_0 = +1{,}8\text{ м};$$
$$h_2 = H_{3\text{-}45.0} - H_2 = +6{,}4\text{ м};$$
$$h_3 = H_5 - H_{3+45.0} = +3{,}6\text{ м}.$$

вычисляют уклоны $i$ – отношения превышений $h$ к горизонтальным проложениям участков проектной линии $d$:

$$i = \frac{h}{d}..$$

$$i_1 = \frac{1{,}8}{200} = +0{,}009;$$

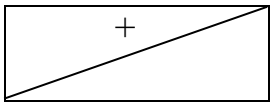
$$i_2 = \frac{6,4}{145} = +0,045;$$

$$i_3 = \frac{3,6}{155} = +0,023.$$

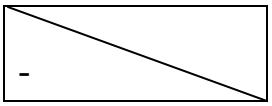
Полученные уклоны округляют до 0,001 и выписывают в графу «Проектные уклоны» продольного профиля.

Все данные проектирования наносят на профиль красным цветом.

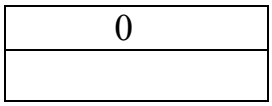
Под выписанными уклонами проводят линии (с подъемом (*а*), спуском (*б*) или горизонтальные (*с*) – в зависимости от знака уклона). Под линиями выписывают длины участков проектной линии.




(*а*)




(*б*)




(*с*)

По значениям округленных уклонов вычисляют и выписывают в соответствующую графу продольного профиля проектные отметки концов участков проектной линии по формуле:

$$H_{n\text{-}1} = H_n + i \times d.$$

Для нашего примера:

$$H_2 = 125,60 + 0,009 \times 200 = 125,60 + 1,80 = 127.40 \text{ м};$$

$$H_{3\text{-}45} = 127,40 + 0,45 \times 145 = 127,40 + 6,52 = 133,92 \text{ м};$$

$$H_5 = 133,92 + 0,023 \times 155 = 133,92 + 3,56 = 137,46 \text{ м}.$$

На профиле уточняют по вычисленным отметкам положение точек перелома и конца проектной линии, соединяют полученные отрезки линиями и получают проектный профиль оси будущего инженерного сооружения.

Вычисляют и выписывают проектные отметки всех остальных пикетов и плюсовых точек трассы по той же формуле (здесь «*d*» – это расстояние между пикетами, или расстояние от пикета до плюсовой точки). $H_1 = H_0 + i \times 100 = 126,50$ м, $H_{1\text{-}40} = H_1 + i \times 40 = 126,86$ м. Контролем вычислений служат выписанные проектные отметки конца участков проектной линии.

Вычисляют рабочие отметки как разности проектных и фактических отметок соответствующих точек профиля. Рабочие отметки выписывают около проектной линии: положительные (высота насыпи) – выше, а отрицательные (глубина выемки) – ниже проектной линии.

В заключении по вычисленной отметке точки оси поперечного профиля наносят положение проектной линии на поперечном профиле. Над проектной линией выписывают ее отметку. Проектную линию наносят горизонтально, по 10м влево и вправо от оси трассы. Показывают кюветы (если линия идет в выемке) и откосы (если линия идет по насыпи). Уклон откосов и бортов канав

45°, ширина дна кювета – 0,6 м. Над продольным профилем вычерчивают штамп.

Перечень сдаваемых материалов: отчет по нивелированию (раздел в общем отчете по практике), пикетажный журнал, журнал нивелирования, профиль местности по оси трассы.

# 7. ИНЖЕНЕРНО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

На геодезической практике студенты выполняют следующие инженерно-геодезические задачи:

- вынос в натуру точки с заданными координатами;
- вынос на местность точки с заданной отметкой;
- вынос в натуру линии с заданным уклоном.

Проектные данные для выполнения этих задач (отметки, длины линий, уклон, координаты) задает преподаватель.

Подготовительные работы для решения инженерно-геодезических задач выполняются по топографическому плану масштаба 1:500, составленному студентами по результатам тахеометрической съемки.

Вынос проекта в натуру (геодезические разбивочные работы) осуществляются от имеющихся на участке пунктов геодезической сети с использованием следующих геодезических приборов: теодолита Т-30, нивелира Н-3 или Н-10, мерной ленты, рулетки.

## 7.1. Элементы геодезических разбивочных работ

Разбивочные работы можно представить как совокупность отдельных простых операций. Рассмотрим основные из них.

### *7.1.1. Вынос в натуру проектного горизонтального угла*

Над вершиной угла *O* устанавливают теодолит и ориентируют его лимб вдоль заданного направления *OA*. Вращением алидады откладывают проектный угол β и по направлению визирной оси трубы забивают колышек $C_1$. Для исключения влияния коллимационной ошибки проводят трубу через зенит и откладывают величину угла β при другом положении вертикального круга, забивают колышек в точке $C_2$. Расстояние $C_1$-$C_2$ делят пополам, полученный угол *AOC* и будет проектным углом. После построения проектного угла производят контрольные измерения этого угла (см. рис. 7.1).

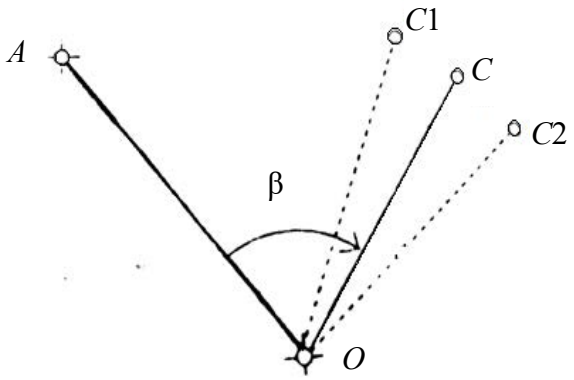



Рис. 7.1. Построение на местности проектного горизонтального угла

*7.1.2. Вынос в натуру проектного расстояния*

Для выноса проектного расстояния по заданному направлению мерной лентой откладывают наклонную длину, конец линии закрепляют колышком. Для контроля длину линии измеряют второй раз – обратно. Наклонное проектное расстояние находят по формуле:

$$L = \sqrt{D^2 + h^2} \ ,$$

где $D$ – горизонтальное проложение линии, м; $h$ – превышение между точками концами линии, м.

$D$ и $h$ определяют по топографическому плану.

## 7.2. Вынос в натуру точки с заданными координатами (полярным способом)

На топографическом плане запроектирована буровая скважина ($C$), которую необходимо вынести в натуру от ближайших пунктов геодезической сети (в примере пункты 1 и 2 на рис. 7.2).

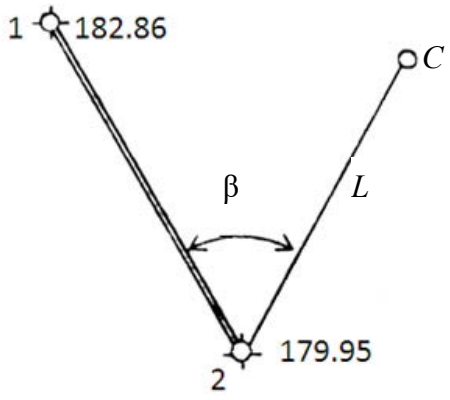


Рис. 7.2. Схема выноса в натуру запроектированной точки

Прямоугольные координаты и отметки пунктов геодезической сети 1 и 2 выписывают из ведомостей вычисления координат и высот точек съемочного обоснования, а координаты и отметку точки *C* студенты определяют графически с топографического плана (таблица 7).

Таблица 7

Исходные данные

| | *X* | *У* | *H* |
|---|---|---|---|
| 1 | 3833,62 | 2950,42 | 182,86 |
| 2 | 3771,20 | 2838,80 | 179,95 |
| *C* | 3764,42 | 2858,20 | 184,50 |

Для переноса запроектированной точки в натуру применим способ полярных координат.

Вначале выполняют геодезическую подготовку проекта. Для этого необходимо вычислить разбивочные элементы, т. е. полярный угол β и полярное расстояние *L* по формулам:

$$\beta = \alpha_{2\text{-}C} - \alpha_{2\text{-}1},$$

$$r(\alpha_{2-C}) = \text{arctg}\frac{Y_C - Y_2}{X_C - X_2},$$

$$r(\alpha_{2-1}) = \text{arctg}\frac{Y_1 - Y_2}{X1 - X_2},$$

$$L = \sqrt{D^2 + h^2}, \quad D_{2-C} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}, \; h = H_C - H_2,$$

где $X_1$, $X_2$, $Y_1$, $Y_2$ – прямоугольные координаты исходных пунктов; $X_C$, $Y_C$ – прямоугольные координаты запроектированной точки *C*; $H_2$, $H_C$ – отметки точек 2 и *C*; $D_{2\text{-}C}$ – горизонтальное проложение линии 2 – *C*; *L* – наклонное проектное

расстояние от пункта 2 до точки *C*; $\alpha_{2\text{-}C}$, $\alpha_{2\text{-}1}$ – дирекционные углы линий 2-*C* и 2-1.

В нашем примере:

$$r(\alpha_{2-1}) = \text{arctg}\frac{2950{,}42 - 2838{,}80}{3833{,}62 - 3771{,}20} = \text{arctg}\frac{+111{,}62}{+62{,}42} = 1{,}78821 \ (1-\text{ячетверть}),$$

$$r(\alpha_{2-1}) = \alpha_{2-1} = 60°47'07''.$$

$$r(\alpha_{2-C}) = \text{arctg}\frac{2858{,}20 - 2838{,}80}{3764{,}42 - 3771{,}20} = \text{arctg}\frac{+19{,}40}{-6{,}78} = 2{,}86136 \ (2-\text{ячетверть}),$$

$$r_{2-C} = 70°44'10''.$$

$$\alpha_{2-C} = 180° - 70°44'10'' = 109°15'50'',$$

$$\beta = 109°15'50'' - 60°47'07'' = 48°28'43'',$$

$$D_{2-C} = \sqrt{19{,}40^2 + 6{,}78^2} = 20{,}55, \text{ м},$$

$h$ = 184,50 м – 179,95 м = 4,55 м,

$$L = \sqrt{20{,}55^2 + 4{,}55^2} = 21{,}05, \text{ м}.$$

Затем составляют разбивочный чертеж в масштабе топографического плана, на котором запроектирован объект (рис. 7.3).

На разбивочный чертеж наносят: пункты геодезической сети (1, 2); величины углов и линий, которые необходимо отложить на местности от исходных пунктов до проектированной точки.

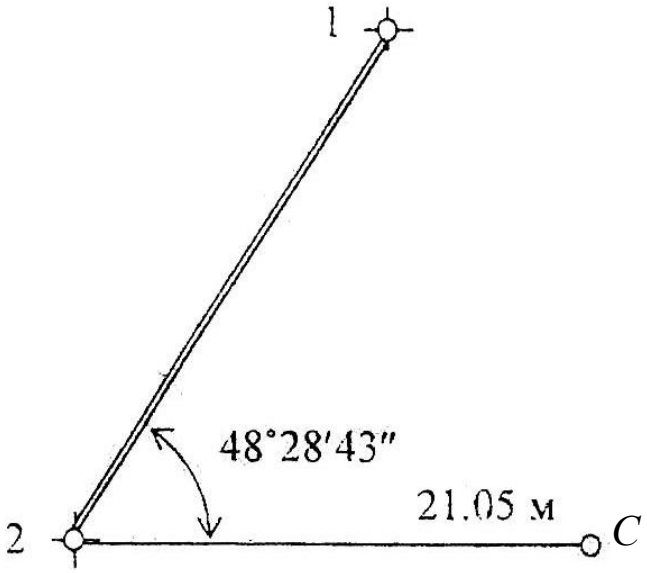



Рис. 7.3. Разбивочный чертеж

На местности в точке 2 устанавливают теодолит и способами изложенными выше (7.1.1, 7.1.2), отмеряют величины, указанные на разбивочном чертеже. Для контроля можно вычислить полярные координаты точки *C* от пункта 1.

### 7.3. Вынос в натуру точки с заданной отметкой

От пункта геодезической сети А с отметкой $H_0$ = 49,347 м необходимо вынести на местность точку В с проектной отметкой $H_{пр}$ = 48,000 м. Сначала точку В выносят и закрепляют на местности в соответствии с ее плановым положением.

Для выноса проектной отметки в точке В между исходной точкой А и проектной точкой В устанавливают нивелир (рис. 7.4).

Установив рейку на т. А, берут по ней отсчет *a* (пусть *a* = 0,572 м).

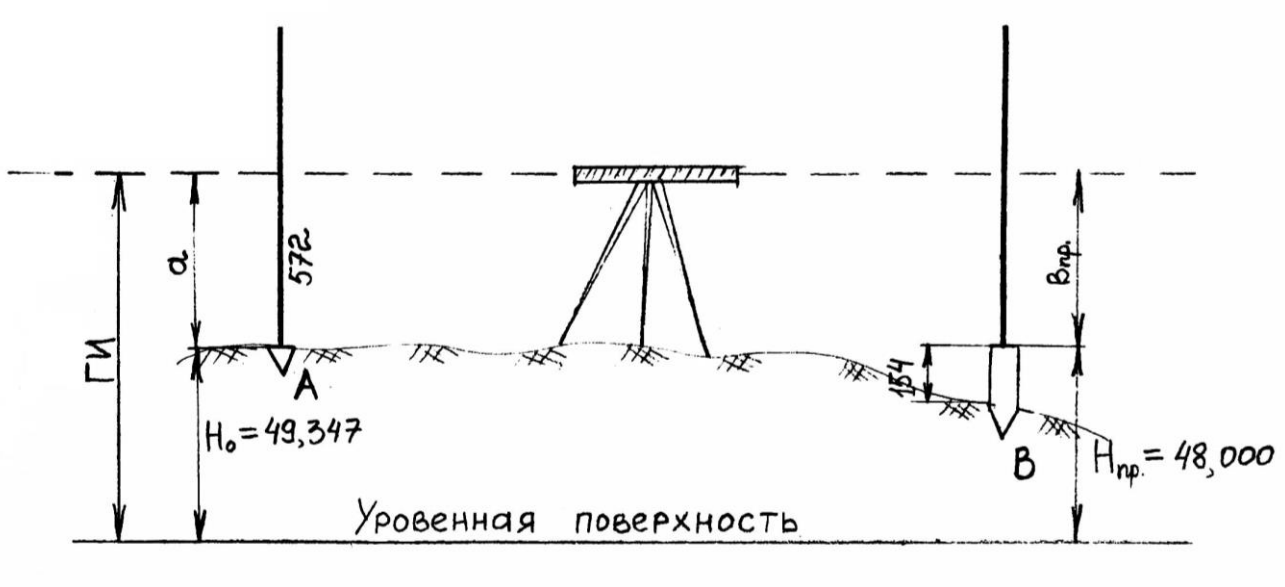



Рис. 7.4. Вынос в натуру точки с проектной отметкой

Определяют горизонт инструмента (ГИ) по формуле:

$$ГИ = H_0 + a = 49{,}347 + 0{,}572 = 49{,}946 \text{ м}.$$

Вычисляют проектный отсчет по рейке $в_{пр}$, соответствующий проектной отметке точки В.

$$в_{пр} = ГИ - H_{пр} = 49{,}946 \text{ м} - 48{,}000 \text{ м} = 1946 \text{ мм}.$$

Затем, наблюдая в трубу нивелира по рейке установленной в точке В, забивают колышек на такую глубину, чтобы отсчет по рейке, установленной пятой на колышке, был равен вычисленному значению $в_{пр} = 1946$ мм.

Допустим, отсчет по рейке в т. В равен 2100 мм, тогда 2100 – 1946 = 154 мм, это величина, на которую надо приподнять колышек, чтобы получить проектную отметку, соответствующую верху колышка.

### 7.4. Вынос в натуру линии с проектным уклоном

От пункта геодезической сети А с отметкой $H_0 = 50{,}20$ м (рис. 7.5, *а*) требуется разбить линию длинной $D = 30$ м с уклоном $i = 0{,}040$.

Проектное направление линии выносят на местность, закрепляют точками, расположенными через 10 м (1, 2, В).

Вычисляют проектные отметки точек 1, 2, В по формуле:

$$H_{\text{пр}} = H_0 + i \times d,$$

где $H_{\text{пр}}$ – проектная отметка точки, закрепленной на линии АВ; $i$ – проектный уклон; $d$ – расстояние от исходной точки А до определенной точки.

$$H_{\text{пр1}} = 50{,}20 + 0{,}040 \times 10 = 50{,}20 + 0{,}04 = 50{,}24 \text{ м};$$

$$H_{\text{пр2}} = 50{,}20 + 0{,}040 \times 20 = 50{,}20 + 0{,}08 = 50{,}28 \text{ м};$$

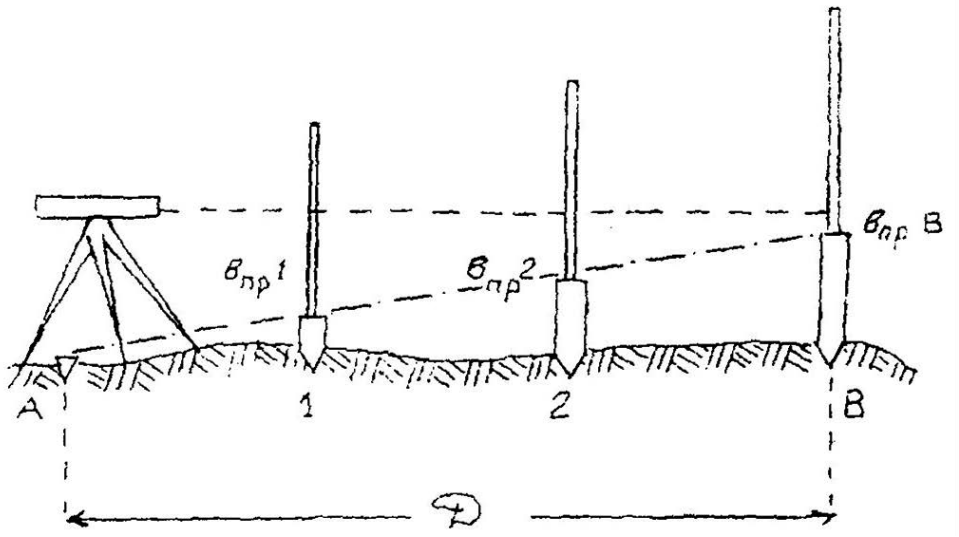
$$H_{\text{прВ}} = 50{,}20 + 0{,}040 \times 30 = 50{,}20 + 0{,}12 = 50{,}32 \text{ м}.$$

Вычисленные проектные отметки точек 1, 2, В выносят в натуру изложенным выше способом. На рис. 7.5, *а* $в_{\text{пр}}1$, $в_{\text{пр}}2$, $в_{\text{пр}}$ В – проектные отсчеты по рейке в точках 1, 2, В.

При другом способе разбивки проектного уклона подъемными винтами нивелира наклоняют трубу нивелира до тех пор, пока отсчет по рейке на вынесенной проектной точке В не станет равен высоте инструмента. В результате линия визирования будет параллельна линии заданного уклона. Промежуточные точки линии определяют установкой рейки в точках 1 и 2 и получением на них того же отсчета, что и на точке В (рис. 7.5, *б*).

Материалы, прилагаемые к отчету в главе «Инженерно-геодезические задачи».

*а*



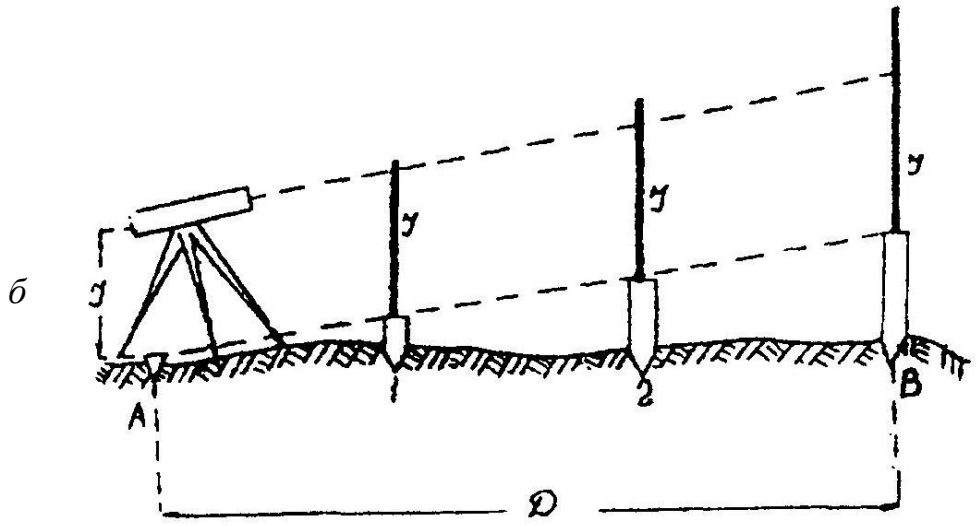



Рис. 7.5. Построение заданного уклона

В отчете по геодезической практике в главе «Инженерно-геодезические задачи» дается описание решения задачи, все вычисления по определению разбивочных элементов и разбивочные чертежи с указанием углов и длин, которые необходимо отложить на местности от исходных пунктов до проектных точек; на топографическом плане бригады указывают проектные точки.

## 8. ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА ПО ПРАКТИКЕ

По итогам геодезической практики студенты пишут бригадный отчет. Отчет оформляется на листах А-4. В отчете отражаются следующие вопросы:

- описание участка работ: местоположения, рельеф, растительность, гидрография, дорожная сеть, наличие населенных пунктов, промышленных предприятий и т. п.;

- виды геодезических работ, поверки приборов, камеральная обработка результатов полевых измерений, результаты и допуски;

- виды работ, выполненные отдельными студентами.

*Содержание отчета:*

1. Общие сведения.
2. Физико-географическая характеристика района работ.
3. Рекогносцировка местности и закладка центров.
4. Поверки теодолита.
5. Измерение горизонтальных и вертикальных углов и измерение расстояний.
6. Вычисление координат и отметок съемочного обоснования.
7. Тахеометрическая съемка.
8. Поверки нивелира.
9. Геометрическое нивелирование.
10. Инженерно-техническое нивелирование по оси трассы.
11. Решение инженерно-геодезических задач.
12. Вычерчивание топографического плана.

*К отчету прилагаются:*

1. Схема съемочного обоснования и привязки в произвольном масштабе (на схему выписывают средние значения измеренных углов и длин).
2. Журналы измерения углов и длин сторон.
3. Ведомости вычисления отметок точек съемочного обоснования.
4. Ведомость вычисления координат точек съемочного обоснования.
5. Журнал тахеометрической съемки.
6. Абрисы.
7. Топографический план масштаба 1:500.
8. Пикетажный журнал.
9. Журнал нивелирования.
10. Профиль местности по оси трассы.

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

ГОСТ 22268-76. Геодезия. Термины и определения.

ГКИНП-02-033-79. Инструкция по топографической съемке в масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 и 1:500.

Клепко В. Л., Назаров И. В. Геодезия: курс лекций. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2017. – 148 с.

СП 47.13330.2012. Инженерные изыскания для строительства. Основные положения.

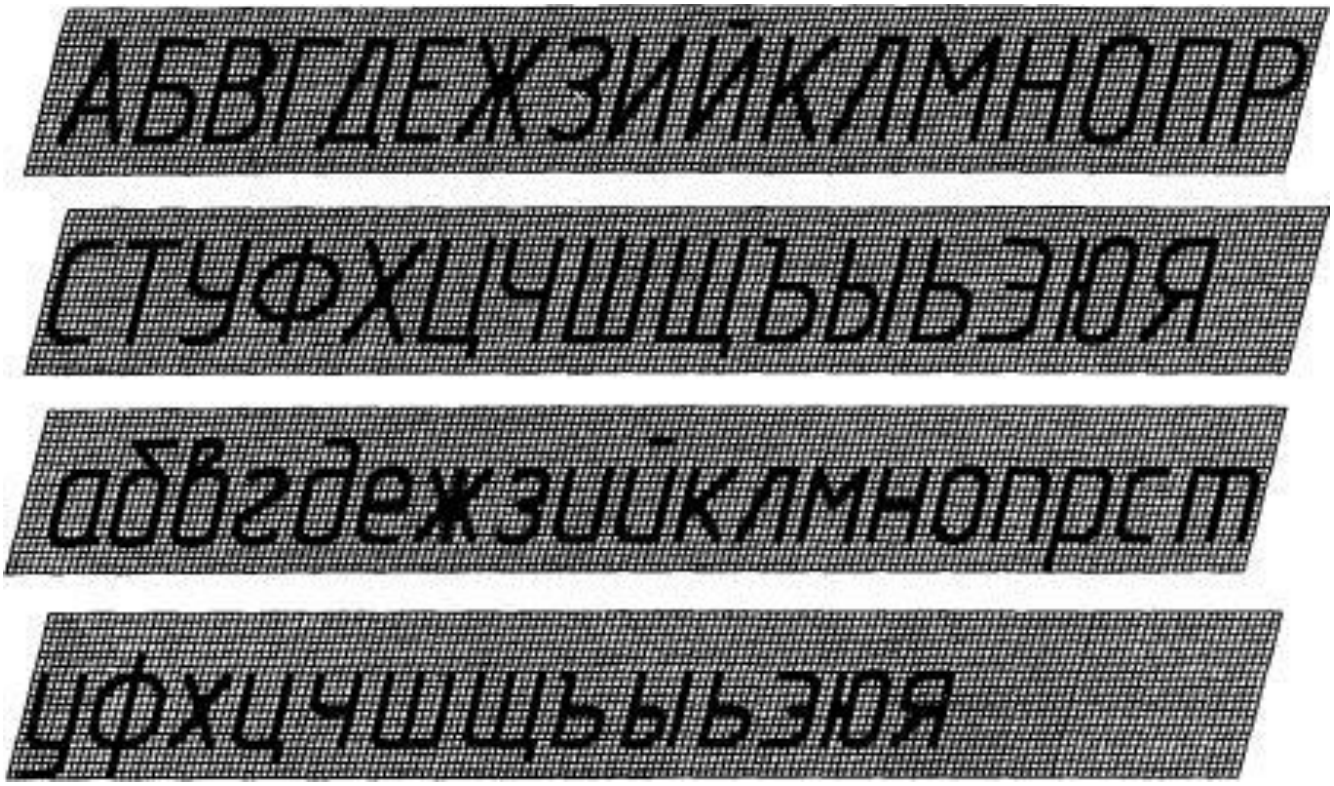
Условные знаки для топографических планов масштабов 1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500.

**ПРИЛОЖЕНИЯ**

**ПРИЛОЖЕНИЕ 1**

**Стандартный шрифт**

*Стандартный шрифт (по ГОСТу 2.304-81 – чертежный шрифт) пишется от руки с наклоном 1:3. Применяется для ведения записей в журнале и оформления документации.*




# *СХЕМА Профиль План*

*147°25' 638,9 70,241 139°57'*

*Студент Преподаватель*

**ПРИЛОЖЕНИЕ 2**

**Вычислительный шрифт**

*Вычислительный шрифт имеет прямое начертание. Он применяется при полевых и вычислительных работах. Шрифт легко запоминается и читается, прост в исполнении.*





**ФГБОУ ВО**
**«Уральский государственный горный университет»**

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

## ПО ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЕ ДЛЯ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

## 21.05.03 ТЕХНОЛОГИЯ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ РАЗВЕДКИ

**Специализация № 3**

## ТЕХНОЛОГИЯ И ТЕХНИКА РАЗВЕДКИ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ»

***очного и заочного обучения***

**Екатеринбург**
**2020**

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Разработка дипломного проекта является завершающим этапом инженерного образования и профессионального обучения технологов геологоразведочного производства. Проект позволяет студенту синтезировать весь ранее полученный материал в целостную практическую разработку.

Предлагаемые методические указания подготовлены с учетом опыта предыдущих аналогичных разработок, однако содержат некоторые отличия как в требованиях к содержанию курсового проекта, так и в методических принципах, положенных в основу разработки.

Самостоятельная разработка полного комплекса проектных решений – от классифицирования месторождения и разработки разведочных кондиций до выбора, расчета и экономического обоснования средств и способов бурения на основе как реальных, так и условных исходных данных – составляет содержание дипломного проектирования.

Дипломный проект является одновременно как учебной разработкой, в ходе выполнения которой студент осуществляет синтез всего освоенного за период обучения в институте теоретического и практического материала, так и квалификационной работой, подтверждающей соответствие знаний, навыков и умений молодого специалиста требованиям квалификационной характеристики горного инженера по технологии и технике разведки месторождений полезных ископаемых.

Государственная итоговая аттестация представляет собой процесс итоговой проверки и оценки компетенций выпускника, полученных в результате обучения. Государственная итоговая аттестация выпускника высшего учебного заведения является обязательной и осуществляется после освоения образовательной программы в полном объеме. Цель итоговой государственной аттестации выпускников – установление уровня готовности выпускника к выполнению профессиональных задач.

Государственная итоговая аттестации выпускников, завершивших освоение основной профессиональной образовательной программы по специальности 21.05.03 Технология геологической разведки, специализация № 3 Технология и техника разведки МПИ осуществляется в форме подготовки к защите и защиты выпускной квалификационной работы. Выпускная квалификационная работа в соответствии с ОПОП выполняется в период прохождения преддипломной практики и представляет собой самостоятельную и логически завершенную квалификационную работу, связанную с решением задач того вида (видов) деятельности, к которым готовится специалист.

Трудоемкость государственной итоговой аттестации – 9 з.е.:

- подготовка к процедуре защиты выпускной квалификационной работы – 6 з.е.;
- процедура защиты выпускной квалификационной работы – 3 з.е.

| Трудоемкость государственной итоговой аттестации | | | | |
|---|---|---|---|---|
| кол-во з.е. | часы | | | |
| | общая | контактная работа | СР | |
| 6 | 216 | 30 | 186 | Подготовка к процедуре защиты выпускной квалификационной работы |
| 3 | 108 | | 108 | Процедура защиты ВКР |

## 1. ОСНОВНЫЕ ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИПЛОМНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Цель выполнения выпускной квалификационной работы:

систематизация, закрепление и расширение теоретических и практических знаний по специальности и применение этих знаний при решении конкретных научных и производственных задач;

развитие навыков ведения самостоятельной работы и применения методик исследования и экспериментирования при решении разрабатываемых в выпускной квалификационной работе проблем и вопросов;

выяснение подготовленности обучающихся для самостоятельной работы по задачам профессиональной деятельности, определенных ФГОС ВО специальности и соответствующей ОПОП.

Выпускная квалификационная работа выполняется, как правило, на материалах организаций (баз практики) с учетом проблем, требующих решения в данной организации.

Основными задачами, которые должен решить обучающийся при выполнении выпускной квалификационной работы являются:

обоснование актуальности и значимости выбранной темы работы с точки зрения теории и практики управления деятельностью предприятия, составление программы исследования;

изучение теоретических положений по проблеме, составление литературного обзора по проблеме исследования;

обоснование необходимости и возможности применения определенных современных методик принятия управленческих решений по задачам, поставленным в работе;

сбор необходимой для проведения исследования информации с привлечением первичных и вторичных источников и использованием адекватных методов;

разработка практических рекомендаций и предложений, их экономическое и организационное обоснование, необходимое и достаточное для решаемой задачи;

обобщение результатов проведенных исследований, формулирование выводов о степени достижения целей, поставленных в работе, и возможности практического применения предложенных разработок;

оформление ВКР в соответствии с нормативными требованиями.

При выполнении выпускной квалификационной работы обучающиеся должны *показать*, опираясь на полученные знания, умения и полученные навыки:

сформированные универсальные, общепрофессиональные и профессиональные компетенции;

способность самостоятельно решать на современном уровне задачи своей профессиональной деятельности;

навыки постановки исследовательской проблемы, ее самостоятельного обсуждения, анализа возможных вариантов ее решения;

способность грамотно излагать специальную информацию, аргументировать и защищать свою точку зрения;

умение самостоятельного квалифицированного библиографического поиска, изучения и анализа научной литературы по теме;

навыки использования методологических, историко-философских и конкретных знаний, полученных в процессе обучения, для решения поставленной в работе проблемы;

умение написания профессионально грамотного текста и оформления его в соответствии с требованиями, предъявляемыми к научным публикациям;

использование в работе современных технологий.

## ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ ДИПЛОМНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

При составлении дипломного проекта студент пользуется главным образом материалами, составляющими отчет по преддипломной производственной практике – задание на практику строится в соответствии с задачами дипломного проектирования. Однако преподаватель – руководитель дипломного проектирования может вносить коррективы в исходные материалы, дополняя их условными данными.

## 3. СТРУКТУРА ДИПЛОМНОГО ПРОЕКТА И СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАЧ ДИПЛОМНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

В процессе работы над каждым из разделов дипломного проекта студенту предстоит самостоятельное решение следующих конкретных задач (табл. 1).

Таблица 1

Структура дипломного проекта

| Содержание проекта | Ориенти-ровочное кол-во стр. | Демонстрационная графика |
|---|---|---|
| Введение<br>(дается оценка значимости месторождения и необходимости проектирования и проведения буровых работ) | 1-2 | |
| 1. Общая часть<br>1.1. Общие сведения о районе работ<br>(географическое положение, наличие дорог, путей сообщения, источников энергии, топлива, стройматериалов, рабочей силы, технической и питьевой воды) | 7-10 | Обзорная карта района работ |
| 2. Геологическая часть<br>2.1. Геологическое описание района работ.<br>2.2. Геологическое описание месторождения.<br>2.3. Методика поисковых или разведочных работ (с обоснованием групп скважин по глубине и их количества) | 10-15 | 1. Геологическая карта участка разведки.<br>2. 2-3 геологических разреза. |
| 3. Производственно-техническая часть<br>3.1. Характеристика условий бурения и прочностных свойств пород, слагающих геологический разрез.<br>3.2. Обоснование технологии бурения скважин и расчет технологических параметров.<br>3.3. Выбор, расчет и комплектация бурового и энергетического оборудования, технологического инструмента и контрольно-измерительной аппаратуры (КИП).<br>3.4. Специальные работы в скважинах<br>(тампонаж, цементация, бурение дополнительных стволов, гидродинамические исследования, геофизика, откачки и т. п.)<br>3.5. Предупреждение и ликвидация аварий и осложнений при бурении | 3-5<br>10-15<br>8-13<br>2-3<br>2-3 | 1. Геолого-технический наряд.<br>2. Чертежи специальных снарядов или их схемы.<br>3. Графики, показывающие влияние режимных параметров бурения на показатели бурения (например, затраты мощности).<br>4. Расчетные схемы.<br>5. Иллюстрации к спец. работам в скважинах.<br>6. Чертежи или схемы оригинального аварийного инструмента |
| 4. Специальный раздел<br>(Разрабатываются пути решения проблем технического, технологического и экономического характера при бурении скважин, имеющие специфику для данного месторождения или района работ) | 10-15 | Чертежи, схемы, графики или таблицы, иллюстрирующие тему спец. вопроса |

## ВВЕДЕНИЕ

При разработке раздела «Введение» студент должен кратко изложить свое представление о целях и задачах проектируемых геологоразведочных работ, указать источники используемых при проектировании исходных данных, привести перечень главных географо-экономических условий производства работ.

### 3.1. Геологическая часть

#### 3.1.1. Описание и классифицирование месторождения

Описание и классифицирование месторождения готовится на основании материалов производственной практики, условных данных и материалов учебно-справочной литературы.

При описании месторождения предельно кратко воспроизводятся основные данные о генезисе и структуре месторождения, развитии в его пределах магматических и постмагматических процессов, тектоники, процессов рудообразования и т. д., а также гидрогеологической обстановки.

Дается подробная характеристика горных пород и руд, породообразующих и рудных минералов, описание структурно-текстурных особенностей пород и особенностей их физического состояния (проницаемость и пористость, развитие трещин и карстовых явлений, вторичных изменений).

Студент должен выполнить и представить генетическое и промышленное классифицирование месторождения, отнести его к определенной группе сложности, обосновать стадию разведки, сформулировать вытекающие отсюда условия разведки и геолого-промышленной оценки месторождения, включая составление перечня основных разведочных кондиций.

#### 3.1.2. Проектирование разведочного комплекса

Проектирование разведочного комплекса включает разработку схемы опробования и определение параметров разведочной сети и должно выполняться студентом в соответствии с требованиями и по исходным условиям, задаваемым преподавателем-консультантом. Задаваемые исходные условия должны исключать механическое переписывание проектных материалов геологоразведочных предприятий. Все материалы раздела сопровождаются иллюстративной и демонстрационной графикой, выполненной в соответствии с ГОСТом. Должны быть представлены все виды проектируемых работ.

### 3.2. Технико-технологическая часть

Допуск студента к работе над технико-технологическим и последующим разделами дипломного проекта производится руководителем только на основании письменного отзыва-заключения преподавателя-консультанта по геолого-методической части дипломного проекта.

#### 3.2.1. Анализ геолого-технических условий

Анализ геолого-технических условий начинается с перечня технологических задач и особенностей сооружения скважин, обусловленных задачами разведки и комплексом требований к результату буровых работ: размер, сохранность и способ отбора проб, глубина, диаметр и наклон ствола, способ крепления стенок и применимость тех или иных видов промывочных жидкостей, тампонажных материалов и реагентов; требований к состоянию околоствольной зоны скважины (гидропроницаемость или гидроизоляция коллекторов подземных вод, сохранение естественного химического и компонентного состава подземных вод в околоскважинном пространстве, естественной электропроводимости стенок и т. д.), в зависимости от применяемых методов разведки.

Технологическая типизация разреза заключается в оценке разреза в целом по соотношению рыхлых отложений и скальных пород, устойчивых и неустойчивых интервалов, водопроницаемых и водонепроницаемых зон, степени перемежаемости и анизотропности пород, глубине и крутизне залегания рудных тел. Содержание такой

оценки (содержание раздела) состоит в последовательной фиксации ограничений возможностей применения элементов технологии, начиная от предельно общих (способ разрушения горной породы, вид крепления, тип промывки) до детальных (тип резца коронки, тип шарошек, угол заточки и наклон режущих элементов). Результатом оценки (выводом по разделу) является краткая целостная формулировка признаков неблагоприятности: указание характеристик разреза и соответствующих комплексов технологических элементов, не применимых в данных условиях. Проектное решение, полученное в результате типизации разреза, поясняется графической схемой взаимосвязи факторов, причинно-следственных связей и т. д.

Анализ инженерно-геологических и гидрогеологических характеристик включает в себя:

- оценку степени устойчивости, механической и гидравлической стойкости пород разреза;
- оценку степени трещиноватости пород и трудности отбора керна;
- характеристику параметров гидропроницаемости и гидродинамического режима подземных вод.

Анализ выполняется по отдельным однородным в инженерном и гидрогеологическом отношениях блокам и интервалам.

В этом же разделе могут приводиться характеристики параметров естественного искривления.

Анализ физико-механических свойств включает в себя определение прочностных (твердость по штампу, коэффициент Протодьяконова, коэффициент динамической прочности и т. д.), деформационных (пластичность, хрупкость) и других, имеющих технологическое значение свойств (абразивность, смачиваемость, плотность и др.), а также определение категории буримости каждой из петрографических разностей, представленных в разрезе.

### 3.2.2. Выбор и обоснование способа бурения и основных технологических схем

Выбор и обоснование способа бурения и основных технологических схем предполагает сопоставление возможностей различных типовых технологий бурения и технологических схем (промывка, отбора проб, СПО) в отношении качества и эффективности решения задач разведки (раздел 1) в данных геолого-технологических условиях (раздел 3.2.1). Сопоставляться могут все применяемые в настоящее время типовые технологии и технологические схемы по всем значимым геолого-методическим (задачи разведки) и геолого-техническим факторам. Проектное решение должно поясняться графической схемой.

### 3.2.3. Проектирование конструкции скважин

Проектирование конструкции скважин содержит описание схемы построения конструкции скважины, исходя из геолого-методических и геолого-технических условий, составление формулы (кода) конструкции скважины, сравнение ее с типовой конструкцией, рекомендуемой для полезного ископаемого данного вида, и объяснение различий, а также построение графической схемы.

### 3.2.4. Выбор технологического оборудования и инструмента

Перечень задач проектирования при разработке данного вопроса включает в себя:

- выбор скважинного снаряда, пробоотборника, гидроударной машины и т. д. для каждого из интервалов разреза на основе задач разведки, геолого-технических условий бурения, избранного способа бурения и конструкции скважины с указанием предпочтений избранного решения над другими возможными вариантами;

- выбор породоразрушающего инструмента (ПРИ) сопоставлением отдельных паспортных характеристик и конструктивных параметров с физико-механическими свойствами горных пород;

- выбор бурильной колонны, соответствующей способу бурения, конструкции скважины, скважинному снаряду и ПРИ, а также ее эксплуатационный и прочностной расчет;

- выбор буровой установки, соответствующей ранее выбранным проектным решениям и расчет ее эксплуатационных возможностей;

- выбор специального и аварийного инструмента, составление спецификации оборудования и инструмента.

### 3.2.5. Разработка режимов бурения

Включает в себя комплекс вычислений, имеющих учебное (выявление взаимосвязей факторов) и проектное решение. Результаты технологических расчетов иллюстрируются в ГТН, графиками, схемами и диаграммами.

### 3.2.6. Специальные технологические мероприятия

Разработка данных мероприятий осуществляется путем изучения, анализа и обобщения опубликованного производственного опыта и результатов исследований по каждому из направлений: отбор керна, направленное бурение, предупреждение осложнений. Ликвидация аварий.

## 3.3. Разработка технологической инфраструктуры и вспомогательных мероприятий

Рассматриваются вопросы энерго-водообеспечения и организации соответствующих коммутационных сетей, а также транспортных сетей и коммуникаций.

### 3.3.1. Электроснабжение буровых работ

Студент разрабатывает схему электроснабжения бурового агрегата, подбирает технические средства и материалы.

### 3.3.2. Водо-глиноснабжение буровых работ, приготовление и очистка промывочных жидкостей

Раздел посвящен разработке схемы и технического обеспечения доставки, приготовления, очистки и хранения промывочных жидкостей, эмульсий, смазок, тампонажных смесей и реагентов.

### 3.3.3. Разработка схемы транспортных коммуникаций

Раздел посвящен выбору транспортных средств, устройству и размещению временных дорог и подъездных путей.

Разработка природоохранных (раздел 3.3.4) и трудоохранных (раздел 3.3.5) мероприятий требует от студента ознакомления с соответствующей нормативной документацией.

### 3.3.4. Специальный раздел

Данный раздел дипломного проекта представляет собой самостоятельную техническую (конструкторскую) или технологическую разработку (исследование) одного из технико-технологических вопросов в рамках темы дипломного проекта. Для специального раздела можно избрать усовершенствование какого-либо из устройств, схем, узлов деталей, принятых к использованию в проекте или совершенствование технологии бурения.

В «Заключении» студент дает собственную характеристику выполненной работы: оценивает глубину проработки, степень решения поставленных задач, отмечает наиболее тщательно проработанные и удачные вопросы, а также вопросы, которые по тем или иным причинам разработаны хуже, отмечает особенности и новые, нестандартные решения.

## 4. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫБОРУ И РАСЧЕТУ БУРОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Выбор бурового оборудования необходимо производить с подбором проверочного прочностного расчета колонны бурильных труб. Последняя выбирается на основе геолого-технических и технологических условий проведения буровых работ и обосновывается соответствующим способом бурения, конструкцией скважины, а также технологическими режимами ее работы. После выбора типа колонны необходимо привести технические характеристики труб и соединительных элементов:

- наружные диаметры труб и соединений;
- внутренние диаметры труб и соединений;
- параметры резьб труб и соединений (диаметры резьб у торца труб и наименьшие диаметры муфтово-замковых или ниппельных соединений);
- аналогичные параметры ЛБТИ УБТ, если они предусматриваются. Кроме того, приводятся механические свойства стали, из которой изготовлен буровой снаряд;
- марка стали;
- предел прочности при растяжении;
- предел текучести;
- относительное удлинение;
- твердость.

После выбора конкретного типа колонны бурильных труб производится ее проверочный расчет с целью:

- определения необходимых затрат мощности для бурения скважин выбранной колонны;
- определения величин нагрузок, возникающих в колонне при различных геолого-технических условиях встречающихся на объекте;
- определения предельных значений величин чисел оборотов и осевой нагрузки на забой, обеспечивающих безаварийную работу выбранной колонны.

Все расчеты целесообразнее производить на компьютере поскольку полученные расчетные значения затрат мощности, нагрузок в различных частях колонны и предельных значений режимных параметров бурения будут существенно различаться, и объем вычислений может быть достаточно большим.

В результате проведенного расчета необходимо дать аргументированный вывод, подтверждающий правильность выбора колонны и конкретные рекомендации по безопасным режимам бурения выбранной колонны.

### 4.1. Методика расчета колонны бурильных труб

Прочностной расчет производится для верхней и нижней части колонны бурильных труб, а также для «нулевого сечения».

#### 4.1.1. Расчет напряжений в верхней части колонны

Здесь необходимо произвести расчет возникающих в колонне растягивающих напряжений – $\sigma_р$ , и касательных напряжений – $\tau$, поскольку и при бурении с «разгрузкой» и подъеме колонны с вращением механизм подачи станка удерживает колонну в подвешенном состоянии или поднимает ее.

Отличные формулы при расчете:

$$\sigma_р = Q_{кр}/F; \quad (4.1)$$

$$Q_{кр} = Q \cdot K ; \quad (4.2)$$

$$Q = \alpha \cdot q \cdot L \, (\sin\theta + f \cos\theta)\,(1 - \gamma_ж/\gamma_т); \quad (4.3)$$

$$\tau = M_б/W_р ; \quad (4.4)$$

$$M_б = N_б/\omega \quad (4.5)$$

где $Q_{кр}$ – нагрузка на крюке, $H$; $Q$ – вес снаряда; $F$ – мин. площадь поперечного сечения трубы или соединения, м$^2$; $K$ – коэффициент прихвата снаряда в скважине, м$^2$ (1,1+2,0); $q$ – вес 1м бурильных труб, $H$; $\alpha$ – коэффициент, учитывающий массу соединений, для замковых = 1,3, для ниппельных = 1,0; $L$ – длина скважины, м; $\theta$ – угол наклона скважин к горизонту, град; $f$ – коэффициент трения материала труб о горную породу; $\gamma_ж$ – удельный вес промывочной жидкости, н/м$^3$; $\gamma$ – удельный вес материала труб ($5\cdot10^4$ – ЛБТ, $7\cdot10^4$ – СБТ, н/м$^3$); $M_б$ – крутящий момент, возникающий при бурении, $H$·м; $N_б$ – мощность, затрачиваемая на разрушение забоя и трение колонны о стенки скважины, кВт; $\omega$ – угловая скорость вращения снаряда, с$^{-1}$; $W_р$ – полярный момент сопротивления опасного сечения, м$^3$.

Величина $\omega$ определяется так:

$$\omega = (\pi \cdot n)/30, \quad (4.6)$$

где n – число оборотов бурового снаряда при бурении, об/мин.

Величина $W_р$ определяется так:

$$W_р = (d_Н^4 - d_В^4)/d_Н, \quad (4.7)$$

где $d_Н$ – наружный диаметр бурильных труб с учетом износа, м; $d_В$ – внутренний диаметр бурильных труб с учетом износа, м.

Затраты мощности на разрушение забоя и трения трубы о стенки скважин определяются следующим образом:

$$N_{тр} = K_1 \cdot K_2 \cdot \alpha \cdot K_3 \cdot [\, 1{,}73 \cdot 10^{-5} \cdot (0{,}9 + 20\cdot\delta) \cdot$$
$$D \cdot [g / (EJ)^{0{,}16}] \cdot n^{1{,}85} \cdot L^{0.75} \cdot (1 + 0{,}44 \cdot \cos\theta) + 2 \cdot 10^{-5} \cdot \delta \cdot n \cdot p], \quad (4.8)$$

$$N_З = 2{,}67 \cdot 10^{-5} \cdot (\mu_0 + A \cdot \Delta V) \cdot (D_Н + D_В) \cdot p \cdot n, \quad (4.9)$$

$$N_б = N_{ТР} + N_З, \qquad (4.9\ а)$$

где $N_{тр}$ – мощность, затрачиваемая при вращении колонны бурильных труб, кВт; $N_З$ – мощность, затрачиваемая на разрушение породы на забое, кВт; $K_1$ – коэффициент, учитывающий применение антивибрационной смазки при бурении (1,1+1,3); $K_2$ – коэффициент, учитывающий разработку ствола скважины при бурении и состояния стенок, (1,0+1,8); α – коэффициент, учитывающий тип соединений элементов бурильной колонны (муфтово-замковые – 1,3, ниппельные – 1,0); $K_3$ – коэффициент, учитывающий состояние и кривизну бурильных труб. Изменяется от 1,0 для импортных труб до 1,6 для изготовленных в мастерских экспедиций; δ – зазор между бурильными трубами и стенками скважины, м; $D$ – диаметр скважины, м; n – частота вращения бурильных труб, об/мин; $EJ$ – жесткость бурильных труб, $Н·м^2$; $L$ – глубина бурения, м; g – масса 1м бурильных труб; θ – угол наклона скважины к горизонту, градус; p – осевая нагрузка, $H$; $\mu_0$ – коэффициент, учитывающий трение коронки о породу (значения приведены в таблице 4.1); $A$ – коэффициент, учитывающий физико-механические свойства породы и характер ее разрушения (значения приведены в таблице 4.1); $\Delta V$ – величина углубления коронки за один оборот, мм/об (значения приведены в таблице 4.2); $D_Н$, $D_В$ – наружный и внутренний диаметр коронки, м.

Таблица 2

Значения параметров $\mu_0$ и А для различных типов породоразрушающего инструмента

| Тип породоразрушающего инструмента | $\mu_0$ | А |
|---|---|---|
| Алмазная однослойная коронка | 0,03 – 0,05 | 2,4 – 3,5 |
| Алмазная импрегнированная коронка | 0,06 – 0,1 | 5 – 6 |
| Твердосплавная коронка | 0,1 | 2 |
| Специальные твердосплавные коронки при гидроударном бурении | 0,04 | 0,32 |

При расчете затрат мощности по формулам 4.8 и 4.9 необходимо, изменяя такие параметры $K_1$, $K_2$, $K_3$, α, а также $n$ и $p$, проанализировать полученные величины и учесть их при дальнейшем расчете колонны бурильных труб.

максимальное – для частот более 300 об/мин); $\rho_{жн}$ – плотность закачиваемой в скважину промывочной жидкости, $кг/м^3$.

Таблица 3

Значения величин подачи коронки за один оборот

| Способ бурения | Категория пород | Величина подачи за один оборот, мм |
|---|---|---|
| Вращательный, однослойными алмазными коронками | VIII-IX | 0,07 |
| Вращательный, импрегнированными алмазными коронками | VIII-IX | 0,055 |
| Ударно-вращательный высокочастотный, алмазными коронками | VIII-IX | 0,4 |
| Вращательный, твердосплавными коронками | VIII-IX<br>VI-VII | 0,125<br>0,200 |

Итоговое напряжение, возникающее в верхней части колонны бурильных труб, определится следующим образом:

$$\sigma = \sqrt{(\delta_p^2 + 4 \cdot \tau^2)}\,, \qquad (4.10)$$

при этом должно выполняться условие:

$$\sigma_\Sigma \le [\,\sigma_{доп}\,]\ , \qquad (4.11)$$

Таблица 4

Характеристика бурильных колонн

| Тип колонн бур. труб | Масса 1м труб, кг | Модуль Юнга Е, $Н/м^2$ | Осевой момент инерции поперечного сечения труб, м |
|---|---|---|---|
| СБТН-33,5 | 3,70 | $2{,}1 \cdot 10^{11}$ | $4{,}4 \cdot 10^{-6}$ |
| СБТН-42 | 4,62 | $2{,}1 \cdot 10^{11}$ | $9{,}6 \cdot 10^{-6}$ |
| СБТН-54 | 6,26 | $2{,}1 \cdot 10^{11}$ | $22{,}0 \cdot 10^{-6}$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| СБТН-68 | 8,31 | $2{,}1\cdot10^{11}$ | $46{,}3\cdot10^{-6}$ |
| ЛБТН-34 | 2,30 | $0{,}7\cdot10^{11}$ | $5{,}7\cdot10^{-6}$ |
| ЛБТН-42 | 3,10 | $0{,}7\cdot10^{11}$ | $12{,}4\cdot10^{-6}$ |
| ЛБТН-54 | 4,75 | $0{,}7\cdot10^{11}$ | $34{,}1\cdot10^{-6}$ |
| ЛБТН-68 | 5,50 | $0{,}7\cdot10^{11}$ | $75{,}6\cdot10^{-6}$ |
| СБТМ-42 | 5,20 | $2.1\cdot10^{11}$ | $10{,}3\cdot10^{-6}$ |
| СБТМ-50 | 6,90 | $2{,}1\cdot10^{11}$ | $19{,}7\cdot10^{-6}$ |
| ССК-46 | 4,54 | $2{,}1\cdot10^{11}$ | $10{,}8\cdot10^{-6}$ |
| ССК-59 | 5,94 | $2{,}1\cdot10^{11}$ | $24{,}5\cdot10^{-6}$ |
| ССК-76 | 7,72 | $2{,}1\cdot10^{11}$ | $53{,}5\cdot10^{-6}$ |
| КССК-76 | 8,00 | $2{,}1\cdot10^{11}$ | $41{,}2\cdot10^{-6}$ |

### 4.2. Порядок выполнения и оформления расчетов

Расчет выполняется в следующем порядке (соблюдение порядка расчета обязательно!):

1. Составляются таблицы исходных данных к формулам 4.1., 4.3. (отдельная таблица) и к формулам 4.4., 4.5., 4.6., 4.7., 4.8., 4.9. и 4.10. Форма представлена табл. 1.

ВНИМАНИЕ! Каждый из используемых в расчетах параметров должен приниматься по своим реальным минимальным, максимальным и усредненным номинальным значениям в соответствии с условиями бурения.

Значения параметров должны быть обоснованы в текстовом комментарии: либо это значения, известные из практики, либо они возможны в силу особенностей строения месторождения (твердость, абразивность, перемежаемость, сложность, устойчивость пород, глубина залегания и угол падения рудных тел, элементов структур), состояния оборудования и т. д. Неизменяемые справочные данные, или те, которые условно принимаются неизменяемыми ($g$, $EJ$, $\mu_0$, $A$), а также некоторые справочные данные (величина подачи породоразрушающего инструмента за оборот для разных коронок в разных условиях) приведены в табл. 2., табл. 3., табл. 4. – их можно в таблицы исходных данных не вводить. Но в этом случае необходимо назвать характеристики своих условий (тип труб, тип коронок, категории буримости пород и т. п.), привести табличные данные, соответствующие или в текстовом комментарии к расчетам со ссылкой на данное учебное пособие и таблицу. Другие необходимые данные нужно просто брать из справочников, учебников, специальной технической литературы.

2. Выполняются серии расчетов $\sigma_p$ и $\tau$ для различных значений исходных параметров.

Задача студентов в данном случае – правильно выбрать и грамотно обосновать комбинации значений параметров, дающие наибольший познавательный результат, позволяющие наиболее полно и глубоко интерпретировать результаты расчетов, выявлять степень и характер влияния отдельных параметров на напряженное состояние колонны бурильных труб.

Каждый набор параметров должен быть обоснован.

Можно, например, произвести расчеты:

а) по всем максимальным параметрам;

б) по всем минимальным параметрам. Но необходимо при этом дать объяснение (истолкование) каждой из ситуаций (что она значит в технологическом отношении).

Например: предельно тяжелая технологическая ситуация – бурение на форсированных режимах (максимальные значения $n$, $L$, $p$) при предельном износе колонны (минимальные значения $\alpha_H$, максимальные – $\alpha_B$, $k_1$, $\alpha$) и неблагоприятных условиях (максимальные значения $k_2$, $k_3$, $D$, $\delta$, $\theta$). И наоборот: предельно облегченная технологическая ситуация, заданная противоположными значениями расчетных параметров.

Рекомендуется также выполнить серию расчетов по следующей схеме:

- выбрать и обосновать наиболее вероятные достоверные значения параметров;

- выбрать один параметр, значения которого могут меняться в широких пределах;
- произвести расчет для нескольких значений этого параметра и составить график изменения σ и τ в зависимости от изменения этого параметра;
- аналогично следует выполнить расчет при изменяемых нескольких других параметрах.

Не следует пугаться якобы большого объема расчетных работ: в подавляющем большинстве случаев изменение величины одного расчетного параметра потребует лишь корректировки уже полученного результата. Кроме того, предполагается, что вся расчетная часть проекта выполняется на компьютере – рекомендации по организации этой работы изложены в разделе 6 данного руководства.

3. Результаты расчетов сводятся в таблицу (форма таблицы представляет табл. 5.), строятся необходимые графики зависимостей.

4. Производится интерпретация результатов расчетов – делаются выводы о значимости тех или иных параметров, делаются характеристики их влияния, оцениваются пределы допустимых изменений параметров оборудования и режимов бурения. Делаются выводы о наиболее приемлемых технико-технологических решениях.

Таблица 5

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ
Для расчета растягивающих и касательных напряжений
в верхней части колонны бурильных труб

| Параметры | Бурильные трубы | | | Параметры режима бурения | | | | Условия бурения | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Пределы изменения | Наруж. диаметр с учетом износа, $\alpha_н$, м | Внутр. диаметр с учетом износа, $\alpha_в$, м | Коэф. кривизны труб, $k_3$ | Частота вращения снаряда: ω, с$^{-}$ | Частота вращения снаряда: n, | Осевая нагрузка, p, $H$ | Уд. вес промыв. жидкости, $\gamma_ж$, н/м$^3$ | Коэф. антивибр. смазки, $k_1$ | Коэф. прихвата снаряда, $k$ | Коэф. разработки ствола, $k_2$ | Затрубный забор, δ | Наклон скваж., θ, град | Диаметр скваж., $D$, м | Глубина скваж., $L$, м | Коэф. трения стали о породу, $f$ |
| Макс., мин. значения, усред., номин., промежут. знач.<br>1.<br>2.<br>3.<br>4. | | | | | | | | | | | | | | | |

Следует иметь в виду, что этап интерпретации результатов расчетов всецело базируется на понимании студентом существа технологического анализа, предполагает работу инженерного мышления и является итоговым показателем способности студента к принятию инженерных решений. Здесь нет однозначных рецептов и алгоритмов, но студент вправе рассчитывать на помощь своего руководителя.

По такой же схеме выполняется расчет критических нагрузок (раздел 4.3.) и расчет напряжений в нижней части колонны (раздел 4.4.).

Таблица 6

Результаты расчетов растягивающих и касательных напряжений в верхней части колонны бурильных труб

| Iредполагаем. технолог. ситуации | Исходные расчетные параметры | | | | | | | | | | | | | | | Промежуточные и итоговые результаты расчетов | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | α | α | k | k | ω | n | P | γ | k | k | δ | θ | D | L | f | Q | M | Q | W | N | N | σ | τ |
| 1. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

### 4.3. Расчет критических нагрузок на колонну

Кроме расчета возникающих суммарных напряжений в верхней части колонны бурильных труб при номинальных режимах бурения, производится расчет касательных напряжений, возникающих при жестком прихвате бурового снаряда, а затем суммарных напряжений. При этом в формулу 4.4. вместо значения $M_б$ подставляется значение $M_{мах}$.

Оно определяется так:

$$M_{мах} = M_{дв.мах} + M_д, \qquad (4.12)$$

$M_{мах}$ – максимальный крутящий момент, действующий на буровой снаряд при жестком прихвате, $Н{\cdot}м$; $M_{дв.мах}$ – максимальный крутящий момент, развиваемый двигателем и передаваемый на буровой снаряд при жестком прихвате, $Н{\cdot}м$; $M_д$ – динамический момент, действующий на снаряд при жестком прихвате, $Н{\cdot}м$.

$$M_{дв.мах} = 95550\ (N_Н \cdot k) / n, \qquad (4.13)$$

где $N_Н$ – номинальная мощность двигателя бурового станка, кВт; $k$ – коэффициент перегрузки двигателя (для Д.В.С. – 1,15, для электродвигателя – 1,8); $n$ – частота вращения шпинделя бурового станка, об/мин.

Значение $N_Н$ определяется следующим образом:

$$N_Н = N_{ст} + N_{тр} + N_З, \qquad (4.14)$$

где $N_{ст}$ – потери мощности в трансмиссии и других узлах бурового станка.

Значения $N_{тр}$ и $N_З$ определяются по формулам 4.16 и 4.17.

Значение $N_{ст}$ определяется так:

$$N_{ст} = A + B \cdot n, \qquad (4.15)$$

где $A$ и $B$ - коэффициенты, учитывающие потери мощности в элементах трансмиссии бурового станка – масленый насос, подшипники, коробки передач, угловой редуктор вращателя и т. д.; $n$ – частота вращения шпинделя, об/мин.

Значения коэффициентов $A$ и $B$ в зависимости от ориентировочной мощности различных типов буровых станков приведены в таблице 7.

Таблица 7

Значения коэффициентов $A$ и $B$ и мощности различных типов буровых станков

| Тип станка | Ориентировочная мощность привода, кВт | Значения коэффициента | |
|---|---|---|---|
| | | $A$ | $B$ |
| УКБ 50/100 | 11,0 | 0,4 | $1{,}9 \cdot 10^{-3}$ |
| УКБ 200/300 | 15,0 | 0,7 | $2{,}7 \cdot 10^{-3}$ |
| УКБ 300/500 | 22,0 | 2,2 | $1{,}8 \cdot 10^{-3}$ |
| УКБ 500/800 | 30,0 | 5,1 | $2{,}1 \cdot 10^{-3}$ |
| УКБ-7 | 55,0 | 10,4 | $6{,}4 \cdot 10^{-3}$ |

Значение $M_д$ определяется так:

$$M_д = n \cdot \sqrt{[(I_{пр.дв.} \cdot G \cdot I_p) / L]} \ , \qquad (4.16)$$

$I_{пр.дв}$ – момент инерции вращающихся элементов, приведенных к валу двигателя, кг · м$^2$; $G$ – модуль упругости при сдвиге (для стали $G = 8 \cdot 10^4$ МПа, для алюминиевых сплавов – $2{,}7 \cdot 10^4$ МПа); $I_р$ – полярный момент сечения трубы, м$^4$.

Определяется так:

$$I_р = (\pi / 32) \cdot (D^4 - d^4), \qquad (4.17)$$

$D$ и $d$ – наружный и внутренний диаметры труб.

$$I_{пр.дв} = \sum (I_к \cdot i_к^2), \qquad (4.18)$$

где $I_к$ – момент инерции к-элемента относительно собственной оси вращения, $Н \cdot м^2$; $i_к$ – передаточное число от к-элемента до вала двигателя станка.

Например, для сплошных деталей $I_к$ определяется так:

$$I_к = m \cdot R^2 / 2. \qquad (4.19)$$

Для деталей с тонким ободом:

$$I_к = m \cdot R^2, \qquad (4.20)$$

где $m$ – масса детали, кг; $R$ – наружный радиус детали, м.

При расчете $I_{пр.дв}$ необходимо учесть моменты инерции следующих основных узлов бурового станка: фрикционной муфты сцепления, первичного вала коробки передач, раздаточной коробки и вращателя. Данные для расчета – массу деталей и их размеры необходимо взять на месте практики.

После определения величины суммарных напряжений в верхней части колонны бурильных труб при номинальном режиме и при жестком прихвате необходимо сделать вывод о необходимости в трансмиссии станка предохранительных амортизационных устройств и возможностей станка для ликвидации прихватов снаряда вращателем.

### 4.4. Расчет напряжений в нижней части колонны

Здесь производится расчет величин сжимающих, изгибающих и касательных напряжений:

$$\sigma_{сж} = P_{ос} / F, \qquad (4.21)$$

$$\sigma_{изг} = (\pi^2 \cdot E \cdot D \cdot f) / (2 \cdot l^2), \qquad (4.22)$$

$$\tau = M_б / W, \qquad (4.23)$$

$$\sigma_\Sigma = \sqrt{[(\sigma_{сж} + \sigma_{изг})^2 + 4 \cdot \tau^2]}, \qquad (4.24)$$

$$\sigma_\Sigma \le [\sigma_{доп}], \qquad (4.25)$$

где $P_{ос}$ – осевая нагрузка на забой, *Н*; *F* – минимальная площадь сечения трубы, соединений или их резьбовых частей, м$^2$; *E* – модуль упругости, Па; *D* – наружный диаметр труб, м; *f* – высота стрелы прогиба труб, м; *l* – длина полуволны, м.

Вспомогательные формулы при расчетах:

$$f = (D_с - D) / 2, \qquad (4.26)$$

$$l = (10 / \omega) \cdot \sqrt{[\pm 0{,}5 \cdot Z + \sqrt{0{,}25 \cdot Z^2 + (E \cdot J \cdot \omega^2) / G \cdot q}]}, \qquad (4.27)$$

$$Z = L - l_{сж}, \qquad (4.28)$$

$$l_{сж} = P_{ос} / [\alpha \cdot q \cdot (1 - \gamma_ж / \gamma_т)], \qquad (4.29)$$

$$M_б = N_б / \omega, \qquad (4.30)$$

$$N_б = 1{,}5 \cdot N_З, \qquad (4.31)$$

где $D_с$ – диаметр скважины, м; *Z* – длина растянутого участка от нулевого сечения 0-0 в растянутой части принимается +*Z* (от устья скважины до нулевого сечения), а в сжатой части – (-*Z*), (от забоя до нулевого сечения); *q* – вес 1м бурильных труб, *Н*; *G* – 9,8 м / с; $N_З$ – мощность на разрушение забоя, кВт.

В конце расчета делается вывод о необходимом превышении допустимых напряжений опасного сечения колонны над расчетным.

### 4.5. Расчет запаса статической прочности колонны бурильных труб

Расчет проводится как для верхнего, так и для нижнего сечений. При этом для верхнего сечения остается запас прочности по суммарным напряжениям, возникающим при жестком прихвате бурового снаряда.

$$n = \sigma_т / \sigma_\Sigma \geq 1{,}7. \qquad (4.32)$$

### 4.6. Расчет бурильной колонны на выносливость

Расчет производится для «нулевого» сечения, испытывающего знакопеременные напряжения и динамические нагрузки. Рассчитываются напряжения изгиба и кручения:

$$\sigma_{изг} = (\pi^2 \cdot E \cdot D \cdot f) / 2 \cdot l^2, \qquad (4.33)$$

где *l* – длина полуволны, вычисляется при *Z*=0.

$$l = (10 / \omega) \cdot \sqrt[4]{[(E \cdot J \cdot \omega^2) / (g \cdot q)]}, \qquad (4.34)$$

$$\tau = M_б / N_р, \qquad (4.35)$$

где $M_б$ – крутящий момент, развиваемый двигателем при бурении скважины; $M_б$ определяется так: $M_б = 0{,}6 + 0{,}8\ N_{дв.ном} / \omega$.

Затем рассчитывается запас прочности по нормальным напряжениям:

$$n_\tau = \sigma_{-1} / \sigma_{изг} \cdot k_д, \qquad (4.36)$$

где $\sigma_{-1}$ – предел выносливости труб при изгибе; $k_д$ – коэффициент, учитывающий динамический характер нагрузки ($k_д$ = 1,5).

Величина $\sigma_{-1}$ определяется так:

$$\sigma_{-1} = (0{,}4 \div 0{,}5)\sqrt{(\sigma_{изг}^2 + 4 \cdot \tau^2)}. \qquad (4.37)$$

Запас прочности по касательным напряжениям:

$$n_\tau = \tau_т / \tau, \qquad (4.38)$$

где $\tau_т$ – предел текучести при кручении, Па; ($\tau_т = 0{,}5 \cdot \sigma_т$).

Рассчитывается суммарный запас прочности в нулевом сечении:

$$n_\Sigma = n_\sigma \cdot n_\tau / (n_\sigma + n_\tau) \geq 1{,}3. \qquad (4.39)$$

После окончания расчетов делается вывод о правильности выбора колонны бурильных труб.

### 4.7. Расчет безопасных режимов бурения выбранной колонной бурильных труб

Здесь необходимо рассчитать величины осевой нагрузки на колонну – $P$ и частоты оборотов буровой колонны – $n$, которые нельзя превышать, исходя из прочностных свойств колонны.

Величину мощности, отбираемую от двигателя станка, которую нельзя превышать, исходя из условий прочности колонны и ее неравномерного износа, определим по формуле

$$N = [n \cdot W_р \cdot \delta_э / (143240 \cdot \delta_к)] \cdot$$
$$\cdot \sqrt{[(\delta_т / Q)^2 - \{[(l - l_1) \cdot q + l_1 \cdot q_1] \cdot (1 - \gamma_ж / \gamma_т) / F_1\}^2]}, \qquad (4.40)$$

где $n$ – скорость вращения бурильных труб, об/мин; $W_р$ – полярный момент сопротивления площади поперечного сечения трубы, см$^3$; $\delta_э$ – минимальная толщина стенки при одностороннем износе, мм; $\delta_к$ – толщина стенки трубы при концентрическом износе трубы, мм; $\delta_т$ – предел текучести стали труб, кг/см$^2$ (36Г2С – 5000 кг/см$^2$); $Q$ – запас прочности при статическом нагружении (обычно не меньше 1,4); $l$ – длина колонны бурильных труб, м; $l_1$ – длина УБТ в м; $q$ – вес 1м бурильных труб в воздухе, кг; $q_1$ – вес УБТ в воздухе, кг; $\gamma_ж$ – плотность промывочной жидкости в г/см$^3$; $\gamma_т$ – плотность стали в г/см$^3$; $F_1$ – площадь поперечного сечения трубы в см$^2$.

Величина $\delta_э$ определяется так:

$$\delta_э = t - (D' - d), \qquad (4.41)$$

где $t$ – толщина стенки трубы, мм; $D'$ – изношенный наружный диаметр труб, мм; $d$ – внутренний диаметр труб, мм.

Величина $\delta_к$ определяется так:

$$\delta_к = (D' - d) / 2. \qquad (4.42)$$

В случае отсутствия в колонне УБТ числитель второго слагаемого в подкоренном выражении формулы 4.40 выглядит так:

$$H \cdot q \cdot (1 - \gamma_ж / \gamma_т), \qquad (4.43)$$

где $H$ – глубина скважины, м; $q$ – вес 1м бурильных труб с учетом замков и муфт.

Для определения величины числа оборотов, безопасных для колонны бурильных труб, используется следующая зависимость:

$$N = (19 \cdot \sqrt{C}) / G \cdot (k_2 \cdot D - D_3), \qquad (4.44)$$

где $C$ и $G$ – коэффициенты, учитывающие жесткость бурильных труб и их типоразмер. Значения их приведены в таблице 4.4.; $k_2$ – коэффициент, учитывающий разработку ствола скважины при бурении (1,0 + 1,8); $D$ – диаметр скважины; $D_3$ – диаметр замка, м.

Таблица 8

Значения коэффициентов C и G для различных типов бурильных труб

| Коэффициенты | Замковые трубы диаметром, мм | | | Резьба для труб диаметром, мм | | | Соединения УБТ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 4,2 | 50 | 63,5 | 42 | 50 | 63,5 | УБТ-73 | УБТ-89 |
| $G$ | 7,1 | 9,3 | 16,2 | 3,6 | 4,3 | 5,8 | 6,9 | 7,9 |
| $C$ | 36,2 | 50,2 | 83,8 | 36,2 | 50,0 | 83,8 | 109,3 | 168,6 |

Значения чисел оборотов, вычисленные по формуле 4.44, означают, что для обеспечения необходимого запаса прочности (более 1,6) величины чисел оборотов колонны бурильных труб не должны превышать рассчитанную по формуле 4.44. В том случае, если рассчитанная величина чисел оборотов будет недостаточной, исходя из соображений технологии бурения, необходимо вводить в состав колонны утяжеленные бурильные трубы. Это нужно для того, чтобы опасное сечение располагалось в колонне УБТ.

После этого рассчитывается допускаемая осевая нагрузка $P$ из условия прочности сжатой части колонны по формуле:

$$P = M_c / [10 \cdot (K_2 \cdot D_c - D_3)], \qquad (4.45)$$

где $M_c$ – предельно допустимый изгибающий момент, который может действовать в скважине, $H$·м.

Значения величины $M_c$ в зависимости от типоразмера бурильных труб приведены в таблице 9.

Таблица 9

Значения предельно допустимого изгибающего момента

| Тип резьбы | Значения предельно допустимого момента, Н·М, при типоразмере труб, мм | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 42 | 50 | 63,5 | УБТ-73 | УБТ-89 |
| Замковая | 92 | 150 | 249 | 230 | 348 |
| Трубная | 46 | 70 | 111 | – | – |

После всех выполненных расчетов необходимо проанализировать результаты и сделать выводы о правильности выбора колонны бурильных труб и допускаемых режимах бурения с их помощью.

### 4.8. Выбор бурового оборудования

Выбор бурового агрегата необходимо производить на основе геолого-технических задач, стоящих в проекте.

Выбор станка обосновывается глубиной, наклоном и конструкцией скважины, а также конечным диаметром бурения и транспортными условиями в районе ведения работ.

Кроме того, при выборе станка необходимо оценить мощность того серийного двигателя, которым оснащается, и сравнить с величиной мощности, полученной при расчете колонны бурильных труб. В случае существующих расхождений необходимо дать рекомендации по замене серийного двигателя.

Комплектация бурового агрегата производится в соответствии с принятой технологией бурения.

Буровой насос выбирается по величинам давления в напорной магистрали и его производительности, необходимых для обеспечения нормальной циркуляции промывочной жидкости в скважине.

Необходимо привести схему расположения буровых механизмов и циркуляционной системы и определить основные размеры буровой вышки. При выборе стандартных мачт необходимо учесть условия бурения – угол наклона скважины и т. п. Необходимо выбрать систему талевой оснастки и рассчитать талевый канат на прочность по известным методикам. Выбор и расчет талевой оснастки являются обязательными.

После выбора и обоснования основных механизмов и машин буровой установки необходимо произвести выбор вспомогательного оборудования, инструмента и механизмов для механизации и автоматизации процесса бурения. Кроме того, следует определить необходимость использования контрольно-измерительных приборов, обеспечивающих контроль технологических параметров бурения. Если такая необходимость есть, то нужно привести их перечень с указанием тех параметров, которые будут контролироваться этой аппаратурой.

## 5. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

### 5.1. Расчет частоты вращения и осевой нагрузки бурового снаряда на забой скважины

Проектная частота вращения бурового снаряда выбирается по табличным данным справочной литературы по бурению [1, 5, 6, 8, 9, 11]. Выбор рациональной частоты вращения должен быть обоснован предлагаемой рациональной механической скоростью проходки скважины, возможностью получения проектного выхода керна, вопросами предупреждения осложнений при бурении, например, разработка ствола скважины или его искривление.

Осевая нагрузка определяется исходя из выбранного способа бурения, физико-механических свойств разбуриваемых горных пород, конструкции и материала породоразрушающего инструмента. Проектное значение осевой нагрузки в соответствии с геолого-техническими условиями проектируемых буровых работ также выбираются по табличным данным опытно-производственных буровых работ, приведенных в технической литературе или рассчитываются по приведенным в них методикам [1, 5, 6, 8, 9, 11]. Выбранные по справочной литературе значения режимных параметров частоты вращения и осевой нагрузки бурового снаряда на забой скважины сравниваются со значениями, полученными в ходе расчетов безопасных режимов работы буровой колонны (см. формулы 4.44 и 4.45). В случае существенных расхождений при сравнении вышеуказанных величин необходимо дать рекомендации по корректировке этих параметров и внести требуемые при этом технологические и технические изменения в проектируемые буровые работы.

### 5.2. Расчет режима промывки

Проектные значения расхода промывочной жидкости выбираются по справочным материалам, в зависимости от способа и геолого-технических условий бурения скважин [3, 5, 8, 9]. Эффективность воздействия режима и промывки на процесс бурения скважин проверяется следующими расчетами [3].

Рассчитываются параметры потока промывочной жидкости, необходимые для эффективной очистки забоя скважины от шлама выбуренных пород. Основными факторами при этом принято считать: скорость восходящего потока, размер и форму частиц шлама, плотность горных пород, геометрию гидравлического канала и характер течения промывочной жидкости.

Для условий прямой промывки скважины требуемый расход промывочной жидкости – $Q$, определяется по формуле

$$Q = \pi / 4 \ (D_{скв}^2 - d_{б.т.}^2) \cdot v, \qquad (5.1)$$

где $v$ – скорость восходящего потока промывочной жидкости в затрубном пространстве скважины, м/с; $D_{скв}$ – диаметр скважины с учетом каверн, местных размывов и т. п., м; $d_{б.т.}$ – наружный диаметр бурильных труб (номинальное значение без учета износа), м.

Скорость восходящего потока определяется из выражения:

$$v = u + c, \qquad (5.2)$$

где $u$ – критическая скорость восходящего потока промывочной жидкости, при которой частицы шлама находятся во взвешенном состоянии, м/с; $c$ – желаемая скорость выноса частиц, м/с.

Величины u и c могут быть определены по формулам

$$u = k' \cdot \sqrt{[d_э \cdot (\rho_п - \rho_{жв}) / \rho_{жв}]}, \qquad (5.3)$$

$$c = F_0 \cdot v_М \cdot (\rho_п - \rho_{жв}) / z \cdot F \cdot (\rho_{жв} - \rho_{жн}), \qquad (5.4)$$

где $d_э$ – эквивалентный диаметр частиц, м; $\rho_п$ и $\rho_{жв}$ – плотность соответственно породы и промывочной жидкости в кольцевом пространстве, кг/м$^3$; $g$ – ускорение свободного падения, м/с$^2$; $k'$ – коэффициент, учитывающий форму частиц шлама: для шара $k' = 5{,}11^{0,5}$ м/с, для шарикообразных $k' = 4{,}5 \div 5{,}1$ м$^{0,5}$, для округлых и компактных частиц $k' = 3{,}5 \div 4{,}5$ м$^{0,5}$, для частиц неправильной удлиненной формы $2{,}0 \div 3{,}5$ м$^{0,5}$; $F_0$ – площадь забоя скважины (номинальная, без учета разработки), м$^2$; $F$ – площадь сечения потока промывочной жидкости, м$^2$; $v_М$ – механическая скорость бурения, м/с; $z = 1{,}1 \div 1{,}3$ – коэффициент, учитывающий винтообразное движение частиц, вследствие вращения бурильной колонны (минимальное значения для частот менее 100 об/мин.

Размеры частиц $d_э$ зависят от категории буримости горных пород, способа бурения, вида и состояния породоразрушающего инструмента. Они могут быть определены либо по данным гранулярного состава проб шлама в районе работ, либо на основании анализа данных, приведенных в специальной литературе.

Величины $\rho_{жн}$ и $v_М$ могут быть рассчитаны по методикам Ивачева Л. М., Кардыша В. Г. и др. [2, 3, 4, 8, 11], либо установлены по опытным данным исследований процесса бурения скважин в аналогичных геолого-технических условиях.

В случае применения глинистого раствора в качестве промывочной жидкости необходимо рассчитать критический размер частиц шлама – $d_{кр}$, удерживаемый во взвешенном состоянии, после прекращения циркуляции жидкости в скважине:

$$d_{кр} = 6 \cdot m \cdot \theta / g \cdot (\rho_п - \rho_{жв}), \qquad (5.5)$$

где $m$ – коэффициент, учитывающий конфигурацию частиц шлама, $m = 2 \div 3$, для формы частиц, близкой к шару, берется меньшее значение, для чешуйчатых – большее; $\theta$ – статическое напряжение сдвига, Па.

Режимы промывки скважины и тип применяемой при этом промывочной жидкости во многом определяют устойчивость ствола скважины. В связи с этим необходимо рассчитать минимально допустимое давление промывочной жидкости в скважине $P_{с\,min}$ - и минимально допустимую плотность – $\rho_{жв\,min}$ данной жидкости, используемой при промывке (расчет проводится однократно по предельным значениям параметров). В основу расчетов величин $P_{с\,min}$ и $\rho_{жв\,min}$ могут быть взяты известные закономерности условия устойчивости стенок скважины [10]:

$$P_{с\,min} = \lambda \cdot P_г - \sqrt{[\{(\sigma_{is}')^2 - P\ (1 - \lambda)^2\} / 3]}, \qquad (5.6)$$

$$\rho_{жв\,min} \geq [(P_{с\,min} + \Delta P) / g \cdot z], \qquad (5.7)$$

где $\lambda$ – коэффициент бокового распора; $P_г$ – горное давление, Па; $\sigma_{is}'$ – длительная прочность пород, слагающих стенки скважины, Па; $\Delta P$ – ожидаемое снижение давления в скважине при спуско-подъемных операциях, Па; $z$ – глубина скважины, м.

Значения величин $\lambda$ и $P_г$ определяются по формулам (5.9., 5.10):

$$\lambda = \mu / (1 - \mu), \qquad (5.9)$$

$$P_г = g \cdot \rho \cdot z, \qquad (5.10)$$

где ρ – средняя плотность горных пород, кг/м$^3$; μ – коэффициент Пуассона горных пород, слагающих стенки скважины.

По данным [10], длительная прочность горных пород – $\sigma_{is}'$ в условиях скважины составляет 0,85÷0,95 от первоначальной – $\sigma_{is}'$, то есть:

$$\sigma_{is}' = (0{,}85 \div 0{,}95) \cdot \sigma_{is}. \qquad (5.11)$$

Ожидаемое снижение давления в скважине – $\Delta P$ может быть рассчитано, выбрано по справочной литературе или по данным производственных наблюдений, исходя из величины ожидаемого снижения динамического уровня – *Hg* промывочной жидкости в скважине при подъеме бурового снаряда.

В условиях поглощения промывочной жидкости рассчитать величину плотности промывочной жидкости, при которой восстанавливается ее циркуляция в скважине. В случае же вскрытия водонефтегазонапорных горизонтов необходимо определить плотность выбранных утяжеленных промывочных жидкостей, при которых реализуется равновесие между пластовым $P_{пл}$ и гидростатическим давлением $P_с$ в скважине. Методика данных расчетов достаточно подробно изложена в специальной технической литературе [3, 4, 7].

Полученные результаты необходимо интерпретировать – истолковывать с точки зрения предельных значений, границ применяемости тех или иных решений, степени влияния различных факторов.

Интерпретация и выводы – главная и наиболее важная часть работы: не следует жалеть на ее выполнение усилий и бумаги. Оценка работы проводится именно по глубине и полноте интерпретации результатов расчетов.

Таблица 10

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ
для гидравлических расчетов

| Параметры / Значения исходных данных | Диаметр скважины макс. (по каверн., размывам и т. д.), $D_{скв}$, м | Эквивал. размер частиц шлама, $d_э$, м | Плотность очищенной промывочной жидкости, $\rho_{жв}$, кг/м$^3$ | Плотность горной породы, $\rho_п$, кг/м$^3$ | Плотность, $\rho_{жв}$, кг/м$^3$ | Коэффициент формы частиц, $k'$ | Площадь забоя скважины (в том числе кольцевого), $F_0$, м$^2$ | Механическая скорость бурения, $v_м$, м$^2$ | Коэффициент изомертич. частиц шлама, $m$ | снс, $\theta_{пл}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Максимальные | | | | | | | | | | |
| Минимальные | | | | | | | | | | |
| Усредненные | | | | | | | | | | |
| Прочие: | | | | | | | | | | |
| 1. | | | | | | | | | | |
| 2. | | | | | | | | | | |
| 3. | | | | | | | | | | |
| 4. | | | | | | | | | | |

Таблица 11

Результаты гидравлических расчетов

| Характеристики технологических ситуаций | Значения исходных параметров | | | | | | | | | | Промежуточные и итоговые результаты расчетов | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $D_{скв}$ | $d_э$ | $\rho_{жн}$ | $\rho_п$ | $\rho_{жв}$ | k’ | $F_0$ | $v_М$ | m | θ | $d_{кр}$ | c | u | v | Q |
| 1. | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2. | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3. | | | | | | | | | | | | | | | |

## 6. ТРЕБОВАНИЯ К СПЕЦИАЛЬНЫМ РАЗДЕЛАМ ДИПЛОМНЫХ ПРОЕКТОВ, ДИПЛОМНЫМ РАБОТАМ И РАССМОТРЕНИЮ ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ ПРОБЛЕМАТИКИ

### 6.1. Требования к специальным разделам дипломного проекта

Специальный раздел дипломного проекта разрабатывается по личным материалам студента, которые являются результатом выполнения курсового проекта или курсовой работы и существенно дополнены личными наблюдениями и исследованиями в период второй производственной практики.

Специальный раздел посвящается решению технологической, технической, экологической или экономической проблемы. В нем должна содержаться постановка задачи, анализ предшествующих материалов, планирование технологических исследований, результаты их, осмысление и выводы, рекомендации предприятию по внедрению в производство выполненных проектных технических и технологических решений.

Задание по специальному разделу дипломного проекта согласовывается с руководителем проектирования. По материалам специального раздела выполняется два листа демонстрационной графики.

В качестве примеров заданий по специальному разделу проекта приведем следующие.

#### 6.1.1. Ресурсо- и энергосберегающие технологии буровых работ

Методы и средства оптимизации бурения скважин на предприятии. Системы автоматизированного управления процессом бурения на твердые полезные ископаемые. Моделирование систем автоматического управления процессом геологоразведочного бурения. Экономическая оценка конкурирующих вариантов решения конкретных задач по локальным и глобальным критериям оптимизации.

Разработка мероприятий по сокращению расхода материалов и топлива, используемых в процессе бурения скважин (глина, цемент, химические реагенты и т. д.).

#### 6.1.2. Нейтрализация, обезвреживание и утилизация отходов буровых работ

Характеристика и объемы твердых, жидких и газообразных отходов при бурении скважин и вспомогательных работах (транспорт, отопление, водоснабжение). Физические и химические свойства бурового шлама, отработанных промывочных жидкостей и сточных вод. Характеристика золы и выбросов в атмосферу при сжигании топливно-энергетических ресурсов (угли, торф, нефтепродукты). Технология нейтрализации, обезвреживания и утилизации отходов буровых работ. Контроль технологической линии.

### 6.2. Требования к дипломным работам

Необходимым условием для выполнения дипломной работы является наличие у студента материалов научно-исследовательского характера, полученных им лично в период выполнения госбюджетных или хоздоговорных работ на протяжении двух-трех лет в качестве исполнителя. При этом предполагается, что по завершению работы ее основные материалы можно использовать в дальнейшем в кандидатской диссертации.

Задание на дипломную работу составляется руководителем и защищается студентом на заседании кафедры, где оно и утверждается. В задании должны быть определены геологические условия объекта, применительно к которому выполняется дипломная работа; конкретизирован методический раздел, а также экологические и экономические вопросы, актуальные для данного региона работ.

В качестве примеров укрупненных заданий по дипломным работам приведем следующие.

#### 6.2.1. Цементные растворы и тампонажные смеси в природоохранных технологиях буровых работ.

Геолого-методическая часть. Определение границ влияния буровых работ на недра, на водную систему и на почвы. Характеристика основных физических и геохимических процессов. Сведения о динамике подземных вод.

Технико-технологическая часть. Выбор состава цементных растворов и тампонажных смесей. Регулирование их параметров. Планирование лабораторных исследований. Техника и технологические линии для приготовления и закачки в скважины цементных растворов. Активация их вяжущих свойств. Приготовление и доставка к месту твердения тампонажных смесей.

Эколого-экономическая часть Контрольно-измерительная аппаратура и организация ведомственного экологического контроля. Экономическая оценка основных (двух-трех) конкурирующих вариантов выполнения проектируемых работ.

#### 6.2.2. Технология и техника бурения донных отложений прудов, озер, болот

Геолого-методическая часть.

Стадии развития водоемов, их состояние. Влияние хозяйственной деятельности на естественный ход эволюции водного объекта. Содержание в воде биологически активных соединений, необходимых для жизни. Процесс формирования донных отложений из остатков живых организмов, поверхностного стока, атмосферного переноса и подземного водообмена.

Основные результаты ранее выполненных геологоразведочных работ по характеристике донных отложений как исходного сырья для приготовления товаров различного назначения (сельскохозяйственные удобрения, лечебные грязи и т. д.). Необходимость проведения или продолжения буровых работ.

Технология и техника бурения скважин. Отбор проб донных отложений с учетом требований природоохранного законодательства. Рекомендации по извлечению донных отложений на поверхность, переработка и доставка их к потребителю.

Для случая очистки водоемов от донных отложений, содержащих токсичные вещества, рассматриваются вопросы их обезвреживания, нейтрализации и захоронения.

Организация ведомственного экологического контроля. Экономическая оценка основных (двух-трех) конкурирующих вариантов выполнения проектируемых работ.

### 6.3. Рассмотрение экологической проблематики в дипломном проекте

В дипломном проекте должны быть изложены материалы по следующим вопросам охраны недр и окружающей среды.

#### 6.3.1. Выполнение природоохранного законодательства России

Закон Российской Федерации о недрах. Система стандартов в области охраны природы и улучшения использования природных ресурсов. Экологический паспорт промышленного предприятия.

#### 6.3.2. Закон о защите прав потребителя в условиях рынка

Обязательная и добровольная сертификация товаров, проблема качества. Защита населения и окружающей среды от опасной продукции.

Например, свидетельство о качестве и безопасности используемых в бурении химических реагентов, поверхностно-активных веществ, синтетических смол и нефтепродуктов.

#### 6.3.3. Состояние природной среды в районе буровых работ

Характеристика источников загрязнения: стационарные и передвижные, постоянного и периодического действия, поверхностные и подземные; интенсивность и периодичность проявления.

#### 6.3.4. Источники загрязнения недр и окружающей среды

Источники загрязнения недр и окружающей среды при бурении скважин последовательно на всех стадиях работ: подготовка земельного участка под буровую установку с привышечными сооружениями в соответствии с утвержденными нормативами; монтаж оборудования; бурение; цементирование; испытание и освоение скважин; эксплуатация; консервация и ликвидационный тампонаж.

Источники загрязнения природной среды при материально-техническом обеспечении буровых работ. Условия транспортирования: глины, цемента, топлива, химических реагентов. Потери материалов в пути и на местах хранения.

Источники загрязнения окружающей среды при работе транспортных машин (колесный, гусеничный, водный).

#### 6.3.5. Ведомственный контроль за природной средой: атмосфера, почва, водная система

Контрольно-измерительная аппаратура; принцип действия, характеристика.

Анализ, систематизация и обобщение результатов измерений параметров природной среды в соответствии с международными стандартами.

#### 6.3.6. Природоохранные и ресурсосберегающие технологии в бурении

Определение оптимальных параметров режимов вращательного бурения по локальным и глобальному критерию, используя как ручное, так и автоматизированное управление процессом бурения.

Выбор наиболее экономичных и эффективных мероприятий по снижению негативного воздействия буровых работ и по оздоровлению окружающей среды.

Защита от возможных аварийных ситуаций. Их прогноз, предупреждение и ликвидация.

**6.3.7. Утилизация, обезвреживание, захоронение отходов буровых работ (сточные воды, разлитые нефтепродукты, отработанные промывочные жидкости, антивибрационные смазки и т. д.)**

Техническая и биологическая рекультивация почв, земель.

**6.3.8. Экологическая оценка проектируемых мероприятий**

Материалы по природоохранным технологиям буровых работ могут быть приведены в соответствующих разделах дипломного проекта или в разделе 3.4. «Природоохранные мероприятия» согласно выше приведенной структуры проекта.

## *Защита выпускной квалификационной работы*

Защита выпускной квалификационной работы проводится на открытом заседании ГЭК.

Порядок защиты:

-председатель ГЭК объявляет фамилию, имя и отечество выпускника, название работы с указанием места ее выполнения;

-доклад продолжительностью, как правило, не более 7-10 минут, в течении которых он должен кратко сформулировать актуальность, цель и задачи работы, изложить основные результаты, выводы и рекомендации, конкретные предложения, обосновать возможность их реализации, эффективность. При этом необходимо уточнить личный вклад в разработку проблемы.

Студент может пользоваться заранее подготовленным тезисами доклада, но должен излагать основное содержание своей выпускной квалификационной работы свободно, не читая письменного текста. При чтении утрачивается эмоциональность изложения, монотонное чтение текста не привлекает внимания и утомляет слушателей. Свободный рассказ по теме свидетельствует об уровне подготовки и глубине специальных знаний по проблеме выпускной квалификационной работы. Все это существенно влияет на итоговую оценку работы.

Все принципиальные положения выпускной квалификационной работы для большей наглядности могут быть представлены на демонстрационном материале. К демонстрационным материалам относится информация из выпускной квалификационной работы (таблицы, диаграммы, схемы, иллюстрации и пр.), оформленная в виде презентаций или ксерокопий для каждого члена ГЭК. Во время доклада необходимо ссылаться на эти материалы;

-после окончания доклада члены ГЭК и присутствующие на защите предлагают выпускнику вопросы, касающиеся устного выступления, имеющие непосредственное отношение к теме работы, или же просто в связи с обсуждаемой проблемой;

- зачитывается внешняя рецензия на выпускную квалификационную работу;

-выступление руководителя выпускной квалификационной работы, а в случае его отсутствия секретарь ГЭК зачитывает отзыв руководителя;

- председатель ГЭК предоставляет желающим слово для выступления, затем выпускнику, которое предполагает ответы на замечания рецензента и всех, выступивших при обсуждении работы, после чего объявляет об окончании защиты.

После окончания открытой защиты проводится закрытое заседание ГЭК (возможно с участием руководителей), на котором определяются итоговые оценки по четырехбальной системе («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»). После

закрытого обсуждения председатель объявляет решение ГЭК. Протокол заседания ГЭК ведется секретарем. В него вносятся все заданные вопросы, особые мнения, решение комиссии об оценке.

## КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕНИЯ И ЗАЩИТЫ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Оценка выпускной квалификационной работы производится по четырем группам критериев:

*Система оценивания по оценочным средствам государственной итоговой аттестации*

| Оценочное средство | Максимальная стоимость в баллах | Критерии начисления баллов |
|---|---|---|
| Выпускная квалификационная работа | 0-90 балл | Качество выполненной работы, ее научно-теоретический уровень, степень самостоятельности и логичность изложения материала, правильность оформления и результат ее защиты |
| Отзыв руководителя ВКР | 0-15 баллов | Ответственность, дисциплинированность, стремление к достижению высоких результатов самостоятельность, добросовестность в выполнении ВКР, контактность…. |
| Отзыв рецензента ВКР | 0-5 баллов | Качество выполненной работы, корректность расчетов, принятых обоснований и сделанных выводов |
| Ответы на вопросы (проверка компетенций) | 0-5 баллов | Полнота и правильность ответа |
| Итого | 115 баллов | |

Оценка по итогам государственной итоговой аттестации определяется простым суммированием баллов:

| *Критерии оценки* | *Количество баллов* |
|---|---|
| ***Критерии содержания ВКР*** | |
| обоснованность выбора и актуальность темы исследования | 0-5 |
| обоснование практической и теоретической значимости исследования | 0-5 |
| уровень теоретической проработки проблемы, осмысления теоретических вопросов и обобщения собранного материала | 0-5 |
| умение представить литературный обзор проблемы исследования | 0-5 |
| широта и качество использованных источников | 0-5 |
| объем и уровень анализа профессиональной, научной литературы, релевантность, полнота, корректность и содержание цитирования | 0-5 |
| умение правильно применить необходимые для решения проблемы нормативные правовые акты (документы) в объяснении конкретной ситуации деятельности организации | 0-5 |
| наличие в ВКР результатов, которые в совокупности решают конкретную научную и (или) практическую задачу,<br>или - результатов (теоретических и (или) экспериментальных), которые имеют существенное значение для развития конкретных направлений в определенной отрасли науки (деятельности), или – научно-обоснованных разработок, использование которых в полном объёме обеспечивает решение прикладных задач | 0-5 |
| умение логические верно, аргументированно и ясно излагать материалы исследования в ВКР | 0-5 |
| обоснованность и четкость сформулированных выводов | 0-5 |
| адекватность использования методов исследования | 0-1 |
| умение использовать компьютерные технологии в режиме пользователя для решения профессиональных задач | 0-5 |
| ***Критерии оформления ВКР*** | |

| | |
|---|---|
| владение научным стилем изложения, орфографическая и пунктуационная грамотность | 0-5 |
| соответствие формы представления работы требованиям, предъявляемым к оформлению данных работ | 0-5 |
| ***Критерии процедуры защиты*** | |
| качество устного доклада: соответствие доклада содержанию работы, логичность, точность формулировок, обоснованность выводов, культура речи | 0-5 |
| владение профессиональной терминологией и навыками профессиональной аргументации | 0-4 |
| презентационные навыки: структура и последовательность изложения материала, соблюдение временных требований, использование презентационного оборудования и/или раздаточного материала, грамотность оформления иллюстрационных материалов, выразительность использования, контакт с аудиторией | 0-5 |
| поведение при защите (коммуникационные характеристики (культура) докладчика (речь, манера говорить, отстаивать свою точку зрения, привлекать внимание к важным моментам в докладе или ответах на вопросы) | 0-5 |
| качество ответов на вопросы членов ГЭК: логичность, глубина, правильность и полнота ответов | 0-5 |
| ***Отзыв рецензента ВКР*** | |
| теоретическая значимость исследования; анализ представленных методик исследования; практическая значимость исследования; степень полноты обзора состояния проблемы и корректность постановки задачи; уровень и корректность использования в работе методов исследования; степень комплексности работы, применение в ней знаний социально-гуманитарных дисциплин, естественно-математических, общепрофессиональных и специальных дисциплин; ясность, четкость, последовательность и обоснованность изложения. | 0-5 |
| ***Отзыв руководителя ВКР*** | |
| ответственное отношение к работе, дисциплинированность, стремление к достижению высоких результатов, самостоятельность, добросовестность в выполнении работы, соблюдение сроков представления материалов, контактность | 0-5 |
| владеет навыками самостоятельного получения новых знаний, использования современных технологий | 0-5 |
| умение систематизировать и обобщать информацию из разных источников | 0-5 |
| ***Теоретические вопросы*** | |
| качество ответов на вопросы членов ГЭК: правильность и полнота ответов | 0-5 |
| ***Итого баллов*** | 115 |

*Правила оценивания результатов защиты ВКР*

**104-115 баллов** (90-100%) **–** оценка **«отлично»;**
**81-103 балла** (70-89%) **–** оценка **«хорошо»;**
**58-80 баллов** (50-69%) **–** оценка **«удовлетворительно;**
**0-57 баллов** (0-49%) **–** оценка **«неудовлетворительно».**

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА


1. *Гусман, А. М.* Буровые комплексы. Современные технологии и оборудование / А. М. Гусман, К. П. Порожский. – Екатеринбург, Полиграфист, 2002. – 592 с.
2. *Бондарев, В. И.* Оптимизация процессов промывки и крепления скважин / В. И. Бондарев, А. И. Булатов, Е. И. Сукуренко. – М.: Недра, 1989. – 221 с.
3. *Ивачев, Л. М.* Промывка и тампонирование геологоразведочных скважин: справочное пособие / Л. М. Ивачев. – М.: Недра, 1989. – 247 с.
4. *Ивачев, Л. М.* Промывочные жидкости и тампонажные смеси: учебник для вузов / Л. М. Ивачев – М.: Недра, 1987. – 242 с.
5. *Калинин, А. Г.* Разведочное бурение / А. Г. Калинин, О. В. Ошкордин, В. М. Питерский, Н. В. Соловьев. М.: Недра-Бизнесцентр, 2000. – 748 с.
6. *Козловский, Е. А.* Справочник по бурению геологоразведочных скважин / Е. А. Козловский, П. П. Пономарев, Г. А. Блинов. – СПб.: Недра, 2000. – 592 с.
7. *Кудряшов, Б. Б.* Бурение скважин в осложненных условиях: учеб. пособие для вузов / Б. Б. Кудряшов, М. М. Яковлев. – М.: Недра, 1987. – 269 с.
8. *Михайлова, И. Д.* Техническое проектирование колонкового бурения / И. Д. Михайлова. – М.: Недра, 1985. – 200 с.
9. Пономарев, П. П. Отбор керна при колонковом геологоразведочном бурении / П. П. Пономарев, В. А. Каулин – Л.: Недра, 1989. – 256 с.
10. *Спивак, А. И.* Разрушение горных пород при бурении скважин: Учебник для вузов. Спивак А.И., Попов А.Н. – 4-е изд. перераб. и доп. – М.: Недра, 1986. – 208 с.
11. Справочник инженера по бурению геологоразведочных скважин. – В 2-х томах. – М.: Недра, 1984 – С. 3-252.
12. *Харбух, Дж.* Моделирование на ЭВМ в геологии / Дж. Харбух, Г. Бонэн-Картер. – М., 1974.
13. Справочник по бурению геологоразведочных скважин. – СПб.: Недра, 2000. – 712 с.

## ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ ДИПЛОМНОГО ПРОЕКТА:

**Размер шрифта основного текста: - кегль 14, формат А4, 1,5 интервал.**
**Нумерация страниц проставляется с третьей страницы в нижнем поле по центру.**
**Заголовки отделяются от основного текста сверху и снизу одним интервалом.**
**Шрифт заголовков выделяется жирным прописным или большим на 1-2 кегля.**
**По всему диплому соблюдается соподчиненность шрифтов разделов.**
**Красная строка – 1,5 см.**
**Раздел (глава) – часть – подчасть – подраздел.**
**Подзаголовок с трехзначной нумерацией в содержание не включается.**
**ВВЕДЕНИЕ не имеет нумерации!!!**

***ПРИМЕР***

**1. ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.**


1.1. Физико-географические условия участка……...7
1.1.1. Климат .....7
1.2. Гидрография.....11
1.3. Существующее водоснабжение .....11
1.4. Геологическое строение района работ .....13
1.4.1. Стратиграфия .....13
1.4.2. Тектоника .....23
1.5. Гидрогеологические условия района работ .....25


**Поля страницы:**
**верх – 2 см, низ – 2,5 + нумерация страницы, левое поле – 3 см., правое – 1,5.**
**Рисунок имеет название (под рисунком) и нумерацию как таблица и формула.**
**Таблицы:**

Порядковый номер в разделе

Цифра раздела

Таблица 1.1

Название таблицы ОБЯЗАТЕЛЬНО!!

Глубина залегания и мощность пачек по скв.1

| №№ скв | Нижняя пачка | | Средняя пачка | | Верхняя пачка | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Интервал глубин, м | Мощность, м | Интервал глубин, м | Мощность, м | Интервал глубин, м | Мощность, м |
| 1 | Нижнебелебеевская подсвита | | | | | |
| | 263,0-279,5 | 16,5 | 211,2-263,0 | 51,8 | 174,7-211,2 | 36,5 |

Размер кегля 10-12

Цифра раздела

$$p_1 = \lambda_1 \cdot \frac{V_1^2 \cdot \rho}{2 \cdot d_1} \cdot (l + l_э) \cdot 10^{-6}, \quad [\text{МПа}] \qquad (2.14)$$

Порядковый номер в разделе

где: $\rho$ – плотность промывочной жидкости, *кг/м*$^3$, ρ=1040 *кг/м*$^3$;
$d_1$ –внутренний диаметр бурильных труб, *м*, $d_1$= 0,0545м;
$l$ – длина колонны бурильных труб, *м*, $l = L - l_{УБТ}$= 69 - 4,7= 64,3 *м*;
$V_1$ – скорость нисходящего потока промывочной жидкости, *м/с*.

**СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ:**


1. *Бродов Г.С.* Бурение и оборудование скважин на воду. – СПб, 2006. 154 с.
2. Технология и техника разведочного бурения. /Под ред. Шамшева Ф.А., Кудряшова Б.Б. и др./ - М.: Недра, 1983, 565 с.

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

# МЕСТОРОЖДЕНИЯ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

для обучающихся специальности

***21.05.03 Технология геологической разведки***

Специализация № 3

***Технология и техника разведки месторождений полезных ископаемых***

форма обучения: очная, заочная

Авторы: Макаров А.Б., профессор, д.г.-м.н.,
Малюгин А.А., доцент, к.г.-м.н.

*Екатеринбург*
*2020*

Самостоятельная работа студентов в рамках учебного процесса играет важную роль в изучении дисциплины «Месторождения полезных ископаемых», поскольку основными объектами труда горных инженеров-геологов – поисков, разведки являются месторождения полезных ископаемых. Поэтому в процессе обучения у студентов формируются представления о месторождения полезных ископаемых как геологических объектах, возникающих в процессах формирования и развития земной коры. Главные задачи профессиональной деятельности – разработка научно обоснованных направлений поисковых работ и выбор рациональной методики разведки месторождений полезных ископаемых могут быть успешно решены при условии овладения студентом современных представлений о геологических и физико-химических условиях их формирования. В процессе самостоятельной работы студент получает представление об особенностях строения каждого типа месторождений как модели месторождений, с которым он будет сталкиваться в процессе своей будущей практической деятельности, и сравнивать с ними конкретные объекты. Для этого в рамках самостоятельной работы в первую очередь следует обратить внимание на изучение имеющегося на кафедре каменного материала, характеризующего большую часть типов промышленных месторождений.

Основное содержание дисциплины и объемы самостоятельной работы по разделам дисциплины приведены в таблице

| №№ тем | Содержание | Часы по СРС |
|---|---|---|
| 1 | Форма и условия залегания рудных тел | 20 |
| 2 | Структуры и текстуры руд | 20 |
| 3 | Изучение генетических типов месторождений полезных ископаемых | 29 |
| 4 | Подготовка к экзамену | 27 |

*Методические указания по организации самостоятельного изучения дисциплины*

**1. Освоение лекционного курса**

Лекции по дисциплине «Месторождения полезных ископаемых» дают главный материал, как по теории, так и по практике исследований генезиса и геолого-промышленных типов месторождений полезных ископаемых. Современные проблемы, рассматриваемые в данной дисциплине, обусловлены как появлением новых теоретических представлений о геологии месторождений, так и их новых промышленных типов. Это требует после

прослушивания лекций обращаться к рекомендуемой литературе для более глубокой проработки соответствующей темы, детального рассмотрения основных терминов, проблемных вопросов и подходов к их решению, а также изучения дополнительного материала по теме для последующего выполнения лабораторных заданий.

После прослушивания лекции необходимо:

- внимательно просмотреть конспект лекции и (используя поля) сделать необходимые пояснения к сокращениям, аббревиатурам, терминам и т.п.;
- используя рекомендованную литературу уяснить проблемные вопросы и подходы к их решению;
- в письменном виде сформулировать вопросы, которые следует задать преподавателю для окончательного усвоения темы лекции;
- следует взять за правило – выполнять работу с конспектом лекций в тот же день, когда лекция прослушана и в памяти еще осталась часть ее содержания.

## 2. Подготовка, выполнение и оформление практических занятий

Практические занятия расширяют область знаний в изучаемой дисциплине и показывают применение теоретической части в практике исследований, позволяют самостоятельно оперировать знаниями в решении практических задач.

Наиболее важным в этом плане является изучение и закрепление знаний о вещественном составе минерального сырья по методическим указаниям, имеющимся на кафедре ГПР МПИ. Последующим этапом закрепления теоретического материала является изучение новых разрабатываемых месторождений в рамках существующих геолого-промышленных типов и генетической классификации МПИ.

Особое внимание при изучении генетических типов месторождений следует обратить на работу с научной литературой по данной проблематике.

Чтобы лабораторные занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнения в решении практических задач, подготовка к занятиям проводятся по прочитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных разделов лекционного курса. Они вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

В рамках программы изучения дисциплины «Месторождения полезных ископаемых» предусматривается следующая тематика лабораторных работ.

**Тема 1. Форма и условия залегания рудных тел.**

Цель практических работ – ознакомиться с принципами определения формы рудных тел, изучить геологические разрезы, определить формы рудных тел на реальных геологических разрезах и найти их место в квалификационной таблице; по геологической обстановке на разрезе определить главные факторы, обусловившие форму и место локализации полезного ископаемого.

Места локализации рудных тел и, соответственно, их форма определяется рядом геологических факторов, в частности, условиям образования (эндогенными, экзогенными, или метаморфогенными). Как следствие, при изучении геологических разрезов месторождений, после определения формы рудного тела следует внимательно ознакомиться с геологической обстановкой и попытаться определить, какой из геологических факторов является определяющим: сингенетичность или эпигенетичность руд: отложения или замещения и др.

При выполнении работы следует иметь в виду, что форма природных геологических тел в большинстве случаев далека от идеальной, и при определении названия подбирается наиболее близкий эталон – идеальное геологическое тело.

**Тема 2. Структуры и текстуры руд**

Цель занятий – ознакомиться с основными структурами и текстурами руд, описать особенности минералогического состава и текстур руд различного генезиса. При изучении образцов необходимо, прежде всего, определить рудные минералы, текстуры, определить тип месторождения по типоморфным текстурам. Для этого используются таблицы «Типы текстур руд» по С.А. Вахромееву (1979).

**Тема 3. Изучение генетических типов месторождений полезных ископаемых**

Цель практических работ – изучение теоретического и имеющегося в учебных коллекциях каменного материала, изучить парагенетические ассоциации минералов руд, описать имеющиеся в коллекциях образцы руд и определить их место согласно генетической классификации месторождений полезных ископаемых (по В.Ф. Рудницкому, «Основы учения о полезных ископаемых», стр. 46).

Последовательность изучения генетических типов МПИ рекомендуется следующим образом:

1). Повторение теоретического материала по лекции, учебным пособиям, консультации с преподавателем, просмотр дополнительной литературы из рекомендованного списка.

2). Самостоятельная работа по дополнительному изучению образцов руд из учебных коллекций кафедры.

3). Изучение примеров месторождений данного класса по литературным данным.

4). Проверка усвоения материала по «Вопросам и заданиям для самопроверки» (В.Ф. Рудницкий, «Основы учения о полезных ископаемых», стр. 233-245).

## 3. Рекомендации по работе с литературой

Изучение учебной и научной литературы является основным видом самостоятельной работы, которая сопровождает весь процесс изучения любой дисциплины. Организацию этой работы следует строить, используя следующие рекомендации:

1. Составить перечень книг, с которыми следует познакомиться , ориентируяясь на источники, содержащие необходимый материал.
2. Систематизировать перечень источников (для экзамена, для написания исследовательских работ.
3. Зафиксировать выходные данные по каждой книге.
4. Установить для себя, какие книги (или какие главы книги) следует прочитать более внимательно, а какие – просмотреть. При этом целесообразно проконсультироваться с преподавателем.
5. Все прочитанные книги, учебники и статьи рекомендуется конспектировать с указанием основных идей автора, наиболее ярких цитат (с указанием страниц источника).
6. На собственных книгах допускается делать на полях краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные для Вас мысли и обязательно указываются страницы в тексте – это позволяет экономить время и быстро находить «избранные» места в разных книгах.
7. Рекомендуется широко использовать интернет-источники и базы геологической литературы.

## 4. Подготовка к экзамену

На экзамене будут оценены полученные в процессе обучения знания (примерный перечень рассматриваемых на экзамене вопросов приведен ниже).

1). Понятие о полезных ископаемых и их месторождениях

2).Вещественный состав руд. Вредные и полезные компоненты. Комплексное использование руд.

3). Минеральный состав руд. Массивные и вкрапленные руды.

4). Рудоконтролирующие структуры.

5). Морфологическая классификация рудных тел. Формы рудных тел.

6). Понятия текстуры и структуры руд. Классификация текстур.

7). Гидротермально-метасоматические изменения вмещающих пород.

8). Источники рудного вещества эндогенных месторождений.

9). Источники рудного вещества экзогенных месторождений.

100. Причины и способы рудоотложения.

11). Раннемагматические месторождения- условия образования полезных ископаемых.

12). Позднемагматические месторождения- условия образования полезных ископаемых.

13. Ликвационные месторождения – условия образования и примеры месторождений.

14). Пегматиты: условия формирования месторождений, их типы и примеры.

15). Карбонатиты. Условия формирования, примеры месторождений.

16). Грейзены: факторы их образования, примеры месторождений.

17). Скарновые месторождения: условия формирования и примеры.

18). Порфировые месторождения: условия формирования и примеры.

19).Субвулканические (гидротермально-метасоматические) вулканогенные месторождения

20).Гидротермально-осадочные вулканогенные месторождения, условия их формирования и примеры.

21). Гидротермальные амагматогенные месторождения, условия формирования и примеры.

22). Месторождения выветривания и факторы их формирования.

23). Инфильтрационные месторождения.

24). Остаточные месторождения.

25). Механические месторождения полезных ископаемых и условия их формирования. Россыпные месторождения и их примеры.

26). Химические месторождения и условия их формирования.

27). Биохимические месторождения и условия их формирования.

28). Метаморфогенные месторождения.

Подготовка к экзамену способствует закреплению, углублению и обобщению знаний, получаемых в процессе обучения, а также применению их к решению практических задач. В процессе подготовки к экзамену имеющиеся пробелы в знаниях, углубляются, систематизируются и упорядочиваются знания. На экзамене демонстрируются знания и навыки, приобретенные в процессе обучения по данной дисциплине.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ, РЕКОМЕНДУЕМОЙ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ

а) основная

Рудницкий В. Ф. Основы учения о полезных ископаемых. Учебное пособие.- 3-е издание, исправленное и дополненное - Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2015. -245 с.

б) дополнительная

Попова О.М. Полезные ископаемые: Лабораторный практикум с основами теории.-Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2007. – 97 с.

Рудные месторождения СССР В 3-х томах /под ред. Смирнова В.И., М.: Недра, 1978.

Смирнов В.И. Геология полезных ископаемых. М.: Недра, 1989

Рабочая программа дисциплины Б1.В.03-Основы учения о полезных ископаемых

Интернет ресурсы: Все о геологии http://www.geo.web.ru

МИНОБРНАУКИ РОССИЙ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**УТВЕРЖДАЮ**
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

## ФТД.01 ТЕХНОЛОГИИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО ТРУДА

Специальность
***21.05.03 Технология геологической разведки***

Екатеринбург

**СОДЕРЖАНИЕ**

ВВЕДЕНИЕ……..…3

ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ…….……..….6

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ……..…8

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ……..12

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ……...……...….13

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ……...…..28

# ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа в высшем учебном заведении - это часть учебного процесса, метод обучения, прием учебно-познавательной деятельности, комплексная целевая стандартизованная учебная деятельность с запланированными видом, типом, формами контроля.

Самостоятельная работа представляет собой плановую деятельность обучающихся по поручению и под методическим руководством преподавателя.

Целью самостоятельной работы студентов является закрепление тех знаний, которые они получили на аудиторных занятиях, а также способствование развитию у студентов творческих навыков, инициативы, умению организовать свое время.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- предполагает освоение курса дисциплины;
- помогает освоению навыков учебной и научной работы;
- способствует осознанию ответственности процесса познания;
- способствует углублению и пополнению знаний студентов, освоению ими навыков и умений;
- формирует интерес к познавательным действиям, освоению методов и приемов познавательного процесса,
- создает условия для творческой и научной деятельности обучающихся;
- способствует развитию у студентов таких личных качеств, как целеустремленность, заинтересованность, исследование нового.

Самостоятельная работа обучающегося выполняет следующие функции:

- развивающую (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- информационно-обучающую (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях, неподкрепленная самостоятельной работой, становится мало результативной);
- ориентирующую и стимулирующую (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательную (формируются и развиваются профессиональные качества бакалавра и гражданина);
- исследовательскую (новый уровень профессионально-творческого мышления).

Организация самостоятельной работы студентов должна опираться на определенные требования, а, именно:

- сложность осваиваемых знаний должна соответствовать уровню развития студентов;
- стандартизация заданий в соответствии с логической системой курса дисциплины;
- объем задания должен соответствовать уровню студента;
- задания должны быть адаптированными к уровню студентов.

Содержание самостоятельной работы студентов представляет собой, с одной стороны, совокупность теоретических и практических учебных заданий, которые должен выполнить студент в процессе обучения, объект его деятельности; с другой стороны - это способ деятельности студента по выполнению соответствующего теоретического или практического учебного задания.

Свое внешнее выражение содержание самостоятельной работы студентов находит во всех организационных формах аудиторной и внеаудиторной деятельности, в ходе самостоятельного выполнения различных заданий.

Функциональное предназначение самостоятельной работы студентов в процессе лекций, практических занятий по овладению специальными знаниями заключается в самостоятельном прочтении, просмотре, прослушивании, наблюдении, конспектировании, осмыслении, запоминании и воспроизведении определенной информации. Цель и планирование самостоятельной работы студента определяет преподаватель. Вся информация осуществляется на основе ее воспроизведения.

Так как самостоятельная работа тесно связана с учебным процессом, ее необходимо рассматривать в двух аспектах:

1. аудиторная самостоятельная работа – практические занятия;

2. внеаудиторная самостоятельная работа – подготовка к практическим занятиям (в т.ч. подготовка к практико-ориентированным заданиям и др.).

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;

- уровень образования и степень подготовленности студентов;

- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

Таким образом, самостоятельная работа студентов является важнейшей составной частью процесса обучения.

Методические указания по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся по дисциплине «*Технологии интеллектуального труда*» обращают внимание студента на главное, существенное в изучаемой дисциплине, помогают выработать умение анализировать явления и факты, связывать теоретические положения с практикой, а также облегчают подготовку к сдаче *зачета*.

Настоящие методические указания позволят студентам самостоятельно овладеть фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю подготовки, опытом творческой и исследовательской деятельности, и направлены на формирование компетенций, предусмотренных учебным планом поданному профилю.

Видами самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «*Технологии интеллектуального труда*» являются:

- самостоятельное изучение тем курса (в т.ч. рассмотрение основных категорий дисциплины, работа с литературой);

- подготовка к практическим (семинарским) занятиям (в т.ч. ответы на вопросы для самопроверки, подготовка к выполнению практико-ориентированных заданий);

- подготовка к зачету.

В методических указаниях представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

## ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ

**Тема 1. Особенности информационных технологий для людей с ограниченными возможностями.**

Информационные технологии
Универсальный дизайн
Адаптивные технологии

**Тема 2. Тифлотехнические средства/ Сурдотехнические средства/ Адаптивная компьютерная техника (Материал изучается по подгруппам в зависимости от вида ограничений здоровья обучающихся)**

Брайлевский дисплей
Брайлевский принтер
Телевизионное увеличивающее устройство
Читающая машина
Экранные лупы
Синтезаторы речи
Ассистивные тифлотехнические средства
Ассистивные сурдотехнические средства
Адаптированная компьютерная техника
Ассистивные технические средства

**Тема 3. Дистанционные образовательные технологии**

Дистанционные образовательные технологии
Иинформационные объекты

**Тема 4. Интеллектуальный труд и его значение в жизни общества**

Система образования
Образовательная среда вуза
Интеллектуальный труд
Интеллектуальный ресурс
Интеллектуальный продукт

**Тема 5. Развитие интеллекта – основа эффективной познавательной деятельности**

Личностный компонент
Мотивационно-потребностный компонент
Интеллектуальный компонент
Организационно-деятельностный компонент
Гигиенический компонент
Эстетический компонент
Общеучебные умения
Саморегуляция

**Тема 6. Самообразование и самостоятельная работа студента – ведущая форма умственного труда.**

Самообразование
Самостоятельная работа студентов
Технологии интеллектуальной работы
Технологии групповых обсуждений

**Тема 7. Технологии работы с информацией студентов с ОВЗ и инвалидов**

Традиционные источники информации
Технологии работы с текстами
Технологии поиска, фиксирования, переработки информации
Справочно-поисковый аппарат книги
Техника быстрого чтения
Реферирование
Редактирование
Технология конспектирования
Методы и приемы скоростного конспектирования

**Тема 8. Организация научно-исследовательской работы**

Доклад
Реферат
Курсовая работа
Выпускная квалификационная работа
Техника подготовки работы
Методика работы над содержанием Презентация

**Тема 9. Тайм-менеджмент**

Время
Планирования времени
Приемы оптимизации распределения времени

## САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебными и научными изданиями профессиональной и общекультурной тематики– это важнейшее условие формирования научного способа познания.

Основные приемы работы с литературой можно свести к следующим:

• составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;

• перечень должен быть систематизированным;

• обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и выпускных квалификационных работ это позволит экономить время);

• определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;

• при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;

• все прочитанные монографии, учебники и научные статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);

• если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;

• следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать). Таким образом, чтение текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того, насколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьёзный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или

введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студентам с этой целью рекомендуется заводить специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);
- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);
- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);
- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;
- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;
- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц; цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;
- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;
- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым, или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной и научной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках образовательной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис - это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта - основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо

стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование –наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

# ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ

Практико-ориентированные задания выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций. Это могут быть ситуации, требующие применения умений и навыков, специфичных для соответствующего профиля обучения (знания содержания предмета), ситуации, требующие организации деятельности, выбора её оптимальной структуры личностно-ориентированных ситуаций (нахождение нестандартного способа решения).

Кроме этого, они выступают средством формирования у студентов умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач. Они строятся на основе ситуаций, возникающих на различных уровнях осуществления практики и формулируются в виде производственных поручений (заданий).

Под практико-ориентированными заданиями понимают задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием элементов производственных процессов.

Цель практико-ориентированных заданий – приобретение умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Задачи практико-ориентированных заданий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний студентов при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- обучение приемам решения практических задач;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Важными отличительными особенностями практико-ориентированных задания от стандартных задач (предметных, межпредметных, прикладных) являются:

- значимость (познавательная, профессиональная, общекультурная, социальная) получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию обучающегося;
- условие задания сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задания;

- информация и данные в задании могут быть представлены в различной форме (рисунок, таблица, схема, диаграмма, график и т.д.), что потребует распознавания объектов;

- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задания.

Кроме выделенных четырех характеристик, практико-ориентированные задания имеют следующие:

1. по структуре эти задания – нестандартные, т.е. в структуре задания не все его компоненты полностью определены;

2. наличие избыточных, недостающих или противоречивых данных в условии задания, что приводит к объемной формулировке условия;

3. наличие нескольких способов решения (различная степень рациональности), причем данные способы могут быть неизвестны учащимся, и их потребуется сконструировать.

При выполнении практико-ориентированных заданий следует руководствоваться следующими общими рекомендациями:

- для выполнения практико-ориентированного задания необходимо внимательно прочитать задание, повторить лекционный материал по соответствующей теме, изучить рекомендуемую литературу, в т.ч. дополнительную;

- выполнение практико-ориентированного задания включает постановку задачи, выбор способа решения задания, разработку алгоритма практических действий, программы, рекомендаций, сценария и т. п.;

- если практико-ориентированное задание выдается по вариантам, то получить номер варианта исходных данных у преподавателя; если нет вариантов, то нужно подобрать исходные данные самостоятельно, используя различные источники информации;

- для выполнения практико-ориентированного задания может использоваться метод малых групп. Работа в малых группах предполагает решение определенных образовательных задач в рамках небольших групп с последующим обсуждением полученных результатов. Этот метод развивает навыки сотрудничества, достижения компромиссного решения, аналитические способности.

## ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ

**1. В соответствии с опросником «Саморегуляция» (ОС) (модификация методики А.К. Осницкого) оцените свои качества, возможности, отношение к деятельности** в протоколе (132 высказывания) по 4-х бальной шкале: 4 балла – да; 3 балла – пожалуй да; 2 балла – пожалуй нет; 1 балл – нет.

Текст опросника

1. Способен за дело приниматься без напоминаний.
2. Планирует, организует свои дела и работу.
3. Умеет выполнить порученное задание.
4. Хорошо анализирует условия.
5. Учитывает возможные трудности.
6. Умеет отделять главное от второстепенного.
7. Чаще всего избирает верный путь решения задачи.
8. Правильно планирует свои занятия и работу.
9. Пытается решить задачи разными способами.
10. Сам справляется с возникающими трудностями.
11. Редко ошибается, умеет оценить правильность действий.
12. Быстро обнаруживает свои ошибки.
13. Быстро находит новый способ решения.
14. Быстро исправляет ошибки.
15. Не повторяет ранее сделанных ошибок.
16. Продумывает свои дела и поступки.
17. Хорошо справляется и с трудными заданиям.
18. Справляется с заданиями без посторонней помощи.
19. Любит порядок.
20. Заранее знает, что будет делать.
21. Аккуратен и последователен.
22. Продумывает, все до мелочей.
23. Ошибается чаще из-за того, что смысл задания целом не понят, хотя все детали продуманы.
24. Старателен, хотя часто не выполняет заданий.
25. Долго готовится, прежде чем приступить к делу.
26. Избегает риска.
27. Сначала обдумывает, потом делает.
28. Решения принимает без колебаний.
29. Уверенный в себе.
30. Действует решительно, настойчив.
31. Предприимчивый, решительный.
32. Активный.
33. Ведущий.
34. Реализует почти все, что планирует.
35. Начатое дело доводит до конца.
36. Предпочитает действовать, а не обсуждать.

37. Обдумывает свои дела и поступки.
38. Анализирует свои ошибки и неудачи.
39. Планирует дела, рассчитывает свои силы.
40. Прислушивается к замечаниям.
41. Редко повторяет одну и ту же ошибку.
42. Знает о своих недостатках.
43. Сделает задание на совесть.
44. Как всегда сделает на отлично.
45. Для него важно качество, а не отметка.
46. Всегда проверяет правильность работы.
47. Старается довести дело до конца.
48. Стирается добиться лучших результатов.
49. Действует самостоятельно, мало советуясь с другими.
50. Предпочитает справляться с трудностями сам.
51. Может принять не зависимое от других решение.
52. Любит перемену в занятиях.
53. Легко переключается с одной работы на другую.
54. Хорошо ориентируется в новых условиях.
55. Аккуратен.
56. Внимателен.
57. Усидчив.
58. С неудачами и ошибками обычно справляется.
59. Неудачи активизируют его.
60. Старается разобраться в причинах неудач.
61. Умеет мобилизовать усилия.
62. Взвешивает все «за» и «против».
63. Старается придерживаться правил.
64. Всегда считается с мнением других.
65. Его нетрудно убедить в чем-то.
66. Прислушивается к замечаниям.
67. Нужно напоминать о том, что необходимо закончить дело.
68. Не планирует, мало организует свои дела, и работу.
69. Не выполняет заданий оттого, что отвлекается.
70. Условия анализирует плохо.
71. Не учитывает возможных трудностей.
72. Не умеет отделять главное от второстепенного.
73. Пути решения выбирает не лучшие.
74. Не умеет планировать работу и занятия.
75. Не пытается решать задачи разными способами.
76. Не может справиться с трудностями без помощи других.
77. Часто допускает ошибки в работе, часто их повторяет.
78. С трудом находит ошибки в своей работе.
79. С трудом находит новые способы решения.
80. С большим трудом и долго исправляет ошибки.

81. Повторяет одни и те же ошибки.
82. Часто поступает необдуманно, импульсивно.
83. С трудными заданиями справляется плохо.
84. Не справляется с заданием без напоминаний и помощи.
85. Не любит порядок.
86. Часто не знает заранее, что ему предстоит делать.
87. Непоследователен и неаккуратен.
88. Ограничивается лишь общими сведениями, общим впечатлением.
89. Ошибается чаще из-за того, что не продуманы мелочи, детали.
90. Не очень старателен, но задания выполняет.
91. Приступает к делу без подготовки.
92. Часто рискует, ищет приключений.
93. Сначала сделает, лотом подумает.
94. Решения принимает после раздумий и колебаний.
95. Часто сомневается в своих силах.
96. Нерешителен, небольшие помехи уже останавливают его.
97. Нерешительный.
98. Вялый, безучастный.
99. Ведомый.
100. Задумывает много, а делает мало.
101. Редко, когда начатое дело доводит до конца.
102. Предпочитает обсуждать, а не действовать.
103. Действует без раздумий, «с ходу».
104. Не анализирует ошибок.
105. Не планирует почти ничего, не рассчитывает своих сил.
106. Не прислушивается к замечаниям.
107. Часто повторяет одну и ту же ошибку.
108. Не хочет знать и исправлять свои недостатки.
109. Сделает «спустя рукава».
110. Сделает как получится.
111. Сделает из-за угрозы получения плохой оценки.
112. Не проверяет правильность результатов своих действий.
113. Часто бросает работу, не доделав ее.
114. Результат неважен – лишь бы поскорее закончить работу.
115. О его трудностях и делах знают почти все.
116. Всегда надеется на друзей, на их помощь.
117. Действует по принципу: как все, так и я!
118. Любит однообразные занятия.
119. С трудом переключается с одной работы на другую.
120. Плохо ориентируется в новых условиях.
121. Неаккуратен.
122. Невнимателен.
123. Неусидчив.
124. Ошибку может исправить, если его успокоить.

125. Неудачи быстро сбивают с толку.
126. Равнодушен к причинам неудач.
127. С трудом мобилизуется на выполнение задания.
128. Поступает необдуманно, импульсивно.
129. Не придерживается правил.
130. Не считается с мнением окружающих.
131. Его трудно убедить в чем-либо.
132. Не прислушивается к замечаниям.

Ключ для обработки и интерпретации данных

В тесте оценивается 132 характеристики саморегуляции. Они разбиты на тройки.

Всего 22 пары противоположных характеристик.

1. Целеполагание - 23. Неустойчивость целей.
2. Моделирование условий - 24. Отсутствие анализа условий.
3. Программирование действий - 25. Спонтанность действий.
4. Оценивание результатов - 26. Ошибки в работе.
5. Коррекции результатов и способ» действий - 27. Повторные ошибки.
6. Обеспеченность регуляции в целом - 28. Импульсивность.
7. Упорядоченность деятельности - 29. Непоследовательность, неаккуратность.
8. Детализация регуляции действий - 30. Поверхностность.
9. Осторожность в действиях - 31. Необдуманность, рискованность.
10. Уверенность в действиях - 32. Неуверенность в своих силах.
11. Инициативность в действиях - 33. Нерешительность.
12. Практическая реализуемость намерений - 34. Незавершенность дел.
13. Осознанность действий - 35. Действия наобум.
14. Критичность в делах и поступках -36. Равнодушие к недостаткам.
15. Ориентированность на оценочный балл -37. Попустительство.
16. Ответственность в делах и поступках - 38. Безответственность в делах.
17. Автономность - 39. Зависимость в действиях.
18. Гибкость, пластичность в действиях - 40. Инертность в работе.
19. Вовлечение полезных привычек в регуляцию действий - 41. «Плохиш».
20. Практичность, устойчивость в регуляции действий - 42. Равнодушие к ошибкам, неудачам.
21. Оптимальность (адекватность) регуляции усилий - 43. Отсутствие последовательности.
22. Податливость воспитательным воздействиям - 44. Самодостаточность.

Необходимо найти сумму в каждой из троек характеристик и сопоставить ее с их противоположностью.

4-6 баллов - слабое проявление характеристики.

7-9 баллов - ситуативное проявление.

10-12 баллов - выраженность характеристики.

## Бланк для ответов

ФИ_____
Пол_____ Возраст (дата рождения)_____ Гр._____ Дата_____ № ___

Шкала ответов

4 – да; 3 – пожалуй да; 2 – пожалуй нет; 1 – нет.

| № | | | S | | № | | S |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | | | 23 | 67 | | |
| | 2 | | | | 68 | | |
| | 3 | | | | 69 | | |
| 2 | 4 | | | 24 | 70 | | |
| | 5 | | | | 71 | | |
| | 6 | | | | 72 | | |
| 3 | 7 | | | 25 | 73 | | |
| | 8 | | | | 74 | | |
| | 9 | | | | 75 | | |
| 4 | 10 | | | 26 | 76 | | |
| | 11 | | | | 77 | | |
| | 12 | | | | 78 | | |
| 5 | 13 | | | 27 | 79 | | |
| | 14 | | | | 80 | | |
| | 15 | | | | 81 | | |
| 6 | 16 | | | 28 | 82 | | |
| | 17 | | | | 83 | | |
| | 18 | | | | 84 | | |
| 7 | 19 | | | 29 | 85 | | |
| | 20 | | | | 86 | | |
| | 21 | | | | 87 | | |
| 8 | 22 | | | 30 | 88 | | |
| | 23 | | | | 89 | | |
| | 24 | | | | 90 | | |
| 9 | 25 | | | 31 | 91 | | |
| | 26 | | | | 92 | | |
| | 27 | | | | 93 | | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 28 | | | 32 | 94 | |
| | 29 | | | | 95 | |
| | 30 | | | | 96 | |
| 11 | 31 | | | 33 | 97 | |
| | 32 | | | | 98 | |
| | 33 | | | | 99 | |
| 12 | 34 | | | 34 | 100 | |
| | 35 | | | | 101 | |
| | 36 | | | | 102 | |
| 13 | 37 | | | 35 | 103 | |
| | 38 | | | | 104 | |
| | 39 | | | | 105 | |
| 14 | 40 | | | 36 | 106 | |
| | 41 | | | | 107 | |
| | 42 | | | | 108 | |
| 15 | 43 | | | 37 | 109 | |
| | 44 | | | | ПО | |
| | 45 | | | | 111 | |
| 16 | 46 | | | 38 | 112 | |
| | 47 | | | | 113 | |
| | 48 | | | | 114 | |
| 17 | 49 | | | 39 | 115 | |
| | 50 | | | | 116 | |
| | 51 | | | | 117 | |
| 18 | 52 | | | 40 | 118 | |
| | 53 | | | | 119 | |
| | 54 | | | | 120 | |
| 19 | 55 | | | 41 | 121 | |
| | 56 | | | | 122 | |
| | 57 | | | | 123 | |
| 20 | 58 | | | 42 | 124 | |
| | 59 | | | | 125 | |
| | 60 | | | | 126 | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 21 | 61 | | | 43 | 127 | |
| | 62 | | | | 128 | |
| | 63 | | | | 129 | |
| 22 | 64 | | | 44 | 130 | |
| | 65 | | | | 131 | |
| | 66 | | | | 132 | |

Качественные характеристики саморегуляции

| № | Качества саморегуляции | Содержательные характеристики саморегуляции | | № | Качества саморегуляции | Содержательные характеристики саморегуляции |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Целеполагание | За дело приниматься без напоминаний, планирует, организует свои дела и работу. Задания и поручения выполняет. | | 23 | Неустойчивость целей | Не планирует, мало организует свою работу. Нужно напоминать о том, что необходимо закончить дело. Отвлекается. |
| 2 | Моделирование условий | Анализирует условия предстоящей деятельности, возможные трудности. Выделяет главное. | | 24 | Отсутствие анализа условий | Не умеет отделять главное от второстепенного. Не предвидит ход дел, возможные трудности. |
| 3 | Программирование действий | Правильно планирует свои занятия и работу, избирает верный путь решения задачи. | | 25 | Спонтанность действий | Не умеет планировать работу в занятия, затрудняется в выборе путей решения задач. |
| 4 | Оценивание результатов | Редко ошибается, умеет оценить правильность действий. Быстро обнаруживает свои ошибки. | | 26 | Ошибки в работе | Часто допускает ошибки в работе, часто их повторяет. Не находит ошибок в своей работе. |
| 5 | Коррекция результатов и способов действий | Быстро находит новый способ решения. Быстро исправляет ошибки. | | 27 | Повторные ошибки | С трудом находит новые способы решения. Повторяет одни и те же ошибки. |
| 6 | Обеспеченность регуляции в целом | Продумывает свои дела и поступки. Справляется с за- | | 28 | Импульсивность | Часто поступает необдуманно, импульсивно. С трудными заданиями справляется плохо. |

| № | Качества саморегуляции | Содержательные характеристики саморегуляции | № | Качества саморегуляции | Содержательные характеристики саморегуляции |
|---|---|---|---|---|---|
| | | даниями без посторонней помощи. | | | |
| 7 | Упорядоченность деятельности | Любит порядок. Аккуратен и последователен. | 29 | Непоследовательность | Часто не знает заранее, что ему предстоит делать, непоследователен и неаккуратен. |
| 8 | Детализация регуляции действий | Продумывает, все до мелочей. Ошибается чаще из-за того, что смысл задания целом не понят, хотя все детали продуманы. | 30 | Поверхностность | Ограничивается лишь общими сведениями, общим впечатлением. Ошибается чаще из-за того, что не продуманы мелочи, детали. |
| 9 | Осторожность в действиях | Долго обдумывает и готовится, прежде чем приступить к делу. Избегает риска. | 31 | Необдуманность, рискованность | Приступает к делу без подготовки. Сначала сделает, лотом подумает. |
| 10 | Уверенность в действиях | Уверенный в себе. Решения принимает без колебаний. Решителен. Настойчив. | 32 | Неуверенность в своих силах | Решения принимает после колебаний. Сомневается в своих силах. Нерешителен. |
| 11 | Инициативен в действиях. | Предприимчивый, решительный. Активный. Ведущий. | 33 | Нерешительность | Нерешительный. Вялый, безучастный. Ведомый. |
| 12 | Практическая реализуемость намерений | Реализует почти все, что планирует. Начатое дело доводит до конца. | 34 | Незавершенность дел | Редко, когда начатое дело доводит до конца. Предпочитает обсуждать, а не действовать. |
| 13 | Осознанность действий | Обдумывает, планирует свои дела и поступки. Анализирует свои ошибки и неудачи. | 35 | Действия наобум | Действует без раздумий, «с ходу», не рассчитывает своих сил. |
| 14 | Критичность в делах и поступках | Знает о своих недостатках. Редко повторяет | 36 | Равнодушие к недостаткам | Часто повторяет одну и ту же ошибку. Не хочет |

| № | Качества саморегуляции | Содержательные характеристики саморегуляции | | № | Качества саморегуляции | Содержательные характеристики саморегуляции |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | ошибки. Прислушивается к замечаниям. | | | | знать и исправлять свои недостатки. |
| 15 | Ориентированность на оценочный балл | Сделает задание на совесть. Для него важно качество, а не отметка. | | 37 | Попустительство | Делает все «спустя рукава», как получится. Делает из-за угрозы плохой оценки. |
| 16 | Ответственность в делах и поступках | Гарантирует доведение дел до конца. Всегда проверяет правильность работы. | | 38 | Безответственность в делах | Не проверяет результатов своих действий. Часто бросает работу, не доделав до конца. |
| 17 | Автономность | Действует и принимает самостоятельные решения. Предпочитает сам справляться с трудностями. | | 39 | Зависимость в действиях | Всегда надеется на друзей, на их помощь. |
| 18 | Гибкость, пластичность в действиях | Легко переключается с одной работы на другую. Хорошо ориентируется в новых условиях. | | 40 | Инертность в работе | Любит однообразные занятия. С трудом переключается с одной работы на другую. |
| 19 | Вовлечение полезных привычек в регуляцию действий | Аккуратен. Внимателен. Усидчив. | | 41 | «Плохиш» | Неаккуратен. Невнимателен. Неусидчив. |
| 20 | Практичность, устойчивость в регуляции действий | Справляется с неудачами и ошибками. Неудачи активизируют его. Старается разобраться в их причинах. | | 42 | Равнодушие к ошибкам, неудачам | Неудачи быстро сбивают с толку. Равнодушен к их причинам. |
| 21 | Оптимальность (адекватность) регуляции усилий | Взвешивает все «за» и «против». Умеет мобилизовать усилия. | | 43 | Отсутствие последовательности | Поступает необдуманно. С трудом мобилизуется на выполнение задания. |
| 22 | Податливость воспитательным воздействиям | Всегда считается с мнением других. Прислушивается к замечаниям. | | 44 | Самодостаточность | Не считается с мнением окружающих. Не прислушивается к замечаниям. |

*Задание:* На основе самодиагностики саморегуляции сформулируйте рекомендации по саморегуляции.

**2. Выберите научную статью по своей специальности и напишите к ней аннотацию, реферат, конспект, рецензию.**

*Методические указания*

АННОТАЦИЯ (от лат. annotatio - замечание, пометка) – это краткая характеристика статьи, рукописи, книги, в которой обозначены тема, проблематика и назначение издания, а также содержатся сведения об авторе и элементы оценки книги.

Перед текстом аннотации даются выходные данные (автор, название, место и время издания). Эти данные можно включить в первую часть аннотации.

Аннотация обычно состоит из двух частей. В первой части формулируется основная тема книги, статьи; во второй части перечисляются (называются) основные положения. Говоря схематично, аннотация на книгу (прежде всего научную или учебную) отвечает на вопросы о чем? из каких частей? как? для кого? Это ее основные, стандартные смысловые элементы. Каждый из них имеет свои языковые средства выражения.

Аннотация на книгу помещается на оборотной стороне ее титульного листа и служит (наряду с ее названием и оглавлением) источником информации о содержании работы. Познакомившись с аннотацией, читатель решает, насколько книга может быть ему нужна. Кроме того, умение аннотировать прочитанную литературу помогает овладению навыками реферирования.

Языковые стереотипы, с помощью которых оформляется каждая смысловая часть аннотации:

1. Характеристика содержания текста:

В статье (книге) рассматривается…; Статья посвящена…; В статье даются…; Автор останавливается на следующих вопросах…; Автор затрагивает проблемы…; Цель автора – объяснить (раскрыть)…; Автор ставит своей целью проанализировать…;

2. Композиция работы:

Книга состоит из … глав (частей)…; Статья делится на … части; В книге выделяются … главы.

3. Назначение текста:

Статья предназначена (для кого; рекомендуется кому)…; Сборник рассчитан…; Предназначается широкому кругу читателей…; Для студентов, аспирантов…; Книга заинтересует…

РЕФЕРАТ (от лат.referre- докладывать, сообщать) – это композиционно организованное, обобщенное изложение содержания источника информации (статьи, ряда статей, монографии и др.). Реферат отвечает на вопрос: «Какая информация содержится в первоисточнике, что излагается в нем?»

Реферат состоит из трех частей: общая характеристика текста (выходные данные, формулировка темы); описание основного содержания; выводы референта. Изложение одной работы обычно содержит указание на тему и композицию реферируемой работы, перечень ее основных положений с приведением аргументации, реже - описание методики и проведение эксперимента, результатов и выводов исследования. Такой реферат называется простым информационным.

Студенты в российских вузах пишут рефераты обычно на определенные темы. Для написания таких тематических рефератов может быть необходимо привлечение более чем одного источника, по крайней мере двух научных работ. В этом случае реферат является не только информационным, но и обзорным.

Реферирование представляет собой интеллектуальный творческий процесс, включающий осмысление текста, аналитико-синтетичесокое преобразование информации и создание нового текста. Реферат не должен превращаться в «ползанье» по тексту. Цель реферирования – создать «текст о тексте». Реферат – это не конспект, разбавленный «скрепами» типа *далее автор отмечает…* Обильное цитирование превращает реферат в конспект. При чтении научного труда важно понять его построение, выделить смысловые части (они будут основой для плана), обратить внимание на типичные языковые средства (словосочетания, вводные конструкции), характерные для каждой части. В реферате должны быть раскрыты проблемы и основные положения работы, приведены доказательства этих положений и указаны выводы, к которым пришел автор. Реферат может содержать оценочные элементы, например: *нельзя не согласиться, автор удачно иллюстрирует* и др. Обратите внимание, что в аннотации проблемы научного труда лишь обозначаются, а в реферате - раскрываются.

Список конструкций для реферативного изложения**:**

Предлагаемая вниманию читателей статья (книга, монография) представляет собой детальное (общее) изложение вопросов…; Рассматриваемая статья посвящена теме (проблеме, вопросу…);

Актуальность рассматриваемой проблемы, по словам автора, определяется тем, что…; Тема статьи (вопросы, рассматриваемые в статье) представляет большой интерес…; В начале статьи автор дает обоснование актуальности темы (проблемы, вопроса, идеи); Затем дается характеристика целей и задач исследования (статьи);

Рассматриваемая статья состоит из двух (трех) частей…; Автор дает определение (сравнительную характеристику, обзор, анализ)…; Затем автор останавливается на таких проблемах, как…; Автор подробно останавливается на истории возникновения (зарождения, появления, становления)…; Автор подробно (кратко) описывает (классифицирует, характеризует) факты…; Автор доказывает справедливость (опровергает что-либо)…; Автор приводит доказательства справедливости своей точки зрения…; В статье дается обобщение…, приводятся хорошо аргументированные доказательства…;

В заключение автор говорит о том, что…; Несомненный интерес представляют выводы автора о том, что…; Наиболее важными из выводов автора представляются следующие…; Изложенные (рассмотренные) в статье вопросы (проблемы) представляют интерес не только для…, но и для…

КОНСПЕКТИРОВАНИЕ – письменная фиксация основных положений читаемого или воспринимаемого на слух текста. При конспектировании происходит свертывание, компрессия первичного текста.

КОНСПЕКТ- это краткое, но связное и последовательное изложение значимого содержания статьи, лекции, главы книги, учебника, брошюры. Запись-

конспект позволяет восстановить, развернуть с необходимой полнотой исходную информацию, поэтому при конспектировании надо отбирать новый и важный материал и выстраивать его в соответствии с логикой изложения. В конспект заносят основные (существенные) положения, а также фактический материал (цифры, цитаты, примеры). В конспекте последующая мысль должна вытекать из предыдущей (как в плане и в тезисах). Части конспекта должны быть связаны внутренней логикой, поэтому важно отразить в конспекте главную мысль каждого абзаца. Содержание абзаца (главная мысль) может быть передано словами автора статьи (возможно сокращение высказывания) или может быть изложено своими словами более обобщенно. При конспектировании пользуются и тем и другим приемом, но важно передать самые главные положения автора без малейшего искажения смысла.

Различают несколько видов конспектов в зависимости от степени свернутости первичного текста, от формы представления основной информации:

1. конспект-план;
2. конспект-схема;
3. текстуальный конспект.

Подготовка конспекта включает следующие этапы:

1. Вся информация, относящаяся к одной теме, собирается в один блок – так выделяются смысловые части.

2. В каждой смысловой части формулируется тема в опоре на ключевые слова и фразы.

3. В каждой части выделяется главная и дополнительная по отношению к теме информация.

4. Главная информация фиксируется в конспекте в разных формах: в виде тезисов (кратко сформулированных основных положений статьи, доклада), выписок (текстуальный конспект), в виде вопросов, выявляющих суть проблемы, в виде назывных предложений (конспект-план и конспект-схема).

5. Дополнительная информация приводится при необходимости.

РЕЦЕНЗИЯ - это письменный критический разбор какого-либо произведения, предполагающий, во-первых, комментирование основных положений (толкование авторской мысли; собственное дополнение к мысли, высказанной автором; выражение своего отношения к постановке проблемы и т.п.); во-вторых, обобщенную аргументированную оценку, в третьих, выводы о значимости работы.

В отличие от рецензии ОТЗЫВ дает самую общую характеристику работы без подробного анализа, но содержит практические рекомендации: анализируемый текст может быть принят к работе в издательстве илина соискание ученой степени.

Типовой план для написания рецензии и отзывов:

1. Предмет анализа: *В работе автора…; В рецензируемой работе…; В предмете ана*лиза…

2. Актуальность темы: Работа посвящена актуальной теме…; Актуальность темы обусловлена…; Актуальность темы не вызывает сомнений (вполне очевидна)…

3. Формулировака основного тезиса: Центральным вопросом работы, где автор добился наиболее существенных (заметных, ощутимых) результатов, является…; В работе обоснованно на первый план выдвигается вопрос о…

4. Краткое содержание работы.

5. Общая оценка: Оценивая работу в целом…; Таким образом, рассматриваемая работа…; Автор проявил умение разбираться в…; систематизировал материал и обобщил его…; Безусловной заслугой автора является новый методический подход (предложенная классификация, некоторые уточнения существующих понятий); Автор, безусловно, углубляет наше представление об исследуемом явлении, вскрывает новые его черты…

6. Недостатки, недочеты: Вместе с тем вызывает сомнение тезис о том…; К недостаткам (недочетам) работы следует отнести допущенные автором длинноты в изложении (недостаточную ясность при изложении)…; Работа построена нерационально, следовало бы сократить…; Существенным недостатком работы является…; Отмеченные недостатки носят чисто локальный характер и не влияют на конечные результаты работы…; Отмеченные недочеты работы не снижают ее высокого уровня, их скорее можно считать пожеланиями к дальнейшей работе автора…; Упомянутые недостатки связаны не столько с…, сколько с…

7. Выводы: Представляется, что в целом работа… имеет важное значение…; Работа может быть оценена положительно, а ее автор заслуживает…; Работа заслуживает высокой (положительной, отличной) оценки…; Работа удовлетворяет всем требованиям…, а ее автор, безусловно, имеет (определенное, законное, заслуженное, безусловное) право…

*Задание*

а) Выберите научную статью по своей специальности и напишите к ней аннотацию, реферат, конспект, рецензию.

**3. Проанализируйте отрывок из студенческой курсовой работы, посвященной проблеме связи заголовка и текста. Соответствует ли язык сочинения нормам научного стиля? На основании анализа проведите правку текста:**

Заголовок, будучи неотъемлемой частью газетных публикаций, определяет лицо всей газеты. Сталкиваясь с тем или иным периодическим изданием, читатель получает первую информацию о нем именно из заголовков. На примере газеты «Спорт – экспресс» за апрель – май 1994 г. я рассмотрю связь: заголовок – текст, ведь, как говорится в народной мудрости «встречают по одежке, а провожают – по уму». Но даже при наличии прекрасной одежки (заглавий) и величайшего ума (самих материалов) стилистическая концепция газеты будет не полной, если будет отсутствовать продуманная и логичная связь между содержанием и заголовком. Итак, стараясь выбрать наиболее продуманные заглавия, я попытаюсь проследить за тем, по какому принципу строится связь между содержанием

и заголовком самой популярной спортивной газеты России «Спорт – экспресс». А к тому же я остановлюсь и на классификации заголовков по типу их связей с газетным текстом вообще.

# ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к *зачету* по дисциплине «*Технологии интеллектуального труда*» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «*Технологии интеллектуального труда*».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к *зачету* на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**УТВЕРЖДАЮ**
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

## ФТД.02 СРЕДСТВА КОММУНИКАЦИИ В УЧЕБНОЙ И ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Специальность
***21.05.03 Технология геологической разведки***

Екатеринбург

**СОДЕРЖАНИЕ**

ВВЕДЕНИЕ……..……..…3

ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ……..…..….6

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ…….…..…8

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ……12

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ……...…….….14

ПОДГОТОВКА РЕФЕРАТА……...….36

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ……..…..45

# ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа в высшем учебном заведении - это часть учебного процесса, метод обучения, прием учебно-познавательной деятельности, комплексная целевая стандартизованная учебная деятельность с запланированными видом, типом, формами контроля.

Самостоятельная работа представляет собой плановую деятельность обучающихся по поручению и под методическим руководством преподавателя.

Целью самостоятельной работы студентов является закрепление тех знаний, которые они получили на аудиторных занятиях, а также способствование развитию у студентов творческих навыков, инициативы, умению организовать свое время.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- предполагает освоение курса дисциплины;
- помогает освоению навыков учебной и научной работы;
- способствует осознанию ответственности процесса познания;
- способствует углублению и пополнению знаний студентов, освоению ими навыков и умений;
- формирует интерес к познавательным действиям, освоению методов и приемов познавательного процесса,
- создает условия для творческой и научной деятельности обучающихся;
- способствует развитию у студентов таких личных качеств, как целеустремленность, заинтересованность, исследование нового.

Самостоятельная работа обучающегося выполняет следующие функции:

- развивающую (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- информационно-обучающую (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях, неподкрепленная самостоятельной работой, становится мало результативной);
- ориентирующую и стимулирующую (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательную (формируются и развиваются профессиональные качества бакалавра и гражданина);
- исследовательскую (новый уровень профессионально-творческого мышления).

Организация самостоятельной работы студентов должна опираться на определенные требования, а, именно:

- сложность осваиваемых знаний должна соответствовать уровню развития студентов;
- стандартизация заданий в соответствии с логической системой курса дисциплины;
- объем задания должен соответствовать уровню студента;
- задания должны быть адаптированными к уровню студентов.

Содержание самостоятельной работы студентов представляет собой, с одной стороны, совокупность теоретических и практических учебных заданий, которые должен выполнить студент в процессе обучения, объект его деятельности; с другой стороны - это способ деятельности студента по выполнению соответствующего теоретического или практического учебного задания.

Свое внешнее выражение содержание самостоятельной работы студентов находит во всех организационных формах аудиторной и внеаудиторной деятельности, в ходе самостоятельного выполнения различных заданий.

Функциональное предназначение самостоятельной работы студентов в процессе лекций, практических занятий по овладению специальными знаниями заключается в самостоятельном прочтении, просмотре, прослушивании, наблюдении, конспектировании, осмыслении, запоминании и воспроизведении определенной информации. Цель и планирование самостоятельной работы студента определяет преподаватель. Вся информация осуществляется на основе ее воспроизведения.

Так как самостоятельная работа тесно связана с учебным процессом, ее необходимо рассматривать в двух аспектах:

1. аудиторная самостоятельная работа – практические занятия;

2. внеаудиторная самостоятельная работа – подготовка к практическим занятиям (в т.ч. подготовка к практико-ориентированным заданиям и др.).

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;

- уровень образования и степень подготовленности студентов;

- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

Таким образом, самостоятельная работа студентов является важнейшей составной частью процесса обучения.

Методические указания по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся по дисциплине «*Средства коммуникации в учебной и профессиональной деятельности*» обращают внимание студента на главное, существенное в изучаемой дисциплине, помогают выработать умение анализировать явления и факты, связывать теоретические положения с практикой, а также облегчают подготовку к сдаче *зачета*.

Настоящие методические указания позволят студентам самостоятельно овладеть фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю подготовки, опытом творческой и исследовательской деятельности, и направлены на формирование компетенций, предусмотренных учебным планом поданному профилю.

Видами самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «*Средства коммуникации в учебной и профессиональной деятельности*» являются:

- самостоятельное изучение тем курса (в т.ч. рассмотрение основных категорий дисциплины, работа с литературой);

- подготовка к практическим (семинарским) занятиям (в т.ч. подготовка к выполнению практико-ориентированных заданий, подготовка реферата);

- подготовка к зачету.

В методических указаниях представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

## ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ

**Тема 1. Сущность коммуникации в разных социальных сферах. Основные функции и виды коммуникации**

Коммуникации
Межличностное общение
Речевые способности
Профессиональное общение

**Тема 2. Специфика вербальной и невербальной коммуникации**

Вербальная коммуникация
Невербальная коммуникация

**Тема 3. Эффективное общение**

Эффективное общение
Обратная связь
Стиль слушания

**Тема 4. Основные коммуникативные барьеры и пути их преодоления в межличностном общении. Стили поведения в конфликтной ситуации**

Конфликт
Барьер речи

**Тема 5. Виды и формы взаимодействия студентов в условиях образовательной организации**

Группа
Коллектив
Групповое давление
Феномен группомыслия
Феномен подчинения авторитету
Обособление
Диктат
Подчинение
Вызов
Выгода
Соперничество
Сотрудничество
Взаимодействие
Взаимопонимание

**Тема 6. Формы, методы, технологии самопрезентации**

Самопрезенгация
Публичное выступление

## САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебными и научными изданиями профессиональной и общекультурной тематики– это важнейшее условие формирования научного способа познания.

Основные приемы работы с литературой можно свести к следующим:

• составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;

• перечень должен быть систематизированным;

• обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и выпускных квалификационных работ это позволит экономить время);

• определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;

• при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;

• все прочитанные монографии, учебники и научные статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);

• если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;

• следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать). Таким образом, чтение текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того, насколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьёзный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или

введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студентам с этой целью рекомендуется заводить специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);
- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);
- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);
- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;
- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;
- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц; цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;
- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;
- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым, или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной и научной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках образовательной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис - это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта - основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует

излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование –наиболеесложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

# ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ

Практико-ориентированные задания выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций. Это могут быть ситуации, требующие применения умений и навыков, специфичных для соответствующего профиля обучения (знания содержания предмета), ситуации, требующие организации деятельности, выбора её оптимальной структуры личностно-ориентированных ситуаций (нахождение нестандартного способа решения).

Кроме этого, они выступают средством формирования у студентов умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач. Они строятся на основе ситуаций, возникающих на различных уровнях осуществления практики и формулируются в виде производственных поручений (заданий).

Под практико-ориентированными заданиями понимают задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием элементов производственных процессов.

Цель практико-ориентированных заданий – приобретение умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Задачи практико-ориентированных заданий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний студентов при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- обучение приемам решения практических задач;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Важными отличительными особенностями практико-ориентированных задания от стандартных задач (предметных, межпредметных, прикладных) являются:

- значимость (познавательная, профессиональная, общекультурная, социальная) получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию обучающегося;
- условие задания сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задания;
- информация и данные в задании могут быть представлены в различной форме (рисунок, таблица, схема, диаграмма, график и т.д.), что потребует распознавания объектов;

- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задания.

Кроме выделенных четырех характеристик, практико-ориентированные задания имеют следующие:

1. по структуре эти задания – нестандартные, т.е. в структуре задания не все его компоненты полностью определены;
2. наличие избыточных, недостающих или противоречивых данных в условии задания, что приводит к объемной формулировке условия;
3. наличие нескольких способов решения (различная степень рациональности), причем данные способы могут быть неизвестны учащимся, и их потребуется сконструировать.

При выполнении практико-ориентированных заданий следует руководствоваться следующими общими рекомендациями:

- для выполнения практико-ориентированного задания необходимо внимательно прочитать задание, повторить лекционный материал по соответствующей теме, изучить рекомендуемую литературу, в т.ч. дополнительную;
- выполнение практико-ориентированного задания включает постановку задачи, выбор способа решения задания, разработку алгоритма практических действий, программы, рекомендаций, сценария и т. п.;
- если практико-ориентированное задание выдается по вариантам, то получить номер варианта исходных данных у преподавателя; если нет вариантов, то нужно подобрать исходные данные самостоятельно, используя различные источники информации;
- для выполнения практико-ориентированного задания может использоваться метод малых групп. Работа в малых группах предполагает решение определенных образовательных задач в рамках небольших групп с последующим обсуждением полученных результатов. Этот метод развивает навыки сотрудничества, достижения компромиссного решения, аналитические способности.

# ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ

## 1. Организуйте коллективную сетевую деятельность.

*Методические указания:*

Под организацией **коллективной сетевой деятельности** понимают совместные действия нескольких пользователей в сети электронных коммуникаций, направленные на получение информации. Участники совместной сетевой деятельности могут быть объединены общими целями, интересами, что позволяет им обмениваться мнениями, суждениями, а также совершать действия с различными объектами, такими как фотографии, программы, записи, статьи, представленными в цифровом виде.

Подобное взаимодействие может заключаться в различных его видах, таких как:

- - общение;
- - обмен данными;
- - организация трудовой деятельности;
- - совместное времяпрепровождение за сетевыми развлечениями.

Рассмотрим каждый из них. Одним из примеров организации **общения** в сети Интернет могут служить популярные на сегодняшний день сообщества **Livejournal** (www.livejoumal.ru), **Facebook** (www.facebook.com), **Twitter** (http://twitter.com) и др.

По своей сути это социальные сети, которые работают в режиме реального времени, позволяя участникам взаимодействовать друг с другом. Так, социальная сеть Livejournal (Живой журнал) предоставляет возможность публиковать свои и комментировать чужие записи, вести коллективные блоги («сообщества»), получать оперативную информацию, хранить фотографии и видеоролики, добавлять в друзья других пользователей и следить за их записями в «ленте друзей» и др.

Facebook позволяет создать профиль с фотографией и информацией о себе, приглашать друзей, обмениваться с ними сообщениями, изменять свой статус, оставлять сообщения на своей и чужой «стенах», загружать фотографии и видеозаписи, создавать группы (сообщества по интересам).

Система Twitter позволяет пользователям отправлять короткие текстовые заметки, используя web-интерфейс, sms-сообщения, средства мгновенного обмена сообщениями (например, Windows Live Messenger), сторонние программы-клиенты. Отличительной особенностью Твиттера является публичная доступность размещенных сообщений, что роднит его с **блогами** (онлайн-дневник, содержимое которого, представляет собой регулярно обновляемые записи — **посты).**

Другим способом общения, безусловно, является **электронная почта.** Принципы создания ящика электронной почты подробно рассматривались в практикуме параграфа 2.12. При всех своих плюсах электронная почта не позволяет организовать двусторонний оперативный диалог, максимально приближенный к обычному разговору. Отправив письмо, человек уверен, что оно оперативно будет доставлено в ящик адресата, но будет ли получен быстрый ответ? Кроме того, переписка может растянуться, что сводит к минимуму решение возможных актуальных проблем человека в настоящий момент времени.

Именно поэтому возникла необходимость в самостоятельном классе программ, которые выполняли бы две основные задачи:

- 1. Показать, находится ли собеседник в данный момент в сети Интернет, готов ли он общаться.
- 2. Отправить собеседнику короткое сообщение и тут же получить от него ответ.

Такие программы получили название IMS (англ. Instant Messengers Service — служба мгновенных сообщений). Часто такие программы называют **интернет-пейджерами.** В качестве примера подобных программ можно привести Windows Live Messenger, Yahoo!Messenger, ICQ.

Так, программа Windows Live Messenger является одним из компонентов Windows Live — набора сетевых служб от компании Microsoft. Ранее мы познакомились с такими его модулями, как Семейная безопасность и Киностудия. Доступ к Messenger можно получить по адресу http://download.ru.msn.com/ wl/messenger, либо через кнопку **Пуск** на своем персональном компьютере (предварительно установив основные компоненты службы Windows Live).

В настоящее время произошла интеграция Messenger и программы Skype, функции которой будут рассмотрены позже.

Чтобы начать «разговор», достаточно выполнить двойной щелчок мыши на имени собеседника и ввести сообщение в соответствующее окно. Если друга нет на месте, можно оставить ему сообщение, и он увидит его, когда снова войдет в программу.

Коммуникацию в реальном масштабе времени возможно осуществить с помощью **чатов** (англ. Chatter — болтать). Если ваш компьютер оснащен видеокамерой, вы сможете начать видеочат. Одной из наиболее интересных особенностей видео- чата в Messenger является то, что он позволяет делать через Интернет все, что ранее можно было делать только при личном общении. Например, можно легко обмениваться фотографиями и видеть, как собеседник реагирует на них.

Теперь рассмотрим, каким образом можно организовать коллективную сетевую деятельность, связанную с **обменом данными.** Сразу отметим, что для передачи или открытия доступа к файлам в локальной сети используются стандартные возможности операционной системы компьютера. Для этого достаточно в настройках определенной директории открыть общий доступ на чтение или запись другими пользователями сети.

В настоящее время популярнейшим способом обмена данными является размещение файлов на различных видеохостингах и в социальных сетях. **Хостинг** — это услуга по предоставлению вычислительных мощностей для размещения информации на сервере, постоянно находящемся в сети Интернет. Для размещения видеофайлов, как правило, используются такие крупные видеохос- тинги, как YouTube (www.youtube.com), Rutube (http://mtube.ru). Социальные сети, например Одноклассники (www.odnoklassniki.rn), ВКонтакте (http://vk.com) и др., также можно использовать для размещения видеофотоматериалов.

Хранение, обмен файлов возможно организовать и с помощью облачных сервисов, таких как Яндекс.Диск, SkyDrive, iCloud и т.д. Перечислим ряд достоинств подобного способа организации работы:

- не требуется денежных вложений - сервисы бесплатны;
- возможность резервного хранения данных;
- доступность информации из любой точки мира с разных устройств, подключенных к Интернету;
- пользователь самостоятельно определяет доступность к файлам другим людям;
- большой размер облачного хранилища (7-10 Гб);
- информация не привязана к одному компьютеру;
- доступ к файлам, хранящимся на устройствах с разными аппаратными платформами (Windows, Android, iOS).

В качестве примера рассмотрим работу с программой Яндекс.Диск, которую предварительно следует установить на свой компьютер с адреса http://disk. yandex.ru/download. После инсталляции программы на вашем устройстве создается папка Яндекс.Диск, в которой будет находиться ряд папок, таких как Документы, Музыка, Корзина. Теперь, после того как мы добавим, изменим или удалим файл в папке Яндекс.Диск на своем компьютере, то же самое автоматически произойдет на серверах Яндекс, т. е. происходит процесс синхронизации.

Поделиться файлом с друзьями через web-интерфейс можно, выполнив следующие действия:

1. Зайти в свой почтовый ящик на сервисе Яндекс.

2. Выполнив команду **Файлы/Документы,** выделить нужный файл из списка.

3. Установить переключатель на панели предпросмотра в положение **Публичный** и нажать на одну из кнопок, расположенных ниже, что гарантирует публикацию ссылки на файл в одной из социальных сетей (ВКонтакте, Facebook и т.д.) либо отправку по электронной почте (рис. 1).




Рис. 1. Ссылка на файл

Другой возможностью публикации ссылки на файл - получение ее через ОС Windows. В этом случае порядок действий следующий:

- 1. Открыть папку Яндекс.Диск.
- 2. Выполнить щелчок правой кнопкой мыши на нужном файле.
- 3. В контекстном меню выбрать пункт **Яндекс.Диск: Скопировать публичную ссылку.**

Теперь в буфере обмена находится ссылка на файл, например, http://yadi.Sk/d/91nV8FjiOYnX, с которой вы можете поделиться со своими друзьями.

Перейдем к описанию организации **трудовой деятельности** как способа совместного сетевого взаимодействия. Она может выглядеть самой разной, от простого общения в видеоконференциях, заканчивая использованием серьезных корпоративных решений для управления рабочим процессом в компании. Примерами таких решений являются:

1. 1С-Битрикс: Корпоративный Портал (http://www.lc-bitrix.ru/products/

intranet/) — система управления внутренним информационным ресурсом компании для коллективной работы над задачами, проектами и документами.

2. Мегаплан (www.megaplan.ru) — онлайн-сервис для управления бизнесом.

3. TeamLab (www.teamlab.com/ru) — многофункциональный онлайн-сервис для совместной работы, управления документами и проектами.

4. BaseCamp (http://basecamp.com) — онлайн-инструмент для управления проектами, совместной работы и постановки задач по проектам.

Рассмотрим эти решения на примере облачного сервиса **Мегаплан,** который относится к **модели SaaS** (англ. Software as a service — программное обеспечение как услуга). В рамках модели SaaS заказчики платят не за владение программным обеспечением как таковым, а за его аренду (т. е. за его использование через web-интерфейс). Таким образом, в отличие от классической схемы лицензирования программного обеспечения заказчик несет сравнительно небольшие периодические затраты (от 150 до 400 руб./мес.), и ему не требуется инвестировать значительные средства в приобретение ПО и аппаратной платформы для его развертывания, а затем поддерживать его работоспособность.

Используя на предприятии Мегаплан, можно получить множество современных эффективных средств управления персоналом компании, в частности:

- выстроить иерархическую структуру предприятия, прояснить уровни подчинения, сделать связи сотрудников внутри предприятия логичными и понятными каждому;

- система управления персоналом на предприятии позволит каждому руководителю контролировать деятельность своих подчиненных в режиме реального времени. Кроме того,

можно получать актуальную информацию, даже не находясь в офисе — для этого достаточно иметь доступ в Интернет;

- получить возможность обмениваться документами, выкладывать в общий доступ бизнес-планы, презентации, проекты и распоряжения, ускоряя обмен информацией внутри предприятия;

- системы обмена сообщениями и корпоративный форум делают общение, как деловое, так и личное, более живым и эффективным. Кроме того, выоказывания по ходу исполнения задачи, зафиксированные в Мегаплане, позволяют анализировать ход работы над проектом.

Зарегистрировавшись на вышеуказанном сайте, вы получите бесплатный доступ для знакомства с сервисом Мегаплан. Из трех решений предлагаемых компанией, а именно Совместная работа, Учет клиентов и Бизнес-менеджер, выберите первое — **Совместная работа.** Такой выбор дает возможность эффективно управлять проектами, задачами и людьми. Выбрав модуль **Сотрудники,** добавьте несколько сотрудников, заполнив их личные карточки. Много информации в карточки заносить необязательно, их всегда можно отредактировать, при этом не забывая нажимать на кнопку **Сохранить.** Заполненный модуль **Сотрудники** представлен на рис. 2.




Рис. 2. Модуль Сотрудники

Заполнив базу сотрудников, отметив все необходимые сведения в картотеке, вы получаете автоматизированную систему управления персоналом компании, которая более оперативно, чем любой менеджер по кадрам, будет оповещать вас обо всех изменениях, напоминать о днях рождения, давать доступ к картотеке и персональным сообщениям.

Теперь создайте отделы своей виртуальной организации. Для этого, находясь в модуле **Сотрудники,** выберите блок **Структура,** а в нем ссылку **Добавить отдел.** Чтобы добавить сотрудника в отдел, его надо перетащить мышью из списка **Нераспределенные.** После этого следует установить связь «Начальник-Подчиненный», используя ссылки **Начальники, Подчиненные.** Подобная ситуация представлена на рис. 3.

Красные стрелки на схеме обозначают вашу подчиненность, а зеленые — сотрудники подчиняются вам.

Для того чтобы организовать взаимодействие в команде, выберите модуль **Задачи** и поставьте перед каждым сотрудником задачу, указав сроки ее выполнения. Сотрудник может принять или отклонить задачу, делегировать ее своему подчиненному, комментировать задачу, оперировать списком своих задач (распечатывать, сортировать по признакам). Он может даже провалить задачу — и это немедленно станет известно всем, кто с ней связан.

Используя модуль **Документы,** попробуйте создать несколько текстовых документов (их объем не может превышать 300 Мб). Также имеется возможность импортировать имеющиеся документы, которые Мегаплан будет сортировать по типам: текстовые документы, презентации, PDF-файлы, таблицы, изображения и др. Таким образом, можно хранить общие для всей компании договоры, банки, анкеты и другие важные файлы.

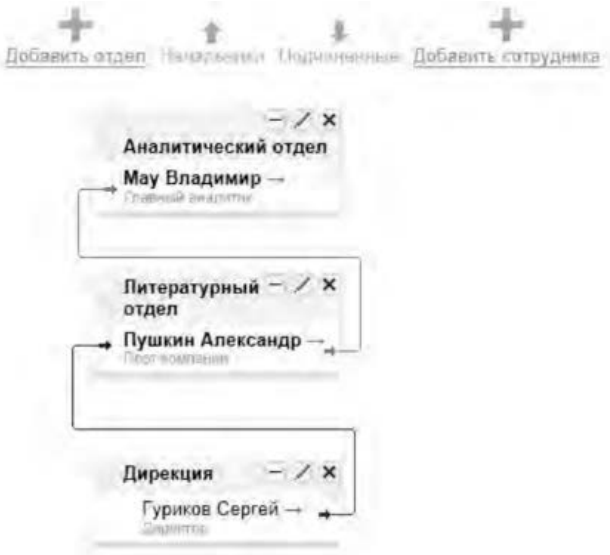



Рис. 3 Организационная структура предприятия

Модуль **Обсуждение** представляет собой корпоративный форум, в рамках которого можно рассматривать любые вопросы. Обсуждение тем может происходить в нескольких уже созданных разделах, а именно Новости, Отдых, Работа. Подобная ситуация представлена на рис. 4.

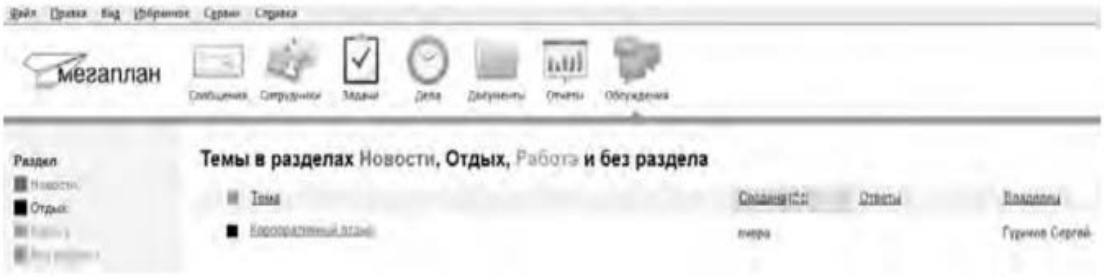



Рис. 4.Создание темы в модуле Обсуждение

Создайте несколько тем, воспользовавшись кнопкой **Добавить.** Обратите внимание на то, что вы можете ограничить просмотр обсуждаемых тем отдельным сотрудникам и группам. Корпоративный форум делает общение внутри компании более открытым. Возможность общения онлайн между сотрудниками, встреча которых могла бы и не произойти в реальной жизни, развивает неформальные отношения, вследствие которых совместная работа над проектами становится более комфортной. Работа над проектом, созданным в виртуальной среде, существенно упрощается за счет системы обмена сообщениями (модуль **Сообщения),** совместной работы, обработки файлов, находящихся в общем доступе.

Итак, освоение базовых функциональных операций в процессе работы с Мегапланом происходит очень быстро. С учетом того, что бесплатная версия продукта позволяет зарегистрировать трех пользователей, можно организовать сетевое взаимодействие, создав учебное предприятие и тем самым, усовершенствовать навыки взаимодействия исполнителей и руководителей в рабочем процессе.

**Совместное времяпрепровождение за сетевыми развлечениями** — последний вид сетевого взаимодействия, рассматриваемого нами. Сетевыми развлечениями в основном являются компьютерные игры. Вид взаимодействия в играх может быть различным: игроки могут соперничать друг с другом, могут быть в команде, а в некоторых играх возможны оба вида взаимодействия. Соперничество может выражаться как напрямую, например игра в шахматы, так и в таблице рейтингов в какой-нибудь браузерной игре.

Существует особый жанр игр MMORPG (англ. Massive Multiplayer Online Role-playing Game, массовая многопользовательская онлайновая ролевая игра) — разновидность онлайновых

ролевых игр, позволяющая тысячам людей одновременно играть в изменяющемся виртуальном мире через Интернет. Сообщество любителей игр в жанре MMORPG зарегистрировано в сети Интернет по адресу www.mmorpg.su.

Подобные игры, как правило, построены на технологии «клиент-сервер», но есть разновидности, где в качестве клиента выступает обычный браузер. Игрок в такой игре представляется своим **аватаром** — виртуальным представлением его игрового персонажа. Создатели игры поддерживают существование игрового мира, в котором происходит действие игры и который населен ее персонажами.

Когда геймеры попадают в игровой мир, они могут в нем выполнять различные действия вместе с другими игроками со всего мира. Разработчики MMORPG поддерживают и постоянно развивают свои миры, добавляя новые возможности и доступные действия для того, чтобы «гарантировать» интерес игроков. Яркими представителями подобного рода игр на сегодняшний день являются EverQuest, World of Warcraft, Anarchy Online, Asheron's Call, Everquest II, Guild Wars, Ragnarok Online, Silkroad Online, The Matrix Online, City of Heroes.

*Задания:*

а)Создайте свой аккаунт (если вы его не имеете) в одной из социальных сетей, например Livejournal или Facebook. Выполните скриншоты своего блога. Результат отправьте на электронную почту преподавателя.

б)Используя программу Windows Live Messenger, добавьте в друзья (по предварительной договоренности) своего преподавателя и свяжитесь с ним в режиме реального времени либо оставьте ему сообщение.

в)Установите на свой компьютер программу Яндекс.Диск. Предоставьте доступ к нескольким файлам своему преподавателю.

г)Создайте учебное предприятие, используя облачный сервис Мегаплан. Заполните информацией все имеющиеся в программе модули. Установите связи между отделами. Пригласите нескольких своих друзей в проект. Продемонстрируйте результат преподавателю, открыв ему доступ.

д)Напишите краткий отчет о результатах своей работы по созданию виртуального предприятия, указав в нем этапы его создания, результаты совместной сетевой деятельности.

е)Являетесь ли вы участником какой-либо игры в жанре MMORPG? Если да, расскажите об основных правилах той игры, в которой вы участвуете. Каким образом происходит ваше взаимодействие в ней с друзьями?

3. Организация форумов

*Методические указания*

В настоящее время перед каждым образовательным учреждением стоит задача формирования открытой информационной образовательной среды. Эффективным механизмом является использование коммуникационных возможностей сети Интернет. В частности, организация на сайтах или в информационных системах образовательных учреждений форумов (дискуссий).

**Форум** — это web-страница, созданная на основе клиент-серверной технологии для организации общения пользователей сети Интернет. Концепция форума основана на создании разделов, внутри которых происходит обсуждение различных тем в форме сообщений. От чата форум отличается тем, что общение может происходить не в реальном времени. Таким образом, человек имеет возможность подумать над своим ответом или над создаваемой темой.

По методу формирования набора тем форумы бывают:

- **тематические. В** рамках таких форумов пользователи обсуждают предварительно опубликованную статью, новость СМИ и т.д. Обсуждение происходит в одной или нескольких темах;

- **проблемные.** Для обсуждения предлагается ряд проблемных вопросов (тем). Обсуждение каждой проблемы происходит в своей ветке. Чаще всего в подобных типах форумов пользователь не имеет права создавать новую тему;

- **постоянно действующие форумы.** Форумы поддержки (помощи). По такому принципу строятся форумы технической поддержки, различные консультации и пр. Чаще всего это форумы с динамическим списком тем, где простые участники могут создавать новую тему в рамках тематики форума.

Форумы функционируют согласно определенным правилам, которые определяют администраторы и модераторы. **Администратор форума** следит за порядком во всех разделах, контролирует общение на ресурсе и соблюдение правил сайта. **Модератор форума** чаще всего следит за порядком в конкретном разделе, имеет более узкие права, чем администратор. Его основная задача — увеличивать популярность форума, количество участников и число интересных обсуждений. Дополнительные задачи:

- стимулировать появление новых интересных тем;
- стимулировать общение на форуме;
- не допускать конфликтных ситуаций на форуме, а в случае их возникновения — уметь найти выход из сложной ситуации;
- при появлении в темах **спама** (рассылка коммерческой и иной рекламы или иных видов сообщений (информации) лицам, не выражавшим желания их получать) немедленно сообщать об этом администратору сайта;
- следить за культурой сетевого общения.

Для каждого конкретного форума администратором могут быть созданы свои правила, но в целом их можно свести к следующим:

1. На форумах приветствуется поддержание дискуссии, обмен опытом, предоставление интересной информации, полезных ссылок.
2. Не нужно вести разговор на «вольные» темы и размещать бессодержательные (малосодержательные) или повторяющиеся сообщения. Под бессодержательными (малосодержательными) понимаются, в частности, сообщения, содержащие исключительно или преимущественно эмоции (одобрение, возмущение и т. д.).
3. Желательно проверять грамотность сообщений (например, редактором Microsoft Word) — ошибки затрудняют понимание вопроса или ответа и могут раздражать участников обсуждения.
4. Длинные сообщения желательно разбивать на абзацы пустыми строчками, чтобы их было удобно читать.
5. Запрещается размещать заведомо ложную информацию.
6. Не рекомендуется публиковать сообщения, не соответствующие обсуждаемой теме, в том числе личные разговоры в ветках форума.
7. Не следует писать сообщения сплошными заглавными буквами, так как это эквивалентно повышению тона, а также латинскими буквами. При этом сообщение считается нарушающим данное правило, если такого рода текстом набрано более трети всего сообщения.
8. Участники форума не должны нарушать общепринятые нормы и правила поведения. Исключено употребление грубых слов и ненормативной лексики, выражение расистских, непристойных, оскорбительных или угрожающих высказываний, нарушений законодательства в области авторского права или сохранности конфиденциальной информации.
9. Запрещено публично обсуждать нелегальное использование (в том числе взлом) программного обеспечения, систем безопасности, а также публикацию паролей, серийных номеров и адреса (ссылки), по которым можно найти что-либо из вышеназванного.
10. Не следует размещать в форумах, а также рассылать через личные сообщения коммерческую рекламу и спам.

Для создания форумов используется ряд программных решений, написанных на языке PHP (англ. Hypertext Preprocessor — предпроцессор гипертекста) и используемых для ведения своей базы данных сервер MySQL. К их числу относится **Invision Power Board** (www.invisionpower.com), **vBulletin** (www.vbulletin.com), **PHP Bulletin Board** (www.phpbb.com), **Simple Machines Forum** (www.simplemachines.org) и ряд других.

Однако создать «движок форума» с помощью перечисленного программного обеспечения начинающему пользователю будет весьма непросто, поскольку и сами программы, и документация к ним написаны на английском языке.

Попробовать свои силы для создания тематического форума можно с использованием российских web-сервисов, предлагающих свои услуги в этом направлении. Остановим свой выбор на сервисе Forum2x2 (www.forum2x2.ru), который предлагает создание и хостинг форумов. Forum2x2 позволяет создать форум бесплатно, всего за несколько секунд и без всяких технических знаний, а после — мгновенно начать общение. Интерфейс форума является наглядным, простым в использовании и легко настраивается.

Определим следующую задачу — создать форум своего учебного заведения. Находясь на сайте сервиса Forum2x2, выберем кнопку **Создать бесплатный форум.** Пользователю будет предложено выбрать одну из четырех версий создания форумов: Phpbb3, Phpbb2, IPB и Punbb. Их краткая характеристика будет представлена в соответствующих вкладках. Воспользуемся самым простым из них - **Punbb,** который предоставляет только базовые опции web-форума, а следовательно, является оптимальным по скорости и простоте использования. Далее нам предстоит выполнить три простых шага:

- 1. Выбрать графический стиль форума.
- 2. Ввести название форума, его интернет-адрес, свой адрес электронной почты, пароль.
- 3. Прочитать информацию о недопустимом содержании создаваемого форума.

На этом создание форума можно считать завершенным. На рис. 5 представлен один из возможных примеров созданного форума.




Рис. 5 Внешний вид созданного форума

В своем электронном почтовом ящике вы обнаружите письмо от администрации сервиса Forum2x2, в котором будут даны несколько полезных советов для успешного начала работы форума, в частности:

- - поместить в форум несколько сообщений, чтобы задать тон обсуждения;
- - внести личный аспект в стиль оформления форума, подобрав цвета и шрифты;
- - сообщить по электронной почте друзьям о новом форуме и пригласить их поучаствовать в форуме;
- - поместить ссылки на форум на других сайтах, форумах и в поисковых системах.

Для администрирования вновь созданного форума необходимо ввести имя пользователя (Admin) и пароль, который вы выбрали при создании форума. После этого вы получаете доступ к ссылке **Панель администратора,** расположенной внизу страницы, которая имеет несколько вкладок (рис. 6).




Рис. 6. Вкладки Панели администратора

Вкладка **Главная** отображает информацию по статистике созданных сообщений, количестве пользователей и тем. Здесь же можно воспользоваться практическими советами по повышению посещаемости созданного форума. Попробуйте пригласить на созданный форум своих друзей, знакомых, с помощью ссылки **Адреса Email,** вводя в соответствующее поле их электронные адреса. Максимальное число приглашений, отправляемых за один раз, — десять.

Вкладка **Общие настройки** позволяет сконфигурировать форум в соответствии с личными целями администратора. В частности, можно изменить название сайта, его описание, определить конфигурацию защиты форума, определить E- mail администратора.

С помощью раздела **Категории и форумы** создайте свои форумы, определите порядок их вывода с помощью соответствующих кнопок **(Сдвинуть вверх, Сдвинуть вниз). Категория** представляет собой совокупность форумов, объединенных общей тематикой. Один из возможных примеров создания форумов приведен на рис. 7.

Сделанные изменения доступны для просмотра после нажатия на кнопку **Просмотр форума.** Находясь на вкладке **Общие настройки,** перейдите в раздел **Раскрутка форума** и выберите пункт **Поисковые системы.** Введите информацию для ваших мета-тегов, чтобы улучшить позицию вашего форума в поисковых системах. **Мета-теги** — это невидимые коды, используемые поисковиками для индексации и позиционирования вашего форума. Зарегистрируйте ваш форум в основных поисковых системах: Yandex, Google, Rambler.

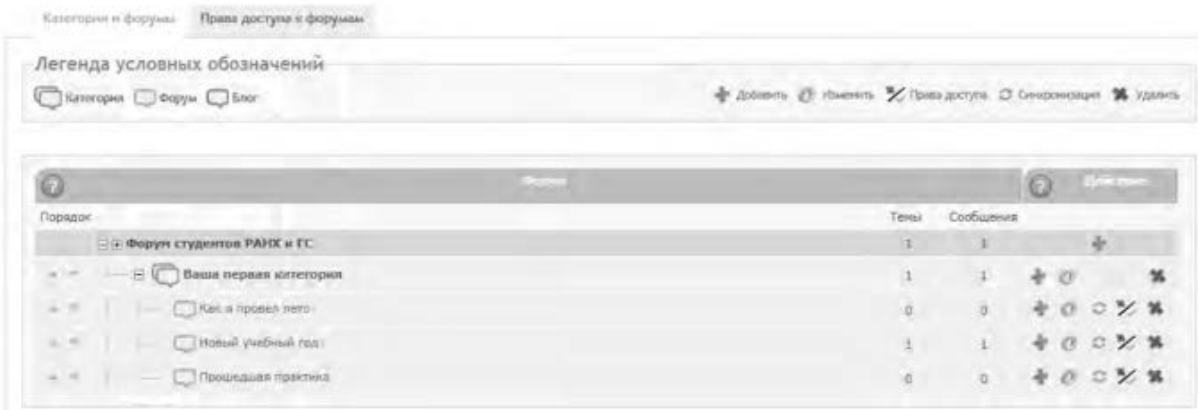



Рис. 7. Структура форумов

Используя вкладку **Оформление,** поэкспериментируйте с различными стилями для того, чтобы повысить привлекательность форума. Здесь же можно поменять версию «движка» форума.

Будучи администратором вашего форума, вы являетесь его единственным полноправным хозяином и полностью контролируете его. С помощью вкладки **Пользователи**

**& Группы** создайте группу модераторов, ответственных за соблюдение установленных вами правил (правил орфографии, правил поведения на форуме и т.д.).

Перейдите на вкладку **Модули.** Здесь вы можете добавить к вашему форуму такие модули, как портал, календарь, галерея, чат или листы персонажей. Выберите ссылку **Портал.** Появится информация о том, что портал не инсталлирован. Нажмите ссылку — инсталлировать. Внешний вид созданного портала представлен на рис. 8.




Рис. 8. Созданный портал

На вкладке **Модули** попробуйте поработать с виджетами (гаджетами) форума, из которых и состоит портал. **Виджет** — это элемент интерфейса, предназначенный для облегчения доступа к информации.

Добавьте/удалите стандартные виджеты форума (Поиск, Календарь, Новости, Последние темы, Самые активные пользователи и др.), отслеживая изменения нажатием кнопки **Просмотр портала.** Оставьте наиболее удачный, с вашей точки зрения, вариант.

Итак, мы приобрели первоначальные практические навыки создания собственного форума и выполнили действия, направленные на увеличение его посещаемости. Кроме того, необходимо создать ссылку на форум с главной страницы сайта учебного заведения. Следует отметить, что, для того чтобы созданный форум не оставался в статичном виде, необходима большая работа администратора, модераторов по его поддержанию.

Альтернативным способом организации форумов является их развертывание в информационной системе учебного заведения. На современном отечественном рынке автоматизированных информационных систем управления учебным процессом представлено достаточно большое количество решений. Свой выбор остановим на ИС ModEUS (http://modeus.krf.ane.ru/index.php), которая разработана с учетом специфики российского образования и обеспечивает автоматизацию учебного процесса, в том числе и дистантного (учет учебного процесса, его планирование и публикация, подготовка отчетной документации).

После регистрации в системе ModEUS, нужно выбрать ссылку **Дискуссии.** Вы можете организовать дискуссию (форум) по любому из находящихся в системе курсов, щелкнув мышью по его названию.



Рис. 9. Страница Дискуссии в ИС ModEUS

Создадим новую тему, нажав одноименную кнопку. Впишем в соответствующие поля название темы и вопрос, предлагаемый для обсуждения. Подобная ситуация представлена на рис. 437. Кроме того, мы имеем возможность прикрепить текстовый файл объемом не более 16 Мб, например список вопросов к экзамену.

После нажатия на кнопку **Создать** тема дискуссии отображается в системе (рис. 10), и любой из студентов может принять участие в ее обсуждении.

Таким образом, можно определить преимущества создания форума в информационной системе учебного заведения:

- - отсутствует необходимость иметь практические навыки работы по созданию web-страниц;
- - нет необходимости заботиться о раскрутке форума - студенты и преподаватели постоянно работают в системе.

В то же время есть и ряд недостатков, в частности:

- - форум доступен исключительно для студентов и преподавателей учебного заведения, в котором функционирует информационная система;
- - стандартизированный типовой интерфейс для всех выполняемых функций;
- - нет возможности организовать дискуссию на вольную тему.

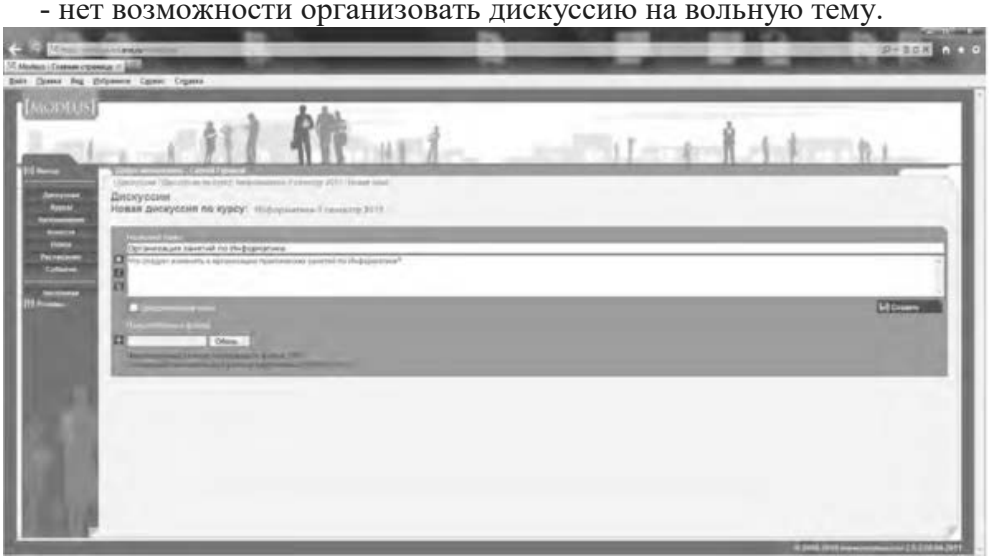


Рис. 10 Создание новой темы




**Рис. 11. Создана тема для дискуссии**

**Использование тестирующих систем в локальной сети образовательного учреждения**

Теперь познакомимся с возможностями ИС ModEUS для **организации тестирования студентов в локальной сети образовательного учреждения.** Использование тестирования как наиболее объективного метода оценки качества образования широко используется в учебных заведениях России. Полнота охвата проверкой требований к уровню подготовки студентов предполагает методику конструирования тестовых заданий закрытого и открытого типа. К тестовым заданиям **закрытого типа** относятся задания, предполагающие выбор верного ответа из предложенных вопросов. Тестовые задания **открытого типа** требуют конструирования ответов с кратким и развернутым ответом. И тот, и другой тип заданий успешно реализуются в ИС ModEUS.

Прежде чем создать тестовое задание, необходимо зайти в один из учебных курсов, находящихся в репозитарии (хранилище данных), нажав кнопку **Курсы** в главном меню. Под «курсом» в ПС ModEUS понимается дисциплина, находящаяся в учебном плане.

Найдем в списке **Занятия курса** требуемое занятие и нажмем ссылку **Список заданий,** находящуюся справа от поля **Тип.** Для того чтобы добавить задание в занятие, нажмем кнопку **Добавить.** Подобная ситуация представлена на рис. 11.

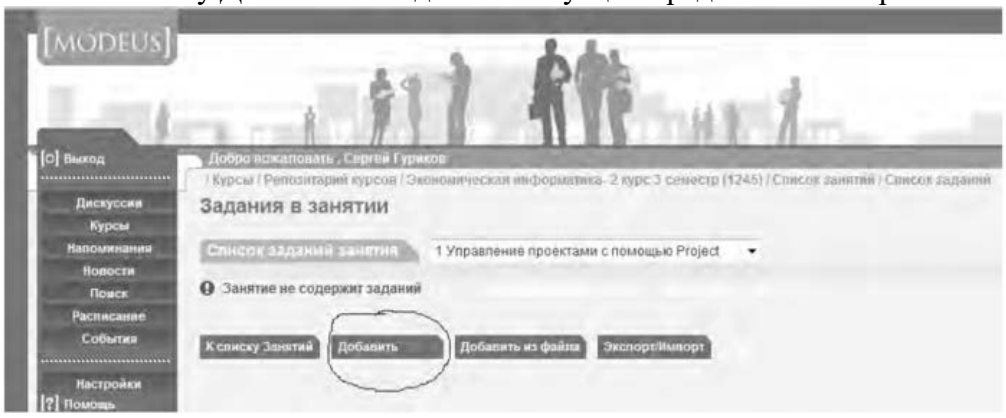



Рис.12. Добавление задания

Тип задания можно выбрать из раскрывающегося списка (рис. 12), кроме того, можно дать название новому заданию, установить балл и выбрать количество попыток сдачи.

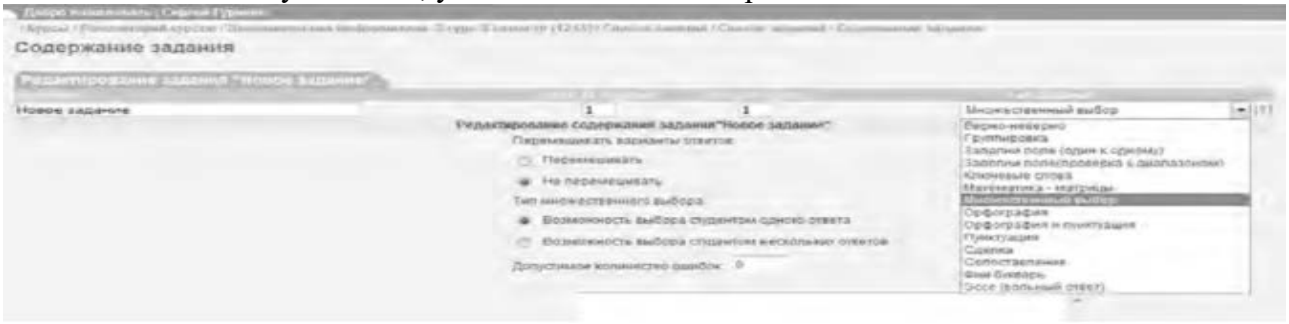



Рис.13. Выбор типа задания

Рассмотрим несколько примеров формирования вопросов закрытого и открытого типа в ИС ModEUS.

**Тестовое задание со множественным выбором верных ответов (закрытый тип).** Данный тип задания дает вам возможность задать вопрос и варианты ответов на него, из которых обучающийся должен выбрать верный (рис. 14). Правильным может быть один или несколько вариантов. Для того чтобы наполнить задание, выполните следующие действия:

- - в опции **Перемешивать варианты ответов** поставьте метку в поле **Перемешивать,** если вы хотите, чтобы указанные вами варианты ответов выводились на экран в различном порядке, поставьте метку в поле **Не перемешивать,** если варианты ответов должны выводиться всегда в одинаковом порядке;
- - в опции **Тип множественного выбора** поставьте метку в поле **Возможность выбора студентом одного ответа,** если обучающийся из предложенных вариантов ответов может выбрать только один верный, поставьте метку в поле **Возможность выбора студентом нескольких ответов,** если обучающийся может выбрать несколько верных ответов;
- - введите текст задания в поле **Текст задания;**
- - в случае если в задании присутствует приложение, укажите путь к этому приложению, нажав на кнопку I обзор... I и указав путь к файлу на жестком или сетевом диске. Приложением может быть документ любого формата, например изображение;
- - введите тексты вариантов ответов в соответствующие поля;
- - для добавления нового поля под вариант ответа нажмите на кнопку




- каждый вариант ответа может быть дополнен приложением. Для добавления к варианту ответа приложенияукажите путь к нему в поле **Добавить приложение,** нажав на кнопку 

и указав путь к файлу на жестком или сетевом диске;

- установите флажки напротив одного или нескольких правильных вариантов ответа;

- нажмите на кнопку 

для сохранения задания в базе данных;

- нажмите на кнопку 

, чтобы сохранить задание и сразу перейти к составлению нового задания.

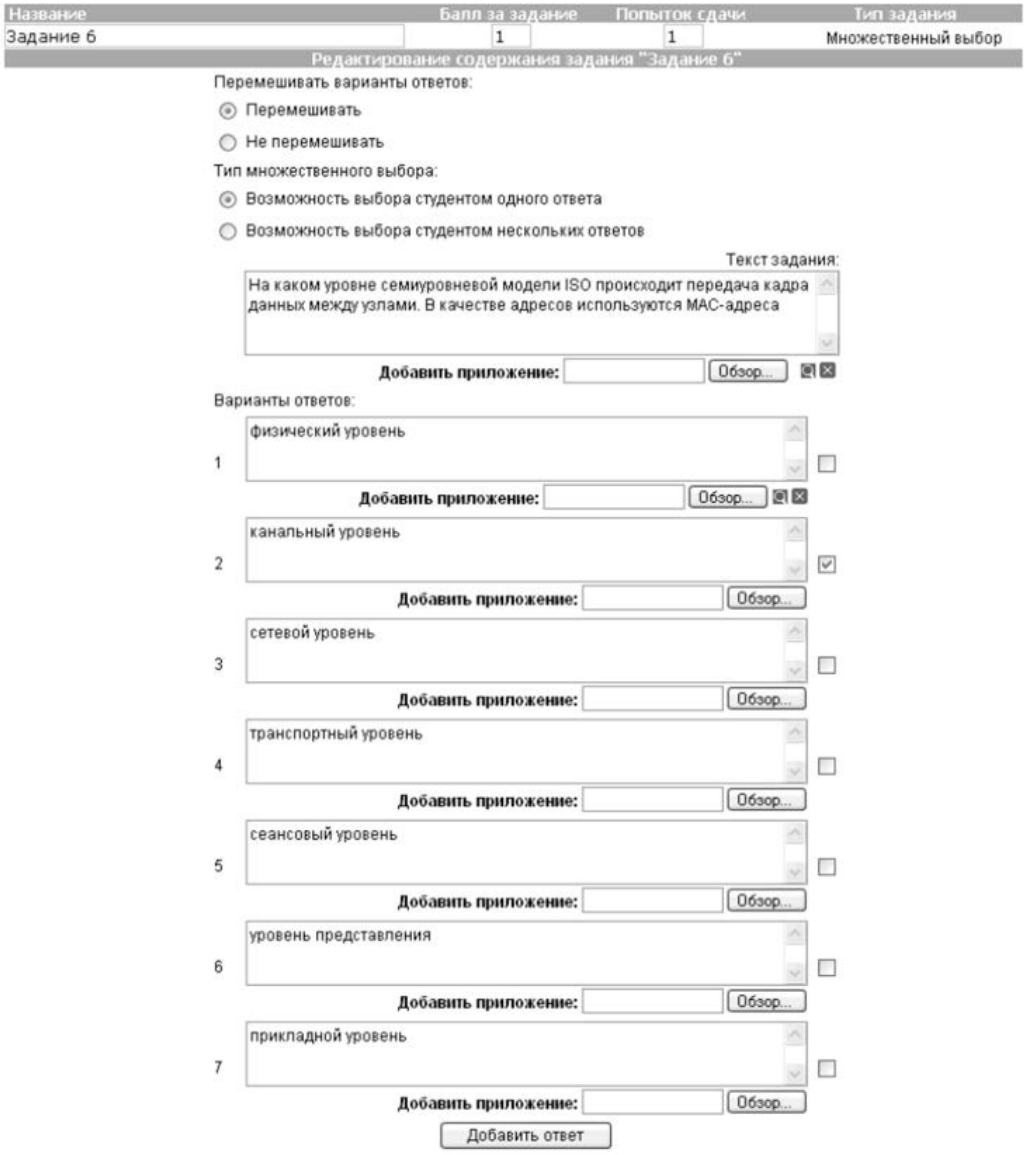



Рис. 14. Создание задания со множественным выбором верных ответов

**Тестовое задание с добавлением слова (открытый тип).** Данный тип задания (рис. 15) дает вам возможность задать вопрос, на который обучающийся должен ответить, введя ответ с клавиатуры в виде текста, цифры, слова, математической формулы и т.д. Для того чтобы наполнить задание, выполните следующие действия:

- - введите текст задания в поле **Текст задания;**
- - текст задания может представлять собой текст или текст в сочетании с приложением. Чтобы добавить приложение (изображение или документ), нажмите на кнопку Обзор..., находящуюся под полем **Текст задания,** и укажите путь к файлу на жестком или сетевом диске;
- - в поле **Вопрос** введите вопрос, на который должен ответить обучающийся;
- - в поле **Ответ** укажите правильный ответ;

- в пределах одного задания вы можете задать обучающемуся несколько вопросов. Для добавления вопроса нажмите на кнопку Добавить вопрос;

- нажмите на кнопку Зафиксировать для сохранения задания в базе данных;

- нажмите на кнопку Сохранить и добавить новое, чтобы сохранить задание и сразу

перейти к составлению нового задания.

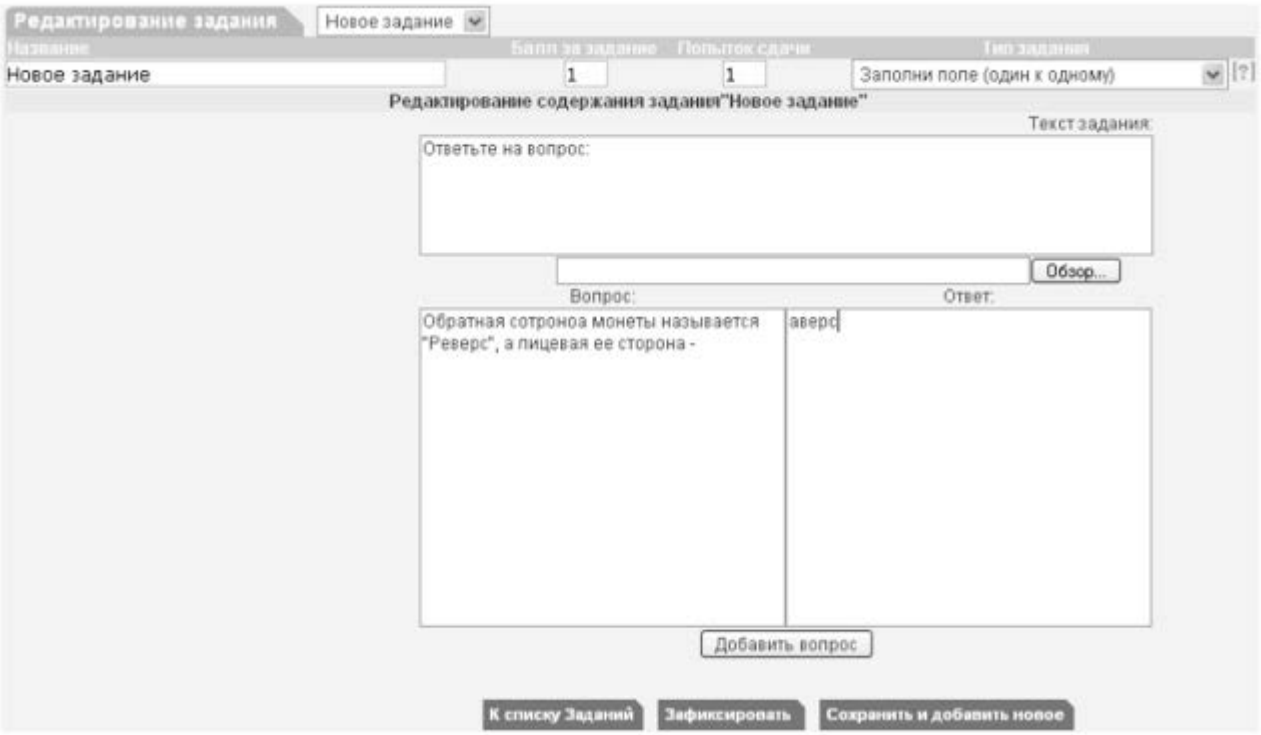



Рис. 15 Создание задания с добавлением слова

Кроме рассмотренных типов заданий, в ИС ModEUS существует и ряд других, в частности:

**Верно - неверно.** Данный тип задания предоставляет возможность обучающемуся выбрать один из вариантов ответа («верно» или «неверно») на поставленный вопрос.

**Группировка.** В данном типе задания обучающемуся необходимо распределить заданный список понятий по группам.

**Заполни поле (проверка с диапазоном).** Данный тип задания дает возможность задать вопрос, на который обучающийся должен ответить, введя с клавиатуры числовой ответ.

**Сопоставление.** Проверяется способность обучающихся сопоставить понятия по указанному принципу.

**Эссе.** Обучающийся отвечает в свободной форме на поставленный преподавателем вопрос. Вопрос может быть представлен в виде текста или любого другого документа.

Следует отметить, что в ИС ModEUS можно задать количество вопросов, время на проведение тестовых заданий, а также **мощность теста.** Мощность определяет количество заданий, которые будут предложены студенту для выполнения. Например, если в группе заданий десять вариантов заданий, а мощность группы равна пяти, то студенту будут предложены для выполнения пять заданий из десяти. После проведения тестирования в информационной системе происходит автоматическое формирование оценок на основании выполненных студентами заданий.

Итак, мы завершили рассмотрение возможностей информационной системы, работающей в локальной сети учебного заведения для организации форумов и проведения тестирования студентов.

**Настройка видео web-сессий**

В настоящее время миллионы пользователей во всем мире используют видеосвязь с помощью сети Интернет для общения друг с другом. Достоинства такого способа общения очевидны: есть возможность слышать и визуально наблюдать собеседника, находящегося, возможно, за тысячи километров. Для обеспечения полноценной видеосвязи для захвата и воспроизведения видео и звука могут использоваться как встроенные в компьютер камера, микрофон или динамик, так и внешние устройства, такие как web-камера, головная гарнитура, а также следует обеспечить высокоскоростной доступ к Интернету.

Взаимодействие собеседников при организации видео web-сессий возможно в нескольких направлениях: видеоконференция и видеотелефония.

1. **Видеоконференция** — это технология интерактивного взаимодействия двух и более человек, при которой между ними происходит обмен информацией в режиме реального времени. Существует нескольких видов видеоконференций:

- **симметричная (групповая)** видеоконференция позволяет проводить сеансы показа презентаций или рабочего стола;
- **асимметричная** видеоконференция используется для дистанционного образования. Позволяет собрать в конференции множество участников таким образом, что все они будут видеть и слышать одного ведущего, он, в свою очередь, всех участников одновременно;
- **селекторное видеосовещание** — рассчитано на взаимодействие большой группы участников, при котором пользователи имеют возможность активно обсуждать действия при чрезвычайных ситуациях, оперативно решать текущие вопросы.

Для эффективной организации проведения web-конференций, маркетинговых презентаций, онлайн-обучения, совещаний и любых других видов онлайн-встреч существует ряд программных решений. В качестве примера можно привести программы Mirapolis Virtual Room (http://virtualroom.ru/), ВидеоМост (www.videomost.com), TrueConf Online (http://trueconf.ru/) и др.

**2. Видеотелефония** — реализуется посредством сеанса видеосвязи между двумя пользователями, во время которого они могут видеть и слышать друг друга, обмениваться сообщениями и файлами, вместе работать над документами и при этом находиться в разных местах в комфортной для себя обстановке.

Для того чтобы общаться с близкими и друзьями, можно бесплатно совершать видеозвонки с помощью таких программ, как Skype (http://www.Skype, com/intl/ru/get-skype), Mail.ru Агент (http://agent.mail.ru) и ряд других.

Для того чтобы проверить наличие встроенной web-камеры на компьютере, достаточно войти в меню **Пуск,** выбрать **Компьютер,** щелкнуть на нем правой кнопкой мыши и в контекстно-зависимом меню нажать пункт **Свойства.** Далее следует выбрать пункт меню **Диспетчер устройств,** а в нем пункт **Устройства обработки изображений.** Наличие в нем устройства, например, USB 2.0 Camera свидетельствует о наличии web-камеры.

Кроме того, в документации к компьютеру (Руководство пользователя) или другому устройству должны быть приведены сведения об установленных в систему устройствах и, в частности, инструкция по использованию встроенной камеры и программному обеспечению, отвечающему за данное устройство.

Одной из таких популярных утилит является ArcSoft WebCam Companion — пакет приложений для взаимодействия с web-камерой, который позволяет захватывать, редактировать изображения и записывать видео. Самостоятельно проведите ее инсталляцию, воспользовавшись web-адресом http://arcsoft-webcam- companion.en.softonic.com. После установки данной программы на компьютер ее можно запустить на выполнение командой **Пуск/Все программы/ArcSoft WebCam Companion/WebCam Companion.** Интерфейс программы представлен несколькими разделами: Захват, Маска, Забавная рамка, Правка, Монитор, Другие приложения (рис. 16).



Рис. 16. Пункты меню программы ArcSoft WebCam Companion

Выберем значок **Захват,** а в нем пункт меню **Параметры web-камеры.** Откроется окно, представленное на рис. 17.

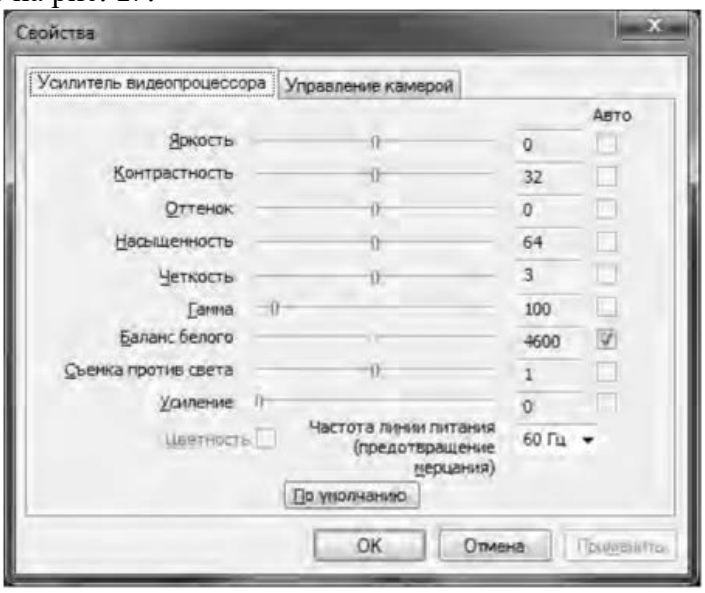



Рис. 17. Окно Свойства web-камеры

Как видно из рис. 17, в данном окне можно изменить основные параметры настройки web-камеры, одновременно наблюдая за результатом на экране. При желании настройки можно вернуть в исходное состояние, нажав на кнопку **По умолчанию.**

Теперь поговорим о том, как организовать web-сессию в такой популярной программе, как Skype. Ее большим преимуществом является такой факт, что звонки между абонентами являются бесплатными. Однако, если вы делаете звонок на мобильный или стационарный телефон, вам потребуется позаботиться о том, чтобы на вашем счете были деньги. Положить деньги на оплату разговоров в Skype вы можете с использованием такого сервиса, как Яндекс.Деньги (https://money.yandex.ru/).

Инсталлируйте программу Skype, воспользовавшись ее адресом в сети Интернет http://www.skype.com/intl/ru/get-skype. После установки программа становится доступной после выполнения команды **Пуск/Все программы/ Skype/Skype. В** окне регистрации введите свой логин и пароль. Обратите внимание на то, что если вы установите флажок в пункте **Автоматическая авторизация при запуске Skype,** то вам не придется каждый раз вводить свои данные.

Добавьте своих друзей, родственников в список контактов, воспользовавшись командой **Контакты/Добавить контакт.** Вам нужно ввести фамилию, имя знакомого, его контактный телефон, адрес электронной почты. В результате ваши контакты будут располагаться в группе **Контакты** и будут видны при каждом запуске программы.

Выполним настройку web-камеры. Последовательно нажмем **Инструменты/Настройки/Настройки видео.** Появится окно, представленное на рис. 18.

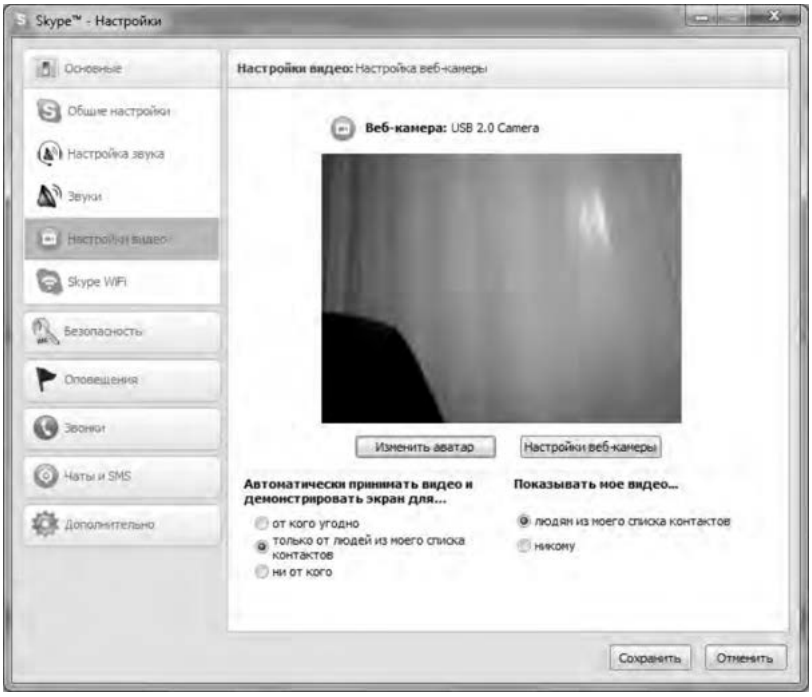



Рис.18. Окно Настройки

Если вы видите изображение - камера настроена и готова к работе. В противном случае, Skype выведет об этом текстовое сообщение. Теперь перейдем в меню **Настройка звука.** Проверьте, что поставлен флажок в опции **Разрешить автоматическую настройку микрофона.** Скажите несколько слов вслух, уровень громкости звука в опции **Громкость** должен изменяться. Окончательно проверить сделанные настройки можно с помощью контрольного звонка. Для этого, находясь в меню **Настройка** звука, выберите пункт **Сделать контрольный звонок в** Skype. В ходе контрольного звонка вы сможете сделать запись своего голоса в течение десяти секунд, а затем прослушать его. Если этот эксперимент окончится удачно, значит, все настройки выполнены правильно и программа готова к работе.

Теперь, когда мы завершили работу с настройками программы, можно попробовать сделать видеозвонок. Для этого необходимо совершить следующие действия:

1. Войти в программу Skype.
2. В группе **Контакты** щелчком мыши выбрать абонента. Во время звонка он должен быть в сети, о чем будет свидетельствовать соответствующий значок в программе Skype.
3. Нажать кнопку **Видеозвонок.**

Через несколько секунд соединение будет установлено и вы можете начать разговор, в процессе которого вы будете видеть и слышать своего собеседника. Подобная ситуация представлена на рис. 19.



Рис. 19 Сеанс связи установлен

Если во время разговоров у вас возникают неполадки со звуком, такие как сильный фоновый шум, эхо, задержка звука, «механический» звук или пропадание слов, следует убедиться в следующем:

1. Использует ли собеседник последнюю версию программы Skype? Информацию о версии программы можно получить, выполнив команду **По- мощь/О** Skype.
2. Нет ли рядом с микрофоном источников шума?
3. Не расположен ли микрофон рядом с динамиками?
4. Достаточно ли высокая скорость соединения?

Кроме того, когда программа Skype обнаруживает неполадки во время звонка, на экране появляется сообщение с рекомендациями, которые помогут вам повысить качество связи. Необходимо выполнить эти рекомендации.

Итак, вы получили теоретические сведения и практические навыки работы с организацией видео web-сессий, которые, несомненно, будут востребованы в вашей повседневной жизни.

*Задания:*

а)Зарегистрируйтесь на сервисе Forum2x2. Создайте форум своего учебного заведения, выбрав одну из четырех версий создания форумов. Выполните советы для успешного начала работы своего форума, приведенные в параграфе 5.4. После завершения работы отправьте на электронную почту преподавателя ссылку на созданный вами форум.

б)Установите на свой компьютер программу Skype. Сделайте видеозвонок вашему преподавателю (по предварительной договоренности).

## 2. Проведите диагностику стиля делового общения.

*Инструкция.* С помощью этого теста вы можете оценить свой стиль делового общения. Вам предложено 80 утверждений. Из каждой пары выберите одно — то, которое, как вы считаете, наиболее соответствует вашему поведению. Обратите внимание па то, что ни одна пара не должна быть пропущена. Тест построен таким образом, что ни одно из приведенных ниже утверждений не является ошибочным.

1. Я люблю действовать.
2. Я работаю над решением проблем систематическим образом.
3. Я считаю, что работа в командах более эффективна, чем на индивидуальной основе.
4. Мне очень нравятся различные нововведения.
5. Я больше интересуюсь будущим, чем прошлым.
6. Я очень люблю работать с людьми.
7. Я люблю принимать участие в хорошо организованных встречах.
8. Для меня очень важными являются окончательные сроки.

9. Я против откладываний и проволочек.
10. Я считаю, что новые идеи должны быть проверены прежде, чем они будут применяться на практике.
11. Я очень люблю взаимодействовать с другими людьми. Это меня стимулирует и вдохновляет.
12. Я всегда стараюсь искать новые возможности.
13. Я сам люблю устанавливать цели, планы и т.п.
14. Если я что-либо начинаю, то доделываю это до конца.
15. Обычно и стараюсь понять эмоциональные реакции других.
16. Я создаю проблемы другим людям.
17. Я надеюсь получить реакцию других на свое поведение.
18. Я нахожу, что действия, основанные на принципе «шаг за шагом», являются очень эффективными.
19. Я думаю, что хорошо могу понимать поведение и мысли других.
20. Я люблю творческое решение проблем.
21. Я все время строю планы на будущее.
22. Я восприимчив к нуждам других.
23. Хорошее планирование — ключ к успеху.
24. Меня раздражает слишком подробный анализ.
25. Я остаюсь невозмутимым, если на меня оказывают давление.
26. Я очень ценю опыт.
27. Я прислушиваюсь к мнению других.
28. Говорят, что я быстро соображаю.
29. Сотрудничество является для меня ключевым словом.
30. Я использую логические методы для анализа альтернатив.
31. Я люблю, когда одновременно у меня идут разные проекты.
32. Я постоянно задаю себе вопросы.
33. Делая что-либо, я тем самым учусь.
34. Полагаю, что я руководствуюсь рассудком, а не эмоциями.
35. Я могу предсказать, как другие будут вести себя в той или иной ситуации.
36. Я не люблю вдаваться в детали.
37. Анализ всегда должен предшествовать действиям.
38. Я способен оценить климат в группе.
39. У меня есть склонность не заканчивать начатые дела.
40. Я воспринимаю себя как решительного человека.
41. Я ищу такие дела, которые бросают мне вызов.
42. Я основываю свои действия на наблюдениях и фактах.
43. Я могу открыто выразить свои чувства.
44. Я люблю формулировать и определять контуры новых проектов.
45. Я очень люблю читать.
46. Я воспринимаю себя как человека, способного интенсифицировать, организовать деятельность других.
47. Я не люблю заниматься одновременно несколькими вопросами.
48. Я люблю достигать поставленных целей.
49. Мне нравится узнавать что-либо о других людях.
50. Я люблю разнообразие.
51. Факты говорят сами за себя.
52. Я использую свое воображение, насколько это возможно.
53. Меня раздражает длительная, кропотливая работа.
54. Мой мозг никогда не перестает работать.
55. Важному решению предшествует подготовительная работа.
56. Я глубоко уверен в том, что люди нуждаются друг в друге, чтобы завершить работу.

57. Я обычно принимаю решение, особо не задумываясь.
58. Эмоции только создают проблемы.
59. Я люблю быть таким же, как другие.
60. Я не могу быстро прибавить пятнадцать к семнадцати.
61. Я примеряю свои новые идеи к людям.
62. Я верю в научный подход.
63. Я люблю, когда дело сделано.
64. Хорошие отношения необходимы.
65. Я импульсивен.
66. Я нормально воспринимаю различия в людях.
67. Общение с другими людьми значимо само по себе.
68. Люблю, когда меня интеллектуально стимулируют.
69. Я люблю организовывать что-либо.
70. Я часто перескакиваю с одного дела на другое.
71. Общение и работа совместно с другими людьми являются творческим процессом.
72. Самоактуализация является крайне важной для меня.
73. Мне очень нравится играть идеями.
74. Я не люблю попусту терять время.
75. Я люблю делать то, что у меня получается.
76. Взаимодействуя с другими, я учусь.
77. Абстракции интересны для меня.
78. Мне нравятся детали.
79. Я люблю кратко подвести итоги, прежде чем прийти к какому-либо умозаключению.
80. Я достаточно уверен в себе.

*Обработка результатов.*

Обведите те номера, на которые вы ответили положительно, и отметьте их в приведенной ниже таблице. Посчитайте количество баллов по каждому стилю (один положительный ответ равен 1 баллу). Тот стиль, по которому вы набрали наибольшее количество баллов (по одному стилю не может быть более 20 баллов), наиболее предпочтителен для вас.
Если вы набрали одинаковое количество баллов по двум стилям, значит, они оба присущи вам.

*Ключ*

*Стиль 1:* 1, 8, 9, 13, 17, 24, 26, 31, 33, 40, 41, 48, 50, 53, 57, 63, 65, 70, 74, 79.
*Стиль 2:* 2, 7, 10, 14, 18, 23, 25, 30, 34, 37, 42, 47, 51, 55, 58, 62, 66, 69, 75, 78.
*Стиль 3:* 3, 6, 11, 15, 19, 22, 27, 29, 35, 38, 43, 46, 49, 56, 59, 64, 67, 71, 76, 80.
*Стиль 4:* 4, 5, 12, J6, 20, 21, 28, 32, 36, 39, 44, 45, 52, 54, 60, 61, 68, 72, 73, 77.

*Интерпретация результатов*

*Стиль 1* — ориентация на действие. Характерно обсуждение результатов, конкретных вопросов, поведения, ответственности, опыта, достижений, решений. Люди, владеющие этим стилем, прагматичны, прямолинейны, решительны, легко переключаются с одного вопроса на другой.

*Стиль 2* — ориентация на процесс. Характерно обсуждение фактов, процедурных вопросов, планирования, организации, контролирования, деталей. Человек, владеющий этим стилем, ориентирован на систематичность, последовательность, тщательность. Он честен, многословен и мало эмоционален.

*Стиль 3* ориентация на людей. Характерно обсуждение человеческих нужд, мотивов, чувств, «духа работы в команде», понимания, сотрудничества. Люди этого стиля эмоциональны, чувствительны, умеют сопереживать окружающим.

*Стиль 4* — ориентация на перспективу, на будущее. Людям этого стиля присуще обсуждение концепций, больших планов, нововведений, различных вопросов, новых методов, альтернатив. Они обладают хорошим воображением, полны идей, но мало реалистичны и порой их сложно понять.

Задания:

а) На основе самодиагностики определите стиль делового общения

б) Дайте обоснование рекомендаций по совершенствованию делового общения.

# ПОДГОТОВКА РЕФЕРАТА

## Общая характеристика реферата

Написание реферата практикуется в учебном процессе в целях приобретения магистрантом необходимой профессиональной подготовки, развития умения и навыков самостоятельного научного поиска: изучения литературы по выбранной теме, анализа различных источников и точек зрения, обобщения материала, выделения главного, формулирования выводов и т. п. С помощью реферата магистрант может глубже постигать наиболее сложные проблемы дисциплины, учится лаконично излагать свои мысли, правильно оформлять работу, докладывать результаты своего труда.

Реферат является первой ступенью на пути освоения навыков проведения научно-исследовательской работы. В «Толковом словаре русского языка» дается следующее определение: «**реферат** – краткое изложение содержания книги, статьи, исследования, а также доклад с таким изложением».

Различают два вида реферата:

- *репродуктивный* – воспроизводит содержание первичного текста в форме реферата-конспекта или реферата-резюме. В реферате-конспекте содержится фактическая информация в обобщённом виде, иллюстрированный материал, различные сведения о методах исследования, результатах исследования и возможностях их применения. В реферате-резюме содержатся только основные положения данной темы;
- *продуктивный* – содержит творческое или критическое осмысление реферируемого источника и оформляются в форме реферата-доклада или реферата-обзора. В реферате-докладе, наряду с анализом информации первоисточника, дается объективная оценка проблемы, и он имеет развёрнутый характер. Реферат-обзор составляется на основе нескольких источников и в нем сопоставляются различные точки зрения по исследуемой проблеме.

Магистрант для изложения материала должен выбрать продуктивный вид реферата.

## Выбор темы реферата

Магистранту предоставляется право выбора темы реферата из рекомендованного преподавателем дисциплины списка. Выбор темы должен быть осознанным и обоснованным с точки зрения познавательных интересов автора, а также полноты освещения темы в имеющейся научной литературе.

Если интересующая тема отсутствует в рекомендованном списке, то по согласованию с преподавателем магистранту предоставляется право самостоятельно предложить тему реферата, раскрывающую содержание изучаемой дисциплины. Тема не должна быть слишком общей и глобальной, так как небольшой объем работы (до 20-25 страниц без учёта приложений) не позволит раскрыть ее.

Начинать знакомство с избранной темой лучше всего с чтения обобщающих работ по данной проблеме, постепенно переходя к узкоспециальной литературе. При этом следует сразу же составлять

библиографические выходные данные используемых источников (автор, название, место и год издания, издательство, страницы).

На основе анализа прочитанного и просмотренного материала по данной теме следует составить тезисы по основным смысловым блокам, с пометками, собственными суждениями и оценками. Предварительно подобранный в литературных источниках материал может превышать необходимый объем реферата.

### Формулирование цели и составление плана реферата

Выбрав тему реферата и изучив литературу, необходимо сформулировать цель работы и составить план реферата.

**Цель** – это осознаваемый образ предвосхищаемого результата. Возможно, формулировка цели в ходе работы будет меняться, но изначально следует ее обозначить, чтобы ориентироваться на нее в ходе исследования. Формулирование цели реферата рекомендуется осуществлять при помощи глаголов: исследовать, изучить, проанализировать, систематизировать, осветить, изложить (представления, сведения), создать, рассмотреть, обобщить и т. д.

Определяясь с целью дальнейшей работы, параллельно необходимо думать над составлением плана, при этом четко соотносить цель и план работы. Правильно построенный план помогает систематизировать материал и обеспечить последовательность его изложения.

Наиболее традиционной является следующая **структура реферата**:

Титульный лист.

Оглавление (план, содержание).

Введение.

1. (полное наименование главы).
   1.1. (полное название параграфа, пункта);
   1.2. (полное название параграфа, пункта).
2. (полное наименование главы).
   2.1. (полное название параграфа, пункта);
   2.2. (полное название параграфа, пункта).

Основная часть

Заключение (выводы).

Библиография (список использованной литературы).

Приложения (по усмотрению автора).

**Титульный лист** оформляется в соответствии с Приложением.

**Оглавление** (план, содержание) включает названия всех глав и параграфов (пунктов плана) реферата и номера страниц, указывающие их начало в тексте реферата.

**Введение.** В этой части реферата обосновывается актуальность выбранной темы, формулируются цель и задачи работы, указываются используемые материалы и дается их краткая характеристика с точки зрения полноты освещения избранной темы. Объем введения не должен превышать 1-1,5 страницы.

**Основная часть** реферата может быть представлена двумя или тремя главами, которые могут включать 2-3 параграфа (пункта).

Здесь достаточно полно и логично излагаются главные положения в используемых источниках, раскрываются все пункты плана с сохранением связи между ними и последовательности перехода от одного к другому.

Автор должен следить за тем, чтобы изложение материала точно соответствовало цели и названию главы (параграфа). Материал в реферате рекомендуется излагать своими словами, не допуская дословного переписывания из литературных источников. В тексте обязательны ссылки на первоисточники, т. е. на тех авторов, у которых взят данный материал в виде мысли, идеи, вывода, числовых данных, таблиц, графиков, иллюстраций и пр.

Работа должна быть написана грамотным литературным языком. Сокращение слов в тексте не допускается, кроме общеизвестных сокращений и аббревиатуры. Каждый раздел рекомендуется заканчивать кратким выводом.

**Заключение** (выводы). В этой части обобщается изложенный в основной части материал, формулируются общие выводы, указывается, что нового лично для себя вынес автор реферата из работы над ним. Выводы делаются с учетом опубликованных в литературе различных точек зрения по проблеме рассматриваемой в реферате, сопоставления их и личного мнения автора реферата. Заключение по объему не должно превышать 1,5-2 страниц.

**Библиография** (список использованной литературы) – здесь указывается реально использованная для написания реферата литература, периодические издания и электронные источники информации. Список составляется согласно правилам библиографического описания.

**Приложения** могут включать графики, таблицы, расчеты.

## ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РЕФЕРАТА

### Общие требования к оформлению реферата

Рефераты по дисциплинам магистратуры направления подготовки 38.04.02 – «Менеджмент», как правило, требуют изучения и анализа значительного объема статистического материала, формул, графиков и т. п. В силу этого особое значение приобретает правильное оформление результатов проделанной работы.

Текст реферата должен быть подготовлен в печатном виде. Исправления и помарки не допускаются. Текст работы оформляется на листах формата А4, на одной стороне листа, с полями: левое – 25 мм, верхнее – 20 мм, правое – 15 мм и нижнее – 25 мм. При компьютерном наборе шрифт должен быть таким: тип шрифта Times New Roman, кегль 14, междустрочный интервал 1,5.

Рекомендуемый объем реферата – не менее 20 страниц. Титульный лист реферата оформляется магистрантом по образцу, данному в приложении 1.

Текст реферата должен быть разбит на разделы: главы, параграфы и т. д. Очередной раздел нужно начинать с нового листа.

Все страницы реферата должны быть пронумерованы. Номер страницы ставится снизу страницы, по центру. Первой страницей является титульный лист, но на ней номер страницы не ставится.

## Таблицы

Таблицы по содержанию делятся на аналитические и неаналитические. Аналитические таблицы являются результатом обработки и анализа цифровых показателей. Как правило, после таких таблиц делается обобщение, которое вводится в текст словами: «таблица позволяет сделать вывод о том, что…», «таблица позволяет заключить, что…» и т. п.

В неаналитических таблицах обычно помещаются необработанные статистические данные, необходимые лишь для информации и констатации фактов.

Таблицы размещают после первого упоминания о них в тексте таким образом, чтобы их можно было читать без поворота работы или с поворотом по часовой стрелке.

Каждая таблица должна иметь нумерационный и тематический заголовок. Тематический заголовок располагается по центру таблицы, после нумерационного, размещённого в правой стороне листа и включающего надпись «Таблица» с указанием арабскими цифрами номера таблицы. Нумерация таблиц сквозная в пределах каждой главы. Номер таблицы состоит из двух цифр: первая указывает на номер главы, вторая – на номер таблицы в главе по порядку (например: «Таблица 2.2» – это значит, что представленная таблица вторая во второй главе).

Цифры в графах таблиц должны проставляться так, чтобы разряды чисел во всей графе были расположены один под другим. В одной графе количество десятичных знаков должно быть одинаковым. Если данные отсутствуют, то в графах ставят знак тире. Округление числовых значений величин до первого, второго и т. д. десятичного знака для различных значений одного и того же наименования показателя должно быть одинаковым.

Таблицу с большим количеством строк допускается переносить на другую страницу, при этом заголовок таблицы помещают только над ее первой частью, а над переносимой частью пишут «Продолжение таблицы» или «Окончание таблицы». Если в работе несколько таблиц, то после слов «Продолжение» или «Окончание» указывают номер таблицы, а само слово «таблица» пишут сокращенно, например: «Продолжение табл. 1.1», «Окончание табл. 1.1».

На все таблицы в тексте курсовой работы должны быть даны ссылки с указанием их порядкового номера, например: «…в табл. 2.2».

## Формулы

Формулы – это комбинации математических знаков, выражающие какие-либо предложения.

Формулы, приводимые в реферате, должны быть наглядными, а обозначения, применяемые в них, соответствовать стандартам.

Пояснения значений символов и числовых коэффициентов следует приводить непосредственно под формулой, в той последовательности, в какой они даны в формуле. Значение каждого символа и числового коэффициента дается с новой строки. Первую строку объяснения начинают со слова «где» без двоеточия после него.

Формулы и уравнения следует выделять из текста свободными строками. Если уравнение не умещается в одну строку, оно должно быть перенесено после знака равенства (=) или после знака (+), минус (–), умножения (х) и деления (:).

Формулы нумеруют арабскими цифрами в пределах всей курсовой работы (реферата) или главы. В пределах реферата используют нумерацию формул одинарную, в пределах главы – двойную. Номер указывают с правой стороны листа на уровне формулы в круглых скобках.

В тексте ссылки на формулы приводятся с указанием их порядковых номеров, например: «…в формуле (2.2)» (второй формуле второй главы).

## Иллюстрации

Иллюстрации позволяют наглядно представить явление или предмет такими, какими мы их зрительно воспринимаем, но без лишних деталей и подробностей.

Основными видами иллюстраций являются схемы, диаграммы и графики.

**Схема** – это изображение, передающее обычно с помощью условных обозначений и без соблюдения масштаба основную идею какого-либо устройства, предмета, сооружения или процесса и показывающее взаимосвязь их главных элементов.

**Диаграмма** – один из способов изображения зависимости между величинами. Наибольшее распространение получили линейные, столбиковые и секторные диаграммы.

Для построения линейных диаграмм используется координатное поле. По горизонтальной оси в изображенном масштабе откладывается время или факториальные признаки, на вертикальной – показатели на определенный момент (период) времени или размеры результативного независимого признака. Вершины ординат соединяются отрезками – в результате получается ломаная линия.

На столбиковых диаграммах данные изображаются в виде прямоугольников (столбиков) одинаковой ширины, расположенных вертикально или горизонтально. Длина (высота) прямоугольников пропорциональна изображенным ими величинам.

Секторная диаграмма представляет собой круг, разделенный на секторы, величины которых пропорциональны величинам частей изображаемого явления.

**График** – это результат обработки числовых данных. Он представляет собой условные изображения величин и их соотношений через геометрические фигуры, точки и линии.

Количество иллюстраций в работе должно быть достаточным для пояснения излагаемого текста.

Иллюстрации обозначаются словом «Рис.» и располагаются после первой ссылки на них в тексте так, чтобы их было удобно рассматривать без поворота работы или с поворотом по часовой стрелке. Иллюстрации должны иметь номер и наименование, расположенные по центру, под ней. Иллюстрации нумеруются в пределах главы арабскими цифрами, например: «Рис. 1.1» (первый рисунок первой главы). Ссылки на иллюстрации в тексте реферата приводят с указанием их порядкового номера, например: «…на рис. 1.1».

При необходимости иллюстрации снабжаются поясняющими данными (подрисуночный текст).

## Приложения

Приложение – это часть основного текста, которая имеет дополнительное (обычно справочное) значение, но, тем не менее, необходима для более полного освещения темы. По форме они могут представлять собой текст, таблицы, графики, карты. В приложении помещают вспомогательные материалы по рассматриваемой теме: инструкции, методики, положения, результаты промежуточных расчетов, типовые проекты, имеющие значительный объем, затрудняющий чтение и целостное восприятие текста. В этом случае в тексте приводятся основные выводы (результаты) и делается ссылка на приложение, содержащее соответствующую информацию. Каждое приложение должно начинаться с новой страницы. В правом верхнем углу листа пишут слово «Приложение» и указывают номер приложения. Если в реферате больше одного приложения, их нумеруют последовательно арабскими цифрами, например: «Приложение 1», «Приложение 2» и т. д.

Каждое приложение должно иметь заголовок, который помещают ниже слова «Приложение» над текстом приложения, по центру.

При ссылке на приложение в тексте реферата пишут сокращенно строчными буквами «прил.» и указывают номер приложения, например: «…в прил. 1».

Приложения оформляются как продолжение текстовой части реферата со сквозной нумерацией листов. Число страниц в приложении не лимитируется и не включается в общий объем страниц реферата.

## Библиографический список

Библиографический список должен содержать перечень и описание только тех источников, которые были использованы при написании реферата.

В библиографическом списке должны быть представлены монографические издания отечественных и зарубежных авторов, материалы профессиональной периодической печати (экономических журналов, газет и еженедельников), законодательные и др. нормативно-правовые акты. При составлении списка необходимо обратить внимание на достижение оптимального соотношения между монографическими изданиями, характеризующими глубину теоретической подготовки автора, и периодикой, демонстрирующей владение современными экономическими данными.

Наиболее распространенным способом расположения наименований литературных источников является алфавитный. Работы одного автора перечисляются в алфавитном порядке их названий. Исследования на иностранных языках помещаются в порядке латинского алфавита после исследований на русском языке.

Ниже приводятся примеры библиографических описаний использованных источников.

**Статья одного, двух или трех авторов из журнала**

*Зотова Л. А., Еременко О. В.* Инновации как объект государственного регулирования // Экономист. 2010. № 7. С. 17–19.

**Статья из журнала, написанная более чем тремя авторами**

*Валютный курс и экономический рост* / С. Ф. Алексашенко, А. А. Клепач, О. Ю. Осипова [и др.] // Вопросы экономики. 2010. № 8. С. 18–22.

**Книга, написанная одним, двумя или тремя авторами**

*Иохин В. Я.* Экономическая теория: учебник. М.: Юристъ, 2009. 178 с.

**Книга, написанная более чем тремя авторами**

*Экономическая теория:* учебник / В. Д. Камаев [и др.]. М.: ВЛАДОС, 2011. 143 с.

**Сборники**

*Актуальные проблемы экономики и управления*: сборник научных статей. Екатеринбург: УГГУ, 2010. Вып. 9. 146 с.

**Статья из сборника**

*Данилов А. Г.* Система ценообразования промышленного предприятия // Актуальные проблемы экономики и управления: сб. научных статей. Екатеринбург: УГГУ, 2010. Вып. 9. С. 107–113.

**Статья из газеты**

*Крашаков А. С.* Будет ли обвал рубля // Аргументы и факты. 2011. № 9. С. 3.

## Библиографические ссылки

Библиографические ссылки требуется приводить при цитировании, заимствовании материалов из других источников, упоминании или анализе работ того или иного автора, а также при необходимости адресовать читателя к трудам, в которых рассматривался данный вопрос.

Ссылки должны быть затекстовыми, с указанием номера соответствующего источника (на который автор ссылается в работе) в соответствии с библиографическим списком и соответствующей страницы.

**Пример оформления затекстовой ссылки**

Ссылка в тексте: «При оценке стоимости земли необходимо учесть все возможности ее производственного использования» [17, С. 191].

В списке использованных источников:

17. *Борисов Е. Ф.* Основы экономики. М.: Юристъ, 2008. 308 с.

## ОРГАНИЗАЦИЯ ЗАЩИТЫ РЕФЕРАТА

Необходимо заранее подготовить тезисы выступления (план-конспект).

Порядок защиты реферата.

1. Краткое сообщение, характеризующее цель и задачи работы, ее актуальность, полученные результаты, вывод и предложения.
2. Ответы магистранта на вопросы преподавателя.
3. Отзыв руководителя-консультанта о ходе выполнения работы.

**Советы магистранту:**

- Готовясь к защите реферата, вы должны вспомнить материал максимально подробно, и это должно найти отражение в схеме вашего ответа. Но тут же необходимо выделить главное, что наиболее важно для понимания материала в целом, иначе вы сможете проговорить все 15-20 минут и не раскрыть существа вопроса. Особенно строго следует отбирать примеры и иллюстрации.
- Вступление должно быть очень кратким – 1-2 фразы (если вы хотите подчеркнуть при этом важность и сложность данного вопроса, то не говорите, что он сложен и важен, а покажите его сложность и важность).
- Целесообразнее вначале показать свою схему раскрытия вопроса, а уж потом ее детализировать.
- Рассказывать будет легче, если вы представите себе, что объясняете материал очень способному и хорошо подготовленному человеку, который не знает именно этого раздела, и что при этом вам обязательно нужно доказать важность данного раздела и заинтересовать в его освоении.
- Строго следите за точностью своих выражений и правильностью употребления терминов.
- Не пытайтесь рассказать побольше за счет ускорения темпа, но и не мямлите.
- Не демонстрируйте излишнего волнения и не напрашивайтесь на сочувствие.
- Будьте особенно внимательны ко всем вопросам преподавателя, к малейшим его замечаниям. И уж ни в коем случае его не перебивайте!
- Не бойтесь дополнительных вопросов – чаще всего преподаватель использует их как один из способов помочь вам или сэкономить время. Если вас прервали, а при оценке ставят в вину пропуск важной части материала, не возмущайтесь, а покажите план своего ответа, где эта часть стоит несколько позже того, на чем вы были прерваны.
- Прежде чем отвечать на дополнительный вопрос, необходимо сначала правильно его понять. Для этого нужно хотя бы немного подумать, иногда переспросить, уточнить: правильно ли вы поняли поставленный вопрос. И при ответе следует соблюдать тот же принцип экономности мышления, а не высказывать без разбора все, что вы можете сказать.
- Будьте доброжелательны и тактичны, даже если к ответу вы не готовы (это вина не преподавателя, а ваша).

**ТЕМЫ РЕФЕРАТА**

1. Общение как социально-психологическая категория.
2. Коммуникативная культура в деловом общении.
3. Условия общения и причины коммуникативных неудач.
4. Роль невербальных компонентов в речевом общении.
5. Речевой этикет, его основные функции и правила.
6. Причины отступлений от норм в речи, типы речевых ошибок, пути их устранения и предупреждения.
7. Деловая беседа (цели, задачи, виды, структура).
8. Особенности телефонного разговора.
9. Новые тенденции в практике русского делового письма.
10. Культура дискутивно-полемической речи. Виды споров, приемы и уловки в споре
11. Основные правила эффективного общения.
12. Личность как субъект общения. Коммуникативная компетентность личности.
13. Конфликтное поведение и причины его возникновения в деструктивном взаимодействии.
14. Деловое общение и управление им.
15. Отношения сотрудничества и конфликта в представлениях российских работников.
16. Реформы в России и проблемы общения молодого поколения и работодателей.
17. Культура речи в деловом общении.
18. Содержание закона конгруэнтности и его роль в деловом общении.
19. Этика использования средств выразительности деловой речи.
20. Особенности речевого поведения.
21. Культура устной и письменной речи делового человека в современной России.
22. Вербальные конфликтогены в практике современного российского общества.
23. Этические нормы телефонного разговора.
24. Основные тенденции развития Российской деловой культуры.
25. Характеристика манипуляций в общении.
26. Приемы, стимулирующие общение и создание доверительных отношений.
27. Правила подготовки публичного выступления.
28. Правила подготовки и проведения деловой беседы.
29. Типология конфликтных личностей и способы общения с ними.
30. Этикет и имидж делового человека.

# ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к *зачету* по дисциплине «*Средства коммуникации в учебной и профессиональной деятельности*» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «*Средства коммуникации в учебной и профессиональной деятельности*».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете*(в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к *зачету* на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**УТВЕРЖДАЮ**
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А.Упоров

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

# ФТД.03 ОСНОВЫ СОЦИАЛЬНОЙ АДАПТАЦИИ И ПРАВОВЫХ ЗНАНИЙ

Специальность

***21.05.03 Технология геологической разведки***

Екатеринбург

**СОДЕРЖАНИЕ**


| | | |
|---|---|---|
| | Введение | 3 |
| 1 | Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий | 5 |
| 2 | Методические указания по подготовке к опросу | 9 |
| 3 | Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям | 11 |
| 4 | Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям | 13 |
| 5 | Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов | 14 |
| | Заключение | 17 |
| | Список использованных источников | 18 |

# ВВЕДЕНИЕ

***Самостоятельная работа студентов*** может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитияисследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

*Аудиторная самостоятельная работа* по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

*Внеаудиторная самостоятельная работа* - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

Подразумевается несколько категорий видов самостоятельной работы студентов, значительная часть которых нашла отражения в данных методических рекомендациях:

- работа с источниками литературы и официальными документами (*использование библиотечно-информационной системы*);
- выполнение заданий для самостоятельной работы в рамках учебных дисциплин (*рефераты, эссе, домашние задания, решения практико-ориентированных заданий*);

- реализация элементов научно-педагогической практики (*разработка методических материалов, тестов, тематических портфолио*);
- реализация элементов научно-исследовательской практики (*подготовка текстов докладов, участие в исследованиях*).

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентовonline и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

## 1. Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий

***Практико-ориентированные задания - метод анализа ситуаций***. Суть его заключается в том, что студентам предлагают осмыслить реальную жизненную ситуацию, описание которой одновременно отражает не только какую-либо практическую проблему, но и актуализирует определенный комплекс знаний, который необходимо усвоить при разрешении данной проблемы. При этом сама проблема не имеет однозначных решений.

Использование метода практико-ориентированного задания как образовательной технологии профессионально-ориентированного обучения представляет собой сложный процесс, плохо поддающийся алгоритмизации [1] . Формально можновыделить следующиеэтапы:

- ознакомление студентовс текстом;
- анализ практико-ориентированного задания;
- организация обсуждения практико-ориентированного задания, дискуссии, презентации;
- оценивание участников дискуссии;
- подведение итогов дискуссии.

Ознакомление студентов с текстом практико-ориентированного задания и последующий анализ практико-ориентированного задания чаще всего осуществляются за несколько дней до его обсуждения и реализуются как самостоятельная работа студентов; при этом время, отводимое на подготовку, определяется видом практико-ориентированного задания, его объемом и сложностью.

Общая схема работы с практико-ориентированное заданием на данном этапе может быть представлена следующим образом: в первую очередь следует выявить ключевые проблемы практико-ориентированного задания и понять, какие именно из представленных данных важны для решения; войти в ситуационный контекст практико-ориентированного задания, определить, кто его главные действующие лица, отобрать факты и понятия, необходимые для анализа, понять, какие трудности могут возникнуть при решении задачи; следующим этапом является выбор метода исследования.

Знакомство с небольшими практико-ориентированного заданиями и их обсуждение может быть организовано непосредственно на занятиях. Принципиально важным в этом случае является то, чтобы часть теоретического курса, на которой базируется практико-ориентированное задание, была бы прочитана и проработана студентами.

Максимальная польза из работы над практико-ориентированного заданиями будет извлечена в том случае, если аспиранты при предварительном знакомстве с ними будут придерживаться систематического подхода к их анализу, основные шаги которого представлены ниже:

1. Выпишите из соответствующих разделов учебной дисциплины ключевые идеи, для того, чтобы освежить в памяти теоретические концепции и подходы, которые Вам предстоит использовать при анализе практико-ориентированного задания.
2. Бегло прочтите практико-ориентированное задание, чтобы составить о нем общее представление.
3. Внимательно прочтите вопросы к практико-ориентированное задание и убедитесь в том, что Вы хорошо поняли, что Вас просят сделать.
4. Вновь прочтите текст практико-ориентированного задания, внимательно фиксируя все факторы или проблемы, имеющие отношение к поставленным вопросам.
5. Прикиньте, какие идеи и концепции соотносятся с проблемами, которые Вам предлагается рассмотреть при работе с практико-ориентированное заданием.

---

[1] Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

Организация обсуждения практико-ориентированного задания предполагает формулирование перед студентами вопросов, включение их в дискуссию. Вопросы обычно подготавливают заранее и предлагают студентам вместе с текстом практико-ориентированного задания. При разборе учебной ситуации преподаватель может занимать активную или пассивную позицию, иногда он «дирижирует» разбором, а иногда ограничивается подведением итогов дискуссии.

Организация обсуждения практико-ориентированных заданий обычно основывается на двух методах. Первый из них носит название традиционного Гарвардского метода - открытая дискуссия. Альтернативным методом является метод, связанный с индивидуальным или групповым опросом, в ходе которого аспиранты делают формальную устную оценку ситуации и предлагают анализ представленного практико-ориентированного задания, свои решения и рекомендации, т.е. делают презентацию. Этот метод позволяет некоторым студентам минимизировать их учебные усилия, поскольку каждый аспирант опрашивается один- два раза за занятие. Метод развивает у студентов коммуникативные навыки, учит их четко выражать свои мысли. Однако, этот метод менее динамичен, чем Гарвардский метод. В открытой дискуссии организация и контроль участников более сложен.

***Дискуссия*** занимает центральное место в методе. Ее целесообразно использовать в том случае, когда аспиранты обладают значительной степенью зрелости и самостоятельности мышления, умеют аргументировать, доказывать и обосновывать свою точку зрения. Важнейшей характеристикой дискуссии является уровень ее компетентности, который складывается из компетентности ее участников. Неподготовленность студентов к дискуссии делает ее формальной, превращает в процесс вытаскивания ими информации у преподавателя, а не самостоятельное ее добывание.

Особое место в организации дискуссии при обсуждении и анализе практико-ориентированного задания принадлежит использованию метода генерации идей, получившего название «мозговой атаки» или «мозгового штурма».

***Метод «мозговой атаки»*** или «мозгового штурма» был предложен в 30-х годах прошлого столетия А. Осборном как групповой метод решения проблем. К концу XX столетия этот метод приобрел особую популярность в практике управления и обучения не только как самостоятельный метод, но и как использование в процессе деятельности с целью усиления ее продуктивности. В процессе обучения «мозговая атака» выступает в качестве важнейшего средства развития творческой активности студентов. «Мозговая атака» включает в себя три фазы.

Первая фаза представляет собой вхождение в психологическую раскованность, отказ от стереотипности, страха показаться смешным и неудачником; достигается созданием благоприятной психологической обстановки и взаимного доверия, когда идеи теряют авторство, становятся общими. Основная задача этой фазы - успокоиться и расковаться.

Вторая фаза - это собственно атака; задача этой фазы - породить поток, лавину идей. «Мозговая атака» в этой фазе осуществляется по следующим принципам:

- есть идея, - говорю, нет идеи, - не молчу;
- поощряется самое необузданное ассоциирование, чем более дикой покажется идея, тем лучше;
- количество предложенных идей должно быть как можно большим;
- высказанные идеи разрешается заимствовать и как угодно комбинировать, а также видоизменять и улучшать;
- исключается критика, можно высказывать любые мысли без боязни, что их признают плохими, критикующих лишают слова;
- не имеют никакого значения социальные статусы участников; это абсолютная демократия и одновременно авторитаризм сумасшедшей идеи;
- все идеи записываются в протокольный список идей;

• время высказываний - не более 1-2 минут.

Третья фаза представляет собой творческий анализ идей с целью поиска конструктивного решения проблемы по следующим правилам:

- анализировать все идеи без дискриминации какой-либо из них;
- найти место идее в системе и найти систему под идею;
- не умножать сущностей без надобности;
- не должна нарушаться красота и изящество полученного результата;
- должно быть принципиально новое видение;
- ищи «жемчужину в навозе».

В методе мозговая атака применяется при возникновении у группы реальных затруднений в осмыслении ситуации, является средством повышения активности студентов. В этом смысле мозговая атака представляется не как инструмент поиска новых решений, хотя и такая ее роль не исключена, а как своеобразное «подталкивание» к познавательной активности.

***Презентация,*** или представление результатов анализа практико-ориентированного задания, выступает очень важным аспектом метода ***case-study***. Умение публично представить интеллектуальный продукт, хорошо его рекламировать, показать его достоинства и возможные направления эффективного использования, а также выстоять под шквалом критики, является очень ценным интегральным качеством современного специалиста. Презентация оттачивает многие глубинные качества личности: волю, убежденность, целенаправленность, достоинство и т.п.; она вырабатывает навыки публичного общения, формирования своего собственного имиджа.

Публичная (устная) презентация предполагает представление решений практико-ориентированного задания группе, она максимально вырабатывает навыки публичной деятельности и участия в дискуссии. Устная презентация обладает свойством кратковременного воздействия на студентов и, поэтому, трудна для восприятия и запоминания. Степень подготовленности выступающего проявляется в спровоцированной им дискуссии: для этого необязательно делать все заявления очевидными и неопровержимыми. Такая подача материала при анализе практико-ориентированного задания может послужить началом дискуссии. При устной презентации необходимо учитывать эмоциональный настрой выступающего: отношение и эмоции говорящего вносят существенный вклад в сообщение. Одним из преимуществ публичной (устной) презентации является ее гибкость. Оратор может откликаться на изменения окружающей обстановки, адаптировать свой стиль и материал, чувствуя настроение аудитории.

Непубличная презентация менее эффектна, но обучающая роль ее весьма велика. Чаще всего непубличная презентация выступает в виде подготовки отчета по выполнению задания, при этом стимулируются такие качества, как умение подготовить текст, точно и аккуратно составить отчет, не допустить ошибки в расчетах и т.д. Подготовка письменного анализа практико-ориентированного задания аналогична подготовке устного, с той разницей, что письменные отчеты-презентации обычно более структурированы и детализированы. Основное правило письменного анализа практико-ориентированного задания заключается в том, чтобы избегать простого повторения информации из текста, информация должна быть представлена в переработанном виде. Самым важным при этом является собственный анализ представленного материала, его соответствующая интерпретация и сделанные предложения. Письменный отчет - презентация может сдаваться по истечении некоторого времени после устной презентации, что позволяет студентам более тщательно проанализировать всю информацию, полученную в ходе дискуссии.

Как письменная, так и устная презентация результатов анализа практико-ориентированного задания может быть групповая и индивидуальная. Отчет может быть индивидуальным или групповым в зависимости от сложности и объема задания.

Индивидуальная презентация формирует ответственность, собранность, волю; групповая - аналитические способности, умение обобщать материал, системно видеть проект.

Оценивание участников дискуссии является важнейшей проблемой обучения посредством метода практико-ориентированного задания. При этом выделяются следующие требования к оцениванию:

- объективность - создание условий, в которых бы максимально точно выявлялись знания обучаемых, предъявление к ним единых требований, справедливое отношение к каждому;
- обоснованность оценок - их аргументация;
- систематичность - важнейший психологический фактор, организующий и дисциплинирующий студентов, формирующий настойчивость и устремленность в достижении цели;
- всесторонность и оптимальность.

Оценивание участников дискуссии предполагает оценивание не столько набора определенных знаний, сколько умения студентов анализировать конкретную ситуацию, принимать решение, логически мыслить.

Следует отметить, что оценивается содержательная активность студента в дискуссии или публичной (устной) презентации, которая включает в себя следующие составляющие:

- выступление, которое характеризует попытку серьезного предварительного
- анализа (правильность предложений, подготовленность,
- аргументированность и т.д.);
- обращение внимания на определенный круг вопросов, которые требуют углубленного обсуждения;
- владение категориальным аппаратом, стремление давать определения, выявлять содержание понятий;
- демонстрация умения логически мыслить, если точки зрения, высказанные раньше, подытоживаются и приводят к логическим выводам;
- предложение альтернатив, которые раньше оставались без внимания;
- предложение определенного плана действий или плана воплощения решения;
- определение существенных элементов, которые должны учитываться при анализе практико-ориентированного задания;
- заметное участие в обработке количественных данных, проведении расчетов;
- подведение итогов обсуждения.

При оценивании анализа практико-ориентированного задания, данного студентами при непубличной (письменной) презентации учитывается:

- формулировка и анализ большинства проблем, имеющихся в практико-ориентированное задание;
- формулировка собственных выводов на основании информации о практико-ориентированное задание, которые отличаются от выводов других студентов;
- демонстрация адекватных аналитических методов для обработки информации;
- соответствие приведенных в итоге анализа аргументов ранее выявленным проблемам, сделанным выводам, оценкам и использованным аналитическим методам.

## 2. Методические указанияпо подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

***Письменный опрос***

В соответствии с технологической картой письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента по данной дисциплине. При подготовке к письменному опросу студент должен внимательно изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

***Устный опрос***

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются дляосвещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии[2].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубинаответа.
3. Сознательность ответа(учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложенияматериала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременностьи эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использованиедополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).

[2]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[3].

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. В среднем, подготовка к устному опросу по одному семинарскому занятию занимает от 2 до 4 часов в зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

[3]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

## 3.Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

На практических занятиях необходимо стремиться к самостоятельному решению задач, находя для этого более эффективные методы. При этом студентам надо приучить себя доводить решения задач до конечного «идеального» ответа. Это очень важно для будущих специалистов. Практические занятия вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

Практическое занятие – активная форма учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помощь обучающимся освоиться в «пространстве» (тематике) дисциплины, самостоятельно прооперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале.

Продолжительность одного практического занятия – от 2 до 4 академических часов. Общая доля практических занятий в учебном времени на дисциплину – от 10 до 20 процентов (при условии, что все активные формы займут в учебном времени на дисциплину от 40 до 60 процентов).

Для практического занятия в качестве темы выбирается обычно такая учебная задача, которая предполагает не существенные эвристические и аналитические напряжения и продвижения, а потребность обучающегося «потрогать» материал, опознать в конкретном то общее, о чем говорилось в лекции. Например, при рассмотрении вопросов оплаты труда, мотивации труда и проблем безработицы в России имеет смысл провести практические занятия со следующими сюжетами заданий: «Расчет заработной платы работников предприятия». «Разработка механизма мотивации труда на предприятии N». «В чем причины и особенности безработицы в России?». Последняя тема предполагает уже некоторую аналитическую составляющую. Основная задача первой из этих тем - самим посчитать заработную плату для различных групп работников на примере заданных параметров для конкретного предприятия, т. е. сделать расчеты «как на практике»; второй – дать собственный вариант мотивационной политики для предприятия, учитывая особенности данного объекта, отрасли и т.д.; третьей – опираясь на теоретические знания в области проблем занятости и безработицы, а также статистические материалы, сделать авторские выводы о видах безработицы, характерных для России, и их причинах, а также предложить меры по минимизации безработицы.

Перед проведением занятия должен быть подготовлен специальный материал – тот объект, которым обучающиеся станут оперировать, активизируя свои теоретические (общие) знания и тем самым, приобретая навыки выработки уверенных суждений и осуществления конкретных действий.

Дополнительный материал для практического занятия лучше получить у преподавателя заранее, чтобы у студентов была возможность просмотреть его и подготовить вопросы.

Условия должны быть такими, чтобы каждый мог работать самостоятельно от начала до конца. В аудитории должны быть «под рукой» необходимые справочники и тексты законов и нормативных актов по тематике занятия. Чтобы сделать практическое занятие максимально эффективным, надо заранее подготовить и изучить материал по наиболее интересным и практически важным темам.

Особенности практического занятия с использованием компьютера

Для того чтобы повысить эффективность проведения практического занятия, может использоваться компьютер по следующим направлениям:

- поиск информации в Интернете по поставленной проблеме: в этом случае преподаватель представляет обучающимся перечень рекомендуемых для посещения Интернет-сайтов;
- использование прикладных обучающих программ;
- выполнение заданий с использованием обучающимися заранее установленных преподавателем программ;

- использование программного обеспечения при проведении занятий, связанных с моделированием социально-экономических процессов.

## 4.Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой дискуссию в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия (от доски смелом до самых современных технических средств), демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Во время лекций, связанных с темой семинарского занятия, следует обращать внимание на то, что необходимо дополнительно изучить при подготовке к семинару (новые официальные документы, статьи в периодических журналах, вновь вышедшие монографии и т.д.).

## 5.Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

***Экзамен*** - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на то, что это не

попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины, Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать,

подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальным сон. Подготовка к экзамену не должна идти в ущерб сну, иначе в день экзамена не будет чувства свежести и бодрости, необходимых для хороших ответов. Вечер накануне экзамена рекомендуем закончить небольшой прогулкой.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильнаяорганизация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическаясамостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестноевыполнение заданий;

3) выяснениеи уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брандес М. П. Немецкий язык. Переводческое реферирование: практикум. М.: КДУ, 2008. – 368с.

2. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

3. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

4. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности: Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

5. Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа:http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf