МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Б1.О.01 ФИЛОСОФИЯ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Профиль
Технологическая безопасность и горноспасательное дело

форма обучения: **очная, заочная**

год набора: 2021

Автор: Гладкова И. В., доцент, канд. филос. н.

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрена методической комиссией
Философии и культурологии	Горно-технологического факультета
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Беляев В.П.	Колчина Н. В.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол №1 от 14.09.2020	Протокол №2 от 12.10.2020
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по работе с текстом лекций	5
2	Методические рекомендации по подготовке к опросу	8
3	Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)	9
4	Методические рекомендации по написанию эссе	11
5	Методические рекомендации по подготовке к семинарским занятиям	14
6	Методические рекомендации по подготовке к дискуссии	15
7	Методические рекомендации по написанию реферата	17
8	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	19
	Заключение	21
	Список использованных источников	22

ВВЕДЕНИЕ

Инициативная самостоятельная работа студента есть неотъемлемая составная часть учебы в вузе. В современном формате высшего образования значительно возрастает роль самостоятельной работы студента. Правильно спланированная и организованная самостоятельная работа обеспечивает достижение высоких результатов в учебе.

Самостоятельная работа студента (СРС) - это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, при сохранении ведущей роли студентов.

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности. Ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровней. Самостоятельная работа студента – важнейшая составная часть учебного процесса, обязательная для каждого студента, объем которой определяется учебным планом. Методологическую основу СРС составляет деятельностный подход, при котором цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, т. е. на реальные ситуации, в которых студентам надо проявить знание конкретной дисциплины. Предметно и содержательно СРС определяется государственным образовательным стандартом, действующими учебными планами и образовательными программами различных форм обучения, рабочими программами учебных дисциплин, средствами обеспечения СРС: учебниками, учебными пособиями и методическими руководствами, учебно-программными комплексами и т.д.

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

Самостоятельная работа студента - это особым образом организованная деятельность, включающая в свою структуру такие компоненты, как:

- уяснение цели и поставленной учебной задачи;
- четкое и системное планирование самостоятельной работы;
- поиск необходимой учебной и научной информации;
- освоение информации и ее логическая переработка;

- использование методов исследовательской, научно-исследовательской работы для решения поставленных задач;
- выработка собственной позиции по поводу полученной задачи;
- представление, обоснование и защита полученного решения;
- проведение самоанализа и самоконтроля.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию: текущие консультации, коллоквиум, прием и разбор домашних заданий и другие.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия: подготовка презентаций, составление глоссария, подготовка к практическим занятиям, подготовка рецензий, аннотаций на статью, подготовка к дискуссиям, круглым столам.

СРС может включать следующие формы работ:

- изучение лекционного материала;
- работа с источниками литературы: поиск, подбор и обзор литературы и электронных источников информации по заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий, выдаваемых на практических занятиях: тестов, докладов, контрольных работ и других форм текущего контроля;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение; подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе или коллоквиуму;
- подготовка к зачету, экзамену, другим аттестациям;
- написание реферата, эссе по заданной проблем;
- выполнение расчетно-графической работы;
- выполнение выполнение курсовой работы или проекта;
- анализ научной публикации по определенной преподавателем теме, ее реферирование;
- исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения. Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

Подготовка к самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

1. Методические рекомендации по работе с текстом лекций

На лекционных занятиях необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на формулировки, определения, раскрывающие содержание тех или иных понятий, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском мастерстве. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента, и помогает усвоить учебный материал.

Желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений, фиксировать вопросы, вызывающие личный интерес, варианты ответов на них, сомнения, проблемы, спорные положения. Рекомендуется вести записи на одной стороне листа, оставляя вторую сторону для размышлений, разборов, вопросов, ответов на них, для фиксирования деталей темы или связанных с ней фактов, которые припоминаются самим студентом в ходе слушания.

Слушание лекций - сложный вид интеллектуальной деятельности, успех которой обусловлен *умением слушать*, и стремлением воспринимать материал, нужное записывая в тетрадь. Запись лекции помогает сосредоточить внимание на главном, в ходе самой лекции продумать и осмыслить услышанное, осознать план и логику изложения материала преподавателем.

Такая работа нередко вызывает трудности у студентов: некоторые стремятся записывать все дословно, другие пишут отрывочно, хаотично. Чтобы избежать этих ошибок, целесообразно придерживаться ряда правил.

1. После записи ориентирующих и направляющих внимание данных (тема, цель, план лекции, рекомендованная литература) важно попытаться проследить, как они раскрываются в содержании, подкрепляются формулировками, доказательствами, а затем и выводами.

2. Записывать следует основные положения и доказывающие их аргументы, наиболее яркие примеры и факты, поставленные преподавателем вопросы для самостоятельной проработки.

3. Стремиться к четкости записи, ее последовательности, выделяя темы, подтемы, вопросы и подвопросы, используя цифровую и буквенную нумерацию (римские и арабские цифры, большие и малые буквы), красные строки, выделение абзацев, подчеркивание главного и т.д.

Форма записи материала может быть различной - в зависимости от специфики изучаемого предмета. Это может быть стиль учебной программы (назывные предложения), уместны и свои краткие пояснения к записям.

Студентам не следует подробно записывать на лекции «все подряд», но обязательно фиксировать то, что преподаватели диктуют – это базовый конспект, содержащий основные положения лекции: определения, выводы, параметры, критерии, аксиомы, постулаты, парадигмы, концепции, ситуации, а также мысли-маяки (ими часто являются афоризмы, цитаты, остроумные изречения). Запись лекции лучше вести в сжатой форме, короткими и четкими фразами. Каждому студенту полезно выработать свою систему сокращений, в которой он мог бы разобраться легко и безошибочно.

Даже отлично записанная лекция предполагает дальнейшую самостоятельную работу над ней (осмысление ее содержания, логической структуры, выводов). С целью доработки конспекта лекции необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить описки, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополняя и исправляя свои записи. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект. Доработанный конспект и

рекомендуемая литература используется при подготовке к практическому занятию. Знание лекционного материала при подготовке к практическому занятию обязательно.

Особенно важно в процессе самостоятельной работы над лекцией выделить новый понятийный аппарат, уяснить суть новых понятий, при необходимости обратиться к словарям и другим источникам, заодно устранив неточности в записях. Главное - вести конспект аккуратно и регулярно, только в этом случае он сможет стать подспорьем в изучении дисциплины.

Работа над лекцией стимулирует самостоятельный поиск ответов на самые различные вопросы: над какими понятиями следует поработать, какие обобщения сделать, какой дополнительный материал привлечь.

Важным средством, направляющим самообразование, является выполнение различных заданий по тексту лекции, например, составление ее развернутого плана или тезисов; ответы на вопросы проблемного характера, (скажем, об основных тенденциях развития той или иной проблемы); составление проверочных тесты по проблеме, написание по ней реферата, составление графических схем.

По своим задачам лекции могут быть разных жанров: *установочная лекция* вводит в изучение курса, предмета, проблем (что и как изучать), а *обобщающая лекция* позволяет подвести итог (зачем изучать), выделить главное, усвоить законы развития знания, преемственности, новаторства, чтобы применить обобщенный позитивный опыт к решению современных практических задач. Обобщающая лекция ориентирует в истории и современном состоянии научной проблемы.

В процессе освоения материалов обобщающих лекций студенты могут выполнять задания разного уровня. Например: задания *репродуктивного* уровня (составить развернутый план обобщающей лекции, составить тезисы по материалам лекции); задания *продуктивного* уровня (ответить на вопросы проблемного характера, составить опорный конспект по схеме, выявить основные тенденции развития проблемы); задания *творческого* уровня (составить проверочные тесты по теме, защитить реферат и графические темы по данной проблеме). Обращение к ранее изученному материалу не только помогает восстановить в памяти известные положения, выводы, но и приводит разрозненные знания в систему, углубляет и расширяет их. Каждый возврат к старому материалу позволяет найти в нем что-то новое, переосмыслить его с иных позиций, определить для него наиболее подходящее место в уже имеющейся системе знаний.

2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента. При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии [1].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[2].

---

[1] Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

[2]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. Объем времени на подготовку к устному опросу зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

3.Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)

Доклад – публичное сообщение по заданной теме, представляющее собой развернутое изложение на определенную тему, вид самостоятельной работы, который используется в учебных и внеаудиторных занятиях и способствует формированию навыков исследовательской работы, освоению методов научного познания, приобретению навыков публичного выступления, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить.

При подготовке доклада используется дополнительная литература, систематизируется материал. Работа над докладом не только позволяет учащемуся приобрести новые знания, но и способствует формированию важных научно-исследовательских навыков самостоятельной работы с научной литературой, что повышает познавательный интерес к научному познанию.

Приветствуется использование мультимедийных технологий, подготовка докладов-презентаций.

Доклад должен соответствовать следующим требованиям:

- тема доклада должна быть согласованна с преподавателем и соответствовать теме занятия;

- иллюстрации (слайды в презентации) должны быть достаточными, но не чрезмерными;

- материалы, которыми пользуется студент при подготовке доклада-презентации, должны соответствовать научно-методическим требованиям ВУЗа и быть указаны в докладе;

- необходимо соблюдать регламент: 7-10 минут выступления.

Преподаватель может дать тему сразу нескольким студентам одной группы, по принципу: докладчик и оппонент. Студенты могут подготовить два выступления с противоположными точками зрения и устроить дискуссию по проблемной теме. Докладчики и содокладчики во многом определяют содержание, стиль, активность данного занятия, для этого необходимо:

- использовать технические средства;
- знать и хорошо ориентироваться в теме всей презентации (семинара);
- уметь дискутировать и быстро отвечать на вопросы;
- четко выполнять установленный регламент: докладчик - 7-10 мин.; содокладчик - 5 мин.; дискуссия - 10 мин;
- иметь представление о композиционной структуре доклада.

После выступления докладчик и содокладчик, должны ответить на вопросы слушателей.

В подготовке доклада выделяют следующие этапы:

1. Определение цели доклада: информировать, объяснить, обсудить что-то (проблему, решение, ситуацию и т. п.)

2. Подбор литературы, иллюстративных примеров.

3. Составление плана доклада, систематизация материала, композиционное оформление доклада в виде печатного /рукописного текста и электронной презентации.

Общая структура доклада

Построение доклада включает три части: вступление, основную часть и заключение.

Вступление.

Вступление должно содержать:

- название презентации (доклада);
- сообщение основной идеи;
- обоснование актуальности обсуждаемого вопроса;

- современную оценку предмета изложения;
- краткое перечисление рассматриваемых вопросов;
- живую интересную форму изложения;
- акцентирование оригинальности подхода.

Основная часть.

Основная часть состоит из нескольких разделов, постепенно раскрывающих тему. Возможно использование иллюстрации (графики, диаграммы, фотографии, карты, рисунки) Если необходимо, для обоснования темы используется ссылка на источники с доказательствами, взятыми из литературы (цитирование авторов, указание цифр, фактов, определений). Изложение материала должно быть связным, последовательным, доказательным.

Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели и заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

Заключение.

Заключение - это ясное четкое обобщение, в котором подводятся итоги, формулируются главные выводы, подчеркивается значение рассмотренной проблемы, предлагаются самые важные практические рекомендации. Требования к оформлению доклада. Объем машинописного текста доклада должен быть рассчитан на произнесение доклада в течение 7 -10 минут (3-5 машинописных листа текста с докладом).

Доклад оценивается по следующим критериям:

Критерии оценки доклада, сообщения	*Количество баллов*
Содержательность, информационная насыщенность доклада	1
Наличие аргументов	1
Наличие выводов	1
Наличие презентации доклада	1
Владение профессиональной лексикой	1
Итого:	5

Электронные презентации выполняются в программе MS PowerPoint в виде слайдов в следующем порядке: • титульный лист с заголовком темы и автором исполнения презентации; • план презентации (5-6 пунктов - это максимум); • основная часть (не более 10 слайдов); • заключение (вывод). Общие требования к стилевому оформлению презентации: • дизайн должен быть простым и лаконичным; • основная цель - читаемость, а не субъективная красота; цветовая гамма должна состоять не более чем из двух-трех цветов; • всегда должно быть два типа слайдов: для титульных и для основного текста; • размер шрифта должен быть: 24–54 пункта (заголовок), 18–36 пунктов (обычный текст); • текст должен быть свернут до ключевых слов и фраз. Полные развернутые предложения на слайдах таких презентаций используются только при цитировании; каждый слайд должен иметь заголовок; • все слайды должны быть выдержаны в одном стиле; • на каждом слайде должно быть не более трех иллюстраций; • слайды должны быть пронумерованы с указанием общего количества слайдов

4. Методические рекомендации по написанию эссе

Эссе - это самостоятельная письменная работа на тему, предложенную преподавателем. Цель эссе состоит в развитии навыков самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных мыслей. Писать эссе чрезвычайно полезно, поскольку это позволяет автору научиться четко и грамотно формулировать мысли, структурировать информацию, использовать основные категории анализа, выделять причинно-следственные связи, иллюстрировать понятия соответствующими примерами, аргументировать свои выводы; овладеть научным стилем речи.

Эссе должно содержать: четкое изложение сути поставленной проблемы, включать самостоятельно проведенный анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария, рассматриваемого в рамках дисциплины, выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме. В зависимости от специфики дисциплины формы эссе могут значительно дифференцироваться. В некоторых случаях это может быть анализ имеющихся статистических данных по изучаемой проблеме, анализ материалов из средств массовой информации и использованием изучаемых моделей, подробный разбор предложенной задачи с развернутыми мнениями, подбор и детальный анализ примеров, иллюстрирующих проблему и т.д.

Построение эссе - это ответ на вопрос или раскрытие темы, которое основано на классической системе доказательств.

Структура эссе

1. *Титульный лист* (заполняется по единой форме);

2. *Введение* - суть и обоснование выбора данной темы, состоит из ряда компонентов, связанных логически и стилистически.

На этом этапе очень важно правильно *сформулировать вопрос, на который вы собираетесь найти ответ в ходе своего исследования.*

3. *Основная часть* - теоретические основы выбранной проблемы и изложение основного вопроса.

Данная часть предполагает развитие аргументации и анализа, а также обоснование их, исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. В этом заключается основное содержание эссе и это представляет собой главную трудность. Поэтому важное значение имеют подзаголовки, на основе которых осуществляется структурирование аргументации; именно здесь необходимо обосновать (логически, используя данные или строгие рассуждения) предлагаемую аргументацию/анализ. Там, где это необходимо, в качестве аналитического инструмента можно использовать графики, диаграммы и таблицы.

В зависимости от поставленного вопроса анализ проводится на основе следующих категорий:

Причина - следствие, общее - особенное, форма - содержание, часть - целое, постоянство - изменчивость.

В процессе построения эссе необходимо помнить, что один параграф должен содержать только одно утверждение и соответствующее доказательство, подкрепленное графическим и иллюстративным материалом. Следовательно, наполняя содержанием разделы аргументацией (соответствующей подзаголовкам), необходимо в пределах параграфа ограничить себя рассмотрением одной главной мысли.

Хорошо проверенный (и для большинства — совершено необходимый) способ построения любого эссе - использование подзаголовков для обозначения ключевых моментов аргументированного изложения: это помогает посмотреть на то, что предполагается сделать (и ответить на вопрос, хорош ли замысел). Такой подход поможет следовать точно определенной цели в данном исследовании. Эффективное использование подзаголовков - не только обозначение основных пунктов, которые необходимо осветить.

Их последовательность может также свидетельствовать о наличии или отсутствии логичности в освещении темы.

4. *Заключение* - обобщения и аргументированные выводы по теме с указанием области ее применения и т.д. Подытоживает эссе или еще раз вносит пояснения, подкрепляет смысл и значение изложенного в основной части. Методы, рекомендуемые для составления заключения: повторение, иллюстрация, цитата, впечатляющее утверждение. Заключение может содержать такой очень важный, дополняющий эссе элемент, как указание на применение (импликацию) исследования, не исключая взаимосвязи с другими проблемами.

Структура аппарата доказательств, необходимых для написания эссе

Доказательство - это совокупность логических приемов обоснования истинности какого-либо суждения с помощью других истинных и связанных с ним суждений. Оно связано с убеждением, но не тождественно ему: аргументация или доказательство должны основываться на данных науки и общественно-исторической практики, убеждения же могут быть основаны на предрассудках, неосведомленности людей в вопросах экономики и политики, видимости доказательности. Другими словами, доказательство или аргументация - это рассуждение, использующее факты, истинные суждения, научные данные и убеждающее нас в истинности того, о чем идет речь.

Структура любого доказательства включает в себя три составляющие: тезис, аргументы и выводы или оценочные суждения.

Тезис - это положение (суждение), которое требуется доказать. *Аргументы* - это категории, которыми пользуются при доказательстве истинности тезиса. *Вывод* - это мнение, основанное на анализе фактов. *Оценочные суждения* - это мнения, основанные на наших убеждениях, верованиях или взглядах. *Аргументы* обычно делятся на следующие группы:

1. *Удостоверенные факты* — фактический материал (или статистические данные).
2. *Определения* в процессе аргументации используются как описание понятий, связанных с тезисом.
3. *Законы* науки и ранее доказанные теоремы тоже могут использоваться как аргументы доказательства.

Требования к фактическим данным и другим источникам

При написании эссе чрезвычайно важно то, как используются эмпирические данные и другие источники (особенно качество чтения). Все (фактические) данные соотносятся с конкретным временем и местом, поэтому прежде, чем их использовать, необходимо убедится в том, что они соответствуют необходимому для исследований времени и месту. Соответствующая спецификация данных по времени и месту — один из способов, который может предотвратить чрезмерное обобщение, результатом которого может, например, стать предположение о том, что все страны по некоторым важным аспектам одинаковы (если вы так полагаете, тогда это должно быть доказано, а не быть голословным утверждением).

Всегда можно избежать чрезмерного обобщения, если помнить, что в рамках эссе используемые данные являются иллюстративным материалом, а не заключительным актом, т.е. они подтверждают аргументы и рассуждения и свидетельствуют о том, что автор умеет использовать данные должным образом. Нельзя забывать также, что данные, касающиеся спорных вопросов, всегда подвергаются сомнению. От автора не ждут определенного или окончательного ответа. Необходимо понять сущность фактического материала, связанного с этим вопросом (соответствующие индикаторы? насколько надежны данные для построения таких индикаторов? к какому заключению можно прийти на основании имеющихся данных и индикаторов относительно причин и следствий? и т.д.), и продемонстрировать это в эссе. Нельзя ссылаться на работы, которые автор эссе не читал сам.

Как подготовить и написать эссе?

Качество любого эссе зависит от трех взаимосвязанных составляющих, таких как:

1. Исходный материал, который будет использован (конспекты прочитанной литературы, лекций, записи результатов дискуссий, собственные соображения и накопленный опыт по данной проблеме).

2. Качество обработки имеющегося исходного материала (его организация, аргументация и доводы).

3. Аргументация (насколько точно она соотносится с поднятыми в эссе проблемами).

Процесс написания эссе можно разбить на несколько стадий: обдумывание - планирование - написание - проверка - правка.

Планирование - определение цели, основных идей, источников информации, сроков окончания и представления работы.

Цель должна определять действия.

Идеи, как и цели, могут быть конкретными и общими, более абстрактными. Мысли, чувства, взгляды и представления могут быть выражены в форме аналогий, ассоциации, предположений, рассуждений, суждений, аргументов, доводов и т.д.

Аналогии - выявление идеи и создание представлений, связь элементов значений.

Ассоциации - отражение взаимосвязей предметов и явлений действительности в форме закономерной связи между нервно - психическими явлениями (в ответ на тот или иной словесный стимул выдать «первую пришедшую в голову» реакцию).

Предположения - утверждение, не подтвержденное никакими доказательствами.

Рассуждения - формулировка и доказательство мнений.

Аргументация - ряд связанных между собой суждений, которые высказываются для того, чтобы убедить читателя (слушателя) в верности (истинности) тезиса, точки зрения, позиции.

Суждение - фраза или предложение, для которого имеет смысл вопрос: истинно или ложно?

Доводы - обоснование того, что заключение верно абсолютно или с какой-либо долей вероятности. В качестве доводов используются факты, ссылки на авторитеты, заведомо истинные суждения (законы, аксиомы и т.п.), доказательства (прямые, косвенные, «от противного», «методом исключения») и т.д.

Перечень, который получится в результате перечисления идей, поможет определить, какие из них нуждаются в особенной аргументации.

Источники. Тема эссе подскажет, где искать нужный материал. Обычно пользуются библиотекой, Интернет-ресурсами, словарями, справочниками. Пересмотр означает редактирование текста с ориентацией на качество и эффективность.

Качество текста складывается из четырех основных компонентов: ясности мысли, внятности, грамотности и корректности.

Мысль - это содержание написанного. Необходимо четко и ясно формулировать идеи, которые хотите выразить, в противном случае вам не удастся донести эти идеи и сведения до окружающих.

Внятность - это доступность текста для понимания. Легче всего ее можно достичь, пользуясь логично и последовательно тщательно выбранными словами, фразами и взаимосвязанными абзацами, раскрывающими тему.

Грамотность отражает соблюдение норм грамматики и правописания. Если в чем-то сомневаетесь, загляните в учебник, справьтесь в словаре или руководстве по стилистике или дайте прочитать написанное человеку, чья манера писать вам нравится.

Корректность — это стиль написанного. Стиль определятся жанром, структурой работы, целями, которые ставит перед собой пишущий, читателями, к которым он обращается.

5. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой *дискуссию* в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие подведением итога обсуждения, заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия, демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Готовясь к конкретной теме занятия следует ознакомиться с новыми официальными документами, статьями в периодических журналах, вновь вышедшими монографиями.

6. Методические рекомендации по подготовке к дискуссии

Современная практика предлагает широкий круг типов семинарских занятий. Среди них особое место занимает *семинар-дискуссия*, где в диалоге хорошо усваивается новая информация, видны убеждения студента, обсуждаются противоречия (явные и скрытые) и недостатки. Для обсуждения берутся конкретные актуальные вопросы, с которыми студенты предварительно ознакомлены. Дискуссия является одной из наиболее эффективных технологий группового взаимодействия, обладающей особыми возможностями в обучении, развитии и воспитании будущего специалиста.

Дискуссия (от лат. discussio - рассмотрение, исследование) - способ организации совместной деятельности с целью интенсификации процесса принятия решений в группе посредством обсуждения какого-либо вопроса или проблемы.

Дискуссия обеспечивает активное включение студентов в поиск истины; создает условия для открытого выражения ими своих мыслей, позиций, отношений к обсуждаемой теме и обладает особой возможностью воздействия на установки ее участников в процессе группового взаимодействия. Дискуссию можно рассматривать как *метод интерактивного обучения* и как особую технологию, включающую в себя другие методы и приемы обучения: «мозговой штурм», «анализ ситуаций» и т.д.

Обучающий эффект дискуссии определяется предоставляемой участнику возможностью получить разнообразную информацию от собеседников, продемонстрировать и повысить свою компетентность, проверить и уточнить свои представления и взгляды на обсуждаемую проблему, применить имеющиеся знания в процессе совместного решения учебных и профессиональных задач.

Развивающая функция дискуссии связана со стимулированием творчества обучающихся, развитием их способности к анализу информации и аргументированному, логически выстроенному доказательству своих идей и взглядов, с повышением коммуникативной активности студентов, их эмоциональной включенности в учебный процесс.

Влияние дискуссии на личностное становление студента обусловливается ее целостно - ориентирующей направленностью, созданием благоприятных условий для проявления индивидуальности, самоопределения в существующих точках зрения на определенную проблему, выбора своей позиции; для формирования умения взаимодействовать с другими, слушать и слышать окружающих, уважать чужие убеждения, принимать оппонента, находить точки соприкосновения, соотносить и согласовывать свою позицию с позициями других участников обсуждения.

Безусловно, наличие оппонентов, противоположных точек зрения всегда обостряет дискуссию, повышает ее продуктивность, позволяет создавать с их помощью конструктивный конфликт для более эффективного решения обсуждаемых проблем.

Существует несколько видов дискуссий, использование того или иного типа дискуссии зависит от характера обсуждаемой проблемы и целей дискуссии.

Дискуссия- диалог чаще всего применяется для совместного обсуждения учебных и производственных проблем, решение которых может быть достигнуто путем взаимодополнения, группового взаимодействия по принципу «индивидуальных вкладов» или на основе согласования различных точек зрения, достижения консенсуса.

Дискуссия - спор используется для всестороннего рассмотрения сложных проблем, не имеющих однозначного решения даже в науке, социальной, политической жизни, производственной практике и т.д. Она построена на принципе «позиционного противостояния» и ее цель - не столько решить проблему, сколько побудить участников дискуссии задуматься над проблемой, уточнить и определить свою позицию; научить аргументировано отстаивать свою точку зрения и в то же время осознать право других иметь свой взгляд на эту проблему, быть индивидуальностью.

Условия эффективного проведения дискуссии:

- информированность и подготовленность студентов к дискуссии,

- свободное владение материалом, привлечение различных источников для аргументации отстаиваемых положений;

- правильное употребление понятий, используемых в дискуссии, их единообразное понимание;

- корректность поведения, недопустимость высказываний, задевающих личность оппонента; установление регламента выступления участников;

- полная включенность группы в дискуссию, участие каждого студента в ней.

Подготовка студентов к дискуссии: если тема объявлена заранее, то следует ознакомиться с указанной литературой, необходимыми справочными материалами, продумать свою позицию, четко сформулировать аргументацию, выписать цитаты, мнения специалистов.

В проведении дискуссии выделяется несколько этапов.

Этап 1-й, введение в дискуссию: формулирование проблемы и целей дискуссии; определение значимости проблемы, совместная выработка правил дискуссии; выяснение однозначности понимания темы дискуссии, используемых в ней терминов, понятий.

Этап 2-й, обсуждение проблемы: обмен участниками мнениями по каждому вопросу. Цель этапа - собрать максимум мнений, идей, предложений, соотнося их друг с другом.

Этап 3-й, подведение итогов обсуждения: выработка студентами согласованного мнения и принятие группового решения.

Далее подводятся итоги дискуссии, заслушиваются и защищаются проектные задания. После этого проводится "мозговой штурм" по нерешенным проблемам дискуссии, а также выявляются прикладные аспекты, которые можно рекомендовать для включения в курсовые и дипломные работы или в апробацию на практике.

Семинары-дискуссии проводятся с целью выявления мнения студентов по актуальным и проблемным вопросам.

7. Методические рекомендации по написанию реферата

Слово "реферат" (от латинского – referre – докладывать, сообщать) означает сжатое изложение в устной или письменной форме содержания какого–либо вопроса или темы на основе критического обзора информации.

Написание реферата - вид самостоятельной работы студента, содержащий информацию, дополняющую и развивающую основную тему, изучаемую на аудиторных занятиях. Реферат может включать обзор нескольких источников и служить основой для доклада на семинарах, конференциях.

При подготовке реферата необходимо соблюдать следующие правила.

Ясно и четко сформулировать цель и задачи реферата, отражающие тему или решение проблемы.

Найти литературу по выбранной теме; составить перечень источников, обязательных к прочтению.

Только после предварительной подготовки следует приступать к написанию реферата. Прежде всего, составить план, выделить в нем части.

Введение. В этом разделе раскрывается цель и задачи работы; здесь необходимо сформулировать проблему, которая будет проанализирована в реферате, изложить своё отношение к ней, то есть мотивацию выбора; определить особенность постановки данной проблемы авторами изученной литературы; объяснить актуальность и социальную значимость выбранной темы.

Основная часть. Разделы, главы, параграфы основной части должны быть направлены на рассмотрение узловых моментов в теме реферата. Изложение содержания изученной литературы предполагает его критическое осмысление, глубокий логический анализ.

Каждый раздел основной части реферата предполагает детальное изучение отдельного вопроса темы и последовательное изложение структуры текстового материала с обязательными ссылками на первоисточник. В целом, содержание основной части должно отражать позиции отдельных авторов, сравнительную характеристику этих позиций, выделение узловых вопросов дискурса по выбранной для исследования теме.

Заключение. В заключении автор реферата должен сформулировать личную позицию в отношении изученной проблемы и предложить, может быть, свои способы её решения. Целесообразно сделать общие выводы по теме реферата и ещё раз отметить её актуальность и социальную значимость.

Список использованных источников и литературы.

Написание рефератов является одной из форм обучения студентов, направленной на организацию и повышение уровня самостоятельной работы, а также на усиление контроля за этой работой.

В отличие от теоретических семинаров, при проведении которых приобретаются, в частности, навыки высказывания своих суждений и изложения мнений других авторов в устной форме, написание рефератов формирует навыки изложения своих мыслей в письменной форме грамотным языком, хорошим стилем.

В зависимости от содержания и назначения в учебном процессе рефераты можно подразделить на два основных типа: научно-проблемные и обзорно-информационные.

Научно-проблемный реферат. При написании такого реферата следует изучить и кратко изложить имеющиеся в литературе суждения по определенному, спорному в теории, вопросу (проблеме) по данной теме, высказать по этому вопросу (проблеме) собственную точку зрения с соответствующим ее обоснованием.

Обзорно-информационный реферат. Разновидностями такого реферата могут быть следующие:

1) краткое изложение основных положений той или иной книги, монографии, содержащих материалы, относящиеся к изучаемой теме по курсу дисциплины;

2) подбор и краткое изложение содержания статей по определенной проблеме (теме, вопросу), опубликованных в различных журналах за определенный период, либо в сборниках («научных трудах», «ученых записках» и т.д.).

Темы рефератов определяются преподавателем. Литература либо рекомендуется преподавателем, либо подбирается аспирантами самостоятельно, что является одним из элементов самостоятельной работы.

Объем реферата должен быть в пределах 15 страниц машинописного текста через 1,5 интервала. При оформлении реферата необходимо ориентироваться на правила и установленные стандарты для учебных и научных работ.

Реферат сдается в указанные преподавателем сроки.

Критерии оценивания:

- достижение поставленной цели и задач исследования (новизна и актуальность поставленных в реферате проблем, правильность формулирования цели, определения задач исследования, правильность выбора методов решения задач и реализации цели; соответствие выводов решаемым задачам, поставленной цели, убедительность выводов);
- уровень эрудированности автора по изученной теме (знание автором состояния изучаемой проблематики, цитирование источников, степень использования в работе результатов исследований);
- личные заслуги автора реферата (новые знания, которые получены помимо основной образовательной программы, новизна материала и рассмотренной проблемы, научное значение исследуемого вопроса);
- культура письменного изложения материала (логичность подачи материала, грамотность автора);
- культура оформления материалов работы (соответствие реферата всем стандартным требованиям);
- знания и умения на уровне требований стандарта данной дисциплины: знание фактического материала, усвоение общих понятий и идей;
- степень обоснованности аргументов и обобщений (полнота, глубина, всестороннее раскрытие темы, корректность аргументации и системы доказательств, характер и достоверность примеров, иллюстративного материала, наличие знаний интегрированного характера, способность к обобщению);
- качество и ценность полученных результатов (степень завершенности реферативного исследования, спорность или однозначность выводов);
- корректное использование литературных источников, грамотное оформление ссылок.

8. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь

на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На

консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон, иначе в день экзамена не будет чувства бодрости и уверенности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестное выполнение заданий;

3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

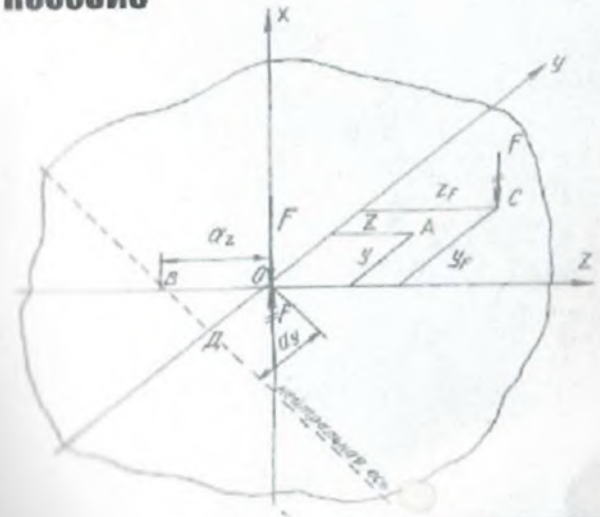
1. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

2. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

3. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ

Учебное пособие



Екатеринбург - 2012

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Уральский государственный горный университет»



СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ

Утверждено Редакционно-издательским советом
Уральского государственного горного университета
в качестве учебного пособия

Издание второе, исправленное и дополненное

Екатеринбург – 2012

УДК 620.10
М 74

Рецензенты: Таугер В. М., профессор кафедры мехатроника УрГУПС, канд. техн. наук, доцент; Раевская Л. Т., зав. кафедрой сопротивления материалов и теоретической механики УГГУ, канд. техн. наук, доцент.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета
Уральского государственного горного университета

М 74 **Сопротивление материалов в примерах и задачах:** учебное пособие / 2-е изд., испр. и доп. Екатеринбург Н. В. Мокрушин, С. А. Ляпцев, Л. Д. Чучманова, К. В. Середа; Уральский гос. горный университет.– Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2012.– 184 с.
ISBN 978-5-8019-0185-5

Учебное пособие отражает опыт проведения практических занятий по дисциплине «Сопротивление материалов» в Уральском государственном горном университете. В пособии приведены примеры расчетов стержней, валов, балок, испытывающих простые и сложные виды деформаций. Для самостоятельной работы представлены задания по основным темам дисциплины.

Учебное пособие предназначено для студентов очного и заочного обучения.

Рис. 42. Табл. 22. Библ. 21 назв.

УДК 620.10

ISBN 978-5-8019-0185-5

© Уральский государственный
горный университет, 2008, 2012
© Мокрушин Н. В., Ляпцев С. А.,
Чучманова Л. Д., Середа К. В., 2008, 2012

ПРЕДИСЛОВИЕ

Введение в учебную программу высших технических учебных заведений новых дисциплин, отражающих современное состояние науки и техники, при ограниченных сроках обучения привело к существенному сокращению количества лекционных часов по курсу сопротивления материалов.

Восполнение появившихся в результате этого пробелов в знании студентами вузов сопротивления материалов может быть достигнуто в известной мере за счет самостоятельного изучения ими необходимых разделов этого важного для будущего инженера курса. Данное учебное пособие составлено в соответствии с программой курса по сопротивлению материалов. По каждой теме предмета в пособии даны краткие теоретические сведения и основные формулы. Приведены примеры расчетов стержней на растяжение и сжатие (глава 1), примеры по определению главных моментов инерции поперечных сечений различного профиля (глава 2), рассмотрены примеры расчета вала на кручение (глава 3). В главе 4 рассмотрены примеры расчетов балок, испытывающих деформацию поперечного изгиба, на прочность и жесткость. С применением метода сил в главе 5 приведены примеры расчетов статически неопределимых неразрезных балок и плоских статически неопределимых рам. Виды сложного сопротивления (косой изгиб, внецентренное растяжение и сжатие, изгиб с кручением) рассмотрены в главе 6. Рассмотрение деформации продольного изгиба и расчеты на устойчивость гибких стержней приведены в главе 7.

Более подробное изложение теоретического материала приведено в работах [1, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 18].

Для самостоятельного выполнения расчетно-графических работ по каждой теме составлены задания с необходимыми рисунками и таблицами. Для расчетов рекомендуется следующая литература [2, 8, 11, 14, 15, 16].

При выполнении практических расчетов используются следующие основные характеристики материалов [17]:

модули продольной упругости: стали $E_{\text{с}} = 2 \cdot 10^{11}$ Па; дюраля (и алюминия) $E_{\text{д}} = 0,7 \cdot 10^{11}$ Па; меди $E_{\text{м}} = 1 \cdot 10^{11}$ Па; чугуна $E_{\text{ч}} = 1,2 \cdot 10^{11}$ Па; дерева $E_{\text{д}} = 1 \cdot 10^{10}$ Па;

модуль сдвига стали: $G = 0,8 \cdot 10^{11}$ Па;

коэффициенты теплового линейного расширения: стали $\alpha_{\text{с}} = 1,25 \cdot 10^{-5}$ 1/град; дюраля $\alpha_{\text{д}} = 2,25 \cdot 10^{-5}$ 1/град; меди $\alpha_{\text{м}} = 1,65 \cdot 10^{-5}$ 1/град;

коэффициент Пуассона для стали: $\nu = 0,30$.

Глава 1

ПРОДОЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ СТЕРЖНЕЙ

Растяжением называют такой вид деформации, при котором в каждом его поперечном сечении возникают только продольные внутренние усилия.

Продольное усилие F в любом поперечном сечении численно равно алгебраической сумме проекций на ось стержня внешних сил, приложенных к части стержня, расположенной по одну сторону от сечения. Усилие считается положительным, если вызывает растяжение рассматриваемого участка.

При растяжении (сжатии) в сечении возникают только нормальные напряжения, которые определяются по формуле (1.1):

$$\sigma = \frac{F}{A}, \tag{1.1}$$

где F – продольное усилие, кН; A – площадь поперечного сечения, м^2.

Условие прочности имеет вид:

$$\sigma_{max} \le \sigma_{adm}, \tag{1.2}$$

где σ_{adm} – допускаемое нормальное напряжение материала стержня, МПа.

Абсолютная деформация Δl однородного участка (постоянные сечение и материал) определяется **по закону Гука**:

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA}, \tag{1.3}$$

где l – длина участка, м; E – модуль продольной упругости материала (модуль Юнга), Па.

Для наглядного представления строятся эпюры. Эпюрами продольных сил и нормальных напряжений называют графики, показывающие законы изменения сил и напряжений в поперечных сечениях по длине стержня. Эпюры продольных сил, нормальных напряжений и перемещений поперечных сечений строятся в выбранном масштабе с учетом знаков.

Пример 1.1.

К узлу C кронштейна ABC (рис. 1.1, *а*) приложена сила F = 100 кН. Стержень AC – стальной, круглого сечения диаметром d = 30 мм; стержень BC – дюралюминиевый, квадратного сечения со стороной a = 40 мм. Определить напряжения в стержнях, а также горизонтальное, вертикальное и полное перемещения узла C.

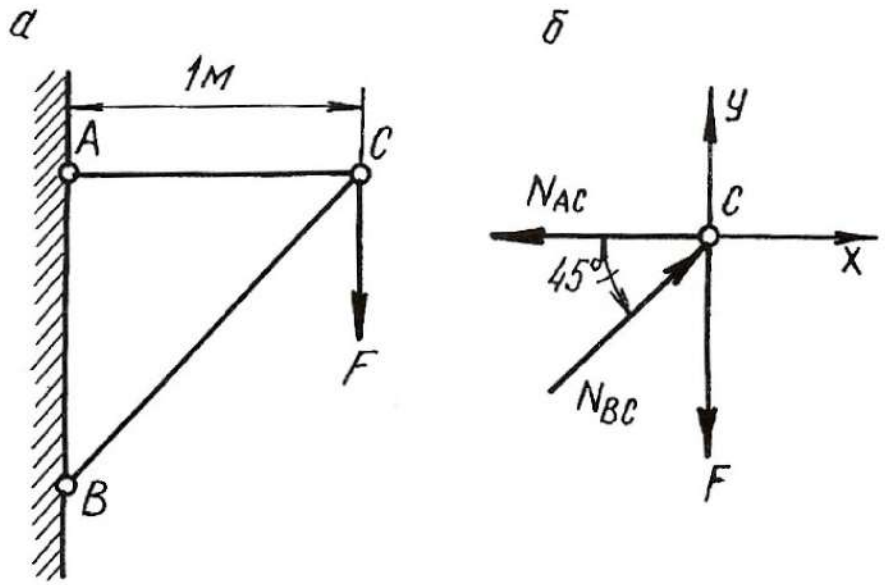


Рис. 1.1.

Решение.

Для определения продольных сил в стержнях AC и BC условно вырезаем узел C, заменяем действие стержней на узел усилиями и составляем уравнение равновесия для узла C (рис. 1.1, *б*)

$$\sum X = 0; \quad -N_{AC} + N_{BC} \cdot \cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum Y = 0; \quad N_{BC} \cdot \sin 45^\circ - F = 0.$$

Откуда

$$N_{BC} = \frac{F}{\sin 45^\circ} = \frac{100 \cdot 10^3}{0,707} = 141 \cdot 10^3 \text{ Н} = 141 \text{ кН},$$

$$N_{AC} = N_{BC} \cdot \cos 45^\circ = 141 \cdot 10^3 \cdot 0,707 = 100 \cdot 10^3 \text{ Н} = 100 \text{ кН}.$$

Стержень AC растянут, а стержень BC сжат. Определяем площади поперечных сечений стержней

$$A_{AC} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (30 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 706 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2;$$

$$A_{BC} = a^2 = (40 \cdot 10^{-3})^2 = 1600 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2.$$

Напряжения в поперечных сечениях стержней AC и BC

$$\sigma_{AC} = \frac{N_{AC}}{A_{AC}} = \frac{100 \cdot 10^3}{706 \cdot 10^{-6}} = 141 \cdot 10^6 \text{ Па} = 141 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{BC} = -\frac{N_{BC}}{A_{BC}} = -\frac{141 \cdot 10^3}{1600 \cdot 10^{-6}} = -88 \cdot 10^6 \text{ Па} = -88 \text{ МПа}.$$

Знак минус указывает на то, что в стержне BC возникает деформация сжатия.

Находим удлинения стержней:

$$\Delta l_{AC} = \frac{N_{AC} \cdot l_{AC}}{E_{\text{ст}} \cdot A_{AC}} = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 706 \cdot 10^{-6}} = 0{,}71 \cdot 10^{-3}\,\text{м} = 0{,}71\ \text{мм};$$

$$\Delta l_{BC} = -\frac{N_{BC} \cdot l_{BC}}{E_{\text{дюр}} \cdot A_{BC}} = -\frac{141 \cdot 10^3 \cdot 1{,}41}{7 \cdot 10^{10} \cdot 1600 \cdot 10^{-6}} = -1{,}77 \cdot 10^{-3}\,\text{м} = -1{,}77\ \text{мм},$$

где $l_{BC} = \dfrac{l_{AC}}{\cos 45^\circ} = \dfrac{1}{0{,}707} = 1{,}41$ м; $E_{\text{ст}}$, $E_{\text{дюр}}$ – модули продольной упругости стального и дюралюминиевого стержней, Па.

Для определения перемещения точки C мысленно разъединим стержни в этом шарнире и отметим их новые длины AC_1 и BC_2 (рис. 1.2, *а*). Для того, чтобы найти новое положение точки C, необходимо деформированные стержни свести вместе путем их вращения вокруг шарниров A и B. Точки C_1 и C_2 будут перемещаться по дугам, которые вследствие их малости могут быть приняты за прямые C_1C_3 и C_2C_3, перпендикулярные к стержням AC и BC. Точка пересечения этих перпендикуляров (точка C_3) и даст положение узла C после деформации. На рис. 1.2, *б* изображена диаграмма перемещений в большом масштабе.

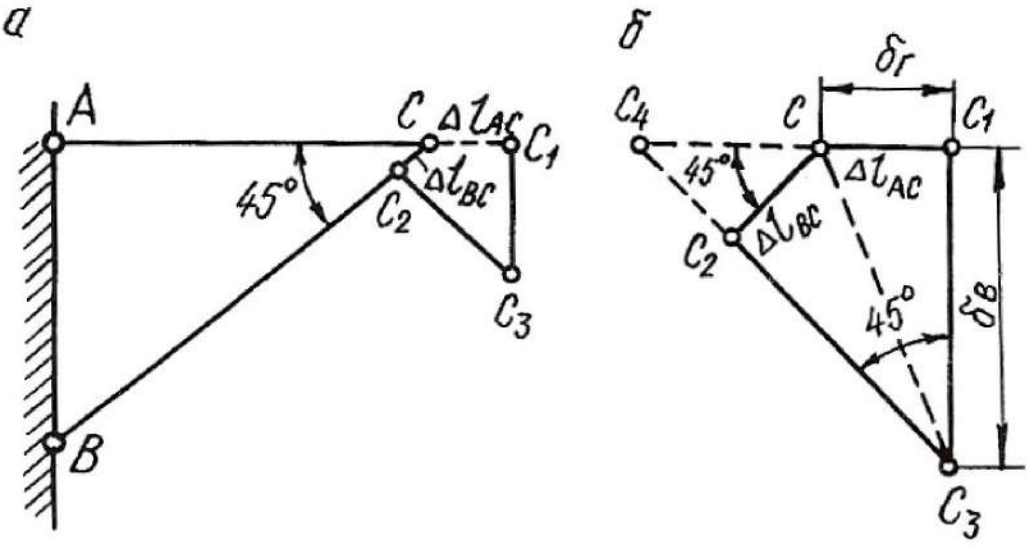


Рис. 1.2.

Горизонтальное перемещение узла C равно $\delta_{\text{г}} = \Delta l_{\text{AC}} = 0{,}71$ мм.

Для удобства определения вертикального перемещения произведем дополнительное построение. Продолжим линии C_1C и C_3C_2 до их пересечения в точке C_4.

Вертикальное перемещение узла C

$$\delta_в = C_1C_3 = \frac{C_1C_4}{\text{tg}45^\circ} = C_1C_4 = C_1C + CC_4 = \Delta l_{AC} + \frac{\Delta l_{BC}}{\cos 45^\circ};$$

$$\delta_в = 0,71 + \frac{1,77}{0,707} = 3,21 \text{ мм}.$$

Полное перемещение узла C

$$\delta = CC_3 = \sqrt{\delta_г^2 + \delta_в^2} = \sqrt{0,71^2 + 3,21^2} = 3,29 \text{ мм}.$$

1.1. Влияние собственного веса на напряжения и перемещения

Если ось в стержне вертикальна, то его собственный вес вызывает центральное растяжение или сжатие. Если вертикальный брус закреплен верхним концом, то от собственного веса он растягивается, а при закреплении нижнего конца – сжимается. Собственный вес вертикального бруса можно рассматривать как продольную (осевую) внешнюю нагрузку, распределенную вдоль оси бруса.

Рассмотрим брус постоянного сечения, закрепленный верхним концом. Продольная сила от собственного веса в поперечном сечении бруса на расстоянии x от его нижнего конца равна весу нижележащей части бруса

$$N_x = \rho g A x, \tag{1.4}$$

где N_x – продольная сила от собственного веса, Н; ρ – плотность материала, кг/м^3; g – ускорение свободного падения, м/с^2; A – площадь поперечного сечения бруса, м^2; x – расстояние от нижнего конца стержня, м.

Напряжение от собственного веса определяется по формуле:

$$\sigma_x = \frac{N_x}{A} = \rho g x. \tag{1.5}$$

По формулам (1.4) и (1.5) строятся эпюры N и σ с учетом знаков. Если на стержень действует дополнительная сила F, то продольная сила и нормальное напряжение определяются по формулам:

$$N_x = F + \rho g A x; \tag{1.6}$$

$$\sigma_x = \frac{F}{A} + \rho g x. \tag{1.7}$$

Полное удлинение (укорочение) стержня постоянного сечения от собственного веса определяется по формуле:

$$\Delta l = \frac{\rho g l^2}{2E}, \tag{1.8}$$

где l – длина стержня, м; E – модуль продольной упругости материала, Па.

При действии внешней силы F и собственного веса удлинение стержня определяется по формуле:

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} + \frac{\rho g l^2}{2E}. \qquad (1.9)$$

В формулах (1.7) и (1.9) физический смысл первого слагаемого – напряжение и удлинение от внешней силы, второго – напряжение и удлинение от собственного веса.

Перемещение любого поперечного сечения бруса, закрепленного верхним концом, равно удлинению части бруса, лежащей над сечением, и равно сумме удлинений под действием собственного веса верхней части, нижней части бруса и внешней силы.

Рассмотрим подробнее решение типовой задачи.

Пример 1.2.

Для стального бруса переменного сечения (рис. 1.3, *а*) с учетом собственного веса и при продольной нагрузке F требуется:

1. Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса.
2. Найти полное удлинение (укорочение) бруса.
3. Определить перемещение сечения I-I.

Исходные данные: $A = 20$ см^2; $a = 1{,}0$ м; $b = 1{,}5$ м; $c = 1{,}0$ м; $F = 40$ кН.

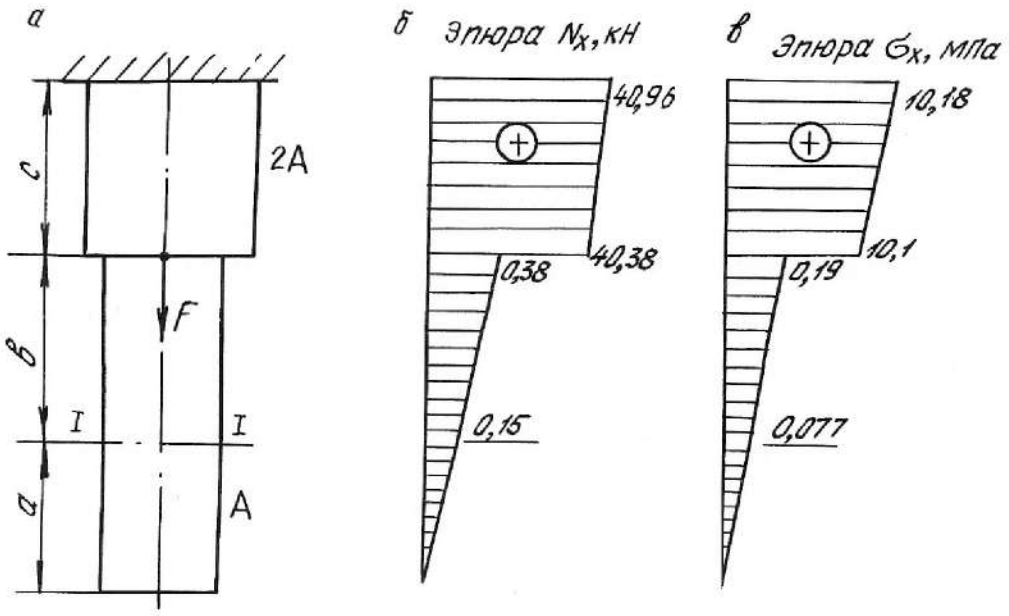


Рис. 1.3.

Решение.

Определим продольную силу и нормальное напряжение в поперечном сечении по формулам (1.6) и (1.7):

а) на участке длиной a (нижний участок): $0 \le x \le 1{,}0$ м;

$$N_x = \rho g A x;$$

$$\sigma_x = \rho g x.$$

При $x = 0$ $\quad N_x = 0,$

$\sigma_x = 0.$

При $x = 1$ м $\quad N_x = 7850 \cdot 9{,}81 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \cdot 1 = 150$ Н $= 0{,}15$ кН;

$\sigma_x = 7850 \cdot 9{,}81 \cdot 1 = 80000$ Па $= 0{,}08$ МПа.

б) на участке длиной b (средний участок): $1{,}0 \le x \le 2{,}5$ м;

$$N_x = Q_a + \rho g A (x - a);$$

$$\sigma_x = \frac{Q_a}{A} + \rho g (x - a);$$

где $Q_a = \rho g A a = 0{,}15$ кН – вес нижнего участка бруса; для среднего участка он играет роль внешней силы.

При $x = 1{,}0$ м; $\quad N_x = Q_a = 0{,}15$ кН;

$\sigma_x = 0{,}08$ МПа.

При $x = 2{,}5$ м; $\quad N_x = 0{,}15 + 7850 \cdot 9{,}81 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3} = 0{,}38$ кН;

$\sigma_x = 0{,}08 + 7850 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-6} = 0{,}19$ МПа.

в) на участке длиной c (верхний участок): $2{,}5 \le x \le 3{,}5$ м;

$$N_x = Q_a + Q_b + F + \rho g 2A (x - a - b);$$

$$\sigma_x = \frac{Q_a + Q_b + F}{2A} + \rho g (x - a - b),$$

где $Q_b = \rho g A b = 0{,}23$ кН – вес среднего участка бруса.

При $x = 2{,}5$ м; $\quad N_x = 0{,}15 + 0{,}23 + 40 + 7850 \cdot 9{,}81 \cdot 2 \cdot 20 \cdot 1 \cdot 10^{-7} = 40{,}38$ кН;

$\sigma_x = 10{,}1$ МПа.

При $x = 3{,}5$ м; $\quad N_x = 0{,}15 + 0{,}23 + 40 + 7850 \cdot 9{,}81 \cdot 2 \cdot 20 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-7} = 40{,}96$ кН;

$\sigma_x = 10{,}18$ МПа.

Строим эпюры N_x (рис. 1.3, *б*) и σ_x (рис. 1.3, *в*).

Определим полное удлинение стержня по формуле (1.9). Полное удлинение складывается из удлинений каждого участка бруса под действием внешних сил и собственного веса.

$$\Delta l = \Delta a + \Delta b + \Delta c \ ;$$

где $\Delta a = \dfrac{\rho g a^2}{2E} = \dfrac{7850 \cdot 9{,}81 \cdot 1^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11}} = 0{,}19 \cdot 10^{-6}$ м;

$$\Delta b = \frac{Q_a \cdot b}{EA} + \frac{\rho g b^2}{2E} = \frac{0{,}15 \cdot 10^3 \cdot 1{,}5}{2 \cdot 10^{11} \cdot 20 \cdot 10^{-4}} + \frac{7850 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}5^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11}} =$$

$$= 0{,}56 \cdot 10^{-6} + 0{,}43 \cdot 10^{-6} = 0{,}99 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\Delta c = \frac{(Q_a + Q_b + F)c}{E \cdot 2A} + \frac{\rho g c^2}{2E} = \frac{(0{,}15 + 0{,}23 + 40) \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 20 \cdot 10^{-4}} + \frac{7850 \cdot 9{,}81 \cdot 1^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11}} =$$

$$= 50{,}48 \cdot 10^{-6} + 0{,}19 \cdot 10^{-6} = 50{,}67 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\Delta l = 0{,}19 \cdot 10^{-6} + 0{,}99 \cdot 10^{-6} + 50{,}67 \cdot 10^{-6} = 51{,}85 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Перемещение сечения I-I равно удлинению лежащей над сечением части бруса, т. е.

$$\delta_{\text{I-I}} = \Delta c + \Delta b = 0{,}99 \cdot 10^{-6} + 50{,}67 \cdot 10^{-6} = 51{,}66 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

1.2. Напряженное состояние материала в точке

Напряженным состоянием называют совокупность напряжений, действующих по всевозможным площадкам, проведенным через данную точку. В различных точках тела напряженное состояние неоднородно и определить все значения возникающих напряжений затруднительно. В связи с этим в сопротивлении материалов точку рассматривают в виде элементарного параллелепипеда с гранями $dx \cdot dy \cdot dz$. При этом считается, что возникающие напряжения на гранях и в наклонных сечениях распределяются равномерно. Нормальные напряжения на гранях обозначаются: σ_x, σ_y, σ_z, а касательные: τ_{xy}, τ_{yx}, τ_{zy}, τ_{yz}, τ_{xz}, τ_{zx}. Двойной индекс при касательных напряжениях указывает на направление и плоскость, где они действуют. Например, индексы при напряжении τ_{xy} означают, что x – направление действия этого напряжения по оси x; y – это напряжение возникает в плоскости, нормаль к которой параллельна оси y.

Во взаимно перпендикулярных сечениях касательные напряжения равны по величине и противоположны по знаку. Это свойство касательных напряжений называется **законом парности касательных напряжений**

$$-\tau_{xy} = \tau_{yx}.$$

Рассматриваемый параллелепипед в теле стержня можно сориентировать таким образом, что по его граням будут действовать только нормальные напряжения, а касательные будут равны нулю. В этом случае грани будут называться главными площадками, а действующие на них нормальные напряжения – главными напряжениями. По количеству главных напряжений, возникающих одновременно на главных площадках, различают три вида напряженного состояния точки упругого тела: линейное, плоское и объемное. Главные напряжения обозначаются: $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. Принято считать, что $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$. Наиболее часто встречается плоское напряженное состояние материала.

Для правильной оценки опасности, угрожающей прочности стержня, необходимо знать полностью его напряженное состояние. Это требует умение вычислять напряжения не только по сечениям, перпендикулярным оси стержня, но и по наклонным сечениям.

Напряжения в наклонных сечениях, нормаль к которым с осью x составляет угол α, определяются по следующим формулам:

$$\sigma_\alpha = \sigma_x \cos^2\alpha + \sigma_y \sin^2\alpha - \tau_{yx} \sin 2\alpha; \qquad (1.10)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{yx} \cos 2\alpha, \qquad (1.11)$$

Для сечений, проходящих под углом $\beta = \alpha + 90^\circ$, возникающие напряжения определяются по формулам:

$$\sigma_\beta = \sigma_x \sin^2\alpha + \sigma_y \cos^2\alpha + \tau_{yx} \sin 2\alpha; \qquad (1.12)$$

$$\tau_\beta = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha - \tau_{yx} \cos 2\alpha, \qquad (1.13)$$

Угол α положительный, если он отсчитан в направлении от оси x к оси y по кратчайшему угловому пути, против хода часовой стрелки.

Нормальное напряжение σ_α считается положительным, если его направление совпадает с направлением внешней нормали к наклонной площадке. Положительное направление τ_α образовано поворотом внешней нормали к наклонной площадке на угол 90^o по ходу часовой стрелки.

Противоположные направления σ_α и τ_α следует считать отрицательными.

Площадки, где действуют экстремальные нормальные напряжения и нет касательных напряжений, называются главными площадками, а напряжения, действующие на главных площадках – главными напряжениями. Они обозначаются: $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, причем $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ и определяются по следующим формулам:

$$\sigma_{max} = \sigma_1 = \frac{1}{2}\left[(\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2}\right]; \qquad (1.14)$$

$$\sigma_{min} = \sigma_2 = \frac{1}{2}\left[(\sigma_x + \sigma_y) - \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2} \right]. \qquad (1.15)$$

Положение главных площадок определяется углом наклона α_0

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{-2\tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y}, \qquad (1.16)$$

Наибольшие касательные напряжения действуют на площадках под углом 45^o

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2}\,. \qquad (1.17)$$

Пример 1.3.

Стальной кубик находится под действием сил, создающих плоское напряженное состояние: $\sigma_x = 80$ МПа; $\alpha = 30^o$; $\tau_{xy} = 10$ МПа (рис. 1.4). Требуется найти:

1. Главные напряжения и положение главных площадок.
2. Максимальные касательные напряжения.
3. Определить аналитически величины нормальных σ_α и касательных τ_α напряжений, действующих на площадках, нормаль, к которой составляет угол α с горизонтальной осью x. Показать на чертеже заданный элемент и направление соответствующих напряжений.

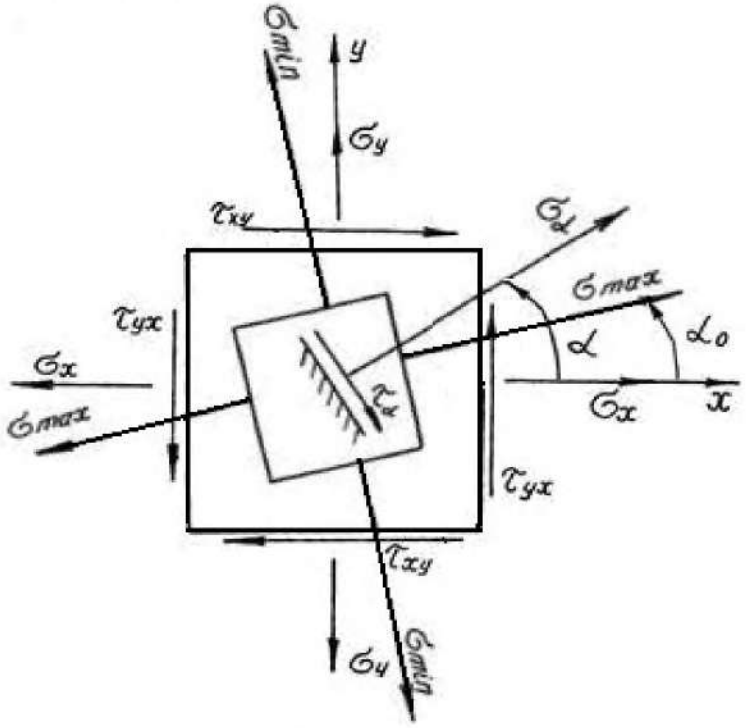


Рис. 1.4.

Решение.

Определим главные напряжения

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}\left[(\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2}\right] = \frac{1}{2}\left[(80+20) + \sqrt{(80-20)^2 + 4\cdot 10^2}\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\left[100 + 63{,}6\right] = 81{,}8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}\left[(\sigma_x + \sigma_y) - \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2}\right] = \frac{1}{2}\left[(80+20) - \sqrt{(80-20)^2 + 4\cdot 10^2}\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\left[100 - 63{,}6\right] = 18{,}2 \text{ МПа}.$$

Найдем положение главных площадок

$$\operatorname{tg}2\alpha_0 = -\frac{2\tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{-2\cdot(-10)}{80-20} = 0{,}333; \qquad 2\alpha_0 = 18^o 24'; \qquad \alpha_0 = 9^o 12'.$$

Определим аналитически величины σ_α и τ_α, действующие на площадке, нормаль к которой составляет угол 30^o с горизонтальной осью (см. рис. 1.4.)

$$\sigma_\alpha = \sigma_x \cos^2\alpha + \sigma_y \sin^2\alpha - \tau_{yx}\sin 2\alpha = 80\cdot 0{,}866^2 + 20\cdot 0{,}5^2 - (-10)\cdot 0{,}866 =$$

$$= 73{,}65 \text{ МПа};$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\alpha + \tau_{yx}\cos 2\alpha = \frac{80-20}{2}0{,}866 + (-10)\cdot 0{,}5 = 20{,}98 \text{ МПа}.$$

Вектор максимальных главных напряжений σ_{max} всегда проходит через те четверти осей координат, в которых стрелки касательных напряжений сходятся.

1.3. Статически неопределимые стержневые системы

Статически неопределимыми системами называют такие системы, у которых реакции или все внутренние суммарные силовые факторы, возникающие в сечениях их элементов при действии произвольной нагрузки, не могут быть определены из уравнений равновесия статики.

Равновесие плоской стержневой системы обеспечивается тремя опорными направлениями. Всякое закрепление сверх трех опорных направлений является «лишним» с точки зрения равновесия системы, что делает ее *статически неопределимой*. Термин «лишние» является условным. Постановка дополнительных опорных закреплений производится с целью уменьшения деформации, веса конструкции или с целью увеличения ее грузоподъемности.

Расчет статически неопределимой системы начинается с определения степени статической неопределимости системы, которая равна числу «лишних» связей (число неизвестных сил минус три – число уравнений статики для плоской системы).

Определение усилий в статически неопределимой системе связано с необходимостью составления дополнительных уравнений – уравнений совместности деформаций. Число этих уравнений должно быть равно степени статической неопределимости стержневой системы.

Уравнения совместности деформаций устанавливают геометрические зависимости между упругими перемещениями отдельных элементов при соблюдении равновесия всей системы в целом.

Геометрическая схема деформаций должна рассматриваться не с точки зрения обычной геометрии, а на основе кинематики малых перемещений, с учетом того, что траектории отдельных точек элементов являются прямыми линиями.

Решение статически неопределимых систем необходимо производить в следующей последовательности:

1. Заданную систему освободить от наложенных на нее связей, действие которых заменяется реакциями, и составить уравнения статики;
2. Определить степень статической неопределимости системы;
3. По числу «лишних» неизвестных составить дополнительные уравнения из условия совместности деформаций. В уравнениях упругие деформации выразить через усилия по закону Гука в развернутом виде по формуле (1.3);
4. Решить совместно уравнения равновесия статики и дополнительные уравнения, определяя усилия в элементах конструкций;
5. Исходя из условия задачи и на основании условия прочности, определить поперечные размеры стержней.

Рассмотрим подробнее пример расчета статически неопределимой системы.

Пример 1.4.

Для статически неопределимой системы (рис. 1.5), состоящей из жесткой невесомой балки AB и стальных стержней 1 и 2, соединенных с ней шарнирно, требуется:

1. Определить усилия, возникающие в стержне от действия силы F.
2. Подобрать сечение стержней из двух равнобоких уголков, каждое при $A_2 : A_1 = 2$; $F = 180$ кН; $a = 2{,}0$ м; $b = 1{,}0$ м; $h = 2{,}0$ м.

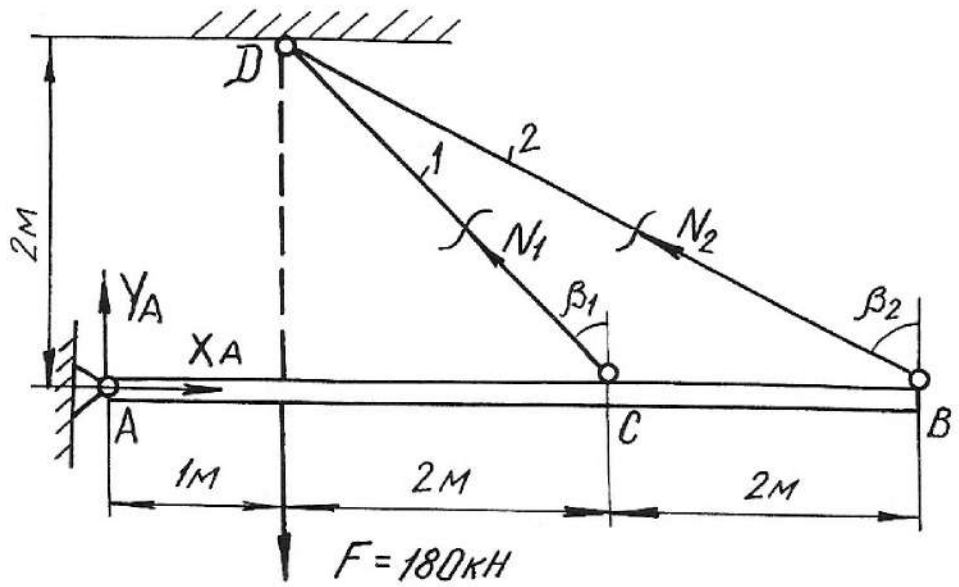


Рис. 1.5.

Решение.

Перед началом решения по приведенному плану определяем геометрические параметры системы

$$l_1 = DC = \sqrt{4+4} = 2{,}83 \text{ м}; \quad \beta_1 = 45°;$$

$$l_2 = DB = \sqrt{4+16} = 4{,}47 \text{ м}; \quad \sin\beta_2 = \frac{4}{4{,}47} = 0{,}89;$$

Далее освобождаем брус AB от наложенных связей, заменяя их действие реакциями X_A, Y_A, N_1, N_2. Так как на балку AB действуют четыре неизвестные силы, то одна связь «лишняя», т. е. задача является однажды статически неопределимой.

Из трех уравнений равновесия достаточно записать только одно уравнение, не содержащее X_A, Y_A , определение которых не ставится в задаче,

$$\sum M_A = 0; \qquad -F \cdot 1 + N_1 \cdot \cos\beta_1 \cdot 3 + N_2 \cdot \cos\beta_2 \cdot 5 = 0;$$

$$-180 + N_1 \cdot 0{,}707 \cdot 3 + N_2 \cdot 0{,}45 \cdot 5 = 0 \qquad (1.18)$$

В уравнении статики два неизвестных, поэтому нужно записать еще одно дополнительное уравнение из условия совместности деформаций стержней DB и DC. Рассматривая геометрическую схему деформаций этих стержней, считаем перемещение точек B и C балки вертикальными (рис. 1.6). Из подобия треугольников ACC_1 и ABB_1 имеем:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{CC_1}{BB_1} = \frac{3}{5}.$$

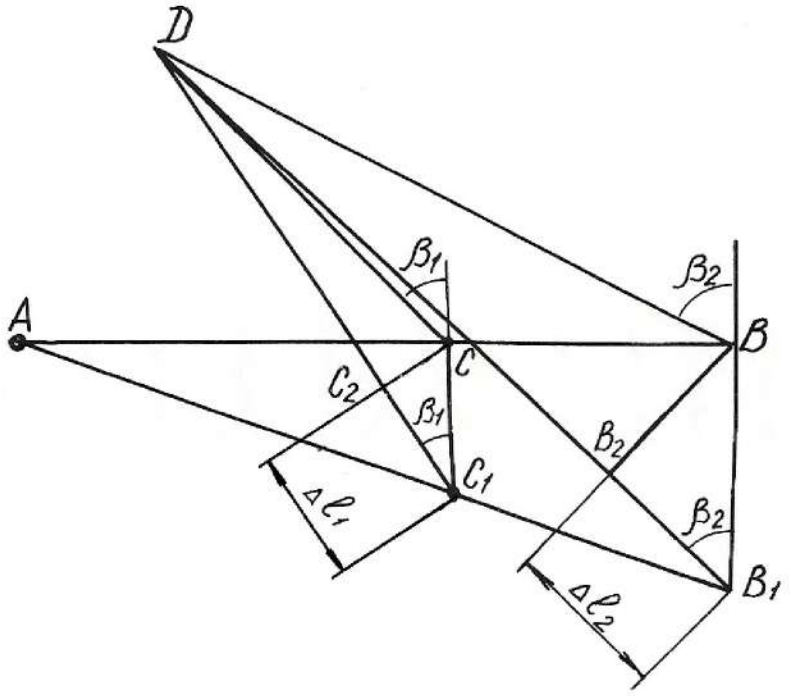


Рис. 1.6.

Учитывая, что $\begin{cases} CC_1 = \dfrac{CC_1}{\cos\beta_1} = \dfrac{\Delta l_1}{\cos\beta_1}; \\ BB_1 = \dfrac{B_1B_2}{\cos\beta_2} = \dfrac{\Delta l_2}{\cos\beta_2}, \end{cases}$

получим $\dfrac{\Delta l_1}{\cos\beta_1} = \dfrac{3}{5} \cdot \dfrac{\Delta l_2}{\cos\beta_2}$; откуда

$$\Delta l_1 = 0{,}94 \cdot \Delta l_2. \qquad (1.19)$$

Равенство (1.19) и есть условие совместности деформации стержней 1 и 2. Выразим деформации через усилия по закону Гука

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EA_1} = \frac{N_1 \cdot 2{,}83}{EA_1}; \qquad \Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{EA_2} = \frac{N_2 \cdot 4{,}74}{E \cdot 2A_1}.$$

Подставим полученные выражения в формулу (1.19)

$$\frac{N_1 \cdot 2{,}83}{EA_1} = 0{,}94 \frac{N_2 \cdot 4{,}74}{E \cdot 2A_1}.$$

Отсюда получим

$$2{,}83 \cdot N_1 - 2{,}10 \cdot N_2 = 0. \qquad (1.20)$$

Теперь можно определить усилия N_1 и N_2, решая совместно систему уравнений (1.18) и (1.20),

$$\begin{cases} 2{,}12 \cdot N_1 + 2{,}25 \cdot N_2 - 180 = 0; \\ 2{,}83 \cdot N_1 - 2{,}10 \cdot N_2 = 0. \end{cases}$$

Получаем $N_1 = 34{,}94$ кН; $N_2 = 47{,}08$ кН.

Подбираем сечение стержней из условий прочности:

$$A_1 \geq \frac{N_1}{\sigma_{adm}} = \frac{34{,}94 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 2{,}18 \cdot 10^{-4}\,\text{м}^2 = 2{,}18\ \text{см}^2;$$

$$A_2 \geq \frac{N_2}{\sigma_{adm}} = \frac{47{,}08 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 2{,}94 \cdot 10^{-4}\,\text{м}^2 = 2{,}94\ \text{см}^2.$$

Для площадей задано условие $A_2{:}A_1 = 2$. Если принять $A_1 = 2{,}18$ см^2, тогда $A_2 = 4{,}36$ см^2. Условие $A_2 \geq 2{,}94$ см^2 выполняется.

Сечение подбираем из двух равнобоких уголков по ГОСТ 8509-93 (табл. П. 3).

Для первого стержня подбираем два уголка №2 (20х20х3 мм) с площадью сечения 1,13 см^2. Для второго стержня принимаем два уголка №4 (40х40х3 мм) с площадью сечения 2,35 см^2.

Полные площади сечений будут равны $A_1 = 2{,}26$ см^2; $A_2 = 4{,}70$ см^2.

Проверим отношение площадей:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{4{,}70}{2{,}26} = 2{,}08.$$

Отклонение $\delta = \dfrac{2{,}08 - 2}{2} 100\ \% = 3{,}98\ \%.$

Погрешность допустимая.

Пример 1.5. Монтажная задача

Для статически неопределимой системы (рис. 1.7), состоящей из жесткой невесомой балки AB и стальных стержней 1 и 2, соединенных с ней шарнирно, требуется определить дополнительные усилия в стержнях конструкции, если стержень 2 изготовлен короче проектного размера на $\Delta = 5 \cdot 10^{-3}$ м при $A_2 : A_1 = 2$; a =2,0 м; $b = 1{,}0$ м; $h = 2{,}0$ м.

При сборке стержни деформируются: стержень 2 – растянется, стержень 1 – сожмется. В соответствии с этим покажем направления дополнительных усилий N_1' и N_2' (см. рис. 1.7), возникающих после сборки конструкции.

Для определения усилий воспользуемся уравнением статики

$$\sum \text{M}_A = 0; \qquad -N_1' \cdot \cos\beta_1 \cdot 3 + N_2' \cdot \cos\beta_2 \cdot 5 = 0;$$

$$-2{,}12 N_1' + 2{,}25 N_2' = 0. \qquad (1.21)$$

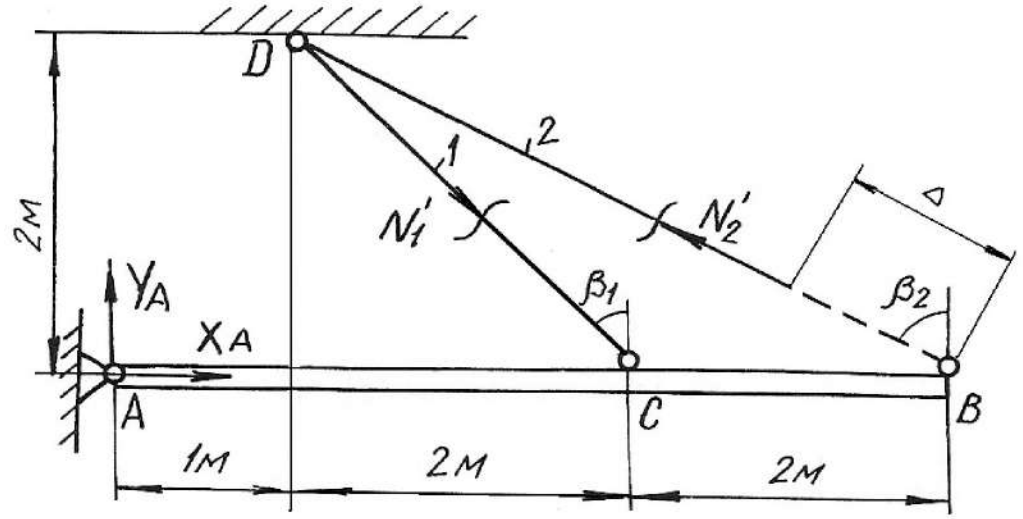


Рис. 1.7.

Уравнение одно, неизвестных два, следовательно, система один раз статически неопределима. Запишем дополнительно условие совместности деформаций. Рассмотрим картину деформаций стержней (см. рис. 1.8). Из подобия треугольников AC_1C и AB_1B получим $\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{C_1C}{B_1B}=\dfrac{3}{5}$.

Учитывая соотношение $C_1C=\dfrac{CC_2}{\cos\beta_1}=\dfrac{\Delta l_1}{\cos\beta_1}$; $B_1B=\dfrac{B_2B}{\cos\beta_2}=\dfrac{\Delta-\Delta l_2}{\cos\beta_2}$,

получаем $\dfrac{\Delta l_1}{0{,}707}=\dfrac{3}{5}\cdot\dfrac{\Delta-\Delta l_2}{0{,}45}$; $\Delta l_1=0{,}94(\Delta-\Delta l_2)$. (1.22)

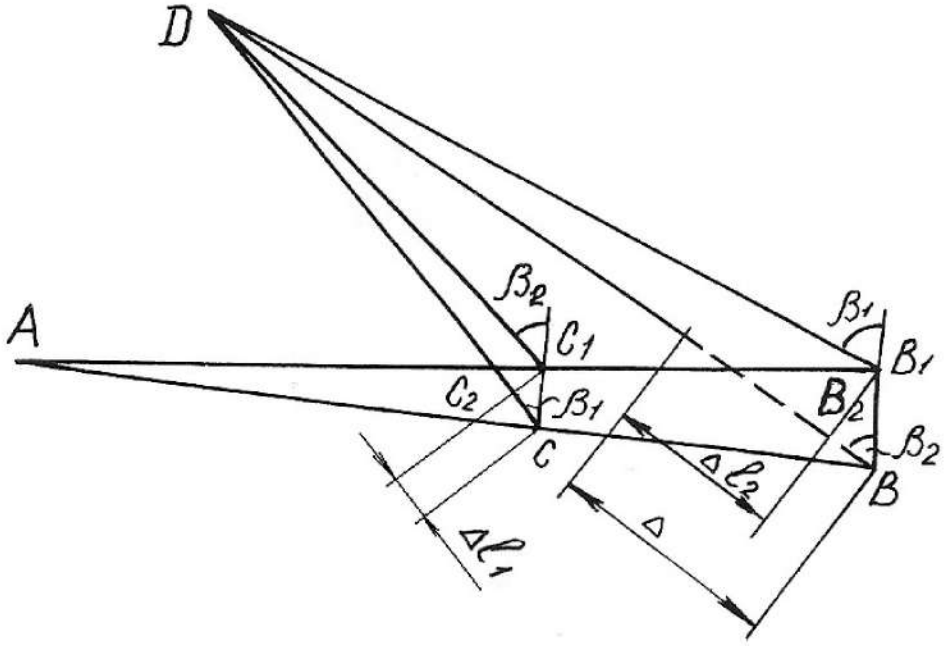


Рис. 1.8.

Выражение (1.22) – условие совместности деформаций стержней 1 и 2. Выражая деформацию через усилия по закону Гука, получим

$$\frac{N_1' l_1}{EA_1} + \frac{0{,}94 \cdot N_2' l_2}{EA_2} = 0{,}94 \cdot \Delta$$

или

$$1{,}25 \cdot N_1' + 0{,}894 \cdot N_2' = 94 \qquad (1.23)$$

Решая совместно систему уравнений (1.21) и (1.23), определяем усилия N_1' и N_2'

$$N_1' = 42{,}75 \text{ кН}; \; N_2' = 45{,}36 \text{ кН}.$$

Пример 1.6.

Стержень длиной l = 800 мм, защемленный обоими концами, подвергается действию двух сосредоточенных сил F_1=100 кН и F_2=150 кН (рис. 1.9, *а*). Определить напряжения, возникающие в различных сечениях стержня, и проверить его прочность, если допускаемое напряжение σ_{adm}=140 МПа. Площадь поперечного сечения A = 10 см^2, l_1 = 200 мм и l_2 = 600 мм.

Решение.

Обозначим реакции в заделках стержня через R_A и R_B. На стержень действует система сил, направленных вдоль одной прямой. Для такой системы статика дает одно уравнение равновесия

$$\sum Y = 0; \quad R_A - F_1 - F_2 + R_B = 0,$$

откуда $R_A + R_B = F_1 + F_2$. (1.24)

Для составления уравнения совместности деформаций мысленно отбросим нижнюю заделку и заменим ее действие на стержень реакцией R_B, т. е. приложим к сечению B (к нижнему торцовому сечению) такую силу, которая оказывает на стержень воздействие, полностью аналогичное воздействию заделки. Таким образом, изображенная система эквивалентна заданной системе и, поскольку в заданной системе перемещение сечения B равно нулю, то и для второй системы (рис.1.9, *б*) должно соблюдаться то же условие

$$\delta_B = 0. \qquad (1.25)$$

Для определения вида левой части записанного равенства используем принцип независимости действия сил, т. е. вычислим перемещение сечения B как сумму перемещений, вызванных каждой силой F_1, F_2 и R_B в отдельности

$$\delta_B = \delta_{F_1} + \delta_{F_2} + \delta_{R_B}.$$

Под действием одной лишь силы F_1 деформируется только верхняя часть стержня, нижняя и средняя части перемещаются как твердое тело. Таким образом, перемещение сечения B, вызванное силой F_1, равно удлинению верхней части стержня

$$\delta_{F_1} = \frac{F_1 l_1}{EA}.$$

Аналогично установим, что перемещение сечения B от действия силы F_2, равно удлинению верней и средней частей

$$\delta_{F_2} = \frac{F_2 l_2}{EA}.$$

Наконец, перемещение сечения B от действия силы R_B равно укорочению всего стержня

$$\delta_{R_B} = \frac{R_B l}{EA}.$$

Суммируя полученные величины и приравнивая сумму нулю согласно равенству (1.25), получим уравнение совместности деформаций,

$$\frac{F_1 l_1}{EA} + \frac{F_2 l_2}{EA} - \frac{R_B l}{EA} = 0,$$

откуда $R_B = \dfrac{F_1 l_1 + F_2 l_2}{l} = \dfrac{100 \cdot 0,2 + 150 \cdot 0,6}{0,8} = 137,5$ кН.

Подставив значение реакции R_B в уравнение равновесия (1.24), определим значение реакции в точке A:

$$R_A = F_1 + F_2 - R_B = F_1 + F_2 - \frac{F_1 l_1 + F_2 l_2}{l} = \frac{(F_1 + F_2) l - (F_1 l_1 + F_2 l_2)}{l} =$$

$$= \frac{(100 + 150) \cdot 0,8 - (100 \cdot 0,2 + 150 \cdot 0,6)}{0,8} = 112,5 \text{ кН}.$$

На рис. 1.9, *в* приведена эпюра продольных сил, в соответствии с которой определяем напряжения на различных участках стержня.

В поперечных сечениях верхней части стержня

$$\sigma^{(1)} = \frac{N_1}{A} = \frac{112,5 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = 112,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 112,5 \text{ МПа};$$

в поперечных сечениях средней части

$$\sigma^{(2)} = \frac{N_2}{A} = \frac{12,5 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = 12,5 \cdot 10^6 \text{Па} = 12,5 \text{МПа},$$

а в нижней части

$$\sigma^{(3)} = \frac{N_3}{A} = -\frac{137,5 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = -137,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = -137,5 \text{МПа}.$$

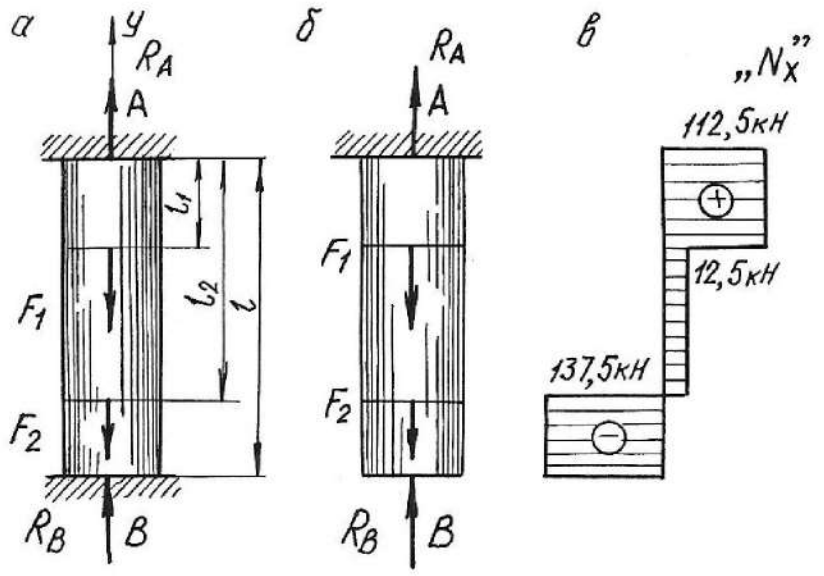


Рис. 1.9.

Наиболее напряженными, как видно из расчетов, являются поперечные сечения нижней части стержня. Это напряжение используем для проверки стержня на прочность:

$$\left|\sigma^{(3)}\right| = 137{,}5 \text{ МПа} < \sigma_{adm} = 140 \text{ МПа},$$

т. е. условие прочности выполняется.

Пример 1.7. Температурная задача

Определить допускаемое повышение температуры составного стержня (рис. 1.10.) из условия, чтобы напряжения сжатия не превышали в стальной части $\sigma_c = 120$ МПа, в медной $\sigma_м = 60$ МПа и в алюминиевой $\sigma_a = 70$ МПа. (линейные размеры на рисунке приведены в мм).

Решение.

Площади поперечных сечений ступеней стержня

$$A_м = \frac{\pi(50\cdot10^{-3})^2}{4} = 1963\cdot10^{-6} \text{ м}^2,$$

$$A_a = \frac{\pi(40\cdot10^{-3})^2}{4} = 1257\cdot10^{-6} \text{ м}^2,$$

$$A_c = \frac{\pi(30\cdot10^{-3})^2}{4} = 707\cdot10^{-6} \text{ м}^2.$$

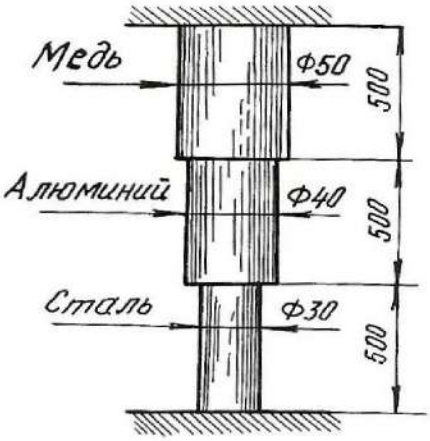


Рис. 1.10.

Продольные силы, при которых напряжения в ступенях будут равны заданным величинам, должны быть следующими:

$$N_{\text{м}} = A_{\text{м}} \cdot \sigma_{\text{м}} = 1963 \cdot 10^{-6} \cdot 60 \cdot 10^{6} = 118000 \text{ Н} = 118 \text{ кН};$$

$$N_{\text{а}} = A_{\text{а}} \cdot \sigma_{\text{а}} = 1257 \cdot 10^{-6} \cdot 70 \cdot 10^{6} = 88000 \text{ Н} = 88 \text{ кН};$$

$$N_{\text{с}} = A_{\text{с}} \cdot \sigma_{\text{с}} = 707 \cdot 10^{-6} \cdot 120 \cdot 10^{6} = 84800 \text{ Н} = 84{,}8 \text{ кН}.$$

Величина продольной силы не одинакова для всего стержня, следовательно, в качестве допускаемой продольной силы должно быть принято меньшее из трех полученных значений, а именно $N = N_{\text{с}} = 84{,}8$ кН.

Длина стержня в результате защемления обоих концов остается при изменении температуры неизменной. Следовательно, удлинение стержня в результате повышения температуры должно равняться полученному упругому укорочению

$$\Delta l_t = \Delta l = l_{\text{м}} \alpha_{\text{м}} \Delta t + l_{\text{а}} \alpha_{\text{а}} \Delta t + l_{\text{с}} \alpha_{\text{с}} \Delta t = l(\alpha_{\text{м}} + \alpha_{\text{а}} + \alpha_{\text{с}}) \Delta t,$$

где $\alpha_{\text{м}}$, $\alpha_{\text{а}}$, $\alpha_{\text{с}}$ – соответствующие коэффициенты теплового линейного расширения.

$$\Delta l = \Delta l_{\text{м}} = \Delta l_{\text{а}} = \Delta l_{\text{с}} = \frac{N l_{\text{м}}}{E_{\text{м}} A_{\text{м}}} + \frac{N l_{\text{а}}}{E_{\text{а}} A_{\text{а}}} + \frac{N l_{\text{с}}}{E_{\text{с}} A_{\text{с}}} = Nl\left(\frac{1}{E_{\text{м}} A_{\text{м}}} + \frac{1}{E_{\text{а}} A_{\text{а}}} + \frac{1}{E_{\text{с}} A_{\text{с}}}\right);$$

$$l(\alpha_{\text{м}} + \alpha_{\text{а}} + \alpha_{\text{с}}) \Delta t = Nl\left(\frac{1}{E_{\text{м}} A_{\text{м}}} + \frac{1}{E_{\text{а}} A_{\text{а}}} + \frac{1}{E_{\text{с}} A_{\text{с}}}\right),$$

откуда $\Delta t = \dfrac{N\left(\dfrac{1}{E_{\text{м}} A_{\text{м}}} + \dfrac{1}{E_{\text{а}} A_{\text{а}}} + \dfrac{1}{E_{\text{с}} A_{\text{с}}}\right)}{\alpha_{\text{м}} + \alpha_{\text{а}} + \alpha_{\text{с}}}$.

Подставим численные значения величин и произведем вычисления

$$\Delta t = \frac{84800\left[\dfrac{1}{1 \cdot 10^{11} \cdot 1963 \cdot 10^{-6}} + \dfrac{1}{0{,}7 \cdot 10^{11} \cdot 1257 \cdot 10^{-6}} + \dfrac{1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 707 \cdot 10^{-6}}\right]}{16{,}5 \cdot 10^{-6} + 25 \cdot 10^{-6} + 12{,}5 \cdot 10^{-6}} = 36^{\circ}.$$

Далее определим напряжения в поперечных сечениях стержня при повышении температуры на 36°

$$\sigma_{\text{м}} = -\frac{N}{A_{\text{м}}} = -\frac{84800}{1963 \cdot 10^{-6}} = -43 \cdot 10^{6} \text{ Па} = -43 \text{ МПа},$$

$$\sigma_{\text{а}} = -\frac{N}{A_{\text{а}}} = -\frac{84800}{1257 \cdot 10^{-6}} = -67{,}5 \cdot 10^{6} \text{ Па} = -67{,}5 \text{ МПа},$$

$$\sigma_{\text{с}} = -120 \text{ МПа}.$$

1.4. Задания для расчетов стержней с учетом собственного веса

Для стального бруса с учетом собственного веса и при продольной нагрузке F (табл. 1.1.) требуется по указанной схеме (табл. 1.2.):

1. Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса.

2. Найти полное удлинение (укорочение) бруса для геометрических размеров, приведенных в табл. 1.1. Плотность стали ρ=7850 кг/см^3; ускорение силы тяжести g = 9,81 м/с^2, модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

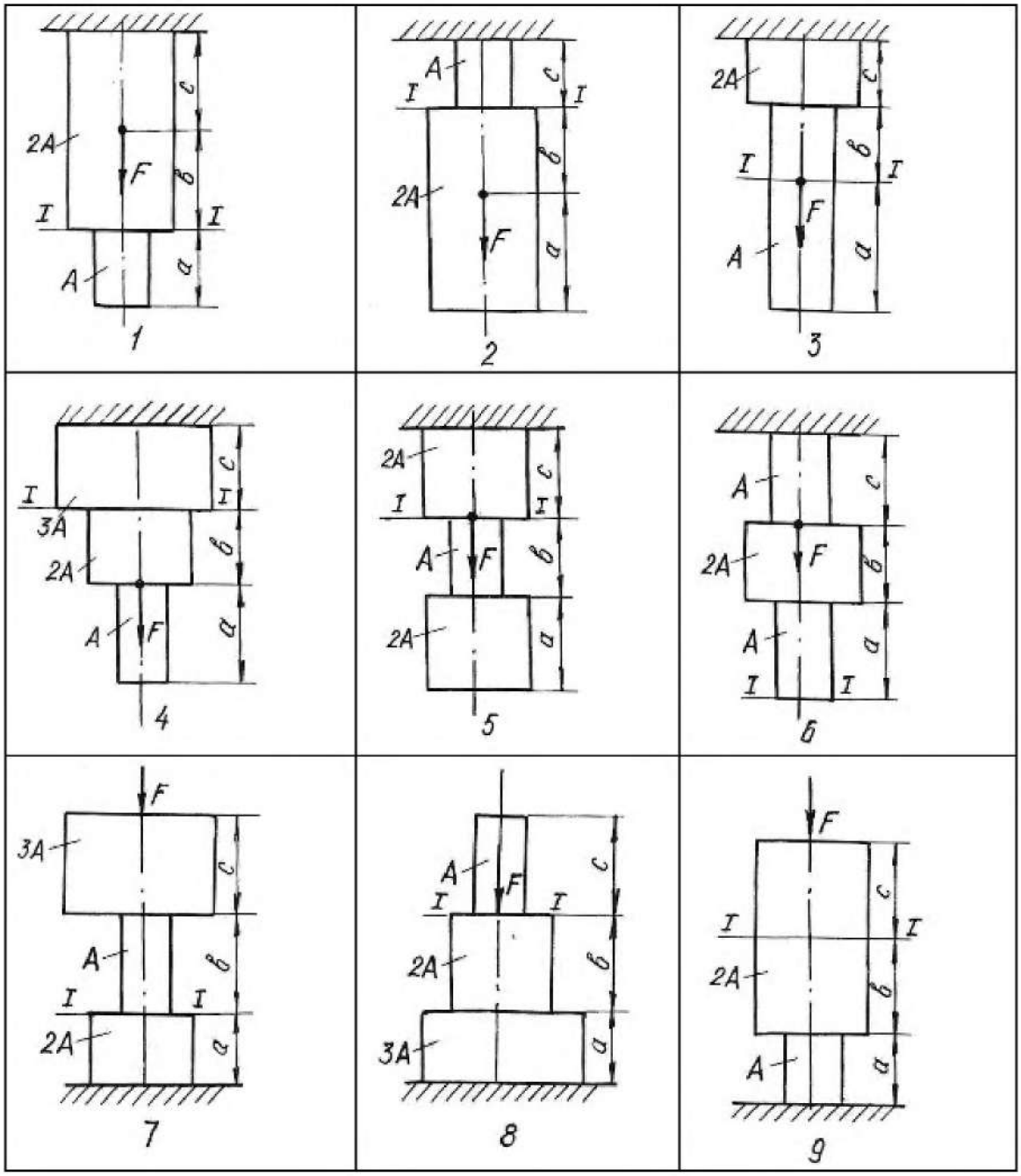
3. Определить перемещение сечений I-I.

Таблица 1.1

Номер варианта	a, м	b, м	c, м	F, кН	A, см^2
1	1,5	1,0	2,0	30	20
2	1,0	1,5	2,0	40	30
3	2,0	1,0	2,0	50	40
4	2,0	1,0	1,5	60	18
5	2,0	1,5	1,5	20	24
6	1,5	1,0	2,0	40	28
7	1,5	1,0	1,0	50	30
8	1,0	1,5	2,0	50	32
9	1,5	1,0	1,5	60	12
10	2,0	1,0	1,5	70	14
11	1,0	2,0	1,0	20	15
12	2,0	2,0	1,0	40	18
13	1,0	1,5	1,0	30	20
14	1,4	1,0	1,0	40	24
15	1,0	3,0	1,0	50	28
16	1,0	2,0	1,0	40	30
17	1,2	1,0	2,4	70	32
18	2,0	1,5	2,0	60	20
19	2,6	1,0	1,7	60	18
20	2,0	1,0	1,5	50	22
21	1,5	1,8	1,4	40	15
22	2,0	1,0	1,4	30	16
23	1,2	1,2	1,2	20	20
24	1,5	1,0	2,0	10	16
25	1,4	2,0	1,0	40	18

Таблица 1.2

Расчетные схемы бруса



1.5. Задания для определения напряжений при плоском напряженном состоянии

Стальной кубик находится под действием сил, создающих плоское напряженное состояние (рис. 1.11.). Показать на рисунке элемент и направления напряжений в соответствии с вариантом задания.

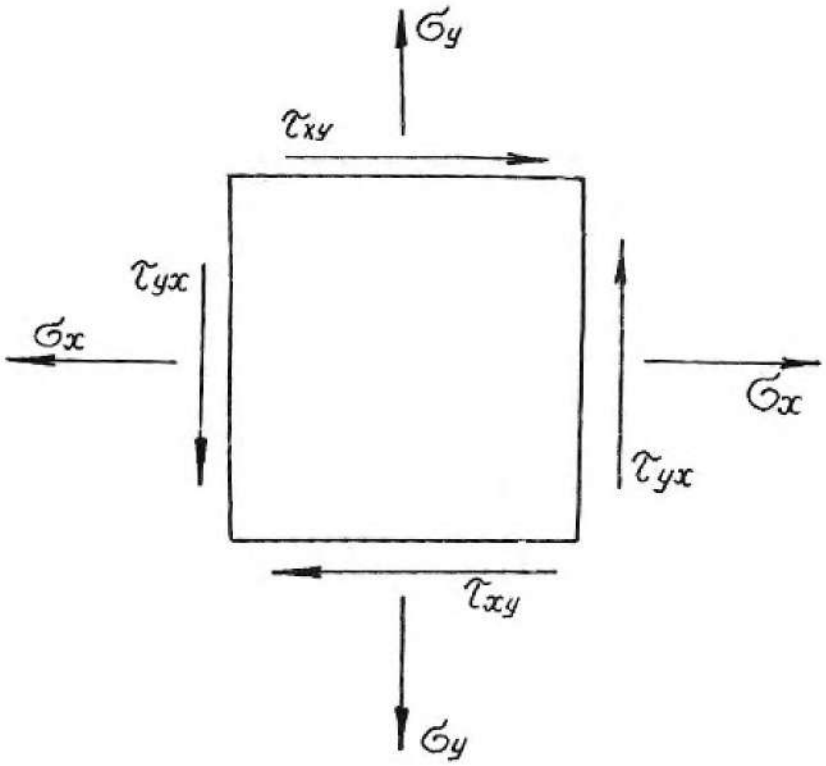


Рис. 1.11.

Требуется найти:

1. Главные напряжения и положение главных площадок.
2. Максимальные касательные напряжения.
3. Определить аналитически величины нормальных σ_α и касательных напряжений τ_α , действующих на площадках, нормаль к которым составляет угол α с горизонтальной осью x.

Данные приведены в табл. 1.3.

Таблица 1.3

Номер варианта	σ_x , МПа	σ_y , МПа	τ_{xy} , МПа	α, град
1	40,0	-20,0	-10,0	30
2	12,0	10,0	-80,0	-45
3	-10,0	-14,0	-12,0	15
4	15,0	12,0	90,0	30
5	20,0	-40,0	80,0	15
6	-12,0	10,0	-80,0	45
7	20,0	-2,0	10,0	-30
8	80,0	10,0	-60,0	45
9	12,0	14,0	10,0	30
10	-14,0	-10,0	50,0	15
11	20,0	10,0	-80,0	-45
12	30,0	-50,0	-10,0	60
13	-25,0	10,0	50,0	15
14	16,0	80,0	10,0	30
15	18,0	-10,0	10,0	-30
16	22,0	12,0	-90,0	45
17	-16,0	-12,0	10,0	20
18	10,0	80,0	-60,0	-20
19	25,0	-25,0	10,0	30
20	-10,0	10,0	60,0	60
21	12,0	10,0	-60,0	20
22	18,0	-10,0	-12,0	45
23	-40,0	30,0	20,0	30
24	50,0	-60,0	10,0	-30
25	45,0	35,0	15,0	-45

1.6. Задания для расчета статически неопределимых стержневых систем

Для статически неопределимой системы, состоящей из жесткой невесомой балки и стальных стержней 1 и 2, соединенных с ней шарнирно (табл.1.4), требуется:

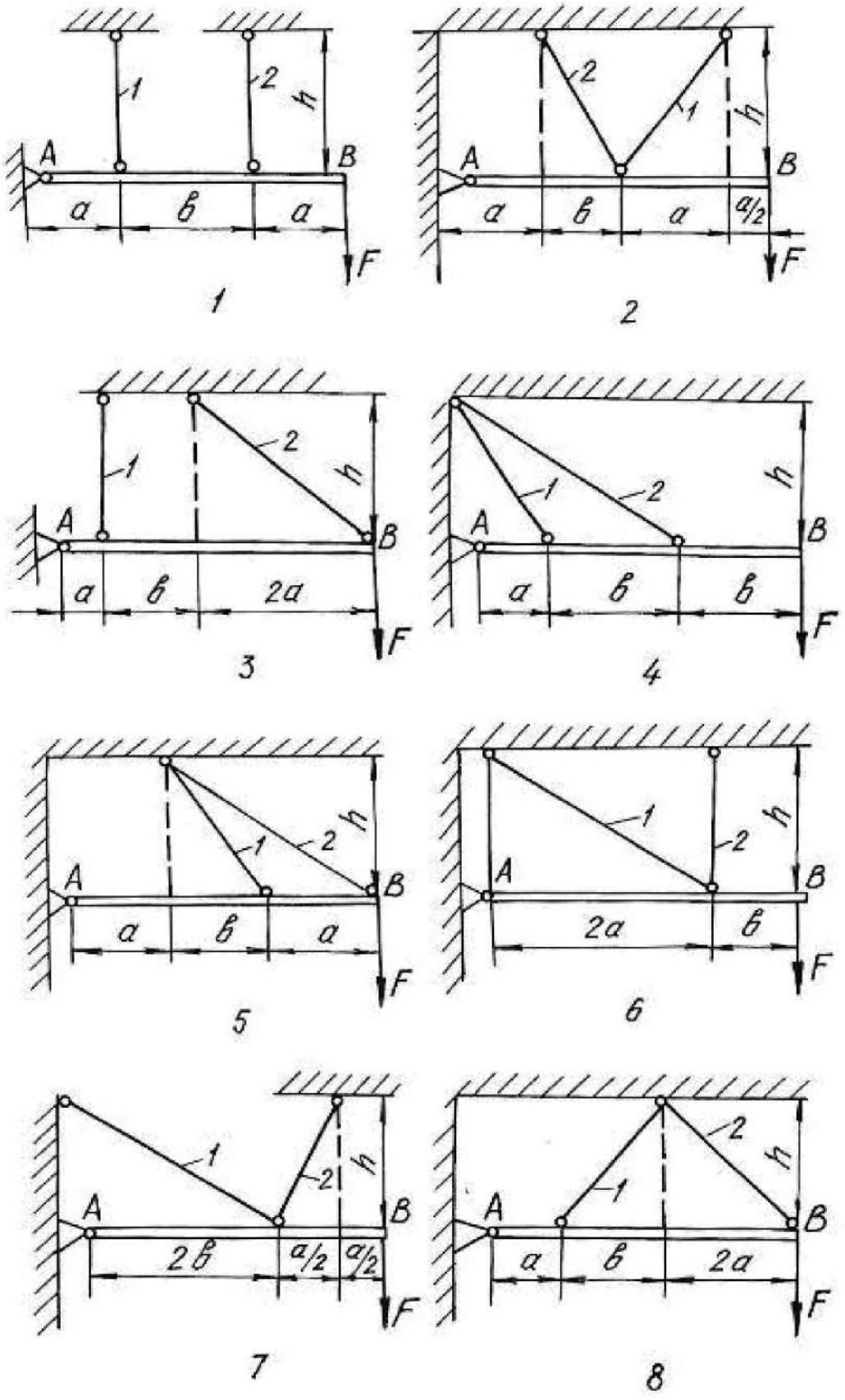
1. Определить усилия, возникающие в стержнях от действия нагрузки F;
2. Подобрать сечение стержней из двух равнобоких уголков каждое по ГОСТ 8509-93 (см. табл. П. 3).
3. Определить дополнительные усилия в стержнях конструкции, если стержень 2 изготовлен короче проектного размера на $\Delta = 5 \cdot 10^{-3}$ м.

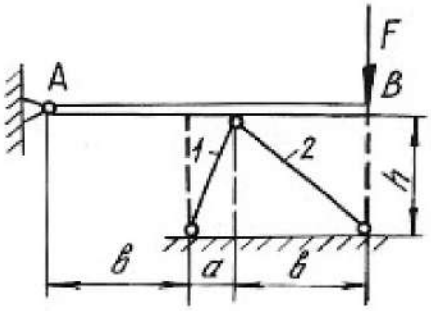
При расчетах принять $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; σ_{adm}=160 МПа, остальные данные приведены в табл. 1.4. Расчетные схемы приведены в табл. 1.5.

Таблица 1.4

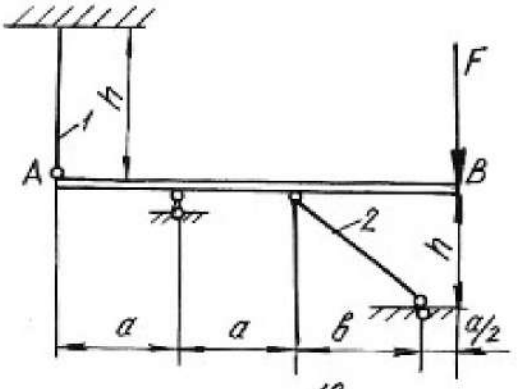
Номер варианта	a, м	b, м	h, м	$A_2 : A_1$	F, кН
1	2,0	1,4	1,8	2,0	80
2	2,2	1,6	2,0	1,5	120
3	2,6	1,8	2,2	1,2	150
4	2,5	1,1	1,5	1,0	180
5	1,8	1,0	1,2	1,5	100
6	2,0	1,0	1,5	2,0	240
7	2,4	1,4	1,6	1,8	140
8	2,8	1,6	2,	2,0	120
9	1,6	1,2	1,5	1,5	100
10	2,4	1,4	1,6	1,8	180
11	3,0	2,0	2,0	1,5	260
12	2,4	1,8	2,2	2,0	320
13	1,8	1,4	1,2	1,5	400
14	2,0	1,5	1,3	1,2	360
15	1,5	1,5	2,0	1,5	400
16	1,0	0,9	1,5	1,1	340
17	1,1	1,3	1,8	1,8	250
18	1,5	1,2	2,0	2,0	120
19	0,9	0,6	3,0	1,4	170
20	0,8	0,7	2,3	1,6	210
21	1,2	1,7	1,3	1,3	200
22	1,3	1,4	0,8	1,7	90
23	2,0	2,0	2,0	0,9	110
24	2,0	1,1	1,0	0,8	130
25	1,5	1,6	0,8	0,7	280

Таблица 1.5

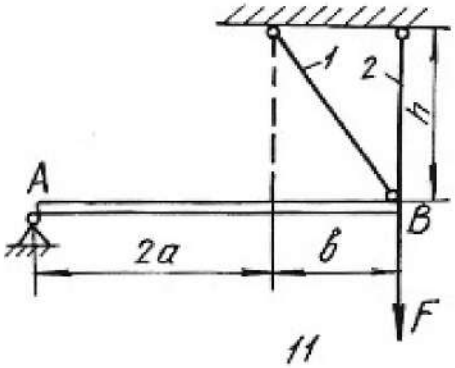




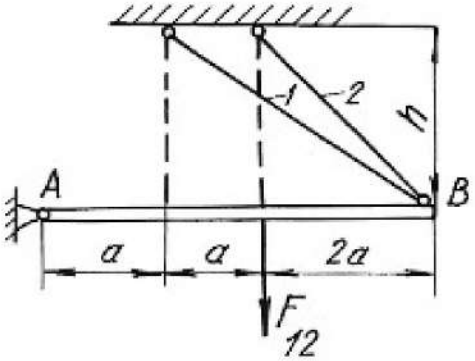
9



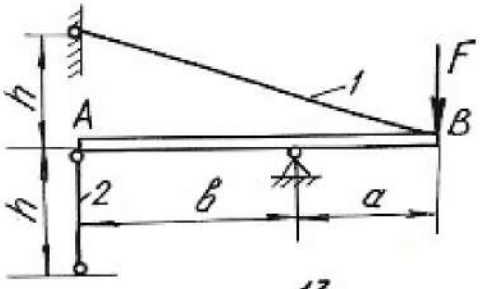
10



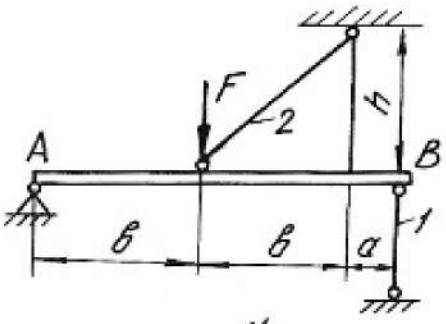
11



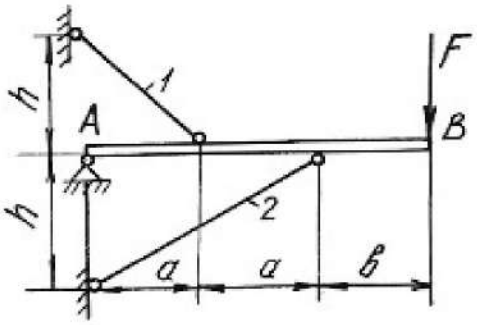
12



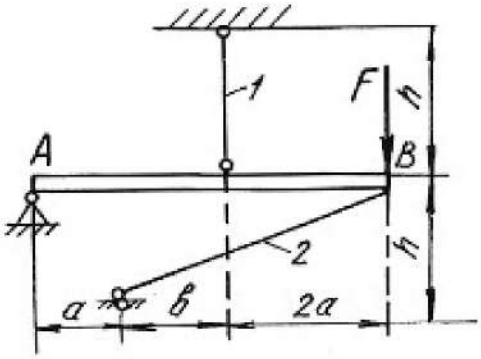
13



14



15



16

Глава 2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛАВНЫХ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЙ

Моментами инерции являются геометрические характеристики, отражающие заполнение веществом плоского поперечного сечения балки. Значения моментов инерции для стандартных поперечных сечений можно найти в любой литературе, список которой приведен в конце настоящего пособия. Моменты инерции относительно собственных осей простых фигур определяются по известным формулам.

Для прямоугольника

$$J_x = \frac{bh^3}{12}; \qquad J_y = \frac{hb^3}{12}; \qquad J_{xy} = 0, \tag{2.1}$$

где x, y – горизонтальная и вертикальная оси, проходящие через центр тяжести прямоугольника; b – ширина; h – высота прямоугольника.

Для круга

$$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64}; \qquad J_{xy} = 0. \tag{2.2}$$

Для треугольника

$$J_x = \frac{bh^3}{36}; \qquad J_y = \frac{hb^3}{36}; \qquad J_{xy} = \pm\frac{b^2h^2}{72}. \tag{2.3}$$

При этом знак центробежного момента определяется следующим образом. Треугольник вычерчивается в масштабе, через его центр проводятся оси, которые делят треугольник на четыре четверти. В первой и третьей четвертях площадь положительна, в остальных – отрицательна. Если суммарная положительная площадь будет по размеру больше отрицательной, то знак центробежного момента будет тоже положительный и наоборот.

Осевые моменты инерции прокатных профилей выписываются из таблицы (сортамента проката) в соответствии с номером профиля. Для равнополочных уголков центробежный момент относительно горизонтальной и вертикальной осей определяется по формуле:

$$J_{xy} = \left(J_{x_0} - J_{y_0}\right)\frac{\sin 2\alpha}{2} + J_{x_0y_0}\cos 2\alpha, \tag{2.4}$$

где x_0, y_0 – оси, проходящие через центр тяжести уголка под углом 45° к горизонтальной и вертикальной осям уголка.

При этом нужно помнить, что угол поворота осей xy относительно осей x_0y_0 будет отрицательным. Если уголок неравнополочный, то его условно разбивают на два прямоугольника, находят их центры тяжести, и центробежный

момент относительно собственных осей всего уголка определяют по формуле центробежных моментов инерции относительно параллельных осей.

Для составного сечения необходимо определять положение центра тяжести, разбив его на простейшие части (прямоугольник, круг, треугольник, двутавр, швеллер, уголок). Формулы для определения центра тяжести имеют вид:

$$x_C = \frac{\sum S_{x_{\text{вр}}}}{\sum A} = \frac{\left(A_1 x_1 + A_2 x_2 + \ldots, + A_n x_n\right)}{\left(A_1 + A_2 + \ldots, + A_n\right)};$$
$$y_C = \frac{\sum S_{y_{\text{вр}}}}{\sum A} = \frac{\left(A_1 y_1 + A_2 y_2 + \ldots, + A_n y_n\right)}{\left(A_1 + A_2 + \ldots, + A_n\right)}, \qquad (2.5)$$

где $S_{y_{\text{вр}}}, S_{x_{\text{вр}}}$ – статические моменты площадей простых фигур относительно временных осей; $A_1, A_2, \ldots, A_n$ – площади простых фигур; x_n, y_n – координаты центров тяжести простых фигур во временных осях.

Главными моментами инерции плоской фигуры (сечения) называют моменты инерции, определяемые относительно главных центральных осей сечения. Такие оси должны отвечать следующим требованиям:

1) они проходят через центр тяжести сечения;

2) относительно этих осей наблюдаются экстремальные значения моментов инерции (главные моменты инерции);

3) центробежный момент инерции относительно главных осей равен нулю.

В формулы напряжений, содержащие моменты инерции, необходимо всегда подставлять значения главных моментов инерции. Определение главных моментов инерции проводится в следующем порядке.

1. Заданное поперечное сечение сложной конфигурации вычерчивается в выбранном масштабе с указанием всех размеров.

2. Сечение условно разбивается на простейшие фигуры (прямоугольник, круг, треугольник, двутавр, швеллер, уголок).

3. Определяется положение центра тяжести площадки каждой простой фигуры и из этих центров проводятся собственные оси координат.

4. Для всей фигуры сечения проводятся временные (вспомогательные) оси координат ($x_{\text{вр}}, y_{\text{вр}}$) параллельно собственным осям отдельных фигур (желательно, чтобы временные оси проходили через центры тяжести простых фигур, что ведет к уменьшению объема вычислений).

5. Определяются координаты центра тяжести площади всего сечения по формулам (2.5).

6. Центр тяжести сечения наносится на чертеж, и из него проводятся опорные оси координат (x_C, y_C) параллельно временным осям.

7. Определяются осевые и центробежные моменты инерции сечения относительно опорных осей. При этом используют формулы для определения моментов инерции относительно параллельных осей:

$$J_{x_c} = \left(J_{x_1} + A_1 a_1^2\right)^{\text{I}} + \left(J_{x_2} + A_2 a_2^2\right)^{\text{II}} + \ldots + \left(J_{x_n} + A_n a_n^2\right)^{n};$$

$$J_{y_c} = \left(J_{y_1} + A_1 b_1^2\right)^{\text{I}} + \left(J_{y_2} + A_2 b_2^2\right)^{\text{II}} + \ldots + \left(J_{y_n} + A_n b_n^2\right)^{n}; \qquad (2.6)$$

$$J_{x_c y_c} = \left(J_{x_1 y_1} + A_1 a_1 b_1\right)^{\text{I}} + \left(J_{x_2 y_2} + A_2 a_2 b_2\right)^{\text{II}} + \ldots + \left(J_{x_n y_n} + A_n a_n b_n\right)^{n},$$

где $J_{x_1}, J_{x_2}, \ldots, J_{x_n}$ и $J_{y_1}, J_{y_2}, \ldots, J_{y_n}$ – моменты инерции простых фигур относительно собственных осей; $J_{x_1 y_1}, J_{x_2 y_2}, \ldots, J_{x_n y_n}$ – центробежные моменты инерции простых фигур относительно собственных осей; $a_1, a_2, \ldots, a_n$ – расстояния между собственными осями $x_1, x_2 \ldots, x_n$ простых фигур и центральной осью x_c; $b_1, b_2 \ldots, b_n$ – расстояния между собственными осями $y_1, y_2 \ldots, y_n$ простых фигур и центральной осью y_c (с учетом знаков).

8. Определяется положение главных осей инерции по формуле:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2 \cdot J_{x_c y_c}}{J_{y_c} - J_{x_c}}. \qquad (2.7)$$

Положительным считается угол α_0, откладываемый против хода часовой стрелки.

9. Проводятся главные оси на чертеже под углом α_0 по отношению к центральным осям.

10. Определяются главные моменты инерции по формулам:

$$\begin{aligned} J_{x_0} &= J_{x_c} \cos^2 \alpha_0 + J_{y_c} \sin^2 \alpha_0 - J_{x_c y_c} \sin 2\alpha_0; \\ J_{y_0} &= J_{x_c} \sin^2 \alpha_0 + J_{y_c} \cos^2 \alpha_0 + J_{x_c y_c} \sin 2\alpha_0 \end{aligned} \qquad (2.8)$$

или

$$J_{\max/\min} = \frac{J_{x_c} + J_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(J_{x_c} - J_{y_c}\right)^2 + 4 \cdot J_{x_c y_c}^2}. \qquad (2.9)$$

11. Проводится проверка правильности решения задачи в двух вариантах:

а) суммы главных моментов инерции и моментов инерции относительно центральных осей должны быть равны

$$J_{x_0} + J_{y_0} = \left(J_{x_c} + J_{y_c}\right) \pm 5\ \%; \qquad (2.10)$$

б) центробежный момент инерции относительно главных осей должен быть равен нулю

$$J_{x_0y_0} = \frac{J_{x_c} - J_{y_c}}{2} \sin 2\alpha_0 + J_{x_c y_c} \cos 2\alpha_0 = 0. \qquad (2.11)$$

Пример 2.1.

Для заданного поперечного сечения, состоящего из швеллера и равнополочного уголка (рис. 2.1), требуется:

1) определить положение центра тяжести;

2) найти осевые и центробежный моменты инерции относительно осей, проходящих через центр тяжести;

3) определить направления главных центральных осей x_0 и y_0;

4) найти моменты инерции относительно главных центральных осей;

5) вычертить сечение в масштабе 1:2 и указать на нем все размеры в числах и все оси.

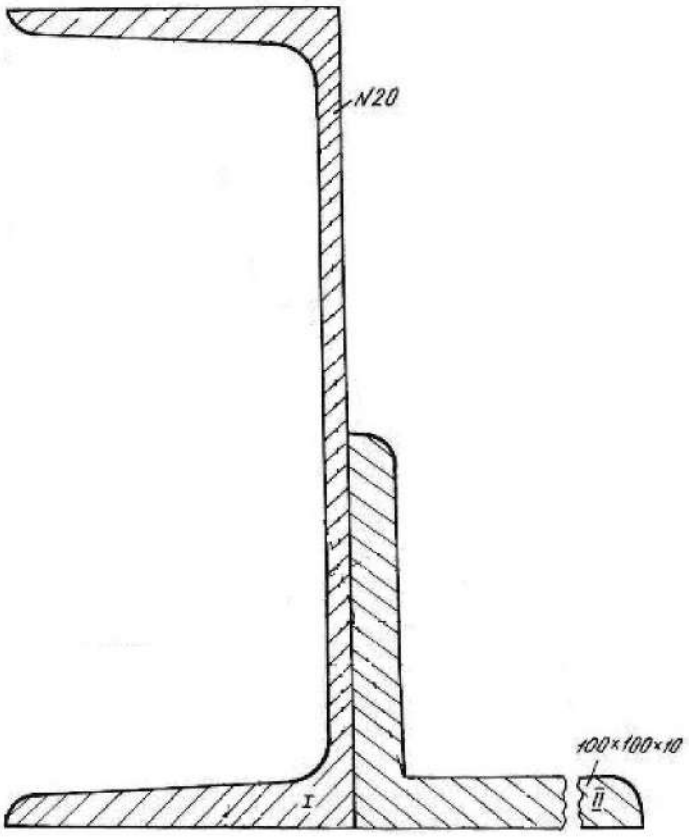


Рис. 2.1.

Решение.

1. Проводим временные оси $x_{вр}$ и $y_{вр}$ через левый нижний угол сечения (рис. 2.2) и разбиваем сечение на две фигуры: швеллер I и уголок II.

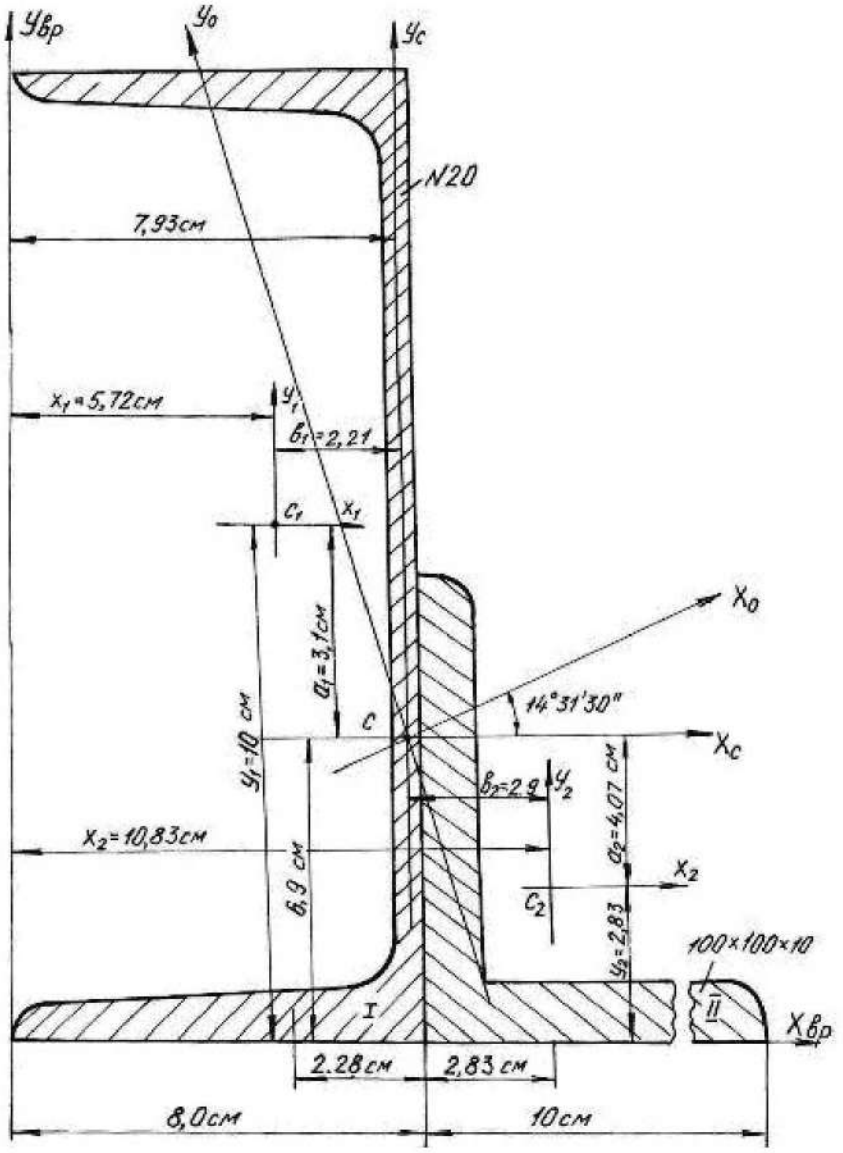


Рис. 2.2.

Основные данные фигур выписываем из таблиц сортамента проката.

Швеллер № 20а: $A_1 = 25{,}2$ см^2, $Z_0 = 2{,}28$ см, $J_{x_1} = 1670$ см^4, $J_{y_1} = 139$ см^4.

Уголок 100×100×10 мм: $A_2 = 19{,}2$ см^2, $Z_0 = 2{,}83$ см, $J_{x_0} = 284$ см^4, $J_{y_0} = 74{,}1$ см^4, $J_{x_2} = J_{y_2} = 179$ см^4 (рис. 2.3).

Координаты центра тяжести сечения

$$x_c = \frac{(A_1 x_1 + A_2 x_2)}{(A_1 + A_2)} = \frac{25{,}2 \cdot 5{,}72 + 19{,}2 \cdot 10{,}83}{25{,}2 + 19{,}2} = 7{,}93 \text{ см};$$

$$y_c = \frac{(A_1 y_1 + A_2 y_2)}{(A_1 + A_2)} = \frac{25{,}2 \cdot 10 + 19{,}2 \cdot 2{,}83}{25{,}2 + 19{,}2} = 6{,}9 \text{ см};$$

где A_1, A_2 – площади поперечного сечения первой и второй фигур; x_1, x_2, y_1, y_2 – координаты центров тяжести фигур относительно временных осей.

По значениям координат центра тяжести фигуры наносим точку C (см. рис. 2.2.) и проводим центральные оси x_c и y_c параллельно временным осям.

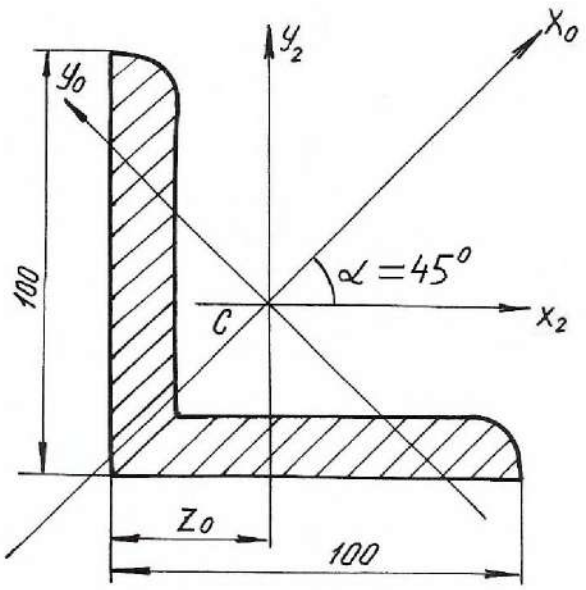


Рис. 2.3.

2. Вычисляем осевые моменты инерции относительно центральных опорных осей

$$J_{x_C} = \left(J_{x_C}\right)^{\text{I}} + \left(J_{x_C}\right)^{\text{II}} = \left(J_{x_1} + A_1 a_1^2\right) + \left(J_{x_2} + A_2 a_2^2\right) =$$

$$= \left[1670 + 25{,}2\left(3{,}1\right)^2\right] + \left[179 + 19{,}2\left(-4{,}07\right)^2\right] = 2409 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_C} = \left(J_{y_C}\right)^{\text{I}} + \left(J_{y_C}\right)^{\text{II}} = \left(J_{y_1} + A_1 b_1^2\right) + \left(J_{y_2} + A_2 b_2^2\right) =$$

$$= \left[139 + 25{,}2\left(\text{-}2{,}21\right)^2\right] + \left[179 + 19{,}2\left(2{,}9\right)^2\right] = 603 \text{ см}^4.$$

3. Вычисляем центробежный момент инерции сечения относительно осей x_c и y_c. Центробежный момент швеллера относительно собственных осей равен 0, так как его оси проходят через центр тяжести и одна из них является осью симметрии.

Для уголка собственные центральные оси, т. е. оси x_2 и y_2 не являются главными, поэтому центробежный момент уголка в этой системе координат не равен 0. Вычислим его.

Из таблиц сортамента

$$J_{x_0} = 284 \text{ см}^4; \quad J_{y_0} = 74{,}1 \text{ см}^4;$$

$$J_{x_2y_2} = \frac{\left(J_{x_0} - J_{y_0}\right)}{2}\sin 2\alpha + J_{x_0y_0}\cos 2\alpha = \frac{284 - 74{,}1}{2}(-1) + 0 = -104{,}95 \text{ см}^4.$$

Угол α отрицателен, так как поворот осей x_0, y_0 направлен по ходу часовой стрелки.

$$J_{x_cy_c} = \left(J_{x_cy_c}\right)^{\text{I}} + \left(J_{x_cy_c}\right)^{\text{II}} = (J_{x_1y_1} + A_1a_1b_1) + (J_{x_2y_2} + A_2a_2b_2) =$$

$$= [0 + 25{,}2(3{,}1)(-2{,}21)] + [-104{,}95 + 19{,}2(-4{,}07)(2{,}90)] =$$

$$= -172{,}0 - 104{,}95 - 225 = -501{,}95 \text{ см}^4.$$

Угол поворота главных осей инерции

$$\operatorname{tg}2\alpha_0 = \frac{2J_{x_cy_c}}{\left(J_{y_c} - J_{x_c}\right)} = \frac{2(-501{,}95)}{(603 - 2409)} = 0{,}555, \quad 2\alpha_0 = 29^\circ 03', \quad \alpha_0 = 14^\circ 31' 30''.$$

4. Откладываем полученный угол против хода часовой стрелки от центральных осей x_c, y_c и проводим главные оси инерции x_0, y_0 (см. рис. 2.2).

5. Определяем главные моменты инерции

$$J_{x_0} = J_{x_c}\cos^2\alpha_0 + J_{y_c}\sin^2\alpha_0 - J_{x_cy_c}\sin 2\alpha_0 = 2536 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_0} = J_{x_c}\sin^2\alpha_0 + J_{y_c}\cos^2\alpha_0 + J_{x_cy_c}\sin 2\alpha_0 = 476 \text{ см}^4.$$

Так как $J_{x_c} > J_{y_c}$, то $J_{\max}$ будет относительно оси x_0, а $J_{\min}$ будет относительно оси y_0.

Проверка.

а) Согласно формуле (2.10)

$$J_{x_c} + J_{y_c} = \left(J_{x_0} + J_{y_0}\right) \pm 5\ \%;$$

$$(2409 + 603)\cdot 10^{-8} = (2536 + 476)\cdot 10^{-8} \text{ м}^4;$$

$$3012\cdot 10^{-8} \text{ см}^4 = 3012\cdot 10^{-8} \text{ см}^4.$$

б) Согласно формуле (2.11)

$$J_{x_0y_0} = \frac{\left(J_{x_c} - J_{y_c}\right)}{2}\sin 2\alpha_0 + J_{x_cy_c}\cos 2\alpha_0 = 0;$$

$$J_{x_0y_0} = \frac{(2409-603)}{2}\sin 2\left(14^\circ 31' 30''\right) - 501{,}95 \cdot \cos 2\left(14^\circ 31' 30''\right) = 0;$$

$$J_{x_0y_0} = 438 - 438 = 0.$$

Проверка показывает, что главные моменты инерции определены правильно.

6. Вычерчиваем поперечное сечение в масштабе 1:2 с указанием всех осей и размеров.

Пример 2.2.

Для заданного поперечного сечения (рис. 2.4) определить положение центра тяжести, найти положение главных осей инерции и значения главных моментов инерции.

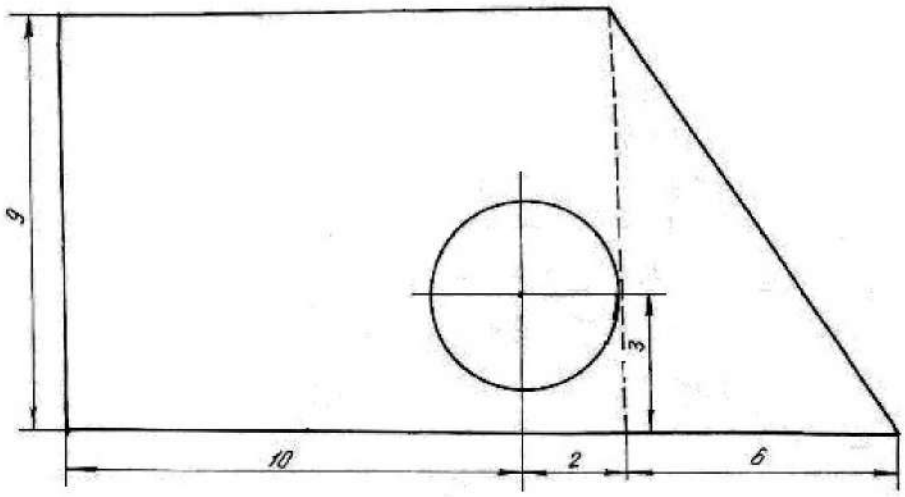


Рис. 2.4.

Решение.

1. Чертим поперечное сечение в масштабе 1:1;

2. Разбиваем сечение на простейшие фигуры: I – прямоугольник, II – прямоугольный треугольник, III – круг;

3. Проводим временные оси $x_{вр}$ и $y_{вр}$ через левый нижний угол заданного сечения (рис. 2.5).

4. Обозначив на рисунке центры тяжести простейших фигур, находим их координаты относительно временных осей и определяем площади фигур

$$C_1\begin{cases} x_1 = 6 \text{ см}; \\ y_1 = 4{,}5 \text{ см}; \end{cases} \qquad C_2\begin{cases} x_2 = 14 \text{ см}; \\ y_2 = 3 \text{ см}; \end{cases} \qquad C_3\begin{cases} x_3 = 10 \text{ см}; \\ y_3 = 3 \text{ см}. \end{cases}$$

$$A_1 = 108 \text{ см}^2, \qquad A_2 = 27 \text{ см}^2, \qquad A_3 = 12{,}56 \text{ см}^2.$$

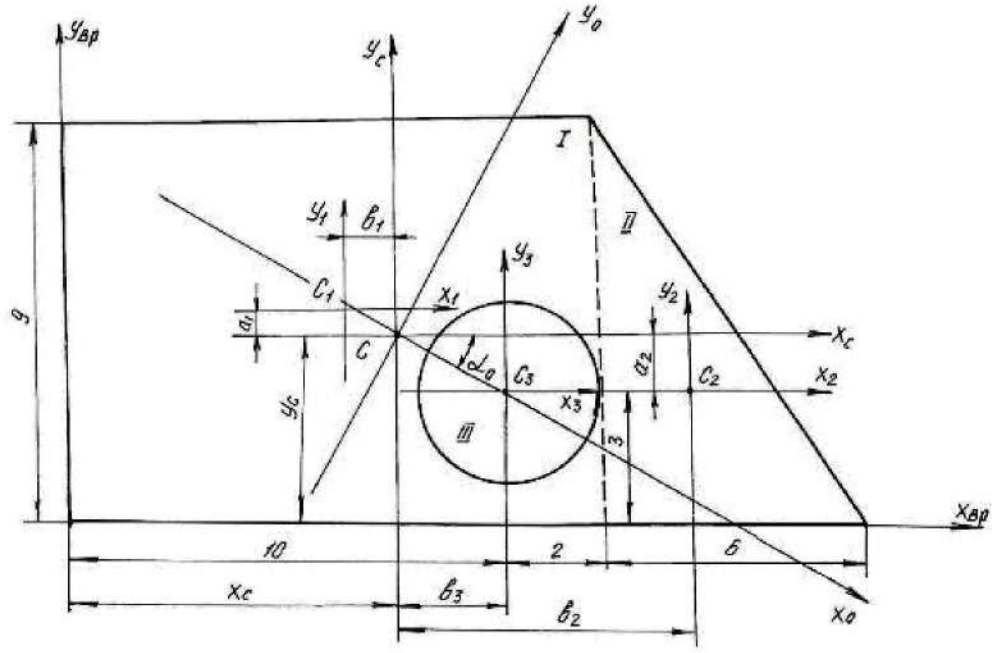


Рис. 2.5.

5. Определим координаты центра тяжести сечения

$$x_C = \frac{S_y}{A} = \frac{x_1A_1 + x_2A_2 - x_3A_3}{A_1 + A_2 - A_3} = \frac{6 \cdot 108 + 14 \cdot 27 - 10 \cdot 12{,}56}{108 + 27 - 12{,}56} = 7{,}35 \text{ см};$$

$$y_C = \frac{S_x}{A} = \frac{y_1A_1 + y_2A_2 - y_3A_3}{A_1 + A_2 - A_3} = \frac{4{,}5 \cdot 108 + 3 \cdot 27 - 3 \cdot 12{,}56}{108 + 27 - 12{,}56} = 4{,}32 \text{ см}.$$

Обозначим на рис. 2.5 положение центра тяжести C (x_c =7,35 см; y_c =4,32 см) и проведем центральные оси x_c и y_c параллельно временным осям.

6. Определим координаты центров тяжести простейших фигур (C_1, C_2, C_3) относительно центральных осей x_c и y_c

$$C_1\begin{cases} b_1 = x_1 - x_C = 1{,}35 \text{ см} \\ a_1 = y_1 - y_C = 0{,}18 \text{ см} \end{cases} \qquad C_2\begin{cases} b_2 = x_2 - x_C = 6{,}65 \text{ см} \\ a_2 = y_2 - y_C = -1{,}32 \text{ см} \end{cases}$$

$$C_3\begin{cases} b_3 = x_3 - x_C = 2{,}65 \text{ см} \\ a_3 = y_3 - y_C = -1{,}32 \text{ см}. \end{cases}$$

7. Определим моменты инерции простейших фигур относительно их центральных осей

Для прямоугольника:

$$J_{x_1} = \frac{bh^3}{12} = \frac{12 \cdot 9^3}{12} = 729 \text{ см}^4; \; J_{y_1} = \frac{b^3h}{12} = \frac{12^3 \cdot 9}{12} = 1296 \text{ см}^4; \; J_{x_1y_1} = 0.$$

Для треугольника:

$$J_{x_2}=\frac{bh^3}{36}=\frac{6\cdot 9^3}{36}=121{,}5\text{ см}^4;\qquad J_{y_2}=\frac{b^3h}{36}=\frac{6^3\cdot 9}{36}=54\text{ см}^4;$$

$$J_{x_2y_2}=-\frac{b^2h^2}{72}=-\frac{6^2\cdot 9^2}{72}=-40{,}5\text{ см}^4,$$

знак минус указывает на преобладание суммарной отрицательной части площади поперечного сечения.

Для круга:

$$J_{x_3}=J_{y_3}=\frac{\pi d^4}{64}=\frac{3{,}14\cdot 4^4}{64}=12{,}56\text{ см}^4;\qquad J_{x_3y_3}=0.$$

8. Определим моменты инерции всего сечения относительно центральных осей x_c и y_c, используя формулы моментов инерции относительно параллельных осей

$$J_{x_c}=\left(J_{x_c}\right)^{\text{I}}+\left(J_{x_c}\right)^{\text{II}}-\left(J_{x_c}\right)^{\text{III}}=\left(J_{x_1}+A_1a_1^2\right)+\left(J_{x_2}+A_2a_2^2\right)-\left(J_{x_3}+A_3a_3^2\right)=$$

$$=\left(729+0{,}18^2\cdot 108\right)+\left(121{,}5+(-1{,}32)^2\cdot 27\right)-\left(12{,}56+(-1{,}32)^2\cdot 12{,}56\right)=866{,}6\text{ см}^4;$$

$$J_{y_c}=\left(J_{y_c}\right)^{\text{I}}+\left(J_{y_c}\right)^{\text{II}}-\left(J_{y_c}\right)^{\text{III}}=\left(J_{y_1}+A_1b_1^2\right)+\left(J_{y_2}+A_2b_2^2\right)-\left(J_{y_3}+A_3b_3^2\right)=$$

$$=\left(1296+(-1{,}35)^2\cdot 108\right)++\left(54+6{,}65^2\cdot 27\right)-\left(12{,}56+2{,}65^2\cdot 12{,}56\right)=1093{,}32\text{ см}^4;$$

$$J_{x_cy_c}=\left(J_{x_cy_c}\right)^{\text{I}}+\left(J_{x_cy_c}\right)^{\text{II}}-\left(J_{x_cy_c}\right)^{\text{III}}=$$

$$=\left(J_{x_1y_1}+a_1b_1A_1\right)+\left(J_{x_2y_2}+a_2b_2A_2\right)-\left(J_{x_3y_3}+a_3b_3A_3\right)=$$

$$=\left(0+0{,}18\cdot(-1{,}35)\cdot 108\right)+\left(-40{,}5+(-1{,}32)\cdot 6{,}65\cdot 27\right)-\left(0+(-1{,}32)\cdot 2{,}56\cdot 12{,}56\right)=$$

$$=-259{,}82\text{ см}^4.$$

Получили, что центробежный момент сечения $J_{x_cy_c}\neq 0$, следовательно, оси x_c и y_c не являются главными осями инерции.

9. Найдём положение главных осей инерции по формуле:

$$\operatorname{tg}2\alpha_0=\frac{-2\cdot J_{x_cy_c}}{J_{x_c}-J_{y_c}}=-2{,}29;\text{ откуда }2\cdot\alpha_0=-66^\circ 20';\ \alpha_0=-33^\circ 10'.$$

10. Проводим главные оси инерции x_0, y_0 под углом α_0 относительно центральных осей и определяем значение главных моментов инерции

$$J_{x_0}=J_{x_c}\cos^2\alpha_0+J_{y_c}\sin^2\alpha_0-J_{x_cy_c}\sin 2\alpha_0=696{,}48\text{ см}^4;$$

$$J_{y_0} = J_{x_c}\sin^2\alpha_0 + J_{y_c}\cos^2\alpha_0 + J_{x_c y_c}\sin 2\alpha_0 = 1263{,}42 \text{ см}^4.$$

$$J_{\min} = J_{x_0} = 696{,}48 \text{ см}^4; \qquad J_{\max} = J_{y_0} = 1263{,}42 \text{ см}^4.$$

Проверка.

а) Согласно формуле (2.10)

$$J_{x_c} + J_{y_c} = \left(J_{x_0} + J_{y_0}\right) \pm 5\%;$$

$$\left(866{,}6 + 1093{,}32\right)\cdot 10^{-8} = \left(696{,}48 + 1263{,}42\right)\cdot 10^{-8} \text{ м}^4;$$

$$1959{,}9\cdot 10^{-8}\text{см}^4 = 1959{,}9\cdot 10^{-8}\text{см}^4.$$

б) Согласно формуле (2.11)

$$J_{x_0 y_0} = \frac{\left(J_{x_c} - J_{y_c}\right)}{2}\sin 2\alpha_0 + J_{x_c y_c}\cos 2\alpha_0 = 0;$$

$$J_{x_0 y_0} = \frac{\left(866{,}6 - 1093{,}32\right)}{2}\sin 2\left(-33^\circ 10'\right) + \left(-259{,}82\right)\cos 2\left(-33^\circ 10'\right) = 0;$$

$$J_{x_0 y_0} = 104 - 104 = 0.$$

Проверка показывает, что главные моменты инерции определены правильно.

2.1. Задания для определения главных моментов инерции

а) Для заданного поперечного сечения (табл. 2.1), состоящего из швеллера и равнополочного уголка или из швеллера и двутавра (табл. 2.2), требуется:

1. Определить положение центра тяжести;
2. Найти осевые и центробежный моменты инерции относительно осей x_C и y_C, проходящих через центр тяжести сечения;
3. Определить положение главных осей инерции x_0 и y_0;
4. Найти главные моменты инерции относительно главных осей x_0 и y_0;
5. Вычертить сечение в выбранном масштабе и указать на нем все размеры в числах и все оси;
6. Сделать проверочные расчеты.

б) Для заданного поперечного сечения (табл. 2.3) требуется:

1. Определить положение центра тяжести;
2. Найти осевые и центробежный моменты инерции относительно осей x_C и y_C, проходящих через центр тяжести сечения;
3. Определить положение главных осей инерции x_0 и y_0;

4. Найти главные моменты инерции относительно главных осей x_0 и y_0;

5. Сделать проверочные расчеты.

Таблица 2.1

Номер варианта	Тип сечения	Швеллер №	Равнобокий уголок, мм	Двутавр №
1	I	14	80×80×8	12
2	II	16	80×80×6	14
3	III	18	90×90×8	16
4	IV	20	90×90×7	18
5	V	22	90×90×6	20а
6	VI	24	100×100×8	20
7	VII	27	100×100×10	22а
8	VIII	30	100×100×12	22
9	IX	33	125×125×10	24а
10	X	36	125×125×12	24

Таблица 2.2

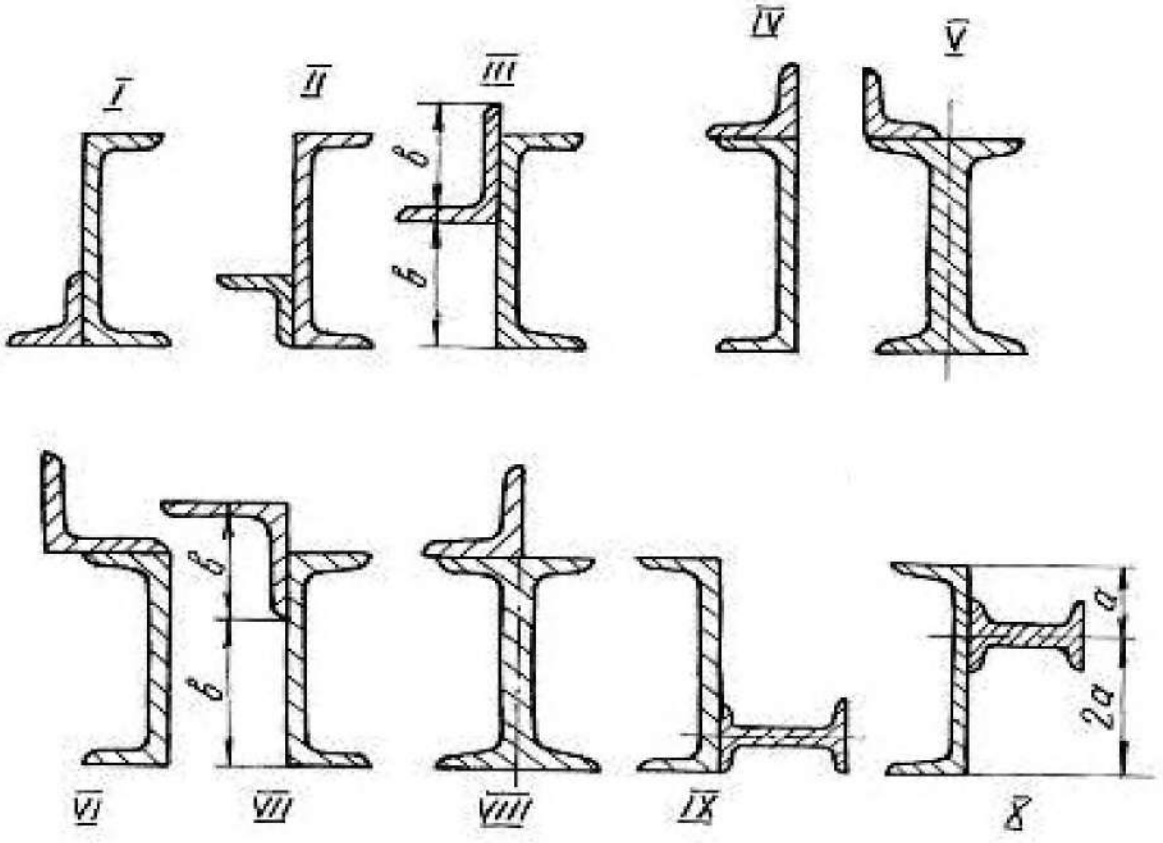
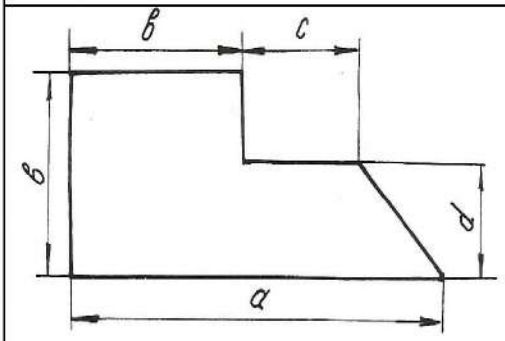
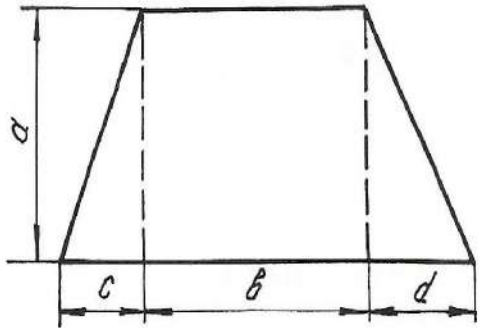
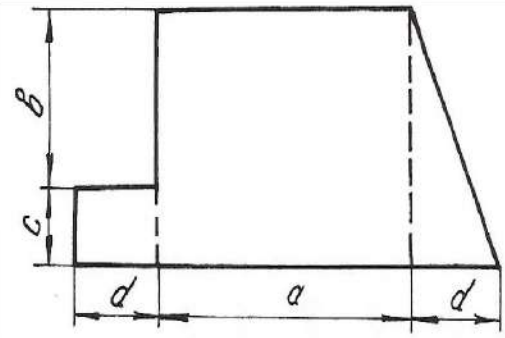
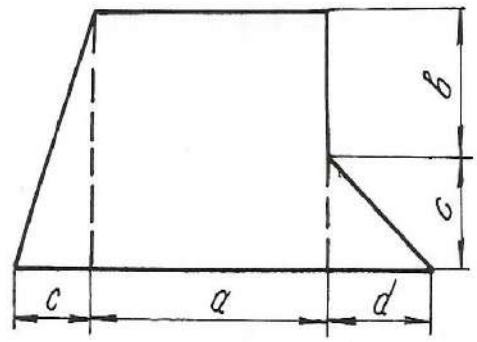
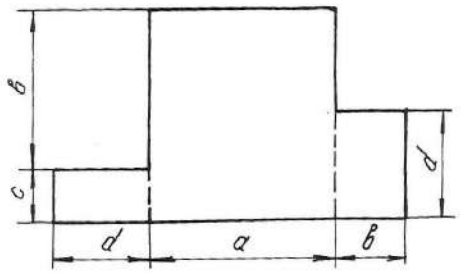
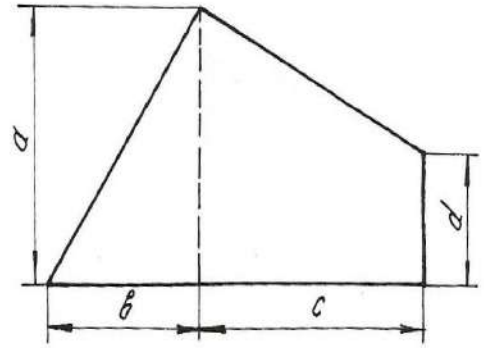
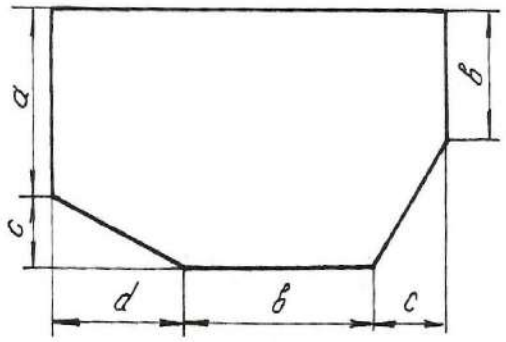
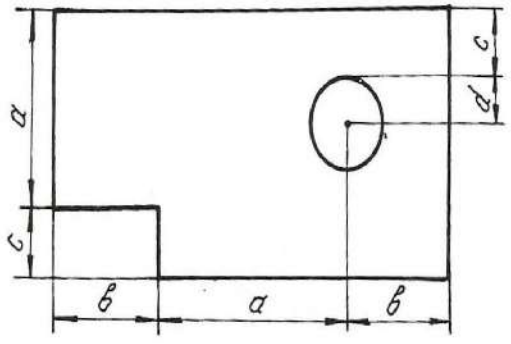


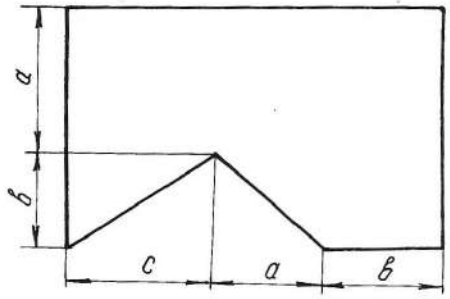
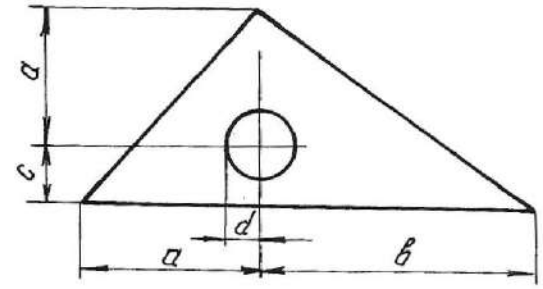
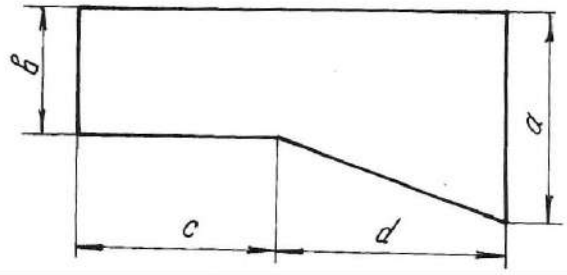
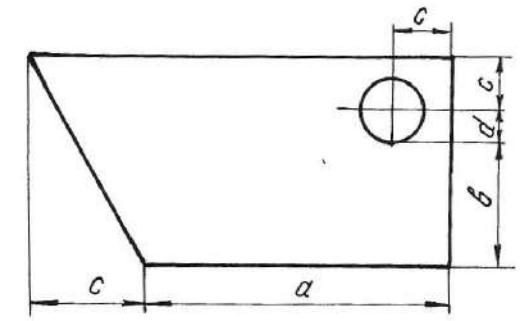
Таблица 2.3

Вид поперечного сечения	Номер варианта	*a*, см	*в*, см	*c*, см	*d*, см
	1	12	6	4	2
	2	16	10	2	6
	3	9	6	1	3
	4	6	9	3	5
	5	7	8	6	9
	6	8	6	4	6
	7	9	5	2	3
	8	6	4	3	4
	9	5	2	4	4
	10	4	3	2	5
	11	7	5	3	2
	12	9	4	4	6
	13	7	5	3	3
	14	6	3	6	4
	15	4	2	5	6

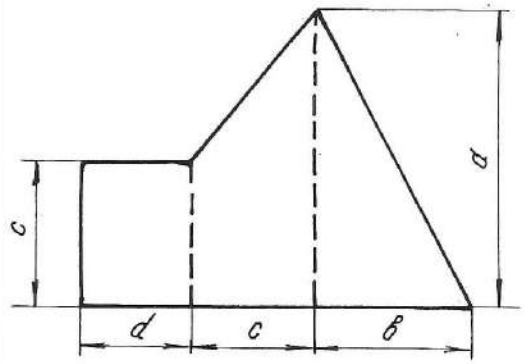
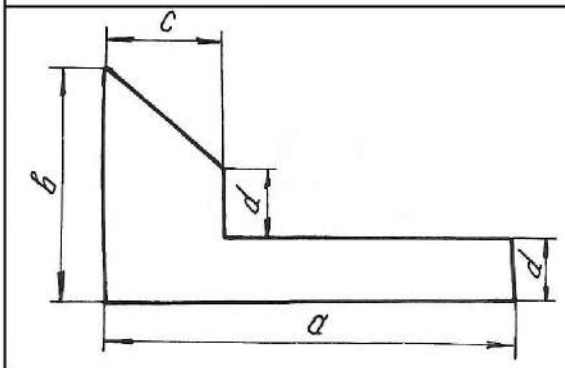
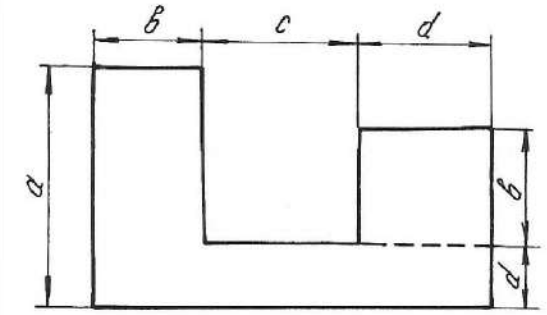
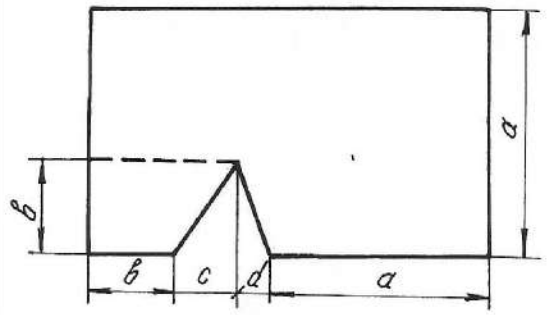
Продолжение табл. 2.3

Вид поперечного сечения	Номер варианта	*a*, см	*в*, см	*c*, см	*d*, см
	16	12	9	4	6
	17	18	12	5	8
	18	14	6	6	7
	19	15	19	3	4
	20	12	10	6	6
	21	16	8	9	4
	22	20	9	8	12
	23	14	14	12	6
	24	24	20	10	4
	25	10	8	4	3
	26	11	9	6	6
	27	13	12	5	9
	28	15	10	5	6
	29	8	4	8	12
	30	8	5	2	2
	31	9	4	1	2
	32	6	9	3	3
	33	10	6	4	1
	34	12	8	5	1

Продолжение табл. 2.3

Вид поперечного сечения	Номер варианта	*a*, см	*в*, см	*c*, см	*d*, см
	35	6	6	3	4
	36	9	4	6	5
	37	10	6	12	9
	38	12	9	10	6
	39	12	10	3	1
	40	10	12	3	2
	41	9	12	3	1
	42	8	10	3	2
	43	20	12	4	4
	44	18	10	3	5
	45	12	9	5	6
	46	15	12	6	4
	47	10	4	3	1
	48	12	6	4	2
	49	14	5	5	3
	50	16	6	4	1

Окончание табл. 2.3

Вид поперечного сечения	Номер варианта	*a*, см	*в*, см	*c*, см	*d*, см
	51	12	10	6	3
	52	18	12	4	9
	53	20	14	8	6
	54	22	16	10	4
	55	30	12	12	4
	56	24	14	10	6
	57	18	16	9	5
	58	12	10	8	3
	59	9	6	2	4
	60	6	5	4	2
	61	10	8	3	8
	62	12	9	4	1
	63	20	10	6	3
	64	12	6	4	3
	65	15	9	3	6
	66	18	10	9	6

Глава 3
ДЕФОРМАЦИЯ КРУЧЕНИЯ ВАЛА

Деформация кручения возникает при действии на вал пар сил, действующих в плоскостях, перпендикулярных к его продольной оси. При расчетах вала на кручение выполняются следующие условия прочности и жесткости:

$$\tau_{max} \le \tau_{adm}, \quad \varphi_{max} \le \varphi_{adm},$$

где τ_{max} – максимальное касательное напряжение, φ_{max} – максимальный угол закручивания вала.

Для определения максимального касательного напряжения и максимального угла закручивания необходимо иметь представление о том, как изменяется величина крутящего момента по длине вала. Текущие значения крутящих моментов определяются графиками их изменения, называемыми эпюрами. Вал по длине делится на участки вертикальными линиями, проведенными через те сечения, где приложены моменты пар сил. На каждом участке крутящий момент имеет постоянное значение и равен алгебраической сумме моментов относительно продольной оси, приложенных слева от сечения, проведенного условно на данном участке, или же приложенных справа от этого сечения.

Правило знаков: момент в сечении считается положительным, если, смотря на торцевое крайнее правое сечение вала, момент направлен по ходу часовой стрелки. Параллельно продольной оси вала проводится нулевая линия, от которой положительные моменты откладываются вверх, отрицательные – вниз в выбранном масштабе. Эпюра штрихуется вертикальными линиями. Диаметр сечения вала определяется из условия прочности

$$\tau_{max} = \frac{T_{max}}{W_p} \le \tau_{adm}, \tag{3.1}$$

где T_{max} – максимальный крутящий момент из эпюры T; $W_p = \dfrac{J_p}{d/2} = \dfrac{\left(\pi d^4/32\right)}{(d/2)} = \dfrac{\pi d^3}{16}$ – полярный момент сопротивления кручению поперечного сечения.

Исходя из условия прочности $\dfrac{\pi d^3}{16} \ge \dfrac{T_{max}}{\tau_{adm}}$, можно определить диаметр вала

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{16T_{max}}{(\pi\tau_{adm})}}. \tag{3.2}$$

Углы закручивания вала на отдельных участках определяются по формуле:

$$\varphi = \frac{Tl}{GJ_p}, \tag{3.3}$$

где T – крутящий момент на рассматриваемом участке вала, взятый из эпюры моментов; l - длина участка вала; GJ_p – жесткость вала при кручении; G – модуль сдвига; $J_p = \frac{\pi d^4}{32}$ – полярный момент инерции поперечного сечения вала.

При построении эпюры углов закручивания вала необходимо помнить, что полный угол закручивания равен алгебраической сумме углов закручивания вала на отдельных участках. Значения углов закручивания в промежуточных сечениях определяются по формуле:

$$\alpha_{\text{прав}} = \alpha_{\text{лев}} + \varphi, \tag{3.4}$$

где $\alpha_{\text{лев}}$ – суммарный угол закручивания всех участков, которые находятся слева от рассматриваемого участка; φ – угол закручивания на данном участке.

Для определения максимального относительного угла закручивания определяют углы для каждого участка по формуле:

$$\theta = \frac{\varphi}{l}, \tag{3.5}$$

где l – длина рассматриваемого участка.

Пример 3.1.

К стальному валу приложены три известных момента: T_1=1100 Н·м, T_2=1400 Н·м, T_3= 1800 Н·м, a = 1,1 м, b = 1,4 м, c = 1,8 м (рис. 3.1).

Требуется:

1. Установить, при каком значении момента X угол закручивания правого концевого сечения вала равен нулю.

2. Построить эпюру крутящих моментов.

3. При заданном значении τ_{adm} определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его величину до ближайшего большого, соответственно равного 30, 35,40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм.

4. Построить эпюру углов закручивания.

5. Найти наибольший относительный угол закручивания и проверить вал на жесткость при $\theta_{\text{adm}} = 1{,}5$ град/м.

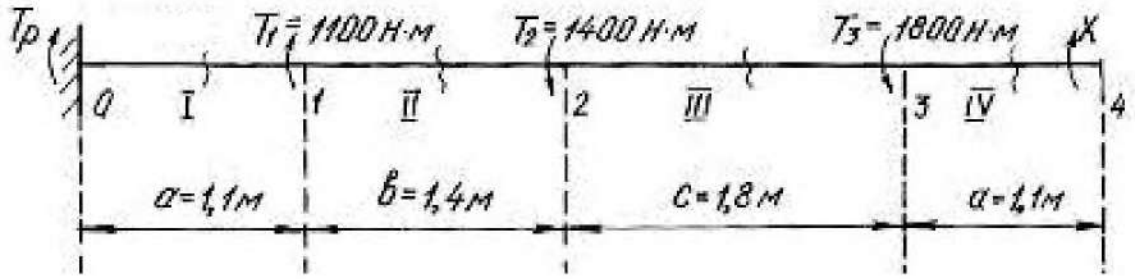


Рис. 3.1.

Решение.

1. Задача является статически неопределимой, так как невозможно определить из одного уравнения равновесия два неизвестных момента T_p и X. Для решения составим одно уравнение статики и одно уравнение совместности деформации. Уравнение статики представляем в виде уравнения моментов относительно продольной оси вала

$$\sum T = T_p + T_1 - T_2 - T_3 + X = 0.$$

Угол закручивания правого концевого сечения может быть выражен как алгебраическая сумма взаимных углов закручивания сечений отдельных участков под действием каждого из моментов в отдельности

$$\sum \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = 0,$$

где φ_1 – угол закручивания вала на участке 0-1 под действием момента T_1; φ_2 – угол закручивания вала на участке под действием момента T_2; φ_3 – угол закручивания вала на участке под действием момента T_3; φ_4 – угол закручивания вала на участке 3-4 под действием неизвестного момента X.

При этом

$$\varphi_1 = \frac{T_1 a}{GJ_p};\quad \varphi_2 = -\frac{T_2(a+b)}{GJ_p};\quad \varphi_3 = -\frac{T_3(a+b+c)}{GJ_p};\quad \varphi_4 = \frac{X(2a+b+c)}{GJ_p}.$$

$$\sum \varphi = \frac{T_1 a}{GJ_p} - \frac{T_2(a+b)}{GJ_p} - \frac{T_3(a+b+c)}{GJ_p} + \frac{X(2a+b+c)}{GJ_p} =$$

$$= T_1 a - T_2(a+b) - T_3(a+b+c) + X(2a+b+c) = 0.$$

Подставив данные, получим

$$1100 \cdot 1{,}1 - 1400 \cdot 2{,}5 - 1800 \cdot 4{,}3 + X \cdot 5{,}4 = 0;$$

откуда $X = \dfrac{-1210 + 3500 + 7740}{5{,}4} = 1857$ Н·м.

Реактивный момент находим из уравнения статики:

$$T_p = -T_1 + T_2 + T_3 - X;$$

$$T_p = -1100 + 1400 + 1800 - 1857 = 243 \text{ Н·м}.$$

2. Для построения эпюры моментов (рис. 3.2) определяем значения мо-

ментов методом сечений.

В сечении IV-IV $T_{IV} = 1857$ Н·м.

В сечении III-III $T_{III} = 1857 - 1800 = 57$ Н·м.

В сечении II-II $T_{II} = 1857 - 1800 - 1400 = -1343$ Н·м.

В сечении I-I $T_{I} = 1857 - 1800 - 1400 + 1100 = -243$ Н·м.

3. Найдем полярный момент инерции сечения

$$W_P \geq \frac{|T_{max}|}{\tau_{adm}} \geq \frac{1857}{60 \cdot 10^6} \geq 30{,}95 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3,$$

где $\tau_{adm} = 60$ МПа; $T_{max} = 1857$ Нм.

Из соотношения $W_p = \frac{\pi d^3}{16}$ найдем диаметр вала:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot W_P}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 30{,}95 \cdot 10^{-6}}{3{,}14}} = 5{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 55 \text{ мм}.$$

Принимаем диаметр вала равным 60 мм.

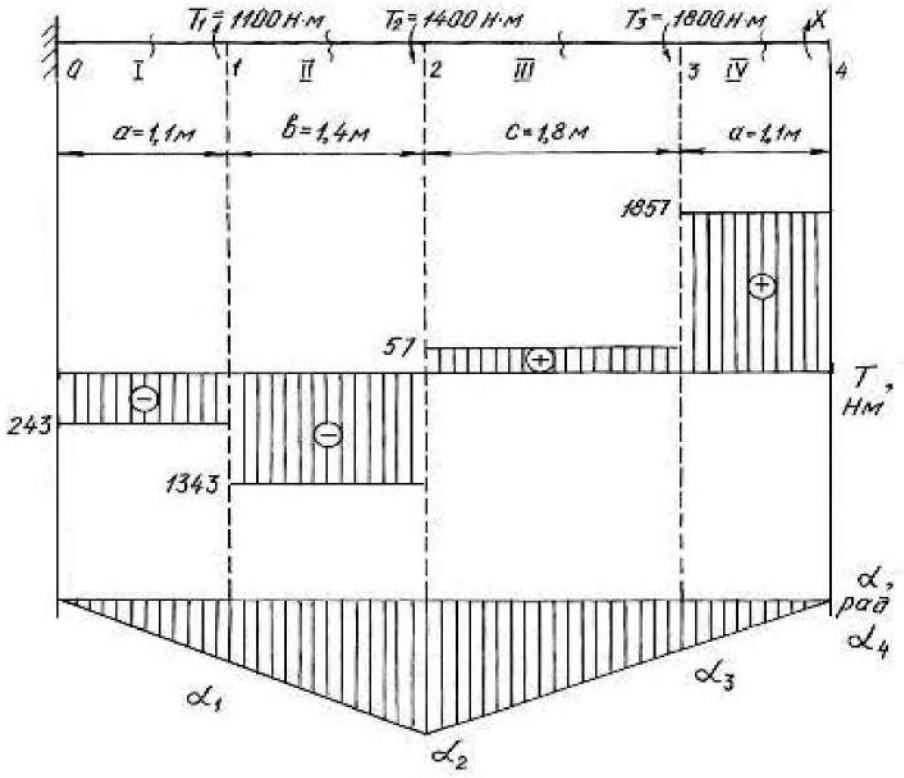


Рис. 3.2.

4. Углы закручивания вала на участках находим по формуле (3.3). Для этого сначала найдем J_p

$$J_p = \frac{3{,}14 \cdot 6^4}{32} = 127{,}2 \text{ см}^4 = 127{,}2 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

$$\varphi_{\text{I}} = \frac{T_{\text{I}} a}{G J_p} = -\frac{243 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}1}{8 \cdot 10^4 \cdot 127{,}2 \cdot 10^{-8}} = -0{,}0026 \text{ рад};$$

$$\varphi_{\text{II}} = \frac{T_{\text{II}} b}{G J_p} = -\frac{-1343 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}4}{8 \cdot 10^4 \cdot 127{,}2 \cdot 10^{-8}} = -0{,}0185 \text{ рад};$$

$$\varphi_{\text{III}} = \frac{T_{\text{III}} c}{G J_p} = \frac{57 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}8}{8 \cdot 10^4 \cdot 127{,}2 \cdot 10^{-8}} = 0{,}0010 \text{ рад};$$

$$\varphi_{\text{IV}} = \frac{T_{\text{IV}} a}{G J_p} = \frac{1857 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}1}{8 \cdot 10^4 \cdot 127{,}2 \cdot 10^{-8}} = 0{,}0200 \text{ рад}.$$

В месте жёсткой заделки в сечении 0 вал неподвижен. По формуле (3.4), находим угол закручивания вала в сечениях 1, 2, 3, 4:

$\alpha_1 = \alpha_0 + \varphi_{\text{I}} = 0 - 0{,}0026$ рад;

$\alpha_2 = \alpha_1 + \varphi_{\text{II}} = -0{,}0026 - 0{,}0185 = -0{,}0211$ рад;

$\alpha_3 = \alpha_2 + \varphi_{\text{III}} = -0{,}0211 + 0{,}001 = -0{,}0201$ рад;

$\alpha_4 = \alpha_3 + \varphi_{\text{IV}} = -0{,}0201 + 0{,}02 = -0{,}0001 \approx 0$ рад.

Строим эпюру углов закручивания (см. рис.3.2). Относительный угол закручивания на каждом участке можно определить по формуле (3.5):

$$\theta_{\text{I}} = \frac{\varphi_{\text{I}}}{1{,}1} = -\frac{0{,}0026}{1{,}1} = -0{,}0023 \text{ рад/м};$$

$$\theta_{\text{II}} = \frac{\varphi_{\text{II}}}{1{,}4} = -\frac{0{,}0185}{1{,}4} = -0{,}0132 \text{ рад/м};$$

$$\theta_{\text{III}} = \frac{\varphi_{\text{III}}}{1{,}8} = \frac{0{,}0010}{1{,}8} = 0{,}0006 \text{ рад/м};$$

$$\theta_{\text{IV}} = \frac{\varphi_{\text{IV}}}{1{,}1} = \frac{0{,}0200}{1{,}1} = 0{,}0182 \text{ рад/м}.$$

5. Наибольшим является относительный угол закручивания на участке 3-4

$$\theta_{\max} = 0{,}0182 \text{ рад/м} = 0{,}0182 \frac{180^\circ}{\pi} = 1{,}04 \text{ град/м}.$$

Таким образом, $\theta_{\max} = 1{,}04$ град/м $< \theta_{\text{adm}} = 1{,}5$ град/м, т. е. условие жесткости выполняется.

Пример 3.2.

Шкив двухколодочного тормоза крана, имеющий диаметр $D = 300$ мм, жестко крепится на стальном валу диаметром $d = 30$ мм (рис. 3.3). Определить наибольшие напряжения кручения в сечении вала, если сила нажатия на колодки тормозного шкива Q = 820 Н, коэффициент трения скольжения между колодками и шкивом $f = 0{,}4$. Определить угол закручивания вала, если $l = 400$ мм.

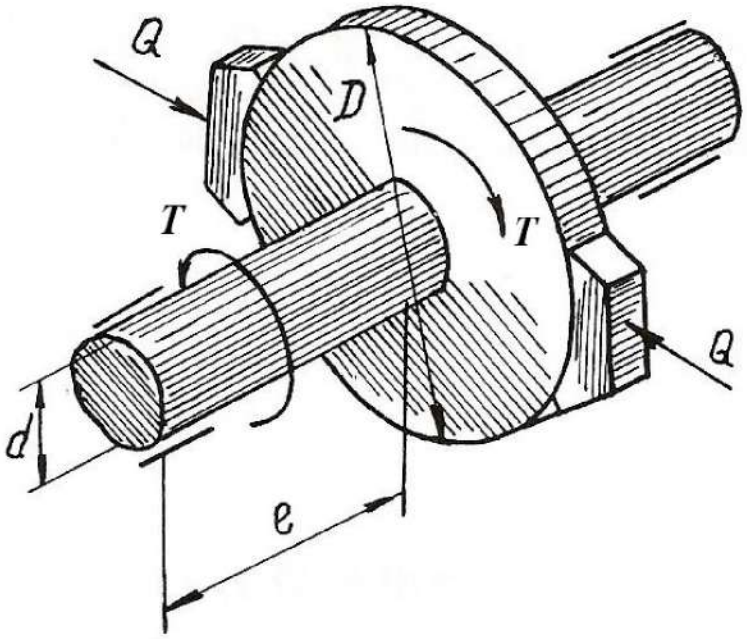


Рис. 3.3.

Решение.

Окружное усилие на тормозном шкиве равно силе трения, возникающей между колодками и шкивом

$$F = Qf = 820 \cdot 0{,}4 = 328 \text{ Н}.$$

Крутящий момент на тормозном шкиве

$$T = FD = 328 \cdot 30 \cdot 10^{-2} = 98{,}4 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Полярный момент сопротивления и полярный момент инерции сечения вала равны

$$W_p = \frac{\pi}{16} d^3 = \frac{\pi}{16}\left(3 \cdot 10^{-2}\right)^3 = 5{,}3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3;$$

$$J_p = \frac{\pi}{32} d^4 = \frac{\pi}{32}\left(3 \cdot 10^{-2}\right)^4 = 7{,}96 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

Наибольшее касательное напряжение в сечении определяем по формуле (3.1)

$$\tau_{max} = \frac{T}{W_P} = \frac{98,4}{5,3 \cdot 10^{-6}} = 18,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 18,5 \text{ МПа}.$$

Угол закручивания вала тормозного шкива

$$\varphi = \frac{Tl}{GJ_p} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{98,4 \cdot 0,4}{8 \cdot 10^{-10} \cdot 7,96 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 0,36^\circ,$$

следовательно $\varphi = 22'$.

Пример 3.3.

К стальному валу, оба конца которого защемлены (рис. 3.4, *а*), приложен крутящий момент $T = 440$ Н·м. Определить реактивные моменты в опорах A и B и построить эпюру крутящих моментов при $l_1 = 0,2$ м, $l = 0,8$ м.

Решение.

Обозначим реактивные моменты в защемлении через T_A и T_B. Из статики знаем уравнение равновесия

$$-T_A + T - T_B = 0 \text{ или } T_A + T_B = T$$

Далее составим уравнение совместности деформаций. Для этого отбросим (мысленно) защемление правого конца вала и заменим его действием на вал неизвестным реактивным моментом T_B (рис. 3.4, *б*).

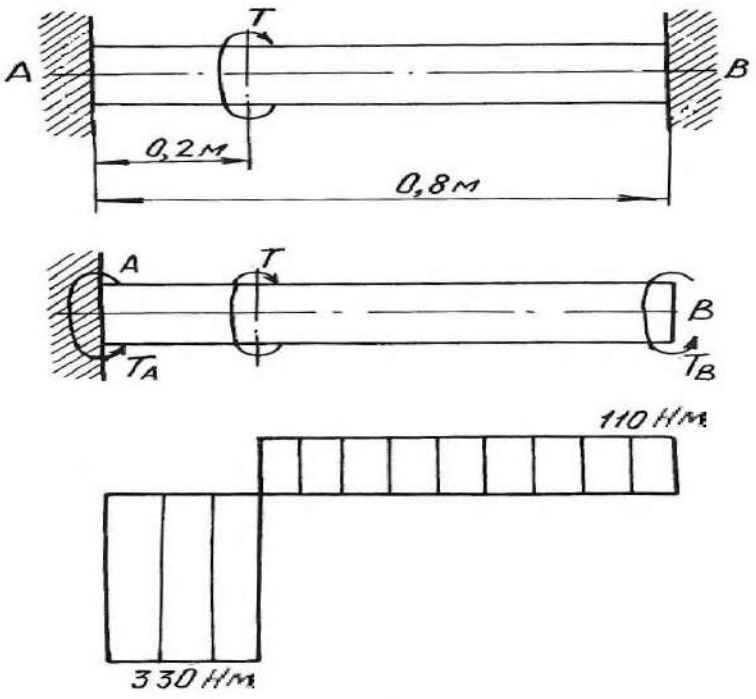


Рис. 3.4.

Величину момента T_B определим из условия, что угол закручивания правого крайнего сечения от действия моментов T и T_A равен нулю, так как это сечение вследствие защемления неподвижно. Угол закручивания правого освобожденного сечения вала на основе принципа независимости действия сил можно определить как сумму двух слагаемых

$$\varphi = \varphi' + \varphi'',$$

где φ' и φ'' – углы закручивания правого освобожденного сечения вала, найденные отдельно от моментов T и T_B, при этом $\varphi' = \dfrac{Tl_1}{GJ_p}$; $\varphi'' = -\dfrac{T_B l}{GJ_p}$.

Знак минус в выражении φ'' взят потому, что моменты T и T_B противоположны по направлению.

Полный угол закручивания правого сечения равен нулю, поэтому

$$\varphi = \varphi' + \varphi'' = \frac{Tl_1}{GJ_p} - \frac{T_B l}{GJ_p} = 0,$$

откуда $T_B = \dfrac{Tl_1}{l} = \dfrac{440 \cdot 0{,}2}{0{,}8} = 110$ Н·м.

Из уравнения статики определим момент T_A

$$T_A = T - T_B = 440 - 110 = 330 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Эпюра крутящих моментов приведена на рис. 3.4, *в*.

3.1. Задания для расчета валов на кручение

К стальному валу приложены три известных момента T_1, T_2, T_3.

Требуется:

1. Установить, при каком значении момента X угол закручивания правого концевого сечения вала равен нулю.

2. Построить эпюру крутящих моментов.

3. При заданном значении τ_{adm} определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его значение до ближайшего равного: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм.

4. Построить эпюру углов закручивания, найти наибольший относительный угол закручивания и проверить вал на жесткость при $\theta_{adm} = 1{,}5$ град/м.

Данные для расчета приведены на рис. 3.5 и в табл. 3.1.

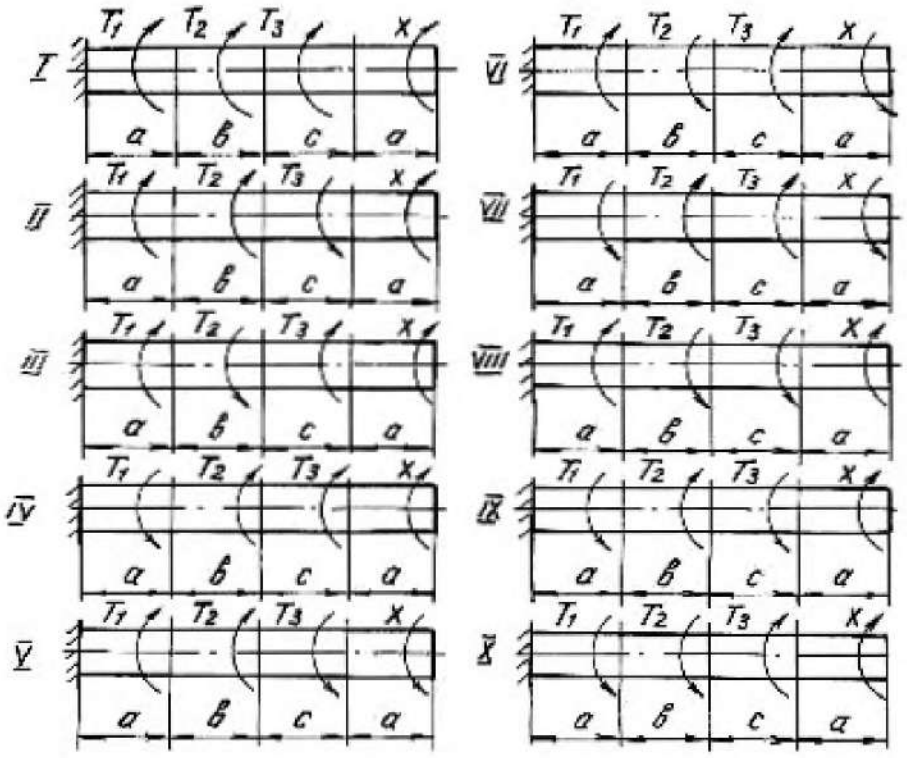


Рис. 3.5.

Таблица 3.1

Номер варианта	Номер схемы	Расстояние, м			Момент, Н·м			τ_{adm}, МПа
		a	*b*	*c*	T_1	T_2	T_3	
1	I	1,1	1,2	1,1	1100	1000	1200	35
2	II	1,2	1,3	1,2	1200	1100	1000	40
3	III	1,3	1,4	1,3	1300	1200	1100	45
4	IV	1,4	1,5	1,4	1400	1300	1200	50
5	V	1,5	1,6	1,5	1500	1400	1300	55
6	VI	1,6	1,7	1,6	1600	600	1500	60
7	VII	1,7	1,8	1,7	1700	700	1600	65
8	VIII	1,8	1,9	1,8	1800	800	1700	70
9	IX	1,9	2,0	1,9	1900	900	1800	75
10	X	2,0	2,1	2,0	2000	1000	2100	80

Глава 4
ДЕФОРМАЦИЯ ПОПЕРЕЧНОГО ИЗГИБА БАЛОК

Деформация поперечного изгиба может возникнуть от любых нагрузок, если линии действия этих нагрузок находятся в плоскости, проходящей через продольную ось балки. Если в такой плоскости располагается одна из главных осей инерции поперечного сечения, то возникает деформация плоского изгиба. От действия внешних нагрузок в поперечных сечениях балок возникают внутренние силовые факторы – поперечные силы и изгибающие моменты. Для их нахождения пользуемся методом сечений и, изучая равновесие сил, приводим внешние нагрузки к центру тяжести поперечного сечения.

Поперечная сила Q_x в любом сечении равна алгебраической сумме проекций всех внешних сил, приложенных с одной стороны от рассматриваемого сечения, на ось, перпендикулярную к продольной оси балки.

Изгибающий момент M_x в любом сечении равен алгебраической сумме моментов всех сил, действующих с одной стороны от рассматриваемого сечения балки, относительно центра тяжести сечения.

Правило знаков для Q_x и M_x:

1) поперечная сила считается положительной, если она сдвигает левую часть балки от сечения вверх, а правую часть балки вниз;

2) изгибающий момент в сечении считается положительным, если он изгибает балку выпуклостью вниз; при изгибе балки выпуклостью вверх изгибающий момент считается отрицательным.

Уравновесить момент внешних сил может только момент внутренних сил упругости, который образован силами, направленными нормально к сечению балки. Поперечная сила может быть уравновешена силой, которая является равнодействующей внутренних сил упругости, расположенных в плоскости сечения балки.

Таким образом, нормальные напряжения, возникающие в поперечных сечениях балок, зависят от величины изгибающих моментов в этих сечениях, а касательные напряжения – от величины поперечных сил в этих сечениях. Эту зависимость в общем виде можно записать

$$\sigma = f_1(M_x); \quad \tau = f_2(Q_x)$$

Таким образом, для того, чтобы определить напряжения в поперечных сечениях, необходимо знать законы изменения Q_x и M_x по длине балок. Для этого строят два графика, называемых эпюрами поперечных сил и изгибающих моментов.

Порядок построения эпюр сводится к следующему:

1. Заданная балка вычерчивается в выбранном масштабе с указанием размеров и нагрузок;

2. С помощью уравнений равновесия статики определяются реакции опор с обязательной последующей проверкой;

3. Балка разбивается на отдельные участки. Каждый участок имеет свой закон изменения нагрузки;

4. Для каждого участка записываются уравнения для определения Q_x и M_x;

5. Вычисляют ординаты Q_x и M_x по составленным для отдельных участков уравнениям;

6. Строят в принятом масштабе эпюры Q_x и M_x.

Положительные значения найденных величин откладываются выше нулевой линии эпюры, а отрицательные – ниже ее.

Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов можно выполнить, применяя следующие контрольные правила для построения эпюр:

1. На концевых шарнирных опорах Q_x равны реакциям, а M_x равны нулю, если на опорах не приложены пары с моментами M.

2. На участках балки, где отсутствует распределенная нагрузка, поперечная сила постоянна, а изгибающий момент изменяется по линейному закону.

3. На участках, где приложена равномерно распределенная нагрузка, эпюра Q_x изменяется по закону прямой наклонной линии, а эпюра M_x – по закону квадратичной параболы. В том сечении, где эпюра Q_x пересекается с нулевой линией, на эпюре M_x наблюдается экстремальное значение момента (вершина параболы).

4. На участках, где приложена нагрузка, изменяющаяся по закону треугольника, эпюра Q_x изменяется по закону квадратичной параболы, а эпюра M_x – по закону кубической параболы.

5. В тех сечениях, где приложены сосредоточенные силы (включая и реакции), на эпюре Q_x наблюдаются скачки (перепады) на величину этих сил, а на эпюре M_x – переломы смежных линий.

6. В тех сечениях, где приложены пары с моментами M, на эпюре M_x наблюдаются скачки на величину этих моментов.

7. На свободном конце консольной балки поперечная сила Q_x равна нулю, если в этом месте не приложена сосредоточенная сила; и изгибающий момент M_x равен нулю, если в этом месте не приложена пара с моментом M.

8. В жесткой заделке консольной балки Q_x равна реакции, а изгибающий момент M_x равен моменту заделки.

Нормальные напряжения при изгибе определяются по формуле:

$$\sigma = \frac{M_x}{J_{\text{н.о.}}} y, \qquad (4.1)$$

где M_x – изгибающий момент в сечении; $J_{\text{н.о.}}$ – момент инерции сечения относительно нейтральной оси поперечного сечения (нейтральная ось – это ось, в любой точке которой нормальные напряжения всегда равны нулю); y – расстояние до рассматриваемого волокна от нейтральной оси.

Касательные напряжения при изгибе могут быть определены по формуле Д. И. Журавского:

$$\tau = \frac{Q_x S_{\text{н.о.}}}{J_{\text{н.о.}} b}, \tag{4.2}$$

где Q_x – поперечная сила в сечении; $S_{\text{н.о.}}$ – статический момент площади отсеченной части поперечного сечения выше уровня, на котором определяются касательные напряжения относительно нейтральной оси; b – ширина сечения на уровне, для которого определяются напряжения.

Подбор поперечного сечения балки производится на основании следующего условия прочности:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_{\text{н.о.}}} \le \sigma_{\text{adm}}, \tag{4.3}$$

откуда

$$W_{\text{н.о.}} \ge \frac{M_{\max}}{\sigma_{\text{adm}}}, \tag{4.4}$$

где $M_{\max}$ – максимальный изгибающий момент, взятый из эпюры M_x; $W_{\text{н.о.}}$ – момент сопротивления поперечного сечения балки изгибу относительно нейтральной оси; σ_{adm} – допускаемое нормальное напряжение для материала балки.

После подбора поперечного сечения производится полная проверка балки на прочность по следующим напряжениям:

а) по рабочим нормальным напряжениям

$$\sigma_{\text{раб.}} = \frac{M_{\max}}{W_{\text{н.о.}}} \le \sigma_{\text{adm}},$$

где $W_{\text{н.о.}}$ – момент сопротивления выбранного поперечного сечения.

б) по максимальным касательным напряжениям

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_{\text{н.о.}}}{J_{\text{н.о.}} b} \le \tau_{\text{adm}},$$

где $Q_{\max}$ – наибольшая поперечная сила, взятая из эпюры Q_x; $S_{\text{н.о.}}$ – статический момент части площади выбранного поперечного сечения, находящейся выше или ниже нейтральной оси, относительно этой оси; b – ширина сечения на уровне нейтральной оси; $J_{\text{н.о.}}$ – момент инерции выбранного сечения относительно нейтральной оси.

в) по главным напряжениям:

проверка проводится для балок, ширина сечений которых не постоянна. При этой проверке на основании эпюр выбирается опасное сечение балки, в котором одновременно значения Q_x и M_x большие. По формулам (4.1) и (4.2) для этого сечения строят эпюры нормальных и касательных напряжений, а затем определяют главные напряжения для характерных волокон сечения по его высоте, пользуясь формулой:

$$\sigma_{1.2} = \frac{1}{2}(\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}). \tag{4.5}$$

Для стальных балок определяют расчётное (эквивалентное) напряжение для верхних (нижних), средних, переходных волокон (где резко изменяется ширина сечения) по III или IV теориям прочности.

Проверка прочности сводится к рассмотрению выполнения следующих условий прочности:

$$\sigma_p^{III} = \sigma_1 - \sigma_2 \le \sigma_{adm}, \tag{4.6}$$

$$\sigma_p^{IV} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} \le \sigma_{adm}. \tag{4.7}$$

4.1. Расчет балки на прочность

Пример 4.1.

Для расчетной схемы с указанными размерами и нагрузками (рис. 4.1.) построить по длине балки эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.

Подобрать поперечное сечение балки в двух вариантах:

а) прямоугольного профиля, полагая, что балка деревянная при σ_{adm} = 10 МПа; соотношение между размерами сечения принять равным b:h = = 1:2;

б) двутаврового профиля (см. табл. П.1), материал сталь при σ_{adm} = 160 МПа, τ_{adm} = 96 МПа.

в) провести полную проверку стальной балки на прочность.

Решение.

Определение опорных реакций.

Расчёт балки следует начинать с расстановки и определения величины опорных реакций. Величина и направление опорных реакций и реактивных моментов могут быть определены из решения уравнений равновесия. Для плоской

системы параллельных сил (поперечный плоский изгиб) условия равновесия описываются двумя уравнениями статики: $\sum M_A = 0;\ \sum M_B = 0$.

Рассматриваемая балка (см. рис. 4.1) имеет две шарнирные опоры. В опоре A (шарнирно-подвижной) возникает одна реакция R_A, в опоре B (шарнирно-неподвижной) направление реакции в общем случае неизвестно, поэтому разложим её на две составляющие: H_B – горизонтальную и R_B – вертикальную. Все нагрузки действуют перпендикулярно продольной оси балки, поэтому из уравнения проекций на горизонтальную ось x получается, что составляющая $H_B = 0$. Запишем уравнения моментов сил относительно опоры B

$$\sum M_B = 0, \qquad M_1 - R_A \cdot 5 + F \cdot 3 - M_2 + q \cdot 3 \cdot 0{,}5 = 0.$$

Решаем уравнение относительно R_A

$$R_A = \frac{M_1 + F \cdot 3 - M_2 + q \cdot 3 \cdot 0{,}5}{5} = \frac{30 + 60 \cdot 3 - 50 + 20 \cdot 1{,}5}{5} = 38 \text{ кН}.$$

Запишем уравнения моментов сил относительно опоры A

$$\sum M_A = 0, \quad R_B \cdot 5 - q \cdot 3 \cdot 4{,}5 - M_2 - F \cdot 2 + M_1 = 0.$$

Решаем уравнение относительно R_B

$$R_B = \frac{q \cdot 3 \cdot 4{,}5 + M_2 + F \cdot 2 - M_1}{5} = \frac{20 \cdot 3 \cdot 4{,}5 + 50 + 60 \cdot 2 - 30}{5} = \frac{410}{5} = 82 \text{ кН}.$$

Для проверки правильности вычисления опорных реакций составим уравнение проекций всех сил на вертикальную ось y:

$$\sum y = 0, \quad R_A - F - q \cdot 3 + R_B = 0; \quad 38 - 60 - 60 + 82 = 0, \quad 120 - 120 = 0.$$

Последнее уравнение обращается в тождество, следовательно, величина реакций и их направление определены правильно.

Если в результате решения уравнения реакция имеет отрицательное значение, то следует изменить направление реакции на противоположное и в дальнейших расчётах считать её положительной.

После определения опорных реакций можно перейти к построению эпюр изгибающих моментов и поперечных сил, предварительно разбив балку по длине на участки, в пределах которых закон изменения внешних нагрузок остаётся постоянным.

Границы участков располагаются в местах приложения моментов пар сил, сосредоточенных сил, начала или конца распределенной нагрузки.

Участки нумеруются слева или справа от концевых сечений балки. Рассчитываемая балка имеет пять участков I - V.

При составлении аналитических выражений для Q_x и M_x в пределах I-го участка проведём сечение с абсциссой x_1 и рассмотрим равновесие левой части консоли. На эту часть балки действует пара сил с моментом $M_1 = 30$ кН·м, поэтому поперечная сила $Q_1 = 0$, а изгибающий момент в любом сечении будет постоянным $M_1 = -M_1 = -30$ кН·м.

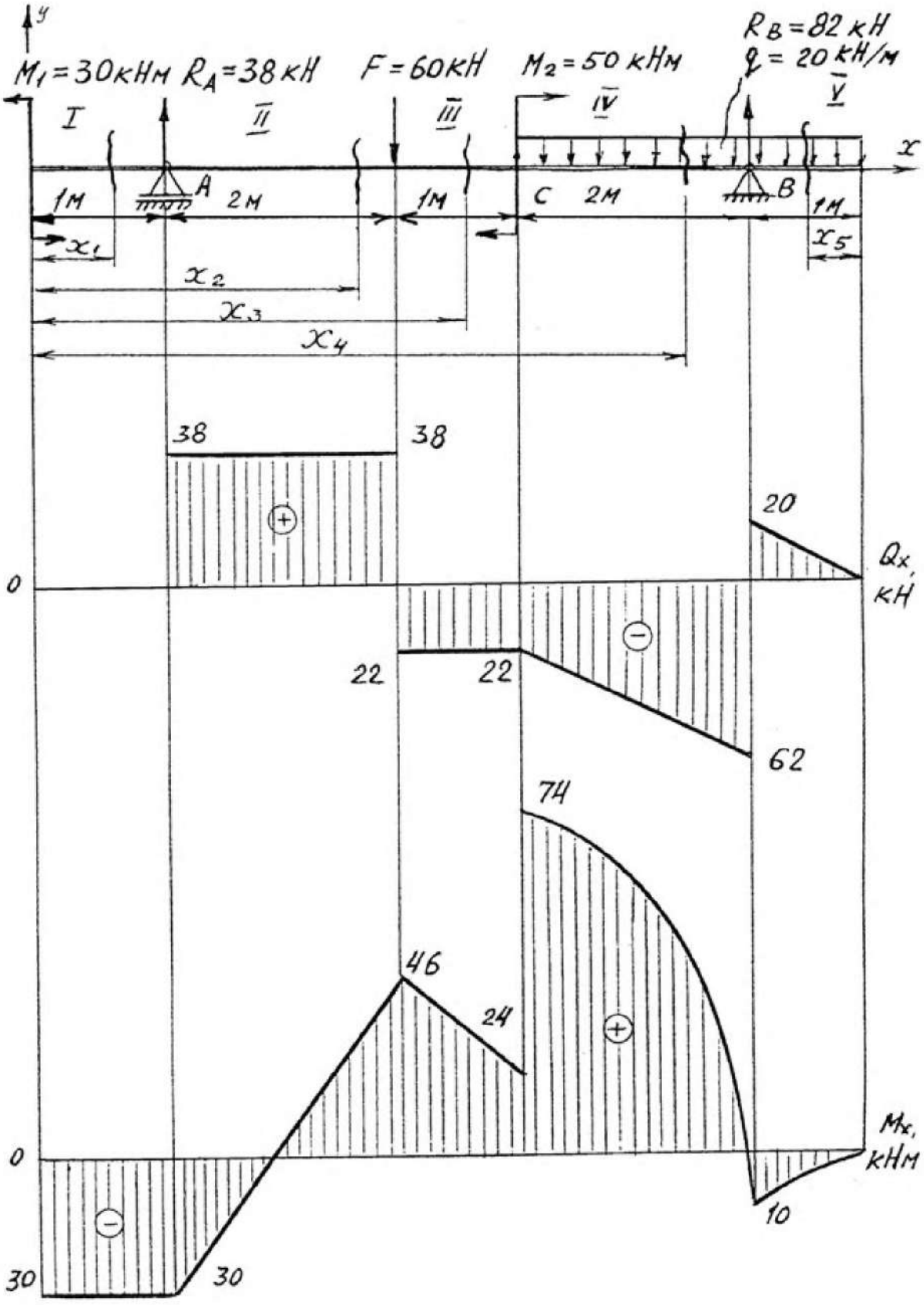

y
M1 = 30кНм
RA = 38 кН
F = 60кН
M2 = 50 кНм
RB = 82 кН
q = 20 кН/м
I
II
III
IV
V
x
A
B
C
1м
2м
1м
2м
1м
x1
x2
x3
x4
x5
38
38
20
0
Qx, кН
22
22
62
74
46
24
0
Mx, кНм
30
30
10

Рис. 4.1.

Для составления аналитических выражений Q_x и M_x в пределах II-го участка проводим сечение с абсциссой x_2 и рассматриваем равновесие левой части балки.

$Q_{II} = R_A = 38$ кН – поперечная сила в пределах II-го участка постоянна.

$M_{II} = -M + R_A(x_2 - 1)$.

Это уравнение прямой линии, для её построения достаточно определить ординаты изгибающего момента в двух точках (на концах участка):

при $x_2 = 1$ м $\quad M_{II} = -M_1 = -30$ кН·м;

при $x_2 = 3$ м $\quad M_{II} = -M_1 + R_A \cdot 2 = -30 + 76 = 46$ кН·м.

Для III-го участка (сечение с абсциссой x_3)

$Q_{III} = R_A - F = 38 - 60 = -22$ кН.

На этом участке поперечная сила не зависит от x_3 и поэтому на протяжении всего участка она не меняет своего значения.

$M_{III} = -M_1 + R_A(x_3 - 1) - F(x_3 - 3)$.

Это уравнение прямой линии.

Вычислим моменты при следующих значениях x_3:

при $x_3 = 3$ м $\quad M_{III} = -30 + 38 \cdot 2 = 46$ кН·м;

при $x_3 = 4$ м $\quad M_{III} = -30 + 38 \cdot 3 - 60 = 24$ кН·м.

Для IV-го участка (сечение с абсциссой x_4) поперечная сила равна:

$Q_{IV} = R_A - F - q(x_4 - 4)$.

Это уравнение прямой линии.

Вычислим ординаты в начале и в конце участка:

при $x_4 = 4$ м $\quad Q_{IV} = 38 - 60 = -22$ кН;

при $x_4 = 6$ м $\quad Q_{IV} = 38 - 60 - 40 = -62$ кН.

Уравнение изгибающих моментов для IV-го участка имеет вид

$$M_{IV} = -M_1 + R_A(x_4 - 1) - F(x_4 - 3) + M_2 - q\frac{(x_4 - 4)^2}{2}.$$

Это уравнение параболы.

Для её построения определяем моменты:

при $x_4 = 4$ м $\quad M_{IV} = -30 + 114 - 60 + 50 - 20 \cdot 0 = 74$ кН;

при $x_4 = 6$ м $\quad M_{IV} = -30 + 38 \cdot 5 - 60 \cdot 3 + 50 - 20 \cdot (4/2) = -10$ кН.

Прежде, чем составлять выражение поперечной силы и изгибающего момента для V-го участка, заметим, что их можно найти как из равновесия левой части, так и из равновесия отсеченной правой части. Каждый раз к выбору решения нужно подходить с точки зрения возможной простоты и наименьшего количества вычислений.

Для V-го участка (сечение с абсциссой x_5) поперечная сила равна

$Q_V = q x_5$.

Вычислим значения ординат:

при $x_5 = 0$ $\quad Q_V = 0$;

при $x_5 = 1$ м $\quad Q_V = 20$ кН.

Составим уравнение изгибающего момента для V-го участка:

$$M_V = -qx_5 \frac{x_5}{2} = -\frac{qx_5^2}{2}.$$

Получили уравнение параболы. Для её построения вычислим ординаты:

при $x_5 = 0$, $\quad M_V = 0$;

при $x_5 = 1$, $\quad M_V = -10$ кН·м.

При построении эпюр Q_x и M_x выбираем масштаб и откладываем положительные значения ординат эпюр от нулевой линии вверх, а отрицательные вниз (см. рис. 4.1). После построения эпюр устанавливаем наибольшие значения поперечной силы $Q_{max} = 62$ кН и изгибающего момента $M_{max} = 74$ кН·м.

Сечение C является опасным, в нем $Q_x = 22$ кН, $M_x = 74$ кН·м.

Подбор поперечного сечения балки проводим в соответствии с условием задания в двух вариантах:

а) подбор сечения прямоугольного профиля деревянной балки

$$W_{н.о.} \geq \frac{M_{max}}{\sigma_{adm}} = \frac{74 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^6} = 7{,}4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 7400 \text{ см}^3.$$

Для прямоугольного сечения $W_{н.о.} = \dfrac{J_{н.о.}}{y_{max}} = \dfrac{(bh)^3/12}{h/2} = \dfrac{bh^2}{6}$.

При $h = 2b$, $\quad W_{н.о.} = (2/3)b^3 \geq 7400$ см^3, $\quad$ отсюда $\quad b \geq \sqrt[3]{\dfrac{3 \cdot 7400}{2}} = 22{,}3$ см;

$h = 2 \cdot 22{,}3 = 44{,}6$ см.

После округления размеров в большую сторону принимаем: $h = 46$ см, $b = 23$ см.

б) подбор сечения двутаврового профиля

$$W_{н.о.} \geq \frac{M_{max}}{\sigma_{adm}} = \frac{74 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 4{,}62 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 462 \text{ см}^3.$$

Из таблицы сортамента проката этому значению соответствует двутавр № 30, для которого $W_{н.о.} = W_x^{табл.} = 472$ см^3.

Основные размеры и геометрические характеристики профиля:

высота $h = 0{,}3$ м; ширина полки $b = 0{,}135$ м; толщина полки $t = 0{,}01$ м; толщина стенки $d = 0{,}65 \cdot 10^{-2}$ м; площадь сечения $A = 46{,}5 \cdot 10^{-4}$ м^2; момент инерции сечения относительно нейтральной оси $J_{н.о.} = J_x^{табл.} = 0{,}708 \cdot 10^{-4}$ м^4; статический момент половины площади сечения относительно нейтральной оси $S_{н.о.}^{max.} = S_x^{табл.} = 2{,}68 \cdot 10^{-4}$ м^3.

Полная проверка стальной балки на прочность:

а) проверка по рабочим нормальным напряжениям

$$\sigma_{\text{раб.}} = \frac{M_{\max}}{W_x^{\text{табл.}}} = \frac{74 \cdot 10^3}{4{,}72 \cdot 10^{-4}} = 157 \cdot 10^6 \text{ Па} = 157 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\text{раб.}} = 157 \text{ МПа} < \sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа},$$

т. е. условие прочности выполняется.

б) проверка по максимальным касательным напряжениям

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_x^{\text{табл.}}}{J_x^{\text{табл.}} d} = \frac{62 \cdot 2{,}68 \cdot 10^{-4}}{0{,}708 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}65 \cdot 10^{-2}} = 36{,}2 \cdot 10^6 \text{ Па} = 36{,}2 \text{ МПа};$$

$$\tau_{\max} = 36{,}2 \text{ МПа} < \tau_{\text{adm}} = 96 \text{ МПа}.$$

Таким образом, условие прочности выполняется.

в) проверка по главным напряжениям в опасном сечении C, в котором $Q_x = 22$ кН, $M_x = 74$ кН$\cdot$м.

Строим эпюру нормальных напряжений для этого сечения по уровням (рис. 4.2):

$$\sigma_{1-1} = -\frac{M_x}{J_x^{\text{табл.}}} y_{1-1} = -\frac{74 \cdot 10^3}{0{,}708 \cdot 10^{-4}} 0{,}15 = -157 \cdot 10^6 \text{ Па} = -157 \text{ МПа}.$$

Знак «минус» при напряжении для верхних волокон указывает на то, что при положительной эпюре M_x в этом сечении верхняя часть волокон испытывает деформацию осевого сжатия.

$$\sigma_{7-7} = \sigma_{1-1} = 157 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{2-2} = \sigma_{3-3} = -\frac{M_x}{J_x^{\text{табл.}}} y_{2-2} = -\frac{M_x}{J_x^{\text{табл.}}} \left(\frac{h}{2} - t\right) = -\frac{74 \cdot 10^3}{0{,}708 \cdot 10^{-4}} (0{,}15 - 0{,}01) =$$

$$= -147 \cdot 10^6 \text{ Па} = -147 \text{ МПа}; \qquad \sigma_{4-4} = 0, \text{ так как } y_{4-4} = 0.$$

Эпюра касательных напряжений также строится по значениям, определяемым для различных уровней (волокон) сечения

$$\tau_{1-1} = \tau_{7-7} = 0,$$

так как $S_{\text{н.о.}}^{1-1} = 0$, т. е. статический момент площади сечения, находящейся выше или ниже уровня 1-1 относительно нейтральной оси, равен нулю.

Напряжения в волокнах уровня 2-2 и 6-6 можно не определять, так как они обычно очень малы.

В переходных волокнах 3-3 и 5-5 напряжения будут равны

$$\tau_{3-3} = \tau_{5-5} = \frac{Q_x S_{\text{н.о.}}^{3-3}}{J_x^{\text{табл.}} b_{3-3}} = \frac{Q_x bt(h/2 - t/2)}{J_x^{\text{табл.}} d} =$$

$$= \frac{22 \cdot 10^3 \cdot 0{,}135 \cdot 0{,}01 \cdot (0{,}15 - 0{,}005)}{0{,}708 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}65 \cdot 10^{-2}} = 9{,}7 \cdot 10^6 \text{ Па} = 9{,}7 \text{ МПа}.$$

Для волокон нейтрального слоя

$$\tau_{4-4} = \frac{Q_x S_{\text{н.о.}}^{4-4}}{J_x^{\text{табл.}} b_{4-4}} = \frac{Q_x S_x^{\text{табл.}}}{J_x^{\text{табл.}} d} = \frac{22 \cdot 2{,}68 \cdot 10^{-4}}{0{,}708 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}65 \cdot 10^{-2}} = 12{,}8 \cdot 10^6 \text{ Па} = 12{,}8 \text{ МПа}.$$

Эпюры σ и τ строятся в масштабе (см. рис. 4.2).

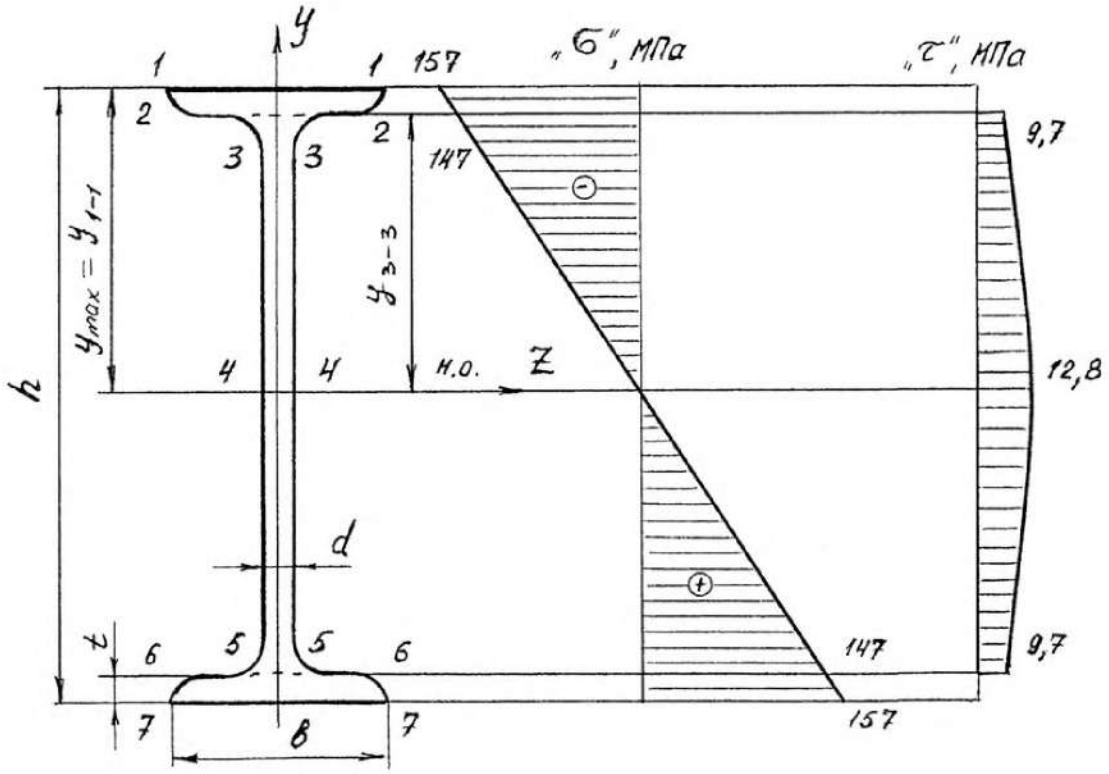


Рис. 4.2.

На основании эпюр напряжений определяют главные напряжения для верхних, переходных и средних волокон

$$\sigma_1^{1-1} = 1/2(\sigma_{1-1} + \sqrt{\sigma_{1-1}^2 + 4\tau_{1-1}^2}) = 1/2(-157 + \sqrt{157^2 + 4 \cdot 0^2}) = 0;$$

$$\sigma_2^{1-1} = 1/2(-157 - \sqrt{157^2 + 4 \cdot 0^2}) = -157 \text{ МПа};$$

$$\sigma_1^{3-3} = 1/2(-147 + \sqrt{147^2 + 4 \cdot 9{,}7^2}) = 0{,}5 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2^{3-3} = 1/2(-147 - \sqrt{147^2 + 4 \cdot 9{,}7^2}) = -147{,}5 \text{ МПа};$$

$$\sigma_1^{4-4} = 1/2(0 + \sqrt{0^2 + 4 \cdot 12{,}8^2}) = 12{,}8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2^{4-4} = -12{,}8 \text{ МПа}.$$

Определим величины расчётных напряжений по третьей теории прочности:

$$\sigma_{\text{p}}^{1-1} = \sigma_1^{1-1} - \sigma_2^{1-1} = 0 - (-157) = 157 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\text{p}}^{3-3} = \sigma_1^{3-3} - \sigma_2^{3-3} = 0{,}5 - (-147{,}5) = 148 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\text{p}}^{4-4} = \sigma_1^{4-4} - \sigma_2^{4-4} = 12{,}8 - (-12{,}8) = 25{,}6 \text{ МПа},$$

таким образом условие прочности $\sigma_{\text{p}}^{\text{III}} < \sigma_{\text{adm}}$ выполняется.

По четвертой теории прочности

$$\sigma_{\text{p}}^{1-1} = \sqrt{(\sigma_1^{1-1})^2 + (\sigma_2^{1-1})^2 - \sigma_1^{1-1}\sigma_2^{1-1}} = \sqrt{0^2 + 157^2 - 0^2} = 157 \text{ МПа}.$$

Аналогично: $\sigma_{\text{p}}^{3-3} = 148$ МПа; $\sigma_{\text{p}}^{4-4} = 22{,}1$ МПа.

Таким образом, результаты по всем вариантам полной проверки прочности балки показывают, что все условия прочности выполняются, следовательно, к практическому применению принимается двутавр № 30.

Пример 4.2. Консольная балка, сложное сечение.

Для заданной схемы балки (рис. 4.3) построить эпюры поперечных сил Q_x и изгибающих моментов M_x, определить размеры сечения заданной формы из условия прочности, принимая $\sigma_{\text{adm}} = 160$ МПа.

Решение.

Определим реакции опоры A из уравнений равновесия

1) $\sum M_A = 0;\quad -M_A + M - q \cdot 1 \cdot 2{,}5 + F \cdot 3 = 0;$

$M_A = M - q \cdot 1 \cdot 2{,}5 + F \cdot 3 = 6 - 10 + 24 = 20$ кН·м.

2) $\sum Y = 0;\quad R_A - q \cdot 1 + F = 0$ (предварительное направление реакции R_A вверх);

$R_A = q \cdot 1 - F = 4 - 8 = -4$ кН (меняем направление реакции на противоположное).

Проверка

$$\sum M_C = 0;\quad -M_A + R_A \cdot 3 + M + q \cdot 1 \cdot 0{,}5 = -20 + 12 + 6 + 2 = 0.$$

Определим размеры поперечного сечения (см. рис. 4.3), для чего условно разбиваем это сечение на фигуры 1, 2, 3 и 4, площади которых равны: $A_1 = 5b \cdot 6b;\ A_2 = 2b \cdot 3b;\ A_3 = A_4 = b \cdot b.$

Для определения положения центра тяжести сечения проводим вспомогательную ось $x_{\text{вр}}$ и найдем координату y_C по известной формуле

$$y_c = \frac{S_{x_{\text{вр}}}}{A} = \frac{A_1 y_1 - A_2 y_2 + A_3 y_3 + A_4 y_4}{A_1 - A_2 + \cdot A_3 + A_4} =$$

$$= \frac{6b \cdot 5b \cdot 2{,}5b - 2b \cdot 3b \cdot 1{,}5b + 2b \cdot b \cdot 0{,}5b}{6b \cdot 5b - 2b \cdot 3b + 2b \cdot b} = 2{,}58b,$$

где y_1, y_2, y_3, y_4 – расстояния от центров тяжести фигур 1, 2, 3, 4 до оси $x_{вр}$.

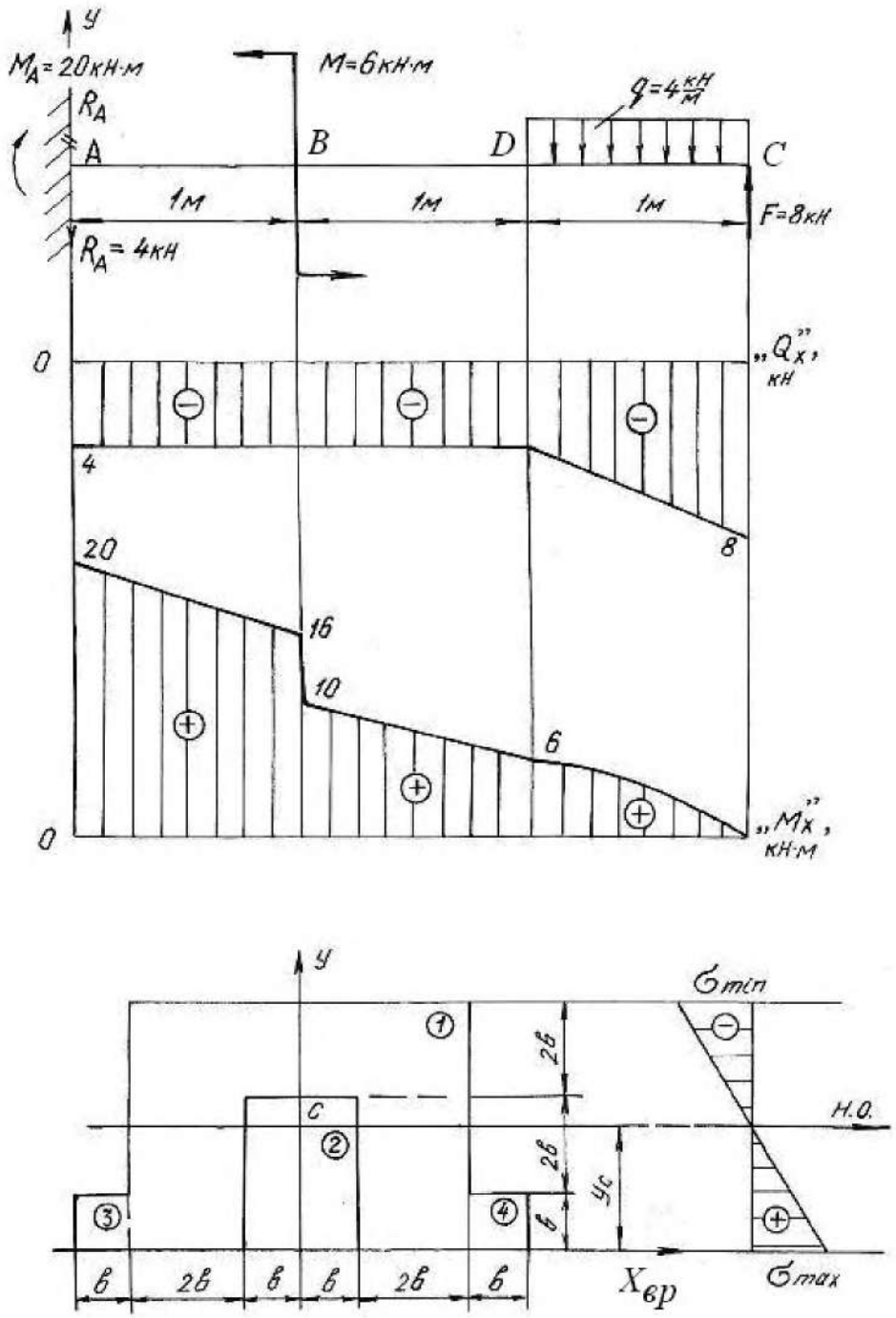


Рис. 4.3.

Так как сечение симметричное, то его центр тяжести лежит на оси симметрии y.

Проводим нейтральную ось через центр тяжести параллельно вспомогательной оси $x_{вр}$. Находим момент инерции относительно нейтральной оси

$$J_{н.о.} = (J_{н.о.})^1 - (J_{н.о.})^2 + 2(J_{н.о.})^3 = \left[\frac{6b\cdot(5b)^3}{12} + 6b\cdot 5b\cdot(y_1 - y_c)^2\right] -$$

$$-\left[\frac{2b\cdot(3b)^3}{12} + 2b\cdot 3b\cdot(y_2 - y_c)^2\right] + 2\cdot\left[\frac{b\cdot b^3}{12} + b\cdot b\cdot(y_3 - y_c)^2\right] = 60\cdot b^4,$$

где $(y_n - y_C)$ – расстояние между собственной осью простой фигуры и нейтральной осью.

Строим эпюры поперечных сил Q_x и изгибающих моментов M_x, пользуясь контрольными правилами и начиная построения со свободного конца балки.

$Q_C = -F = -8$ кН; $Q_D = -F + q\cdot 1 = -8 + 4 = -4$ кН $= Q_B = Q_A$;

$M_C = 0$; $M_D = F\cdot 1 - q\cdot 1\cdot 0{,}5 = 8 - 2 = 6$ кН·м;

$M_B = F\cdot 2 - q\cdot 1\cdot 1{,}5 = 16 - 6 = 10$ кН·м.

В сечении B изгибающий момент возрастает на момент $M = 6$ кН·м, что на эпюре M_x отражается в виде скачка. Изгибающий момент в жесткой заделке равен моменту заделки M_A.

Максимальный изгибающий момент $M_{max} = M_A = 20$ кН·м. Максимальные напряжения, возникающие в нижних волокнах этого сечения

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max} y^{н}_{max}}{J_{н.о.}} = \frac{20\cdot 2{,}58\cdot b}{60\cdot b^4} = \frac{0{,}83\ \text{кН}\cdot\text{м}}{b^3}.$$

Максимальные напряжения, возникающие в верхних волокнах этого сечения

$$\sigma_{min} = \frac{M_{max} y^{в}_{max}}{J_{н.о.}} = \frac{20\cdot 2{,}42\cdot b}{60\cdot b^4} = \frac{0{,}81\ \text{кН}\cdot\text{м}}{b^3}.$$

Приравнивая наибольшее напряжение к допускаемому напряжению σ_{adm}, получим размер сечения b

$$\sigma_{max} = \frac{0{,}83\ \text{кН}\cdot\text{м}}{b^3} \le \sigma_{adm} = 160\ \text{МПа};\ b^3 \ge \frac{0{,}83\cdot 10^3}{160\cdot 10^6},$$

$$b \ge \sqrt[3]{5{,}2\cdot 10^{-6}} = 1{,}73\cdot 10^{-2}\ \text{м};\ b = 18\ \text{мм}.$$

4.2. Задания для расчета балок на прочность

Для расчетной схемы балки необходимо:

1. Построить по длине балки эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.

2. Подобрать поперечное сечение балки в двух вариантах:

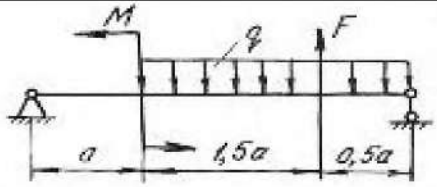
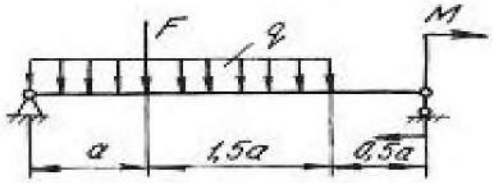
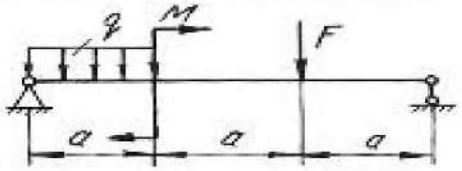
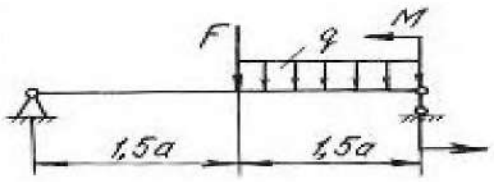
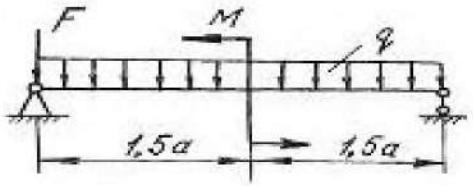
а) прямоугольного профиля, полагая, что балка деревянная при $\sigma_{adm} = 10$ МПа; соотношение между размерами сечения принять равными $b:h = 1:2$;

б) двутаврового профиля (см. табл. П. 1) при $\sigma_{adm} = 160$ МПа, $\tau_{adm} = 96$ МПа.

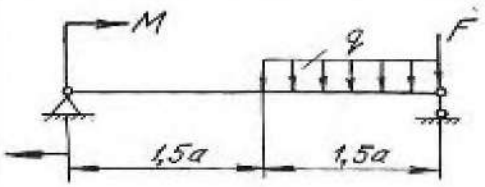
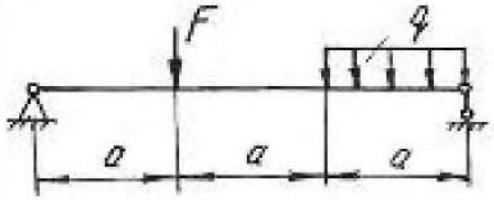
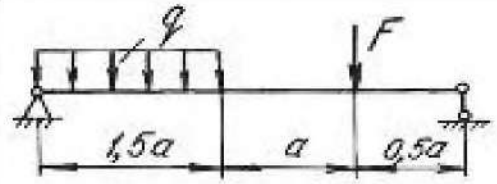
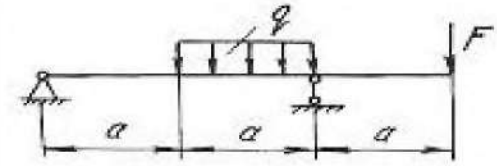
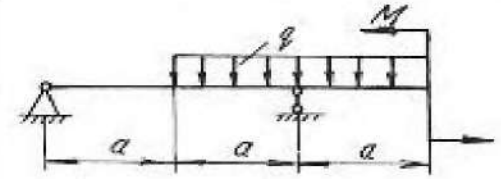
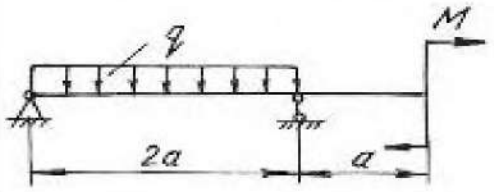
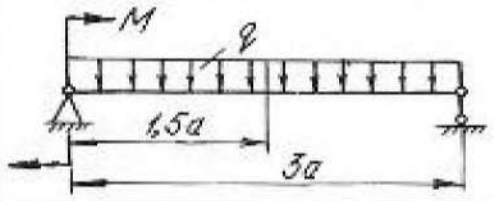
3. Провести полную проверку стальной двутавровой балки на прочность.

Данные для расчета приведены в табл. 4.1.

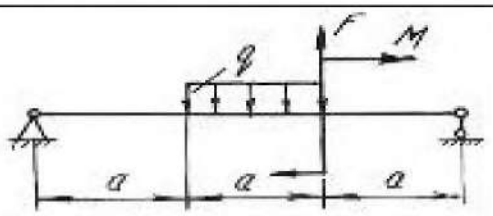
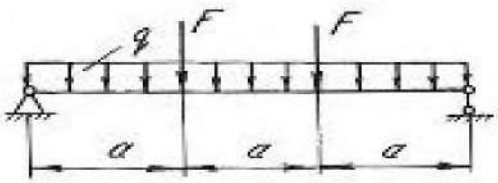
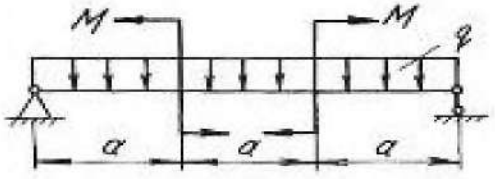
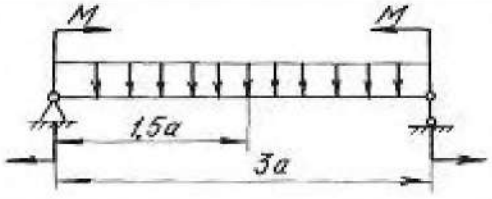
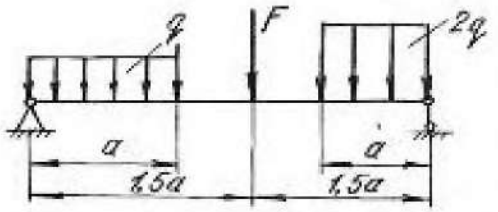
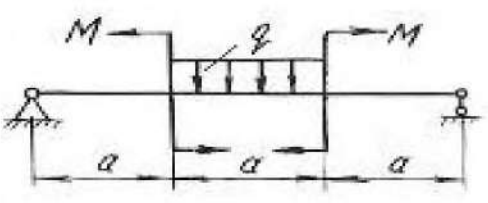
Таблица 4.1

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a, м	*q*, кН/м	*M*, кН·м	*F*, кН
	1	2,0	19	20	20
	2	1,0	16	35	40
	3	1,2	10	30	40
	4	2,0	10	25	50
	5	2,2	30	50	40
	6	2,4	10	10	20
	7	1,0	10	65	20
	8	1,2	10	55	40
	9	2,0	20	45	15
	10	1,0	18	32	60
	11	2,2	10	35	50
	12	1,8	30	42	30
	13	2,0	12	26	20
	14	1,0	14	14	20
	15	2,0	15	25	30

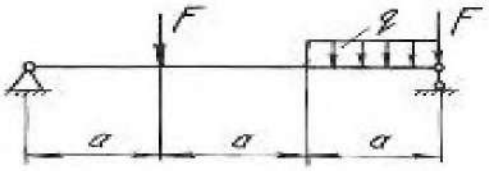
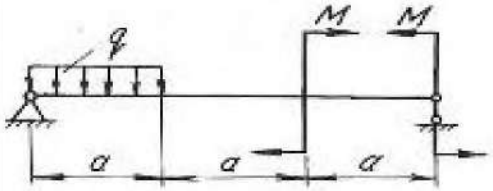
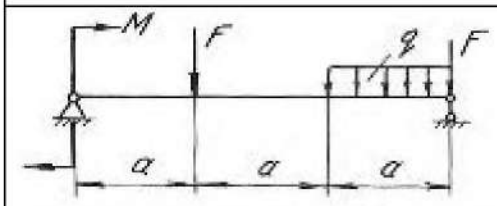
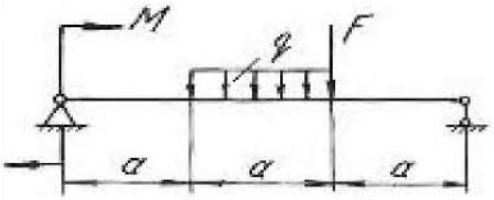
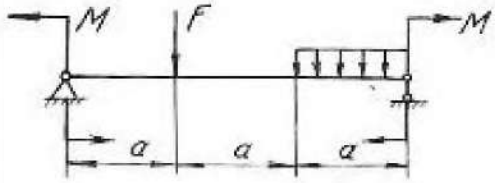
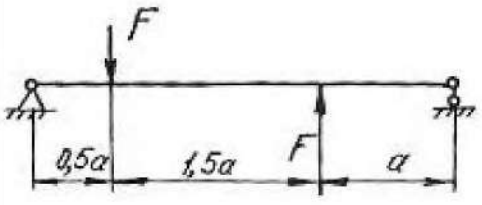
Продолжение табл. 4.1

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a, м	q, кН/м	M, кН·м	F, кН
	16	1,0	10	32	40
	17	2,0	25	42	20
	18	1,6	30	50	30
	19	1,0	10	–	10
	20	2,0	11	–	30
	21	1,0	12	–	30
	22	1,2	13	–	60
	23	2,2	14	–	70
	24	3,0	15	–	40
	25	3,0	16	–	20
	26	1,2	17	–	70
	27	2,0	18	–	70
	28	3,0	20	10	–
	29	2,0	21	60	–
	30	2,0	22	10	–
	31	2,1	23	30	–
	32	2,0	24	30	–
	33	2,2	25	30	–
	34	2,0	26	40	–
	35	2,0	27	40	–
	36	2,0	28	40	–

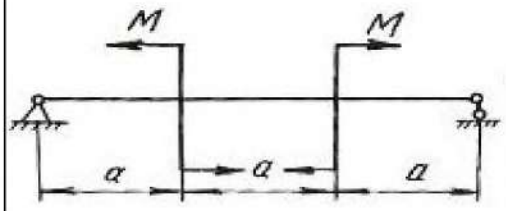
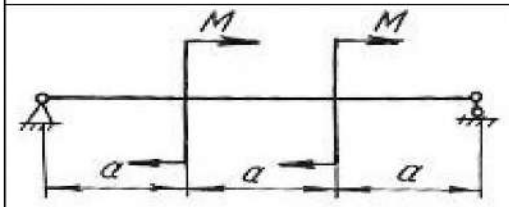
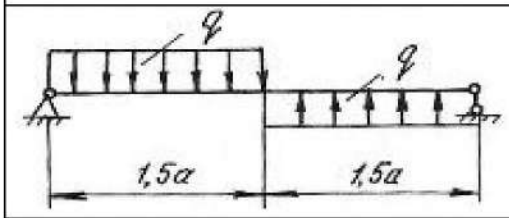
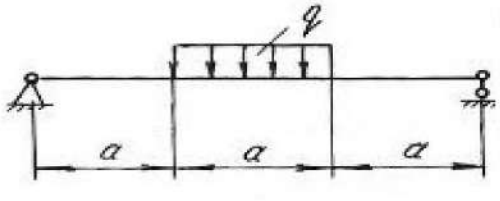
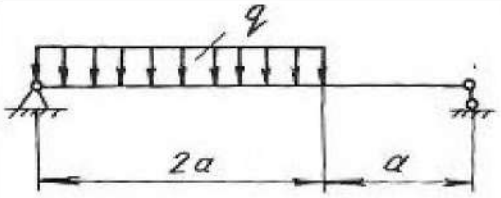
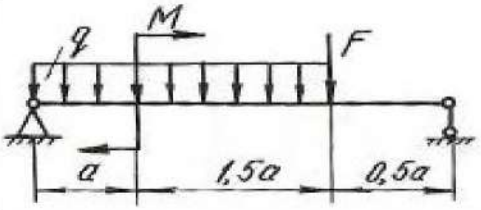
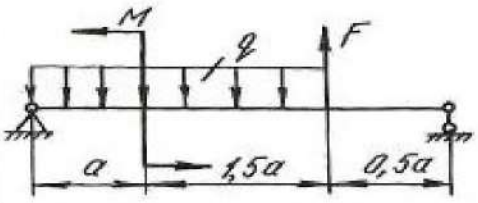
Продолжение табл. 4.1

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a, м	q, кН/м	M, кН·м	F, кН
	37	1,2	10	30	15
	38	1,3	12	40	10
	39	1,4	15	45	12
	40	1,0	14	50	10
	41	2,0	13	60	20
	42	2,0	12	55	12
	43	1,1	16	–	20
	44	1,4	17	–	16
	45	1,5	20	–	15
	46	1,6	18	30	–
	47	1,2	11	20	–
	48	1,3	14	10	–
	49	0,8	15	40	–
	50	0,7	13	13	–
	51	1,1	17	22	–
	52	0,5	24	–	20
	53	0,6	28	–	30
	54	0,9	30	–	40
	55	1,1	10	30	–
	56	1,2	20	31	–
	57	1,3	30	32	–

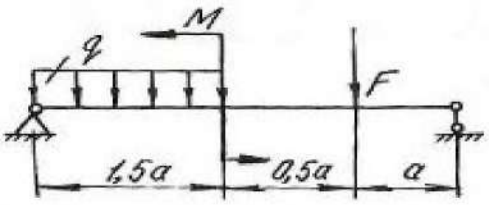
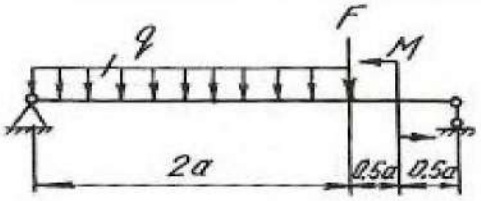
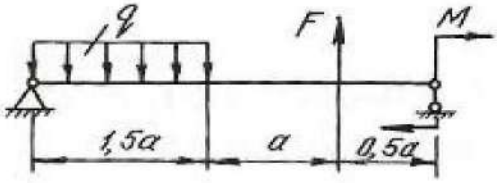
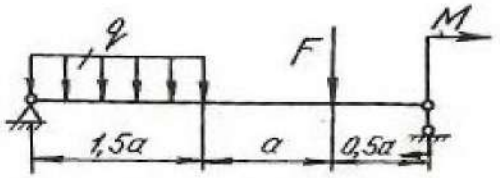
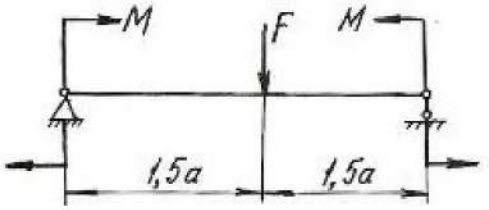
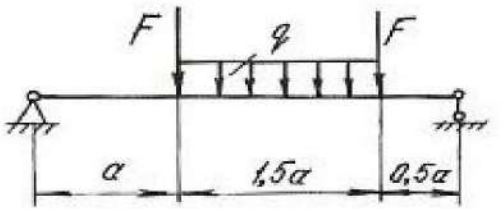
Продолжение табл. 4.1

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a, м	q, кН/м	M, кН·м	F, кН
	58	1,4	40	–	40
	59	1,2	35	–	50
	60	2,0	28	–	80
	61	1,5	12	20	–
	62	1,7	14	30	–
	63	1,9	16	40	–
	64	2,1	18	20	20
	65	2,3	19	30	30
	66	2,5	20	25	40
	67	2,0	12	30	25
	68	2,4	10	35	30
	69	2,7	10	30	35
	70	1,0	12	10	40
	71	2,0	14	20	30
	72	2,0	16	30	40
	73	1,0	–	–	20
	74	2,0	–	–	30
	75	2,5	–	–	40

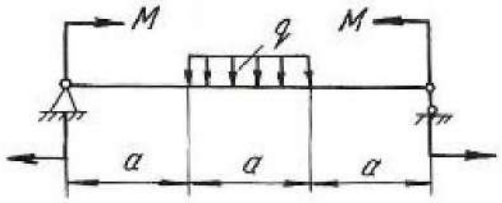
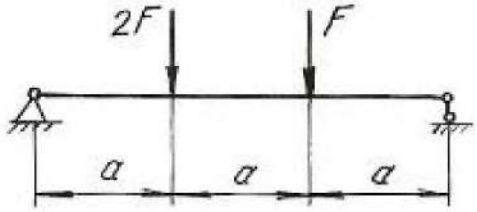
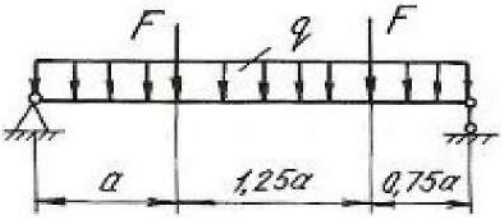
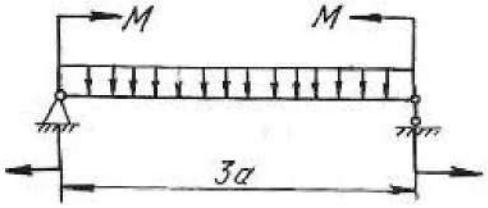
Продолжение табл. 4.1

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a, м	q, кН/м	M, кН·м	F, кН
	76	1,5	–	30	–
	77	2,5	–	40	–
	78	1,2	–	50	–
	79	1,3	–	40	–
	80	1,4	–	25	–
	81	1,6	–	30	–
	82	1,7	10	–	–
	83	1,8	10	–	–
	84	1,9	10	–	–
	85	2,1	30	–	–
	86	2,2	20	–	–
	87	2,3	10	–	–
	88	2,0	25	–	–
	89	1,0	15	–	–
	90	2,3	10	–	–
	91	1,0	15	30	80
	92	2,0	20	40	90
	93	2,0	25	50	100
	94	1,2	10	45	25
	95	1,4	12	50	30
	96	1,6	15	60	35

Продолжение табл. 4. 1

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a, м	q, кН/м	M, кН·м	F, кН
	97	1,8	15	30	40
	98	1,0	18	20	45
	99	1,4	21	55	50
	100	1,0	10	30	55
	101	2,0	20	35	80
	102	1,0	30	60	40
	103	1,9	15	25	60
	104	1,7	13	50	40
	105	1,3	17	75	20
	106	1,0	18	20	35
	107	2,2	16	60	45
	108	2,3	14	40	55
	109	1,0	–	30	50
	110	0,6	–	40	50
	111	0,8	–	30	60
	112	1,0	2	–	70
	113	0,6	30	–	60
	114	1,2	40	–	50

Окончание табл. 4.1

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a, м	q, кН/м	M, кН·м	F, кН
	115	1,2	20	40	–
	116	1,3	10	20	–
	117	1,4	20	30	–
	118	1,5	–	–	40
	119	1,0	–	–	30
	120	1,3	–	–	20
	121	1,0	10	–	20
	122	1,0	20	–	40
	123	1,0	30	–	10
	124	1,2	10	20	–
	125	1,3	11	40	–
	126	1,5	12	50	–

4.3. Расчет балки на жесткость

После проверки балок на прочность они обычно проверяются на жесткость.

Проверка состоит в определении максимальных перемещений балки при изгибе и сравнении их с допускаемыми значениями для данного материала и типа балки. При этом должны выполняться следующие условия:

$$y_{\max} \le y_{\text{adm}}; \quad y_{\text{adm}} = (\frac{1}{20} \div \frac{1}{250})l; \qquad \theta_{\max} \le \theta_{\text{adm}},$$

где y_{adm} – допускаемый прогиб; θ_{adm} – допускаемый угол поворота; l – пролёт балки.

Для определения прогибов и углов поворота в статически определимых балках обычно применяют метод начальных параметров, который записывается в виде следующих универсальных уравнений:

$$EJ_Z\theta = EJ_Z\theta_0 + \sum_{i=1}^{n}\frac{M_i(x-a_i)^1}{1!} + \sum_{i=1}^{n}\frac{F_i(x-b_i)^2}{2!} + \sum_{i=1}^{n}\frac{q_i(x-c_i)^3}{3!}, \quad (4.8)$$

где n – количество нагрузок на рассматриваемых участках.

$$EJ_z y = EJ_Z y_0 + EJ_Z\theta_0 x + \sum_{i=1}^{n}\frac{M_i(x-a_i)^2}{2!} + \sum_{i=1}^{n}\frac{F_i(x-b_i)^3}{3!} + \sum_{i=1}^{n}\frac{q_i(x-c_i)^4}{4!}, \quad (4.9)$$

где θ – угол поворота в исследуемом сечении; y – прогиб в исследуемом сечении; y_0 – прогиб в начале координат; θ_0 – угол поворота в начале координат; x – расстояние от начала координат до сечения, в котором определяются перемещения; M, F, q – внешние нагрузки, включая и реакции; a – расстояния от начала координат до сечений, где приложены моменты; b – расстояния от начала координат до сечений, где приложены сосредоточенные силы; c – расстояния от начала координат до начала каждого участка, нагруженного равномерно распределенной нагрузкой; EJ_Z – жесткость балки при поперечном изгибе.

Метод начальных параметров применяется при условии, что жесткость EJ_Z постоянна по всей длине балки.

Слагаемые, которые включают M, F, q, по знаку определяются в соответствии с правилами знаков, принятыми для определения M_x при расчете слева. При использовании метода начальных параметров необходимо выполнить следующие требования:

1. Начало координат принимается единым для всей балки (обычно в левом крайнем сечении балки);

2. Если равномерно распределенная нагрузка не доходит до рассматриваемого сечения, то ее необходимо продлить до этого сечения, а для сохранения равновесия приложить такую же по величине, но противоположного направления нагрузку. Эту контрнагрузку необходимо включить в уравнения.

Начальные параметры y_0 и θ_0 определяются следующим образом. Если начало координат находится не на опоре (рис. 4.4, *б*), то составляем два дополнительных уравнения прогибов для двух опор, где заранее известно, что прогибы на опорах равны нулю. Если начало координат находится на концевой шарнирной опоре (рис. 4.4, *в*), то составляем одно дополнительное уравнение прогибов для другой опоры. Если начало координат находится в жесткой заделке (рис. 4.4, *г*), то дополнительные уравнения составлять не нужно.

При решении задач необходимо иметь в виду, что положительное направление оси y принято вверх. При этом условии положительное значение угла поворота соответствует вращению сечения против хода часовой стрелки, положительный прогиб направлен вверх.

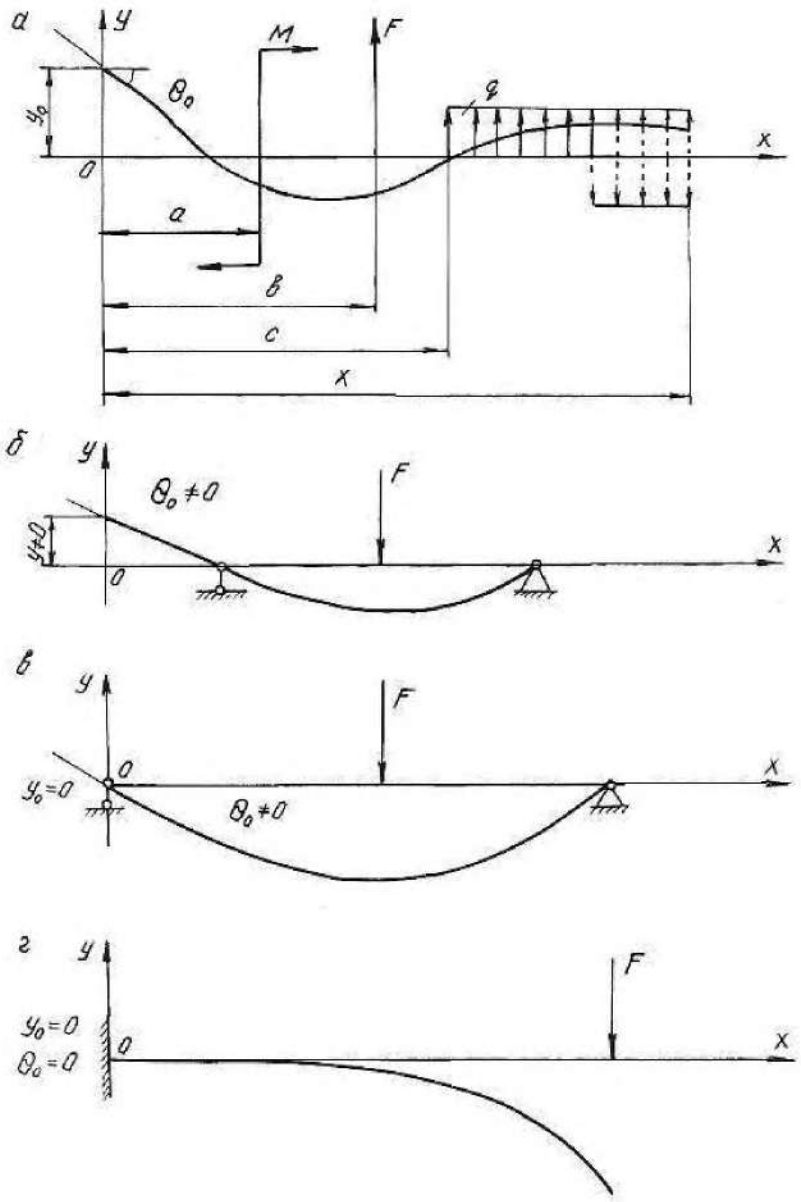


Рис. 4.4.

Пример 4.3.

Для балки, изображенной на рис. 4.5, построить эпюры Q_x и M_x, подобрать поперечное двутавровое сечение (см. табл. П. 1) при $\sigma_{adm} = 160$ МПа, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. По методу начальных параметров определить прогибы в сечениях C и D и угол поворота сечения B. Построить эпюру прогибов и провести проверку на жесткость при $y_{adm} = (1/200)l = (1/200)4 = 0,02$ м $= 2$ см, где l – пролет балки.

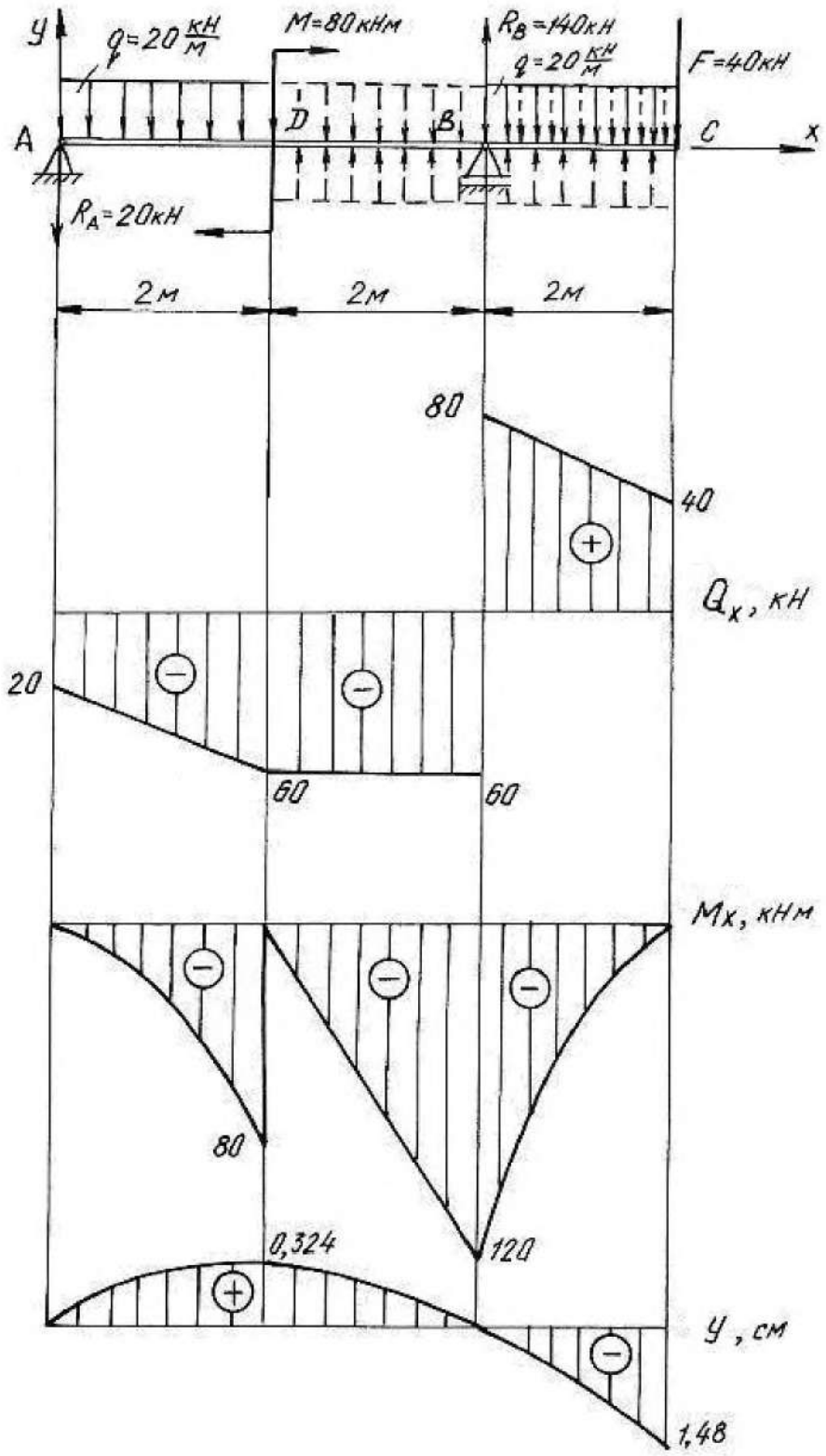

y
q=20 кН/м
M=80 кНм
R_B=140 кН
q=20 кН/м
F=40 кН
A
D
B
C
x
R_A=20 кН
2м
2м
2м
80
40
Q_x, кН
20
60
60
M_x, кНм
80
0,324
120
y, см
1,48

Рис. 4.5.

Решение.

Определим опорные реакции:

$$\sum M_B = 0, \qquad R_A \cdot 4 + q \cdot 2 \cdot 3 - M - q \cdot 2 \cdot 1 - F \cdot 2 = 0;$$

$$R_A \cdot 4 + 20 \cdot 2 \cdot 3 - 80 - 20 \cdot 2 \cdot 1 - 40 \cdot 2 = 0; \quad R_A = 20 \text{ кН}.$$

$$\sum M_A = 0, \quad R_B \cdot 4 - q \cdot 2 \cdot 1 - M - q \cdot 2 \cdot 5 - F \cdot 6 = 0;$$

$$R_B \cdot 4 - 20 \cdot 2 \cdot 1 - 80 - 20 \cdot 2 \cdot 5 - 40 \cdot 6 = 0; \qquad R_B = 140 \text{ кН}.$$

Проводим проверку

$$\sum Y = 0; \qquad -R_A + R_B - q \cdot 2 - F - q \cdot 2 = 0;$$

$$-20 + 140 - 20 \cdot 2 - 40 - 20 \cdot 2 = 0; \quad 0 = 0$$

По контрольным правилам строим эпюры Q_X и M_X, и подбираем поперечное сечение при $M_{\max} = 120$ кН.

$$W_z = \frac{M_{\max}}{\sigma_{adm}} = \frac{120 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0{,}75 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 750 \text{ см}^3.$$

По таблице сортамента (см. табл. П.1) принимаем двутавр № 36:

$J_z = J_x^{\text{табл.}} = 13380 \text{ см}^4 = 13380 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$.

Для определения перемещений помещаем начало координат на левой опоре (прогиб $y_0 = 0$, угол поворота $\theta_0 \neq 0$). Составляем дополнительное уравнение прогибов для сечения B (при $x_B = 4$ м), где заранее известно, что прогиб на опоре y_B равен нулю.

Распределенная нагрузка обрывается в сечении D. Продолжим её до сечения B, в котором определяем перемещение, но, чтобы не нарушить прежнее равновесие, вводим уравновешивающую нагрузку обратного направления на участке BD.

$$EJ_Z y_B = EJ_Z \theta_0 x_B + \frac{M(x-2)^2}{2} - \frac{R_A(x_B - 0)^3}{6} - \frac{q(x_B - 0)^4}{24} + \frac{q(x_B - 2)^4}{24};$$

$$0 = EJ_Z \theta_0 \cdot 4 + \frac{80(4-2)^2}{2} - \frac{20(4-0)^3}{6} - \frac{20(4-0)^4}{24} + \frac{20(4-2)^4}{24}.$$

Последний член уравнения учитывает компенсирующую нагрузку. Подставляя числовые значения, получим $EJ_Z \theta_0 = EJ_Z \theta_A = 63{,}3 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$.

Определим прогибы на границах заданных участков. При определении прогиба в сечении C равномерно распределенную нагрузку необходимо продлить до этого сечения и уравновесить её.

В сечении C ($x_C = 6$ м):

$$EJ_Z y_C = EJ_Z \theta_0 x_C + \frac{M(x_C-2)^2}{2} - \frac{R_A(x_C-0)^3}{6} + \frac{R_B(x_C-4)^3}{6} -$$
$$- \frac{q(x_C-0)^4}{24} + \frac{q(x_C-2)^4}{24} - \frac{q(x_C-4)^4}{24};$$

$$EJ_Z y_C = 63{,}3 \cdot 6 + \frac{80 \cdot (6-2)^2}{2} - \frac{20 \cdot (6-0)^3}{6} + \frac{140 \cdot (6-4)^3}{6} - \frac{20 \cdot (6-0)^4}{24} +$$
$$+ \frac{20(6-2)^4}{24} - \frac{20(6-4)^4}{24} = -393 \text{ кНм}^3;$$

$$y_C = \frac{-393 \cdot 10^3}{EJ_Z} = \frac{-393 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 13380 \cdot 10^{-8}} = -0{,}0148 \text{ м}; \; y_C = -1{,}480 \text{ см};$$

в сечении D ($x_D = 2$ м):

$$EJ_Z y_D = EJ_Z \theta_0 \cdot x_D - \frac{R_A(x_D-0)^3}{6} - \frac{q(x_D-0)^4}{24} = 63{,}3 \cdot 2 - \frac{20(2-0)^3}{6} - \frac{20(2-0)^4}{24} =$$

$$= 86{,}7 \text{ кНм}^3; \qquad y_D = \frac{86{,}7 \cdot 10^3}{EJ_Z} = \frac{86{,}7 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 13380 \cdot 10^{-8}} = 0{,}00324 \text{ м} = 0{,}324 \text{ см}.$$

По полученным значениям прогибов строим изогнутую ось балки (см. рис. 4.5).

Определим угол поворота сечения B ($x_B = 4$ м), продлив и уравновесив распределенную нагрузку

$$EJ_Z \theta_B = EJ_Z \theta_0 + \frac{M(x-2)^1}{1} - \frac{R_A(x-0)^2}{2} - \frac{q(x-0)^3}{6} + \frac{q(x-2)^3}{6} =$$

$$= 63{,}3 + \frac{80(4-2)^1}{1} - \frac{20(4-0)^2}{2} - \frac{20(4-0)^3}{6} + \frac{20(4-2)^3}{6} = -123 \text{ кНм}^2;$$

$$\theta_B = -\frac{123 \cdot 10^3}{EJ_Z} = -\frac{123 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 13380 \cdot 10^{-8}} = -46 \cdot 10^{-4} \text{ рад} =$$
$$= -46 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{180}{\pi} = -0{,}26^\circ = -0^\circ 15' 36''.$$

Максимальный прогиб балки $y_{\max} = y_C = 1{,}480$ см.

Таким образом, $y_{\max} = 1{,}480$ см $< y_{\text{adm}} = 2$ см, следовательно, условие жесткости выполняется.

4.4. Задания для расчета балок на жесткость

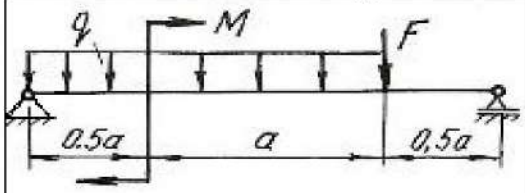
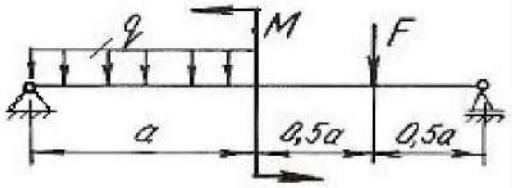
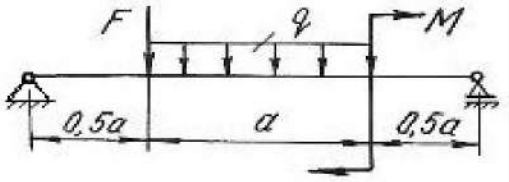
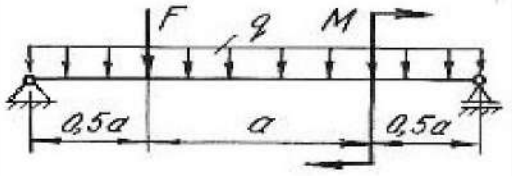
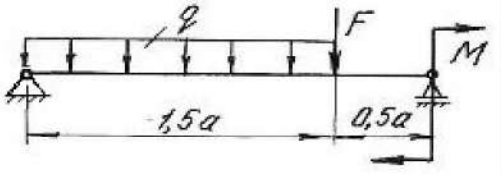
Для расчетной схемы (табл. 4.2) необходимо:

1. Построить по длине балки эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.

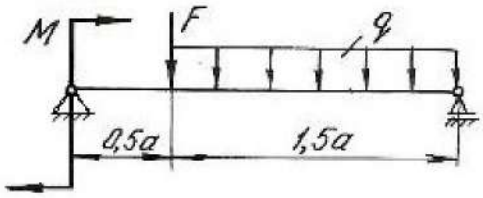
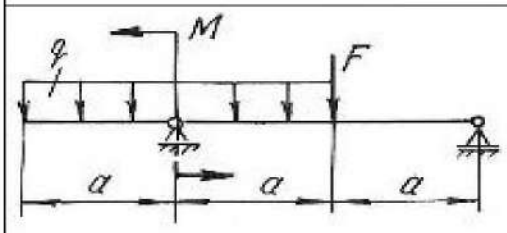
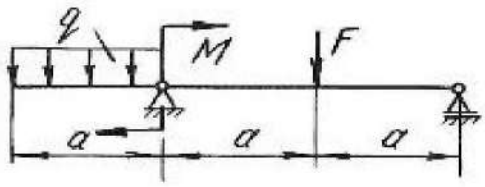
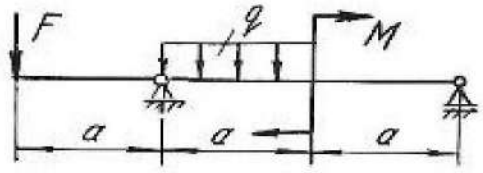
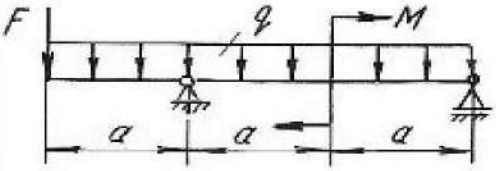
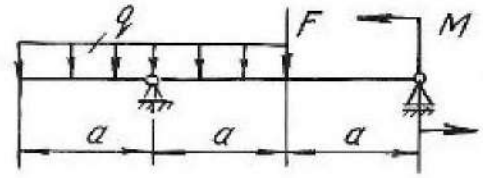
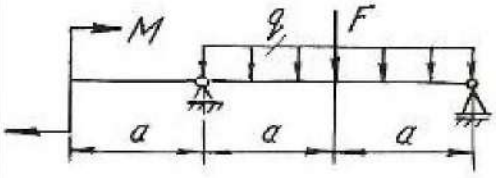
2. Подобрать поперечное сечение балки двутаврового профиля (см. табл. П. 1), материал – сталь при σ_{adm} = 160 МПа.

3. Определить по методу начальных параметров величину прогибов балки в характерных сечениях и провести проверку балки на жесткость, приняв $y_{adm} = (1/100)l$.

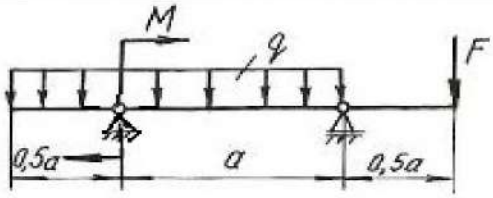
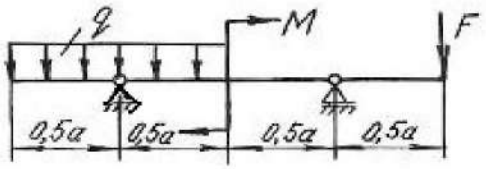
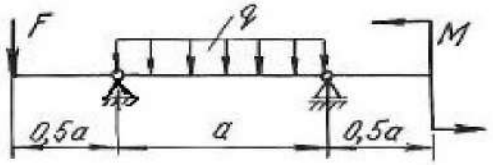
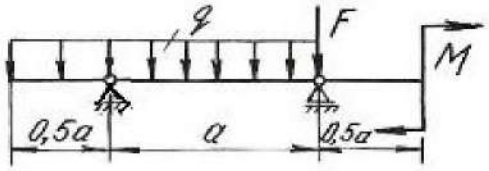
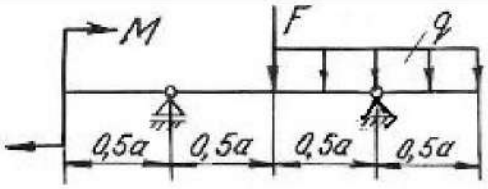
Таблица 4.2

Схема балки и нагрузки	Вариант	a, м	q, кН/м	M, кН·м	F, кН
	1	1	10	30	20
	2	0,5	20	25	30
	3	1	10	10	16
	4	2	20	30	10
	5	0,5	30	15	12
	6	1	12	36	24
	7	2	6	12	10
	8	1	4	12	8
	9	0,5	10	20	16
	10	2	4	12	10
	11	1	20	24	12
	12	1	12	12	10
	13	2	10	4	10
	14	1	8	20	30

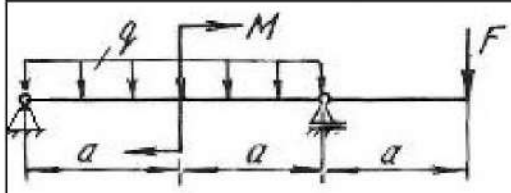
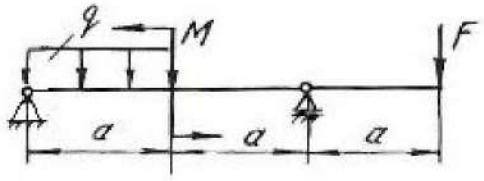
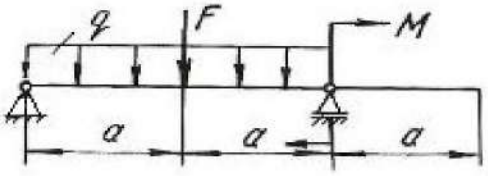
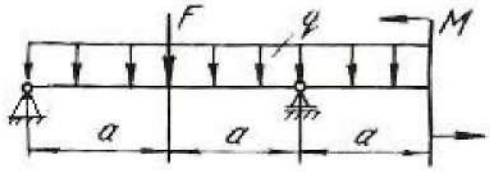
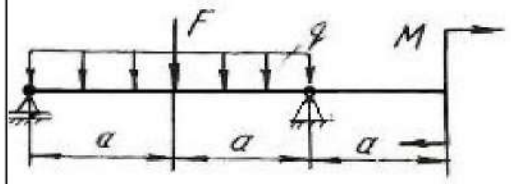
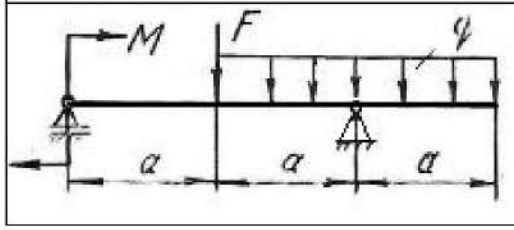
Продолжение табл. 4.2

Схема балки и нагрузки	Вариант	a, м	q, кН/м	M, кН·м	F, кН
	15	1	8	12	16
	16	1	12	14	10
	17	2	4	16	6
	18	1	10	18	24
	19	2	4	16	16
	20	0,5	20	32	24
	21	1	20	15	8
	22	2	8	14	4
	23	0,5	10	28	12
	24	1	24	10	10
	25	2	12	16	12
	26	0,5	4	18	24
	27	1	20	10	6
	28	2	10	8	16
	29	0,5	4	15	8
	30	1	2	6	4
	31	2	4	12	10
	32	0,5	8	12	18
	33	1	10	12	4
	34	2	12	18	12
	35	0,5	20	30	10

Продолжение табл. 4.2

Схема балки и нагрузки	Вариант	a, м	q, кН/м	M, кН·м	F, кН
	36	1	20	12	8
	37	2	12	16	16
	38	1	40	24	20
	39	1	10	20	12
	40	2	4	12	8
	41	1	8	4	12
	42	1	24	12	8
	43	2	8	10	4
	44	1	12	24	20
	45	1	36	12	24
	46	2	32	16	20
	47	1	16	8	8
	48	1	16	18	10
	49	2	12	20	12
	50	1	32	10	6
	51	1	24	20	4
	52	2	4	24	16
	53	1	8	30	10

Окончание табл. 4.2

Схема балки и нагрузки	Вариант	a, м	q, кН/м	M, кН·м	F, кН
	54	1	10	12	6
	55	2	4	10	8
	56	0,5	8	8	4
	57	1	20	12	6
	58	2	12	36	8
	59	1	24	16	12
	60	1	10	40	16
	61	0,5	12	18	10
	62	2	4	36	12
	63	1	10	20	10
	64	1	12	16	8
	65	2	4	16	12
	66	1	12	10	20
	67	2	8	32	16
	68	0,5	24	12	12
	69	1	10	18	12
	70	2	8	36	16
	71	0,5	20	42	8

Глава 5

СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ НЕРАЗРЕЗНЫЕ МНОГОПРОЛЕТНЫЕ БАЛКИ И ПЛОСКИЕ РАМЫ

5.1. Статически неопределимые балки

Цельная балка, лежащая на нескольких опорах, называется неразрезной. С промежуточными опорами такая балка обычно соединена шарнирно. Концевые опоры могут быть или шарнирными или защемленными.

Неразрезные балки представляют собой статически неопределимые системы, так как для их расчета уравнений статики недостаточно. Эти балки могут быть рассчитаны с помощью теоремы о трех моментах или методом сил.

В данном разделе рассматривается решение неразрезной балки по методу сил.

Способ расчета статически неопределимых систем, при котором за «лишние» неизвестные принимаются силы или моменты, называется **методом сил**. Для расчета статически неопределимой балки необходимо раскрыть ее статическую неопределимость, для чего эту балку освобождают сначала от «лишних» связей, превращая ее тем самым в статически определимую (геометрически неизменяемую) систему, называемую основной системой. Она может быть получена путем введения необходимого количества шарниров, балочных опор, путем разреза контура (чаще для рам) и др.

Дополнительные уравнения для нахождения «лишних» неизвестных составляются из условий, что взаимные перемещения основной системы в местах приложения «лишних» неизвестных равны нулю (условия совместности деформаций – условия неразрезности).

Степень статической неопределимости балки соответствует количеству «лишних» неизвестных. В качестве «лишних» неизвестных можно принимать реакции на опорах балки или опорные моменты. Для многопролетных неразрезных балок за «лишние» неизвестные удобнее принять опорные моменты. Опорными моментами называют суммарные моменты внутренних сил упругости, возникающих в поперечных сечениях над опорами.

На рис. 5.1, *а* показана дважды статически неопределимая балка. За «лишние» неизвестные приняты опорные моменты на первой и второй опорах. Моменты на нулевой и третьей опорах равны нулю (рис. 5.1, *б*).

Для определения «лишних» неизвестных воспользуемся условием:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 0, \\ \Delta_2 &= 0, \end{aligned} \qquad (5.1)$$

где Δ_1 – суммарное возможное перемещение центра тяжести поперечного сечения от всех внешних нагрузок и от всех «лишних» неизвестных по направле-

нию действия первой «лишней» неизвестной X_1; Δ_2 – суммарное возможное перемещение центра тяжести поперечного сечения от всех внешних нагрузок и от всех «лишних» неизвестных по направлению действия второй «лишней» неизвестной X_2.

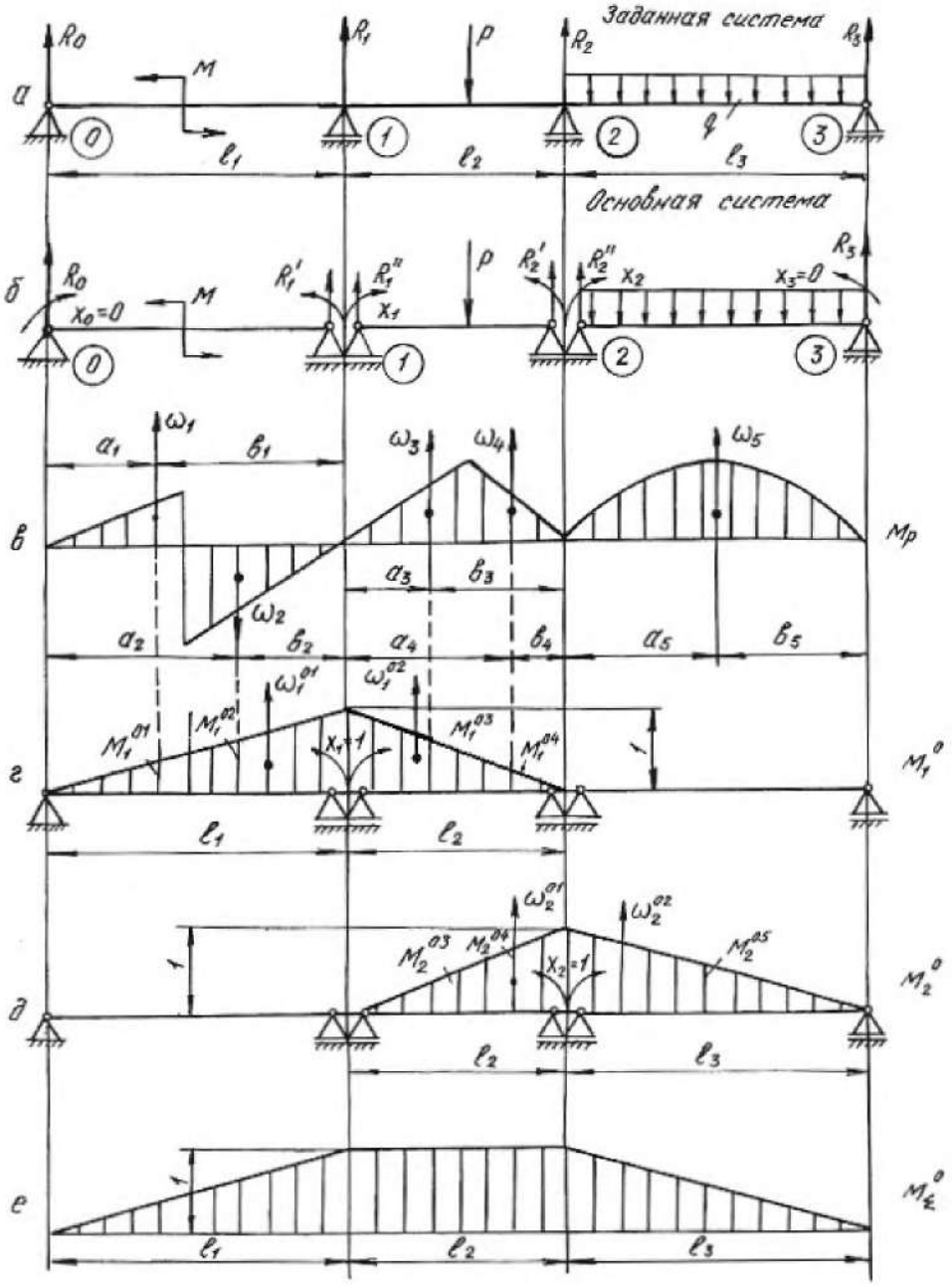


Рис. 5.1.

Эти перемещения в силу принципа независимости действия сил можно представить как сумму перемещений от каждой отдельной силы, приложенной к системе, т. е. от внешней нагрузки, обобщенно обозначаемой буквой P, и от неизвестных X_1, X_2, приложенных на опорах основной системы. Указанные пе-

ремещения выражаются через неизвестные X_1, X_2, нагрузку P и перемещения от единичных сил X_1=1, X_2=1.

$$\begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1p} = 0, \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} = 0. \end{aligned} \qquad (5.2)$$

Эти уравнения носят название канонических уравнений метода сил. Число их равно степени статической неопределимости системы. На примере первого уравнения рассмотрим обозначения:

δ_{11} – возможное перемещение центра тяжести поперечного сечения от действия единичной силы $X_1 = 1$ по направлению действия первой «лишней» неизвестной X_1;

$\delta_{11}X_1$ – возможное перемещение, вызванное действием X_1 по ее направлению;

δ_{12} – возможное перемещение от единичной нагрузки $X_2 = 1$ по направлению X_1;

$\delta_{12}X_2$– возможное перемещение от второй «лишней» неизвестной X_2 по направлению X_1;

Δ_{1p} – возможное перемещение от всех внешних нагрузок по направлению «лишней» неизвестной X_1.

Коэффициенты канонических уравнений с одинаковыми числовыми индексами δ_{11}, δ_{22} называются *главными коэффициентами.* Они всегда положительны. Коэффициенты с разными числовыми индексами δ_{21}, δ_{12} называются *побочными.* Они могут быть положительными или отрицательными. На основании теоремы о взаимности перемещений побочные коэффициенты $\delta_{21} = \delta_{12}$.

Свободные члены канонических уравнений Δ_{1p}, и Δ_{2p} еще называют *грузовыми членами*, так как они представляют собой перемещения от внешних нагрузок.

Для вычисления коэффициентов и грузовых членов канонических уравнений строим эпюры изгибающих моментов от единичных нагрузок (единичные эпюры) – рис. 5.1, *г*, *д* и эпюры изгибающих моментов от внешних нагрузок (грузовые эпюры) – рис. 5.1, *в*.

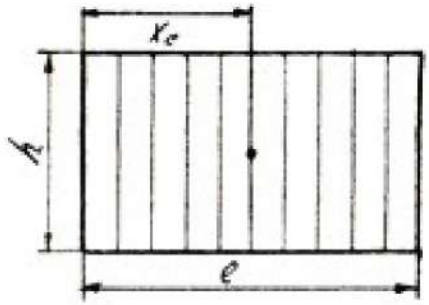
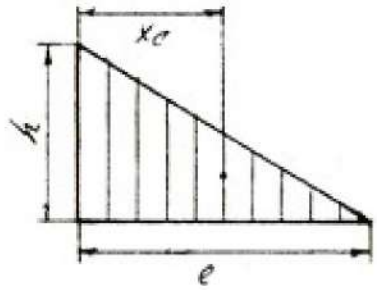
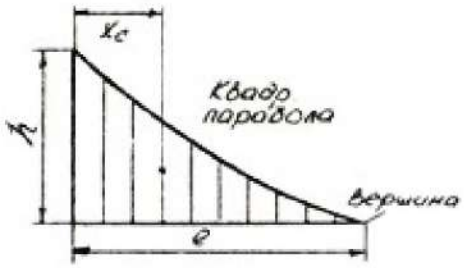
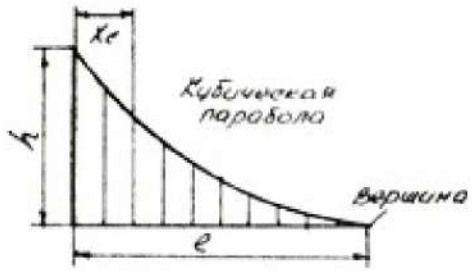
Коэффициенты уравнений и свободные члены находим путем перемножения эпюр по формуле Верещагина (или по формуле Симпсона)

$$\delta = \frac{1}{EJ}\sum \omega M_c^0, \qquad (5.3)$$

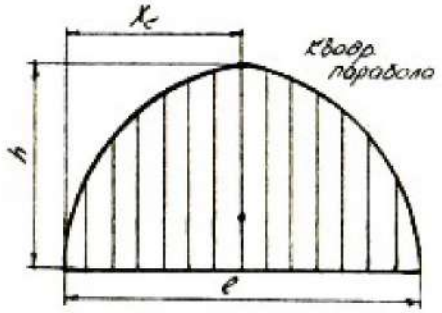
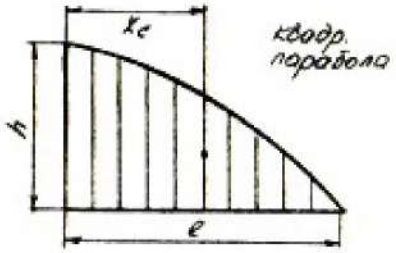
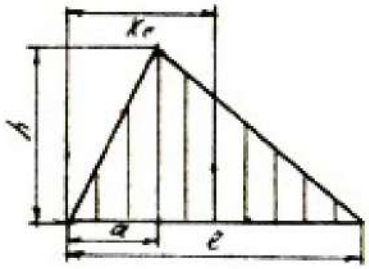
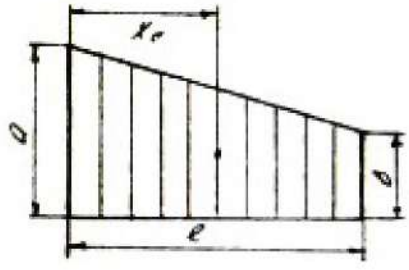
где ω – площадь эпюры изгибающих моментов; M_c^0 – ордината из единичной эпюры напротив центра тяжести грузовой эпюры; EJ – жесткость балки при изгибе.

Формулы для определения площадей и координат их центров тяжести приведены в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Фигура	ω	x_c
	lh	$\frac{1}{2}l$
	$\frac{1}{2}lh$	$\frac{1}{3}l$
	$\frac{1}{3}lh$	$\frac{1}{4}l$
	$\frac{1}{4}lh$	$\frac{1}{5}l$

Окончание табл. 5.1

Фигура	ω	x_c
	$\frac{2}{3}lh$	$\frac{1}{2}l$
	$\frac{2}{3}lh$	$\frac{3}{8}l$
	$\frac{1}{2}lh$	$\frac{a+l}{3}$
	$l\frac{a+b}{2}$	$\frac{(a+2b)}{3(a+b)}l$

Главные коэффициенты δ_{11} и δ_{22} находим в результате перемножения единичных эпюр M_1^0, M_2^0 самих на себя

$$\delta_{11}=\frac{1}{EJ}\sum\omega_1^0 M_{c1}^0=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_1\cdot 1\frac{2}{3}\cdot 1\right)+\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_2\cdot 1\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(\frac{l_1}{3}+\frac{l_2}{3}\right);$$

$$\delta_{22}=\frac{1}{EJ}\sum\omega_2^0 M_{c2}^0=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_2\cdot 1\frac{2}{3}\cdot 1\right)+\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_3\cdot 1\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(\frac{l_2}{3}+\frac{l_3}{3}\right);$$

Побочные коэффициенты находим путем взаимного перемножения указанных единичных эпюр.

Для определения коэффициента δ_{12} берется площадь эпюры M_2^0 на участке длиной l_2, которая умножается на ординату с эпюры M_1^0

$$\delta_{12}=\delta_{21}=\frac{1}{EJ}\sum\omega_2^0 M_{c1}^0=\frac{1}{EJ}\sum\omega_1^0 M_{c2}^0=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_2\cdot 1\right)\cdot\frac{1}{3}\cdot 1=\frac{l_2}{6\cdot EJ}.$$

Свободные члены уравнений находим путем умножения грузовых эпюр M_p на единичные M_1^0 и M_2^0

$$\Delta_{1p}=\frac{1}{EJ}\sum\omega_p M_{c1}^0=\frac{1}{EJ}\left(\omega_1 M_1^{01}-\omega_2 M_1^{02}+\omega_3 M_1^{03}+\omega_4 M_1^{04}\right)=$$

$$=\frac{1}{EJ}\left(\omega_1\frac{a_1}{l_1}-\omega_2\frac{a_2}{l_1}+\omega_3\frac{b_3}{l_2}+\omega_4\frac{b_4}{l_2}\right),$$

где $\omega_1,\omega_2,\omega_3,\omega_4$ – площади грузовых эпюр; $M_1^{01},M_1^{02},M_1^{03},M_1^{04}$ – ординаты, взятые из единичной эпюры M_1^0 напротив центров тяжести указанных площадей.

$$\Delta_{2p}=\frac{1}{EJ}\sum\omega_p M_{c2}^0=\frac{1}{EJ}\left(\omega_3 M_2^{03}+\omega_4 M_2^{04}+\omega_5 M_2^{05}\right)=$$

$$=\frac{1}{EJ}\left(\omega_3\frac{a_3}{l_2}+\omega_4\frac{a_4}{l_2}+\omega_5\frac{b_5}{l_3}\right).$$

После подстановки найденных перемещений в канонические уравнения получим

$$\frac{1}{EJ}\left(\frac{l_1}{3}+\frac{l_2}{3}\right)X_1+\frac{l_2}{6EJ}X_2+\frac{1}{EJ}\left(\omega_1\frac{a_1}{l_1}-\omega_2\frac{a_2}{l_1}+\omega_3\frac{b_3}{l_2}+\omega_4\frac{b_4}{l_2}\right)=0;$$

$$\frac{l_2}{6EJ}X_1+\frac{1}{EJ}\left(\frac{l_2}{3}+\frac{l_3}{3}\right)X_2+\frac{1}{EJ}\left(\omega_3\frac{a_3}{l_2}+\omega_4\frac{a_4}{l_2}+\omega_5\frac{b_5}{l_3}\right)=0.$$

Во избежание ошибок при определении «лишних» неизвестных необходимо проверить правильность определения коэффициентов и свободных членов канонических уравнений. Для этого необходимо построить суммарную эпюру единичных моментов M_Σ^0.

При умножении по правилу Верещагина суммарной единичной эпюры M_{Σ}^{0} на единичную эпюру M_{1}^{0} должна получиться сумма коэффициентов первого канонического уравнения

$$\delta_{11}+\delta_{12}=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_1\cdot 1\frac{2}{3}\cdot 1\right)+\frac{1}{EJ}\left(l_2\cdot 1\frac{1}{2}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(\frac{l_1}{3}+\frac{l_2}{2}\right).$$

При умножении суммарной эпюры M_{Σ}^{0} на эпюру M_{2}^{0} должна получиться сумма коэффициентов второго канонического уравнения

$$\delta_{21}+\delta_{22}=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_3\cdot 1\frac{2}{3}\cdot 1\right)+\frac{1}{EJ}\left(l_2\cdot 1\frac{1}{2}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(\frac{l_3}{3}+\frac{l_2}{2}\right).$$

Эта проверка называется построчной.

Произведение суммарной единичной эпюры саму на себя должно быть равным сумме всех коэффициентов канонических уравнений

$$\delta_{11}+\delta_{12}+\delta_{21}+\delta_{22}=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_1\cdot 1\frac{2}{3}\cdot 1\right)+\frac{1}{EJ}\left(l_2\cdot 1\cdot 1\right)+\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_3\cdot 1\frac{2}{3}\cdot 1\right)=$$

$$=\frac{1}{EJ}\left(\frac{l_1}{3}+l_2+\frac{l_3}{3}\right).$$

Эта проверка называется универсальной.

Правильность определения грузовых членов уравнений состоит в следующем: их сумма должна равняться произведению грузовой эпюры M_p на суммарную единичную эпюру M_{Σ}^{0}

$$\Delta_{1p}+\Delta_{2p}=\frac{1}{EJ}\left(\omega_1\frac{a_1}{l_1}-\omega_2\frac{a_2}{l_1}+\omega_3\cdot 1+\omega_4\cdot 1+\omega_5\frac{b_5}{l_3}\right).$$

Убедившись в правильности определения коэффициентов и свободных членов уравнений методом последовательного исключения, находим «лишние» неизвестные X_1 и X_2 из канонических уравнений. При правильном определении «лишних» неизвестных после их подстановки в канонические уравнения, последние должны обращаться в тождества.

Учитывая опорные моменты и внешние нагрузки, определяют по уравнениям статики опорные реакции, строят эпюру поперечных сил Q_x и эпюру изгибающих моментов M_x.

Порядок решения неразрезной балки методом сил сводится к следующему:

1. Определяют степень статической неопределимости балки;

2. Выбирают основную систему (тем самым выбираются «лишние» неизвестные);

3. По числу «лишних» неизвестных составляются канонические уравнения;

4. Строят эпюры изгибающих моментов от действующих на основную систему внешних нагрузок – грузовые эпюры;

5. В местах действия «лишних» неизвестных и по направлению их действия прикладывают единичные моменты и строят эпюры изгибающих моментов от этих единичных моментов – единичные эпюры;

6. Вычисляют главные, побочные коэффициенты и свободные члены канонических уравнений и проверяют правильность их вычисления;

7. Методом последовательного исключения неизвестных решают канонические уравнения и определяют «лишние» неизвестные с последующей проверкой;

8. С помощью уравнений равновесия определяют опорные реакции заданной балки с последующей проверкой;

9. Строят эпюры поперечных сил Q_x и изгибающих моментов M_x;

10. Подбирают поперечное сечение балки заданного профиля;

11. Производят проверку на прочность и жесткость балки, если это требуется по условию задачи.

Пример 5.1.

Для заданной схемы стальной неразрезной балки (рис. 5.2, *а*) требуется:

1. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов;
2. Подобрать поперечное сечение двутаврового профиля (см. табл. П. 1), если $\sigma_{adm} = 160\,\text{МПа}$, $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па.

Решение.

Определяем степень статической неопределимости балки. Она равна двум (числу опор без двух плюс единица из-за наличия жесткой заделки) и выбираем основную систему.

В качестве «лишних» неизвестных принимаются опорные моменты. Основная система показана на рис. 5.2, *б*.

Составляем канонические уравнения:

$$\delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \Delta_{1p} = 0,$$

$$\delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \Delta_{1p} = 0.$$

Для определения главных, побочных коэффициентов и свободных членов уравнений строим единичные эпюры M_1^0 (рис. 5.2, *г*), M_2^0 (рис. 5.2, *д*) и суммарную единичную эпюру M_Σ^0 (рис. 5.2, *е*). Грузовые эпюры M_p представлены на рис. 5.2, *в*.

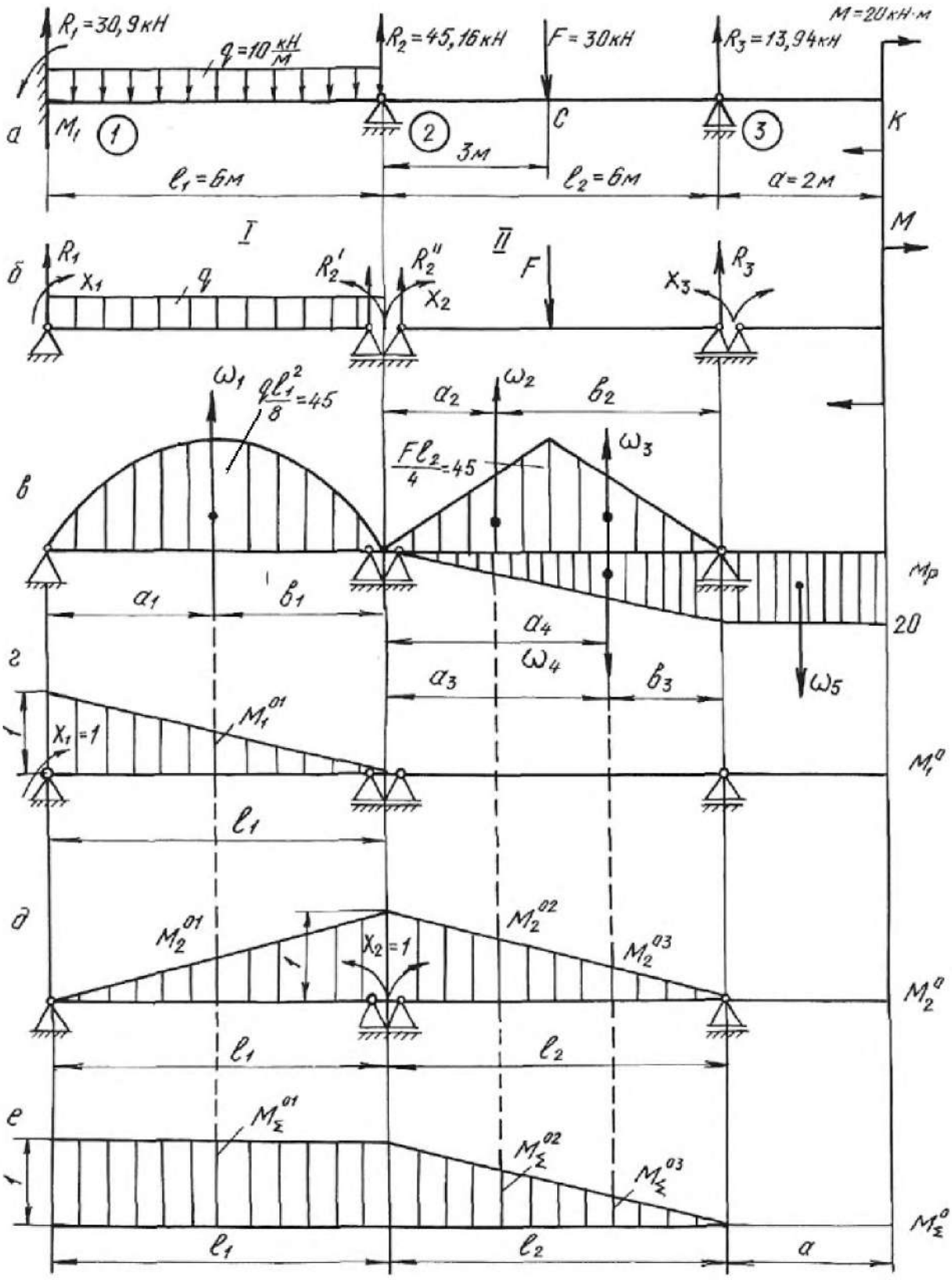

R1 = 30,9 кН
q = 10 кН/м
R2 = 45,16 кН
F = 30 кН
R3 = 13,94 кН
M = 20 кН·м
а
M1
1
2
3
C
K
3м
ℓ1 = 6м
ℓ2 = 6м
a = 2м
M
б
I
II
R1
X1
q
R2'
R2''
X2
F
X3
R3
ω1
ql1²/8 = 45
a2
ω2
b2
в
Fℓ2/4 = 45
ω3
Mр
a1
b1
a4
ω4
20
г
a3
b3
ω5
1
X1 = 1
M1^01
M1^0
ℓ1
д
M2^01
M2^02
M2^03
X2 = 1
M2^0
ℓ1
ℓ2
е
MΣ^01
MΣ^02
MΣ^03
1
MΣ^0
ℓ1
ℓ2
a

Рис. 5.2.

Путем умножения эпюр M_1^0 и M_2^0 самих на себя, находим значения главных коэффициентов:

$$\delta_{11}=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}\cdot 1\cdot l_1\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 6\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{2{,}0}{EJ};$$

$$\delta_{22}=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}\cdot 1\cdot l_1\cdot\frac{2}{3}\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot 1\cdot l_2\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}(2{,}0+2{,}0)=\frac{4{,}0}{EJ}.$$

Побочные коэффициенты определяем путем взаимного перемножения единичных эпюр M_1^0 и M_2^0

$$\delta_{12}=\delta_{21}=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}\cdot 1\cdot l_1\frac{1}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 6\cdot\frac{1}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}.$$

Находим свободные (грузовые) члены уравнений, перемножая эпюры изгибающих моментов от внешних нагрузок на единичные эпюры.

Площади грузовых эпюр:

$$\omega_1=\frac{2}{3}h_1l_1=\frac{2}{3}\cdot 4{,}5\cdot 10^4\cdot 6=18\cdot 10^4\ \text{Н}\cdot\text{м}^2;$$

$$\omega_2=\omega_3=\frac{1}{2}h_2\frac{l_2}{2}=\frac{1}{2}\cdot 4{,}5\cdot 10^4\cdot 3=6{,}75\cdot 10^4\ \text{Н}\cdot\text{м}^2;$$

$$\omega_4=\frac{1}{2}\cdot 20\cdot 10^3\cdot 6=6\cdot 10^4\ \text{Н}\cdot\text{м}^2.$$

Расстояния $a_1=b_1=3$ м; $a_2=b_3=2$ м; $b_2=a_3=4$ м; $a_4=4$ м.

$$\Delta_{1p}=\frac{1}{EJ}\left(\omega_1M_1^{01}\right)=\frac{1}{EJ}\left(18\cdot 10^4\cdot\frac{1}{2}\cdot 1\right)=\frac{9\cdot 10^4}{EJ},$$

где M_1^{01}– ордината единичной эпюры M_1^0 напротив центра тяжести площади грузовой эпюры ω:

$$\Delta_{2p}=\frac{1}{EJ}\left(\omega_1M_2^{01}+\omega_2M_2^{02}+\omega_3M_2^{03}-\omega_4M_2^{04}\right)=$$

$$=\frac{1}{EJ}\left(18\cdot 10^4\cdot\frac{1}{2}\cdot 1-6\cdot 10^4\cdot\frac{2}{6}+6{,}75\cdot 10^4\cdot\frac{4}{6}+6{,}75\cdot 10^4\cdot\frac{2}{6}\right)=$$

$$=\frac{15{,}75\cdot 10^4}{EJ}-\frac{2\cdot 10^4}{EJ}=\frac{13{,}75\cdot 10^4}{EJ},$$

где M_2^{01}, M_2^{02}, M_2^{03}, M_2^{04}– ординаты единичной эпюры M_2^0 напротив центров тяжести площадей грузовых эпюр ω_1, ω_2, ω_3, ω_4.

Производим проверку правильности определения коэффициентов и свободных членов уравнений, для чего строим суммарную единичную эпюру M_Σ^0.

Построчная проверка. Перемножая суммарную единичную эпюру M_{Σ}^{0} на единичную эпюру M_{1}^{0}, должны получить сумму коэффициентов первого канонического уравнения

$$\delta_{11}+\delta_{12}=\frac{1}{EJ}\left(1\cdot l_1\cdot\frac{1}{2}\cdot 1+0\right)=\frac{3}{EJ}.$$

При перемножении эпюры M_{Σ}^{0} на единичную эпюру M_{2}^{0} должны получить сумму коэффициентов второго канонического уравнения:

$$\delta_{21}+\delta_{22}=\frac{1}{EJ}\left(1\cdot l_1\cdot\frac{1}{2}\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot l_2\cdot 1\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(1\cdot 6\cdot\frac{1}{2}\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 1\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{5{,}00}{EJ}.$$

Универсальная проверка. Умножаем суммарную единичную эпюру M_{Σ}^{0} саму на себя. Должны получить сумму всех коэффициентов канонических уравнений:

$$\delta_{11}+\delta_{12}+\delta_{21}+\delta_{22}=\frac{1}{EJ}\left(1\cdot l_1\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot l_2\cdot 1\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(1\cdot 6\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 1\cdot\frac{2}{3}\right)=\frac{8{,}00}{EJ}.$$

Проводим проверку правильности определения грузовых членов уравнений.

Перемножением грузовой эпюры M_p на суммарную единичную эпюру M_{Σ}^{0} должны получить сумму свободных членов уравнений:

$$\Delta_{1p}+\Delta_{2p}=\frac{1}{EJ}\left(\omega_1 M_{\Sigma}^{01}+\omega_2 M_{\Sigma}^{02}+\omega_3 M_{\Sigma}^{03}-\omega_4 M_{\Sigma}^{04}\right)=$$

$$=\frac{1}{EJ}\left(18\cdot 10^4\cdot 1+6{,}75\cdot 10^4\cdot\frac{4}{6}+6{,}75\cdot 10^4\cdot\frac{2}{6}-6\cdot 10^4\cdot\frac{2}{6}\right)=\frac{22{,}75\cdot 10^4}{EJ}.$$

Подставляем коэффициенты и свободные члены в канонические уравнения:

$$\frac{2{,}00}{EJ}X_1+\frac{1{,}00}{EJ}X_2+\frac{9\cdot 10^4}{EJ}=0.$$

$$\frac{1{,}00}{EJ}X_1+\frac{4{,}0}{EJ}X_2+\frac{13{,}75\cdot 10^4}{EJ}=0.$$

После сокращения на жесткость получаем:

$$2{,}00X_1+1{,}00X_2+9\cdot 10^4=0.$$

$$1{,}00X_1+4{,}00X_2+13{,}75\cdot 10^4=0.$$

Решая совместно эти уравнения, находим:

$$X_1=M_1=-3{,}18\cdot 10^4\ \text{Н·м}=-31{,}8\ \text{кН·м},$$

$$X_2 = M_2 = -2{,}64 \cdot 10^4 \text{ Нм} = -26{,}4 \text{ кН·м}.$$

На опоре № 3 (см. рис. 5.2, *а*) опорный момент будет равен моменту M со знаком минус:

$$X_3 = M_3 = -20 \text{ кН·м}.$$

Подставив найденные значения «лишних» неизвестных в канонические уравнения, убеждаемся в том, что эти уравнения превращаются в тождества.

Определяем опорные реакции заданной балки из уравнений статики:

$$\sum M_1^{\text{I}} = 0; \quad R_2^1 l_1 + M_2 - \frac{q l_1^2}{2} - M_1 = 0;$$

$$R_2^{'} = -\frac{M_2}{l_1} + \frac{q l_1}{2} + \frac{M_1}{l_1} = \frac{26{,}4}{6} + \frac{10 \cdot 6}{2} - \frac{31{,}8}{6} = 29{,}1 \text{ кН}.$$

$$\sum M_2^{\text{I}} = 0; \quad -R_1 l_1 - M_1 + \frac{q l_1^2}{2} + M_2 = 0;$$

$$R_1 = -\frac{M_1}{l_1} + \frac{q l_1}{2} + \frac{M_2}{l_1} = \frac{31{,}8}{6} + \frac{10 \cdot 6}{2} - \frac{26{,}4}{6} = 30{,}9 \text{ кН}.$$

$$\sum M_2^{\text{II}} = 0; \quad M_3 + R_3 l_3 - F\frac{l_2}{2} - M_2 = 0;$$

$$R_3 = -\frac{M_3}{l_2} + \frac{F}{2} + \frac{M_2}{l_2} = \frac{20}{6} + \frac{30}{2} - \frac{26{,}4}{6} = 13{,}94 \text{ кН}.$$

$$\sum M_3^{\text{II}} = 0; \quad -M_2 - R_2^2 l_2 + P\frac{l_2}{2} + M_3 = 0;$$

$$R_2^{''} = -\frac{M_2}{l_2} + \frac{F}{2} + \frac{M_3}{l_2} = \frac{26{,}4}{6} + \frac{30}{2} - \frac{20}{6} = 16{,}06 \text{ кН}.$$

Окончательно:

$$R_1 = 30{,}9 \text{ кН}; R_2 = R_2^{'} + R_2^{''} = 29{,}1 + 16{,}06 = 45{,}16 \text{ кН}; \; R_3 = 13{,}94 \text{ кН}.$$

Проверка:

$$\sum Y = 0; \quad R_1 + R_2 + R_3 - F - q \cdot l_1 = 0; \quad 30{,}9 + 45{,}16 + 13{,}94 - 30 - 10 \cdot 6 = 0.$$

Строим эпюру поперечных сил Q_x и эпюру изгибающих моментов M_x по правилам, принятым при построении эпюр для статически определимых балок (рис. 5.3).

$Q_1 = R_1 = 30{,}9$ кН;

$Q_2 = R_1 - q \cdot l_1 = 30{,}9 - 10 \cdot 6 = -29{,}1$ кН;

Затем скачок вверх на $R_2 = 45{,}16$ кН.

На участке от опоры 2 до сечения C: $Q_x = 16{,}06$ кН.

Затем скачок вниз в сечении C на силу F, $Q_C = 16{,}06 - 30 = -13{,}94$ кН.

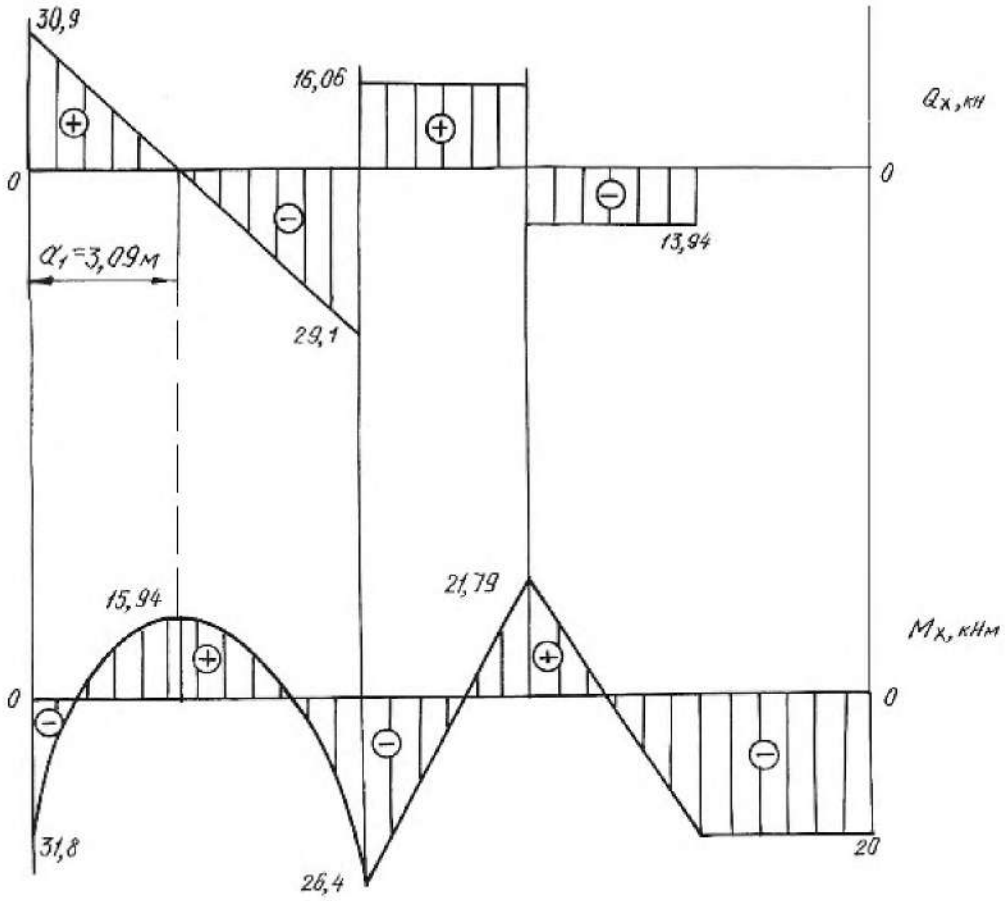


Рис. 5.3.

Находим расстояние a

$$\frac{30,9}{a_1}=\frac{29,1}{6-a_1},\ a_1=3,09\ \text{м}.$$

На участке от сечении C до опоры 3

$$Q_{C-3}=-13,94\ \text{кН}.$$

В левом крайнем сечении $M_x=-M_1=-31,8\ \text{кН}\cdot\text{м}$.

При $x=a_1=3,09\,\text{м}$

$$M_x=R_1a_1-\frac{qa_1^2}{2}-M_1=30,9\cdot3,09-\frac{10\cdot3,09^2}{2}-31,8=15,94\ \text{кН}\cdot\text{м}$$

В сечении над опорой 2

$$M_x=-M_1+R_1l_1-\frac{ql_1^2}{2}=-31,8+30,9\cdot6-\frac{10\cdot6^2}{2}=-26,4\ \text{кН}\cdot\text{м}.$$

До сечения C расчет производим справа:

$$M_k=-M=-20\ \text{кН}\cdot\text{м},$$

$$M_C=-M+R_3\cdot3=-20+13,93\cdot3=21,79\ \ \text{кН}\cdot\text{м}.$$

На участке балки от сечения K до опоры 3: $M_x = -20$ кН·м.

По сортаменту проката в соответствии с ГОСТ 8239-89 подбираем поперечное сечение двутаврового профиля, используя условие прочности

$$M_{\max} \le \sigma_{adm} \cdot W_{н.о.},$$

откуда $W_{н.о.} \ge \dfrac{M_{\max}}{\sigma_{adm}} = \dfrac{31{,}8 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 1{,}98 \cdot 10^{-4}$ м^3 $= 198$ см^3.

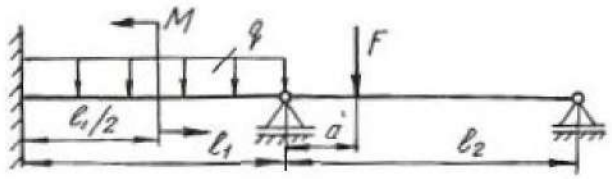
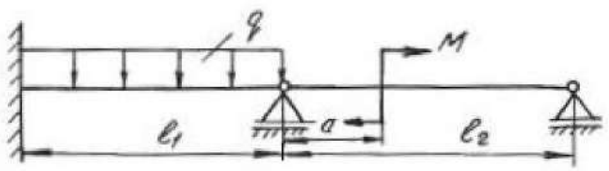
Принимаем двутавр № 20а, для которого $W_{н.о.} = W_x^{табл.} = 203$ см^3, $J_{н.о.} = J_x^{табл.} = 2030$ см^4, $A = 28{,}9$ см^2.

5.2. Задания для расчета статически неопределимых балок

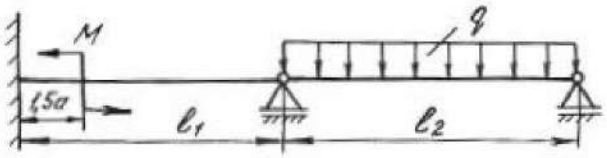
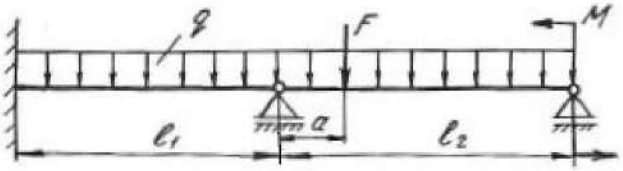
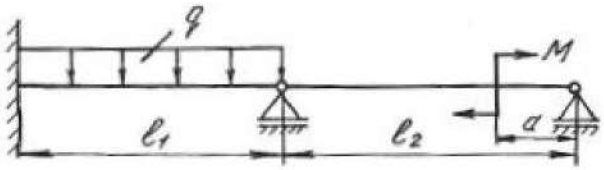
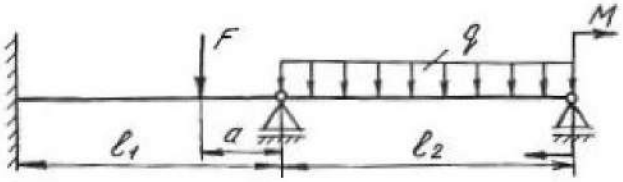
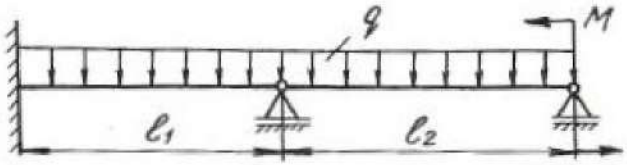
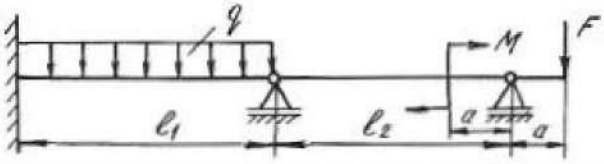
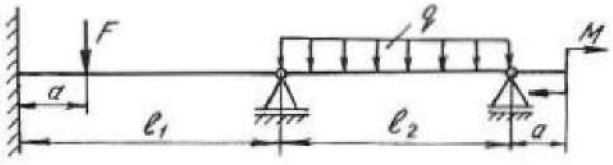
Для заданной схемы неразрезной балки при заданных значениях длин и нагрузок в соответствии с указанным номером варианта требуется:

1. Определить степень статической неопределимости балки, выбрать основную систему.
2. Составить канонические уравнения по методу сил.
3. Вычислить коэффициенты при неизвестных и свободные члены канонических уравнений. Проверить правильность их определения.
4. После определения неизвестных построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.
5. Подобрать поперечное сечение балки двутаврового профиля (см. табл. П. 1) при $\sigma_{adm} = 160$ МПа. Данные для расчета взять из табл. 5.2.

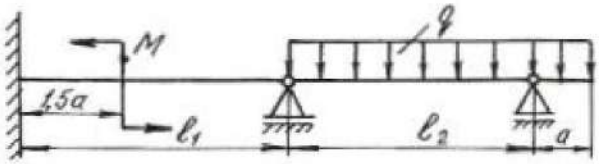
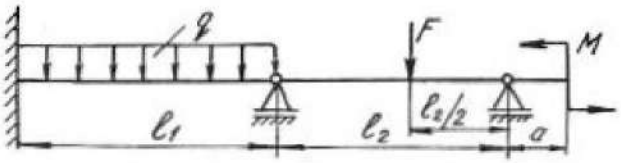
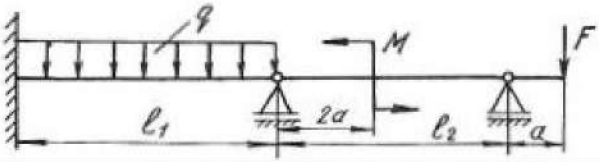
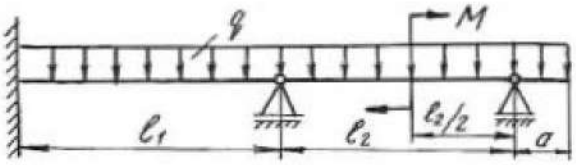
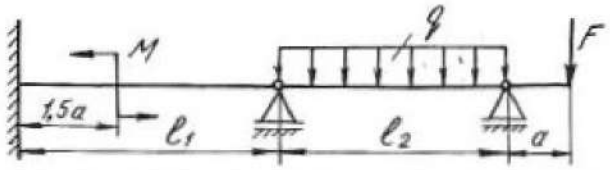
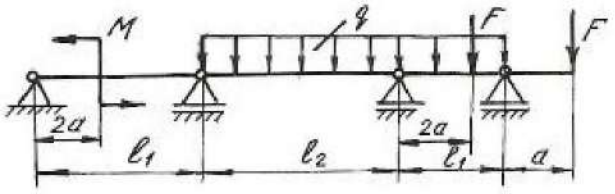
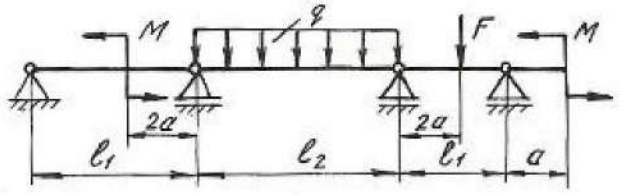
Таблица 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер варианта	M, кН·м	F, кН	q, кН/м	l_1, м	l_2, м	a, м
	1	10	10	15	3,5	5,0	0,5
	2	20	11	15	2,5	4,0	0,5
	3	30	12	15	4,0	4,0	0,5
	4	15	13	10	3,0	5,5	0,5
	5	20	14	10	3,5	5,0	0,5
	6	25	15	10	2,5	5,0	0,4

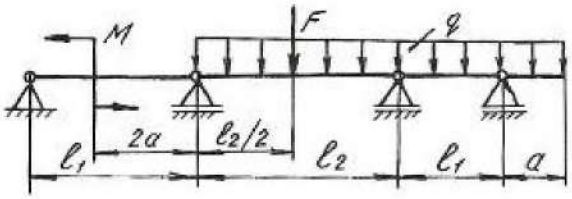
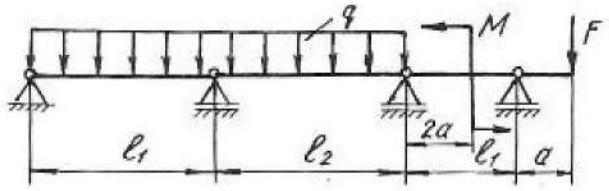
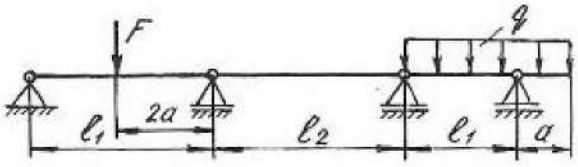
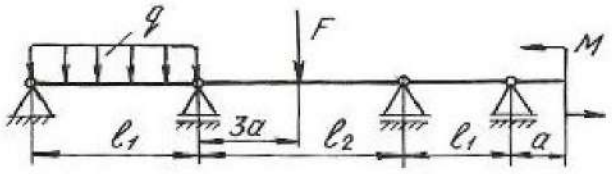
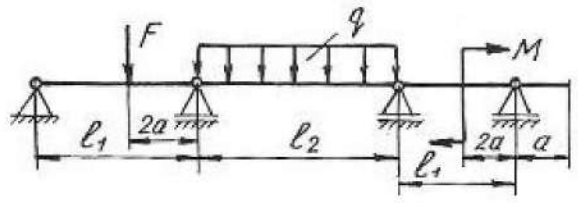
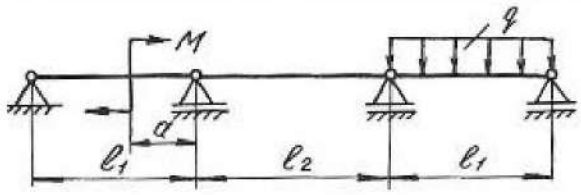
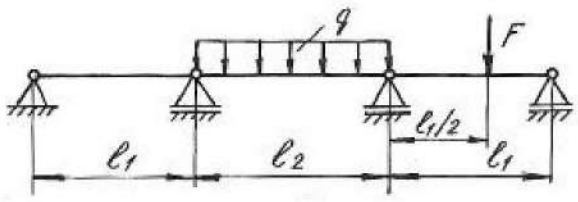
Продолжение табл. 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер вари-анта	M, кН·м	F, кН	q, кН/м	l_1, м	l_2, м	a, м
	7	10	10	10	5,0	5,0	0,4
	8	15	11	15	3,5	6,0	0,6
	9	20	12	20	3,5	5,0	0,4
	10	10	15	20	4,0	5,0	0,4
	11	20	20	10	2,0	5,0	0,5
	12	30	25	10	3,0	4,0	0,6
	13	30	11	15	2,0	5,0	0,4
	14	40	10	15	4,5	5,0	0,5
	15	20	12	15	3,5	5,5	0,6
	16	15	12	10	3,5	4,5	0,5
	17	20	10	10	2,6	5,2	0,4
	18	25	11	10	2,0	5,0	0,8
	19	25	20	20	3,5	6,0	0,5
	20	20	25	15	3,0	5,5	0,8
	21	15	10	10	3,5	3,5	0,8
	22	20	10	10	3	5	0,5
	23	30	11	10	4	6	0,4
	24	25	12	10	5	6	0,6
	25	20	15	10	2	3	0,4
	26	30	16	10	3	4	0,5
	27	40	20	10	4	5	0,6

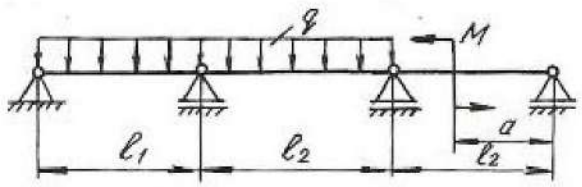
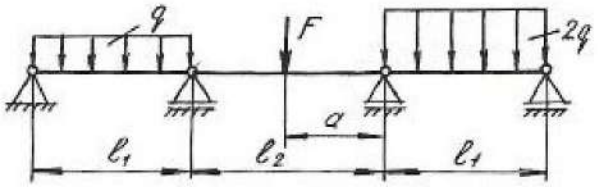
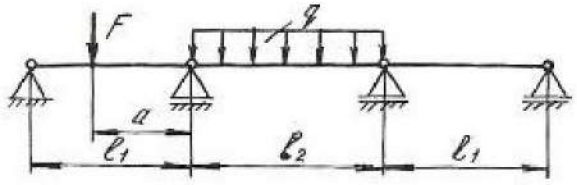
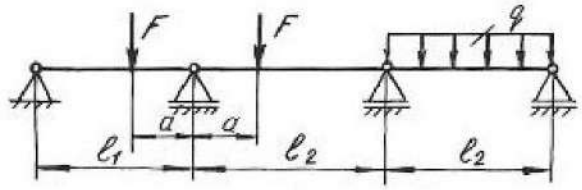
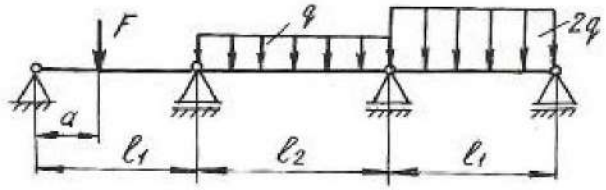
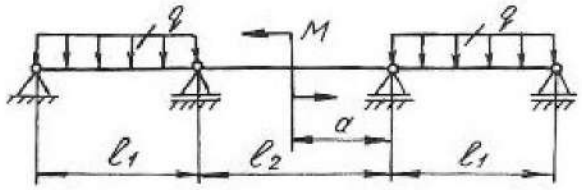
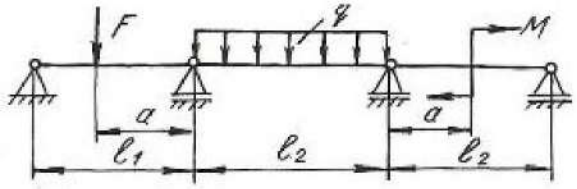
Продолжение табл. 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер вари-анта	M, кН·м	F, кН	q, кН/м	l_1, м	l_2, м	a, м
	28	15	10	15	3	5	0
	29	20	15	15	4	6	0,5
	30	25	20	15	5	6	0,4
	31	30	12	20	2	3	0,4
	32	35	14	15	3	4	0,5
	33	40	16	20	2,5	5	0,6
	34	10	20	10	3	5,5	0,4
	35	15	15	15	2,5	4	0,5
	36	20	10	20	5	6	0,6
	37	20	12	15	4	6	0,4
	38	15	14	20	3,5	4	0,6
	39	10	16	25	4	5	0,5
	40	10	10	30	2,5	4	0,4
	41	15	20	20	3	5	0,5
	42	20	30	10	4	6	0,6
	43	10	15	10	3	5	0,4
	44	20	25	12	4	5	0,5
	45	30	35	14	5	6	0,6
	46	40	10	10	2	5	0,5
	47	20	25	16	3	4	0,6
	48	10	30	10	4	6	0,4

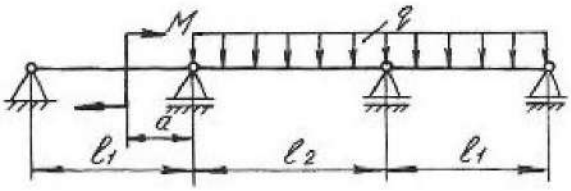
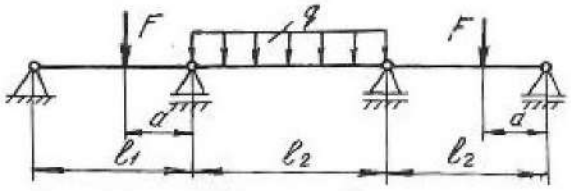
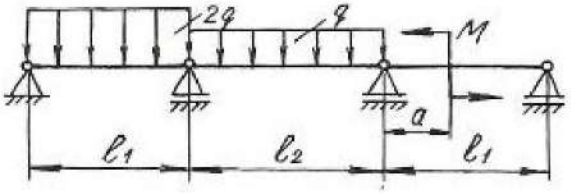
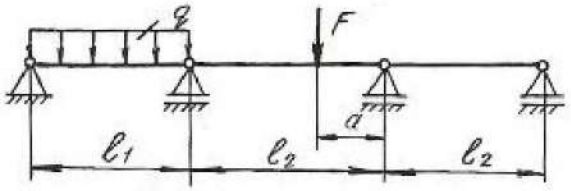
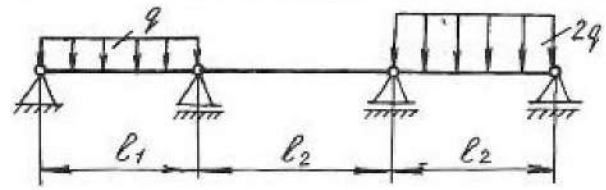
Продолжение табл. 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер вари-анта	M, кН·м	F, кН	q, кН/м	l_1, м	l_2, м	a, м
	49	30	25	12	5	6	0,5
	50	15	15	15	6	5	0,4
	51	10	20	20	2	4	0,6
	52	10	20	10	4	5	0,5
	53	20	15	12	5	6	0,5
	54	30	40	14	4	6	0,5
	55	25	20	16	3	4	0,4
	56	35	30	10	5	6	0,5
	57	40	15	12	4	5	0,6
	58	10	20	14	5	6	0,6
	59	15	30	16	2	4	0,5
	60	20	40	10	4	5	0,4
	61	25	10	12	3	5	0,3
	62	35	15	14	5	6	0,6
	63	40	20	16	6	4	0,5
	64	10	–	10	3	4	0,5
	65	20	–	15	4	5	0,6
	66	30	–	12	5	6	0,4
	67	–	12	40	2	3	0,6
	68	–	14	30	3	4	0,5
	69	–	16	25	4	5	0,4

Продолжение табл. 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер вари-анта	M, кН·м	F, кН	q, кН/м	l_1, м	l_2, м	a, м
	70	30	–	20	4	5	0,4
	71	20	–	15	3	4	0,6
	72	40	–	30	2	3	0,8
	73	–	20	20	3	3	0,5
	74	–	15	15	4	5	0,5
	75	–	16	30	5	6	0,5
	76	–	40	20	4	5	0,4
	77	–	30	10	3	5	0,5
	78	–	20	12	2	3	0,6
	79	–	10	20	2	3	0,6
	80	–	12	15	4	5	0,8
	81	–	15	10	6	6	0,5
	82	–	20	12	3	4	0,5
	83	–	10	15	4	5	0,6
	84	–	15	20	5	6	0,8
	85	20	–	12	3	5	0,5
	86	30	–	15	4	6	0,6
	87	40	–	20	5	6	0,8
	88	10	20	12	3	4	0,4
	89	15	30	14	4	6	0,6
	90	20	40	16	5	5	0,5

Окончание табл. 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер вари-анта	M, кН·м	F, кН	q, кН/м	l_1, м	l_2, м	a, м
	91	12	–	20	5	6	0,5
	92	15	–	30	4	5	0,5
	93	20	–	40	6	4	0,4
	94	–	20	12	5	6	0,5
	95	–	30	15	4	5	0,6
	96	–	40	16	6	4	0,4
	97	20	–	20	3	4	0,5
	98	30	–	30	4	5	0,5
	99	40	–	40	5	6	0,6
	100	–	12	10	6	4	0,4
	101	–	15	15	3	3	0,5
	102	–	20	20	4	5	0,6
	103	–	–	20	5	5	0,8
	104	–	–	30	6	6	0,6
	105	–	–	40	4	8	0,5

5.3. Статически неопределимые рамы

Плоской рамой называется геометрически неизменяемая система, состоящая из стержней, лежащих в одной плоскости и жестко соединенных между собой. Горизонтальные стержни рам называются *ригелями*, вертикальные – *стойками.*

Статически неопределимой рамой называется такая геометрически неизменяемая система, у которой реакции или все внутренние суммарные силовые факторы, возникающие в сечениях ее элементов при действии произвольной нагрузки, не могут быть определены из уравнений статики.

Расчет статически неопределимой рамы сводится к построению эпюр изгибающих моментов M_x, поперечных сил Q_x и нормальных сил N_x, на основании которых подбираются сечения, или проверяются напряжения в опасных сечениях различных элементов, или определяется несущая способность системы.

В пособии рассмотрено только построение эпюр M_x, Q_x, N_x, а также подбор поперечного сечения, так как это наиболее трудоемкая часть расчета.

Степень статической неопределимости плоской рамы определяется следующим образом:

1. Замкнутый контур (рама, оба конца которой жестко защемлены) имеет степень статической неопределимости, равную трем.

2. Наличие шарнира в раме понижает степень статической неопределимости на единицу.

3. Наличие подвижной опоры также понижает степень статической неопределимости на единицу.

Определение усилий в статически неопределимой раме связано с необходимостью составления дополнительных уравнений – уравнений совместности деформаций. Число этих уравнений должно быть равно степени статической неопределимости рамы.

Прежде, чем составлять уравнение деформаций, следует превратить заданную статически неопределимую раму в статически определимую, геометрически неизменяемую, устранив из нее «лишние» связи. Такая система называется *основной* системой.

Если к основной системе, кроме заданной нагрузки, приложить реакции устраненных связей, то деформации этой системы и возникающие в ней внутренние усилия, будут такими же, как и в заданной системе. То есть, обе системы будут эквивалентными.

В заданной системе в направлениях имеющихся связей перемещений быть не может. Поэтому, в основной системе перемещения в направлении отброшенных связей должны быть равны нулю.

Способ расчета статически неопределимых систем, при котором за «лишние» неизвестные принимаются силы и моменты, называется *методом сил.*

Данный метод рассмотрен при расчете статически неопределимых неразрезных балок в начале этой главы. Определение коэффициентов уравнений и грузовых членов и их проверки рассмотрены также при расчете балок.

Построение эпюр изгибающих моментов, поперечных и продольных сил.

При расчете рам на прочность в каждом поперечном сечении необходимо определять три силовых фактора: продольную силу N_x, поперечную силу Q_x, изгибающий момент M_x.

Продольная сила N_x равна алгебраической сумме проекций всех сил, действующих по одну сторону от сечения на продольную ось бруса. Если сила вызывает растяжение, она положительна, сжатие – отрицательна.

При построении эпюр продольных сил их значения откладываются симметрично от оси бруса в обе стороны с указанием знака.

Поперечная сила Q_x равна алгебраической сумме проекций на нормаль к оси бруса всех сил, действующих по одну сторону от сечения.

Если поперечная сила относительно сечения вращает часть бруса по часовой стрелке, то она положительна. Противоположное направление следует считать отрицательным. Условимся положительные ординаты откладывать снаружи контура, отрицательные – внутри.

При построении эпюр поперечных сил их значения откладываются по одну сторону от оси бруса с указанием знака.

Изгибающий момент M_x равен сумме моментов всех сил, взятых по одну сторону от сечения, относительно оси, проходящей через центр сечения перпендикулярно плоскости рамы. Условно принято построение эпюр изгибающих моментов со стороны растянутых волокон.

Общий порядок расчета статически неопределимых рам по методу сил сводится к следующему.

1. Определяют степень статической неопределимости рамы.
2. Удаляют «лишние» связи. Полученную таким образом основную систему загружают заданными силами и реакциями отброшенных связей.
3. В местах действия «лишних» неизвестных и по направлению их действия прикладывают единичные силы и строят эпюры изгибающих моментов от единичных сил, а также суммарную единичную эпюру.
4. Строят эпюры изгибающих моментов от действующих на основную систему внешних нагрузок.
5. Вычисляют главные, побочные коэффициенты и свободные члены канонических уравнений и проверяют правильность их определения.
6. Составляют и решают канонические уравнения, определяя «лишние» неизвестные.
7. Определяют остальные реакции с помощью уравнений статики.

8. Вычисляют значения изгибающих моментов, поперечных и нормальных сил и строят эпюры.

9. Подбирают поперечное сечение заданного профиля.

Пример 5.2.

Для заданной схемы статически неопределимой рамы (рис. 5.4, *а*), при заданных значениях длин и нагрузок, построить эпюры изгибающих моментов, нормальных и поперечных сил. Жесткости стоек и ригеля одинаковы.

Решение.

Заданная система освобождается от наложенных на нее связей. Действия связей заменяются реакциями. Установим степень статической неопределимости рамы: 3(замкнутый контур) − 2(наличие двух шарниров) = 1, т. е. рама однажды статически неопределима.

За «лишнюю» неизвестную X_1 принимаем реакцию H_b. Нагружаем основную систему (рис. 5.4, *б*) заданными внешними силами и реакцией отброшенной связи. Выбирая основную систему, необходимо помнить, что она должна быть статически определимой и геометрически неизменяемой.

В месте действия «лишней» неизвестной и по направлению ее действия прикладываем единичную силу $X_1 = 1$ и строим единичную эпюру.

Рассмотрим подробно построение этой эпюры. Покажем реакции опор (рис. 5.5), их три. Определим эти реакции по уравнениям статики:

$$\sum X = 0; \qquad H'_a - X_1 = 0; \qquad H'_a = 1;$$

$$\sum M_A = 0; \quad -X_1 \cdot 3 + R'_b \cdot 4 = 0; \qquad R'_b = \frac{3}{4} = 0{,}75;$$

$$\sum M_B = 0; \quad -H'_a \cdot 3 + R'_a \cdot 4 = 0; \qquad R'_a = \frac{3}{4} = 0{,}75.$$

Проверка правильности вычисления реакций:

$$\sum Y = 0; \qquad -R'_a + R'_b = 0; \qquad 0 = 0.$$

Получили тождество, следовательно, реакции определены правильно.

Разбиваем раму на участки, граница участка там, где приложены сосредоточенные силы и для рамы граница участка, где жестко соединяется стойка с ригелем. Участков три, находим значения изгибающих моментов на границах участков. На всех участках эпюра изгибающих моментов очерчена наклонной прямой, эпюра изгибающих моментов показана на рис. 5.4, *в*.

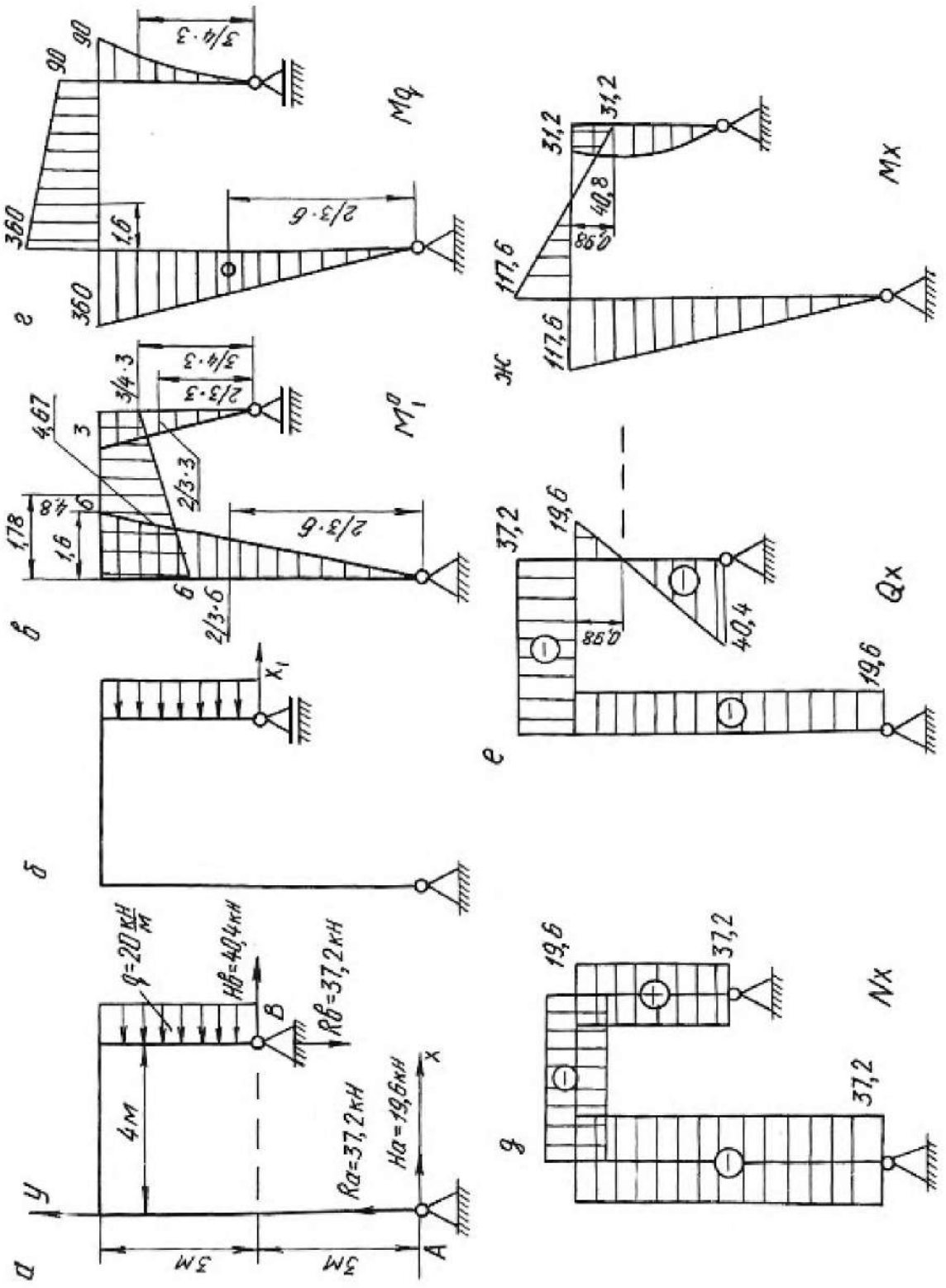

а
q=20кН/м
Нв=40,4кН
Rв=37,2кН
Ra=37,2кН
Ha=19,6кН
4м
3м
3м
б
в
г
д
е
ж
з
Мq
Mx
Qx
Nx

Рис. 5.4.

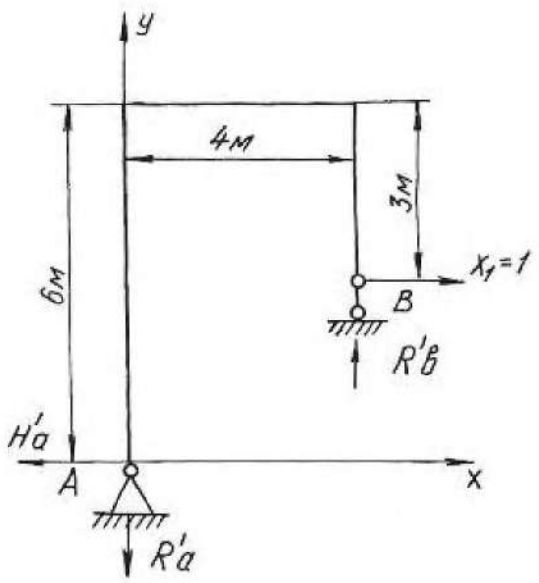


Рис. 5.5.

Строим эпюру изгибающих моментов от действия на основную систему внешней равномерно распределенной нагрузки интенсивностью q (рис. 5.4, *г*). По приведенной выше методике определяем реакции опор, разбиваем раму на участки, определяем значения изгибающих моментов на границах участков и по контрольным правилам строим эпюру изгибающих моментов.

По числу «лишних» неизвестных записываем канонические уравнения метода сил

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1p} = 0.$$

Перемещение δ_{11} определяется перемножением единичной эпюры самой на себя

$$\delta_{11} = \sum \frac{\omega_1^0 M_{c1}^0}{EJ},$$

где ω_1^0 – площадь единичной эпюры; M_{c1}^0 – ордината единичной эпюры под ее центром тяжести.

$$\delta_{11} = \sum \frac{\omega_1^0 M_{c1}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ}\left\{\left(\frac{1}{2}6\cdot 6\right)\left[\frac{2}{3}\cdot 6\right] + \left(\frac{1}{2}3\cdot 3\right)\left[\frac{2}{3}\cdot 3\right] + \left(\frac{(3+6)}{2}4\right)[4{,}67]\right\} = \frac{165{,}06}{EJ}.$$

На участке по ригелю площадь эпюры изгибающих моментов представлена трапецией. Посмотрим подробнее как определить центр тяжести площади, площадь и ординату под ее центром тяжести (рис. 5.6).

$$C=\frac{4(2\cdot 3+6)}{3(3+6)}=1{,}78\text{ м};\quad \omega_0=\frac{1}{2}(3+6)\cdot 4=18\text{ кН}\cdot\text{м}^2,$$

где ω_0 –площадь трапеции.

$$M_c^0=(3+1{,}67)=4{,}67\text{ кН}\cdot\text{м},$$

где M_c^0 – ордината под центром тяжести трапеции.

Отрезок $1{,}67$ определяем из подобия треугольников $3:4=x:2{,}22$.

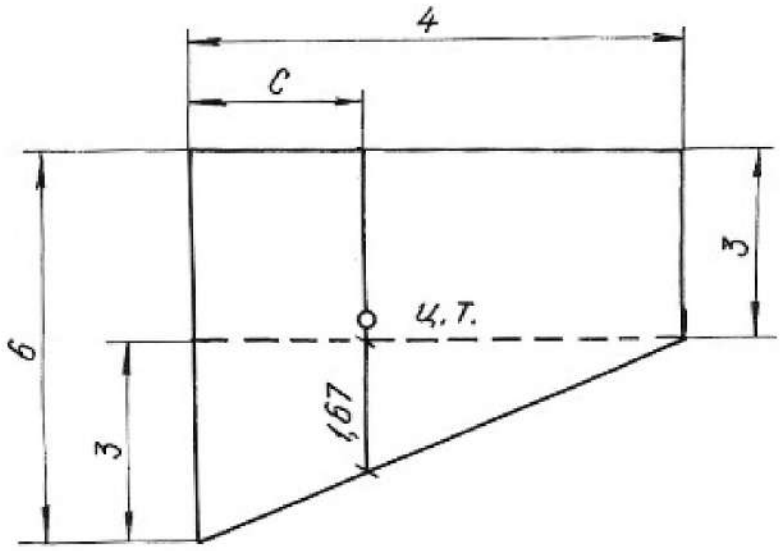


Рис. 5.6.

Перемещение Δ_{1p} получаем перемножением грузовой эпюры M_q на единичную M_1^0

$$\Delta_{1p}=\sum\frac{\omega_p M_{c1}^0}{EJ},$$

где ω_p – площадь грузовой эпюры; M_{c1}^0 – ордината с первой единичной эпюры под центром тяжести грузовой.

$$\Delta_{1p}=\frac{1}{EJ}\left\{-\left(\frac{1}{2}360\cdot 6\right)\left[\frac{2}{3}6\right]-\left(\left(\frac{90+360}{2}\right)\cdot 4\right)[4{,}8]-\left(\frac{1}{3}90\cdot 3\right)\left[\frac{3}{4}3\right]\right\}=-\frac{6682{,}5}{EJ}.$$

Полученные значения δ_{11} и Δ_{1p} подставляем в уравнения, определяем X_1:

$$\frac{165{,}06 \cdot X_1}{EJ} - \frac{6682{,}5}{EJ} = 0, \quad X_1 = 40{,}4\,\text{кН}.$$

Зная реакцию $H_b = X_1$, по уравнениям статики определяем R_a, H_a, R_b:

$$\sum X = 0, \quad H_b + H_a - q \cdot 3 = 0, \quad H_a = 19{,}6 \text{ кН};$$

$$\sum M_a = 0, \quad H_b \cdot 3 + R_b \cdot 4 - q \cdot 3 \cdot 4{,}5 = 0, \quad R_b = 37{,}2 \text{ кН};$$

$$\sum M_b = 0, \quad H_a \cdot 6 - R_a \cdot 4 + q \cdot 3 \cdot 1{,}5 = 0, \quad R_a = 37{,}2 \text{ кН}.$$

Проверка правильности вычисления реакций:

$$\sum Y = 0, \quad R_a + R_b = 0.$$

Строим эпюры M_x, Q_x, N_x известным способом. Эпюры приведены на рисунке 5.4, *д*, *е*, *ж*.

Пример 5.3.

Для заданной схемы статически неопределимой рамы (рис. 5.7, *а*), при заданных значениях длин и нагрузок, построить эпюры изгибающих моментов, нормальных и поперечных сил. Подобрать поперечное сечение двутаврового профиля (см. табл. П. 1) при $\sigma_{adm} = 160$ МПа. Жесткости стойки и ригеля одинаковы.

Решение.

Заданная система освобождается от наложенных на нее связей. Действия связей заменяются реакциями. Установим степень статической неопределимости рамы: 3(замкнутый контур) – 1(наличие одного шарнира) = 2, т. е. рама дважды статически неопределима.

За «лишние» неизвестные принимаем $H_b = X_1$, $R_b = X_2$, тем самым выбираем основную систему. Нагружаем основную систему внешними силами (q, M) и реакциями отброшенных связей (X_1, X_2). Отбрасывая «лишние» связи, следует помнить, что основная система должна быть статически определимой и геометрически неизменяемой.

В местах действия «лишних» неизвестных и по направлению их действия прикладываем единичные силы $X_1 = 1$ и $X_2 = 1$ и строим эпюры изгибающих моментов от этих сил.

Строим эпюры изгибающих моментов от действия на основную систему внешних сил q и M.

Методика построения эпюр изгибающих моментов от единичных сил и внешних нагрузок, приложенных к основной системе, подробно рассмотрена при решении примера 5.1 и здесь не приводится.

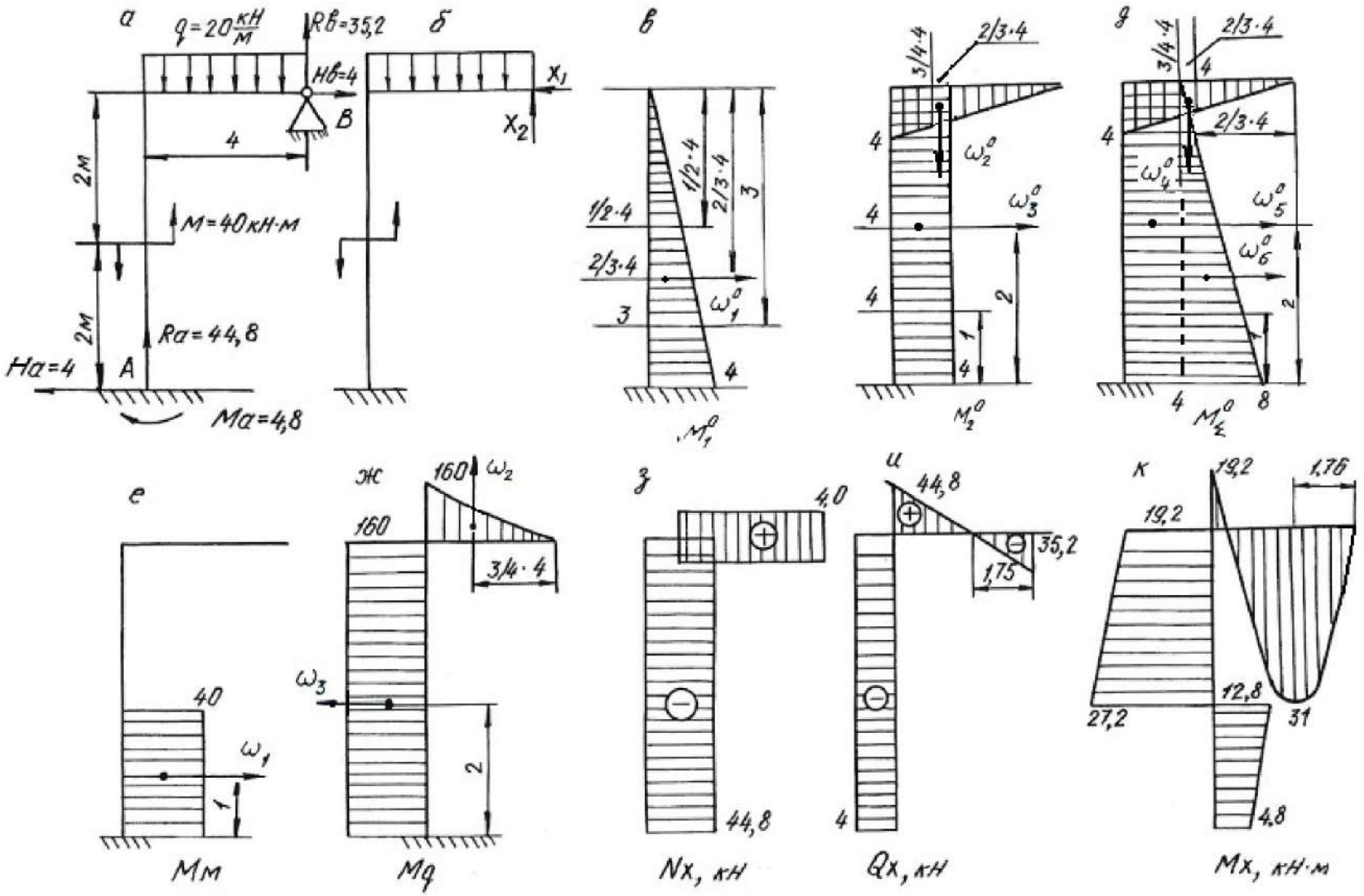

а
q=20 кН/м
RB=35,2
б
HB=4
B
X1
X2
4
2м
M=40кН·м
2м
Ra=44,8
Ha=4
A
Ma=4,8
в
1/2·4
2/3·4
3
4
г
3/4·4
2/3·4
4
ω2°
ω3°
2
1
д
3/4·4
2/3·4
4
ω4°
ω5°
ω6°
2
8
е
40
ω1
1
Мм
ж
160
ω2
3/4·4
ω3
2
Mq
з
4,0
44,8
Nx, кН
и
44,8
35,2
1,75
Qx, кН
к
19,2
1,76
12,8
27,2
31
4,8
Mx, кН·м

Рис. 5.7.

Составляем канонические уравнения метода сил:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1p} = 0;$$
$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} = 0.$$

Вычисляем коэффициенты и свободные члены канонических уравнений:

$$\delta_{11} = \sum \frac{\omega_1^0 M_{c1}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ}\left\{\left(\frac{1}{2}4\cdot 4\right)\left[\frac{2}{3}4\right]\right\} = \frac{21{,}3}{EJ},$$

$$\delta_{22} = \sum \frac{\omega_2^0 M_{c2}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ}\left\{\left(\frac{1}{2}4\cdot 4\right)\cdot\left[\frac{2}{3}4\right] + (4\cdot 4)[4]\right\} = \frac{85{,}3}{EJ},$$

$$\delta_{21} = \delta_{12} = \sum \frac{\omega_2^0 M_{c1}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ}\{(4\cdot 4)[2]\} = \frac{32}{EJ},$$

$$\Delta_{1p} = \sum \frac{\omega_p M_{c1}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ}\{(40\cdot 2)[3] - (160\cdot 4)[2]\} = -\frac{1040}{EJ},$$

$$\Delta_{2p} = \sum \frac{\omega_p \cdot M_{c2}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ}\left\{(40\cdot 2)[4] - (160\cdot 4)[4] - \left(\frac{1}{3}160\cdot 4\right)\left[\frac{3}{4}4\right]\right\} = -\frac{2880}{EJ}.$$

Проверяем правильность вычисления коэффициентов и свободных членов канонических уравнений. Для этого строим суммарную единичную эпюру M_Σ^0.

Для проверки правильности вычисления коэффициентов канонических уравнений применяем универсальную проверку:

$$\delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{22} + \delta_{21} = \sum \frac{\omega_\Sigma^0 M_{C\Sigma}^0}{EJ};$$

$$\delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{22} + \delta_{21} = \frac{1}{EJ}\left\{\left(\frac{1}{2}(4+8)\cdot 4\right)[6{,}22] + \left(\frac{1}{2}4\cdot 4\right)\left[\frac{2}{3}4\right]\right\} = \frac{170{,}6}{EJ}.$$

Поверяем правильность вычисления грузовых членов

$$\Delta_{1p} + \Delta_{2p} = \sum \frac{\omega_p M_{c\Sigma}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ}\left\{(40\cdot 2)[7] - (160\cdot 4)[6] - \left(\frac{1}{3}160\cdot 4\right)\left[\frac{3}{4}4\right]\right\} =$$
$$= -\frac{3920}{EJ}.$$

В обоих случаях получили тождества, значит коэффициенты и свободные члены канонических уравнений определены правильно.

Подставляем вычисленные значения коэффициентов в канонические уравнения, определяем неизвестные X_1 и X_2:

$$\left.\begin{aligned} 21{,}3\cdot X_1 + 32\cdot X_2 - 1040 = 0 \\ 32\cdot X_1 + 85{,}3\cdot X_2 - 2880 = 0 \end{aligned}\right\}$$

$X_1 = -4$ кН; $X_2 = 35{,}2$ кН.

Сила X_1 получилась со знаком «минус», это говорит о том, что направление реакции будет противоположно единичной силе.

Зная реакции H_b и R_b, по уравнениям статики определяем остальные реакции

$$\begin{aligned} &\textstyle\sum X = 0, \quad H_b - H_a = 0, && H_a = 4 \text{ кН}; \\ &\textstyle\sum M_a = 0, \quad M - M_a - q\cdot 4\cdot 2 + R_b\cdot 4 - H_b\cdot 4 = 0, && M_a = 4{,}8 \text{ кН·м}; \\ &\textstyle\sum M_в = 0, \quad M - M_a - H_a\cdot 4 - R_a\cdot 4 + q\cdot 4\cdot 2 = 0, && R_a = 44{,}8 \text{ кН·м}. \end{aligned}$$

Проверка:

$$\sum Y = 0, \quad R_a + R_b - q\cdot 4 = 0, \quad 35{,}2 + 44{,}8 - 80 = 0.$$

Строим эпюры изгибающих моментов, поперечных и нормальных сил по контрольным правилам. Эпюры приведены на рис. 5.7.

Выявляем опасное сечение рамы, где одновременно M_x и N_x имеют большие значения. Это сечение левой стойки, где $N_x = -44{,}8$ кН, $M_x = 27{,}2$ кН·м.

Условие прочности

$$\sigma_{max} = \pm\frac{N_x}{A} \pm \frac{M_x}{W_z} \le \sigma_{adm}.$$

Выбираем сечение по моменту M_x

$$\frac{M_x}{W_z} \le \sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}. \quad W_z \ge \frac{27{,}2\cdot 10^3}{160\cdot 10^6} = 1{,}7\cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 170 \text{ см}^3.$$

По сортаменту проката выбираем двутавр № 20, $W_z = W_x^{\text{табл.}} = 184$ см^3, $A_{\text{табл.}} = 26{,}8$ см^2.

Производим проверку с учетом силы N_x:

$$\sigma_{\max} = -\frac{44{,}8 \cdot 10^3}{26{,}8 \cdot 10^{-4}} - \frac{27{,}2 \cdot 10^3}{184 \cdot 10^{-6}} = -1{,}67 \cdot 10^7 - 0{,}148 \cdot 10^9 \text{ Па} = 164{,}7 \text{ МПа},$$

$\sigma_{\max} = 164{,}7$ МПа> $\sigma_{\text{adm}} = 160$ МПа.

Отклонение (перегруз) $\delta = \dfrac{164{,}7 - 160}{160} \cdot 100 = 2{,}93\,\% < 5\,\%$, что допустимо.

5.4. Задания для расчета плоских рам

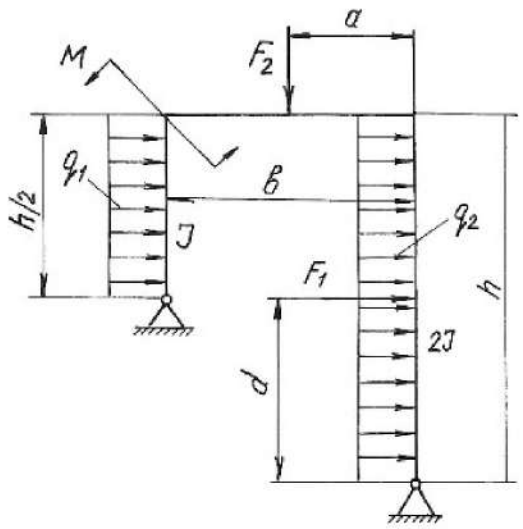
Для расчетной схемы статически неопределимой рамы при заданных значениях длин и нагрузок, определяемых в соответствии с указанным номером варианта, требуется:

1. Определить степень статической неопределимости рамы. Выбрать основную систему.
2. Составить канонические уравнения метода сил.
3. Вычислить коэффициенты при неизвестных и свободные члены канонических уравнений. Проверить правильность их вычисления.
4. Построить эпюры изгибающих моментов, поперечных и продольных сил.
5. Подобрать поперечное сечение элементов рамы в виде двутавра (см. табл. П. 1) при $\sigma_{\text{adm}} = 160$ МПа.

Данные для расчета взять из табл. 5.3.

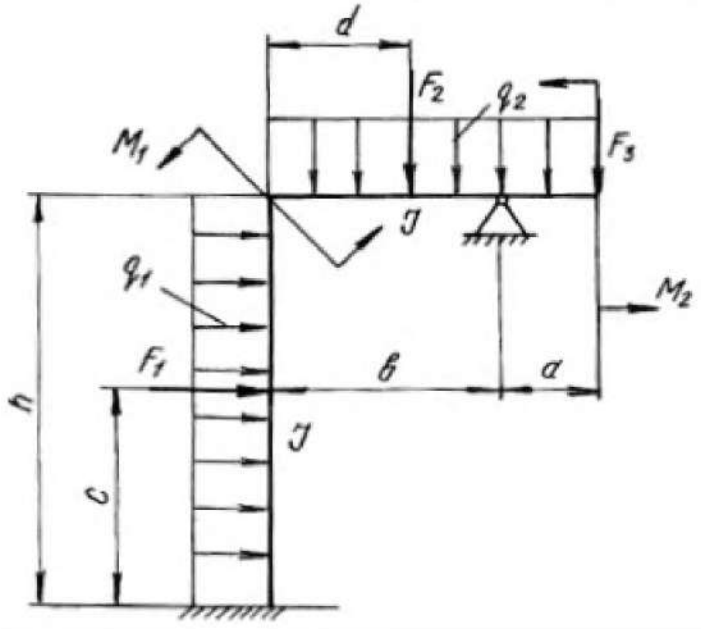
Таблица 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	M, кН·м
1	10	5	–	–	20	–	–	–	80
2	9	5	–	–	–	15	–	–	10
3	9	6	–	–	–	–	–	–	60
4	9	4	–	5	15	–	40	–	–
5	10	4	2	–	–	20	–	30	–
6	8	5	3	–	–	–	–	60	–
7	8	6	–	–	–	–	–	–	10
8	8	5	–	5	–	–	40	–	–
9	9	6	3	–	–	–	–	50	80
10	9	6	5	–	–	–	40	–	–



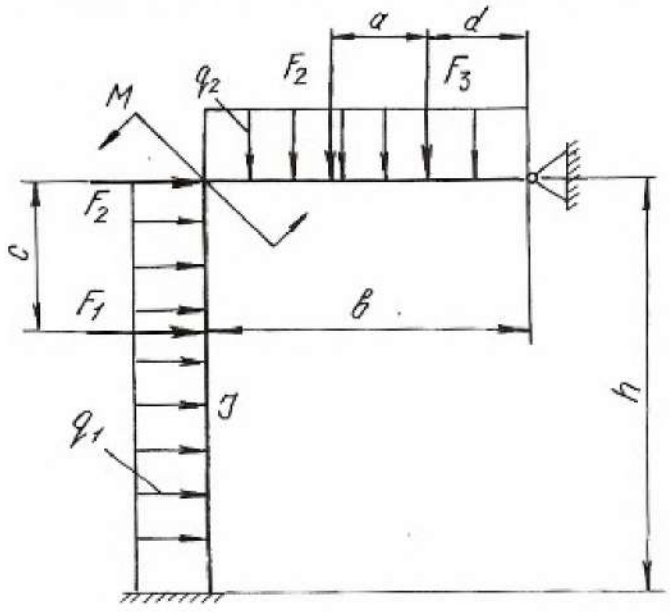
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	c, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	M_1, кН·м	M_2, кН·м
11	10	5	0,5	6	–	20	–	40	–	–	–	–
12	11	6	0,4	6	–	–	20	40	–	–	–	–
13	11	5	0,3	4	–	–	–	30	–	–	–	10
14	9	4	0,6	–	–	–	25	–	–	–	–	12
15	9	5	0,4	–	4	30	–	–	60	–	–	–
16	8	4	0,3	–	3	–	–	–	30	20	–	–
17	8	4	0,3	–	–	–	–	–	–	30	10	–
18	6	3	0,2	–	–	25	–	–	–	–	15	80
19	7	4	0,6	–	3	–	–	–	30	20	12	–
20	10	6	0,6	–	–	–	30	–	–	–	10	–



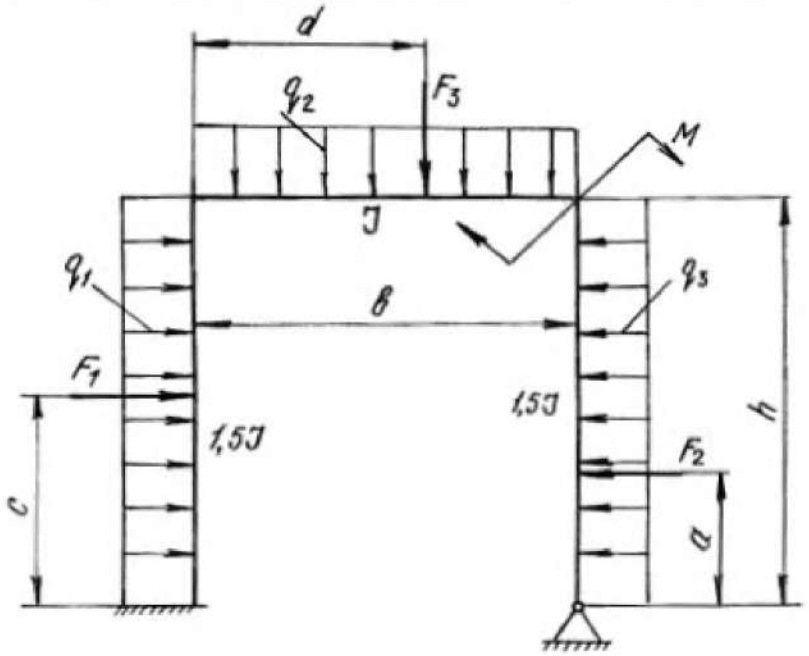
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	c, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	M_1, кНм	M_2, кН·м
21	10	8	–	–	–	20	–	–	–	–	–	20
22	10	7	2	–	2	30	–	–	–	–	20	–
23	10	6	–	2	–	–	–	–	30	20	–	–
24	8	6	–	–	–	20	30	–	–	–	–	–
25	8	6	–	3	–	–	20	–	20	–	–	–
26	9	5	–	–	–	–	20	–	–	–	–	15
27	9	6	2	–	1	–	–	–	–	40	20	–
28	7	5	2	–	1	–	–	–	–	–	30	–
29	8	4	2	–	1	–	–	–	–	–	20	20
30	8	6	–	–	–	–	–	–	50	20	–	10



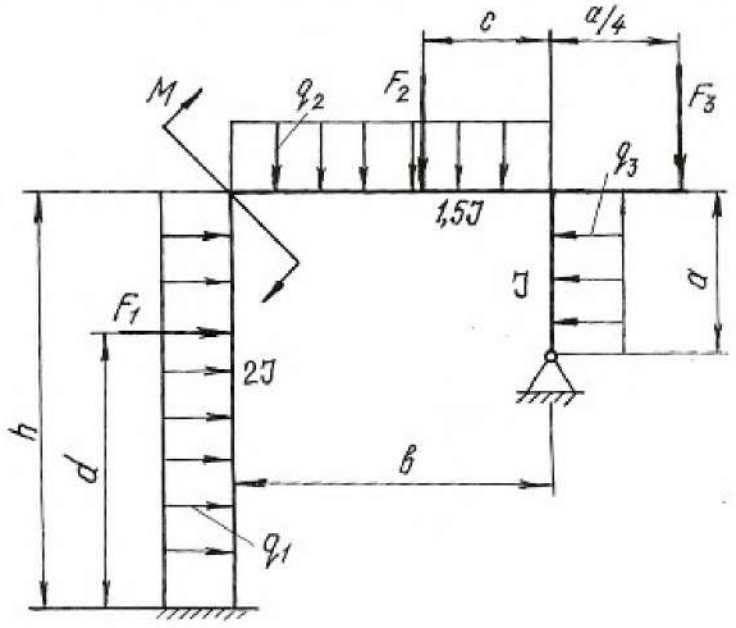
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	c, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	q_3, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	M, кН·м
31	10	4	0,5	–	–	12	–	–	–	–	–	10
32	9	5	0,4	–	–	–	20	–	–	–	–	15
33	8	4	0,3	–	–	–	–	20	–	30	–	–
34	8	6	0,3	–	4	20	–	–	–	–	40	–
35	8	4	0,4	–	–	–	20	–	–	30	–	–
36	6	5	0,3	5	–	–	–	20	60	–	–	–
37	10	5	0,4	–	4	–	–	–	–	40	50	–
38	8	4	0,3	–	–	–	–	–	–	30	–	12
39	12	6	0,5	–	4	–	–	–	–	–	40	15
40	12	6	0,6	3	–	–	–	25	10	–	–	–



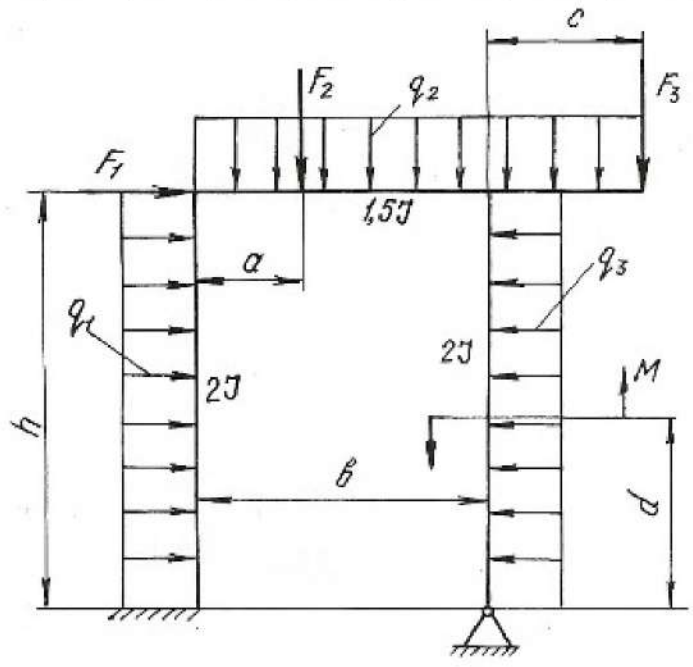
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	c, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	q_3, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	M, кН·м
41	10	5	4	–	–	20	–	–	–	–	–	50
42	9	6	4	–	–	–	15	–	–	–	–	10
43	8	6	5	–	–	–	–	20	–	–	30	–
44	8	5	6	–	2	15	–	–	30	–	–	–
45	8	4	5	2	–	–	20	–	–	40	–	–
46	9	6	3	–	5	–	–	15	40	–	–	–
47	9	8	4	2	–	–	–	–	–	10	–	60
48	9	6	6	–	–	–	–	–	–	–	40	10
49	10	8	5	3	–	–	–	–	–	20	40	–
50	10	6	4	1	4	–	–	–	10	25	–	–



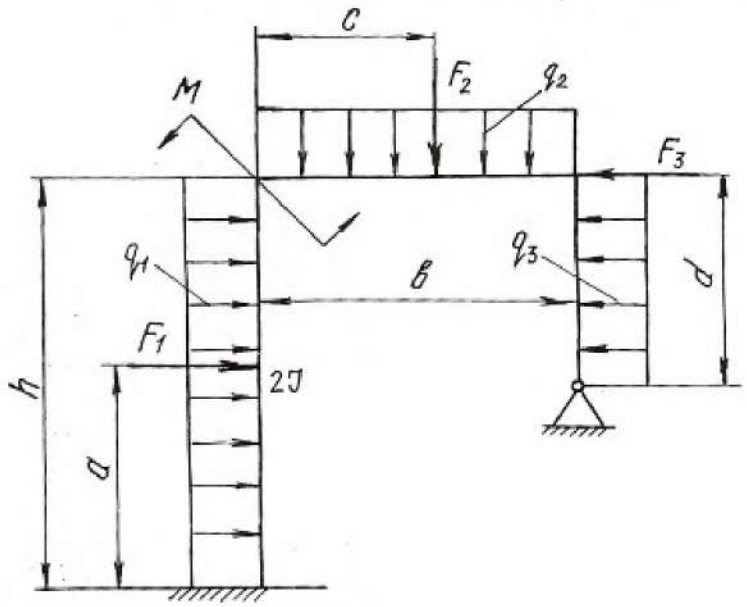
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	c, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	q_3, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	M, кН·м
51	8	4	0,6	0,5	5	20	–	–	–	–	–	50
52	10	5	0,5	0,6	–	–	20	–	20	30	–	–
53	8	4	0,4	0,4	–	–	–	25	–	20	–	–
54	6	4	0,3	0,4	4	–	–	–	–	–	30	14
55	12	6	0,6	0,5	–	–	–	–	40	20	–	–
56	10	4	0,4	0,3	2	15	–	–	–	–	–	10
57	8	5	0,3	0,3	2	–	15	–	–	–	–	12
58	8	5	0,4	0,4	–	–	–	20	30	–	–	–
59	9	5	0,5	0,6	–	–	–	–	–	30	40	–
60	9	4	0,6	0,5	–	–	30	–	–	20	–	–



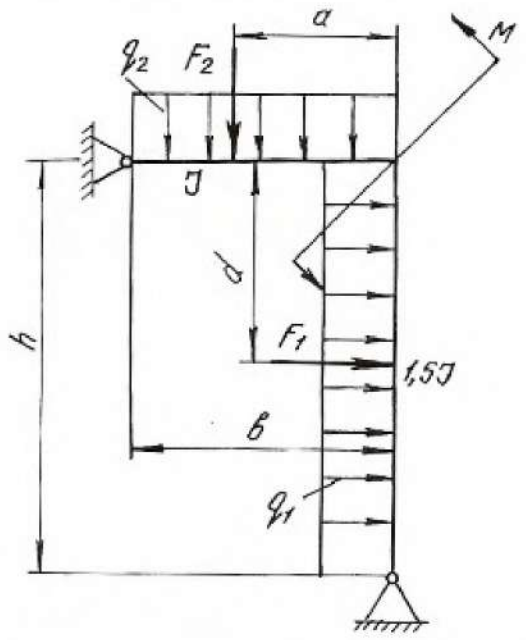
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	c, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	q_3, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	M, кН·м
61	8	4	4	–	4	20	–	–	50	–	–	–
62	10	5	–	2,5	5	–	20	–	–	30	–	–
63	6	3	–	–	3	–	–	20	–	–	30	–
64	12	6	5	–	6	–	–	20	50	–	–	–
65	10	4	–	–	5	–	20	–	–	–	–	80
66	8	4	–	–	5	15	–	–	–	–	20	–
67	8	5	–	2	5	20	–	–	–	40	–	–
68	8	4	–	–	4	–	–	–	–	–	80	40
69	9	4	–	3	5	–	–	–	–	60	–	40
70	10	5	8	–	5	–	15	–	60	–	–	–



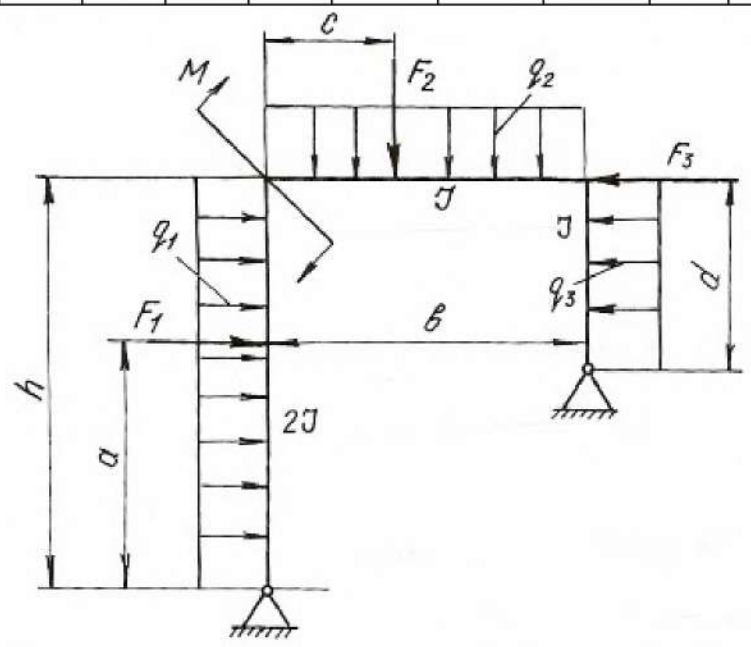
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	M, кН·м
71	10	5	2,5	–	20	–	–	80	–
72	10	6	–	–	–	15	–	–	–
73	10	4	2	–	–	–	–	–	–
74	10	5	–	–	15	–	–	80	–
75	9	5	–	–	–	20	–	–	–
76	9	6	–	–	–	–	–	–	60
77	9	4	2	–	–	–	–	10	–
78	8	6	3	–	–	–	–	80	10
79	8	6	3	4	–	–	40	60	–
80	8	5	–	4	–	–	30	–	–



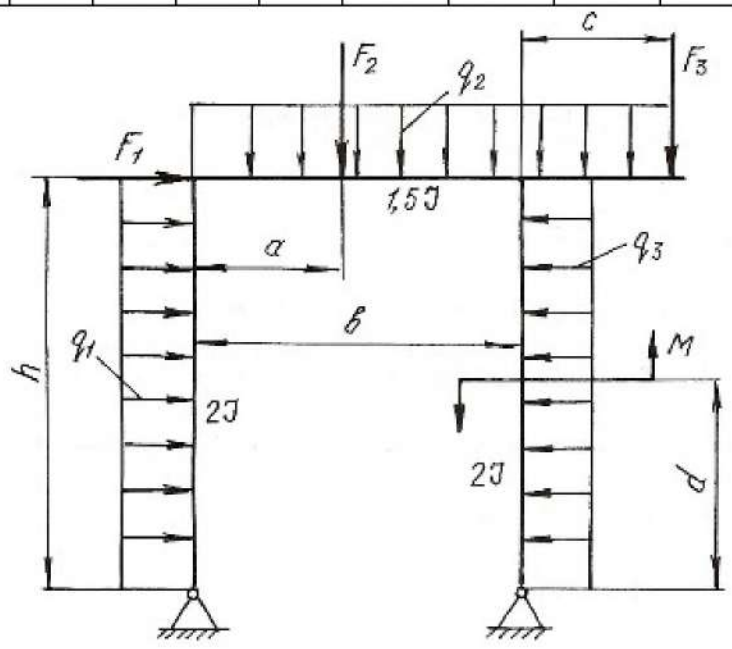
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	c, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	q_3, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	M, кН·м
81	8	4	4	–	4	20	–	–	50	–	–	–
82	10	5	–	2,5	5	–	20	–	–	30	–	–
83	8	4	–	–	3	–	–	20	–	–	30	–
84	6	4	5	–	6	–	–	20	50	–	–	–
85	12	6	–	–	5	–	20	–	–	–	–	80
86	10	4	–	–	5	15	–	–	–	–	20	–
87	8	5	–	2	5	20	–	–	–	40	–	–
88	8	5	–	–	4	–	–	–	–	–	80	40
89	9	5	–	3	5	–	–	–	–	60	–	40
90	9	4	8	–	5	–	15	–	60	–	–	–



Окончание табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	c, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	q_3, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	M, кН·м
91	8	4	0,6	0,5	5	20	–	–	–	–	–	50
92	10	5	0,5	0,6	–	–	20	–	20	30	–	–
93	8	4	0,4	0,4	–	–	–	25	–	20	–	–
94	6	4	0,3	0,4	4	–	–	–	–	–	30	14
95	12	6	0,6	0,5	–	–	–	–	40	20	–	–
96	10	4	0,4	0,3	2	15	–	–	–	–	–	10
97	8	5	0,3	0,3	2	–	15	–	–	–	–	12
98	8	5	0,4	0,4	–	–	–	20	30	–	–	–
99	9	5	0,5	0,6	–	–	–	–	–	30	40	–
100	9	4	0,6	0,5	–	–	30	–	–	20	–	–



Глава 6
ВИДЫ СЛОЖНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Сочетание простейших видов деформаций называется сложным сопротивлением. При расчете элементов конструкций, испытывающих сложные сопротивления, используют принцип независимости действия сил, т. е. определяют деформации и напряжения для каждого простейшего вида сопротивления, а затем результаты суммируют алгебраически, геометрически или согласно одной из теорий прочности. При этом задача сводится к определению опасного сечения по длине бруса и опасной точки в этом сечении.

В данной главе приведены методики решения задач на косой изгиб, внецентренное растяжение или сжатие, совместное действие изгиба с кручением.

6.1. Косой изгиб

Косой изгиб – вид сложного сопротивления, который возникает при действии внешних нагрузок, перпендикулярных продольной оси бруса, но расположенных вне главных плоскостей инерции. Поэтому косой изгиб можно рассматривать как сочетание двух плоских изгибов во взаимно перпендикулярных плоскостях, разложив все силы по направлению главных центральных осей инерции поперечных сечений.

При косом изгибе балки нормальные напряжения в произвольной точке поперечного сечения с координатами y и z определяются по формуле:

$$\sigma = \frac{M^{в}}{J_z} y + \frac{M^{г}}{J_y} z, \qquad (6.1)$$

где J_z и J_y – главные центральные моменты инерции поперечного сечения балки относительно осей z и y; $M^{в}$ и $M^{г}$ – изгибающие моменты в поперечном сечении в вертикальной и горизонтальной плоскостях.

Положение нейтральной оси поперечного сечения определяется по формуле:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{M^{г}}{M^{в}} \cdot \frac{J_z}{J_y}, \qquad (6.2)$$

где α - угол наклона нейтральной оси к горизонтальной главной центральной оси инерции.

Максимальные и минимальные нормальные напряжения возникают в точках, наиболее удаленных от обеих главных центральных осей инерции и для симметричных сечений определяются по формуле:

$$\sigma_{max} = \pm\frac{M^{г}}{W_y} \pm \frac{M^{в}}{W_z}, \qquad (6.3)$$

где W_z и W_y – моменты сопротивления поперечного сечения изгибу относительно осей z и y.

Если внешние нагрузки лежат в одной плоскости, то положение нейтральной оси определяется по формуле:

$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\varphi \cdot \frac{J_z}{J_y}, \qquad (6.4)$$

где φ – угол между силовой плоскостью, в которой действуют внешние нагрузки, и главной вертикальной осью инерции поперечного сечения балки.

Напряжения в этом случае определяются по формуле:

$$\sigma_{max/min} = \pm M\left(\frac{\cos\varphi}{W_z} \pm \frac{\sin\varphi}{W_y}\right), \qquad (6.5)$$

где M – результирующий момент, действующий в силовой плоскости.

Прогиб f и угол поворота θ сечения балки при косом изгибе определяются как геометрические суммы прогибов и углов поворота от составляющих изгибающего момента, действующих в главных плоскостях инерции балки

$$f = \sqrt{f_z^2 + f_y^2} \text{ и } \theta = \sqrt{\theta_z^2 + \theta_y^2}, \qquad (6.6)$$

где f_z и f_y – прогибы в направлении осей z и y; θ_z и θ_y – углы поворота сечения вокруг осей z и y.

Пример 6.1.

Для балки (рис. 6.1) построить эпюры нормальных напряжений по сторонам поперечного сечения (см. табл. П. 1) в защемлении, определить наибольшее нормальное напряжение и полный прогиб свободного конца балки при $F = 2$ кН, $\varphi = 15^{o}$.

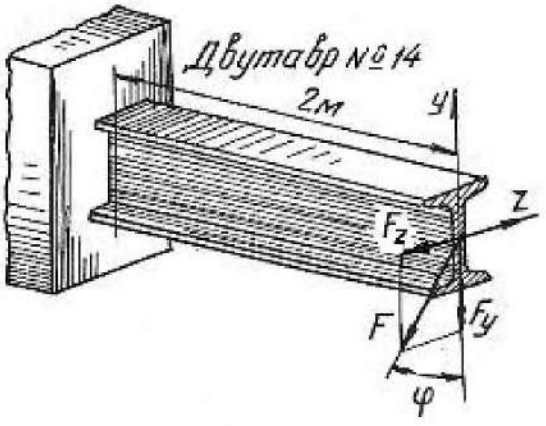


Рис. 6.1.

Решение.

Раскладываем силу F на ее составляющие, действующие в вертикальной и горизонтальной плоскостях:

$$F_y = F \cdot \cos 15^\circ = 2000 \cdot 0,96 = 1920 \text{ Н};$$

$$F_z = F \cdot \sin 15^\circ = 2000 \cdot 0,26 = 520 \text{ Н}.$$

Максимальные изгибающие моменты в вертикальной и горизонтальной плоскостях будут в защемленном сечении балки:

$$M^{\text{в}}_{\max} = F_y l = 1920 \cdot 2 = 3840 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M^{\text{г}}_{\max} = F_z l = 520 \cdot 2 = 1040 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

По ГОСТ 8239-89 (см. табл. П. 1)для заданного профиля находим моменты инерции и моменты сопротивления сечения:

$$J_z = 572 \text{ см}^4; \quad J_y = 41,9 \text{ см}^4; \quad W_z = 81,7 \text{ см}^3; \quad W_y = 11,5 \text{ см}^3,$$

что при переводе в единицы СИ соответствует:

$$J_z = 572 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4; \; J_y = 41,9 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4; \; W_z = 81,7 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3; \; W_y = 11,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Наибольшие нормальные напряжения от изгиба в вертикальной плоскости:

$$\sigma^{\text{в}}_{\max} = \frac{M^{\text{в}}_{\max}}{W_z} = \frac{3840}{81,7 \cdot 10^{-6}} = 47 \cdot 10^6 \text{ Па} = 47 \text{ МПа},$$

а наибольшие нормальные напряжения от изгиба в горизонтальной плоскости:

$$\sigma^{\text{г}}_{\max} = \frac{M^{\text{г}}_{\max}}{W_y} = \frac{1040}{11,5 \cdot 10^{-6}} = 90,4 \cdot 10^6 \text{ Па} = 90,4 \text{ МПа}.$$

Эпюры нормальных напряжений даны на рис. 6.2. Таким образом, наибольшие нормальные напряжение будут в крайних угловых точка поперечного сечения. Как видно по эпюрам нормальных напряжений

$$\sigma_{\max} = 47 + 90,4 = 137,4 \text{ МПа}; \qquad \sigma_{\min} = -47 - 90,4 = -137,4 \text{ МПа}.$$

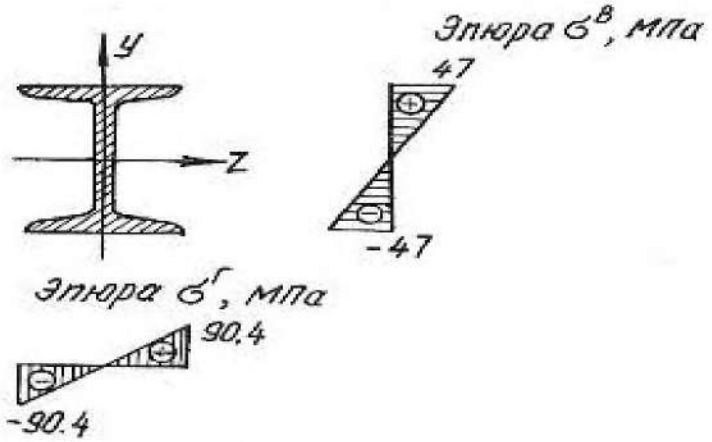


Рис. 6.2.

Прогиб свободного конца балки в вертикальной плоскости [10]

$$f_y = \frac{F_y l^3}{3EJ_z} = \frac{1920 \cdot 2^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 572 \cdot 10^{-8}} = 4{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \quad \text{или} \quad f_y = 4{,}5 \text{ мм},$$

а величина прогиба в горизонтальной плоскости

$$f_z = \frac{F_z l^3}{3EJ_y} = \frac{520 \cdot 2^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 41{,}9 \cdot 10^{-8}} = 16{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \quad \text{или} \quad f_z = 16{,}5 \text{ мм}.$$

Полный прогиб свободного конца балки

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2} = \sqrt{4{,}5^2 + 16{,}5^2} = 17{,}1 \text{ мм}.$$

Пример 6.2.

Для бруса прямоугольного поперечного сечения (рис. 6.3) требуется:

1. Построить эпюры изгибающих моментов в главных плоскостях; определить из расчета на прочность размеры поперечного сечения, принимая σ_{adm}=160 МПа и отношение сторон $\frac{h}{b} = 2$;

2. Для опасного поперечного сечения построить эпюры нормальных напряжений от каждого из изгибающих моментов и суммарную эпюру нормальных напряжений.

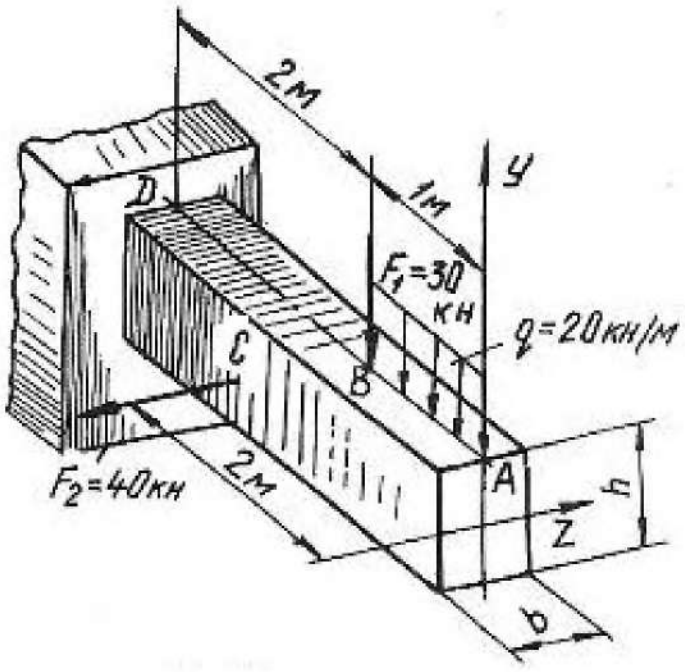


Рис. 6.3.

Решение.

Согласно принципу независимости действия сил рассмотрим отдельно действие сил, вызывающих изгиб в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Изгиб в вертикальной плоскости вызывается действием силы F_1 и равномерно распределенной нагрузкой. Определим величину изгибающих моментов в характерных точках:

$$M_A^{\text{в}} = 0;$$

$$M_B^{\text{в}} = -q \cdot 1 \cdot 0{,}5 = -20 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 0{,}5 = -10 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = -10 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_D^{\text{в}} = -q \cdot 1 \cdot 2{,}5 - F_1 \cdot 2 = -20 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 2{,}5 - 30 \cdot 10^3 \cdot 2 = -110 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = -110 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Изгиб в горизонтальной плоскости вызывается силой F_2. Определим величину изгибающих моментов в характерных точках:

$$M_A^{\text{г}} = 0; \quad M_B^{\text{г}} = 0; \quad M_C^{\text{г}} = 0;$$

$$M_D^{\text{г}} = F_2 \cdot 1 = 40 \cdot 10^3 \cdot 1 = 40 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = 40 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Эпюры изгибающих моментов показаны на рис. 6.4, *а*. Максимальные изгибающие моменты в вертикальной и горизонтальной плоскостях будут в сечении D:

$$M_{\max}^{\text{в}} = M_D^{\text{в}} = 110 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_{\max}^{\text{г}} = M_D^{\text{г}} = 40 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

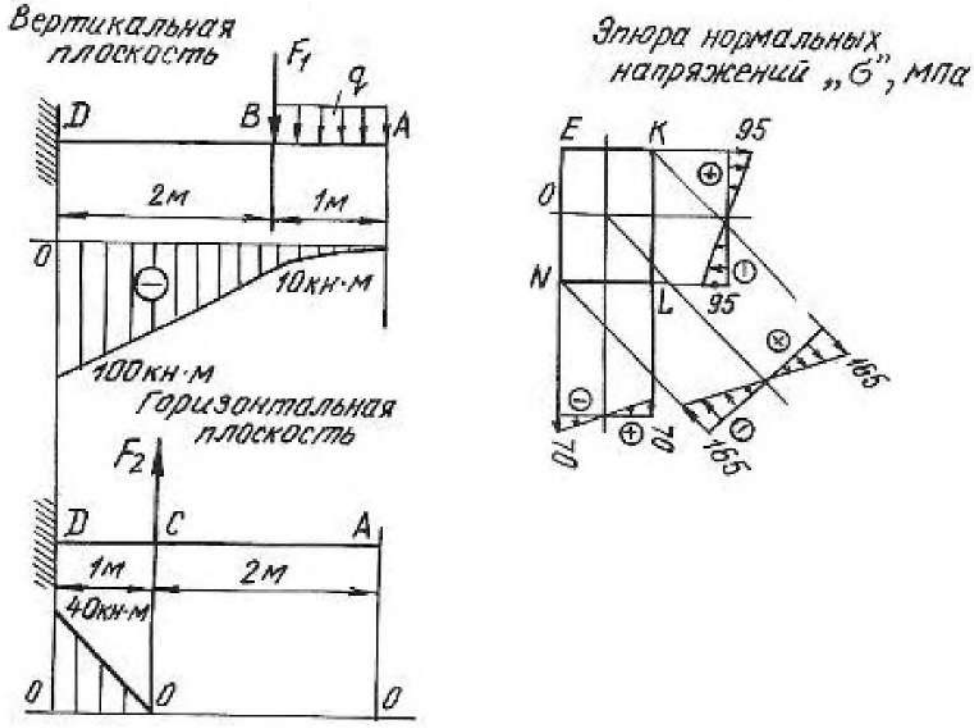


Рис. 6.4.

Опасное сечение балки будет в защемлении. Запишем условие прочности для опасного сечения

$$\sigma_{\max} = \frac{M^{\text{в}}_{\max}}{W_z} + \frac{M^{\text{г}}_{\max}}{W_y} \le \sigma_{\text{adm}}.$$

Для бруса прямоугольного сечения моменты сопротивления равны:

$$W_z = \frac{bh^2}{6} \quad \text{и} \quad W_y = \frac{b^2 h}{6};$$

при $h = 2 \cdot b$ получим

$$W_z = \frac{b(2 \cdot b)^2}{6} = \frac{2b^3}{3} \quad \text{и} \quad W_y = \frac{b^2 \cdot 2 \cdot b}{6} = \frac{b^3}{3}.$$

Подставляя значение величин в условие прочности, получим

$$\sigma_{\max} = \frac{110 \cdot 10^3}{\frac{2}{3} \cdot b^3} + \frac{40 \cdot 10^3}{\frac{1}{3} \cdot b^3} \le 160 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Решая уравнение относительно b, получим $b = 0{,}12$ м $= 120$ мм и $h = 2b = 240$ мм. Для построения эпюр нормальных напряжений определяем наибольшие напряжения, для чего вычислим моменты сопротивления сечения:

$$W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{12 \cdot 10^{-2} \cdot (24 \cdot 10^{-2})^2}{6} = 1152 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3;$$

$$W_y = \frac{b^2 h}{6} = \frac{(12 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 24 \cdot 10^{-2}}{6} = 576 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Наибольшие нормальные напряжения от изгиба в вертикальной плоскости:

$$\sigma^{\text{в}}_{\max} = \frac{M^{\text{в}}_{\max}}{W_z} = \frac{110 \cdot 10^3}{1152 \cdot 10^{-6}} = 95 \cdot 10^6 \text{ Па} = 95 \text{ МПа}.$$

Наибольшие нормальные напряжения от изгиба в горизонтальной плоскости:

$$\sigma^{\text{г}}_{\max} = \frac{M^{\text{г}}_{\max}}{W_y} = \frac{40 \cdot 10^3}{576 \cdot 10^{-6}} = 70 \cdot 10^6 \text{ Па} = 70 \text{ МПа}.$$

Наибольшие нормальные напряжения будут в точках K и N:

$$\sigma_K = 95 + 70 = 165 \text{ МПа};$$
$$\sigma_N = -95 - 70 = -165 \text{ МПа}.$$

Эпюры нормальных напряжений показаны на рис. 6.4, *б*

6.2. Задания для расчета на косой изгиб

Для расчетной схемы балки при заданных значениях геометрических размеров и нагрузок необходимо:

1) определить положение нейтральной оси;

2) вычислить наибольшие и наименьшие напряжения в опасном сечении балки;

3) построить эпюры напряжений;

4) найти прогиб балки в середине пролета или на свободном конце консольной балки.

Данные для расчета взять из таблиц 6.1, 6.2, 6.3 и табл. П. 1.

Таблица 6.1

Схема балки	Схема сечения	Материал	Пролет l, м	Размеры сечения, см	Угол φ,град	Нагрузка		
						F, кН	M, кН·м	q, кН/м
1	А	дерево	1,5	$b \times h$=12×20	60	–	4	–
	Б	Ст 3	1,4	двутавр № 24	30	–	3	–
	В	Ст 3	1,3	швеллер № 24	45	–	5	–
	Г	Ст 3	1,6	2 швеллера № 8	60	–	6	–
	Д	Ст 3	1,7	2 швеллера № 10	30	–	7	–
	Е	Ст 3	1,8	2 двутавра № 10	60	–	8	–
2	А	дерево	1,2	$b \times h$=15×25	45	3	–	–
	Б	Ст 3	1,4	двутавр № 22	30	2	–	–
	В	Ст 3	1,5	швеллер № 27	60	4	–	–
	Г	Ст 3	1,6	2 швеллера № 18	30	8	–	–
	Д	Ст 3	1,8	2 швеллера № 20	60	10	–	–
	Е	Ст 3	1,7	2 двутавра № 12	45	9	–	–
3	А	дерево	1,2	$b \times h$=14×28	30	–	–	4
	Б	Ст 3	1,3	двутавр № 24	60	–	–	3
	В	Ст 3	1,5	швеллер № 27	45	–	–	2
	Г	Ст 3	1,4	2 швеллера № 16	20	–	–	6
	Д	Ст 3	1,7	2 швеллера № 14	30	–	–	5
	Е	Ст 3	1,6	2 двутавра № 14	40	–	–	7

Продолжение табл. 6.1

Схема балки	Схема сечения	Материал	Пролет l,м	Размеры сечения, см	Угол φ, град	Нагрузка		
						F, кН	M, кН·м	q, кН/м
4	А	дерево	2,5	$b \times h$=12×30	30	–	6	–
	Б	Ст 3	4	двутавр № 55	40	–	5	–
	В	Ст 3	5	швеллер № 30	50	–	7	–
	Г	Ст 3	6	2 швеллера № 10	60	–	8	–
	Д	Ст 3	4	2 швеллера № 12	30	–	9	–
	Е	Ст 3	6	2 двутавра № 14	40	–	10	–
5	А	дерево	3	$b \times h$=18×30	40	6	–	–
	Б	Ст 3	4	двутавр № 36	60	2,5	–	–
	В	Ст 3	5	швеллер № 24	30	3	–	–
	Г	Ст 3	6	2 швеллера № 10	20	4	–	–
	Д	Ст 3	5,5	2 швеллера № 12	40	3	–	–
	Е	Ст 3	4,5	2 двутавра № 14	50	5	–	–
6	А	дерево	4	$b \times h$=16×28	60	–	–	2
	Б	Ст 3	6	двутавр № 20	50	–	–	4
	В	Ст 3	3	швеллер № 16	30	–	–	3
	Г	Ст 3	4	2 швеллера № 14	40	–	–	5
	Д	Ст 3	5	2 швеллера № 16	45	–	–	6
	Е	Ст 3	5,5	2 двутавра № 18	20	–	–	7
7	А	дерево	2	$b \times h$=16×24	–	1	–	–
	Б	Ст 3	2,5	двутавр № 28	–	3	–	–
	В	Ст 3	2,4	швеллер № 16	–	4	–	–
	Г	Ст 3	2,6	2 швеллера № 14	–	6	–	–
	Д	Ст 3	2,3	2 швеллера № 16	–	8	–	–
	Е	Ст 3	2,7	2 двутавра № 20	–	10	–	–
8	А	дерево	1,5	$b \times h$=15×25	–	2	3	–
	Б	Ст 3	1,8	двутавр № 18	–	3	4	–
	В	Ст 3	1,6	швеллер № 24	–	5	3	–
	Г	Ст 3	1,7	2 швеллера № 12	–	6	6	–
	Д	Ст 3	1,9	2 швеллера № 14	–	7	7	–
	Е	Ст 3	2	2 двутавра № 16	–	8	5	–

Продолжение табл. 6.1

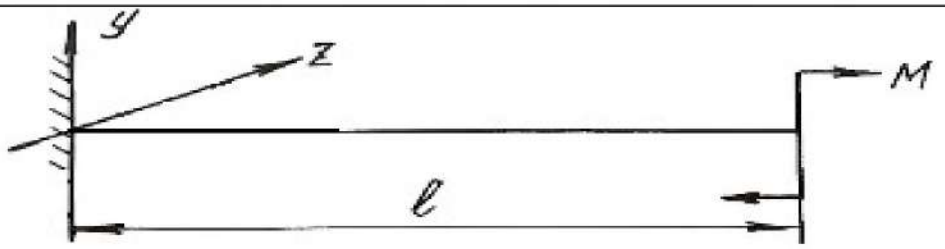
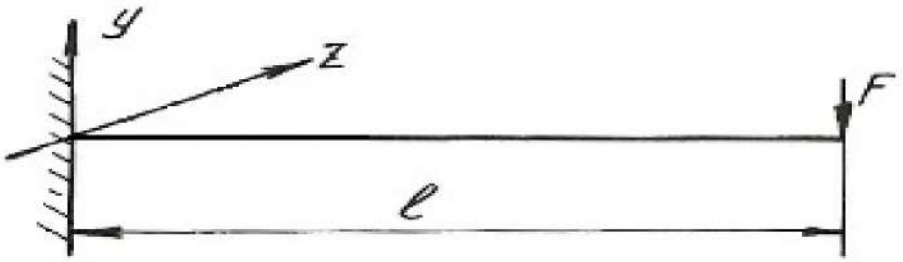
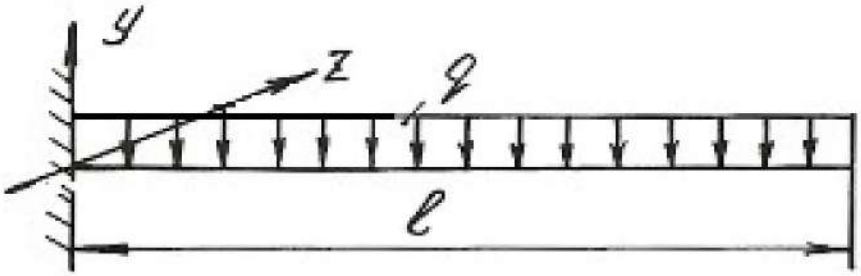
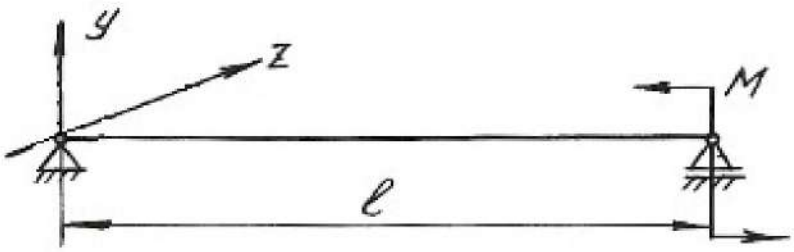
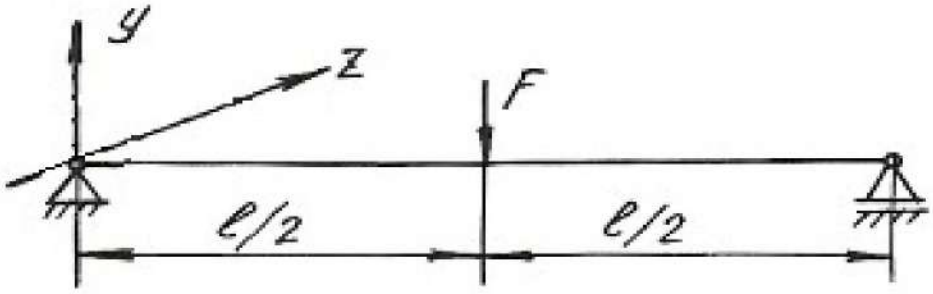
Схема балки	Схема сечения	Материал	Пролет l, м	Размеры сечения,см	Угол φ, град	Нагрузка		
						F, кН	M, кН·м	q, кН/м
9	А	дерево	2,5	$b \times h$=17×27	–	4	–	30
	Б	Ст 3	4	двутавр № 30	–	6	–	20
	В	Ст 3	3	швеллер № 27	–	5	–	40
	Г	Ст 3	5	2 швеллера № 14	–	7	–	50
	Д	Ст 3	6	2 швеллера № 16	–	8	–	60
	Е	Ст 3	4,6	2 двутавра № 18	–	9	–	70
10	А	дерево	1,6	$b \times h$=18×24	–	–	5	10
	Б	Ст 3	1,8	двутавр № 27	–	–	4	20
	В	Ст 3	1,9	швеллер № 20	–	–	3	30
	Г	Ст 3	2	2 швеллера № 14	–	–	6	40
	Д	Ст 3	2,1	2 швеллера № 16	–	–	7	50
	Е	Ст 3	2,2	2 двутавра № 20	–	–	8	60
11	А	дерево	1,5	$b \times h$=19×30	–	2	30	–
	Б	Ст 3	1,7	двутавр № 24	–	3	40	–
	В	Ст 3	1,9	швеллер № 24	–	5	60	–
	Г	Ст 3	1,8	2 швеллера № 18	–	7	80	–
	Д	Ст 3	2,3	2 швеллера № 20	–	6	70	–
	Е	Ст 3	2,4	2 двутавра № 14	–	4	50	–
12	А	дерево	1,2	$b \times h$=20×29	–	2	–	20
	Б	Ст 3	1,3	двутавр № 22	–	4	–	30
	В	Ст 3	1,4	швеллер № 24	–	5	–	40
	Г	Ст 3	1,5	2 швеллера № 22	–	7	–	50
	Д	Ст 3	1,6	2 швеллера № 20	–	6	–	60
	Е	Ст 3	1,7	2 двутавра № 20	–	7	–	70

Окончание табл. 6.1

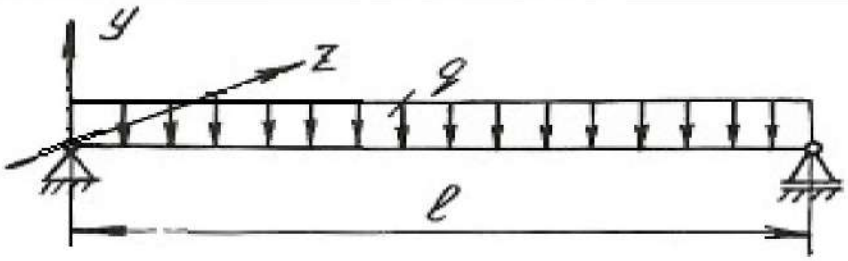
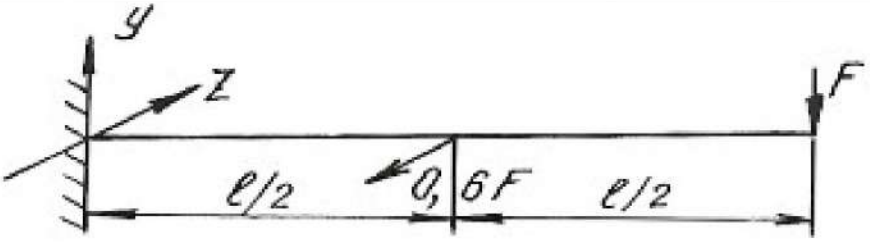
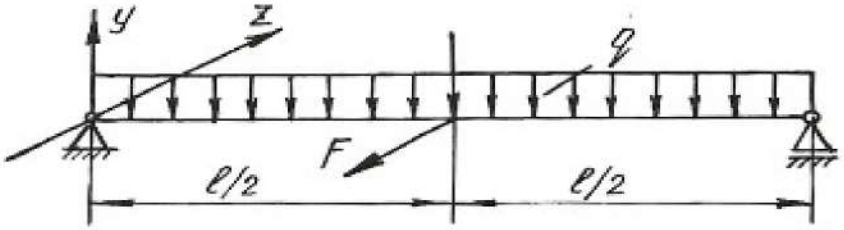
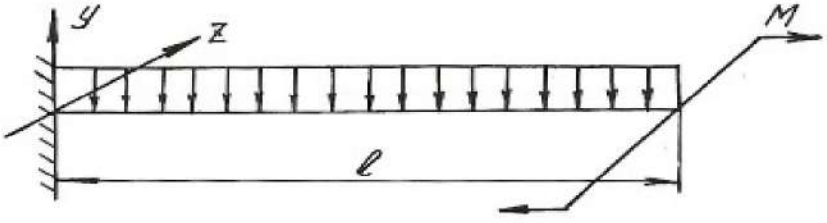
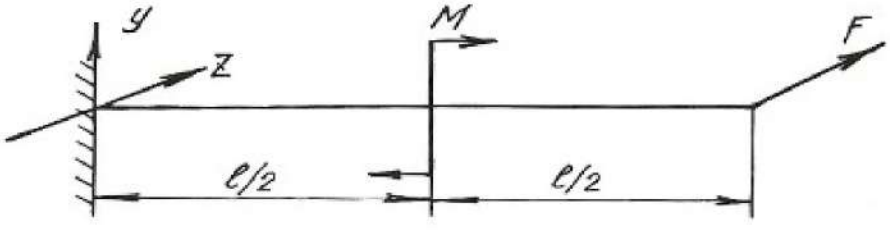
Схема балки	Схема сечения	Материал	Пролет l,м	Размеры сечения, см	Угол φ, град	Нагрузка		
						F, кН	M, кН·м	q, кН/м
13	А	дерево	1,5	$b \times h$=18×32	–	3	–	10
	Б	Ст 3	1,6	двутавр № 36	–	4	–	20
	В	Ст 3	1,7	швеллер № 36	–	5	–	30
	Г	Ст 3	1,8	2 швеллера № 18	–	6	–	40
	Д	Ст 3	1,9	2 швеллера № 20	–	7	–	50
	Е	Ст 3	2	2 двутавра № 24	–	8	–	60
14	А	дерево	1,3	$b \times h$=19×30	–	20	3	–
	Б	Ст 3	1,4	двутавр № 40	–	40	4	–
	В	Ст 3	1,5	швеллер № 30	–	60	5	–
	Г	Ст 3	1,6	2 швеллера № 16	–	50	6	–
	Д	Ст 3	1,7	2 швеллера № 20	–	60	7	–
	Е	Ст 3	1,8	2 двутавра № 18	–	70	8	–
15	А	дерево	1,4	$b \times h$=17×32	–	1	40	–
	Б	Ст 3	1,6	двутавр № 24	–	2	50	–
	В	Ст 3	1,8	швеллер № 20	–	3	60	–
	Г	Ст 3	1,9	2 швеллера № 22	–	4	70	–
	Д	Ст 3	2,1	2 швеллера № 18	–	5	80	–
	Е	Ст 3	2,2	2 двутавра № 20	–	6	60	–
16	А	дерево	1,6	$b \times h$=19×32	–	–	2	20
	Б	Ст 3	1,7	двутавр № 22	–	–	3	30
	В	Ст 3	1,9	швеллер № 27	–	–	4	40
	Г	Ст 3	1,8	2 швеллера № 16	–	–	5	50
	Д	Ст 3	2,3	2 швеллера № 20	–	–	6	40
	Е	Ст 3	2,4	2 двутавра № 22	–	–	7	50

Таблица 6.2

Схемы закрепления и нагружения балок

Номер схемы	Схема балки
1	
2	
3	
4	
5	

Продолжение табл. 6.2

Номер схемы	Схема балки
6	
7	
8	
9	
10	
11	

Окончание табл. 6.2

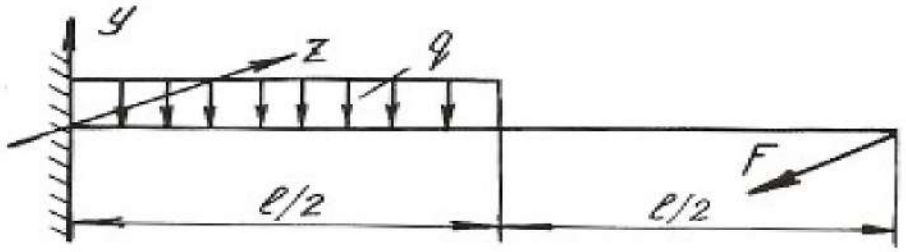
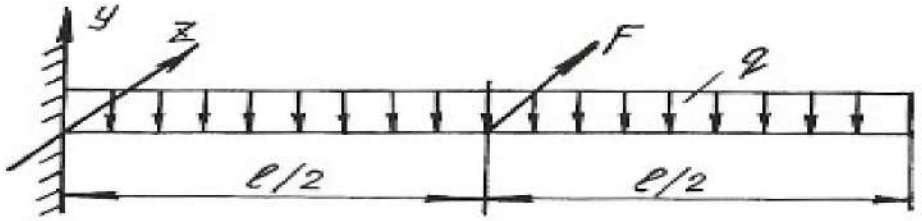
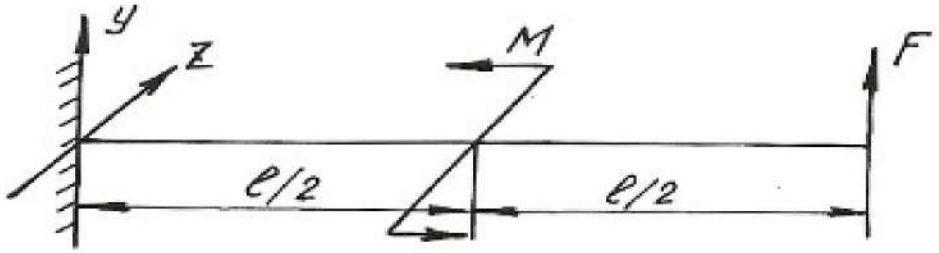
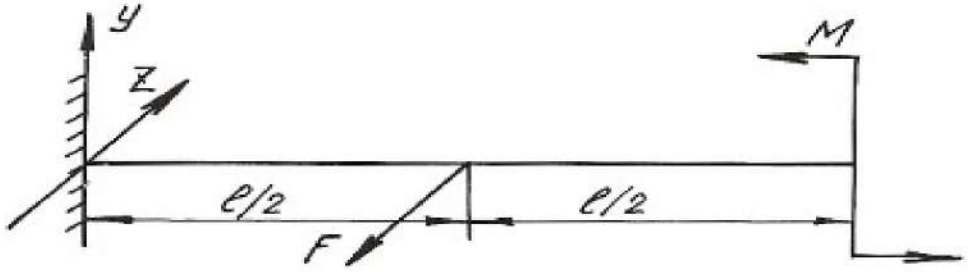
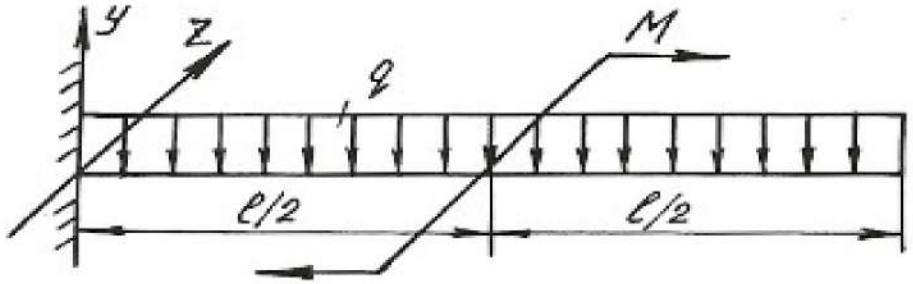
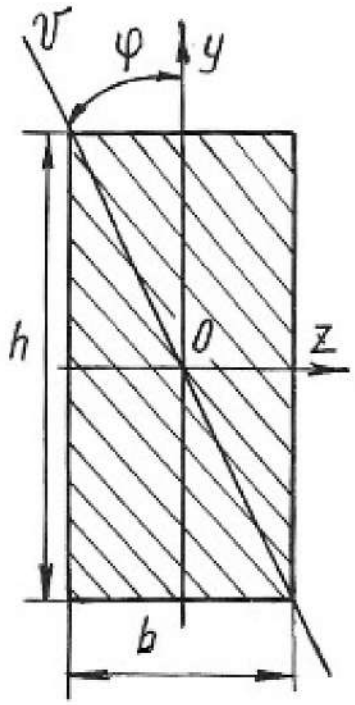
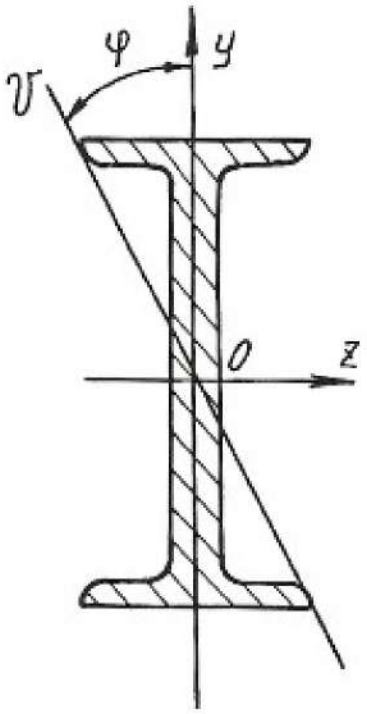
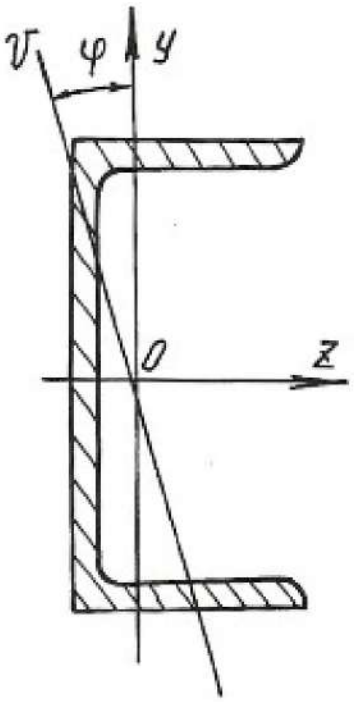
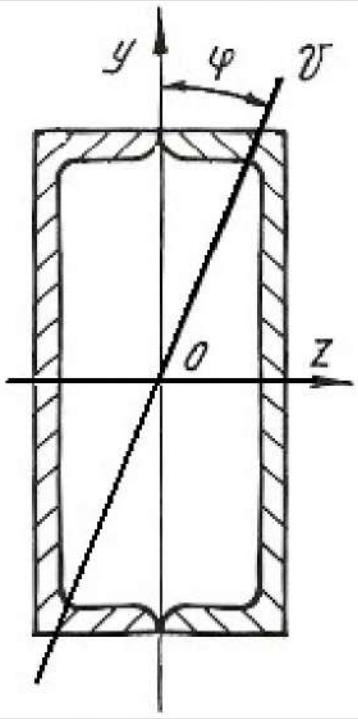
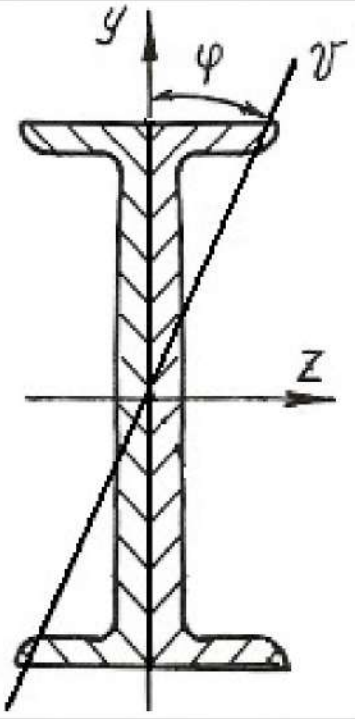
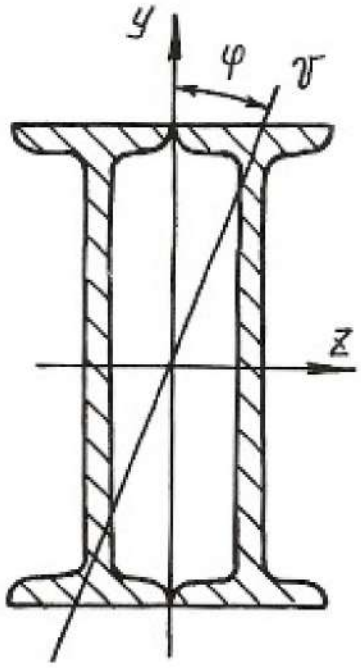
Номер схемы	Схема балки
12	
13	
14	
15	
16	

Таблица 6.3

Схемы поперечных сечений балок

А	Б	В
		
Г	**Д**	**Е**
		

6.3. Внецентренное растяжение или сжатие

Если действующая на брус продольная растягивающая или сжимающая сила приложена на некотором расстоянии от центра тяжести сечения, то возникает внецентренное растяжение или сжатие. Расстояние между точкой приложения силы и центром тяжести сечения бруса называется эксцентриситетом. Для практики весьма важны случаи внецентренного сжатия, например, для каменных и кирпичных столбов, бетонных колонн и др.

Внецентренное приложение сжимающей силы можно привести к случаю сжатия центральной силой F и чистому изгибу моментом $M = Fe$, если перенести силу F в центр тяжести поперечного сечения и уравновесить ее (рис. 6.5).

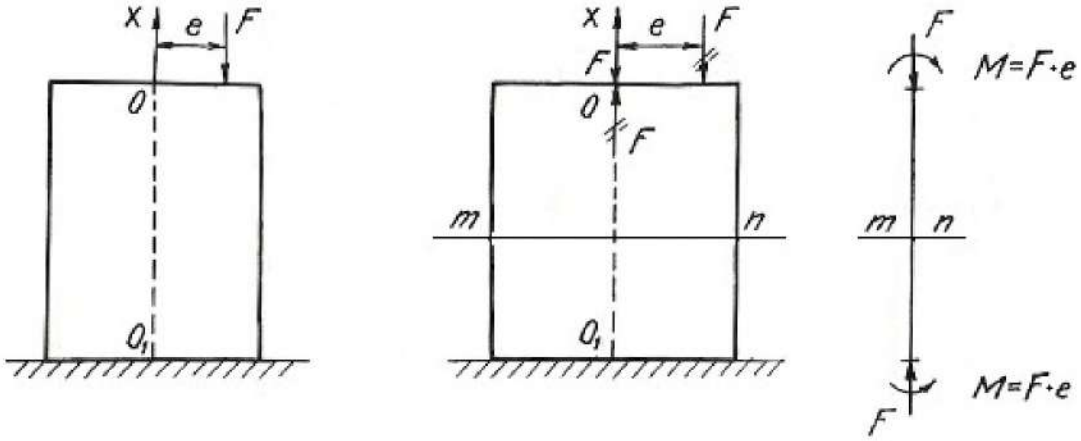


Рис. 6.5.

Так как изгибающий момент во всех сечениях постоянен, то проверку прочности можно производить по любому сечению бруса. Если отбросить верхнюю часть бруса по сечению *m-n* и рассмотреть нижнюю **(**рис. 6.6**),** то для любой точки A поперечного сечения с координатами y, z нормальное напряжение будет равно алгебраической сумме напряжений

$$\sigma_A = \sigma_F + \sigma_{M_y} + \sigma_{M_z}, \qquad (6.7)$$

где $\sigma_F = -\dfrac{F}{A}$ – напряжение от сжимающей центрально приложенной силы F;

$\sigma_{M_y} = -M_y \dfrac{z}{J_y}$ – напряжение от изгибающего момента относительно главной оси сечения y; $\sigma_{M_z} = -M_z \dfrac{y}{J_z}$ – напряжение от изгибающего момента относительно главной оси сечения z.

Знак минус указывает на то, что данные нагрузки вызывают в точке A деформацию сжатия.

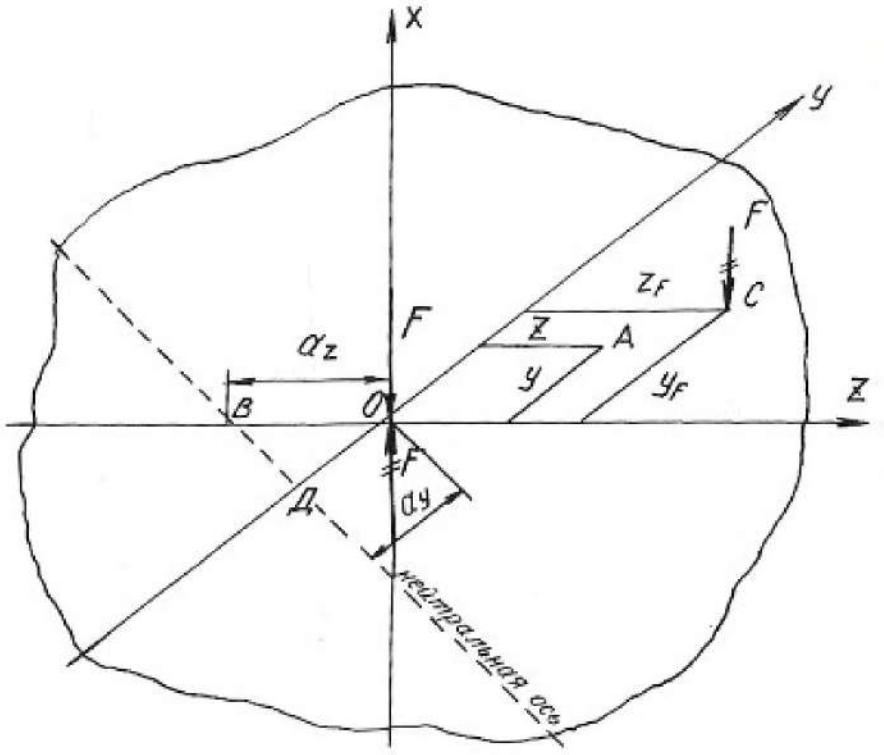


Рис. 6.6.

Изгибающие моменты определяются

$$M_y = Fz_F; \qquad M_z = Fy_F;$$

где z_F и y_F - координаты точки C приложения силы F.

После подстановки имеем:

$$\sigma_A = -\frac{F}{A} - Fz_F \frac{z}{J_y} - Fy_F \frac{y}{J_z}.$$

Окончательный вид формулы для определения напряжений в любой точке поперечного сечения получаем после простых преобразований

$$\sigma = F\left(\pm\frac{1}{A} \pm z_F \frac{z}{J_y} \pm y_F \frac{y}{J_z} \right), \tag{6.8}$$

где J_y, J_z – моменты инерции поперечного сечения; y_F, z_F – координаты точки приложения силы F.

У каждого из слагаемых данного уравнения знак плюс берется для растягивающего, а знак минус – для сжимающего напряжения.

Условие прочности при внецентренном растяжении или сжатии имеет вид:

$$\sigma_{max} = F\left(\pm\frac{1}{A} \pm z_F \frac{z_{max}}{J_y} \pm y_F \frac{y_{max}}{J_z}\right) \le \sigma_{adm}, \qquad (6.9)$$

где z_{max}, y_{max} – координаты наиболее удаленных точек сечения от его центра тяжести.

Уравнение нейтральной оси при внецентренном растяжении или сжатии имеет вид:

$$\pm\frac{1}{A} \pm z_F \frac{z_0}{J_y} \pm y_F \frac{y_0}{J_z} = 0, \qquad (6.10)$$

где z_0, y_0 – координаты точек, лежащих на нейтральной оси.

Это уравнение является уравнением прямой, не проходящей через центр тяжести сечения. Величины отрезков, отсекаемых на координатных осях y и z нейтральной осью, определяются из уравнения:

$$\pm 1 \pm z_F \frac{a_z}{i_y^2} \pm y_F \frac{a_y}{i_z^2} = 0, \qquad (6.11)$$

где $a_z = z_0$, $a_y = y_0$ - отрезки, определяющие положение нейтральной оси.

Величины отрезков определяются по формулам:

$$a_z = -\frac{i_y^2}{z_F}; \quad a_y = -\frac{i_z^2}{y_F}, \qquad (6.12)$$

где i_z, i_y - радиусы инерции поперечного сечения относительно осей y и z.

Знак минус в этих формулах указывает на то, что нейтральная ось располагается по другую сторону центра тяжести сечения, по сравнению с точкой приложения силы F, действующей на брус.

Если поперечное сечение имеет сложную форму, то необходимо найти центр тяжести сечения, положение главных центральных осей и главные моменты инерции, пользуясь формулами и указаниями, приведенными в главе 2. В формулы, содержащие моменты инерции, необходимо подставлять значения главных моментов инерции сечения.

Пример 6.3.

Короткий чугунный стержень, поперечное сечение которого показано на рис. 6.7, сжимается продольной силой F, приложенной в точке A.

Требуется:

1. Вычислить наибольшее растягивающее и наибольшее сжимающее напряжения в поперечном сечении, выразив величины этих напряжений через F и размеры сечений.

2. Найти допускаемую нагрузку F при заданных размерах сечения и допускаемых напряжениях для чугуна на сжатие σ^{c}_{adm} и на растяжение σ^{p}_{adm}: $\sigma^{c}_{adm} = 110$ МПа, $\sigma^{p}_{adm} = 24$ МПа.

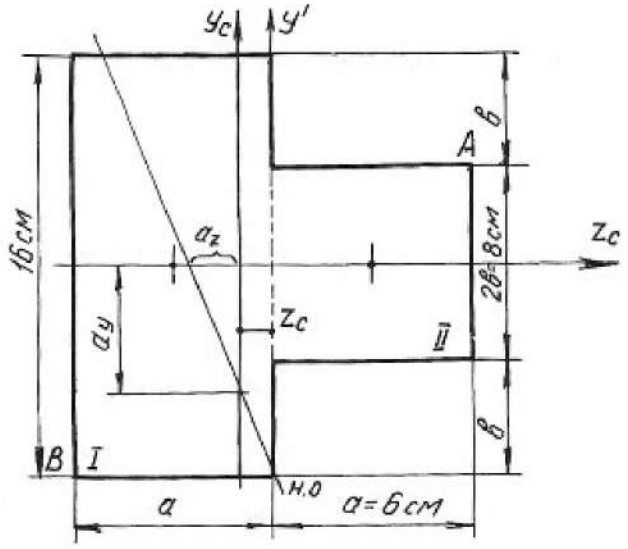


Рис. 6.7.

Определяем координату центра тяжести сечения. Проведем вспомогательную ось y':

$$z_c = \frac{\sum Sy'}{\sum A} = \frac{(A_1 z_1 + A_2 z_2)}{A_1 + A_2} = \frac{[16 \cdot 6 \cdot (-3) + 6 \cdot 8 \cdot 3]}{16 \cdot 6 + 6 \cdot 8} = \frac{-144}{144} = -1 \text{ см}.$$

Для определения положения нейтральной оси находим геометрические характеристики сечения.

Моменты инерции:

$$J_{y_c} = 16\frac{6^3}{12} + 6 \cdot 16 \cdot 2^2 + 8 \cdot \frac{6^3}{12} + 6 \cdot 8 \cdot 4^2 = 1584 \text{ см}^4;$$

$$J_{z_c} = 16^3 \frac{6}{12} + 6\frac{8^3}{12} = 2304 \text{ см}^4.$$

Радиусы инерции:

$$i_y = \sqrt{\frac{J_{y_c}}{A}} = \sqrt{\frac{1584}{144}} = \sqrt{11} = 3{,}31 \text{ см};$$

$$i_z = \sqrt{\frac{J_{z_c}}{A}} = \sqrt{\frac{2304}{144}} = \sqrt{16} = 4 \text{ см}.$$

Нейтральная ось пересекает оси z_c и y_c в точках:

$$a_y = -\frac{i_z^2}{y_F}; \quad a_z = -\frac{i_y^2}{z_F}; \quad z_F = 7 \text{ см}; \quad y_F = 4 \text{ см}.$$

$$a_y = \frac{-4^2}{4} = -4 \text{ см}; \quad a_z = \frac{-3{,}31^2}{7} = -1{,}57 \text{ см}.$$

Максимальное напряжение возникает в точках, наиболее удаленных от нейтральной оси, т. е. в точках A и B. Определяются они по формуле:

$$\sigma = -\frac{F}{A} \pm \frac{F z_F z_{\max}}{J_{y_c}} \pm \frac{F y_F y_{\max}}{J_{z_c}},$$

где $z_{\max}$, $y_{\max}$ – координаты точек A и B.

Наибольшее сжимающее напряжение:

$$\sigma_A = -F\left[\frac{1}{144} + 7\frac{7}{1584} + 4\frac{4}{2304}\right] = -0{,}044 \cdot F.$$

Наибольшее растягивающее напряжение:

$$\sigma_B = -F\left[\frac{1}{144} + 7\frac{(-5)}{1584} + 4\frac{(-8)}{2304}\right] = 0{,}028 \cdot F.$$

Находим допускаемую нагрузку:

$$\sigma_A \le \sigma_{\text{adm}}^{\text{c}} = 110 \text{ МПа}; \qquad 0{,}044 \cdot F \le 110; \qquad F \le 0{,}25 \text{ МН}.$$

$$\sigma_B \le \sigma_{\text{adm}}^{\text{p}} = 24 \text{ МПа}; \qquad 0{,}028 \cdot F \le 24; \qquad F \le 0{,}09 \text{ МН}.$$

Допускаемая нагрузка F = 0,09 МН.

6.4. Задания для расчета на внецентренное растяжение или сжатие

Колонна заданного поперечного сечения с известными размерами нагружена сжимающей силой F, приложенной вне центра тяжести сечения в указанной точке. Требуется:

1) Определить положение нейтральной оси;
2) Вычислить наибольшие напряжения в опасном сечении колонны;
3) Построить эпюры напряжений в опасном сечении.

Данные для расчета взять из таблиц 6.4, 6.5 и табл. П. 1.

Примечание: собственным весом колонны при расчетах пренебречь.

Таблица 6.4

Вариант	Схема сечения	Материал	Размеры сечения, см	Точка приложения силы F	Нагрузка F, кН
1	А	дерево	b x h = 15 x 25	1	20
	Б	Ст 3	двутавр № 16	2	30
	В	Ст 3	швеллер № 16	3	40
	Г	Ст 3	2 швеллера № 14	4	50
	Д	Ст 3	2 швеллера № 12	5	60
	Е	Ст 3	2 двутавра № 14	6	70
	Ж	чугун	b = 20	7	35
	З	чугун	b x h = 20 x 30, D = 10	8	45
	И	Ст 3	2 швеллера № 12, a = 10	1	75
	К	Ст 3	2 двутавра № 14, a = 10	2	80
2	А	дерево	b x h = 16 x 27	2	25
	Б	Ст 3	двутавр № 18	3	35
	В	Ст 3	швеллер № 18	4	45
	Г	Ст 3	2 швеллера № 16	5	50
	Д	Ст 3	2 швеллера № 18	6	60
	Е	Ст 3	2 двутавра № 16	7	70
	Ж	чугун	b = 30	8	55
	З	чугун	b x h = 25 x 35 , D = 12	1	65
	И	Ст 3	2 швеллера № 14, a = 10	2	65
	К	Ст 3	2 двутавра № 16, a = 10	3	75

Продолжение табл. 6.4

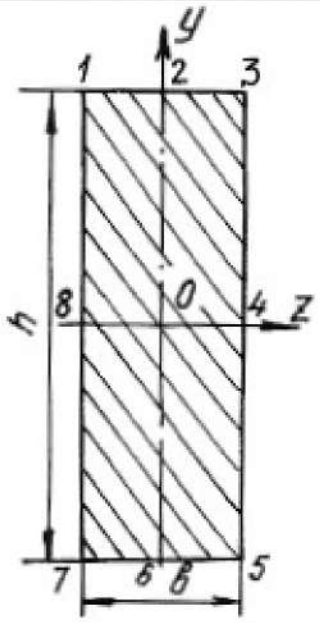
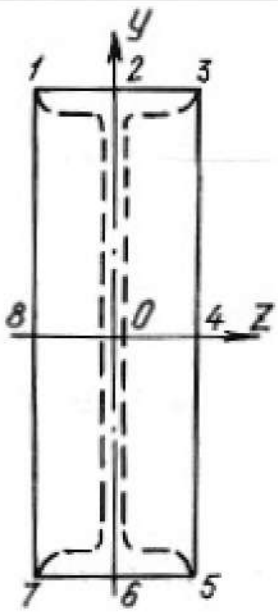
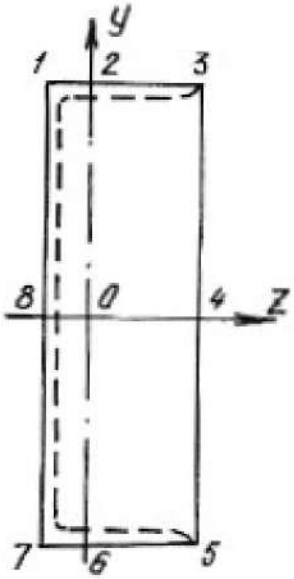
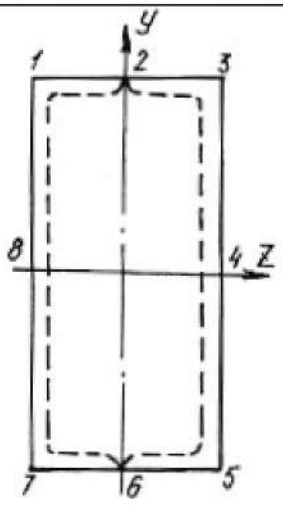
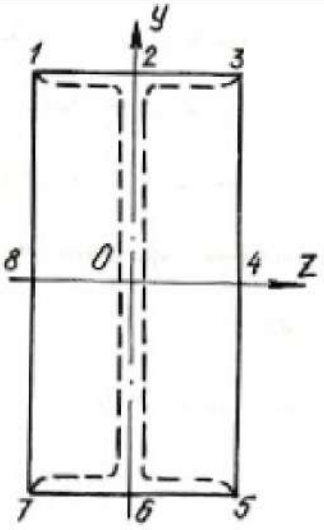
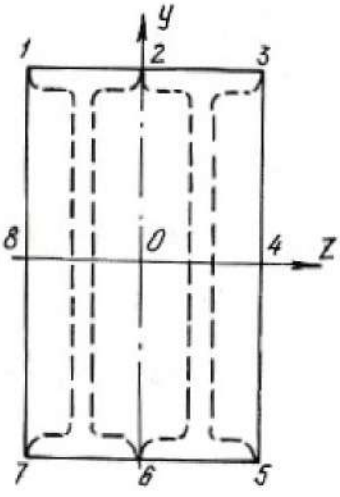
Вариант	Схема сечения	Материал	Размеры сечения	Точка приложения силы F	Нагрузка F, кН
3	А	дерево	b x h = 17 x 28	3	30
	Б	Ст 3	двутавр № 14	4	40
	В	Ст 3	швеллер № 20	5	48
	Г	Ст 3	2 швеллера № 14	6	52
	Д	Ст 3	2 швеллера № 16	7	62
	Е	Ст 3	2 двутавра № 18	8	72
	Ж	чугун	b = 32	1	60
	З	чугун	b x h = 24 x 32, D = 8	2	70
	И	Ст 3	2 швеллера № 18, a = 14	3	66
	К	Ст 3	2 двутавра № 12, a = 8	4	74
4	А	дерево	b x h = 18 x 36	4	40
	Б	Ст 3	двутавр № 20	5	44
	В	Ст 3	швеллер № 20	6	54
	Г	Ст 3	2 швеллера № 18	7	64
	Д	Ст 3	2 швеллера № 16	8	74
	Е	Ст 3	2 двутавра № 14	1	46
	Ж	чугун	b = 34	2	38
	З	чугун	b x h = 28 x 36, D = 14	3	48
	И	Ст 3	2 швеллера № 16, a = 8	4	58
	К	Ст 3	2 двутавра № 18, a = 12	5	72
5	А	дерево	b x h = 20 x 24	5	28
	Б	Ст 3	двутавр № 22	6	38
	В	Ст 3	швеллер № 22	7	48
	Г	Ст 3	2 швеллера № 20	8	62
	Д	Ст 3	2 швеллера № 22	1	76
	Е	Ст 3	2 двутавра № 20	2	78
	Ж	чугун	b = 28	3	46
	З	чугун	b x h = 22 x 34, D = 6	4	56
	И	Ст 3	2 швеллера № 20, a = 6	5	80
	К	Ст 3	2 двутавра № 20, a = 12	6	82

Продолжение табл. 6.4

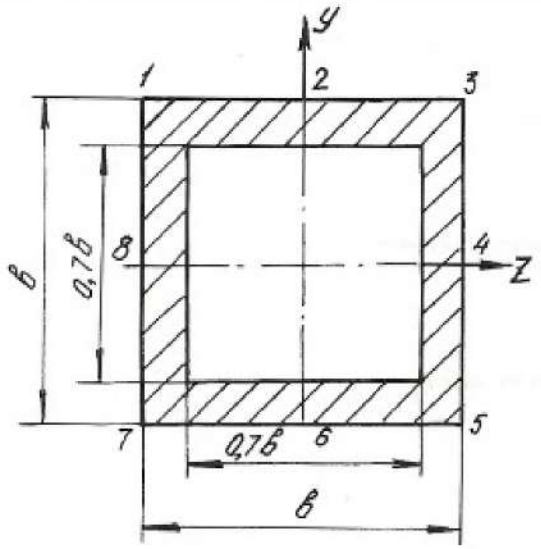
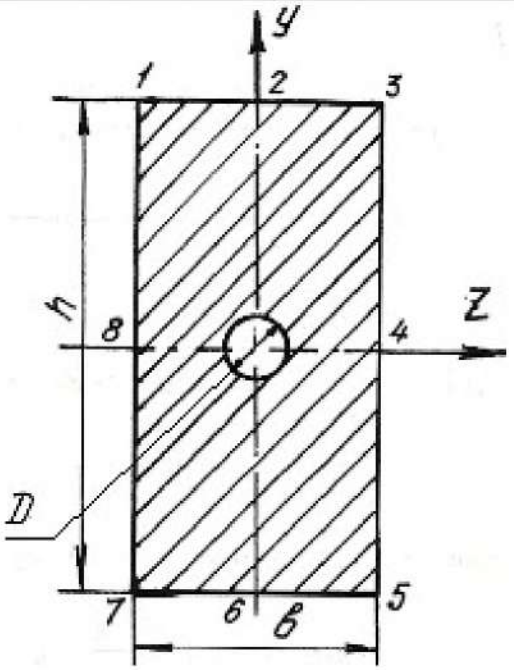
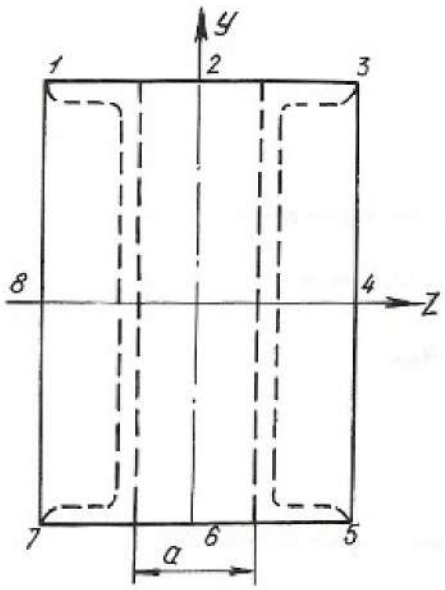
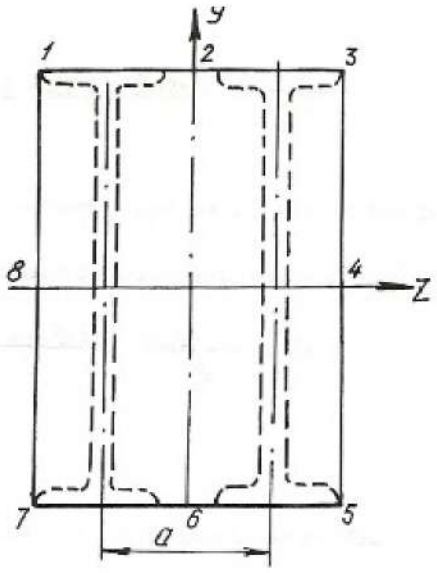
Вариант	Схема сечения	Материал	Размеры сечения, см	Точка приложения силы F	Нагрузка F, кН
6	А	дерево	b x h = 22 x 38	6	36
	Б	Ст 3	двутавр № 22	7	46
	В	Ст 3	швеллер № 22	8	48
	Г	Ст 3	2 швеллера № 22	1	68
	Д	Ст 3	2 швеллера № 20	2	72
	Е	Ст 3	2 двутавра № 22	3	74
	Ж	чугун	b = 24	4	50
	З	чугун	b x h = 24 x 34, D = 8	5	60
	И	Ст 3	2 швеллера № 22, a = 8	6	74
	К	Ст 3	2 двутавра № 22, a = 12	7	69
7	А	дерево	b x h = 22 x 30	7	25
	Б	Ст 3	двутавр № 24	8	48
	В	Ст 3	швеллер № 24	1	52
	Г	Ст 3	2 швеллера № 24	2	63
	Д	Ст 3	2 швеллера № 22	3	68
	Е	Ст 3	2 двутавра № 20	4	64
	Ж	чугун	b = 22	5	43
	З	чугун	b x h = 26 x 36, D = 6	6	49
	И	Ст 3	2 швеллера № 24, a = 4	7	78
	К	Ст 3	2 двутавра № 24, a = 13	8	84
8	А	дерево	b x h = 18 x 32	8	35
	Б	Ст 3	двутавр № 27	1	62
	В	Ст 3	швеллер № 27	2	68
	Г	Ст 3	2 швеллера № 22	3	85
	Д	Ст 3	2 швеллера № 24	4	87
	Е	Ст 3	2 двутавра № 22	5	78
	Ж	чугун	b = 26	6	52
	З	чугун	b x h = 26 x 36, D = 9	7	58
	И	Ст 3	2 швеллера № 27, a = 5	8	86
	К	Ст 3	2 двутавра № 27, a = 14	1	88

Таблица 6.5

Схемы поперечных сечений колонны

А	Б	В
		
Г	**Д**	**Е**
		

Окончание табл. 6.5

Ж	З
	
И	К
	

6.5. Изгиб с кручением

Помимо крутящих моментов валы могут испытывать воздействие изгибающих моментов. Последние возникают от действия собственного веса вала, усилий натяжения приводных ремней, весов шкивов, усилий зацепления в зубьях зубчатых передач и т. п.

Крутящий момент на валу или его участке определяется по формулам:

$$T = 9550\frac{N}{n}, \tag{6.13}$$

где T – крутящий момент, Нм; N – мощность двигателя, кВт; n – число оборотов вала в минуту, или

$$T = \frac{D}{2}\cdot(t_1 - t_1'), \tag{6.14}$$

где D – диаметр ведущего шкива, соединенного с двигателем приводным ремнем; t_1 – усилие натяжения в набегающей ветви приводного ремня; t_1' – усилие натяжения в сбегающей ветви приводного ремня.

Определив крутящий момент по формуле (6.13) и, зная соотношение между усилиями t_1 и t_1', определяют эти усилия из формулы (6.14) при известном диаметре шкива. Если усилия t_1, t_1' последовательно перенести в центр тяжести сечения вала и уравновесить их, то получим два момента пар сил, направленных в противоположные стороны. Равнодействующий момент этих моментов и будет равен крутящему моменту в том сечении, где находится шкив. Вместе с этим в центре этого сечения вала возникнет нагрузка, $S = t_1 + t_1'$, которая может быть направлена под углом к горизонту. В этом случае ее раскладывают на вертикальную и горизонтальную составляющие: $S_y = S\cdot\sin\alpha$; $S_z = S\cdot\cos\alpha$.

При наличии на валу нескольких ведомых шкивов крутящие моменты и изгибающие нагрузки определяются аналогичным способом. Таким образом, вал будет испытывать одновременно деформацию кручения от крутящих моментов и деформацию поперечного изгиба в двух плоскостях – вертикальной и горизонтальной. Дальнейший расчет вала на изгиб с кручением осуществляется в таком порядке:

1. Строится эпюра крутящих моментов T.
2. Вычерчивается схема вала в виде балки на двух опорах и загружается только вертикальными изгибающими нагрузками. С помощью уравнений статики определяются реакции на опорах, и строится эпюра изгибающих моментов от этих нагрузок $M_{\text{и}}^{\text{в}}$.

3. Вал загружается только горизонтальными изгибающими нагрузками, от них определяются реакции на опорах, и строится эпюра изгибающих моментов от горизонтальных нагрузок $M_{\text{и}}^{\text{г}}$.

4. В характерных сечениях вала определяются суммарные изгибающие моменты в виде геометрической суммы изгибающих моментов, возникающих в этих сечениях от вертикальных и горизонтальных нагрузок: $M_{\text{и}} = \sqrt{(M_{\text{и}}^{\text{в}})^2 + (M_{\text{и}}^{\text{г}})^2}$. Строится суммарная эпюра изгибающих моментов $M_{\text{и}}$. При построении эпюр выбирается необходимый масштаб, и применяются знаки, принятые в сопротивлении материалов при построении эпюр крутящих и изгибающих моментов.

5. Выбирается опасное сечение по длине вала, где одновременно крутящий и суммарный моменты достаточно большие – на основании эпюр $M_{\text{и}}$ и T.

6. На основании третьей или четвертой теории прочности для опасного сечения определяется расчетный (эквивалентный) момент по формулам:

$$M_{\text{р}}^{\text{III}} = \sqrt{T^2 + M_{\text{и}}^2}; \quad M_{\text{р}}^{\text{IV}} = \sqrt{M_{\text{и}}^2 + 0{,}75T^2}. \tag{6.15}$$

7. Определяется диаметр сечения вала на основании условия прочности:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\text{Р}}}{W_z} \le \sigma_{\text{adm}}, \tag{6.16}$$

где $W_z = \dfrac{J_z}{d/2} = \pi \dfrac{d^4/64}{d/2} = \dfrac{\pi d^3}{32}$ – момент сопротивления поперечного сечения вала изгибу.

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{Р}}}{\pi\sigma_{\text{adm}}}}. \tag{6.17}$$

Величина диаметра округляется до ближайшего целого.

Пример 6.4.

Шкив с диаметром D_1 и с углом наклона ветвей ремня к горизонту α_1 делает n оборотов в минуту и передает мощность N. Два других шкива имеют одинаковый диаметр D_2 и одинаковые углы наклона ветвей ремня к горизонту α_2 и, каждый из них передает мощность $N/2$ (рис. 6.8).

Требуется:

1. Определить моменты, приложенные к шкивам, по заданным N и n ;

2. Построить эпюру крутящих моментов T;

3. Определить окружные усилия t_1 и t_2 действующие на шкивы, по данным моментам и заданным диаметрам шкивов D_1 и D_2;

4. Принять $t_1 = 2 \cdot t_2$;

5. Определить силы, изгибающие вал в горизонтальной и вертикальной плоскостях (вес шкивов и вала не учитывать);

6. Построить эпюры изгибающих моментов от горизонтальных и вертикальных сил $M_{\text{верт.}}$, $M_{\text{гор.}}$;

7. Построить эпюры суммарных изгибающих моментов, пользуясь формулой $M_{\text{и}} = \sqrt{M_{\text{гор}}{}^2 + M_{\text{верт}}{}^2}$;

8. При помощи эпюр T и $M_{\text{и}}$ найти опасное сечение и определить максимальный расчетный момент (по третьей теории прочности);

9. Подобрать диаметр вала d при $\sigma_{adm} = 70$ МПа и округлить его значение.

Решение.

1. Определяем крутящие моменты:

$$T_1 = \frac{9{,}55 \cdot N_1}{650} = \frac{9{,}55 \cdot 90}{650} = 1{,}32 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$T_2 = \frac{9{,}55 \cdot N_2}{n} = \frac{9{,}55 \cdot 45}{650} = 0{,}66 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

2. Строим эпюру крутящих моментов (см. рис. 6.8).

3. Определяем усилия натяжения в ветвях ремней:

$$t_1 = \frac{2 \cdot T_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 1{,}32}{1} = 2{,}64 \text{ кН}; \quad t_2 = \frac{2 \cdot T_2}{D_2} = \frac{2 \cdot 0{,}66}{0{,}6} = 2{,}2 \text{ кН}.$$

4. Определяем изгибающие нагрузки:

$$S_1 = t_1 + 2 \cdot t_2 = 7{,}92 \text{ кН}; \quad S_2 = t_2 + 2 \cdot t_2 = 6{,}60 \text{ кН}.$$

5. Определяем изгибающие нагрузки в вертикальной плоскости и реакции от этих нагрузок:

$$S_1^y = S_1 \cdot \sin\alpha_1 = 7{,}92 \cdot \sin 75^\circ = 7{,}92 \cdot 0{,}9659 = 7{,}65 \text{ кН};$$

$$S_2^y = S_2 \cdot \sin\alpha_2 = 6{,}6 \cdot \sin 80^\circ = 6{,}6 \cdot 0{,}9848 = 6{,}49 \text{ кН}.$$

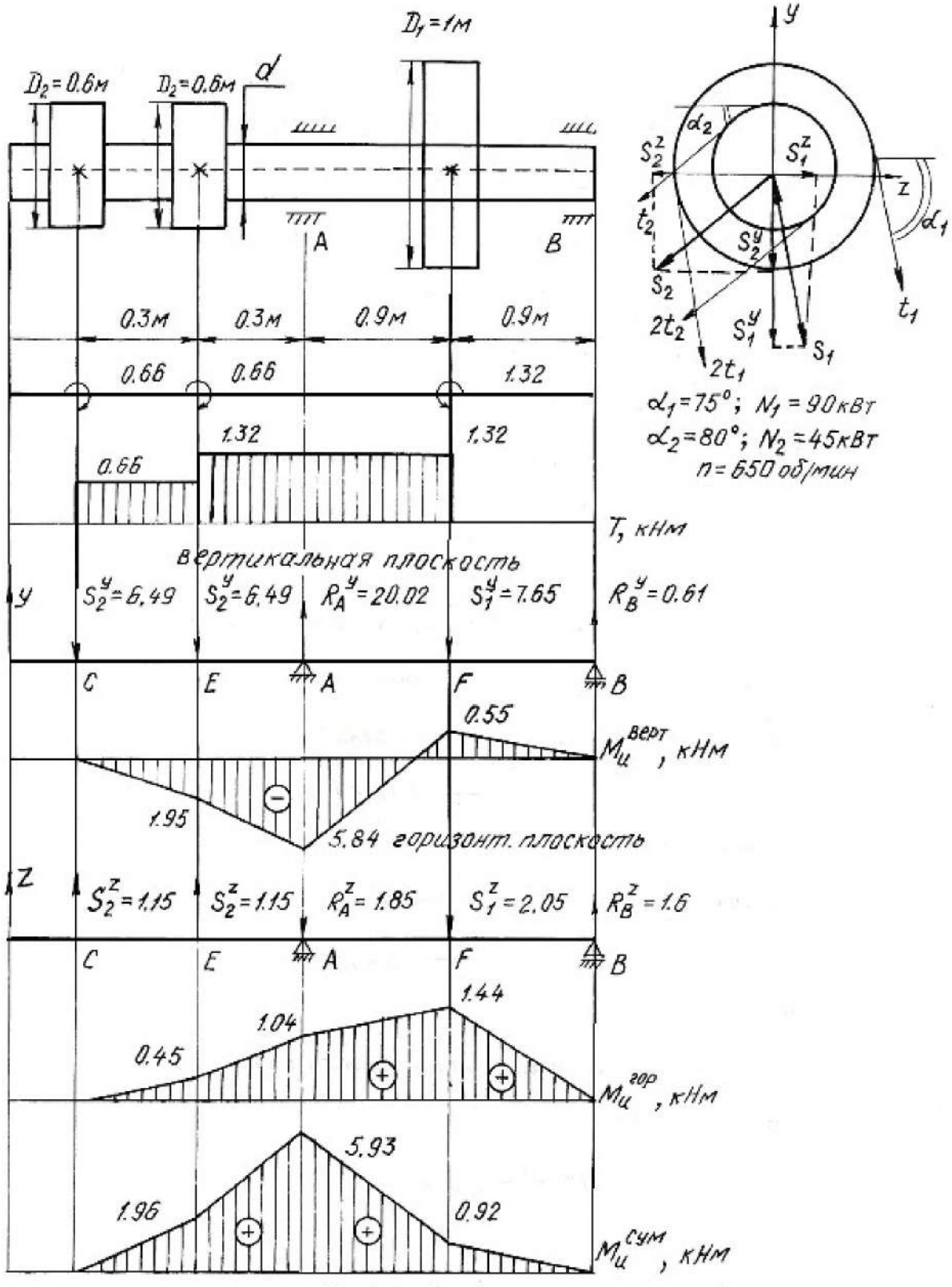

D1=1м
D2=0.6м
D2=0.6м
d
A
B
0.3м
0.3м
0.9м
0.9м
0.66
0.66
1.32
1.32
1.32
0.66
T, кНм
вертикальная плоскость
y
S2y=6.49
S2y=6.49
RAy=20.02
S1y=7.65
RBy=0.61
C
E
A
F
B
0.55
Mцверт, кНм
1.95
5.84 горизонт. плоскость
z
S2z=1.15
S2z=1.15
RAz=1.85
S1z=2.05
RBz=1.6
C
E
A
F
B
1.44
1.04
0.45
Mцгор, кНм
5.93
1.96
0.92
Mцсум, кНм
y
α2
S2z
S1z
z
α1
t2
S2y
S2
t1
2t2
S1y
S1
2t1
α1=75°; N1=90кВт
α2=80°; N2=45кВт
n=650 об/мин

Рис. 6.8.

$$\sum M_A = 0; \quad S_2^y \cdot 0,6 - S_1^y \cdot 0,9 + R_B^y \cdot 1,8 + S_2^y \cdot 0,3 = 0;$$

$$6,49 \cdot 0,6 + 6,49 \cdot 0,3 - 7,65 \cdot 0,9 + R_B^y \cdot 1,8 = 0;$$

$$R_B^y = 0,61 \text{ кН}.$$

$$\sum M_B = 0; \; S_2^y \cdot 2,4 + S_2^y \cdot 2,1 - R_A^y \cdot 1,8 + S_1^y \cdot 0,9 = 0;$$

$$6,49 \cdot 2,4 + 6,49 \cdot 2,1 - R_A^y \cdot 1,8 + 7,65 \cdot 0,9 = 0;$$

$$R_A^y = 20,02 \text{ кН}.$$

$$\sum Y = 0; \quad -S_2^y - S_2^y + R_A^y - S_1^y + R_B^y = 0;$$

$$-6,49 - 6,49 + 20,02 - 7,65 + 0,61 = 0;$$

$$0 = 0.$$

Строим эпюру изгибающих моментов в вертикальной плоскости:

$$M_{\text{и}}^E = -6,49 \cdot 0,3 = -1,95 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{и}}^A = -6,49 \cdot 0,6 - 6,49 \cdot 0,3 = -5,84 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{и}}^F = R_B^y \cdot 0,9 = 0,61 \cdot 0,9 = 0,55 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

6. Определяем изгибающие нагрузки в горизонтальной плоскости и реакции от этих нагрузок:

$$S_1^z = S_1 \cdot \cos\alpha_1 = 7,92 \cdot \cos 75^\circ = 2,05 \text{ кН};$$

$$S_2^z = S_2 \cdot \cos\alpha_2 = 6,6 \cdot \cos 80^\circ = 1,15 \text{ кН}.$$

$$\sum M_A = 0;$$

$$S_2^z \cdot 0,6 - S_1^z \cdot 0,9 + R_B^z \cdot 1,8 - S_2^z \cdot 0,3 = 0;$$

$$R_B^z = 1,6 \text{ кН}.$$

$$\sum M_B = 0;$$

$$-S_2^z \cdot 2,4 - S_2^z \cdot 2,1 + R_A^z \cdot 1,8 + S_1^z \cdot 0,9 = 0;$$

$$R_A^z = 1,85 \text{ кН}.$$

$$\sum Z = 0; \quad S_2^z + S_2^z - R_A^z - S_1^z + R_B^z = 0;$$

$$1,15 + 1,15 - 1,85 - 2,05 + 1,6 = 0;$$

$$0 = 0.$$

Строим эпюру изгибающих моментов в горизонтальной плоскости:

$$M_{\text{и}}^{E} = 1{,}15 \cdot 0{,}3 = 0{,}45 \text{ кН} \cdot \text{м};$$
$$M_{\text{и}}^{A} = 1{,}15 \cdot 0{,}6 + 1{,}15 \cdot 0{,}3 = 1{,}04 \text{ кН} \cdot \text{м};$$
$$M_{\text{и}}^{F} = 1{,}6 \cdot 0{,}9 = 1{,}44 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

7. Строим эпюру суммарных изгибающих моментов:

$$M_{\text{и}}^{E} = \sqrt{1{,}95^2 + 0{,}45^2} = 1{,}96 \text{ кН} \cdot \text{м};$$
$$M_{\text{и}}^{A} = \sqrt{5{,}84^2 + 1{,}04^2} = 5{,}93 \text{ кН} \cdot \text{м};$$
$$M_{\text{и}}^{F} = \sqrt{0{,}55^2 + 1{,}44^2} = 0{,}92 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

8. Опасным сечением будет сечение A:

$$M_{\text{и}}^{A} = 5{,}93 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad T = 1{,}32 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Расчетный момент для сечения A:

$$M_{\text{р}}^{\text{III}} = \sqrt{5{,}93^2 + 1{,}32^2} = 6{,}08 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

9. Определяем диаметр сечения вала:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{р}}}{\pi\sigma_{\text{adm}}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 6{,}08 \cdot 10^{-3}}{3{,}14 \cdot 70}} = 0{,}096 \text{ м} = 96 \text{ мм}.$$

Принимаем диаметр вала d = 100 мм.

6.6. Задания для расчета на изгиб с кручением

Трансмиссионный вал делает n оборотов в минуту при мощности N. На шкив с диаметром D_1 с углом наклона ремней ветвей ремня к горизонту α_1 передается мощность N кВт от электродвигателя. Два других шкива имеют одинаковый диаметр D_2 и одинаковые углы α_2 наклона ветвей ремня к горизонту, и каждый из них передает мощность $0{,}5N$ на станки. Для заданной расчетной схемы и данных размеров и нагрузок требуется:

1) определить окружные моменты, приложенные к шкивам, по заданным величинам N и n;

2) построить эпюру крутящих моментов T;

3) определить окружные усилия, действующие на шкивы;

4) определить силы, изгибающие вал в горизонтальной и вертикальной плоскостях (вес шкива и вала не учитывать);

5) построить эпюры изгибающих моментов от горизонтальных сил $M_{\text{гор}}$ и от вертикальных сил $M_{\text{верт}}$;

6) построить эпюру суммарных изгибающих моментов;

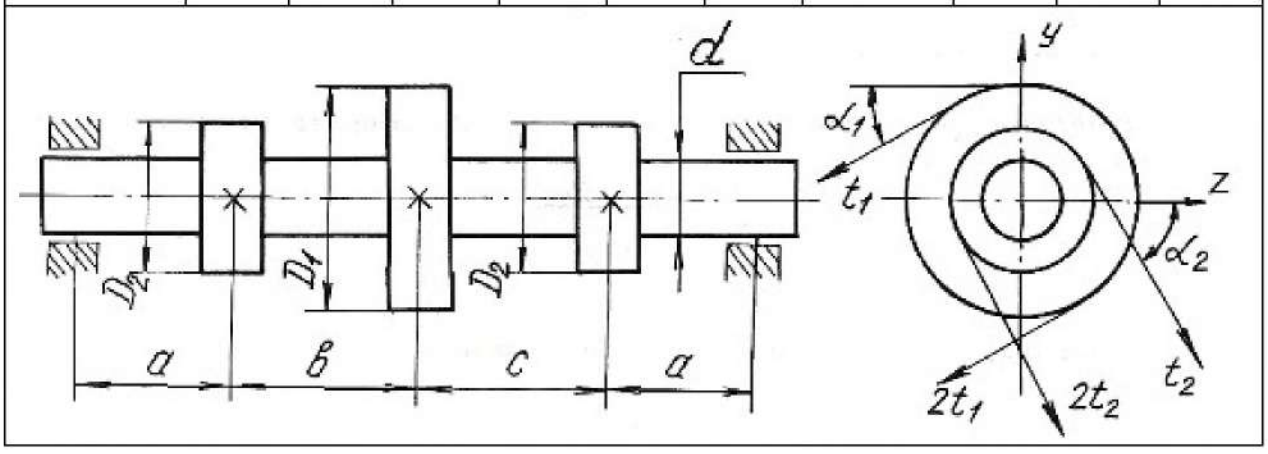
7) найти опасное сечение и определить величину максимально-расчетного момента по третьей теории прочности;

8) подобрать диаметр сечения вала при σ_{adm}=80 МПа.

Данные для расчета и схемы взять из табл. 6.6.

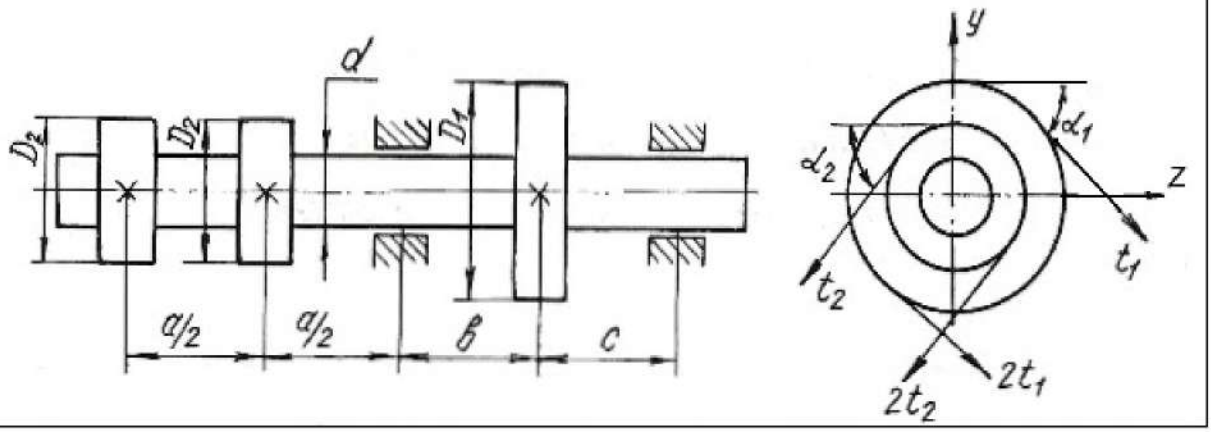
Таблица 6.6

Номер варианта	Числовые значения									
	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
1	1,00	0,30	45	40	30	15	250	0,50	1,00	1,00
2	0,80	0,40	15	10	40	20	200	0,50	1,30	1,20
3	1,00	0,40	30	35	30	15	250	0,40	1,25	2,00
4	1,20	0,50	60	55	50	25	200	0,40	1,00	2,50
5	1,40	0,40	45	45	60	30	300	0,60	1,20	1,80



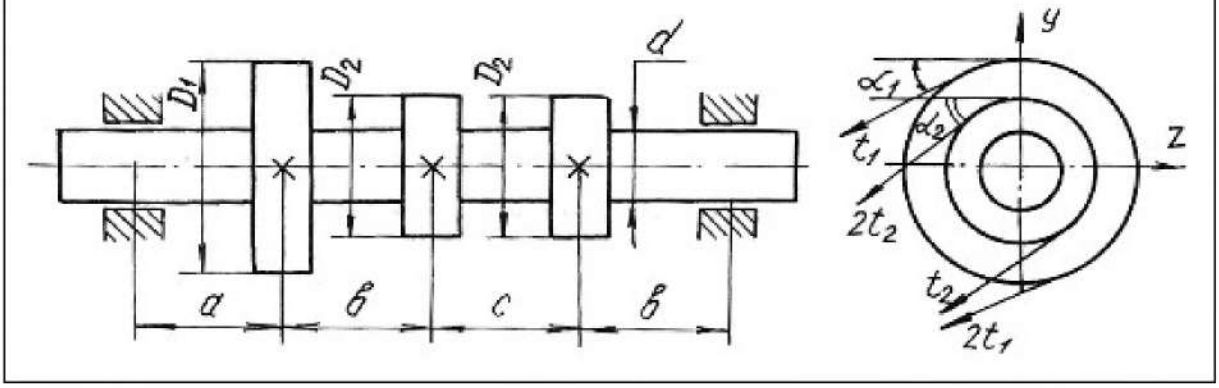
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
6	1,00	0,30	45	40	70	35	400	0,70	1,20	1,30
7	0,90	0,60	55	50	75	38	400	0,50	1,00	1,00
8	1,00	0,70	60	35	80	40	500	0,60	1,00	1,10
9	1,20	0,80	65	30	85	42	550	0,70	1,10	1,20
10	1,20	0,90	70	45	90	45	600	0,70	1,00	1,00



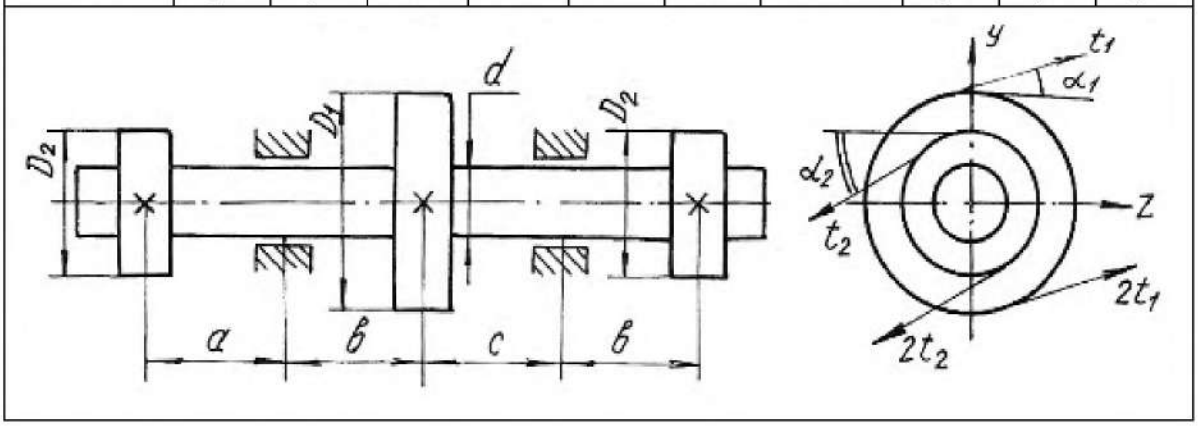
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
11	1,00	0,60	75	80	90	45	650	0,60	0,90	0,90
12	1,20	0,80	80	75	100	50	700	0,50	1,00	1,00
13	1,20	0,70	85	30	110	55	750	0,60	1,10	1,20
14	1,20	0,60	30	85	120	60	800	0,50	1,00	1,00
15	1,00	0,80	35	40	130	65	360	0,60	1,20	1,00



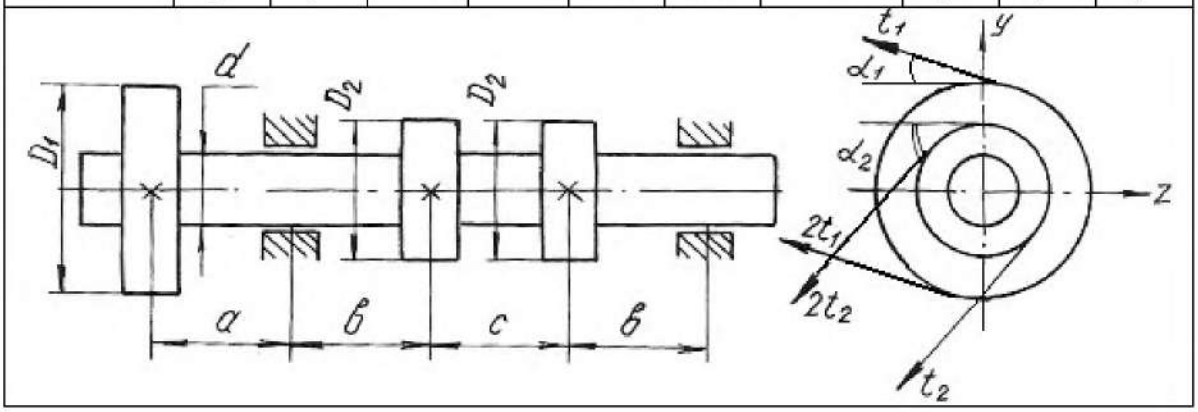
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
16	1,20	0,60	40	35	140	70	400	0,50	1,00	1,00
17	1,40	0,70	45	50	150	75	450	0,50	0,50	1,00
18	1,20	0,60	50	45	160	80	500	0,60	1,00	1,00
19	1,20	0,70	60	65	170	85	550	0,50	0,90	0,90
20	1,00	0,60	65	60	180	90	600	0,60	1,00	0,90



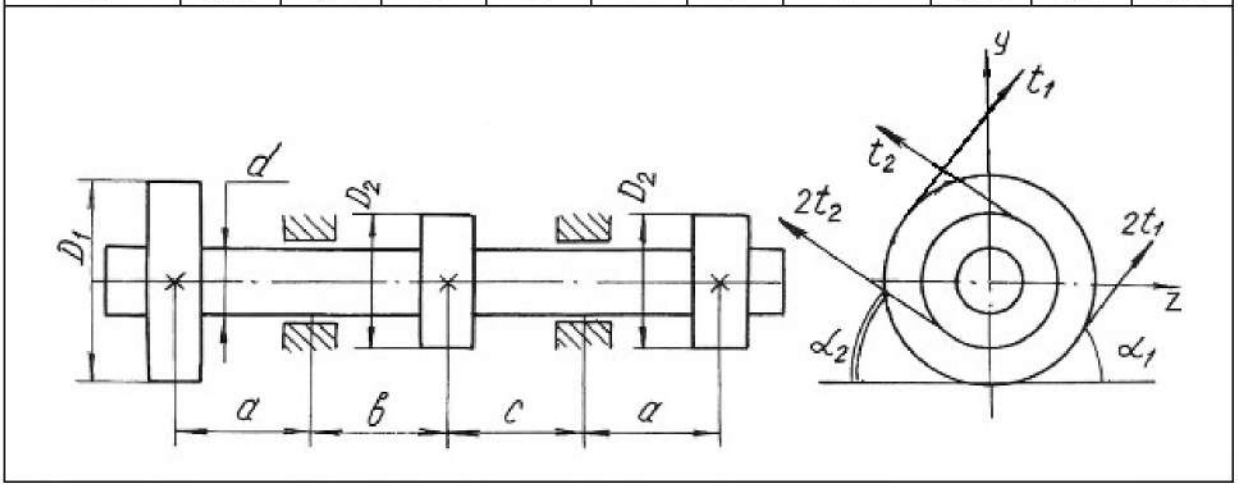
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
21	1,20	0,80	15	25	30	15	250	1,00	0,80	1,20
22	1,00	0,60	25	15	40	20	280	1,20	1,20	1,30
23	0,80	0,50	30	45	50	25	300	1,30	1,30	1,40
24	1,00	0,65	45	60	60	30	450	1,25	1,40	1,50
25	1,20	0,75	60	30	70	35	500	1,40	1,00	1,60



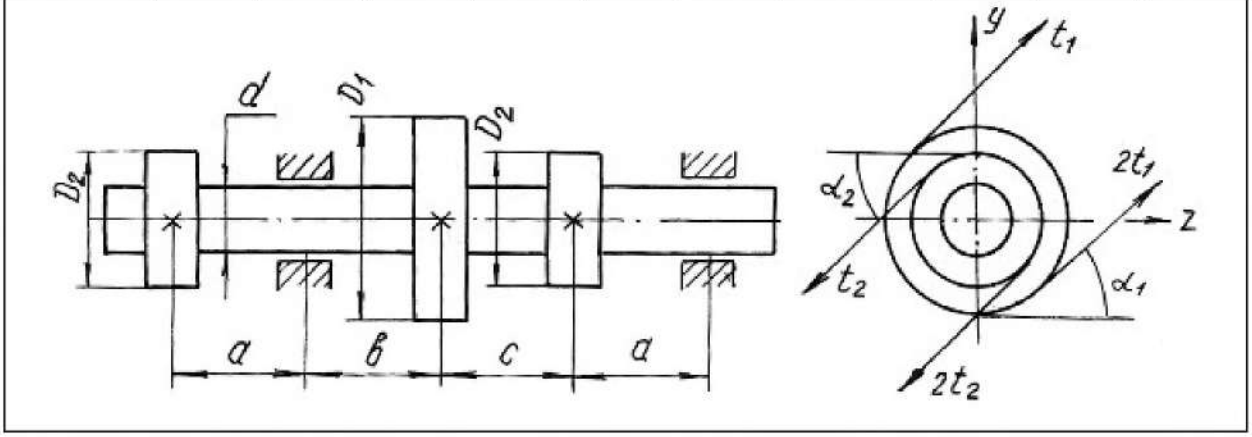
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
26	1,20	0,80	75	15	60	30	500	1,20	1,20	1,40
27	1,00	0,90	30	45	64	32	550	1,00	0,80	1,00
28	0,90	0,80	35	55	70	35	600	0,60	1,00	0,90
29	0,80	0,70	40	50	74	37	650	0,60	0,90	0,80
30	1,10	0,75	55	65	80	40	700	0,80	1,00	0,65



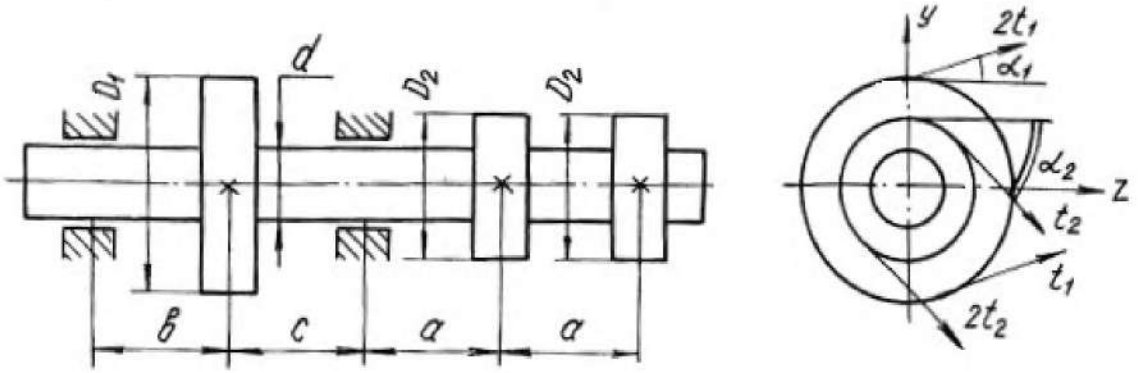
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
31	1,10	0,75	45	45	170	85	500	1,00	0,90	1,10
32	1,20	0,90	60	30	90	45	400	0,90	1,00	0,80
33	0,90	0,70	75	15	95	47	450	0,80	0,90	1,00
34	1,00	0,80	30	45	100	50	500	1,00	1,20	0,90
35	1,20	0,90	25	15	110	55	550	0,90	1,00	1,20



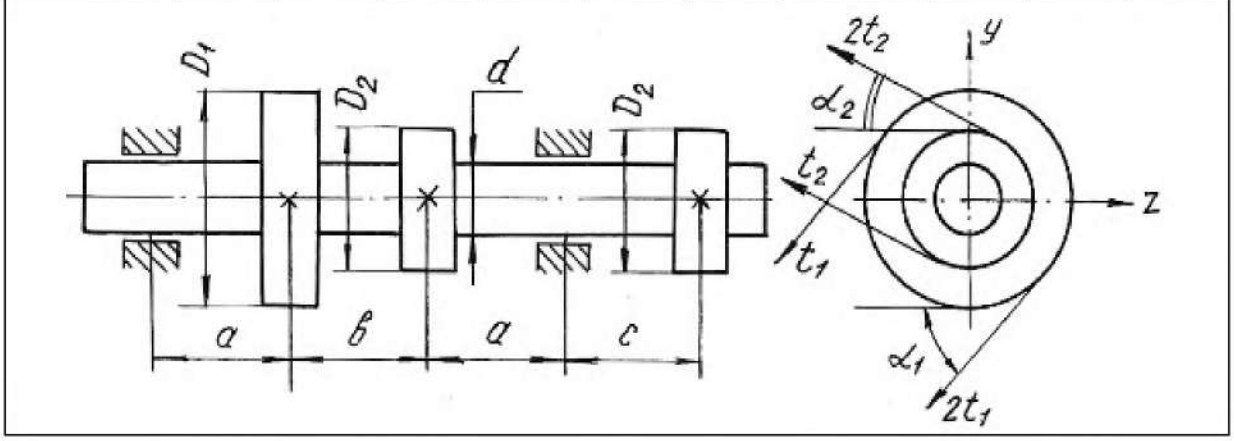
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
36	1,00	0,80	30	20	120	60	600	0,80	1,20	0,90
37	1,20	0,90	35	45	130	65	650	1,00	0,80	0,90
38	1,10	0,80	60	50	140	70	700	0,90	1,00	0,90
39	1,00	0,70	75	15	150	75	300	0,80	1,00	0,70
40	1,00	0,60	60	40	160	80	300	1,00	1,20	1,30



Окончание табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
41	1,00	0,40	40	20	40	20	200	0,50	1,00	0,40
42	0,80	0,50	45	25	50	25	250	0,40	1,10	0,50
43	1,00	0,60	50	30	60	30	300	0,60	0,90	0,40
44	1,20	0,80	55	35	70	35	200	0,40	1,00	0,60
45	1,10	0,50	60	40	80	40	350	0,70	1,20	0,70



Глава 7

УСТОЙЧИВОСТЬ ГИБКИХ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

Стержни, длина которых относительно невелика по сравнению с их поперечными размерами, рассчитываются на сжатие, исходя из условия прочности:

$$\frac{F}{A} \le \sigma_{adm}.$$

При этом полагается, что вплоть до разрушения стержень работает на осевое сжатие и продольная ось его остаётся прямолинейной.

Иная картина наблюдается при сжатии стержней, длина которых значительно больше размеров поперечного сечения. В этих случаях прямолинейная продольная ось стержней может искривляться. Искривление происходит в плоскости наименьшей жесткости стержня.

Деформация, которая возникает при сжатии стерня и сопровождается искривлением продольной оси стержня, называется продольным изгибом, а переход прямолинейной формы продольной оси стержня в криволинейную носит название потери устойчивости. Нагрузка, при которой стержень теряет устойчивость, называется критической силой F_{cr}.

Напряжение, возникающее в поперечном сечении стержня от критической силы, называется критическим напряжением σ_{cr}.

Критические напряжения весьма опасны для сжатых стержней, поэтому необходимо проводить расчёты на устойчивость.

Для стержней, закрепленных на одной или двух опорах, величина критической силы может быть определена по формуле Эйлера:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E J_{\min}}{(\mu l)^2}, \qquad (7.1)$$

где E – модуль продольной упругости материала; $J_{\min}$ – минимальный осевой момент инерции поперечного сечения стержня; l – длина стержня; μ – коэффициент приведенной длины стержня, отражающий способ закрепления концов стержня (рис. 7.1); μl – приведенная длина стержня.

Критические напряжения

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \qquad (7.2)$$

где λ – гибкость стержня

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}, \tag{7.3}$$

где $i_{\min}$ – минимальный радиус инерции поперечного сечения стержня

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}}, \tag{7.4}$$

Формула Эйлера применима для стержней с гибкостью более гибкости, предельной для данного материала стержня

$$\lambda_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{pr}}}, \tag{7.5}$$

где σ_{pr} – предел пропорциональности материала стержня (напряжение, при котором сохраняется прямая пропорциональность между σ и ε).

Для расчёта сжатых стержней любой гибкости применяется способ, основанный на применении коэффициентов φ. Этот способ расчёта сжатых стержней на устойчивость сводится к расчёту стержня как бы на простое сжатие, только по заниженному допускаемому напряжению с использованием формулы:

$$\sigma^{\text{у}}_{\text{adm}} = \varphi\, \sigma_{\text{adm}}, \tag{7.6}$$

где $\sigma^{\text{у}}_{\text{adm}}$ – допускаемое напряжение при расчете на устойчивость; φ – коэффициент продольного изгиба (коэффициент понижения основного допускаемого напряжения σ_{adm} на простое сжатие), значения коэффициентов φ для различных материалов приведены в табл. 7.1.

Величина допускаемой нагрузки на устойчивость $F^{\text{у}}_{\text{adm}}$ сжатого стержня соответственно будет равна

$$F^{\text{у}}_{\text{adm}} = \sigma^{\text{у}}_{\text{adm}} A = \varphi \sigma_{\text{adm}} A, \tag{7.7}$$

где A – площадь поперечного сечения сжатого стержня.

Между критической и допускаемой нагрузкой на устойчивость существует следующая связь

$$F_{cr} = K_{\text{у}} F^{\text{у}}_{\text{adm}}, \tag{7.8}$$

где $K_{\text{у}}$ – коэффициент запаса на устойчивость.

Таблица 7.1

Гибкость, λ	Значение коэффициента φ				
	Материал				
	Ст. 4, Ст. 3	Ст. 5	Ст. СПБ	чугун	дерево
0	1	1	1	1	1
10	0,99	0,98	0,97	0,97	0,99
20	0,96	0,95	0,95	0,95	0,97
30	0,94	0,92	0,91	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,87	0,69	0,87
50	0,89	0,86	0,83	0,57	0,8
60	0,86	0,82	0,79	0,44	0,71
70	0,81	0,76	0,72	0,34	0,6
80	0,75	0,7	0,65	0,26	0,48
90	0,69	0,62	0,55	0,2	0,38
100	0,6	0,51	0,43	0,16	0,31
110	0,52	0,43	0,35	–	0,25
120	0,45	0,36	0,3	–	0,22
130	0,4	0,33	0,26	–	0,18
140	0,36	0,29	0,23	–	0,16
150	0,32	0,26	0,21	–	0,14
160	0,29	0,24	0,19	–	0,12
170	0,26	0,21	0,17	–	0,11
180	0,23	0,19	0,15	–	0,1
190	0,21	0,17	0,14	–	0,09
200	0,19	0,16	0,13	–	0,08

В зависимости от исходных данных для расчета на устойчивость решение сводится к определению допускаемой нагрузки F_{adm}^{y} из условий устойчивости сжатого стержня или к подбору площади поперечного сечения сжатого стержня.

Рассмотрим возможные варианты решения на устойчивость сжатых стержней с помощью коэффициента φ на следующих примерах.

Пример 7.1.

Определить допускаемую нагрузку для стойки, изготовленной из Ст. 3 в виде трубы с наружным диаметром $d_1 = 0{,}04$ м и внутренним $d_2 = 0{,}03$ м, длиной $l = 1$ м. Концы стойки защемлены. Допускаемое напряжение для материала стержня $\sigma_{adm} = 120$ МПа, предел пропорциональности материала $\sigma_{pr} = 200$ МПа. Коэффициент запаса на устойчивость $K_y = 2$. Модуль продольной упругости материала $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па.

Решение.

Выявим возможность решения данной задачи с помощью формулы Эйлера. Для этого находим предельную гибкость для данного материала стойки

$$\lambda_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{pr}}} = \sqrt{\frac{3{,}14^2 \cdot 2 \cdot 10^{11}}{200 \cdot 10^6}} = 99{,}5.$$

Для определения действительной гибкости данной стойки находим минимальный момент инерции поперечного сечения

$$J_{\min} = \frac{\pi}{64}(d_1^4 - d_2^4) = \frac{3{,}14}{64}(0{,}04^4 - 0{,}03^4) = 8{,}586 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

Площадь сечения

$$A = \frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_2^2) = \frac{3{,}14}{4}(0{,}04^2 - 0{,}03^2) = 5{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Минимальный радиус инерции

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{8{,}586 \cdot 10^{-8}}{5{,}5 \cdot 10^{-4}}} = 1{,}25 \cdot 10^{-2} \text{м}.$$

Тогда гибкость стойки при $\mu = 0{,}5$

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{0{,}5 \cdot 1}{1{,}25 \cdot 10^{-2}} = 40.$$

Сравнивая полученные значения гибкостей, приходим к выводу, что расчет с помощью формулы Эйлера в данном случае не применим, так как $\lambda < \lambda_{\text{кр}}$.

Расчет производим с помощью коэффициента φ. Для данной стальной стойки при $\lambda = 40$ коэффициент $\varphi = 0{,}92$.

Найдем допускаемое напряжение на устойчивость

$$\sigma_{\text{adm}}^{\text{y}} = \varphi\sigma_{\text{adm}} = 0{,}92 \cdot 120 = 110{,}4 \text{ МПа},$$

а допускаемая нагрузка на устойчивость

$$F_{\text{adm}}^{\text{y}} = \sigma_{\text{adm}}^{\text{y}} A = 110{,}4 \cdot 10^6 \cdot 5{,}5 \cdot 10^{-4} = 60{,}72 \cdot 10^3 \text{ Н} = 60{,}72 \text{ кН}.$$

Критическая нагрузка

$$F_{cr} = K_{\text{y}} F_{\text{adm}}^{\text{y}} = 2 \cdot 60{,}72 = 121{,}44 \text{ кН}.$$

Пример 7.2.

Подобрать двутавровое сечение стойки с одним защемленным, а другим свободным концом. Осевая сжимающая сила $F = 400$ кН, длина стойки $l = 1,5$ м. Основное допускаемое напряжение на сжатие $\sigma_{adm} = 160$ МПа.

Решение.

Решаем задачу методом последовательных приближений. Примем для первого приближения коэффициент $\varphi_1 = 0,5$. В этом случае необходимая площадь поперечного сечения стойки:

$$A_1 \geq \frac{F}{\varphi_1 \sigma_{adm}} = \frac{400 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 160 \cdot 10^6} = 50 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

По сортаменту выбираем двутавр № 33 (см. табл. П. 1) с площадью $A_2 = 53,8 \cdot 10^{-4}$ м^2 и минимальным радиусом инерции $i_{min_1} = 2,79 \cdot 10^{-2}$ м.

Соответствующая гибкость стойки при коэффициенте $\mu = 2$

$$\lambda_1 = \frac{\mu l}{i_{min_1}} = \frac{2 \cdot 1,5}{2,79 \cdot 10^{-2}} = 107.$$

С помощью линейной интерполяции находим коэффициент φ_2 между его значениями по табл. 7.1 при $\lambda = 100$ и при $\lambda = 110$. При $\lambda = 100$, $\varphi = 0,60$; при $\lambda = 110$, $\varphi = 0,52$, следовательно, $\Delta\lambda = 10$, $\Delta\varphi = 0,08$:

$$\varphi_2 = \varphi_{\lambda=100} - \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda}\left[(\lambda=107) - (\lambda=100)\right] = 0,544.$$

Следовательно, при $\lambda = 107$ коэффициент $\varphi_2 = 0,544$.

Проводим проверку по условию

$$F_{\text{расч}_1} = \varphi_2 A_2 \sigma_{adm} = F \pm 5\ \%,$$

в нашем случае $F_{\text{расч}_1} = 0,544 \cdot 53,8 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 = 468270$ Н $= 468,27$ кН $> F$.

Находим величину расхождения между заданной и расчетной нагрузками

$$\delta = \frac{468,27 - 400}{400} 100 = 17\ \% > 5\ \%.$$

Делаем новый расчет (приближение)

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \frac{0,5 + 0,544}{2} = 0,522.$$

Необходимая площадь поперечного сечения

$$A_3 = \frac{F}{\varphi_3 \sigma_{adm}} = \frac{400 \cdot 10^3}{0,522 \cdot 160 \cdot 10^6} = 48 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

По сортаменту проката найденной площади соответствует двутавр № 30а (см. табл. П. 1) площадью сечения $A_4 = 49,9 \cdot 10^{-4}$ м^2 и $i_{\min_2} = 2,95 \cdot 10^{-2}$ м. Тогда гибкость

$$\lambda_2 = \frac{\mu l}{i_{\min_2}} = \frac{2 \cdot 1,5}{2,95 \cdot 10^{-2}} = 101,7 \approx 102.$$

После интерполяции получаем

$$\varphi_4 = 0,6 - \frac{0,08}{10}(102 - 100) = 0,584.$$

Проводим проверку

$$F_{\text{расч}_2} = 0,584 \cdot 49,9 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 = 466265 \text{ Н} = 466,265 \text{ кН} > F.$$

Величина расхождения между заданной и расчетной нагрузками составляет:

$$\delta = \frac{466,265 - 400}{400} 100 = 16,6\ \% > 5\ \%.$$

Проверяем двутавр № 30 площадью сечения $A_5 = 46,5 \cdot 10^{-4}$ м^2, $i_{\min_3} = 2,69 \cdot 10^{-2}$ м.

Гибкость $\lambda_3 = \frac{2 \cdot 1,5}{2,69 \cdot 10^{-2}} \approx 112.$

Коэффициент φ_5 находим линейной интерполяцией между значениями $\lambda = 110$ и $\lambda = 120$. Получим $\varphi_5 = 0,506$.

Проверка

$F_{\text{расч}_3} = \varphi_5 A_5 \sigma_{adm} = 0,506 \cdot 46,5 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 = 376500$ Н $= 376,5$ кН.

Величина расхождения между заданной и расчетной нагрузками составляет

$$\delta = \frac{400 - 376,5}{400} 100 = 5,87\ \% > 5\ \%.$$

Следовательно, из трех рассмотренных номеров двутавров к практическому применению необходимо принять двутавр № 30а с площадью поперечного сечения $A = 49{,}9 \cdot 10^{-4}$ м^2, так как нагрузка, которую воспринимает двутавр № 30 меньше заданной нагрузки более чем 5 %.

7.1. Задания для расчета стержней на устойчивость

Подобрать поперечное сечение заданного профиля гибкого стержня при действии осевой сжимающей силы. Решение выполнить методом последовательных приближений с помощью коэффициентов φ. Допускаемые напряжения для материалов стержней на сжатие принять: для стали $\sigma_{adm} = 160$ МПа; для чугуна $\sigma_{adm} = 130$ МПа; для дерева $\sigma_{adm} = 10$ МПа.

Данные для расчетов взять из рис. 7.1, табл. 7.2 и П. 1.

Примечания:

1. Для сечения прямоугольного профиля принять соотношение между размерами как $b:h = 1:2$.

2. Для кольцеобразного сечения принять соотношение между внутренним и наружным диаметрами как $d/D = 0{,}85$.

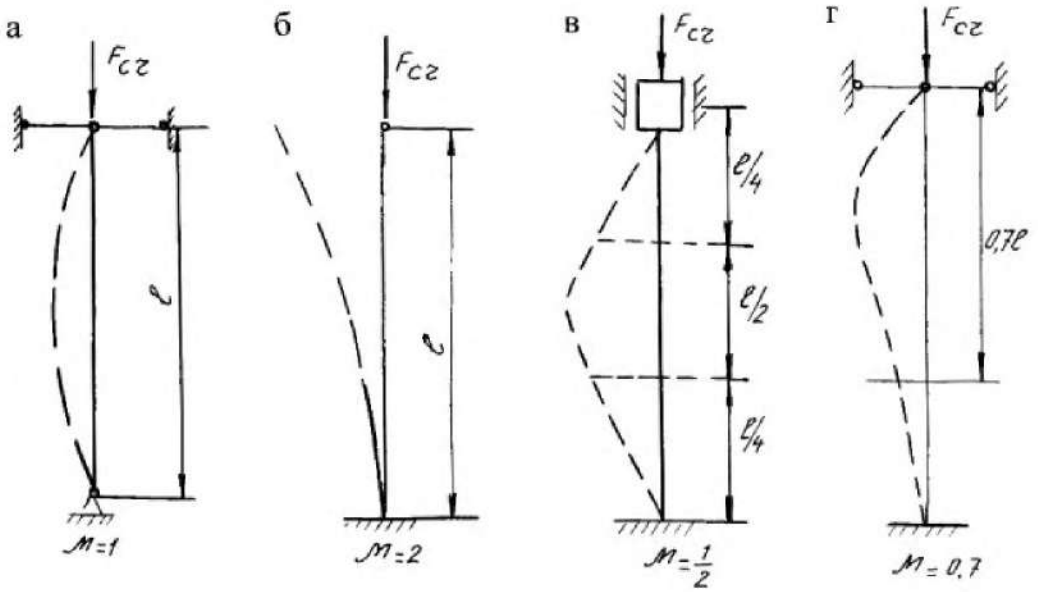
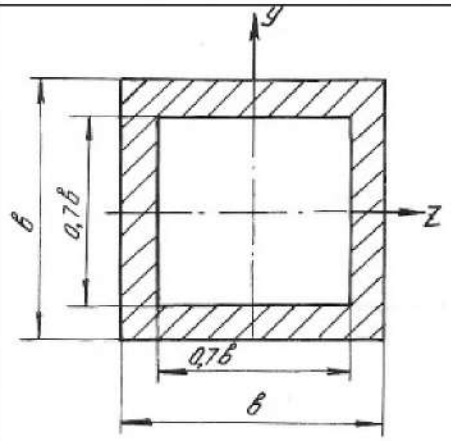
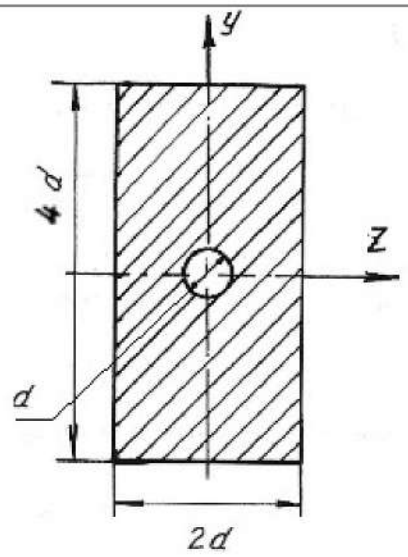
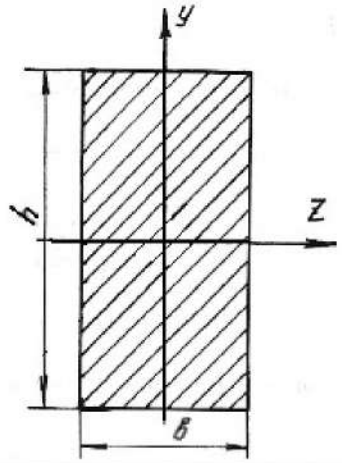
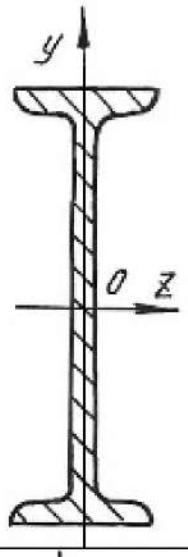
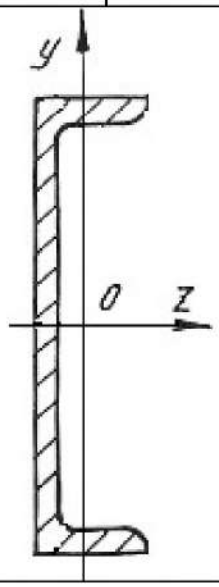


Рис. 7.1.

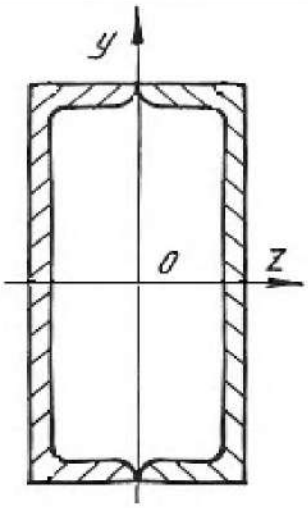
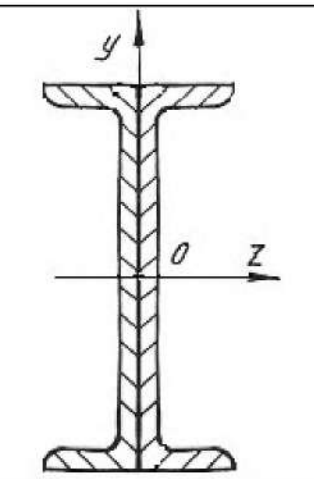
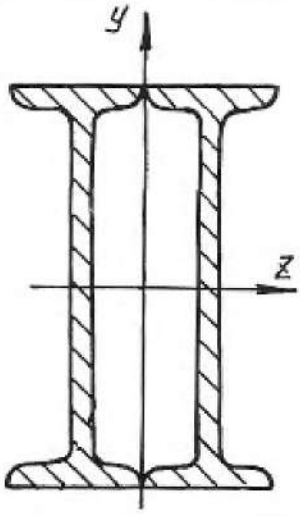
Таблица 7.2

Номер варианта	Схема поперечного сечения	Материал	Способ закрепления	Длина стержня, м	Сжимающая нагрузка, кН
1		Дерево	а б в г	3 4 4 1,6	90 120 150 60
2		Дерево	а б в г	3,6 5 5 2	140 250 400 180
3		Чугун	а б в г	5,2 4,8 4,5 2,8	600 800 900 700

Продолжение табл. 7.2

Номер варианта	Схема поперечного сечения	Материал	Способ закрепления	Длина стержня, м	Сжимающая нагрузка, кН
4		Чугун	а б в г	4,6 3,8 4,2 3,2	850 600 700 900
5		Сталь 5	а б в г	3,2 3,6 8 2,4	380 700 800 600
6		Сталь 3	а б в г	3,6 4,5 5 2,2	280 650 450 250

Окончание табл. 7.2

Номер варианта	Схема поперечного сечения	Материал	Способ закрепления	Длина стержня, м	Сжимающая нагрузка, кН
7		Сталь 3	а б в г	3 4 5,5 4,8	300 400 250 350
8		Сталь 3	а б в г	5,5 6,6 7 3,5	960 500 800 750
9		Сталь 3	а б в г	3 7 6 4	930 740 830 980

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ Б1.В.04 ГИДРОМЕХАНИКА

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Технологическая безопасность и горноспасательное дело

Авторы: Двинин Л.А., доцент, к.т.н., Двинина Л. Б., доцент, к.т.н.

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрена методической комиссией
Технической механики	Горно-механического факультета
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____ *(подпись)*	Председатель _____ *(подпись)*
Таугер В.М.	Осипов П.А.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 2 от 09.10.2020	Протокол № 2 от 14.10.2020
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

Методические указания адресованы студентам, обучающимся по направлению подготовки 21.05.04 Горное дело, и призваны обеспечить эффективную самостоятельную работу по курсу «ГИДРОМЕХАНИКА».

Форма контроля самостоятельной работы студентов – проверка на практическом занятии, контрольные работы, зачет.

ФОРМЫ И СОДЕРЖАНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Расчетно-графическая работа

Расчетно-графические работы выполняются по методической литературе, изданной кафедрой:

Часс С. И. [Текст]: Гидромеханика. Сборник задач. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010. – 145 с.

Часс С. И. [Текст]: Гидравлика. Гидромеханика. Сборник задач и контрольных заданий. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2009. – 137 с.

Номера вариантов берутся по номеру в списке группы или назначаются преподавателем, номера заданий берутся по таблице.

Методические рекомендации для решения задач и примеры для самостоятельного решения приведены в учебных пособиях:

Бебенина Т.П: Гидромеханика: Конспект лекций. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2016. – 224 с.

Часс С. И.: Гидравлика, гидромеханика. Механика жидкости и газа. Учебное пособие. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. – 215 с.

Тематика расчетно-графических работ:

1. Определение давления в точке жидкости, приборы для измерения давления. Гидростатический закон распределения давления, закон Паскаля.
2. Аналитический метод и графоаналитический метод определения силы на плоские поверхности.
3. Определение силы давления на криволинейные поверхности, закон Архимеда.
4. Ламинарный и турбулентный режимы движения, гидравлические сопротивления, расчет простых коротких трубопроводов.
5. Элементы расчетов сложных трубопроводных систем.

Для подготовки к практическим занятиям преподаватель может привлекать дополнительную литературу, а также раздаточный материал.

Подготовка к контрольной работе проводится студентом самостоятельно в рамках часов, выделенных на самостоятельную работу в учебном плане.

Контрольная работа № 1

1.Дать понятие вязкости жидкости. Представить коэффициенты, характеризующие вязкость жидкости, единицы измерения коэффициентов. Записать закон Ньютона.

2.Представить давление p=720 мм рт. ст. в единицах измерения системы СИ.

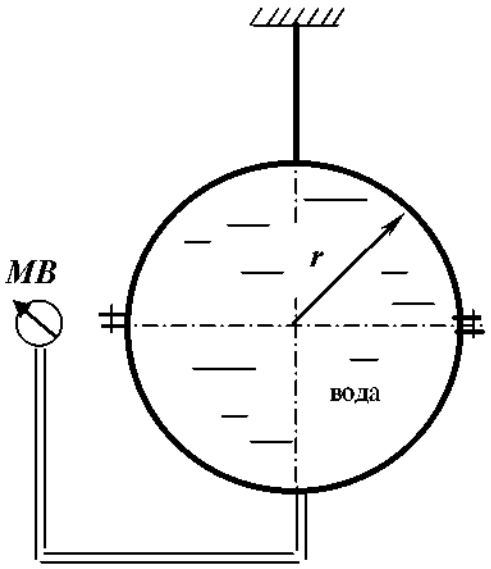
3.Определить какое давление – манометрическое или вакуум – показывает мановакуумметр, если абсолютное давление в измеряемой области равно 68 кПа. Величину давления представить в барах.

4.Определить давление в резервуаре, заполненном водой, на глубине h = 1,2 м, если избыточное давление на поверхности жидкости $p_{изб}$=62 кПа.

5.Сформулировать закон Архимеда.

Задача

Шаровой сосуд радиусом r = 0,4 м, заполненный водой, висит на тяге, прикрепленной к его верхней половине. Найти давление в центре сосуда (показание пружинного мановакуумметра ***МВ***), при котором нижнюю половину сосуда, имеющую силу тяжести G =1500 Н, можно не закреплять. Каким должно быть показание прибора, если силу тяжести не учитывать?



Контрольная работа № 2

1.Записать формулу связи коэффициентов вязкости: динамического μ и кинематического ν.

2.Представить давление p = 1,2 ат в единицах измерения системы СИ.

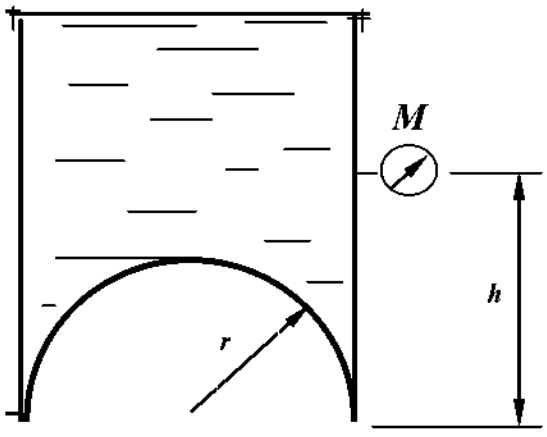
3.Определить абсолютное давление в резервуаре, заполненном воздухом, если показание вакуумметра, установленного на резервуаре, равно $p_{вак}$=0,6 ат.

4.Определить каким будет показание манометра (в бар), установленного на глубине h =1,2 м открытого резервуара, заполненного бензином. Плотность бензина $\rho_б$= 700 кг/м^3.

5.Записать дифференциальные уравнения равновесия жидкости.

Задача

Определить силу давления воды на полусферическое дно резервуара радиуса r = 1 м, если показание манометра M, установленного на расстоянии h = 1,3 м, равняется $p_{ман}$= 0,2 бар.



Контрольная работа № 3.

1.Дать понятие физического свойства жидкости ***сжимаемость.***
Привести формулу коэффициента объемного сжатия.

2.Представить давление p = 196 кПа в атмосферах технических (ат).

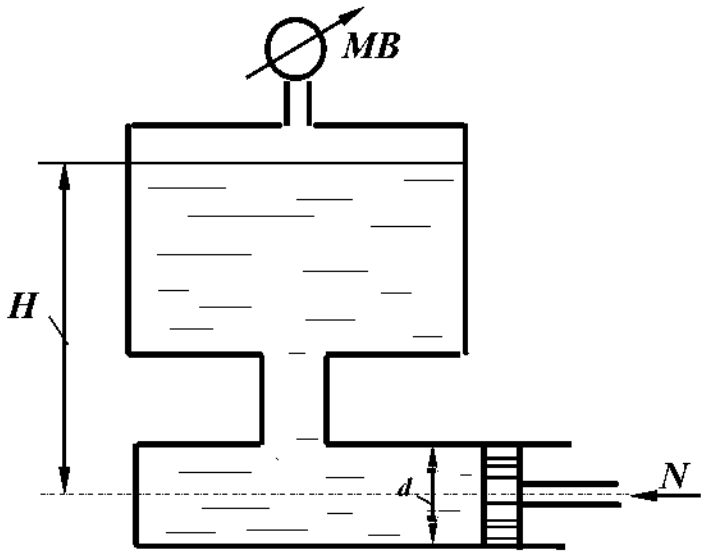
3.Манометрическое давление в измеряемой области равно $p_{ман}$ = 32 кПа. Записать величину абсолютного давления в области измерения.

4.Избыточное давление на поверхности масла в закрытом резервуаре равно $p_{изб}$= 0,13 ат. На какой глубине h установлен манометр, если его показание равно $p_{ман}$= 0,31 ат; плотность масла $\rho_м$= 900 кг/м^3.

5.Записать гидростатический закон распределения давления.

Задача

Определить усилие N, которое надо приложить к штоку поршня для удержания его на месте, если показание мановакуумметра $p_{мв}$= 0,5 ати, диаметр штока d = 100 мм, высота уровня масла над осью штока H = 1,5 м, плотность масла $\rho_м$ = 800 кг/м^3.



Контрольная работа № 4

1.Дать понятие физического явления ***кавитация***.
2.Представить давление p = 500 мм рт.ст. в единицах измерения системы СИ.

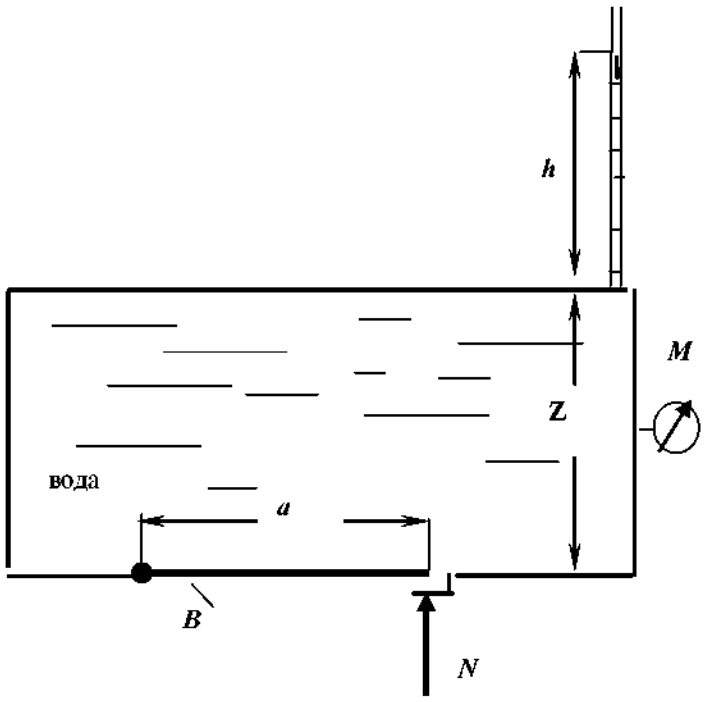
3.Вакуумметрическое давление в измеряемой области равно $p_{вак}$=38 кПа, записать величину абсолютного давления в области измерения.

4.Определить, каким должно быть давление на поверхности масла закрытого резервуара, если показание манометра на глубине h = 0,8 м равно $p_{ман}$= 0,12 ат. Плотность масла принять равной $\rho_м$ =900 кг/м^3.

5.Сформулировать закон Паскаля.

Задача

Определить показание манометра M в центре боковой стенки резервуара с водой, а также усилие N, приложенное к запорному устройству плоской квадратной крышки B при следующих данных: Z = 3 м; h = 2 м; a = 1 м.



Контрольная работа № 5

1.Дать понятие гидростатического давления. Свойства гидростатического давления. Единицы измерения давления в системе СИ.

2.Представить давление p = 200 мм рт. ст. в Па.

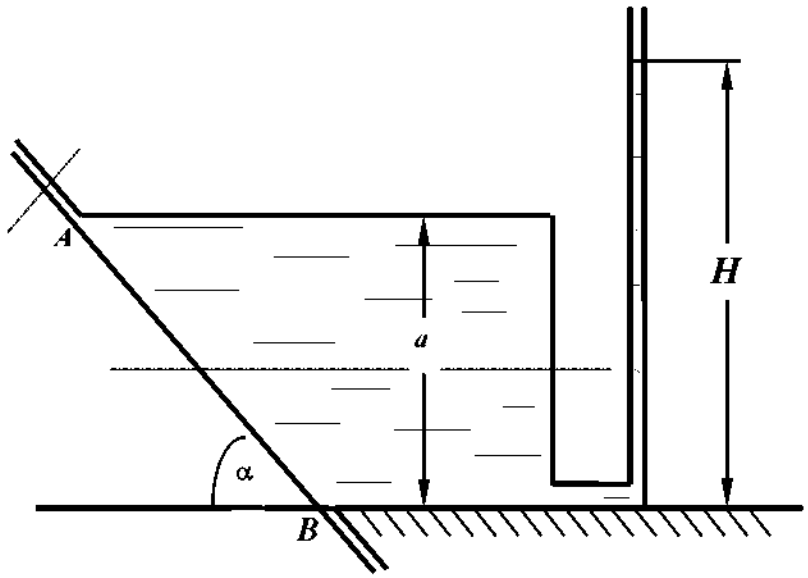
3.Определить, какое давление, манометрическое или вакуум, показывает мановакуумметр и его величину, если абсолютное давление в измеряемой области равно $p_{абс}$= 0,8 ат.

4.Определить, каким будет показание мановакуумметра на глубине h = 2,2 м закрытого резервуара, заполненного водой, если на поверхности жидкости действует вакуумметрическое давление $p_{вак}$= 0,1 ат.

5.Дать определение свойства жидкости ***вязкость***.

Задача

Определить силу давления на крышку маслобака AB, если показание пьезометра H = 400 мм, угол наклона крышки α = 45°. В сечении бак имеет форму квадрата со стороной a = 200 мм. Плотность масла $\rho_м$ = 900 кг/м^3.



Контрольная работа № 6

1. Дать понятие плоскости уровня, представить уравнение плоскости уровня.

2. Представить перевод давления p =1,2 ат в м вод.ст., в Па.

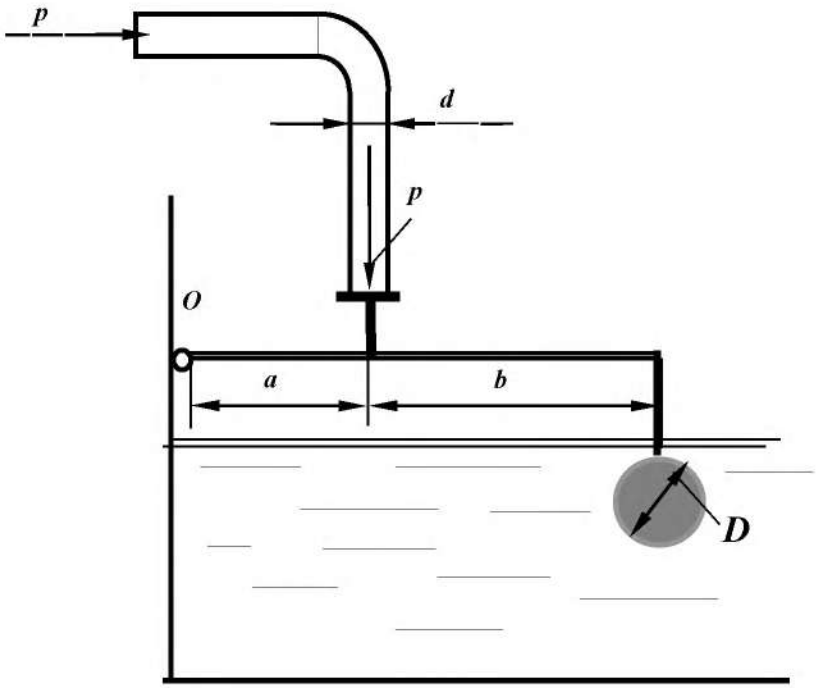
3. Дать понятие абсолютного давления. Записать абсолютное давление при манометрическом давлении $p_{ман}$= 32 кПа.

4. Показание манометра на определенной глубине в открытом резервуаре с водой равно $p_{ман}$=0,14 ат. Определить, как изменится показание манометра на той же глубине, если резервуар заполнить маслом плотностью $\rho_м$= 800 кг/м^3.

5. Нарисовать схему пьезометра для измерения абсолютного давления.

Задача

Вода, подаваемая под давлением p = 2,5 ати по трубе d = 150 мм, заполняет резервуар. Определить минимально необходимый диаметр D шарообразного поплавка, обеспечивающий автоматическое закрытие клапана при наполнении резервуара, если: a = 100 мм; b = 500 мм. Собственным весом рычага, клапана и поплавка пренебречь



Контрольная работа № 7

1. Записать основное уравнение гидростатики, пояснить все входящие в него параметры.

2. Представить давление p = 1,6 ат в единицах измерения системы СИ.

3. Дать понятие абсолютного давления. Записать величину абсолютного давления при вакуумметрическом давлении $p_{вак}$= 38 кПа.

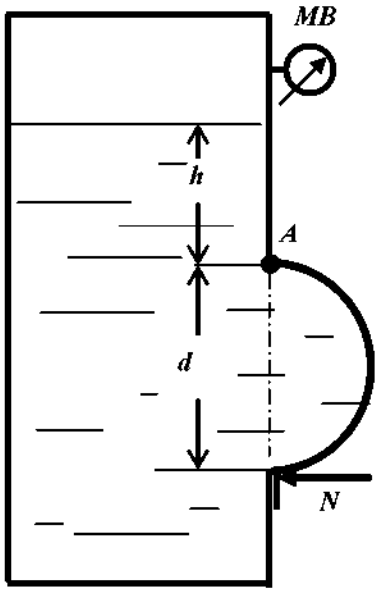
4. Показание манометра на определенной глубине открытого резервуара, заполненного бензином плотностью $\rho_{бен}$= 700 кг/м^3, равно $p_{ман}$= 0,12 ат. Как изменится показание манометра на той же глубине, если резервуар заполнить маслом плотностью $\rho_{мас}$= 900 кг/м^3.

5. По какой формуле следует определять силу давления жидкости на плоскую стенку, если на свободной поверхности жидкости действует абсолютное давление p_0 больше атмосферного, а не смоченная сторона стенки находится под атмосферным давлением?

Задача

Закрытый резервуар заполнен дизельным топливом с плотностью ρ = 846 кг/м^3. В вертикальной стенке резервуара имеется прямоугольное отверстие, закрытое полуцилиндрической крышкой. Она может поворачиваться вокруг горизонтальной оси в точке A. Пренебрегая силой тяжести крышки, определить усилие N, которое нужно приложить к крышке, чтобы она не открывалась при следующих данных: p_{MB} = 11,4 кПа; d = 1 м; h = 1 м; b =1,2 м.

Размер b перпендикулярен плоскости чертежа.



Контрольная работа № 8

1.Записать гидростатический закон распределения давления. Дать определение геометрического и пьезометрического напоров.

2.Представить давление p =196 кПа в технических атмосферах (ат).

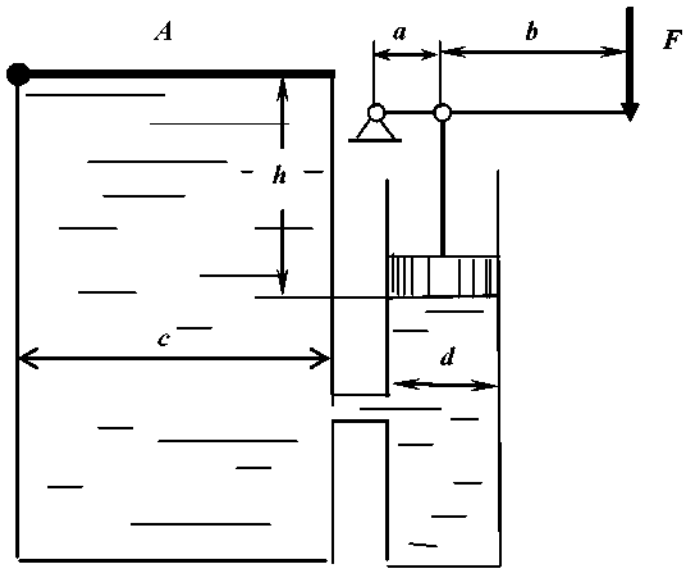
3.Определение абсолютного давления. Чему равно абсолютное давление при манометрическом давлении $p_{ман}$= 62 кПа.

4.Показание манометра, установленного на закрытом резервуаре, заполненном маслом плотностью $\rho_{мас}$= 800 кг/м^3, равно $p_{ман}$= 0,12 ат. Рассчитать, какой должна быть высота уровня масла в пьезометре, выведенном на уровне установки манометра.

5.Дать понятие тела давления, на примерах пояснить различные тела давления.

Задача

К рычагу гидроусилителя приложена сила F. Определить силу давления жидкости с плотностью ρ = 900 кг/м^3 на квадратную крышку A при следующих данных: F = 180 Н; d = 40 мм; c =1 м; h = 1 м; a = 10 мм; b =40 мм.



Контрольная работа № 9

1.Понятие гидростатического давления. Расчетная формула давления. Единицы измерения давления.

2.Представить давление, равное p = 12 м вод. ст., в единицах измерения системы СИ.

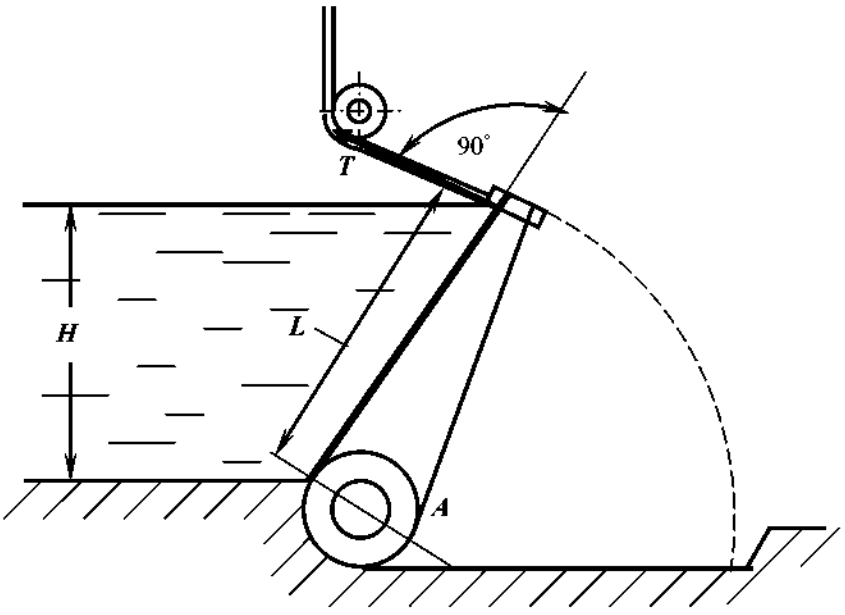
3.Абсолютное давление в измеряемой области равно $p_{абс}$= 0,38 ат. Установить, каким прибором следует пользоваться для измерения давления, рассчитать его величину в системе СИ.

4.Определить давление на поверхности жидкости закрытого резервуара, если показание ртутного U- образного манометра, установленного на глубине h = 1,5 м равно p = 100 мм рт.ст.

5.Какой зависимостью выражается гидростатический напор?

Задача

Плоский прямоугольный затвор с размерами L = 2,5 м и B = 10 м создает подпор воды H = 2,3 м. Затвор может вращаться относительно оси шарнира A. Определить силу натяжения троса T, удерживающую затвор в заданном положении. Размер B перпендикулярен плоскости чертежа



Контрольная работа № 10

1.Понятие физического свойства ***вязкость***. Коэффициенты, характеризующие вязкость, единицы их измерения.

2.Перевести давление, равное 12 м вод.ст., в мм рт.ст.

3.Дать понятие абсолютного давления. Записать величину абсолютного давления в измеряемой области, если показание манометра в этой области равно $p_{ман}$= 0,8 ат.

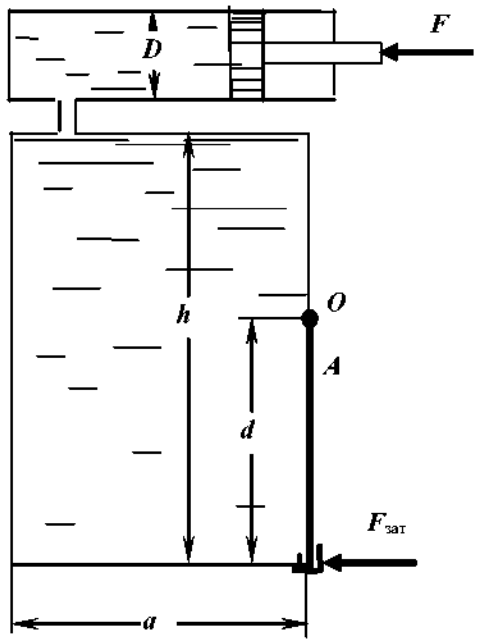
4.Вакуумметрическое давление на поверхности воды в закрытом резервуаре равно $p_{вак}$= 0,6 ат. Установить, каким прибором следует измерить давление на глубине h = 1,5 м и рассчитать его величину.

5.Как расположена линия действия силы избыточного (весового) давления жидкости, действующей на плоскую фигуру любой формы?

Задача

Жидкость в емкости «$a \cdot h$» нагревается до температуры 20°С. Определить усилие F, которое требуется приложить к поршню расширительного цилиндра диаметром D, чтобы сохранился прежний объем жидкости?

Также найти усилие $F_{зат}$, на которое должен быть рассчитан затвор круглой крышки диаметром d при следующих данных: плотность ρ = 1000 кг/м^3, d =500 мм, D =260 мм, h = 2 м, a =1,5 м; β_T=150·10^{-6}1/град; β_p=0,5 ·10^{-10}Па$^{-1}$.



Контрольная работа № 11

1. Понятие ***плоскости уровня***. Уравнение плоскости уровня. Значение параметров, входящих в уравнение.

2. Представить перевод давления p = 100 мм рт. ст. в единицах измерения системы СИ.

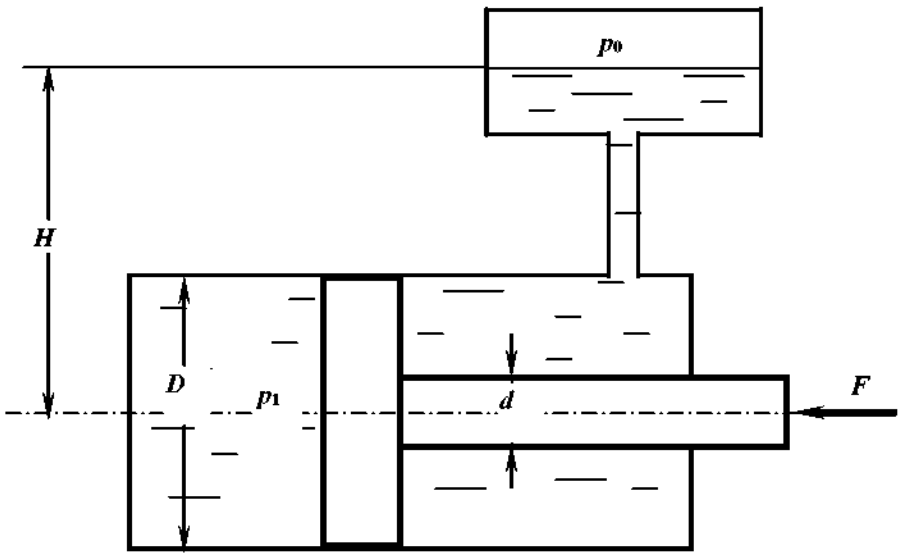
3. Записать величину абсолютного давления в измеряемой области, если показание вакуумметра в этой области $p_{вак}$= 0,6 ат.

4. Вакуумметрическое давление на поверхности закрытого резервуара равно $p_{вак}$= 0,1 ат. Установить каким прибором следует измерить давление на глубине h = 3,0 м и рассчитать его величину.

5. Размерность кинематического коэффициента вязкости в системе СИ

Задача

Определить давление жидкости p_1 в гидроцилиндре, необходимое для преодоления усилия на штоке F при следующих данных: F = 10 кН; диаметр поршня D =160 мм; диаметр штока d = 80 мм; p_0 = 20 кПа, H = 10 м; ρ =900 кг/м^3.



Контрольная работа № 12

1.Записать гидростатический закон распределения давления. Дать понятие геометрического и пьезометрического напоров.

2.Представить давление p = 68 кПа в м вод. ст.

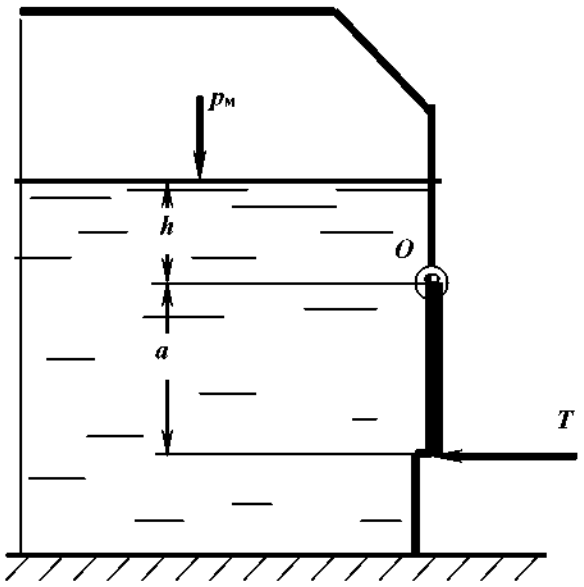
3.Абсолютное давление в измеряемой области равно $p_{абс}$ =198 кПа. Установить, каким прибором следует пользоваться для измерения давления и рассчитать показание этого прибора.

4.Показание манометра на глубине h =1,5 м закрытого резервуара, заполненного водой, равно $p_{ман}$= 0,121 ат. Определить, каким будет показание манометра на той же глубине, если резервуар будет заполнен маслом. Плотность масла равна $\rho_{мас}$= 800 кг/м^3.

5.Записать дифференциальные уравнения равновесия жидкости; пояснить параметры, входящие в уравнения.

Задача

Усилие T удерживает плоскую квадратную крышку со стороной a в закрытом положении. Определить предельно допустимое значение избыточного давления над уровнем жидкости $p_м$, при котором крышка остается в закрытом положении, при следующих данных: T = 2100 Н, a = 50 см, h = 2 м, ρ =1000 кг/м^3.



Контрольная работа № 13

1. Понятие физического свойства жидкости ***капиллярность***.

2. Представить давление p = 300 мм рт.ст. в единицах измерения системы СИ.

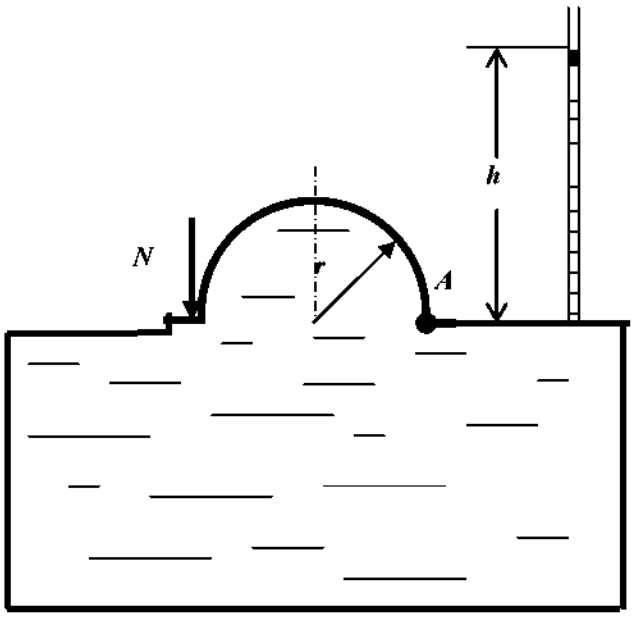
3. Показание манометра в измеряемой области равно $p_{ман}$= 0,12 ат. Представить расчет абсолютного давления в этой области и его величину в системе СИ.

4. В закрытом резервуаре, заполненном бензином, показание манометра на некоторой глубине составляет $p_{ман}$= 0,07 ат. Определить пьезометрическую высоту, соответствующую этому давлению: $\rho_б$=700 кг/м^3.

5. Каковы единица измерения ***динамической вязкости*** ?

Задача

Определить усилие N, которое нужно приложить к цилиндрическому затвору, установленному на квадратном отверстии крышки резервуара с водой, при следующих данных: h = 1м, r = 0,2 м. Затвор поворачивается вокруг шарнира в точке A.



Контрольная работа № 14

1. Представить ***основное уравнение гидростатики***, дать определение, пояснить значение входящих параметров.

2. Представить давление p = 730 мм рт.ст. в ат.

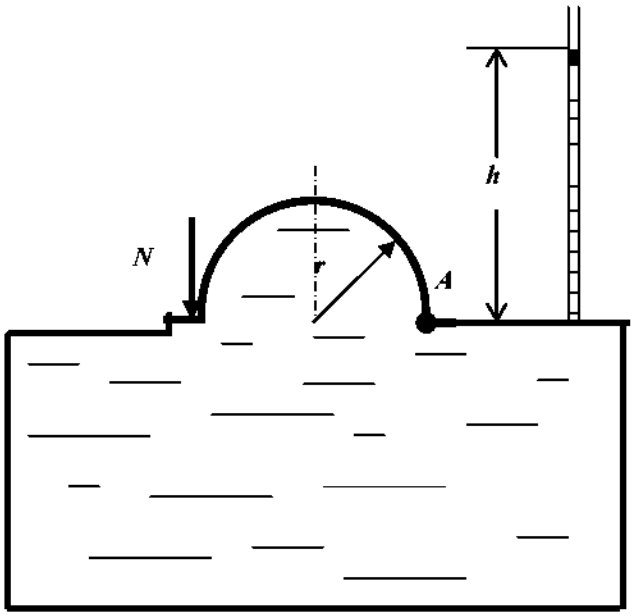
3. Абсолютное давление в измеряемой области равно $p_{абс}$= 68 кПа. Определить, каким будет показание мановакуумметра, установленного в этой области, и величину давления.

4. В закрытом резервуаре, заполненном маслом, показание манометра на определенной глубине составляет $p_{ман}$= 0,06 ат. Определить какой будет пьезометрическая высота (напор) на уровне установки манометра. Плотность масла принять $\rho_м$ = 800 кг/м^3.

5. Дать определение свойства жидкости ***сжимаемость.***

Задача

Запорное устройство полусферической крышки радиусом r рассчитано на усилие N. Определить показание манометра в центре боковой стенки при максимально допустимом давлении в жидкости плотностью ρ = 900 кг/м^3: N = 90 кН, a =3 м, r =0,4 м.



Контрольная работа № 15

1.Записать уравнения Эйлера для равновесного состояния жидкости. Пояснить параметры, входящие в уравнение.

2.Показание манометра на глубине h =2,5 м закрытого резервуара, заполненного водой, равно $p_{ман}$= 0,32 ат. Определить, каким будет показание манометра на той же глубине, если резервуар будет заполнен маслом. Плотность масла равна $\rho_{мас}$= 800 кг/м^3.

3.Определить показание механического вакуумметра (в ат), установленного на воздушном резервуаре, если показание ртутного вакуумметра, присоединенного к тому же резервуару, составляет 0,2 м.

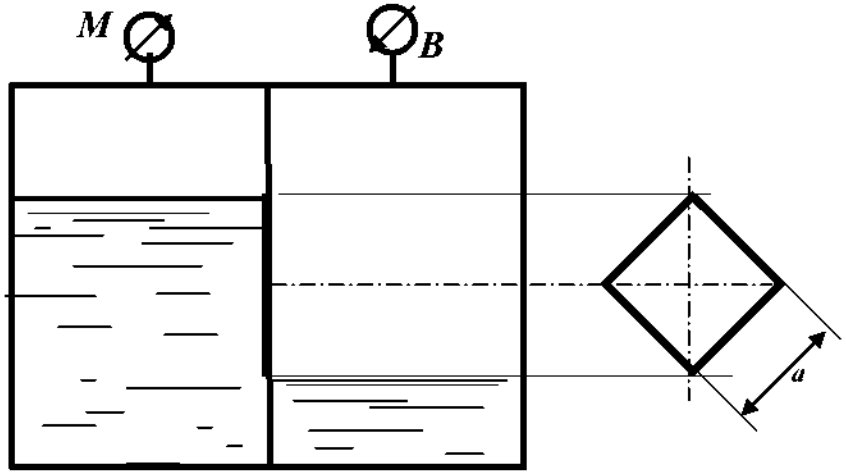
4.В чем физический смысл понятия ***гидростатического давления***.

5.Какие силы действуют в жидкости?

Задача

Замкнутый резервуар с нефтью (ρ =900 кг/м^3) разделен на две части плоской перегородкой, имеющей квадратное отверстие со стороной a = 1 м. Давление над нефтью в левой части резервуара определяется показанием манометра p_M= 0,15 ат, а в правой – показанием вакуумметра p_B= 0,2 ат.

Найти величину силы давления, действующей на крышку, закрывающую отверстие в перегородке, и точку ее приложения.



Контрольная работа № 16

1. Какое движение жидкости называется установившимся?

2. Определить диаметр трубы для пропуска воды с расходом Q = 2,0 л/с при скорости V= 1,0 м/с.

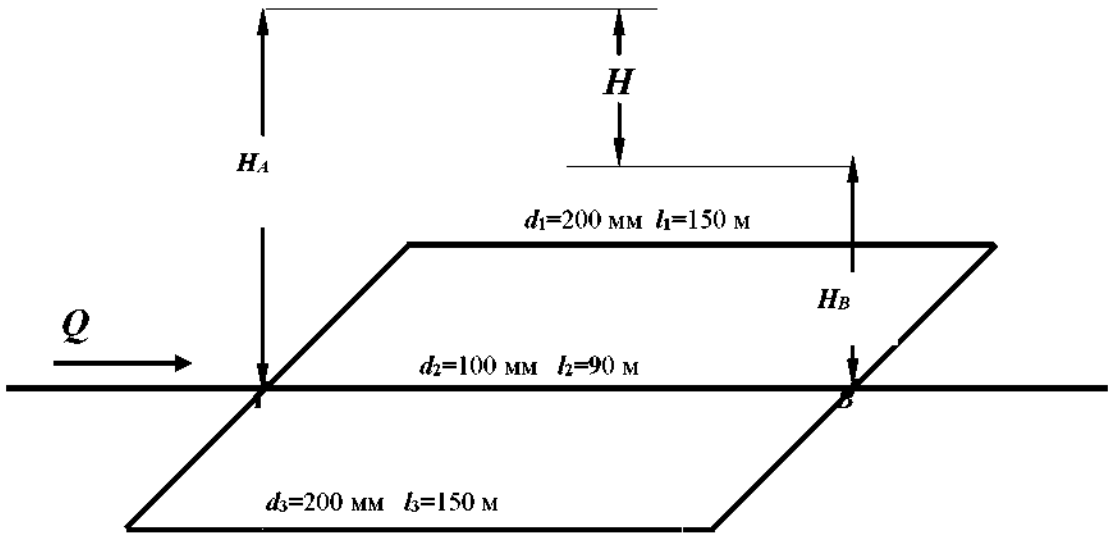
3. Рассчитать коэффициент сопротивления вентиля $\zeta_{вент}$, если потери напора в нем составляют $h_{вент}$= 0,25 м при скорости V= 0,5 м/с.

4. Записать уравнение Бернулли для целого потока реальной жидкости, представить диаграмму уравнения.

5. Определить режим движения жидкости в трубе d = 100 мм, шероховатостью Δ = 0,05 мм при скорости движения V = 0,21 м/с. Коэффициент кинематической вязкости жидкости ν= $0{,}7 \times 10^{-6}$ м^2/с. Для турбулентного режима проверить область сопротивления.

Задача

Определить расход воды, подводимый к системе параллельно соединенных труб, если действующий напор H=10 м. Трубы стальные, новые. Местными потерями пренебречь.



Контрольная работа № 17

1.Какое движение жидкости называется равномерным?

2.Определить скорость движения воды в трубе диаметром d_1 = 50 мм, если при постоянном расходе скорость в трубе d_2= 100 мм равна V_2 = 1,0 м/с.

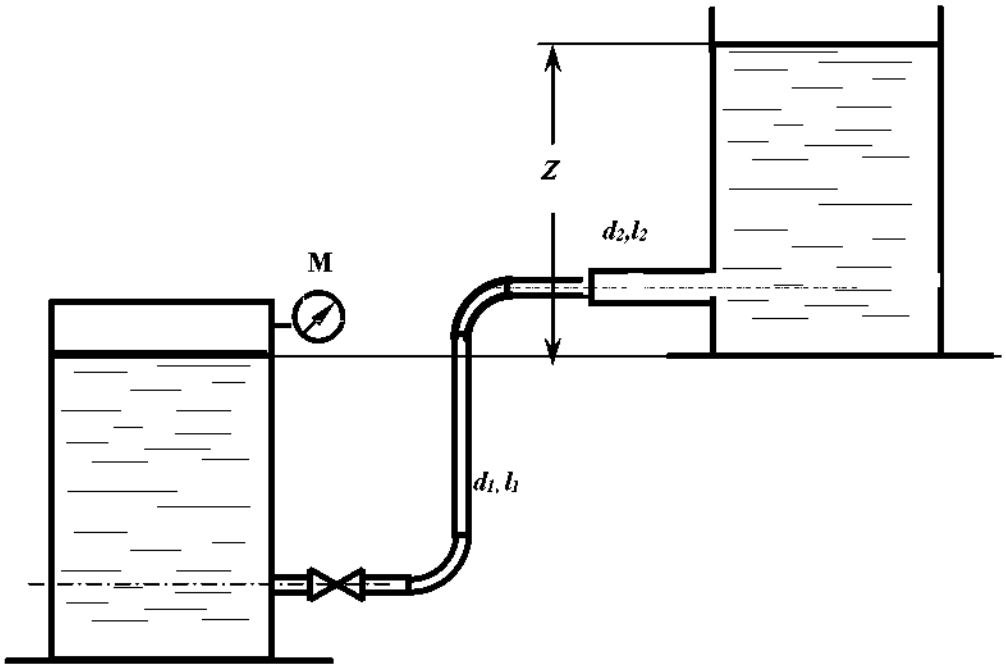
3.Геометрический смысл уравнения Бернулли для идеальной жидкости. Диаграмма уравнения.

4.Определить потери напора в пробковом кране $h_{кр}$, если коэффициент сопротивления крана $\zeta_{кр}$= 17,0, а скорость движения воды V = 1,2 м/с.

5.Определить потери напора при подаче воды по трубопроводу d=200 мм и длиной l=1500 м при скорости потока V=13,1 см/с и температуре 10^0С (ν=0,0131 см^2/с). Трубы стальные, новые (Δ=0,05мм).

Задача

Определить максимально возможную высоту наполнения верхнего резервуара Z из нижней емкости при расходе воды Q = 8 л/с по двум коротким трубам d_1= 100 мм, l_1= 40 м, d_2 = 150 м, l_2 = 60 м при показании манометра $p_м$ = 50 кПа; ν = 0,01 Ст; Δ = 0,1 мм; пробковый кран закрыт на 30°.

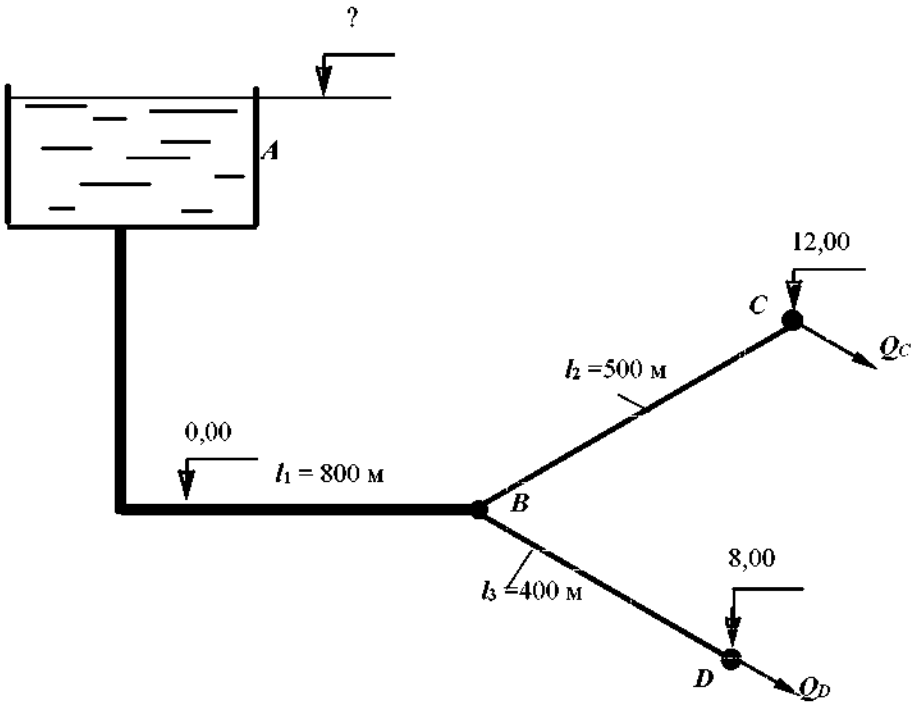


Контрольная работа № 18

1.Какой трубопровод называется коротким?
2.Рассчитать расход воды в трубе d = 100 мм при скорости V =1,27 м/с.
3.Как экспериментально определяется скоростной напор и рассчитывается скорость в точке потока? Нарисовать схему прибора.
4.Какие гидравлические сопротивления называются местными? Привести расчетную формулу определения потерь напора в местных сопротивлениях.
5.Определить режим движения жидкости в трубе d = 100 мм и шероховатостью Δ = 0,05 мм при пропускной способности Q = 1,6 л/с, если коэффициент кинематической вязкости $\nu = 0{,}7 \times 10^{-6}$ м^2/с. Для случая турбулентного режима движения установить область сопротивления.

Задача

Из напорного бака ***A*** идет магистральный трубопровод длиной l =800 м. В т.***B*** магистраль разделяется на две нитки: одна идет к пункту ***C***, где расходуется Q_C =11 л/с, другая –к пункту ***D***, где потребляется Q_D =95 л/с. Определить диаметры каждого участка и отметку уровня воды в баке, при условии, что $V \leq 1{,}2$ м/с.



Контрольная работа № 19

1.От чего зависит величина коэффициента гидравлического трения в квадратичной области сопротивления турбулентного режима?

2. Рассчитать диаметр трубы для пропуска расхода Q =2 л/с при скорости V =1,0 м/с.

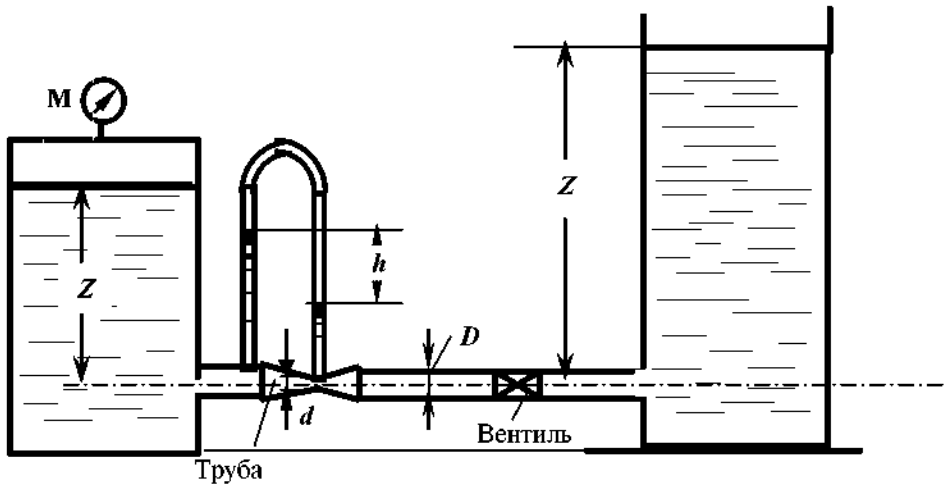
3.Каким прибором определяется полный напор в точке потока жидкости? Начертить схему прибора.

4.Какие внешние факторы вызывают потери напора по длине? Записать расчетные зависимости для определения этих потерь.

5.Определить режим движения жидкости в трубе диаметром d = 50 мм при расходе **Q** = 1,2 л/с, если коэффициент кинематической вязкости жидкости равен $\nu = 0{,}3 \times 10^{-4}$ м^2/с.

Задача

В трубопроводе диаметром D = 100 мм длиной l = 100 м установлен расходомер Вентури с модулем d^2/D^2= 0,3 .Определить расход воды Q по перепаду уровней жидкости в дифманометре h = 0,5 м. Определить избыточное давление на поверхности жидкости в баке, под действием которого происходит движение при следующих данных: Z_1 = 2 м, Z_2 = 5 м, коэффициенты сопротивления вентиля принять $\zeta_{вен}$= 7,0; трубы Вентури $\zeta_{Вент}$= 0,5; остальные коэффициенты местных сопротивлений по таблице. Труба водопроводная нормальная (коэффициет Дарси при турбулентном режиме можно определить по таблице).



Контрольная работа № 20

1.Какой трубопровод называется простым?

2.Рассчитать гидравлический радиус потока жидкости в круглой трубе диаметром d = 100 мм и в трубе квадратного сечения со стороной a = 200 мм.

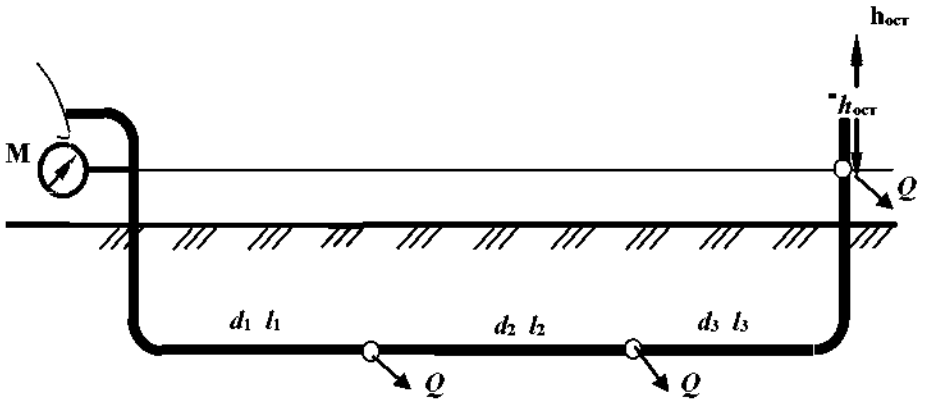
3.Представить уравнение Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости, начертить диаграмму уравнения. Дать пояснение всех параметров, входящих в уравнение.

4.Как изменятся потери напора по длине при постоянном расходе, если диаметр трубопровода уменьшится в 2 раза? Показать расчетом.

5.Определить, при каком значении коэффициента кинематической вязкости ν возможен ламинарный режим в трубе d = 50 мм при скорости движения V =1,2 м/с.

Задача

Определить расходы воды у потребителей в системе трех последовательно соединенных труб: d_1 = 200 мм, l_1 = 600 м, d_2 = 150 мм, l_2 = 300 м, d_3 = 100 мм, l_3 = 200 м, если показания манометра в начале системы $p_М$ = 3,0 ат и остаточный напор у потребителя должен быть не менее 10 м. Местные потери принять равными 5% от потерь по длине. Построить пьезометрическую линию.



Контрольная работа № 21

1.Дать определение ламинарного режима.

2.Определить, при какой скорости воды в трубе диаметром d = 100 мм будет обеспечен расход **Q** = 2 ,0 л/с.

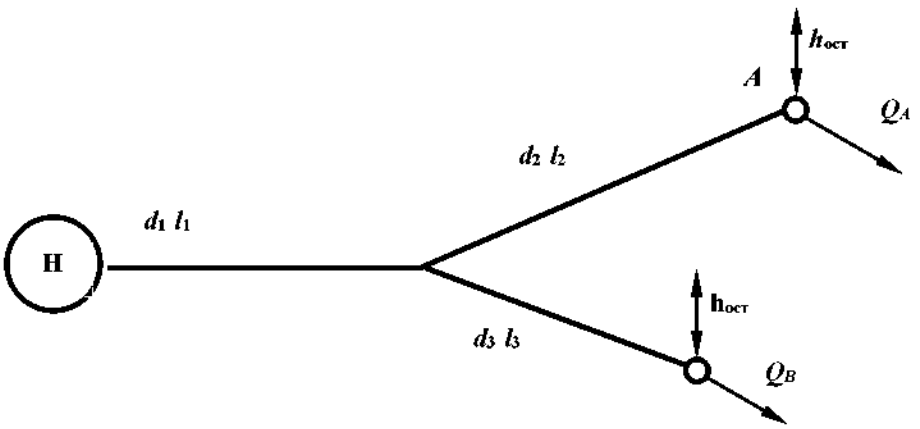
3. Записать уравнение Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости, построить диаграмму уравнения, пояснить параметры, входящие в уравнение.

4.Рассчитать потери напора по длине в трубе диаметром d = 100 мм длиной L = 10 м при расходе Q = 8,2 л/с и коэффициенте гидравлического трения λ = 0,04.

5.Определить режим движения воды в трубе диаметром d = 100 мм при скорости V =1,2 м/с, если кинематический коэффициент вязкости $\nu = 10^{-6}$ м^2/с, шероховатость внутренней поверхности трубы Δ=0,5мм. При турбулентном режиме установить область сопротивления.

Задача

Рассчитать тупиковую водопроводную систему, снабжающую водой шахты A и B, а также определить высоту водонапорной башни H (действующий напор), если остаточный напор у потребителя должен быть не менее 10 м , расходы шахт составляют Q_A = 40 л/с; Q_B = 60 л/с, эксплуатационная скорость в трубах $V_{экс}$ =1,5 м/с; длины участков: l_1 = 1000 м, l_2 = 1200 м, l_3 = 900 м. Местные потери принять равными 10% от потерь по длине. Построить пьезометрическую линию. Чертеж представлен в плане



Контрольная работа № 22

1.Охарактеризовать турбулентный режим движения.

2.Определить пропускную способность (расход) для трубы диаметром d = 100 мм при скорости движения потока воды V =1,27 м/с.

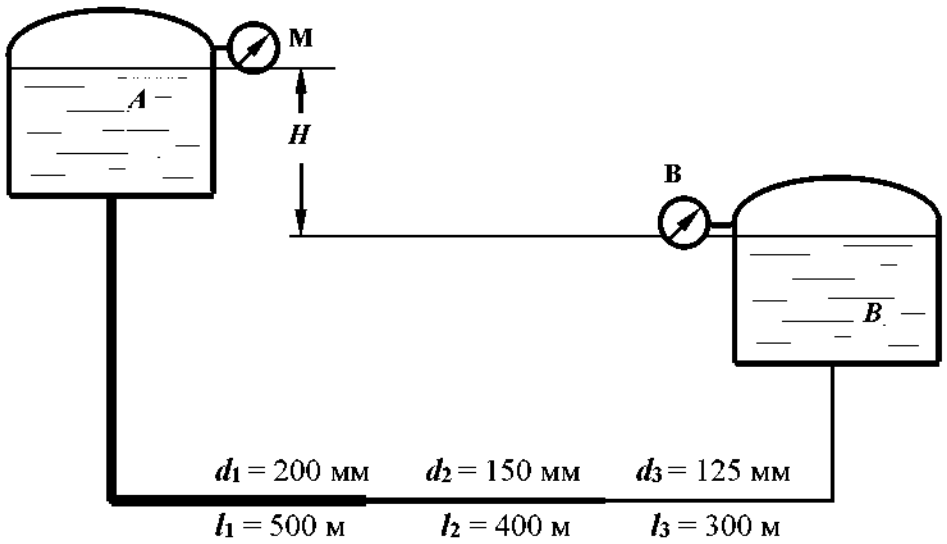
3.Записать уравнение Бернулли для потока вязкой жидкости, построить диаграмму уравнения. Пояснить параметры, входящие в уравнение.

4.Рассчитать коэффициент гидравлического трения λ для водопроводной трубы d = *100* мм, длиной L = 40 м, если потери напора по длине h_l = 1,5 м при расходе Q = 9 ,5 л/с.

5.Определить режим движения воды в трубе диаметром d = 50 мм с шероховатостью Δ= 1,0 мм при скорости V =1,2 м/с, если кинематический коэффициент вязкости $\nu = 10^{-6}$ м^2/с. Для турбулентного режима установить область сопротивления.

Задача

Расход Q = 20 л/с поступает из напорного бака A в резервуар B по системе последовательно соединенных труб (размеры – на схеме). Определить H при следующих показаниях приборов: $p_{ман}$=0,5 ат, $p_{вак}$= 0,2 ат. Трубы водопроводные нормальные. Местные потери составляют 10% потерь по длине. Построить пьезометрическую линию.



Контрольная работа № 23

1.Что такое критическая скорость и как ее определить для трубопровода?

2.Определить пропускную способность (расход) для трубы диаметром d = 100 мм, при скорости движения потока воды V =2,0 м/с; какой режим движения в трубе при этой скорости?

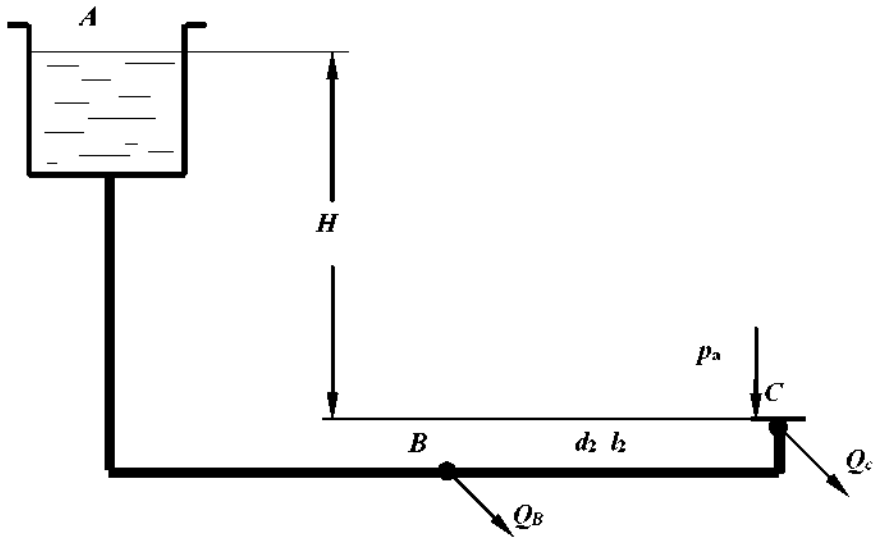
3.Построить диаграмму уравнения Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости; пояснить геометрический смысл уравнения.

4.Как изменятся потери напора по длине, если расход жидкости увеличится в 2 раза, показать расчетом.

5.Определить, при какой скорости возможен ламинарный режим для потока жидкости в трубе диаметром d = 50 мм, если коэффициент кинематической вязкости жидкости равен $\nu = 0{,}3 \times 10^{-4}$ м^2/с.

Задача

Из водонапорного бака A в пункты B и C подаются одинаковые расходы воды $Q_B = Q_c = Q$. Определить величину Q расхода у потребителей, если напор H =15 м, трубы водопроводные, нормальные, соединены последовательно: d_1 = 100 мм, l_1 = 500 м, d_2 = 75 мм, l_2 = 300 м. Местные потери принять равными 5% от потерь по длине.



Контрольная работа № 24

1.Записать уравнение неразрывности потока.

2.Дать понятие гидростатического напора в сечении потока. Как он определяется экспериментально?

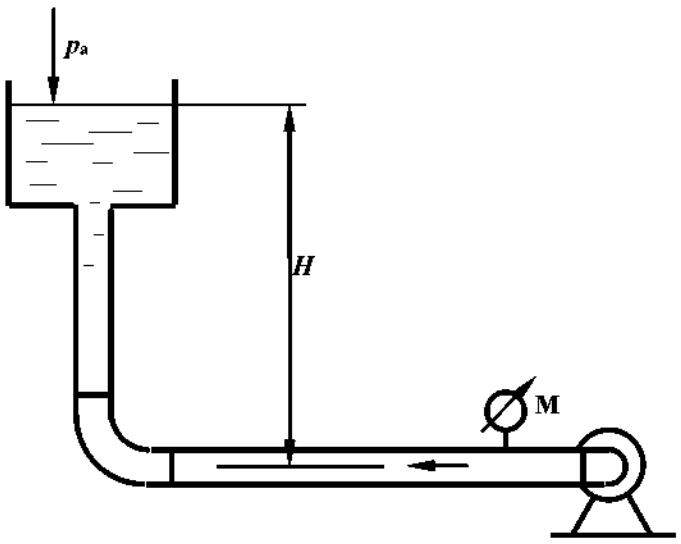
3.Рассчитать при каком значении коэффициента сопротивления пробкового крана $\zeta_{кр}$ будет обеспечен расход Q = 1 л/с в трубе диаметром d = 50 мм, если величина потерь напора в кране составляет $h_{кр}$= 25 см.

4.Определить потери напора по длине в трубе длиной L = 20 м диаметром d = 50 мм с абсолютной шероховатостью Δ= 0,5 мм при расходе Q = 2,5 л/с, если коэффициент кинематической вязкости воды $\nu = 10^{-6}$ м^2/с.

5.Рассчитать гидравлический радиус потока жидкости в круглой трубе диаметром d = 200 мм и в трубе квадратного сечения со стороной a = 100 мм.

Задача

Определить манометрическое давление, которое должен создавать насос, чтобы подать воду в количестве Q = 5 л/с в водонапорный бак на высоту H = 12 м по трубопроводу длиной l = 50 м с высотой выступов шероховатости внутренней поверхности трубы $\Delta_э$ = 1мм; при температуре воды t = 15^{0}С (ν = 0,011463 см^2/с). Диаметр трубы d=150 мм, коэффициент сопротивления колен $\zeta_{кол}$ = 0,29.



Контрольная работа № 25

1.Определение потерь напора по длине с помощью обобщенных параметров.

2. Рассчитать диаметр трубопровода для пропуска расхода **Q** =4 л/с при скорости V =1,6 м/с.

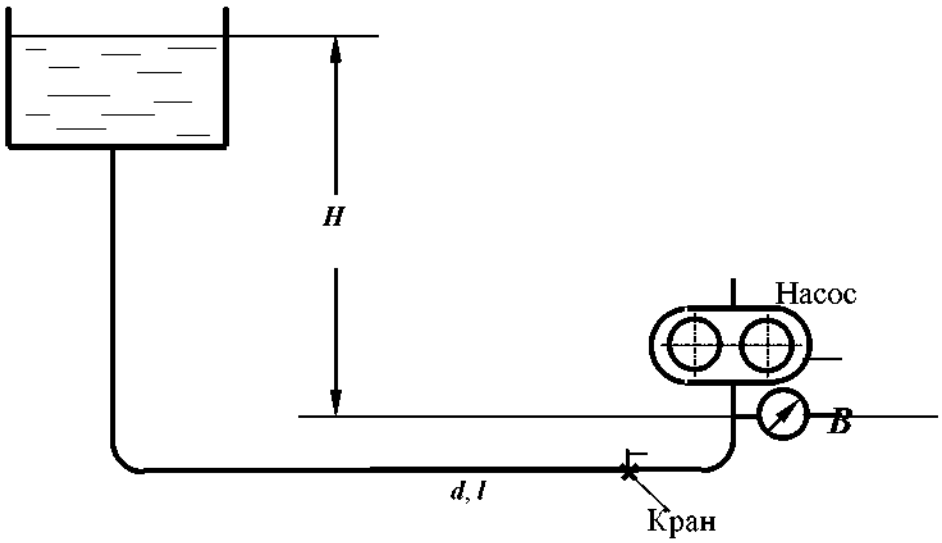
3.Записать уравнение Бернулли для потока вязкой жидкости, построить диаграмму уравнения. Пояснить параметры, входящие в уравнение, исходя из геометрической интерпретации уравнения.

4.Определить потери напора в пробковом кране $h_{кр}$, если коэффициент сопротивления крана $\zeta_{кр}$= 27,0, а скорость движения воды V = 2,1 м/с.

5.Определить режим движения жидкости в трубе диаметром d = 100 мм с абсолютной шероховатостью Δ= 0,05 мм при скорости V =0,21 м/с, если коэффициент кинематической вязкости жидкости $\nu = 0{,}7 \times 10^{-6}$ м^2/с.

Задача

Определить расстояние H от уровня жидкости в маслобаке, если давление на входе в шестеренный насос системы смазки, подающий расход Q = 1 л/с машинного масла $p_{вак}$=0,1 ат; $\rho_м$ = 900 кг/м^3, $\nu = 38 \cdot 10^{-6}$ м^2/с, d = 35 мм, l = 5 м, , $\zeta_{кр}$ = 4, $\zeta_{кол}$ = 0,3.



Контрольная работа № 26

1.Дать определение понятия «***гидравлически гладкие стенки***».

2.Определить разность показаний трубки Пито и пьезометра, если скорость в точке установки прибора равна u =0,21 м/с. Начертить схему установки приборов.

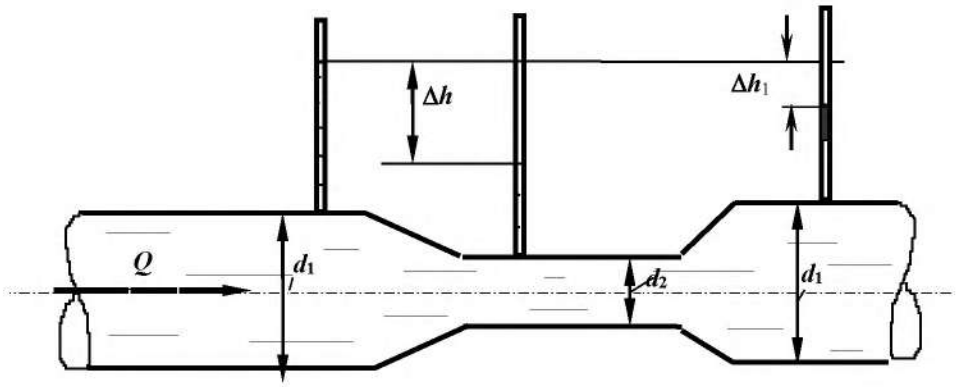
3.Как преобразуется уравнение Бернулли при переходе от элементарной струйки идеальной жидкости к элементарной струйке реальной вязкой жидкости; привести формулы, пояснить параметры.

4.Определить разность показаний пьезометров, установленных до и после пробкового крана, если скорость движения воды в трубопроводе равна V =0,8 м/с, а коэффициент сопротивления пробкового крана равен $\zeta_{кр}$= 7,0.

5.Определить, каким должно быть давление в начале трубы для транспортирования воды, если длина участка составляет L = 150 м, диаметр d = 100 мм с абсолютной шероховатостью Δ= 0,5 мм, показание манометра в конце участка p = 0,7 ат, пропускная способность трубы равна Q = 6,3 л/с, кинематической коэффициент вязкости жидкости $\nu = 10^{-6}$ м^2/с.

Задача

Определить разность показаний пьезометров Δh, установленных на водомере Вентури с диаметрами d_1 = 100 мм, d_2 = 50 мм, если расход воды равен Q = 3 л/с. Потерями напора в водомере пренебречь, коэффициент Кориолиса α принять равным 1. Найти также Δh_1 для случая учета сопротивления трубы Вентури , если принять $\zeta_{Вентури}$= 0,5.

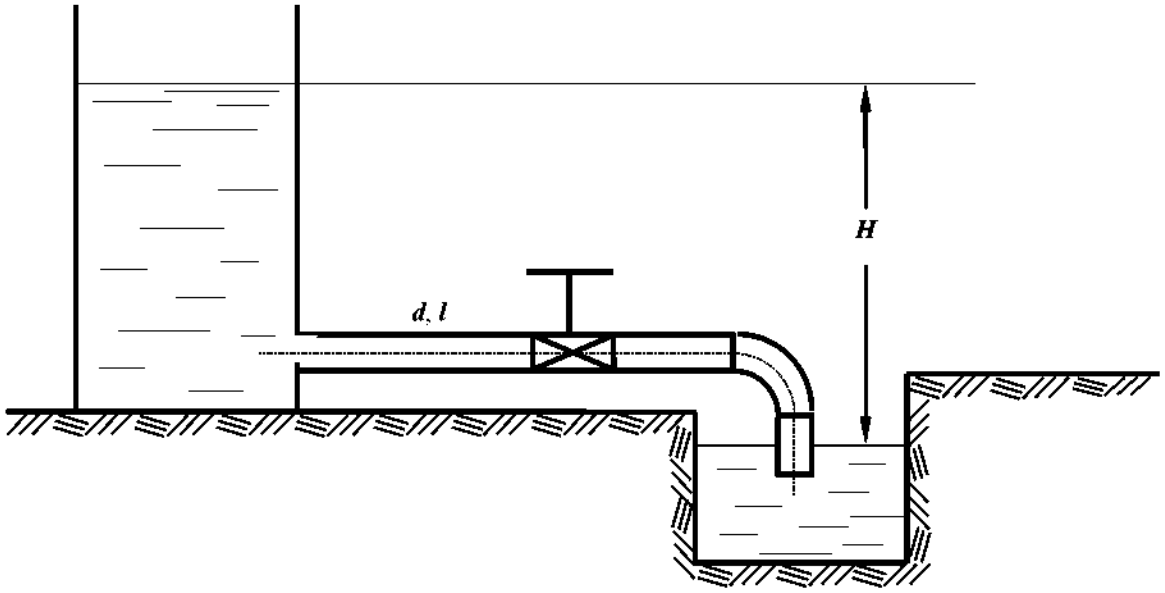


Контрольная работа № 27

1.Каким должен быть коэффициент сопротивления вентиля, чтобы при пропускной способности трубопровода Q = 2,5 л/с потери напора в вентиле составили $h_{вент}$= 32 см. Диаметр трубопровода равен d = 50 мм.
2.Определить скорость по оси потока жидкости в горизонтальной трубе, если показание трубки Пито, установленной по оси потока равно 100 мм, а показание пьезометра – 50 мм. Начертить схему установки приборов.
3.Записать уравнение Бернулли для потока реальной жидкости, начертить диаграмму уравнения.
4.Разность показаний пьезометров, установленных на расстоянии L = 5 м в горизонтальной водопроводной трубе диаметром d = 50 мм, равна 30 см. Определить коэффициент гидравлического трения (λ), если расход воды составляет Q = 2,5 л/с.
5.Что такое квадратичная область сопротивления?

Задача

Определить, какой должна быть разность уровней трансформаторного масла в резервуаре и отстойнике, чтобы по трубе диаметром d = 50 мм и длиной l = 25 м проходил расход Q = 3,0 л/с. На трубе установлен пробковый кран с углом открытия α = 20°. Кинематический коэффициент вязкости масла $\nu = 0{,}38 \cdot 10^{-4}$ м^2/с.



Контрольная работа № 28

1.Пояснить, какие параметры составляют гидравлическую характеристику сечения потока. Дать определения.

2.В горизонтальной трубе с плавным сужением скорость в первом сечении равна V=0,5 м/с, пьезометрический напор – $p_1/\rho g$ = 0,8 м. Рассчитать пьезометрический напор во 30втором сечении, если диаметр трубы уменьшится в два раза.

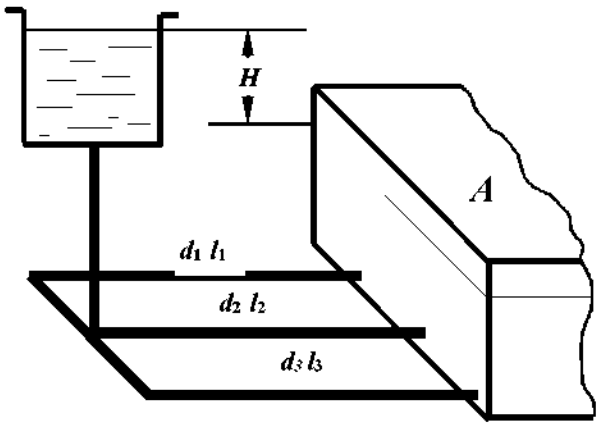
3.Как преобразуется уравнение Бернулли при переходе от элементарной струйки идеальной жидкости к элементарной струйке реальной жидкости. Записать уравнения.

4. Рассчитать критическую скорость для потока бензина в трубе диаметром d = 50 мм, 30пли кинематический коэффициент вязкости бензина равен $\nu = 0{,}7 \times 10^{-6}$ м^2/с.

5.Определить давление в начале водопроводной стальной трубы длиной L =200 м, диаметром d = 100 мм с абсолютной шероховатостью Δ= 0,5 мм, если показание манометра в конце участка p = 0,9 ат, пропускная способность трубы равна Q = 5,3 л/с, кинематической коэффициент вязкости жидкости $\nu = 10^{-6}$ м^2/с.

Задача

В бассейн A из напорного бака через три параллельно соединенных трубопровода поступает расход Q = 50 л/с. Определить необходимый напор H и расход в каждом трубопроводе, трубы водопроводные, нормальные; область сопротивления – квадратичная. Местные потери напора принять равными 10% от потерь по длине. Размеры труб: d_1=150 мм; l_2=450м d_2 =100 мм; l_2=400м; d_3=200мм; l_3=420м.



Контрольная работа № 29

1.Записать дифференциальные уравнения движения жидкости (уравнение Эйлера).

2.Рассчитать скоростной напор потока воды в трубе диаметром d = 100 мм, если при таком же расходе скоростной напор в трубе диаметром d = 50 мм равен 0,2 м.

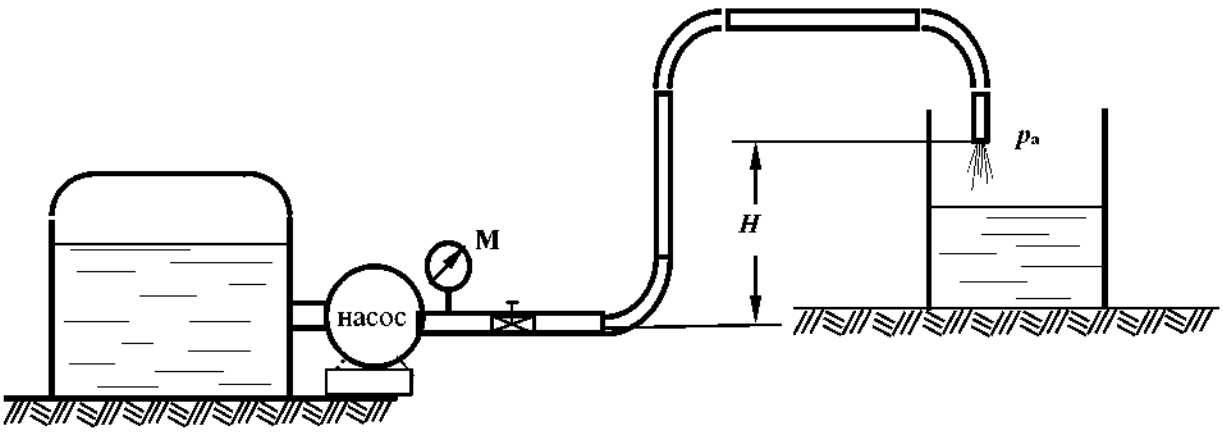
3.Записать уравнение Бернулли для элементарной струйки вязкой жидкости. Дать пояснения параметров, входящих в уравнение, учитывая его геометрическую интерпретацию. Построить диаграмму уравнения.

4.При какой скорости потока воды произойдет переход от ламинарного режима к турбулентному в стеклянной трубе диаметром d = 30 мм, если кинематический коэффициент вязкости равен $\nu = 10^{-6}$ м^2/с.

5.Определить потери напора при подаче воды по трубопроводу диаметром d = 50 мм и длиной l=150 м при скорости потока V=1,3 м/с и температуре 10^0С (ν=0,0131 см^2/с). Трубы стальные, новые (Δ=0,05мм).

Задача

Определить длину трубопровода диаметром d = 100 мм (Δ = 0,5 мм), с помощью которого бензин ($\rho_б$ = 700 кг/м^3 и $\nu = 3{,}0\cdot10^{-6}$м^2/с) может быть поднят на высоту H = 12 м при пропускной способности Q = 6 л/с, если показания манометра, установленного после насоса, $p_м$ = 1,2 ат. Истечение бензина происходит в атмосферу. Сумму коэффициентов местных сопротивлений принять равной $\Sigma\zeta$ = 6,0.



Контрольная работа № 30

1.Пояснить понятие ***коэффициент расхода трубопровода.***

2. Определить сторону ***a*** квадратного сечения трубопровода пропускной способностью ***Q*** = 2,5 л/с при скорости движения жидкости ***V*** = 1,0 м/с.

3.Как преобразуется уравнение Бернулли при переходе от элементарной струйки реальной жидкости к целому потоку? Записать уравнения.

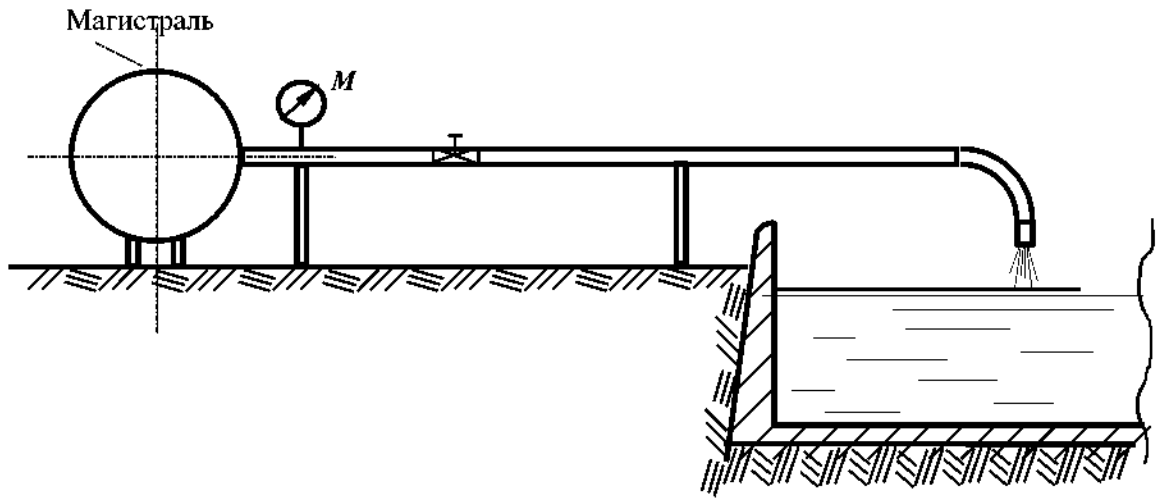
4.Определить при какой скорости движения воды в водопроводной трубе диаметром ***d*** = 50 мм и длиной ***L*** = 40 м потери напора по длине составят h_l = 30 см. Коэффициент гидравлического трения $\lambda = 0{,}03$.

5. Определить давление в конце водопроводной трубы длиной ***L*** = 150 м, диаметром ***d*** = 100 мм (Δ= 1,0 мм), если показание манометра в начале трубы ***p*** = 0,87 ат, расход составляет ***Q*** = 6,3 л/с ($\nu = 10^{-6}$ м^2/с).

Задача

Определить какой объем воды (***W***) наполнится в бассейне за 30 мин, если на трубе установлен пробковый кран с углом закрытия $\alpha = 30^{o}$ и одно колено.

Через нормальную водопроводную трубу длиной ***l*** = 50 м и диаметром ***d*** = 100 мм, присоединенную к магистральному трубопроводу с избыточным давлением $p_м$ = 100 кПа,



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Б1.В.08 ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Технологическая безопасность и горноспасательное дело

Авторы: Котельников А.П, к.т.н., доц.

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрена методической комиссией
Технической механики	Горно-механического факультета
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____ *(подпись)*	Председатель _____ *(подпись)*
Таугер В.М.	Осипов П.А.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 2 от 09.10.2020	Протокол № 2 от 14.10.2020
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

Методические указания адресованы студентам, обучающимся по направлению подготовки 21.05.04 Горное дело, и призваны обеспечить эффективную самостоятельную работу по курсу «Прикладная механика».

Форма контроля самостоятельной работы студентов – проверка на практическом занятии, расчетно-графическая работа, зачет.

ФОРМЫ И СОДЕРЖАНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, владений (опыта деятельности), характеризующие формирование компетенций

Ознакомление обучающихся с процедурой и алгоритмом оценивания (в начале изучения дисциплины).

Проверка ответов на задания, выполненных работ.

Сообщение результатов оценивания обучающимся, обсуждение результатов.

Оформление необходимой документации.

Самостоятельная работа включает выполнение расчетно-графической работы.

При выполнении расчетно-графической работы по заданной кинематической схеме механизма и исходным данным необходимо выполнить следующие виды работ:

– провести структурный анализ механизма;

– выполнить кинематический анализ механизма, для чего при заданном положении кривошипа построить планы механизма, скоростей и ускорений, а также эскиз вала кривошипа с установленными на нём элементами;

– определить величину уравновешивающей силы и уравновешивающего момента методом «жёсткого рычага» Н.Е. Жуковского;

– произвести проверочный расчёт вала кривошипа, включающий оценку статической прочности и расчёт на сопротивление усталости.

Масштабы плана механизма и эскиза вала принимаются по ЕСКД, масштабы планов скоростей и ускорений и «жёсткого рычага» выбираются самостоятельно с учётом рационального расположения построений на листе формата А1.

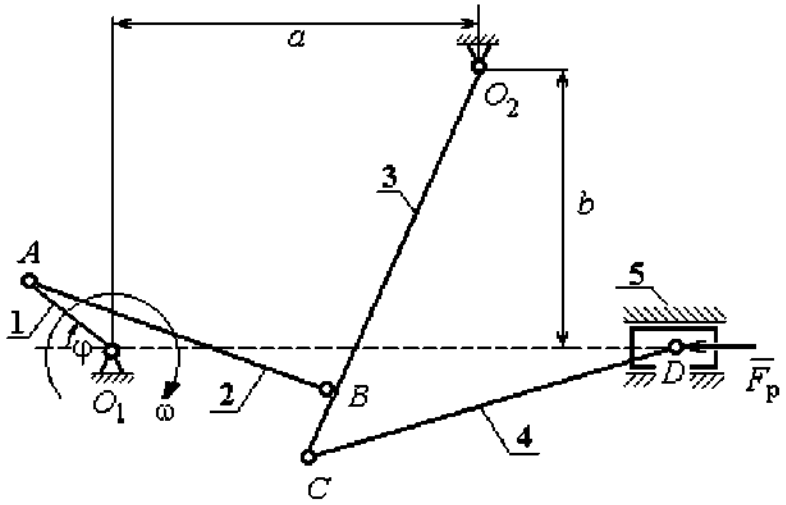
В расчётах для всех заданий и вариантов принять предел текучести материала вала $\sigma_т$ = 380 МПа, допускаемое напряжение смятия шпонки $[\sigma_{см}]$ = 120 МПа, обработку поверхности вала – чистовую.

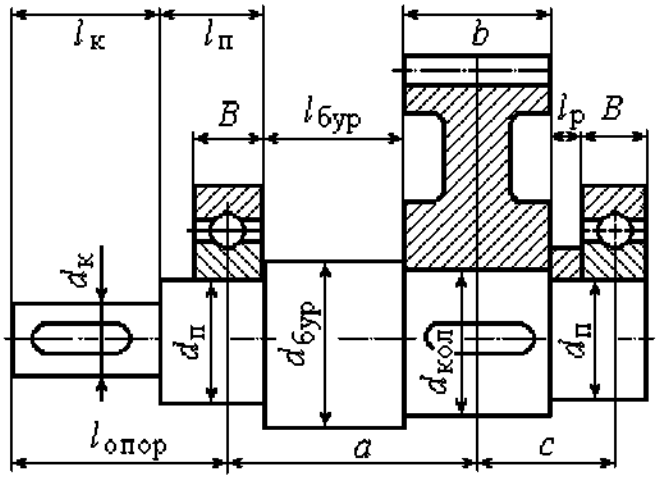
По результатам расчётов составить пояснительную записку на листах формата А4, оформленную в соответствии с правилами ЕСКД.

Построение планов механизма, скоростей, ускорений и «жёсткого рычага» выполнить на листе формата А1.

Вариант задания № 1. Инерционный конвейер

Схемы механизма инерционного конвейера и компоновки узла ведомого вала кривошипа для варианта задания № 1





Инерционный конвейер состоит из кривошипа 1 шатуна 2, коромысла 3, шатуна 4 и рештака (ползуна) 5. Центр масс кривошипа расположен на оси вращения в точке O_1, а центры масс остальных звеньев – посередине их длин. Сила сопротивления движению рештака постоянна и равна $F_р$. Рабочий ход слева – направо. На холостом ходу сила сопротивления составляет 10 % от номинальной.

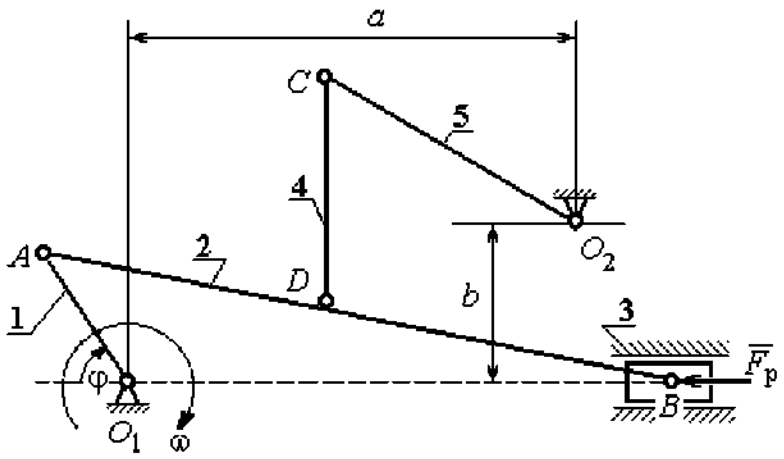
Ведомый вал редуктора привода кривошипа инерционного конвейера имеет несимметричное правое расположение колеса относительно опор вала – подшипников.

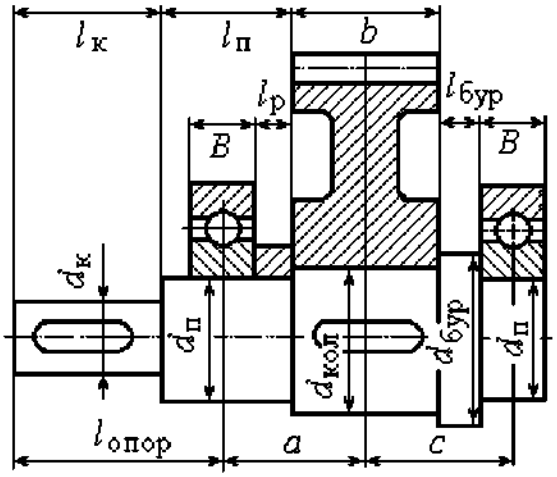
Варианты исходных данных механизма инерционного конвейера для варианта задания № 1

Параметры	Обозначение	Варианты исходных данных									
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Размеры звеньев механизма и характерные расстояния, м	O_1A	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,24	0,25
	AB	0,8	0,8	0,11	0,11	0,29	0,23	0,11	0,11	0,92	1,06
	O_2B	1,0	1,0	0,12	0,12	0,25	0,25	0,12	0,12	0,84	0,87
	O_2C	1,2	1,2	0,1	0,12	0,15	0,25	0,15	0,12	0,9	0,5
	CD	1,2	1,2	0,25	0,25	0,3	0,4	0,4	0,3	1,45	0,65
	a	0,9	0,9	0,06	0,04	0,15	0,35	0,04	0,07	0,8	0,8
	b	0,7	0,7	0,04	0,06	0,05	0,11	0,06	0,02	0,6	0,6
Угол поворота кривошипа, град	φ	45	30	290	235	120	115	140	50	300	150
Частота вращения кривошипа, об/мин	n	190	95	200	180	150	170	250	190	100	120
Массы звеньев механизма, кг	m_2	80	8	15	18	38	24	16	20	37	32
	m_3	100	10	18	25	23	30	28	25	22	17
	m_4	60	6	25	25	30	40	40	30	36	31
	m_5	100	10	100	70	80	90	90	60	73	62
Моменты инерции звеньев относит. центров масс, кг·м^2	J_1	0,5	0,5	0,2	0,1	0,1	0,09	0,18	0,09	0,3	0,21
	J_2	1,0	1,0	0,1	0,2	0,3	0,2	0,08	0,2	4,1	3,1
	J_3	0,8	0,8	0,4	0,8	0,18	0,2	0,6	0,5	2,7	2,9
	J_4	0,6	0,6	1,2	1,0	1,03	1,4	1,4	1,05	1,6	1,1
Сила сопротивления, кН	$F_р$	10,0	2,25	3,0	2,5	1,5	1,6	3,0	1,8	4,6	3,6
Передаточное число редуктора	u	5,6	6,3	4,1	4,0	4,5	3,5	6,0	3,1	6,3	8,0
Предел прочности материала вала, МПа	$\sigma_В$	650	750	750	800	850	750	650	800	750	700

Вариант задания № 2. Плунжерный питатель с грохотом

Схемы механизма плунжерного питателя с грохотом и компоновки узла ведомого вала кривошипа для варианта задания № 2





Плунжерный питатель с грохотом состоит из кривошипа 1, шатунов 2 и 4, сита грохота 5, плунжера 3. Центр тяжести кривошипа расположен на оси вращения O_1, центры тяжести остальных звеньев находятся в их середине. Сила сопротивления движению плунжера 3 сохраняет постоянное значение $F_р$ на протяжении всего рабочего хода (рабочий ход слева – направо). На холостом ходу сила сопротивления постоянна и составляет 10 % от номинальной.

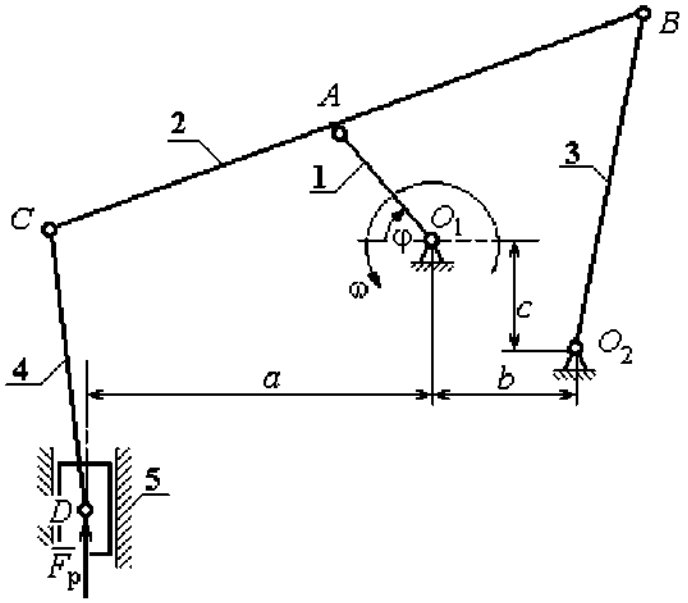
Ведомый вал редуктора привода кривошипа плунжерного питателя имеет симметричное расположение колеса относительно опор вала – подшипников.

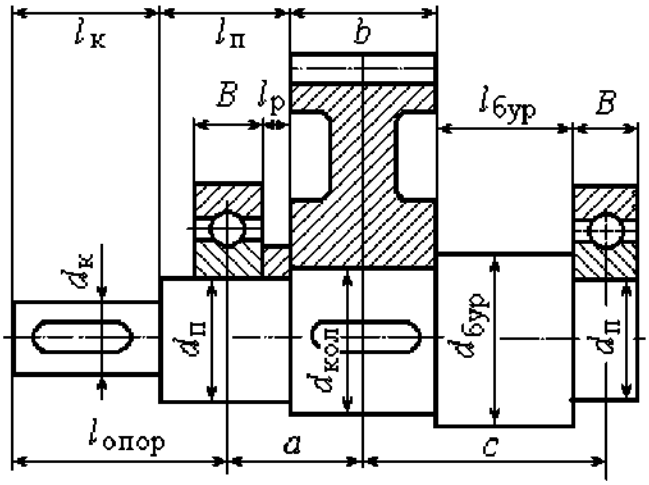
Варианты исходных данных механизма плунжерного питателя с грохотом для варианта задания № 2

Параметры	Обозначение	Варианты исходных данных									
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Размеры звеньев механизма и характерные расстояния, м	O_1A	0,8	0,05	0,06	0,08	0,06	0,08	0,08	0,06	0,1	0,1
	AB	0,5	0,5	0,4	0,5	0,4	0,5	0,5	0,4	0,6	0,5
	DB	0,4	0,3	0,3	0,35	0,3	0,25	0,25	0,3	0,43	0,33
	O_2C	0,4	0,27	0,19	0,3	0,24	0,25	0,22	0,24	0,31	0,21
	CD	0,12	0,09	0,2	0,2	0,2	0,13	0,14	0,2	0,16	0,16
	a	0,57	0,45	0,4	0,57	0,45	0,5	0,45	0,45	0,5	0,4
	b	0,12	0,02	0,12	0,12	0,12	0,05	0,05	0,13	0,13	0,13
Угол поворота кривошипа, град	φ	60	56	58	55	55	58	57	65	60	70
Частота вращения кривошипа, об/мин	n	150	30	210	150	160	140	130	160	130	120
Массы звеньев механизма, кг	m_2	42	38	35	36	31	35	36	31	40	40
	m_3	8	12	8	10	12	8	10	12	10	12
	m_4	16	9	16	18	20	13	14	20	16	16
	m_5	40	27	35	30	24	25	22	24	31	21
Моменты инерции звеньев относит. центров масс, кг·м^2	J_1	0,08	0,09	0,08	0,1	0,07	0,07	0,08	0,07	0,1	0,1
	J_2	1,3	1,2	1,1	1,1	1,0	1,1	1,1	1,0	1,2	1,2
	J_4	0,5	0,3	0,5	0,6	0,6	0,4	0,5	0,6	0,4	0,5
	J_5	1,2	0,9	1,1	0,9	0,8	0,8	0,7	0,8	1,0	0,6
Сила сопротивления, кН	$F_р$	100	90	980	80	80	80	700	80	100	60
Передаточное число редуктора	u	6,8	6,0	7,0	6,3	5,0	4,8	2,8	3,5	4,0	4,5
Предел прочности материала вала, МПа	$\sigma_В$	750	700	650	800	850	650	750	700	800	850

Вариант задания № 3. Поршневой насос

Схемы механизма поршневого насоса и компоновки узла ведомого вала кривошипа для варианта задания № 3





Механизм **поршневого насоса** состоит из кривошипа 1, шатунов 2 – 4 и ползуна (поршня) 5. Рабочий ход поршня сверху – вниз. Центры масс звеньев 2 – 4 находятся посредине их длин, звена 1 – в точке O_1, звена 5 – в точке D. Сила сопротивления движению поршня 5 сохраняет постоянное значение $F_р$ на протяжении всего рабочего хода. На холостом ходу сила сопротивления постоянна и составляет 10 % от номинальной.

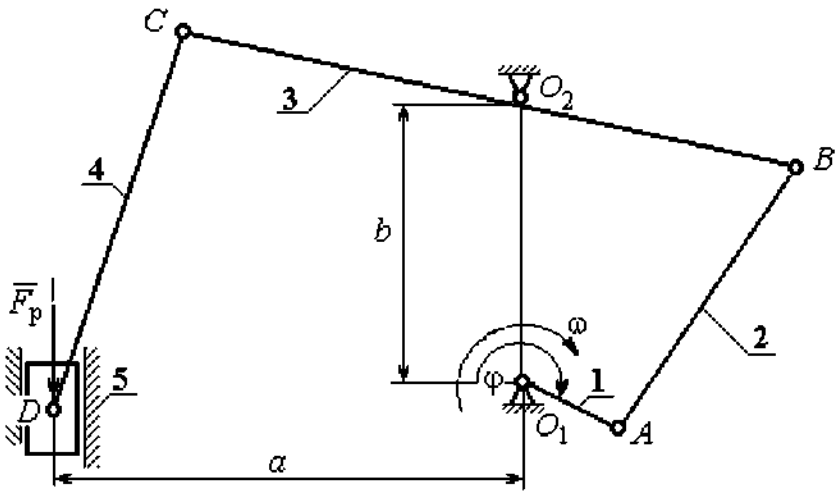
Ведомый вал редуктора привода кривошипа поршневого насоса имеет несимметричное левое расположение колеса относительно опор вала – подшипников.

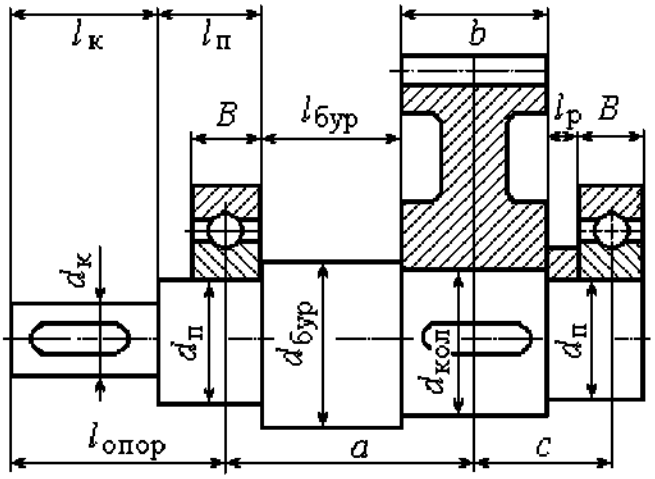
Варианты исходных данных механизма поршневого насоса для варианта задания № 3

Параметры	Обозначение	Варианты исходных данных									
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Размеры звеньев механизма и характерные расстояния, м	O_1A	0,16	0,13	0,16	0,18	0,11	0,18	0,13	0,12	0,18	0,1
	AB	0,56	0,5	0,52	0,6	0,6	0,56	0,47	0,45	0,56	0,42
	AC	0,38	0,35	0,4	0,4	0,3	0,42	0,35	0,3	0,42	0,3
	O_2B	0,55	0,5	0,55	0,55	0,45	0,55	0,5	0,48	0,55	0,45
	CD	0,6	0,55	0,6	0,55	0,45	0,6	0,55	0,5	0,6	0,45
	c	0,5	0,3	0,32	0,35	0,25	0,5	0,4	0,3	0,5	0,2
	a	0,5	0,45	0,45	0,3	0,3	0,5	0,28	0,4	0,5	0,35
	b	0,3	0,35	0,32	0,3	0,25	0,38	0,28	0,3	0,38	0,2
Угол поворота кривошипа, град	φ	60	56	45	60	65	65	23	65	60	63
Частота вращения кривошипа, об/мин	n	140	70	130	160	80	110	90	55	110	50
Массы звеньев механизма, кг	m_2	28	28	30	30	26	30	25	25	30	26
	m_3	25	20	25	25	18	25	28	20	25	18
	m_4	28	25	28	30	20	28	36	22	25	20
	m_5	38	32	25	40	34	28	45	26	28	22
Моменты инерции звеньев относит. центров масс, кг·м^2	J_1	0,15	0,11	0,18	0,2	0,1	0,2	0,13	0,1	0,15	0,1
	J_2	0,92	0,7	0,83	1,08	0,72	0,8	0,95	0,6	0,85	0,72
	J_3	0,75	0,63	1,05	0,8	0,62	1,15	0,72	0,65	1,1	0,86
	J_4	1,15	0,93	1,2	1,05	0,95	1,15	1,1	0,9	1,15	1,0
Сила сопротивления, кН	$F_р$	1,2	1,4	1,5	20,4	0,8	2,2	1,4	1,7	2,2	0,8
Передаточное число редуктора	u	3,1	4,4	5,8	6,2	7,3	3,2	4,5	5,2	6,3	7,2
Предел прочности материала вала. МПа	$\sigma_В$	680	780	880	820	730	560	580	630	680	720

Вариант задания № 4. Глубинный насос

Схемы механизма глубинного насоса и компоновки узла ведомого вала кривошипа для варианта задания № 4





Механизм **глубинного насоса** состоит из кривошипа 1 шатунов 2 и 4, коромысла 3 и ползуна (поршня) 5. Рабочий ход поршня снизу – вверх. Центры масс звеньев 2 – 4 находятся посредине их длин, звена 1 – в точке O_1, звена 5 – в точке D. Сила сопротивления движению поршня 5 сохраняет постоянное значение $F_р$ на протяжении всего рабочего хода. На холостом ходу сила сопротивления постоянна и составляет 10 % от номинальной.

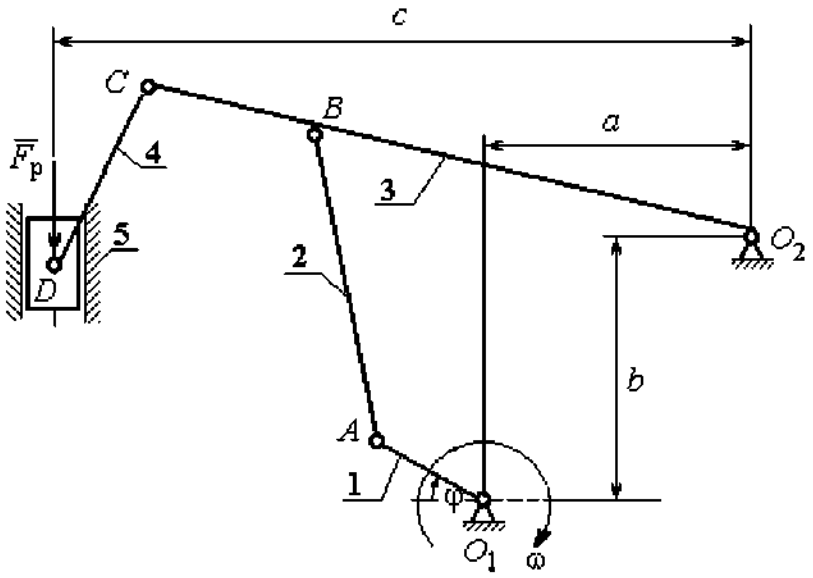
Ведомый вал редуктора привода кривошипа глубинного насоса имеет несимметричное правое расположение колеса относительно опор вала – подшипников.

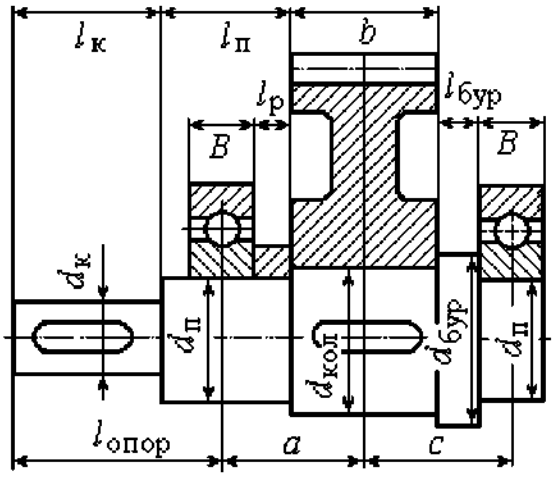
Варианты исходных данных механизма глубинного насоса для варианта задания № 4

Параметры	Обозначение	Варианты исходных данных									
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Размеры звеньев механизма и характерные расстояния, м	O_1A	0,09	0,11	0,15	0,1	0,12	0,17	0,13	0,14	0,16	0,95
	AB	0,6	0,72	0,7	0,7	0,7	0,55	0,8	0,70	0,65	0,9
	O_2B	0,38	0,47	0,5	0,4	0,5	0,5	0,6	0,8	0,7	0,8
	O_2C	0,2	0,7	0,5	0,45	0,35	0,5	0,5	0,55	0,75	0,6
	CD	0,6	0,8	0,85	0,6	0,65	0,8	1,5	1,55	1,75	1,6
	a	0,45	0,43	0,5	0,36	0,5	0,5	0,5	0,6	0,7	0,65
	b	0,46	0,63	0,6	0,45	0,66	0,6	0,5	0,55	0,7	0,8
Угол поворота кривошипа, град	φ	180	210	0	165	150	253	30	45	60	120
Частота вращения кривошипа, об/мин	n	140	130	180	70	150	200	100	110	160	190
Массы звеньев механизма, кг	m_2	38	24	14	22	27	20	23	26	29	30
	m_3	35	52	34	40	47	40	33	37	41	44
	m_4	33	30	36	28	34	40	43	47	49	51
	m_5	35	36	20	32	30	20	44	49	51	60
Моменты инерции звеньев относит. центров масс, кг·м^2	J_1	0,22	0,1	0,14	0,2	0,1	0,15	0,1	0,2	0,3	0,4
	J_2	1,1	0,83	0,5	1,2	0,9	0,75	0,8	0,9	0,6	0,4
	J_3	3,5	4,9	2,5	4	4,1	4,3	2,1	2,5	2,7	3,0
	J_4	2,1	2,0	2,3	1,6	2,2	2,4	3,0	3,5	3,9	4,4
Сила сопротивления, кН	F_p	3,0	1,26	1,44	1,68	2,17	2,16	3,0	4,8	5,1	6,1
Передаточное число редуктора	u	3,5	6,0	3,1	6,3	8,0	3,2	2,0	5,6	4,0	5,2
Предел прочности материала вала, МПа	σ_B	750	650	800	750	700	800	680	720	770	810

Вариант задания № 5. Вытяжной пресс

Схемы механизма вытяжного пресса и компоновки узла ведомого вала кривошипа для варианта задания № 5





Механизм вытяжного **пресса** состоит из кривошипа 1, шатунов 2 – 4 и ползуна (поршня) 5. Рабочий ход поршня снизу – вверх. Центры масс звеньев 2 –4 находятся посредине их длин, звена 1 – в точке O_1, звена 5 – в точке D. Сила сопротивления движению поршня 5 сохраняет постоянное значение $F_р$ на протяжении всего рабочего хода. На холостом ходу сила сопротивления постоянна и составляет 10 % от номинальной.

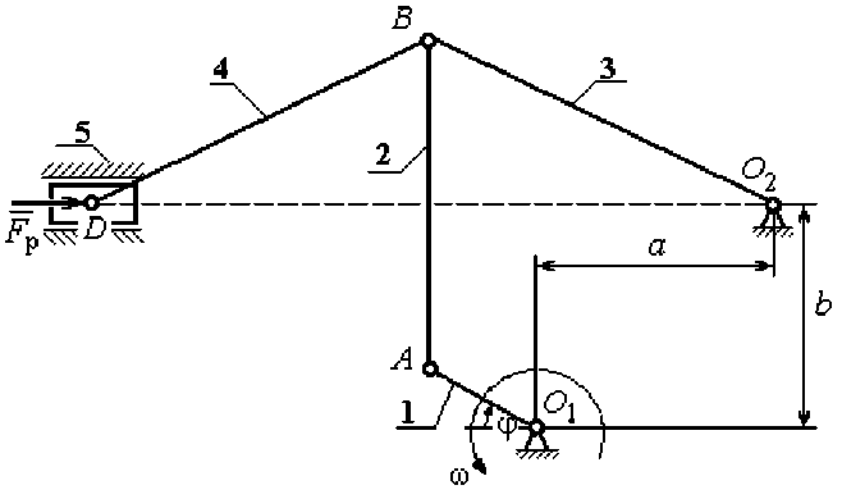
Ведомый вал редуктора привода кривошипа вытяжного пресса имеет симметричное расположение колеса относительно опор вала – подшипников.

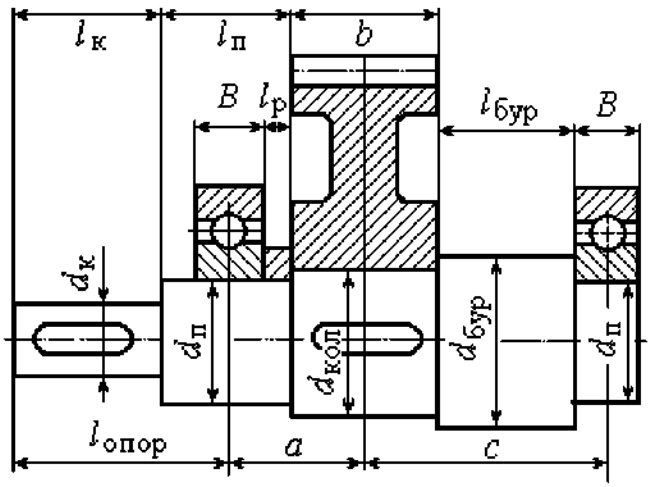
Варианты исходных данных механизма вытяжного пресса для варианта задания № 5

Параметры	Обозначение	Варианты исходных данных									
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Размеры звеньев механизма и характерные расстояния, м	O_1A	0,1	0,09	0,09	0,09	0,08	0,1	0,07	0,1	0,11	0,08
	AB	0,32	0,45	0,36	0,38	0,4	0,42	0,46	0,48	0,5	0,52
	O_2B	0,3	0,6	0,5	0,42	0,51	0,6	0,62	0,46	0,45	0,5
	O_2C	0,42	0,9	0,7	0,6	0,7	0,85	0,8	0,66	0,65	0,7
	CD	0,11	0,3	0,4	0,6	0,5	0,8	0,9	0,35	0,49	0,5
	a	0,16	0,35	0,45	0,44	0,56	0,62	0,6	0,64	0,68	0,66
	b	0,29	0,3	0,4	0,41	0,46	0,5	0,51	0,55	0,6	0,6
	c	0,41	0,7	0,6	0,56	0,65	0,75	0,8	0,62	0,6	0,65
Угол поворота кривошипа, град	φ	30	60	120	150	210	240	300	330	25	45
Частота вращения кривошипа, об/мин	n	40	65	50	55	60	165	70	75	285	150
Массы звеньев механизма, кг	m_2	30	7	8	9	10	12	11	14	12	11
	m_3	40	12	10	10	8	10	8	7	14	10
	m_4	15	5	6	4	7	8	9	6	4	5
	m_5	20	30	33	35	37	30	37	35	40	42
Моменты инерции звеньев относит. центров масс, кг·м^2	J_1	0,5	2,0	2,4	2,4	2,6	2,5	2,2	2,0	2,2	2,2
	J_2	0,2	0,10	0,20	0,21	0,24	0,28	0,29	0,31	0,33	0,35
	J_3	0,3	0,20	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65
	J_4	0,1	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,2	0,22	0,24	0,26
Сила сопротивления, кН	$F_р$	36	36	40	41	39	37	34	32	36	42
Передаточное число редуктора	u	3,1	4,4	5,8	6,2	7,3	6,8	6,0	7,0	6,3	5,0
Предел прочности материала вала. МПа	$\sigma_В$	680	780	880	820	730	750	700	650	800	850

Вариант задания № 6. Гайковырубной автомат

Схемы механизма гайковырубного автомата и компоновки узла ведомого вала кривошипа для варианта задания № 6





Механизм гайковырубного **автомата** состоит из кривошипа 1, шатунов 2, 4, коромысла 3 и ползуна (поршня) 5. Рабочий ход поршня слева – направо. Центры масс звеньев 2 – 4 находятся посредине их длин, кривошипа 1 – в точке O_1, звена 5 – в точке D. Сила сопротивления движению поршня 5 сохраняет постоянное значение $F_р$ на протяжении всего рабочего хода. На холостом ходу сила сопротивления постоянна и составляет 10 % от номинальной.

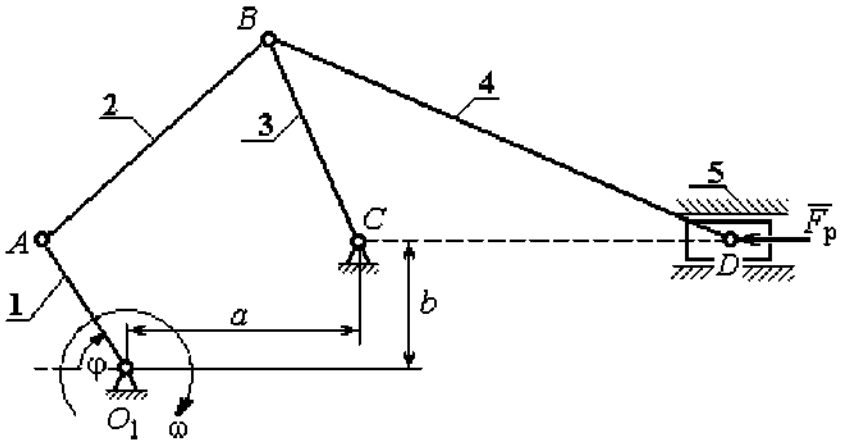
Ведомый вал редуктора привода кривошипа гайковырубного автомата имеет несимметричное левое расположение колеса относительно опор вала – подшипников.

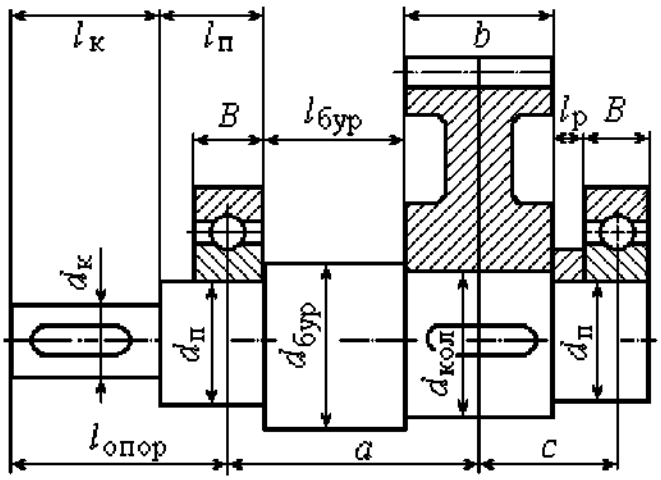
Варианты исходных данных механизма гайковырубного автомата для варианта задания № 6

Параметры	Обозначение	Варианты исходных данных									
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Размеры звеньев механизма и характерные расстояния, м	O_1A	0,09	0,11	0,1	0,12	0,08	0,11	0,12	0,1	0,1	0,12
	AB	0,43	0,41	0,48	0,43	0,38	0,48	0,44	0,44	0,37	0,52
	O_2B	0,25	0,29	0,28	0,3	0,22	0,28	0,31	0,26	0,26	0,31
	BD	0,25	0,29	0,28	0,3	0,22	0,28	0,31	0,26	0,26	0,31
	a	0,24	0,27	0,27	0,29	0,21	0,27	0,3	0,25	0,25	0,29
	b	0,45	0,43	0,5	0,45	0,4	0,5	0,47	0,39	0,39	0,55
Угол поворота кривошипа, град	φ	30	45	60	120	150	210	240	300	305	25
Частота вращения кривошипа, об/мин	n	100	45	50	55	60	65	70	75	80	90
Массы звеньев механизма, кг	m_2	11	10	12	10	9	12	11	11	9	13
	m_3	15	17	16	20	13	18	19	16	16	18
	m_4	15	17	16	20	13	18	19	16	16	18
	m_5	60	62	56	70	46	65	67	57	58	63
Моменты инерции звеньев относит. центров масс, кг·м^2	J_1	1,2	1,4	1,6	1,0	0,9	1,5	1,3	1,1	1,0	1,3
	J_2	0,2	0,17	0,28	0,18	0,13	0,28	0,21	0,21	0,12	0,35
	J_3	0,09	0,14	0,12	0,18	0,08	0,14	0,18	0,11	0,11	0,17
	J_4	0,09	0,14	0,12	0,18	0,08	0,14	0,18	0,11	0,11	0,17
Сила сопротивления, кН	$F_р$	60	65	70	58	55	52	53	54	60	70
Передаточное число редуктора	u	5,6	2,8	3,5	5,1	6,3	3,2	4,6	5,9	6,0	3,4
Предел прочности материала вала, МПа	$\sigma_В$	750	650	700	800	640	600	620	680	710	800

Вариант задания № 7. Качающийся конвейер

Схемы механизма качающегося конвейера и компоновки узла ведомого вала кривошипа для варианта задания № 7





Механизм качающегося **конвейера** состоит из кривошипа 1, шатунов 2, 4, коромысла 3 и ползуна (поршня) 5. Рабочий ход поршня слева – направо. Центры масс звеньев 2 – 4 находятся посредине их длин, кривошипа 1 – в точке O_1, звена 5 – в точке D. Сила сопротивления движению поршня 5 сохраняет постоянное значение $F_р$ на протяжении всего рабочего хода. На холостом ходу сила сопротивления постоянна и составляет 10 % от номинальной.

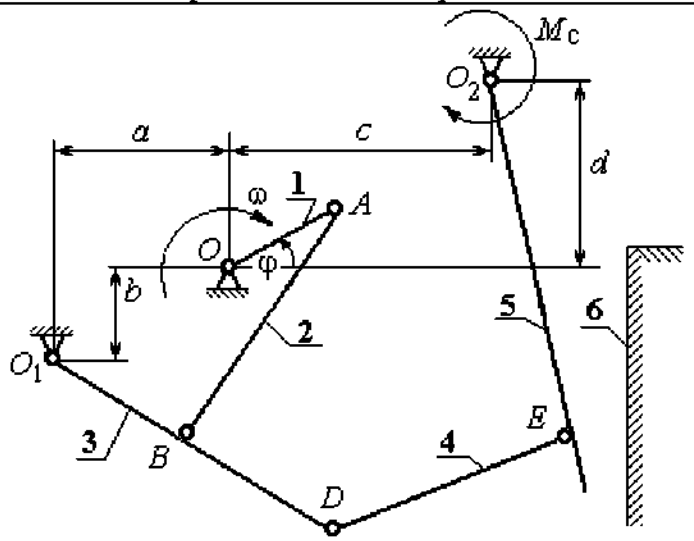
Ведомый вал редуктора привода кривошипа качающегося конвейера имеет несимметричное правое расположение колеса относительно опор вала – подшипников.

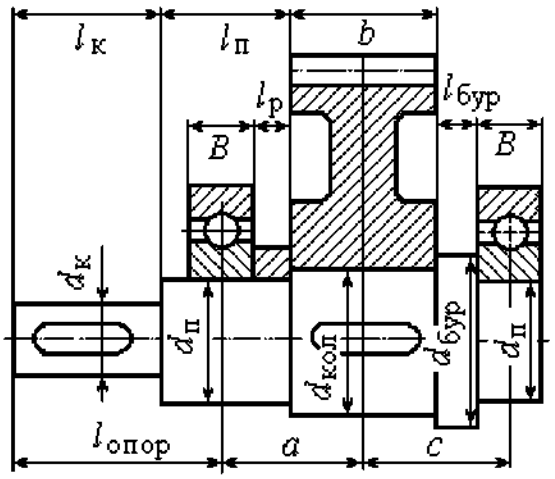
Варианты исходных данных механизма качающегося конвейера для варианта задания № 7

Параметры	Обозначение	Варианты исходных данных									
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Размеры звеньев механизма и характерные расстояния, м	O_1A	0,1	0,09	0,1	0,11	0,12	0,14	0,1	0,12	0,14	0,12
	AB	0,38	0,38	0,46	0,42	0,46	0,28	0,45	0,55	0,53	0,45
	BC	0,32	0,3	0,33	0,35	0,39	0,35	0,4	0,4	0,45	0,38
	BD	1,3	1,4	1,5	1,4	1,5	1,6	1,5	1,5	1,6	1,5
	a	0,29	0,3	0,34	0,32	0,33	0,32	0,35	0,41	0,4	0,35
	b	0,05	0,06	0,06	0,05	0,06	0,04	0,05	0,07	0,07	0,06
Угол поворота кривошипа, град	φ	25	45	60	115	135	150	210	245	290	300
Частота вращения кривошипа, об/мин	n	80	60	68	73	70	63	63	79	74	50
Массы звеньев механизма, кг	m_2	20	20	21	20	20	25	20	22	25	20
	m_3	90	80	90	100	85	100	90	95	100	90
	m_4	400	400	450	500	500	500	400	450	500	450
	m_5	900	800	900	900	950	900	950	800	900	950
Моменты инерции звеньев относит. центров масс, кг·м^2	J_1	1,0	1,0	1,1	1,0	1,2	1,4	1,0	1,2	1,4	1,2
	J_2	1,0	1,0	1,1	1,0	1,2	1,4	1,0	1,2	1,4	1,2
	J_3	0,4	0,4	0,6	0,5	0,5	0,6	0,4	0,5	0,6	0,5
	J_4	40	40	42	35	40	38	42	45	35	45
Сила сопротивления, кН	$F_р$	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	11,0	12,0	13,0
Передаточное число редуктора	u	3,2	4,5	5,2	6,3	7,2	3,5	6,0	3,1	6,3	8,0
Предел прочности материала вала, МПа	$\sigma_В$	560	580	630	680	720	750	800	800	750	700

Вариант задания № 8. Щековая дробилка

Схемы механизма щековой дробилки и компоновки узла ведомого вала кривошипа для варианта задания № 8





Механизм щековой **дробилки** состоит из кривошипа 1, шатуна 2, коромысла 3, тяги 4, подвижной щеки 5 и неподвижной щеки 6. Рабочий ход подвижной щеки слева – направо. Центр масс кривошипа 1 – в точке O_1. У остальных звеньев 2 – 5 центры масс находятся посредине их длин. Момент сил сопротивления движению подвижной щеки 5 сохраняет постоянное значение M_C на протяжении всего рабочего хода. На холостом ходу щеки момент сил сопротивления постоянный и составляет 10 % от номинального.

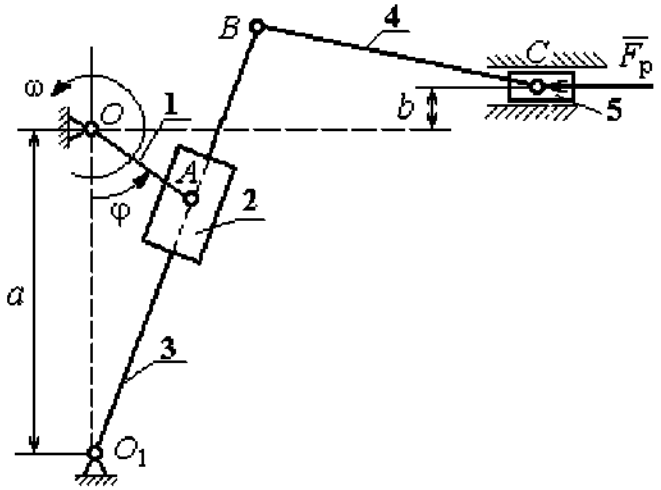
Ведомый вал редуктора привода кривошипа щековой дробилки имеет симметричное расположение колеса относительно опор вала – подшипников.

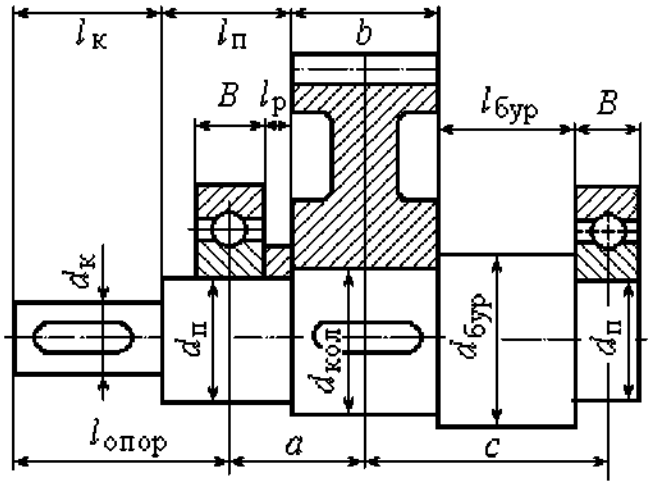
Варианты исходных данных механизма щековой дробилки для варианта задания № 8

Параметры	Обозначение	Варианты исходных данных									
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Размеры звеньев механизма и характерные расстояния, м	OA	0,11	0,1	0,15	0,07	0,15	0,08	0,1	0,15	0,12	0,07
	AB	0,8	0,9	0,75	0,6	0,9	0,7	0,45	0,9	0,8	0,65
	O_1B	0,45	0,5	0,6	0,3	0,6	0,6	0,5	0,6	0,6	0,3
	BD	0,2	0,15	0,2	0,3	0,1	0,15	0,25	0,15	0,2	0,2
	O_2E	0,8	0,85	1,2	0,9	1,15	1,0	0,8	1,2	1,0	0,75
	DE	0,6	0,55	0,6	0,4	0,7	0,35	0,3	0,65	0,3	0,45
	a	0,45	0,5	0,4	0,3	0,3	0,4	0,5	0,4	0,4	0,3
	b	0,55	0,6	0,5	0,4	0,5	1,0	0,5	0,5	1,0	0,4
	c	0,4	0,35	0,6	0,3	0,6	0,4	0,25	0,6	0,5	0,3
	d	0,12	0,15	0,3	0,4	0	0,2	0,2	0	0,1	0,2
Угол поворота кривошипа, град	φ	20	30	45	60	115	145	215	240	295	330
Частота вращения кривошипа, об/мин	n	160	190	150	250	170	200	200	140	240	240
Массы звеньев механизма, кг	m_2	55	50	45	40	48	40	35	55	50	40
	m_3	30	25	30	15	30	30	25	30	35	30
	m_4	30	27	30	20	35	18	15	33	15	22
	m_5	90	85	120	110	100	80	120	100	75	100
Моменты инерции звеньев относит. центров масс, кг·м^2	J_1	0,23	0,25	0,35	0,2	0,3	0,2	0,25	0,35	0,2	0,24
	J_2	0,8	4,0	3,4	1,6	3,9	1,9	0,7	4,5	3,2	1,7
	J_3	0,9	0,6	1,1	0,14	1,1	1,1	0,5	1,1	0,26	0,14
	J_4	0,9	0,82	1,0	0,32	1,7	0,22	0,14	1,4	0,15	0,45
	J_5	6,3	6,1	17,3	7,3	14,5	10,0	5,1	17,3	10,0	4,2
Момент сил сопротивления, кН·м	M_C	4	8	30	9	20	10	7	35	2	15
Передаточное число редуктора	u	5,6	3,8	4,7	6,3	4,0	4,5	4,8	2,8	3,5	4,0
Предел прочности материала вала, МПа	σ_B	670	710	820	630	750	700	650	740	720	810

Вариант задания № 9. Кулисный конвейер

Схемы механизма кулисного конвейера и компоновки узла ведомого вала кривошипа для варианта задания № 9





Механизм кулисного **конвейера** состоит из кривошипа 1, ползуна 2, кулисы 3, шатуна 4 и ползуна (поршня) 5. Рабочий ход поршня слева – направо. Центры масс звеньев 3, 4 находятся посредине их длин, кривошипа 1 – в точке O, ползуна 2 – в точке A, звена 5 – в точке C. Сила сопротивления движению поршня 5 сохраняет постоянное значение $F_р$ на протяжении всего рабочего хода. На холостом ходу сила сопротивления постоянна и составляет 10 % от номинальной.

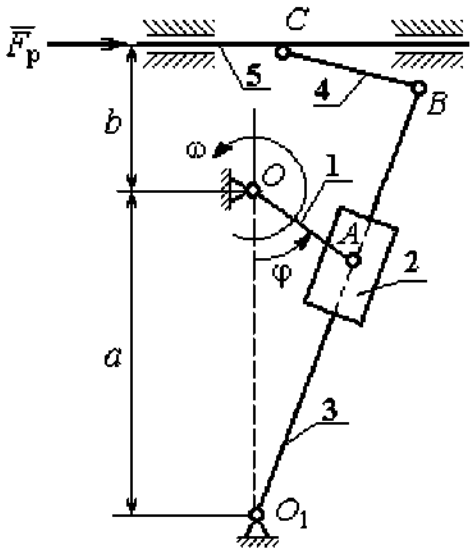
Ведомый вал редуктора привода кривошипа кулисного конвейера имеет несимметричное левое расположение колеса относительно опор вала – подшипников.

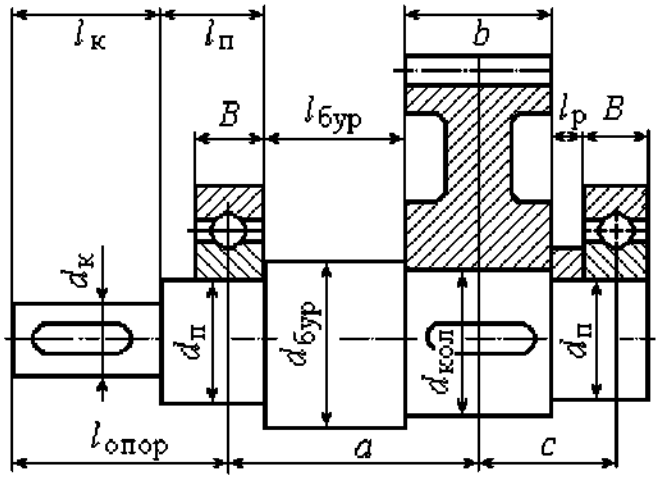
Варианты исходных данных механизма кулисного конвейера для варианта задания № 9

Параметры	Обозначение	Варианты исходных данных									
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Размеры звеньев механизма и характерные расстояния, м	OA	0,17	0,08	0,1	0,12	0,0,9	0,11	0,13	0,14	0,15	0,16
	O_1B	1,5	0,8	1,0	1,2	0,9	1,1	1,3	1,4	1,25	1,45
	BC	2,1	1,8	1,9	2,0	1,75	1,65	1,45	1,5	1,85	1,95
	a	0,9	0,6	0,8	0,9	0,6	0,6	0,7	1,0	0,95	1,1
	b	0,28	0,05	0,07	0,08	0,09	0,1	0,055	0,065	0,06	0,065
Угол поворота кривошипа, град	φ	300	20	30	45	60	110	120	150	210	240
Частота вращения кривошипа, об/мин	n	190	100	110	120	130	140	150	160	170	180
Массы звеньев механизма, кг	m_2	14	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	m_3	28	10	12	14	16	18	20	22	24	26
	m_4	32	14	16	18	20	22	24	26	28	30
	m_5	280	100	120	140	160	180	200	220	240	260
Моменты инерции звеньев относит. центров масс, кг·м^2	J_1	3,0	1	2	3	4	4,5	3,6	4,7	2,8	2,9
	J_2	0,65	0,6	0,4	0,3	0,5	0,7	0,8	0,35	0,45	0,55
	J_3	6,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5
	J_4	1,5	2,0	2,5	3,5	4,5	5,0	3,0	4,0	6,0	6,5
Сила сопротивления, кН	$F_р$	14	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Передаточное число редуктора	u	3,2	4,5	5,2	6,3	7,2	3,5	6,0	3,1	6,3	7,3
Предел прочности материала вала, МПа	$\sigma_В$	560	520	680	650	730	750	820	800	740	700

Вариант задания № 10. Строгальный станок

Схемы механизма кулисного конвейера и компоновки узла ведомого вала кривошипа для варианта задания № 10





Механизм строгального **станка** состоит из кривошипа 1, ползуна 2, кулисы 3, шатуна 4 и резца (вместе с суппортом) 5. Рабочий ход резца справа – налево. Центры масс звеньев 3, 4 находятся посредине их длин, кривошипа 1 – в точке *O*, ползуна 2 – в точке *A*, резца 5 – в точке *C*. Сила сопротивления движению резцу 5 сохраняет постоянное значение $F_р$ на протяжении всего рабочего хода. На холостом ходу сила сопротивления постоянна и составляет 10 % от номинальной.

Ведомый вал редуктора привода кривошипа кулисного конвейера имеет несимметричное правое расположение колеса относительно опор вала – подшипников.

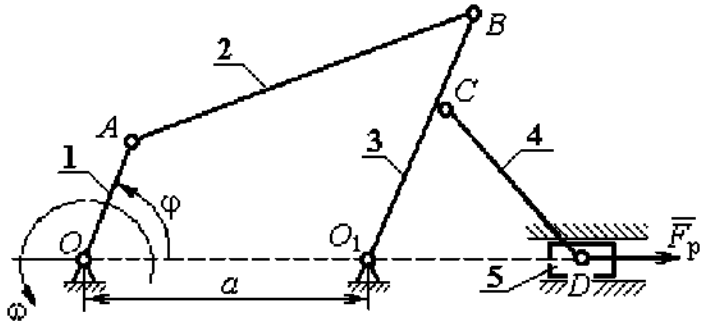
Варианты исходных данных механизма кулисного конвейера для варианта задания № 10

Параметры	Обозначение	Варианты исходных данных									
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Размеры звеньев механизма и характерные расстояния, м	OA	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15
	O_1B	1,35	1,45	1,6	1,6	1,8	1,55	1,45	1,75	1,45	1,4
	BC	0,5	0,6	0,7	0,8	0,45	0,35	0,55	0,65	0,75	0,8
	a	0,8	0,85	0,9	0,95	1,05	0,75	0,65	0,85	1,1	1,2
	b	0,7	0,8	0,85	0,9	0,95	0,95	0,95	1,05	0,6	0,5
Угол поворота кривошипа, град	φ	20	35	60	75	120	150	210	240	295	330
Частота вращения кривошипа, об/мин	n	120	130	140	150	160	170	180	190	110	100
Массы звеньев механизма, кг	m_2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	m_3	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
	m_4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	5
	m_5	25	28	30	32	35	37	40	43	45	49
Моменты инерции звеньев относит. центров масс, кг·м^2	J_1	1	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	1,9	2,1	2,2	2,3
	J_2	0,2	0,25	0,3	0,35	0,1	0,15	0,18	0,22	0,26	0,32
	J_3	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5
	J_4	1,1	1,3	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,1	2,2	2,3
Сила сопротивления, кН	$F_р$	6	5	4	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5	10
Передаточное число редуктора	u	2	3,1	4	5	6,3	7,1	4,5	5,6	3,3	3,9
Предел прочности материала вала, МПа	$\sigma_В$	650	700	750	800	850	900	670	770	870	600

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Рассмотрим последовательность выполнения расчетно-графической работы на примере условной схемы пятизвенного плоского механизма с симметричной компоновкой узла ведомого вала кривошипа (рис. 1).

Пятизвенный механизм



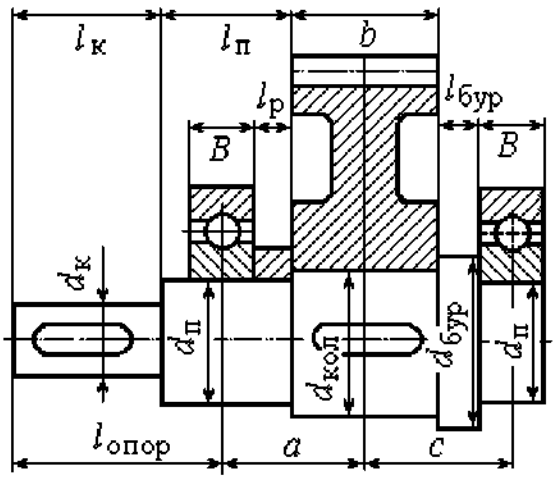


Рис. 1. Схемы пятизвенного механизма и компоновки узла ведомого вала кривошипа

Механизм состоит из кривошипа 1, шатуна 2, коромысла 3, шатуна 4 и ползуна 5. Центр масс кривошипа расположен на оси вращения, в точке *O*, центры масс звеньев 2 – 4 – посередине их длин, центр масс звена 5 – в точке *D*. Рабочий ход ползуна справа – налево. Сила сопротивления движению ползуна на

протяжении рабочего хода равна $F_р$. На холостом ходу сила сопротивления составляет 10 % от номинального значения.

Ведомый вал редуктора привода кривошипа механизма имеет симметричное расположение колеса относительно опор вала – подшипников.

Данные для кинематического и динамического расчета механизма приведены в табл. 1 – 2.

Таблица 1

Кинематические характеристики механизма

Размеры звеньев механизма						Угол поворота кривошипа, φ, град	Частота вращения кривошипа, n, об/мин
a, м	OA, м	AB, м	O_1C, м	BC, м	CD, м		
0,4	0,1	0,4	0,15	0,15	0,5	90	95,5

Таблица 2

Параметры динамического расчёта

Массы звеньев, кг					Моменты инерции звеньев, кг·м^2				Сила полезного сопротивления, кН	Передаточное число редуктора	Предел прочности материала вала, МПа
m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	J_{01}	J_{S2}	J_{O_13}	J_{S4}	$F_р$	u	$\sigma_в$
5	40	30	50	10	1	2	1	3	16,045	5	640

1. Структурный и кинематический анализ механизма

Структурный анализ механизма

В рассматриваемом механизме (рис. 2, *а*) 5 подвижных звеньев и 7 кинематических пар:

– вращательная кинематическая пара O (рис. 2, *b*) низшего типа 5-го класса образуется неподвижной стойкой 6 и кривошипом 1;

– вращательная кинематическая пара A (рис. 2, c) низшего типа 5-го класса образуется кривошипом 1 и шатуном 2;

– вращательная кинематическая пара B (рис. 2, d) низшего типа 5-го класса образуется шатуном 2 и коромыслом 3;

– вращательная кинематическая пара O_1 (рис. 2, e) низшего типа 5-го класса образуется коромыслом 3 и стойкой 7;

– вращательная кинематическая пара C (рис. 2, f) низшего типа 5-го класса образуется коромыслом 3 и шатуном 4;

– вращательная кинематическая пара D (рис. 2, g) низшего типа 5-го класса образуется шатуном 4 и ползуном 5;

– поступательная кинематическая пара D_1 (рис. 2, h) низшего типа 5-го класса образуется ползуном 5 и стойкой 8.

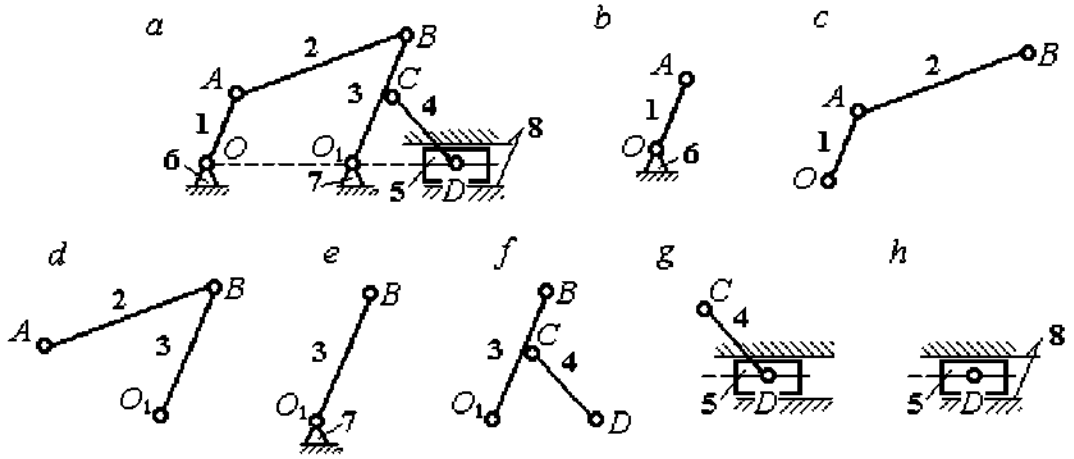


Рис. 2. Кинематические пары механизма:
a – схема механизма; b – h – звенья, составляющие кинематические пары

Высших кинематических пар в данном механизме нет, так как соединение всех звеньев осуществляется по поверхности. Кинематические пары и звенья, составляющие кинематические пары, показаны на рис. 2.

Степень подвижности плоского механизма определяется по формуле П. Л. Чебышева: $W = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1$, где $n = 5$ – число подвижных звеньев механизма, $p_5 = 7$ – число кинематических пар 5-го класса. Следовательно, механизм имеет одно ведущее звено.

В рассматриваемом механизме можно выделить две группы Ассура и начальное звено (рис. 3):

– группа звеньев, состоящая из шатуна 4 и ползуна 5, является группой Ассура II класса, второго вида (ползун – поводок), рис. 3, *b*;

– группа звеньев, состоящая из коромысла 3 и шатуна 2, является группой Ассура II класса, первого вида (двухповодковая группа), рис. 3, *c*;

– кривошип 1 вместе со стойкой 6 образуют начальное звено или начальный механизм I класса, рис. 3, *d*.

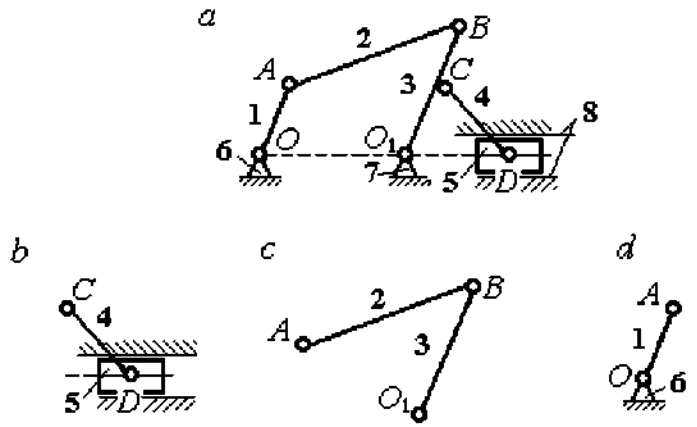


Рис. 3. Группы Ассура механизма:
a – схема механизма; *b*, *c* – группы Асура; *d* – начальное звено

Схема образования механизма группами Ассура:

$$(1) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (4, 5).$$

К первому (ведущему) звену присоединяется группа Ассура, состоящая из звеньев 2 и 3, образуя раму, имеющую ту же степень подвижности, что и исходный механизм. К группе Ассура, состоящей из звеньев 2 и 3, присоединяется группа Ассура, состоящая из звеньев 4 и 5. При этом степень подвижности образованного механизма не увеличивается.

Представленный механизм включает начальный механизм I класса и две группы Ассура II класса, в результате чего является механизмом II класса.

Результаты структурного анализа механизма приводятся в табл. 3 – 4.

Таблица 3

Анализ кинематических пар

Обозначение кинематической пары	O	A	B	O_1	C	D	D_1
Звенья, образующие пару	1 – 6	1 – 2	2 – 3	3 – 7	3 – 4	4 – 5	5 – 8
Наименование пары	Вращательная, низшая						Поступательная, низшая
Класс пары	5 класс						

Таблица 4

Анализ групп Ассура

Группы Ассура	4 – 5	2 – 3	1
Наименование группы Ассура	Ползун-поводок	Двухповодковая	Начальное звено
Класс групп Ассура	II класс	II класс	I класс
Класс механизма	Механизм II класса		

Построение плана механизма

Построение плана механизма начинается с определения масштабного коэффициента длины. Выберем для плана механизма стандартный масштаб, например 1:4. Масштаб выбирается таким образом, чтобы длина самого большого звена механизма на чертеже не превышала 100 – 150 мм. При выбранном масштабе длина отрезка l_{CD}, изображающего на чертеже звено CD максимальной длины 0,5 м, составит: $l_{CD} = \frac{0{,}5}{4} = 0{,}125$ м = 125 мм и находится в пределах допустимых границ длин. Масштабный коэффициент длины рассчитывается как отношение $k_l = \frac{0{,}5}{125} = 0{,}004 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$.

Определяем длины звеньев на чертеже с учётом масштабного коэффициента:

$$l_{OA} = \frac{OA}{k_l} = \frac{0{,}1}{0{,}004} = 25 \text{ мм}, \qquad l_{CD} = \frac{CD}{k_l} = \frac{0{,}5}{0{,}004} = 125 \text{ мм},$$

$$l_{AB} = \frac{AB}{k_l} = \frac{0{,}4}{0{,}004} = 100 \text{ мм}, \qquad l_a = \frac{a}{k_l} = \frac{0{,}4}{0{,}004} = 100 \text{ мм},$$

$$l_{O_1C} = \frac{O_1C}{k_l} = \frac{0{,}15}{0{,}004} = 37{,}5 \text{ мм}, \quad l_{BC} = \frac{BC}{k_l} = \frac{0{,}15}{0{,}004} = 37{,}5 \text{ мм}.$$

Порядок построения положения механизма таков:

1. Первоначально на чертеже фиксируем неподвижные точки O и O_1. Поставим на свободном поле чертежа точку O_1, затем, отложив расстояние a, поставим точку O_2.

2. Радиусом l_{OA} проведём окружность, по которой будет перемещаться точка A, лежащая на кривошипе. Установим заданное положение кривошипа под углом $\varphi = 90°$ и получим положение точки A (начальное положение и направление отсчёта угла показано на схеме механизма).

3. Из точки A проводим дугу радиусом l_{AB}, затем из точки O_1 дугу радиусом $l_{O_1B} = l_{O_1C} + l_{CB}$. В точке пересечения ставим точку B. Прямая линия, соединяющая точки A и B, определяет положение шатуна 2.

4. Из точки C, находящейся на средине коромысла 3, проводим дугу окружности радиусом l_{DC} до пересечения её с продолжением линии OO_1. Точка пересечения D определяет положение ползуна 5.

План механизма в масштабе 1: 4 показан на рис. 4.

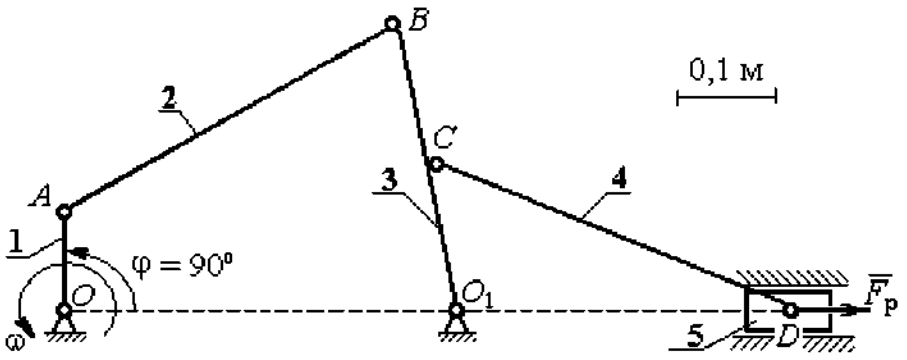


Рис. 4. План механизма в масштабе 1:4

Построение плана скоростей механизма

Построение начинаем с определения модуля скорости точки A ведущего звена 1 – кривошипа.

Вычисляем угловую скорость кривошипа ω, рад/с, по заданной его частоте вращения n, об/мин: $\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{3{,}14 \cdot 95{,}5}{30} = 10$ рад/с. Вычисляем модуль скорости точки A кривошипа: $V_A = \omega \cdot O_1A = 10 \cdot 0{,}1 = 1$ м/с. Длину вектора скорости $\vec{V}_A$ точки A на плане скоростей принимаем равной 100 мм. Вычисляем масштаб плана скоростей: $k_v = \frac{V_A}{100} = \frac{1}{100} = 0{,}01$ (мм/с)/м.

Точка B принадлежит как звену AB (шатун 2), совершающему плоскопараллельное движение, так и звену O_1B (коромысло 3), вращающемуся вокруг неподвижного центра O_1 (см. рис. 4). Скорость точки B звена AB, равна векторной сумме скорости полюса, например точки A, и скорости точки B во вращательном движении звена AB по отношении к полюсу. Тогда для определения скорости точки B имеем первое векторное равенство: $\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}$, где $\vec{V}_B$ – вектор скорости точки B; $\vec{V}_A$ – вектор скорости точки A, известный по величине и направлению; $\vec{V}_{BA}$ – вектор скорости точки B во вращательном движении звена AB по отношении к полюсу A. Известно, что вектор скорости $\vec{V}_{BA}$ перпендикулярен линии AB.

С другой стороны, в силу того, что точка B принадлежит звену O_1B, вращающемуся вокруг неподвижного центра O_1, скорость точки B может быть найдена из второго векторного равенства $\vec{V}_B = \vec{V}_{BO_1}$, где $\vec{V}_{BO_1}$ – вектор скорости точки B при вращении звена BO_1 вокруг центра O_1. Вектор $\vec{V}_{BO_1}$ (и, следовательно, вектор $\vec{V}_B$) перпендикулярен линии BO_1.

Проведём построение векторов на плане скоростей (рис. 5). Выберем в качестве полюса плана скоростей точку p_v, которую изображаем на поле чертежа в удобном для построения месте. Изобразим вектор скорости $\vec{V}_A$, направив его из

точки p_v. При заданном положении кривошипа вектор $\vec{V}_A$ на плане скоростей горизонтален. Направление вектора $\vec{V}_A$ перпендикулярно кривошипу O_1A в сторону его вращения. Длина вектора на чертеже устанавливается в соответствии с масштабным коэффициентом (100 мм). В конце построенного вектора поставим точку *a*. Таким образом, вектор $\vec{V}_A$ на плане скоростей изображается отрезком $p_v a$ (см. рис. 5).

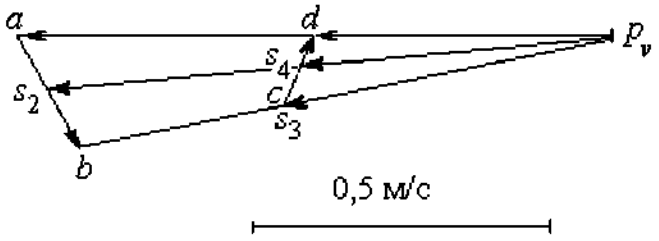


Рис. 5. План скоростей механизма для угла поворота кривошипа φ = 90°

Далее, из точки *a* направляем вектор $\vec{V}_{BA}$, перпендикулярно линии звена *AB*. Величина вектора $\vec{V}_{BA}$ неизвестна и потому вектор скорости $\vec{V}_B$ найти невозможно. Для того, чтобы его найти, построим вектор $\vec{V}_B$ в соответствии со вторым векторным уравнением. Из него следует, что величина и направление вектора $\vec{V}_B$ совпадает с величиной и направлением вектора $\vec{V}_{BO_1}$, который перпендикулярен линии звена BO_1. Проведём из полюса p_v линию, перпендикулярную BO_1 до пересечения её с линией, вдоль которой направлен вектор $\vec{V}_{BA}$. Обозначим пересечение этих линий точкой *b*. Вектор, проведённый из полюса p_v в точку *b*, равен вектору скорости $\vec{V}_B$. Модуль скорости точки *B* найдём измерив длину отрезка $p_v b$ на плане скоростей (в миллиметрах) и умножив её на масштабный коэффициент плана скоростей: $V_B = p_v b \cdot k_v = 92 \cdot 0{,}01 = 0{,}92$ м/с.

Скорость точки *B* во вращательном движении звена *AB* вокруг полюса *A* V_{BA} найдём измерив длину отрезка *ab* на плане скоростей и умножив её на величину масштабного коэффициента $V_{BA} = ab \cdot k_v$.

Угловая скорость ω_2 звена *AB* определяется как отношение $\omega_2 = \dfrac{V_{BA}}{BA} = \dfrac{ab \cdot k_v}{BA} =$

$\frac{18 \cdot 0{,}01}{0{,}4} = 0{,}45$ рад/с.

Угловая скорость вращения коромысла BO_1: $\omega_3 = \frac{V_B}{BO_1} = \frac{0{,}92}{0{,}3} = 3{,}06$ рад/с.

Точка C принадлежит коромыслу BO_1. Вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярен линии BO_1 и по модулю равен: $V_C = \omega_3 \cdot CO_1 = 3{,}06 \cdot 0{,}15 = 0{,}46$ см/с.

Точке C механизма, являющейся срединой коромысла BO_1, на плане скоростей соответствует точка c, лежащая на средине отрезка $p_v b$, изображающего скорость точки B (так как скорость точки C механизма направлена так же как скорость точки B, но по величине в два раза её меньше).

Величина и направление $\vec{V}_D$ скорости точки D (ползуна 5) находится с учётом плоскопараллельного движения звена CD на основании векторной формулы: $\vec{V}_D = \vec{V}_C + \vec{V}_{DC}$. По определению вектор $\vec{V}_{DC}$ скорости точки D при вращении звена CD вокруг полюса C направлен перпендикулярно звену CD. Тогда на плане скоростей из точки C проводим прямую, перпендикулярную линии CD, и так как точка D (ползун 5) движется горизонтально из полюса p_v проводим горизонтальную прямую, параллельную линии движения ползуна OO_1. Точка d пересечения этих прямых на плане скоростей определяет конец вектора $\vec{V}_D$. Для того, чтобы найти модуль скорости, измерим расстояние $p_v d$ и умножим его на масштабный коэффициент скоростей. Получим $V_D = p_v d \cdot k_v = 44 \cdot 0{,}01 = 0{,}44$ м/с.

Угловая скорость звена 4 равна $\omega_4 = \frac{V_{DC}}{DC}$. Модуль скорости точки D V_{DC} при вращении звена CD вокруг полюса C равен измеренному на плане скоростей расстоянию dc и умноженному на масштабный коэффициент $\omega_4 = \frac{V_{DC}}{DC} = \frac{dc \cdot k_v}{DC} = \frac{8 \cdot 0{,}01}{0{,}5} = 0{,}16$ рад/с.

Найдём скорости центров масс звеньев механизма. Полагая, что центры масс звеньев механизма расположены в средине соответствующих отрезков, отметим

эти точки на плане скоростей. Для того, чтобы на плане скоростей найти скорость центра масс звена AB механизма, разделим пополам отрезок ab. Получим точку s_2. Скорость центра масс звена AB равна расстоянию $p_v s_2$, умноженному на масштабный коэффициент: $V_{S_2} = p_v s_2 \cdot k_v = 96 \cdot 0{,}01 = 0{,}96$ м/с.

Аналогично, разделив пополам отрезки $p_v b$, cd на плане скоростей, получим точки s_3, s_4, которые определяют скорости центров масс, соответственно, звена 3 (коромысла) и звена 4 (шатуна). Измерив расстояния $p_v s_3$, $p_v s_4$ и умножив их на масштабный коэффициент, получим скорости центров масс: $V_{S_3} = p_v s_3 \cdot k_v = 46 \cdot 0{,}01 = 0{,}46$ м/с, $V_{S_4} = p_v s_4 \cdot k_v = 44 \cdot 0{,}01 = 0{,}44$ м/с.

Результаты расчётов скоростей центров масс звеньев механизма и угловых скоростей звеньев приведены в табл. 5.

Таблица 5

Абсолютные скорости центров масс и угловые скорости звеньев

Звено	AB	BO_1	CD	Ползун
Обозначение скорости центра масс звена	V_{S_2}	V_{S_3}	V_{S_4}	V_D
Величина скорости, м/с	0,96	0,46	0,44	0,44
Обозначение угловой скорости звена	ω_2	ω_3	ω_4	–
Величина угловой скорости, рад/с	0,45	3,06	0,16	–

Построение плана ускорений механизма

Для определения значений линейных и угловых ускорений звеньев механизма построим план ускорений. Принимаем, что ведущее звено 1 движется с постоянной угловой скоростью. В этом случае касательное ускорение точки A равно нулю – $a_A^{\tau} = 0$, полное ускорение $\vec{a}_A$ точки A совпадает с нормальным и потому направлено к оси вращения звена – точке O_1. По величине ускорение $\vec{a}_A$ точки A будет: $a_A = a_A^n = \omega_1^2 \cdot O_1 A = 10^2 \cdot 0{,}1 = 10$ м/с^2.

Перед началом построений выберем масштабный коэффициент. Примем

длину вектора ускорения точки A на плане ускорений 100 мм, тогда масштабный коэффициент ускорения: $k_a = \frac{a_A}{100} = \frac{10}{100} = 0{,}1$ (м/с^2)/мм.

Чертёж плана ускорения начинаем с построения ускорения точки A.

Из некоторой точки p_a, называемой полюсом плана ускорений и взятой на чертеже в произвольном месте, направим вектор $\vec{a}_A$ вертикально вниз, что соответствует выбранному вертикальному положению кривошипа. С учётом масштабного коэффициента ускорений длина вектора ускорения точки A на чертеже 100 мм. В конце вектора поставим стрелку и точку a (рис. 6). Ускорение точки B находим в соответствии с векторной формулой: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{\,n}_{BA} + \vec{a}^{\,\tau}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение точки A, выбранной за полюс; $\vec{a}^{\,n}_{BA}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{BA}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки B во вращательном движении шатуна AB относительно полюса A. Правило сложения векторов в векторной формуле определения ускорения точки B на плане ускорений выглядит следующим образом. К концу вектора, изображающего на чертеже ускорение $\vec{a}_A$, присоединяем вектор, изображающий ускорение $\vec{a}^{\,n}_{BA}$, а к его концу – вектор, изображающий ускорение $\vec{a}^{\,\tau}_{BA}$. Тогда вектор, проведённый из начала первого вектора в конец последнего, представляет собой сумму векторов.

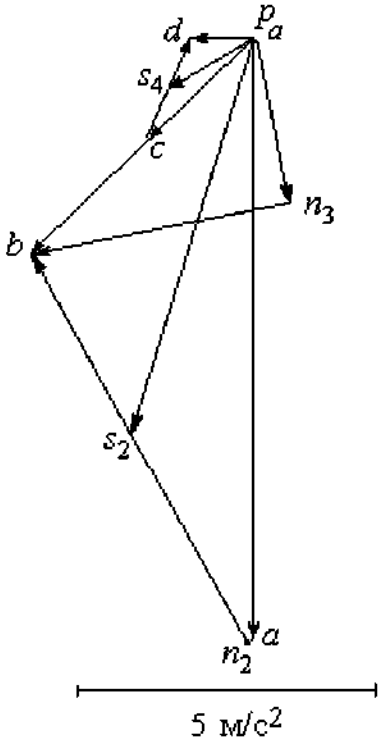


Рис. 6. План ускорений механизма для угла поворота кривошипа φ = 90°

Проведём необходимые построения для определения ускорения точки B. Ускорение $\vec{a}_A$ на чертеже изображается отрезком $p_a a$. Модуль вектора нормальной

составляющей ускорения точки B: $a^n_{BA} = \omega_2^2 \cdot AB = 0{,}45^2 \cdot 0{,}4 = 0{,}08$ м/с^2. На плане ускорений это будет отрезок длиной $\frac{a^n_{BA}}{k_a} = \frac{0{,}08}{0{,}1} = 0{,}8$ мм. Отложим на чертеже из точки a отрезок длиной 0,8 мм вдоль линии, параллельной звену AB механизма, в сторону, куда на плане механизма направлен вектор. В конце поставим точку n_2. Отрезок an_2 на плане ускорений изображает нормальную составляющую ускорения точки B во вращательном движении шатуна AB относительно полюса A. Здесь следует заметить, что расчётная величина отрезка an_2 настолько мала, что на чертеже показать его точно невозможно. Можно считать, что вектор нормальной составляющей ускорения точки B $\vec{a}^n_{BA}$ и, следовательно, отрезок an_2 на плане ускорений равны нулю. На рис. 6 отрезок an_2 показан для того, чтобы сохранить правило последовательного построения суммы векторов.

Далее необходимо из конца отрезка an_2 провести линию, параллельную той, вдоль которой на плане механизма направлен вектор $\vec{a}^\tau_{BA}$ – перпендикулярно линии звена BA (то есть, перпендикулярно отрезку an_2). Однако вычислить ускорение точки B, пользуясь одним этим построением, невозможно, так как величина касательного ускорения a^τ_{BA} неизвестна. Воспользуемся тем, что точка B принадлежит звену 3 – коромыслу, совершающему вращательное движение вокруг неподвижного центра O_1. Следовательно, полное ускорение точки B может быть представлено как сумма его нормального и касательного составляющих – $\vec{a}_B = \vec{a}^n_B + \vec{a}^\tau_B$, где величина нормальной составляющей ускорения равна $a^n_B = \omega_3^2 \cdot O_1B = 3{,}06^2 \cdot 0{,}3 = 2{,}84$ см/с^2, а направление – вдоль BO_1 от точки B в сторону O_1. Относительно касательной составляющей $\vec{a}^\tau_B$ ускорения точки B известно только, что она направлена перпендикулярно BO_1. Вычислим длину отрезка, изображающего на чертеже нормальную составляющую ускорения точки B, как отношение $\frac{a^n_B}{k_a} = \frac{2{,}84}{0{,}1} = 28{,}4$ мм и из полюса p_a на чертеже отложим его

параллельно звену BO_1. В конце отрезка поставим точку n_3. В соответствии с правилом сложения векторов, из точки n_3 – конца отрезка $p_a n_3$, изображающего ускорение $\vec{a}_B^{\,n}$, проводим линию, перпендикулярную этому отрезку. Это линия перпендикулярна звену BO_1 и вдоль неё направлена касательная составляющая $\vec{a}_B^{\,\tau}$ ускорения точки B. Находим точку пересечения двух перпендикуляров – к отрезку $p_a n_3$ и к отрезку an_2 и обозначим её точкой b. Тогда отрезок, проведённый из полюса p_a в точку b, изображает на плане ускорений полное ускорение $\vec{a}_B$ точки B механизма. Величину ускорения точки B найдём, измерив на чертеже длину отрезка $p_a b$ и умножив его на масштабный коэффициент: $a_B = p_a b \cdot k_a = 52 \cdot 0{,}1 = 5{,}2$ м/с^2.

Отрезок $n_3 b$ изображает на чертеже касательную составляющую ускорения $\vec{a}_B^{\,\tau}$ точки B. Измеряем длину отрезка $n_3 b$ ($n_3 b = 43$ мм), тогда угловое ускорение звена 3: $\varepsilon_3 = \dfrac{a_B^{\tau}}{BO_1} = \dfrac{n_3 b \cdot k_a}{BO_1} = \dfrac{43 \cdot 0{,}1}{0{,}3} = 14{,}3$ рад/с^2. Угловое ускорение звена 2 находится аналогично. На чертеже измеряем отрезок $n_2 b$, который изображает ускорение $\vec{a}_{BA}^{\,\tau}$ ($n_2 b = 74$ мм). Тогда угловое ускорение звена 2: $\varepsilon_2 = \dfrac{a_{BA}^{\tau}}{BA} = \dfrac{n_2 b \cdot k_a}{BA} = \dfrac{74 \cdot 0{,}1}{0{,}4} = 18{,}5$ рад/с^2.

Точка C принадлежит звену 3, совершающему вращательное движение вокруг неподвижного центра O_1. Направление ускорения точки C такое же как и у точки B, которое на плане ускорений показано отрезком $p_a b$. Так как точка C на плане механизма находится в средине звена BO_1, соответствующая ей точка c на плане ускорений находится на средине отрезка $p_a b$. Тогда отрезок $p_a c$ изображает ускорение точки C.

Ускорение точки D находим на основании векторной формулы $\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}_{DC}^{\,n} + \vec{a}_{DC}^{\,\tau}$, где $\vec{a}_C$ – ускорение точки C, выбранной за полюс; $\vec{a}_{DC}^{\,n}$, $\vec{a}_{DC}^{\,\tau}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки D во вращательном движении шатуна DC относительно полюса C.

Проведём необходимые построения. Заметим сразу, что направление ускорения $\vec{a}_D$ точки D ползуна 5 известно. Ускорение направлено вдоль линии OO_1 на плане механизма. Это означает, что на плане ускорений ускорение точки D изображается горизонтальным отрезком, исходящим из центра p_a. Модуль вектора нормальной составляющей ускорения точки D $a^n_{DC} = \omega_4^2 \cdot DC = 0{,}16^2 \cdot 0{,}5 = 0{,}01$ м/с^2. На плане ускорений это будет отрезок, длиной $\frac{a^n_{DC}}{k_a} = \frac{0{,}01}{0{,}1} = 0{,}1$ мм. Можно считать, что вектор нормальной составляющей ускорения точки D $\vec{a}^n_{DC}$ и соответствующий ему отрезок на плане ускорений равны нулю. Тогда, исходя из векторной формулы сложения ускорений и с учётом нулевого вектора $\vec{a}^n_{DC}$, на плане ускорений из конца отрезка $p_a c$, изображающего вектор ускорения $\vec{a}_C$, необходимо провести линию, перпендикулярную звену CD, вдоль которой на плане механизма направлен вектор $\vec{a}^\tau_{DC}$. Находим точку пересечения этой линии с горизонтальной прямой, проведённой из полюса ускорений, вдоль которой направлен вектор ускорения точки D. Обозначим точку пересечения d. Отрезок прямой $p_a d$ изображает на плане ускорений ускорение точки D. Замеряем длину отрезка $p_a d$ ($p_a d$ = 13 мм) и находим ускорение точки D: $a_D = p_a d \cdot k_a = 13 \cdot 0{,}1 = 1{,}3$ м/с^2.

Замеряем на плане ускорений длину отрезка cd, изображающего ускорение $\vec{a}^\tau_{DC}$ (cd = 18 мм), и находим угловое ускорение звена 4: $\varepsilon_4 = \frac{a^\tau_{DC}}{DC} = \frac{cd \cdot k_a}{DC} = \frac{18 \cdot 0{,}1}{0{,}5} = 3{,}6$ рад/с^2.

Определим ускорения центров масс звеньев механизма.

Разделим пополам отрезок ab на плане ускорений, обозначим середину отрезка точкой s_2 и соединим с полюсом p_a. Отрезок $p_a s_2$ изображает ускорение центра масс звена 2 – кривошипа AB. Длина отрезка $p_a s_2$ = 70 мм. Ускорение центра масс звена 2: $a_{S2} = p_a s_2 \cdot k_a = 70 \cdot 0{,}1 = 7$ м/с^2. Аналогично, точка s_4, лежащая на средине отрезка cd, изображает центр масс звена 4 шатуна CD. Ускорение центра

масс звена 4: $a_{S4} = p_a s_4 \cdot k_a = 18 \cdot 0{,}1 = 1{,}8$ м/с^2.

Все построения плана ускорений приведены на рис. 6.

Результаты вычислений ускорений центров масс звеньев, а также угловых ускорений звеньев механизма приводятся в табл. 6.

Таблица 6

Ускорения центров масс звеньев механизма и угловые ускорения звеньев

Звено	*AB*	BO_1	*DC*	Ползун
Обозначение ускорения центра масс звена	a_{S_2}	a_{S_3}	a_{S_4}	a_D
Величина ускорения, м/с^2	7	2,6	1,8	1,3
Обозначение углового ускорения звена	ε_2	ε_3	ε_4	–
Величина углового ускорения, рад/с^2	18,5	14,3	3,6	–

Определение движущего момента, приведённого к валу кривошипа, по методу Н. Е. Жуковского

Определим уравновешивающую силу, приведённую к крайней точке *A* кривошипа.

Вычисляем силы тяжести звеньев.

$$G_2 = m_2 g = 40 \cdot 9{,}8 = 392 \text{ Н}, \quad G_3 = m_3 g = 30 \cdot 9{,}8 = 294 \text{ Н},$$

$$G_4 = m_4 g = 50 \cdot 9{,}8 = 490 \text{ Н}, \quad G_5 = m_5 g = 10 \cdot 9{,}8 = 98 \text{ Н}.$$

Вычисляем модули сил инерции, действующих на механизм.

$$F_2^{\text{ин}} = m_2 a_{S2} = 40 \cdot 7 = 280 \text{ Н}, \quad F_3^{\text{ин}} = m_3 a_{S2} = 30 \cdot 2{,}6 = 78 \text{ Н},$$

$$F_4^{\text{ин}} = m_4 a_{S4} = 50 \cdot 1{,}8 = 90 \text{ Н}, \quad F_5^{\text{ин}} = m_5 a_D = 10 \cdot 1{,}3 = 13 \text{ Н}.$$

Вычисляем модули моментов сил инерции.

$$M_2^{\text{ин}} = J_{S2} \varepsilon_2 = 2 \cdot 18{,}5 = 37 \text{ Н·м}, \quad M_3^{\text{ин}} = J_{S3} \varepsilon_3 = 1 \cdot 14{,}3 = 14{,}3 \text{ Н·м},$$

$$M_4^{\text{ин}} = J_{S4} \varepsilon_4 = 3 \cdot 3{,}6 = 10{,}8 \text{ Н·м}.$$

Построим «жёсткий рычаг» Жуковского. Изобразим план скоростей механизма, повернув его на 90° (рис. 3.7). Приложим в точках, изображающих на повернутом плане скоростей центры масс звеньев механизма, силы тяжести и силы инерции. Направление сил инерции противоположно направлению ускорений центров масс, показанных на плане ускорений. Моменты сил инерции, действующие на звенья механизма, раскладываем на две антипараллельные силы, приложенные к крайним точкам звена, перпендикулярно ему.

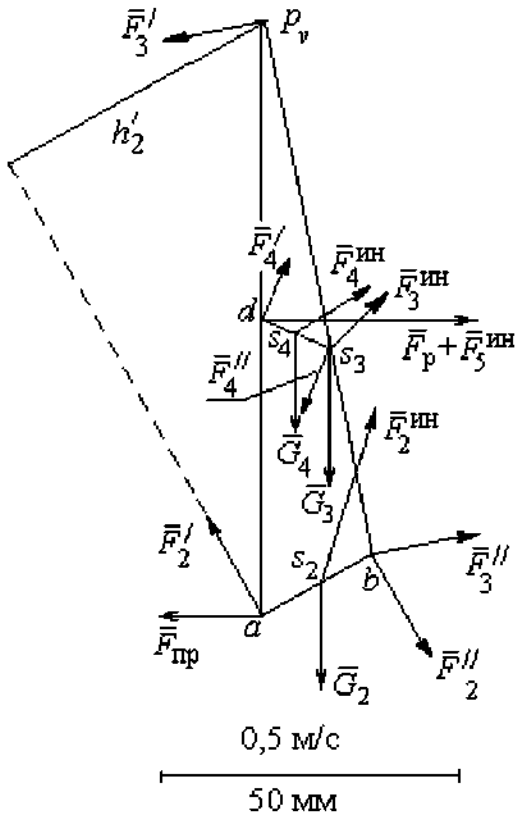


Рис. 3.7. «Жёсткий рычаг» Н. Е. Жуковского

$$F_2' = F_2'' = \frac{M_2^{ин}}{AB} = \frac{37}{0{,}4} = 92{,}5 \text{ Н},$$

$$F_3' = F_3'' = \frac{M_3^{ин}}{O_1B} = \frac{14{,}3}{0{,}3} = 48 \text{ Н},$$

$$F_4' = F_4'' = \frac{M_4^{ин}}{CD} = \frac{10{,}8}{0{,}5} = 21{,}6 \text{ Н}.$$

Заданное положение кривошипа осуществляется на рабочем ходу поршня. Сила полезного сопротивления $F_р$ направлена в сторону, противоположную движению поршня.

Рычаг Н. Е. Жуковского приведён на рис. 3.7. На рисунке отмечены силы тяжести и силы инерции звеньев, приложенные в точках плана скоростей s_2 – s_4, соответствующих положению центров масс этих звеньев. Показаны пары сил инерции $(\vec{F}_2', \vec{F}_2'')$, $(\vec{F}_3', \vec{F}_3'')$, $(\vec{F}_4', \vec{F}_4'')$, образующие главные моменты сил инерции $M_2^{ин}$, $M_3^{ин}$, $M_4^{ин}$, приложенные ко 2, 3 и 4 звеньям.

Применение «рычага Жуковского» для определения приведённой силы заключается в составлении уравнения равновесия в форме равенства нулю суммы моментов заданных сил относительно полюса p_v:

$$-F_{пр} \cdot h_{пр} - F_2' \cdot h_2' + F_2'' \cdot h_2'' - G_2 \cdot h_{G2} + F_2^{ин} \cdot h_2 + F_3'' \cdot h_3'' - F_4' \cdot h_4' + F_4'' \cdot h_4'' -$$

$$-G_4 \cdot h_{G4} - G_3 \cdot h_{G3} + (F_{\text{р}} + F_5^{\text{ин}})h_5 + F_4^{\text{ин}} \cdot h_4 + F_3^{\text{ин}} \cdot h_3 = 0.$$

При вычислении моментов сил плечи сил определяются графически с учётом масштабного коэффициента плана скоростей. Так при вычислении момента приведённой силы относительно полюса p_v плечом $h_{\text{пр}}$ силы $\vec{F}_{\text{пр}}$ на плане рычага Жуковского является отрезок $p_v a$, равный, согласно масштабному коэффициенту плана скоростей, 100 мм. Тогда $h_{\text{пр}} = p_v a = 100$ мм.

На рис. 3.7, в качестве примера, показан способ вычисления плеча h_2' силы $\vec{F}_2'$ – как кратчайшее расстояние от полюса p_v до линии действия силы $\vec{F}_2'$. Измерив это расстояние, найдём $h_2' = 52$ мм. Аналогичным образом в уравнении равновесия вычисляются плечи остальных сил.

В результате получим равенство

$$F_{\text{пр}} \cdot 100 = -92{,}5 \cdot 52 + 92{,}5 \cdot 21 - 392 \cdot 6 + 280 \cdot 31 + 48 \cdot 92 - 21{,}6 \cdot 23 + 21{,}6 \cdot 33 -$$

$$-490 \cdot 3 - 294 \cdot 7 + (16045 + 13)44 + 90 \cdot 42 + 78 \cdot 36.$$

Откуда $F_{\text{пр}}$ =7177 Н. Величина движущего момента, приведенного к валу кривошипа, находится из формулы: $M_{\text{дв}} = F_{\text{пр}} \cdot O_1 A = 7177 \cdot 0{,}1 = 717{,}7$ Н·м.

Найденный движущий момент является исходной величиной для конструирования ведомого вала кривошипа.

2. Конструирование вала редуктора
Предварительный расчет зубчатой передачи

Крутящий момент на валу $T_2 = M_{\text{дв}} = 717{,}7$ Н·м.

Твердость материала колеса по Бринеллю (приближённо)

$$HB = 0{,}285\sigma_{\text{в}} = 0{,}285 \cdot 640 = 182{,}4 \text{ МПа}.$$

Предел контактной выносливости при базовом числе циклов

$$\sigma_{H\,\text{lim}} = 2\,HB + 70 = 2 \cdot 182{,}4 + 70 = 434{,}8 \text{ МПа}.$$

При долговременной передаче принимаем:

– коэффициент долговечности $K_{HL} = 1{,}4$,

– коэффициент безопасности $S_H = 1{,}15$.

Допустимое контактное напряжение в зацеплении колеса

$$\sigma_{H\,adm} = \frac{\sigma_{H\,\lim}}{S_H} K_{HL} = \frac{434{,}8}{1{,}15} \cdot 1{,}4 = 529{,}3 \text{ МПа}.$$

Выберем средние значения коэффициента неравномерности нагрузки на венец зубчатого колеса $K_{H\beta}$ и коэффициента ширины колеса относительно межосевого расстояния ψ_{ba}. При симметричном расположении колеса принимаем:

$$K_{H\beta} = 1{,}1; \quad \psi_{ba} = 0{,}4.$$

Межосевое расстояние передачи

$$a_w = K_a(u+1)\sqrt[3]{\frac{T_2 K_{H\beta}}{\psi_{ba} u^2 \sigma^2_{H\,adm}}} = 495(5+1)\sqrt[3]{\frac{717{,}7 \cdot 1{,}1}{0{,}4 \cdot 5^2 \cdot 529{,}3^2}} = 194{,}7 \text{ мм}.$$

Округляем расчётное межосевое расстояние до ближайшего большего значения из ряда межосевых расстояний. Принимаем $a_w = 200$ мм.

Делительный диаметр колеса

$$d_2 = \frac{2a_w u}{u+1} = \frac{2 \cdot 200 \cdot 5}{5+1} = 333{,}3 \text{ мм}.$$

Ширина ступицы колеса и длина распорной втулки

$$b = \psi_{ba} a_w = 0{,}4 \cdot 200 = 80 \text{ мм}, \quad l_р = 0{,}15b = 0{,}15 \cdot 80 = 12 \text{ мм}.$$

Полученные расчетные результаты ширины ступицы колеса b и длины распорной втулки $l_р$ не требуют округления, так как совпадают со значениями ряда номинальных линейных размеров R-40.

Принимаем $b = 80$ мм, $l_р = 12$ мм.

Конструирование вала

Примем допустимое касательное напряжение кручения вала $\tau_{к\,adm} = 20$ МПа.

Диаметр консольной части вала

$$d_к = \sqrt[3]{\frac{T_2 \cdot 10^3}{0{,}2\tau_{к\,adm}}} = \sqrt[3]{\frac{717{,}7 \cdot 10^3}{0{,}2 \cdot 20}} = 56{,}4 \text{ мм}.$$

Расчётное значение диаметра консольной части вала округляем до ближайшего большего значения из ряда *R*-40 номинальных линейных размеров.

Принимаем $d_к = 60$ мм.

Длина консольной части вала пропорциональна его диаметру: $l_к = (1{,}5 \div 2{,}5)d_к$. Выбираем

$$l_к = 2d_к = 2 \cdot 60 = 120 \text{ мм}.$$

Результат расчёта не требует округления, так как является одним из значений ряда *R*-40 номинальных линейных размеров.

Принимаем $l_к = 120$ мм.

При диаметре консольной части вала$d_к = 60$ мм высота ступени $t = 3$ мм (приложение, табл. П2). Диаметр вала под подшипник

$$d_п = d_к + 2t = 60 + 2 \cdot 3 = 66 \text{ мм}.$$

Результат округляем до ближайшего большего числа, кратного 5.

Принимаем $d_п = 70$ мм.

Длина ступени вала в месте посадки подшипника пропорциональна диаметру этого участка вала. Выберем минимальный из заданных значений коэффициент пропорциональности. Длина ступеньки вала в месте посадки подшипника

$$l_п = 1{,}25d_п = 1{,}25 \cdot 70 = 87{,}5 \text{ мм}.$$

Расчётное значение длины ступеньки вала в месте посадки подшипника округляем до ближайшего большего значения из ряда *R*-40 номинальных линейных размеров.

Принимаем $l_п = 90$ мм.

При диаметре вала под подшипник $d_п = 70$ мм координата фаски подшипника $r = 3{,}5$ мм (см. приложение, табл. П2). Диаметр вала под колесом

$$d_{кол} = d_п + 3{,}2r = 70 + 3{,}2 \cdot 3{,}5 = 81{,}2 \text{ мм}.$$

Расчётное значение диаметра вала под колесом округляем до ближайшего большего значения из ряда *R*-40 номинальных линейных размеров.

Принимаем $d_{кол} = 85$ мм.

При диаметре вала под колесом $d_{кол} = 85$ мм фаска ступицы колеса $f = 3$ мм (см. приложение, табл. П2). Диаметр упорного буртика

$$d_{бур} = d_{кол} + 3f = 85 + 3 \cdot 3 = 94 \text{ мм}.$$

Расчётное значение диаметра буртика округляем до ближайшего большего значения из ряда *R*-40 номинальных линейных размеров.

Принимаем $d_{бур} = 95$ мм.

Длина упорного буртика при симметричном расположении колеса относительно опор вала – подшипников

$$l_{бур} = 0{,}15b = 0{,}15 \cdot 80 = 12 \text{ мм}.$$

Принимаем без округления $l_{бур} = 12$ мм.

При диаметре вала в месте посадки подшипника $d_{п} = 70$ мм ширина подшипника$B = 24$ мм (см. табл. 5).

При переходе от консольной части вала к участку вала под подшипником диаметры участков $d_{к} = 60$ мм, $d_{п} = 70$ мм.

Величина ступеньки $t = 0{,}5(d_{п} - d_{к}) = 0{,}5(70 - 60) = 5$ мм.

Радиус галтели ступеньки вала пропорционален высоте ступеньки. Выберем среднее значение коэффициента пропорциональности. Радиус галтели

$$R = 0{,}6t = 0{,}6 \cdot 5 = 3 \text{ мм}.$$

В месте установки распорной втулки при переходе от участка вала под левым подшипником к участку под колесом на валу имеется ступенька. Радиус галтели ступеньки вала пропорционален координате фаски распорной втулки, равной координате фаски подшипника. Выберем среднее значение коэффициента пропорциональности. Радиус галтели

$$R = 0{,}6r = 0{,}6 \cdot 3{,}5 = 2{,}1 \text{ мм}.$$

Округляем расчётную величину до ближайшего числа, кратного 5.

Принимаем $R = 2$ мм.

При переходе от участка вала под колесом к буртику, где происходит упор ступицы колеса в буртик, на валу имеется ступенька. Радиус галтели ступеньки вала пропорционален величине фаски ступицы колеса. Радиус галтели

$$R = 0{,}7f = 0{,}7 \cdot 3 = 2{,}1 \text{мм}.$$

Принимаем $R = 2$ мм.

В месте установки правого подшипника при переходе от буртика к участку вала под подшипником на валу имеется ступенька. Радиус галтели ступеньки вала пропорционален координате фаски подшипника. Выберем среднее значение коэффициента пропорциональности. Радиус галтели

$$R = 0{,}6r = 0{,}6 \cdot 3{,}5 = 2{,}1 \text{ мм}.$$

Округляем расчётную величину до ближайшего числа, кратного 5.

Принимаем $R = 2$ мм.

Проверка прочности шпоночного соединения

Диаметр консольной части вала $d_к = 60$ мм, длина $l_к = 120$ мм.

Выбираем размеры призматической шпонки в консольной части вала: ширина $b_ш = 18$ мм; высота $h_ш = 11$ мм; длина $l_ш = 80$ мм; глубина паза в вале $t_1 = 7$ мм (табл. П1).

Рабочая длина шпонки: $l_ш^р = l_ш - b_ш = 80 - 18 = 62$ мм.

Напряжение смятия шпонки и условие прочности

$$\sigma_{см} = \frac{2T_2 \cdot 10^3}{l_ш^р d_к (h_ш - t_1)} = \frac{2 \cdot 717{,}7 \cdot 10^3}{62 \cdot 60(11-7)} = 96{,}5 \text{ МПа} < 150 \text{ МПа}.$$

Условие прочности выполнено.

При выборе шпонки под колесом, где диаметр вала $d_{кол} = 85$ мм, ширина ступицы колеса $b = 80$ мм, принимаем по табл. П1 ширину шпонки $b_ш = 22$ мм; высоту $h_ш = 14$ мм; длину $l_ш = 63$ мм; глубину паза в вале $t_1 = 9$ мм. Рабочая длина шпонки: $l_ш^р = l_ш - b_ш = 63 - 22 = 41$ мм.

Напряжение смятия шпонки и условие прочности

$$\sigma_{см} = \frac{2T_2 \cdot 10^3}{l_ш^р d_{кол} (h_ш - t_1)} = \frac{2 \cdot 717{,}7 \cdot 10^3}{41 \cdot 85(14-9)} = 82{,}4 \text{ МПа} < 150 \text{ МПа}.$$

Условие прочности выполнено.

3. Проверочный расчёт вала редуктора

Расчетная схема вала. Построение эпюр изгибающих и крутящих моментов

Схематическое изображение вала и действующей на него нагрузки в вертикальной и горизонтальной плоскостях приведено на рис. 8, *т*. Показаны предположительно опасные сечения вала: *А*, *Б* – сечения на участках вала, ослабленных вырезом под шпонку; *В*, *Г*, *Д* – сечения по ступенькам вала.

Рассмотрим силовую нагрузку вала при симметричном расположении колеса.

Консольная сила от муфты $F_м = 125\sqrt{T_2} = 125\sqrt{717,7} = 3348,7$ Н.

Силы в зацеплении зубчатой передачи:

– окружная сила $F_t = \dfrac{2T_2 \cdot 10^3}{d_2} = \dfrac{2 \cdot 717,7 \cdot 10^3}{333,3} = 4306,6$ Н,

– радиальная сила $F_r = F_t \mathrm{tg}20^\circ = 4306,6 \cdot 0,364 = 1567,6$ Н.

Для построения эпюр изгибающих моментов вычислим расстояния между точками приложения сил, отнесенных к оси вала

$$l_{опор} = l_к + l_п - (l_р + 0,5B) = 120 + 90 - (12 + 0,5 \cdot 24) = 186 \text{ мм},$$

$$a = 0,5b + l_р + 0,5B = 0,5 \cdot 80 + 12 + 0,5 \cdot 24 = 64 \text{ мм},$$

$$c = 0,5b + l_{бур} + 0,5B = 0,5 \cdot 80 + 12 + 0,5 \cdot 24 = 64 \text{ мм}.$$

Эпюра изгибающих моментов M_x в вертикальной плоскости

Условия равновесия вала в вертикальной плоскости (рис. 8, *п*):

$$F_r c - R_{1y}(a + c) = 0, \quad -F_r a + R_{2y}(a + c) = 0.$$

Находим реакции опор подшипников в вертикальной плоскости:

$$R_{1y} = \frac{F_r c}{(a + c)} = \frac{1567,6 \cdot 64}{64 + 64} = 783,8 \text{ Н}, \quad R_{2y} = \frac{F_r a}{(a + c)} = \frac{1567,6 \cdot 64}{64 + 64} = 783,8 \text{ Н}.$$

Проверка: $R_{1y} - F_r + R_{2y} = 783,8 - 1567,6 + 783,8 = 0$.

На 1-м участке вала $0 \le z_1 \le l_{опор}$, $M_{1x} = 0$.

Изгибающие моменты в сечении вала *A*, где вал ослаблен шпоночным вырезом, и в сечении *B*, где имеется ступенька вала при переходе от консольной части к участку вала под подшипник, равны нулю: $M_{xA} = M_{xB} = 0$.

На 2-м участке вала $0 \le z_2 \le a$. Эпюра изгибающих моментов

$$M_{2x} = R_{1y} z_2$$

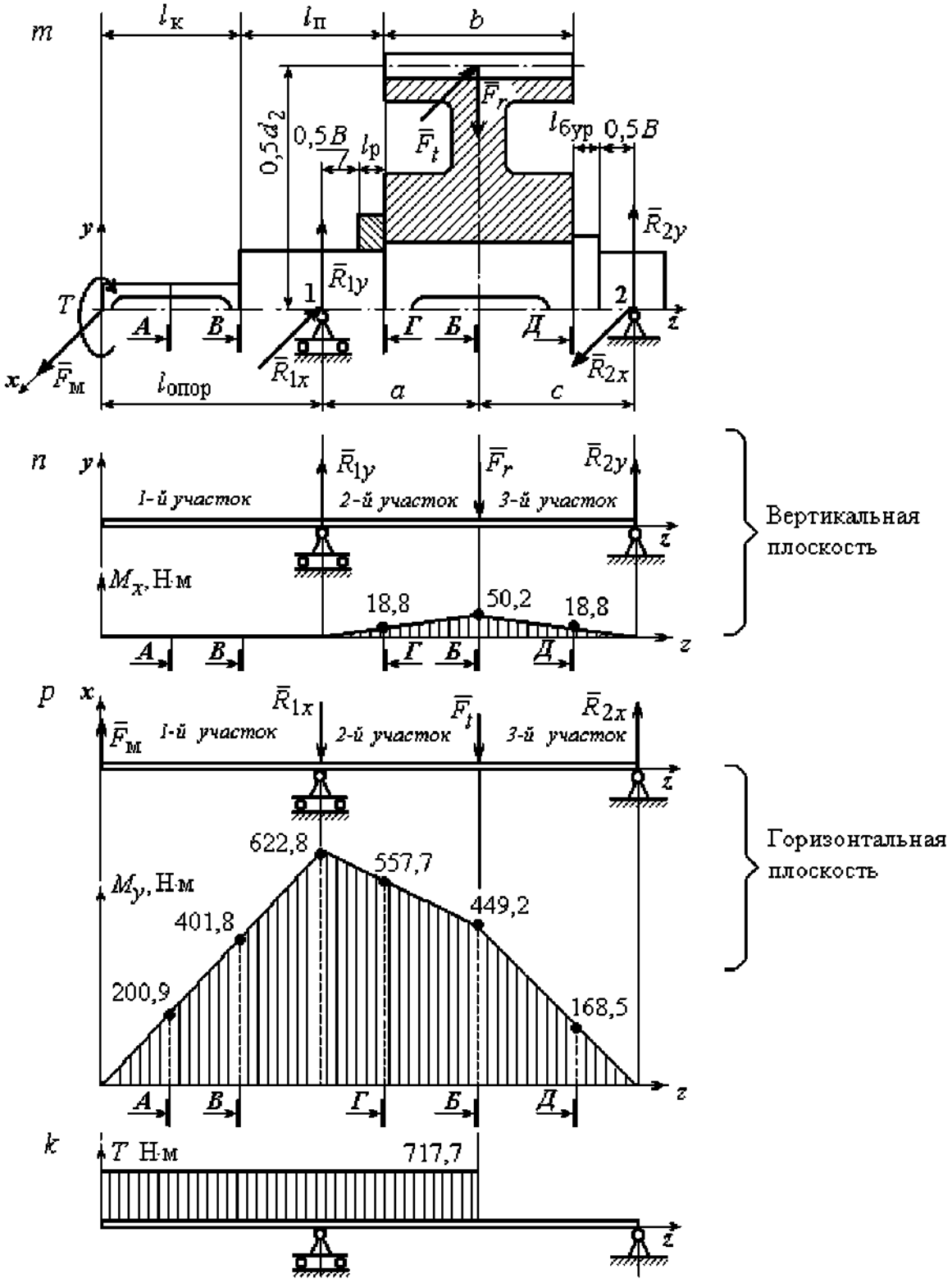


Рис. 8. Расчётная схема вала:
m – нагрузка вала; *n* – проекция нагрузки на вертикальную плоскость и эпюра изгибающих моментов M_x; *p* – проекция нагрузки на горизонтальную плоскость и эпюра изгибающих моментов M_y; *k* – эпюра крутящих моментов

В начале участка $z_2 = 0$, $M_{2x} = 0$. В конце участка при $z_2 = a = 64 \cdot 10^{-3}$ м

$$M_{2x} = R_{1y} a = 783{,}8 \cdot 64 \cdot 10^{-3} = 50{,}2 \text{ Н·м}.$$

Изгибающий момент в сечении *Г*, где у вала ступенька перехода от диаметра под подшипник к диаметру под колесо, при $z_{2Г} = a - 0{,}5b = 24$ мм

$$M_{xГ} = R_{1y}(a - 0{,}5b) = 783{,}8 \cdot 24 \cdot 10^{-3} = 18{,}8 \text{ Н·м}.$$

Изгибающий момент в сечении *Б*, где вал ослаблен шпоночным вырезом под колесом, при $z_{2Б} = a = 64$ мм $M_{xБ} = R_{1y} a = 783{,}8 \cdot 64 \cdot 10^{-3} = 50{,}2$ Н·м.

На 3-м участке вала $0 \le z_3 \le c$. Эпюра изгибающих моментов

$$M_{3x} = R_{1y}(z_3 + a) - F_r z_3.$$

В начале 3-го участка при $z_3 = 0$, $M_{3x} = 50{,}2$ Н·м. В конце участка при $z_3 = c = 64 \cdot 10^{-3}$ м, $M_{3x} = 0$.

Изгибающий момент в сечении *Д*, где у вала ступенька при переходе от участка под колесом к буртику, при $z_{3Д} = 0{,}5b = 40$ мм

$$M_{xД} = R_{1y}(0{,}5b + a) - F_r 0{,}5b =$$

$$= 783{,}8(40 + 64)10^{-3} - 1567{,}6 \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 18{,}8 \text{ Н·м}.$$

Вид эпюры изгибающих моментов в вертикальной плоскости M_x показан на рис. 8, *п*.

Эпюра изгибающих моментов M_y в горизонтальной плоскости

Условия равновесия вала в горизонтальной плоскости (рис. 8, *р*):

$$-F_м(l_{опор} + a + c) + F_t c + R_{1x}(a + c) = 0, \quad -F_м l_{опор} - F_t a + R_{2x}(a + c) = 0.$$

Реакции опор подшипников в горизонтальной плоскости

$$R_{1x} = \frac{1}{(a + c)}\left[F_м(l_{опор} + a + c) - F_t c\right] =$$

$$= \frac{1}{(64 + 64)}\left[3348{,}7(186 + 64 + 64) - 4306{,}6 \cdot 64\right] = 6061{,}5 \text{ Н},$$

$$R_{2x} = \frac{1}{(a + c)}\left[F_м l_{опор} + F_t a\right] =$$

$$= \frac{1}{(64+64)}\left[3348{,}7 \cdot 186 + 4306{,}6 \cdot 64\right] = 7019{,}4 \text{ Н}.$$

Проверка: $F_{\text{м}} - R_{1x} - F_t + R_{2x} = 3348{,}7 - 6061{,}5 - 4306{,}6 + 7019{,}4 = 0$.

На 1-м участке вала $0 \le z_1 \le l_{\text{опор}}$. Эпюра изгибающих моментов

$$M_{1y} = F_{\text{м}} z_1.$$

В начале 1-го участка при $z_1 = 0$, M_{1y}=0.

В конце участка при $z_1 = l_{\text{опор}}$

$$M_{1y} = F_{\text{м}} l_{\text{опор}} = 3348{,}7 \cdot 186 \cdot 10^{-3} = 622{,}8 \text{ Н·м}.$$

Положим координату сечения вала A, где вал ослаблен шпоночным вырезом, $z_{1A} = 0{,}5 l_{\text{к}}$ = 60 мм. Изгибающий момент в сечении A

$$M_{yA} = F_{\text{м}} 0{,}5 l_{\text{к}} = 3348{,}7 \cdot 60 \cdot 10^{-3} = 200{,}9 \text{ Н·м}.$$

Изгибающий момент в сечении B при $z_{1B} = l_{\text{к}}$= 120 мм

$$M_{yB} = F_{\text{м}} l_{\text{к}} = 3348{,}7 \cdot 120 \cdot 10^{-3} = 401{,}8 \text{ Н·м}.$$

На 2-м участке вала $0 \le z_2 \le a$. Эпюра моментов

$$M_{2y} = F_{\text{м}}(l_{\text{опор}} + z_2) - R_{1x} z_2.$$

В начале участка при $z_2 = 0$, $M_{2y} = F_{\text{м}} l_{\text{опор}} = 3348{,}7 \cdot 186 \cdot 10^{-3} = 622{,}8$ Н·м.

В конце участка при $z_2 = a = 64 \cdot 10^{-3}$ м

$$M_{2y} = F_{\text{м}}(l_{\text{опор}} + a) - R_{1x} a =$$

$$= 3348{,}7(186+64)10^{-3} - 6061{,}5 \cdot 64 \cdot 10^{-3} = 449{,}2 \text{ Н·м}.$$

Изгибающий момент в сечении $Г$ при $z_{2Г} = a - 0{,}5b$ = 24 мм

$$M_{yГ} = F_{\text{м}}\left(l_{\text{опор}} + a - 0{,}5b\right) - R_{1x}\left(a - 0{,}5b\right) =$$

$$= 3348{,}7(186 + 24)10^{-3} - 6061{,}5 \cdot 24 \cdot 10^{-3} = 557{,}7 \text{ Н·м}.$$

Изгибающий момент в сечении $Б$ при $z_2 = a = 64 \cdot 10^{-3}$ равен изгибающему моменту в конце 2-го участка $M_{yБ}$= 449,2 Н·м.

На 3-м участке вала $0 \le z_3 \le c$. Эпюра изгибающих моментов

$$M_{3y} = F_{\text{м}}(l_{\text{опор}} + a + z_3) - R_{1x}(z_3 + a) - F_t z_3.$$

В начале 3-го участка при $z_3 = 0$

$$M_{3y} = F_{\text{м}}(l_{\text{опор}} + a) - R_{1x}a = 449{,}2 \text{ Н·м}.$$

В конце 3-го участка при $z_3 = c = 64 \cdot 10^{-3}$ м $M_{3y} = 0$.

Изгибающий момент в сечении *Д* при $z_{3Д} = 0{,}5b = 40$ мм

$$M_{yД} = F_{\text{м}}\left(l_{\text{опор}} + a + 0{,}5b\right) - R_{1x}\left(a + 0{,}5b\right) - F_t 0{,}5b =$$

$$= \left[3348{,}7\left(186 + 64 + 40\right) - 6061{,}5\left(64 + 40\right) - 4306{,}6 \cdot 40\right]10^{-3} = 168{,}5 \text{ Н·м}.$$

Эпюра изгибающих моментов в горизонтальной плоскости приведена на рис. 8, *р*.

Эпюра крутящих моментов показана на рис 8, *k*.

Проверочный расчёт вала

Результаты расчётов изгибающих моментов в потенциально опасных сечениях показаны на рис. 8, *n*, *р* и приведены в табл. 7.

Среди сечений, ослабленных шпоночным пазом (сечение *А*, *Б*), наиболее опасным является сечение *Б* вала под колесом. Суммарный изгибающий момент в этом сечении $M_{\text{сум}Б} = 452$ Н·м.

Среди сечений в местах ступенчатого перехода вала (сечения *В*, *Г* и *Д*) наиболее опасным является сечение *Г* – ступенька вала при переходе от диаметра вала под подшипник к диаметру под колесо. В этом сечении суммарный изгибающий момент $M_{\text{сум}Г} = 558$ Н·м.

Таким образом, проверку вала на усталостную прочность необходимо проводить в двух наиболее опасных сечениях – *Г* и *Б*.

Таблица 7

Изгибающие моменты в потенциально опасных сечениях вала при расчётах на сопротивление усталости

Параметр	Виды опасных сечений				
	сечения, где вал ослаблен шпоночным пазом		сечения в местах ступенчатого перехода вала		
Сечение на валу	*А*	*Б*	*В*	*Г*	*Д*
Изгибающий момент в вертикальной плоскости M_x, Н·м	0	50,2	0	18,8	18,8
Изгибающий момент в горизонтальной плоскости M_y, Н·м	200,9	449,2	401,8	557,7	168,5
Суммарный изгибающий момент $M_{\text{сум}}$, Н·м	200,9	452,0	401,8	558,0	169,5

Сечение Г. При расчёте момента сопротивления сечения выбирается меньший из диаметров – диаметр вала под подшипник $d_{\text{п}} = 70$ мм.

Момент сопротивления сечения *Г*

$$W_{\text{и}Г} = 0{,}1 d_{\text{п}}^3 = 0{,}1 \cdot 70^3 = 34{,}3 \cdot 10^3 \text{ мм}^3.$$

Амплитуда цикла нормальных напряжений при изгибе

$$\sigma_{aГ} = \frac{M_{\text{сум}Г} 10^3}{W_{\text{и}Г}} = \frac{558 \cdot 10^3}{34{,}3 \cdot 10^3} = 16{,}3 \text{ МПа}.$$

В сечении *Г* отношение радиуса галтели к диаметру $\frac{R}{d_{\text{п}}} = \frac{2}{70} = 0{,}03$.

Коэффициент концентрации напряжений изгиба в сечении *Г*: $K_\sigma = 2$ (рис. П2, приложение).

Для материала вала с пределом прочности $\sigma_{\text{в}} = 640$ МПа при чистовой обработке поверхности коэффициент качества обработки поверхности вала $\beta = 0{,}83$ (рис. П4, приложение).

При расчётном диаметре сечения $d_{\text{п}} = 70$ мм масштабный фактор для напряжений изгиба $\varepsilon_\sigma = 0{,}77$ (рис. П3, приложение).

Коэффициент учета постоянной составляющей напряжений изгиба при $\sigma_{\text{в}} = 640$ МПа $\psi_\sigma = 0{,}05$ (табл. П4, приложение).

Среднее напряжение цикла нормальных напряжений $\sigma_{mГ} = 0$.

Предел выносливости материала вала при симметричном цикле изгиба

$$\sigma_{-1} = 0{,}43\sigma_{в} = 0{,}43 \cdot 640 = 275{,}2 \text{ МПа}.$$

Коэффициент запаса сопротивления усталости по изгибу в сечении *Г*

$$n_{\sigma Г} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_\sigma}{\beta\varepsilon_\sigma}\sigma_{aГ} + \psi_\sigma\sigma_{mГ}} = \frac{275{,}2}{\frac{2}{0{,}83 \cdot 0{,}77}16{,}3} = 5{,}4.$$

Предел выносливости материала вала при пульсирующем цикле касательных напряжений пропорционален пределу прочности материала вала. Выберем среднее значение коэффициента пропорциональности

$$\tau_{-1} = 0{,}25\sigma_{в} = 0{,}25 \cdot 640 = 160 \text{ МПа}.$$

Полярный момент сопротивления сечения *Г*

$$W_{pГ} = 0{,}2d_{п}^3 = 0{,}2 \cdot 70^3 = 68{,}6 \cdot 10^3 \text{ мм}^3.$$

Амплитуда цикла касательных напряжений и среднее напряжение

$$\tau_{aГ} = \tau_{mГ} = \frac{T_2 \cdot 10^3}{2W_{pГ}} = \frac{717{,}7 \cdot 10^3}{2 \cdot 68{,}6 \cdot 10^3} = 5{,}2 \text{ МПа}.$$

Коэффициент концентрации касательных напряжений в сечении *Г* при отношении радиуса галтели к диаметру вала $\frac{R}{d_{п}} = \frac{2}{70} = 0{,}03$, $K_\tau = 1{,}49$ (рис. П2, приложение).

Коэффициент качества при чистовой обработки поверхности вала $\beta = 0{,}83$ (рис. П4, приложение).

Масштабный фактор для касательных напряжений при диаметре сечения $d_{п} = 70$ мм $\varepsilon_\tau = 0{,}65$ (рис. П3, приложение).

Коэффициент учета постоянной составляющей касательных напряжений при $\sigma_{в} = 640$ МПа $\psi_\tau = 0$ (табл. П3, приложение).

Коэффициент запаса сопротивления усталости по кручению в сечении *Г*

$$n_{\tau Г} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_\tau}{\beta\varepsilon_\tau}\tau_{aГ} + \psi_\tau\tau_{mГ}} = \frac{160}{\frac{1{,}49}{0{,}83 \cdot 0{,}65}5{,}2} = 11{,}1.$$

Общий коэффициент запаса сопротивления усталости сечения *Г*

$$n_Г = \frac{n_{\sigma Г} n_{\tau Г}}{\sqrt{n_{\sigma Г}^2 + n_{\tau Г}^2}} = \frac{5{,}4 \cdot 11{,}1}{\sqrt{5{,}4^2 + 11{,}1^2}} = 4{,}8 > n_{adm} = 2{,}5 \div 3{,}0.$$

В сечении *Г* вал удовлетворяет условию прочности.

Сечение Б. Предел выносливости материала вала при симметричном цикле изгиба $\sigma_{-1} = 275{,}2$ МПа.

Момент сопротивления сечения *Б* при изгибе с учетом шпоночного паза

$$W_{иБ} = 0{,}1 d_{кол}^3 - \frac{b_ш t_1 (d_{кол} - t_1)^2}{2 d_{кол}} = 0{,}1 \cdot 85^3 - \frac{22 \cdot 9 (85 - 9)^2}{2 \cdot 85} = 54{,}7 \cdot 10^3 \text{ мм}^3.$$

Амплитуда цикла нормальных напряжений при изгибе

$$\sigma_{аБ} = \frac{M_{сумБ} 10^3}{W_{иБ}} = \frac{452 \cdot 10^3}{54{,}7 \cdot 10^3} = 8{,}3 \text{ МПа}.$$

Коэффициент концентрации напряжений изгиба для сечения *Б*, ослабленного шпоночным пазом, $\sigma_в = 640$ МПа, $K_\sigma = 1{,}85$ (табл. П3, приложение).

Коэффициент качества при чистовой обработке поверхности вала $\beta = 0{,}83$ (рис. П4, приложение).

Масштабный фактор для напряжений изгиба вала при $d_{кол} = 85$ мм $\varepsilon_\sigma = 0{,}72$ (рис. П3, приложение).

Коэффициент учета постоянной составляющей напряжений изгиба при $\sigma_в = 640$ МПа $\psi_\sigma = 0{,}05$ (табл. П4, приложение).

Среднее напряжение цикла нормальных напряжений $\sigma_{mБ} = 0$.

Коэффициент запаса сопротивления усталости по изгибу в сечении *Б*

$$n_{\sigma Б} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_\sigma}{\beta \varepsilon_\sigma} \sigma_{аБ} + \psi_\sigma \sigma_{mБ}} = \frac{275{,}2}{\frac{1{,}85}{0{,}83 \cdot 0{,}72} 8{,}3} = 10{,}7.$$

Предел выносливости материала вала при пульсирующем цикле касательных напряжений $\tau_{-1} = 160$ МПа.

Полярный момент сопротивления сечения *Б* с учетом шпоночного паза

$$W_{рБ} = 0{,}2 d_{кол}^3 - \frac{b_ш t_1 (d_{кол} - t_1)^2}{2 d_{кол}} = 0{,}2 \cdot 85^3 - \frac{22 \cdot 9 (85 - 9)^2}{2 \cdot 85} = 116{,}1 \cdot 10^3 \text{ мм}^3.$$

Амплитуда цикла касательных напряжений и среднее напряжение

$$\tau_{aБ} = \tau_m = \frac{T_2 \cdot 10^3}{2W_{pБ}} = \frac{717{,}7 \cdot 10^3}{2 \cdot 116{,}2 \cdot 10^3} = 3{,}1 \text{ МПа.}$$

Коэффициент концентрации касательных напряжений для сечения *Б* при $\sigma_в$ = 640 МПа K_τ = 1,6 (табл. П3, приложение).

Коэффициент качества при чистовой обработке поверхности вала при $\sigma_в$ = 640 МПа β = 0,83 (рис. П4, приложение).

Масштабный фактор для касательных напряжений вала при $d_{кол}$ = 85 мм ε_τ = 0,62 (рис. П3, приложение).

Коэффициент учета постоянной составляющей касательных напряжений при $\sigma_в$ = 640 МПа ψ_τ = 0 (табл. П4, приложение).

Коэффициент запаса сопротивления усталости по кручению в сечении *Б*

$$n_{\tau Б} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_\tau}{\beta\varepsilon_\tau}\tau_{aБ} + \psi_\tau \tau_{mБ}} = \frac{160}{\frac{1{,}6}{0{,}83 \cdot 0{,}62}3{,}1} = 16{,}6.$$

Общий коэффициент запаса сопротивления усталости сечения *Б*

$$n_Б = \frac{n_{\sigma Б} n_{\tau Б}}{\sqrt{n_{\sigma Б}^2 + n_{\tau Б}^2}} = \frac{10{,}7 \cdot 16{,}6}{\sqrt{10{,}7^2 + 16{,}6^2}} = 8{,}9 > n_{adm} = 2{,}5 \div 3{,}0.$$

В сечении *Б* вал удовлетворяет условию прочности.

Расчёт на статическую прочность

При расчёте на статическую прочность опасное сечение вала проходит через средину подшипника 1. В этом сечении суммарный изгибающий момент максимальный, равный $M_{сум1}$ = 622,8 Н·м.

Диаметр сечения $d_п$ = 70 мм. Вал сплошной. Осевой и полярный моменты сопротивления сечения при изгибе и кручении

$$W_{и1} = 0{,}1d_п^3 = 0{,}1 \cdot 70^3 = 34{,}3 \cdot 10^3 \text{ мм}^3, \quad W_{p1} = 0{,}2d_п^3 = 0{,}2 \cdot 70^3 = 68{,}6 \cdot 10^3 \text{ мм}^3.$$

Напряжения изгиба и кручения в опасном сечении

$$\sigma_{и1} = \frac{M_{сум1} \cdot 10^3}{W_{и1}} = \frac{622{,}8 \cdot 10^3}{34{,}3 \cdot 10^3} = 18{,}2 \text{ МПа,}$$

$$\tau_{к1} = \frac{T_2 \cdot 10^3}{W_{p1}} = \frac{717{,}7 \cdot 10^3}{68{,}6 \cdot 10^3} = 10{,}5 \text{ МПа}.$$

Эквивалентное напряжение

$$\sigma_{экв} = \sqrt{\sigma_{и1}^2 + 3\tau_{к1}^2} = \sqrt{18{,}2^2 + 3 \cdot 10{,}5^2} = 25{,}7 \text{ МПа}.$$

Коэффициент перегрузки $k = 2$. Предел текучести материала вала

$\sigma_т = 380$ МПа.

Запас статической прочности

$$n_т = \frac{\sigma_т}{k\sigma_{экв}} = \frac{380}{2 \cdot 25{,}7} = 6{,}2 > n_{т\,adm} = 1{,}2 \div 1{,}8.$$

Результаты проверочного расчёта вала на прочность приведены в табл. 8.

Эскизный чертёж вала дан на рис. 9.

Таблица 8

Результаты расчета вала на прочность

Параметр	Виды расчётов		
	сопротивление усталости		статическая прочность
	сечения, где вал ослаблен шпоночным пазом	сечения в местах ступенчатого перехода вала	сечение, где суммарный изгибающий момент максимальный
Наиболее опасное сечение вала	*Б*	*Г*	средина опоры 1
Суммарный изгибающий момент $M_{сум}$, Н·м	452	558	622,8
Коэффициент запаса сопротивления усталости по изгибу, n_σ	10,7	5,4	–
Коэффициент запаса сопротивления усталости по кручению, n_τ	16,6	11,1	–
Общий коэффициент запаса сопротивления усталости, n	8,9	4,8	–
Коэффициент запаса статической прочности	–	–	6,2

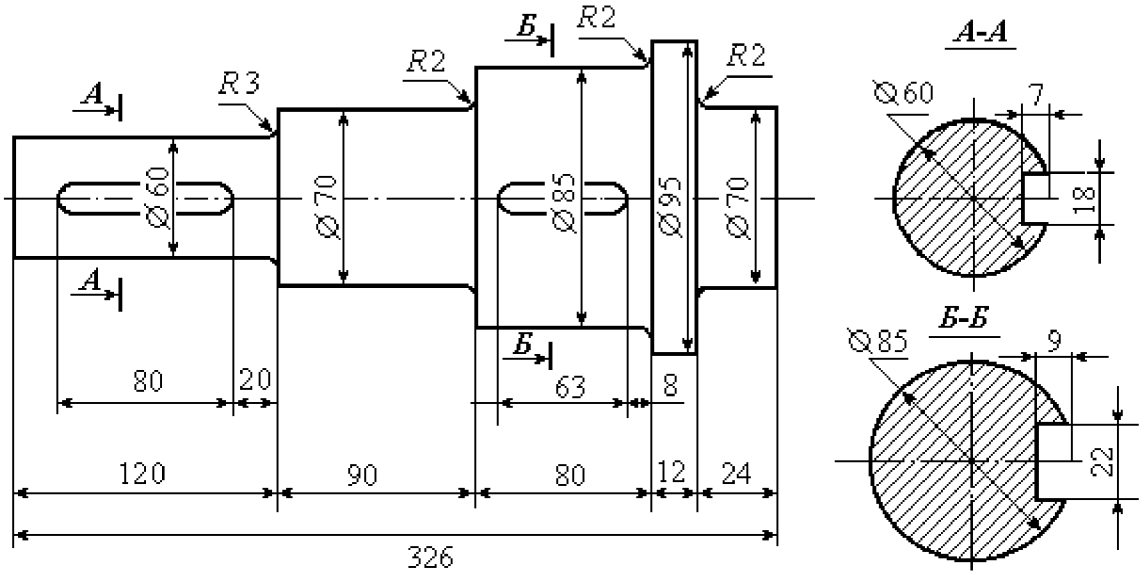
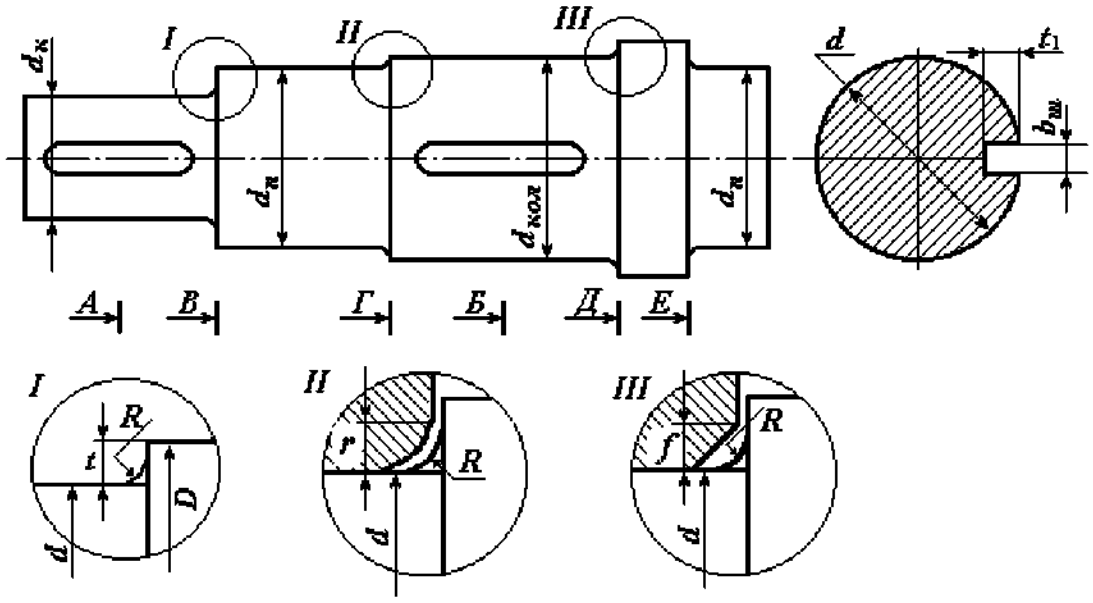


Рис. 9. Эскизный чертёж вала

ПРИЛОЖЕНИЕ

Рис. П1.



Элементы конструкций вала:
R – радиус галтели; *t* – высота ступеньки; *r* – координата фаски подшипника;
f – величина фаски ступицы

Таблица П1

Шпонки призматические (ГОСТ 23360-78)

Диаметр вала, мм	Сечение шпонки, мм			Глубина паза, мм	Диаметр вала, мм	Сечение шпонки, мм			Глубина паза, мм
d	$b_ш$	$h_ш$	$l_ш$	t_1	*d*	$b_ш$	$h_ш$	$l_ш$	t_1
17÷22	6	6	14÷70	3,5	58 ÷ 65	18	11	50÷200	7
22÷30	8	7	18÷90	4	65 ÷75	20	12	56÷220	7,5
30 ÷ 38	10	8	22÷110	5	75 ÷85	22	14	63÷250	9
38 ÷ 44	12	8	28÷140	5	85 ÷95	25	14	70÷280	9
44 ÷ 50	14	9	36÷160	5,5	95 ÷110	28	16		10
50 ÷ 58	16	10	45÷180	6	110÷130	32	18		11

Примечание. Длина шпонки $l_ш$ (мм) выбирается из стандартного ряда длин: 12; 14; 16; 18; 20; 22; 25; 28; 32; 36; 40; 45; 50; 56; 63; 70; 80; 90; 100; 110; 125

Таблица П2

Значения высоты *t* ступеньки вала, координаты *r* фаски подшипника и величины *f* фаски ступицы колеса в зависимости от диаметра *d* вала, мм

d	17–24	25–30	32–40	42–50	52–60	63–70	75–85	85–95	95–105	105–115
t	2	2,2	2,5	2,8	3	3,3	3,5	3,8	4	4
r	1,6	2	2,5	3	3	3,5	3,5	4	4	4
f	1	1	1,2	1,6	2	2	2	2,2	2,6	2,6

Таблица П3

Эффективные коэффициенты концентрации напряжений для сечений валов, ослабленных шпоночными пазами

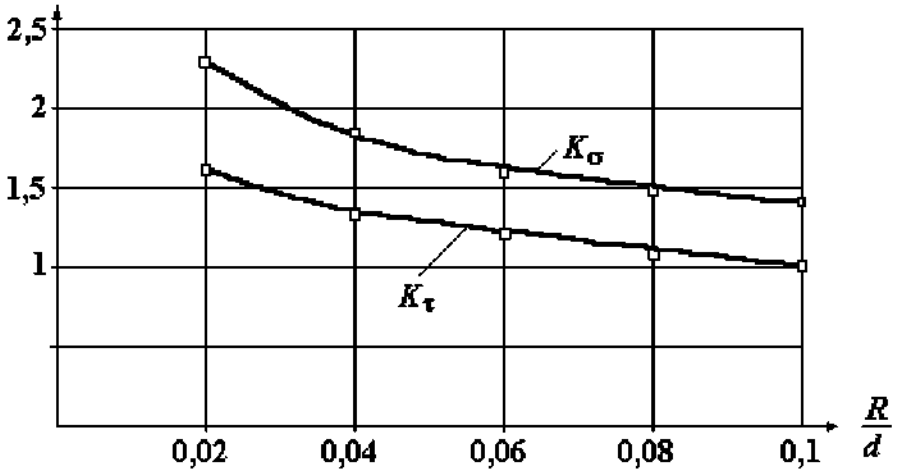
$\sigma_в$, МПа	500	700	900
K_σ	1,6	1,9	2,15
K_τ	1,4	1,7	2,05

Таблица П4

Коэффициенты чувствительности асимметрии цикла

$\sigma_в$, МПа	350 – 520	520 – 720	720 – 1000	1000 – 1200
ψ_σ	0	0,05	0,1	0,2
ψ_τ	0	0	0,05	0,1

Рис. П2. Эффективные коэффициенты концентрации напряжений K_σ и K_τ в зависимости от отношения радиуса галтели к диаметру вала



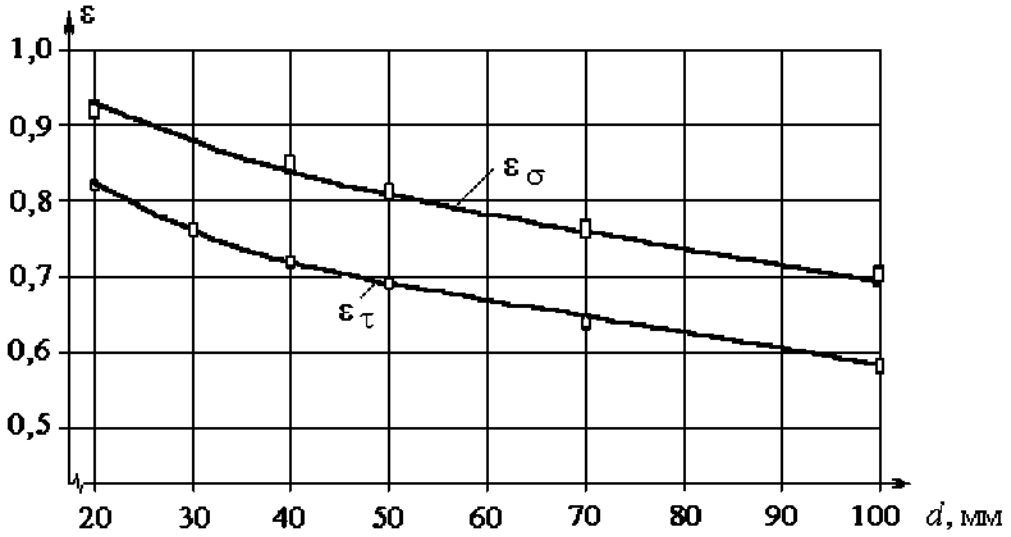


Рис. П3. Зависимость значений масштабных факторов ε_σ и ε_τ от диаметра вала

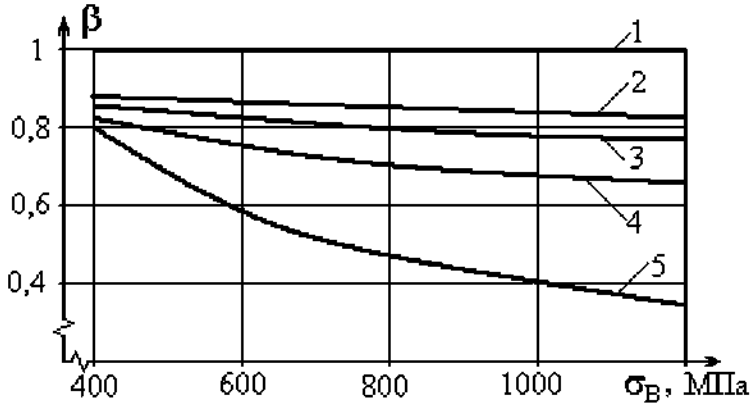


Рис. П4. Зависимость коэффициента β качества обработки поверхности от предела выносливости материала и вида обработки:

1 – полированная поверхность; 2 – шлифование; 3 – тонкая (чистовая) обработка; 4 – грубое точение; 5 – окалина

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Афанасьев А. И., Ляпцев С. А. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин. – Екатеринбург: Изд–во УГГУ, 2005.

Дунаев П. Ф., Леликов О. П. Конструирование узлов и деталей машин: учебн. пособие для студ. техн. спец. вузов. – М.: Изд. центр «Академия», 2003. – 496 с.

Краснов М. М., Вереина Л. И. Техническая механика. М.: – Academia, 2010. – 288 с.

Левитский И. И. Теория механизмов и машин. – М.: Высшая школа, 2007.

Мокрушин Н. В., Ляпцев С. А. Лекции по сопротивлению материалов. – Екатеринбург: Изд–во УГГУ, 2012.

Сопротивление материалов в примерах и задачах. *Под ред. Мокрушина Н. В.*– Екатеринбург: Изд–во УГГУ, 2010.

Олофинская В. П. Техническая механика. – М.: Форум, 2009.

Смелянин А. И. Теория механизмов и машин. – М.: Инфра, 2009.

Степин П. А. Сопротивление материалов. – М.: Лань, 2010.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Б1.В.08 ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Технологическая безопасность и горноспасательное дело

Авторы: Котельников А.П, к.т.н., доц.

Одобрена на заседании кафедры
Технической механики
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
Таугер В.М.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 09.10.2020
(Дата)

Рассмотрена методической комиссией
Горно-механического факультета
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
Осипов П.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 14.10.2020
(Дата)

Екатеринбург

Методические указания адресованы студентам, обучающимся по направлению подготовки 21.05.04 Горное дело, и призваны обеспечить эффективную самостоятельную работу по курсу «Прикладная механика».

Форма контроля самостоятельной работы студентов – проверка на практическом занятии, расчетно-графическая работа, зачет.

ФОРМЫ И СОДЕРЖАНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, владений (опыта деятельности), характеризующие формирование компетенций

Ознакомление обучающихся с процедурой и алгоритмом оценивания (в начале изучения дисциплины).

Проверка ответов на задания, выполненных работ.

Сообщение результатов оценивания обучающимся, обсуждение результатов. Оформление необходимой документации.

1. ШПОНОЧНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Шпоночные и шлицевые соединения служат для закрепления деталей на осях и валах и передачи крутящего момента от вала к ступице детали или наоборот, от ступицы к валу.

Рабочими гранями призматических и сегментных шпонок служат их боковые, более узкие грани. На боковых гранях возникают напряжения смятия $\sigma_{см}$, а в продольном сечении шпонки – напряжения среза $\tau_{ср}$.

Условие прочности на смятие для призматических шпонок (рис. 1):

$$\sigma_{см} = \frac{4 \cdot T}{d \cdot h \cdot l_{раб}} \le [\sigma_{см}],$$

условие прочности шпонки на срез:

$$\tau_{ср} = \frac{2 \cdot T \cdot 10^3}{d \cdot b \cdot l_{раб}} \le [\tau_{ср}],$$

где T – крутящий момент на валу; d – диаметр вала; h – высота шпонки; b – ширина шпонки; $l_{раб}$ – рабочая длина призматической шпонки.

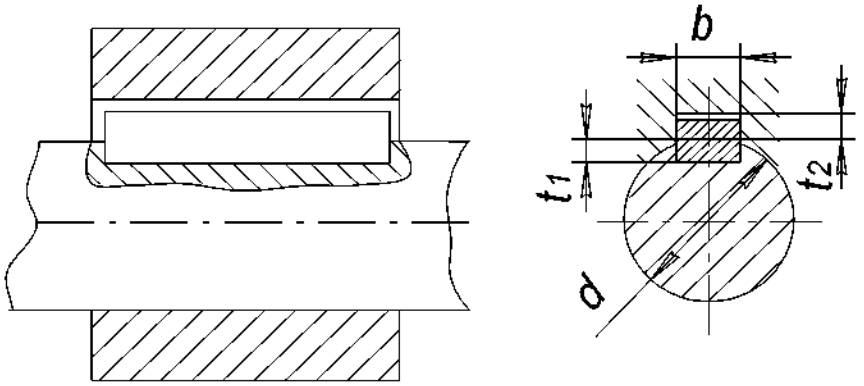


Рис. 1. Шпоночное соединение

Для неподвижных шпоночных соединений допускают:
при переходных посадках $[\sigma_{см}] = 80...150$ МПа; при посадках с натягом $[\sigma_{см}] = 110...200$ МПа. Меньшие значения для чугунных ступиц и при резких изменениях нагрузки. В подвижных соединениях (в осевом направлении) $[\sigma_{см}] = 20...30$ МПа. Допускаемые напряжения на срез шпоночных соединений $[\tau_{ср}] = 60...90$ МПа.

Допускаемое напряжение смятия в неподвижных шлицевых соединениях при тяжёлых условиях эксплуатации $[\sigma_{см}] = 35...50$ МПа.

Задача № 1

Для вала диаметром 60 мм подобрать размеры призматической шпонки с закругленными концами. Определить, какой момент может передавать эта шпонка. Принять длину шпонки $l = 1{,}3 \cdot d$; $[\sigma_{см}] = 80$ МПа.

Решение

По рекомендации вычисляем предварительную длину шпонки $l = 1{,}3 \cdot 60 = 78{,}0$ мм. .

По ГОСТу 23360-78 принимаем $l = 80$ мм и выбираем размеры сечения шпонки высота h=11 мм; ширина b=18 мм в соответствии с диаметром вала d=60 мм (табл.П.1). Рабочая длина шпонки

$$l_{раб} = l - b. \qquad (1)$$

Запишем условие прочности на смятие

$$\sigma_{см} = \frac{4 \cdot T}{d \cdot h \cdot l_{раб}} \le [\sigma_{см}], \qquad (2)$$

откуда определяем крутящий момент

$$T \le \frac{[\sigma_{см}] \cdot d \cdot h \cdot l_{раб}}{4 \cdot 10^3} = \frac{80 \cdot 60 \cdot 11 \cdot (80 - 18)}{4 \cdot 10^3} = 818 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Задача № 2

Выбрать по ГОСТу призматическую шпонку для соединения шестерни с валом диаметром 35 мм (рис.1), передаваемый момент равен $150 Н \cdot м$. Выполнить полную проверку соединения на прочность.

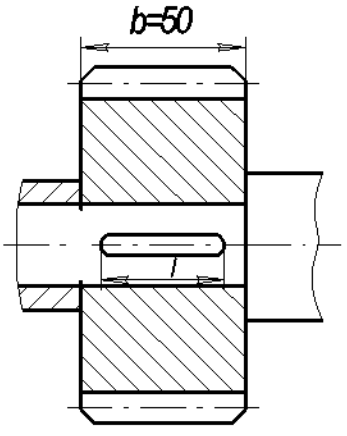


Рис. 2. Соединение к задаче 2

Решение

По ГОСТу 23360-78 выбираем сечение шпонки h=8 мм; b=10 мм. Из конструктивных соображений длину шпонки l принимаем на 5—10 мм меньше ширины зубчатого венца шестерни b_w=50 мм, поэтому l =45 мм. Итак, размеры шпонки по ГОСТ $10 \times 8 \times 45$ мм.

Проверим прочность шпонки на смятие:

$$\sigma_{см} = \frac{4 \cdot T}{d \cdot h \cdot l_{раб}} = \frac{4 \cdot 150 \cdot 10^3}{35 \cdot 8 \cdot (45 - 10)} = 61{,}2 \text{ МПа} < 80 \text{ МПа}, \qquad (3)$$

где $[\sigma_{см}] = 80$ МПа.

Проверим шпонку на срез:

$$\tau_{ср} = \frac{2 \cdot T \cdot 10^3}{d \cdot b \cdot l_{раб}} = \frac{2 \cdot 150 \cdot 10^3}{35 \cdot 10 \cdot (45 - 10)} = 24{,}5 \text{ МПа} < 60 \text{ МПа}, \qquad (4)$$

где $[\tau_{ср}] = 60$ МПа. Условия прочности выполнены.

Задача № 3

Зубчатое колесо, рассчитанное для передачи окружного усилия $F_t = 6кН$, соединено с валом призматической шпонкой (рис.3). Проверить шпоночное соединение на прочность.

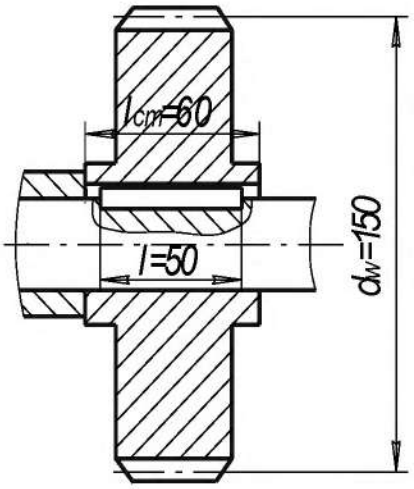
Решение

Определяем крутящий момент на валу, передаваемый цилиндрическим зубчатым колесом, Н·м:

$$T = \frac{F_t \cdot d_w}{2} = \frac{6 \cdot 10^3 \cdot 150 \cdot 10^{-3}}{2} = 450 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Диаметр вала определяем из условия прочности вала:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{T}{0{,}2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{450 \cdot 10^3}{0{,}2 \cdot 15}} = 53{,}1 \text{ мм}, \quad (5)$$



где [τ] – пониженное напряжение на кручение, обычно принимают для редукторных и аналогичных валов [τ] = (12…15) МПа.

Округляем по ряду Ra 40 диаметр вала d=56 мм.

Размеры шпонки выбираем по ГОСТу 23360-78 $16 \times 10 \times 50$ (по табл. П. 1).

Проводим проверку шпонки на смятие:

$$\sigma_{см} = \frac{4 \cdot T}{d \cdot h \cdot l_{раб}} = \frac{4 \cdot 450 \cdot 10^3}{56 \cdot 10 \cdot (50 - 16)} = 94{,}5 \text{ МПа}. \quad (6)$$

Поскольку $\sigma_{см} = 94{,}5 \text{ МПа} < [\sigma_{см}] = 200 \text{ МПа}$, условие прочности соблюдается, так как посадка колеса на вал с натягом.

Рис.3. Соединение к задаче 3

Задача № 4

Втулочная муфта, соединяющая два вала, установлена на сегментных шпонках (рис. 4). Соединение с натягом. Подобрать размеры шпонки и проверить соединение на срез и смятие. Расчетный момент определить из условия прочности вала на кручение, при допускаемом напряжении на кручение $[\tau_{кр}] = 25МПа$, ослабление вала шпоночной канавкой не учитывать.

Решение

Условие прочности вала на кручение:

$$\tau_{кр} = \frac{T}{0{,}2 \cdot d^3} \leq [\tau_{кр}], \quad (7)$$

откуда вычисляем крутящий момент

$$T \le \frac{[\tau_{кр}] \cdot 0{,}2 \cdot d^3}{10^3} = \frac{25 \cdot 0{,}2 \cdot 38^3}{10^3} = 274\,\text{Н} \cdot \text{м}\ .$$

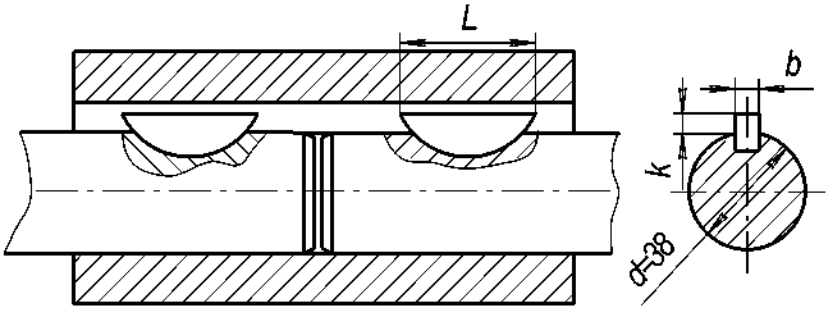


Рис. 4. Соединение к задаче 4

Размеры шпонки выбираем по ГОСТ 24071-80: высота h=13 мм; ширина b=10 мм; D=32 мм; глубина врезания t_1=10 мм; t_2 = 3,3 мм (далее в формуле $k = t_2$) см. табл. П. 2. Проверяем подобранную шпонку на смятие

$$\sigma_{см} = \frac{2 \cdot T}{d \cdot k \cdot L} = \frac{2 \cdot 274 \cdot 10^3}{38 \cdot 3{,}3 \cdot 32} = 137\,\text{МПа}\,, \qquad (8)$$

где длина шпонки $L \approx D \approx 32$ мм.

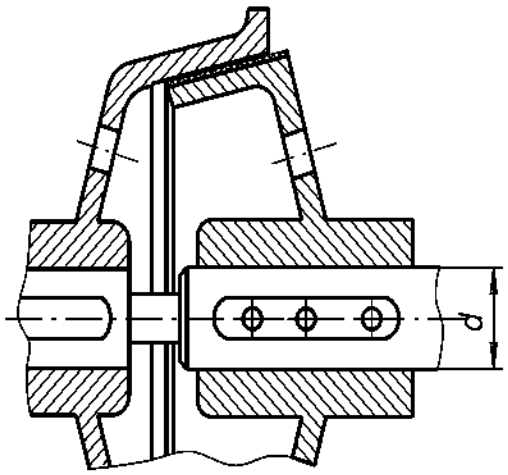
Поскольку $\sigma_{см} = 137\,\text{МПа} < [\sigma_{см}] = 200\,\text{МПа}$, то далее проверяем шпонку на срез

$$\tau_{ср} \approx \frac{2 \cdot T}{d \cdot b \cdot L} \approx \frac{2 \cdot 274 \cdot 10^3}{38 \cdot 10 \cdot 32} \approx 45\,\text{МПа} < 60\ \text{МПа}. \qquad (9)$$

Отмечаем, что соединение с натягом является прочным.

Задача № 5

Определить рабочую длину и сечение призматической шпонки вала конической фрикционной муфты (рис. 5.) по следующим данным: d=45 мм; материал сталь 50. Материал муфты – чугун СЧ18. Момент, передаваемый муфтой, равен $T = 345\,\text{Н} \cdot \text{м}$. Перемещение муфты производится под нагрузкой, вал работает с незначительными толчками, $[\sigma_{см}] = 40\,\text{МПа}$.



Решение

По ГОСТу 23360-78 выбираем сечение шпонки 14х9 мм, где b=14 мм; h=9 мм; t_1=5,5 мм; t_2 = 3,8 мм; (табл. П.1).

Условие прочности на смятие:

Рис. 5. Муфта коническая

$$\sigma_{CM} = \frac{4 \cdot T \cdot 10^3}{d \cdot h \cdot l_{PAБ}} \le [\sigma_{CM}], \qquad (10)$$

откуда определяем рабочую длину шпонки $l_{раб} \ge \frac{4 \cdot T \cdot 10^3}{d \cdot h \cdot [\sigma_{см}]} = \frac{4 \cdot 345 \cdot 10^3}{45 \cdot 9 \cdot 40} = 85{,}2$ мм.

Вычисляем предварительно длину призматической шпонки $l = l_{раб} + b = 85{,}2 + 14 = 99{,}2$ мм и принимаем по ГОСТ окончательно l =100 мм.

2. ШЛИЦЕВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Задача № 6

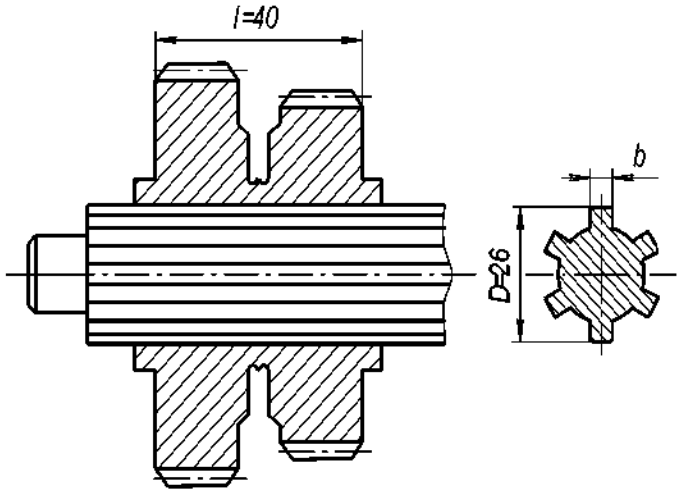


Рис. 6. Шлицевое соединение

Проверить зубчатое (шлицевое) прямобочное соединение блока шестерен с валиком (рис. 6) коробки передач токарного станка по следующим данным: материал вала – сталь 45, число зубьев (шлицов) $z = 6$. Передаваемый момент T= 100 Н·м. Блок шестерен из стали 40, переключение не под нагрузкой. Рабочая поверхность шлицов термически обработана и шлифована.

Условия эксплуатации средние.

Решение

По заданному наружному диаметру D=26 мм выбираем по табл. П.3 легкую серию с размерами: b =6 мм, c =0,3 мм, l =40 мм, d =23 мм, z = 6.

Проверяем соединение на смятие:

$$\sigma_{см} = \frac{2 \cdot T}{d_{ср} \cdot k_з \cdot z \cdot h \cdot l} \le [\sigma_{см}], \qquad (11)$$

где $d_{ср} = \frac{D + d}{2} = \frac{26 + 23}{2} = 24{,}5$ мм; $k_з = 0{,}7...0{,}8$; принимаем $k_з = 0{,}75$;

$h = \frac{D - d}{2} - 2 \cdot c = \frac{26 - 23}{2} - 2 \cdot 0{,}3 = 0{,}9$ мм; $[\sigma_{см}] = 45$ МПа;

$\sigma_{см} = \frac{2 \cdot 100 \cdot 10^3}{24{,}5 \cdot 0{,}75 \cdot 6 \cdot 0{,}9 \cdot 40} = 50{,}4$ МПа > 45 МПа, из этого следует, что легкая серия не подходит, а значит выбираем среднюю. Для средней серии: D=2 мм, b =6 мм, c =0,3 мм, l =40 мм, d =23 мм, z = 6.

$$\sigma_{см} = \frac{2 \cdot 100 \cdot 10^3}{25{,}5 \cdot 0{,}75 \cdot 6 \cdot 1{,}9 \cdot 40} = 22{,}9 \text{ МПа}, \quad \text{где} \quad d_{ср} = \frac{D+d}{2} = \frac{28+23}{2} = 25{,}5 \text{ мм};$$

$$h = \frac{D-d}{2} - 2 \cdot c = \frac{28-23}{2} - 2 \cdot 0{,}3 = 1{,}9 \text{ мм}; \quad \sigma_{см} = 22{,}9 \text{ МПа} < 45 \text{ МПа},$$

следовательно, средняя серия удовлетворяет условию прочности.

3. СВАРНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Сварка – это технологический процесс соединения металлических деталей при сильном местном нагреве их до расплавленного или пластического состояния с применением давления. Затвердевший после сварки металл называется сварным швом. Прочность соединения зависит от однородности и непрерывности материала сварного шва и окружающей его зоны.

Наибольшее распространение получили следующие виды сварки: электродуговая ручная, автоматическая дуговая под слоем флюса, контактная (оплавленная, точечная, шовная, трением). Электрошлаковая сварка предназначена для соединения деталей большой толщины и для чугунных отливок.

Все виды контактной сварки высокопроизводительны, их широко применяют в массовом производстве для сварки труб, арматуры, кузовов автомашин, металлической обшивки железнодорожных вагонов, корпусов самолетов, тонкостенных резервуаров и т. д.

В зависимости от толщины свариваемых дуговой сваркой деталей требования к форме кромок различны: края тонких листов до 3 мм загибают, кромки листов толщиной от 8 до 20 мм при автоматической сварке выполняют прямыми, а при большей толщине деталей делают скошенные края под углом 60 градусов.

По сравнению с клёпаными и литыми конструкциями сварные обеспечивают существенную экономию металла и значительно снижают трудоемкость процесса изготовления. Поэтому сварные конструкции в большинстве случаев гораздо дешевле клепаных и литых. Применение сварки особенно целесообразно при изготовлении конструкций сложной формы, отдельные детали которых получают прокаткой, ковкой, штамповкой и отливкой.

К недостаткам сварных конструкций относятся: появление остаточных напряжений в свариваемых элементах после окончания процесса сварки, коробление, плохое восприятие переменных и особенно вибрационных нагрузок, сложность и трудоемкость контроля качества сварных швов.

Конструкции и расчет на прочность. Сварные соединения относятся к неразъёмным. По взаимному расположению элементов их можно разделить на следующие группы: стыковые, угловые, нахлесточные и тавровые.

Сварной шов стыкового соединения называется стыковым швом, а сварной шов углового, нахлесточного или таврового соединений – угловым швом.

Стыковые швы рассчитывают:

на растяжение $\sigma_р = \dfrac{F}{b \cdot \delta} \le [\sigma']_р$; (12)

и на сжатие $\sigma_{сж} = \dfrac{F}{b \cdot \delta} \le [\sigma']_{сж}$; (13)

а также на изгиб $\sigma = \dfrac{M}{W} = \dfrac{M \cdot 6}{b \cdot \delta^2}$, (14)

где F – внешняя нагрузка; $[\sigma'_р]$ – допускаемое напряжение сварного шва при растяжении, пишется со штрихом и вычисляется по формуле: $[\sigma'_р] = (0{,}9 \ldots 1{,}0) \cdot [\sigma_р]$; $[\sigma_р]$ – допускаемое напряжение при растяжении для материала деталей; b - длина сварного шва; δ – толщина деталей; M – изгибающий момент в плоскости сечения; W – момент сопротивления расчетного сечения шва.

Угловые швы имеют следующие основные геометрические характеристики – катет k и высоту h ; для нормального шва $h = k \sin 45 = 0{,}7k$ (рис. 7).

В зависимости от расположения швы различают: фланговые, лобовые и косые.

Лобовой шов расположен перпендикулярно линии действия нагружающей силы, а фланговый - параллельно. Обычно применяют комбинированные сварные швы в соединениях.

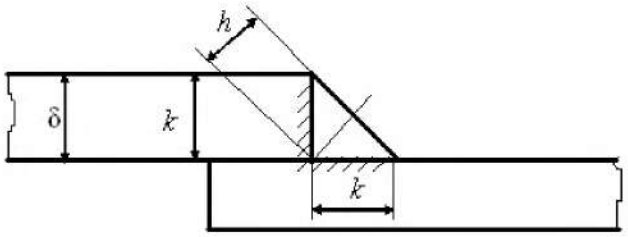


Рис. 7. Угловой шов

Условие прочности флангового шва записывается в виде:

$$\tau = \frac{F}{0{,}7k_1 \cdot 2l} \le [\tau'] \quad (15)$$

где $[\tau']$- допускаемое напряжение в сварном шве при срезе.

Для сравнительно коротких швов, если соединение нагружено парой сил с моментом Т, касательные напряжения определяется в виде

$$\tau = \frac{T}{0{,}7klb} \le [\tau'] \quad (16)$$

Если одна из соединяемых деталей асимметрична, например, к листу приварен уголок, то расчет прочности производят с учетом нагрузки, воспринимаемой каждым швом и распределяемой по швам обратно пропорционально плечам a_1 и a_2 (рис. 8).

При этом напряжения в обоих фланговых швах определяются:

$$\tau = \frac{F}{0{,}7k(l_1 + l_2)} \le \left[\tau'\right] \qquad (17)$$

и длина каждого шва находится обратно пропорционально плечам: $\frac{l_1}{l_2} = \frac{a_2}{a_1}$.

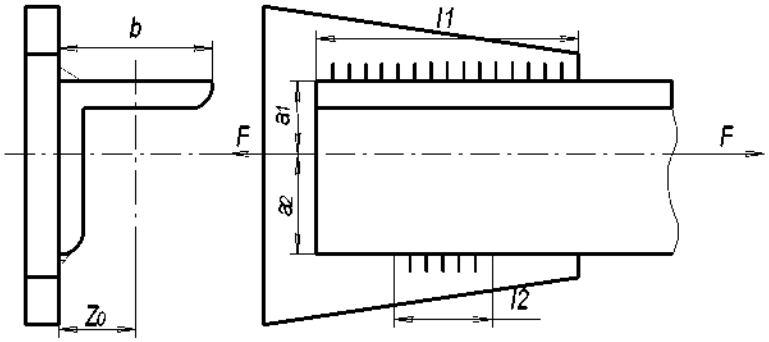


Рис. 8. Фланговый шов асимметричной детали

Л о б о в ы е ш в ы

Лобовые швы рассчитывают только по касательным напряжениям, действующим в плоскости биссектрисы m-m:

$$\tau = \frac{F}{0{,}7kl} \le \left[\tau'\right] \qquad (18)$$

Если соединение нагружено парой сил с моментом Т, то условие прочности:

$$\tau_c = \frac{T}{W} = \frac{6T}{0{,}7klb^2} \le [\tau'_c]. \qquad (19)$$

При сложном напряженном состоянии растяжения (или сжатия) с изгибом прочность соединения определяют по формулам:

для соединений встык, выполненных стыковым швом

$$\sigma_p = \frac{F}{b \cdot \delta} + \frac{6M}{b \cdot \delta^2} \le \left[\sigma'_p\right] \qquad (20)$$

для нахлёсточных соединений, выполненных угловыми швами

$$\tau_c = \frac{6M}{0{,}7k \cdot 2l^2} + \frac{F}{0{,}7k \cdot 2l} \le [\tau'_c]. \qquad (21)$$

Для решения задач приведены физико-механические свойства некоторых сталей (табл. 1).

Таблица 1

Физико-механические свойства некоторых материалов

Марка стали	Предел прочности $\sigma_в$, МПа	Предел текучести $\sigma_т$, МПа	Предел выносливости σ_{-1}, МПа

Ст 3 и 10	340	200	160
Сталь 20	400	240	170
Сталь 35	500	300	180
Сталь 45	600	360	240
Сталь 35 Х	800	640	280
Сталь 30ХГСА	1000	900	300

Допускаемые напряжения сварных швов зависят от вида шва, способа сварки, марки электродов и характера нагрузки (табл.2.).

Таблица 2

Допускаемые напряжения в сварных швах

Вид технологического процесса сварки	Допускаемые напряжения в швах при		
	Растяжении $[\sigma']_P$	Сжатии $[\sigma']_{СЖ}$	Срезе $[\tau']$
Автоматическая под флюсом, ручная электродами Э42А и Э50А, контактная стыковая	$[\sigma]_P$	$[\sigma]_P$	$0{,}65[\sigma]_P$
Ручная дуговая электродами Э42 и Э50, газовая сварка	$0{,}9[\sigma]_P$	$[\sigma]_P$	$0{,}6[\sigma]_P$
Контактная точечная и шовная	-	-	$0{,}5[\sigma]_P$

Примечание. $[\sigma]_р = \sigma_T / s$ - допускаемое напряжение на растяжение для материала соединяемых деталей при статических нагрузках. Для металлических конструкций запас прочности s =1,4…1,6.

Задача №7

Проверить прочность соединения двух стальных листов толщиной $\delta = 10$ мм, шириной $b = l = 200$ мм , нагруженных силой $F = 140$ кН. Материал – сталь Ст5 ($\sigma_т = 200$ МПа).

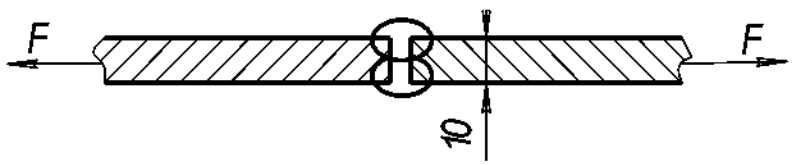


Рис. 9. Сварное соединение к задаче 7

Решение

Определяем допускаемое напряжение в материале

$$[\sigma]_р = \sigma_т / s = \frac{200}{1{,}5} = 133 \text{ МПа}.$$

Определяем допускаемое напряжение в сварном шве по табл. 2:
$[\sigma']_р = 0{,}9 \cdot 133 = 120$ МПа.

Запишем условие прочности сварного шва

$$\sigma'_р = \frac{F}{\delta \cdot l} \le [\sigma']_р \qquad (22)$$

и вычислим

$$\sigma'_р = \frac{140 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = 70 \cdot 10^6 \, Па = 70 МПа < 120 МПа$$

Значит, соединение прочное.

Задача № 8

Две полосы из стали Ст3 шириной 200 мм и толщиной 12 мм соединены сварным швом и нагружены силами F (рис. 8).Материал листов – сталь Ст3, для которой $[\sigma_р] = 160 МПа$. Требуется определить допускаемые значения силы для следующих вариантов выполнения шва:

а) ручная сварка электродом Э42;

б) сварка автоматическая под слоем флюса.

Для каждого из указанных вариантов определить процент использования основного материала конструкции.

Решение

а) Определяем допускаемое напряжение в сварном шве:

б) $[\sigma'] = 0{,}9 \cdot [\delta_р] = 0{,}9 \cdot 160 = 144 МПа$ - по табл. 2;

Из условия прочности $\sigma_р = \frac{F}{b \cdot \delta} \le [\sigma'_р]$ (23)

определяем усилие: $F \ge b \cdot \delta \cdot [\sigma'] = 200 \cdot 10^{-3} \cdot 12 \cdot 10^{-3} \cdot 144 \cdot 10^6 = 346 кН$. (24)

Использовано только 90% основного материала.

б) Определяем допускаемое напряжение в сварном шве:
$[\sigma'] = [\delta_р] = 160 МПа$

определяем усилие: $F \ge A \cdot [\sigma'] = 200 \cdot 10^{-3} \cdot 12 \cdot 10^{-3} \cdot 160 \cdot 10^6 = 384 кН$.

Используется 100% основного материала.

Задача №9

Определить длины сварных швов, соединяющих уголок с косынкой. Сварка ручная электродом Э42. Катет швов равен толщине полки уголка №10. Материал сталь 35.

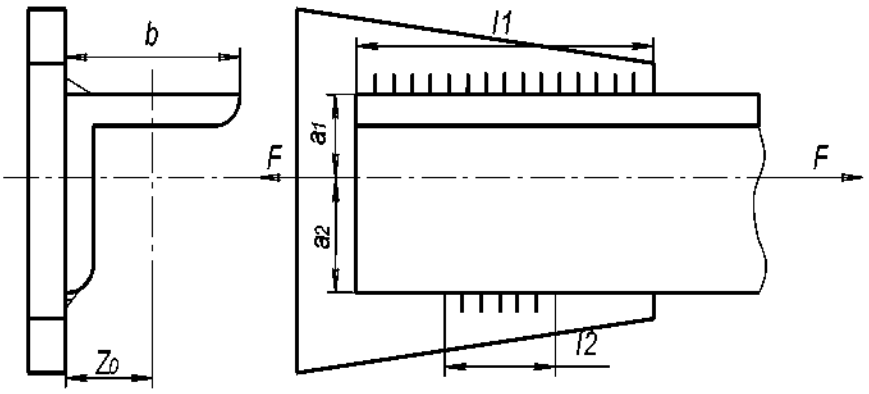


Рис.10. Сварное соединение задаче 9

Решение

Определяем допускаемое напряжение в материале:

$$[\sigma_p]=\frac{\sigma_T}{S}=\frac{300}{1{,}5}=200\,МПа\cdot$$

Определяем допускаемое напряжение в сварном шве (по табл. 2):

$$[\tau'_C]=0{,}6\cdot[\sigma_p]=0{,}6\cdot 200=120МПа$$

По справочнику [6] для уголка № 10 определяем размеры: ширина полки $b=100мм$; толщина полки $t=10мм$; расстояние от полки до центра тяжести $z_0=28{,}3мм$; площадь $A=1920мм^2$; $a_1=28{,}3мм$; $a_2=b-z_0=100-28{,}3=71{,}7мм$.

Исходя из прочности уголка $\sigma_p=\frac{F}{A}\le[\sigma_p]$,

определяем допускаемую силу $F\le A\cdot[\sigma_p]=1920\cdot10^{-6}\cdot200\cdot10^6=384\cdot10^3 H=384\,кН\cdot$

Составляем условие прочности для сварного шва:

$$\tau=\frac{F}{0{,}7K\cdot l_\Sigma}\le[\tau'_C], \qquad (25)$$

откуда определяем суммарную длину сварного шва (l_Σ)

$$l_\Sigma\ge\frac{F}{0{,}7k\cdot[\tau'_C]}=\frac{384\cdot10^3}{0{,}7\cdot10^{-2}\cdot120\cdot10^6}=457\cdot10^{-3}м\cdot$$

Решаем систему уравнений $\frac{l_1}{l_2}=\frac{a_2}{a_1}=\frac{71{,}7}{28{,}3}=2{,}53$; (26)

$$l_1+l_2=l_\Sigma. \qquad (27)$$

Из уравнения (26) $l_1=2{,}53\cdot l_2$;

подставляем в уравнение (27) $2{,}53\cdot l_2+l_2=457$ мм;

далее вычисляем $l_2=\frac{457}{3{,}53}=129$ мм; $l_1=l_\Sigma-l_2=455-129=328$ мм.

Ответ: $l_1=328$ мм; $l_2=129$ мм.

Задача № 10

Проверить прочность сварных швов, соединяющих диск с зубчатым ободом и

диск со ступицей диаметром 120 мм. Катеты сварных швов $k_1 = 4$ мм, $k_2 = 6$ мм. Передаваемая мощность $P = 18$ кВт и угловая скорость зубчатого колеса $\omega = 3\ ^{рад}/_{с}$. Диаметры $d_2 = 120$ мм; $D_1 = 450$ мм. Допускаемое напряжение $[\sigma_р] = 200$ МПа.

Решение

Определяем допускаемое напряжение в сварном шве (по табл. 2): $[\tau'_с] = 0{,}6 \cdot [\sigma_р] = 0{,}6 \cdot 200 = 120$ МПа.

Определяем крутящий момент, передаваемый зубчатым колесом:

$$T = \frac{P \cdot 10^3}{\varpi} = \frac{18 \cdot 10^3}{3} = 6кН \cdot м.$$

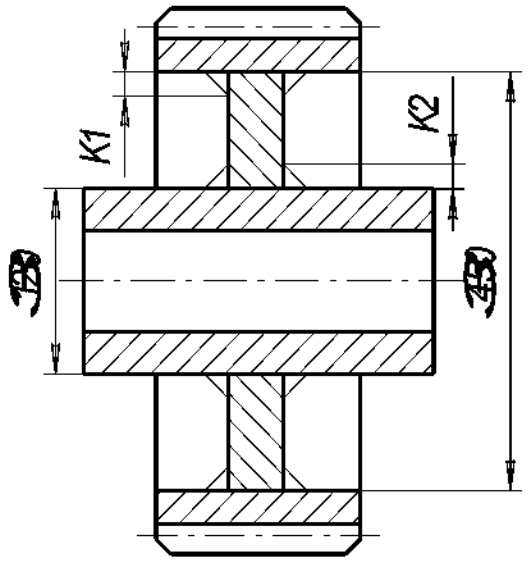


Рис.11. Сварное зубчатое колесо

Условия прочности для двухстороннего сварного шва 1 между диском и зубчатым ободом: $\tau'_1 = \frac{F_1}{0{,}7K_1 \cdot 2\pi D_1} \le [\tau']$, (28)

где $F_1 = \frac{2T}{D_1} = \frac{2 \cdot 6000}{450 \cdot 10^{-3}} = 26{,}7кН$;

$$\tau'_1 = \frac{26{,}7 \cdot 10^3}{0{,}7 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 450 \cdot 10^{-3}} = 3{,}37 \cdot 10^6 \text{ Па} = 3{,}37 \text{ МПа};$$

соединение прочное, так как 3,37 МПа < 120 МПа.

Условия прочности для сварного шва 2 между диском и ступицей:

$$\tau'_2 = \frac{F_2}{0{,}7k_2 \cdot 2\pi \cdot d_2} \le [\tau'], \quad (29)$$

где $F_2 = \frac{2 \cdot T}{d_2} = \frac{2 \cdot 6000}{120 \cdot 10^{-3}} = 100$ кН;

$$\tau'_2 = \frac{100 \cdot 10^3}{0{,}7 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 120 \cdot 10^{-3}} = 31{,}6 \text{ МПа}.$$

Напряжение 31,6 МПа<120 МПа, следовательно, соединение прочное.

Задача № 11

Рассчитать сварное соединение листа 1 с уголком 2. Заданы действующее усилие Q = 11 кН; расстояние от сварного шва до точки приложения усилия a = 15см, сварные швы выполнены с обеих сторон. Материал свариваемых деталей сталь 35. Вид сварки принять самостоятельно.

Решение

Определяем допускаемое напряжение в материале:

$$[\sigma_р]=\frac{\sigma_т}{S}=\frac{300}{1{,}5}=200 \text{ МПа}.$$

Определяем допускаемое напряжение в сварном шве (по табл. 2):

$$[\tau'_с]=0{,}6\cdot[\sigma_р]=0{,}6\cdot 200=120 \text{ МПа}.$$

Переносим силу Q, действующую на уголок 2, к центру сварного шва и уравновешиваем её. Таким образом получаем, что на сварной шов действует сила Q и изгибающий момент M.

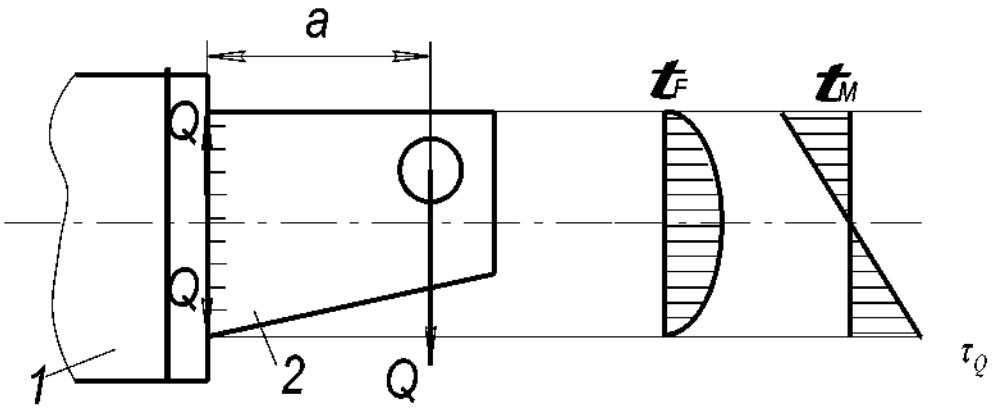


Рис. 12. Сварное соединение листа с уголком и эпюрами напряжений

При нагружении силой и изгибающим моментом прочность соединения определяем по формуле:

$$\tau_{общ}=\tau_Q+\tau_М\le[\tau'], \tag{30}$$

где τ_Q – касательное напряжение от силы;

$\tau_М$ – касательное напряжение от изгибающего момента.

Поскольку в верхней точке сварного шва $\tau_Q=0$, то

$$\tau_{общ}=\tau_М=\frac{M}{W}. \tag{31}$$

Вычисляем изгибающий момент

$$M=Q\cdot a=11\cdot 10^3\cdot 15\cdot 10^{-2}=1650 \text{ Н}\cdot\text{м}. \tag{32}$$

Момент сопротивления сечения определяется по формуле:

$$W=\frac{0{,}7kl^2}{6}. \tag{33}$$

Определяем общее касательное напряжение по формуле:

$$\tau_{общ}=\frac{M\cdot 6}{2\cdot 0{,}7kl^2}=\frac{6\cdot 1650}{2\cdot 0{,}7kl^2}\le[\tau']. \tag{34}$$

Пусть катет сварного шва k =3 мм. Тогда определяем длину сварного шва из формулы (34):

$$l \geq \sqrt{\frac{M \cdot 6}{2 \cdot 0{,}7 \cdot k \cdot [\tau']}} = \sqrt{\frac{1650 \cdot 6}{2 \cdot 0{,}7 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 120 \cdot 10^{+6}}} = 0{,}141\,\text{м} = 141\,\text{мм}.$$

Окончательно $l = 141$ мм.

4. РЕЗЬБОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Соединения деталей с помощью болтов, винтов и винтовых стяжек относятся к резьбовым соединениям. Соединения деталей с помощью болтов, винтов и винтовых стяжек относятся к резьбовым соединениям (рис.13).

Резьба – выступы, образованные на основной поверхности винтов и гаек и расположенные по винтовой линии.

По форме основной поверхности различают цилиндрические и конические резьбы.

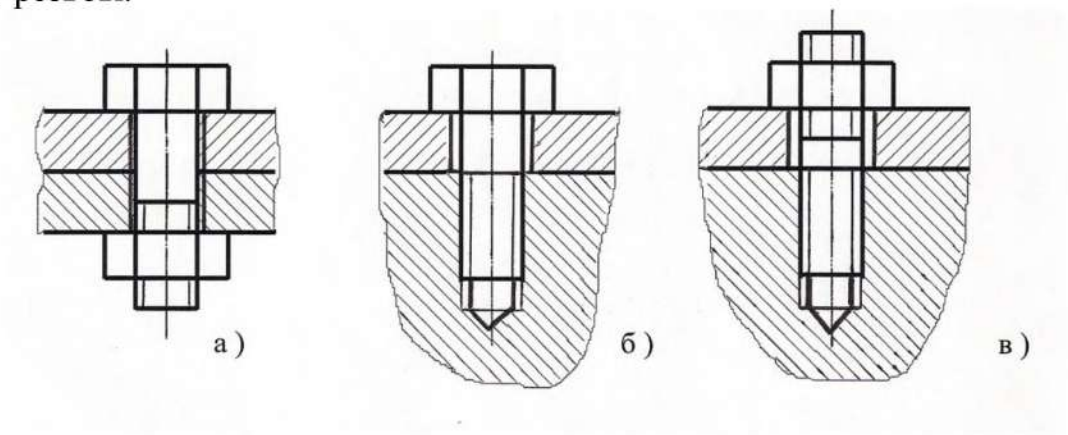


Рис.13. Соединение деталей с помощью болтов (а), винтов (б) и винтовых стяжек (в)

По профилю резьбы – треугольные, прямоугольные, трапецеидальные, круглые и др. Профиль резьбы – это контур сечения резьбы в плоскости, проходящей через ось основной поверхности.

По направлению винтовой линии различают правую и левую резьбы. У правой резьбы винтовая линия идет слева направо и вверх, а у левой - справа налево и вверх.

По числу заходов различают одно-, двухзаходную и т.д.

Основные типы резьб: крепежные и резьбы для винтовых механизмов.

К резьбам крепежным относятся: метрическая с треугольным профилем (рис. 14) – основная резьба, трубная – треугольная со скругленными вершинами и впадинами, а также круглая. Геометрические параметры метрической резьбы стандартизированы (прил. таблица 4).

Виды резьбы винтовых механизмов (ходовые резьбы): прямоугольная, трапецеидальная симметричная, трапецеидальная несимметричная (упорная).

Для изготовления крепежных деталей применяют низко- и средне-углеродистые стали, а для деталей, работающих при переменных и ударных нагрузках, – легированные стали. Наибольшее применение нашли стали: Ст3кп; Ст5; Ст10; Ст10кп. Характеристики этих марок сталей приведены в первой строке табл. 1.

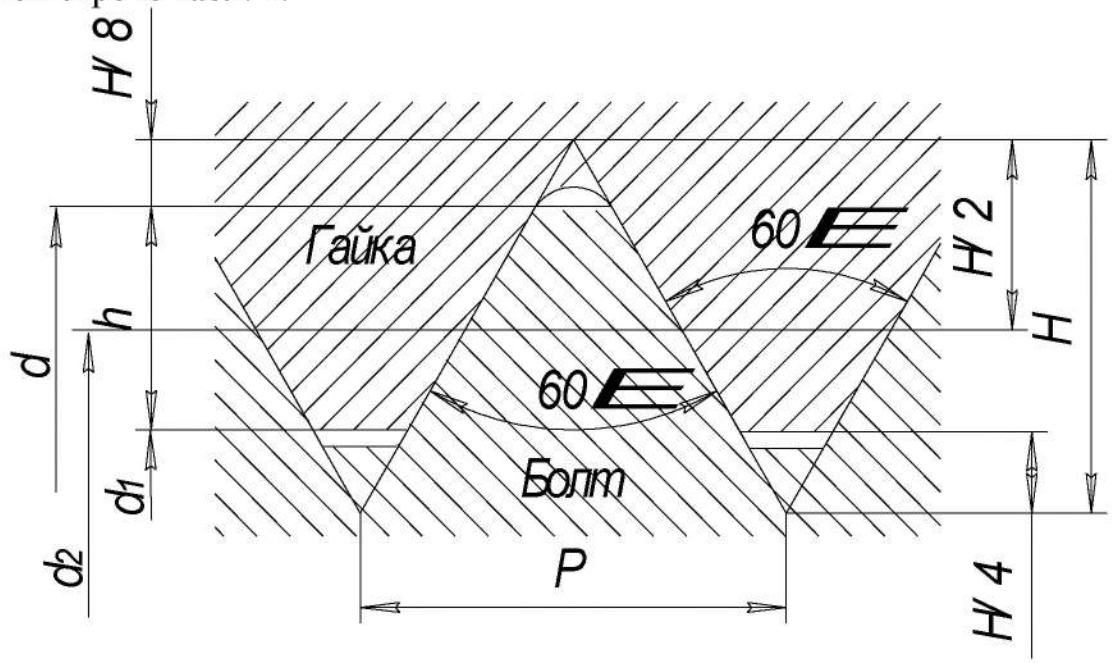


Рис.14. Геометрические параметры метрической резьбы:
d – наружный диаметр; d_1 – внутренний диаметр; d_2 – средний диаметр;
h – рабочая высота профиля; P – шаг; α – угол профиля.

Геометрические параметры резьбы определяются следующим образом:

d – наружный диаметр;

d_1 – внутренний диаметр;

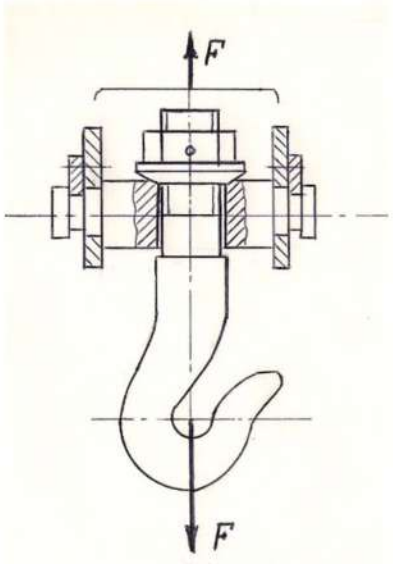
d_2 – средний диаметр;

h – рабочая высота профиля;

P – шаг (расстояние между одноименными сторонами соседних профилей, измеренное в направлении оси резьбы);

α – угол профиля.

Расчет болтов (винтов) при наиболее распространённых способах нагружения в соединениях.



1) **Растяжение в стержне (без затяжки).**

Пример: участок крюка для подвешивания груза. Стержень болта нагружен только внешней растягивающей силой. Опасным является сечение наименьшей площади диаметром d_1. Условие прочности по напряжениям растяжения в стержне:

$$\sigma_{экв} = \frac{F_з}{\pi \cdot d_1^2 / 4} \le [\sigma_р] \qquad (35)$$

где d_1 – внутренний диаметр резьбы, $F_з$ – сила затяжки; [$\sigma_р$] –допускаемые напряжения на растяжение см. в табл. 3.

крюк

2) **Болт затянут, внешняя нагрузка отсутствует.**

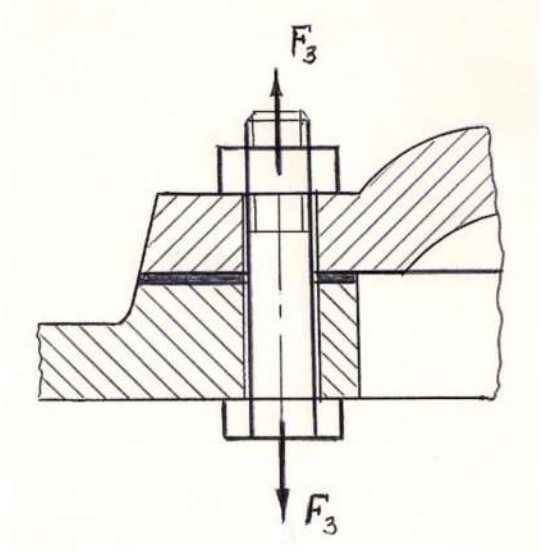


Рис.16. Болт затянут

Стержень болта растягивается и закручивается. Прочность болта определяют по эквивалентному напряжению:

$$\sigma_{экв} = \frac{F_з}{\pi \cdot d_1^2 / 4} \le [\sigma_р] \qquad (36)$$

Напряжения растяжения от силы $F_з$ и кручения от пары с моментом $T_р$:

$$\tau = \frac{T_р}{W_р} = 0{,}5 \cdot F_з \cdot d_2 \cdot tg(\psi + \varphi) / 0{,}2 d_1^3, \qquad (37)$$

где ψ- угол подъёма; φ - угол трения в резьбе.

В этом случае прочность болта определяется по эквивалентному напряжению: $\sigma_{экв} = \sqrt{\sigma_р^2 + 3\tau^2} \le [\sigma_р]$. Вычисления показывают, что для стандартных метрических резьб [1]:

$$\sigma_{экв} = 1{,}3\sigma_р$$

или $$\sigma_{экв} = \frac{1{,}3 \cdot F_з}{\pi \cdot d_1^2 / 4} \le [\sigma_р]. \qquad (38)$$

3) **Болтовое соединение нагружено силами, сдвигающими детали в стыке.** Условием надежности соединения является отсутствие сдвига деталей в стыке. Выполняется два варианта установки:

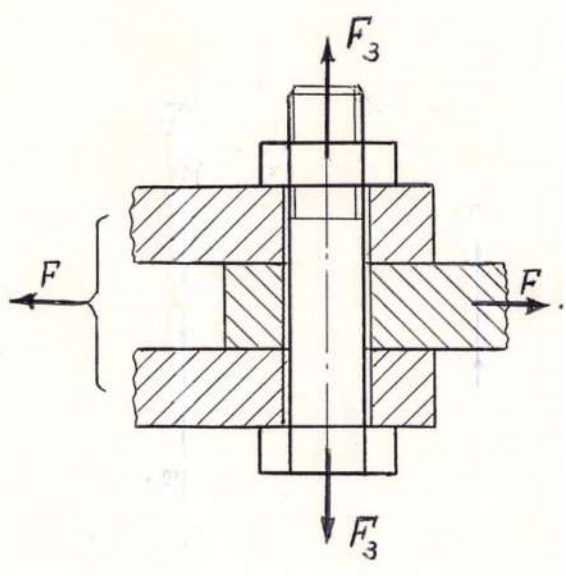


Рис.17. Болтовое соединение с зазором

а) **с зазором,** при этом внешнюю нагрузку F уравновешивают силами трения в стыке, образующимися от затяжки болта. Усилие затяжки определяется

$$F_з = \frac{K \cdot F}{i \cdot f}, \qquad (39)$$

где f = 0,15...0,20 - коэффициент трения в стыке для сухих стальных и чугунных поверхностей; i – число плоскостей стыка деталей (на рис.17 i=2); K – коэффициент запаса, принимающий численные значения при статической нагрузке K = 1,3...1,5; при переменной нагрузке K = 1,8...2,0.

Дальнейший расчёт проводится по эквивалентному напряжению (38).

б) **без зазора.** В этом случае должно выполняться два условия прочности. Первое условие – условие прочности при **срезе**

$$\tau = \frac{F}{(\pi \cdot d_1^2 / 4) \cdot i \cdot z} \le [\tau_c], \qquad (40)$$

где i– число плоскостей среза деталей; $[\tau_c]$ – допускаемое напряжение на срез, вычисляется при статической нагрузке $[\tau_c] = 0{,}4\ \sigma_т$; при переменной нагрузке $[\tau_c] = (0{,}2...0{,}3)\sigma_т$; z –число болтов.

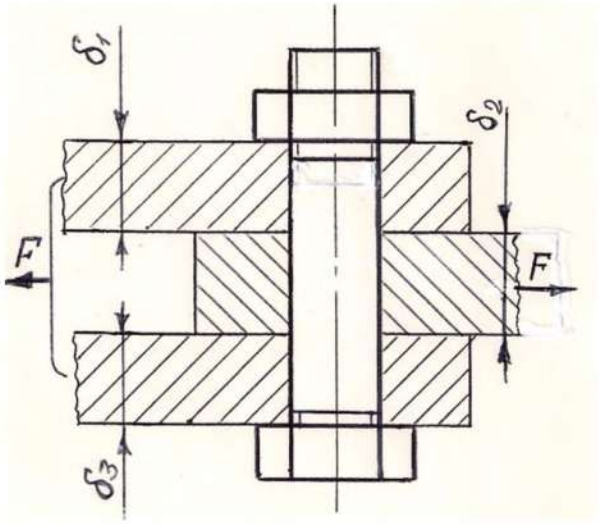


Рис. 18. Болтовое соединение без зазора

Второе условие – условие прочности при **смятии**, которое при соединении трёх деталей записывается двумя уравнениями:
для средней детали:

$$\sigma_{см} = \frac{F}{(\delta_2 \cdot d) \cdot n} \le [\sigma_{см}]; \qquad (41)$$

для крайних деталей:

$$\sigma_{см} = \frac{F}{(\delta_1 + \delta_3) \cdot d \cdot n} \le [\sigma_{см}], \qquad (42)$$

где δ_1, ,δ_3 – толщина крайних соединяемых деталей, δ_2 –толщина средней детали.

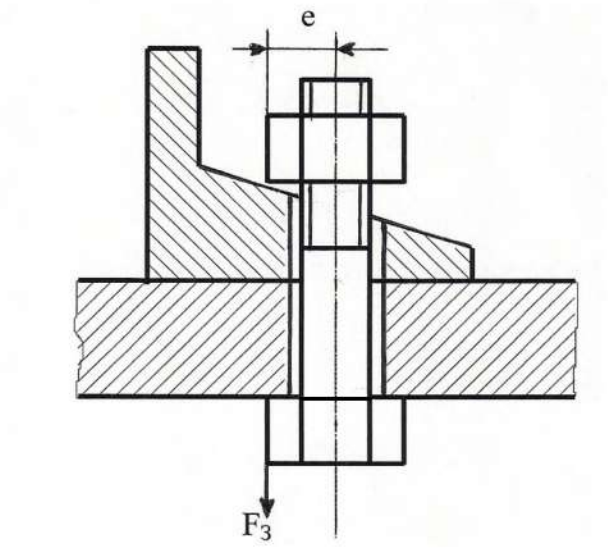


Рис. 19. Эксцентрично нагруженный болт

4) **Эксцентрично нагруженный** болт

В некоторых конструкциях резьбовых соединений болты нагружены также изгибающими их силами. Такое нагружение возникает вследствие перекосов плоскостей болта, гайки, соединяемых деталей, либо в связи с вынужденными конструктивными решениями.

После затяжки **эксцентрично нагруженного** болта кроме напряжений растяжения ($\sigma_р$) возникают также напряжения изгиба ($\sigma_и$) и максимальное эквивалентное напряжение определяют:

$$\sigma_{max} = \sigma_р + \sigma_и = \frac{F_з}{\pi \cdot d_1^{\,2}/4} + \frac{F_з \cdot e}{\pi \cdot d_1^{\,3}/32} \le [\sigma_р] \qquad (43)$$

после преобразования формулы получим:

$$\sigma_{max} = \frac{4F_з(d_1 + 8 \cdot e)}{\pi \cdot d_1^{\,3}} \le [\sigma_р] \qquad (44)$$

где e – эксцентриситет, который определяется как расстояние между возникающей парой сил, создающей изгибающий момент. Часто эксцентриситет принимают равным диаметру болта.

Допускаемые напряжения для резьбовых соединений и запасы прочности приведены в табл. 3 и 4.

Таблица 3

Допускаемые напряжения для резьбовых соединений

Вид нагрузки	Рекомендуемые значения
Растягивающая внешняя нагрузка: без затяжки болтов	$[\sigma] = 0{,}6 \cdot \sigma_Т$
с затяжкой болтов	$[\sigma] = \sigma_Т / [s]$ **Статическая** нагрузка: $[s]$ по таблице запасов – неконтролируемая затяжка; $[s]$ = 0,5…2,5 – контролируемая затяжка. **Переменная** нагрузка: $[s]$ по таблице запасов – неконтролируемая затяжка; $[s]$ = 1,5…2,5 – контролируемая затяжка
Поперечная внешняя нагрузка: болт поставлен с зазором	$[s]$ по таблице запасов – неконтролируемая затяжка; $[s]$ = 0,5…2,5 – контролируемая затяжка
болт поставлен без зазора	$[\tau] = 0{,}4 \cdot \sigma_Т$ (статическая); $[\tau] = (0{,}2...0{,}3) \cdot \sigma_Т$ - (переменная); $[\sigma_{см}] = 0{,}8 \cdot \sigma_Т$ - сталь; $[\sigma_{см}] = (0{,}4...0{,}5) \cdot \sigma_Т$ - чугун

Таблица 4

Запасы прочности для резьбовых соединений [s]

Материал болта	$[s]$ при неконтролируемой затяжке и постоянной нагрузке		
	М6…М16	М16…М30	М30…М60
Углеродистая сталь	5…4	4…2,5	2,5…1,5

Легированная сталь	6,5…5	5…3,3	3,3

Задача 12

Рычаг с грузом массой m=60 *кг* крепится на валике посредством клеммового соединения (рис. 20). Определить требуемый диаметр болтов, если коэффициент трения между валиком и ступицей рычага $f = 0{,}15$; число болтов $z = 2$; материал – сталь Ст3; затяжка неконтролируемая.

Указание. Момент сил трения должен быть на 20% больше момента от сил тяжести груза. Силы трения условно принять сосредоточенными в верхней и нижней точках контакта валика и ступицы клеммы.

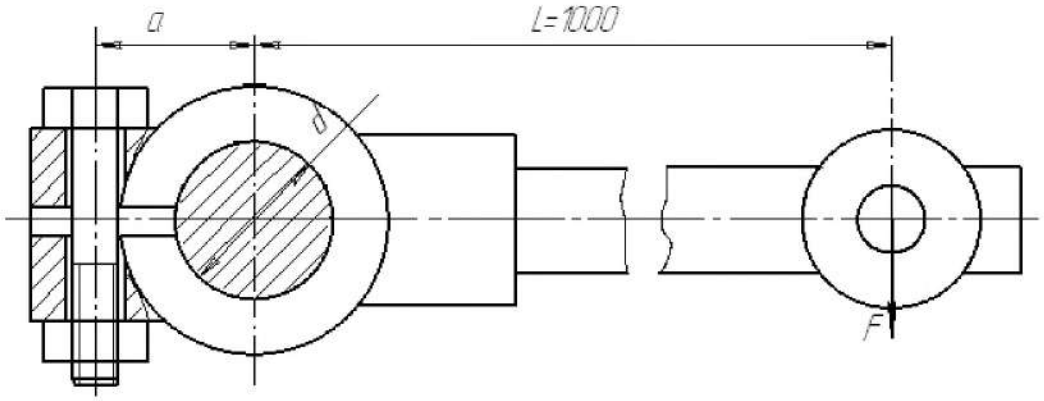


Рис. 20. Клеммовое соединение

Решение

Внешний момент от действия груза находим из выражения

$$M_{\text{внеш}} = F \cdot L = m \cdot g \cdot L = 60 \cdot 9{,}8 \cdot 1 = 588 \text{ Н} \cdot \text{м}. \quad (45)$$

Укажем силы трения в верхней и в нижней точках контакта валика и ступицы клеммы согласно указания к решению задачи (рис. 21). Момент от пары сил трения, возникший между ступицей клеммы и валом, должен уравновесить внешний момент и должен превышать на 20 % внешний момент, то есть

$$M_{\text{внутр}} = F_{\text{тр}} \cdot d = M_{\text{внеш}} \cdot 1{,}2 \quad (46)$$

или подробнее $F_{\text{п}} \cdot f \cdot d = 1{,}2 \cdot M_{\text{внеш}}$,

откуда $$F_{\text{п}} = \frac{1{,}2 M_{\text{внеш}}}{f \cdot d} = \frac{1{,}2 \cdot 588}{0{,}15 \cdot 0{,}06} = 78{,}4 \text{ кН}. \quad (47)$$

Предположим, что половины ступицы клеммы соединены с рычагом шарнирно в точке 0. Из равенства моментов сил $F_{\text{п}}$ и $F_{\text{з}} \cdot z$ (с учётом количества болтов), относительно точки 0 имеем

$$-F_з\left(a+\frac{d}{2}\right)\cdot z+F_n\cdot\frac{d}{2}=0. \qquad (48)$$

Откуда сила затяжки одного болта

$$F_з=\frac{F_n\cdot d}{2\left(a+\frac{d}{2}\right)\cdot z}=\frac{F_n\cdot d}{(2\cdot a+d)\cdot z}=\frac{78{,}4\cdot 0{,}06}{(2\cdot 0{,}055+0{,}06)\cdot 2}=13{,}85\ кН$$

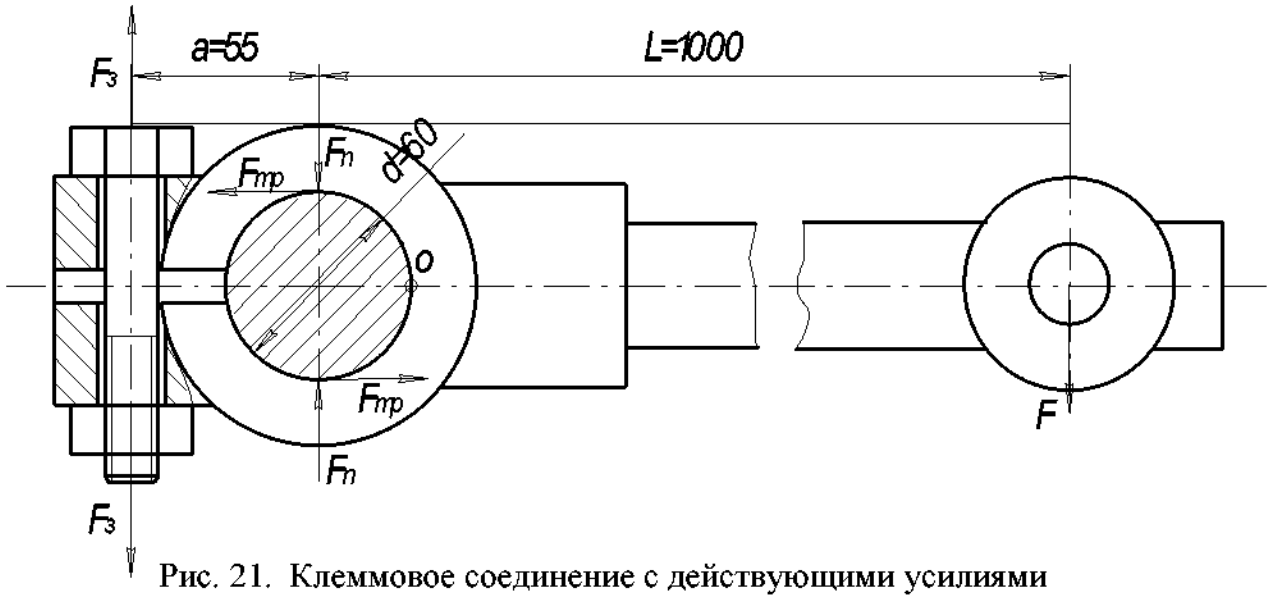


Рис. 21. Клеммовое соединение с действующими усилиями

Запишем условие прочности болта:

$$\sigma_{экв}=\frac{1{,}3\cdot F_з}{\pi\cdot d_1^{\,2}/4}\le[\sigma_p], \qquad (49)$$

Из формулы (13) получаем зависимости для проектного расчета болта:

$$d_1\ge\sqrt{\frac{4\cdot 1{,}3\cdot F_з}{[\sigma_р]\cdot\pi}}, \qquad (50)$$

где d_1- внутренний диаметр болта, мм; $[\sigma_Р]$- допускаемое напряжение на растяжение болта, МПа; s – запас прочности.

По табл. 3 определяем $[\sigma_p]=\frac{\sigma_T}{s}$.

Принимаем предварительно болт с резьбой М20, поэтому по табл.4 запасов для данного диаметра $s=3$.

Вычисляем $[\sigma_p]=\frac{200}{3}=66{,}7$ МПа;

$$d_1\ge\sqrt{\frac{4\cdot 1{,}3\cdot 13850}{66{,}7\cdot 10^6\cdot 3{,}14}}=18{,}544\cdot 10^{-3}\text{м}=18{,}544\text{ мм}.$$

Выбираем по табл. П. 4 болт М20х1 с параметрами: d_1 =18,918 мм; шаг р =1 мм; d = 20 мм.

Задача № 13

Рассчитать болты для крепления барабана лебедки к зубчатому колесу. Усилие в тросе, навиваемом на барабан $Q = 10кН$, материал болта Ст3, $\sigma_т = 200$ МПа, коэффициент трения $f = 0{,}12$. Количество болтов – z = 6 штук. Дополнительные условия: болты установлены без зазора.

Решение

Внешний момент находим из выражения

$$M_{внеш} = 1{,}2 \cdot Q \cdot \frac{D_б}{2}; \qquad (51)$$

Внутренний момент находим по формуле

$$M_{внутр} = F_{тр} \cdot \frac{D_ш}{2}. \qquad (52)$$

Поскольку в соединении должно быть равновесие, то $M_{внеш} = M_{внутр}$,

или $F_{тр} \cdot \frac{D_ш}{2} = 1{,}2 \cdot Q \cdot \frac{D_б}{2}$. (53)

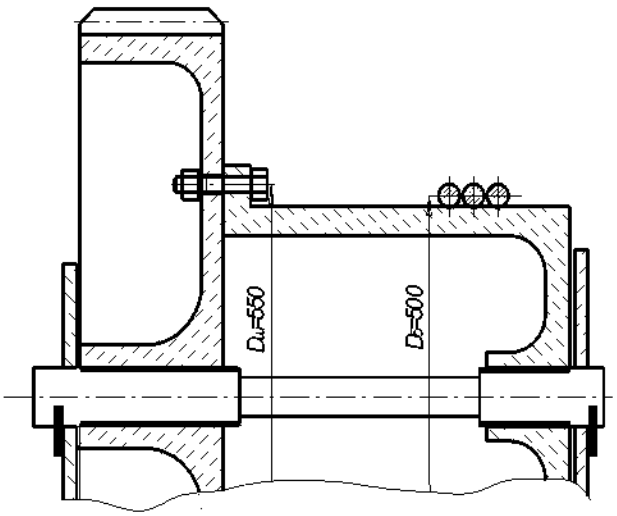


Рис. 22. Соединение зубчатого колеса с барабаном лебёдки

Отсюда вычисляем силу трения

$$F_{тр} = \frac{1{,}2 \cdot Q \cdot D_б}{D_ш} = \frac{1{,}2 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 500}{550} = 10909\ H.$$

При условии, что болт установлен без зазора, запишем условие прочности болта на срез

$$\tau_{ср} = \frac{F}{\pi \cdot d^2 / 4 \cdot n} \le [\tau_{ср}] \qquad (54)$$

Вычислим допускаемое напряжение на срез по табл. 3, примем нагрузку статической

$$[\tau_{ср}] = 0{,}4 \cdot [\sigma_т] = 0{,}4 \cdot 200 = 80\ \text{МПа}.$$

Определяем наружный диаметр болта из выражения

$$d \ge \sqrt{\frac{F \cdot 4}{\pi \cdot [\tau_{ср}] \cdot z}} = \sqrt{\frac{10909 \cdot 4}{3{,}14 \cdot 80 \cdot 10^6 \cdot 6}} = 5{,}38 \cdot 10^{-3}\text{м} = 5{,}38\ \text{мм}. \qquad (54)$$

Принимаем по табл. П. 4 болт М6 (d=6мм).

Найденному значению d удовлетворяет чистый болт под развертку с диаметром нарезной части М6 и ненарезной – диаметром 7мм.

Запишем условие прочности на смятие

$$\sigma_{см} = \frac{F}{d \cdot \delta \cdot z} \le [\sigma_{см}]; \qquad (55)$$

$[\sigma_{см}] = 0{,}8 \cdot \sigma_т = 0{,}8 \cdot 200 = 160$ МПа (табл. 3).

Далее из выражения (55) определяем минимально необходимую толщину фланцев соединяемых деталей (барабана и колеса):

$$\delta_Б = \delta_К \geq \frac{F}{d \cdot z \cdot [\sigma_{см}]} = \frac{10909}{7 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 160 \cdot 10^6} = 1{,}62 \cdot 10^{-3} \text{м} \approx 2 \text{ мм}.$$

В результате расчетов принимаем для крепления болты М6 и отмечаем, что минимально необходимая толщина фланцев барабана и колеса 2 мм.

5. ЗАКЛЁПОЧНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Заклепочные соединения неразъёмные. По конструкции различают соединения внахлёстку и встык, однорядные и многорядные, односрезные и многосрезные. На рис. 23 приведён пример односрезного соединения внахлёст, на рис. 24 – пример двухсрезного соединения встык с двумя накладками.

Заклепочные соединения разделяются на [2, 3]:

1. Прочные соединения, используемые преимущественно в металлических конструкциях машин и строительных сооружениях.
2. Плотно-прочные соединения, используемые в котлах, работающих под давлением.
3. Плотные заклепочные соединения (в котлах низкого давления).

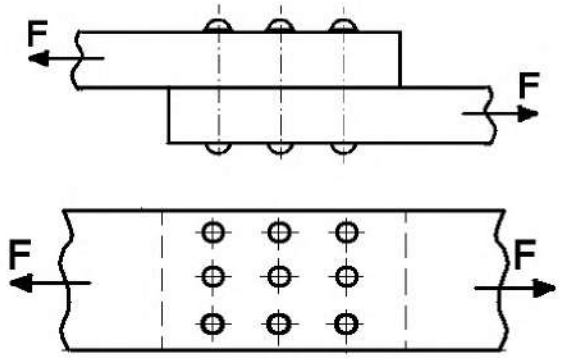


Рис. 23. Заклёпочное соединение внахлёст

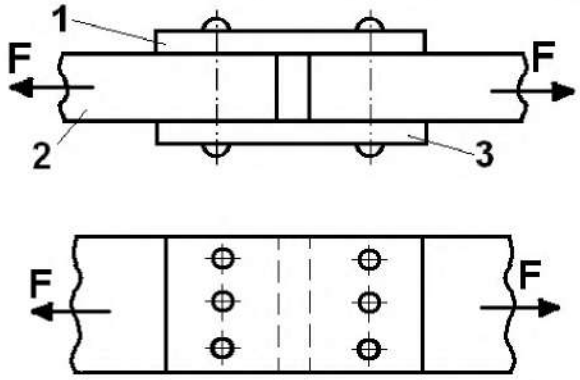


Рис. 24. Заклёпочное соединение встык с двумя накладками

Заклепочные соединения из-за неудобств технологического процесса

клепки (необходимость нагрева заклепок до температуры 800 С) и перерасхода металла на соединение в настоящее время почти полностью вытеснены сваркой. Однако они сохранили применение в тяжелых конструкциях, а также при использовании трудносвариваемых материалов (некоторые термообработанные стали и алюминиевые сплавы).

Для образования заклепочного соединения в обоих листах просверливают или продавливают отверстия. В них закладывается нагретый до красного каления стержень заклепки с одной головкой; другой конец заклепки расклепывается ударами специального молотка для образования замыкающей головки. Мелкие заклепки (малого диаметра — меньше 8 мм) ставятся в холодном состоянии.

Заклёпка – это стержень круглого сечения с заранее изготовленной закладной головкой на одном конце. Различают заклепочные соединения с полукруглой головкой, потайной, полупотайной головками (рис.25). Размеры этих заклёпок указаны в стандартах. Кроме стандартных, применяют специальные заклепки, например трубчатые. Заклёпки изготовляют из стали, меди, латуни, алюминия и др. сплавов. Материал заклёпок выбирают однородным с материалом соединяемых деталей, во избежание электрохимической коррозии и температурного изменения сил в соединении [3].

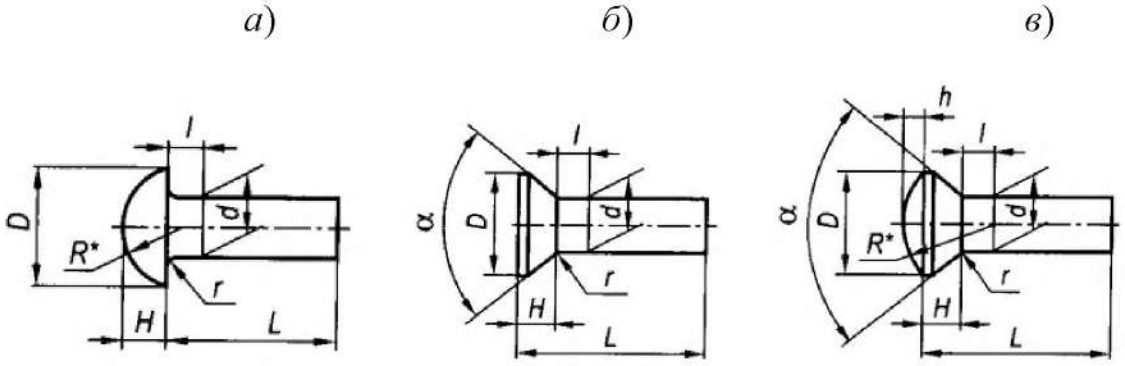


Рис. 25. Распространённые типы заклёпок: а — с полукруглой головкой (ГОСТ 10299-80); б — с потайной головкой (ГОСТ 10300-80); в — с полупотайной головкой (ГОСТ 10301-80)

Условия нагружения заклёпок идентичны условиям нагружения болтов, поставленных без зазора, при этом должно выполняться два условия прочности: при срезе (56) и при смятии (57), (58).

Условие прочности при **срезе**

$$\tau = \frac{F}{(\pi \cdot d_1^{\,2}/4) \cdot i \cdot n} \le [\tau_c], \qquad (56)$$

где i – число плоскостей среза деталей; $[\tau_c]$ – допускаемое напряжение на

срез.

Второе условие - условие прочности при **смятии**, которое при соединении трёх деталей (рис.24) записывается

для средней детали:

$$\sigma_{см} = \frac{F}{(\delta_2 \cdot d) \cdot n} \le [\sigma_{см}] \qquad (57)$$

для крайних деталей:

$$\sigma_{см} = \frac{F}{(\delta_1 + \delta_3) \cdot d \cdot n} \le [\sigma_{см}] \qquad (58)$$

где δ_1, ,δ_3 – толщина крайних соединяемых деталей, δ_2 – толщина средней детали.

Допускаемые напряжения для заклёпок (табл. 5) зависят от характера обработки отверстия и характера внешней нагрузки (постоянная или переменная).

Таблица 5

Допускаемые напряжения для заклёпочных соединений

Вид напряжений	Обработка отверстия	Допускаемые напряжения, МПа	
		Ст0 и Ст2	Ст3
Срез	Сверление	140	140
	Продавливание	100	100
Смятие	Сверление	280	320
	Продавливание	240	280

Задача № 14

Определить требуемое число заклепок диаметром d = 15 мм для крепления к листу двух равнобоких уголков № 9 с толщиной полки S=8 мм, нагруженных статической нагрузкой F= 430 кН. Допускаемое напряжение для заклепок на срез при сверлении для Ст3 $[\tau_{ср}]$=140МПа и на смятие $[\sigma_{см}]$=320МПа (табл.5).

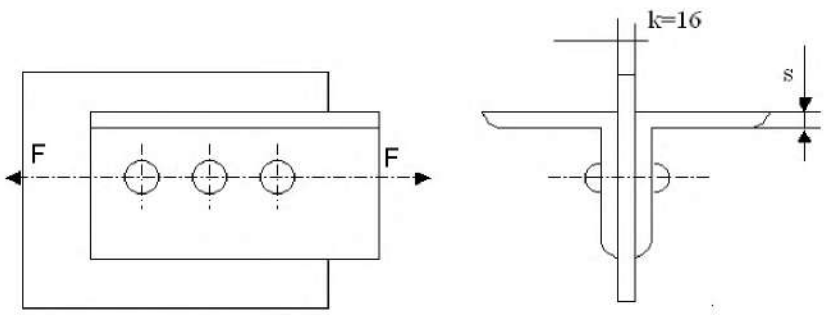


Рис. 26. Заклёпочное соединение к задаче 14

Решение

Определяем требуемое число заклепок из расчета на срез, полагая, что нагрузка между заклепками распределена равномерно. Так как соединение выполнено с двумя уголками, то заклепки двухсрезные и количество их может быть определено по формуле

$$n \geq \frac{F}{2\frac{\pi d^2}{4}[\tau]_{ср}} = \frac{430 \cdot 10^3}{2\frac{3{,}14 \cdot (15 \cdot 10^{-3})^2}{4} 140 \cdot 10^{+6}} = 8{,}69 \qquad (59)$$

Предварительно принимаем число заклёпок n=9.

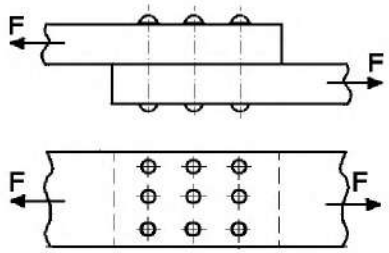
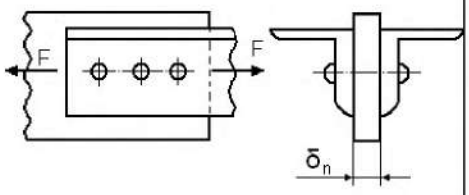
Проверяем напряжение смятия на поверхности между заклепкой и отверстием. Так как суммарная толщина уголков 2δ=2·8=16 мм равна толщине полосы $к$=16 мм (см. рис. 26), то в формуле для определения напряжений смятия подставляем толщину $к$=16 мм:

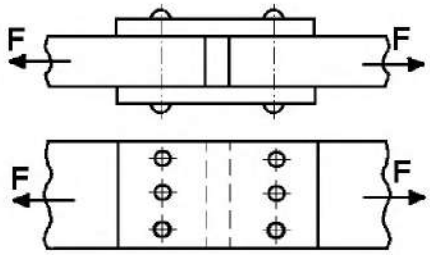
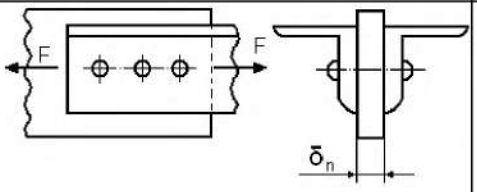
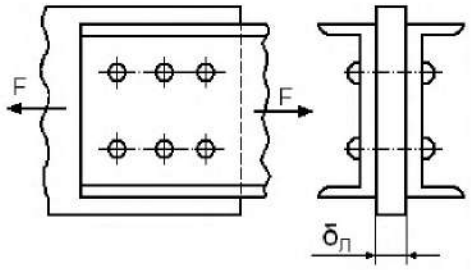
$$\sigma_{см} = \frac{F}{ndk} = \frac{430 \cdot 10^3}{12 \cdot 15 \cdot 10^{-3} \cdot 16 \cdot 10^{-3}} = 248{,}8 \cdot 10^{+6}\,\text{Па} = 248{,}8\,\text{МПа}. \qquad (60)$$

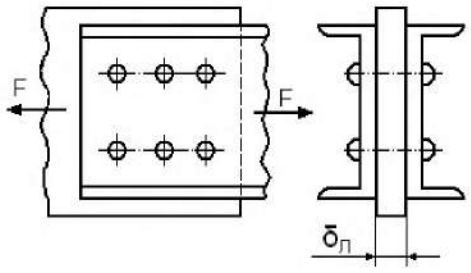
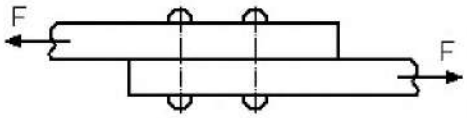
Так как $\sigma_{см}$ =248,8 МПа <[$\sigma_{см}$]=320 МПа, следовательно, прочность соединения обеспечена. Окончательно принимаем число заклёпок равным 9.

Таблица 6

Схемы для задач на заклёпочное соединение

	Варианты	Две пластины толщиной δ соединены внахлест, сила, приложенная на растяжение, равна F. В наличие имеются заклёпки диаметром d, а диаметр отверстия d_0 по ГОСТ. Материал заклёпок сталь Ст 2.Определить необходимое число заклёпок.
	1	F= 40 кН; d= 3 мм; δ= 4 мм;
	2	F= 50 кН; d= 4 мм; δ= 8 мм;
	3	F= 60 кН; d= 5 мм; δ= 10 мм.
 Схема 1		Проверить прочность заклёпочного соединения при толщине косынки, равной толщине полосы $\delta_к$=δ, если приложена сила F, число заклёпок n и диаметр сверлений под них равен d_0 и $\delta_к$=δ=3 мм.
	4	n= 12; F= 6,0 кН; d= 3 мм;
	5	n= 12; F= 20 кН; d= 4 мм;
	6	n= 14; F= 30 кН; d= 5 мм.
		Определить требуемый диаметр заклёпок из материала Ст 2, если известно, что этих заклёпок необходимо установить n и растягивающая сила равна F.
	7	n= 10; F= 80 кН; δ= 6 мм;
	8	n= 12; F= 60 кН; δ= 8 мм;
	9	n= 10; F= 90 кН; δ= 10 мм.
 Схема 2		Проверить, является ли заданное заклёпочное соединение равнопрочным прикрепляемым равнобочным уголкам. В наличие имеются заклёпки диаметром d= 10 мм, в количестве n. Материал заклёпок сталь Ст 2. Толщина полосы δ_n; уголок площадью А и размерами, $b\times b\times d_y$, мм.
	10	n= 25; δ_n = 16 мм; А= 12,3 см^2; 80×80×8
	11	n= 25; δ_n = 14 мм; А= 15,6 см^2; 90×90×9
	12	n= 30; δ_n = 20 мм; А= 19,2 см^2; 100×100×10

 Схема 3	Варианты 13 14 15	Проверить прочность заклёпок в соединении двух пластин толщиной $d/2$ каждая. Растягивающая сила F. Число заклёпок n. Толщина накладок $d/4$. F= 110 кН; n= 12; d= 14 мм; F= 180 кН; n= 40; d= 8 мм; F= 130 кН; n= 20; d= 12 мм.
	16 17 18	Определить, какое усилие может воспринимать заклёпочное соединение при креплении двух пластин толщиной $d/2$. Толщина накладок $d/4$. Число заклёпок n. d= 4 мм; n= 6; d= 5 мм; n= 8; d= 6 мм; n= 10.
 Схема 2	19 20 21	Определить требуемый диаметр заклёпок из материала Ст2, если известно, что этих заклёпок необходимо установить n и растягивающая сила равна F, уголок площадью A и размерами, $b\times b\times d_y$, мм. n= 8; δ_n = 12 мм; A= 12,3 см^2 ; 80×80×8 n= 10; δ_n = 16 мм; A= 15,6 см^2 ; 90×90×9 n= 20; δ_n = 18 мм; A= 19,2 см^2; 100×100×10
 Схема 4	22 23 24	Определить диаметр заклёпок из материала Ст 2, если известно, что этих заклёпок n и растягивающая сила равна F. Установлено два швеллера №14а, толщиной 9,5 мм. n= 8 ; $\delta_л$ = 12 мм; F= 100 кН; n= 10; $\delta_л$ = 16 мм; F= 80 кН; n= 20; $\delta_л$ = 20 мм; F= 130 кН.

 Схема 4	Вар 25 26 27	Проверить прочность заклёпок в соединении для заданного швеллера толщиной $d_ш$ с листом толщиной $\delta_л$.растягивающая сила равна F. Число заклёпок n. $D_ш$=10 мм. n= 8; d= 8 мм; $\delta_л$= 12 мм; F= 100 кН; n= 10; d= 10 мм; $\delta_л$= 16 мм; F= 200 кН; n= 20; d= 12 мм; $\delta_л$= 20 мм; F= 300 кН.
 Схема 5	 28 29 30	Определить, какое усилие может воспринимать заклёпочное соединение при креплении двух пластин равной толщины d/2, где d – диаметр заклёпки из стали Ст2. Число заклёпок n. n= 16; d= 4 мм; n= 20; d= 5 мм; n= 24; d= 6 мм.
	    31 32 33	Определить диаметр заклёпок из материала Ст 2, если известно, что этих заклёпок n и растягивающая сила равна F. у двух пластин . Число заклёпок n. n= 16; d= 6мм; F= 120 кН; n= 20; d= 8 мм; F= 160 кН; n= 24; d= 10 мм. F= 200 кН.
	    34 35 36	Проверить прочность заклёпочного соединения при толщине косынки, равной толщине полосы, если приложена сила F, число заклёпок n и диаметр сверлений под них равен d_0, $\delta_к$=δ=6 мм. n= 20; F= 10 кН; d= 10 мм; n= 25; F= 20 кН; d= 12 мм; n= 30; F= 30 кН; d= 14 мм.

6. ЗУБЧАТАЯ ПЕРЕДАЧА

При выполнении задания необходимо определить крутящие моменты, действующие на валах, допускаемое контактное напряжение и выполнить расчёт геометрических параметров цилиндрической или конической прямозубой передачи. Вычертить в масштабе зубчатое колесо.

Задача № 14

Рассчитать геометрические параметры прямозубой зубчатой передачи. Необходимые данные для расчета: № схемы зубчатого механизма, мощность на выходном валу (P_2), кВт, частота вращения входного вала (n_2), об/мин, передаточное число зубчатой передачи (u), предел прочности для стали, из которой изготовлены зубчатые колёса (σ_B), МПа – приведены в табл. 7.

Таблица 7

Величины	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
N схемы	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Мощность P_2 , кВт	9,0	2,0	12	2,5	20	3,0	28	4,5	6,0	1,7
Передаточное число	3,55	5	4,5	4	4,5	5	8	5	4,5	5
Частота вала n_1, об/мин	975	955	975	730	975	955	1470	965	970	950
Предел прочности σ_B, МПа	700	650	600	700	650	600	700	650	600	700

Решение задачи

Данные для расчета: схема зубчатого механизма – редуктор цилиндрический (1), мощность на выходном валу, P_2 =24кВт, частота вращения выходного вала, n_2 = 960 об/мин, передаточное число передачи – 4. Предел прочности материала σ_B =700 МПа.

6.1. Расчёт цилиндрической зубчатой передачи

Определяем крутящий момент на выходном валу

$$T = \frac{P}{\omega_2} = \frac{24 \cdot 10^3}{25{,}1} = 956 \text{ Н} \cdot \text{м}, \qquad (61)$$

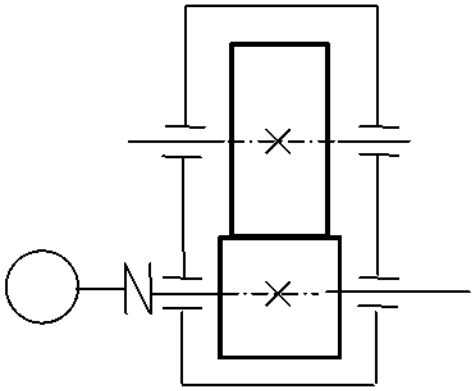


Схема 1. Редуктор цилиндрический

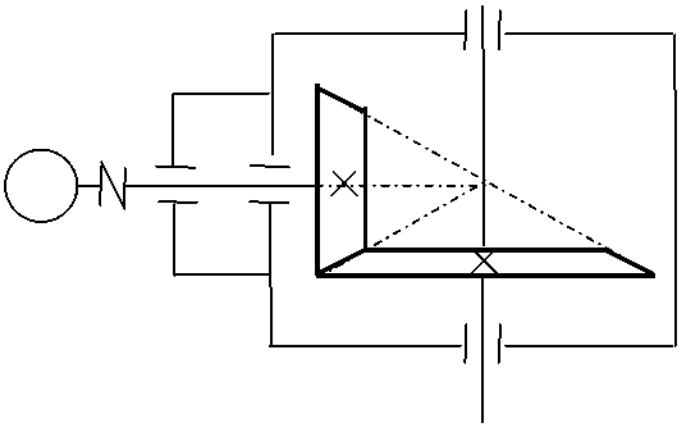


Схема 2. Редуктор конический

Рис. 26. Схемы заданий для расчёта передач:
схема 1 – редуктор цилиндрический;
схема 2 – редуктор конический

где T – крутящий момент на валу, Н·м; P – передаваемая на вал мощность, Вт; ω_2 – угловая скорость выходного вала, рад/с, которая связана с частотой вращения выходного вала n_2, об/мин, соотношением

$$\omega_2 = \frac{2\pi \cdot n_2}{60} = \frac{2\pi \cdot 240}{60} = 25{,}1 \text{ рад/с}, \qquad (62)$$

$$u = \frac{n_1}{n_2} \text{ откуда } n_2 = \frac{n_1}{u} = \frac{960}{4} = 240 \text{ об/мин}.$$

Рассчитываем допускаемое контактное напряжение в зубчатом зацеплении колеса. Ориентировочно твердость материала по Бринеллю связана с пределом его прочности соотношением

$$HB = 0{,}285 \cdot \sigma_B = 0{,}285 \cdot 700 = 199{,}5 \text{ МПа}, \quad (63)$$

где HB – означает твердость материала в единицах Бринелля; σ_B – предел прочности материала колеса, МПа, заданный в табл. 7.

Предел контактной выносливости зубчатого зацепления при базовом числе циклов для колес, выполненных из углеродистых сталей с твердостью поверхности зубьев $HB<350$, вычисляем по приближенной формуле

$$\sigma_{H\,lim} = 2 \cdot HB + 70 = 2 \cdot 199{,}5 + 70 = 469 \text{ МПа}, \quad (64)$$

где $\sigma_{H\,lim}$ – предел контактной выносливости зубчатого зацепления при базовом числе циклов, МПа.

Допускаемые контактные напряжения при расчете на выносливость зубчатого зацепления рассчитываем по формуле

$$[\sigma_H] = \frac{K_{HL}}{S_H} \cdot \sigma_{H\,lim} = \frac{1}{1{,}15} \cdot 469 = 408 \text{ МПа}, \quad (65)$$

где $[\sigma_H]$ – допускаемое контактное напряжение, МПа; K_{HL} – коэффициент долговечности; S_H – коэффициент безопасности. При числе циклов нагружения больше базового, что имеет место при длительной эксплуатации, принимают $K_{HL}=1$, $S_H=1{,}15$.

Приближенная оценка межосевого расстояния зубчатой передачи может быть получена из стандартной формулы для a_w путем усреднения входящих в неё коэффициентов по материалам средней прочности:

$$a_\omega = K_a \cdot (u+1) \cdot \sqrt[3]{\frac{T_2 \cdot K_{H\beta}}{\psi_{ba} \cdot u^2 \cdot [\sigma_H]^2}} = 495 \cdot (4+1) \cdot \sqrt[3]{\frac{956 \cdot 1{,}1}{0{,}4 \cdot 4^2 \cdot 408^2}} = 246{,}4 \text{ мм}, \quad (66)$$

где a_w – межосевое расстояние передачи, мм; u – передаточное число; K_a – размерный коэффициент, для прямозубой передачи, $K_a=495$ МПа; T_2 – крутящий момент на выходном валу, Н·м; $K_{H\beta}$ – коэффициент неравномерности нагрузки на венец зубчатого колеса, выбирается в зависимости от конструктивной схемы узла, при симметричном расположении колеса относительно опор $K_{H\beta}=1{,}0 \div 1{,}15$; $[\sigma_H]$ – допускаемое контактное напряжение в зубчатом зацеплении колеса, МПа; ψ_{ba} – коэффициент ширины колеса относительно межосевого расстояния, выбирается самостоятельно из ряда

$\psi_{ba}=0{,}25;\ 0{,}315;\ 0{,}4;\ 0{,}5.$

Полученный в миллиметрах результат a_w округляем до ближайшего стандартного значения из ряда (ГОСТ 2185-66), приведённого в табл. 8 и принимаем a_w =250 мм.

Таблица 8

Одноступенчатые редукторы, a_w, мм

1 ряд	63	80	100	125	160	200	250	315	400	500	630

2 ряд	–	–	–	140	180	224	280	355	450	560	710

Значение **модуля** рекомендуется принимать в пределах

$$m = (0{,}01 \div 0{,}02)\, a_w = 0{,}01 \cdot 250 \div 0{,}02 \cdot 250 = 2{,}5 \div 5{,}0 \text{ мм}. \quad (67)$$

Полученное значение модуля m округляется до стандартного (табл. 9), причём численные значения предпочтительнее выбирать из первого ряда. Для силовых передач рекомендуется принимать модуль $m \geq 1{,}5$ мм. Принимаем модуль 5 мм.

Затем определяют **суммарное число зубьев** $z_c = z_1 + z_2$ для прямозубых передач по формуле

$$z_c = \frac{2a_w}{m} = \frac{2 \cdot 250}{5} = 100. \quad (68)$$

m, мм	1 ряд	1,5	2	2,5	3	4	5	6	8	10
	2 ряд	1,75	2,25	2,75	3,5	4,5	5,5	7	9	11

Таблица 9

Значения модулей ***m*** по ГОСТ 9563-60

Чтобы избежать нарезания колес со смещением, значения модуля выбирают таким, чтобы z_c в формуле (69) было целым числом и $z_1 \geq z_{min}$. Минимальное число зубьев для прямозубых колес составляет: $z_{min} = 14 \ldots 17$.

Число зубьев шестерни определяется по формуле

$$z_1 = \frac{z_c}{u+1} = \frac{100}{4+1} = 20. \quad (69)$$

Число зубьев колеса

$$z_2 = z_c - z_1 = 100 - 20 = 80. \quad (70)$$

После определения z_1 и z_2 уточняют передаточное число ***u*** .

Фактическое передаточное число

$$u_ф = \frac{z_2}{z_1} = \frac{80}{20} = 4. \quad (71)$$

Отклонение от заданного числа ***u***

$$\Delta u = \frac{u_ф - u}{u} \cdot 100 = \frac{4-4}{4} \cdot 100 = 0\ \%. \quad (72)$$

Допускается отклонение передаточного отношения для одноступенчатой зубчатой передачи Δu не более 3 %.

Рабочая ширина венца зубчатого колеса определяется по формуле:

$$b_w = \psi_{ba} \cdot a_w = 0{,}4 \cdot 250 = 100 \text{ мм}. \quad (73)$$

Полученное значение b_w округляется до ближайшего стандартного по ГОСТ 6636-69 ряд R_a 40 (табл. 10), b_w =100 мм. Ширина шестерни b_1 для компенсации неточностей сборки часто выполняется несколько больше, примерно на 5…10 мм ширины колеса: b_1 = 100 + 5…10 = 105…110 мм. Принимаем по ГОСТ 6636-69 ряд R_a 40 (табл.10) b_1 = 110мм.

Таблица 10

Нормальные линейные размеры, мм (ГОСТ 6636-69)

Ra40						Дополнительные размеры					
6,3	6,7	7,1	7,5	8,0	8,5	6,5	7,0	7,3	7,8	8,2	8,8
9,0	9,5	10	10,5	11	11,5	9,2	9,8	10,2	10,8	11,2	11,8
12	13	14	15	16	17	12,5	13,5	14,5	15,5	16,5	17,5
18	19	20	21	22	24	18,5	19,5	20,5	21,5	23	27
25	26	28	30	32	34	29	31	33	35	37	39
36	38	40	42	45	48	41	44	46	49	52	55
50	53	56	60	63	67	58	62	65	70	73	78
71	75	80	85	90	95	82	88	92	98	102	108
100	105	110	120	125	130	112	115	118	135	145	155
140	150	160	170	180	190	165	175	185	205	215	230
200	210	220	240	250	260	270	290	300	315	330	350
280	300	320	340	360	380	370	390				

Примечание: далее размеры можно определить, если приведённые в таблице числа умножать на десять.

Диаметры начальных (d_w), делительных (d) окружностей, окружностей вершин зубьев (d_a) и впадин (d_f) для зубчатых колёс, нарезанных без смещения, вычисляются по формулам, приведённым ниже (точность вычисления делительных диаметров колес до 0,01 мм) и вычисленные значения помещены в табл. 11:

Таблица 11

Геометрические параметры зубчатых колес

Параметр	Обозначение	Размер, мм
Межосевое расстояние	a_w	250
Ширина колеса	b_w	100
Ширина шестерни	b_{w1}	110
Модуль	m	5
Число зубьев шестерни	Z_1	20
Число зубьев колеса	Z_2	80
Делительный диаметр: - шестерни	d_{w1}	100

- колеса	d_{w2}	400
Диаметр выступов: - шестерни - колеса	 d_{a1} d_{a2}	 110 410
Диаметр впадин: - шестерни - колеса	 d_{f1} d_{f2}	 87,5 387,5

начальный шестерни $d_{w1} = m \cdot z_1 = 5 \cdot 20 = 100$ мм; (74)

начальный колеса $d_{w2} = m \cdot z_2 = 5 \cdot 80 = 400$ мм;

делительный шестерни $d_1 = m \cdot z_1 = 5 \cdot 20 = 100$ мм;

делительный колеса $d_2 = m \cdot z_2 = 5 \cdot 80 = 400$ мм;

вершин зубьев шестерни $d_{a1} = m \cdot z_1 + 2m = 5 \cdot 20 + 2 \cdot 5 = 110$ мм;

вершин зубьев колеса $d_{a2} = m \cdot z_2 + 2m = 5 \cdot 80 + 2 \cdot 5 = 410$ мм;

впадин зубьев шестерни $d_{f1} = m \cdot z_1 - 2{,}5 \cdot m = 5 \cdot 20 - 2{,}5 \cdot 5 = 87{,}5$ мм;

впадин зубьев колеса $d_{f2} = m \cdot z_2 - 2{,}5 \cdot m = 5 \cdot 80 - 2{,}5 \cdot 5 = 387{,}5$ мм.

6.2. Расчёт конической передачи

Расчёт крутящего момента и допускаемого контактного напряжения выполняется аналогично, как и для цилиндрической передачи (см. п. 6.1).

Определяем главный параметр – **внешний делительный диаметр** колеса d_{e2}, мм [5]:

$$d_{e2} \geq 1650 \cdot \sqrt[3]{\frac{u \cdot T_2 \cdot K_{H\beta}}{\vartheta_H \cdot [\sigma_H]^2}}, \quad (75)$$

где T_2 – крутящий момент на колесе, Н·м; $[\sigma_H]$ – допускаемое контактное напряжение, вычисляемое по формуле (65), МПа; u – передаточное отношение; $K_{H\beta}$ – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки по ширине венца (для прирабатывающихся колес с прямыми зубьями $K_{H\beta}$ =1, с круговыми зубьями $K_{H\beta}$ =1,1); ϑ_H – коэффициент вида конических колес (для прямозубых колес ϑ_H=1, для колес с круговыми зубьями ϑ_H=1,85 – при твердости колеса и шестерни ≤350 НВ; ϑн=1,5 твердости колеса ≤350 НВ и шестерни ≥45 HRC).

Полученное значение внешнего делительного диаметра колеса d_{e2} для нестандартных передач округляем до ближайшего значения из ряда нормальных линейных размеров *Ra* 40 (табл. 10).

Внешнее конусное расстояние (Re) определяется по формуле

$$R_e = d_{e2}/2\sin\delta_2, \text{ мм}. \quad (76)$$

Значение R_e вычислять до сотых, до целого числа не округлять.

Углы делительных конусов шестерни δ_1 и колеса δ_2 вычисляются по формулам

$$\delta_2=\text{arctg } u; \quad \delta_1=90 - \delta_2. \tag{77}$$

Точность вычислений до четвёртого знака после запятой [2].

Определяем **ширину** зубчатого венца шестерни и колеса b, мм:

$$b=\psi_R R_e, \tag{78}$$

где ψ_R =0,285 – коэффициент ширины венца. Значение b необходимо округлять до целого числа по ряду *Ra* 40 (см. табл.10).

Внешний окружной модуль m_e – для прямозубых колес, m_{te} – для колес с круговыми зубьями вычисляем по формуле

$$m_e(m_{te})=14T_2\cdot10^3/(\vartheta_F\, d_{e2} b[\sigma_F]\, K_{F\beta}), \text{ мм}, \tag{79}$$

где $[\sigma_F]$ – допускаемое напряжение изгиба, МПа; d_{e2} – внешний делительный диаметр колеса, мм [5]; $K_{F\beta}$ – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки по ширине венца. Для прирабатывающихся колес с прямыми зубьями $K_{F\beta}$ =1, с круговыми зубьями $K_{F\beta}$ =1,08; ϑ_F – коэффициент вида конических колес. Для прямозубых колес ϑ_F =0,85; для колес с круговыми зубьями ϑ_F =1.

Допускаемые напряжения изгиба при расчете на выносливость определяем по формуле

$$[\sigma_F]=(\sigma_{F\lim}/S_F)\cdot K_{FC}\cdot K_{FL}, \tag{80}$$

где $\sigma_{F\lim}$ – базовый предел выносливости зубьев по излому от напряжений изгиба, $\sigma_{F\lim}=HB+260$ МПа; S_F – коэффициент безопасности (при нормализации и улучшении материалов $S_F=1{,}75$); K_{FC} – коэффициент, учитывающий влияние двухстороннего приложения нагрузки (K_{FC}=1, так как в соответствии с заданием, на зубья действует односторонняя нагрузка); K_{FL} – коэффициент долговечности (предельные значения K_{FL} ограничиваются $1\le K_{FL}\le 2$)[2].

Значение модуля, полученное с точностью до двух знаков после запятой, до стандартной величины не округлять. **В силовых конических передачах принимать $m_e(m_{te})\ge$1,5 мм.**

Числа зубьев колеса z_2, и шестерни z_1 определяем по формулам

$$z_2=d_{e2}/m_e(m_{te}); \tag{81}$$

$$z_1=z_2/u. \tag{82}$$

Полученные значения z_1 и z_2 округляем в ближайшую сторону до целого числа. Из условия уменьшения шума и отсутствия подрезания зубьев рекомендуется принять $z_1\ge$18 – для прямозубых колес.

После вычисления чисел зубьев z_1 и z_2 уточняем фактическое передаточное число $u_ф$:

$$u_ф=z_2/z_1, \tag{83}$$

и проверяем его **отклонение** Δu от заданного передаточного числа u:

$$\Delta u=\left|\, u_ф - u\,\right|/u\cdot100\%\le4\%. \tag{84}$$

При невыполнении нормы отклонения передаточного числа Δu следует пересчитать z_1 и z_2 .

Определяются **действительные углы** делительных конусов шестерни δ_1 и колеса δ_2:

$$\delta_2=\text{arctg}u_\phi; \quad (85)$$

$$\delta_1=90-\delta_2. \quad (86)$$

Для конических передач с разностью средних твердостей шестерни и колеса $HB_{1cp} - HB_{2cp} \le 100$ выбрать по табл. 12 **коэффициент смещения** инструмента x_{e1} для прямозубой шестерни и x_{n1} для шестерни с круговым зубом. Коэффициенты смещения колес соответственно определяются $x_{e2}=-x_{e1}$ и $x_{n2}=-x_{n1}$. Если $HB_{1cp}-HB_{2cp}>100$, то $x_1=x_2=0$.

Для передач, у которых z_1 и u отличаются от указанных в табл. 12, коэффициенты x_{e1} и x_{n1} принимают с округлением в большую сторону.

Таблица 12

Коэффициенты смещения x_{e1} и x_{n1} для шестерён конических передач

z_1	x_{e1} при передаточном числе u					x_{n1} при передаточном числе u				
	2,0	2,5	3,15	4,0	5,0	2,0	2,5	3,15	4,0	5,0
12	–	0,50	0,53	0,56	0,57	0,32	0,37	0,39	0,41	0,42
13	0,44	0,48	0,52	0,54	0,55	0,30	0,35	0,37	0,39	0,40
14	0,42	0,47	0,50	0,52	0,53	0,29	0,33	0,35	0,37	0,38
15	0,40	0,45	0,48	0,50	0,51	0,27	0,31	0,33	0,35	0,36
16	0,38	0,43	0,46	0,48	0,49	0,26	0,30	0,32	0,34	0,35
18	0,36	0,40	0,43	0,45	0,46	0,24	0,27	0,30	0,32	0,32
20	0,34	0,37	0,40	0,42	0,43	0,22	0,26	0,28	0,29	0,29
25	0,29	0,33	0,36	0,38	0,39	0,19	0,21	0,24	0,25	0,25
30	0,25	0,28	0,31	0,33	0,34	0,16	0,18	0,21	0,22	0,22
40	0,20	0,22	0,24	0,26	0,27	0,11	0,14	0,16	0,17	0,17

- **Внешние диаметры шестерни и колеса** вычисляются по формулам, приведённым ниже (точность вычисления рекомендуется для делительных диаметров колес до 0,01 мм):

делительный шестерни $d_{e1}=m_e z_1$; (87)

делительный колеса $d_{e2}=m_e z_2$;

вершин зубьев шестерни $d_{ae1}=d_{e1}+2(1+x_{e1})m_e\cos\delta_1$;

вершин зубьев колеса $d_{ae2}=d_{e2}+2(1-x_{e1})m_e\cos\delta_2$;

впадин зубьев шестерни $d_{fe2}=d_{e1}-2(1,2-x_{e1})m_e\cos\delta_1$;

впадин зубьев колеса $d_{fe2}=d_{e2}-2(1,2+x_{e1})m_e\cos\delta_2$.

- **Средние делительные** диаметры шестерни d_1 и колеса d_2 определяются по формулам:

$$d_{m1} \approx 0.857 d_{e1}; \quad (88)$$

$$d_{m2} \approx 0.857 d_{e2}. \quad (89)$$

Значения d_1 и d_2 до целого числа не округлять, записать до сотых долей мм.

7. КОНСТРУИРОВАНИЕ ЗУБЧАТЫХ КОЛЁС

Форма зубчатого колеса может быть плоской или со ступицей, выступающей с одной стороны. Значительно реже (в одноступенчатых редукторах) колеса делают со ступицей, выступающей в обе стороны [6].

При небольших диаметрах колес их изготовляют из прутка, а при больших получают заготовки свободной ковкой с последующей токарной обработкой. Конструкция колеса показана на рис. 25.

Ширину ступицы $l_{СТ}$ колеса желательно принимать равной или больше ширины b_2 зубчатого венца ($l_{СТ} \geq b_2$). Принятую длину ступицы согласуют с расчетной и с диаметром посадочного отверстия d: $l_{СТ} = (0{,}8...1{,}5)d$, обычно $l_{СТ} = (1{,}0...1{,}2)d$.

Диаметр $d_{СТ}$ назначают в зависимости от материала ступицы: для стали - $d_{СТ} = (1{,}5...1{,}55)d$; для чугуна – $d_{СТ} = (1{,}55...1{,}6)d$; для легких сплавов – $d_{СТ} = (1{,}6...1{,}7)d$. Меньшие значения используют для шлицевого соединения колеса с валом, большие – для шпоночного соединения и соединения с натягом.

Толщину обода колеса S принимают:

$$S = 2{,}2m + 0{,}05b_2, \quad (90)$$

где m – модуль зацепления, мм.

На торцах зубчатого венца (зубьях и кромках обода) выполняют фаски, величину которых находят по соотношению

$$f = (0{,}5...0{,}6)m \quad (91)$$

с округлением до стандартного значения.

На прямозубых зубчатых колесах фаску выполняют под углом $\alpha_Ф = 45°$, на косозубых колесах при твердости рабочих поверхностей менее $350HB$ – под углом $\alpha_Ф = 45°$, а при более высокой твердости – $\alpha_Ф = 15..20°$.

Острые кромки торцов ступицы также притупляют фасками, размеры которых принимают по табл. 13.

При серийном производстве заготовки колес получают из прутка свободной ковкой, а также ковкой в штампах. При годовом объеме выпуска колес более 50 шт. экономически оправдана ковка в простейших односторонних подкладных штампах.

Таблица 13

Размеры фасок на торцах ступицы колеса

d, мм	40…50	50…80	80…120	120… …150	150… …250	250… …500
f, мм	1,6	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0

При готовом объеме выпуска более 100 шт. применяют двусторонние штампы. Для свободной выемки заготовок из штампа принимают значения штамповочных уклонов $\gamma \geq 7°$ и радиусов закруглений $R \geq 6$ мм.

Толщина диска

$$C \approx 0{,}5(S + S_{CT}) \geq 0{,}25b_2, \qquad (92)$$

где $S_{CT} = 0{,}5(d_{CT} - d)$.

В диске обычно выполняют 4…6 технологических отверстий диаметром 18…22 мм.

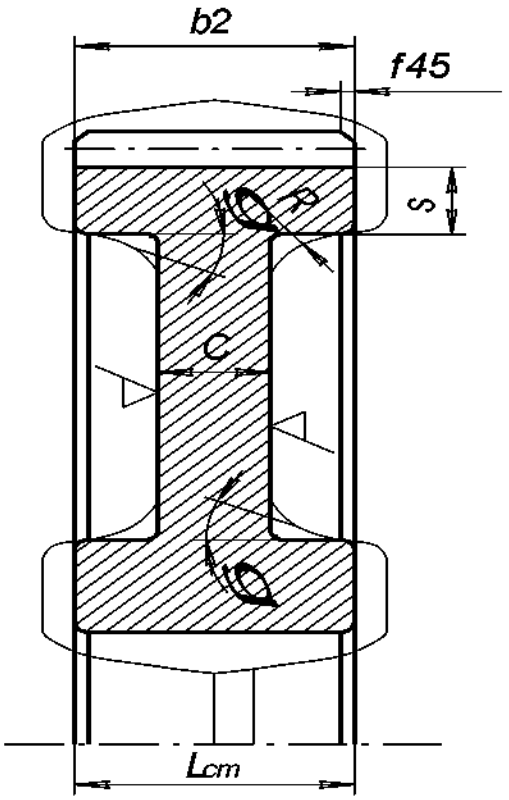


Рис. 27. Конструкция колеса

Для уменьшения влияния термической обработки на точность геометрической формы зубчатые колеса при *HB* >350 делают массивными:

$$C = (0{,}35...0{,}4)b_2. \qquad (93)$$

Нормализованные и улучшенные колеса делают с более тонким диском (

$C = 0{,}25b_2$).

Зубчатые колеса, вращающиеся с относительно высокой частотой ($n \geq 1000 мин^{-1}$), обрабатывают кругом и балансируют путем высверливания отверстий на торцах обода.

Базовыми поверхностями при нарезании зубьев являются поверхность центрального отверстия и торцы зубчатого венца. Производительность возрастает при нарезании зубьев в «пакете» из двух колес и более.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

ЗАКЛЁПОЧНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Задача № 1

Две пластины соединены внахлест; силы, приложенные на растяжение равны 220 кН. В наличии имеются заклепки диаметром 19 мм, диаметр отверстий d_0 по ГОСТ=20 мм, толщина пластины 10 мм. Материал заклепок Ст 2 ($[\tau_{ср}]$=140 Н/мм^2). Определить необходимое число заклепок.

Ответ: 5 шт.

Задача № 2

Определить напряжение смятия в заклепочном соединении при толщине косынки, равной толщине полосы $\delta_к=\delta$=10 мм, и допускаемое напряжение на смятие $[\sigma_{см}]$=320 Н/мм^2, если приложенная сила равна 220 кН, число заклепок 5 и диаметр сверлений под них 20 мм.

Ответ: 220 МПа.

Задача № 3

Определить требуемый диаметр заклепок из материала Ст 2, если известно, что этих заклепок необходимо установить 5 шт, и действующая сила в соединении F =220 кН.

Ответ: 20 мм.

Задача № 4

Определить напряжение среза заклепок при растягивающей силе F=120·10^3 Н соединения внахлест двух пластин толщиной d/2 каждая, если диаметр заклёпок d=20 мм. Число заклепок 5.

Ответ: 76,4 МПа.

Задача № 5

Определить, какое усилие может воспринимать заклепочные соединения при креплении двух пластин равной толщины d_0/2, где d_0 – диаметр сверлений под заклепки равный 20 мм. Материал заклепки сталь Ст 2 $[\sigma_{см}]$=320 Н/мм^2; $[\tau_{ср}]$=140 Н/мм^2 . Число заклепок 5.

Ответ: 220 кН.

СВАРНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Задача № 6

Две полосы из стали Ст 5 ($\sigma_т$=235 МПа) сечением 150 мм на 8 мм соединены встык ручной сваркой. Определить допустимое максимальное усилие, если $[\sigma_р']$=141 МПа.

Ответ: 169 кН.

Задача № 7

Определить длину комбинированного сварного шва, если действует усилие F=120 кН, катет шва k=5 мм, $[\sigma_р']$=160 МПа, $[\tau_{ср}']$=96 МПа.

Ответ: 0,358 м.

Задача № 8

Две полосы соединены внахлест фланговым швом ручной сваркой электродами Э–50, катет шва k=4 мм, $[\sigma_р']$=180 МПа, $[\tau_{ср}']$=108 МПа, длина шва l=15 см. Определить допустимое максимальное усилие.

Ответ: 90,7 кН.

Задача № 9

Две полосы из стали Ст 5 ($\sigma_т$=235 кН) соединены встык ручной сваркой электродами Э-42. Определить допустимое напряжение сварного шва.

Ответ: 141 МПа.

Задача № 10

Определить катет сварного шва любого типа при соединении внахлест двух полос ручной сваркой, если длина шва l=20 см, сила действующая на полосы F=135 кН, $[\tau_{ср}']$=100 МПа.

Ответ: 10 мм.

Задача № 11

Определить длину фланговых сварных швов в соединении внахлест уголка № 10 (b=100 мм, z_0 =2,83 см) с косынкой, если суммарная длина сварного шва l=60 см.

Ответ: 170 и 430 мм.

Задача № 12

Определить суммарную длину фланговых сварных швов в соединении внахлест уголка № 10 (b=100 мм, z_0 =2,83 см) с косынкой, если F=400 кН, катет шва 10 мм и допускаемое напряжение сварного шва $[\tau_{ср}']$=120 МПа.

Ответ: 476 мм.

Задача № 13

Определить напряжения в сварном шве, соединяющем два стальных листа встык шириной 200 мм и толщиной 10 мм, если растягивающее усилие F =180 кН и допускаемое напряжение в сварном шве 140 МПа. Материал – сталь 5 ($\sigma_т$ = 235 МПа).

Ответ: 90 МПа.

ШПОНКИ

Задача № 14

Для шпонки с закруглёнными концами определить момент, который она может передать в соединении вала с зубчатым колесом. Диаметр вала d=70 мм; размеры шпонки $l_{раб}$=80 мм; h=12 мм; $в$=20 мм; и допускаемое напряжение

$[\sigma_{см}]$=85 МПа.

Ответ: 1428 Нм

Задача № 15

Для призматической шпонки сечением 14х 9 и длиной l=100 мм определить рабочую длину $l_{раб.}$, если известно b=14 мм; h=9 мм.

Ответ: 86 мм.

Задача № 16

Зубчатое колесо соединено с валом призматической шпонкой и рассчитано для передачи крутящего момента T=450 Нм. Определить диаметр вала, если допускаемое напряжение на кручение $[\tau_{кр}]$=16 МПа.

Ответ: 52 мм.

Задача № 17

Проверить соединение шпонки с валом диаметром 38 мм на смятие. Крутящий момент 274 Нм; размеры шпонки заданы: l=32 мм, h=13 мм, $в$=10 мм и допускаемое напряжение на смятие $[\sigma_{см}]$=200 МПа.

Ответ: 100,8 МПа.

Задача № 18

По заданным размерам призматической шпонки проверить шпонку на срез: $l_{раб}$=28 мм; $в$=10 мм. Диаметр вала 38 мм, передаваемый крутящий момент 275 Нм, допускаемое напряжение на срез 60 МПа.

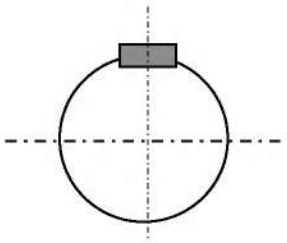
Ответ: 51,7 МПа.

Задача № 19

Проверить шпонку на смятие, если крутящий момент 500 Н. Размеры шпонки по ГОСТ 23360-78 выбраны $16\times10\times50$ мм. Диаметр вала d = 50 мм. Допускаемое напряжение на смятие $[\sigma_{см}]$= 100 МПа.

Ответ: 118 МПа.

Задача № 20



Передаваемый валом крутящий момент Т=1000 Нм, диаметр вала 50мм, сечение шпонки bх h= 14х9 мм, допускаемое напряжение на смятие $[\sigma_{см}]$= 100 МПа. Рассчитать необходимую длину шпонки согласно ГОСТ 23360-78 .

Ответ: 110 мм.

РЕЗЬБОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Задача № 21

Стержень винта нагружен только внешней растягивающейся силой, равной 100 Н. Определить напряжение растяжения в стержне, если его диаметр (внутренний диаметр резьбы) d_1=0,01 м.

Ответ 1,27 МПа.

Задача № 22

Соединение при помощи болта и гайки, установленном без зазора болта в отверстие детали, нагружено поперечными усилиями. Определить прочность болта на срез, если внешний диаметр болта 10 мм, сила деформации 8 кН. Толщину пластин принять $\delta_1=\delta_2=20$ мм.

Ответ: 102 МПа.

Задача № 23

Соединение при помощи болта и гайки нагружено поперечными усилиями. Болт установлен в отверстие детали без зазора. Определить диаметр болта, если сила деформации $6\cdot10^3$ Н, а предельно допустимое напряжение на срез $[\tau_{ср}]=120$ МПа.

Ответ: 8 мм.

Задача № 24

Соединение при помощи болта и гайки нагружено поперечными усилиями. Болт установлен в отверстие детали без зазора. Определить максимальную величину этих усилий деформации, если установлен болт М10х1,5. Предельно допустимое напряжение на срез $[\tau_{ср}]=80$ МПа.

Ответ: 6280 Н.

Задача № 25

Стержень винта нагружен только внешней растягивающейся силой – определить ее максимальное значение, если предельно допустимое напряжение растяжения $[\sigma]=144$ МПа в стержне, а его диаметры $d=12$ мм, $d_1=10{,}106$ мм, $d_2=10{,}863$ мм и шаг 1,75 мм.

Ответ: 115450 Н.

ВАЛЫ

Задача № 26

Найти вращающий момент на ведущем валу (на тихоходном валу редуктора) Нм, если известна частота вращения вала 400 об/мин и передаваемая мощность – 4 кВт.

Ответ: 95,5 Нм.

Задача № 27

Рассчитать крутящий момент на выходном валу, если известно, что передаваемая мощность 4,5 кВт, а частота его вращения $n=960$ об/мин.

Ответ: 44,8 Нм.

Задача № 28

Определить крутящий момент на валу, передаваемый зубчатым колесом, соединённым с валом призматической шпонкой, если окружное усилие на зубчатом колесе равно 12 кН. Диаметр вала 60 мм, делительный диаметр колеса 150 мм.

Ответ: 900 Нм.

ПЕРЕДАЧИ

Задача № 29

Рассчитать максимальное значение удельной нагрузки, распределенной по линии контакта зубьев если известны нормальная сила в зацеплении 0,95 кН, коэффициент расчетной нагрузки 1,5 и суммарная длина линии контакта зубьев 400 мм.

Ответ 3563 Н/м.

Задача № 30

Найти делительные окружности зубчатых колес (ведущего и ведомого) в прямозубой зубчатой передаче, если известен модуль 4мм и количество зубьев первого колеса 21 шт и второго 85 шт.

Ответ 84 мм и 340 мм.

Задача № 31

Найти межосевое расстояние в прямозубой зубчатой передаче, если известен модуль 4 мм и количество зубьев первого колеса 21 шт и второго 85 шт.

Ответ 212 мм

Задача № 32

Прямозубая передача имеет следующие параметры: $a=300$ мм, $d_1=100$ мм, $d_{a1}=150$ мм, $m=4$. Определить z_1; z_2.

Ответ 25 и 125 шт.

Задача №33

Определить диаметр ведомого шкива в ремённой передаче, если диаметр ведущего шкива $d_1=200$ мм, а скорость вращения $n_1=750$ об/мин. Скорость вращения ведомого шкива $n_2=300$ об/мин. Трением скольжения пренебречь. Ответ 500 мм.

Задача № 34

Определить радиальное усилие F_r в прямозубой зубчатой передаче, если диаметр вала $d_1=40$ мм, крутящий момент $T=44,8$ Нм.

Ответ 2240 Н.

Задача №35

Определить диаметр ведущего шкива клиноременной передачи, если передаваемая мощность 6 кВт и частота вращения шкива $n_1=750$ об/мин. Принять $K_d=40$.

Ответ 170 мм.

Задача №36

Определить количество клиновых ремней для передачи мощности $P_{ном}=72$ кВт. Допускаемая передаваемая мощность одного ремня $[P_н]=18$ кВт.

Ответ 4 шт.

Задача № 37

Определить окружную силу, передаваемую клиновыми ремнями, если передаваемая ими мощность $P_н$=7,3 кВт, а угловая скорость ведущего шкива диаметром d_1=200 мм равняется 16 $с^{-1}$.
Ответ 4563 Н.

Задача № 38

Рассчитать радиальное усилие, действующее в прямозубой передаче, если известны крутящий момент 200 Нм, делительный диаметр зубчатого колеса 145 мм и угол зацепления 20°.
Ответ 1004 Н.

Задача № 39

Найти делительные диаметры двух цилиндрических колес в прямозубой зубчатой передаче, если известны m=2,5 мм, U=3,15 мм, z_1=27 мм.
Ответ d_1=67,5мм; d_2=212,5мм.

Задача № 40

Рассчитать нормальное усилие действующее в прямозубой цилиндрической передаче, если известны крутящий момент 200 Нм, делительный диаметр зубчатого колеса 145 мм и угол зацепления 20°.
Ответ 2936 Н.

Задача № 41

Рассчитать удельную нагрузку действующую на колесо, если известно F_t=2900 Н, l=0,2 мм, Кн=1, α=20°
Ответ 15431 Н/м.

УКАЗАНИЯ К ВЫБОРУ НОМЕРА И КОЛИЧЕСТВА ЗАДАНИЙ

Количество задач, входящих в контрольную работу различное для разных специальностей.

Студенты, изучающие дисциплину "Прикладная механика", выполняют следующие задачи контрольной работы:

1. задачи по расчету сварных соединений (С);
2. задачи по расчету резьбовых соединений (Р);
3. расчет зубчатой передачи (З).

Номера задач выбираются по таблице, в соответствии с последней цифрой шифра в зачетной книжке.

Задача	Последняя цифра шифра									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
С	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4
Р	6	5	4	3	2	1	6	5	4	3
З	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1

Номер варианта каждой задачи выбирается по предпоследней цифре шифра.

Задачи по расчету сварных соединений (С)

С.1. Рассчитать сварное соединение уголка № 10 (100х100х10) с косынкой при действии силы $2F$ (рис.С.1) по данным табл.С.1.

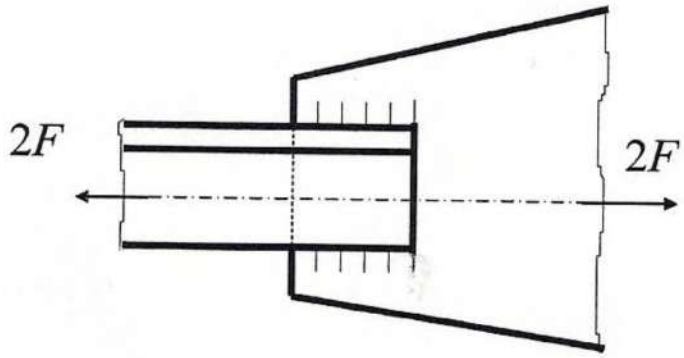


Рис.С.1. Соединение уголка с косынкой

С.2 .Рассчитать сварное соединение, состоящее из серьги, блока и швеллера (рис.С.2) по данным табл.С.2. Толщина серьги δ. Материал электрода и метод сварки выбрать самостоятельно.

Таблица С.1

Величины	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
2F, кН	50	55	65	70	75	80	85	90	95	100
Электроды	Э42А	Э42А	Э42А	Э42А	Э42	Э42	Э42	Э50	Э50	Э50
Метод сварки	Автоматическая под слоем флюса			Автоматическая				Ручная		

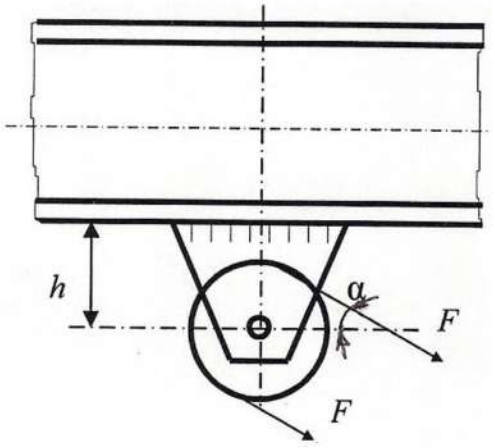


Рис.С.2. Сварное соединение блока, серьги и швеллера

Таблица С.2

Величины	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
F, кН	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
h, мм	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380
δ, мм	8	8	10	10	12	12	14	14	16	16
α, рад	П/4	П/3	П/6	П/4	П/3	П/6	П/4	П/3	П/6	П/4

С.3. Рассчитать сварное соединение, крепящее опорный швеллер №16а к стальной плите (рис.С.3). Электрод Э50. Сварка ручная. Данные для расчета приведены в табл.С.3.

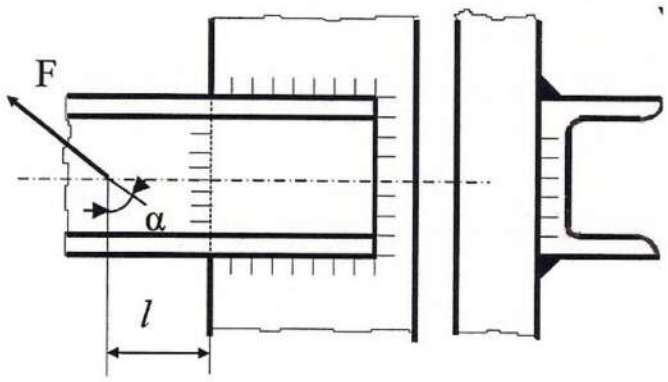


Рис.С.3. Сварное соединение швеллера с плитой

Таблица С.3

Величины	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
F, кН	30	28	26	24	22	20	18	16	14	12
l, мм	600	650	700	750	800	850	900	1000	1050	1100
α, рад	П/6	П/4	П/3	П/6	П/4	П/3	П/6	П/4	П/3	П/6

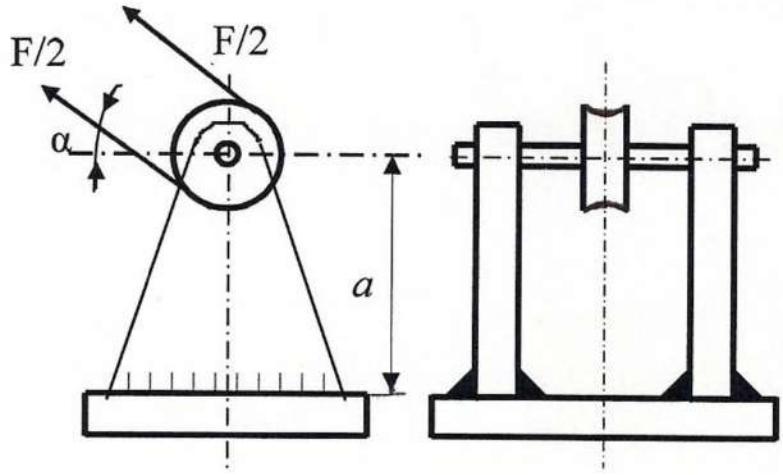


Рис.С.4. Блок монтажного устройства

С.4. Рассчитать сварное соединение, крепящее неподвижный блок монтажного устройства к плите (рис.С.4), по данным табл.С.4. Материал электрода и метод сварки выбрать самостоятельно.

Таблица С.4

Величины	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
F, кН	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
a, мм	600	620	640	660	680	700	680	660	640	620
α, рад	П/4	П/3	П/6	П/4	П/3	П/6	П/4	П/3	П/6	П/4

С.5. Проверить прочность сварных швов, соединяющих диск с зубчатым ободом и диск со ступицей (Рис.С.5). Мощность, передаваемая колесом – P, угловая скорость его – ω , толщина швов k_1 и k_2 и диаметры d_c, D_c, d заданы в табл.С.5. Сварка ручная. Диск – Ст3, ступица и обод – сталь 40.

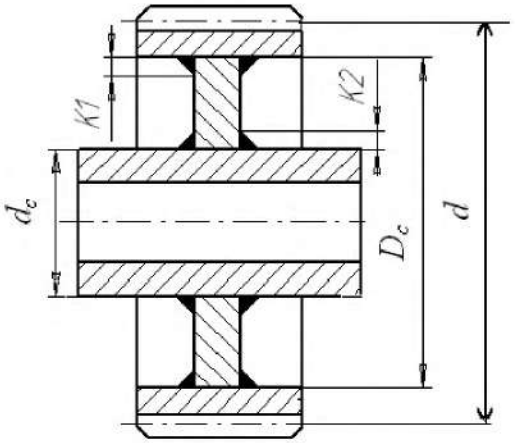


Рис.С.5. Сварное зубчатое колесо

Таблица С.5

Величины	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
P, кВт	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
ω, рад/с	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
d_c, мм	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145
D_c , мм	400	425	450	475	500	525	550	575	600	625
d , мм	500	525	550	575	600	625	650	675	750	800
k_1, мм	4	4	4	6	6	6	8	8	8	8
k_2 , мм	6	6	6	8	8	8	10	10	10	10

С.6. Рассчитать сварное соединение листа 1 с уголком 2 (рис.С.6) по данным табл С.6.

Таблица С.6

Величины	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
F , кН	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
a , см	15	15	20	20	25	25	30	30	35	35
b , см	5	5	8	8	10	10	12	12	15	15
α, рад	П/3	П/4	П/6	П/6	П/3	П/4	П/6	П/6	П/3	П/4

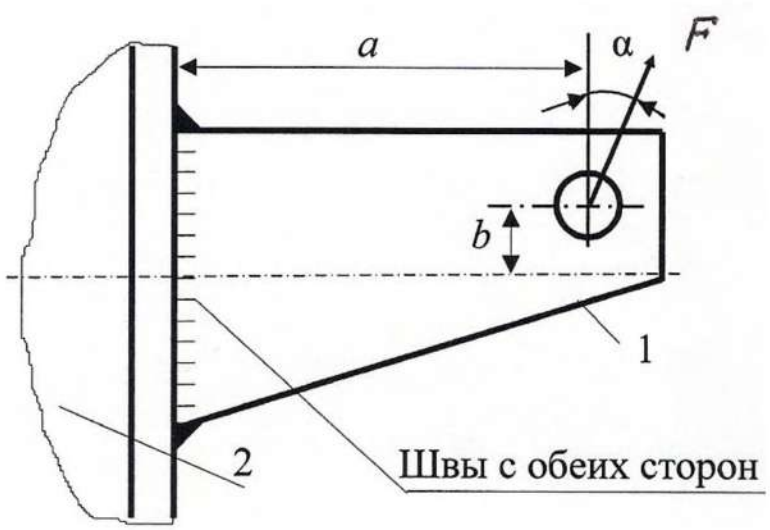


Рис.С.6. Сварное соединение листа с уголком

Вторая группа задач

Задача Р.1.Определить диаметр болтов фланцевого соединения верхней части автоклава с его корпусом (рис.Р.1). Давление жидкости внутри автоклава по манометру p , внутренний диаметр верхней части автоклава D и количество болтов z заданы в табл.Р.1.

Таблица Р.1

Величины	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
p, МПа	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,3	1,1	1,0	0,9
D , мм	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290
Z	6	6	6	6	6	8	8	8	8	8

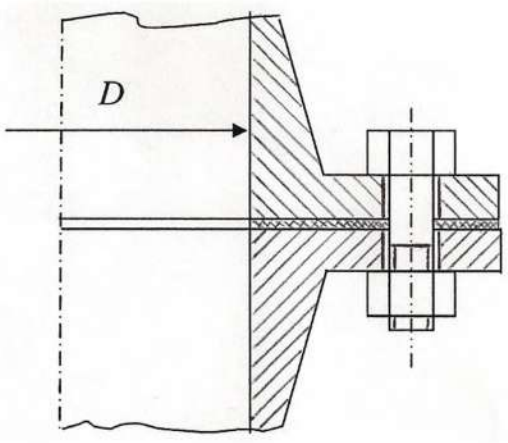


Рис.Р.1. Часть автоклава

Задача Р.2. Рассчитать болты, скрепляющие зубчатое колесо с барабаном лебедки (рис.Р.2). Расчет вести в двух вариантах: а) болты поставлен с зазором; б) болты поставлены без зазора. Грузоподъёмность лебедки F и диаметры D_1 и D_2 заданы в табл.Р.2. Число болтов равно 6.

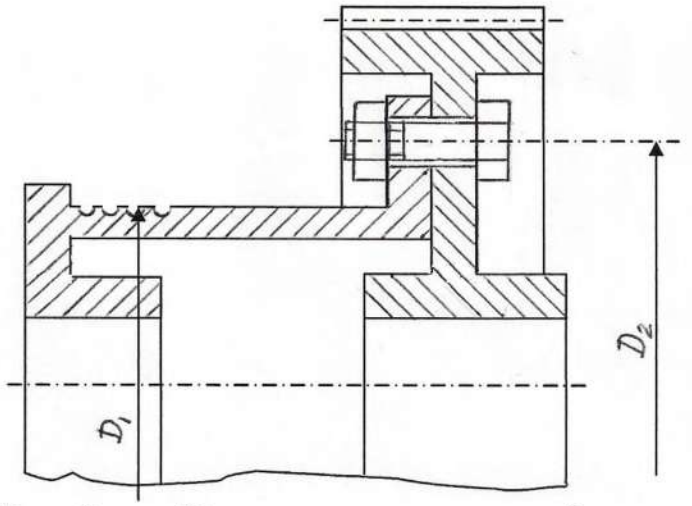


Рис.Р.2. Барабан лебёдки в соединении с зубчатым колесом

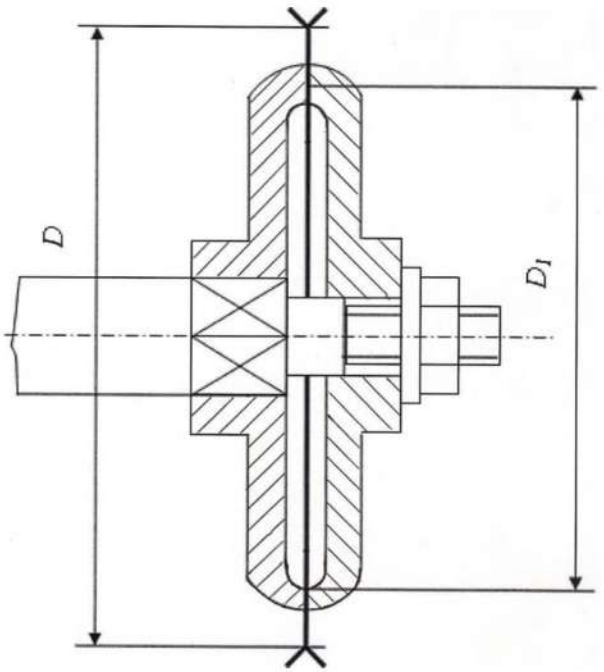
Таблица Р.2

Величины	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
F, кН	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36
D_1, мм	250	250	300	300	350	350	400	400	450	450
D_2, мм	400	400	450	450	500	500	550	550	600	600

Задача Р.3. Определить диаметр нарезной части дисковой пилы, которая удерживается между двумя шайбами посредством сил трения, возникающих при затяжке гайки на конце вала (рис.Р.3). Пила преодолевает сопротивление резанию силу F. Данные для расчета приведены в табл.Р.3.

Таблица Р.3

Величины	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
F, Н	600	625	650	675	700	725	750	775	800	825
D, мм	700	700	650	650	600	600	550	550	500	500
D_1, мм	400	400	350	350	300	300	250	250	200	200



Задача Р.4. Определить диаметр фундаментных болтов, крепящих стойку к бетонному основанию (рис.Р.4). Коэффициент трения основания стойки о бетон f=0,4. Болты принять с метрической резьбой по ГОСТ. Данные для расчета приведены в табл.Р.4.

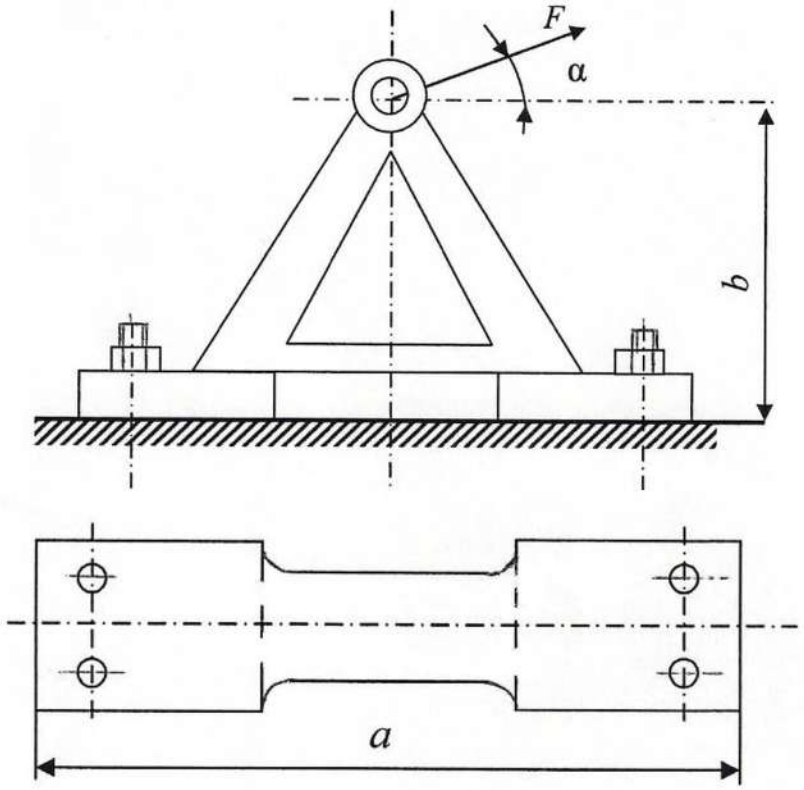


Рис.Р.4. Стойка

Таблица Р.4

Величины	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
F, кН	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38
α, рад	П/6	П/4	П/3	П/4	П/6	П/3	П/6	П/4	П/3	П/6
a , мм	600	600	650	650	700	700	750	750	800	800
b , мм	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850

Задача Р.5. Рассчитать клеммовое болтовое соединение, обеспечивающее передачу крутящего момента с рычага в результате приложения на его конце силы F, на вал диаметром d (рис.Р.5) по данным табл.Р.5.

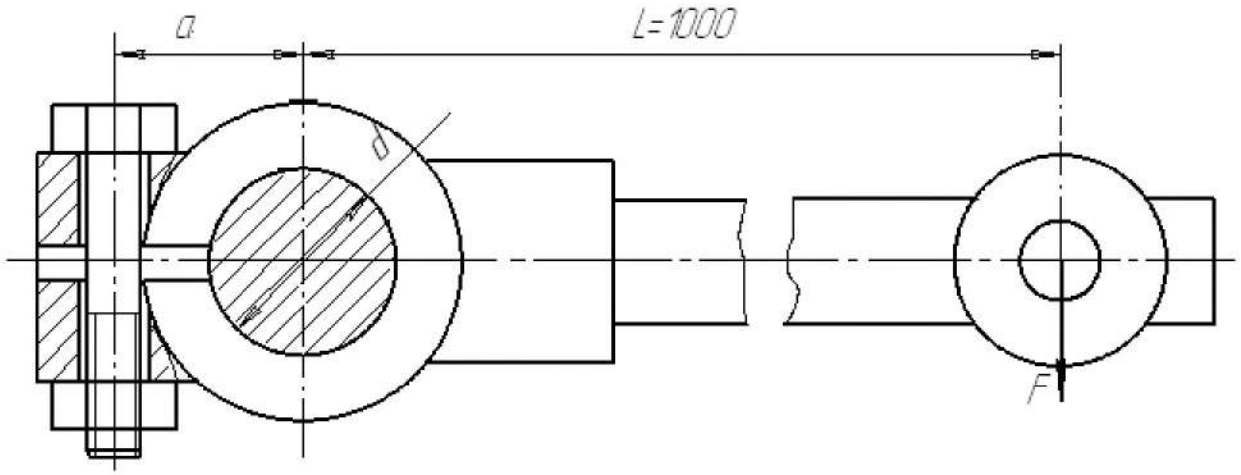


Рис.Р.5. Клеммовое соединение

Таблица Р.5

Величины	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
d , мм	40	42	45	48	50	52	55	58	60	63
Коэффициент трения скольжения	0,2	0,2	0,2	0,2	0,18	0,18	0,18	0,15	0,15	0,15
F, кН	5	5	5	5	5,5	5,5	5,5	6	6	6
a , мм	400	420	440	460	480	500	520	540	560	580

Задача Р.6. Рассчитать болты фланцевой муфты, передающей мощность P при частоте вращения n, диаметр окружности осей болтов D_0. Число болтов равно z. Расчет произвести для двух вариантов:

а) болты поставлены без зазора;

б) болты установлены с зазором, коэффициент трения между торцами полумуфт $f = 0{,}15$.

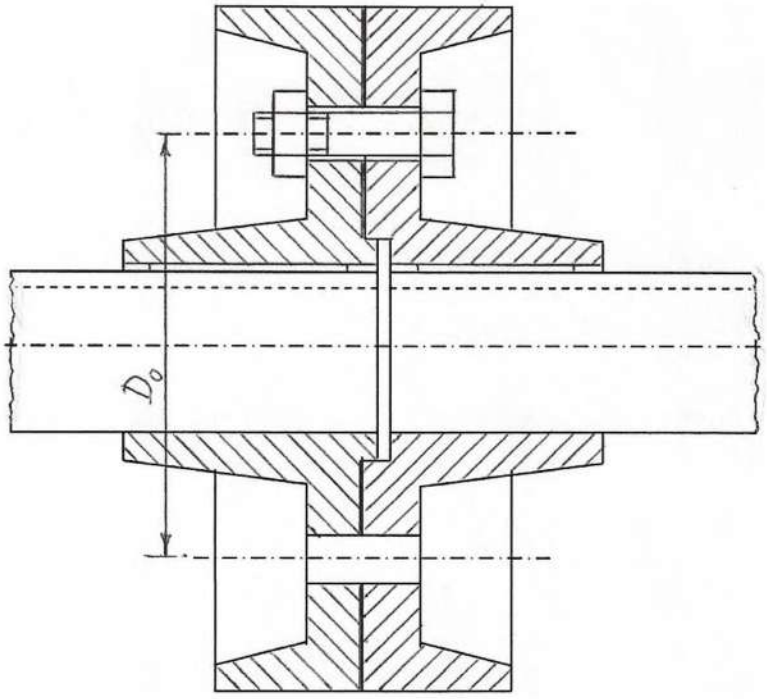


Рис.Р.6

Таблица Р.6

Величины	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
P , кВт	50	55	60	65	75	80	85	90	95	100
n ,об/мин	250	250	300	300	350	350	400	400	450	450
D_0, мм	220	220	220	230	230	230	240	240	250	250
z	6	7	8	9	6	7	8	9	6	7

Приложение 1

ПРИЗМАТИЧЕСКАЯ ШПОНКА (ГОСТ 23360-78)

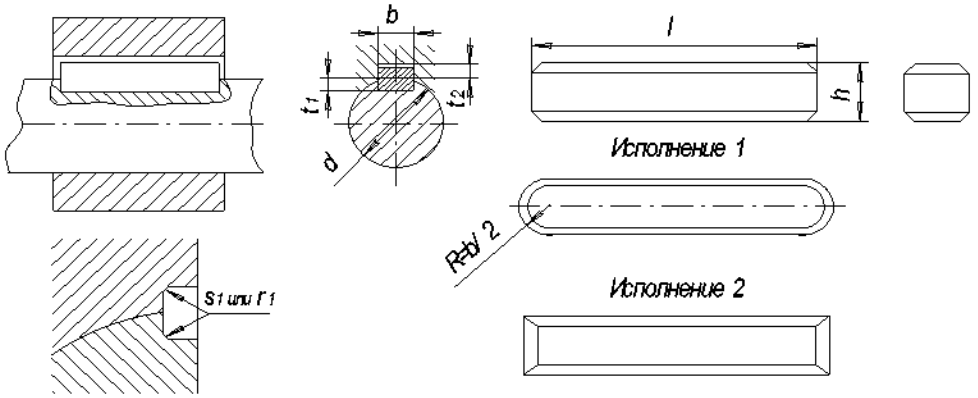


Таблица П.1

d	b	h	t_1	t_2	l		s_1 или r_1	s или r
					от	до		
Свыше 12 до 17	5	5	3	2,3	–	–	–	–
Свыше 17 до 22	6	6	3,5	2,8	–	–	–	–
Свыше 22 до 30	8	7	4,0	3,3	–	–	–	–
Свыше 30 до 38	10	9	5,5	3,8	22	110	0,25 …0,4	0,4… 0,6
Свыше 38 до 44	12	11	7	4,4	28	140		
Свыше 44 до 50	14	12	7,5	4,9	38	160		
Свыше 50 до 58	16	14	9	5,4	45	180		
Свыше 58 до 65	18	16	10	6,5	50	200		
Свыше 65 до 75	20	18	11	7,4	56	220	0,4… 0,6	0,6… 0,8
Свыше 75 до 85	22	20	12	8,4	63	250		
Свыше 85 до 95	25	22	13	9,4	70	280		
Свыше 95 до 110	28	25	15	10,4	80	320		
Свыше 110 до 130	32	28	17	11,4	90	360		
Свыше 130 до 150	36	32	20	12,4	100	400	0,7… 1,0	1,0… 1,2
Свыше 150 до 170	40	36	22	14,4				
Свыше 170 до 200	45	40	25	15,4	110	450		
Свыше 200 до 230	50	45	28	17,4	125	500		
Свыше 230 до 260	56	50	31	19,5	140	500	1,2… 1,6	1,6… 2,0
Свыше 260 до 290	63	60	36	24,5	160			
Свыше 290 до 330	70	65	39	26,5	180			
Свыше 330 до 380	80	75	44	31,5	200		2,0… 2,5	2,5… 3,0
Свыше 380 до 440	90	85	49	36,5	220			
Свыше 440 до 500	100	95	54	41,5	250			

Примечания: 1. Допускается в отдельных обоснованных случаях применять меньшие размеры сечений шпонок на валах больших диаметров, за исключением выходных концов валов.

2. Стандартные длины шпонок: 6; 8; 10; 12; 14; 16;20; 22; 25; 28; 32; 36; 40; 45; 50; 56; 63; 70; 80; 90; 100; 110; 125; 140; 160; 180; 200; 220; 250 мм.

Приложение 2

СЕГМЕНТНАЯ ШПОНКА (ГОСТ 24071-80)

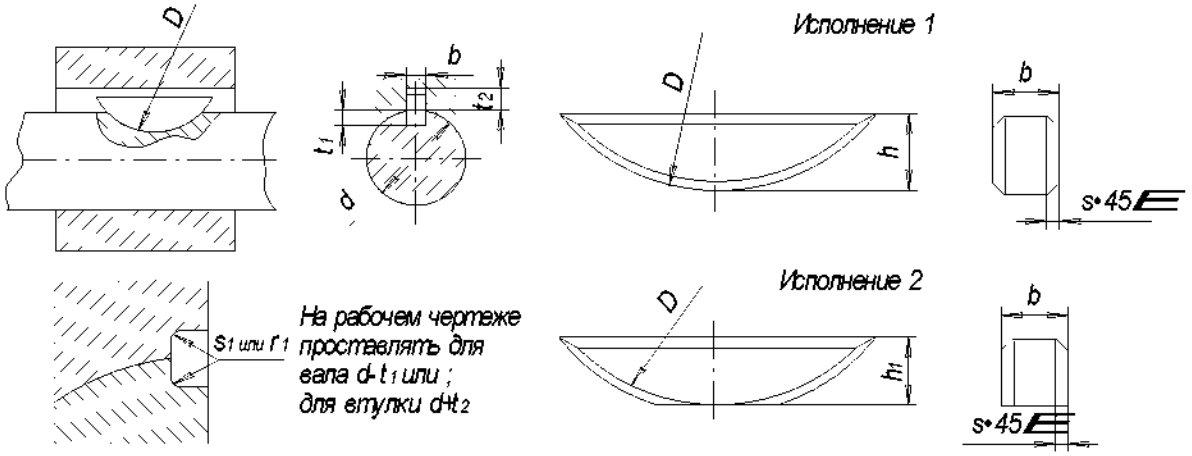


Таблица - П2

d для шпонок		Размеры шпонок $b \times h \times D$	t_1	t_2	s_1 или r_1	s или r
Передающих крутящий момент	Фиксирующих элементов					
От 3 до 4	От 3 до 4	1×1,4×4	1,0	0,6		
Свыше 4 до 5	Свыше 4 до 6	1,5×2,6×7	2,0	0,8		
Свыше 5 до 6	Свыше 6 до 8	2×2,6×7	1,8	1,0	0,08	0,16
Свыше 6 до 7	Свыше 8 до 10	2×3,7×10	2,9	1,0	…	…
Свыше 7 до 8	Свыше 10 до 12	2,5×3,7×10	2,7	1,2	0,16	0,25
Свыше 8 до 10	Свыше 12 до 15	3×5×13	3,8	1,4		
Свыше 10 до 12	Свыше 15 до 18	3×6,5×16	5,3	1,4		
Свыше 12 до 14	Свыше 18 до 20	4×6,5×16	5,0	1,8		
Свыше 14 до 16	Свыше 20 до 22	4×7,5×19	6,0	1,8		
Свыше 16 до 18	Свыше 22 до 25	5×6,5×16	4,5	2,3		Св. 0,25 до 0,4
Свыше 18 до 20	Свыше 25 до 28	5×7,5×19	5,5	2,3	0,16	
Свыше 20 до 22	Свыше 28 до 32	5×9×22	7,0	2,3	…	
Свыше 22 до 25	Свыше 32 до 36	6×9×22	6,5	2,8	0,25	
Свыше 25 до 28	Свыше 36 до 40	6×10×25	7,5	2,8		0,4… 0,6
Свыше 28 до 32	до 40	8×11×28	8,0	3,3		
Свыше 32 до 38	до 40	10×13×32	10	3,3		

Пример условного обозначения сегментной шпонки

исполнения 1 $b \times h = 5 \times 6{,}5$ мм:

Шпонка 1 5×6,5 ГОСТ 24071 - 80

То же, исполнение 2 сечение $b \times h_1 = 5 \times 5{,}2$ мм:

Шпонка 2 5×5,2 ГОСТ 24071 - 80

Приложение 3

СОЕДИНЕНИЯ ШЛИЦЕВЫЕ ПРЯМОБОЧНЫЕ (ГОСТ 1139 - 80)

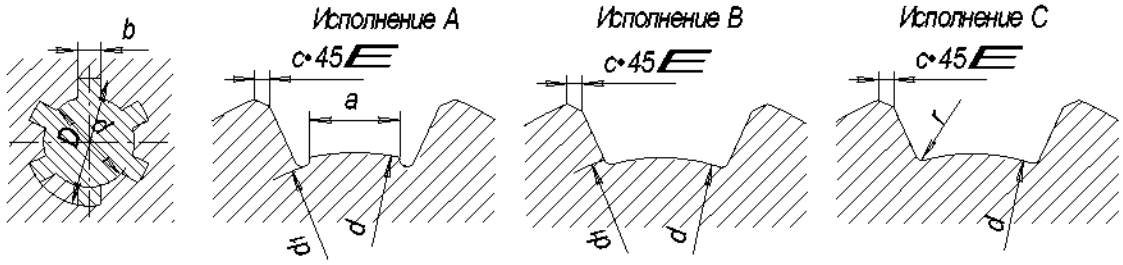


Таблица П.3

РАЗМЕРЫ ЛЕГКОЙ СЕРИИ, ММ

$z \times d \times D$	b	d_1	a	c		r
		Не менее		Номинальный размер	Предельные отклонения	
6 × 23 × 26	6	22,1	3,54	0,3	+0,2	0,2
6 × 26 × 30	6	24,6	3,85			
6 × 28 × 32	7	26,7	4,03			
8 × 32 × 36	6	30,4	2,71	0,4		0,3
8 × 36 × 40	7	34,5	3,46			
8 × 42 × 46	8	40,4	5,03			
8 × 46 × 50	9	44,6	5,73			
8 × 52 × 58	10	49,7	4,89	0,5	+0,3	0,5
8 × 56 × 62	10	53,6	6,38			
8 × 62 × 68	12	59,8	7,31			
10 × 72 × 78	12	69,6	5,45			
10 × 82 × 88	12	79,3	8,62			
10 × 92 × 98	14	89,4	10,08			
10 × 102 × 108	16	99,9	11,49			
10 × 112 × 120	18	108,8	10,72			

Продолжение табл. П. 3

РАЗМЕРЫ СРЕДНЕЙ СЕРИИ, ММ

$z \times d \times D$	b	d_1	a	c		r
		Не менее		Номинальный размер	Предельные отклонения	
6 × 11 × 14	3	9,9	–	0,3	+0,2	0,2
6 × 13 × 16	3.5	12,0	–			
6 × 16 × 20	4	14,5	–			
6 × 18 × 22	5	16,7	–			
6 × 21 × 25	5	19,5	1,95			
6 × 23 × 28	6	21,3	1,34			
6 × 26 × 32	6	23,4	1,65	0,4		0,3
6 × 28 × 34	7	25,9	1,7			
8 × 32 × 38	6	29,4	-			
8 × 36 × 42	7	33,5	1,02			
8 × 42 × 48	8	39,5	2,57			
8 × 46 × 54	9	42,7	–	0,5	+0,3	0,5
8 × 52 × 60	10	48,7	2,44			
8 × 56 × 65	10	52,2	2,5			
8 × 62 × 72	12	57,8	2,4			
10 × 72 × 82	12	67,4	–			
10 × 82 × 92	12	77,1	3,0			
10 × 92 × 102	14	87,3	4,5			
10 × 102 × 112	16	97,7	6,3			
10 × 112 × 125	18	106,3	4,4			

Продолжение табл. П. 3

РАЗМЕРЫ ТЯЖЕЛОЙ СЕРИИ, ММ

$z \times d \times D$	b	d_1	a	c		r
		Не менее		Номинальный размер	Предельные отклонения	
6 × 11 × 14	3	9,9	–	0,3	+0,2	0,2
6 × 13 × 16	3.5	12,0	–			
6 × 16 × 20	4	14,5	–			
6 × 18 × 22	5	16,7	–			
6 × 21 × 25	5	19,5	1,95			
6 × 23 × 28	6	21,3	1,34			
6 × 26 × 32	6	23,4	1,65	0,4		0,3
6 × 28 × 34	7	25,9	1,7			
8 × 32 × 38	6	29,4	–			
8 × 36 × 42	7	33,5	1,02			
8 × 42 × 48	8	39,5	2,57			
8 × 46 × 54	9	42,7	–	0,5	+0,3	0,5
8 × 52 × 60	10	48,7	2.44			
8 × 56 × 65	10	52,2	2,5			
8 × 62 × 72	12	57,8	2,4			
10 × 72 × 82	12	67,4	–			
10 × 82 × 92	12	77,1	3,0			
10 × 92 × 102	14	87,3	4,5			
10 × 102 × 112	16	97,7	6,3			
10 × 112 × 125	18	106,3	4,4			

Примечание.
Шлицевые валы исполнений А и С изготавливаются при центрировании по внутреннему диаметру, исполнения В – при центрировании по наружному диаметру и боковым сторонам зубьев.

РЕЗЬБА МЕТРИЧЕСКАЯ (ГОСТ 9150–80)

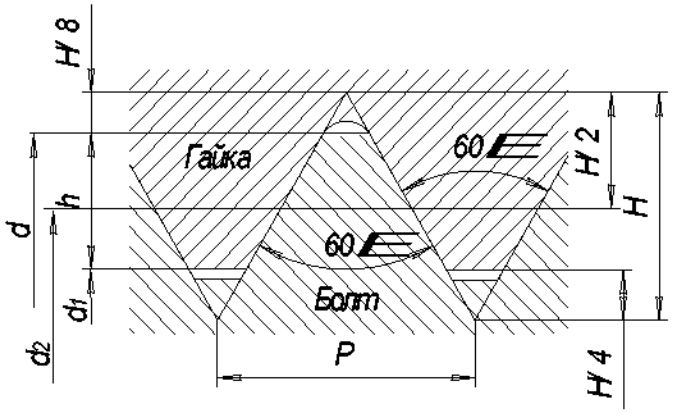


Таблица П. 4

Диаметр наружный, d, мм			Шаг, P, мм	Диаметр, мм			Площадь расчетного сечения	Угол подъема резьбы
Ряд 1	Ряд 2	Ряд 3		средний резьбы $d_2 = D_2$	внурен. гайки $d_1 = D_1$	расчетный винта d_p	$A_{ср}$, мм^2	ψ
5	–	–	0,8 0,5	4,480 4,675	4,134 4,459	4,25 4,53	14 16	3°15′ 1°67′
-	-	5,5	0,5	5,175	4,959	5,03	20	1°56′
6	–	–	1 0,75 0,5	5,350 5,513 5,675	4,918 5,188 5,459	5,06 5,30 5,53	20 22 24	3°24′ 2°29′ 1°36′
–	–	7	1 0,75 0,5	6,350 6,513 6,675	5,918 6,188 6,459	6,06 6,30 6,53	29 31 33	2°52′ 2°6′ 1°22′
8	–	–	1,25 1 0,75 0,5	7,188 7,350 7,513 7,675	6,647 6,918 7,188 7,459	6,83 7,06 7,30 7,53	37 39 42 44	3°10′ 2°29′ 1°49′ 1°11′
–	–	9	1,25 1 0,75 0,5	8,188 8,350 8,513 8,675	7,647 7,918 8,188 8,459	7,83 8,06 8,30 8,53	48 51 54 57	2°47′ 2°11′ 1°36′ 1°3′

продолжение табл. П.4

Диаметр наружный d, мм			Шаг P, мм	Диаметр, мм			$A_{ср}$, мм^2	ψ
Ряд 1	Ряд 2	Ряд 3		средний резьбы $d_2 = D_2$	внутрен. гайки $d_1 = D_1$	расчетн. винта d_p		
10	–	–	1,5 1,25 1 0,75 0,5	9,026 9,188 9,350 9,513 9,675	8,376 8,647 8,918 9,188 9,459	8,59 8,83 9,06 9,30 9,53	58 61 64 68 71	3°2′ 2°29′ 1°57′ 1°26′ 1°22′
–	–	11	(1,5) 1 0,75 0,5	10,026 10,188 10,350 10,513	9,376 9,918 10,188 10,459	9,59 10,06 10,30 10,53	72 79 83 87	2°29′ 1°46′ 1°18′ 0°51′
12	–	–	1,75 1,5 1,25 1 0,75 0,5	10,863 11,026 11,180 11,350 11,513 11,675	10,106 10,376 10,647 10,918 11,188 11,495	10,36 10,59 10,83 10,06 11,30 11,53	84 88 92 96 100 104	2°56′ 2°29′ 2°2′ 1°36′ 1°11′ 0°47′
–	14	–	2 1,5 1,25 1 0,75 0,5	12,701 13,026 13,180 13,350 13,513 13,675	11,835 12,376 12,647 12,918 13,188 13,495	12,12 12,59 12,83 13,06 13,30 13,53	115 124 129 134 139 144	2°52′ 2°6′ 1°44′ 1°22′ 1°1′ 0°40′
–	–	15	1,5 (1)	14,026 14,350	13,376 13,918	13,59 14,06	145 155	1°57′ 1°16′
16	–	–	2 1,5 1 0,75 0,5	14,701 15,026 15,350 15,513 15,675	13,835 14,376 14,918 15,188 15,495	14,12 14,59 15,06 15,30 15,53	156 167 178 184 189	2°29′ 1°49′ 1°11′ 0°53′ 0°35′

продолжение табл. П. 4

Диаметр Наружный, d, мм			Шаг, P, мм	Диаметр, мм			A_{cp}, $мм^2$	ψ
Ряд 1	Ряд 2	Ряд 3		средний резьбы $d_2 = D_2$	внутрен. гайки $d_1 = D_1$	расчетн. винта d_p		
–	–	17	1,5	16,026	15,376	15,59	191	1°42′
			(1)	16,350	15,918	16,06	203	1°7′
–	18	–	2,5	16.376	15.294	15.65	192	2°47′
			2	16.701	15.835	16.12	204	2°11′
			1,5	17.026	16.376	16.59	216	1°36′
			1	17.350	18.918	17.06	228	1°3′
			0,75	17.513	17.188	17.30	235	0°47′
			0,5	17.675	17.495	17.53	241	0°31′
20	–	–	2.5	18.376	17.294	17.65	245	2°29′
			2	18.701	17.835	18.12	258	1°57′
			1.5	19.026	18.376	18.59	271	1°26′
			1	19.350	18.918	19.06	285	1°22′
			0.75	19.513	19.188	19.30	292	0°42′
			0.5	19.675	19.495	19.53	300	0°28′
–	–	22	2.5	20.376	19.294	19.65	303	2°18′
			2	20.701	19.835	20.12	318	1°46′
			1.5	21.026	20.376	20.59	333	1°18′
			1	21.350	20.918	21.06	348	0°51′
			0.75	21.513	21.188	21.30	356	0°38′
			0.5	21.675	21.495	21.53	364	0°25′
24	–	–	3	22.051	20.752	21.18	352	2°29′
			2	22.701	21.835	22.12	384	1°36′
			1.5	23.026	22.376	22.59	401	1°11′
			1	23.350	22.918	23.06	418	0°47′
			0.75	23.513	23.188	23.30	426	0°35′
–	–	25	2	23.701	22.835	23.12	420	1°33′
			1.5	24.026	23.376	23.59	437	1°8′
			0.75	24.350	23.918	24.06	455	0°45′

продолжение табл. П. 4

Диаметр наружный d, мм			Шаг P, мм	Диаметр, мм			$A_{ср}$, $мм^2$	ψ
Ряд 1	Ряд 2	Ряд 3		средний резьбы $d_2 = D_2$	внутрен. гайки $d_1 = D_1$	расчетн. винта d_p		
–	–	(26)	1.5	25.026	24.376	24.59	475	1°6′
–	27	–	3	25.051	23.752	24.18	459	2°11′
			2	25.701	24.835	25.12	496	1°25′
			1.5	26.026	25.376	25.59	514	1°3′
			1	26.350	25.918	26.06	533	0°42′
			0.75	26.513	26.188	26.30	543	0°31′
–	–	(28)	2	26.701	25.835	26.12	536	1°22′
			1.5	27.026	26.376	26.59	555	1°1′
			1	27.350	26.918	27.06	575	0°40′
30	–	–	3.5	27.727	26.211	26.72	561	2°18′
			(3)	28.051	26.752	27.18	580	1°57′
			2	28.701	27.835	28.12	621	1°16′
			1.5	29.026	28.376	28.59	642	0°57′
			1	29.350	28.918	29.06	663	0°37′
			0.75	29.513	29.188	29.30	674	0°28′
–	–	(32)	2	30.701	29.835	30.12	712	1°1′
			1.5	31.026	30.376	30.59	735	0°53′
–	33	–	3.5	30.727	29.211	29.72	694	2°5′
			(3)	31.051	29.752	30.18	715	1°46′
			2	31.701	30.835	31.12	761	1°9′
			1.5	32.026	31.376	31.59	784	0°51′
			1	32.350	31.918	32.06	807	0°34′
			0.75	32.613	32.188	32.30	819	0°25′

Приложение 5

УГОЛКИ СТАЛЬНЫЕ ГОРЯЧЕКАТАНЫЕ РАВНОПОЛОЧНЫЕ

СОРТАМЕНТ

Условные обозначения к рисунку 1 и таблице 1:
b - ширина полки;
t - толщина полки;
R - радиус внутреннего закругления;
r - радиус закругления полок;
F- площадь поперечного сечения;
I - момент инерции;
x_0 - расстояние от центра тяжести до наружной грани полки;
I_{xy} - центробежный момент инерции;

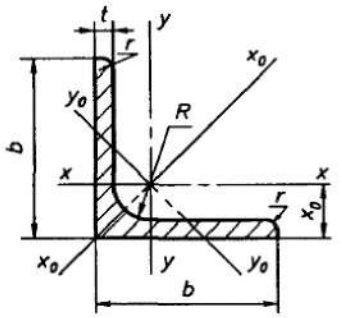


Рисунок 1

ВЫДЕРЖКИ из ГОСТ 8509-93 Таблица П.5

Номер уголка	*b*	*t*	*R*	*r*	*F*, см^2	Справочные значения величин для осей										Масса 1 м, кг
						x - *x*			x_0 - x_0		y_0 - y_0			I_{xy}, см^4	x_0, см	
	мм					*Ix*, см^4	*Wx*, см^3	i_x, см	I_{x0} *max*, см^4	i_{x0} *max*, см	I_{y0} *min*, см^4	W_{y0}, см^3	i_{y0} *min*, см			
2	20	3	3,5	1,2	1,13	0,40	0,28	0,59	0,63	0,75	0,17	0,20	0,39	0,23	0,60	0,89
		4	3,5	1,2	1,46	0,50	0,37	0,58	0,78	0,73	0,22	0,24	0,38	0,28	0,64	1,15
2,5	25	3	3,5	1,2	1,43	0,81	0,46	0,75	1,29	0,95	0,34	0,33	0,49	0,47	0,73	1,12
		4	3,5	1,2	1,86	1,03	0,59	0,74	1,62	0,93	0,44	0,41	0,48	0,59	0,76	1,46
3	30	3	4,0	1,3	1,74	1,45	0,67	0,91	2,30	1,15	0,60	0,53	0,59	0,85	0,85	1,36
		4	4,0	1,3	2,27	1,84	0,87	0,90	2,92	1,13	0,77	0,61	0,58	1,08	0,89	1,78
4	40	3	5,0	1,7	2,35	3,55	1,22	1,23	5,63	1,55	1,47	0,95	0,79	2,08	1,09	1,85
		4	5,0	1,7	3,08	4,58	1,60	1,22	7,26	1,53	1,90	1,19	0,78	2,68	1,13	2,42
		5	5,0	1,7	3,79	5,53	1,95	1,21	8,75	1,52	2,30	1,39	0,78	3,22	1,17	2,98
4,5	45	3	5,0	1,7	2,65	5,13	1,56	1,39	8,13	1,75	2,12	1,24	0,89	3,00	1,21	2,08
		4	5,0	1,7	3,48	6,63	2,04	1,38	10,52	1,74	2,74	1,54	0,89	3,89	1,26	2,73

Номер уголка	b	t	R	r	F, см^2	Справочные значения величин для осей										Масса 1 м, кг
						x - x			x_0 - x_0		y_0 - y_0			I_{xy}, см^4	x_0, см	
	мм					Ix, см^4	Wx, см^3	i_x, см	I_{x0} max, см^4	i_{x0} max, см	I_{y0} min, см^4	W_{y0}, см^3	i_{y0} min, см			
		5	5,0	1,7	4,29	8,03	2,51	1,37	12,74	1,72	3,33	1,81	0,88	4,71	1,30	3,37
5	50	3	5,5	1,8	2,96	7,11	1,94	1,55	11,27	1,95	2,95	1,57	1,00	4,16	1,33	2,32
		4	5,5	1,8	3,89	9,21	2,54	1,54	14,63	1,94	3,80	1,95	0,99	5,42	1,38	3,05
		5	5,5	1,8	4,80	11,20	3,13	1,53	17,77	1,92	4,63	2,30	0,98	6,57	1,42	3,77
		6	5,5	1,8	5,69	13,07	3,69	1,52	20,72	1,91	5,43	2,63	0,98	7,65	1,46	4,47
5,6	56	4	6,0	2,0	4,38	13,10	3,21	1,73	20,79	2,18	5,41	2,52	1,11	7,69	1,52	3,44
		5	6,0	2,0	5,41	15,97	3,96	1,72	25,36	2,16	6,59	2,97	1,10	9,41	1,57	4,25
6,3	63	4	7,0	2,3	4,96	18,86	4,09	1,95	29,90	2,45	7,81	3,26	1,25	11,00	1,69	3,90
		5	7,0	2,3	6,13	23,10	5,05	1,94	36,80	2,44	9,52	3,87	1,25	13,70	1,74	4,81
		6	7,0	2,3	7,28	27,06	5,98	1,93	42,91	2,43	11,18	4,44	1,24	15,90	1,78	5,72
7	70	4,5	8,0	2,7	6,20	29,04	5,67	2,16	46,03	2,72	12,04	4,53	1,39	17,00	1,88	4,87
		5	8,0	2,7	6,86	31,94	6,27	2,16	50,67	2,72	13,22	4,92	1,39	18,70	1,90	5,38
		6	8,0	2,7	8,15	37,58	7,43	2,15	59,64	2,71	15,52	5,66	1,38	22,10	1,94	6,39
		7	8,0	2,7	9,42	42,98	8,57	2,14	68,19	2,69	17,77	6,31	1,37	25,20	1,99	7,39
		8	8,0	2,7	10,67	48,16	9,68	2,12	76,35	2,68	19,97	6,99	1,37	28,20	2,02	8,37
8	80	5,5	9,0	3,0	8,63	52,68	9,03	2,47	83,56	3,11	21,80	7,10	1,59	30,90	2,17	6,78
		6	9,0	3,0	9,38	56,97	9,80	2,47	90,40	3,11	23,54	7,60	1,58	33,40	2,19	7,36
		7	9,0	3,0	10,85	65,31	11,32	2,45	103,60	3,09	26,97	8,55	1,58	38,30	2,23	8,51
		8	9,0	3,0	12,30	73,36	12,80	2,44	116,39	3,08	30,32	9,44	1,57	43,00	2,27	9,65
9	90	6	10,0	3,3	10,61	82,10	12,49	2,78	130,00	3,50	33,97	9,88	1,79	48,10	2,43	8,33
		7	10,0	3,3	12,28	94,30	14,45	2,77	149,67	3,49	38,94	11,15	1,78	55,40	2,47	9,64
		8	10,0	3,3	13,93	106,11	16,36	2,76	168,42	3,48	43,80	12,34	1,77	62,30	2,51	10,93
		9	10,0	3,3	15,60	118,00	18,29	2,75	186,00	3,46	48,60	13,48	1,77	68,00	2,55	12,20
10	100	6,5	12,0	4,0	12,82	122,10	16,69	3,09	193,46	3,89	50,73	13,38	1,99	71,40	2,68	10,06
		7	12,0	4,0	13,75	130,59	17,90	3,08	207,01	3,88	54,16	14,13	1,98	76,40	2,71	10,79
		8	12,0	4,0	15,60	147,19	20,30	3,07	233,46	3,87	60,92	15,66	1,98	86,30	2,75	12,25
		10	12,0	4,0	19,24	178,95	24,97	3,05	283,83	3,84	74,08	18,51	1,96	110,00	2,83	15,10
		12	12,0	4,0	22,80	208,90	29,47	3,03	330,95	3,81	86,84	21,10	1,95	122,00	2,91	17,90
		14	12,0	4,0	26,28	237,15	33,83	3,00	374,98	3,78	99,32	23,49	1,94	138,00	2,99	20,63

Номер уголка	*b*	*t*	*R*	*r*	*F*, см²	Справочные значения величин для осей										Масса 1 м, кг
						x - *x*			*x*₀ - *x*₀		*y*₀ - *y*₀			*I*ₓᵧ, см⁴	*x*₀, см	
	мм					*Ix*, см⁴	*Wx*, см³	*iₓ*, см	*I*ₓ₀ *max*, см⁴	*i*ₓ₀ *max*, см	*I*ᵧ₀ *min*, см⁴	*W*ᵧ₀, см³	*i*ᵧ₀ *min*, см			
		16	12,0	4,0	29,68	263,82	38,04	2,98	416,04	3,74	111,61	25,79	1,94	152,00	3,06	23,30
11	110	7	12,0	4,0	15,15	175,61	21,83	3,40	278,54	4,29	72,68	17,36	2,19	106,00	2,96	11,89
		8	12,0	4,0	17,20	198,17	24,77	3,39	314,51	4,28	81,83	19,29	2,18	116,00	3,00	13,50
12,5	125	8	14,0	4,6	19,69	294,36	32,20	3,87	466,76	4,87	121,98	25,67	2,49	172,00	3,36	15,46
		9	14,0	4,6	22,00	327,48	36,00	3,86	520,00	4,86	135,88	28,26	2,48	192,00	3,40	17,30
		10	14,0	4,6	24,33	359,82	39,74	3,85	571,04	4,84	148,59	30,45	2,47	211,00	3,45	19,10
		12	14,0	4,6	28,89	422,23	47,06	3,82	670,02	4,82	174,43	34,94	2,46	248,00	3,53	22,68
		14	14,0	4,6	33,37	481,76	54,17	3,80	763,90	4,78	199,62	39,10	2,45	282,00	3,61	26,20
		16	14,0	4,6	37,77	538,56	61,09	3,78	852,84	4,75	224,29	43,10	2,44	315,00	3,68	29,65
14	140	9	14,0	4,6	24,72	465,72	45,55	4,34	739,42	5,47	192,03	35,92	2,79	274,00	3,76	19,41
		10	14,0	4,6	27,33	512,29	50,32	4,33	813,62	5,46	210,96	39,05	2,78	301,00	3,82	21,45
		12	14,0	4,6	32,49	602,49	59,66	4,31	956,98	5,43	248,01	44,97	2,76	354,00	3,90	25,50
16	160	10	16,0	5,3	31,43	774,24	66,19	4,96	1229,10	6,25	319,33	52,52	3,19	455,00	4,30	24,67
		11	16,0	5,3	34,42	844,21	72,44	4,95	1340,06	6,24	347,77	56,53	3,18	496,00	4,35	27,02
		12	16,0	5,3	37,39	912,89	78,62	4,94	1450,00	6,23	375,78	60,53	3,17	537,00	4,39	29,35
		14	16,0	5,3	43,57	1046,47	90,77	4,92	1662,13	6,20	430,81	68,15	3,16	615,00	4,47	34,20
		16	16,0	5,3	49,07	1175,19	102,64	4,89	1865,73	6,17	484,64	75,92	3,14	690,00	4,55	38,52
		18	16,0	5,3	54,79	1290,24	114,24	4,87	2061,03	6,13	537,46	82,08	3,13	771,00	4,63	43,01
		20	16,0	5,3	60,40	1418,85	125,60	4,85	2248,26	6,10	589,43	90,02	3,12	830,00	4,70	47,41
18	180	11	16,0	5,3	38,80	1216,44	92,47	5,60	1933,10	7,06	499,78	72,86	3,59	716,00	4,85	30,47
		12	16,0	5,3	42,19	1316,62	100,41	5,59	2092,78	7,04	540,45	78,15	3,58	776,00	4,89	33,12
20	200	12	18,0	6,0	47,10	1822,78	124,61	6,22	2896,16	7,84	749,40	98,68	3,99	1073,00	5,37	36,97
		13	18,0	6,0	50,85	1960,77	134,44	6,21	3116,18	7,83	805,35	105,07	3,98	1156,00	5,42	39,92
		14	18,0	6,0	54,60	2097,00	144,17	6,20	3333,00	7,81	861,00	111,50	3,97	1236,00	5,46	42,80
		16	18,0	6,0	61,98	2362,57	163,37	6,17	3755,39	7,78	969,74	123,77	3,96	1393,00	5,54	48,65
		20	18,0	6,0	76,54	2871,47	200,37	6,12	4860,42	7,72	1181,92	146,62	3,93	1689,00	5,70	60,08
		25	18,0	6,0	94,29	3466,21	245,59	6,06	5494,04	7,63	1438,38	172,68	3,91	2028,00	5,89	74,02

Номер уголка	b	t	R	r	F, см^2	Справочные значения величин для осей										Масса 1 м, кг
						x - x			x_0 - x_0		y_0 - y_0			I_{xy}, см^4	x_0, см	
	мм					Ix, см^4	Wx, см^3	i_x, см	I_{x0} max, см^4	i_{x0} max, см	I_{y0} min, см^4	W_{y0}, см^3	i_{y0} min, см			
		30	18,0	6,0	111,54	4019,60	288,57	6,00	6351,05	7,55	1698,16	193,06	3,89	2332,00	6,07	87,56
22	220	14	21,0	7,0	60,38	2814,36	175,18	6,83	4470,15	8,60	1158,56	138,62	4,38	1655,00	5,91	47,40
		16	21,0	7,0	68,58	3175,44	198,71	6,80	5045,37	8,58	1305,52	153,34	4,36	1869,00	6,02	53,83

Примечания:

1 Площадь поперечного сечения и справочные величины вычислены по номинальным размерам. Плотность стали - 7,85 г/см^3.

2 Радиусы закругления, указанные на рисунке 1 и в таблице 1, даны для построения калибра и на профиле не контролируются.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ 23360-78. Призматическая шпонка.
2. ГОСТ 24071-80. Сегментная шпонка.
3. ГОСТ 1139-80. Соединения шлицевые прямобочные.
4. ГОСТ 9150-80. Метрическая резьба.
5. Иванов М.Н., Финогенов В.А. Детали машин: Учеб. для студентов высш. техн. учеб. заведений. – 12-е изд., переработ. – М.: Высш. шк., 2008. –408 с.: ил.
6. Дунаев П.Ф., Леликов О.П. Конструирование узлов и деталей машин. Учебн.пособие для студ. техн. спец. вузов. 11 изд. – М.: Издательский центр «Академия», 2008. – 496 с.
7. Леликов О.П. Валы и опоры с подшипниками качения. Конструирование и расчёт. Справочник. – М.: Машиностроение, 2006. – 640 с.
8. Шейнблинт А.Е. Курсовое проектирование деталей машин. – Калининград: изд. «Янтарный сказ», 2004,-454 с.
9. Ахлюстина Н.В. Расчёт соединений деталей машин. Учебное пособие и задания по разделу дисциплины “Детали машин и основы конструирования” для студентов очного и заочного обучения направления 651600 - «Технологические машины и оборудование». Екатеринбург; издание УГГГА, 2008. - 3,5 п.л.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

по дисциплине

БЕЗОПАСНОСТЬ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Специальность

21.05.04 Горное дело

Авторы: Кузнецов А.М., Тетерев Н.А.

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией
Безопасности горного производства	Горно-технологического факультета
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав.кафедрой _____ *(подпись)*	Председатель _____ *(подпись)*
Елохин В.А.	Колчина Н.В.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 8 от 17.04.2019	Протокол № 7 от 19.04.2019
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург
2019

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1. РАСЧЕТ ПОТРЕБНОГО ВОЗДУХООБМЕНА

Цель практического занятия — закрепление теоретических знаний, полученных при изучении темы «Человек и среда обитания: воздействия негативных факторов окружающей среды на человека», и формирование практических навыков расчета воздухообмена в производственных помещениях необходимого для очистки воздуха от вредностей: для удаления вредных веществ (выделяющихся вредных газов, паров и пыли); для удаления излишних водяных паров; для удаления избыточного тепла.

Общие сведения. Среда обитания — это окружающая человека среда, осуществляющая через совокупность факторов (физических, биологических, химических и социальных) прямое или косвенное воздействие на жизнедеятельность человека, его здоровье, трудоспособность и потомство. В жизненном цикле человек и окружающая среда обитания непрерывно взаимодействуют и образуют постоянно действующую систему «человек — среда обитания», в которой человек реализует свои физиологические и социальные потребности. В составе окружающей среды выделяют природную, техногенную, производственную и бытовую среду. Каждая среда может представлять опасность для человека. В данной работе рассматривается расчет потребного воздухообмена (L м^3/ч), для очистки воздуха от вредных газов и паров и для удаления избыточного тепла с помощью механической общеобменной вентиляции.

Задание. В помещении объемом V работают n человек со средней производительностью a каждый. Они производят покраску и шпаклевку изделий нитро- (на основе ацетона) красками, эмалями и шпаклевками, для чего используется ручное и механизированное оборудование. В этом же помещении производится пайка N контактов припоем ПОС-60. Источники тепловыделения

– оборудование мощностью Рном и осветительная сеть мощностью Роев из люминесцентных ламп. Расчеты вести для холодного периода года. Помещение имеет *К* окон направленных на север размерами 2,5х1,75 м с двойным остеклением и деревянными рамами. Категория работ – III (тяжелая).

Рассчитать потребный воздухообмен и определить кратность воздухообмена для: 1) испарений растворителей и лаков; 2) при пайке припоем ПОС-60; 3) удаления выделяемой людьми углекислоты; 4) удаления избыточного тепла.

Методика и порядок расчета воздухообмена для очистки воздуха.

Потребный воздухообмен определяется по формуле

$$L = \frac{G \times 1000}{x_н - x_в}, \text{ м}^3/\text{ч}, \qquad (1.1)$$

где *L*, м^3/ч – потребный воздухообмен; *G*, г/ч – количество вредных веществ, выделяющихся в воздух помещения; $x_в$, мг/м^3 – предельно допустимая концентрация вредности в воздухе рабочей зоны помещения, согласно ГОСТ 12.1.005-88 [1]; $x_н$, мг/м^3 – максимально возможная концентрация той же вредности в воздухе населенных мест (ГН 2.1.6.1338- 03) □4□.

Применяется также понятие кратности воздухообмена (n), которая показывает сколько раз в течение одного часа воздух полностью сменяется в помещении. Значение n □ □ может быть достигнуто естественным воздухообменом без устройства механической вентиляции.

Кратность воздухообмена определяется по формуле

$$n = \frac{L}{V_n}, \text{ ч}^{-1}, \qquad (1.2)$$

где n, раз/ч – кратность воздухообмена; *L*, м^3/ч – потребный воздухообмен; V_n – внутренний объем помещения, м^3.

Согласно СП 2.2.1.1312-03, кратность воздухообмена n > 10 недопустима.

Так как $x_н$ определяется по табл. 1.1 прил.1, а $x_в$ по табл. 1.2 прил.1, то для расчета потребного воздухообмена необходимо в каждом случае определять

количество вредных веществ, выделяющихся в воздух помещения.

Таблица 1.0

Исходные данные для расчёта потребного воздухообмена

№ вар.	*a*, м²/ч	Материал	*n* чел.	*V* м3	*N* шт/час	Местность	$P_{ном.}$ кВт	$P_{осв.}$ кВт	*m* окон
1	2	Бесцветный аэролак, окраска кистью	1	100	40	Сельские населенные пункты	10	0,5	2
2	1,5		2	200	35		20	0,5	3
3	1		3	300	400		30	1	4
4	2		4	400	45	Малые города	40	1	5
5	3	Цветной аэролак, окраска механизир.	1	500	305		200	1	6
6	4		1	600	48		150	1,5	6
7	3,5		1	700	450	Большие города	200	1	6
8	5		1	800	480		100	2	8
9	0,2	Шпаклевка кистью	3	80	325		10	0,5	2
10	0,3		4	200	420	Сельские населенные пункты	20	1	4
11	1,5	Шпаклевка механизир,	1	200	250		30	1	3
12	1		2	300	450		40	1,5	4
13	0,8	Бесцветный аэролак, окраска кистью	1	150	300	Малые города	50	0,6	2
14	1		2	150	48		60	0,8	3
15	1,2		1	120	335		70	1	2
16	0,7		2	200	400	Большие города	80	1,2	4
17	2	Цветной аэролак, окраска механизир.	1	200	280		90	0,6	4
18	2,5		2	400	480		100	0,8	6
19	2,2		1	400	290	Сельские населенные пункты	150	1,2	8
20	1,8		2	600	300		200	1,5	8
21	0,3	Шпаклевка кистью	1	80	200		250	0,5	I
22	0,4		2	100	250	Малые города	300	0,6	2
23	1	Шпаклевка механизир.	1	150	242		60	1	2
24	1		2	400	440	Большие города	80	1	3
25	1,5	Шпаклевка	1	100	270		100	1,2	4

26	2	кистью	3	200	180		150	0,5	6

Рассмотрим отдельные характерные случаи выделения вредных веществ в воздух помещения и определения потребного воздухообмена.

1.1. Определение воздухообмена при испарении растворителей и лаков

Испарение растворителей и лаков обычно происходит при покраске различных изделий. Количество летучих растворителей, выделяющихся в воздухе помещений можно определить по следующей формуле

$$G = \frac{a \times A \times m \times n}{100}, \text{ г/ч}, \qquad (1.3)$$

где a, м^2/ч – средняя производительность по покраске одного рабочего (при ручной покраске кистью – 12 м^2/ч, пульверизатором – 50 м^2/ч); A, г/м^2 – расход лакокрасочных материалов; m, % – процент летучих растворителей, содержащихся в лакокрасочных материалах; n – число рабочих, одновременно занятых на покраске.

Численные значения величин A и m определяются по табл. 1.3 прил. 1.

Пример. Определить количество выделяющихся в воздух помещения летучих растворителей.

Решение:

По табл. 3 прил. 1 для цветного аэролака при окраске распылением находим, что A = 180 г/м^2, m = 75 %, тогда G = 50·180·75·2/100 = 13500 г/ч. Далее определяем потребный воздухообмен в помещении по формуле (1.3). Находим для ацетона из табл. 1.1 и 1.2 прил. 1, что $x_в$ = 200 мг/м^3, $x_н$ = 0,35 мг/м^3, тогда L = 13500·1000/(200 - 0,35) = 67500 м^3/ч.

Ответ: L = 67500 м^3/ч.

1.2. Определение потребного воздухообмена при пайке электронных схем

Пайка осуществляется свинцово-оловянным припоем ПОС-60, который содержит C = 0,4 доли объема свинца и 60 % олова. Наиболее ядовиты аэрозоли (пары) свинца.

В процессе пайки из припоя испаряется до B = 0,1 % свинца, а на 1 пайку расходуется 10 мг припоя. При числе паек – N, количество выделяемых паров свинца определяется по формуле

$$G = C \times B \times N, \text{ мг/ч}, \quad (1.4)$$

где G, г/ч – количество выделяемых паров свинца; C – содержание свинца; B – % свинца; N – число паек.

Пример. В помещении объемом $V_п$ = 1050 м^3 три человека осуществляют пайку припоем ПОС-40 с производительностью по 100 контактов в час. Найти требуемую кратность воздухообмена.

Решение:

По формуле (1.4) определяем количество аэрозолей свинца, выделяемых в воздух: G = 0,6·0,001·10·100·3 = 1,8 мг/ч. Далее определяем потребный воздухообмен по формуле (1.1). Находим из табл. 1.1 и 1.2 прил. 1 для свинца и его соединений $x_в$ = 0,01 мг/м^3; $x_н$ = 0,001 мг/м^3. Тогда L = 1,8 / (0,01- 0,001) = 200,0 м^3/ч.

Ответ: L = 185,5 м^3/ч.

1.3. Определение воздухообмена в жилых и общественных помещениях

В жилых и общественных помещениях постоянным вредным выделением является выдыхаемая людьми углекислота (CO_2). Определение потребного воздухообмена производится по количеству углекислоты, выделяемой человеком и по допустимой концентрации её.

Количество углекислоты в зависимости от возраста человека и

выполняемой работы, а также допустимые концентрации углекислоты для различных помещений приведены в табл. 1.4 и 1.5 прил. 1.

Содержание углекислоты в атмосферном воздухе можно определить по химическому составу воздуха. Однако, учитывая повышенное содержание углекислоты в атмосфере населенных пунктов, следует принимать при расчете содержания CO_2 следующие значения: для сельских населенных пунктов – 0,33 л/м^3, для малых городов (до 300 тыс. жителей) – 0,4 л/м^3, для больших городов (свыше 300 тыс. жителей) – 0,5 л/м^3.

Пример. Определить потребную кратность воздухообмена в помещении, где работают 3 человека.

Решение:

По табл. 1.4 прил.1 определяем количество CO_2, выделяемой одним человеком g = 23 л/ч. По табл. 1.5 прил. 1 определяем допустимую концентрацию CO_2. Тогда $x_в$ = 1 л/м3 и содержание CO_2 в наружном воздухе для больших городов $x_н$ = 0,5 л/м^3 .Определяем потребный воздухообмен по формуле (1.1) $L = 23 \cdot 3/(1- 0,5) = 138$ м$^{3/}$ч. Ответ: L = 138 м^3/ч.

1.4. Определение потребного воздухообмена при выделении газов (паров) через неплотности аппаратуры, находящейся под давлением

Производственная аппаратура, работающая под давлением, как правило, не является вполне герметичной. Степень герметичности аппаратуры уменьшается по мере ее износа. Считая, что просачивание газов через неплотности подчиняется тем же законам, что и истечение через небольшие отверстия, и, предполагая, что истечение происходит адиабатически, количество газов, просочившихся через неплотности, можно определить по формуле

$$G = k \times c \times \sqrt[v]{\frac{M}{T}}, \text{ кг/ч,} \qquad (1.5)$$

где k – коэффициент, учитывающий повышение утечки от износа оборудования (k = 1–2); c – коэффициент, учитывающий влияние давление газа в аппарате; v – внутренний объем аппаратуры и трубопроводов, находящихся под давлением, м^3; M – молекулярный вес газов, находящихся в аппаратуре; T – абсолютная температура газов в аппаратуре, К.

Таблица 1.2

Коэффициент, учитывающий влияние давление газа в аппарате

Давление p, атм	до 2	2	7	17	41	161
c	0,121	0,166	0,182	0,189	0,25	0,29

Пример. Система, состоящая из аппаратов и трубопроводов, заполнена сероводородом. Рабочее давление в аппаратуре p_a = 3 атм, а в проводящих трубопроводах p_a=4 атм. Внутренний объем аппаратуры v_a = 5 м^3, объём трубопроводов, $v_{тр}$ = 1,2 м^3. Температура газа в аппаратуре – t_a = 120 °С, в трубопроводе – $t_{тр}$ = 25 °С. Определить потребный воздухообмен в помещении.

Решение:

Определяем величины утечек сероводорода (H_2S) из аппаратуры и трубопроводов. Принимаем k = 1,5; c = 0,169 (по табл. 1.2); M = 34, для H_2S; Утечка газа из аппаратуры составляет:

$$G_a = 1{,}5 \times 0{,}169 \times \sqrt[5]{\frac{34}{393}} = 0{,}372$$

Утечка газа из трубопроводов составляет:

$$G_{тр} = 1{,}5 \times 0{,}172 \times 1{,}2 = 0{,}104$$

$$G = G_a + G_{тр} = 0{,}372 + 0{,}104 = 0{,}476, \text{кг/ч}$$

Используя данные табл. 1.1 прил. 1, находим, что для сероводорода

$x_в$ =10 мг/м^3; $x_н$ = 0,008 мг/м^3. Потребный воздухообмен равен

$$L = \frac{4761000}{(10 - 0{,}008)} = 47638{,}1\ {}^{м^3}/_{ч}$$

Ответ: L = 47638,1 м^3/ч

Вывод: В воздух помещения одновременно могут выделяться несколько вредных веществ. По действию на организм человека они могут быть однонаправленными и разнонаправленными. Для однонаправленных веществ расчетные значения потребного воздухообмена суммируются, а для разнонаправленных веществ выбирается наибольшее значение потребного воздухообмена.

Пример. Для первой вредности в воздухе рабочей зоны – вредных (токсичны) веществ в рассмотренных примерах все относятся к веществам разнонаправленного действия, поэтому принимаем к дальнейшему расчету максимальное из полученных значений, т. е. L = 67500 м^3/ч (потребный воздухообмен для паров растворителей при окраске).

Для проверки соответствия требованиям устройства вентиляции определим кратность воздухообмена n = 67500/4800 = 14,1 ч$^{-1}$. Данное значение превышает установленную величину – 10 ч$^{-1}$, поэтому необходимо принять дополнительное решение по устройству вентиляции в помещении. Например, таким решением может быть исключение распространения от двух мест окраски растворителей по всему помещению за счет применения местной вытяжной вентиляции.

Расчет объёма воздуха удаляемого местной вентиляцией определяется по формуле

$$L_{МВ} = F \times v \times 3600,\ {}^{м^3}/_{ч}\ , \qquad (1.6)$$

где F – площадь сечения всасывающих отверстий, м^2; v – скорость воздуха

в сечении вытяжной вентиляции, м/с. Рекомендуется принимать значение скорости в интервале 0,8-1,5 м/с.

Таким образом, потребный воздухообмен для оставшихся вредных веществ принимаем для выделений сероводорода: L = 47638,1 м^3/ч.

Проверка:

$$n = 47638,\ 1/4800 = 9,\ 9\ ч^{-1}.$$

1.5. Расчёт потребного воздухообмена для удаления избыточного тепла

Расчет потребного воздухообмена для удаления избыточного тепла производится по формуле

$$L = \frac{Q_{изб}}{\gamma_B \times c\Delta t},\ м^3/ч, \qquad (1.7)$$

где L, м^3/ч – потребный воздухообмен; $Q_{изб}$, ккал/ч – избыточное тепло; $\gamma_в$ = 1,206 кг/м^3 – удельная масса приточного воздуха; $c_в$ = 0,24 ккал/кг□град – теплоемкость воздуха;

$$\Delta t = t_{вых} - t_{пр},\ ^oC \qquad (1.8)$$

где $t_{вых}$, ^{o}C – температура удаляемого воздуха; $t_{пр}$, ^{o}C – температура приточного воздуха.

Величина Δt при расчетах выбирается в зависимости от теплонапряженности воздуха – $Q_н$: при $Q_н \leq 20$ ккал/м^3·ч Δt = 6 ^{o}C; при $Q_н > 20$ ккал/м^3·ч Δt = 8 ^{o}C;

$$Q_н = \frac{Q_{изб}}{V_п},\ ккал/\ м^3 \cdot ч, \qquad (1.9)$$

где $V_п$, м^3 – внутренний объем помещения.

Таким образом, для определения потребного воздухообмена необходимо определить количество избыточного тепла по формуле

$$Q_{изб} = Q_{об} + Q_{осв} + Q_л + Q_р - Q_{отд},\ ккал/ч, \qquad (1.10)$$

где $Q_{об}$, ккал/ч – тепло, выделяемое оборудованием; $Q_{осв}$, ккал/ч – тепло, выделяемое системой освещения; $Q_{л}$, ккал/ч – тепло, выделяемое людьми в помещении; $Q_{р}$, ккал/ч – тепло, вносимое за счет солнечной радиации; $Q_{отд}$, ккал/ч – теплоотдача естественным путем.

Определяем количество тепла, выделяемого оборудованием

$$Q_{об} = 860 \times P_{об} \times y_1, \text{ ккал/ч} \quad (1.11)$$

где Y_1 – коэффициент перехода тепла в помещение, зависящий от вида оборудования; $P_{об}$, кВт – мощность, потребляемая оборудованием;

$$P_{об} = P_{ном} \times y_2 \times y_3 \times y_4, \text{ кВт}, \quad (1.12)$$

где $P_{ном}$, кВт – номинальная (установленная) мощность электрооборудования помещения; Y_2 – коэффициент использования установленной мощности, учитывающий превышение номинальной мощности над фактически необходимой; Y_3 – коэффициент загрузки, т.е. отношение величины среднего потребления мощности (во времени) к максимально необходимой; Y_4 – коэффициент одновременности работы оборудования.

При ориентировочных расчетах произведение всех четырех коэффициентов можно принимать равным:

$$y_1 \times y_2 \times y_3 \times y_4 = 0{,}25 \quad (1.13)$$

Определяем количество тепла, выделяемого системой освещения

$$Q_{осв} = 860 \times P_{осв} \times \alpha\beta \times \cos(\varphi), \quad (1.14)$$

где α – коэф. перевода электрической энергии в тепловую для лампы накаливания α = 0,92 – 0,97, люминесцентной лампы α = 0,46 – 0,48; b – коэффициент одновременности работы (при работе всех светильников b = 1); cos (φ) = 0,7 – 0,8 – коэффициент мощности; $P_{осв}$, кВт – мощность осветительной установки.

Определяем количество тепла, выделяемого находящимися в помещении людьми

$$Q_{л} = N \times q_{л}, \quad (1.15)$$

где N – количество людей в помещении; $q_{л}$, ккал/ч – тепловыделения одного человека табл. 1.6 прил. 1.

Определяем количество тепла, вносимого за счет солнечной радиации

$$Q_p = K \times S \times q_{ост}\,, \qquad (1.16)$$

где K – количество окон; S, м^2 – площадь одного окна; $q_{ост}$, ккал/ч – солнечная радиация через остекленную поверхность табл. 1.7 прил. 1.

Определяем теплоотдачу, происходящую естественным путем. Если нет дополнительных условий, то можно считать ориентировочно, что $Q_{отд}$ = $Q_р$ для холодного и переходного периодов года (среднесуточная температура наружного воздуха ниже +10 ^{o}C). Для теплого периода года (среднесуточная температура воздуха выше +10 ^{o}C) принимаем $Q_{отд}$ = 0.

Общий вывод: Среди полученных расчетных значений потребного воздухообмена для вредных веществ и удаления избыточного тепла выбирается наибольшее значение потребного воздухообмена.

Приложение 1

Таблица 1.1

Предельно-допустимые концентрации вредных веществ в атмосферном воздухе населенных мест (ГН 2.1.6.1338-03)

Наименование вредных веществ	ПДКм.р., мг/м^3	ПДКс.с., мг/м^3	Агрегатн состояние
Азота диоксид	0,085	0,04	п
Азота оксид	0,6	0,06	п
Акролеин	0,03	0,03	п
Амилацетат	0,10	0,10	п
Аммиак	0,2	0,04	п
Ацетон	0,35	0,35	п
Бензин (углеводороды)	5,0	1,5	п
Бензол	1,5	0,1	п
Бутан	200	-	п
Бутилацетат	0,1	0,1	п
Винилацетат	0,15	0,15	п
Дихлорэтан	3,0	1,0	п
Ксилол	0,2	0,2	п
Марганец и его соединения	0,01	0,001	а
Метилацетат	0,07	0,07	п
Мышьяк и его неорг. соединения	-	0,003	а
Озон	0,16	0,03	п
Пыль (кремнесодержащая – более 70 %)	0,15	0,05	а
Пыль нетоксичная (фиброгенного действия)	0,5	0,15	а
Ртути хлорид (сулема)	-	0,0003	а
Сажа	0,15	0,05	а
Свинец и его соединения	0,001	0,0003	а
Сернистый ангидрид	0,5	0,15	п
Серная кислота	0,3	0,1	а

Продолжение табл. 1.1

Наименование вредных веществ	ПДКм.р., мг/м^3	ПДКс.с., мг/м^3	Агрегатн состояние
Сероводород	0,008	-	п
Сероуглерод	0,03	0,005	п
Спирт бутиловый	0,16	-	п
Спирт изобутиловый	0,1	0,1	п
Спирт метиловый	1,0	0,5	п
Спирт этиловый	5	5	п
Стирол	0,04	0,002	п
Толуол	0,6	0,6	п
Углерода оксид	5,0	3,0	п
Фенол	0,01	0,003	п
Фтористые соединения (газообразные)	0,02	0,005	п
Хлор	0,1	0,03	п
Хлористый водород	0,2	0,2	п
Этилацетат	0,1	0,1	п

Примечание: п – пары и/или газы; а – аэрозоль

Таблица 1.2

Предельно-допустимые концентрации вредных веществ в воздухерабочей зоны (ГОСТ 12.1.005-88)

Наименование вредных веществ	ПДК., мг/м^3	Класс опасности	Агрегатн. состояние
Азота диоксид	2,0	3	п
Азота оксиды	5,0	3	п
Акролеин	0,2	2	п
Амилацетат	100	4	п
Аммиак	20	4	п
Ацетон	200	4	п
Бензин (углеводороды)	100	4	п
Бензол	15/5	2	п
Бутан	300	4	п
Бутилацетат	200	4	п
Винилацетат	10,0	4	п
Дихлорэтан	10,0	2	п
Ксилол	50,0	3	п
Марганец и его соединения (от 2-30 %)	0,1	2	а
Метилацетат	100	4	п
Мышьяк и его неорг. соединения	0,04/0,01	2	а
Озон	0,1	1	п
Пыль (кремнесодержащая – более 70 %)	1,5	4	а
Пыль нетоксичная (фиброгенного действия)	4,0	4	а
Ртути хлорид (сулема)	0,2/0,05	1	а
Сажа	4,0	3	а
Свинец и его соединения	0,01/0,005	1	а
Серная кислота	1,0	2	а
Сернистый ангидрид	10	3	п
Сероводород	10,0	3	п

Продолжение табл. 1.2

Наименование вредных веществ	ПДК., мг/м^3	Класс опасности	Агрегатн. состояние
Сероуглерод	1,0	3	п
Спирт бутиловый	10,0	3	п
Спирт изобутиловый	10,0	3	п
Спирт метиловый	5,0	3	п
Спирт этиловый	1000	4	п
Стирол	30/10	3	п
Толуол	50	3	п
Углерода оксид	20	4	п
Фенол	0,3	2	п
Фтористые соединения (газообразные)	0,5/0,1	2	п
Хлор	1,0	2	п
Хлористый водород	5,0	1	п
Этилацетат	200	4	п

Примечание: значение в числителе – максимально разовые; в знаменателе – среднесменные

Таблица 1.3

Расходы лакокрасочных материалов на один слой покрытия изделий и содержание в них летучих растворителей

Наименование лакокрасочных материалов/способ нанесения краски	Расход лакокрасочных материалов, *A*, г/м^2	Содержание летучей час- ти, *m*, %
Нитролаки и краски		
Бесцветный аэролак /кистью	200	92
Цветные аэролаки/распыление пульверизатором	180	75
Нитрошпаклевка /кистью	100-180	10-35
Нитроклей /кистью	160	80-85
Масляные лаки и эмали		
Окраска распылением	60-90	35

Таблица 1.4

Количество углекислоты, выделяемой человеком при разной работе

Возраст человека и характер работы	Количество CO_2	
	в л/ч	в г/ч
Взрослые:		
при физической работе	45	68
при легкой работе (в учреждениях)	23	35
в состоянии покоя	23	35
Дети до 12 лет	12	18

Таблица 1.5

Предельно-допустимые концентрации углекислоты

Наименование помещений	Количество CO_2	
	в л/ч	в г/кг
Для постоянного пребывания людей (жилые ком.)	1	1,5
Для пребывания детей и больных	0,7	1
Для учреждений	1,25	1,75
Для кратковременного пребывания людей	2	3

Таблица 1.6

Количество тепловыделений одним человеком при различной работе

Категория тяжести работы		Количество тепловыделений $q_л$, ккал/ч в зависимости от окружающей температуры воздуха			
		15 ºС	20 ºС	25 ºС	30 ºС
Легкая	I	100	70	50	30
Средней тяжести	II-а	100	70	60	30
Средней тяжести	II-б	110	80	70	35
Тяжелая	III	110	80	80	35

Таблица 1.7

Солнечная радиация через остекленную поверхность

	Солнечная радиация, $q_{ост}$, ккал/ч от стороны света и широты, град.														
	ЮГ			ЮГО-ВОСТОК ЮГО-ЗАПАД				ВОСТОК ЗАПАД				СЕВЕР, СЕВЕР. ВОСТОК СЕВЕРО-ЗАПАД			
	45	55	65	35	45	55	65	35	45	55	65	35	45	55	65
Окна с двойным остеклением и деревянными рамами	125	125	145	85	110	125	145	125	125	145	145	65	65	65	60
Окна с двойным остеклением и металлическими рамами	160	160	180	110	140	160	180	160	160	180	180	80	80	80	70
Фо- нарь с двойным остеклением и металлическими переплет.	130	160	170	110	140	170	170	160	160	180	180	85	85	85	70

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Долин П.А. Справочник по технике безопасности. – М.: Энергоиздат, 1982. – 342 с.

2. Каменев П.Н. Отопление и вентиляция. Часть II. Вентиляция. – М.: Издательство литературы по строительству, 1966. – 289 с.

3. ГОСТ 12.1.005-88 ССБТ. Санитарно-гигиенические требования к воздуху рабочей зоны.

4. ГН2.1.6.1338-03. Предельно допустимые концентрации (ПДК) загрязняющих веществ в атмосферном воздухе населенных мест.

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №2. ОЦЕНКА РИСКА

Цель практического занятия - закрепление теоретических знаний, полученных при изучении темы «Основы теории безопасности: системный анализ безопасности», и формирование практических навыков расчета индивидуального и группового (социального) риска в конкретных ситуациях.

Общие сведения. Опасность – одно из центральных понятий безопасности жизнедеятельности (БЖД).

Опасность хранят все системы, имеющие энергию, химически или биологически активные компоненты, а также характеристики (параметры), несоответствующие условиям жизнедеятельности человека. Можно сказать, что опасность – это риск неблагоприятного воздействия.

Практика свидетельствует, что абсолютная безопасность недостижима. Стремление к абсолютной безопасности часто вступает в антагонистические противоречия с законами техносферы.

В сентябре 1990 г. в г. Кельне состоялся первый Всемирный конгресс по безопасности жизнедеятельности человека как научной дисциплине. Девиз конгресса: «Жизнь в безопасности». Участники конгресса постоянно оперировали понятием «риск».

Возможны следующие определения риска:

1. Это количественная оценка опасности, вероятность реализации опасности;

2. При наличии статистических данных, это частота реализации опасностей.

Различают опасности реальные и потенциальные. В качестве аксиомы принимаются, что любая деятельность человека потенциально опасна. Реализация потенциальной опасности происходит через ПРИЧИНЫ и приводит к НЕЖЕЛАТЕЛЬНЫМ ПОСЛЕДСТВИЯМ.

Сейчас перед специалистами ставится задача – не исключение до нуля безопасности (что в принципе невозможно). А достижение заранее заданной величины риска реализации опасности. При этом сопоставлять затраты и получаемую от снижения риска выгоду. Во многих западных странах для более объективной оценки риска и получаемых при этом затрат и выгод, вводят финансовую меру человеческой жизни. Заметим, что такой подход имеет противников, их довод – человеческая жизнь свята, бесценна и какие-то финансовые оценки недопустимы. Тем не менее, по зарубежным исследованиям, человеческая жизнь оценивается, что позволяет более объективно рассчитывать ставки страховых тарифов при страховании и обосновывать суммы выплат.

Поскольку абсолютная безопасность (нулевой риск) невозможна, современный мир пришел к концепции приемлемого (допустимого) риска.

Суть концепции заключается в стремлении к такой безопасности, которую принимает общество в данное время. При этом учитывается уровень технического развития, экономические, социальные, политические и др. возможности. Приемлемый риск – это компромисс между уровнем безопасности и возможностями ее достижения. Это можно рассмотреть в следующей ситуации. После крупной аварии на Чернобыльской АЭС, правительство СССР решило повысить надежность всех ядерных реакторов. Средства были взяты из госбюджета и, следовательно, уменьшилось финансирование социальных программ здравоохранения, образования и культуры, что в свою очередь привело к увеличению социально-экономического риска. Поэтому следует всесторонне оценивать ситуацию и находить компромисс – между затратами и величиной риска.

Переход к «риску» дает дополнительные возможности повышения безопасности техносферы. К техническим, организационным, административным добавляются и экономические методы управления риском (страхование, денежные компенсации ущерба, платежи за риск и

др.). Есть здравый смысл в том, чтобы законодательно ввести квоты за риск. При этом возникает проблема расчета риска: статистический, вероятностный, моделирование, экспертных оценок, социологических опросов и др. Все эти методы дают приблизительную оценку, поэтому целесообразно создавать базы и банки данных по рискам в условиях предприятий, регионов и т.д.

Порядок выполнения работы:

1. Ознакомиться с общими сведениями. Записать определения.
2. Выполнить практические задачи.

Практические задачи

Задача 1. В таблице 2.0 приведен ряд профессий по степени индивидуального риска фатального исхода в год. Используя данные табл.1 методом экспертных оценок охарактеризуйте вашу настоящую деятельность и условия вашей будущей работы.

Таблица 2.0

Классификация профессиональной безопасности

Категория	Условия профессиональной деятельности	Риск смерти (на человека в год)	Профессия
1	Безопасные	$1 \cdot 10^{-4}$	Текстильщики, обувщики, работники лесной промышленности, бумажного производства и др.
2	Относительно безопасные	$1 \cdot 10^{-4}$ до $1 \cdot 10^{-3}$	Шахтеры, металлурги, судостроители и др.
3	Опасные	$1 \cdot 10^{-3}$ до $1 \cdot 10^{-2}$	Рыбопромысловики, верхолазы, трактористы и др.
4	Особо опасные	больше $1 \cdot 10^{-2}$	Летчики-испытатели, летчики реактивных самолетов.

После обсуждения письменно сформулируйте свою оценку.

Для решения следующих задач используйте формулу определения индивидуального риска

$$P = \frac{h}{H}, \qquad (2.1)$$

где Р – индивидуальный риск (травмы, гибели, болезни и пр.); h – количество реализации опасности с нежелательными последствиями за определенный период времени (день, год и т.д.); Н – общее число участников (людей, приборов и пр.), на которых распространяется опасность.

Пример решения задачи по формуле (2.1).

Пример. Задача 1. Ежегодно неестественной смертью гибнет 250 тыс. человек. Определить индивидуальный риск гибели жителя страны при населении в 150 млн. человек.

Решение.

Рж = $2{,}5 \cdot 10^5 / 1{,}5 \cdot 10^8 = 1{,}7 \cdot 10^{-3}$

Или будет 0,0017. Иначе можно сказать, что ежегодно примерно 17 человек 10000 погибает неестественной смертью. Если пофантазировать и предположить, что срок биологической жизни человека равен 1000 лет, то по нашим данным оказывается, что уже через 588 лет (1:0,0017) вероятность гибели человека неестественной смертью близка к 1 (или 100%).

Примечание. Здесь и в задачах №2,3 данные приближены к России.

Задача 2. Опасность гибели человека на производстве реализуется в год 7 тыс. раз. Определить индивидуальный риск погибших на производстве при условии, что всего работающих 60 млн. человек. Сравните полученный результат с вашей экспертной оценкой из задачи 1.

Задача 3. Определить риск погибших в дорожно-транспортном происшествии (ДТП), если известно, что ежегодно гибнет в ДТП 40 тыс. человек при населении 150 млн. человек.

Задача 4. Используя данные индивидуального риска фатального

исхода в год для населения США (данных по России нет), определите свой индивидуальный риск фатального исхода на конкретный год. При этом можно субъективно менять коэффициенты и набор опасностей.

Таблица 2.1

Индивидуальный иск гибели в год

Причина	Риск	Причина	Риск
Автомобильный транспорт	$3 \cdot 10^{-4}$	Воздушный транспорт	$9 \cdot 10^{-6}$
Падения	$9 \cdot 10^{-5}$	Падающие предметы	$6 \cdot 10^{-6}$
Пожар и ожог	$4 \cdot 10^{-5}$	Электрический ток	$6 \cdot 10^{-6}$
Утопление	$3 \cdot 10^{-5}$	Железная дорога	$4 \cdot 10^{-6}$
Отравление	$2 \cdot 10^{-5}$	Молния	$5 \cdot 10^{-7}$
Огнестрельное оружие	$1 \cdot 10^{-5}$	Все прочие	$4 \cdot 10^{-5}$
Станочное оборудование	$1 \cdot 10^{-5}$	Ядерная энергетика	$2 \cdot 10^{-10}$
Водный транспорт	$9 \cdot 10^{-6}$	(пренебрегаемо мал. риск)	

Риск общий для американца: $P_{общ} = 6 \cdot 10^{-4}$

Сравнить полученный результат с результатом примера решения.

Задачи на риск гибели неестественной смертью в России и с риском гибели в год для американца ($P_{общ}$).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Русак О.Н. Труд без опасности. Л. «Лениздат», 1986, 191 с.

2. Береговой Г.Т. и др. Безопасность космических полетов. М., «Машиностроение», 1977, 320 с.

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №3. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ МИКРОКЛИМАТА РАБОЧЕЙ ЗОНЫ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПОМЕЩЕНИЙ

Цель практического занятия :закрепление теоретических знаний, полученных при изучении раздела “Гелиофизические и метеорологические фактора: микроклимат производственных помещений”, и формирование практических навыков расчета метеорологических условий в производственном помещении и гигиенической оценки параметров микроклимата.

Общие сведения:

Одним из основных условий эффективной производственной деятельности человека является обеспечение нормальных метеорологических условий в помещениях. Параметры микроклимата оказывают существенное влияние на терморегуляцию организма человека и могут привести кпереохлаждение или перегреву тела

Микроклимат производственных помещений - это климат внутренней среды этих помещений, определяемый действующими на организм человека факторами: сочетанием температуры воздуха, относительной влажности, скорости движения воздуха, интенсивности теплового облучения, температуры поверхности ограждающих конструкций (стены, пол, потолок, технологическое оборудование и т.д

Под рабочей зоной понимается пространство высотой до 2м над уровнем пола или площадки, на которых находятся места постоянного или временного пребывания рабочих.

Причиной ряда заболеваний является местное и общее охлаждение. Переохлаждение организма ведет к простудным заболеваниям: ангине, катару верхних дыхательных путей, пневмонии. Установлено, что при

переохлаждении ног и туловища возникает спазм сосудов слизистых оболочек дыхательного тракта.

Перегревание возникает при избыточном накоплении тепла в организме, которое возникает при действии повышенных температур. Основными признаками перегревания являются повышение температуры тела до 38°Си более, обильное потоотделение, слабость, головная боль, учащение дыхания и пульса, изменение артериального давления и состав крови, шум в ушах, искажение цветового восприятия

Тепловой удар – это быстрое повышение температуры тела 40°С и выше. В этом случае падает артериальное давление, потоотделение прекращается, человек теряет сознание.

Организм человека обладает свойством терморегуляции – поддержание температуры тела в определенных границах (36,1…37,2°С) Терморегуляция обеспечивает равновесие между количеством тепла, непрерывно образующегося в организме человека в процессе обмена веществ, теплопродукцией и излишком тепла, непрерывно выделяемого в окружающую среду, - теплоотдачей, т.е сохраняет тепловой баланс организма человека. Количество выделившейся теплоты меняется от 8Вт до 50 Вт.

Теплопродукция. Тепло вырабатывается всем организмом, но в наибольшей степени в мышцах и печени. В процессе работы в организме происходят различные биохимические процессы, связанные с деятельностью мышечного аппарата и нервной системы. Энергозатраты человека, выполняющего различную работу, могут быть классифицированы на категории.

Разграничение работ по категориям осуществляется на основе интенсивности общих энергозатрат организма: легкие физические работы, средние физические работы, тяжелые физические работы.

К категории 1а относятся работы с интенсивностью энергозатрат до 139 Вт, выполняемые сидя и сопровождающиеся незначительным физическим напряжением.

К категории 1б относятся работы с интенсивностью энергозатрат 140…174 Вт, производимые сидя, стоя или связанные с ходьбой и сопровождающиеся некоторым физическим напряжением (в полиграфической промышленности, на часовом, швейном производствах, в сфере управления)

К категории 2а относятся работы с интенсивностью энергозатрат 233…232 Вт, производимые сидя, стоя или связанные с ходьбой, перемещением мелких изделий или предметов в положении стоя или сидя и требующие определенного физического напряжения.

К категории 2б относятся работы с интенсивностью энергозатрат 233…290 Вт, связанные с ходьбой, перемещением и переноской тяжестей до 10 кг и сопровождающиеся умеренным физическим напряжением.

К категории 3 относятся работы с интенсивностью энергозатрат более 290 Вт, связанные с постоянными передвижениями, перемещением и переноской значительных (свыше 10 кг) тяжестей и требующие больших физических усилий.

Теплоотдача. Количество тепла, отдаваемого организмом человека, зависит от температуры, относительной влажности и скорости движения воздуха. Теплоотдача осуществляется путем радиации, конвекции, испарения пота и дыхания. Для человека, находящегося в состояние покоя и одетого в обычную комнатную одежду, соотношение составляющих теплоотдачи имеет следующие распределения, % радиацией – 45, конвекцией – 30, испарением и дыханием – 25.

Основное значение имеет регулирование теплоотдачи, так как она является наиболее изменчивой и управляемой. Комфортные тепло ощущения у человека возникают при наличии теплового баланса организма, а также при условии его некоторого нарушения. Это обеспечивается тем, что в организме человека имеется некоторый резерв тепла, который используется им в случае охлаждения. Этот потенциальный запас тепла составляет в среднем 8360 кДж и находится главным образом во внешних слоях тканей организма на глубине 2-3

см от кожи. При известном уменьшении запаса тепла у человека появляются субъективно ощущения «прохлады», которые, если охлаждение продолжается, сменяются ощущениями «холодно», «очень холодно»

Действующими нормативными документами, регламентирующими метеорологические условия производственной среды, являются ГОСТ 12.1.005-88 «ССБТ. Общие санитарно-гигиенические требования к воздуху рабочей зоны» и СанПиН 2.2.4.548-96 «Гигиенические требования к микроклимату производственных помещений» Этими документами установлены влажности и скорости движения воздуха в рабочей зоне производственных помещений с учетом избытков явного тепла, тяжести выполняемой работы и сезонов года.

В соответствии с вышеуказанным стандартом теплым периодом года считается сезон, характеризуемый среднесуточной температурой наружного воздуха +10 °С.

Допустимыми считаются такие параметры микроклимата, которые при длительном воздействии могут вызывать напряжения реакции терморегуляции человека, но к нарушению состояния здоровья не приводят.

Оптимальными являются такие микроклиматические параметры, которые не вызывают напряжения реакций терморегуляции и обеспечивают высокую работоспособность человека.

Расчет показателей микроклимата базируются на опытных данных о давлении, температуре и скорости движения воздуха на рабочем месте полученных при замерах на нем с помощью соответствующих приборов

Показатели микроклимата вычисляются в следующей последовательности:

1. Атмосферное давление В, Па, на рабочем месте, измеренное с помощью барометра-анероида БАММ-1

$$B = B_п + B_ш + B_т + B_д\,, \qquad (3.1)$$

где В– исправленное значение замеренного давления, Па; Вп – отсчет по прибору, Па; Вш – шкаловая поправка;Вт – температурная поправка, равная произведению температуры прибора на удельную температуру поправки прибора; Вд – добавочная поправка, Па.



Рис. 3.1 Барометр-анероид «БААМ-1»

Барометр-анероид «БААМ-1» измеряет атмосферное давление в наземных условиях в диапазоне температур от 0 до +40 С° и при относительной влажности воздуха более 80%

2. Температура воздушной среды измеряется с помощью ртутных или спиртовых термометров, а также с помощью термографов, обеспечивающих непрерывную запись температуры на ленте за определенный период времени. Температуру воздушной среды можно измерить также с помощью психрометров и термометров

3. Влажность воздуха – абсолютная и относительная определяется с помощью психрометров. Психрометр состоит из сухого и влажного термометров. Резервуар влажного термометра покрыт тканью, которая опущена в мензурку с водой. Испаряясь, вода охлаждает влажный термометр, поэтому его показания всегда ниже показания сухого.

Психрометры бывают типа Августа (Рис 3.2) и переносными, типа Ассмана (Рис 3.3). Психрометр Ассмана является более совершенным и точным прибором по сравнению с психрометром Августа. Принцип его устройства тот же, но термометры заключены в металлическую оправу, шарики термометра находятся в двойных металлических гильзах, а в головке прибора помещается вентилятор с постоянно скоростью 4 м/с.

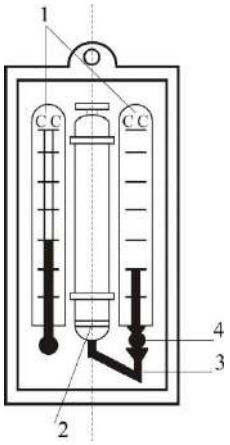


Рис. 3.2 Психрометры Августа

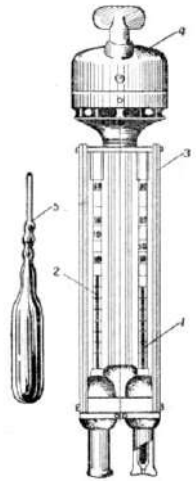


Рис. 3.3 Психрометр Ассмана

Влажность воздуха может быть рассчитана: 1) по давлению водяного пара, находящегося в воздухе или 2) по плотности водяного пара

При первом способе сначала определяется давление водяного параЮ находящегося в воздухе при данной температуре

$$P_{в.п} = P_{н.в} - c(T_c - T_B)B \qquad (3.2)$$

где Рн.в– давление насыщенного водяного пара при температуре tв, зафиксированной влажным термометром, Па;с–коэффициент психрометра, зависящий от скорости движения воздуха около шарика мокрого термометра (при скорости движения воздуха до 4 м/с принимают с = 0.00074, свыше 4 м/с – 0,00066) tc и tв – температура сухого и влажного термометра,В–

барометрическое давление воздуха в момент измерения температур психрометром, Па

Определив порациональнее давление водяного пара, находят относительную влажность воздуха

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_0} \cdot 100\%, \quad (3.3)$$

где $P_{н.с}$– давление насыщенного водяного пара при температуре t_c, зафиксированной влажным термометром,

При расчете влажности воздуха по плотности водяного пара определяются:

а) абсолютная влажность воздуха (масса водяного пара, содержащегося в воздухе при данной температуре)

$$F = \frac{(1000 * P_{в.п})}{(461{,}5(273 + t_c))}, \quad (3.4)$$

где 461,5 – удельная газовая постоянная водяного пара Дж/(кг *К);

б) максимальная абсолютная влажность воздуха

$$A_{max} = \frac{1000 * P_{н.с}}{461{,}5 * (273 + t_c)}, \quad (3.5)$$

в) относительная влажность воздуха φ

$$\varphi = \frac{A}{A_{max}} * 100, \quad (3.6)$$

Таблица 3.0

Давление насыщенного водяного пара Р, Па при температуре воздуха

t, С	Р, Па	t, С	Р, Па	t, С	Р, Па	t, С	Р, Па
0	611	10	1228	20	2328	30	4242
1	657	11	1312	21	2486	31	4493
2	705	12	1403	22	2644	32	4754
3	759	13	1497	23	2809	33	5030
4	813	14	1599	24	2894	34	5320
5	872	15	1705	25	3168	35	5624
6	935	16	1817	26	3361	36	5941

7	1001	17	1937	27	3565	37	6275
8	1073	18	2064	28	3780	38	6625
9	1148	19	2197	29	4005	39	6991

Значение относительной влажности φ, найденного описанными способами, может быть проверено по данным психометрической таблицы

4. Скорость движения воздуха измеряется с помощью крыльчатых или чашечных анемометров (Рис 3.4). Крыльчатый анемометр принимается для измерения скорости воздуха до 10 м/с, а чашечный – до 30м/с. Принцип действия анемометров обоих типов основан на том, что частоты вращения крыльчатки тем больше, чем больше скорость движения воздуха. Вращение крыльчатки передается на счетный механизм. Разница в показаниях до и после измерения, деленная на время наблюдения, показывает число делений в 1 с. Специальный тарировочный паспорт, предлагаемый к каждому прибору позволяет по вычисленной величине делений определить скорость движения воздуха.



Рис 3.4 Чашечный анемометр

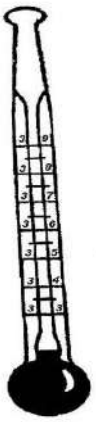


Рис. 3.5 Кататермометр

Скорость движения воздуха в интервале величин от 0.1 до 0.5 м/с можно определить с помощью кататермометра (Рис.3.5). Шаровой кататермометр представляет собой стартовый термометр с двумя резервуарами: шаровым внизу и цилиндрическим вверху. Шкала кататермометра имеет давление от 31 до 41 градуса. Для работы с этим прибором его предварительно нагревают на водяной бане, затем вытирают насухо и помещают в исследуемое место. По величине падения столба спирта в единицу времени на кататермометре при его охлаждении судят о скорости движения воздуха. Для измерения малых скоростей (от 0.03 до 5 м/с) при температуре в производственных помещениях не ниже 10С применяется термоанемометр. Это электрический прибор на полупроводниках, принцип его действия основан на измерении величины сопротивления датчика при изменении температуры и скорости движения воздуха.

Таблица 3.1

Значения относительной влажности

t_c °C	Разность показаний сухого и влажного термометров t_c - t_b °C									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Относительная влажность φ, %									
0	100	81	63	45	28	11				

1	100	83	65	48	32	16				
2	100	84	68	51	35	20				
3	100	84	69	54	39	24	10			
4	100	85	70	56	42	28	14			
5	100	86	72	58	45	32	19	6		
6	100	86	73	60	47	35	23	10		
7	100	87	74	61	49	37	26	14		
8	100	87	75	63	51	40	29	18	7	
9	100	88	76	64	53	42	31	21	11	
10	100	88	76	65	54	44	34	24	14	5

Продолжение табл. 3.1

11	100	88	77	66	56	46	36	26	17	8
12	100	89	78	68	57	48	38	29	20	11
13	100	89	79	69	59	49	40	31	23	14
14	100	89	79	70	60	51	42	34	25	17
15	100	90	80	71	61	52	44	36	27	20
16	100	90	81	71	62	54	46	37	30	22
17	100	90	81	72	64	55	47	39	32	24
18	100	91	82	73	65	56	49	41	34	27
19	100	91	82	74	65	58	50	43	35	29
20	100	91	83	74	66	59	51	44	37	30
21	100	91	83	75	67	60	52	46	39	32
22	100	92	83	76	68	61	54	47	40	34
23	100	92	84	76	69	61	55	48	42	36
24	100	92	84	77	69	62	56	49	43	37
25	100	92	84	77	70	63	57	50	44	38
26	100	92	85	78	71	64	58	51	46	40
27	100	92	85	78	71	65	59	52	47	41

28	100	93	85	78	71	65	59	52	48	42
29	100	93	86	79	72	66	60	54	49	43
30	100	93	86	79	73	67	61	55	50	44

Скорость движения воздуха V, м/с , при замере ее анемометром АСО-3 подсчитывается по формуле

$$V = an + b, \quad (3.7)$$

где n число делений в 1 с; $n = \frac{n_к - n_н}{t_{зам}}$; $n_н$ и $n_к$ – начальный и конечный отсчеты по анемометру; t зам – продолжительность замера по прибору.

При выполнении настоящего практического занятия рекомендуется использовать формулу:

$$V = 0{,}45n + 0{,}01$$

5. Гигиеническая оценка результатов расчета параметров микроклимата: производится по санитарным нормам, приведенным в ГОСТ 12.1.005-88.

Таблица 3.2

Оптимальные нормы температуры, относительно влажности и скорости движения воздуха по рабочей зоне производственных помещений

Период Года	Категория Работ	Температура, ℃	Относительная влажность, %	Скорость движения воздуха м/с не более
Холодный (температура наружного воздуха ниже +10℃)	Легкая – 1	22-24	40-60	0,1
	Легкая – 1б	21-23	40-60	0,1
	Средней тяжести – Па	18-20	40-60	0,2
		17-19	40-60	0,2
	Средней тяжести – Пб	16-18	40-60	0,3
	Тяжелая – III			

Теплый (температура наружного воздуха +10°С и выше)	Легкая – 1а	23-25	40-60	0,1
	Легкая – 1б	22-24	40-60	0,2
	Средней тяжести – Па	21-23	40-60	0,3
	Средней тяжести – Пб	20-22	40-60	0,3
	Тяжелая - III	18-20	40-60	0,4

Пример расчета:

Исходный данные: B_n= 87937 Па,$B_ш$ = -50 Па, t_c = 22 °С, t_c = 16 °С, $\Delta t = -\frac{10Па}{°С}$, $B_д$= +100 Па, $n_н$=6000, t зам= 200с, период года – теплый.

Решение:

1. Атмосферное давление на рабочем месте (при температурной поправке)

$$B_т = t_c * \Delta t = 22(-10) = -220\ Па$$

$$B = B_n + B_ш + B_т + B_д = 87837 - 50 - 220 + 110 = 87667\ Па.$$

2. Скорость движения воздуха по исходным данным, полученным при помощи анемометра АСО-3. При числе давлений в 1с

$$n = \frac{n_к - n_н}{t_{зам}} = 6040 - \frac{6000}{200} = 0{,}2\ дел/с$$

Скорость движения воздуха составляет;

$$V=0{,}45n + 0{,}01 = 0{,}45 * 0{,}2 + 0{,}01 = 0{,}10\ м/с$$

3. Относительная влажность воздуха по давлению водяного пара. При давлении насыщенного водяного пара при температуре сухого термометра Рн.с = 2644 Па и температуре влажного термометра Р н.в = 1817 Па и парциальном давлении водяного пара в воздухе:

$$P_{в.п} = P_{н.в} - C(t_c - t_в) * B = 1817 - 0{,}00074 * (22 - 16) * 87837 = 1427\ Па$$

относительная влажность воздуха:

$$\varphi = \frac{P_{в.п}}{P_{н.с}} 100 = \frac{1427}{2644} 100 = 54\%$$

3б. Относительная влажность воздуха по плотности (массе) водяного пара. При абсолютной влажности воздуха:

$$A = \frac{1000 * P_{в.п}}{461{,}5(273 + t_c)} = \frac{1000 * 1527}{461{,}5(273 + 22)} = 10{,}48 \text{ г/м}^3$$

И максимальной влажности воздуха:

$A_{max} = \frac{1000 * P_{н.с}}{461{,}5(273+t_c)} = \frac{1000*2644}{461{,}5(273+22)} = 19{,}42 \text{ г/м}^3$относительная влажность воздуха равна:

$$\varphi = \frac{A}{A_{max}} 100 = \frac{10{,}48}{19{,}42} 100 = 54\%$$

3в. Правильность произведенных подсчетов φ подтверждают данные таблицы. При разности показаний сухого и влажного термометров Тс – Тв = 22 – 16 = 6 ℃ относительная влажность воздуха φравна 54%

Варианты заданий

Для выполнения задания даются следующие показатели: отсчет по барометру Вп Температура воздуха по сухому (Тс) и влажному (Тв) термометрам психрометра, начальный (Nн) и конечный (Nк) отсчеты по анемометру, продолжительность замера скорости движения воздуха Тзам, период года (холодный, теплый) Для отсчета скорости движения воздуха использовать формулу

$$V = 0{,}45n + 0{,}01$$

Интенсивность теплового излучения на рабочем месте полагать равной 50 Вт/м^2. Числовые значения исходных данных приведены в таблице 3.3.

Таблица 3.3

Числовые значения поправок к барометру

вариант	Вв, Па	Вш, Па	$\Delta t, Па/°C$	Ва, Па	Тс, °С	Тв,°С	Nн	Nк	Т зам, °С	Период года
1	110146	-100	-10	+100	23	18	6000	6246	140	Холодный
2	105752	-100	-10	+100	22	16	6107	6138	155	То же
3	97989	+75	-10	+100	18	13	6357	6407	160	То же
4	90498	+25	-10	+100	17	11	6841	6909	170	То же
5	94232	+150	-10	+100	16	11	6944	7051	200	То же
6	103379	-50	-10	+100	24	17	6107	6387	150	Теплый
7	107509	-100	-10	+100	23	17	6305	6696	187	То же
8	89371	0	-10	+100	22	15	6421	6501	190	То же
9	94263	+150	-10	+100	20	15	6725	6830	175	То же
10	96946	+100	-10	+100	19	12	6100	6176	11	То же

Порядок выполнения работы

1. Расчет и оформление практической работы провести в соответствии с примером расчета. Варианты заданий определяются пр-ем.

2. Результаты расчетов микроклимата на рабочем месте в производственном помещении занести в таблицу.

Таблица 3.4

Пример заполнения таблицы

Температура воздуха		Относительная влажность %		Скорость движения воздуха	
Фактическая данная	Оптимальная по нормам	Фактическая рассчитанная	Оптимальная по нормам	Фактическая рассчитанная	Оптимальная по нормам

3. На основании полученных результатов определить категорию работ, в соответствии с периодом года.

4. Ответить на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Что понимают под микроклиматом производственных помещений?
2. Опишите характер действия климатических факторов на организм человека.
3. В чем состоит нормирование воздействий климатических факторов на человека?
4. Как определяют давление, температуру, относительную влажность и скорость движения воздуха?
5. Назовите способы и средства нормализации микроклимата на рабочих местах.

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №4. РАСЧЕТ ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЙ И БОРЬБА С ИЗБЫТОЧНЫМ ТЕПЛОМ В ШАХТАХ

Цель практического занятия - закрепление теоретических знаний, полученных при изучении темы «Комфортные условия жизнедеятельности», и овладение методикой расчета тепловыделений в выработки глубоких шахт и выбора технических решений по борьбе с избыточным теплом.

Общие сведения. Климатические условия в подземных выработках, особенно в глубоких шахтах, как правило, отличаются от климатических условий на земной поверхности. Микроклимат горных выработок (т. е. действующее в них на организм человека сочетание температуры, влажности, скорости движения воздуха, его давления и температуры окружающих поверхностей) в значительной степени зависит от теплообменных процессов, происходящих на пути движения воздуха. Под воздействием этих процессов температура шахтного воздуха в выработках существенно повышается с увеличением глубины ведения горных работ.

Нагревание воздуха, движущегося по горным выработкам, происходит в результате:

- теплообмена между потоком шахтного воздуха и окружающим выработки массивом горных пород, т. е. охлаждения пород;
- естественного адиабатического сжатия воздуха при движении его вниз по вертикальным и наклонным выработкам;
- изменения содержания влаги в воздухе;
- теплообмена между воздухом и подземной водой, текущей по выработкам;
- окисления угля, угольной пыли, сульфидных руд, крепежного леса и некоторых других веществ;
- охлаждения отбитых и транспортируемых масс угля и породы;
- работы горных машин и механизмов;
- выделения тепла осветительными установками, электрическими кабелями, трубопроводами сжатого воздуха, телом человека, а также действия других второстепенных факторов.
- Вызванное перечисленными факторами приращение температуры шахтного воздуха (оС = К), может быть определено из выражения

$$\Delta t = \frac{\Sigma Q_i}{C_p \rho V}, \qquad (4.1)$$

где $\sum Q_i$ - суммарное количество теплоты, идущее на нагревание воздуха, кДж/ч; C_p - удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении, кДж/(кг·К); ρ - плотность воздуха, кг/м^3; V - объемный расход воздуха, м^3/ч.

Шахтный воздух уже при температуре свыше 25 °С оказывает отрицательное тепловое воздействие на физиологию и гигиену труда подземных рабочих. При задержке отдачи телом человека накопившегося в нем тепла возникает перегрев организма, осложняющий протекание жизненных процессов. Чрезмерный перегрев организма вызывает ухудшение самочувствия человека, приводит к серьезным заболеваниям (в наиболее тяжелых случаях - к

тепловому удару, или стрессу, или даже к смерти), увеличивает вероятность травматизма, снижает производительность труда.

Изменение температуры воздуха (и других параметров микроклимата) в подземных выработках оказывает влияние также на физико-механические свойства горных пород и на безопасное состояние сооружений и выработок.

Расчет выделения теплоты в выработки глубоких шахт ведется по следующим зависимостям.

1. Тепловыделение при охлаждении горных пород. Количество теплоты $Q_{охл}$, кДж/ч, выделяющееся вследствие охлаждения окружающих выработку горных пород, описывается уравнением Ньютона для конвективного теплообмена

$$Q_{охл} = K_{\tau} P l (t_{п} - t_{в}), \quad (4.2)$$

где K_{τ} - коэффициент нестационарного теплообмена между массивом горных пород и воздухом, кДж/(м^2·ч·К) (рассчитывается по формуле, приводимой ниже); P и l - периметр и длина выработки, м; $t_{п}$ - естественная температура неохлажденных пород на данной глубине, (°С = K, расчет приводится ниже); $t_{в}$= $t_{пб}$ - допустимая температура воздуха в выработке, °С (принимается согласно Правилам безопасности).

Коэффициент K_{τ}, кДж/(м^2·ч·К) определяется по формуле

$$K_{\tau} = \frac{\lambda}{1+\frac{\lambda}{2\alpha_0 R_э}} \cdot \left[\frac{1}{2R_э} + \frac{1}{\sqrt{\pi a \tau (1+\frac{\lambda}{2\alpha_0 R_э})}} \right], \quad (4.5)$$

где λ - коэффициент теплопроводности породы, кДж/(м·ч·К) (принимается по табл. 3.1); α_0 - суммарный коэффициент теплоотдачи от стен шахтной выработки к воздуху, кДж/(м^2·ч·К) (расчет ниже); $R_э$ - эквивалентный радиус выработки, м: $R_э = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = 0.564\sqrt{S}$, a - коэффициент температуропроводности

породы, м^2/ч: $\alpha = \frac{\lambda}{c_п \cdot \rho_п}$ (принимается по табл. 3.1); $c_п$ - удельная теплоемкость породы, кДж/(кг·К) (принимается по табл. 3.1); $\rho_п$ - плотность породы, кг/м^3 (принимается по табл. 3.1); τ - расчетное время процесса теполообмена, ч (например, при длительности процесса теплообмена 4 года значение τ = 4·365·24 = = 35040 ч).

Таблица 4.0

Тепловая характеристика пород

Порода	ρ, кг/м^3	$c_п$, кДж/(кг·К)	λ, кДж/(м·ч·К)	a, м^2/ч
Песчаник (Центральный Донбасс)	2475	0,854	9,211	0,00436
Глинистые и песчанистые сланцы (там же)	2450	0,904	6,363	0,00287
Уголь (там же)	1225	1,184	1,051	0,00073
Бурый уголь (Челябинский бассейн)	1210	1,130	0,913	0,00067
Каменный уголь (Карагандинский бассейн)	1275	1,055	0,963	0,00072
Углистый сланец	1765	1,021	3,006	0,00167
Глинистый сланец	2433	0,992	3,354	0.00139
Змеевик	2690	0,950	5,694	0,00223
Гранит	2722	0,917	7,972	0.00319
Серный колчедан (Дегтярское месторождение)	4620	0,908	15,010	0,00358
Медный колчедан (там же)	4716	0,862	15,165	0,00373

Суммарный коэффициент теплоотдачи с поверхности горной выработки α_0, кДж/(м^2·ч·К), находится их выражения

$$\alpha_0 = \alpha_к + \alpha_и,$$

где $\alpha_к$ - конвективный коэффициент теплоотдачи от стен выработки к воздуху, кДж/(м^2·ч·К)

$$\alpha_к = 2{,}9 \cdot 4{,}1868 \frac{V^{0.8}}{Д_э^{0,2}} = 12{,}14 \frac{V^{0.8}}{Д_э^{0,2}}$$

где v - скорость движения воздуха в выработке, м/с; $Д_э$ - эквивалентный диаметр выработки, м: $Д_э = \frac{4S}{P}$; $\alpha_и$ - коэффициент, учитывающий испарения влаги с мокрых стен выработки, кДж/(м^2·ч·К)

$\alpha_и = 1{,}3\beta \cdot r$,

где β - коэффициент массоотдачи (коэффициент испарения), кг/(м^2·ч·К), принимается равным 0,01 - для стволов, 0,15 - для капитальных выработок, 0,03 - для лав; r - теплота парообразования воды, принимается r = 2256 кДж/кг.

Температура горных пород в массиве $t_п$, ºС, на заданной глубине H, м, от земной поверхности определяется по формулам:

$$t_п = h \cdot t_н + \frac{H - H_0}{Г_{ст}} \text{ или } t_п = h \cdot t_н + (H - H_0)\delta, \qquad (4.6)$$

где $t_п$ - температура пород нейтрального слоя (зоны с постоянной температурой пород) в данной местности; принимается примерно равной среднегодовой температуре воздуха на земной поверхности в данном районе, ºС; $t_н$ = 8,5; 2,5; 2,5; 3,0 °С для условий соответственно Донбасса, Кузбасса, Караганды и Мосбасса; H_0 - глубина (толщина) нейтрального слоя, м: H_0 = 20-40 м; $Г_{ст}$ - геотермическая ступень данного района, м/ºС: в среднем $Г_{ст}$ составляет для угольных месторождений 30–40 м/ ºС, рудных 50-140 м/ ºС, нефтяных 15-20 м/ ºС; δ - геотермический градиент, ºС/м.

2. Тепловыделение при сжатии воздуха. Количество теплоты $Q_{сж}$, кДж/ч, выделяющееся при движении воздуха вниз по вертикальным и наклонным выработкам, определяется выражением

$$Q_{сж} = 9{,}81 \cdot \rho \frac{V_в \cdot H}{1000} = 0{,}00981 \cdot \rho \cdot V_в \cdot H, \qquad (4.7)$$

где ρ - плотность воздуха, кг/м^3; $V_в$ - количество воздуха, проходящего по выработке (объемный часовой расход воздуха), м^3/ч: $V_в = 3600 \cdot v \cdot S$;

v - скорость движения воздуха в выработке, м/с; S - площадь поперечного сечения выработки, м^2; H - глубина расположения выработки, м; для наклонной выработки

$$H = l_н \cdot sin\,\psi, \tag{4.8}$$

где $l_н$ - длина наклонной выработки; ψ - угол наклона выработки, град.

3. Тепловыделение при окислительных процессах. Количество теплоты $Q_{ок}$, кДж/ч, образующееся при окислении угля, угленосных сланцев, сульфидных руд и древесины, подсчитывается по формуле А. Ф. Воропаева

$$Q_{ок} = q_{ок} \cdot V^{0,8} \cdot P \cdot l, \tag{4.9}$$

где $q_{ок}$ - тепловыделение в результате окислительных процессов, приведенное к скорости движения воздуха в выработке, V = 1 м/с, кДж/(м^2·ч); $q_{ок}$ можно принимать равным 12-21 кДж/(м^2·ч).

4. Тепловыделение от местных источников. К местным источникам теплоты относят электродвигатели, трансформаторы, светильники, электрические кабели, трубопроводы сжатого воздуха, пневматические двигатели, другие тепловыделяющие машины, механизмы и устройства, а также работы, производимые с применением бетона на участке выработки или в призабойной зоне, когда тепло выделяется при его отвердении.

Расчетные формулы для определения количества теплоты от местных источников имеют следующий вид:

4.1. Тепловыделение при работе ***электродвигателей*** горных машин и освещения $Q_{эд}$, кДж/ч

$$Q_{эд} = \frac{3600 \cdot N_{потр} \cdot k_з}{\eta_э}, \tag{4.10}$$

где $N_{потр}$ - потребляемая мощность электродвигателей и осветительных установок, кВт; $k_з$ - коэффициент загрузки оборудования во времени: $k_з$ = 0,8; $\eta_э$ - к. п. д. электродвигателя: $\eta_э$ = 0,95.

4.2. Тепловыделение в выработку (ствол, уклон, бремсберг и др.) при эксплуатации ***лебедок*** $Q_л$, кДж/ч:

- при подъеме груза лебедкой $Q_{лп} = 3600 \cdot N_л \cdot k_з(1 - \eta_м)$;

- при спуске груза лебедкой $Q_{лс} = 3600 \cdot N_л \cdot k_з$.

где $N_л$ - установленная мощность электродвигателя лебедки, кВт; $\eta_м$ - механический к. п. д.: $\eta_м = 0{,}8$.

4.3. Тепловыделение при работе ***трансформатора*** $Q_{тр}$, кДж/ч

$$Q_{тр} = 3600 \cdot N_{тр} \cdot p_{тр}, \quad (4.11)$$

где $N_{тр}$ - мощность трансформатора, кВт; $p_{тр}$ - тепловые потери трансформатора: $p_{тр} = 0{,}04 \div 0{,}05$.

4.4. Тепловыделение при затвердевании монолитной ***бетонной крепи*** $Q_б$, кДж/ч

$$Q_б = q_б \cdot P \cdot l_ц, \quad (4.12)$$

где $q_б$ - удельное выделение теплоты при отвердевании бетона, кДж/(м^2·ч); принимается $q_б = 200 \div 400$ кДж/(м^2/ч); P - периметр выработки, м; $l_ц$ - длина участка бетонирования, контактирующего с вентиляционной струей за один цикл проходки, м.

4.5. Тепловыделение при ***взрыве ВВ***. В выработке большого сечения при использовании более 100 кт ВВ тепловыделение при взрыве $Q_{взр}$, кДж/ч, рассчитывается по формуле

$$Q_{взр} = 0{,}8 \cdot q_{взр} \cdot m_з, \quad (4.13)$$

где $q_{взр}$ - удельное тепловыделение при взрыве 1 кг ВВ, кДж/кт; $m_з$ - масса заряда, кг.

Таблица 4.1

Рекомендуемые значения $q_{взр}$ для применяемых ВВ

Аммонит ПЖВ-20	3360		Аммонит АП-5ЖВ	3780

Угленит Э-6	2570		Аммонит скальный №1	5400
Победит ВП-4	3810		Аммонит № 6 ЖВ	4290
Аммонит АП-4ЖВ	3560		Игданит	3790

4.6. Тепловыделение при работе шахтных ***вентиляторов*** происходит в результате работы электродвигателя, внутренних потерь энергии в вентиляторе и аэродинамического сжатия воздуха. Количество теплоты $Q_{вен}$, кДж/ч, поступающее в выработку при работе вентилятора, выражается формулой

$$Q_{вен} = 3600 \cdot V_{вс} \frac{h_в}{1000\eta_{ву}} = 3{,}6 \cdot V_{вс} \frac{h_в}{\eta_{ву}}, \quad (4.14)$$

где $V_{вс}$ - количество воздуха, проходящего по выработке (секундный расход), м^3/с; $h_в$ - депрессия выработки, Па;

$$h_в = \alpha_в \cdot P \cdot l \frac{v^2}{S}, \quad (4.15)$$

где $\alpha_в$ - коэффициент аэродинамического сопротивления трения выработки, Н·с^2/м^4 = Па· с^2/м^2; P, l, S - периметр, длина и площадь поперечного сечения выработки, м, м, м^2; v - средняя скорость движения воздуха по выработке, м/с;

$$\eta_{ву} = \eta_в \cdot \eta_{дв} \cdot \eta_п, \quad (4.16)$$

$\eta_в$ = 0,6÷0,8; $\eta_{дв}$ = 0,85÷0,95 и $\eta_п$ - к. п. д. соответственно вентиляторной установки, вентилятора, двигателя и редукторной ($\eta_п$ = 1) или ременной ($\eta_п$ = = 0,9÷0,95) передач.

Подставляя (4.15) в (4.16) и учитывая, что

$$V_{вс} = v \cdot S \text{ м}^3/\text{с}, \quad (4.17)$$

получим (кДж/ч)

$$Q_{вен} = 3{,}6 \cdot \alpha_в \cdot P \cdot l \frac{v^3}{\eta_{ву}}. \quad (4.18)$$

4.7. Тепловыделение при работе ***людей*** $Q_л$, кДж/ч

$$Q_л = q_л \cdot n_л, \quad (4.19)$$

где $q_л$ - количество теплоты, выделяемое работающим человеком, кДж/ч·чел $q_л$ = 1050÷2500 кДж/ч·чел.; $n_л$ - число одновременно работающих людей в выработке.

5. Общее тепловыделение в выработку $Q_{общ}$, кДж/ч, находится суммированием всех частных выделений теплоты

$$Q_{общ} = \sum_{i=1}^{n} Q_i \quad (4.20)$$

Способы искусственного охлаждения шахтного воздуха

Целью искусственного охлаждения шахтного воздуха является отвод определенного («излишнего») количества теплоты от него при помощи охлаждающего вещества. Тепло от воздуха можно отвести путем соприкосновения последнего с какой-либо холодной поверхностью или путем смешения его с газообразной струей, имеющей температуру ниже температуры воздуха.

Борьба с избыточным выделением теплоты в горные выработки ведется по нескольким направлениям:

- предохранение воздуха от нагревания при его движении к местам потребления;
- охлаждение воздуха без применения специальных холодильных машин;
- охлаждение воздуха с применением холодильных машин (кондиционирование).

Способы предупреждения нагревания шахтного воздуха включают в себя следующее:

- увеличение количества подаваемого в выработки воздуха путем повышения мощности вентиляторных установок, увеличения скорости движения воздуха, расширения сечений воздухоподающих выработок;

- замена машин с электроприводам машинами с пневматическим приводом;
- тепло- и гидроизоляция стен выработок;
- теплоизоляция и тщательное уплотнение воздухоподающих трубопроводов;
- предупреждение возникновения интенсивных окислительных процессов;
- сокращение пути движения воздуха к местам потребления путем выбора соответствующей схемы проветривания, проведения дополнительных выработок и скважин;
- подача воздуха к местам потребления по специально пройденным выработкам, где скорость движения воздуха может быть существенно увеличена;
- замена восходящего проветривания очистных выработок нисходящим проветриванием (при соблюдении соответствующих требований ПБ).

Для предотвращения нагревания воздуха без применения холодильных машин используются следующие способы:

- осушение воздуха сорбентами, т. е. веществами, способными поглощать влагу из воздуха (например, хлористым кальцием);
- охлаждение воздуха льдом;
- охлаждение воздуха жидким воздухам, при испарении которого поглощается значительное количество теплоты;
- охлаждение воздуха сжатым воздухам (например, от пневмо-кондиционеров);
- охлаждение воздуха водой: путем непосредственного соприкосновения охлаждающей воды с воздухом либо через поверхность труб, где воздух охлаждается в специальных теплообменниках;

- пропускание воздуха через тепловыравнивающие каналы путем подвода воздуха к стволу по горизонтальным выработкам, пройденным на глубине среднегодовой температуры.

Наиболее эффективным является искусственное охлаждение воздуха в системах кондиционирования: в компрессорных и абсорбционных холодильных установках. Холодильные установки бывают передвижные и стационарные. Передвижные установки предназначены для охлаждения воздуха в тупиковых выработках или в отдаленных очистных забоях. Стационарные установки располагаются как на земной поверхности, так и в подземных условиях.

Хладопроизводительность (холодильная мощность) **отечественных шахтных холодильных агрегатов и кондиционеров составляет:**

- передвижных кондиционеров ВК-230 - 230 кВт, КПШ-3 – 105 кВт, КПШ-40 - 47 кВт, КПШ-40П с пневмоприводом - 52 кВт;
- турбокомпрессионных холодильных машин ШХТМ-1300 - 1500 кВт, ХТМФ-235М-2000 - 2325 кВт, ХТМФ-248-4000 - 4650 кВт;
- поршневой холодильной машины МФ-220-1РШ - 255 кВт;
- абсорбционной холодильной машины АБХА-2500-2В – 2800 кВт.

Для стационарной работы на поверхности используются машины ХТМФ-235-2000, ХТМФ-248-4000, АБХА-2500-2В, а машины ШХТМ-1300 и МФ-220-1РШ устанавливаются на глубоких горизонтах.

Охлаждение шахтного воздуха с применением холодильных машин становится необходимым, когда общее тепловыделение в выработку $Q_{общ}$ превышает тепловыделение в нее, допускаемое Правилами безопасности, $Q_{пб}$, т. е. при условии

$$Q_{общ} > Q_{пб}.$$

Поскольку эти количества теплоты описываются формулами:

$$Q_{общ} = c_р \cdot \rho \cdot V_{теп} \cdot (t_{пб} - t_н) \text{ и } Q_{пб} = c_р \cdot \rho \cdot V_в \cdot (t_{пб} - t_н),$$

то критерий необходимости кондиционирования воздуха в выработке может быть записан в виде соотношения

$$V_{теп} > V_в,$$

где $V_{теп}$ - количество воздуха, которое необходимо подать в выработку по тепловому фактору без охлаждения воздуха, м^3/ч;

$$V_{теп} = \frac{Q_{общ}}{c_р \cdot \rho \cdot \Delta t}, \quad (4.21)$$

где $c_р$ - удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении, кДж/(кг·К) $c_р$ = 0,241 ккал/(кг·К)·4,1868 кДж/ккал = 1,009 кДж/(кг·К); ρ - плотность воздуха, кг/м^3; Δt - перепад температур между выходящим (отработанным) и входящим (свежим) воздухам, проходящим по выработке, К (°С):

для стволов $\Delta t = t_в - t_н$, для подземных выработок $\Delta t = t_п - t_в$.

При необходимости кондиционирования воздуха следует выбрать тип кондиционера, рассчитать потребное количество кондиционеров и проверить правильность их установки.

Требуемая хладопроизводительность кондиционера $N_к'$, кВт, находится по формуле

$$N_к^/ = \frac{c_h \cdot \rho \cdot V_d (t_н - t_{пб})}{3600} \quad (4.22)$$

К установке принимают кондиционер хладопроизводительностью

$N_К \geq N_К^/$

При установке кондиционера в выработке (обычно одного) температура смеси за кондиционером $t_{см}$, °С (=К), определяется соотношением

$$t_{см} = t_п - 3600\frac{N_К}{C_р \cdot \rho \cdot V_в} \quad (4.23)$$

Достаточность установки кондиционера проверяется по условию

$t_{см} < t_в$

Если $t_{см} > t_в$, то необходимо установить более мощный кондиционер.

Пример расчета. Исходные данные:

выработка - ствол шахты,

$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 38{,}5$ м^2,

$r_э = 3{,}5$ м,

$d = d_э = 7$ м,

$P = \pi \cdot d = 22$ м,

$l = H = 1200$ м,

$\alpha = 0^o$,

$H_0 = 20$ м,

$\delta = \frac{1}{\Gamma_{ст}} = 0{,}035$ м/^{o}C,

порода - песчаник,

$\rho_п = 2400$ кг/м^3,

$c_п = 0{,}858$ кДж/(кг·К),

$\lambda = 9{,}21$ кДж/(м·ч·К),

$a = \frac{\lambda}{c_п \cdot \rho_п} = 0{,}00477$ м^2/ч,

v = 2 м/с,

$\tau = 7$ лет $= 7 \cdot 365 \cdot 24 = 61320$ ч,

$t_н = 8{,}5$ ^{o}C,

$t_в = t_{пб} = 24$ ^{o}C,

$N_{потр} = 100$ кВт,

$N_п = 90$ кВт,

$\alpha_б = 0{,}0040$ кгс·с^2/м^4 =

$= 0{,}0392$ Па· с^2/м^2,

$N_{тр} = 100$ кВт,

$n = 7$ человек.

Для обеспечения возможности выполнения расчета тепловыделений по приведенным выше формулам принимаем дополнительно следующие данные (параметры):

$\beta = 0{,}01$ кг/(м^2·ч·К),

$r = 2256$ кДж/кг,

$\rho = 1{,}25$ кг/м^3,

$q_{ок} = 16$ кДж/(м^2·ч),

$\kappa_з = 0{,}8$,

$\eta_{дв} = 0{,}95$,

$P_{тр} = 0{,}05$,

$q_б = 200$ кДж/(м^2·ч),

$l_ц = 5$ м,

$q_п = 2000$ кДж/(ч·чел),

$\eta_{ву} = \eta_у \cdot \eta_{дв} \cdot \eta_п = 0{,}7 \cdot 0{,}85 \cdot 0{,}95 = 0{,}56$,

$c_р = 1{,}009$ кДж/(кг·К).

Подсчитываем количества теплоты, выделяющиеся в выработку.

1. Тепловыделение при охлаждении горных пород

$$\alpha_k = 12.4 \cdot \frac{V^{0.8}}{d_э{}^{0.2}} = 12.4 \cdot \frac{2^{0.8}}{7^{0.2}} = 14.32, \text{кДж/(м}^2\text{·ч·К;}$$

$$\alpha_и = 1.3 \cdot \beta \cdot r = 1{,}3 \cdot 0{,}001 \cdot 2256 = 29{,}33, \text{ кДж/(м}^2\text{·ч·К);}$$

$$\alpha_0 = \alpha_k + \alpha_и = 14{,}32 + 29{,}33 = 43{,}65, \text{ кДж/(м}^2\text{·ч·К);}$$

$$K_т = \frac{\frac{\lambda}{1+\frac{\lambda}{2\alpha_0 \cdot R_э}}}{} \cdot \left[\frac{1}{2R_э} + \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot a \cdot \tau}\left(1+\frac{\lambda}{2\alpha_0 \cdot R_э}\right)}\right] =$$

$$\frac{9{,}211}{1+\frac{9{,}211}{2 \cdot 43{,}65 \cdot 3{,}5}} \cdot \left[\frac{1}{2 \cdot 3{,}5} + \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot 0{,}00447 \cdot 61320}\left(1+\frac{9{,}211}{2 \cdot 43{,}65 \cdot 3{,}5}\right)}\right] = 1{,}57,$$

кДж/(м^2·ч·К);

$$t_п = t_Н + (H - H_0)\delta = 8{,}5 + (1200 - 20)0{,}035 = 50\ °C;$$

$$Q_{охл} = K_т \cdot P \cdot l(t_п - t_в) = 1{,}57 \cdot 22 \cdot 1200(50 - 24) = 107764 \text{ кДж/ч.}$$

2. Тепловыделение при сжатии шахтного воздуха

$$V_и = 3600 \cdot v \cdot S = 3600 \cdot 2 \cdot 38{,}5 = 277200 \text{ м}^3\text{/ч;}$$

$$Q_{сж} = 0{,}00981 \cdot \rho \cdot V_В \cdot H = 0{,}00981 \cdot 1.25 \cdot 277200 \cdot 1200 = 4078998$$

кДж/ч.

3. Тепловыделение при окислительных процессах

$$Q_{ок} = q_{ок} \cdot V^{0,8} \cdot P \cdot l = 16 \cdot 2^{0,8} \cdot 22 \cdot 1200 = 735441 \text{ кДж/ч.}$$

4. Тепловыделение от местных источников:

- при работе электродвигателей горных машин и освещения

$$Q_{ЭД} = \frac{3600 \cdot N_{потр} \cdot K_з}{\eta_{ДВ}} = \frac{3600 \cdot 100 \cdot 0{,}8}{0{,}95} = 303158 \text{ кДж/ч;}$$

- при спуске груза лебедкой

$$Q_{ЛС} = 3600 \cdot N_п \cdot K_з = 3600 \cdot 90 \cdot 0{,}8 = 259200 \text{ кДж/ч;}$$

- при работе трансформатора

$$Q_{ТР} = 3600 \cdot N_{ТР} \cdot P_{ТР} = 3600 \cdot 100 \cdot 0{,}5 = 18000 \text{ кДж/ч;}$$

- при работе шахтных вентиляторов

$$Q_{ВБН} = 3{,}6 \cdot \alpha_В \cdot P \cdot l \frac{V^3}{\eta_{ВУ}} = 3{,}6 \cdot 0{,}0392 \cdot 22 \cdot 1200 \frac{2^3}{0{,}565} = 52751 \text{ кДж/ч;}$$

- при затвердевании монолитной бетонной крепи

$$Q_б = q_б \cdot P \cdot l_ц = 200 \cdot 22 \cdot 5 = 22000 \text{ кДж/ч;}$$

- при работе людей

$$Q_Л = q_л \cdot n_л = 2000 \cdot 7 = 14000 \text{ кДж/ч.}$$

5. Общее тепловыделение в ствол

$$Q_{общ} = \sum_{i-1}^{n} Q_i = Q_{охл} + Q_{сж} + Q_{ок} + Q_{эд} + Q_{лс} + Q_{тр} + Q_{вен} + Q_б + Q_л = 1077648 + 4078998 + 735441 + 303158 + 259200 + 18000 + 52751 + 22000 + 14000 = 6561196$$

кДж/ч.

Находим количество воздуха, необходимое для проветривания выработки по тепловому фактору без охлаждения воздуха

$$V_{теп} = \frac{Q_{общ}}{C_р \cdot \rho (t_{пб} - t_Н)} = \frac{6561196}{1{,}009 \cdot 1{,}25(24-8{,}5)} = 335611 \text{ м}^3\text{/ч.}$$

Проверяем условие достаточности расхода воздуха по тепловому фактору $V_{теп} \langle V_в$.

В рассматриваемом случае это условие не выполняется, так как

$$V_{теп} = 335611 < V_В = 277200$$

Следовательно, требуется искусственное охлаждение воздуха при помощи холодильных машин.

Определяем требуемую хладопроизводительность холодильной машины

$$N_к = \frac{C_р \cdot \rho \cdot V_В (t_П - t_{пб})}{3600} = \frac{1{,}009 \cdot 1{,}25 \cdot 277200(50-24)}{3600} = 2525 \text{ кВт.}$$

Принимаем $N_к$ = 2550 кВт. Температура смеси теплого и охлажденного воздуха за кондиционером составит

$$t_{см} = t_п - \frac{3600 \cdot N_k}{c_р \cdot \rho \cdot V_В} = 50 - \frac{3600 \cdot 2550}{1{,}009 \cdot 1{,}25 \cdot 277200} = 23{,}7$$

что удовлетворяет требованиям ПБ.

Варианты заданий

Перечень вариантов заданий к расчету тепловыделений в горные выработки приведен в табл. 4.2.

Таблица 4.2

Исходные данные для расчетов тепловыделений

	Величины	Номер варианта									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Выработка	Штрек		Уклон		Квершлаг		Бремберг		Ствол	
2	S, м^2	8	10	7	6	12	14	10	12	44,2	33,2
3	P, м	11,8	13,2	11,0	10,2	14,4	15,6	13,2	14,4	23,6	20,4
4	L, м	900	1000	300	500	700	600	1000	900	1100	1200
5	α, °	6	8	40	50	10	8	15	20	90	90
6	H, м	800	900	600	700	1000	800	1200	1500	1100	1200

Продолжение табл. 4.2

7	H_0, м	20	21	22	23	24	25	30	35	28	30
8	$\Gamma_{ст}$, м/°С	30	25	26	27	31	29	32	28	34	27
9	Порода	Бурый уголь	Каменный уголь	Каменный уголь	Каменный уголь	Песчаник	Песчаник	Каменный уголь	Каменный уголь	Глинистый и песчанистый сланец	Песчаник
10	V, м/с	0,5	0,75	1,0	1,5	1,0	2,0	1,5	2,0	1,0	0,5
11	τ, м/с	3	2	6	8	5	9	10	7	6	4
12	$t_н$, °С	8,5	2,5	3,0	2,5	7,5	8,3	7,9	4,2	8,0	7,5
13	$t_в = t_{пб}$, °С	24	23	20	25	23	25	24	26	24	23
14	$N_{потр}$, кВт	70	60	50	40	100	90	50	50	100	100
15	$N_л$, кВт	-	-	50	50	-	-	-	-	-	100

16	$N_{тр}$, кВт	5	10	-	-	5	5	5	5	10	10
17	$\alpha_в$, Па·с^2/м^2	0,017	0,019	0,018	0,016	0,015	0,014	0,013	0,020	0,049	0,049
18	$n_л$, чел.	7	6	3	3	6	5	6	6	5	8

Контрольные вопросы

1. Охарактеризуйте климатические условия в горных выработках глубоких шахт.

2. Как осуществляется теплоотдача тела человека в окружающую среду?

3. Какой микроклимат в выработках глубоких шахт считается допустимым?

4. Перечислите виды (формы) нагревания воздуха, движущегося по горным выработкам.

5. Как выполняется тепловое кондиционирование воздуха в горных выработках?

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №4. ЦВЕТА СИГНАЛЬНЫЕ И ЗНАКИ БЕЗОПАСНОСТИ

Цель работы – ривить практические навыки в применении сигнальных цветов и знаков безопасности; изучить назначение, характеристики и порядок применения сигнальных цветов и знаков безопасности.

Теоретические положения.

Для предупреждения многих несчастных случаев на производстве и в быту эффективным средством является цветовое оформление машин, приборов, помещений и рациональное применение сигнальных цветов и знаков безопасности, которые устанавливает ГОСТ Р 12.4.026–01 [1].

Различают прямое психологическое воздействие цвета на челове- ка, вызывающее, например, чувство радости или печали, создающее впе- чатление легкости или тяжести какого-либо предмета, удаленности или близости его, и вторичное воздействие, связанное с ассоциациями. Напри- мер, красный, оранжевый и желтый цвета ассоциируются с огнем, солн- цем, т. е. теплом. Такие цвета создают впечатление тепла и называются те- плыми цветами. Белый, голубой, зеленый и некоторые другие цвета ассо- циируются с холодом и называются холодными цветами.

Сигнальные цвета применяются для окраски поверхностей конст- рукций, приспособлений и элементов производственного оборудования, которые могут служить источником опасности для работающих.

ГОСТом установлены красный, желтый, зеленый и синий сигналь- ные цвета. Для усиления контраста сигнальных цветов они применяются на фоне контрастных цветов. Контрастные цвета применяются также для выполнения символов и поясняющих надписей.

Красный сигнальный цвет применяется: для запрещающих знаков; надписей и символов на знаках пожарной безопасности, обозначений от-

ключающих устройств механизмов и машин, в том числе аварийных; внутренних поверхностей открывающихся кожухов и корпусов, ограждающих движущиеся элементы механизмов и машин и их крышек; рукояток кранов аварийного сброса давления; корпусов масляных выключателей, находя- щихся в рабочем состоянии под напряжением, и обозначения пожарной техники.

Желтый сигнальный цвет используется: для предупреждающих знаков элементов строительных конструкций, которые могут явиться причиной получения травм (низкие балки, выступы и перепады в полости пола, малозаметные ступени, пандусы), мест, в которых существует опасность падения, сужений проездов, колонн, стоянок и опор производствен- ного оборудования (открытые движущиеся части оборудования); кромок штампов, прессов, ограждающих конструкций площадок для работ, проводимых на высоте, и т. п. элементов внутрицехового и межцехового транспорта, подъемно-транспортного оборудования и строительно-дорожных машин, кабин и ограждений кранов, боковых поверхностей электрокаров, погрузчиков, тележек и постоянных и временных ограждений или элементов ограждений, устанавливаемых на границах опасных зон, у проемов, ям, котлованов, выносных площадок, постоянных и временных ограждений лестниц, перекрытий строящихся зданий; балконов и других мест, где возможно падение с высоты, емкостей, содержащих вещества с опасными и вредными свойствами, на которые предупреждающую окраску наносят в виде полосы шириной 50–100 мм в зависимости от размещения емкости; границ подходов к эвакуационным или запасным выходам.

Зеленый сигнальный цвет применяется для предписывающих знаков дверей и светового табло эвакуационных или запасных выходов, сигнальных ламп.

Синий сигнальный цвет используется для указательных знаков. Символ на знаках безопасности – это простое, всем понятное изображение характера опасности, мер предосторожности, инструктивных указаний или информации

по безопасности. Знаки должны быть установлены в местах, пребывание в которых связано с возможной опасностью для работающих, а также на производственном оборудовании, являющемся источником такой опасности. Знаки безопасности, устанавливаемые на воротах и входных дверях помещений, обозначают, что зона их действия – все помещение. При необходимости ограничения зоны действия знака приводятся соответствующие указания с вышеуказанным ГОСТом. Они контрастно выделются на окружающем их фоне и находятся в поле зрения людей, для которых предназначены. На местах и участках, являющихся временно опасными, устанавливаются переносные знаки и временные ограждения, окрашенные в сигнальный цвет. Всего предусмотрено четыре группы знаков безопасности:

1 запрещающий (в виде круга);

2 предупреждающий (в виде треугольника);

3 предписывающий (в виде квадрата);

4 указательный (в виде вертикального прямоугольника).

Для более полного усвоения формы символов на знаках и мест их установки следует дополнительно изучить раздел 3 ГОСТ Р 12.4.026-01 [1]. Для этого ниже дается необходимая выдержка из данного ГОСТа.

Стандарт не распространяется:

- на цвета, применяемые для световой сигнализации всех видов транспорта, транспортных средств и дорожного движения;
- цвета, знаки и маркировочные щитки баллонов, трубопроводов, емкостей для хранения и транспортирования газов и жидкостей;
- дорожные знаки и разметку, путевые и сигнальные знаки железных дорог, знаки для обеспечения безопасности движения всех видов транспорта (кроме знаков безопасности для подъемно-транспортных меха- низмов, внутризаводского, пассажирского и общественного транспорта);
- знаки и маркировку опасных грузов, грузовых единиц, требующих специальных условий транспортирования и хранения;

- знаки для электротехники.

Назначение сигнальных цветов, знаков безопасности и сигнальной разметки состоит в обеспечении однозначного понимания определенных требований, касающихся безопасности, сохранения жизни и здоровья людей, снижения материального ущерба без применения слов или с их минимальным количеством.

Сигнальные цвета, знаки безопасности и сигнальную разметку следует применять для привлечения внимания людей, находящихся на производственных, общественных объектах и в иных местах, к опасности, опасной ситуации, предостережения в целях избегания опасности, сообщения о возможном исходе в случае пренебрежения опасностью, предписания или требования определенных действий, а также для сообщения необходимой информации.

Применение сигнальных цветов, знаков безопасности и сигнальной разметки на производственных, общественных объектах и в иных местах не заменяет необходимости проведения организационных и технических мероприятий по обеспечению условий безопасности, использования средств индивидуальной и коллективной защиты, обучения и инструктажа по технике безопасности.

Размещение (установку) знаков безопасности на оборудовании, машинах, механизмах должна проводить организация-изготовитель. При необходимости дополнительное размещение (установку) знаков безопасности на оборудовании, машинах, механизмах, находящихся в эксплуатации, проводит эксплуатирующая их организация.

Графические символы и поясняющие надписи на знаках безопасности отраслевого назначения, не предусмотренные настоящим стандартом, необходимо устанавливать в отраслевых стандартах, нормах, правилах с соблюдением требований настоящего стандарта.

Назначение и правила применения сигнальных цветов.

Стандарт устанавливает следующие сигнальные цвета: красный, желтый, зеленый, синий. Для усиления зрительного восприятия цветографических изображений знаков безопасности и сигнальной разметки сигнальные цвета следует применять в сочетании с контрастными цветами – белым или черным. Контрастные цвета необходимо использовать для выполнения графических символов и поясняющих надписей.

Сигнальные цвета необходимо применять:

- для обозначения поверхностей, конструкций (или элементов конструкций), приспособлений, узлов и элементов оборудования, машин, механизмов и т. п., которые могут служить источниками опасности для лю- дей, поверхности ограждений и других защитных устройств, систем бло- кировок и т. п.;
- обозначения пожарной техники, средств противопожарной защиты, их элементов;
- знаков безопасности, сигнальной разметки, планов эвакуации и других визуальных средств обеспечения безопасности;
- светящихся (световых) средств безопасности (сигнальные лампы, табло и др.);
- обозначения пути эвакуации.

Смысловое значение, область применения сигнальных цветов и соответствующие им контрастные цвета установлены в табл. 5.0.

Красный сигнальный цвет следует применять:

- для обозначения отключающих устройств механизмов и машин, в том числе аварийных;
- внутренних поверхностей крышек (дверец) шкафов с открытыми токоведущими элементами оборудования, машин, механизмов и т. п. (если оборудование, машины, механизмы имеют красный цвет, то внутренние поверхности крышек (дверец) должны быть окрашены лакокрасочными

материалами желтого сигнального цвета);

- рукояток кранов аварийного сброса давления;

- корпусов масляных выключателей, находящихся в рабочем состоянии под напряжением;

- обозначения различных видов пожарной техники, средств противопожарной защиты, их элементов, требующих оперативного опознания (пожарные машины, наземные части гидрант-колонок, огнетушители, баллоны, устройства ручного пуска систем (установок) пожарной автоматики, средств оповещения, телефоны прямой связи с пожарной охраной, насосы, пожарные стенды, бочки для воды, ящики для песка, а также ведра, лопа- ты, топоры и т. п.);

- окантовки пожарных щитов белого цвета для крепления пожарного инструмента и огнетушителей. Ширина окантовки – 30–100 мм (допускается выполнять окантовку пожарных щитов в виде чередующихся наклонных под углом 45–60° полос красного сигнального и белого контра- стного цветов);

- орнаментовки элементов строительных конструкций (стены, колонны) в виде отрезка горизонтально расположенной полосы для обозначения мест нахождения огнетушителя, установки пожаротушения с ручным пуском, кнопки пожарной сигнализации и т. п. Ширина полос – 150–300 мм. Полосы должны располагаться в верхней части стен и колонн на высоте, удобной для зрительного восприятия с рабочих мест, проходов и т. п. В состав орнаментовки, как правило, следует включать знак пожарной безопасности с соответствующим графическим символом средства противопожарной защиты;

- сигнальных ламп и табло с информацией, извещающей о нару- шении технологического процесса или нарушении условий безопасности:

«Тревога», «Неисправность» и др.;

- обозначения захватных устройств промышленных установок и промышленных роботов;

Таблица 5.0

Смысловое значение, область применения сигнальных цветов и соответствующие им контрастные цвета

Сигнальный цвет	Смысловое значение	Область применения	Контрастный цвет
Красный	Непосредственная опасность Аварийная или опасная ситуация Пожарная техника, средства противо-пож. защиты, их элементы	Запрещение опасного поведения или действия.Обозначение непо-средственной опасности Сообщение об аварийном отключении или аварийном состоянии оборудования (техноло- гического процесса) Обозначение и определение мест нахождения пожарной техники, средств противопожарной защиты, их элементов	Белый
Желтый	Возможная опас-ность	Обозначение возможной опасно- сти, опасной ситуации. Преду- преждение о возможной опасно-сти	Черный
Зеленый	Безопасность, безопасные усло-вия	Сообщение о нормальной работе оборудования, нормальном со- стоянии технологического про-цесса	Белый
	Помощь, спасение	Обозначение пути эвакуации, аптечек, кабинетов, средств по оказанию первой медицинской помощи	
Синий	Предписание во избежание опасно-сти	Требование обязательных дейст- вий в целях обеспечения безо-пасности	Белый
	Указание	Разрешение определенных дей-ствий	

- обозначения временных ограждений или элементов временных ограждений, устанавливаемых на границах опасных зон, участков, территорий, ям, котлованов, временных ограждений мест химического, бактериологического и радиационного загрязнения, а также ограждений других мест, зон, участков, вход на которые временно запрещен.

Поверхность временных ограждений должна быть целиком окра- шена красным сигнальным цветом или иметь чередующиеся наклонные под углом 45–60° полосы красного сигнального и белого контрастного цветов. Ширина полос – 20–300 мм при соотношении ширины полос крас- ного и белого цветов от 1:1 до 1,5:1,0;

- запрещающих знаков безопасности и знаков пожарной безопасности.

Не допускается использовать красный сигнальный цвет:

- для обозначения стационарно устанавливаемых средств противопожарной защиты (их элементов), не требующих оперативного опознания (пожарные извещатели, пожарные трубопроводы, оросители установок пожаротушения и т. п.);

- на пути эвакуации во избежание путаницы и замешательства (кроме запрещающих знаков безопасности и знаков пожарной безопасности).

Желтый сигнальный цвет следует применять:

а) для обозначения элементов строительных и иных конструкций, которые могут явиться причиной получения травм работающими: низких балок, выступов и перепадов в плоскости пола, малозаметных ступеней, пандусов, мест, в которых существует опасность падения (кромки погрузочных платформ, грузовых поддонов, неогражденных площадок, люков, проемов и т. д.), сужений проездов, малозаметных распорок, узлов, колонн, стоек и опор в местах интенсивного движения внутризаводского транспорта и т. д.;

б) обозначения узлов и элементов оборудования, машин и механизмов, неосторожное обращение с которыми представляет опасность для людей:

открытых движущихся узлов, кромок оградительных устройств, не полностью закрывающих движущиеся элементы (шлифовальные круги, фрезы, зубчатые колеса, приводные ремни, цепи и т. п.), ограждающих конструкций площадок для работ, проводимых на высоте, а также постоянно подвешенных к потолку или стенам технологической арматуры и механизмов, выступающих в рабочее пространство;

в) обозначения опасных при эксплуатации элементов транспортных средств, подъемно-транспортного оборудования и строительно-дорожных машин, площадок грузоподъемников, бамперов и боковых поверхностей электрокаров, погрузчиков, тележек, поворотных платформ и боковых поверхностей стрел экскаваторов, захватов и площадок автопогрузчиков, рабочих органов сельскохозяйственных машин, элементов грузоподъемных кранов, обойм грузовых крюков и др.;

г) подвижных монтажных устройств, их элементов и элементов грузозахватных приспособлений, подвижных частей кантователей, траверс, подъемников, подвижных частей монтажных вышек и лестниц;

д) внутренних поверхностей крышек, дверец, кожухов и других ограждений, закрывающих места расположения движущихся узлов и элементов оборудования, машин, механизмов, требующих периодического доступа для контроля, ремонта, регулировки и т. п.

Если указанные узлы и элементы закрыты съемными ограждениями, то окрашиванию лакокрасочными материалами желтого сигнального цвета подлежат сами движущиеся узлы, элементы и (или) поверхности смежных с ними неподвижных деталей, закрываемые ограждениями;

е) постоянных ограждений или элементов ограждений, устанавливаемых на границах опасных зон, участков, территорий: у проемов, ям, котлованов, выносных площадок, постоянных ограждений лестниц, балконов, перекрытий и других мест, в которых возможно падение с высоты.

Поверхность ограждения должна быть целиком окрашена

лакокрасочными материалами желтого сигнального цвета или иметь чередующиеся наклонные под углом 45–60° полосы желтого сигнального и черного контрастного цветов.

Ширина полос – 20–300 мм при соотношении ширины полос желтого и черного цвета от 1:1 до 1,5:1,0;

ж) обозначения емкостей и технологического оборудования, содержащих опасные или вредные вещества.

Поверхность емкости должна быть целиком окрашена лакокрасочными материалами желтого сигнального цвета или иметь чередующиеся наклонные под углом 45–60° полосы желтого сигнального и черного контрастного цветов.

Ширина полос – 50–300 мм в зависимости от размера емкости при соотношении ширины полос желтого и черного цвета от 1:1 до 1,5:1,0;

з) обозначения площадей, которые должны быть всегда свободными на случай эвакуации (площадки у эвакуационных выходов и подходы к ним, возле мест подачи пожарной тревоги, возле мест подхода к средствам противопожарной защиты, средствам оповещения, пунктам оказания первой медицинской помощи, пожарным лестницам и др.).

Границы этих площадей должны быть обозначены сплошными линиями желтого сигнального цвета, а сами площади – чередующимися наклонными под углом 45–60° полосами желтого сигнального и черного контрастного цветов. Ширина линий и полос – 50 – 100 мм;

и) предупреждающих знаков безопасности.

На поверхность объектов и элементов, перечисленных в а) и в), допускается наносить чередующиеся наклонные под углом 45–60° полосы желтого сигнального и черного контрастного цветов. Ширина полос – 50– 300 мм в зависимости от размера объекта и расстояния, с которого должно быть видно предупреждение.

Если оборудование, машины и механизмы окрашены лакокрасочными материалами желтого сигнального цвета, то перечисления б) и д), их узлы и

элементы должны быть обозначены чередующимися наклонными под углом 45–60° полосами желтого сигнального и черного контрастного цветов. Ширина полос – 20–300 мм в зависимости от размера узла (элемента) оборудования при соотношении ширины полос желтого и черного цветов от 1:1 до 1,5:1,0.

Для строительно-дорожных машин и подъемно-транспортного оборудования, которые могут находиться на проезжей части, допускается применять предупреждающую окраску в виде чередующихся красных и белых полос.

Синий сигнальный цвет следует применять:

- для окрашивания светящихся (световых) сигнальных индикаторов и других сигнальных устройств указательного или разрешающего назначения;
- предписывающих и указательных знаков безопасности.

Зеленый сигнальный цвет следует применять:

- для обозначения безопасности (безопасных мест, зон безопасного состояния);
- сигнальных ламп, извещающих о нормальном режиме работы оборудования, нормальном состоянии технологических процессов и т. п.;
- обозначения пути эвакуации;
- эвакуационных знаков безопасности и знаков безопасности медицинского и санитарного назначения.

Характеристики сигнальных и контрастных цветов.

Знаки безопасности следует размещать (устанавливать) в поле зрения людей, для которых они предназначены.

Знаки безопасности должны быть расположены таким образом, чтобы они были хорошо видны, не отвлекали внимания и не создавали неудобств при выполнении людьми своей профессиональной или иной деятельности, не загораживали проход, проезд, не препятствовали перемещению грузов.

Знаки безопасности, размещенные на воротах и на (над) входных(ми) дверях(ми) помещений, означают, что зона действия этих знаков

распространяется на всю территорию и площадь за воротами и дверями.

Размещение знаков безопасности на воротах и дверях следует выполнять таким образом, чтобы зрительное восприятие знака не зависело от положения ворот или дверей (открыто, закрыто). Эвакуационные знаки безопасности Е 22 «Выход» и Е 23 «Запасный выход» должны размещаться только над дверями, ведущими к выходу.

Знаки безопасности, установленные у въезда (входа) на объект (участок), означают, что их действие распространяется на объект (участок) в целом.

При необходимости ограничить зону действия знака безопасности соответствующее указание следует приводить в поясняющей надписи на дополнительном знаке.

Знаки безопасности, изготовленные на основе несветящихся материалов, следует применять в условиях хорошего и достаточного освеще- ния.

Знаки безопасности с внешним или внутренним освещением следует применять в условиях отсутствия или недостаточного освещения.

Световозвращающие знаки безопасности следует размещать (устанавливать) в местах, где отсутствует освещение или имеется низкий уровень фонового освещения (менее 20 лк по СНиП 23-05-95): при проведении работ с использованием индивидуальных источников света, фонарей (например, в туннелях, шахтах и т. п.), а также для обеспечения безопасности при проведении работ на дорогах, автомобильных трассах, в аэропортах и т. п.

Фотолюминесцентные знаки безопасности следует применять там, где возможно аварийное отключение источников света, а также в качестве элементов фотолюминесцентных эвакуационных систем для обеспечения самостоятельного выхода людей из опасных зон в случае возникновения аварий, пожара или других чрезвычайных ситуаций.

Для возбуждения фотолюминесцентного свечения знаков безопасности необходимо наличие в помещении, где они установлены, искусст- венного или естественного освещения.

Освещенность поверхности фотолюминесцентных знаков безопасности источниками света должна быть не менее 25 лк.

Основные и дополнительные знаки безопасности.

Основные знаки безопасности необходимо разделять на следующие группы: запрещающие знаки; предупреждающие знаки; знаки пожарной безопасности; предписывающие знаки; эвакуационные знаки и знаки медицинского и санитарного назначения; указательные знаки.

Геометрическая форма, сигнальный цвет, смысловое значение основных знаков безопасности должны соответствовать приведенным в табл. 5.1

Таблица 5.1

Геометрическая форма, сигнальный цвет, смысловое значение основных знаков безопасности

Группа	Геометрическая форма <*>	Сигнальный цвет	Смысловое значение
Запрещающие знаки	Круг с поперечной полосой	Красный	Запрещение опасного пове- дения или действия
Предупреждающие знаки	Треугольник	Желтый	Предупреждение о возмож- ной опасности. Осторож- ность. Внимание
Предписывающие знаки	Круг	Синий	Предписание обязательных действий во избежание опасности
Знаки пожарной безопасности <**>	Квадрат или прямоугольник	Красный	Обозначение и указание мест нахождения средств проти- вопожарной защиты, их эле- ментов
Эвакуационные знаки и знаки медицинского и санитарного назначения	Квадрат или прямоугольник	Зеленый	Обозначение направления движения при эвакуации. Спасение, первая помощь при авариях или пожарах. Надпись, информация для обеспечения безопасности
Указательные знаки	Квадрат или прямоугольник	Синий	Разрешение. Указание. Над- пись или информация

Примечание: <*> Рисунки не приводятся. <**> К знакам пожарной безопасности относят также:

- запрещающие знаки: P 01 «Запрещается курить», P 02 «Запрещается пользо- ваться открытым огнем», P 04 «Запрещается тушить водой», P 12 «Запрещается загромождать проходы (или) складировать» (табл. 5.2);

- предупреждающие знаки: W 01 «Пожароопасно. Легковоспламеняющиеся ве- щества», W 02 «Взрывоопасно», W 11

«Пожароопасно. Окислитель» (табл. 5.3).

Таблица 5.2

Запрещающие знаки

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Р 01		Запрещается курить	Использовать, когда курение мо- жет стать причиной пожара. На дверях и стенах помещений, уча- стках, где имеются горючие и лег- ковоспламеняющиеся вещества, или в помещениях, где курить за- прещается
Р 02		Запрещается пользоваться от- крытым огнем и курить	Использовать, когда открытый огонь и курение могут стать при- чиной пожара. На входных дверях, стенах помещений, участках, ра- бочих местах, емкостях, производ- ственной таре
Р 03		Проход запрещен	У входа в опасные зоны, помеще- ния, участки и др.
Р 04		Запрещается тушить водой	В местах расположения электро- оборудования, складах и других местах, где нельзя применять воду при тушении горения или пожара
Р 05		Запрещается использовать в качестве питьевой воды	На техническом водопроводе и емкостях с технической водой, не- пригодной для питья и бытовых нужд
Р 06		Доступ посторонним запрещен	На дверях помещений, у входа на объекты, участки и т. п. для обо- значения запрета на вход (проход) в опасные зоны или для обозначе- ния служебного входа (прохода)

Продолжение таблицы 5.2

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Р 07		Запрещается движение средств наполь- ного транспорта	В местах, где запрещается применять средства напольного транс- порта (например, погрузчики или напольные транспортеры)
Р 08		Запрещается прикасаться. Опасно	На оборудовании (узлах оборудо- вания), дверцах, щитах или других поверхностях, прикосновение к которым опасно
Р 09		Запрещается прикасаться. Корпус под на- пряжением	На поверхности корпусов, щитов и т. п., где есть возможность пора- жения электрическим током
Р 10		Не включать!	На пультах управления и включе- ния оборудования или механизмов при ремонтных и пусконаладоч- ных работах
Р 11		Запрещается работа (присутствие) людей со стимуляторами сердечной деятельности	В местах и на оборудовании, где запрещено работать или находить- ся людям с вживленными стиму- ляторами сердечной деятельности
Р 12		Запрещается за- громождать про- ходы и (или) складировать	На пути эвакуации, у выходов, в местах размещения средств про- тивопожарной защиты, аптечек первой медицинской помощи и других местах
Р 13		Запрещается подъем (спуск) людей по шахтному стволу (запрещается транспортировка пассажиров)	На дверях грузовых лифтов и дру- гих подъемных механизмов

Продолжение табл. 5.2

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Р 14		Запрещается вход (проход) с животными	На воротах и дверях зданий, со- оружений, помещений, объектов, территорий и т. п., где не должны находиться животные, где запре- щен вход (проход) вместе с жи- вотными
Р 16		Запрещается работа (присутствие) людей, имеющих металлические имплантанты	На местах, участках и оборудова- нии, где запрещено работать или находиться людям с вживленными металлическими имплантантами
Р 17		Запрещается разбрызгивать воду	На местах и участках, где запре- щено разбрызгивать воду
Р 18		Запрещается пользоваться мобильным (сотовым) телефоном или переносной рацией	На дверях помещений, у входа на объекты, где запрещено пользоваться средствами связи, имею- щими собственные радиочастот- ные электромагнитные поля
Р 21		Запрещение (прочие опасности или опасные действия)	Применять для обозначения опасности, не предусмотренной настоящим стандартом. Знак необходимо использовать вместе с поясняющей надписью или с дополнительным знаком безопасности с поясняющей надписью
Р 27		Запрещается иметь при (на) себе металлические предметы (часы и т. п.)	При входе на объекты, на рабочих местах, оборудовании, приборах и т. п. Область применения знака может быть расширена
Р 30		Запрещается принимать пищу	На местах и участках работ с вредными для здоровья веществами, а также в местах, где прием пищи запрещен. Область применения знака может быть расшире- на

Окончание табл. 5.2

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Р 32		Запрещается подходить к элементам оборудования с маховыми движениями большой амплитуды	На оборудовании и рабочих местах по обслуживанию оборудования с элементами, выполняющими маховые движения большой амплитуды
Р 33		Запрещается брать руками. Сыпучая масса (непрочная упа- ковка)	На производственной таре, в складах и иных местах, где используют сыпучие материалы
Р 34		Запрещается пользоваться лифтом для подъема (спуска) людей	На дверях грузовых лифтов и других подъемных механизмах. Знак входит в состав группового знака безопасности «При пожаре лифтом не пользоваться, выходить по лестнице»

Таблица 5.3

Предупреждающие знаки

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 01		Пожароопасно. Легковоспламеняющиеся ве- щества	Использовать для привлечения внимания к помещениям с легковоспламеняющимися веществами. На входных дверях, дверцах шкафов, емкостях и т. д.

Продолжение табл.5.3

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 02		Взрывоопасно	Использовать для привлечения внимания к взрыво- опасным веществам, а так- же к помещениям и участ- кам. На входных дверях, стенах помещений, дверцах шкафов и т. д.
W 03		Опасно. Ядовитые ве- щества	В местах хранения, выделения, производства и применения ядовитых веществ
W 04		Опасно. Едкие и корро- зионные вещества	В местах хранения, выде- ления, производства и применения едких и корро- зионных веществ
W 05		Опасно. Радиоактивные вещества или ионизи- рующее излучение	На дверях помещений, дверцах шкафов и в других местах, где находятся и применяются радиоактивные вещества или имеется ионизирующее излучение. Допускается применять знак радиационной опасно- сти по ГОСТ 17925
W 06		Опасно. Возможно падение груза	Вблизи опасных зон, где используется подъемно-транспортное оборудование
W 07		Внимание. Автопогруз- чик	В помещениях и на участках, где проводятся погрузочно-разгрузочные работы

Продолжение табл. 5.3

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 08		Опасность поражения электрическим током	На опорах линий электропередачи, электрооборудовании и приборах, дверцах силовых щитков, на элек-тротехнических панелях и шкафах, а также на ограж- дениях токоведущих частей оборудования, механизмов, приборов
W 09		Внимание. Опасность (прочие опасности)	Применять для привлече- ния внимания к прочим ви- дам опасности, не обозна- ченной настоящим стан- дартом. Знак необходимо использовать вместе с дополнительным знаком безопасности с поясняю- щей надписью
W 10		Опасно. Лазерное излу- чение	На дверях помещений, оборудовании, приборах и в других местах, где имеет- ся лазерное излучение
W 11		Пожароопасно. Окисли- тель	На дверях помещений, дверцах шкафов для привлечения внимания на наличие окислителя

Продолжение табл. 5.3

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 12		Внимание. Электромагнитное поле	На дверях помещений, оборудовании, приборах и в других местах, где действуют электромагнитные поля
W 13		Внимание. Магнитное поле	На дверях помещений, оборудовании, приборах и в других местах, где действуют магнитные поля
W 14		Осторожно. Малозаметное препятствие	В местах, где имеются малозаметные препятствия, о которые можно споткнуться
W 15		Осторожно. Возможность падения с высоты	Перед входом на опасные участки и в местах, где возможно падение с высоты
W 16		Осторожно. Биологическая опасность (инфекционные вещества)	В местах хранения, производства или применения вредных для здоровья биологических веществ
W 17		Осторожно. Холод	На дверцах холодильников и морозильных камер, компрессорных агрегатах и других холодильных аппаратах
W 18		Осторожно. Вредные для здоровья аллергические (раздражающие) вещества	В местах хранения, произ- водства или применения вредных для здоровья аллергических (раздражающих) веществ

Продолжение табл. 5.3

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 19		Газовый баллон	На газовых баллонах, скла- дах и участках хранения и применения сжатых или сжиженных газов. Цвет баллона черный или белый, выбирается по ГОСТ 19433
W 20		Осторожно. Аккумуля- торные батареи	В помещениях и на участках изготовления, хранения и применения аккумуля- торных батарей
W 22		Осторожно. Режущие валы	На участках работ и оборудовании, имеющем незащищенные режущие валы
W 23		Внимание. Опасность зажима	На дверцах турникетов и шлагбаумах
W 24		Осторожно. Возможно опрокидывание	На дорогах, рампах, складах, участках, где возможно опрокидывание внутризаводского транспорта
W 25		Внимание. Автоматическое включение (запуск) оборудования	На рабочих местах, оборудовании или отдельных узлах оборудования с автоматическим включением
W 26		Осторожно. Горячая поверхность	На рабочих местах и обо-рудовании, имеющем на-гретые поверхности

Окончание табл.5.3

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 27		Осторожно. Возможно травмирование рук	На оборудовании, узлах оборудования, крышках и дверцах, где возможно получить травму рук
W 28		Осторожно. Скользко	На территории и участках, где имеются скользкие места
29		Осторожно. Возможно затягивание между вращающимися элемен- тами	На рабочих местах и обо- рудовании, имеющем вра- щающиеся элементы, на- пример на валковых мель- ницах
W 30		Осторожно. Сужение проезда (прохода)	На территориях, участках, в цехах и складах, где имеются сужения прохода (проезда) или присутствуют выступающие конструкции, затрудняющие проход (проезд)

Таблица 5.4

Предписывающие знаки

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по при- менению
M 01		Работать в защитных очках	На рабочих местах и участках, где требуется защита органов зрения

Продолжение табл. 5.4

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
М 02		Работать в защитной каске (шлеме)	На рабочих местах и участках, где требуется защита головы
М 03		Работать в защитных наушниках	На рабочих местах и участках с повышенным уровнем шума
М 04		Работать в средствах индивидуальной защиты органов дыхания	На рабочих местах и участках, где требуется защита органов дыхания
М 05		Работать в защитной обуви	На рабочих местах и участках, где необходимо применять средства индивидуальной защиты
М 06		Работать в защитных перчатках	На рабочих местах и участках работ, где требуется защита рук от воздействия вредных или агрессивных сред, защита от возможного поражения электрическим током
М07		Работать в защитной одежде	На рабочих местах и участках, где необходимо применять средства индивидуальной зашиты
М 08		Работать в защитном щитке	На рабочих местах и участках, где необходима защита лица и органов зрения

Продолжение табл. 5.4

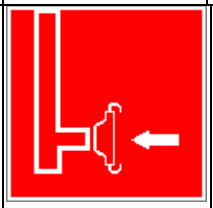
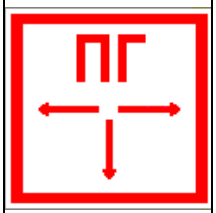
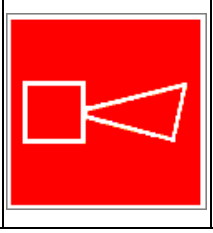
Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
М 09		Работать в предохранительном (страховочном) поясе	На рабочих местах и участках, где для безопасной работы требуется применение предохранительных (страховочных) поясов
М 10		Проход здесь	На территориях и участках, где разрешается проход
М 11		Общий предписывающий знак (прочие предписания)	Для предписаний, не обозначенных настоящим стандартом. Знак необходимо применять вместе с поясняющей надписью на дополнительном знаке безопасности
М 12		Переходить по надземному переходу	На участках и территориях, где установлены надземные переходы
М 13		Отключить штепсельную вилку	На рабочих местах и оборудовании, где требуется отключение от электросети при наладке или остановке электрооборудования и в других случаях
М 14		Отключить перед работой	На рабочих местах и оборудовании при проведении ремонтных или пусконаладочных работ
М 15		Курить здесь	Используется для обозначения места курения на производственных объектах

Таблица 5.5

Знаки пожарной безопасности

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установ- ки) и рекомендации по применению
F 01-01		Направляющая стрелка	Использовать только вместе с другими знаками пожар- ной безопасности для указания направления движе- ния к месту нахождения (размещения) средства противопожарной зашиты
F 01-02		Направляющая стрелка под углом 45°	Использовать только вместе с другими знаками пожарной безопасности для указания направления движения к месту нахождения (размещения) средства противопожарной защиты
F 02		Пожарный кран	В местах нахождения комплекта пожарного крана с пожарным рукавом и стволом
F 03		Пожарная лестница	В местах нахождения пожарной лестницы
F 04		Огнетушитель	В местах размещения огнетушителя
F 05		Телефон для использования при пожаре	В местах размещения телефона, по которому мож- но вызвать пожарную охрану

Продолжение табл. 5.5

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установ- ки) и рекомендации по применению
F 06		Место размещения нескольких средств противопожарной защиты	В местах одновременного нахождения (размещения) нескольких средств противопожарной защиты
F 07		Пожарный водоисточник	В местах нахождения пожарного водоема или пир- са для пожарных машин
F 08		Пожарный сухотрубный стояк	В местах нахождения пожарного сухотрубного стояка
F 09		Пожарный гидрант	У мест нахождения подземных пожарных гидран- тов. На знаке должны быть цифры, обозначающие расстояние от знака до гидранта в метрах
F 10		Кнопка включения установок (систем) пожарной автоматики	В местах ручного пуска установок пожарной сигна- лизации, пожаротушения и (или) систем противодым- ной защиты. В местах (пунктах) подачи сигнала пожарной тревоги
F 11		Звуковой оповещатель пожарной тревоги	В местах нахождения зву- кового оповещателя или совместно со знаком F 10 «Кнопка включения установок (систем) пожарной автоматики»

К знакам пожарной безопасности относят также:

- запрещающие знаки: Р 01 «Запрещается курить», Р 02 «Запрещается пользоваться открытым огнем», Р 04 «Запрещается тушить водой», Р 12 «Запрещается загромождать проходы и (или) складировать»;
- предупреждающие знаки: W 01 «Пожароопасно. Легковоспламеняющиеся вещества», W 02 «Взрывоопасно», W 11 «Пожароопасно. Окислитель»;
- эвакуационные знаки;

Таблица 5.6

Эвакуационные знаки

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Е 01-01		Выход здесь (левосторонний)	Над дверями (или на дверях) эвакуационных выходов, открывающихся с левой стороны. На стенах помещений вместе с направляющей стрелкой для указания направления движения к эвакуа- ционному выходу
Е 01-02		Выход здесь (правосторонний)	Над дверями (или на дверях) эвакуационных выходов, открывающихся с правой стороны. На стенах помещений вместе с направляющей стрелкой для указания направления движения к эвакуационному выходу
Е 02-01		Направляющая стрелка	Использовать только вместе с другими эвакуационными знаками для указания направления движения

Продолжение табл.5.6

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Е 02-02		Направляющая стрелка под углом 45°	Использовать только вместе с другими эвакуационными знаками для указания направления движения
Е 03		Направление к эвакуационному выходу на- право	На стенах помещений для указаниянаправления движения к эвакуационному выходу
Е 04		Направление к эвакуационному выходу налево	На стенах помещений для указания направления движения к эвакуационному выходу
Е 05		Направление к эвакуационному выходу направо вверх	На стенах помещений для указания направления движения к эвакуационному выходу по наклонной плоскости
Е 06		Направление к эвакуационному выходу нале- во вверх	На стенах помещений для указания направления движения к эвакуационному выходу по наклонной плос- кости
Е 07		Направление к эвакуационному выходу на- право вниз	На стенах помещений для указания направления движения к эвакуационному выходу по наклонной плоскости
Е 08		Направление к эвакуационному выходу налево вниз	На стенах помещений для указания направления движения к эвакуационному выходу по наклонной плоскости
Е 09		Указатель двери эвакуа- ционного выхода	Над дверями эвакуацион- ных выходов

Продолжение табл. 5.6.

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Е 10		Указатель двери эвакуационного выхода (левосторонний)	Над дверями эвакуационных выходов
Е 11		Направление к эвакуационному выходу прямо	Над проходами, проемами, в помещениях большой площади. Размещается на верхнем уровне или под- вешивается к потолку
Е 12		Направление к эвакуационному выходу прямо	Над проходами, проемами, в помещениях большой площади. Размещается на верхнем уровне или подвешивается к потолку
Е 13		Направление к эвакуационному выходу по лестнице вниз	На лестничных площадках и стенах, прилегающих к лестничному маршу
Е 14		Направление к эвакуационному выходу по лестнице вниз	На лестничных площадках и стенах, прилегающих к лестничному маршу
Е 15		Направление к эвакуационному выходу по лестнице вверх	На лестничных площадках и стенах, прилегающих к лестничному маршу
Е 16		Направление к эвакуационному выходу по лестнице вверх	На лестничных площадках и стенах, прилегающих к лестничному маршу
Е 17		Для доступа вскрыть здесь	На дверях, стенах помеще- ний и в других местах, где для доступа в помещение или выхода необходимо вскрыть определенную кон- струкцию, например раз- бить стеклянную панель

Продолжение табл. 5.6.

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Е 18		Открывать движением от себя	На дверях помещений для указания направления от- крывания дверей
Е 19		Открывать движением на себя	На дверях помещений для указания направления от- крывания дверей
Е 20		Для открывания сдви- нуть	На дверях помещений для обозначения действий по открыванию сдвижных две- рей
Е 21		Пункт (место) сбора	На дверях, стенах помеще- ний и в других местах для обозначения заранее преду- смотренных пунктов (мест) сбора людей в случае воз- никновения пожара, аварии или другой чрезвычайной ситуации
Е 22		Указатель выхода	Над дверями эвакуацион- ного выхода или в составе комбинированных знаков безопасности для указания направления движения к эвакуационному выходу
Е 23		Указатель запасного выхода	Над дверями запасного выхода

Эвакуационные знаки следует устанавливать в положениях, соответствующих направлению движения к эвакуационному выходу.

Изображение графического символа фигуры человека в дверном проеме на эвакуационных знаках Е 01-01 и Е 01-02 смыслового значения

«Выход здесь» должно совпадать с направлением движения к эвакуационному выходу».

Таблица 5.7

Знаки медицинского и санитарного назначения

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установ- ки) и рекомендации по при-менению
ЕС 01		Аптечка первой медицинской помощи	На стенах, дверях помещений для обозначения мест размещения аптечек первой медицинской помощи
ЕС 02		Средства выноса (эвакуации) пораженных	На дверях и стенах помещений в местах размеще- ния средств выноса (эва- куации) пораженных
ЕС 03		Пункт приема гигиенических процедур (душевые)	На дверях и стенах помещений в местах расположения душевых и т. п.
ЕС 04		Пункт обработки глаз	На дверях и стенах поме- щений в местах распо- жения пункта обработки глаз
ЕС 05		Медицинский кабинет	На дверях медицинских кабинетов
ЕС 06		Телефон связи с медицинским пунктом (скорой медицинской помощью)	В местах установки телефонов

Таблица 5.8.

Указательные знаки

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по при- менению
D 01		Пункт(место) приема пищи	На дверях комнат приема пищи, буфетах, столовых, бытовых помещениях и в других местах, где разре- шается прием пиши
D 02		Питьевая вода	На дверях бытовых помещений и в местах распо- ложения кранов с водой, пригодной для питья и бы- товых нужд (туалеты, душевые, пункты приема пищи и т. д.)
D 03		Место курения	Используется для обозначения места курения на общественных объектах

Порядок выполнения работы

1. Изучить выдержку из ГОСТ Р 12.4.026–01.

2. Проверить усвоение материала, ответив на контрольные вопросы:

В какой цвет окрашено поле предупреждающего знака?

Какой размер имеет сторона треугольника предупреждающего знака № 4, наносимого на тару и оборудование?

Какой цвет имеет символическое изображение на запрещающем знаке?

Какую форму имеет предписывающий знак?

Какую форму имеет запрещающий знак?

Расстояние от наблюдателя до знака составляет 45 м. Какой размер должен иметь внешний диаметр круга запрещающего знака, мм?

Какой цвет имеют символические изображения или поясняю- щие надписи, наносимые на указательные знаки?

Расстояние от наблюдателя до знака составляет 60 м. Какие размеры

(стороны прямоугольника) должен иметь указательный знак, мм?

Какой цвет имеет квадрат, помещенный внутри указательного знака?

Какой размер имеет внешний диаметр круга запрещающего знака № 5, наносимого на производственное оборудование и тару?

3. Составить отчет. Отчет должен включать:

- цель практической работы;
- ответы на вопросы задания;
- зарисовку формы знаков (запрещающего, предупреждающего, предписывающего, указательного) с указанием цвета поля, символов, надпи- сей.

4. Показать отчет преподавателю.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ Р 12.4.026–01. Цвета сигнальные, знаки безопасности и разметка сигнальная. Назначение, правила применения. Общие технические требования и реко- мендации. Методы испытания [Электронный ресурс]. – Доступ из справ.-поисковой системы «Техэксперт».

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6. РАССЛЕДОВАНИЕ И УЧЕТ НЕСЧАСТНЫХ СЛУЧАЕВ НА ПРОИЗВОДСТВЕ

Цель задания - ознакомиться с понятием и причинами возникновения несчастных случаев, порядком их расследования и учет на производстве, также с методами анализа травматизма.

Порядок выполнения задания:

а) изучить и законспектировать общие сведения по пункту 1;

б) изучить методы анализа и рассчитать по вариантам показатели травматизма по пункту 2 (см контр. вопросы к пунктам 1 и 2);

в)изучить «Положением об особенностях расследования несчастных случаев на производстве в отдельных отраслях и организациях» и законспектировать ответы на контрольные вопросы к пункту 3.

Общие сведения о несчастных случаях.

Несчастным случаем на производстве называют случай воздействия на работающего опасного производственного фактора при выполнении работающим трудовых обязанностей или заданий руководителя работы [1].

Повреждение здоровья в результате несчастного случая называют **травмой**. Травма, полученная работающим на производстве, называется **производственной**.

Опасным называют производственный фактор, воздействие которого при определенных условиях на работающего приводит к травме или другому внезапному ухудшению здоровья.

Вредным называют производственный фактор, воздействие которого на работающего приводит к заболеваниям или снижению его трудоспособности. В зависимости от уровня и продолжительности воздействия вредный производственный фактор может стать опасным.

Опасные и вредные производственные факторы (ОВПФ) по природе

действия подразделяют на 4 группы: физические, химические, биологические и психофизиологические.

Производственные травмы в зависимости от характера воздействующих факторов подразделяются на:

а) механические повреждения (ушибы, ранения, вывихи, переломы, сотрясения мозга);

б) поражение электрическим током (электроудар, электротравма);

в) термические повреждения (ожоги пламенем, нагретыми частями оборудования, горячей водой и пр.);

г) химические повреждения (ожоги, острые отравления);

д) комбинированные повреждения (сочетание нескольких опасных факторов).

Производственные травмы по тяжести подразделяются на 6 категорий:

- микротравма (после оказания помощи можно продолжать работу).
- легкая травма (потеря трудоспособности на 1 или несколько дней).
- травма средней тяжести (многодневная потеря трудоспособности);
- тяжелая травма (когда требуется длительное лечение);
- травма, приводящая к инвалидности (частичная или полная утрата трудоспособно-сти);
- смертельная травма.

Причины возникновения производственных травм:

- организационные (нарушение технологического процесса и требований техники безопасности (ТБ), неправильная организация рабочего места и режима труда);
- технические (техническое несовершенство оборудования, неисправность механизмов, отсутствие или не использование защитных средств);
- санитарно-гигиенические (несоответствие условий труда требованиям КЗоТ, системе стандартов по безопасности труда (ССБТ), санитарным нормам(СН), строительным нормам и правилам (СНиП) и др.

- психофизиологические (неудовлетворительное состояние здоровья, переутомление, стресс, опьянение и др.).

Методы анализа показателей травматизма

Разработке мероприятий по улучшению условий труда предшествует необходимый этап - исследование и анализ причин травматизма. Для анализа состояния производственного травматизма применяют методы: статистический, экономический, монографический и топографический.

Статистический метод позволяет количественно оценить повторяемость несчастных случаев по ряду относительных коэффициентов. В результате сравнения полученных коэффициентов за отчетный период с предшествующим периодом можно оценить эффективность профилактических мер. Обычно при этом методе анализа несчастные случаи группируются по однородным признакам: профессиям, видам работ, возрасту, стажу работ, причинам, вызвавшим травму. Простота и наглядность являются несомненным достоинством этого метода. Однако у него есть и недостаток - он не выявляет опасные произ-водственные факторы. Среди основных показателей травматизма, используемых при статистическом методе анализа, являются:

а) коэффициент частоты травматизма - число пострадавших при несчастных случаях за отчетный период на 1ООО работающих, определяется по формуле:

$$K_{\text{ч}} = T_x \cdot \frac{1000}{P_c},$$

где Кч - коэффициент частоты травматизма; Т - число учтенных травм с потерей трудоспособности; Рс - среднесписочное число работающих за отчетный период.

б) коэффициент тяжести травматизма - число человеко-дней нетрудоспособно-сти, которое приходится на один несчастный случай и определяется по формуле:

$$\text{К}_\text{Т} = \frac{\text{Д}}{\text{Т}},$$

где Кт - коэффициент тяжести травматизма; Д - общее количество дней

нетрудоспособности за отчетный период; Т - количество учтенных травм.

в) коэффициент календарной повторяемости несчастных случаев

- показывает через сколько рабочих дней в среднем повторяются несчастные случаи и оп-ределяется по формуле:

$$В = 22{,}5 \cdot \frac{12}{Т},$$

где В - календарная повторяемость несчастных случаев; Т - число несчастных случаев за отчетный период.

г) коэффициент средней повторяемости - показывает на сколько человекодней приходится один несчастный случай, определяется по формуле:

$$B_{ср} = 22{,}5 \cdot 12 \cdot \frac{P_c}{T},$$

где Вср - коэффициент средней повторяемости несчастных случаев; Рс - среднесписочное число работающих за отчетный период; Т - число несчастных случаев за отчетный период.

д) коэффициент опасности работ - характеризуется тяжестью и частотой несчастных случаев, определяется по формуле:

$$О_р = К_Т \cdot Т_х \cdot \frac{100}{Р_с \cdot М \cdot 22{,}5},$$

где Ор - коэффициент опасности работ; Кт - коэффициент тяжести травматизма ; Т - количество учтенных несчастных случаев; Рс - среднесписочное число работающих; М - число месяцев в отчетном периоде.

Таблица 5.0

Исходные данные для расчета показателей травматизма

Показатели	Варианты									
										0
Отчетный период, мес. (М)				2				2		

Число несчастных случаев (Т)				0				1		
Число дней нетрудоспособности (Д)	80	00	80	20	00	50	70	20	60	00
Среднесписочное числоработающих (Рс)	00	00	00	00	00	00	00	00	00	00

Экономический метод анализа производственного травматизма позволяет оценить эффективность финансовых затрат на профилактику травматизма с расходами на органи-зационные и технические мероприятия. Для более полной и глубокой характеристики травматизма экономический метод часто используют в сочетании с монографическим методом.

Монографический метод анализа травматизма состоит в углубленном и всестороннем изучении отдельного производства, цеха или участка. Он включает описание технологического процесса, оборудования и особенностей технологического регламента, описание опасных зон на рабочих местах, также санитарно-гигиенические условия труда. При этом обращается внимание на наличие защитных приспособлений, ограждений и травмоопасных ситуаций

Монографический метод анализа травматизма характеризуется полнотой, но трудоемок. Этот метод позволяет выявить потенциальную опасность не только в действующих производствах, но и на этапе проектирования, тем самым исключить причины травматизма.

Топографический метод анализа травматизма проводится по месту происшествия. При этом все несчастные случаи условными знаками наносятся на план производственного участка или схему механизма в тех местах, где они произошли. В результате этого выявляются опасные зоны, требующие соответствующих защитных мер и особого внимания.

Контрольные вопросы к пунктам 1 и 2

1. Что такое несчастный случай?

2. Что такое опасный производственный фактор?

3. Что такое вредный производственный фактор?

4. На какие группы подразделяются опасные и вредные производственные факторы?

5. Какие различают разновидности производственных травм?

6. Какие выделяют категории производственных травм?

7. Каковы основные причины возникновения производственных травм?

8. Какие существуют методы анализа производственного травматизма ?

9. В чем заключается статистический метод анализа производственного травматизма?

10. Как определяется коэффициент частоты травматизма?

11. Как определяется коэффициент тяжести травматизма?

12. Как определяется коэффициент календарной повторяемости несчастных случаев?

13. Как определяется коэффициент средней повторяемости несчастных случаев?

14. Как определяется коэффициент опасности работ?

15. В чем заключается экономический метод анализа производственного травматизма?

16. В чем заключается монографический метод анализа производственного травматизма?

17. В чем заключается топографический метод анализа производственного травматизма?

Положение об особенностях расследования несчастных случаев на производстве в отдельных отраслях и организациях

Расследование и учет несчастных случаев на производстве проводят в соответствии с “Положением об особенностях расследования несчастных случаев на производстве в отдельных отраслях и организациях”, утвержденного

Постановлением Министерства труда и социального раз-вития Российской Федерации от 24 октября 2002г. №73, а также статьями 227-231 Трудового кодекса РФ (ТК РФ).

Несчастный случай на производстве - это случай, происшедший с работающим вследствие воздействия опасного производственного фактора (для застрахованного – это страховой случай).

Несчастные случаи в зависимости от причин, места и времени происшествия делятся на две группы: несчастные случаи, связанные с работой и несчастные случаи, не связанные с работой (бытовые травмы).

Несчастные случаи, не связанные с производством, но происшедшие на производстве - это несчастные случаи, происшедшие при изготовлении предметов в личных целях, самовольном использовании транспорта предприятия, участии в спортивных мероприятиях на территории предприятия, при хищении имущества предприятия.

Бытовые несчастные случаи - это несчастные случаи, происшедшие в быту (дома) или при нахождении на предприятии вне рабочего времени.

Расследование несчастных случаев на производстве выполняется в соответствии с Трудовым кодексом РФ и «Положением об особенностях расследования несчастных случаев на производстве в отдельных отраслях и организациях», утверждённым постановлением Минтруда России № 73 от 24 октября 2002 года. Этим же постановлением утверждены формы документов, необходимых для расследования и учёта несчастных случаев на производстве.

Расследование несчастного случая может быть достаточно сложным процессом, поскольку интересы пострадавшего и работодателя часто не совпадают.

Действие нормативных актов по расследованию и учёту несчастных случаев на производстве распространяется на:

- работодателей - физических лиц, вступивших в трудовые отношения с работниками;
- уполномоченных работодателем лиц (представители работодателя);

- физических лиц, осуществляющих руководство организацией (руководители организации);
- физических лиц, состоящих в трудовых отношениях с работодателем;
- других лиц, участвующих с ведома работодателя в его производственной деятельности своим личным трудом, правоотношения которых не предполагают заключения трудовых договоров.

Расследованию подлежат травмы, в том числе причиненные другими лицами, включая:

- тепловой удар, ожог, обморожение;
- утопление; поражение электрическим током или молнией;
- укусы, нанесенные животными и насекомыми;
- повреждения, полученные в результате взрывов, аварий и т.п.

Расследованию и учёту подлежат несчастные случаи происшедшие:

- при исполнении трудовых обязанностей, в том числе во время коман-дировки, при ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций;
- на территории организации, в течение рабочего времени, в том числе во время следования на работу и с работы, а также в течение вре-мени, необходимого для приведения в порядок рабочего места;
- при следовании на работу или с работы на транспортном средстве работодателя, а также на личном транспортном средстве при использовании его в производственных целях;
- во время служебных поездок на общественном транспорте, а также при следовании по заданию работодателя к месту выполнения работ и обратно, в том числе пешком;
- при следовании к месту служебной командировки и обратно;
- при следовании на транспортном средстве в качестве сменщика во время междусменного отдыха;
- во время междусменного отдыха при работе вахтовым методом;
- при привлечении к участию в ликвидации последствий

чрезвычайных ситуаций.

Работники организации обязаны незамедлительно извещать руководство о каждом происшедшем несчастном случае, об ухудшении состояния своего здоровья в связи с проявлениями признаков острого заболевания.

О каждом страховом случае работодатель в течение суток обязан сообщить страховщику (фонд социального страхования).

О групповом несчастном случае (пострадало два и более человек), тяжёлом несчастном случае или несчастном случае со смертельным исходом, работодатель в течение суток обязан направить извещение соответственно:

1) о несчастном случае, происшедшем в организации:

- в соответствующую государственную инспекцию труда;
- в прокуратуру по месту происшествия несчастного случая;
- в федеральный орган исполнительной власти по ведомственной принадлежности;
- в орган исполнительной власти субъекта Российской Федерации;
- в организацию, направившую работника, с которым произошел несчастный случай;
- в территориальные объединения организаций профсоюзов;
- в территориальный орган государственного надзора, если несчастный случай произошел в организации (объекте), подконтрольной этому органу;
- страховщику.

2) о несчастном случае, происшедшем у работодателя - физического лица:

- в соответствующую государственную инспекцию труда;
- в прокуратуру по месту нахождения работодателя - физического лица;
- в орган исполнительной власти субъекта Российской Федерации;
- в территориальный орган государственного надзора, если

несчастный случай произошел на объекте, подконтрольном этому органу;

- страховщику.

О групповых несчастных случаях, тяжелых несчастных случаях и несчастных случаях со смертельным исходом также информируется Федеральная инспекция труда Минтруда России.

Если указанные несчастные случаи, произошли в организациях, эксплуатирующих опасные производственные объекты, то соответствующим образом информируются специально уполномоченные органы государственного надзора.

Для расследования несчастного случая на производстве в организации работодатель незамедлительно создает комиссию в составе не менее трех человек. Во всех случаях состав комиссии должен состоять из нечетного числа членов.

В состав комиссии включаются специалист по охране труда организации, представители работодателя, представители профсоюзного органа (коллектива), уполномоченный (доверенный) по охране труда. Комиссию возглавляет работодатель или уполномоченный им представитель. Состав комиссии утверждается приказом работодателя. Руководитель, непосредственно отвечающий за безопасность труда на участке, где произошел несчастный случай, в состав комиссии не включается.

В расследовании несчастного случая на производстве у работодателя - физического лица принимают участие указанный работодатель или уполномоченный его представитель, доверенное лицо пострадавшего, специалист по охране труда, который может привлекаться к расследованию несчастного случая и на договорной основе.

Несчастный случай на производстве, происшедший с лицом, направленным для выполнения работ к другому работодателю, расследуется комиссией, образованной работодателем, у которого произошел несчастный случай. В состав данной комиссии входит уполномоченный представитель работодателя, направившего это лицо.

Несчастные случаи, происшедшие на территории организации с работниками сторонних организаций при исполнении ими задания направившего их работодателя, расследуются комиссией, формируемой этим работодателем.

Несчастные случаи, происшедшие с работниками при выполнении работы по совместительству, расследуются комиссией, формируемой работодателем, у которого фактически производилась работа по совместительству.

Расследование несчастных случаев со студентами, проходящими произ-водственную практику (выполняющими работу под руководством работодателя), проводится комиссиями, формируемыми и возглавляемыми этим работодателем. В состав комиссии включаются представители образовательного учреждения.

Для расследования группового несчастного случая, тяжёлого несчастного случая и несчастного случая со смертельным исходом в комиссию дополнительно включаются:

- государственный инспектор труда, представители органа исполнительной власти субъекта РФ или органа местного самоуправления (по согласованию), представитель территориального объединения профсоюзов. Возглавляет комиссию государственный инспектор труда;
- по требованию пострадавшего (или его родственников) в расследовании несчастного случая может принимать участие его доверенное лицо;
- в случае острого отравления или радиационного воздействия, превысившего установленные нормы, в состав комиссии включается также представитель территориального центра государственного санитарно-эпидемиологического надзора;
- при несчастном случае, происшедшем в организациях на объектах, подконтрольных территориальным органам Федерального горного и промышленного надзора России, состав комиссии утверждается руководителем

соответствующего территориального органа и возглавляет комиссию представитель этого органа;

- при групповом несчастном случае с числом погибших 5 и более человек в состав комиссии включаются также представители Федеральной инспекции труда, федерального органа исполнительной власти по ведомственной принадлежности и общероссийского объединения профсоюзов. Председателем комиссии является главный государственный инспектор труда по субъекту Российской Федерации, а на объектах, подконтрольных территориальному органу Федерального горного и промышленного надзора России, - руководитель этого территориального органа.

При крупных авариях с человеческими жертвами 15 и более человек расследование проводится комиссией, назначаемой Правительством России.

Расследование несчастных случаев (в том числе групповых), в результате которых пострадавшие получили повреждения, отнесенные в соответствии с установленными квалифицирующими признаками к категории легких, проводится в течение трех дней.

Расследование иных несчастных случаев проводится в течение 15 дней. В некоторых случаях председатель комиссии может продлить срок расследования, но не более чем на 15 дней. Несчастные случаи, о которых не было своевременно сообщено работодателю или в результате которых нетрудоспособность наступила не сразу, расследуются по заявлению пострадавшего в течение месяца.

Тяжелые несчастные случаи и несчастные случаи со смертельным исходом, происшедшие с лицами, выполнявшими работу на основе договора гражданско-правового характера, расследуются в установленном порядке государственными инспекторами труда на основании заявления пострадавшего (доверенного лица, членов его семьи).

В ходе расследования несчастного случая комиссия производит осмотр места происшествия, выявляет и опрашивает очевидцев несчастного случая и должностных лиц, знакомится с действующими в организации нормативными и

распорядительными документами, по возможности получает объяснения от пострадавшего.

Расследуются в установленном порядке и по решению комиссии могут квалифицироваться как не связанные с производством:

- смерть вследствие общего заболевания или самоубийства;
- смерть или иное повреждение здоровья, единственной причиной которых явилось алкогольное, наркотическое или иное токсическое опьянение (отравление) работника;
- несчастный случай, происшедший при совершении пострадавшим действий, квалифицированных правоохранительными органами как уголовное правонарушение.

При поступлении жалобы пострадавшего, выявлении сокрытого несчастного случая, установления нарушений порядка расследования и в некоторых иных случаях, государственный инспектор труда, независимо от срока давности несчастного случая, проводит дополнительное расследование.

Несчастные случаи, квалифицированные, как несчастные случаи на производстве, подлежат оформлению актом о несчастном случае на производстве по форме Н-1*.

Акт формы Н-1 составляется комиссией в двух экземплярах. При несчастном случае на производстве с застрахованным работником составляется дополнительный экземпляр акта формы Н-1.

При групповом несчастном случае на производстве акты формы Н-1 составляются на каждого пострадавшего отдельно.

В случае установления факта грубой неосторожности застрахованного работника, содействовавшей возникновению или увеличению размера вреда, причиненного его здоровью, в акте расследования указывается степень его вины в процентах, с учетом заключения профсоюзного или иного уполномоченного застрахованным представительного органа данной организации (не более 25%).

По результатам расследования каждого группового несчастного случая,

тяжелого несчастного случая или несчастного случая со смертельным исхо-дом составляется соответствующий акт в двух экземплярах.

Работодатель в трехдневный срок после завершения расследования несчастного случая на производстве обязан выдать пострадавшему один экземпляр утвержденного им и заверенного печатью акта формы Н-1. Вторые экземпляры акта с копиями материалов расследования хранятся в течение 45 лет работодателем.

При страховых случаях третий экземпляр утвержденного и заверенного печатью акта формы Н-1 работодатель направляет страховщику.

Каждый оформленный в установленном порядке несчастный случай на производстве регистрируются работодателем в журнале регистрации несчастных случаев на производстве и включаются в годовую форму федерального государственного статистического наблюдения за травматизмом на производстве.

В случае ликвидации организации или прекращения работодателем - физическим лицом предпринимательской деятельности оригиналы актов о расследовании несчастных случаев на производстве подлежат передаче на хранение правопреемнику, а при его отсутствии - соответствующему государственному органу.

Государственный надзор и контроль за соблюдением установленного порядка расследования, оформления и учета несчастных случаев на производстве осуществляется органами Федеральной инспекции труда.

Контрольные вопросы к пункту 3

1. Какие несчастные случаи считаются связанными с производством и подлежат расследованию и учету?
2. На кого распространяется действие Положения о порядке расследования и учета несчастных случаев?
3. Как должен действовать работодатель при возникновении несчастного случая на предприятии?
4. Что необходимо сделать сразу же после свершения несчастного

случая на произ-водстве?

5. Куда должен сообщить работодатель и в какие сроки о групповом несчастном случае или несчастном случае со смертельным исходом?

6. Кто несет ответственность за организацию и своевременное расследование и уче-та несчастных случаев?

7. Кто входит в комиссию по расследованию несчастных случаев, каковы ее обязанности?

8. В какие сроки должно быть проведено расследование несчастного случая?

9. Какие несчастные случаи квалифицируются как не связанные с производством?

10. Что делают при установлении грубой неосторожности пострадавшего?

11. В какие сроки и комиссией какого состава расследуются групповые несчастные случаи или со смертельным исходом?

12. Какие условия должен обеспечить работодатель для работы комиссии, проводя-щей расследование несчастного случая?

13. Каким документом оформляются несчастные случаи на производстве?

14. Какой организацией учитывается акт о несчастном случае?

15. В какие сроки и куда должны быть отправлены материалы расследования групповых несчастных случаев?

16. Какие организации и должностные лица разбирают разногласия при оформлении актов по форме Н - 1 ?

17. Каковы полномочия государственного инспектора по охране труда в случае нарушения порядка расследования несчастного случая?

Форма Н-1

Один экземпляр направляется
пострадавшему или его
доверенному лицу

УТВЕРЖДАЮ

_____
(подпись, фамилия, инициалы
работодателя
(его представителя))
"__" _____ 200_ г.

Печать

АКТ N ____
О НЕСЧАСТНОМ СЛУЧАЕ НА ПРОИЗВОДСТВЕ

1. Дата и время несчастного случая _____
_____
(число, месяц, год и время происшествия
несчастного случая,
_____
количество полных часов от начала работы)
2. Организация (работодатель), работником которой является
(являлся) пострадавший _____
(наименование, место нахождения,
юридический адрес, ведомственная
и отраслевая
_____
принадлежность (ОКОНХ основного вида деятельности);
фамилия, инициалы работодателя -
_____
физического лица)
Наименование структурного подразделения _____
_____
3. Организация, направившая работника _____
_____
(наименование, место нахождения, юридический адрес,
отраслевая принадлежность)
4. Лица, проводившие расследование несчастного случая:
_____
(фамилия, инициалы, должности и место работы)
_____
5. Сведения о пострадавшем:
фамилия, имя, отчество _____
пол (мужской, женский) _____
дата рождения _____
профессиональный статус _____
профессия (должность) _____
стаж работы, при выполнении которой произошел несчастный случай
_____,
(число полных лет и месяцев)
в том числе в данной организации _____
(число полных лет и месяцев)
6. Сведения о проведении инструктажей и обучения по охране труда
Вводный инструктаж _____
(число, месяц, год)
Инструктаж на рабочем месте (первичный, повторный, внеплановый,

---------- -------
(нужное подчеркнуть)
целевой)

по профессии или виду работы, при выполнении которой произошел несчастный случай _____
(число, месяц, год)
Стажировка: с "__" _____ 200_ г. по "__" _____ 200_ г.
_____
(если не проводилась - указать)
Обучение по охране труда по профессии или виду работы, при выполнении которой произошел несчастный случай: с "__" _____ 200_ г. по "__" _____ 200_ г. _____
(если не проводилось - указать)
Проверка знаний по охране труда по профессии или виду работы, при выполнении которой произошел несчастный случай _____
(число, месяц, год, N протокола)
7. Краткая характеристика места (объекта), где произошел несчастный случай
_____
(краткое описание места происшествия с указанием опасных и (или) вредных производственных
_____
факторов со ссылкой на сведения, содержащиеся в протоколе осмотра места несчастного случая)
_____
Оборудование, использование которого привело к несчастному случаю
_____
(наименование, тип, марка, год выпуска, организация - изготовитель)
8. Обстоятельства несчастного случая
_____
(краткое изложение обстоятельств, предшествовавших несчастному случаю, описание событий
_____
и действий пострадавшего и других лиц, связанных с несчастным случаем, и другие сведения,
_____
установленные в ходе расследования)
_____
_____
_____
8.1. Вид происшествия _____
_____
8.2. Характер полученных повреждений и орган, подвергшийся повреждению, медицинское заключение о тяжести повреждения здоровья
_____
8.3. Нахождение пострадавшего в состоянии алкогольного или наркотического опьянения _____
(нет, да - указать состояние и степень опьянения в соответствии с заключением по
_____
результатам освидетельствования, проведенного в установленном порядке)
8.4. Очевидцы несчастного случая _____
_____
(фамилия, инициалы, постоянное место жительства,

домашний телефон)
9. Причины несчастного случая _____
(указать основную
и сопутствующие причины
_____
несчастного случая со ссылками на нарушенные требования
законодательных и иных
_____
нормативных правовых актов, локальных нормативных актов)
_____
_____
_____
_____
10. Лица, допустившие нарушение требований охраны труда:
_____
(фамилия, инициалы, должность (профессия) с указанием
требований законодательных,
_____
иных нормативных правовых и локальных нормативных актов,
предусматривающих их
_____
ответственность за нарушения, явившиеся причинами
несчастного случая, указанными в п. 9
_____
настоящего акта; при установлении факта грубой
неосторожности пострадавшего указать
_____
степень его вины в процентах)
_____
Организация (работодатель), работниками которой являются данные
лица
_____
(наименование, адрес)
11. Мероприятия по устранению причин несчастного случая, сроки
_____
_____
_____
_____
_____
_____

Подписи лиц, проводивших
расследование несчастного случая _____
(фамилии, инициалы, дата)
_____

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ 12.О.ОО2 - 8О. Термины и определения.

2. Положение об особенностях расследования несчастных случаев на производстве в отдельных отраслях и организациях

3. И.М.Чижевский, Г.Б.Куликов, Ю.А.Сидорин. Охран труда в полиграфии. М., 1988.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №7. СРЕДСТВА ИНДИВИДУАЛЬНОЙ ЗАЩИТЫ ОРГАНОВ ДЫХАНИЯ

Цель работы – ознакомиться со средствами защиты органов ды- хания и получить практические навыки их использования.

Теоретические положения

Средства индивидуальной защиты (СИЗ) предназначены для защиты человека от попадания внутрь организма, на кожные покровы и повседневную одежду радиоактивных веществ (РВ), отравляющих веществ (ОВ) и бактериальных средств (БС).

По принципу применения средства индивидуальной защиты делятся:

– на средства защиты повседневного применения (промышленные СИЗ);

– средства защиты эпизодического применения (СИЗ для аварийных работ и пострадавших в очагах ЧС).

По объектам защиты средства индивидуальной защиты делятся:

– на средства защиты органов дыхания;

– средства защиты кожи.

По принципу действия средства индивидуальной защиты делятся:

– на фильтрующие (принцип фильтрации состоит в том, что воздух, необходимый для поддержания жизнедеятельности организма человека, очищается от вредных примесей при прохождении через средство защиты);

– изолирующие (средства защиты изолирующего типа полностью изолируют организм человека от окружающей среды с помощью материалов, непроницаемых для воздуха и вредных примесей).

По способу подачи воздуха различают средства индивидуальной

защиты делятся:

– с принудительной подачей воздуха;

– самовсасывающие.

По кратности использования средства индивидуальной защиты

- на СИЗ многократного использования;

- СИЗ однократного использования.

По способу изготовления средства индивидуальной защиты делятся:

- на средства, изготовленные промышленностью;

- простейшие средства, изготовленные из подручных материалов. Кроме средств индивидуальной защиты существуют медицинские средства защиты [1].

Средства защиты органов дыхания.

Фильтрующий противогаз.

Фильтрующий противогаз предназначен для защиты органов дыхания, глаз, кожи лица от воздействия ОВ, РВ, БС, (АХОВ), а также различных вредных примесей, присутствующих в воздухе.

В настоящее время имеются фильтрующие гражданские противогазы различной модификации и промышленные противогазы.

Для защиты населения наибольшее распространение получили фильтрующие противогазы: для взрослого населения – ГП-5 (ГП-5М), ГП-7 (ГП-7В); для детей – ПДФ-Ш, ПДФ-Д, ПДФ-2Ш, ПДФ-2Д, КЗД.

Гражданский противогаз (ГП-5). В состав комплекта входят два основных элемента: фильтрующе-поглощающая коробка ГП-5 и лицевая часть ШМ-62у. Шлем-маска имеет 5 ростов (0, 1, 2, 3, 4). Кроме того, противогаз комплектуется сумкой, наружными утеплительными манжетами (НМУ-1) и коробкой с незапотевающими пленками (рис. 9.1) [2]. У него нет соединительной трубки.

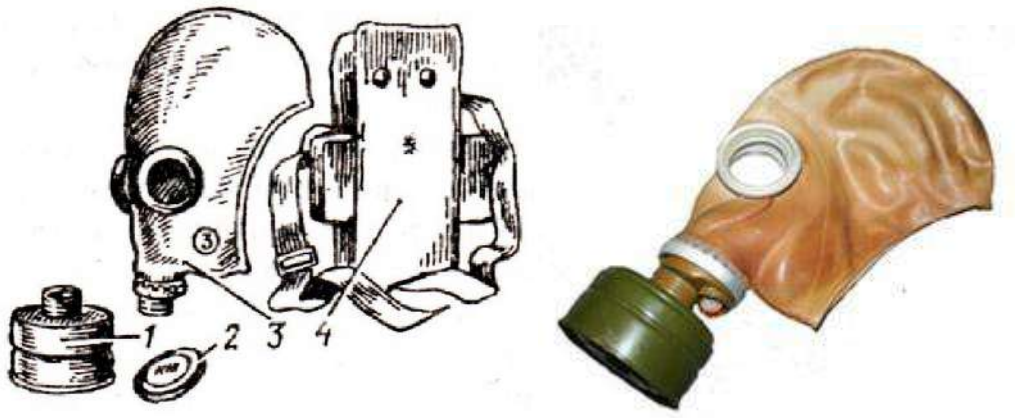


Рис. 7.1 Гражданский фильтрующий противогаз (ГП-5):

1 – фильтрующе-поглощающая коробка ГП-5; 2 - коробка с незапотевающими пленками; 3 – лицевая часть ШМ-62у; 4 – сумка

Внутри фильтрующе-поглощающей коробки ГП-5 расположены противоаэрозольный фильтр и шихта. Лицевая часть ШМ-62у представляет собой шлем-маску, изготовленную на основе резины из натурального или синтетического каучука. В шлем-маску вмонтированы очковый узел и клапанная коробка. Клапанная коробка имеет один вдыхательный и два выдыхательных клапана и служит для распределения потоков воздуха. Незапотевающие пленки изготавливаются из целлюлозы и бывают односторонние (НП) и двусторонние (НПН). Они устанавливаются с внутренней стороны стекол противогаза желатиновым покрытием к глазам и фиксируются прижимными кольцами. Желатин равномерно впитывает конденсированную влагу, тем самым сохраняя прозрачность пленки.

Комплект из 6 пленок упакован в металлическую коробку. Утеплительные манжеты используются только зимой при температуре ниже – 10 °С. Манжета надевается на обойму очков с внешней стороны. Пространство между стеклами манжет и очков предохраняет очки шлем- маски от замерзания.

Гражданский противогаз (ГП-5М). В комплект противогаза входит шлем-маска (ШМ-66Му) с мембранной коробкой для переговорного устройства. В лицевой части сделаны сквозные вырезы для ушных раковин, что обеспечивает нормальную слышимость.

Подгонка противогаза начинается с определения требуемого роста лицевой части. Рост лицевой части типа ШМ-62у, ШМ-66Му определяется по величине вертикального обхвата головы путем ее измерения по замкнутой линии, проходящей через макушку, щеки и подбородок. Измерения округляют до 0,5 см. До 63 см берут нулевой рост, от 63,5 до 65,5 см – первый, от 66 до 68 см – второй, от 68,5 до 70,5 см – третий, от 71 см и более – четвертый.

Перед применением противогаз следует проверить на исправность и герметичность. Осматривая лицевую часть, следует определить ее целостность, обратив внимание на стекла очкового узла. После этого нуж- но проверить клапанную коробку, состояние клапанов. Они не должны быть покороблены, засорены или порваны. На фильтрующе-поглощающей коробке не должно быть вмятин, проколов, в горловине – повреждений. Обращается внимание на то, чтобы в коробке не пересыпались зерна поглотителя.

Наиболее совершенными в настоящее время являются противогазы ГП-7 и ГП-7В. Их основными отличиями являются: более совершенная конструкция и форма шлем-маски, обеспечивающая возможность безопасного приема воды, жидких лекарств, других жидкостей в зараженной зоне без снятия маски. Наличие в комплекте фильтрующе-поглощающих коробок обеспечивает защиту от конкретных видов твердых химических веществ (ТХВ), а также увеличенные сроки работоспособности. Ростовка лицевой части предусматривает три размера. Как и другие типы противогазов, они состоят из фильтрующе- поглощающей коробки и лицевой части.

Гражданский противогаз (ГП-7). В комплект противогаза входят фильтрующе-поглощающая коробка ГП-7к, лицевая часть в виде маски МГП, сумка, защитный трикотажный чехол, коробка с незапотевающими пленками, утеплительные манжеты. Его масса в комплекте без сумки – около 900 г (фильтрующе-поглощающая коробка – 250 г, лицевая часть – 600 г).

Фильтрующе-поглощающая коробка ГП-7к по конструкции аналогична коробке ГП-5, но с улучшенными характеристиками, уменьшено ее сопротивление, что облегчает дыхание. Лицевая часть МГП представляет собой маску объемного типа с «независимым» обтюратором, с наголовником (предназначен для закрепления лицевой части) в виде резиновой пластины с пятью лямками (лобная, две височные, две щечные), с очковым узлом, переговорным устройством (мембраной), узлами клапана вдоха и выдоха, прижимными кольцами для закрепления незапотевающих пленок (рис. 9.2) [2]. «Независимый» обтюратор представляет собой полосу тонкой резины и служит для создания надежной герметизации лицевой части на голове. При этом механическое воздействие лицевой части на голову очень незначительно. На каждой лямке с интервалом в 1 см нанесены упоры ступенчатого типа, которые предназначены для надежного закрепления их в пряжках. У каждого упора имеется цифра, указывающая его порядковый номер. Это позволяет точно фиксировать нужное положение лямок при подгонке маски. Нумерация цифр идет от свободного конца лямки к затылочной пластине. Гидрофобный трикотажный чехол надевается на фильтрующе-поглощающую коробку и предохраняет ее от заражения, снега, пыли и влаги.

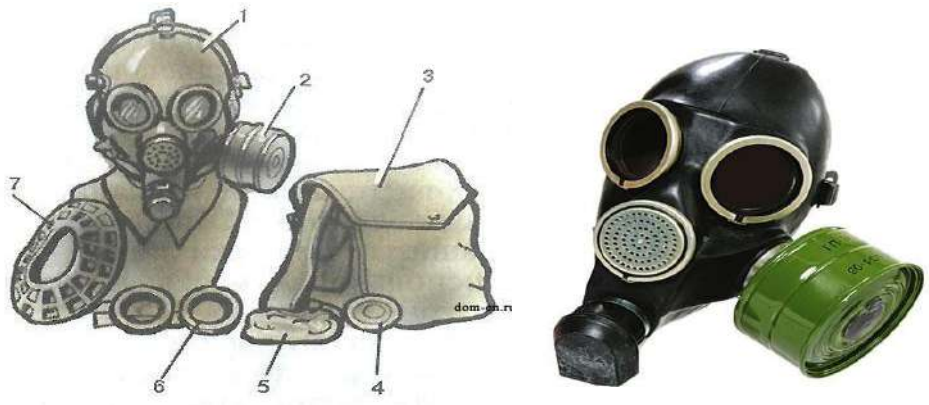


Рис. 7.2. Противогаз ГП-7:

1 – лицевая часть; *2* – фильтрующе-поглощающая коробка; *3* – сумка; *4* – коробка с незапотевающими пленками; *5* – трикотажный чехол; *6* – утеплительные манжеты

Гражданский фильтрующий противогаз (ГП-7, ГП-7В, ГП-7ВМ) – это одна из самых последних и совершенных моделей противогазов для населения. В реальных условиях он обеспечивают высокую защиту от паров отравляющих веществ нервнопаралитического действия (типа зарин, зоман и др.), общеядовитого действия (хлорциан, синильная кислота и др.), радиоактивных веществ (радионуклидов йода и его органических соедине- ний (типа йодистый метил и др.)); от капель отравляющих веществ кожно- нарывного действия (иприт и др.), бактериальных, аварийных химически опасных веществ (АХОВ). ГП-7 имеет малое сопротивление дыханию, обеспечивает надежную герметизацию и небольшое давление лицевой час- ти на голову. Благодаря этому им могут пользоваться люди старше 60 лет и больные с легочными и сердечно-сосудистыми заболеваниями. Подбор лицевой части необходимого типоразмера ГП-7 осуществляется на основа- нии результатов измерения мягкой сантиметровой лентой горизонтального и вертикального обхвата головы.

Правила определения размера противогаза.

Для определения размера противогаза нужно знать горизонталь- ный и вертикальный обхват головы. Горизонтальный обхват измеряется по замкнутой линии, которая проходит спереди по надбровным дугам, сбоку чуть выше (на 2–3 см) ушной раковины и сзади по наиболее выступающей части головы. А вертикальный обхват можно определить посредством из- мерения длины вертикальной линии, проходящей через подбородок, щеки и макушку. Полученные измерения следует округлить так, чтобы послед- няя цифра была 0 или 5. Затем нужно сложить оба результата и посмот- реть, какой размер противогаза вам нужен [3]:

- менее 1190 мм – первый размер;
- от 1195 до 1210 мм – второй размер;
- от 1215 до 1235 мм – третий размер;
- от 1240 до 1260 мм – четвертый размер;
- от 1265 до 1285 мм – пятый размер;

- от 1290 до 1310 мм – шестой размер.

Надевается противогаз после сигнала «Химическая тревога» по команде «Газы», либо по своей инициативе. Вынув противогаз из специальной сумки, следует взять шлем-маску за его нижнюю часть так, чтобы большие пальцы рук находились снаружи, а остальные были внутри. Далее нужно приложить нижнюю часть шлема-маски под подбородок и натянуть его на голову резким движением рук вверх.

Учитывая то, что операции, которые описаны выше, придется проводить вслепую, нужно достаточно долго тренироваться. Хотя все зависит от человека и степени его обучаемости. Хорошо попрактиковавшись, можно приблизиться к армейским нормативам на надевание противогаза – около 7–10 с. Наличие у противогаза переговорного устройства (мембра- ны) обеспечивает четкое понимание передаваемой речи, значительно облегчает пользование средствами связи (телефон, радио).

Гражданские противогазы ГП-7В, ГП-7ВМ, УЗС-ВК, КЗД-6, фильтр ДОТ, фильтр ВК, ДПГ-3 (рис. 7.3). ГП-7В отличается от ГП-7 тем, что в нем лицевая часть МГП-В имеет устройство для приема воды, пред- ставляющее собой резиновую трубку с мундштуком и ниппелем.

ГП-7ВМ отличается от ГП-7В тем, что маска М-80 имеет очковый узел в виде трапециевидных изогнутых стекол, обеспечивающих возможность работы с оптическими приборами.

Гражданский фильтрующий противогаз ГП-7 обеспечивает защиту органов дыхания, глаз и кожи лица человека от вредных веществ и приме- сей, находящихся в воздухе. Это проверенная временем и надежная модель противогаза для гражданского населения.






а *б* *в* *г*







д *е* *ж*

Рис. 7.3. Гражданские противогазы:

а – ГП-7(В, ВМ); *б* – УЗС-ВК; *в* – ПДФ-2; г – КЗД-6; *д* – фильтр ДОТ; *е* – фильтр ВК; *ж* – ДПГ-3;

Подбор лицевой части необходимого типоразмера ГП-7 осуществляется на основании результатов измерения мягкой сантиметровой лентой горизонтального и вертикального обхвата головы. Горизонтальный обхват определяется измерением головы по замкнутой линии, проходящей спереди по надбровным дугам, сбоку на 2–3 см выше края ушной раковины и сзади через наиболее выступающую точку головы. Вертикальный обхват определяется измерением головы по замкнутой линии, проходящей через макушку, щеки и подбородок. Измерения округляются с точностью до 5 мм. По сумме двух измерений устанавливают нужный типоразмер (табл. 7.0). [4].

Правильно подобранная шлем-маска (маска) должна плотно прилегать к лицу и исключать возможность проникновения наружного воздуха в органы дыхания, минуя фильтрующе-поглощающую коробку.

Таблица 7.0

Типоразмеры противогазов

Рост лицевой части		1		2		3		
Положение упоров лямок	ГП-7, ГП-7В	4-8-8	3-7-8	3-7-8	3-6-7	3-6-7	3-5-6	3-4-5
	ГП-7ВМ	4-8-6	3-7-6	3-7-6	3-6-5	3-6-5	3-5-4	3-4-3
Сумма горизонтального и вертикального обхвата головы		До 1185	1190–1210	121–1235	1240–1260	1265–1285	1290–1310	1310 и более

*Примечание. П*оложение лямок наголовника устанавливают при подгонке противогаза.

Противогаз УЗС-ВК – аварийно-спасательное средство многоразового действия, применяется для защиты органов дыхания человека от вредных веществ, может использоваться во всех климатических зонах.

Противогаз ПДФ-2 предназначен для защиты органов дыхания, зрения и лица детей (старше 1,5 года) от отравляющих веществ (ОВ), опасных биологических веществ (ОБВ), радиоактивной пыли (РП).

Камера защитная детская (КЗД-6) предназначена для защиты детей в возрасте до 1,5 года от отравляющих веществ, радиоактивной пыли и бактериальных средств. Детская защитная камера похожа на обычную сумку, поэтому переносить ребенка в ней очень удобно.

Дополнительный патрон (ДПГ-3) предназначен для использования в комплекте с ГП-7, ГП-7В и детскими противогазами, для защиты органов дыхания, кожи лица и глаз человека от сильнодействующих ядовитых веществ: аммиака, диметиламина, нитробензола.

Фильтр ДОТ соответствует новым ГОСТам, гармонизированным с европейскими стандартами EN141, EN143. Он значительно эффективнее по сравнению с противогазовыми коробками, выпускаемыми по старым ГОСТа, за счет уникальных поглотителей от отравляющих веществ, опас- ных биологических веществ, радиоактивной пыли, сильнодействующих ядовитых веществ.

Фильтр ВК предназначен для очистки вдыхаемого воздуха от органических газов и паров с температурой кипения выше 65 ^{o}C (циклогек- сан, бензол, ксилол, толуол, бензин, керосин, галоидоорганические соеди- нения (хлорпикрин, хлорацетофенон и т. п.), нитросоединения бензола).

Промышленные противогазы. Существует несколько марок промышленных фильтрующих противогазов, которые являются индивидуальным средством защиты органов дыхания и зрения рабочих различных отраслей промышленности, сельского хозяйства от воздействия

вредных веществ (газы, пары, пыль, дым и туман), присутствующих в воздухе.

Запрещается применять промышленные противогазы при недостатке кислорода в воздухе (менее 18 %), например при работах в емкостях, цистернах, колодцах и других изолированных помещениях.

Не допускается применение промышленных противогазов для защиты от низкокипящих жидкостей, плохо сорбирующихся органических веществ, например метана, этилена, ацетилена. Не рекомендуется работать в таких противогазах, если состав газов и паров вредных веществ неизвестен (Рис. 7.4).



ППФМ-92 ПФМГ-96 ПФСГ-98 ППФ-95

Рис. 7.4. Промышленные противогазы

Противогазы ППФМ-92, ПФМГ-96, ПФСГ-98 предназначены для защиты органов дыхания, глаз и лица человека от вредных газо- и парооб- разных веществ и аэрозолей, присутствующих в воздухе рабочей зоны. ППФ-95 предназначены для защиты органов дыхания, зрения и лица рабо- чих различных отраслей промышленности и сельского хозяйства от воз- действия вредных газов, паров, пыли, дыма и тумана, присутствующих в воздухе. Фильтрующие противогазы надежны в атмосфере, содержащей не менее 18 % кислорода.

Промышленный противогаз состоит из снаряженной коробки, лицевой части (шлем-маски) с соединительной трубкой и сумки. Фильтрующая коробка служит для очистки воздуха, вдыхаемого человеком, от ядовитых веществ и вредных примесей. В зависимости от состава этих примесей она может содержать один или несколько специальных поглотителей или сочетание поглотителя с аэрозольным фильтром. При этом коробки строго специализированы по составу поглотителей, а поэтому отличаются друг от

друга окраской и маркировкой. Шлем-маски промышленных противогазов изготавливаются пяти ростов – 0, 1, 2, 3, 4. Чтобы подобрать шлем-маску, надо мягкой сантиметровой линейкой произвести два измерения головы. Вначале определить длину круговой линии, проходящей по подбородку, щекам и через высшую точку головы (макушку). Затем измерить длину полуокружности, проходящей от отверстия одного уха к отверстию другого по лбу через надбровные дуги. Результаты двух обмеров суммируют и находят требуемый рост шлем-маски.

При сумме до 93 см размер нулевой, от 93 до 95 см – первый, от 95 до 99 см – второй, от 99 до 103 см – третий, от 103 и выше – четвертый [4].

Противогазы комплектуют коробками двух размеров (большая и малая) и трех типов: без аэрозольного фильтра, с аэрозольным фильтром (на коробке белая вертикальная полоса), без аэрозольного фильтра с уменьшенным сопротивлением дыханию (имеет индекс 8 в маркировке). В зависимости от вида вредного вещества выпускают коробки следующих марок: А, В, Г, Е, КД, СО, М (табл. 9.2) [5].

Коробки марок А, В, Г, Е, КД изготавливаются как с аэрозольными фильтрами, так и без них; коробка БКФ – только с аэрозольными фильтрами; коробки СО и М – без аэрозольных фильтров. Белая вертикальная полоса на коробке означает, что она оснащена аэрозольным фильтром.

Таблица 7.1

Характеристика промышленных противогазов

Марка противогаза	Маркировка и окраска	Соединения, от которых защищают ПП
А	Коричневая	Пары органических соединений (бензин, керосин, ацетон, бензол, толуол, ксилол, сероуглерод, спирты, эфиры, галоидоорганические соединения, нитросоединения бензола и его гомологи, тетроэтилсвинец, фосфор- и хлорорганические ядохимикаты)

Продолжение табл. 7.1

Марка противогаза	Маркировка и окраска	Соединения, от которых защищают ПП
В	Желтая	Кислые газы и пары (диоксида серы, гидрид серы, хлор, циан гидрида, окислы азота, хлориды водорода, фосген), фосфор- и хлорорганические ядохимикаты
Г	Черно-желтая	Пары ртути и ртутьорганическе ядохимикаты на основе этилмеркурхлорида
Е	Черная	Гидрид мышьяка и гидрид фосфора
К	Зеленая	Аммиак, а также пыль, дым, туман
КД	Серая, с бе- лой поло- сой	Аммиак и сероводород
БКФ	Защитная, с белой полосой	Кислые газы и пары, пары органических веществ, гидрид мышьяка, гидрид фосфора, пыль, дым, туман
СО	Белая	Оксид углерода
М	Красная	Оксид углерода в присутствии паров органических ве- ществ, кислые газы, аммиак, гидрид мышьяка, гидрид фосфора, пары органических соединений (бензин, керо- син, ацетон, бензол, ксилол, сероуглерод, толуол, спирты, эфиры, анилин, соединения бензола и его гомологи)
П-2У	Красная с белой поло- сой	Пары карбонилов никеля и железа, оксид углерода и со-путствующие аэрозоли
Б	Синяя	Бороводороды: диборан, пентаборан, этилентаборан, ди-этилдекаборан и их аэрозоли
УМ	Защитная	Пары и аэрозоли гептила, амил, самин, нитромеланж, амидол
ГФ	Голубая	Газообразный гексафторид урана, фтор, фтористый водо- род, радиоактивные аэрозоли

Пользование противогазом. Подобрав шлем-маску, ее обязательно

примеряют. Новую лицевую часть предварительно необходимо протереть снаружи и внутри чистой тряпочкой или тампоном ваты, смоченным в воде, а клапаны выдоха продуть. Шлем-маску, бывшую в употреблении, следует отсоединить от коробки, протереть двухпроцентным раствором формалина или промыть водой с мылом и просушить.

При сборке противогаза шлем-маску берут в левую руку за клапанную коробку, а правой рукой ввинчивают до отказа фильтрующе- поглощающую коробку навинтованной горловиной в патрубок клапанной коробки шлем-маски.

При переводе противогаза в «боевое» положение необходимо:

– снять головной убор и зажать его между коленями или положить рядом;

– убрать волосы со лба и висков, женщинам следует гладко

– зачесать волосы назад, заколки и украшения снять (их попадание под обтюратор приведет к нарушению герметичности);

– вынуть шлем-маску из сумки, взять ее обеими руками за утолщенные края у нижней части так, чтобы большие пальцы рук были с наружной стороны, а остальные – внутри. Подвести шлем-маску к подбородку и резким движением рук вверх и назад натянуть ее на голову так, чтобы не было складок, а очки пришлись против глаз (ГП-5, ГП-5М);

– для правильного надевания ГП-7 надо взять лицевую часть обеими руками за щечные лямки так, чтобы большие пальцы захватывали их изнутри. Задержать дыхание, закрыть глаза. Затем зафиксировать подбородок в нижнем углублении обтюратора и движением рук вверх и назад натянуть наголовник на голову и подтянуть до упора щечные лямки;

– сделать полный выдох (для удаления зараженного воздуха из-под шлем-маски, если он туда попал в момент надевания), открыть глаза и возобновить дыхание;

– надеть головной убор, застегнуть сумку и закрепить ее на туловище.

Дополнительные патроны

В результате развития химической и нефтехимической промышленности

в производстве увеличено применение химических веществ. Многие из них по своим свойствам вредны для здоровья людей. Их называют сильнодействующими ядовитыми веществами (СДЯВ).

С целью расширения возможностей гражданских противогазов по защите от СДЯВ для них введены дополнительные патроны (ДПГ-1 и ДПГ-3).

ДПГ-1 в комплекте с противогазом защищает от двуокиси азота, метила хлористого, окиси углерода и окиси этилена. ДПГ-3 в комплекте с противогазом защищает от аммиака, хлора, диметиламина, нитробензола, сероводорода, сероуглерода, синильной кислоты, тетраэтилсвинца, фенола, фурфурола, хлористого водорода.

Внутри патрона ДПГ-1 два слоя шихты – специальный поглотитель и гопкалит. В ДПГ-3 только один слой поглотителя. Чтобы защитить шихту от увлажнения при хранении, горловины должны быть постоянно закрытыми: наружная – с навинченным колпачком с прокладкой, внутренняя – с ввернутой заглушкой [6].

Изолирующие противогазы. Изолирующие противогазы (ИП) являются специальными средствами защиты органов дыхания, глаз и кожи лица от любых вредных примесей, находящихся в воздухе независимо от их свойств и концентраций. Они используются также в тех случаях, когда невозможно применение фильтрующих противогазов, например при наличии в воздухе очень высоких концентраций отравляющих веществ или любой вредной примеси, кислорода менее 16 %, а также при работе под водой на небольшой глубине. Виды противогазов представлены на Рис. 7.5.



ИП-4М ИП-6 ПДА-3М

Рис. 9.5. Изолирующие противогазы

Изолирующие противогазы используют в случае, когда фильтрующие противогазы не обеспечивают должной степени защиты, или когда в воздухе недостаточно кислорода. Источником кислорода в таком противогазе служит патрон, снаряженный специальным веществом. Для нужд населения выпускают ИП-4М, ИП-4МК, ИП-5, ИП-6, ИП-7, ПДА- 3М.

Действие изолирующих противогазов основано на использовании химически связанного кислорода. Они имеют замкнутую маятниковую схему дыхания: выдыхаемый воздух попадает в регенеративный патрон, вещество которое содержится в нем поглощает углекислый газ и влагу, а взамен выделяет необходимый для дыхания кислород. Затем дыхательная смесь попадает в дыхательный мешок. При вдохе газовая смесь из дыхательного мешка снова проходит через регенеративный патрон, дополнительно очищается и поступает для дыхания. Материалы, из которых изготовлены противогазы, не оказывают отрицательного воздействия на организм. Применение незапотевающих пленок, а при отрицательных температурах и утеплительных манжет сохраняет прозрачность стекол в течение всего времени работы в противогазе при любой физической нагрузке. Грантируется высокая эксплуатационная безопасность.

ИП-4М, ИП-4МК используют при авариях, стихийных бедствиях. ИП-5, ИП-6 предназначены для защиты органов дыхания, кожи лица и глаз человека в непригодной для дыхания атмосфере независимо от состава и концентрации вредных веществ в воздухе, а также при недостатке или отсутствии кислорода. Портативный дыхательный аппарат (ПДА-3М) предназначен для экстренной защиты органов дыхания, зрения и кожи лица человека в непригодной для дыхания атмосфере при эвакуации из опасной зоны, выполнении аварийных работ, а также в ожидании помощи [5].

По принципу действия изолирующие противогазы делятся на две группы: ИП-5); КИП-8).

- противогазы на основе химически связанного кислорода (ИП-4,

- противогазы на основе сжатого кислорода или воздуха (КИП-7, Исходя из принципа защитного действия, основанного на полной изоляции органов дыхания от окружающей среды, время пребывания в изолирующем противогазе зависит не от физико-химических свойств ОВ,РВ, БС и их концентраций, а от запаса кислорода и характера выполняемой работы.

Противогазы шланговые изолирующие презназначены для защиты органов дыхания, глаз и кожи человека от любых вредных примесей в воздухе независимо от их концентрации, а также для работы в условиях недостатка кислорода в воздухе рабочей зоны. Комплектуются возду- ходводящим шлангом длиной 10 или 20 м на барабане или в сумке.

Респираторы.

Респираторы представляют собой облегченное средство защиты органов дыхания от вредных газов, паров, аэрозолей и пыли (рис. 7.6).

Респираторы делятся на два типа. Первый – это респираторы, у которых полумаска и фильтрующий элемент одновременно служат и лицевой частью. Второй – это респираторы, которые очищают вдыхаемый воздух в фильтрующих патронах, присоединяемых к полумаске.



Рис. 7.6. Респираторы:

а – «Кама»; б – «Снежок»; в – У-2к; г – РП-КМ; д – Ф-62Ш; е – «Ас- тра 2»; ж – РПГ-67; з – РУ-6 Ом

Респираторы по назначению делят на следующие виды [5]:

противоаэрозольные – для защиты органов дыхания от пыли, дыма, тумана, содержащих токсичные, бактериальные и другие опасные элементы, за счет пропускания вдыхаемого воздуха через фильтр из специального материала (респираторы «Лепесток», «Кама», «Снежок-П», У-2к, «Астра-2», Ф-62ш, РПА-1 и др.). Для фильтров в таких респираторах ис- пользуют материалы типа ФП (фильтр Петрянова), обладающие высокой эластичностью, механической прочностью, большой пылеемкостью, стой- костью к химическим агрессивным веществам и прекрасными фильтрую- щими свойствами;

противогазовые – для защиты от паров и газов за счет фильтрования вдыхаемого воздуха через фильтрпатроны различных марок, различающихся составом адсорбирующего материала. При этом фильтр-патрон каждой марки защищает от газов только определенного вида (РПГ-67);

универсальные – одновременно защищают от аэрозолей и отдель- ных видов газов и паров. Респираторы имеют противоаэрозольный фильтр и сменные противогазовые патроны разных марок (РУ-60м) или противо- газовые фильтры из ионообменного волокнистого материала («Снежок- ГП», «Лепесток-Г»).

По конструктивному оформлению различают респираторы двух типов:

фильтрующие маски – их фильтрующий элемент одновременно служит лицевой частью;

патронные – самостоятельно выполненные лицевая часть и фильтрующий элемент.

По характеру вентилирования подмасочного пространства респи- раторы делят на бесклапанные (вдыхаемый и выдыхаемый воздух прохо- дит через фильтрующий элемент) и клапанные (вдыхаемый и выдыхаемый воздух движется по различным каналам благодаря системе клапанов вдоха и выдоха).

В зависимости от срока службы различают респираторы одноразо- вого (типа «Лепесток», «Кама», У-2к и т. п.) и многоразового пользования, в которых предусмотрена возможность замены фильтров или их много- кратная регенерация (Ф-62ш, «Астра-2», РУ-60м и др.).

Респираторы ШБ-1, «Лепесток-5», «Лепесток-40» и «Лепесток-200» одинаковы и представляют собой сплошную легкую полумаску- фильтр из материала ФПП (фильтрующее полотно Петрянова). В нерабо- чем состоянии респиратор имеет вид круга. Каркасность его в рабочем со- стоянии обеспечивают пластмассовая распорка и алюминиевая пластина. Плотное прилегание респиратора к лицу достигается при помощи резино- вого шнура, вшитого в периметр круга, а также благодаря электростатиче- скому заряду материала ФПП, который образует полосу обтюрации. На го- лове респиратор крепят четырьмя шнурами.

Противоаэрозольные респираторы. В качестве фильтров в респираторах используют тонковолокнистые фильтровальные материалы. Наибольшее распространение получили полимерные фильтровальные материалы типа ФП (фильтр Петрянова) благодаря их хорошей эластичности, большой пылеемкости, а главное, высоким фильтрующим свойствам. Важной отличительной особенностью материалов ФП, изготовленных из перхлорвинила и других полимеров, обладающих изоляционными свойствами, является то, что они несут электростатические заряды, которые резко повышают эффективность улавливания аэрозолей и пыли.

Респиратор противопылевый У-2К (в гражданской обороне Р-2) обеспечивает защиту органов дыхания от силикатной, металлургической, горнорудной, угольной, радиоактивной и другой пыли, от некоторых бактериальных средств, дустов и порошкообразных удобрений, не выделяющих токсичные газы и пары. Использовать респиратор целесообразно при кратковременных работах небольшой интенсивности и запыленности воздуха. Не рекомендуется применять, когда в атмосфере сильная влага.

Респиратор представляет собой фильтрующую полумаску, наружный фильтр которой изготовлен из полиуретанового поропласта зеленого цвета, а внутренняя его часть – из тонкой воздухонепроницаемой полиэтиленовой пленки, в которую вмонтированы два клапана вдоха (рис. 9.7). Клапан выдоха размещен в передней части полумаски и защищен экраном. Между поропластом и полиэтиленовой пленкой расположен второй фильтрующий слой из материала ФП. Для плотного прилегания респиратора к лицу в области переносицы имеется носовой зажим – фигурная алюминиевая пластина. Респиратор крепится при помощи регулируемого оголовья.



Рис. 7.7. Респираторы У-2К (Р-2)

Респираторы У-2К изготавливаются трех ростов, которые обозначаются на внутренней подбородочной части полумаски. Определение роста производится путем измерения высоты лица человека, т. е. расстояния между точкой наибольшего углубления переносицы и самой нижней точкой подбородка. При величине измерения от 99 до 109 мм берут первый рост, от 109 до 119 мм – второй, от 119 и выше – третий.

Принцип действия респиратора основан на том, что при вдохе воздух последовательно проходит через фильтрующий полиуретановый слой маски, где очищается от грубодисперсной пыли, а затем через фильтрующий полимерный материал (ФП), в котором происходит очистка воздуха от тонкодисперсной пыли. После очистки вдыхаемый воздух через клапаны вдоха попадает в подмасочное пространство и в органы дыхания.

При выдохе воздух из подмасочного пространства выходит через клапан выдоха наружу.

Чтобы подогнать респиратор У-2К (Р-2), нужно:

- вынуть его из полиэтиленового мешочка и проверить его исправность, надеть полумаску на лицо так, чтобы подбородок и нос разместились внутри нее, одна нерастягивающаяся тесьма оголовья располагалась бы на теменной части головы, а другая – на затылочной;
- с помощью пряжек, имеющихся на тесемках, отрегулировать их длину (для чего следует снять полумаску) таким образом, чтобы надетая полумаска плотно прилегала к лицу;
- на подогнанной надетой полумаске прижать концы носового зажима к носу.

Для проверки плотности прилегания респиратора к лицу необходимо плотно закрыть отверстия предохранительного экрана клапана выдоха ладо- нью и сделать легкий выдох. Если при этом по линии прилегания полумаски к лицу воздух не выходит, а лишь несколько раздувает респиратор, значит, он надет герметично. Если воздух проходит в области носа, то надо плотнее прижать концы носового зажима.

После снятия респиратора необходимо удалить пыль с наружной части полумаски с помощью щетки или вытряхиванием. Внутреннюю поверхность необходимо протереть и просушить, после чего респиратор необходимо вложить в полиэтиленовый пакет, который закрывается кольцом. Противоаэрозольный респиратор Ф-62Ш (однопатронный) – это средство индивидуальной защиты органов дыхания человека от различных видов промышленных пылей, он не защищает от газов, паров вредных ве- ществ, аэрозолей органических соединений. Предназначен для защиты от силикатной, металлургической, горнорудной, угольной, табачной пыли, пыли порошкообразных удобрений и интоксицидов, а также других видов пыли, не выделяющих токсичных газов. Широко применяется шахтерами. Респиратор противоаэрозольный ФА-2002

предназначен для защиты лица, глаз, органов дыхания от аэрозолей различной природы (пыль, дым, туман) при их суммарной концентрации не более 15 ПДК и при концентрации кислорода не менее 17 % (Рис. 7.8).



Ф-62Ш



ФА-2002

Рис. 7.8. Респираторы противоаэрозольные Ф-62Ш и ФА-2002

Универсальные респираторы

Газопылезащитные респираторы занимают как бы промежуточное положение между респираторами противопылевыми и противогазами. Они легче, проще и удобнее в использовании, чем противогаз. Однако защищают только органы дыхания при концентрации вредных веществ не более 10–15 ПДК. Глаза, лицо остаются открытыми. Вместе с тем такие респираторы во многих случаях довольно надежно предохраняют человека в газовой и пылегазовой среде.

Респиратор газопылезащитный РУ-60М (рис. 7.9) защищает органы дыхания от воздействия вредных веществ, присутствующих в воздухе одновременно в виде паров, газов и аэрозолей (пыли, дыма, тумана).



Рис. 7.9. Респиратор газопылезащитный (РУ-60М)

Запрещается применять эти респираторы для защиты от высокотоксичных веществ типа синильной кислоты, мышьяковистого, фосфористого, цианистого водорода, тетраэтилсвинца, низкомолекулярных углеводородов (метан, этан), а также от веществ, которые в парогазообразном состоянии могут проникнуть в организм через неповрежденную

кожу. Респиратор РУ-60М состоит из резиновой полумаски, обтюратора, поглощающих патронов (марки А, В, КД, Г), пластмассовых манжет с клапанами вдоха, клапана выдоха с предохранительным экраном и оголовья. С этими респираторами разрешается работать в средах, где концентрация пыли не более 100 мг/м^3.

Противогазовые респираторы. Респиратор противогазовый (РПГ-

67) – это средство индивидуальной защиты, применяется на предприятиях химической, металлургической и в других отраслях производства при концентрациях вредных веществ, не превышаю-

щих 10–15 ПДК.

Газодымозащитный комплект. Статистика показывает, что пожары с большим количеством человеческих жертв чаще всего встречаются в гостиницах, театрах, универсамах, ресторанах, вечерних клубах, учебных заведениях, на предприятиях, использующих легковоспламеняю- щиеся материалы.

Помещения быстро заполняются окисью углерода и другими токсическими газами. Люди гибнут от отравлений. Чтобы защитить органы дыхания и глаза от ядовитых газов, а голову человека от огня при выходе из горящего помещения, создан специальный газодымозащитный комплект (Рис. 9.10).



Рис. 9.10 Газодымозащитный комплект

Газодымозащитный комплект (ГДЗК) состоит из огнестойкого капюшона с прозрачной смотровой пленкой. В нижней части расположена эластичная манжета.

Внутри капюшона находится резиновая полумаска, в которой закреплен фильтрующе-сорбирующий патрон с клапаном вдоха. ГДЗК имеет регулируемое оголовье. При надевании следует широко растянуть эластичную манжету и накинуть капюшон на голову так, чтобы

манжета плотно облегала шею, при этом длинные волосы заправляются под капюшон. Очки можно не снимать. ГДЗК обеспечивает защиту от окиси углерода и цианистого водорода не менее 15 мин. Сопротивление при вдохе при 30 л/мин – не более 149 Па (15 мм вод. ст). Масса 800 г. Комплект хранится в картонной коробке в пакете из трехслойной полиэтиленовой пленки.

Капюшон «Феникс» предназначен для самостоятельной эвакуации из мест возможного отравления химически опасными и вредными вещест- вами. Защищает от продуктов горения, аэрозолей, паров и газов, опасных химических веществ, образующихся при аварийных ситуациях (Рис. 9.11).

Самоспасатели СИП-1, СПИ-20, СПФ, «Экстремал ПРО» (Рис. 9.11) предназначены для индивидуальной защиты органов дыхания и зрения человека от вредного воздействия непригодной для дыхания, токсичной и задымленной газовой среды. Применяются при экстренной эвакуации людей в случае террористических актов, а также с мест пожара в общественных зданиях, на транспорте, из жилых домов и т. п.



а *б* *в* *г*

Рис. 9.11. Самоспасатели:

а – СИП-1; б – СПИ-20; в – СПФ; г – капюшон «Феникс»; д – «Экстремал ПРО».

Самоспасатель противопожарный СИП-1 предназначен для защиты органов дыхания, зрения и головы при самостоятельной эвакуации из помещений (гостиниц, высотных зданий, вагонов) во время пожара или при других аварийных ситуациях, от любых вредных веществ независимо от их концентрации и при недостатке кислорода в воздухе.

Порядок выполнения работы

1. Записать название и цель работы.
2. Законспектировать виды и назначение противогазов в виде табл. 7.3.

Таблица 7.3

Виды и назначение противогазов

Наименование и марка	Назначение, вид веществ, от которых защищает	Комплектация	Примечание*
Фильтрующие противогазы			
Гражданские			
ГП-5			
…			

… т. д.			

*В примечании указать, для каких возрастных групп предназначен, особенности мар- ки и т. п.

3. Указать правила пользования противогазами.

4. Измерить при помощи гибкого сантиметра лицевую часть головы и подобрать для себя размер противогаза ГП-5 (ГП-7) по росту.

5. Измерить при помощи гибкого сантиметра высоту своего лица и подобрать размер респиратора У-2К.

6. Показать отчет преподавателю.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Безопасность жизнедеятельности : учеб. для вузов / С. В. Белов [и др.] ; под общ. ред. С. В. Белова. – М.: Высш. шк., 2009. – 616 с.

2. Безопасность жизнедеятельности. Безопасность в чрезвычайных ситуациях природного и техногенного характера : учеб. пособие для вузов / В. А. Акимов [и др.]. – М. : Высш. шк., 2008. – 592 с.

3. Безопасность жизнедеятельности. Защита населения и территорий в чрез- вычайных ситуациях : учеб. пособие для вузов / Я. Д. Вишняков [и др.]. – М. : Академия, 2008. – 304 с.

4. Емельянов В. М., Коханов В. Н., Некрасов П. А. Защита населения и территорий в чрезвычайных ситуациях : учеб. пособие для вузов. – М. : Академический проект : Трикста, 2005. – 480 с.

5. Вознесенский В. В. Средства защиты органов дыхания и кожи. Противога- зы, респираторы и защитная одежда, основы их эксплуатации : учеб. пособие. – М. : Воен. знания, 2010. – 80 с.

6. Семенов С. Н., Лысенко В. П. Проведение занятий по гражданской обороне : метод. пособие. – М. : Высш. шк., 1990. – 96 с.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 8. ИНЖЕНЕРНАЯ И ИНДИВИДУАЛЬНАЯ ЗАЩИТА. ВИДЫ ЗАЩИТНЫХ СООРУЖЕНИЙ И ПРАВИЛА ПОВЕДЕНИЯ В НИХ

Наименование работы: Действия населения при ЧС военного характера.

Цель: изучить действия населения при ЧС военного характера при угрозе применения радиационного, химического или биологического оружия, определить применяемые средства индивидуальной защиты, обосновать выбор защитных сооружений.

Время: 4 часа

Материально-техническое обеспечение: инструкционная карта, ручка, противогаз, респиратор, ватно-марлевая повязка

Методика выполнения

Задание:

1. Изучить индивидуальные средства защиты населения.

2. Изучить виды укрытий и правила поведения в убежищах и укрытиях.

3. Изучить применение СИЗ при угрозе применения химического и биологического оружия.

4. Отчет о работе оформить в виде плана-конспекта.

5. Заполнить таблицу.

№	ЧС	Опасность	Поражающие факторы	Основные средства защиты

Ядерное оружие – самое страшное оружие современности. Поражение людей при его применении зависит от того, где они находились в момент ядерного взрыва. Наиболее эффективным средством защиты от всех поражающих факторов ядерного оружия являются убежища (укрытия). Находясь в убежищах (укрытиях), необходимо постоянно держать в готовности к немедленному использованию средства индивидуальной защиты. Средства

индивидуальной защиты подразделяют на средства индивидуальной защиты органов дыхания (СИЗОД), средства индивидуальной защиты глаз (СИЗГ), средства индивидуальной защиты кожи (СИЗК). К средствам защиты органов дыхания человека относятся противогазы (фильтрующие (рис.8.1.) и изолирующие (рис.2.)) и респираторы (рис.3.), а также простейшие средства защиты – противопыльные тканевые маски (ПТМ-1) (рис.4.) и ватно-марлевые повязки (рис.5.), изготовляемые обычно силами самого населения.

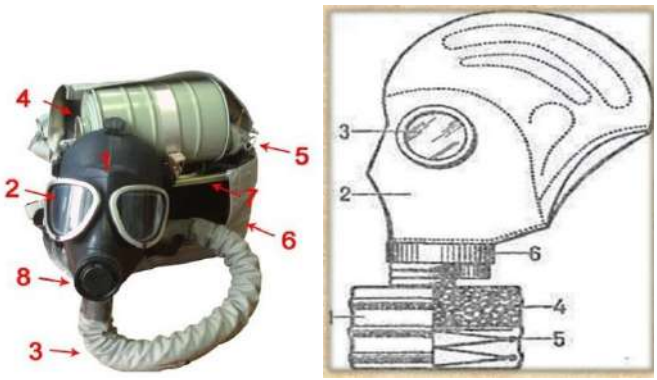


Рис. 8.1 Фильтрующий противогаз

1-фильтрующе-поглощающая коробка; 2-лицевая часть противогаза; 3-очковой узел; 4-шихга (обеспечивает поглощение паров и газов, и токсичных в-в); 5-ПАФ (противоаэрозольный фильтр); 6-клапанная коробка.



Рис.8.2. Изолирующий противогаз

1-лицевая часть, 2-очковый узел, 3-соеденительная трубка, 4-регенераторный патрон, 5-пусковое устройство патрона, 6-дыхательный мешок, 7-каркас, 8-устройство для переговоров.

Порядок надевания противогаза:

1. По команде «Газы!» задержите дыхание, не вдыхая воздух.

2. Закрыть глаза.

3. Достать противогаз из противогазной сумки, левой рукой доставая противогаз, а правой держа сумку снизу.

4. Вынуть пробку-заглушку из противогазной коробки.

5. Перед надеванием противогаза расположить большие пальцы рук снаружи, а остальные внутри.

6. Приложить нижнюю часть шлем-маски на подбородок.

7. Резко натянуть противогаз на голову снизу-вверх.

8. Выдохнуть.

9. Необходимо, чтобы после не образовалось складок, очковый узел должен быть расположен на уровне глаз.

10. Перевести сумку на бок.

Снятие:

1. По команде «Отбой!» брать за фильтровальную коробку и, потянув сверху-вниз, снять его.

2. Убрать противогаз в противогазную сумку.

3. Застегнуть пуговицы.

Таблица 8.0

Подбор размера противогаза

Обхват головы	Размер противогаза
До 63	0
63,5-65,5	1
66-68	2
68,5-70,5	3
71 и более	4

В качестве защиты органов дыхания от радиоактивной пыли и различных вредных аэрозолей могут быть использованы респираторы. Они просты в применении, малогабаритны и рассчитаны на массовое применение. Широко используются при выполнении работ, связанных с пылеобразованием.

Респиратор представляет собой фильтрующую полумаску, снабженную двумя клапанами вдоха, клапаном выхода (с предохранительным экраном),

оголовьем, состоящим из эластичных растягивающихся (и не растягивающихся) тесемок, и носовым зажимом. Работать в нем можно до 12 ч

Респираторы Р-2 изготовляются трех ростов -1,2 и 3-го, которые обозначаются внутренней подбородочной части полумаски.

Простейшими средствами защиты органов дыхания человека от радиоактивной пыли и биологических средств (при действиях во вторичном облаке) являются противопыльная тканевая маска ПТМ-1 (рис.8.3).

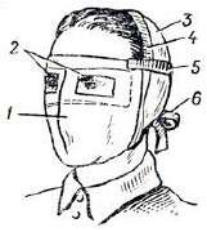


Рис.8.3. Противопыльная тканевая маска

1-корпус маски, 2-смотровые отверстия, 3-крепления, 4-резиновая тесьма, 5-поперечная резинка, 6-завязки.

И ватно-марлевая повязка (рис.8.4.) От ОВ (отравляющих веществ) они не защищают. Их изготавливает преимущественно само население. Маска состоит из корпуса и крепления. Корпус шьется из двух одинаковых по форме тканевых фильтрующих половинок, собранных на 4-5 слоев. На нем имеются смотровые отверстия со вставленными стеклами. Крепится маска на голове при помощи вставленной резинки и двух завязок.

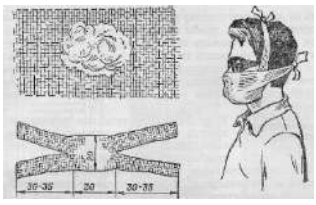


Рис.8.4. Ватно-марлевая повязка

Ватно-марлевая повязка изготовляется из куска марли размером 100 х50 см и ваты. На марлю накладывают слой ваты толщиной 2-3 см, длинной 30 см, шириной 20 см. Марлю с обеих сторон загибают и накладывают на вату. Концы марли разрезают на 30-35 см с каждой стороны, чтобы образовались две пары завязок. Марлевые повязки делают из 10-12 слоев марли. Они шьются также в

виде маски, закрывающей лицо или только подбородок, нос и рот. Для защиты глаз используются противопыльные очки.



Рис.8.5.Защитные очки

К средствам индивидуальной защиты глаз (СИЗГ), в первую очередь, относятся защитные очки, предохраняющие от пыли, твердых частиц, химически неагрессивных жидкостей и газов, от слепящего яркого света, ультрафиолетового, инфракрасного излучения и от сочетания излучений указанных видов с воздействия летящих твердых частиц, а так же очкизащищающие от лазерного излучения и других опасных факторов.

К **средствам индивидуальной защиты кожи (СИЗК)** относят защитную одежду фильтрующего и изолирующего типа. К изолирующим средствам защиты кожи относятся общевойсковой комплексный защитный костюм (ОКЗК), общевойсковой защитный комплекс (ОЗК) (рис.8.6.), легкий защитный костюм (Л-1) , защитный комбинезон или костюм.

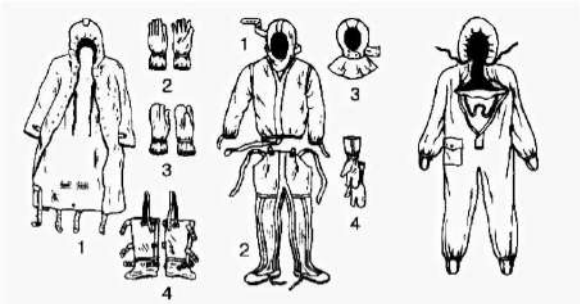


Рис. 7. Общевойсковой защитный комплект: 1 — защитный плащ; 2, 3 — защитные перчатки; 4 — защитные чулки

Рис. 8. Легкий защитный костюм Л-1: 1 — рубаха с капюшоном; 2 — брюки с защитными чулками; 3 — подшлемник; 4 — перчатки

Комплект защитной фильтрующей одежды

Рис. 8.6 Защитный костюм

Общевойсковой комплексный защитный костюм (ОЗК) предназначен для комплексной защиты от светового излучения и радиоактивной пыли, паров и аэрозолей ОВ и биологических аэрозолей. Он состоит из пропитанных специальным составом куртки, брюк, защитного белья, головного убора, подшлемника.

Простейшие средства защиты кожи применяются при отсутствии табельных средств. Может быть использована прежде всего производственная одежда (спецовка) – куртка и брюки, комбинезоны, халаты с капюшоном, сшитые из брезента, огнезащитной или прорезиненной ткани, грубого сукна. Они способны не только защищать от попадания на кожу людей радиоактивных веществ и биологических средств, но и не пропускать в течение некоторого времени капельножидких отравляющих веществ.

Обычная одежда, обработанная специальной пропиткой, может защищать и от паров отравляющих веществ. В качестве пропитки используют моющие средства или мыльно-масляную эмульсию. Основные представители неионогенных моющих средств – ОП-7 и ОП-10 (ОП-7иОП-10 - вспомогательные вещества, представляющие собой продукты обработки смеси моно- и диалкилфенолов окисью этилена. Вспомогательные вещества ОП-7 и ОП-10 относятся к неионогенным поверхностно-активным веществам. Применяются в качестве смачивающих, эмульсирующих, стабилизирующих поверхностно-активных веществ. Хорошо растворимы в воде). Синтетические моющие средства в чистом виде используются редко и служат исходным материалом для приготовления моющих средств, которые состоят из моющего вещества, активных добавок (соли фосфорной кислоты, сульфат натрия, метасиликат натрия и др.) и веществ, предохраняющих кожу (карбоксиметилцеллюлоза, дермоланы – высокомолекулярные циклические соединения, содержащие группы SO_2,NH_4,далгоны – конденсированные фосфаты).

Придать повседневной одежде защитные от отравляющих веществ свойства можно, пропитав ее раствором, который может быть приготовлен в домашних условиях. 2,5-3 л раствора, необходимого для пропитки одного комплекта одежды, можно получить если растворить 250-300 г измельченного хозяйственного мыла в 2-3 л горячей воды (60-70 ° С), добавить в раствор 0,5 л минерального (машинного) и другого масла и, подогревая,перемешивать раствор до получения однородной мыльно-масляной эмульсии. Одежду помещают в большую емкость (бак, ведро) и заливают раствором. Пропитанная одежда отжимается и просушивается (утюжке не подлежит).

В летную жаркую погоду необходимо соблюдать установленные сроки работы в защитной одежде. Зимой для предупреждения обмораживания следует надевать ее на ватник, использовать подшлемник, теплые портянки, в резиновые сапоги подкладывать теплые стельки, защитные перчатки одевать поверх обычных шерстяных или фланелевых. Обычно длительность пребывания людей в убежищах зависит от степени радиоактивного заражения местности. Если убежище находится в зоне заражения с уровнями радиации от 8 до 80 Р/ччерез один час после ядерного взрыва, то время пребывания в нем укрываемых людей составит от нескольких часов до одних суток (рис.8.7) .



Рис.8. 7. Ватно-марлевая повязка

В зоне заражения с уровнями радиации от 80 до 240 Р/ч нахождение людей в защитном сооружении увеличивается до 3 сут. В зоне заражения с уровнем радиации 240 Р/ч и выше это время составит 3 сут. и более. По истечении указанных сроков из убежищ (укрытий) можно перейти в жилые помещения. В течение последующих 1-4 сут. (в зависимости от уровней радиации в зонах

заражения) из таких помещений можно периодически выходить наружу, но не более чем на 3-4 ч в сутки.

В условиях сухой и ветреной погоды, когда возможно пылеобразование, при выходе из помещений следует использовать СИЗОД. Чтобы благополучно пережить указанные сроки пребывания в убежищах, необходимо иметь запасы продуктов питания (не менее чем на 4 сут. (крупы, сахар и соль, галеты, сухари, консервы, макаронные изделия, мука, сухофрукты, шоколад, подсолнечное масло, мед, варенье. уксус, вода)), питьевой воды (из расчета 3 л на человека в сутки), а также предметы первой необходимости и медикаменты.

Если в результате ядерного взрыва убежище (укрытие) окажется поврежденным, принимают меры к быстрому выходу из него, надев СИЗОД. Если основным и ли запасным выходом воспользоваться невозможно, приступают к расчистке одного из заваленных выходов или к проделыванию выхода. После выхода из очага ядерного поражения (зоны радиоактивного заражения) необходимо провести частичную дезактивацию и санитарную обработку, т.е. удалить радиоактивную пыль. При частичной дезактивации следует осторожно снять одежду, ни в коем случае не снимая СИЗОД. Встав спиной к ветру, вытряхнуть ее, развесить одежду на перекладине или веревке и обмести с нее пыль сверху вниз с помощью щетки или веника. Одежду можно выколачивать и палкой.

После этого следует продезактивировать обувь: протереть тряпками и ветошью, смоченными водой, очистить веником или щеткой. Резиновую обувь можно мыть. Противогаз дезактивируют в особой последовательности. Фильтрующе-поглощающую коробку вынимают из сумки, сумку тщательно вытряхивают. Затем тампоном, смоченным мыльной воде, моющим раствором или жидкостью из противохимического пакета обрабатывают фильтрующе-поглощающую коробку, соединительную трубку и наружную поверхность шлема-маски (маски). Лишь после этого противогаз снимают.

Противопыльные тканевые маски при дезактивации тщательно вытряхивают, чистят щетками, при возможности полощут или стирают в воде. Зараженные ватно-марлевые повязки сжигают. При частичной санитарной обработке открытые участки тела: руки, лицо, шею, глаза обмывают незараженной водой. Нос, рот и горло полощут. Важно, чтобы при обмывке лица зараженная вода не попала в глаза, рот и нос. При недостатке воды обработку проводят путем многократного протирания участков тела тампонами из марли (ваты, пакли, ветоши), смоченными незараженной водой. Протирание следует проводить сверху вниз. каждый раз переворачивая тампон чистой стороной. Зимой может использоваться незараженный снег.

Летом санитарную обработку можно организовать в реке или другом проточном водоеме. Частичная дезактивация и санитарная обработка, проводимые в одноразовом порядке, не всегда гарантируют полное удаление радиоактивной пыли. Потому после их проведения обязательно проводится дозиметрический контроль. Если заражение одежды и тела окажется выше допустимой нормы, частичные дезактивацию и санитарную обработку повторяют. В необходимых случаях проводится полная санитарная обработка. Своевременно проведенные частичные дезактивация и санитарная обработка могут полностью предотвратить или сильно снизить степень поражения людей радиоактивными веществами.

Если люди во время ядерного взрыва находятся вне убежища укрытия, следует использовать естественные ближайшие укрытия (рис.10). Если таких укрытий нет, надо повернуться к взрыву спиной, лечь на землю лицом вниз, руки спрятать под себя. Через 15-20 с. после взрыва, когда пройдет ударная волна, следует встать и немедленно надеть противогаз, респиратор или какое-либо другое СИЗОД. В случае отсутствия специальных средств следует закрыть рот и нос платком, шарфом или плотным материалом.

Задача состоит в том, чтобы исключить попадание внутрь организма радиоактивных веществ. Их поражающее действие бывает значительным в

течение длительного времени, поскольку выведение их из организма происходит медленно. Далее необходимо стряхнуть осевшую на одежду и обувь пыль, надеть имеющиеся средства защиты кожи.

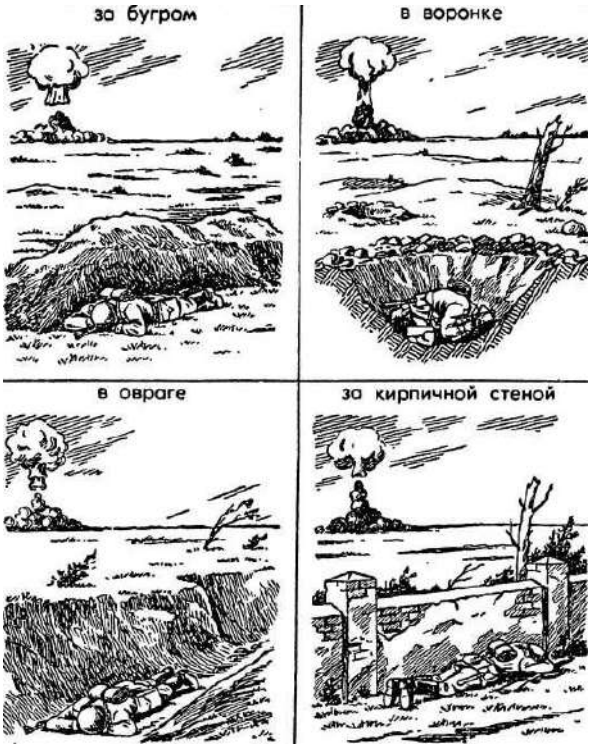


Рис 8.8 Естественные укрытия при внезапном ядерном взрыве

Для этого можно использовать имеющиеся одежду и обувь. Затем следует побыстрее покинуть очаг поражения или укрыться в ближайшем защитном сооружении.

Оставаться на зараженной радиоактивными веществами местности вне убежищ (укрытий), несмотря на использование средств индивидуальной защиты, опасно. Это сопряжено с возможностью облучения и, как следствие, развития лучевой болезни. В целях уменьшения возможности поражения радиоактивными веществами в зонах заражения запрещается принимать пищу, пить и курить. Приготовление пиши должно вестись на незараженной местности или, в крайнем случае, на местности, где уровень радиации не превышает 1 Р/ч. При выходе из очага поражения необходимо учитывать, что в результате ядерных взрывов разрушаются здания, сети коммунального хозяйства. При этом отдельные элементы зданий могут обрушиться через

некоторое время после взрыва. Продвигаться надо посередине улицы, стараясь возможно быстрее попасть в безопасное место. Нельзя трогать электропровода. Направление движения из очага поражения следует выбирать, ориентируясь на знаки ограждения, расставленные разведкой гражданской обороны. Они ведут всторону снижения уровней радиации. Двигаясь по зараженной территории, надо стараться не поднимать пыли, обходить лужи, не создавать брызг.

В результате применения химического оружия возникают очаги химического поражения-территории, в пределах которой в результате воздействия химического оружия произошли массовые поражения людей и сельскохозяйственных животных. Размеры очага зависят от масштаба и способа применения БТХВ (боевые токсичные химические вещества - это химические соединения, которые способны поражать людей и животных на больших площадях, проникать в различные сооружения, заражать местность и водоемы), его типа метеорологических условий, рельефа местности. Особенно опасны стойкие БТХВ нервнопаралитического действия. Их пары распространяются по ветру на довольно большое расстояние (15-25 км и более). Поэтому люди и животные могут быть поражены ими не только в районе применения химических боеприпасов, но и далеко за его пределами. Длительность поражающего действия БТХВ тем меньше, чем сильнее ветер и восходящие потоки воздуха. В лесах, парках, оврагах, на узких улицах они сохраняются дольше, чем на открытой местности. Современные отравляющие вещества обладают чрезвычайно высокой токсичностью.

При обнаружении признаков применения противником отравляющих веществ, далее ОВ (по сигналу «Химическая тревога») надо срочно надеть противогаз, а в случае необходимости - средства защиты кожи. Если поблизости имеется убежище, нужно укрыться в нем. Перед тем как войти в убежище, следует снять использованные средства защиты кожи и верхнюю одежду и оставить их в тамбуре убежища. Эта мера предосторожности исключает занос ОВ в убежище. Противогаз снимают после входа в убежище.

При пользовании укрытием, например, подвалом, не следует забывать, что оно м служить защитой лишь от попадания на кожные покровы и одежду капельножидких ОВ. Однако оно не защищает от паров или аэрозолей отравляющих веществ, находящихся в воздухе. Находясь в таких укрытиях, при наружном заражении обязательно надо воспользоваться противогазом. Находиться в убежище (укрытии) следует до получения распоряжения на выход из него. Когда такое распоряжение поступит, необходимо надеть требуемые средства индивидуальной защиты - противогазы и средства защиты кожи и выйти за пределы очага поражения по направлениям, обозначенным специальными указателями. Если нет ни указателей, ни постов, то двигаться следует перпендикулярно направлению ветра.

На зараженной ОВ территории надо двигаться быстро, но не пыль (брызги). Нельзя прислоняться к зданиям и прикасаться к окружающим предметам. Не следует наступать на видимые капли и мазки ОВ. На зараженной территории запрещается снимать противогазы и другие средства защиты. Особо осторожно нужно двигаться через парки, сады, огороды и поля. На листьях и ветках растений могут находиться осевшие капли ОВ, при прикосновении к ним можно заразить одежду и обувь, что может привести к поражению.

По возможности следует избегать движения оврагами и лощинами, через луга и болота, в этих местах возможен длительный застой паров ОВ. В городах пары ОВ могут застаиваться в замкнутых кварталах, парках, а также в подъездах и на чердаках домов. Зараженное облако в городе распространяется на наибольшие расстояния по улицам,тоннелям, трубопроводам.

ОВ на кожных покровах, одежде, обуви или средствах индивидуальной защиты необходимо немедленно снять их тампонами из марли или ваты; если таких тампонов нет, капли ОВ можно снять тампонами из бумаги или ветоши. Пораженные места следует обработать раствором из противохимического пакета или тщательно промыть теплой водой с мылом. После выхода из очага

химического поражения немедленно проводится полная санитарная обработка. Если это невозможно, проводятся частичные дегазация и санитарная обработка.

Очагом биологического поражения считаются территорииподвергшиеся непосредственному воздействию бактериальных (биологических) средств, создающих источник распространения инфекционных заболеваний. Заражение людей и животных происходит в результате вдыхания зараженного воздуха, попадания микробов или токсинов на слизистую оболочку и поврежденную кожу, употребления в пищу зараженных продуктов питания и воды.

Причиной заражения могут быть укусы зараженных насекомых и клещей, соприкосновения с зараженными предметами, ранения осколками боеприпасов, снаряженных БС (биологические средства поражения - общее название болезнетворных микроорганизмов и продуктов их жизнедеятельности, предназначенных для использования в системах биологического оружия с целью поражения людей, животных и растений). Заражение возможно также в результате непосредственного общения с больными людьми (животными). Ряд заболеваний быстро передается от больных людей к здоровым и вызывает эпидемии (чума, холера, тиф, грипп и др.). К основным средствам защиты населения от биологического оружия относятся вакциносывороточные препараты, антибиотики, сульфамидные и другие лекарственные вещества, используемые для специальной и экстренной профилактики инфекционных болезней.

Употребимы такие средства индивидуальной и коллективной защиты. Своевременное и правильное применение средств индивидуальной защиты и защитных сооружений предохранит от попадания БС в органы дыхания, на кожные покровы и одежду. Необходимо строгое соблюдение правил личной гигиены и санитарно-гигиенических требований к питанию и водоснабжению населения. Приготовление и прием питии должны исключать возможность ее заражения бактериальными средствами. Посуду необходимо мыть дезинфицирующими растворами или обрабатывать кипячением. В случае

применения противником биологического оружия возможно возникновение значительного количества инфекционных заболеваний.

Основными формами борьбы с эпидемиями являются обсервация и карантин. Делается это в тех случаях, когда примененные возбудители болезней относятся к особо опасным (чума, холера и др.). Карантинный режим предусматривает полную изоляцию очага поражения от окружающего населения. Это наиболее эффективный способ противодействия распространению инфекционных заболеваний. На внешних границах зоны карантина устанавливается вооруженная охрана, выход людей, вывод животных и вывоз имущества запрещаются. Транзитный проезд транспорта через очаги поражения запрещается. Объекты экономики переходят на особый режим работы со строгим выполнением противоэпидемических требований. Рабочие смены разбиваются на отдельные группы как можно более малочисленные по составу. Контакт между ними сокращается до минимума. Питание и отдых рабочих и служащих организуются по группам в специально отведенных для этого помещениях. Работа учебных заведений, зрелищных учреждений, рынков и т.д. прекращается. Людям не разрешается без крайней необходимости выходить их своих квартир. Продукты питания, вода и предметы первой необходимости доставляются им специальными командами.

При выполнении срочных работ вне зданий люди должны быть обязательно в средствах индивидуальной защиты. Если установленный вид возбудителя не относится к группе особо опасных, вместо карантина применяется обсервация. Она предусматривает медицинское наблюдение за очагом поражения и проведение необходимых лечебно-профилактических мероприятий. Изоляционно-ограничительные меры при обсервации менее строгие: организуются дезинфекция, дезинсекция и дератизация.

Дезинфекция имеет целью обеззараживание объектов внешней среды, которые необходимы для нормальной деятельности и безопасного нахождения людей. Для дезинфекции применяются растворы хлорной извести и хлорамина,

лизол, формалин, могут использоваться горячая вода (с мылом или содой) и пар.

Дезинсекция и дератизация-это мероприятия, связанные соответственно с уничтожением насекомых и истреблением грызунов, которые являются переносчиками инфекционных заболеваний. Для уничтожения насекомых применяют физические (кипячение, проглаживание накаленным утюгом и др.), химические (применение дезинсектирующих средств) и комбинированные способы.

Истребление грызунов в большинстве случаев проводят с помощью механических приспособлений (ловушек различных типов) и химических препаратов. После проведения дезинфекции, дезинсекции и дератизации проводится полная санитарная обработка лиц, принимавших участие в осуществлении названных мероприятий. При необходимости организуется санитарная обработка и остального населения.

Контрольные вопросы

1. Перечислите СИЗОД.

2. Перечислите СИЗ кожи.

3. Назовите порядок изготовления ВМП.

4. При каких опасностях используются индивидуальные средства защиты?

5. Что является основным средством защиты при угрозе применения ядерного оружия?

6. Что относится к основным средством защиты населения от биологического оружия?

7.Какие индивидуальные средства защиты применяются при химической угрозе?

8. Какие действия предполагает санитарная обработка?

9. В чем отличие дезинфекции от дезинсекции?

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1.Косолапова Н.В. Основы безопасности жизнедеятельности: учебник / Н.В. Косолапова, Н.А. Прокопенко. – 3-е изд., стереот., - М.: Академия, 2013. – 320 с.: ил.

2. Безопасности жизнедеятельности: учебник / Е.А. Арустамов. – 9-е изд., стереот., - М.: Академия, 2013 с.: ис.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

по дисциплине

БЕЗОПАСНОСТЬ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Авторы: Кузнецов А.М., Тетерев Н.А.

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией
Безопасности горного производства	Горно-технологического факультета
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав.кафедрой _____ *(подпись)*	Председатель _____ *(подпись)*
Елохин В.А.	Колчина Н.В.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 8 от 17.04.2019	Протокол № 7 от 19.04.2019
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург
2019

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ……3

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА……..…..4
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ БЕЗОПАСНОСТИ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ……..……....….5
ЕСТЕСТВЕННАЯ СИСТЕМА ЗАЩИТЫ ЧЕЛОВЕКА ОТ ОПАСНОСТЕЙ……...……..5
ОБЕСПЕЧЕНИЕ БЕЗОПАСНОСТИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В НОРМАЛЬНЫХ
СИТУАЦИЯХ……...5
ОБЕСПЕЧЕНИЕ БЕЗОПАСНОСТИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ СИТУАЦИЯХ……...……..5
ЗАБОЛЕВАЕМОСТЬ И ТРАВМАТИЗМ НА ПРОИЗВОДСТВЕ…….5
УПРАВЛЕНИЕ БЕЗОПАСНОСТЬЮ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ…….5
СОЦИАЛЬНАЯ ЗАЩИТА РАБОТНИКОВ…….,……..5
НАДЗОР И КОНТРОЛЬ ЗА СОСТОЯНИЕМ ОХРАНЫ ТРУДА……. ……..5
ОТВЕТСТВЕННОСТЬ ЗА НАРУШЕНИЕ ТРЕБОВАНИЙ ОХРАНЫ ТРУДА…….…… ……..6
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ……..……,,,,,……7
ЗАКЛЮЧЕНИЕ…….,,…..11
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ……,,..12

ВВЕДЕНИЕ

Современный человек живет в мире различного рода опасностей, т.е. явлений, процессов, объектов, постоянно угрожающих его здоровью и самой жизни. Не проходит и дня, чтобы газеты, радио и телевидение не принесли тревожные сообщения об очередной аварии, катастрофе, стихийном бедствии, социальном конфликте или криминальном происшествии, повлекших за собой гибель людей и громадный материальный ущерб.

По мнению специалистов, одной из причин создавшейся ситуации является недостаточный уровень образования – обучения и воспитания – человека в области обеспечения безопасной деятельности. Только постоянное формирование в людях разумного отношения к опасностям, пропаганда обязательности выполнения требований безопасности может гарантировать им нормальные условия жизни и деятельности.

В курсе БЖД излагаются теория и практика защиты человека от опасных и вредных факторов природного и антропогенного происхождения в сфере деятельности.

Данный курс предназначен для формирования у будущих специалистов сознательного и ответственного отношения к вопросам безопасности, для привития им теоретических знаний и практических навыков, необходимых для создания безопасных и безвредных условий деятельности в системе «человек – среда», проектирования новой безопасной техники и безопасных технологий, прогнозирования и принятия грамотных решений в условиях нормальных и чрезвычайных ситуаций.

В процессе изучения курса БЖД студенту предстоит решить следующие задачи: усвоить теоретические основы БЖД; ознакомиться с естественной системой защиты человека от опасностей; изучить систему искусственной защиты в условиях нормальных (штатных) и чрезвычайных (экстремальных) ситуаций; ознакомиться с проблемами заболеваемости и травматизма на производстве; изучить вопросы управления безопасностью деятельности.

Успешное изучение курса студентами возможно при наличии соответствующей учебной литературы. Предлагаемое вниманию студентов и преподавателей учебное пособие подготовлено в соответствии с учебной программой курса БЖД для студентов всех направлений и специальностей.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

В последующем разделе пособия приведена развернутая программа дисциплины «Безопасность жизнедеятельности». Она содержит названия разделов с указанием основных вопросов и разделов каждой темы. Каждая тема является основой вопросов на зачет. При чтении лекций по курсу преподаватель указывает те темы дисциплины, которые выносятся на самостоятельную проработку студентами. Для углубленного освоения темы рекомендуется дополнительная литература. При освоении указанных ниже тем рекомендуется следующий порядок самостоятельной работы студента.

1. Ознакомьтесь со структурой темы.

2. По учебникам освойте каждый структурный элемент темы.

3. При необходимости используйте указанную дополнительную литературу. Консультацию по использованию дополнительной литературы Вы можете получить у преподавателя.

4. Ответьте на контрольные вопросы. При затруднениях в ответах на вопросы вернитесь к изучению рекомендованной литературы.

5. Законспектируйте материал. При этом конспект может быть написан в виде ответов на контрольные вопросы и упражнения.

При самостоятельной работе над указанными темами рекомендуется вести записи в конспектах, формируемых на лекционных занятиях по курсу, и в том порядке, в котором данные темы следуют по учебной программе.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ БЕЗОПАСНОСТИ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Основные понятия и определения. Характеристика форм трудовой деятельности. Опасности среды обитания. Основные положения теории риска. Системный анализ безопасности. Принципы, методы и средства обеспечения безопасности.

ЕСТЕСТВЕННАЯ СИСТЕМА ЗАЩИТЫ ЧЕЛОВЕКА ОТ ОПАСНОСТЕЙ

Анатомо-физиологическая характеристика человека. Анализаторы человека. Защитные механизмы организма.

ОБЕСПЕЧЕНИЕ БЕЗОПАСНОСТИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В НОРМАЛЬНЫХ СИТУАЦИЯХ

Гелиофизические и метеорологические факторы. Производственная пыль. Механические опасности. Опасности при эксплуатации сосудов, работающих под давлением. Механические колебания и волны. Электробезопасность. Электромагнитные излучения. Световой климат. Ионизирующие излучения. Световой климат. Ионизирующие излучения. Химические опасности. Биологические опасности. Психологические опасности. Экологические опасности. Социальные опасности. Санитарно-гигиенические требования к устройству и содержанию предприятий.

ОБЕСПЕЧЕНИЕ БЕЗОПАСНОСТИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ СИТУАЦИЯХ

Общая характеристика чрезвычайных ситуаций. Стихийные бедствия. Аварии на особо опасных объектах экономики. Аварии на объектах горной промышленности и подземных геологоразведочных работ. Чрезвычайные ситуации, связанные с применением современных средств поражения. Прогнозирование и оценка обстановки при чрезвычайных ситуациях. Защита населения и территорий от чрезвычайных ситуаций. Устойчивость функционирования объектов экономики в чрезвычайных ситуациях. Ликвидация последствий чрезвычайных ситуаций. Единая государственная система предупреждения и ликвидации чрезвычайных ситуаций.

ЗАБОЛЕВАЕМОСТЬ И ТРАВМАТИЗМ НА ПРОИЗВОДСТВЕ

Заболеваемость. Травматизм. Методы анализа травматизма.

УПРАВЛЕНИЕ БЕЗОПАСНОСТЬЮ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Правовые основы обеспечения безопасности деятельности. Обязанности работодателя по обеспечению безопасных условий труда. Время отдыха. Подготовка работников к безопасному труду. Система управления охраной труда на предприятии. Экономические аспекты охраны труда.

СОЦИАЛЬНАЯ ЗАЩИТА РАБОТНИКОВ

НАДЗОР И КОНТРОЛЬ ЗА СОСТОЯНИЕМ ОХРАНЫ ТРУДА ОТВЕТСТВЕННОСТЬ ЗА НАРУШЕНИЕ ТРЕБОВАНИЙ ОХРАНЫ ТРУДА

• КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Назовите основные термины теории безопасности деятельности, дайте их определения.
2. Охарактеризуйте основные формы трудовой деятельности.
3. Что понимают под опасностью среды обитания? Как классифицируют опасности?
4. Сформулируйте аксиому о потенциальной опасности деятельности.
5. В чем состоит идентификация (распознавание) опасности?
6. Что такое квантификация опасностей?
7. Назовите методы анализа безопасности деятельности.
8. Приведите примеры расчета производственного риска.
9. В чем заключается концепция приемлемого риска?
10. Что такое управление риском?
11. Охарактеризуйте системный анализ безопасности деятельности.
12. Перечислите принципы, методы и средства обеспечения безопасности.
13. Изложите сущность естественной системы защиты человека от опасностей.
14. Дайте анатомо-физиологическую характеристику человека.
15. Какова роль анализаторов человека в обеспечении безопасности его деятельности?
16. Опишите зрительный, слуховой и обонятельный анализаторы.
17. Опишите вестибулярный, кинестетический и кожный анализаторы.
18. Что понимают под защитными механизмами человеческого организма?
19. Охарактеризуйте действие гелиофизических и метеорологических факторов на человека.
20. Какое действие оказывают высокие и низкие температуры, повышенная и пониженная влажность на организм человека?
21. Как действуют на организм человека вредные газы и пары?
22. В чем заключается вредное действие производственной пыли на организм? Как ведется борьба с пылью?
23. Назовите средства индивидуальной защиты работающих от пыли.
24. Как классифицируют механические опасности?
25. Перечислите методы и средства защиты от механических опасностей.
26. Укажите, как обеспечивается безопасность при эксплуатации сосудов, работающих под давлением.
27. Охарактеризуйте действие инфразвука и ультразвука на организм и меры защиты от них.
28. Объясните действие шума на организм. Перечислите методы и средства коллективной и индивидуальной защиты от шума.

29. Как борются с вибрацией на горных предприятиях?
30. Объясните действие электрического тока на организм человека.
31. Укажите опасности, связанные с применением электрического тока на горных предприятиях.
32. Назовите основные меры безопасности при эксплуатации электроустановок.
33. Перечислите средства индивидуальной защиты от поражения электрическим током.
34. В чем состоит молниезащита зданий и сооружений?
35. Назовите способы защиты работающих от воздействия электрических и электромагнитных полей.
36. Укажите меры защиты от инфракрасного, ультрафиолетового и лазерного излучений.
37. Как влияет освещение на условия труда? Перечислите виды освещения.
38. Укажите средства нормализации освещения производственных помещений, рабочих мест и горных выработок.
39. Охарактеризуйте виды ионизирующих излучений.
40. Назовите общие принципы защиты от ионизирующих излучений.
41. Охарактеризуйте методы и средства защиты от ионизирующих излучений.
42. Перечислите химические опасности (вредные вещества) и укажите меры защиты от них.
43. Назовите биологические опасности и меры защиты от них.
44. Что понимают под психологическими опасностями?
45. Какие естественные факторы воздействуют на биосферу Земли?
46. В чем заключается антропогенное воздействие на природу?
47. Назовите методы и средства обеспечения экологической безопасности на горных предприятиях.
48. Какие санитарно-гигиенические требования предъявляются к устройству и содержанию предприятий?
49. Что такое чрезвычайная ситуация?
50. Перечислите признаки, характеризующие чрезвычайные ситуации.
51. Как классифицируют чрезвычайные ситуации по причинам возникновения?
52. Охарактеризуйте стихийные бедствия. Укажите мероприятия по предупреждению и ликвидации последствий стихийных бедствий.
53. Перечислите виды аварий на особо опасных объектах экономики (народного хозяйства). В чем заключается профилактика возникновения аварий на таких объектах?
54. Какие аварии происходят на объектах горной промышленности? Укажите методы профилактики и ликвидации таких аварий.
55. Охарактеризуйте чрезвычайные ситуации, связанные с применением современных средств поражения.

56. Перечислите основные принципы и способы защиты населения от чрезвычайных ситуаций.
57. Какие действия надлежит выполнить населению при стихийных бедствиях и авариях?
58. Укажите действия населения при возникновении угрозы нападения противника.
59. Какие действия должно выполнять население в очагах поражения и после выхода из них?
60. Какие факторы влияют на устойчивость функционирования объектов экономики?
61. Перечислите основные мероприятия по повышению устойчивости функционирования объектов экономики.
62. Назовите принципы организации и проведения аварийно-спасательных и других неотложных работ (АСиДНР) в чрезвычайных ситуациях мирного и военного времени.
63. Какие приемы и способы проведения АСиДНР используются в очагах поражения?
64. Перечислите меры безопасности при проведении АСиДНР.
65. По каким признакам классифицируют травмы и несчастные случаи на производстве?
66. Перечислите причины травматизма.
67. Укажите причины несчастных случаев на шахтах.
68. Опишите порядок расследования и учета несчастных случаев на производстве.
69. В чем заключается профилактика травматизма?
70. Какие методы используются при анализе травматизма?
71. Как расследуются профессиональные заболевания?
72. Кто назначает комиссию по расследованию профессионального заболевания?
73. Каким образом определяется окончательный диагноз острого профессионального заболевания?
74. Назовите меры профилактики профессиональных заболеваний.
75. Назовите меры профилактики производственного травматизма.
76. Изложите правовые основы обеспечения безопасности деятельности.
77. Какие обязанности возложены на администрацию предприятия по обеспечению охраны труда?
78. Перечислите виды подготовки работников к безопасному труду.
79. Что понимают под системой управления охраной труда на предприятиях?
80. Назовите основные нормативные документы, обеспечивающие безопасность деятельности.
81. Какова продолжительность ежедневной работы?
82. Какова профессиональная подготовка работников к безопасному труду?

83. Опишите систему управления охраной труда.
84. Назовите фонды охраны труда.
85. Чем обусловливается эффективность мероприятий по охране труда?
86. Опишите медицинское обслуживание работников.
87. Какие существуют льготы и компенсации за вредные и опасные условия труда?
88. Поясните суть обязательного социального страхования от несчастных случаев на производстве и профессиональных заболеваний.
89. Назовите обязательные принципы обязательного страхования от несчастных случаев на производстве и профзаболеваний.
90. Кто имеет право на получение страховых выплат в случае смерти застрахованного?
91. Как осуществляются страховые выплаты по социальному страхованию?
92. Как начисляется пособие по временной нетрудоспособности?
93. Каков порядок привлечения к дисциплинарной ответственности?
94. Кто может привлекать к дисциплинарной ответственности.
95. Кто может привлекать к административной ответственности?
96. В каких случаях привлекают к уголовной ответственности?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В среде обитания человека постоянно присутствуют естественные, техногенные и антропогенные опасности.

Полностью устранить негативное влияние естественных опасностей человечеству до настоящего времени не удается. Реальные успехи в защите человека от стихийных явлений сводятся к определению наиболее вероятных зон их действия и ликвидации возникающих последствий.

Мир техногенных опасностей вполне познаваем, и у человека есть достаточно способов и средств для защиты.

Антропогенные опасности во многом обусловлены недостаточным вниманием человека к проблеме безопасности, склонностью к риску и пренебрежению опасностью. Часто это связано с ограниченными знаниями человека о мире опасностей и негативных последствиях их проявления. Воздействие антропогенных опасностей может быть сведено к минимуму за счет обучения населения и работающих основам безопасности жизнедеятельности.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Безопасность жизнедеятельности [Текст]: учебное пособие / В.В. Токмаков, Ю.Ф. Килин, А.М. Кузнецов; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский государственный горный университет. - 4-е изд., испр. и доп. - Екатеринбург: УГГУ, 2018. - 272 с.

Безопасность жизнедеятельности: учебное пособие / В.А. Подюков, В.В. Токмаков, В.М. Куликов ; под ред. В.В. Токмакова ; Уральский государственный горный уни-верситет. - 3-е изд., испр. и доп. - Екатеринбург : УГГУ, 2007. - 314 с.

Белов С. В. Безопасность жизнедеятельности и защита окружающей среды (техносферная безопасность): учебник. 5-е изд., исправл. и доп. – М.: Изд-во «Юрай», 2015. – 702с.

Безопасность жизнедеятельности: энциклопедический словарь / под ред. проф. Русака О. Н. – СПб.: Инф-изд. агент «Лик», 2003.

Безопасность жизнедеятельности: Учебник для вузов / К. З. Ушаков, Н. О. Каледина, Б. Ф. Кирин, М. А. Сребный / под ред. К. З. Ушакова. – М.: Изд-во МГГУ, 2000. – 430 с.

Воронов Е. Т., Резник Ю. Н., Бондарь И. А. Безопасность жизнедеятельности. Теоретические основы БЖД. Охрана труда: учебное пособие. – Чита: Изд-во ЧитГУ, 2010. – 390 с.

Занько Н. К., Малаян К. Р., Русак О. Н. Безопасность жизнедеятельности: учебник. – М.: Лань, 2012. – 672 с.

Субботин А. И. Управление безопасностью труда: учебное пособие. – М.: Изд-во МГГУ, 2014. – 266 с.

Министерство науки и высшего образования

Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Уральский государственный горный университет»

Яковлев В.Н.

ОСНОВЫ ГЕОМЕХАНИКИ

Учебно-методическое пособие к практическим занятиям

для обучающихся специальности 21.05.04 «Горное дело»

Екатеринбург

2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ..... 4
1. УПРУГАЯ МОДЕЛЬ..... 5
1.1. Основные зависимости механики сплошной среды и упругой модели..... 5
1.1. Круговая диаграмма напряжений (задание № 1)..... 17
1.3. Определение компонент начального и дополнительного полей напряжений в массиве горных пород (задание № 2)..... 18
1.4. Определение начального поля напряжений применительно к горизонтальной выработке (задание № 3)..... 20
1.5. Определение напряжений методом разгрузки (задание № 4)..... 24
1.6. Определение зоны влияния выработки (задание № 5)..... 27
1.7. Перемещение контура сечения ствола (задание № 6)..... 29
1.8. Напряжения и деформации в массиве горных пород вокруг выработки (задание № 7)..... 30
2. ПЛАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ..... 33
2.1. Основные понятия и зависимости..... 33
2.2. Построение паспорта прочности породы (задание № 8)..... 35
2.3. Проверка прочности целика (задание № 9)..... 36
3. ЖЁСТКО-ПЛАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ..... 40
3.1. Нагрузка на крепь горизонтальных выработок (задание № 10).... 40
3.2. Определение размеров поперечного сечения стойки крепления (задание № 11)..... 44
3.3. Нагрузка на крепь вертикальных стволов шахт (задание № 12)... 48
4. УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ..... 53
4.1. Определение критического смещения крепи (задание № 13)..... 53
5. УСТОЙЧИВОСТЬ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД ОЧИСТНЫХ ВЫРАБОТОК 57
5.1. Расчет ленточных целиков (задание № 14)..... 57
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ..... 60
Приложение 1. Индивидуальные поправки..... 61
Приложение 2. Корректировка исходных данных заданий..... 62

ВВЕДЕНИЕ

Горные породы, слагающие земную кору, находятся в состоянии естественного равновесия. Проведение горных выработок – создание в толще пород «полостей» - нарушает существующее равновесие; возникают растягивающие и сжимающие напряжения, которые при определённых условиях приводят к разрушению горных пород.

Выбор способа обеспечения устойчивости выработок зависит от состояния массива горных пород, их назначения и срока существования. В зависимости от свойств пород, их поведения в обнажении и силового воздействия горного массива выбираются те или иные типы материалов, конструкции крепи и мероприятия по управлению горным давлением.

В этой связи определение нагрузок на крепь в каждом конкретном случае представляет собой отдельную геомеханическую задачу, решение которой позволяет рассчитать параметры крепи, выбрать её конструкцию и разработать необходимые мероприятия по охране наземных и подземных подрабатываемых объектов с учётом требований качества и экономической эффективности.

Учебно-методическое пособие составлено в соответствии с рабочей программой дисциплины «Геомеханика», утверждённой 23.09.2008 года для студентов специальности 130402 - "Маркшейдерское дело" (МД) направления 130400 Уральского государственного горного университета. Пособие учитывает изменения и дополнения, произошедшие в изложении курса.

Приведённые в учебно-методическом пособии расчётные схемы ориентированы на применение современных персональных компьютеров с использованием табличных процессоров и математических пакетов.

Для выполнения всех заданий студент принимает исходные данные, представленные в примерах задач пособия, с учётом приложения № 2 «Корректировка исходных данных заданий».

Индивидуальные поправки определяются по начальным буквам (инициалам) фамилии, имени, отчества студента в соответствии с приложением № 1 «Индивидуальные поправки».

1. УПРУГАЯ МОДЕЛЬ

1.1. Основные зависимости механики сплошной среды и упругой модели

В механике горных пород в качестве одной из возможных математических моделей применяются представления о сплошности породного массива. Массив горных пород, так же как и элементы крепи горных выработок и обделок подземных сооружений, рассматриваются как сплошная среда.

Предположение о сплошности среды позволяет наделять бесконечно малые объемы тел свойствами среды и эффективно использовать аналитический аппарат дифференциального и интегрального исчисления.

Горные породы в массиве находятся в объемном напряженном состоянии. Напряженное состояние в данной точке массива характеризуется напряжениями, действующими на трех взаимно перпендикулярных площадках (рис. 1.1).

Эти напряжения являются составляющими (компонентами) тензора напряжений:

$$T_{\text{н}} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} . \qquad (1.1)$$

В каждой точке напряженного тела всегда имеются три взаимно перпендикулярные площадки, на которых отсутствуют касательные напряжения. Такие площадки называются *главными*, а действующие на них нормальные напряжения – *главными напряжениями* σ_1, σ_2, σ_3, при этом

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3.$$

Наглядное представление о соотношениях между главными напряжениями на произвольных площадках (рис. 1.2, *а*) дает круг напряжений (круг Мора, рис. 1.2, *б*).

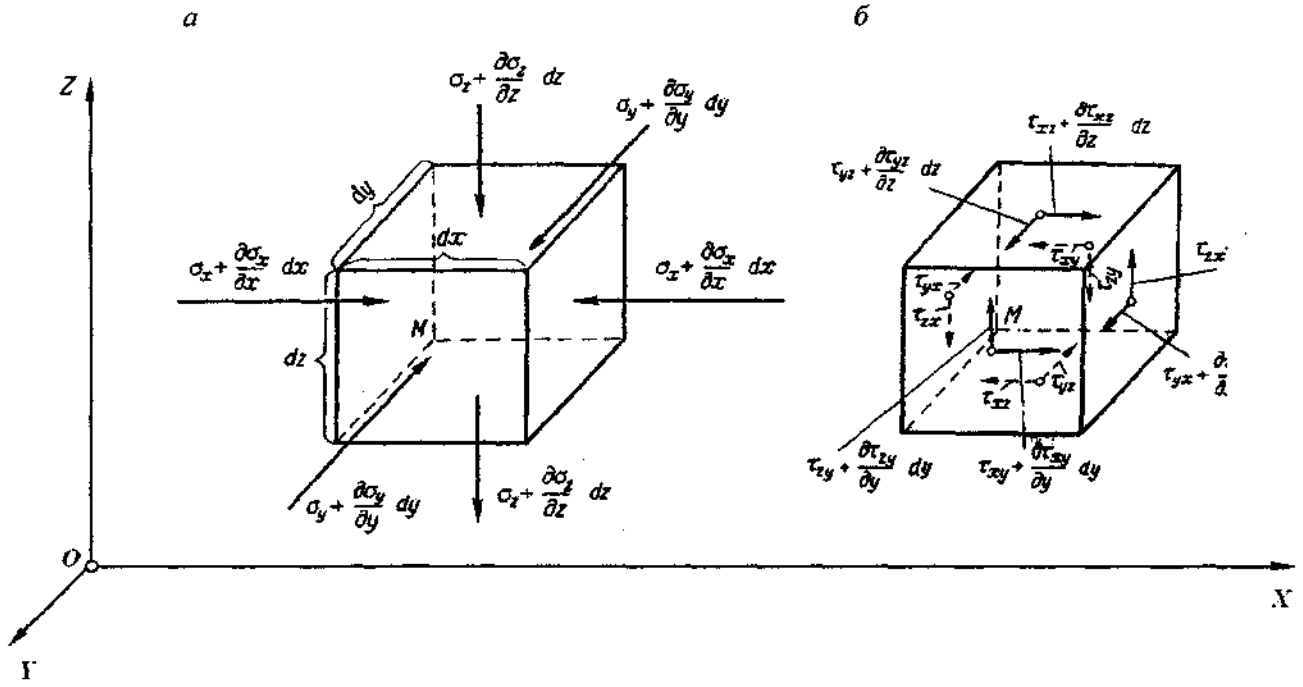


Рис. 1.1. Напряжения на гранях элементарного объема:
а - нормальные напряжения; *б* - компоненты касательных напряжений

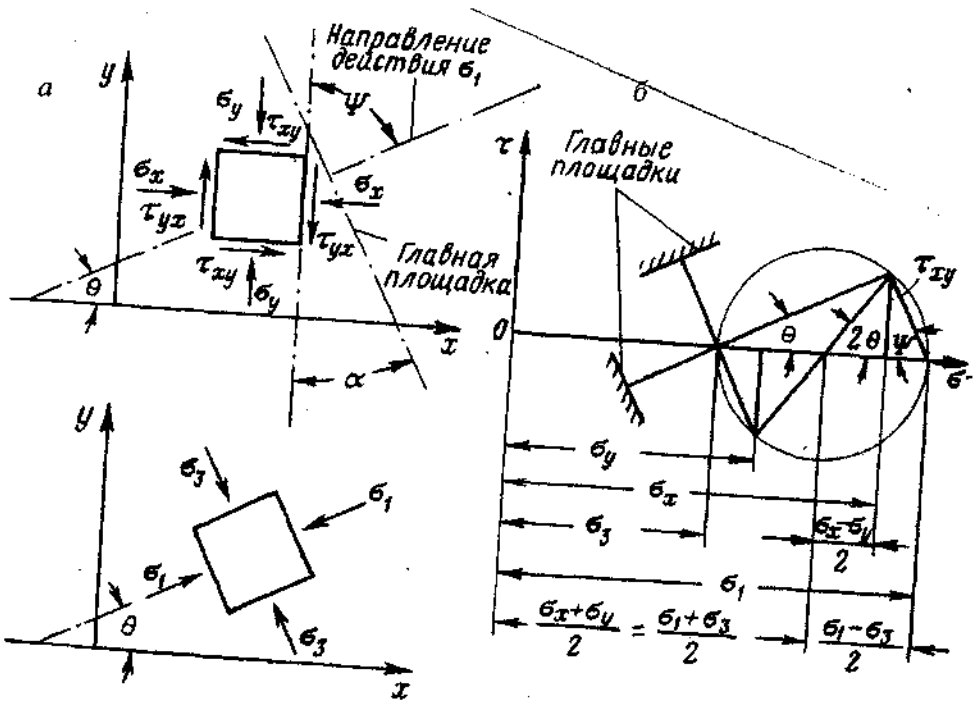


Рис. 1.2. Схема напряжений и круг Мора:
а - элемент в плоском напряженном состоянии; *б* - круговая диаграмма напряжений

Из диаграммы видны следующие основные зависимости:

$$\sigma_1 + \sigma_3 = \sigma_x + \sigma_y; \tag{1.2}$$

$$\left.\begin{matrix}\sigma_1\\ \sigma_3\end{matrix}\right\} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}; \tag{1.3}$$

$$\operatorname{tg} 2\Theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}; \tag{1.4}$$

$$\left.\begin{matrix}\sigma_x\\ \sigma_y\end{matrix}\right\} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\cos 2\Theta; \tag{1.5}$$

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\sin 2\Theta. \tag{1.6}$$

С помощью этих зависимостей можно преобразовать условия предельного состояния, представленные в координатах τ, σ, в условиях, выраженных через главные нормальные напряжения и через компоненты напряжений. Условие предельного состояния породы, обладающей сцеплением и трением при прямолинейной огибающей, можно получить, воспользовавшись рис. 1.3.

Условие предельного состояния в компонентах главных нормальных напряжений

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 + \sigma_3 + 2c\operatorname{ctg}\varphi)\sin\varphi. \tag{1.7}$$

Это же уравнение легко получить, подставив в уравнение прямолинейной огибающей $\tau = \sigma\operatorname{tg}\varphi + c$ значения τ и σ, выраженные через σ_1 и σ_3

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\cdot\cos\varphi; \tag{1.8}$$

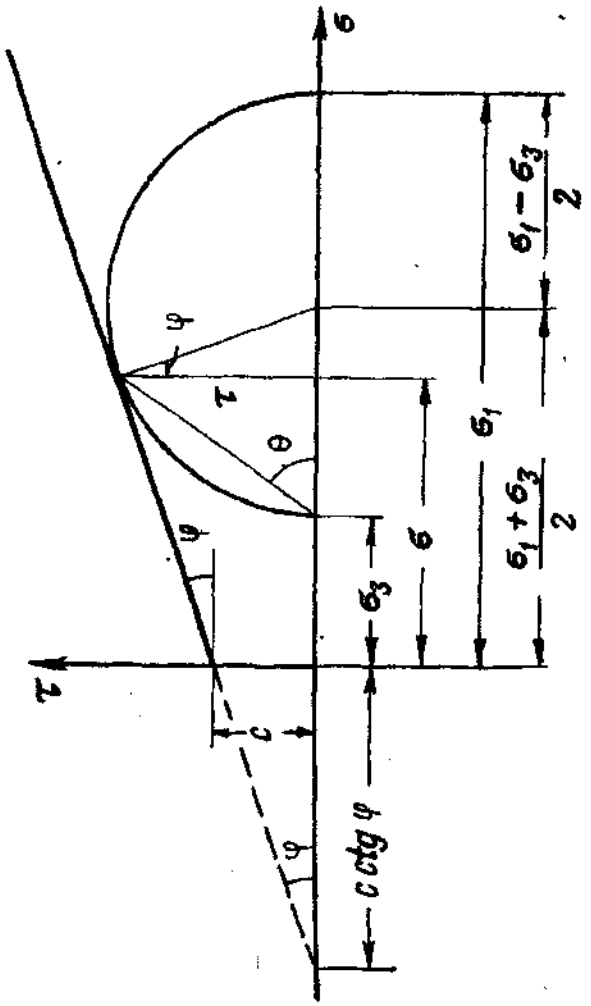


Рис. 1.3. Схема к определению условия предельного состояния породы при прямолинейной огибающей

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \sin\varphi. \qquad (1.9)$$

Путем подстановки можно получить форму записи условия предельного равновесия при прямолинейной огибающей через компоненты напряжения

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 = (\sigma_x + \sigma_y + 2c\,\mathrm{ctg}\rho)^2 \sin^2\rho. \qquad (1.10)$$

Тензору напряжений соответствует тензор деформаций:

$$T_Д = \begin{vmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{vmatrix}. \qquad (1.11)$$

Компоненты относительных линейных и сдвиговых деформаций представлены на рис. 1.4.

Главным напряжениям σ_1, σ_2, σ_3, соответствуют компоненты главных деформаций ε_1, ε_2, ε_3.

Сумма линейных деформаций характеризует относительное изменение объема в процессе деформации – величину объемной деформации

$$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3. \qquad (1.12)$$

Основные уравнения теории упругости складываются из уравнений механики сплошной среды:

а) статические уравнения

Для элемента тела в виде бесконечно малого параллелепипеда дифференциальные уравнения равновесия (движения) в декартовых координатах записывают

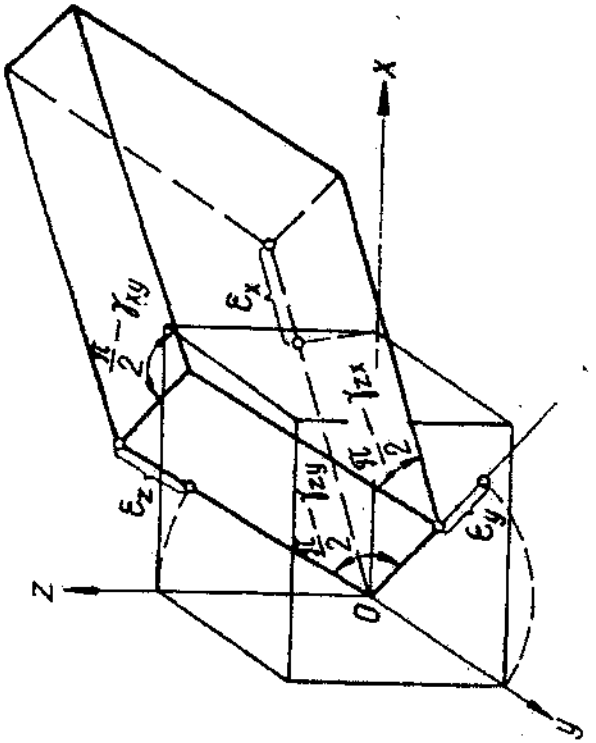


Рис. 1.4. Деформации элементарного объема

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z}+X\rho=0 \quad \left(\text{или } \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right),\\
&\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_y}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{yz}}{\partial z}+Y\rho=0 \quad \left(\text{или } \rho\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial t^2}\right),\\
&\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{zy}}{\partial y}+\frac{\partial\sigma_z}{\partial z}+Z\rho=0 \quad \left(\text{или } \rho\frac{\partial^2 \varpi}{\partial t^2}\right).
\end{aligned}\right\} \qquad (1.13)$$

Через X, Y, Z обозначены проекции на координатные оси объемной силы, отнесенные к единице массы.

К этим уравнениям присоединяются остающиеся без изменения, как в статической, так и в динамической задаче соотношения

$$\tau_{xy}=\tau_{yx},\ \tau_{yz}=\tau_{zy},\ \tau_{zx}=\tau_{xz}. \qquad (1.14)$$

В цилиндрической системе координат $r\theta z$ дифференциальные уравнения равновесия имеют вид:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial\sigma_r}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial\theta}+\frac{\partial\tau_{rz}}{\partial z}+\frac{\sigma_r-\sigma_\theta}{r}+P=0,\\
&\frac{\partial_{\theta r}}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\sigma_\theta}{\partial\theta}+\frac{\partial\tau_{\theta z}}{\partial z}+\frac{2\tau_{\theta r}}{r}+Q=0,\\
&\frac{\partial\tau_{zr}}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\tau_{z\theta}}{\partial\theta}+\frac{\partial\sigma_z}{\partial z}+\frac{\tau_{zr}}{r}+R=0,
\end{aligned}\right\} \qquad (1.15)$$

где P, Q, R – проекции объемной силы, отнесенные к единице объема на координаты оси r, θ, z.

В сферической системе координат r, θ, φ уравнения равновесия записывают:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial\sigma_r}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial\theta}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\tau_{r\varphi}}{\partial\varphi}+\\
&+\frac{1}{r}\left[2\sigma_r-\left(\sigma_\theta+\sigma_\varphi\right)+\tau_{r\theta}ctg\theta\right]+P_r=0,\\
&\frac{\partial\tau_{\theta r}}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\sigma_\theta}{\partial\theta}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\tau_{\theta\varphi}}{\partial\varphi}+\\
&+\frac{1}{r}\left[3\tau_{\theta r}+\left(\sigma_\theta-\sigma_\varphi\right)ctg\theta\right]+P_\theta=0,\\
&\frac{\partial\tau_{\varphi r}}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\tau_{\varphi\theta}}{\partial\theta}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\sigma_\varphi}{\partial\varphi}+\\
&+\frac{1}{r}\left[3\tau_{\varphi r}+2\tau_{\varphi\theta}ctg\theta\right]+P_\varphi=0.
\end{aligned}\right\} \qquad (1.16)$$

б) условия на поверхности тела

Напряженное состояние в точке тела при заданной нагрузке определяется тензором напряжений. Для любой наклонной (по отношению к координатным осям) площадки, проходящей через данную точку, проекции на координатные оси (x, y, z) полного напряжения записывают:

$$\left.\begin{aligned}
p_{x\nu}&=\sigma_x l+\tau_{xy}m+\tau_{xz}n,\\
p_{y\nu}&=\tau_{yx}l+\sigma_y m+\tau_{yz}n,\\
p_{z\nu}&=\tau_{zx}l+\tau_{zy}m+\sigma_z n,
\end{aligned}\right\} \qquad (1.17)$$

а проекция на нормаль к площадке (т. е. нормальное напряжение σ_ν) и другая проекция, лежащая на самой площадке (т. е. касательное напряжение τ_ν), равны

$$\begin{aligned}
\sigma_\nu&=\sigma_x l^2+\sigma_y m^2+\sigma_z n^2+2\tau_{xy}lm+2\tau_{yz}mn+2\tau_{zx}nl,\\
\tau_\nu^2&=p_\nu^2-\sigma_\nu^2,
\end{aligned} \qquad (1.18)$$

где

$$p_v^2 = p_{xv}^2 + p_{yv}^2 + p_{zv}^2.$$

в) геометрические уравнения Коши

Компоненты деформации в декартовых координатах записывают через компоненты перемещений:

$$\left.\begin{aligned} &\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x},\ \varepsilon_y = \frac{\partial \upsilon}{\partial y},\quad \varepsilon_z = \frac{\partial \omega}{\partial z},\quad \gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \upsilon}{\partial x};\\ &\gamma_{yz} = 2\varepsilon_{yz} = \frac{\partial \upsilon}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial y},\quad \gamma_{zx} = 2\varepsilon_{zx} = \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}. \end{aligned}\right\} \qquad (1.19)$$

В цилиндрической системе координат r, θ, z компоненты деформации записывают через компоненты смещения u, υ и ω (u_r, u_θ, u_z):

$$\left.\begin{aligned} &\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r},\ \gamma_{r\theta} = \frac{\partial \upsilon}{\partial r} - \frac{\upsilon}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta},\\ &\varepsilon_0 = \frac{1}{r}\frac{\partial \upsilon}{\partial 0} + \frac{u}{r},\ \gamma_{\theta z} = \frac{1}{r}\frac{\partial \omega}{\partial \theta} + \frac{\partial \upsilon}{\partial z},\\ &\varepsilon_z = \frac{\partial \omega}{\partial z},\ \gamma_{zr} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial r}. \end{aligned}\right\} \qquad (1.20)$$

В сферической системе координат r, θ, φ компоненты деформации записывают через компоненты смещения u, υ, ω (u_r, u_θ, u_φ):

$$\left.\begin{aligned} &\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r},\ \gamma_{r\theta} = \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \theta},\\ &\varepsilon_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r},\ \gamma_{\theta\varphi} = \frac{1}{r}\frac{\partial u_\varphi}{\partial \theta} - \frac{u_\varphi \operatorname{ctg}\theta}{r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial u_\theta}{\partial \varphi},\\ &\gamma_{\varphi r} = \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial u_r}{\partial \varphi} + \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r}. \end{aligned}\right\} \qquad (1.21)$$

г) уравнения Сен-Венана

Компоненты деформации связаны условиями совместности (неразрывности) деформации:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y},\\ &\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z},\\ &\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x}, \end{aligned}\right\} \qquad (1.22)$$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z}\right) = 2\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y},\\ &\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x}\right) = 2\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z},\\ &\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y}\right) = 2\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z \partial x} \end{aligned}\right\} \qquad (1.23)$$

Для изотропного линейно-упругого тела вышеперечисленные уравнения записывают в форме обобщенного закона Гука:

$$\left.\begin{aligned} &\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)\right],\quad \gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy},\\ &\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)\right],\quad \gamma_{yz} = \frac{1}{G}\tau_{yz},\\ &\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)\right],\quad \gamma_{zx} = \frac{1}{G}\tau_{zx}, \end{aligned}\right\} \qquad (1.24)$$

где E – модуль продольной упругости (модуль Юнга) породы:

$$E = \sigma/\varepsilon; \qquad (1.25)$$

G – модуль сдвига, коэффициент пропорциональности между касательным напряжением τ и соответсвующей упругой деформацией сдвига γ:

$$\tau = G\gamma; \tag{1.26}$$

ν – коэффициент Пуассона;

$$\nu = \Delta dl / (\Delta ld). \tag{1.27}$$

Модуль продольной упругости E и модуль сдвига G соответствуют основным видам напряжений и деформаций и поэтому считаются основными характеристиками упругости породы. Они связаны с коэффициентом Пуассона следующей зависимостью:

$$G = E/[2(1+\nu)]. \tag{1.28}$$

Наиболее вероятные значения модуля Юнга в породах $10^3 \div 3\cdot 10^5$ МПа. Коэффициент Пуассона ν – величина безразмерная, числовые значения его в соответствии с теорией упругости находятся в пределах $0 \le \nu \le 0{,}5$, для горных пород $\nu = 0{,}2 \div 0{,}4$.

Модули упругости характеризуют способность пород сопротивляться деформированию, т. е. определяют жесткость пород. Величина, обратная модулям, оценивает податливость пород и носит название *коэффициента соответствующей деформируемости.*

Если из уравнения (1.24) выразить напряжение через деформации, то получим:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_x &= 2G\varepsilon_x + \lambda\varepsilon_V, \quad \tau_{xy} = G\gamma_{xy}, \\ \sigma_y &= 2G\varepsilon_y + \lambda\varepsilon_V, \quad \tau_{yz} = G\gamma_{yz}, \\ \sigma_z &= 2G\varepsilon_z + \lambda\varepsilon_V, \quad \tau_{zx} = G\gamma_{zx}, \end{aligned}\right\} \tag{1.29}$$

где $$\varepsilon_V = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3, \tag{1.30}$$

$$\lambda = \frac{2\mu G}{1-2\mu}. \tag{1.31}$$

1.2. Круговая диаграмма напряжений (задание № 1)

Найти аналитически и графически (с помощью круга Мора) нормальные σ_x, σ_y и касательные τ_{xy} напряжения.

Исходные данные: $\sigma_1 = 547$ МПа; $\sigma_3 = 226$ МПа; $\Theta = 19^0$.

Аналитическое решение.

Нормальные напряжения σ_x и σ_y находим по формулам:

$$\sigma_x = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\cos 2\Theta; \tag{1.32}$$

$$\sigma_y = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\cos 2\Theta. \tag{1.33}$$

Касательное напряжение τ_{xy} определяем по формуле:

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\sin 2\Theta. \tag{1.34}$$

Для условий задачи получим:

$$\sigma_x = \frac{547+226}{2} + \frac{547-226}{2}\cdot\cos 38^\circ = 513\ МПа;$$

$$\sigma_y = \frac{547+226}{2} - \frac{547-226}{2}\cos 38^\circ = 260\ МПа;$$

$$\tau_{xy} = \frac{547-226}{2}\sin 38^\circ = 98{,}8 МПа.$$

Графическое определение всех напряжений представлено на круговой диаграмме напряжений (рис. 1.5).

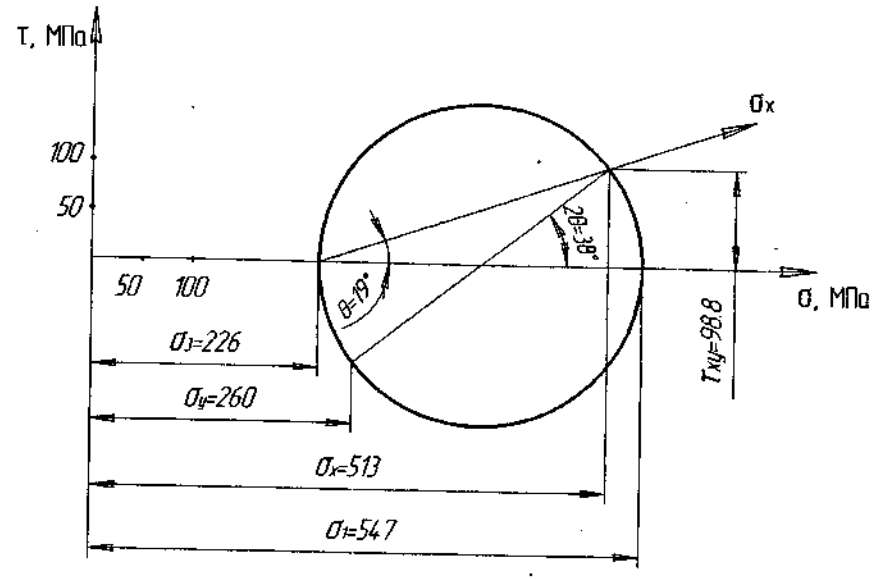


Рис. 1.5. Круговая диаграмма напряжений

С помощью графического метода получены следующие результаты:

$$\sigma_x = 513 \text{ МПа},$$
$$\sigma_y = 260 \text{ МПа},$$
$$\tau_{xy} = 98{,}8 \text{ МПа}.$$

Вывод: аналитический и графический методы обеспечивают с одинаковой точностью определение действующих напряжений.

1.3. Определение компонент начального и дополнительного полей напряжений в массиве горных пород (задание № 2)

а) Определить компоненты начального поля напряжений в массиве горных пород, представленных песчаниками. Глубина разработки H = 39 м.

Для решения принимаем следующие характеристики пород: $\gamma = 2{,}69$ тс/м^3; $\nu = 0{,}28$.

Компоненты начального поля напряжений показаны на рис. 1.6.

Определение компонентов начального поля напряжений производим по формулам:

$$\sigma_z^{(0)} = \gamma H; \tag{1.35}$$

$$\sigma_x^{(0)} = \sigma_y^{(0)} = \lambda \gamma H, \tag{1.36}$$

где λ - коэффициент бокового давления, определяется по формуле

$$\lambda = \frac{\nu}{1-\nu}. \tag{1.37}$$

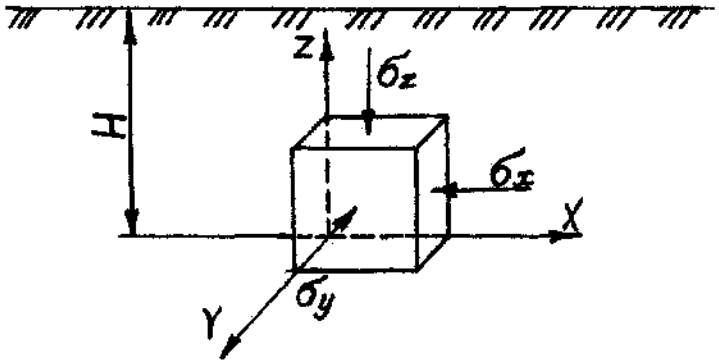


Рис. 1.6. Компоненты начального поля напряжений

$$\sigma_z^{(0)} = 2{,}69 \cdot 39 = 104{,}91 \ \frac{\text{тс}}{\text{м}^2};$$

$$\sigma_x^{(0)} = \sigma_y^{(0)} == \frac{0{,}28}{1-0{,}28} \cdot 2{,}69 \cdot 39 = 41 \frac{\text{тс}}{\text{м}^2}.$$

б) определить компоненты дополнительного поля напряжений, вызванного подработкой и обусловившего деформации сжатия по оси X, равной $\varepsilon_x = 6\cdot10^{-3}$. Деформации в направлении оси Y невозможны.

Исходные данные: модуль упругости
$E = 5{,}65\cdot10^{-5}$ кгс/см^2 = $5{,}65\cdot10^{-4}$ тс/м^2.

При решении этой задачи нужно решить систему линейных уравнений, описывающих объёмное напряжённое состояние, представляющих из себя обобщённый закон Гука:

$$\left.\begin{aligned} E\varepsilon_x &= \sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z);\\ E\varepsilon_y &= \sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x);\\ E\varepsilon_z &= \sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y) \end{aligned}\right\} \qquad (1.38)$$

Составим уравнения обобщённого закона Гука для данных примера задачи.

$$\left.\begin{aligned} 5{,}5\cdot10^{-4}\cdot6\cdot10^{-3} &= \sigma_x - 0{,}28(\sigma_y + 104{,}1);\\ 0 &= \sigma_y - 0{,}28(104{,}91 + \sigma_x);\\ 5{,}65\cdot10^{-4}\varepsilon_z &= 104{,}91 - 0{,}28(\sigma_x + \sigma_y) \end{aligned}\right\}$$

Система линейных уравнений может быть решена тремя способами: матричным, Гаусса, по формулам Крамера.

Целесообразней в данном случае применить способ Гаусса.

В результате получим:

σ_x = 40,8 тс/м^2; σ_y = 40,8 тс/м^2; $\varepsilon_z = 1{,}45\cdot10^5$ тс/м^2.

1.4. Определение начального поля напряжений применительно к горизонтальной выработке (задание № 3)

Определить компоненты начального поля напряжений в месте проведения будущей выработки и по контуру поперечного сечения будущей выработки.

Исходные данные: H = 790 м; r_0 = 2 м; породы – габбро-диабазы.

Для решения принимаем следующие характеристики породы: $\gamma = 2{,}76$ тс/м^3 = $2{,}76\cdot10^{-2}$ мН/м^3; $\nu = 0{,}4$.

Определяем компоненты начального поля напряжений (см. рис. 1.6) по формулам (16) и (17).

$$\sigma_z^{(0)} = \gamma H = 0{,}0276\cdot790 = 21{,}8 \text{ МПа};$$
$$\sigma_x^{(0)} = \sigma_y^{(0)} = \frac{0{,}4}{1-0{,}4}\cdot21{,}8 = 14{,}5 \text{ МПа}.$$

Поскольку предполагается проведение выработки круглого сечения, то полученные выше напряжения представим в полярной системе координат (рис. 1.7).

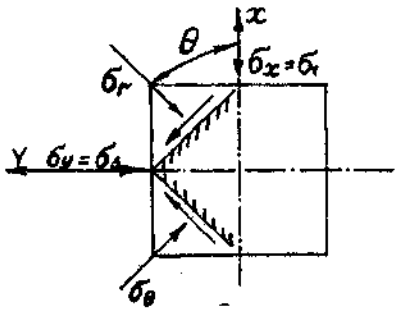


Рис. 1.7. Схема напряжений в декартовой и полярной системе координат

Имеем $\sigma_1^{(0)} = \sigma_z^{(0)}$; $\sigma_3^{(0)} = \sigma_x^{(0)} = \sigma_y^{(0)}$.

Компоненты напряжений в полярной системе координат (τ, Θ) определяем по следующим формулам:

$$\sigma_r = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\cos 2\Theta; \qquad (1.39)$$

$$\sigma_\Theta = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\cos 2\Theta. \qquad (1.40)$$

$$\tau_{r,\Theta} = -\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\sin 2\Theta. \qquad (1.41)$$

Подставив $\sigma_1^{(0)}$; $\sigma_3^{(0)}$ в формулы (1.39) - (1.41) получим:

$$\left.\begin{matrix}\sigma_r^{(0)}\\ \sigma_\Theta^{(0)}\end{matrix}\right\} = \frac{21{,}8+14{,}5}{2} \pm \frac{21{,}8-14{,}5}{2}\cos 2\Theta;$$

$$\tau_{r\Theta} = -\frac{21{,}8-14{,}5}{2}\sin 2\Theta;$$

или

$$\sigma_r^{(0)} = 18{,}15 + 3{,}65\cos 2\Theta \text{ МПа};$$

$$\sigma_\Theta^{(0)} = 18{,}15 - 3{,}65\cos 2\Theta \text{ МПа};$$

$$\tau_{r\Theta}^{(0)} = -3{,}65\sin 2\Theta \text{ МПа}.$$

Для построения эпюр компонентов начального поля напряжений по контуру сечения будущей выработки используем таблицу, значения в которой вычисляются по полученным выше формулам (табл. 1.1).

Эпюры компонентов начального поля напряжений по контуру сечения выработки показаны на рис. 1.8.

Таблица 1.1

Значения начальных напряжений

Значения угла наклона главных осей к осям x и y, Θ, град.	Значения радиальных начальных напряжений $\sigma_r^{(0)}$, МПА	Значения нормальных тангенциальных напряжений $\sigma_\Theta^{(0)}$, МПА	Значения начальных касательных напряжений $\tau_{r,\Theta}^{(0)}$, МПА
0	21,80	14,54	0
15	21,32	15,02	-1,82
30	19,99	16,35	-3,15
45	18,17	18,17	-3,63
60	16,35	19,99	-3,15
75	15,02	21,32	-1,82
90	14,54	21,80	0
105	15,02	21,32	1,82
120	16,35	19,99	3,15
135	18,17	18,17	3,63
150	19,99	16,35	3,15
165	21,32	15,02	1,82
180	21,80	14,54	0
195	21,32	15,02	-1,82
210	19,99	16,35	-3,15
225	18,17	18,17	-3,63
240	16,35	19,99	-3,15
255	15,02	21,32	-1,82
270	14,54	21,80	0
285	15,02	21,32	1,82
300	16,35	19,99	3,15
315	18,170	18,17	3,63
330	19,99	16,35	3,15
345	21,32	15,02	1,82
360	21,80	14,54	0

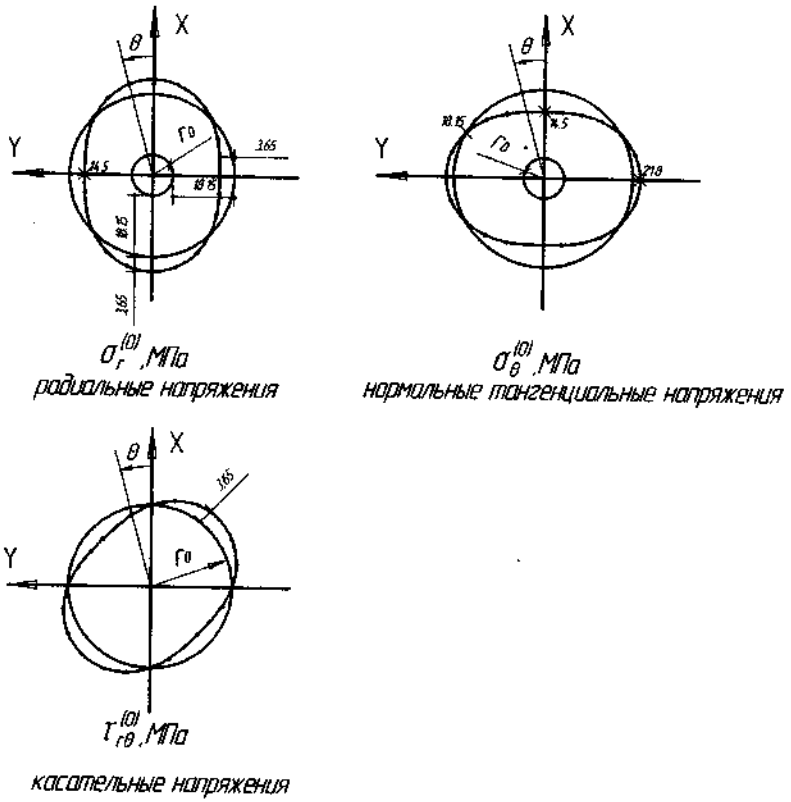


Рис. 1.8. Эпюры начальных напряжений по контуру поперечного сечения будущей выработки круглого сечения

1.5. Определение напряжений методом разгрузки (задание № 4)

Оценить погрешность определения компонент начального поля напряжений при плоском и объёмном напряжённом состоянии.

Для исследования начального поля напряжения методом разгрузки бурится скважина (рис. 1.9, *а*), на забой скважины наклеиваются датчики деформаций - 1.

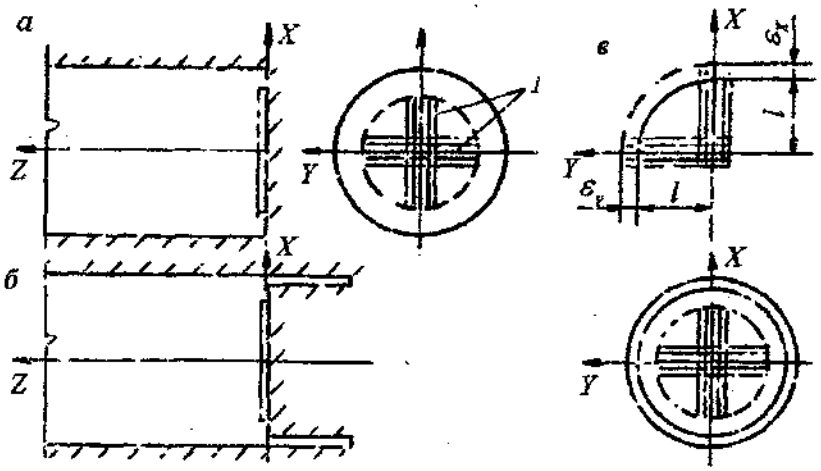


Рис. 1.9. Схема измерения напряжений в массиве методом разгрузки:
а, б – стадии работ наклеивания датчиков и обуривания кернов;
в – схема деформаций разгрузки керна

Затем вокруг датчиков обуривается кольцевая щель (рис. 1.9, *б*), вследствие чего породный керн с датчиками отделяется от массива и разгружается от действующих напряжений.

Деформации восстановления $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ измеряются и по ним определяются напряжения в массиве $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$.

Измерения проведены на глубине H = 1200 м в диоритах со следующими характеристиками: $\gamma = 0{,}03$ ***мН/м^3;*** $E = 8 \cdot 10^4$ ***МПа;*** $\nu = 0{,}26$.

1. В результате измерений в горизонтальной скважине получены следующие деформации восстановления:

$$\varepsilon_x = 3{,}66 \cdot 10^{-4}; \varepsilon_y = 0{,}03 \cdot 10^{-4}.$$

Поскольку на забое скважины имеется плоское напряжённое состояние ($\sigma_z = 0$) можно воспользоваться формулами обобщённого закона Гука для плоского напряжённого состояния:

$$\sigma_1 = E\frac{\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2}{1+\nu^2}; \quad \sigma_2 = E\frac{\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1}{1+\nu^2}. \qquad (1.42)$$

Подставив значения величин E, ν, $\varepsilon_x=\varepsilon_1$, $\varepsilon_y=\varepsilon_2$ в формулу (1.42), получим:

$$\sigma_1=\sigma_x=8\cdot10^4\,\frac{3{,}66\cdot10^{-4}+0{,}26\cdot0{,}03\cdot10^{-4}}{1+0{,}26^2}=31{,}5\ \text{МПа};$$

$$\sigma_2=\sigma_y=8\cdot10^4\,\frac{0{,}03\cdot10^{-4}+0{,}26\cdot3{,}66\cdot10^{-4}}{1+0{,}26^2}=8{,}4\ \text{МПа}.$$

2. *Отделённый от массива керн (см. рис. 1.9, б) испытывает деформации по всем трём направлениям ($\varepsilon_z\neq0$). В результате измерений получены следующие деформации восстановления:*

$$\varepsilon_x=3{,}66\cdot10^{-4};\varepsilon_y=\varepsilon_z=0{,}03\cdot10^{-4}.$$

Воспользуемся формулами (1.29). Предварительно по формуле (1.12) определяется объёмная деформация

$$\varepsilon_V=3{,}66\cdot10^{-4}+0{,}03\cdot10^{-4}+0{,}03\cdot10^{-4}=3{,}72\cdot10^{-4}.$$

Модуль сдвига определяется по формуле (1.28)

$$G=\frac{8\cdot10^4}{2(1+0{,}26)}=3{,}2\cdot10^4\,\text{МПа}.$$

Подставим значения величин в формулы (1.29):

$$\sigma_1=\sigma_x=2\cdot3{,}2\cdot10^4(3{,}66\cdot10^{-4}+\frac{0{,}26}{1-2\cdot0{,}26}3{,}72\cdot10^{-4})=36{,}3\ \text{МПа};$$

$$\sigma_3=\sigma_2=\sigma_z=\sigma_y=$$

$$=2\cdot3{,}2\cdot10^4(0{,}03\cdot10^{-4}+\frac{0{,}26}{1-2\cdot0{,}26}3{,}72\cdot10^{-4})=13{,}1\ \text{МПа}.$$

Для сравнения разных способов определения компонент напряжений вычислим компоненты начального поля напряжений по

формулам (1.35), (1.36), при этом коэффициент бокового давления равен

$$\lambda=\frac{0{,}26}{1-0{,}26}=0{,}35,$$

$$\sigma_z=0{,}03\cdot1200=36\ \text{МПа},$$

$$\sigma_x=\sigma_y=0{,}35\cdot36=13\ \text{МПа}.$$

Ошибки измерений в 1 и 2 - ом случаях соответственно составляют:

$$1)\ \Delta_{\sigma_1}=\frac{31{,}5-36}{36}100=-12{,}5\ \%;$$

$$\Delta_{\sigma_2}=\frac{8{,}4-13}{13}100=-35{,}4\ \%;$$

$$2)\ \Delta_{\sigma_1}=\frac{36{,}3-36}{36}100=3\ \%;$$

$$\Delta_{\sigma_2}=\frac{13{,}1-13}{13}100=1\ \%.$$

1.6. Определение зоны влияния выработки (задание № 5)

Определить, будут ли взаимно влиять друг на друга горизонтальные выработки радиусами $r_{0(1)}=2{,}0$ м, $r_{0(2)}=2{,}8$ м, пройденные в массиве горных пород с гидростатическим полем начальных напряжений. Выработки отстоят друг от друга на расстоянии l = 47 м при допустимой погрешности Δ отклонения тангенциальных напряжений σ_Θ от начального поля напряжений $\sigma_\Theta^{(0)}$, равной 5 %.

Условия на границе зоны влияния выработки запишется в виде

$$\Delta=\frac{\sigma_\Theta-\sigma_\Theta^{(0)}}{\gamma H}. \qquad (1.43)$$

Напряжения в массиве с выработкой описываются следующими формулами:

$$\sigma_r = \gamma H\left[\frac{1+\lambda}{2}\left(1-\frac{r_0^2}{r^2}\right)+\frac{1-\lambda}{2}\left(1+3\frac{r_0^4}{r^4}-4\frac{r_0^2}{r^2}\right)\cos 2\Theta\right]; \qquad (1.44)$$

$$\sigma_Q = \gamma H\left[\frac{1+\lambda}{2}\left(1+\frac{r_0^2}{r^2}\right)-\frac{1-\lambda}{2}\left(1+3\frac{r_0^4}{r^4}\right)\cos 2\Theta\right]; \qquad (1.45)$$

$$\tau_{r,Q} = -\gamma H\frac{1-\lambda}{2}\left(1-3\frac{r_0^4}{r^4}+\frac{r_0^2}{r^2}\right)\sin 2\Theta, \qquad (1.46)$$

где r – текущий радиус, м; λ - коэффициент бокового давления.

В гидростатическом поле напряжения $\lambda = 1$, следовательно:

$$\sigma_\Theta^{(0)} = \gamma H\left(1-\frac{r_0^2}{r^2}\right); \qquad (1.47)$$

$$\sigma_r^{(0)} = \sigma_\Theta^{(0)} = \gamma H. \qquad (1.48)$$

Подставим полученные выражения σ_Q и σ_r в формулу (1.43) и получим

$$\frac{r_0^2}{R_\Delta^2} = \Delta, \qquad (1.49)$$

где $R_\Delta = r$.

Отсюда

$$R_\Delta = \frac{r_0}{\sqrt{\Delta}}. \qquad (1.50)$$

Найдем значения зон влияния для обеих выработок по формуле (1.49)

$$R_{\Delta 1} = \frac{r_{0(1)}}{\sqrt{\Delta}} = \frac{2}{\sqrt{0{,}05}} = 8{,}9\text{ м};$$

$$R_{\Delta 2} = \frac{r_{0(2)}}{\sqrt{\Delta}} = \frac{2{,}8}{\sqrt{0{,}05}} = 12{,}5\text{ м}.$$

Так как полученные значения меньше расстояния между выработками, то выработки не оказывают влияние друг на друга.

Графическое пояснение данной задачи представлено на рис. 1.10.

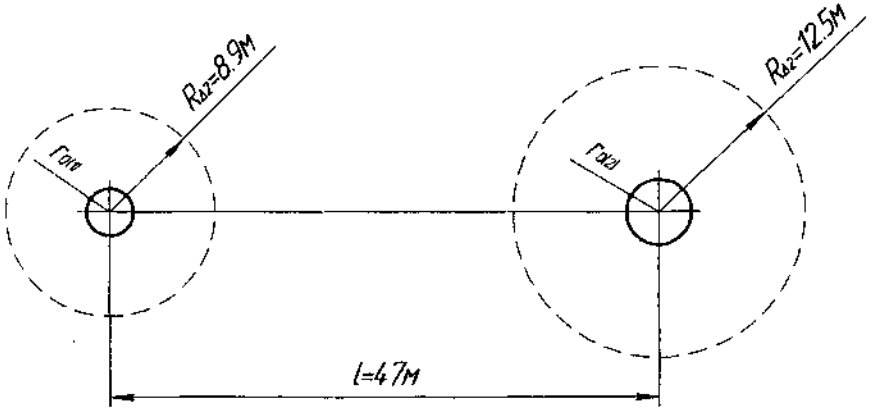


Рис. 1.10. Схема к определению границ зон влияния выработок

1.7. Перемещение контура сечения ствола (задание № 6)

Определить перемещения контура сечения вертикального ствола радиусом r_0 = 2,5 м, на глубине 100 м в супеси твёрдой консистенции.

Исходные данные: объёмный вес $\gamma = 1{,}93\cdot10^{-2}$ *МН*/м^3; модуль деформации E = 110 МПа; коэффициент поперечной деформации $\nu = 0{,}32$.

Перемещение контура сечения ствола определяется по формуле:

$$U = r_0 \frac{\lambda \gamma H}{2G}\left(1 - \frac{P}{\lambda \gamma H}\right), \qquad (1.51)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{110}{2(1+0{,}32)} = 41{,}7 \text{ МПа};$$

$$\lambda = \frac{\nu}{1-\nu} = \frac{0{,}32}{1-0{,}32} = 0{,}47;$$

$$U = 2{,}5 \cdot \frac{0{,}47 \cdot 0{,}0193 \cdot 100}{2 \cdot 41{,}7}\left(1 - \frac{0{,}0193 \cdot 100}{0{,}47 \cdot 0{,}0193 \cdot 100}\right) = 0{,}031 \text{ м},$$

если P = 0

$$U = 0{,}027 \text{ м}.$$

1.8. Напряжения и деформации в массиве горных пород вокруг выработки (задание № 7)

Построить графики эпюр напряжений σ_r, σ_Θ ***вокруг горизонтальной горной выработки круглого сечения*** r_0 ***= 2,8 м, пройденной в диабазах на глубине H = 280 м.*** Эпюры построить для $r = 1, r_0 \ldots 7\, r_0$ при $\Theta = 0°$; $\Theta = 45°$; $\Theta = 90°$.

Поле напряжений в массиве вокруг выработки круглого сечения описывается выражениями:

$$\sigma_r = \gamma H\left[\frac{1+\lambda}{2}\left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right) + \frac{1-\lambda}{2}\left(1 + 3\frac{r_0^4}{r^4} - 4\frac{r_0^2}{r^2}\right)\cos 2\Theta\right]; \qquad (1.52)$$

$$\sigma_\Theta = \gamma H\left[\frac{1+\lambda}{2}\left(1 + \frac{r_0^2}{r^2}\right) - \frac{1-\lambda}{2}\left(1 + 3\frac{r_0^4}{r^4}\right)\cos 2\Theta\right]; \qquad (1.53)$$

$$\tau_{r\Theta} = -\gamma H \frac{1-\lambda}{2}\left(1 - 3\frac{r_0^4}{r^4} + \frac{r_0^2}{r^2}\right)\sin 2\Theta. \qquad (1.54)$$

где r – текущий радиус.

Коэффициент бокового давления рассчитываем по формуле (1.37)

$$\lambda = \frac{0{,}4}{1-0{,}4} = 0{,}67.$$

Напряжения в массиве с выработкой рассчитываем по формулам (1.52) - (1.54). Расчеты производим для углов 0°; 45°, 90° при различном текущем радиусе. Все полученные данные записываем в таблицу напряжений (табл. 1.2), которую используем для построения эпюр.

Таблица 1.2

Значения напряжений

r, м	0°		45°		90°	
	σ_r, МПа	σ_Θ, МПа	σ_r, МПа	σ_Θ, МПа	σ_r, МПа	σ_Θ, МПа
1 r_0	0	7,73	0	12,88	0	18,03
2 r_0	5,07	6,52	4,83	8,05	4,59	9,58
3 r_0	6,49	5,82	5,72	7,16	4,96	8,49
4 r_0	7,02	5,54	6,04	6,84	5,06	8,15
5 r_0	7,27	5,40	6,18	6,70	5,09	7,99
6 r_0	7,41	5,33	6,26	6,62	5,11	7,91
7 r_0	7,49	5,28	6,31	6,57	5,12	7,86

Эпюры напряжений в массиве вокруг выработки круглого сечения показаны на рис. 1.11.

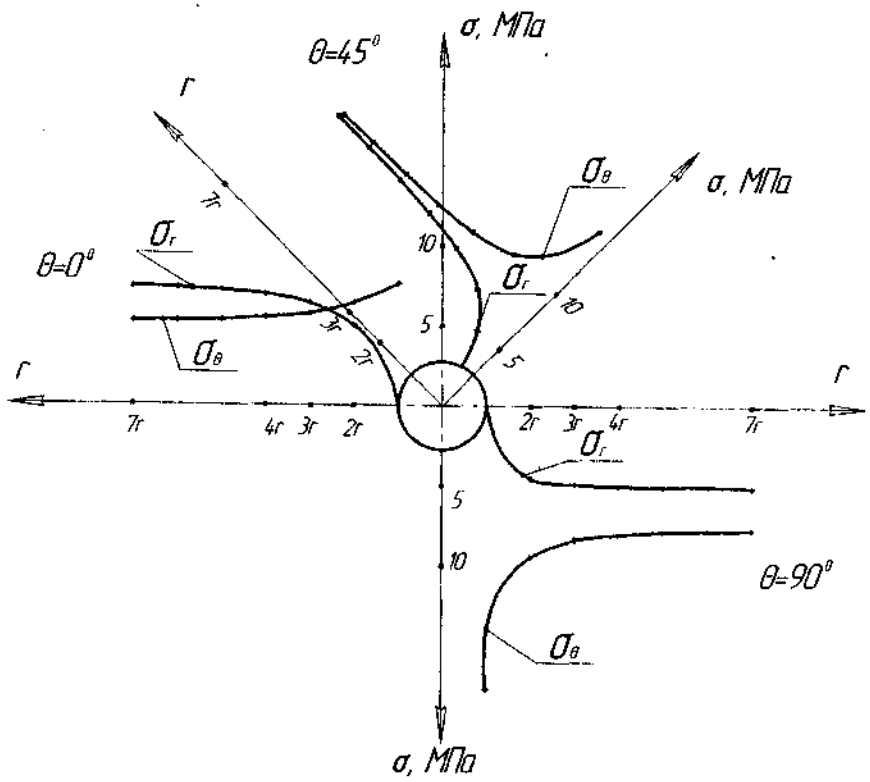


Рис. 1.11. Эпюры напряжений в массиве вокруг выработки круглого сечения

2. ПЛАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

2.1. Основные понятия и зависимости

Пластичность – свойство горных пород испытывать при нагружении необратимые (остаточные, пластические) деформации.

Прочность - свойство материалов воспринимать нагрузки без разрушения.

Для характеристики пластических свойств (прочности) горных пород, а также материалов крепи горных выработок и обделок подземных сооружений применяется пластическая модель (теория прочности Кулона-Мора).

Основные положения модели:

1. Пластические деформации (разрушения) происходят путём сдвига по площадкам скольжения.

2. Сдвигу по площадке скольжения препятствует сцепление и трение (рис. 2.1, *а*).

3. Пластичность (прочность) материала определяется величиной только максимальных и минимальных главных напряжений (σ_1 и σ_3).

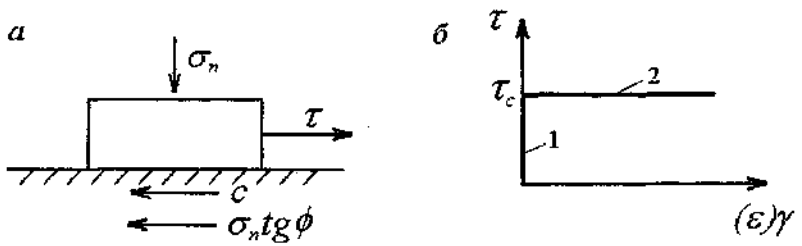


Рис. 2.1. Структурная схема (*а*) и диаграмма напряжений (*б*) жёсткопластической модели:
1 – отсутствие деформаций; 2 – пластические деформации

Из схемы (см. рис. 2.1, *а*) непосредственно следует условие пластичности (прочности) Кулона-Мора

$$\tau_c = c + \sigma_n \operatorname{tg}\varphi, \qquad (2.1)$$

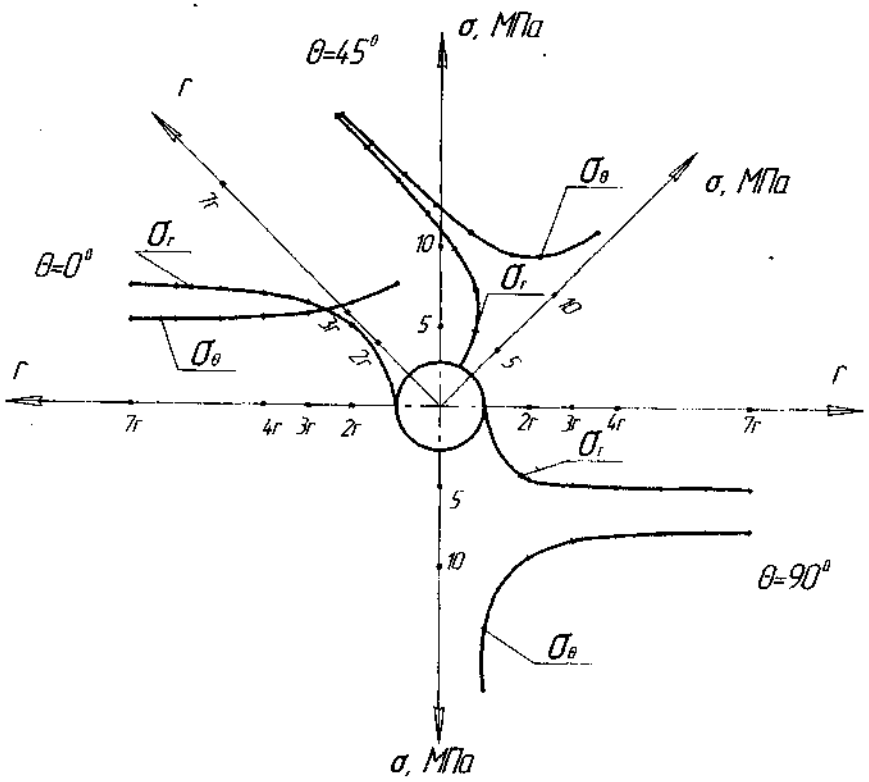


Рис. 1.11. Эпюры напряжений в массиве вокруг выработки круглого сечения

2. ПЛАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

2.1. Основные понятия и зависимости

Пластичность – свойство горных пород испытывать при нагружении необратимые (остаточные, пластические) деформации.

Прочность - свойство материалов воспринимать нагрузки без разрушения.

Для характеристики пластических свойств (прочности) горных пород, а также материалов крепи горных выработок и обделок подземных сооружений применяется пластическая модель (теория прочности Кулона-Мора).

Основные положения модели:

1. Пластические деформации (разрушения) происходят путём сдвига по площадкам скольжения.

2. Сдвигу по площадке скольжения препятствует сцепление и трение (рис. 2.1, *а*).

3. Пластичность (прочность) материала определяется величиной только максимальных и минимальных главных напряжений (σ_1 и σ_3).

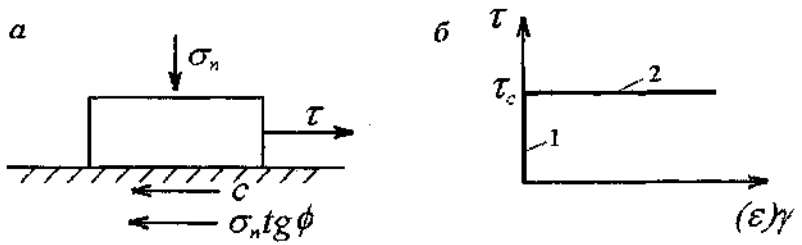


Рис. 2.1. Структурная схема (*а*) и диаграмма напряжений (*б*) жёсткопластической модели:
1 – отсутствие деформаций; 2 – пластические деформации

Из схемы (см. рис. 2.1, *а*) непосредственно следует условие пластичности (прочности) Кулона-Мора

$$\tau_c = c + \sigma_n \operatorname{tg}\varphi, \qquad (2.1)$$

где τ_c - касательные напряжения на площадках скольжения; c - сцепление; σ_n - нормальные напряжения на площадках скольжения; φ - угол внутреннего трения.

Условие (2.1) называют условием предельного состояния. Графическое изображение уравнения (2.1) представляет собой паспорт прочности горных пород (рис. 2.2, *а*) – огибающая наибольших кругов напряжений, которые испытывает порода на пределе прочности.

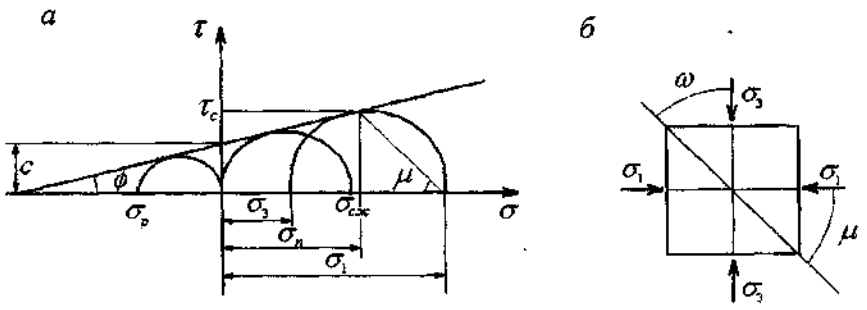


Рис. 2.2. Диаграмма наибольших кругов напряжений (*а*) и ориентировка площадок скольжения относительно главных напряжений (*б*) в пластической среде

Из геометрии кругов напряжений и огибающей можно получить следующие соотношения:

1. Предел прочности на одноосное сжатие

$$\sigma_{сж} = \frac{2c \cdot \cos\varphi}{1 - \sin\varphi}; \qquad (2.2)$$

2. Условие прочности в главных направлениях

$$\sigma_1 = \sigma_{сж} - \beta\sigma_3, \qquad (2.3)$$

где β - параметр объёмной прочности;

$$\beta = \frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi}; \qquad (2.4)$$

3. Условие пластичности в общем виде

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 = (\sigma_x + \sigma_y + 2c \cdot \mathrm{ctg}\varphi)^2 \cdot \sin^2\varphi. \qquad (2.5)$$

Угол наклона площадок скольжения к направлению наибольшего σ_1 и наименьшего σ_3 главных напряжений (см. рис. 2.2, *б*) составляет

$$\mu = \pm\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right); \qquad \omega = \pm\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right). \qquad (2.6)$$

2.2. Построение паспорта прочности породы (задание № 8)

Проверить прочность горных пород в точке массива, расположенной на глубине H = 750 м, определить графически и аналитически прочностные характеристики по результатам испытаний. Горные породы представлены известняками.

Исходные данные: объёмный вес $\gamma = 2{,}68 \cdot 10^{-2}$ МН/м^3; коэффициент Пуассона $\nu = 0{,}35$.

Результаты испытаний:

а) $\sigma_3 = 0$ МПа; $\sigma_1 = [\sigma_{сж}] = 51$ МПа.

б) $\sigma_3 = 22$ МПа; $\sigma_1 = 106$ МПа.

Решение

По данным испытаний строим круги напряжений 1 и 2 (рис. 2.3), к которым проводим общую касательную.

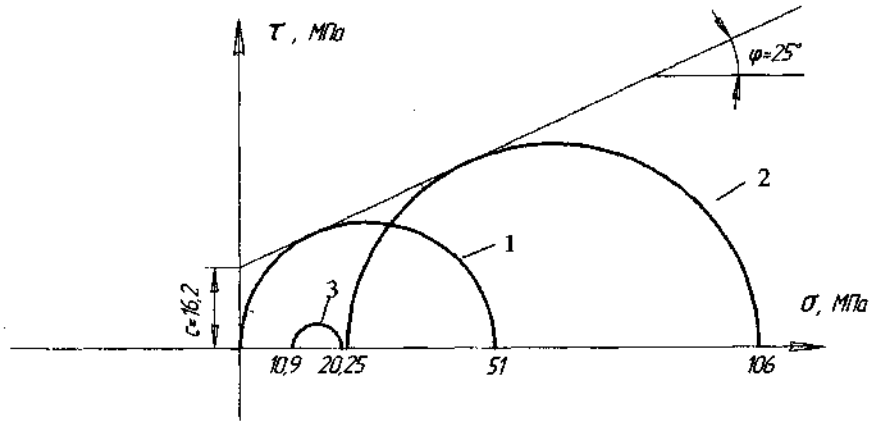


Рис. 2.3. Огибающая наибольших кругов напряжений

Определяем значения компонент напряжений в исследуемой точке массива:

$$\sigma_1^{(0)} = \sigma_Z^{(0)} = \gamma H = 0{,}027 \cdot 750 = 20{,}25 \text{ МПа};$$

$$\sigma_X^{(0)} = \sigma_Y^{(0)} = \sigma_2^{(0)} = \sigma_3^{(0)} = \lambda\gamma H = \frac{0{,}35}{1-0{,}35} \cdot 20{,}25 = 10{,}9 \text{ МПа}.$$

Полученные значения откладываем на оси σ (см. рис. 2.3) и как на диаметре строим круг напряжения 3. Если построенный круг не выйдет за пределы огибающей, то состояние горной породы в данной точке прочное. В том случае, если круг касается огибающей, то порода находится в предельном состоянии. Если круг напряжений пересекает касательную, то наступает разрушение породы.

В данном случае построенный круг напряжений не выходит за пределы огибающей, т. е. состояние горной породы в данной точке прочное.

По графику (см. рис. 2.3) определяем сцепление с = 16,2 МПа и угол внутреннего трения φ = 25°.

Аналитическое решение определения прочностных характеристик породы по результатам испытаний производится по формулам (2.2)-(2.4)

$$\beta = \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} \quad \Rightarrow \quad \varphi = \arcsin\frac{\beta-1}{\beta+1} = \arcsin\frac{1{,}5}{3{,}5} = 25^0 22' 37'';$$

$$\beta = \frac{\sigma_1 - \sigma_{сж}}{\sigma_3} = \frac{106-51}{22} = 2{,}5;$$

$$c = \frac{\sigma_{сж}(1-\sin\varphi)}{2\cos\varphi} = \frac{51 \cdot 0{,}5714}{2 \cdot 0{,}9035} = 16{,}19 \text{ МПа}.$$

2.3. Проверка прочности целика (задание № 9)

Исходные данные: целик в форме куба со стороной в = 5,2 м сжимается под действием веса вышележащих пород P = 25000 тс (рис. 2.4). Предел прочности на сжатие $[\sigma_{сж}] = 2470$ **тс/м²**, ***на растяжение*** $[\sigma_P] = 260$ **тс/м²**.

Требуется проверить состояние прочности целика в точках наибольшей концентрации напряжений.

Решение

Так как напряженное состояние каждой четверти вертикального сечения целика одинаково, то достаточно рассмотреть одну четверть сечения. На рис. 2.4, *б* показана правая верхняя часть с эпюрами распределения нормальных и касательных напряжений.

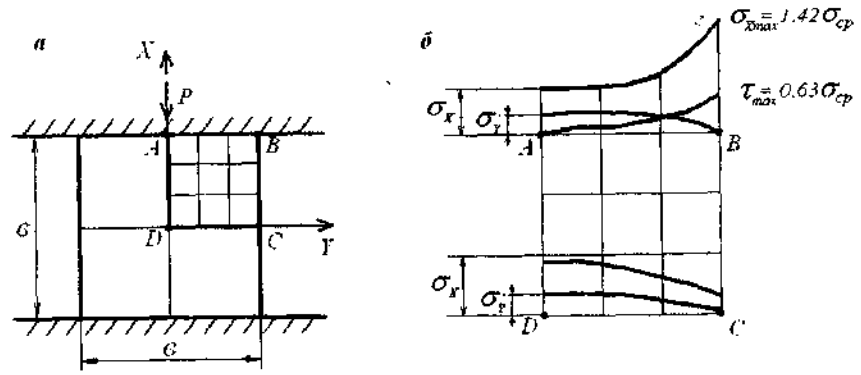


Рис. 2.4. Схема нагрузки (*а*) и напряжений, действующих в элементах целика (*б*)

Наибольшие концентрации напряжений имеют место в центре целика, в точке *D* и у контакта целика с кровлей, в точке *B*.

В точке *D* напряжения вычисляются следующим образом:

$$\sigma_3 = \sigma_y = 0{,}04\sigma_{ср} = 0{,}04 \cdot 924{,}6 = 37{,}0 \frac{\text{тс}}{\text{м}^2};$$

$$\sigma_1 = \sigma_x = 1{,}11\sigma_{ср} = 1{,}11 \cdot 924{,}6 = 1026{,}3 \frac{\text{тс}}{\text{м}^2};$$

$$\tau_{xy} = 0.$$

$$\sigma_{ср} = \frac{P}{в \cdot в} = \frac{25000}{5{,}2^2} = 924{,}6 \frac{\text{тс}}{\text{м}^2}.$$

В точке *B* напряжения вычисляются следующим образом: так как в данной точке действуют касательные напряжения τ_{xy}, то вычисление главных напряжений производим по формулам (1.3).

Предварительно производим вычисление напряжений σ_x, σ_y, τ_{xy} по формулам:

$$\tau_{xy} = 0{,}63\sigma_{ср} = 0{,}63 \cdot 924{,}6 = 582{,}5 \frac{тс}{м^2};$$

$$\sigma_y = 0;$$

$$\sigma_x = 1{,}42\sigma_{ср} = 1{,}42 \cdot 924{,}6 = 1312{,}9 \frac{тс}{м^2}.$$

Подставляя полученные значения напряжений в формулу (1.3), получим:

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}(1312{,}9 + 0) + \sqrt{\frac{1}{4}(1312{,}9 - 0)^2 + 582{,}5^2} = 1534 \frac{тс}{м^2};$$

$$\sigma_3 = \frac{1}{2}(1312{,}9 + 0) - \sqrt{\frac{1}{4}(1312{,}9 - 0)^2 + 582{,}5^2} = -221{,}2 \frac{тс}{м^2}.$$

По заданным значениям $[\sigma_{сж}]$ и $[\sigma_р]$ строим диаграмму прочности на следующих кругах напряжения:

$1 - \sigma_1 = |\sigma_р|; \sigma_3 = 0;$

$2 - \sigma_1 = 0; \sigma_3 = [\sigma_{сж}]$ (рис. 2.5).

Уравнение огибающей кругов принимают в виде параболы

$$\tau = \sqrt{(|\sigma_р| + \sigma) f}, \qquad (2.7)$$

где

$$f = 2|\sigma_р| - 2\sqrt{|\sigma_р|(|\sigma_р| + [\sigma_{сж}])} + [\sigma_{сж}]; \qquad (2.8)$$

σ - текущее значение нормального напряжения.

$$f = 2 \cdot 260 - 2\sqrt{260(260 + 2470)} + 2470 = 1305 \text{ тс/м}^2.$$

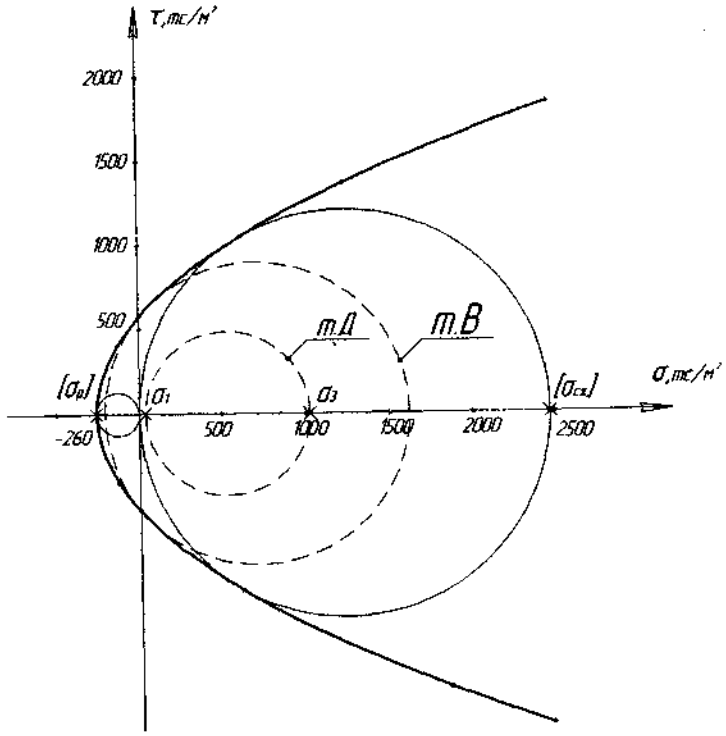


Рис. 2.5. Диаграмма прочности горных работ

Полученные значения, вычисленные по формуле (2.7), записываются в таблицу значений напряжений (таб. 2.1) и используются для построения огибающей кругов напряжений (см. рис. 2.5).

Таблица 2.1

Значения напряжений

Значение σ	σр	$\frac{1}{2}$σр	0	$\frac{1}{4}$σ сж	$\frac{1}{2}$σ сж	$\frac{3}{4}$σ сж	σ сж
	-260	-130	0	617,5	1235	1852,5	2470
Значение τ	0	411,9	582,5	1070,1	1396,8	1660,4	1887,5

Для проверки прочности горных пород в точках *B* и *D* целика на диаграмме прочности (см. рис. 2.5) строятся соответствующие круги напряжений и по вычисленным для данных точек значениям главные напряжения σ_1 и σ_3.

Если построенный круг не выйдет за пределы огибающей, то состояние породы в данной точке целика прочное, в противном случае должно наступить разрушение в виде трещин, наклонённых к наибольшему нормальному напряжению под углом θ.

Если касание круга напряжений произойдёт на оси σ диаграммы, это значит, что разрушение произойдёт по поверхности, нормаль к которой совпадает с положительным направлением оси главного максимального напряжения. Наклон трещины по отношению к опорной поверхности целика будет: $\beta = 180^0 - \theta$.

В данном случае, так как круги напряжений не выходят за пределы огибающей, то состояние породы в точках *B* и *D* целика прочное.

3. ЖЕСТКО-ПЛАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

3.1. Нагрузка на крепь горизонтальных выработок (задание № 10)

а) ***Определить величину максимальной нагрузки на крепь горизонтальной выработки шириной 2B = 3,6 м, пройденной в песчаниках. Принять концепцию опускающегося столба породы.***

Жестко-пластическая модель массива имеет две области:
1 – участок, где деформации отсутствуют (жесткая область);
2 - пластическая область (рис. 3.1).

Для решения принимаем следующие характеристики пород: $\gamma = 2{,}69$ тс/м^3; $c = 0{,}2$ тс/м^2; $\nu = 0{,}28$; $\varphi = 45°$.

Расчет отпора крепи, необходимого для удержания пород при принятии концепции опускающегося столба пород, осуществляется по формуле

$$P = \frac{\gamma \cdot в - c}{\lambda \cdot \mathrm{tg}\varphi}\left[1 - \exp\left(-\lambda \cdot \frac{H}{в} \cdot \mathrm{tg}\varphi\right)\right], \qquad (3.1)$$

где *в* – полупролет выработки; *c* – сцепление горных пород; *H* – глубина заложения выработки; λ - коэффициент бокового давления.

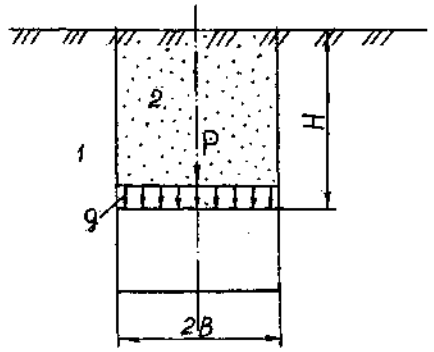


Рис. 3.1. Схема к определению нагрузки на крепь в соответствии с моделью опускающегося столба: 1 – жёсткая область; 2 – пластическая область

Максимальная нагрузка на крепь определяется взятием частной производной и приравниванием ее к нулю:

$$\frac{\partial P}{\partial H} = \frac{\gamma в - c}{\lambda \mathrm{tg}\varphi} - \frac{\gamma в - c}{\lambda \mathrm{tg}\varphi}\exp\left(-\lambda \frac{H}{в}\mathrm{tg}\varphi\right) = \frac{\gamma в - c}{\lambda \mathrm{tg}\varphi}\exp\left(-\lambda \frac{H}{в}\mathrm{tg}\varphi\right) = 0;$$

$$\frac{\gamma в - c}{\lambda \mathrm{tg}\varphi}\exp\left(-\lambda \frac{H}{в}\mathrm{tg}\varphi\right) \cdot \frac{\lambda}{в}\mathrm{tg}\varphi = 0;$$

$$\frac{\gamma в - c}{в}\exp\left(-\lambda \frac{H}{в}\mathrm{tg}\varphi\right) = 0\,. \qquad (3.2)$$

Коэффициент бокового давления вычисляется по формуле (1.37)

$$\lambda = \frac{0{,}28}{1 - 0{,}28} = 0{,}39\,.$$

Подставляем известные данные в формулу (3.2)

$$\frac{2{,}69\cdot 1{,}8-0{,}2}{1{,}8}\exp\left(-0{,}39\frac{H}{1{,}8}\cdot 1\right)=0;$$

$$2{,}58\exp(-0{,}22H)=0\Rightarrow \exp=0.$$

Так как глубина заложения выработки нам не известна, следовательно, $H\to\infty$, то в формуле (3.2) величина $\left(\exp\left(-\lambda\frac{H}{в}\operatorname{tg}\varphi\right)\right)$ тоже стремится в бесконечность, следовательно, максимальная нагрузка на крепь будет вычисляться по формуле

$$P_{\max}=\frac{\gamma\cdot в-c}{\lambda\cdot\operatorname{tg}\varphi},$$

$$P_{\max}=\frac{2{,}69\cdot 1{,}8-0{,}2}{0{,}39\cdot 1}=11{,}9\ \text{тс/м}^2.$$

б) ***определить нагрузку на крепь горизонтальной выработки прямоугольной формы шириной 2В = 3,0 м, пройденной по пласту суглинков, расположенному в известняках. Расчет производится по методу П. М. Цимбаревича.***

Исходные данные: суглинок: $\gamma = 2{,}2$ тс/м^3; $\varphi = 23°$; $c = 3$ МПа; кажущийся угол внутреннего трения $\varphi^к = 60°$; известняки: $\gamma = 2{,}68$ тс/м^3; кажущийся угол внутреннего трения $\varphi^к = 85$.

Современная расчетная схема для расчета по методу Цимбаревича представлена на схеме (рис. 3.2).

Половина пролета увеличенного свода определяем по формуле

$$a_1=в+h\cdot\operatorname{ctg}\left(45°+\frac{\varphi^к}{2}\right),\qquad(3.3)$$

где $в$ – полупролет выработки в проходке; h – высота выработки в проходке, $h = M$; $\varphi^к$ – кажущийся угол внутреннего трения суглинков.

$$a_1=1{,}5+3\operatorname{ctg}\left(45°+\frac{60°}{2}\right)=2{,}3\ \text{м}.$$

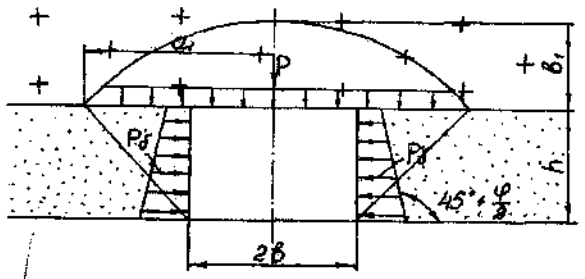


Рис. 3.2. Современная расчетная схема

Высота свода находится по формуле

$$в_1=\frac{a_1}{f},\qquad(3.4)$$

где f – коэффициент трения суглинков, определяется по формуле

$$f=\frac{[\sigma_{сж}]}{100},\qquad(3.5)$$

где

$$[\sigma_{сж}]=\frac{2c\cdot\cos\varphi}{1-\sin\varphi},\qquad(3.6)$$

$$[\sigma_{сж}]=\frac{2\cdot 3\cdot\cos 23^0}{1-\sin 23^0}=9\,\text{МПа}$$

$$f=\frac{900}{100}=0{,}9$$

$$в_1=\frac{2{,}3}{0{,}9}=2{,}6\ \text{м}.$$

Интенсивность нагрузки на крепь сверху определяем по формуле

$$P_в=k_р\cdot\gamma\cdot в_1,\qquad(3.7)$$

где $k_р$ – коэффициент условий работы грунтового массива, принимается в зависимости от типов грунтов от 1 до 2; для условий зада-

чи в соответствии со СНиП II-44-78 принимаем равным 1, где γ - объемный вес суглинков.

$$P_в = 1 \cdot 2{,}2 \cdot 2{,}6 = 5{,}7 \text{ тс/м}^2.$$

Интенсивность боковой нагрузки определяем по формуле:

$$P_б = \gamma\left(k_р \cdot в_1 + 0{,}5h\right) \cdot \operatorname{tg}^2\left(45° - \frac{\varphi^к}{2}\right), \qquad (3.8)$$

где γ – объемный вес, $\varphi^к$ – кажущийся угол внутреннего трения (для условий задачи известняков).

$$P_б = 2{,}68(1 \cdot 2{,}6 + 0{,}5 \cdot 3) \cdot \operatorname{tg}^2\left(45° - \frac{85°}{2}\right) = 0{,}02 \text{ тс/м}^2.$$

3.2. Определение размеров поперечного сечения стойки крепления (задание № 11)

***Подобрать сечения круглой деревянной стойки крепления выработки, пройденной на глубине* 100 м *в породах, объемный вес которых* γ = 2,4 тс/м^3; *кажущийся угол внутреннего трения* φ^* = 65°.**

Исходные данные: размеры выработки: $в$ = 4,2 м, h = 3,0 м, $[\sigma]_{дер}$ = 120 кгс/см^2.

Расчетная схема представлена на рис. 3.3.

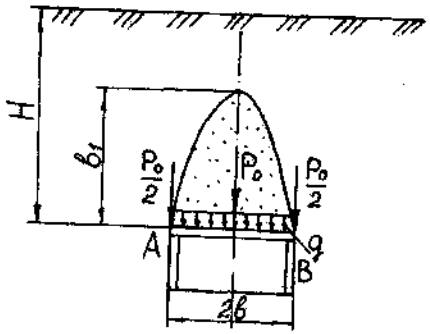


Рис. 3.3. Расчетная схема

При условии, что расстояние между рамами крепи L = 1 м, то величину вертикальной нагрузки определяем по формуле

$$P_в = q = \frac{4}{3} \cdot \frac{в^2}{f} \cdot \gamma, \qquad (3.9)$$

где $в$ - полупролет выработки; γ - объемный вес породы; f – коэффициент трения породы, равный

$$f = \operatorname{tg} \varphi^*. \qquad (3.10)$$

$$f = \operatorname{tg} 65° = 2{,}145.$$

$$P_в = q = \frac{4}{3} \cdot \frac{4{,}2^2}{2{,}145} \cdot 2{,}4 = 26{,}3 \text{ тс/м}.$$

Величины сосредоточенных нагрузок в центре P_0 и на краях верхнего элемента крепи P_A , P_B. (см. рис. 3.3) вычисляем по формулам:

$$P_0 = q \cdot 2в; \qquad (3.11)$$

$$P_A = P_B = \frac{P_0}{2}. \qquad (3.12)$$

$$P_0 = 26{,}3 \cdot 2 \cdot 4{,}2 = 221 \text{ тс};$$

$$P_A = P_B = \frac{221}{2} = 110{,}5 \text{ тс}.$$

Подбор сечения стоек ведется методом последовательных приближений с использованием коэффициента уменьшения основного допускаемого напряжения φ.

Для первого приближения задаем φ_1 = 0,5, тогда площадь определяем по формуле

$$S_1 = \frac{P_A}{[\sigma_{сж}] \cdot \varphi_1}. \qquad (3.13)$$

$$S_1 = \frac{110500}{120 \cdot 0{,}5} = 1842 \text{ см}^2.$$

Диаметр стойки определяем по формуле

$$d_1 = 2\sqrt{\frac{S_1}{\pi}}. \qquad (3.14)$$

$$d_1 = 2\sqrt{\frac{1842}{3{,}14}} = 48 \text{ см}.$$

Радиус инерции сечения определяем по формуле

$$i_1 = \sqrt{\frac{\pi d_1^4}{64} \cdot \frac{4}{\pi \cdot d_1^2}} = \frac{d_1}{4}; \qquad (3.15)$$

$$i_1 = \frac{48}{4} = 12 \text{ см}^2.$$

Гибкость стойки определяем по формуле

$$\lambda_1 = \frac{\omega \cdot l}{i_1}, \qquad (3.16)$$

где ω - коэффициент длины стойки, зависящий от способа закрепления концов стойки; для заданных условий, когда один конец стрежня жестко заделан, а другой свободен, принимаем $\omega = 2$;
l – длина стойки, см; i_1 - минимальный радиус инерции поперечного сечения стойки, см.

$$\lambda = \frac{2 \cdot 300}{12} = 50.$$

По таблице 3.1 находим значение $\varphi_1' = 0{,}80$.

Таблица 3.1

Значение коэффициента φ'

λ	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
φ'	1	0,99	0,97	0,93	0,87	0,80	0,71	0,60	0,48	0,38	0,31	0,25	0,22	0,18	0,16

Отсюда допускаемое напряжение на устойчивость определяем по формуле:

$$[\sigma]_y = [\sigma]_{\text{дер}} \cdot \varphi_1'; \qquad (3.17)$$

$$[\sigma]_y = 120 \cdot 0{,}80 = 96 \text{ кгс/см}^2.$$

Действительное напряжение определяем по формуле

$$\sigma = \frac{P_A}{S_1}; \qquad (3.18)$$

$$\sigma = \frac{110500}{1842} = 60 \text{ кгс/см}^2 < [\sigma_y].$$

Вычисления выполняются до тех пор, пока $[\sigma_y] \geq \sigma$. Значение диаметра d, при котором получается это неравенство, принимается за поперечный размер стойки.

В том случае, если $[\sigma_y] < \sigma$, необходимо увеличить сечение стойки, а следовательно, уменьшить значение коэффициента φ.

Для второго приближения $\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_1'}{2}$, для третьего $\varphi_3 = \frac{\varphi_2 + \varphi_2'}{2}$ и т. д.

В данном случае $[\sigma_y] \geq \sigma$, поэтому принимаем значение диаметра стойки $d_1 = 48$ см.

3.3. Нагрузка на крепь вертикальных стволов шахт (задание № 12)

а) ***Определить, на какой глубине ствола радиусом r_0, пройденного в песчаниках, можно для определения давления использовать как формулу М. М. Протодьяконова и Н. С. Булычева.***

Исходные данные: $\gamma = 2{,}69$ тс/м^3; $\varphi = 45°$; Нс = 500 м; $r_0 = 4{,}2$ м.

Метод Булычева – метод сползающего объема пород вокруг ствола. Давление на крепь определяется весом сползающего объема (рис. 3.4), отделённого от остальной, недеформируемой части массива, поверхностью скольжения.

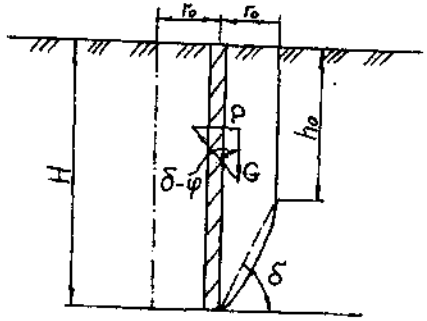


Рис. 3.4. Расчетная схема к определению нагрузки на крепь методом Булычева

Расчетное давление на крепь определяется по следующим выражениям:

$$P = \gamma r_0 \left(\operatorname{tg}(\delta - \varphi) - \frac{B_1}{2B_2 \cos^2(\delta - \varphi)} \right), \qquad (3.19)$$

где

$$\delta = \operatorname{arctg}\left[\cos ec\varphi \left(\sqrt{1 + 2\frac{Hc}{r_0}\operatorname{tg}\varphi} - \cos\varphi \right) \right]; \qquad (3.20)$$

$$B_1 = \sin 2\delta + \sin 2(\delta - \varphi) - 4\frac{H}{r_0}\cos^2\delta; \qquad (3.21)$$

$$B_2 = 2\frac{Hc}{r_0}\sin 2\delta + \cos 2\delta + \cos 2(\delta - \varphi); \qquad (3.22)$$

$$\delta = \operatorname{arctg}\left[\cos ec45° \left(\sqrt{1 + 2\frac{500}{4{,}2}\operatorname{tg}45°} - \cos 45° \right) \right] = 87{,}25°;$$

$$B_1 = \sin 174{,}5° + \sin 84{,}5° - 4\frac{H}{4{,}2}\cos^2 87{,}25° = 1{,}091 - 0{,}002\,H;$$

$$B_2 = 2\frac{500}{4{,}2}\sin 174{,}5° + \cos 174{,}5° + \cos 84{,}5° = 21{,}92.$$

Получаем:

$$P = 2{,}69 \cdot 4{,}2\left(\operatorname{tg}42{,}25° - \frac{1{,}091 - 0{,}002H}{2 \cdot 21{,}92 \cdot \cos^2 42{,}25°} \right) =$$

$$= 11{,}3 \cdot \left(0{,}908 - \frac{1{,}091 - 0{,}002H}{24{,}021} \right).$$

Подставляя в полученную выше формулу различные значения H, получаем (таб. 3.2).

Таблица 3.2

Значения давления на крепь ствола по методу Н. С. Булычёва

H, м	0	20	30	40	50	60	70	80	90
P, тс/м^2	9,747	9,766	9,775	9,785	9,794	9,804	9,813	9,822	9,832

H, м	100	110	120	130	140	150	200	250	300
P, тс/м^2	9,841	9,851	9,860	9,869	9,879	9,888	9,935	9,982	10,029

Максимальная величина давления составит

$$P_{\max} = \frac{\gamma r_0}{\operatorname{tg}\varphi} = \frac{2{,}69 \cdot 4{,}2}{\operatorname{tg}45} = 11{,}3 \text{ тс/м}^2.$$

Метод профессора М. М. Протодьяконова основан на аналогии с плоскими подпорными стенками. Давление на крепь вертикального ствола оказывает вес породы за счет сползающей призмы (рис. 3.5).

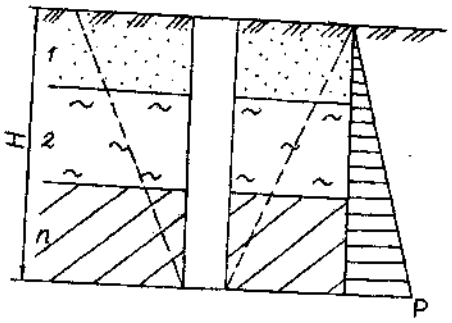


Рис. 3.5. Схема к определению нагрузки на крепь ствола по методу Протодьяконова

Определение нагрузки производится по формуле

$$P = \gamma H \mathrm{tg}^2\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right); \qquad (3.23)$$

Подставляя в формулу (3.23) различные значения H, получаем значения давления на крепь (таб. 3.3).

Таблица 3.3

Значения давления на крепь ствола по методу М. М. Протодьяконова

H, м	0	20	25	30	40	50	60	70	80	90
P, тс/м^2	0	9,23	11,54	13,85	18,46	23,08	27,69	32,31	36,92	41,54

H, м	100	150	200	250	300	350	400	450	500
P, тс/м^2	46,15	69,23	92,31	115,38	138,46	161,54	184,61	207,69	230,77

Используя полученные результаты (см. таб. 3.2 и 3.3), строим графики зависимости $P = U(H)$ (рис. 3.6). Находим глубину H, при которой значения давления на крепь, полученные по методу Н. С. Булычева и М. М. Протодьяконова еще совпадают.

Аналитический метод решения:

$$\gamma \cdot r_0\left[\mathrm{tg}(\delta-\varphi) - \frac{B_1}{2B_2\cos^2(\delta-\varphi)}\right] = \gamma \cdot H\,\mathrm{tg}^2\left(45 - \frac{\varphi}{2}\right);$$

$$11{,}3\cdot\left(0{,}908 - \frac{1{,}091 - 0{,}002H}{24{,}021}\right) = 2{,}69\cdot H\cdot \mathrm{tg}^2\left(22{,}5^0\right);$$

$$10{,}260 - 0{,}513 + 0{,}00094H = 0{,}462\,H;$$

$$H = 21{,}16 \text{ м}.$$

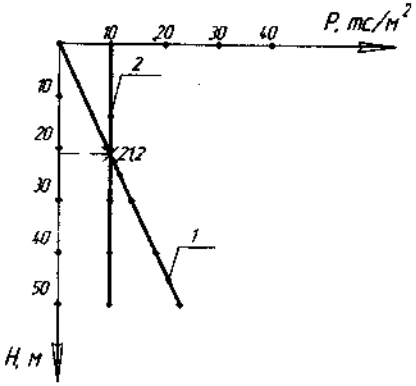


Рис. 3.6. Давление на крепь ствола по результатам расчётов

Вывод: для данных условий можно использовать как формулу Протодьяконова, так и формулу Булычёва до глубины ствола, равным 21,2 м. Определение глубины графическим и аналитическим метод дали одинаковые результаты.

б) ***определить максимальное давление и нагрузки, оказываемые засыпкой из щебня на горизонтальный полок, установленный в ремонтируемом стволе радиусом*** r_0.

Исходные данные: породы - глины твердой консистенции; ν = 0,35; r_0 = 2,18 м; γ = 2,16 тс/м^3; c = 4,0 мПа = 0,04 тс/м^2; φ = 23°.

Расчет производим по формуле, характеризующей концепцию опускающегося столба породы (см. рис. 3.1)

$$P = \frac{\gamma в - c}{\lambda \cdot \operatorname{tg}\varphi}\left[1 - \exp\left(-\lambda \frac{H}{в}\operatorname{tg}\varphi\right)\right]. \qquad (3.24)$$

Максимальное давление определяется взятием частной производной, и приравниваем ее к нулю.

$$P(H) = 0.$$

$$\frac{\partial P}{\partial H} = \frac{\gamma в - c}{\lambda \operatorname{tg}\varphi} - \frac{\gamma в - c}{\lambda \operatorname{tg}\varphi}\exp\left(-\lambda \frac{H}{в}\operatorname{tg}\varphi\right) = \frac{\gamma в - c}{\lambda \operatorname{tg}\varphi}\exp\left(-\lambda \frac{H}{в}\operatorname{tg}\varphi\right)\frac{\lambda}{в}\operatorname{tg}\varphi = 0.$$

$$\frac{\gamma в - c}{в}\exp\left(-\lambda \frac{H}{в}\operatorname{tg}\varphi\right) = 0. \qquad (3.25)$$

Коэффициент бокового давления определяем по формуле (1.6):

$$\lambda = \frac{0{,}35}{1 - 0{,}35} = 0{,}54.$$

Подставляем известные данные в формулу (3.26)

$$\frac{2{,}16 \cdot 2{,}18 - 0{,}04}{2{,}18}\exp\left(-0{,}54 \cdot \frac{H}{2{,}18} \cdot \operatorname{tg}23^\circ\right) = 0.$$

$$2{,}14\exp(-0{,}105H) = 0 \Rightarrow \exp = 0, \text{ при } H \to \infty.$$

$$P_{\max} = \frac{\gamma в - c}{\lambda \operatorname{tg}\varphi}; \qquad (3.26)$$

$$P_{\max} = \frac{2{,}16 \cdot 2{,}18 - 0{,}04}{0{,}54 \cdot tg23^\circ} = 20{,}17 \text{ тс/м}^2.$$

4. УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

4.1. Определение критического смещения крепи (задание № 13)

Определить величину перемещения крепи $U_к$, при котором разграничивается применение податливой и жесткой крепи.

Исходные данные: c = 0 мПа; γ = 2,0 тс/м^3; H = 72 м; r_0 = 4,2 м; φ = 30°; G = 100 мПа; ν = 0,28.

Упруго-пластическая модель массива горных пород имеет две зоны: упругую I и пластическую II (рис. 4.1), в которых распределение напряжения подчиняется соответственно закону Гука и закону пластического течения – условию Кулона-Мора, при этом упругие деформации предшествуют пластическим (см. рис. 4.1, *а*).

Необходимо построить график равновесного состояния системы «массив-крепь».

Определение координат точки A (U_e; P_e) (рис. 4.2), соответствующей переходу от линейных деформаций к нелинейным, производится по формуле

$$P_e = \gamma H(1 - \sin\varphi); \qquad (4.1)$$

$$P_e = 2 \cdot 72\left(1 - \sin 30^\circ\right) = 72 \text{ тс/м}^2.$$

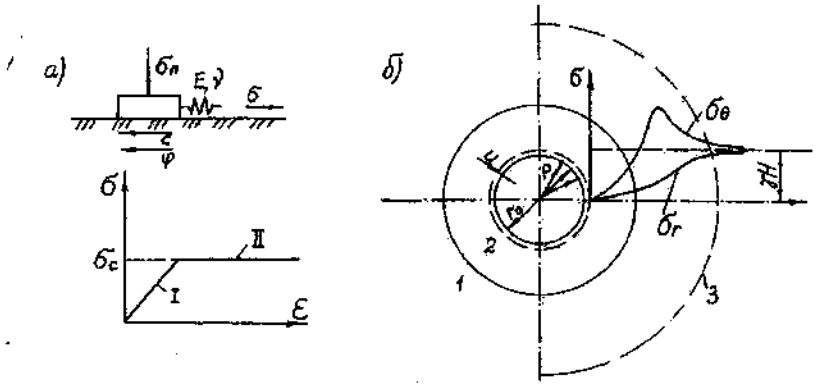


Рис. 4.1. Схема упруго-пластической модели:
а – I – область упругих деформаций; II – область пластических деформаций;
б – 1 – зона упругих деформаций; 2 – зона пластических деформаций;
3 – граница влияния выработки

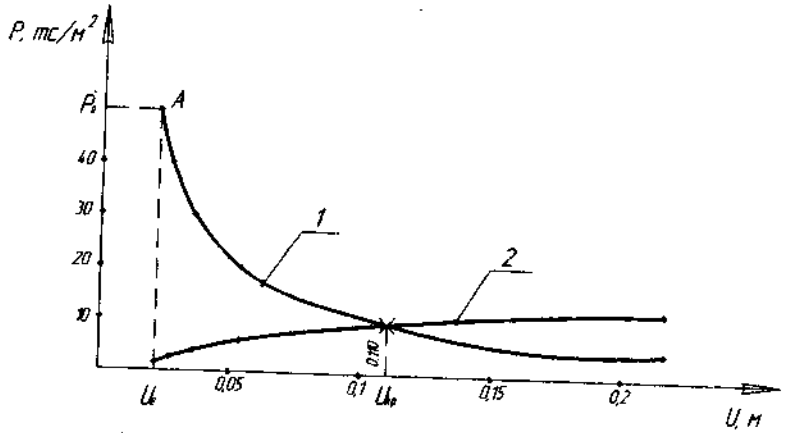


Рис. 4.2. График равновесных состояний

Величину перемещения U_e определяем по формуле

$$U_e = r_0 \frac{\gamma H}{2G}\left(1 - \frac{P_e}{\gamma H}\right); \qquad (4.2)$$

$$U_e = 4{,}2 \cdot \frac{2 \cdot 72}{2 \cdot 10^4}\left(1 - \frac{72}{2 \cdot 72}\right) = 0{,}015 \text{ м}.$$

Полученные значения P_e и U_e откладываем на осях P и U (см. рис. 4.2).

Давая P различные значения ($P < P_e$) получаем соответствующие им значения радиуса зоны пластических деформаций, который вычисляется по формуле

$$\frac{r_e}{r_0} = \left[\frac{\gamma H}{P}(1 - \sin\varphi)\right]^{\frac{1}{2}}, \qquad (4.3)$$

где $\alpha = \dfrac{2 \cdot \sin\varphi}{1 - \sin\varphi}$.

$$\alpha = \frac{2\sin 30^\circ}{1 - \sin 30^\circ} = 2.$$

$$\frac{r_e}{r_0} = \left[\frac{2 \cdot 72}{P}\left(1 - \sin 30^\circ\right)\right]^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{72}{P}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Зная значения $\dfrac{r_e}{r_0}$ вычисляем соответствующие им смещения контура выработки при увеличении зоны пластических деформаций по формуле

$$U = r_0 \frac{\gamma H}{2G}\left(\frac{r_e}{r_0}\right)^2 \sin\varphi; \qquad (4.4)$$

$$U = 4{,}2 \frac{2 \cdot 72}{2 \cdot 10^4}\left(\frac{r_e}{r_0}\right)^2 \sin 30^\circ = 0{,}015\left(\frac{r_e}{r_0}\right)^2.$$

Результаты приведены в табл. 4.1. По полученным данным строится график зависимости $P = f(u)$ (см. рис. 4.2).

Таблица 4.1

Вычисление давления на крепь и смещения контура выработки

Давление на крепь, P, тс/м²	$\frac{r_e}{r_0}$	Смещение контура выработки, U, м	Жёстко-пласт. модель	
			высота столба, H, м	давление на крепь P, тс/м²
50	1,20	0,022	0,84	1,60
40	1,34	0,027	1,44	2,64
30	1,55	0,036	2,31	4,04
20	1,90	0,054	3,77	6,08
10	2,68	0,108	7,07	9,59
5	3,80	0,216	11,74	12,71

Рост смещения контура выработки сопряжён с уменьшением давления на крепь (см. рис. 4.2). Предоставляя крепи возможность деформироваться, податливая крепь обеспечивает снижение нагрузки на крепь. Однако увеличение смещения ведёт к росту пластической деформации, т. е. все больший объём горного массива заключён между крепью и границей зоны. Это может привести к отрыву какой-то части массива и образованию либо свода обрушения, либо опускающегося столба пород, верхней границей которого будет граница зоны пластических деформаций.

Для условий задачи предположим, что образуется столб пород. Тогда, используя жёстко-пластическую модель массива при отсутствии сцепления пород, имеем

$$P_{ст} = \frac{\gamma \cdot r_0}{2\lambda \cdot \operatorname{tg}\varphi}\left[1 - \exp\left(-2\lambda \frac{H}{r_0}\operatorname{tg}\varphi\right)\right], \qquad (4.5)$$

при этом высота столба H будет ограничиваться радиусами зоны пластических деформаций r_e, т. е.

$$H = r_e - r_0 = r_0\left(\frac{r_e}{r_0} - 1\right). \qquad (4.6)$$

Значения давления на крепь от действия опускающегося столба пород определяем по формуле (4.6) и записываем в табл. 4.1.

Соответственно, зная значения H, легко вычислить и значения давления на крепь от действия опускающегося столба пород (см. табл. 4.1).

На основании полученных данных - $U_{ст}$ и $P_{ст}$ - строится график зависимости $P_{ст} = f(U_{ст})$ (см. рис. 4.2).

Точка пересечения графиков 1 и 2 – критическое значение перемещения крепи, $U_{кр}$ = 0,11 м, которое показывает, что дальнейшее использование податливой крепи необоснованно, т. е. необходимо переходить на жесткую крепь, рассчитанную на заданную нагрузку.

5. УСТОЙЧИВОСТЬ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД ОЧИСТНЫХ ВЫРАБОТОК

5.1. Расчет ленточных целиков (задание № 14)

До какой глубины рационально использовать оборудование шириной 3,9 м , при отработке рудного тела с оставлением ленточных целиков, при $[\sigma_{сж}] = 8860 \frac{тс}{м^2}$, мощностью рудного тела m = 10 м, $\gamma_{ср} = 2{,}8 \frac{тс}{м^3}$; $\gamma_0 = 3{,}6 \frac{тс}{м^3}$, n = 1,5. Критерий рациональности - величина потерь (оставление в целике) $П \le 30$ %. Требование по технике безопасности: ширина камеры $A \ge 3\,a$, где a – ширина оборудования.

Принимаем $П$ – потери = 30 %; $\frac{x}{A} = 0{,}3; \Rightarrow x = A \cdot 0{,}3 = 4{,}5$ м.

Под устойчивостью горных пород понимается их способность сохранить форму и размеры обнажений, образуемых при строительстве горных выработок.

При расчете несущей способности целиков в условиях упругого деформирования и хрупкого разрушения полагается, что целики воспринимают вес всей толщи налегающих пород в пределах площади выработанного пространства. По этому методу размеры ленточных целиков определяют по теории прочности Мора, в предположении, что целики работают в условиях одноосного сжатия.

Для ленточных целиков (рис. 5.1, *а*) ширина целика определяется по формуле

$$x = \frac{A}{\dfrac{[\sigma_{сж}]}{n \cdot H \cdot \gamma_{пор}} - \dfrac{h_0 \gamma_0}{H \cdot \gamma_{пор}} - 1}, \qquad (5.1)$$

где A – ширина камеры, м; h_0 – высота целика (мощность залежи), м; γ_0 – объемный вес породы в целике, тс/м^3; $\gamma_{пор}$ – средний объемный вес породы над целиком, тс/м^3; n – коэффициент запаса прочности; H – глубина, м.

Для столбчатых целиков, окружённых выработанным пространством в виде камер с поперечными размерами A x B (рис. 5.1, б) ширина целика определяется по формуле

$$x = \frac{A + A\dfrac{B}{L}}{\dfrac{[\sigma_{сж}]}{n \cdot H \cdot \gamma_{пор}} - \dfrac{h_0\gamma_0}{H \cdot \gamma_{пор}} - \dfrac{B}{L} - 1}; \qquad (5.2)$$

где L – длина столбчатого целика.

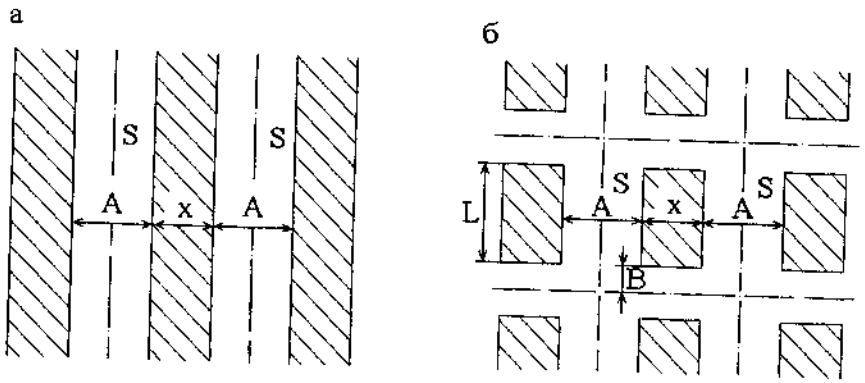


Рис. 5.1. Схема к определению размеров целиков:
а) ленточные целики; б) столбчатые целики.

Из формулы (5.1) выражаем H и находим глубину, при которой рационально использовать оборудование шириной a по формуле:

$$H = \frac{\dfrac{[\sigma_{сж}]}{n \cdot \gamma_{пор}} - \dfrac{h_0\gamma_0}{\gamma_{пор}}}{\left(\dfrac{A}{x} + 1\right)}; \qquad (5.3)$$

$$H = \frac{\dfrac{8860}{1{,}5 \cdot 2{,}8} - \dfrac{10 \cdot 3{,}6}{2{,}8}}{3{,}33 + 1} = 486{,}5 \text{ м}.$$

Таким образом, для заданных условий данное оборудование рационально использовать до глубины 486,5 м.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Булычёв, Н. С. Механика подземных сооружений / Н. С. Булычев. – М.: Недра, 1994. – 382 с.

Булычёв, Н. С. Механика подземных сооружений в примерах и задачах / Н. С. Булычев. – М.: Недра, 1989. – 270 с.

ГОСТ 20522-96 "Грунты. Методы статистической обработки результатов испытаний".

ГОСТ 21153.8-88 - Породы горные. Метод определения предела прочности при объемном сжатии.

Давление и сдвижение горных пород и охрана сооружений: методические указания к лабораторным занятиям по курсу «Горное давление» для специальности 09.01 "Маркшейдерское дело"/сост. Ю. И. Туринцев, Г. В. Матюгин, В. А. Киселёв; Уральский горный институт. – Екатеринбург: УГИ, 1992. – 46 с.

Зотеев, О. В. Геомеханика: учебное пособие / О. В. Зотеев, В. А. Осинцев. – Екатеринбург: УГГГА, 1997. – 128 с.

Кацауров, И. Н. Механика горных пород / И. Н. Кацауров. – М.: Недра, 1981. – 166 с.

СНиП 2-01-07-85 «Нагрузки и воздействия».

СНиП 2-05-03-84 «Мосты и трубы».

СНиП 32-02-2003 «Метрополитены».

СНиП 32-04-97 «Тоннели железнодорожные и автодорожные».

СНиП II-94-80 «Подземные горные выработки».

СНиП II-94-80 «Тоннели железнодорожные и автодорожные».

Туринцев, Ю. И. Горная геомеханика. Ч. 2: учебное пособие / Ю. И. Туринцев, В. Н. Яковлев. – Екатеринбург: УГГГА, 2001. – 192 с.

Турчанинов, И. А. Основы механики горных пород / И. А. Турчанинов, М. А. Иофис, Э. В. Каспарьян. – Л.: Недра, 1989. – 488 с.

Щукин, А. С. Определение нагрузки на крепь горных выработок: учебное пособие / А. С. Щукин. – Свердловск, 1979. – 77 с.

Индивидуальные поправки

Алфавит	Фамилия	Имя	Отчество
	*N*1	*N*2	*N*3
А	5	140	70
Б	10	135	65
В	15	130	60
Г	20	125	55
Д	25	120	50
Е	30	115	45
Ж	35	110	40
З	40	105	35
И	45	100	30
К	50	95	25
Л	55	90	20
М	60	85	15
Н	65	80	10
О	70	75	5
П	75	70	140
Р	80	65	135
С	85	60	130
Т	90	55	125
У	95	50	120
Ф	100	45	115
Х	105	40	110
Ц	110	35	105
Ч	115	30	100
Ш	120	25	95
Щ	125	20	90
Э	130	15	85
Ю	135	10	80
Я	140	5	75

Примечание. Индивидуальные поправки определяются по начальным буквам (инициалам) фамилии, имени, отчества. Например, Гущин Пётр Евгеньевич получает следующие поправки: *N*1=20, *N*2=70, *N*3=45.

Приложение 2

Корректировка исходных данных заданий

Номер раздела	Номер задания	Корректировка в исходные данные заданий
1.2	1	$\sigma_1 = 547 - N1;\ \sigma_3 = 226 - N2;$ [МПа]
1.3	2	$H = 39 + N3;$ [м]; $\varepsilon_x = 6 \cdot 10^{-3} - (0{,}01 \cdot N3) \cdot 10^{-3}$
1.4	3	$H = 790 - N2;\ r_0 = 2 + (0{,}01 \cdot N1);$ [м]
1.5	4	$H = 1200 - N3;$ [м]; $\varepsilon_x = 3{,}66 \cdot 10^{-4} + (0{,}01 \cdot N1) \cdot 10^{-4};$ $\varepsilon_y = 0{,}03 \cdot 10^{-4} + (0{,}01 \cdot N2) \cdot 10^{-4}$
1.6	5	$r_{0(1)} = 2 + (0{,}01 \cdot N1);\ r_{0(2)} = 2{,}8 + (0{,}01 \cdot N2);$ $l = 47 + (0{,}1 \cdot N3);$ [м]
1.7	6	$H = 100 + N1;\ r_0 = 2{,}5 + (0{,}01 \cdot N3);$ [м]
1.8	7	$H = 280 + N2;\ r_0 = 2{,}8 + (0{,}01 \cdot N1);$ [м]
2.2	8	$H = 750 - N1;$ [м]; $[\sigma_{сж}] = 51 + (0{,}1 \cdot N3);$ $[\sigma_1] = 106 + (0{,}1 \cdot N2);$ [МПа]
2.3	9	$в = 5 + (0{,}01 \cdot N1);$ [м]; $[\sigma_р] = 260 + N2;\ [\frac{тс}{м^2}]$
3.1	10, а	$2в = 3{,}6 + (0{,}01 \cdot N3);$ [м]
3.1	10, б	$2в = 3{,}0 + (0{,}01 \cdot N1);$ [м]
3.2	11	$H = 100 + N3;\ h = 3{,}0 + (0{,}01 \cdot N2);$ [м]; $[\sigma]_{дер} = 120 + (0{,}1 \cdot N1);\ [\frac{кгс}{см^2}]$
3.3	12	$H_c = 500 + N1;\ r_0 = 4.2 + (0{,}01 \cdot N3);$ [м]
4.1	13	$H = 72 + N2;\ r_0 = 4.2 + (0{,}01 \cdot N1);$ [м]
5.1	14	$a = 3{,}9 + (0{,}01 \cdot N1);$ [м]; $[\sigma_{сж}] = 8860 - N3;\ [\frac{тс}{м^2}]$

Министерство науки и высшего образования

Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Уральский государственный горный университет»

Жабко А.В.

ОСНОВЫ ГЕОМЕХАНИКИ

Методические указания к самостоятельной работе и задания

для обучающихся специальности 21.05.04 «Горное дело»

Екатеринбург

2020

ВВЕДЕНИЕ

Методические рекомендации для обучающихся по освоению учебной дисциплины

В процессе изучения учебной дисциплины следует:

1. Ознакомиться с рабочей учебной программой дисциплины. Рабочая учебная программа содержит перечень тем, которые необходимо изучить, планы лекционных и практических занятий, вопросы к текущей и промежуточной аттестации, перечень основной, дополнительной литературы и ресурсов информационно-коммуникационной сети «Интернет».

2. Ознакомиться с календарно-тематическим планом самостоятельной работы обучающихся.

3. Посещать теоретические (лекционные) и практические занятия.

4. При подготовке к практическим занятиям, а также при выполнении самостоятельной работы следует использовать методические указания для обучающихся.

При подготовке к практическим занятиям требуется:

- изучить теоретический материал, используя основную и дополнительную литературу, электронные ресурсы;
- выполнить расчетно-графические работы;
- ответить на вопросы опросного списка.

Изучение дисциплины производится в тематической последовательности. Самостоятельному изучению материала, как правило, предшествует лекция. На лекции даются указания по организации самостоятельной работы, срокам сдачи заданий, порядке проведения зачета. Информацию о графике выполнения самостоятельных работ и критериях оценки учебной работы студента преподаватель сообщает на первой лекции курса.

Для организации и контроля учебной работы студентов используется проверка расчетно-графических работ, опрос, контрольная работа. Форма промежуточной аттестации: экзамен.

Организация самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа обучающихся (СРО) - обязательная и неотъемлемая часть учебной работы студента по данной учебной дисциплине. Объемы и виды трудозатрат по всем отдельным видам представлены в разделе 7. Общие планируемые затраты времени на выполнение всех видов аудиторных и внеаудиторных заданий соответствуют бюджету времени работы студентов, предусмотренному учебными планами по дисциплине в текущем семестре.

Перечни аудиторных и внеаудиторных занятий и заданий (расчетно-графические работы), вносимых в графики СРО, определяются в соответствии с программой учебной дисциплины.

Работа с книгой

Изучать курс рекомендуется по темам, предварительно ознакомившись с содержанием каждой из них по программе. При первом чтении следует стремиться к получению общего представления об излагаемых вопросах, а также отмечать трудные или неясные моменты. При повторном изучении темы необходимо освоить все теоретические положения, математические зависимости и их выводы, а также принципы составления уравнений реакций. Рекомендуется вникать в сущность того или иного вопроса, но не пытаться запомнить отдельные факты и явления. Изучение любого вопроса на уровне сущности, а не на уровне отдельных явлений способствует более глубокому и прочному усвоению материала.

Для более эффективного запоминания и усвоения изучаемого материала, полезно иметь рабочую тетрадь (можно использовать лекционный конспект) и заносить в нее формулировки законов и основных понятий химии, новые незнакомые термины и назва-

ния, формулы и уравнения реакций, математические зависимости и их выводы и т.п. Весьма целесообразно пытаться систематизировать учебный материал, проводить обобщение разнообразных фактов, сводить их в таблицы. Такая методика облегчает запоминание и уменьшает объем конспектируемого материала.

Изучая курс, полезно обращаться и к предметному указателю в конце книги. Пока тот или иной раздел не усвоен, переходить к изучению новых разделов не следует. Краткий конспект курса будет полезен при повторении материала в период подготовки к экзамену.

Изучение курса должно обязательно сопровождаться выполнением упражнений и решением задач. Решение задач - один из лучших методов прочного усвоения, проверки и закрепления теоретического материала. Этой же цели служат вопросы для самопроверки и тренировочные тесты, позволяющие контролировать степень успешности изучения учебного материала.

Консультации

Изучение дисциплины проходит под руководством преподавателя на базе делового сотрудничества. В случае затруднений, возникающих при изучении учебной дисциплины, студентам следует обращаться за консультацией к преподавателю, реализуя различные коммуникационные возможности: очные консультации (непосредственно в университете в часы приема преподавателя), заочные консультации (посредством электронной почты).

САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ТЕМ КУРСА

При самостоятельном изучении теоретического курса обучающимся необходимо:

самостоятельно освоить и проработать темы теоретического курса в соответствии с учебной программой дисциплины, основательно подготовить ответы на вопросы, приведенные после каждой темы.

Самостоятельно изучаемые вопросы курса в последующем включаются в экзаменационные билеты.

Темы на самостоятельное изучение выдаются студентам на лекционных занятиях.

1. Определение геомеханики как фундаментальной части горной науки.
2. Свойства горных пород и массивов
3. Естественное напряженное состояние горного массива
4. Методы изучения горного давления
5. Математические модели горного массива
6. Методы решения задач механики сплошной среды
7. Управление горным давлением
8. Опорное давление
9. Расчет нагрузок на крепь
10. Динамические проявления горного давления
11. Прогноз и профилактика динамических проявлений горного давления.

ПОВТОРЕНИЕ МАТЕРИЛА ЛЕКЦИЙ

Для приобретения прочных знаний и выработки навыков самостоятельной работы по учебной дисциплине «Основы горной геомеханики» необходимо повторить материал лекционных занятий, а также прочитать основную и дополнительную литературу, рекомендованную для самостоятельного изучения по данной дисциплине [1-5]. Работа с материалом должна носить системный характер.

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Для успешной подготовки к практическим занятиям студенту невозможно ограничиться слушанием лекций. Требуется предварительная самостоятельная работа студентов по теме планируемого занятия. Не может быть и речи об эффективности занятий, если обучающийся предварительно не поработают над конспектом, учебником, учебным пособием, чтобы основательно овладеть теорией вопроса.

ПОДГОТОВКА К ОПРОСУ

Тема 1: Определение геомеханики как фундаментальной части горной науки.

1. Содержание и задачи дисциплины.
2. Теоретическое и практическое значение геомеханики для маркшейдеров и горняков.
3. Связь курса с другими дисциплинами.
4. Предмет, объекты изучения.
5. Задачи геомеханики.

Тема 2: Свойства горных пород и массивов

1. Классификация свойств горных пород.
2. Плотностные, прочностные и деформационные характеристики горных пород.
3. Роль трещиноватости в формировании свойств горных массивов.
4. Методы определения свойств горных массивов.
5. Коэффициент структурного ослабления.
6. Исходные физико-механические характеристики горных пород и массивов

Тема 3: Естественное напряженное состояние горного массива

1. Напряженное состояние нетронутого массива горных пород как упругой среды.
2. Напряженное состояние массива раздельно-зернистых пород.
3.Влияние тектонических сил при оценке напряженного состояния массивов горных пород.
4. Методы определения естественных напряжений на малых базах.
5. Методы определения естественных напряжений на больших базах.

Тема 4: Методы изучения горного давления

1. Общие сведения о методах изучения горного давления.
2. Методы измерений в натурных условиях.
3. Предметное моделирование.
4. Метод эквивалентных материалов.
5. Поляризационно-оптический метод.
6. Математическое моделирование.
7. Аналитические методы исследования напряженно-деформированного состояния и прочности горных пород.
8. Применение моделей сплошных и дискретных сред

Тема 5: Математические модели горного массива

1. Математические модели горного массива: упругая.
2. Математические модели горного массива упругопластическая.
3. Математические модели горного массива жесткопластическая.

Тема 6: Методы решения задач механики сплошной среды

1. Аналитические методы решения.
2. Задача Кирша, Буссинеска, Фламана.
3. Бигармоническое уравнение и его приложения.
4. Теорема Леви-Митчела.
5. Приближенные методы решения задач теории упругости.
6. Метод конечных элементов.
7. Метод граничных интегральных уравнений.

Тема 7: Управление горным давлением

1. Общие сведения об управлении горным давлением.
2. Способы, повышающие устойчивость выработок.
3. Параметры управления горным давлением, снижающие нагрузку.
4. Расчет опорных целиков.
5. Расчет закладочных смесей.

Тема 8: Опорное давление

1. Опорное давление.
2. Теории горного давления.

Тема 9: Расчет нагрузок на крепь

1. Общие сведения о расчете нагрузок на крепь.
2. Методы расчета нагрузок на крепь горизонтальных горных выработок.
3. Методы расчета нагрузок на крепь наклонных горных выработок
4. Методы расчета нагрузок на крепь вертикальных горных выработок.
5. Методы механики подземных сооружений.

Тема 10: Динамические проявления горного давления

1. Общие сведения о динамических проявлениях горного давления.
2. Классификация динамических явлений.
3. Причины возникновения и механизм горных ударов.
4. Условия возникновения внезапных выбросов и представление о их механизме.

Тема 11: Прогноз и профилактика динамических проявлений горного давления.

1. Прогноз и профилактика динамических проявлений горного давления.
2. Прогнозирование динамических проявлений горного давления на основе локального геофизического резонанса.
3. Опыт разработки удароопасных месторождений.

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к *экзамену* по дисциплине «*Основы горной геомеханики*» обучающемуся рекомендуется:

Повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «*Основы горной геомеханики*».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса.

Рекомендуемая литература

1. Туринцев Ю.И., Яковлев В.Н. Горная геомеханика ч. 2. Горное давление при подземной разработке месторождений: Учебное пособие. – Екатеринбург: УГГУ, 2001. – 192 с..

2. Макаров А.Б. Практическая геомеханика: пособие для горных инженеров. – М.: Горная книга, 2006. – 391 с.

3. Зотеев О.В. Геомеханика: Учебное пособие. — Екатеринбург: УГГУ, ИГД УРО РАН, 2003. — 252 с.

4. Учебное пособие “Горная геомеханика. Ч.2. Горное давление при подземной разработке месторождений” по специальности 21.05.04 «Горное дело».

5. Учебно-методическое пособие к практическим занятиям по дисциплине “Основы горной геомеханики”для студентов специальности 21.05.04 – «Горное дело» специализации «Маркшейдерское дело» (МД), Сост.: В.Н.Яковлев, УГГУ, Екатеринбург, 2019. 63 с.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров

РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ И САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

ОСНОВЫ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ САНИТАРИИ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Профиль
Технологическая безопасность и горноспасательное дело

Автор: [Демина Т.В., доцент, к.т.н.]

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрена методической комиссией
Безопасности горного производства	Горно-технологического факультета
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____ *(подпись)*	Председатель _____ *(подпись)*
Елохин В.А.	Колчина Н.В.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 2 от 07.10.2020	Протокол № 7 от 12.10.2020
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

Содержание

1 Методические указания для выполнения практических работ…… 3
2 Методические указания для выполнения самостоятельной работы…… 25
Список литературы……44

1 Методические указания для выполнения практических работ

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №1

«Выявление опасных и вредных производственных факторов»

Безопасность условий труда на рабочем месте определяется наличием опасных и вредных производственных факторов (ОВПФ), которые могут возникнуть при выполнении технологических операций или видов работ (ГОСТ 12.0.003 — 74 «ССБТ. Опасные и вредные производственные факторы»). При этом учитываются источники механических травм; источники шума, вибрации, ионизирующих излучений; определяются условия микроклимата в помещениях; оценивается освещенность в помещениях и на конкретном рабочем месте; определяется возможность получения электротравм; исследуется токсичность применяемых веществ; проводится оценка пожаро- и взрывоопасности объекта; определяется возможность использования грузоподъемных машин и механизмов, а также сосудов, находящихся под давлением.

Идентификация опасных и вредных производственных факторов - это распознавание опасностей, установление причин их возникновения, пространственных и временных характеристик опасностей, вероятности, величины и последствий их появления.

Опасным называется производственный фактор, воздействие которого на работающего в определенных условиях приводит к травме или другому внезапному резкому ухудшению здоровья.

Вредным называется производственный фактор, воздействие которого на работающего в определенных условиях приводит постепенному ухудшению здоровья, профессиональному заболеванию или снижению работоспособности.

ГОСТ 12.0.003-74 подразделяет опасные и вредные производственные факторы по природе действия на четыре группы:

Физические опасные и вредные производственные факторы:

движущиеся машины и механизмы, и их незащищенные подвижные части;

передвигающиеся изделия, материалы, заготовки;

разрушающиеся конструкции;

обрушивающиеся горные породы;

повышенная запыленность, загазованность воздуха рабочей зоны;

повышенная или пониженная температура поверхностей оборудования, материалов;

повышенная или пониженная температура рабочей зоны;

повышенные уровни шума, вибрации, ультразвука, инфразвуковых колебаний;

повышенное или пониженное барометрическое давление и его резкое изменение;

повышенные или пониженные влажность, подвижность, ионизация воздуха;

повышенный уровень ионизирующих излучений;

повышенные значения напряжения в электрической цепи;

повышенные уровни статического электричества, электромагнитных излучений;

повышенная напряженность электрического и магнитного полей;

отсутствие и недостаток естественного света;

недостаточная освещенность рабочей зоны;

повышенная яркость света;

пониженная контрастность;

прямая и отраженная блескость;

повышенная пульсация светового потока;

повышенные уровни ультрафиолетовой и инфракрасной радиации;

острые кромки, заусеницы и шероховатость на поверхности заготовок, инструментов и оборудования;

расположение рабочего места на значительной высоте относительно пола (земли).

Химические опасные и вредные производственные факторы:

химические вещества, которые по характеру воздействия на организм человека подразделяются на:

токсические (бензол, толуол, ксилол, нитробензол, ртуть, органические соединения, тетраэтилсвинец, дихлорэтан);

раздражающие (кислоты, щелочи, фосген, аммиак, оксиды серы и азота, сероводород);

сенсибилизирующие вещества (соединения ртути, платина, формальдегид);

канцерогенные вещества (ПАУ, 3,4 – бенз(а)пирен, мазут, гудрон, битум, масла, сажа, асбест, ароматические амины).

вещества, обладающие мутагенной активностью (органические перекиси, иприт, оксид этилена, формальдегид)

вещества, влияющие на репродуктивную функцию (бензол, сероуглерод, свинец, сурьма, марганец, марганец, ядохимикаты, никотин, соединение ртути).

Биологические опасные и вредные производственные факторы:

патогенные микроорганизмы (бактерии, вирусы, рилкетсин, спирохеты, грибы, простейшие)
продукты жизнедеятельности микроорганизмов;
растения;
животные.
Психофизиологические опасные и вредные производственные факторы:
статические перегрузки;
динамические перегрузки;
умственные перенапряжения;
перенапряжение анализаторов;
монотонность труда;
эмоциональные перегрузки.
Воздействие опасных и вредных производственных факторов на организм человека
В производственных условиях, как правило, действует комплекс вредностей и опасностей.

Движущиеся машины и механизмы, подвижные части оборудования, передвигающиеся изделия, разрушающиеся конструкции способствуют возникновению механических травм (ушибов, переломов, ран, увечий и т.д.), запыленности и загазованности воздуха рабочей зоны, повышенных уровней шума, статического электричества, напряжения зрительных анализаторов, статических перегрузок, монотонности труда и т.д. Все опасности в комплексе усиливают воздействие на организм человека в процессе труда.

Запыленность, загазованность воздуха рабочей зоны. Вредными являются вещества, которые при контакте с организмом человека могут вызвать производственные травмы, профессиональные заболевания или отклонения в состоянии здоровья, обнаруживаемые современными методами, как в процессе работы, так и отдалённые сроки жизни настоящего и последующих поколений (ГОСТ 12.1.007-76 «ССБТ. Вредные вещества, классификация и общие требования безопасности»). В санитарно-гигиенической практике принято разделять вредные вещества на химические вещества и производственную пыль.

Действие вредных химических веществ на организм человека обусловлено их физико-химическими свойствами. Согласно ГОСТ 12.0.003-2015 группа химически опасных и вредных производственных факторов по характеру воздействия на организм человека подразделяется на следующие подгруппы:

обще токсические; раздражающие; сенсибилизирующие; канцерогенные; мутагенные; влияющие на репродуктивную функцию.

По степени воздействия на организм человека все вредные вещества подразделяются на четыре класса (ГОСТ 12.1.007-76).

1 класс – вещества чрезвычайно опасные (ртуть, свинец).

2 класс – вещества высоко опасные (оксиды азота, бензол, йод, марганец, медь, сероводород).

3 класс – вещества умеренно опасные (ацетон, ксилол, сернистый ангидрид, метиловый спирт).

4 класс – вещества малоопасные (аммиак, бензин, скипидар).

Производственная пыль является очень распространённым опасным и вредным производственным фактором. Пыль может оказывать на организм человека фиброгенное, раздражающее и токсическое действие. Поражающие действия пыли во многом определены её дисперсностью (размером частиц пыли). Наибольшей фиброгенной активностью обладают аэрозоли с размером частиц до 5мкм.

Степень опасности пыли зависит также от формы частиц, их твердости, волокнистости, электрозаряженности. Вредность производственной пыли обуславливает её способность вызывать профессиональные заболевания легких (пневмокониозы), пылевые бронхиты, пневмонии, астматические риниты, бронхиальную астму. Аэрозоли металлов, пыль ядохимикатов может привести к хроническим и острым отравлениям.

Параметры микроклимата. Трудовая деятельность человека всегда протекает в определенных метеорологических условиях, которые определяются сочетаниями температуры воздуха, скорости его движения и относительной влажности, барометрическим давлением и тепловым излучениям от нагретых поверхностей. Эти показатели в совокупности (за исключением барометрического давления) принято называть микроклиматом производственного помещения. При благоприятных сочетаниях параметров микроклимата человек испытывает состояние теплового комфорта, что является важным условием производительности труда и предупреждением заболеваний.

Параметры микроклимата могут изменяться в очень широких пределах, в то время как необходимым условием жизнедеятельности человека является сохранения постоянства температуры тела. При отклонении метеорологических параметров от оптимальных в организме человека для поддержания постоянства температуры тела начинают происходить процессы, направленные на регулирование теплопродукции и теплоотдачи. Эта способность организма человека сохранять постоянство температуры тела получила название терморегуляции.

При температуре воздуха более чем 30^{O}С и значительном тепловом излучении от нагретых поверхностей наступает нарушение терморегуляции организма, что может привести к перегреву. При этом наблюдается нарастающая слабость, головная боль, шум в ушах, искажение восприятия (окраска всего в красный или зелёный цвет), тошнота, рвота, повышается температура тела. Дыхание и пульс учащаются,

артериальное давление вначале возрастает, затем падает. В тяжелых случаях наступает тепловой удар, возможна судорожная болезнь, характеризующаяся слабостью, головной болью, резкими судорогами, преимущественно в коленях.

Длительное и сильное воздействие низких температур может вызвать различные неблагоприятные изменения в организме человека. Местное и общее охлаждение организма является причиной таких заболеваний, как миозиты, невриты, радикулиты, простудные заболевания.

Физиологически оптимальной является влажность воздуха 40-60%. Повышенная относительная влажность воздуха (более 75-85%) в сочетании с низкими температурами оказывает значительное охлаждающее действие, а в сочетании с высокими – способствует перегреванию организма. Относительная влажность менее 25% приводит к высыханию слизистых оболочек и снижении защитной деятельности мерцательного эпителия верхних дыхательных путей.

Человек начинает ощущать движение воздуха при его скорости 0,1 м/с. Большая скорость воздуха в сочетании с низкими температурами ведет к охлаждению организма.

Тепловое воздействие облучения на организм человека зависит от длины волны, интенсивности потока излучения, величины облучаемого участка тела, длительности облучения, угла падения лучей, виды одежды человека. Наибольшей проникающей способностью обладают красные лучи, которые плохо задерживаются кожей и глубоко проникают в биологические ткани, вызывая повышение их температуры.

Понизирующие излучения. Биологическое действие радиации на живой организм начинается на клеточном уровне. Ионизирующее излучение вызывает поломку хромосом, что приводит к изменению генного аппарата и образованию дочерних клеток, неодинаковых с исходными, что ведёт к мутациям, которые могут проявляться на последующих поколениях. При ионизирующих излучениях происходит локальное повреждение кожи (лучевой ожог), возникает катаракта глаз (потемнение хрусталика), повреждение половых органов (кратковременная или постоянная стерилизация). Воздействие ионизирующего излучения может привести к лучевой болезни, представляющей собой комплекс стойких изменений в центральной нервной системе, крови, кроветворных органах, кровеносных сосудах, железах внутренней секреции.

Электромагнитные поля. Электромагнитное поле (ЭМП) обладает определенной энергией и распространяется в виде электромагнитных волн. Основными параметрами электромагнитных колебаний являются: длина волны, частота колебаний и скорость распространения.

Основной характеристикой постоянного магнитного (магнитостатического) поля (ПМП) является напряженность магнитного поля, определяемая по силе, действующей в поле на проводник с током, единицей является ампер на метр (А/м).

Основной характеристикой постоянного электрического (электростатического) поля (ЭСП) является его напряженность, определяемая по силе, действующей в поле на электрический заряд, выражается в вольтах на метр (В/м).

Переменное электромагнитное поле представляет собой совокупность магнитного и электрического полей и распространяется в пространстве в виде электромагнитных волн. Область распространения электромагнитных волн от источника излучения условно разделяют на три зоны: ближнюю (зону индукции), промежуточную (зону интерференции) и дальнюю (волновую или зону излучения). Дальняя зона начинается с расстояния от излучателя, равного примерно 6 длинам волн. Между ними располагается промежуточная зона.

Степень воздействия электромагнитных излучений на организм человека зависит от диапазона частот. Интенсивности воздействия соответствующего фактора, продолжительности облучения, характера излучения (непрерывное или модулированное), режима облучения, размеров облучаемой поверхности тела и индивидуальных особенностей организма.

Длительное воздействие электрического поля (ЭП) низкой частоты вызывает функциональные нарушения центральной нервной и сердечно-сосудистой систем человека, а также некоторые изменения в составе крови, особенно выраженные при высокой напряженности ЭП.

Биологическое действие электромагнитных полей (ЭМП) более высоких частот связывают в основном с их тепловым и аритмическим эффектом. Тепловое действие может привести к повышению температуры тела и местному избирательному нагреву тканей, органов, клеток вследствие перехода электромагнитной энергии в тепловую. Биологическая активность ЭМП увеличивается с возрастанием частоты колебаний и является наибольшей в области СВЧ. Облучение ЭМП большой интенсивности может привести к разрушительным изменениям в тканях и органах. Тяжелые поражения возникают только в аварийных случаях и встречаются крайне редко. Длительное хроническое воздействие ЭМП небольшой интенсивности (не вызывающих теплового эффекта) приводит к различным нервным и сердечно-сосудистым расстройствам (головной боли, утомляемости, нарушению сна, боли в области сердца и т.п.). Возможны нарушения со стороны эндокринной системы и изменение состава крови. На ранних стадиях нарушения в состоянии здоровья носят обратимый характер.

В зависимости от диапазона частот в основу гигиенического нормирования электромагнитных излучений положены разные принципы. Критерием безопасности для человека, находящегося в электрическом поле промышленной частоты, принята напряженность этого поля.

Лазерное излучение. Основной особенностью лазерного излучения является его острая направленность (малая расходимость пучка излучения). Воздействие лазерного излучения на организм человека носит сложный характер:

термическое вызывает ожог, некроз тканей человека, нагрев, плазмо- и парообразование тканей, и, как следствие, их механическое разрушение.

нетермическое действие вызывает облучение организма электромагнитной энергии, облучение глаз человека, возможность поражения электрическим током, запыленность и загазованность воздуха рабочей зоны, повышение уровней шума и вибрации при работе лазера.

Ультрафиолетовое излучение. Длительное воздействие УФИ на человека может привести к серьезным положениям глаз и кожи. Острые поражения обычно проявляются в виде кератитов (воспаленная роговица) и помутнение хрусталика. Длительное воздействие УФИ на кожу человека может привести к раку кожи.

Производственный шум. Многочисленными исследованиями установлено, что шум является общебиологическим раздражителем и в определенных условиях может влиять на все органы и системы организма человека. Наиболее полно изучено влияние шума на слуховой орган человека. Интенсивный шум при ежедневном воздействии приводит к возникновению профессионального заболевания – тугоухости, основным симптомом которого является постепенная потеря слуха на оба уха, первоначально лежащая в области высоких частот (4000 Гц), с последующим распространением на более низкие частоты, определяющие способность воспринимать речь.

При очень большом звуком давлении может произойти разрыв барабанной перепонки. Наиболее неблагоприятными для органа слуха является высокочастотный шум (1000...4000 Гц).

Кроме непосредственного воздействия на орган слуха шум влияет на различные отделы головного мозга, изменяя нормальные процессы высшей нервной деятельности. Это так называемое неспецифическое воздействие шума может возникнуть даже раньше, чем изменения в органе слуха. характерными являются жалобы на повышенную утомляемость, общую слабость, раздражительность, апатию, ослабление памяти, потливость и т.п.

Многочисленными исследованиями установлено, что шум является биологическим раздражителем. Интенсивный шум при ежедневном воздействии приводит к возникновению профессионального заболевания – тугоухости, при очень большом звуковом давлении может произойти разрыв барабанной перепонки. Шум влияет на различные отделы головного мозга, изменяя нормальные процессы высшей нервной деятельности. Это воздействие может возникнуть раньше, чем изменение в органе слуха. Исследованиями последних лет установлено, что под влиянием шума наступают изменения в органе зрения человека и вестибулярном аппарате, нарушаются функции желудочно-кишечного тракта, повышается внутричерепное давление. Шум, особенно прерывистый, импульсный, ухудшает точность выполнения рабочих операций, затрудняет прием и восприятие информации.

Производственная вибрация. В производственных условиях длительное воздействие вибрации приводит к нарушениям деятельности нервной системы, сердечно-сосудистой системы, вестибулярного аппарата, нарушению обмена веществ и, в конечном счете, – к «вибрационной болезни».

При работе с ручными машинами, вибрация которых наиболее интенсивна в высокочастотной области спектра (выше 125 Гц), возникают сосудистые растройства, спазм периферических сосудов. Локальная вибрация, имеющая широкий частотный спектр, часто с наличием узоров (клепка, бурение, срубка) вызывает различную степень сосудистых, нервно-мышечных, костно-суставных и других нарушений.

Ультразвук. Наиболее опасным является контактное воздействие ультразвука, которое возникает при удержании инструмента во время пайки, лужения. Воздействие ультразвука может привести к поражению периферической нервной и сосудистой систем человека в местах контакта (вегетативные полиневриты, мышечная слабость пальцев, кистей и предплечья).

Инфразвук. Инфразвук оказывает неблагоприятное воздействие весь организм человека, в том числе и на орган слуха, понижая слуховую чувствительность на всех частотах. Инфразвуковые колебания воспринимаются как физическая нагрузка: возникает утомление, головная боль, головокружение, вестибулярные нарушения, снижается острота зрения и слуха, нарушается периферическое кровообращение, появляется чувство страха. Особенно неблагоприятные последствия вызывают инфразвуковые колебания с частотой 2…15 Гц в связи с возникновением резонансных явлений в организме человека, причем наиболее опасна частота 7 Гц, т.к. колебания с такой частотой совпадают с альфа-ритмом биотоков мозга.

Повышенные уровни напряжения в электрической цепи. Электрические установки, с которыми приходится иметь дело работающим на производстве, представляет для человека большую потенциальную опасность, которая усугубляется тем, что органы чувств человека не могут на расстоянии обнаружить наличие электрического напряжения на оборудовании. Проходя через тело человека, электрический ток оказывает сложное воздействие, являющееся совокупностью термического (нагрев тканей и биологических сред), электролитического (разложение крови и плазмы) и биологического (раздражение и возбуждение нервных волокон) воздействий. Наиболее сложным является биологическое действие, свойственное только живым организмам.

Алгоритм выполнения практического задания

1. Изучить теоретический материал и нормативно-правовую базу.
2. Согласно профилю специальности обучающегося выбрать произвольно три варианта наименования рабочих мест из предложенных.
3. В соответствии с ГОСТ 12.0.003 — 2015 провести идентификацию опасных и вредных производственных факторов, которые могут возникнуть при выполнении технологических операций (видов работ) на выбранных для анализа рабочих местах.
4. Выявить оборудование (материалы, инструменты и т.п.), которые являются непосредственными источниками идентифицированных факторов.
5. По результатам проведенного анализа на каждое рабочее место выбранных профессий заполняются столбцы таблицы с указанием идентифицированных производственных факторов и оборудования (материалов, изделий, инструментов), при работе с которыми они встречаются.
6. Оформить отчет о практической работе в соответствии с требованиями к оформлению практических работ и защитить ее у преподавателя.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №2
«Идентификация опасных и вредных производственных факторов»

Цель занятия: Получить практические навыки определения опасных и вредных производственных факторов на рабочем месте.

Безопасность условий труда на рабочем месте определяется наличием опасных и вредных производственных факторов (ОВПФ), которые могут возникнуть при выполнении технологических операций или видов работ (ГОСТ 12.0.003-2015 «ССБТ. Опасные и вредные производственные факторы. Классификация»). При этом учитываются источники механических травм; источники шума, вибрации, ионизирующих излучений; определяются условия микроклимата в помещениях; оценивается освещенность в помещениях и на конкретном рабочем месте; определяется возможность получения электротравм; исследуется токсичность применяемых веществ; проводится оценка пожаро- и взрывоопасности объекта; определяется возможность использования грузоподъемных машин и механизмов, а также сосудов, находящихся под давлением.

Идентификация опасных и вредных производственных факторов - это распознавание опасностей, установление причин их возникновения, пространственных и временных характеристик опасностей, вероятности, величины и последствий их появления.

Опасным называется производственный фактор, воздействие которого на работающего в определенных условиях приводит к травме или другому внезапному резкому ухудшению здоровья.

Вредным называется производственный фактор, воздействие которого на работающего в определенных условиях приводит постепенному ухудшению здоровья, профессиональному заболеванию или снижению работоспособности.

ГОСТ 12.0.003-2015 подразделяет опасные и вредные производственные факторы по характеру происхождения на следующие группы:

1) факторы, порождаемые физическими свойствами и характеристиками состояния материальных объектов производственной среды (движущиеся машины и механизмы, и их незащищенные подвижные части; передвигающиеся изделия, материалы, заготовки; разрушающиеся конструкции; обрушивающиеся горные породы; повышенная запыленность, загазованность воздуха рабочей зоны; повышенная или пониженная температура поверхностей оборудования, материалов; повышенная или пониженная температура рабочей зоны; повышенные уровни шума, вибрации, ультразвука, инфразвуковых колебаний; повышенное или пониженное барометрическое давление и его резкое изменение; повышенные или пониженные влажность, подвижность, ионизация воздуха; повышенный уровень ионизирующих излучений; повышенные значения напряжения в электрической цепи; повышенные уровни статического электричества, электромагнитных излучений; повышенная напряженность электрического и магнитного полей; отсутствие и недостаток освещения; расположение рабочего места на значительной высоте относительно пола (земли); невесомость и т.д.);

2) факторы, порождаемые химическими и физико-химическими свойствами используемых или находящихся в рабочей зоне веществ и материалов.

Опасные и вредные производственные факторы, обладающие свойствами химического воздействия на организм работающего человека, называемые для краткости химическими веществами, представляют из себя физические объекты (или их составные компоненты) живой и неживой природы, находящиеся в определенном физическом состоянии и обладающие такими химическими свойствами, которые при взаимодействии с организмом человека в рамках биохимических процессов его функционирования приводят к повреждению целостности тканей организма и (или) нарушению его нормального функционирования (кислоты, щелочи)

Химические вещества могут находиться в твердом, пастообразном, порошкообразном, жидком, парообразном, газообразном, аэрозольном состояниях, в том числе наноразмеров.

По составу химические вещества подразделяют на индивидуальные вещества и смеси.

3) факторы, порождаемые биологическими свойствами микроорганизмов, находящихся в биообъектах и (или) загрязняющих материальные объекты производственной среды (патогенные микроорганизмы (бактерии, вирусы), продукты жизнедеятельности микроорганизмов; растения; животные);

4) факторы, порождаемые психическими и физиологическими свойствами и особенностями человеческого организма и личности работающего (физические и нервно-психические перегрузки);

Физические перегрузки подразделяются на статические и динамические.

Нервно-психические перегрузки подразделяются на: умственное перенапряжение, перенапряжение анализаторов, монотонность труда, эмоциональные перегрузки.

5) факторы, порождаемые поведенческими реакциями и защитными механизмами живых существ (укусы, ужаливания, выброс ядовитых или иных защитных веществ и т.п.);

6) факторы, порождаемые социально-экономическими и организационно-управленческими условиями осуществления трудовой деятельности (плохая организация работ, низкая культура безопасности и т.п.).

В производственных условиях, как правило, действует комплекс вредностей и опасностей.

Движущиеся машины и механизмы, подвижные части оборудования, передвигающиеся изделия, разрушающиеся конструкции способствуют возникновению механических травм (ушибов, переломов, ран, увечий и т.д.), запыленности и загазованности воздуха рабочей зоны, повышенных уровней шума, статического электричества, напряжения зрительных анализаторов, статических перегрузок, монотонности труда и т.д. Все опасности в комплексе усиливают воздействие на организм человека в процессе труда.

Порядок выполнения практического задания

1 Изучить теоретический материал.

2 Из таблицы 1 выбрать вариант задания.

3 В соответствии с ГОСТ 12.0.003-2015 провести идентификацию опасных и вредных производственных факторов, которые могут возникнуть при выполнении технологических операций (видов работ) на рабочих местах.

4. Выявить оборудование (материалы, инструменты и т.п.), которые являются непосредственными источниками идентифицированных факторов

По результатам проведенного анализа на каждое рабочее место выбранных профессий заполняются столбцы таблицы 2 с указанием идентифицированных производственных факторов и оборудования (материалов, изделий, инструментов), при работе с которыми они встречаются.

Таблица 1. Варианты заданий

№	Профессии	Перечень оборудования
	1	2
1	Стекольщик	Стекла, зеркала, стеклорезы, зажимы, различные присоски, шаблоны для фигурной резки
2	Библиотекарь	ПЭВМ, книги
3	Плотник	Верстак, топор, молоток, гвоздодер, долото, отвертка, клещи, гаечный ключ, измерительный инструмент, ножовка, рубанок, стамеска, нож
4	Кухонный рабочий	Посудомоечная машина, посуда
5	Дворник	Хозяйственный инвентарь
6	Сборщик радиодеталей	Конденсаторы, плавкие предохранители, резисторы, сборочный и измерительный инструмент
7	Электромеханик по испытанию и ремонту электро-оборудования	Электроагрегаты и их узлы, электроизмерительные приборы, паяльный инструмент
8	Воспитатель	ПЭВМ, принтер
9	Кладовщик продуктового магазина	ряды стеллажей и холодильные установки, весы
10	Садовник (уборщик территории)	Ручной инструмент; Газонокосилка бензиновая; кусторез; бензопила; снегоуборочная машина
11	Дорожный рабочий	Щебень, гравий, маячные рейки, шаблоны, барьерное и тросовое ограждение, пистолет-распылитель
12	Сварщик	Электросварочные машины и аппараты для дуговой сварки, горелки для сварки
13	Грузчик	Гидравлическая тележка

14	Лифтер	Лифт
15	Сборщик ртути	Ртуть, шлаки, баллоны, вакуумные установки, щелочные и водородные холодильники
16	Сторож	ПЭВМ
17	Бурильщик эксплуатационного и разведочного бурения скважин на нефть и газ	Насосно-компрессорные трубы, буровые установки, бурильные и обсадные трубы, химические реагенты
18	Врач-стоматолог	Стоматологическая установка; лампа фотополимеризационная; облучатель; стерилизатор
19	Медицинская сестра	Стерилизатор; Установка ультразвуковая, облучатель
20	Машинист экскаватора	Одноковшовые экскаваторы, роторные экскаваторы, механическое, гидравлическое и электрическое оборудование

Таблица 2

Рабочее место	Группа ОПВФ по ГОСТ	Индентифицированные опвф	Источник ОПВФ (оборудование, материалы)
	физические		
	химические		
	биологические		
	психофизиологические		

Контрольные опросы:

1. Что такое опасный производственный фактор?
2. Что такое вредный производственный фактор?
3. Как происходит идентификация опасных и вредных производственных факторов?
4. Как подразделяются опасные и вредные производственные факторы по характеру происхождения?
5. Документ, в котором прописана классификация опасных и вредных производственных факторов.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №3

ТЕМА: Снижение уровня шума с помощью различных технических методов

Шумом называют любой нежелательный звук или сочетание звуков, вызывающих неприятные ощущения у человека.

С физической точки зрения звук представляет собой волнообразно распространяющееся колебательное движение частиц упругой среды.

Для защиты от акустических колебаний (шума, инфра- и ультразвука) можно использовать следующие методы:

- снижение звуковой мощности источника звука;
- размещение рабочих мест с учетом направленности излучения звуковой энергии;
- удаление рабочих мест от источника звука;
- акустическая обработка помещений;
- звукоизоляция;
- применение глушителей;
- применение средств индивидуальной защиты.

Снижение звуковой мощности источника звука. Снижения шума механизмов и машин достигается изменением технологического процесса (например, замена клепки сваркой).

Аэродинамический шум, вызываемый движением потоков воздуха и газа и обтеканием им элементов механизмов и машин, — наиболее мощный источник шума, снижение которого в источнике наиболее сложно. Для уменьшения интенсивности генерации шума улучшают аэродинамическую форму элементов машин, обтекаемых газовым потоком, и снижают скорость движения газа.

Изменение направленности излучения шума. При размещении установок с

направленным излучением необходима соответствующая ориентация этих установок по отношению к рабочим и населенным местам, поскольку величина направленности может достигать 10...15 дБ. Например, отверстие воздухозаборной шахты вентиляционной установки или устье трубы сброса сжатого газа необходимо располагать так, чтобы максимум излучаемого шума был направлен в противоположную сторону от рабочего места.

Удаление рабочих мест от источника звука. Увеличение расстояния от источника звука в 2 раза приводит к уменьшению уровня звука на 6 дБ.

Акустическая обработка помещения — это мероприятие, снижающее интенсивность отраженного от поверхностей помещения (стен, потолка, пола) звука. Для этого применяют звукопоглощающие облицовки поверхностей помещения (рисунок 1.1, *а)* и штучные (объемные) поглотители различных конструкций (рисунок 1.1, б), подвешиваемые к потолку помещения. Поглощение звука происходит путем перехода энергии колеблющихся частиц воздуха в теплоту за счет потерь на трение в пористом материале облицовки или поглотителя. Для большей эффективности звукопоглощения пористый материал должен иметь открытые со стороны падения звука незамкнутые поры.

Звукопоглощающие материалы характеризуются *коэффициентом звукопоглощения* α, равным отношению звуковой энергии, поглощенной материалом, и энергии, падающей на него. Звукопоглощающие материалы должны иметь коэффициент звукопоглощения не менее 0,3. Чем это значение выше, тем лучше звукопоглощающий материал. Звукопоглощающие свойства пористых материалов определяются толщиной слоя, частотой звука, наличием воздушной прослойки между материалом и поверхностью помещения.

Штучные звукопоглотители применяют при недостаточности свободных поверхностей помещения для закрепления звукопоглощающих облицовок. Поглотители различных конструкций, представляющие собой объемные тела, заполненные звукопоглощающим материалом (тонкими волокнами), подвешивают к потолку равномерно по площади.

Звукоизоляция. При недостаточности указанных выше мероприятий для снижения уровня шума до допустимых значений или невозможности их осуществления применяют звукоизоляцию. Снижение шума достигается за счет уменьшения интенсивности прямого звука путем установки ограждений, кабин, кожухов, экранов (рисунок 1.2). Сущность звукоизоляции состоит в том, что падающая на ограждение энергия звуковой волны отражается в значительно большей степени, чем проходит через него.

Перегородки выполняют из бетона, кирпича, дерева и т. п. Наиболее шумные механизмы и машины закрывают кожухами, изготовленными из конструкционных материалов — стали, сплавов алюминия, пластмасс и др., и облицовывают изнутри звукопоглощающим материалом.

Экранирование источников шума или рабочих мест. Защитные свойства экрана возникают из-за того, что при огибании прямой звуковой волной кромок экрана за ним образуется зона звуковой тени тем большей протяженности, чем меньше длина волны (выше частота звука). Так как экран защищает только от прямой звуковой волны, его применение эффективно только в области превалирования прямого шума над отраженным. Поэтому экраны надо устанавливать между источником шума и рабочим местом, если они расположены недалеко друг от друга.

Глушители применяют для снижения аэродинамического шума. Глушители шума принято делить на абсорбционные, использующие облицовку поверхностей воздуховодов звукопоглощающим материалом; реактивные - типа расширительных камер, резонаторов,

узких отростков, длина которых равна ¼ длины волны заглушаемого звука; комбинированные, в которых поверхности реактивных глушителей облицовывают звукопоглощающим материалом; экранные.

При наличии нескольких источников суммарный уровень шума определяется по следующим формулам.

Если источники звука одинаковы, т. е. каждый в отдельности создает на рабочем месте одинаковый уровень шума:

$$L_{\Sigma} = L_1 + 10\lg n, \qquad (1.1)$$

где L_1 — уровень шума, создаваемый одним источником, n — число одинаковых источников звука.

Если источники звука различны:

$$L_{\Sigma} = 10\lg\left(10^{0,1L_1} + 10^{0,1L_2} + \ldots + 10^{0,1L_n}\right), \qquad (1.2)$$

где L_1 L_2, ..., L_n — уровни шума, создаваемые каждым источником.

Значения $10\lg n$ в зависимости от числа источников шума принимаются в соответствии с таблицей 1.1.

Таблица 1.1

Число источников шума n	1	2	3	4	5	6	8	10	20	30	40	100
Величина $10\lg n$	0	3	5	6	7	8	9	10	13	15	16	20

Средства индивидуальной защиты. К СИЗ от шума относят ушные вкладыши, наушники и шлемы.

Вкладыши — мягкие тампоны из ультратонкого материала, вставляемые в слуховой канал. Их эффективность не очень высока и в зависимости от частоты шума может составлять 5...15дБ.

Наушники плотно облегают ушную раковину и удерживаются на голове дугообразной пружиной. Их эффективность изменяется от 7 дБ на частоте 125 Гц до 38 дБ на частоте 8000 Гц.

Шлемы применяют при воздействии шумов очень высоких уровней (более 120 дБ). Они закрывают всю голову человека, т. к. при таких уровнях шума он проникает в мозг не только через ухо, но и непосредственно через черепную коробку.

1. Практическая часть.

2.1 Определить уровень шума от источников, если учесть, что они одинаковы (использовать формулу 1.1).

Исходные данные для расчета приводятся в таблице 1.2.

Таблица 1.2

Вариант 1	*Вариант 2*	*Вариант 3*	*Вариант 4*	*Вариант 5*	*Вариант 6*	*Вариант 7*	*Вариант 8*	*Вариант 9*	*Вариант 10*
L_1=95; n=3	L_1=80; n=4	L_1=90; n=5	L_1=70; n=6	L_1=75; n=10	L_1=80; n=3	L_1=75; n=20	L_1=70; n=30	L_1=65; n=40	L_1=60; n=100

1.2. Снизить уровень шума с помощью средств звукоизоляции.

Для этого необходимо определить звукоизолирующую способность оградительной стены.

Звукоизолирующая способность ограждения определяется по формуле:

$$R = 20\lg \rho_S f - 9 \qquad (1.3)$$

где ρ_s – поверхностная плотность ограждения, кг/м^2;

f – частота колебаний звука, Гц.

Исходные данные для расчета приведены в таблице 1.3.

Таблица 1.3

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6	Вариант 7	Вариант 8	Вариант 9	Вариант 10
ρ_s=470 кг/м^2; f=500 Гц	ρ_s=175 кг/м^2; f=125 Гц	ρ_s=950 кг/м^2; f=250 Гц	ρ_s=500 кг/м^2; f=1000 Гц	ρ_s=750 кг/м^2; f=125 Гц	ρ_s=150 кг/м^2; f= 100 Гц	ρ_s=250 кг/м^2; f=500 Гц	ρ_s=100 кг/м^2; f=250 Гц	ρ_s=600 кг/м^2; f=125 Гц	ρ_s=650 кг/м^2; f=500 Гц

2.3 Определить достаточная ли звукоизолирующая способность у оградительной стены.

Звукоизолирующая способность ограждения считается достаточной, если R≥80 дБ.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомится с теоретической частью практического занятия №1.
2. Выполнить расчет звукоизолирующей способности оградительной стены.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОГО ЗАНЯТИЯ

1. Произвести анализ существующих методов защиты от шума.
2. Определить достаточная ли звукоизолирующая способность у оградительной стены.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что понимается под шумом?
2. Какие методы применяются для защиты от шума?
3. Что представляет собой каждый из этих методов?
4. Что называется коэффициентом звукопоглощения?
5. Как определяется суммарный уровень звукового давления?
6. Что относится к СИЗ от шума?

ЗАДАНИЕ НА СРС

1. Определить параметры, характеризующие шум.
2. Гигиеническое нормирование акустических колебаний.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №4

ТЕМА: Снижение вибрации с помощью различных технических методов и средств защиты

Теоретическая часть

Вибрация представляет собой процесс распространения механических колебаний в твердом теле. Принято различать общую и локальную вибрацию.

Методы и средства виброзащиты подразделяются на коллективные и индивидуальные.

Наиболее эффективными являются средства коллективной защиты. Виброзащита осуществляется следующими основными методами:

- снижением виброактивности источника вибрации;
- применением вибродемпфирующих (вибропоглощающих) покрытий, приводящих к

снижению интенсивности пространственной вибрации конструкции за счет рассеяния энергии механических колебаний;

- виброизоляцией, когда между источником и защищаемым объектом размещается дополнительное устройство, так называемый виброизолятор;
- динамическим гашением вибрации, при котором к защищаемому объекту присоединяется дополнительная механическая система, изменяющая характер его колебаний;
- активным гашением вибрации, когда для виброзащиты используется дополнительный источник вибрации, который в сравнении с основным источником генерирует колебания той же амплитуды, но противоположной фазы.

К средствам индивидуальной защиты относятся виброзащитные подставки, сиденья, рукоятки, рукавицы, обувь.

Снижение виброактивности конкретного источника вибрации зависит от особенностей его работы. Общим подходом к решению этой задачи является уменьшение энергии возмущающих сил за счет уменьшения частоты вращения или размеров вращающихся масс и соответственно линейных скоростей или перераспределение этой энергии во времени, сделав, например, более плавным процесс сгорания топлива в энергетической установке.

К эффективным средствам снижения виброактивности источника относится также замена металлических деталей на пластмассовые (из капрона, текстолита и т. п.), обладающие большим внутренним трением.

Важную роль в снижении виброактивности имеет балансировка вращающихся частей машин, которую осуществляют на специальных станках.

При *вибродемпфировании* снижение вибрации происходит за счет рассеяния энергии механических колебаний в результате преобразования ее в тепловую при возникающих в материале конструкции деформациях. В результате амплитуда упругих волн, распространяющихся по конструкциям, уменьшается по мере удаления от источника.

Применяются следующие методы демпфирования конструкций:

- изготовление деталей из материалов, обладающих большим коэффициентом потерь: чугун, сплавы меди и марганца, некоторые виды пластмасс (например, сплавы меди имеют коэффициент потерь, равный 0,2, а текстолит — 0,4);
- нанесение на детали конструкции вибродемпфирующих покрытий;
- использование вибродемпфирующих засыпок из сухого песка, чугунной дроби, а также жидкостных прослоек.

Виброгашение осуществляют путем установки агрегатов на массивный фундамент. Этот способ нашел широкое применение при установке тяжелого оборудования (молотов, прессов, вентиляторов, насосов и т. п.).

Одним из способов подавления вибраций является установка динамических виброгасителей, представляющих собой дополнительную колебательную систему.

Динамический виброгаситель крепится на вибрирующем агрегате, поэтому в нем в каждый момент времени возбуждаются колебания, находящиеся в противофазе с колебаниями агрегата. Недостатком динамического виброгасителя является то, что он подавляет колебания только определенной частоты, соответствующей его собственной.

Виброизоляция — это уменьшение передачи колебаний от источника возбуждения защищаемому объекту при помощи устройств, помещаемых между ними. В качестве таких устройств могут быть: виброизоляторы (пружинные, резиновые, комбинированные и др.); гибкие вставки в коммуникациях воздуховодов и в местах их прохождения через строительные конструкции; «плавающие» полы (настил пола отделяется от перекрытия упругими прокладками) и др.

Средства коллективной зашиты (СКЗ) располагаются между источником вибрации и

оператором. К СКЗ оператора относятся подставки, сидения, кабины, рукоятки.

К средствам индивидуальной защиты от вибраций относятся также СИЗ для рук и ног. В качестве СИЗ для рук применяются *рукавицы и перчатки, вкладыши и прокладки.*

Виброзащитные рукавицы отличаются от обычных рукавиц тем, что на их ладонной части или в накладке закреплен упругодемпфирующий элемент, который выполняется из поролона или губчатой резины.

Виброзащитная обувь изготавливается в виде сапог, полусапог и полуботинок с упругодемпфирующим низом обуви и применяется в условиях общей вибрации.

В целях профилактики вибрационной болезни для работающих с вибрирующим оборудованием рекомендуется специальный режим труда. Так, при работе с ручными машинами, удовлетворяющими требованиям санитарных норм, суммарное время работы в контакте с вибрацией не должно превышать 2/3 рабочей смены. При этом продолжительность одноразового непрерывного воздействия вибрации, включая микропаузы, входящие в данную операцию, не должна превышать для ручных машин 15—20 мин.

1. Практическая часть

Произведем расчет эффективности виброизоляции, согласно исходным данным в таблице 2.1.

Таблица 2.1

Вариант 1	n=83с$^{-1}$; материал прокладки – резина средней жескости; h=6 см	Вариант 6	n=78с$^{-1}$; материал прокладки – плита из пробковой крошки; h=4 см
Вариант 2	n=80с$^{-1}$; материал прокладки – губчатая резина; h=5 см	Вариант 7	n=87с$^{-1}$; материал прокладки – войлок мягкий; h=7 см
Вариант 3	n=90с$^{-1}$; материал прокладки – мягкая резина; h=7 см	Вариант 8	n=92с$^{-1}$; материал прокладки – войлок жесткий прессованый; h=6 см
Вариант 4	n=96с$^{-1}$; материал прокладки – ребристая резиновая плита с отверстиями; h=8 см	Вариант 9	n=105с$^{-1}$; материал прокладки – резина средней жескости; h=5 см
Вариант 5	n=100с$^{-1}$; материал прокладки – пробка натуральная; h=9 см	Вариант 10	n=96с$^{-1}$; материал прокладки – губчатая резина; h=7 см

Эффективность виброизоляции рассчитывается по формуле:

$$\Delta L = 20 \lg \left[\left(\frac{f}{f_0} \right)^2 - 1 \right], \quad дБ \qquad (2.1)$$

где f – частота вынужденных колебаний;

f_0 – собственная частота виброизолированной системы.

$$f_0 = \frac{0,5}{\sqrt{x_{CT}}}, \quad \text{Гц} \qquad (2.2)$$

где x_{CT} – статическая осадка виброизоляторов под действием силы тяжести машины.

Допустимая величина статической осадки x_{CT} амортизаторов из упругих прокладок зависит от их материала. Найдем ее из таблицы 2.1.

Таблица 2.1 - Допустимая величина статической осадки

Материалы	x_{CT}, см
Губчатая резина	0,01 h
Мягкая резина	0,016 h
Ребристая резиновая плита с отверстиями	0,02 h
Резина средней жесткости	0,015 h

Пробка натуральная	0,05 h
Плита из пробковой крошки	0,017 h
Войлок мягкий	0,015 h
Войлок жесткий прессованный	0,0155 h

Частота вынужденных колебаний определяется по формуле:

$$f=n, \qquad (2.3)$$

где n – частота вращения шкива машины, с$^{-1}$.

Если в результате расчета $\left(\frac{f}{f_0}\right)_{TP}$ получается более 4, расчет ведут для этой величины, но в этом случае не обеспечивается требуемое снижение уровня вибрации и необходимо применять другие мероприятия для ее снижения.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОГО ЗАНЯТИЯ

1. Произвести анализ виброзащиты и выявить наиболее эффективные средства коллективной защиты от вибрации.

2. Произвести расчет эффективности виброизоляции.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомится с теоретической частью практического занятия №2.
2. Выполнить расчет эффективности виброизоляции.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что понимается под вибрацией?
2. Какие существуют средства коллективной защиты от вибрации?
3. Как осуществляется снижение виброактивности конкретного источника вибрации?
4. Что представляют собой вибродемпфирование?
5. Что такое виброгашение?
6. Что такое виброизоляция?
7. Как определяется эффективность виброизоляции?
8. Что представляет собой схема расчета виброизоляторов?
9. Что относится к средствам коллективной и индивидуальной виброзащиты операторов и что каждый из них представляет собой?

ЗАДАНИЕ НА СРС

1. Определить параметры, характеризующие вибрацию
2. Классификация производственных вибраций

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №5

ТЕМА: Снижение электромагнитных излучений с помощью различных технических методов защиты

Цель работы: освоить методику расчета напряженности электрического поля от высоковольтных линий электропередач.

СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЯ

1. Теоретическая часть

Электромагнитная волна – это колебательный процесс, связанный с изменяющимися в пространстве и во времени взаимосвязанными электрическими и магнитными полями. Область распространения электромагнитных волн называется *электромагнитным полем* (ЭМП.)

Методы и средства защиты от переменных электромагнитных полей и излучений:

Уменьшение мощности излучения обеспечивается правильным выбором генератора (мощность генератора целесообразно выбирать не более той, которая необходима для реализации технологического процесса и работы устройства). В тех случаях, когда необходимо уменьшить мощность излучения генератора, для излучений радиочастотного диапазона применяют поглотители мощности, которые ослабляют энергию излучения до необходимой степени на пути от генератора к излучающему устройству.

Поглотители мощности. Поглотителем энергии служат специальные вставки из графита или материалов углеродистого состава, а также специальные диэлектрики. При поглощении электромагнитной энергии выделяется теплота, поэтому для охлаждения поглотителей применяют охлаждающие ребра или проточную воду.

Увеличение расстояния от источника излучения. В дальней зоне излучения, т. е. на расстояниях примерно больших 1/6 длины волны излучения, плотность потока энергии (ППЭ) уменьшается обратно пропорционально квадрату расстояния, а напряженности электрического и магнитного полей — обратно пропорционально расстоянию. То есть при увеличении расстояния от источника излучения в 2 раза ППЭ уменьшается в 4 раза, а напряженности (Е и Н) в 2 раза.

Уменьшение времени пребывания в поле и под воздействием излучения.

Допустимое время пребывания в зоне излучения установок промышленной частоты (50 Гц):

$$T_{доп} = \frac{50}{E} - 2, \qquad (3.1)$$

где E – напряженность электромагнитного поля.

Однако, если это возможно, целесообразно сокращать время пребывания в зоне облучения до значения меньше допустимого, чтобы избежать необоснованного выполнением необходимой работы облучения.

Подъем излучателей и диаграмм направленности излучения, блокирование излучения. Излучающие антенны необходимо поднимать на максимально возможную высоту и не допускать направления луча на рабочие места и территорию предприятия.

Для защиты от электрических полей промышленной частоты необходимо увеличивать высоту подвеса фазных проводов линий электропередач (ЛЭП), уменьшать расстояние между ними и т. д. Путем правильного выбора геометрических параметров можно снизить напряженность электрического поля вблизи ЛЭП в 1,6...1,8 раза.

Экранирование излучений. Экранируют либо источники излучения, либо зоны, где может находиться человек. Экраны могут быть замкнутыми (полностью изолирующими излучающее устройство или защищаемый объект) или незамкнутыми, различной формы и размеров, выполненными из сплошных, перфорированных, сотовых или сетчатых материалов.

Экраны частично отражают и частично поглощают электромагнитную энергию. По степени отражения и поглощения их условно разделяют на отражающие и поглощающие экраны.

Для увеличения поглощающей способности экрана их делают многослойными и большой толщины, иногда со стороны падающей волны выполняют конусообразные выступы.

Наиболее часто в технике защиты от электромагнитных полей применяют металлические сетки. Они легки, прозрачны, поэтому обеспечивают возможность наблюдения за технологическим процессом и излучателем, пропускают воздух, обеспечивая охлаждение оборудования за счет естественной или искусственной вентиляции.

Средства индивидуальной защиты. К СИЗ, которые применяют для защиты от электромагнитных излучений, относят: радиозащитные костюмы, комбинезоны, фартуки, очки, маски и т.д. Данные СИЗ используют метод экранирования.

Радиозащитные костюмы, комбинезоны, фартуки в общем случае шьются из хлопчатобумажного материала, вытканного вместе с микропроводом, выполняющим роль сетчатого экрана. Шлем и бахилы костюма сделаны из такой же ткани, но в шлем спереди вшиты очки и специальная проволочная сетка для облегчения дыхания. Эффективность костюма может достигать 25...30 дБ. Для защиты глаз применяют очки специальных марок с металлизированными стеклами. Поверхность стекол покрыта пленкой диоксида олова. В оправе вшита металлическая сетка, и она плотно прилегает к лицу для исключения проникновения излучения сбоку. Эффективность очков оценивается в 25...35 дБ.

2. Практическая часть

Выполним расчет эффективности экранирования электромагнитного излучения.

Эффективность экранов принято оценивать в дБ по формулам:

$$\Delta L = 20 \lg(E_0 / E); \qquad (3.2)$$

$$\Delta L = 20 \lg(H_0 / H); \qquad (3.3)$$

$$\Delta L = 10 \lg(ППЭ_0 / ППЭ), \qquad (3.4)$$

где E_0, H_0, $ППЭ_0$ — соответственно напряженность электрического, магнитного поля и плотность потока энергии перед экраном; E, H, $ППЭ$ — те же параметры после экрана.

Исходные данные для расчета приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1

Вариант 1	E=50 В/м, H=10 А/м, $ППЭ$=12 Вт/м²; E_0=70 В/м, H_0=20А/м; $ППЭ_0$=34Вт/м².	Вариант 6	E=60 В/м, H=18 А/м, $ППЭ$=17 Вт/м²; E_0=87 В/м, H_0=29А/м; $ППЭ_0$=41Вт/м².
Вариант 2	E=55 В/м, H=11 А/м, $ППЭ$=14 Вт/м²; E_0=80 В/м, H_0=25А/м; $ППЭ_0$=40Вт/м².	Вариант 7	E=65 В/м, H=17 А/м, $ППЭ$=21 Вт/м²; E_0=93 В/м, H_0=31А/м; $ППЭ_0$=43Вт/м².
Вариант 3	E=60 В/м, H=14 А/м, $ППЭ$=12 Вт/м²; E_0=83 В/м, H_0=28А/м; $ППЭ_0$=34Вт/м².	Вариант 8	E=67 В/м, H=9 А/м, $ППЭ$=24 Вт/м²; E_0=102 В/м, H_0=19А/м; $ППЭ_0$=50Вт/м².
Вариант 4	E=59 В/м, H=17 А/м, $ППЭ$=15 Вт/м²; E_0=85 В/м, H_0=22А/м; $ППЭ_0$=45Вт/м².	Вариант 9	E=65 В/м, H=12 А/м, $ППЭ$=21 Вт/м²; E_0=91 В/м, H_0=27А/м; $ППЭ_0$=55Вт/м².
Вариант 5	E=57 В/м, H=15 А/м, $ППЭ$=20 Вт/м²; E_0=75 В/м, H_0=30А/м; $ППЭ_0$=37Вт/м².	Вариант 10	E=63 В/м, H=11 А/м, $ППЭ$=19 Вт/м²; E_0=89 В/м, H_0=29А/м; $ППЭ_0$=52Вт/м².

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомится с теоретической частью практического занятия №3.
2. Выполнить расчет эффективности экранов.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОГО ЗАНЯТИЯ

1. Выполнить расчет эффективности экранов.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что понимается под электромагнитным полем?
2. Какие существуют методы и средства защиты от переменных электромагнитных полей?
3. Как осуществляется каждый из этих методов и средств?
4. Как определяется допустимое время пребывания в зоне излучения установок промышленной частоты?
5. Из каких материалов выполняются отражающие и поглощающие экраны?
6. Что относится к СИЗ от электромагнитных излучений?

ЗАДАНИЕ НА СРС

1. Классификация электромагнитных полей.
2. Источники электромагнитных полей на производстве.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №6

ТЕМА: Защита от электромагнитных полей высокочастотных установок для нагрева материалов

Цель работы: освоить методику расчета напряженности магнитного поля от нагревательных печей и размеров защитных экранов.

СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЯ

Промышленными источниками электромагнитных полей являются высокочастотные установки для нагрева материалов.

Электромагнитное поле обладает энергией и распространяется в виде электромагнитных волн. Скорость распространения колебаний в воздухе υ равна скорости света $3 \cdot 10^8$ м/с. Длина волны зависит от частоты: $\lambda = \frac{\upsilon}{f}$ (1)

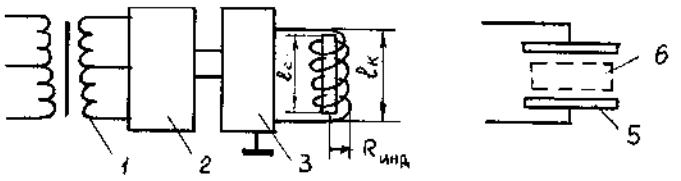
где λ - длина волны, м; υ - скорость распространения колебаний, м/с; f - частота колебаний, Гц.

Область распространения электромагнитных волн от источника излучения условно разделяют на три зоны: ближнюю (имеющую радиус менее 1/6 длины волны), промежуточную и дальнюю (расположенную на расстоянии более 1/6 длины волны от источника).

В ближней и промежуточной зонах электромагнитная волна еще не сформирована, поэтому интенсивность ЭМП в этих зонах оценивается раздельно напряженностью электрической Е (В/м) и магнитной Н (А/м) составляющих поля.

С увеличением напряженности электромагнитного поля, продолжительности облучения и частоты колебаний воздействие на человека возрастает. При воздействии ЭМП частотой выше 60 кГц наступает нагрев тканей. Облучение особенно вредно для глаз, мозга, половых органов. Облучение глаз вызывает помутнение хрусталика (катаракту).

При текущем санитарном контроле (не реже одного раза в год), а также в случае приемки источников ЭМП или изменения их конструкции и режимов работы, производится измерение параметров электромагнитного поля на рабочих местах. Измеренные значения сравниваются с нормативными по ГОСТ 12.1.006-84 и если они не соответствуют, то применяются меры защиты.



а) б)

Рис 4.1 Схема генератора для нагрева металла (а) и неметаллич. материалов (б)

Характеристика источников электромагнитного поля (индукторов и конденсаторов)

Источниками ЭМП высокой частоты (ВЧ) и ультравысокой частоты (УВЧ) на машиностроительных предприятиях являются плавильно- закалочные и сушильные установки. Для индукционного нагрева металла применяются установки (рисунок 4.1, а), состоящие из трансформатора, выпрямителя, генератора и индуктора. Для нагрева неметаллических материалов (например, древесины) вместо индукционной катушки используется конденсатор (рисунок 1, б). Источниками излучений является индуктор или конденсатор, а также генератор и линия передачи от генератора к индуктору или конденсатору.

Рабочие места по обслуживанию нагревательных установок обычно находятся в ближней зоне воздействия ЭМП, где соотношение напряженностей электрической Е и магнитной составляющей Н зависит от вида источника излучения (конденсатор или индуктор).

Нормирование воздействия ЭМП высокой и ультравысокой частот.

Предельно допустимое значение Е и Н в диапазоне частот 60кГц...300 МГц на рабочих местах персонала следует определять исходя из допустимой энергетической нагрузки и времени воздействия по формулам: Рис 4.2 – Графики для определения β

$$E_{ПД} = \sqrt{\frac{Э_{E_{пд}}}{T}} \qquad H_{ПД} = \sqrt{\frac{Э_{H_{пд}}}{T}} \qquad (3)$$

где $E_{ПД}$ и $H_{ПД}$ –предельно допустимые значения напряженности электрического, В/м, и магнитного, А/м, полей

$Э_{Eпд}$ и $Э_{Hпд}$ - предельно допустимые значения энергетической нагрузки в течение рабочего дня $(В/м)^2$ ч и $(А/м)^2$ ч.

Защита от воздействия электромагнитных полей индуктора и конденсатора

Для защиты обслуживающего персонала от электромагнитных полей индукторов и конденсаторов их экранируют. Форма экрана должна удовлетворять конструктивным и эксплуатационным требованиям. Экраны применяются сплошные с вентиляционными и смотровыми окнами, а также в форме цилиндра или прямоугольного параллелепипеда.

Практическая часть

Методика расчета экрана индуктора высокочастотной установки для нагрева металла

Методика расчета экрана индуктора состоит в следующем. Вначале вычисляется напряженность магнитной составляющей поля Н от индуктора по формуле (2). β определяется по графику. Сравнивается полученное значение Н с допустимым значением $Н_д$ (формула 3) по ГОСТ 12.1.006-84. ($Эн_{пд}$=200А/м). Определяется требуемая эффективность экранирования: $Э_{тр} = \frac{H}{H_д}$ (4)

где $Э_{тр}$ - требуемая эффективность экранирования; Н - действующее значение напряженности магнитной составляющей поля, А/м; $Н_д$ - допустимый уровень напряженности магнитной составляющей поля, А/м.

Проектирование экрана проводится с учетом обеспечения доступа к нагревательной установке, возможности механизации процесса загрузки и т.д., а также с учетом минимальной потери энергии в экране. Радиус цилиндрического замкнутого экрана $R_{экр}$ нагревательной установки для закалки металлов при условии, что потери в нем не превышают 1 % мощности генератора, определяются по формуле:

$$R_{экр} = 0{,}64 R_{инд} \sqrt[3]{\frac{\omega^2 \cdot I^2 \cdot \rho \cdot R_{инд}}{\delta \cdot P \cdot l_k}} \quad (5)$$

где $R_{инд}$ - радиус катушки индуктора, м; ω - число витков катушки: I - сила тока в катушке, А; ∟ - удельное сопротивление материала экрана (таблица 4.1), Ом · м; δ - глубина проникновения (расстояние, на котором напряженность поля уменьшается в e = 2,73 раза), м; Р- мощность генератора, Вт; $l_к$ - длина катушки, м.

Глубина проникновения электрического поля $$\delta = 0{,}52\sqrt{\frac{\rho}{\mu \cdot f_m}} \quad (6)$$

где μ - относительная магнитная проницаемость материала экрана (таблица 4.1);
$f_м$ - частота колебаний электромагнитного излучения, МГц.

Таблица 4.1 – Характеристики материалов экранов

Материал	Удельное сопротивление ρ, Ом · м	Относительная магнитная проницаемость, μ
Алюминий	$0{,}28 \cdot 10^{-7}$	1
Медь	$0{,}17 \cdot 10^{-7}$	1
Сталь	$1{,}5 \cdot 10^{-7}$	150

Проверяется значение $R_{экр}$ по условию, что расстояние между витками индуктора и стенками цилиндра должна быть не менее радиуса индуктора, то есть

$$R_{экр} \geq 2R_{инд}, \quad (7)$$

где $R_{инд}$ - радиус витков индуктора (рисунок 4.3), м.

Если условие не выполняется, то принимаем $R_{экр} = 2R_{инд}$,

Высота экрана определяется из формулы эффективности экранирования:

$Э_{экр} = \exp(3{,}6 \cdot l_{экр}/D_{экр})$, (8)

только в место $Э_{экр}$ подставляется $Э_{тр}$

$$l_{экр} = (D_{экр}/3{,}6) \cdot \ln Э_{ТР} \quad (9)$$

где $Э_{экр}$ - эффективность экранирования, т.е. величина, показывающая во сколько раз напряженность поля в данном месте уменьшилась в результате экранирования;

$l_{экр}$ - расстояние по оси индуктора от его крайних витков до краев цилиндра экрана, м;

$D_{экр}$ - диаметр цилиндра экрана, м.

Общая длина экрана l определяется по формуле: $l = l_к + 2 \cdot l_{экр}$ (10)

Если в результате расчета стального экрана его габариты получаются большими, то целесообразно применить алюминий или медь.

На эффективность экрана не влияет его толщина, т.к. для экранирования достаточно очень тонкого слоя металла. Поэтому толщина экрана принимается из условия прочности равной 0,8...2 мм.

В результате расчета размеров экрана его эффективность должна быть больше требуемого значения, т.е. $Э_{экр} \geq Э_{тр}$. (11)

Задание. Рассчитать экран высокочастотной плавильной печи. Параметры индуктора и расстояние до рабочего места даны в таблице. В задаче приняты следующие обозначения:
Rинд - радиус катушки индуктора печи, м; lк - длина катушки индуктора, м;
Р - мощность плавильной печи, кВт; ω - число витков катушки индуктора;
I - сила тока в катушке, А; f - частота тока, кГц; r - расстояние от оси катушки до рабочего места, м.
Таблица – Исходные данные для задачи.

Вари-ант	Параметры индуктора плавильной печи						Расстояние до рабочего места r, м
	$R_{инд}$, м	$l_к$, м	ω	I, А	f, кГц	Р, кВт	
1	0,1	0,15	20	150	150	60	0,6
2	0,2	0,3	40	200	100	60	1,3
3	0,3	0,4	60	300	60	100	2,0
4	0,2	0,4	50	300	150	70	1,5
5	0,1	0,3	25	250	70	60	0,8
6	0,1	0,2	20	150	200	40	0,8
7	0,2	0,2	25	100	400	60	0,6
8	0,2	0,4	30	250	30	70	1,5
9	0,3	0,3	50	350	350	100	2,0
0	0,2	0,3	45	200	50	60	1,3

Порядок выполнения работы 1 Ознакомиться с методикой расчета напряженности магнитного поля Н от катушки индуктора, нормированием Н по ГОСТ 12.1.006-84.

2 Рассчитать экран высокочастотной плавильной печи.

Оформление отчета Отчет должен содержать: название, цель работы, расчет экрана высокочастотной плавильной печи (формулы должны быть написаны с наименованием всех параметров и единиц измерения); выводы.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какое вредное воздействие оказывает на организм человека электромагнитное поле от индукционных катушек и рабочих конденсаторов, применяемых для нагрева материалов? Какие применяются меры защиты от воздействия ЭМП?
2. Как определяются ближняя и дальняя зоны распространения электромагнитного поля? Как рассчитать длину волны электромагнитного излучения при известной частоте колебаний? Как оценивается воздействие в ближней и дальней зоне ЭМП?
3. В чем заключается методика расчета экранирующих устройств? Какой порядок расчета?
4. Объясните формулу расчета требуемой эффективности экранирования ЭМП высоких частот?
5. Что является источниками ЭМП высокой частоты (ВЧ) и ультравысокой частоты (УВЧ) на машиностроительных предприятиях?
6. Какие установки применяются для индукционного нагрева металла и неметаллических материалов, из чего они состоят?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 7

ТЕМА: Анализ средств защиты от опасности механического травмирования

Под механическим травмированием человека понимают повреждения кожных покровов, мышц, костей, сухожилий, позвоночника, глаз, головы и других частей тела. Причиной такого рода травм являются прежде всего шероховатость поверхности, острые кромки и грани инструмента и оборудования, движущиеся механизмы и машины, незащищенные элементы производственного оборудования, передвигающиеся изделия, материалы, заготовки, разрушающиеся конструкции. Механические травмы могут быть следствием падения с высоты. Возможны травмы глаз твердыми частицами, образующимися при обработке материалов.

Все источники механического травмирования можно разделить на *реально* и *потенциально опасные*.

К первым можно отнести: шероховатости поверхности, заусенцы, острые кромки и выступы на различных частях оборудования и подвижные заготовки при работах на металлообрабатывающих станках, движущиеся грузоподъемные машины и средства транспорта.

Ко вторым: сосуды, работающие под давлением, разрушение (взрыв) которых может произойти при нарушении Правил их эксплуатации, штабели материалов, заготовок, готовых изделий, которые при неправильной их укладке могут обрушаться, площадки обслуживания оборудования на высоте, лестницы при несоответствии их требованиям безопасности и т. д.

Защита от травмирования достигается применением технических средств, исключающих или уменьшающих воздействие на работающих травмоопасных производственных факторов. Они могут быть коллективными и индивидуальными. Первые обеспечивают защиту любого работника, обслуживающего травмоопасное оборудование с указанными средствами защиты. Вторые - только тех, кто их использует.

Средства коллективной защиты от механического травмирования стандартизованы ГОСТ 12.4.125-83 и включают целый ряд подвидов (рисунок 4.1).

Защитные устройства должны удовлетворять следующим общим требованиям:

- предотвращать контакт рук и других частей тела человека, его одежды и других предметов с опасными движущимися частями машины, не позволять человеку-оператору машины или другому рабочему приблизить руки и другие части тела к опасным движущимся частям;
- должны быть изготовлены из прочных материалов, выдерживающих условия нормальной эксплуатации, и надежно прикрепляться к машине;
- не создавать иных опасностей, не иметь режущую кромку, заусенец или шероховатости поверхности;
- не мешать выполнению работ.

Наибольшее применение для защиты от механического травмирования машин, механизмов, инструмента находят оградительные, предохранительные, тормозные устройства, устройства автоматического контроля и сигнализации, дистанционного управления.



Рисунок 4.1 – Средства коллективной защиты от механического травмирования

Оградительные средства защиты наиболее распространены в промышленности. Они препятствуют попаданию человека в опасную зону. Все открытые движущиеся и вращающиеся части оборудования, расположенные на высоте до 2500 мм от уровня пола, если они являются источниками опасности, должны быть закрыты сплошным или сетчатым ограждением. Ограждения могут быть полными, закрывающими травмоопасный агрегат в целом, и частичными, исключающими доступ к наиболее опасным частям оборудования. Полные ограждения изготавливаются обычно из металла и выполняют одновременно функции звукоизолирующего ограждения.

Чаще всего конструкция ограждения представляет собой кожух. В корпусах машин и механизмов, а также станков они могут выполняться в виде дверцы, перекрывающей доступ к редукторам, коробкам скоростей и другим элементам привода.

Ограждения в виде щитов (в том числе сетчатых) широко используются в роботизированном производстве.

Переносные щиты устанавливают при проведении ремонтных и наладочных работ для исключения попадания в зону их проведения посторонних лиц, например, при сварочных работах, работах в колодцах подземных коммуникаций, при ремонте электроустановок в цехах.

На металлорежущих станках ограждения, как правило, выполняются в виде защитных экранов, которые для удобства обслуживания могут выполняться откидными.

В качестве материала для изготовления экранов используются металлы и пластики. Экраны удобно выполнять также из прозрачных материалов (безосколочное стекло, пластмасса, триплекс). Защитные экраны не должны ограничивать технологические возможности станка и вызывать неудобства при работе, уборке, наладке, а также приводить к загрязнению пола смазочно-охлаждающей жидкостью. При необходимости защитные экраны следует снабжать рукоятками, скобами для удобства перемещения и установки.

Предохранительные устройства могут быть двух типов: ограничительные и блокировочные. Ограничительные срабатывают при превышении какого-либо параметра, характеризующего работу системы механизма или машин. Например, срезные штифты и шпонки срабатывают при превышении допустимого крутящего момента, предохранительные клапана — рабочего давления, упоры - при выходе элементов за допустимые пределы в пространстве. Таким образом, исключаются аварийные режимы работы оборудования, а следовательно, его возможные поломки и аварии; а в конечном итоге — травмы. Различают предохранительные оградительные устройства с автоматическим восстановлением кинематической цепи после того, как контролируемый параметр пришел в норму, и устройства, которые после срабатывания требуют остановки оборудования для их замены. Примером первых являются предохранительные клапаны, фрикционные муфты, регуляторы давления, вторых — предохранители электроустановок, разрывные мембраны систем, работающих под давлением.

Блокировочные устройства исключают возможность проникновения человека в опасную зону либо устраняют опасный фактор на время пребывания человека в этой зоне. Блокировка бывает механическая, электрическая и комбинированная.

Тормозные устройства подразделяют:

- по конструктивному исполнению — на колодочные, дисковые, конические и клиновые;
- по способу срабатывания — на ручные, автоматические и полуавтоматические;
- по принципу действия — на механические, электромагнитные, пневматические, гидравлические и комбинированные;
- по назначению - на рабочие, резервные, стояночные и экстренного торможения.

Тормоза играют важную роль в обеспечении безопасной эксплуатации, ремонта и обслуживания технологического оборудования, позволяя быстро останавливать валы и прочие элементы, являющиеся потенциальными источниками опасности. Кроме того, они служат для остановки либо торможения груза в подъемно-транспортных машинах.

Устройства автоматического контроля и сигнализации. Наличие контрольно-измерительных приборов — одно из условий безопасной и надежной работы оборудования. Это приборы для измерения давлений, температур, статических и динамических нагрузок, и других параметров, превышение допустимых значений которых может привести к аварии, а следовательно, и к травматизму. Эффективность использования этих приборов повышается при объединении их с системами сигнализации.

Устройства автоматического контроля и сигнализации подразделяют:

- по назначению — на информационные, предупреждающие, аварийные и ответные;
- по способу срабатывания — на автоматические и полуавтоматические;
- по характеру сигнала — на звуковые, световые, цветовые, знаковые и комбинированные;
- по характеру подачи сигналами — на постоянные и пульсирующие.

Информационная сигнализация применяется при проведении разнообразных технологических процессов, на испытательных стендах, а также для согласования действий работающих, в частности, крановщиков и стропальщиков. При монтажных операциях зеленые сигнальные лампы должны включаться на временно не работающем оборудовании. Подобная сигнализация применяется в шумных производствах,

где нарушена речевая связь. В поточных и автоматизированных линиях красные сигнальные лампы устанавливают на машинах и установках, которые не контролируются обслуживающим персоналом.

Устройства предупреждающей сигнализации предназначены для предупреждения о возникновении опасности. Чаще всего в них используют световые и звуковые сигналы, поступающие от различных приборов, регистрирующих ход технологического процесса, в том числе уровень опасных и вредных факторов. Для звуковой сигнализации применяют сирены или звонки.

К предупреждающей сигнализации относятся указатели и плакаты «Не включать — работают люди», «Не входить», «Не открывать — высокое напряжение» и др. Для дверей и световых табло, эвакуационных и запасных выходов следует применять зеленый сигнальный цвет (надпись белого цвета). Очень широко в промышленности используются сигнальные цвета (таблица 4.1).

Таблица 4.1 - Смысловое значение, область применения сигнальных цветов и соответствующие им контрастные цвета

Сигнальный	Смысловое значение	Область применения	Контрастный цвет
Красный	Непосредственная опасность. Аварийная или опасная ситуация. Пожарная техника,	Запрещение опасного поведения или действия. Обозначение непосредственной опасности. Сообщение об аварийном отключении или аварийном состоянии оборудования (технологического процесса).	Белый
Желтый	Возможная опасность	Обозначение возможной опасности, опасной ситуации. Предупреждение, предостережение о возможной	Черный
Зеленый	Безопасность, безопасные условия. Помощь, спасение	Сообщение о нормальной работе оборудования, нормальном состоянии технологического процесса. Обозначение пути эвакуации, аптечек, кабинетов,	Белый
Синий	Предписание во избежание опасности	Требование обязательных действий в целях обеспечения безопасности. Разрешение определенных действий	

Знаки безопасности стандартизированы ГОСТ Р 12.4.026—01. Они различаются между собой формой и цветом. Геометрическая форма, сигнальный цвет и смысловое значение основных знаков безопасности приведены в таблице 4.2.

Таблица 4.2 - Смысловое значение основных знаков безопасности

Группа	Геометрическая форма	Сигнальный цвет	Смысловое значение
Запрещающие знаки	Круг с поперечной полосой	Красный	Запрещение опасного поведения или действия
Предупреждающие знаки	Треугольник	Желтый	Предупреждение о возможной опасности.
Предписывающие знаки	Круг	Синий	Предписание обязательных действий во избежание опасности
Знаки пожарной безопасности*	Квадрат или прямоугольник	Красный	Обозначение и указание мест нахождения средств противопожарной защиты, их элементов
Эвакуационные знаки и знаки медицинского и санитарного назначения	Квадрат или прямоугольник	Зеленый	Обозначение направления движения при эвакуации. Спасение, первая помощь при авариях или пожарах. Надпись, информация
Указательные знаки	Квадрат или прямоугольник	Синий	Разрешение. Указание. Надпись или информация

* Знаки пожарной безопасности связаны с проблемой механического травмирования опосредовано (паника в условиях пожара, как правило, приводит к падениям и травмам).

Средства индивидуальной защиты от механического травмирования делятся на несколько групп. Специальная одежда, специальная обувь и средства защиты рук в свою очередь включают в себя большое число подвидов (подгрупп). Деление производится по назначению (от ударов, порезов, проколов и т. д.).

ЗАДАНИЕ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОГО ЗАНЯТИЯ

1. Изучить средства защиты, принцип их действия.
2. Составить перечень средств защиты для различных работников исходя из варианта.
3. Данные занести в таблицу.

Группа защитных устройств	Принцип действия	Область применения

Таблица Исходные данные

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

	слесарь	машинист	электрик	Кранов щик	пожарный	сварщик	кузнец	шахтер	металлург	железнодорожник

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что понимается под механическим травмированием?
2. Какие источники механического травмирования относятся к реально опасным, а какие к потенциально опасным?
3. Как классифицируются средства коллективной защиты от механического травмирования?
4. Что представляют собой: оградительные средства защиты, предохранительные устройства, блокировочные, тормозные устройства, устройства автоматического контроля и сигнализации?
5. Какие существуют основные знаки безопасности?
6. На какие группы делятся средства индивидуальной защиты от механического травмирования?

2 Методические указания для выполнения самостоятельной работы студентов

Ознакомиться с теоретической частью и ответить на контрольные вопросы.

Вопросы и задания составлены в соответствии разделами и темами рабочей программы учебной дисциплины «Основы производственной санитарии» для удобства при самостоятельной подготовке студентов к учебным занятиям.

Теоретическая часть

1 Производственная санитария как наука.

Производственная санитария (от лат. sanitos – здоровье) – это система организационных, санитарно–гигиенических мероприятий, технических средств и методов, предотвращающих или уменьшающих воздействие на работающих вредных производственных факторов до значений, не превышающих допустимые (ГОСТ 12.0.002–14* «ССБТ. Термины и определения»).

Санитария - применение на практике (внедрение) мероприятий, разработанных гигиеной, которые направлены на улучшение здоровья населения, оздоровление окружающей среды и продление жизни человека.

Научной основой производственной санитарии является гигиена труда (от греч. hygyieinos – здоровый). Таким образом, санитария и гигиена происходят от одного и того же слова – здоровье. Здоровье – это состояние полного физического, духовного и социального благополучия, а не только отсутствие болезней или физических недостатков (определение ВОЗ).

роизводственная санитария тесно связана со специальными технологическими дисциплинами и организацией производства, а также с медицинскими основами охраны труда (охраной труда, физиологией, психологией труда, эргономикой, безопасностью жизнедеятельности и др.).

Охрана труда – это система обеспечения безопасности жизни и здоровья работников в процессе трудовой деятельности, включающая в себя правовые, социально-экономические, организационно-технические, санитарно-гигиенические, лечебно-профилактические, реабилитационные и иные мероприятия и средства.

Безопасность жизнедеятельности – это наука о комфортном и безопасном взаимодействии человека и окружающей среды.

Эргономика — научная дисциплина, комплексно изучающая закономерности взаимодействия человека с техническими средствами. Т.е. наука, изучающая функциональные возможности человека в трудовых процессах с точки зрения анатомии, антропологии, физиологии, психологии и гигиены в целях создания орудий и условий труда, а также технологических процессов и производственного оборудования, наиболее соответствующих требованиям человеческого организма.

Физиология труда – раздел медицины, изучающий функционирование человеческого организма во время трудовой деятельности (утомляемость, работоспособность, установление оптимальных режимов труда).

Гигиена труда, как самостоятельная научная дисциплина, сформировалась в начале XX столетия, хотя истоки её формирования относятся к периодам истории Древней Греции и Рима. Так, Гиппократ (460–377 гг. до н. э.) писал о болезнях рудокопов, Гален (ок. 200–130 гг. до н. э.) – о поражённых пылью свинца, Плиний Старший (I в. до н. э.) – об отравлениях ртутью и серой.

В XVI в. швейцарский врач и химик Парацельс (1493– 1541) и немецкий врач, геолог и металлург Георгий Агрикола (1494–1555) описали заболевания горняков под названием «Чахотка горняков, каменотёсов, литейщиков». В труде Парацельса «О чахотке и других заболеваниях горнорабочих» показана клиника заболевания, которое сопровождалось лихорадкой, одышкой, кашлем. Ему принадлежит изречение, которое можно рассматривать как идею принципа нормирования, а именно: «Всё есть яд, и всё есть

лекарство. Только одна доза делает вещество ядом или лекарством».
Период Средних веков (конец V—XIV вв.) характеризуется полным упадком личной и общественной гигиены. Постоянные войны и низкий культурный и материальный уровень населения служили благоприятной почвой для развития эпидемий.
Вспышки оспы, холеры, тифов, массовое распространение проказы, кожных, венерических и глазных болезней были характерным явлением для того времени. Пандемия чумы в XIV в., известная под названием «черной смерти», унесла около 25 млн. человек. Однако многие средневековые врачи высказывали ценные мысли в отношении гигиены.
Признанным основоположником профессиональной патологии является итальянский врач, профессор медицины, ректор Падуанского университета Бернардино Рамаццини (1633–1714). В 1700 г. им была издана книга «О болезнях ремесленников (рассуждения)», в которой были описаны болезни шахтёров, позолотчиков, химиков, кузнецов и других ремесленников (более 50 профессий) и представлены в систематизированном виде вопросы гигиены труда в разнообразных профессиях.
Тема охраны труда рабочих в России нашла своё отражение в трудах М.В. Ломоносова, А.Н. Никитина, Д.П. Никольского и др. В трактате «Первые основания металлургии, или рудных дел» (1763) М.В. Ломоносов указывал на необходимость создания безопасных условий труда «горных людей» путём укрепления горных выработок, вентиляции шахт, удаления подземных вод. В трактате были освещены также вопросы организации труда и отдыха «горных людей» и сформулированы принципы профилактики заболеваний.
Автор первой книги по гигиене труда «Болезни рабочих с указанием предохранительных мер» А.Н. Никитин (1793–1858), описавший условия труда 120 рабочих профессий, признается основоположником гигиены труда в России.
Важное место в развитии гигиены труда занимает один из основоположников отечественной гигиены А.П. Доброславин (1842–1889). Его рассуждения о необходимости изучения всех факторов трудового процесса, которые могут оказать влияние на здоровье и работоспособность человека, в полной мере соответствуют научным представлениям сегодняшнего дня. Он описал условия труда на табачных фабриках, в шахтах, кессонах, клинику пневмокониозов различной этиологии, отравлений свинцом и сероводородом.
Под руководством первого профессора гигиены Московского Императорского университета Ф.Ф. Эрисмана (1842–1915) в конце XIX столетия группа земских санитарных врачей (Дементьев Е.М., Погожев А.В. и др.) осуществляет санитарное обследование предприятий Московской губернии, в результате которого публикуется многотомный труд под его редакцией. Книга Ф.Ф. Эрисмана «Профессиональная гигиена, или гигиена умственного и физического труда» (1877) по праву считается первым в России оригинальным изданием по гигиене труда.
В развитие гигиены труда внес существенный вклад Г.В. Хлопин (1863–1929). Под его руководством выполнены крупные экспериментальные работы по действию промышленных ядов на организм, физиологии труда (энерготраты), гигиене труда и профессиональной патологии в химической и горнорудной промышленностях.
В послевоенной России вопросы гигиены труда получают своё дальнейшее развитие. Уже на 4–й день после взятия большевиками власти был принят декрет о восьмичасовом рабочем дне и ежегодных отпусках. В 1918 г. утверждается первый «Кодекс законов о труде». В 1919 г. формируется Государственная промышленно–санитарная инспекция. По инициативе крупнейших ученых и организаторов здравоохранения создаются научно–исследовательские учреждения по охране и гигиене труда: в 1923 г. в Москве – Институт по изучению профессиональных заболеваний (Обух В.А.), ныне НИИ медицины труда РАМН, в этом же году в Харькове – Украинский институт рабочей медицины, в 1924 г. в Петрограде – Институт по изучению профессиональных болезней, в 1925 г. – Государственный научный институт охраны труда (Левицкий В.А., Каплун С.И.).
В 1933 г. правительством и ЦИК было принято постановление «Об организации

государственной санитарной инспекции» с после – дующим развертыванием сети комплексных санитарно–эпидемиологических учреждений – санитарно–эпидемиологических станций (СЭС).
В развитии промышленной токсикологии важное место занимают работы Н.С. Правдина и Н.В. Лазарева.

2 Классификация трудовых процессов и факторов производственной среды.

Рабочая зона – пространство, ограниченное по высоте 2 м над уровнем пола или площадки, на которых находятся места постоянного или непостоянного (временного) пребывания работающих.

Рабочее место – место постоянного или временного пребывания работающих в процессе трудовой деятельности.

Постоянное рабочее место – место, на котором работающий находится большую часть своего рабочего времени (более 50 % или более 2ч непрерывно). Если при этом работа осуществляется в различных пунктах рабочей зоны, постоянным рабочим местом считается вся рабочая зона.

Условия труда - совокупность психофизиологических, санитарно-гигиенических и социально-психологических факторов трудовой деятельности, влияющих:- на здоровье и работоспособность человека, на его отношение к труду;- на эффективность производства, уровень жизни и развитие личности.

Под условиями труда понимают совокупность факторов трудового процесса и производственной среды, в которой осуществляется трудовая деятельность работника, оказывающих влияние на работоспособность и здоровье работника.

К условиям труда относятся

- условия трудового процесса, включая технологию и формы организации труда;
- уровень экономичности используемых технических средств и оборудования;
- условия производственной сферы, микроэкология труда, складывающаяся под воздействием технологических режимов и общего состояния окружающей атмосферы;- внешнее оформление и комфортность места работы;
- ориентация работников на самоохрану труда при повышении уровня культуры труда.

Под факторами трудового процесса (безотносительно окружающей среды) понимают основные его характеристики: тяжесть труда и напряженность труда.

Тяжесть труда – один из основных факторов трудового процесса, отражающий нагрузку преимущественно на опорно- двигательный аппарат и функциональные системы организма (сердечно-сосудистая, дыхательная и др.), которые обеспечивают его трудовую деятельность.

Тяжесть труда характеризуется физической 1динамической нагрузкой, 2массой поднимаемого и перемещаемого груза, 3общим числом стереотипных рабочих движений, 4величиной статической нагрузки, 5характером рабочей позы, 6глубиной и частотой наклона корпуса,7 перемещениями в пространстве.

Физическая динамическая нагрузка определяется в единицах внешней механической работы за смену (кг×м). Подсчитывается путем умножения массы груза (кг) на расстояние его перемещения (м). Данный показатель рассчитывают за смену. Для правильной оценки труда по показателю физической динамической нагрузки необходимо также учитывать пол работающего, характер мышечной нагрузки. Последний может быть общим, когда в трудовую деятельность вовлечено более 2/3 всей мышечной массы, региональным – вовлечено от 1/3 до 2/3 мышечной массы и локальным – вовлечено менее 1/3 мышечной массы.

Масса поднимаемого и перемещаемого вручную груза (кг) на протяжении смены определяется его взвешиванием на весах. При этом регистрируется максимальная величина. Названный показатель можно определить по документам (технологический

регламент).
Стереотипные рабочие движения подразделяются в зависимости от характера мышечной нагрузки на локальные и региональные. Понятие "рабочее движение" подразумевает однократное перемещение тела или его части из одного положения в другое. Локальные движения, как правило, выполняются в быстром темпе (60-250 движений в минуту), их количество за смену может достигать нескольких десятков тысяч. При локальных работах темп, т. е. количество движений в единицу времени, практически не меняется; подсчитав число движений за 10-15 мин рассчитывают число движений за 1 мин. Полученную величину умножают на количество минут, в течение которых выполняется эта работа. Региональные рабочие движения выполняются, как правило, в более медленном темпе, и их легко подсчитать за 10-15 мин или за 1-2 операции несколько раз за смену. Общее количество движений за смену определяется, как и при локальной работе.
Общая оценка труда по степени тяжести проводится на основе всех приведенных выше показателей. Окончательная оценка устанавливается по показателю, отнесенному к наибольшему классу. При наличии двух и более показателей классов 3.1 и 3.2 общая оценка повышается на одну ступень (соответственно 3.2 и 3.3 классов). Наивысшая оценка труда по степени тяжести – 3-й класс 3-я степень. Напряженность
Напряженность труда – один из основных факторов трудового процесса, отражающий нагрузку преимущественно на центральную нервную систему, органы чувств, эмоциональную сферу работника.

3 Правовые, нормативно-технические и организационные основы в области производственной санитарии.

Правовую основу производственной санитарии составляют законы, подзаконные и нормативно–правовые акты.
Наибольшей юридической силой обладают законы: Конституция РФ; Трудовой кодекс РФ; ФЗ «О санитарно–эпидемиологическом благополучии населения»; ФЗ «О обязательном социальном страховании от НС на производстве и профессиональных заболеваний»; «об охране здоровья граждан»

Права и обязанности работников и работодателей в области охраны и гигиены труда.

Права и обязанности работников. Как права, так и обязанности работников в отношении безопасности и гигиены труда исчерпывающе определены в ТК РФ (ст. 21, 214, 219, 220)

Важнейшими из этих прав являются: 1) получать достоверную информацию о состоянии условий на рабочем месте, о существующем риске повреждения здоровья и о принятых мерах по защите работника от производственных вредностей и опасностей. В случае отказа работодателя предоставить работнику информацию о состоянии охраны труда на рабочем месте работник вправе обратиться в органы государственного надзора с просьбой об инспектировании его рабочего места и принять личное участие в такой проверке; 2) отказаться от выполнения работ в случае возникновения непосредственных опасностей для жизни и здоровья, предупредив о прекращении работы непосредственного руководителя; 3) отказаться от выполнения вредных или опасных работ, если они не предусмотрены трудовым договором.

К обязанностям работников в области охраны труда относятся:

1) соблюдать требования охраны труда; 2) правильно применять средства индивидуальной и коллективной защиты, т.е. одежду и обувь, маски, очки, респираторы; 3) проходить обучение безопасным методам и приемам выполнения работы, проверку

знаний требований охраны труда; 4) немедленно сообщать своим непосредственным или вышестоящим руководителям о любом несчастном случае на производстве и признаках профессионального заболевания, а также о ситуации, которая создает угрозу жизни и здоровью людей. Эта обязанность зафиксирована в ст. 21 ТК РФ как одна из основных обязанностей работника; 5) проходить обязательные медицинские осмотры.

Обязанности и права работодателей. Во-первых, установлено общее требование ко всем работодателям. Они обязаны внедрять современные средства безопасности, предупреждающие производственный травматизм, и обеспечивать санитарно-гигиенические условия, предотвращающие возникновение профессиональных заболеваний. Во-вторых, в различных статьях ТК РФ (ст. 212 и др.) и в других нормативных актах содержится требование обеспечить работникам здоровые и безопасные условия труда. Это требование детализируется в виде конкретных обязанностей работодателей в различных сферах деятельности, в отношении различных аспектов трудовых отношений. Таких обязанностей зафиксировано около 20.

Тема охраны и гигиены труда изложена в конвенций МОТ, посвященных вопросам охраны труда, в 2010-2013 г.г.: Конвенции МОТ № 187 «Об основах, содействующих безопасности и гигиене труда», Конвенции МОТ № 174 «О предотвращении крупных производственных аварий», Конвенции МОТ № 176 «О безопасности и гигиене труда на шахтах».

Федеральным законодательством установлены права, обязанности и ответственность гражданина в отношении санитарно-эпидемиологического благополучия страны.

Федеральный закон «О санитарно-эпидемиологическом благополучии населения» от 30 марта 1999 г. № 52-ФЗ (редакция от 3 августа 2018 года N 342-ФЗ) направлен на обеспечение санитарно-эпидемиологического благополучия населения как одного из основных условия реализации конституционных прав граждан на охрану здоровья и благоприятную окружающую среду, в том числе и производственную среду. В статье 25 закона указывается, что «условия труда, рабочее место и трудовой процесс не должны оказывать вредное воздействие на человека».

Санитарно-эпидемиологическое благополучие населения – состояние здоровья населения, среды обитания человека, при котором отсутствует вредное воздействие факторов среды обитания на человека, и обеспечиваются благоприятные условия его жизнедеятельности (статья 1).

В соответствии с Федеральным законом о «Санитарно-эпидемиологическом благополучии населения» каждый гражданин, имея право на благоприятную среду обитания и возмещения вреда своему здоровью, правомочен получать от властных структур информацию о состоянии среды обитания, осуществлять общественный контроль за ее санитарным состоянием, вносить предложения по улучшению среды обитания. Такими же правами обладают индивидуальные предприниматели и юридические лица.

Каждый гражданин обязан заботиться о здоровье, гигиеническом воспитании и обучении своих детей, соблюдать требования санитарно-эпидемиологического законодательства и не осуществлять действия, его нарушающие. За данные нарушения установлена дисциплинарная, административная и уголовная ответственность.

Среда обитания человека - совокупность объектов, явлений и факторов окружающей (природной и искусственной) среды, определяющая условия жизнедеятельности человека;

- ФЗ «Об обязательном социальном страховании от несчастных случаев на производстве и профессиональных заболеваний» от 24 июля1998 г. № 125-ФЗ (с изменениями на 17.03.2018г) устанавливает в Российской Федерации правовые, экономические и организационные основы обязательного социального страхования от несчастных случаев на производстве и профессиональных заболеваний. Закон регулирует взаимоотношения пострадавших на производстве (застрахованных), работодателей (страхователей) и посредника между ними – страховщика (Фонда социального

страхования РФ) по вопросам возмещения вреда, причиненного жизни и здоровью работника при исполнении им трудовых обязанностей.

Федеральный закон «О промышленной безопасности опасных производственных объектах» от 21 июля 1997 г. №т116-ФЗ (новая редакция от 29.07.2018 г.) определяет правовые, экономические и социальные основы обеспечения безопасной эксплуатации опасных производственных объектов и направлен на предупреждение аварий и обеспечение готовности организаций, эксплуатирующих опасные производственные объекты, к локализации и ликвидации последствий указанных аварий.

Федеральный закон «О радиационной безопасности населения» от 9 января 1996 г. № 3-ФЗ определяет правовые основы обеспечения радиационной безопасности населения и работающих с источниками ионизирующих излучений в целях охраны здоровья

Важным звеном санитарного законодательства являются закон РФ «об охране здоровья граждан» от 22 июля 1993 г № 5487-1. Под нею подразумевается совокупность мер политического, экономического, правового, социального, культурного, научного, медицинского санитарно-гигиенического и противоэпидемиологического характера, направленных на сохранение и укрепление физического и психического здоровья каждого человека, поддержание его долголетней активной жизни, предоставление ему медицинской помощи в случае утраты здоровья.В целях охраны здоровья граждан, предупреждения инфекционных и профессиональных заболеваний работники отдельных профессий, перечень которых утверждается Правительством Российской Федерации, проходят обязательные при поступлении и периодические медицинские осмотры. Согласно статье 21 этого закона, работодатели несут ответственность за выделение средств на проведение обязательных и периодических медицинских осмотров.

Рассматривая санитарное законодательство, нельзя оставить без внимания Федеральный закон «О предупреждении распространения в Российской Федерации заболевания, вызываемого вирусом иммунодефицита человека (ВИЧ- инфекции)» от 30 марта 1995 г. № 38-ФЗ.

4 Производственный микроклимат, освещение.

Наибольшее количество информации (около 90%) об окружающем нас мире человек получает посредством зрения. Качество этой информации во многом зависит от освещения. В связи с этим обеспечение гигиенически рационального естественного и искусственного освещения имеет важное значение для нормальной жизнедеятельности и работоспособности человека. Уровень освещенности оказывает влияние на психические функции и физиологические процессы в организме человека.

Комплекс световых реакций человека, возникающий при воздействии лучистой энергии солнца в его оптическом спектре, т.е. в диапазоне ультрафиолетовых, видимых и инфракрасных излучений, представляет собой природную световую среду, или световой климат.

Из всего спектра электромагнитных колебаний только видимый спектр излучения воздействует на светочувствительные элементы глаза, создавая ощущение света. Наибольшая чувствительность глаза наблюдается к колебаниям с длиной волны 555 нм, которые воспринимаются как желто-зеленый цвет. Чувствительность глаза к желто-зеленому цвету принимается равной 1.

При недостаточной освещенности и плохом качестве освещения состояние зрительных функций человека находится на низком исходном функциональном уровне, повышается утомление зрения в процессе выполнения работы, возрастает опасность травматизма.

Освещенность на рабочих местах должна соответствовать характеру зрительной работы. Увеличение освещенности рабочих поверхностей от 100 до 1000 лк улучшает условия видения объектов, повышает производительность труда на 10–20 %, уменьшает брак на 20 %, снижает количество несчастных случаев на 30 %.

При 1000 лк утомление имеет минимальное значение. Однако существует предел, когда

дальнейшее увеличение освещенности почти не дает эффекта (Е более 1000 лк) и является экономически нецелесообразным.

2 Достаточно равномерное распределение яркости на рабочей поверхности. При неравномерной яркости в процессе работы глаз вынужден переадаптироваться, что ведет к утомлению зрения. Степень неравномерности освещенности определяется коэффициентом неравномерности, - отношением максимальной освещенности к минимальной. Чем выше точность работ, тем меньше должен быть коэффициент неравномерности. Равномерность освещенности достигается рациональной схемой размещения светильников, системой освещения.

3 Отсутствие резких теней на рабочих поверхностях. В поле зрения человека резкие тени искажают размеры и формы объектов различения, что повышает утомление зрения, а движущиеся тени могут привести к травмам.

4 Отсутствие блескости. Блескость вызывает нарушение зрительных функций – ослепленность, возникающую при наличии в поле зрения чрезмерно большой яркости и приводящей к быстрому утомлению и снижению работоспособности. Блеклость - это повышенная яркость светящихся поверхностей, вызывающая нарушение зрительных функций (ослепленность), т.е. ухудшение видимости объектов.

Различают блеклость прямую (создается источниками света и осветительными приборами - светильники, окна) и отраженную (от зеркальных поверхностей). Способом защиты от прямой блеклости является понижение яркости источника света с помощью отражателей и рассеивателей, правильный выбор защитного угла светильника и высоты его подвеса. Ослабление отраженной блеклости может быть достигнуто правильным выбором направления светового потока на рабочую поверхность, изменением угла наклона рабочей поверхности, устройством отраженного освещения, заменой блестящих поверхностей матовыми.

5 Постоянство освещенности во времени. Колебания освещенности вызывают переадаптацию глаза, приводят к значительному утомлению.

6 Правильная цветопередача. Спектральный состав света должен отвечать характеру работы.

7 Обеспечение электро-, взрыво- и пожаробезопасности. Неправильная эксплуатация, ошибки, допущенные при проектировании и устройстве осветительных установок в пожаро- и взрывоопасных цехах (неправильный выбор светильников, проводов), могут привести к взрыву, пожару и несчастным случаям.

8 Экономичность. Определяется, во-первых, экономическими и эксплуатационными характеристиками источника света (светоотдача и срок службы лампы) и, во-вторых, является основой выбора варианта проектного решения осветительной установки. Основные санитарно- гигиенические требования к производственному освещению сформулированы в СНиП 23-05–95, отраслевых нормах и др.

Виды производственного освещения. В зависимости от источника света освещение может быть естественным, искусственным и совмещенным. Искусственное освещение применяется в темное время суток и в помещениях, где нет естественного освещения. Источниками искусственного освещения являются лампы накаливания (ЛН) и газоразрядные лампы (ГРЛ).

Естественное освещение может быть верхним и боковым. Искусственное местным, общим и комбинированным. По функциональному назначению освещение подразделяется на: рабочее, аварийное, и специальное.

Рабочее освещение предназначено для обеспечения нормального выполнения производственного процесса, прохода людей, движения транспорта и является обязательным для всех производственных помещений

Аварийное освещение (в помещениях и на местах производства наружных работ) нужно предусматривать, если отключение рабочего освещения и связанное с этим нарушение

обслуживания оборудования может привести к взрыву, пожару, длительному нарушению технологического процесса, нарушению работы электростанций. Наименьшая освещенность, создаваемая аварийным освещением, должна составлять 5 % освещенности, нормируемой для рабочего освещения, но не менее 2 лк внутри зданий и не менее 1 лк для территории предприятий.

Специальное освещение может быть эвакуационным, охранным, ремонтным, сигнальным, бактерицидным и эритемным.

Гигиеническое нормирование

Нормирование освещения осуществляется на основании санитарных правил и норм СанПиН 2.2.1/2.1.1.1278 –03 «Гигиенические требования к естественному, искусственному и совмещенному освещению жилых и общественных зданий», строительных норм и правил СНиП 23-05–95 «Естественное и искусственное освещение», согласно которым принято раздельное нормирование естественного, искусственного и совмещенного освещения.

Нормы предусматривают наименьшую требуемую освещенность рабочих поверхностей производственных помещений, исходя из условий зрительной работы. Характеристика зрительной работы определяется наименьшим размером объекта различения. Объект различения - рассматриваемый предмет, отдельная его часть или дефект, который требуется воспринимать глазом в процессе работы.

В зависимости от размера объекта различения (от менее 0,15мм до более 5мм) все виды работ, связанные со зрительным напряжением, делятся на 8 разрядов (I-VIII), которые в свою очередь в зависимости от фона и контраста объекта с фоном делятся на 4 подразряда (а, б, в, г).

Уровни освещенности установлены для каждого подразряда работ. При этом освещенность тем выше, чем темнее фон, меньше размер детали и контраст ее с фоном.

Для работ высших разрядов (от I до V) значения освещенности устанавливаются в зависимости от системы общего или комбинированного освещения. Для остальных низших разрядов (Vв - VIIIв) работ малой точности или грубых нормируется освещенность только системы общего освещения. Местное освещение при таких работах нецелесообразно или невозможно. Для работ 1 разряда зрительных работ (например, обработка драгоценных камней - 1500 лк, в лекционных залах 500 лк, для грубых работ 100-200 лк)

Искусственное освещение нормируется количественными (минимальной освещенностью) и качественными показателями (показателями ослепленности и дискомфорта, коэффициентом пульсации освещенности).

Следует отметить, что в ряде случаев СниП предусматривают как повышение, так и понижение уровней освещенности в зависимости от характера работы.

Увеличение освещенности предусматривается при повышенной опасности травматизма или при выполнении напряженной зрительной работы в течение всего рабочего дня. Понижается освещенность при кратковременном пребывании людей в помещении и наличии оборудования, не требующего постоянного наблюдения.

Нормирование естественного освещения

Вследствие крайней изменчивости природного освещения не только в течение суток, но даже в течение коротких промежутков времени для нормирования и расчета естественного освещения помещений принята относительная величина, называемая коэффициентом естественной освещенности (КЕО), который равен отношению естественной освещенности, создаваемой в некоторой точке помещения светом неба (непосредственно или после отражений) $E_{вн}$, к одновременному значению наружной горизонтальной освещенности $E_{н}$, создаваемой светом полностью открытого небосвода, выраженному в процентах:

КЕО=$E_{вн}/E_{н}$ 100. Значение коэффициента естественной освещенности в соответствии со СНиП 23-05–95 находится в пределах 0,1–10 %.

5: Вредные вещества, излучения

В воздухе рабочей зоны могут находиться вредные вещества различного происхождения в виде газов, паров, аэрозолей, в том числе радиоактивные.

Состав чистого воздуха – это азот 78,08 %; кислород 20,94 %; аргон, неон, другие инертные газы и водяной пар 0,94 %; углекислый газ 0,03 %; прочие газы 0,01%.

Вредное вещество – это вещество, которое при контакте с организмом человека в случае нарушения требований пр санитарии могут вызывать профессиональные заболевания или отклонения в состоянии здоровья, обнаруживаемые современными методами исследований, как в процессе работы, так и в отдаленные сроки жизни настоящего и последующего поколений. Вредные вещества – это химический опасный и вредный производственный фактор.

Действие на организм

По характеру воздействия на организм человека вредные вещества подразделяются на следующие группы:

а) общетоксические – вызывают отравление всего организма или поражающие отдельные системы (ароматические углеводороды, ртуть, свинец, фосфор);

б) раздражающие – вызывают раздражение слизитых оболочек дыхательных путей, глаз, лёгких, кожи. Изменяют реактивную способность организма. Вызывают профзаболевания – дерматиты, бронхиальная астма (аммиак, хлор, сероводород, сильные щелочи, кислоты,);

в) сенсибилизирующие – вызывают аллергические реакции (формальдегид, растворители, лаки, некоторые антибиотики - эритромицин);

г) канцерогенные – вызывают злокачественные или доброкачественные новообразования (асбест, смола ароматичные углеводороды)

д) мутагенные – нарушают генетический код клеток, наследственной информации. (свинец, ртуть, формальдегид, радиоактивные и наркотические вещества);

е) влияющие на репродуктивную (детородную) функцию (бензол, сероуглерод, ртуть, свинец).

Проф заболевания от воздействия вв.

Под действием вредных веществ в организме человека происходят различные нарушения. Эти нарушения проявляются в виде острых, хронических отравлений.

В развитии острого профессионального отравления, как правило, имеются две фазы: первая – неспецифических проявлений (головная боль, слабость, тошнота и т.д.) вторая – специфических (например, отек легких при отравлении оксидами азота или паралич дыхания при отравлении сероводородом).

Хронические отравления возникают постепенно, при длительном поступлении вредных веществ в организм в относительно небольших количествах. Они развиваются в результате накопления массы вредного вещества в организме (материальная кумуляция) или вызываемых им нарушений (функциональная кумуляция). Поражаемые органы и системы в организме при хроническом и остром отравлениях одним и тем же веществом могут отличаться. Например, при остром отравлении бензолом в основном страдает нервная система и наблюдается наркотическое действие, при хроническом – система кроветворения.

Действие химических веществ на кожу

Профессиональные заболевания кожи в большинстве случаев развиваются вследствие контакта кожи с одни, двумя или комплексом вредных производственных факторов.

Все химические вещества по их действию на кожу делятся на три основные группы: 1) оказывающие преимущественно раздражающее действие; 2) обладающие фотостимулирующими и фотосенсибилизирующими свойствами; 3) вещества-сенсибилизаторы.

В первую группу входят облигатные раздражители, вызывающие ожоги и изъявления кожи (концентрированные неорганические кислоты и щелочи, некоторые соли тяжелых

металлов, вещества кожно-нарывного действия); факультативные первичные раздражители, вызывающие: а) контактные дерматиты (слабо концентрированные растворы кислот, щелочей, органические кислоты, большинство органических растворителей и др.); б) поражение фолликулярного аппарата (смазочные масла, деготь, пек, хлорированные нафталины и др.); в) токсическую меланодермию (нафтеновые углеводороды); г) ограниченные гиперкератозы и эпителиому (бензапрен, бенз-а-пирен, фенантрен и др.).

Во вторую группу включены химические вещества, вызывающие фотодерматиты (пек, гудрон, асфальт, толь).

Третью группу составляют вещества, вызывающие развитие аллергического дерматита, токсикодермии и экземы при контактном и неконтактном (пероральном, ингаляционном) введении аллергена.

Действие химических веществ на органы дыхания

В условиях промышленных производств ингаляционное поступление в организм работающих вредных веществ является наиболее частым. Однако путь вредных веществ всегда определяет место приложения их токсического действия: большая всасывающая поверхность легких способствует быстрому попаданию токсичных веществ в кровеносное русло, органы и ткани, что обуславливает общетоксическое резорбтивное действие ядов. Среди многообразия промышленных ядов значительное место занимают химические вещества раздражающего действия, токсический эффект которых проявляется путем прямого попадания в дыхательные пути, вызывая различные формы их поражения. Раздражающий эффект этих веществ может проявляться не только при воздействии на органы дыхания, но и при контакте с кожей, а также при попадании в глаза. Известны сочетанные формы интоксикаций, при которых одновременно наблюдается поражение органов дыхания, глаз и кожных покровов.

Комбинированное действие вредных веществ.

В связи со сложностью и многостадийностью химических производств в этих условиях на рабочих могут воздействовать одновременно несколько вредных химических веществ. Проявляется комбинированное действие ядов, то есть одновременное или последовательное действия на организм нескольких ядов при одном и том же пути поступления. Эти вещества могут использоваться в виде сырья, промежуточного и готового продуктов. Некоторые из них являются побочными продуктами технологического процесса. В других отраслях промышленности, таких как металлургической, машиностроительной, в сельском хозяйстве и химико-фармацевтической промышленности также возможно комбинированное действие веществ.

а. Гигиеническое нормирование

ПДК вредных веществ в воздухе рабочей зоны, мг/м^3 – концентрация, которая при ежедневной (кроме выходных дней) работе в течение 8 ч или при другой продолжительности, но не более 41 ч в неделю, в течение всего рабочего стажа не может вызвать заболеваний или отклонений в состоянии здоровья, обнаруживаемых современными методами исследований в процессе работы или в отдаленные сроки жизни настоящего и последующих поколений.

При установлении ПДК вредных веществ руководствуются следующими основными принципами:

– Принцип порогового действия всех типов вредных веществ (в том числе мутагенного и канцерогенного действия). Есть концентрации, при которых нет вредного воздействия на человека, при превышении порога происходит переход количества в качество и начинается вредное действие.

– Принцип приоритета медицинских и биологических показаний к установлению санитарных регламентов по сравнению с технической достижимостью и

экономическими требованиями сегодняшнего дня.
- Принцип опережения токсикологических исследований и установления гигиенических нормативов по сравнению с внедрением вещества в производство.
Методы защиты от воздействия вредных веществ делят на 3 группы:
1.Технические (основное направление – не допускать проникновения вредных веществ в воздух рабочей зоны):
- замена ядовитых веществ неядовитыми или менее ядовитыми. Например, ограничение или исключение применение таких растворителей, как бензол, дихлорэтан.
- гигиеническая стандартизация химического сырья и продукции. Примерами могут служить ограничение содержания ароматических углеводородов в бензинах, метилового спирта - в гидролизном спирте.
комплексная механизация и автоматизация технологических процессов;
герметизация технологического оборудования и коммуникаций;
своевременный ремонт оборудования;
промышленная вентиляция.
2.Медико–санитарные:
систематический контроль содержания вредных веществ в воздухе рабочей зоны;
организация рационального и лечебного питания,
использование антидотов для профилактики профессиональных заболеваний.
регистрация и расследование всех случаев отравления, периодические медосмотры;
3.Организационные:
проведение инструктажей; организация рабочего места;
применение СИЗОД – фильтрующие респираторы и противогазы, изолирующие защитные приспособления. К изолирующим СИЗОД относятся шланговые и кислородные дыхательные аппараты.

6 Производственный шум, вибрация
Сочетание звуков различной частоты и интенсивности называется шумом. Шумом являются всякого рода звуки, мешающие восприятию полезных звуков или нарушающие тишину, и также звуки, оказывающие вредное или раздражающее действие на организм человека.
Звук как физическое явление представляет собой волновое колебание упругой среды. Звуковые волны возникают в том случае, когда в упругой среде имеется колеблющееся тело или когда частицы упругой среды приходят в колебательное движение в продольном или поперечном направлении в результате воздействия на них какой-либо возмущающей силы.
Источниками звуков и шумов являются колеблющиеся твердые, жидкие или газообразные среды. Колебательные возмущения, распространяющиеся от источника звука в окружающей среде, называются звуковыми волнами, а пространство, в котором они наблюдаются, – звуковым полем.
В газообразной среде (воздухе) могут распространяться только продольные волны, в которых частицы среды колеблются вдоль направления распространения волн.
Направление распространения звуковой волны называется звуковым лучом. Фронт волны перпендикулярен звуковому лучу. В общем случае фронт волны имеет сложную форму, но в практических случаях ограничиваются рассмотрением трех видов волн: плоской, сферической и цилиндрической. В виде плоской волны звук распространяется, когда размеры источника звука больше, чем длина излучаемой звуковой волны. Плоская волна образуется на значительных расстояниях от источника любых размеров.
С физиологических позиций звук – это ощущение, возникающее в ухе человека в результате изменения давления.
Звуковое давление измеряется в Паскалях (1 Па=1 Н/м^2). Ухо человека ощущает звуковое давление от 2–10^{-5} до 2–10^2 Н/м^2.

Звуковые волны являются носителями энергии. Звуковая энергия, которая приходится на 1 $м^2$ площади поверхности, расположенной перпендикулярно к распространяющимся звуковым волнам, называется силой звука и выражается в $Вт/м^2$. Так как звуковая волна представляет собой колебательный процесс, то он характеризуется такими понятиями, как период колебания (Т) – время, в течение которого совершается одно полное колебание, и частота колебаний (Гц) – число полных колебаний за 1 с. Совокупность частот дает спектр шума.

Шумы содержат звуки разных частот и различаются между собой распределением уровней по отдельным частотам и характером изменения общего уровня во времени. Для гигиенической оценки шума используют звуковой диапазон частот от 45 до 11 000 Гц, включающий 9 октавных полос со среднегеометрическими частотами в 31,5; 63; 125; 250; 500; 1000; 2000; 4000 и 8000 Гц.

Орган слуха различает не разность, а кратность изменения звуковых давлений, поэтому интенсивность звука принято оценивать не абсолютной величиной звукового давления, а его уровнем, т.е. отношением создаваемого давления к давлению, принятому за единицу сравнения.

В диапазоне от порога слышимости до болевого порога отношение звуковых давлений изменяется в миллион раз, поэтому для уменьшения шкалы измерения звуковое давление выражают через его уровень в логарифмических единицах – децибелах (дБ).

Ноль децибел соответствует звуковому давлению $2–10^{-5}$ Па, что приблизительно соответствует порогу слышимости тона с частотой 1000 Гц.

В качестве интегральной (одним числом) характеристики шума на рабочих местах применяется оценка уровня звука в дБА (измеренных по так называемой шкале А шумомера), представляющих собой средневзвешенную величину частотных характеристик звукового давления с учётом биологического действия звуков разных частот на слуховой анализатор.

Источники шума

Шум является одним из наиболее распространённых неблагоприятных факторов производственной среды, воздействие которого на работающих, сопровождается развитием у них преждевременного утомления, снижением производительности труда, ростом общей и профессиональной заболеваемости, а также травматизма.

В настоящее время трудно назвать производство, на котором не встречаются повышенные уровни шума на рабочих местах. К наиболее шумным относятся горнорудная и угольная, машинно–строительная, металлургическая, нефтехимическая, лесная и целлюлозно–бумажная, радиотехническая, легкая и пищевая, мясомолочная промышленности и др.

На заводах железобетонных конструкций шум достигает 105–120 дБА. Шум является одной из ведущих профессиональных вредностей в деревообрабатывающей и лесозаготовительной промышленностях. Так, на рабочем месте рамщика и обрезчика уровень шума колеблется от 93 до 100 дБА с максимумом звуковой энергии в области средних и высоких частот. В этих же пределах колеблется шум в столярных цехах, а лесозаготови- тельные работы (валка, трелевка леса) сопровождаются уровнем шума от 85 до 108 дБА за счет работы трелевочных лебедок, тракторов и других механизмов.

Подавляющее большинство производственных процессов в прядильных и ткацких цехах также сопровождается образованием шума, источником которого является бойковый механизм ткацкого станка, удары погонялки челнока. Наиболее высокий уровень шума наблюдается в ткацких цехах – 94–110 дБА.

Наиболее шумными операциями в машиностроении, в том числе, авиастроении, автомобилестроении, вагоностроении и др. следует считать обрубные и клепальные работы с использованием пневматических инструментов, режимные испытания двигателей и их агрегатов различных систем, стендовые испытания на вибропрочность изделий, барабанную готовку, шлифовку и полировку деталей, штампопрессовую заготовку.

Для нефтехимической отрасли характерными являются высокочастотные шумы различных

уровней за счет сброса сжатого воздуха из замкнутого технологического цикла химических производств или от оборудования, работающего на сжатом воздухе, например, сборочных станков и вулканизационных линий шинных заводов.

Металлургическую промышленность в целом можно отнести к отрасли с выраженным шумовым фактором. Так, интенсивный шум характерен для плавильных, прокатных и трубопрокатных производств. Из производств, относящихся к этой отрасли, шумными условиями характеризуются метизные заводы, оснащенные холодновысадочными автоматами.

В лесной и целлюлозно–бумажной отраслях наиболее шумными являются деревообрабатывающие цеха.

В горнорудной и угольной промышленностях наиболее шумными являются операции механизированной добычи полезных ископаемых как с использованием ручных машин (пневмо- перфораторы, отбойные молотки), так и с помощью современных стационарных и самоходных машин (комбайны, буровые станки и пр.).

Пищевая промышленность – наименее шумная из всех. Характерные для нее шумы генерируют поточные агрегаты кондитерских и табачных фабрик. Однако отдельные машины этих производств создают значительный шум, например, мельницы зерен какао, некоторые сортировочные машины.

В каждой отрасли промышленности имеются цеха или от- дельные компрессорные станции, снабжающие производство сжатым воздухом или перекачивающие жидкости или газооб- разные продукты. Последние имеют большое распространение в газовой промышленности как большие самостоятельные хозяйства. Компрессорные установки создают интенсивный шум.

Шум является также наиболее характерным неблагоприятным фактором производственной среды на рабочих местах пассажирских, транспортных самолетов и вертолетов; подвижного состава железнодорожного транспорта; морских, речных, рыбопромысловых и других судов; автобусов, грузовых, легковых и специальных автомобилей; сельскохозяйственных машин и оборудования; строительнодорожных, мелиоративных и дру гих машин.

Уровни шума в кабинах современных самолетов колеблются в широком диапазоне – 69–85 дБА (магистральные самолеты для авиалиний со средней и большой дальностью полета). В кабинах автомобилей средней грузоподъемности при различных режимах и условиях эксплуатации уровни звука составляют 80–102 дБА, в кабинах большегрузных автомобилей – до 101 дБА, в легковых автомобилях – 75–85 дБА.

Таким образом, для гигиенической оценки шума важно знать не только его физические параметры, но и характер трудовой деятельности человека–оператора, и, прежде всего, степень его физической или нервной нагрузки.

Вибрация

Общие сведения

Под вибрацией понимают механические колебания упругих тел, характеризующиеся периодичностью изменения параметров. Вибрация возникает при неправильной балансировке валов, шкивов в машинах и станках, воздействии динамических нагрузок, при работе машин и механизмов ударного действия.

Основными параметрами характеризующими вибрацию являются: виброперемещение, виброскорость и виброускорение.

Виброперемещение (x) – величина отклонения колеблющейся точки от положения равновесия.

Виброскорость м/с (υ) и виброускорение м/с^2 (а) являются соответственно первой и второй производной по времени от виброперемещения.

Действие на организм

Вибрация может оказывать на человека как положительное, так и отрицательное действие.

Вибрация относится к факторам, обладающим значительной биологической активностью. Степень распространения колебаний по телу зависит от их частоты, амплитуды, площади участков тела, соприкасающихся с вибрирующим объектом, места приложения и направления оси вибрационного воздействия, демпфирующих свойств тканей, явления резонанса и других условий.

При изучении биологического действия вибрации принимается во внимание характер её распространения по телу человека, которое рассматривается как сочетание масс с упругими элементами. В одном случае это всё туловище с нижней частью позвоночника и тазом (стоящий человек), в другом случае – верхняя часть туловища в сочетании с верхней частью позвоночника, нагибающийся вперёд (сидящий человек). Независимо от места возбуждения колебания затухают при распространении по телу тем больше, чем выше их частота, причём величина затухания не зависит от уровня интенсивности колебаний в зоне возбуждения.

Благоприятное воздействие оказывает местная вибрация малой интенсивности: восстановление трофических изменений, быстрое заживление ран, притупление боли, улучшение функционального состояния центральной нервной системы и др.

Длительное воздействие общей вибрации может привести к развитию вибрационной болезни.

Гигиеническое нормирование

Основным законодательным документом гигиенического нормирования вибрации является СН 2.2.4/2.1.8.566–96 «Производственная вибрация, вибрация в помещениях жилых и общественных зданий».

Гигиеническая оценка постоянной и непостоянной вибрации, воздействующей на человека, должна производиться следующими методами:

- частотным (спектральным) анализом нормируемого параметра;
- интегральной оценкой по частоте нормируемого параметра;
- интегральной оценкой с учётом времени вибрационного воздействия по эквивалентному (по энергии) уровню нормируемого параметра.

Нормируемыми параметрами являются среднеквадратические значения виброскорости (v) и виброускорения (a), и их логарифмические уровни (L_V, L_a).

Нормируемый диапазон частот устанавливается:

- для локальной вибрации в виде октавных полос со среднегеометрическими частотами: 8; 16; 31,5; 63; 125; 250; 500;1000 Гц;
- для общей вибрации в виде октавных или 1/3 октавных полосах со среднегеометрическими частотами: 0,8; 1; 1,25; 1,6; 2,0; 2,5; 3,15; 4,0; 5,0; 6,3; 8,0; 10,0; 12,5; 16,0; 20,0; 25,0; 31,5;40,0; 50,0; 63,0; 80,0 Гц.

Предельно допустимый уровень (ПДУ) вибрации – это уровень фактора, который при ежедневной (кроме выходных дней) работе, но не более 40 часов в неделю в течение всего рабочего стажа, не должен вызывать заболеваний или отклонений в состоянии здоровья. Соблюдение ПДУ вибрации не исключает нарушение здоровья у сверхчувствительных лиц.

ПДУ нормируемых параметров производственной локальной вибрации и общей вибрации всех категорий при длительности вибрационного воздействия 480 мин (8 ч) приведены в таблицах СН 2.2.4/2.1.8.566–96. Санитарные нормы одночисловых показателей вибрационной нагрузки на человека для длительно-сти смены 8 часов в октавных полосах частот приведены в таблице 5.

Допустимое значение вибрации U_T при длительности её воздействия T менее 480 мин (8 ч) определяется по формуле $U_T=U_{480}\cdot(480/T)^{1/2}$, где U_{480}–норма вибрации при длительности воздействия 480 мин. Максимальный уровень вибрации не должен превышать значений, вычисленных для T=30 мин.

7 Основы физиологии труда.

Физиология труда - раздел таких медицинских дисциплин нормальная физиология и гигиена труда, изучающий измене функционального состояния организма человека под производственной деятельности и разрабатывающий чески обоснованные средства организации трудового процесса, способствующие предупреждению утомления и поддержанию высокого уровня работоспособности.

Исследования по физиологии труда проводятся в двух направлениях:

изучение общих физиологических закономерностей трудовых процессов;

изучение физиологических реакций организма при конкретных видах производственной деятельности.

Задачи физиологии труда охватывают широкий круг вопросов:

изучение физиологических закономерностей при физических, нервно-психических нагрузках и при воздействии других вредных производственных факторов (шума, вибрации, микроклимата и др.);

исследование физиологических механизмов, определяющих динамику работоспособности человека в современных производственных условиях;

разработку физиологических основ мероприятий в целях повышения работоспособности и снижения утомления.

Классификация основных видов (форм) организации трудовой деятельности. Автоматизированный труд подразделяется на комплексно-автоматизированный и собственно автоматизированный. Комплексная автоматизация труда - это такая высокая степень организации производства, при которой управление осуществляется с дистанционных щитов и пультов управления, располагающихся в изолированных помещениях или кабинах. Ее разновидностью является автономная комплексная автоматизация труда, представленная разнообразными транспортными средствами. Основной вред в данном случае наносят нервно-психические перегрузки.

Автоматизированное производство - более низкая ступень, так как в ее организации хотя и имеет место управление с пультов и щитов, но они располагаются в цехе рядом с оборудованием. Поэтому к такому вредному производственному фактору как нервно-психические перегрузки прибавляются факторы, присущие конкретному производству: химические вещества, пыль, шум и пр.

В целом же автоматизированный труд имеет несомненное гигиеническое преимущества прежде всего в том, что в несколько раз сокращается численность работников во вредных условиях труда.

Механизация труда - это более низкая, но самая частая ступень организации производства, при которой полностью или частично рабочие операции выполняют машины и механизмы. Механизация труда подразделяется на комплексно-механизированный, собственно механизированный и механизированно-ручной труд.

Комплексно-механизированный труд представляет такую организацию производственного процесса, когда основные и вспомогательные технологические процессы выполняются машинами, механизмами и другими видами оборудования. На первый план из вредных производственных факторов выходят те, которые генерирует данное производство- шум, пыль и пр.

Механизированный труд отличается от предыдущего тем, что в нем имеет место неполная механизация. Поэтому при этой распространенной форме организации производства наблюдаются физические перегрузки в сочетании с воздействием других вредных производственных факторов.

Механизированно-ручной труд (весьма распространенный) тоже относится к труду с неполной механизацией, так как при выполнении работ широко используются механизированно-ручные пневмо- и электроинструменты. Эти вредные производственные факторы аналогичны физическим перегрузкам, но выражены в боль- шей степени.

Ручной труд - это труд, который выполняется вручную с использованием исключительно мускульной силы человека и примитивных орудий труда (лопаты, лома и др.) без

применения инструментов с приводом. Главным вредным производственным фактором при ручном труде являются физические перегрузки. Другие вредные производственные факторы воздействуют на работника достаточно интенсивно, так как он находится в эпицентре их выделения (генерации) - на расстоянии вытянутой руки. Исключением надо считать ручной труд при работе на конвейерах, при котором у трудящихся возможны нервно-психические перегрузки. На производстве указанные виды труда далеко не всегда встречаются в чистом виде, а чаще в различных соотношениях.
Некоторые понятия в физиологии труда. Эффективность трудовой деятельности человека в значительной степени зависит от следующих факторов: предмет и орудия труда, организация рабочего места, условия труда, технико-организационные мероприятия. Эффективность согласования указанных факторов с возможностями человека во многом зависит от наличия определенной работоспособности.

8 Роль средств индивидуальной защиты в профилактике травматизма и заболеваний.

Под средствами индивидуальной защиты (СИЗ) понимается средства, используемые работниками для предотвращения или уменьшения воздействия вредных и опасных производственных факторов, а также для защиты от загрязнения.

Средства индивидуальной защиты применяют в тех случаях, когда безопасность труда не может быть обеспечена конструкцией оборудования, организацией производственного процесса, архитектурно-планировочными решениями и средствами коллективной защиты.

Требования к средствам индивидуальной защиты

Работодатель обязан обеспечить приобретение и выдачу прошедших в установленном порядке сертификацию или декларирование соответствия средств индивидуальной защиты. Сертификация СИЗ – это процедура подтверждения соответствия средств индивидуальной защиты установленным нормам.

Средства индивидуальной защиты должны обеспечивать предотвращение или уменьшение действия опасных и вредных производственных факторов. Выбор конкретного типа СИЗ работающих должен осуществляться с учетом требований безопасности для данного процесса или вида работ.

Средства индивидуальной защиты не должны изменять своих свойств при их стирке, химчистке и обеззараживании, должны подвергаться оценке по защитным, физиолого-гигиеническим и эксплуатационным показателям, иметь инструкцию с указанием назначения и срока службы изделия, правил его эксплуатации и хранения.

Обязанности работодателя по обеспечению работников средствами индивидуальной защиты

Работодатель обязан:

обеспечивать работников средствами индивидуальной защиты в соответствии с установленными сроками.

заменить пришедшие средства индивидуальной защиты в негодность до окончания срока пользования по причинам, не зависящим от работника (пропажа, порча).

соблюдать сроки периодических испытаний и проверки исправности технических средств индивидуальной защиты (респираторов, противогазов, предохранительных поясов).

осуществлять контроль за правильным использованием и обязательным применением выданных средств индивидуальной защиты.

Работники не должны допускаться к работе без положенных средств индивидуальной защиты, в неисправной, загрязненной специальной одежде или обуви, с неисправными

или не прошедшими очередное испытание или проверку техническими средствами индивидуальной защиты.

Ответственность за своевременную и в полном объеме выдачу работникам средств индивидуальной защиты, прошедших в установленном порядке сертификацию или декларирование соответствия в соответствии с типовыми нормами, организацию контроля за правильностью их применения работниками, а также за хранение и уход за средствами индивидуальной защиты возлагается на работодателя.

Если работник не обеспечен сертифицированными и исправными средствами индивидуальной защиты, которые положены ему в соответствии с нормами, работодатель не вправе требовать от него выполнения трудовых обязанностей и обязан оплатить возникший по этой причине простой (ст. 220 ТК РФ).

Обязанности работников по применению средств индивидуальной защиты

Работник обязан:

правильно применять средства индивидуальной защиты, выданные ему в установленном порядке. В случае необеспечения работника, занятого на работах с вредными и (или) опасными условиями труда, а также с особыми температурными условиями или связанных с загрязнением, СИЗ в соответствии с законодательством Российской Федерации он вправе отказаться от выполнения трудовых обязанностей, а работодатель не имеет права требовать от работника их исполнения и обязан оплатить возникший по этой причине простой.

ознакомиться при заключении трудового договора с «Межотраслевыми правилами обеспечения работников специальной одеждой, специальной обувью и другими средствами индивидуальной защиты», а также с соответствующими его профессии и должности типовыми нормами выдачи СИЗ.

своевременно с окончанием соответствующего периода года сдавать для хранения до следующего периода года средства индивидуальной защиты, предназначенные для использования в особых температурных условиях, обусловленных ежегодными сезонными изменениями температуры.

своевременно проходить инструктажи при применении средств индивидуальной защиты, применение которых требует от работников практических навыков (респираторы, противогазы, самоспасатели, предохранительные пояса, накомарники и др.), о правилах применения указанных СИЗ, простейших способах проверки их работоспособности и исправности, а также тренировку по их применению.

своевременно ставить в известность работодателя (или его представителя) о выходе из строя (неисправности) средств индивидуальной защиты.

своевременно сдавать средства индивидуальной защиты для стирки, обеспыливания и др.

не выносить средства индивидуальной защиты по окончании рабочего дня за пределы территории работодателя или территории выполнения работ работодателем – индивидуальным предпринимателем.

Контрольные вопросы

Тема 1 Производственная санитария как наука.

1. Предмет, цель и содержание дисциплины.
2. Основные задачи курса.
3. Истоки формирования науки.
4. Комплексный характер дисциплины, место в системе наук.
5. Основные термины и определения.

6. Основные понятия, термины и определения.
7. Перспективы развития производственной санитарии.
8. Основные составляющие производственной среды
9. Трудоспособность человека и её факторы
10. Личность как элемент системы «человек - среда»

Тема 2 Классификация трудовых процессов и факторов производственной среды.

1. Современные направления деятельности и задачи.
2. Идентификация источников физических, химических, биологических и психофизиологических производственных факторов.
3. Характеристика вредных производственных факторов в отрасли.
4. Характер взаимодействия организма человека с факторами производственной среды.
5. Характеристика факторов трудовых процессов.

Тема 3. Правовые, нормативно-технические и организационные основы в области производственной санитарии.

1. Понятие санитарного законодательства как совокупности законов, регулирующих отношения в области охраны здоровья людей от неблагоприятного или опасного влияния многообразных факторов среды обитания человека.
2. Нормативно-правовые акты в области производственной санитарии.
3. Надзор и контроль за соблюдением санитарного законодательства.
4. Гигиена труда женщин и молодежи
5. Закон «О санитарно-эпидемиологическом благополучии населения»
6. Виды санитарного надзора.
7. Государственный надзор за соблюдением санитарного законодательства
8. Федеральная служба по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека (Роспотребнадзор).

Тема 4: Производственный микроклимат, освещение.

1. Понятие о микроклимате производственного помещения.
2. Параметры микроклимата.
3. Влияние параметров микроклимата на здоровье и работоспособность человека.
4. Приборы, измеряющие микроклимат.
5. Гигиеническое нормирование характеристик микроклимата в производственных помещениях.
6. Влияние классов труда на нормирование микроклимата.
7. Виды освещения.
8. Типы осветительных приборов.
9. Требования к производственному освещению.
10. Производственное освещение, системы и виды.
11. Естественное и искусственное освещение: рабочее, аварийное, охранное, дежурное.
12. Системы освещения: общее, местное, комбинированное.
13. Гигиеническое нормирование естественного и искусственного освещения.
14. Совмещенное освещение помещений.

Тема 5: Вредные вещества, излучения

1. Группы химически опасных и вредных факторов.
2. Виды химических опасностей.
3. Классификация по характеру воздействия на человека.
4. Пути проникновения химических опасностей.
5. Специфические отдельные группы веществ.

6. Химические вещества искусственного происхождения.
7. Токсикология вредных веществ в воздухе рабочей зоны.
8. Отравление вредными веществами.
9. Острые отравления, хронические.
10. Сенсибилизация.
11. Толерантность организма.
12. Биологическое действие вредных веществ.
13. Первичное специфическое действие вредных веществ.
14. Мутагенное и канцерогенное действие вредных веществ.
15. Правила измерения содержания вредных веществ в жилых помещениях.
16. Комбинированное действие вредных веществ.
17. Аддитивное действие.
18. Потенцированное действие.
19. Антагонистическое действие.
20. Независимое действие.
21. Пути обезвреживания ядов.
22. Причины образования пыли и ее основные свойства.
23. Пыль как производственная вредность.
24. Химический состав пыли.
25. Воспламеняемость и взрывоопасность пыли.
26. Оценка вредности пыли.
27. Методы измерения концентрации пыли, и средства защиты от пыли.
28. Методы очистки воздуха от пыли.
29. Источники излучений.
30. Физико–гигиеническая характеристика излучений.
31. Гигиеническое нормирование излучений.
32. Методы и средства регистрации излучений.
33. Профилактические мероприятия и меры защиты при работе с источниками излучений.

Тема 6: Производственный шум, вибрация

1. Основные источники, физические параметры шума и вибрации.
2. Классификация производственных шумов и вибраций.
3. Общее действие на организм.
4. Принципы гигиенического нормирования.
5. Система мероприятий по профилактике на производстве.

Тема 7: Основы физиологии труда.

1. Физиологические особенности и классификация физического труда.
2. Особенности физиологических реакций организма при умственном труде и его классификация.
3. Физиологические сдвиги в организме при работе.
4. Утомление и переутомление.
5. Пути сохранения работоспособности и повышения производительности труда.
6. Хронометражные исследования на производстве

Тема 8: Роль средств индивидуальной защиты в профилактике травматизма и заболеваний.

1. Роль средств индивидуальной зашиты в профилактике травматизма и заболеваний.
2. Классификация средств индивидуальной защиты.
3. Защита глаз.
4. Защита головы
5. Защита органов слуха.

6. Защита органов дыхания.
7. Спецодежда.
8. Спецобувь.
9. Защитные перчатки, защитные дерматологические средства.

Список литературы

1 Глебова Е.В. Производственная санитария и гигиена труда: учебное пособие / Е. В. Глебова. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Высшая школа, 2007. - 382 с. : ил. –

2 Безопасность жизнедеятельности : учебное пособие / В. А. Подюков, В. В. Токмаков, В. М. Куликов ; под ред. В. В. Токмакова ; Уральский государственный горный университет. - 3-е изд., испр. и доп. - Екатеринбург : УГГУ, 2007. - 314 с.

3 Гигиена труда [Текст]: учебник/Под ред. Н.Ф. Измерова, В.Ф. Кириллова. – М.: ГЭОТАР–Медиа, 2010. – 592 с.

4 Трудовой кодекс РФ от 30.12.2001 г. № 197–ФЗ

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

ПРИКЛАДНОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Автор: Дружинин А.В., доцент, канд. техн. наук

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

Данные методические рекомендации необходимы для студентов специалитета по направлению подготовки 21.05.04 – «Горное дело» при организации самостоятельной работы по дисциплине «Прикладное программное обеспечение» в рамках подготовки и защиты контрольной работы.

В методических рекомендациях содержатся особенности организации подготовки контрольной работы в виде реферата, требования к его оформлению, а также порядок защиты и критерии оценки.

ОРГАНИЗАЦИЯ ПОДГОТОВКИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РЕФЕРАТА)

Общая характеристика реферата

Написание реферата практикуется в учебном процессе в целях приобретения студентом необходимой профессиональной подготовки, развития умения и навыков самостоятельного научного поиска: изучения литературы по выбранной теме, анализа различных источников и точек зрения, обобщения материала, выделения главного, формулирования выводов и т. п. С помощью реферата студент может глубже постигать наиболее сложные проблемы дисциплины, учится лаконично излагать свои мысли, правильно оформлять работу, докладывать результаты своего труда.

В «Толковом словаре русского языка» дается следующее определение: «**реферат** – краткое изложение содержания книги, статьи, исследования, а также доклад с таким изложением».

Различают два вида реферата:

• *репродуктивный* – воспроизводит содержание первичного текста в форме реферата-конспекта или реферата-резюме. В реферате-конспекте содержится фактическая информация в обобщённом виде, иллюстрированный материал, различные сведения о методах исследования, результатах исследования и возможностях их применения. В реферате-резюме содержатся только основные положения данной темы;

• *продуктивный* – содержит творческое или критическое осмысление реферируемого источника и оформляются в форме реферата-доклада или реферата-обзора. В реферате-докладе, наряду с анализом информации первоисточника, дается объективная оценка проблемы, и он имеет развёрнутый характер. Реферат-обзор составляется на основе нескольких источников и в нем сопоставляются различные точки зрения по исследуемой проблеме.

Студент для изложения материала должен выбрать продуктивный вид реферата.

Выбор темы реферата

Студенту предоставляется право выбора темы реферата из рекомендованного преподавателем дисциплины списка. Выбор темы должен быть осознанным и обоснованным с точки зрения познавательных интересов автора, а также полноты освещения темы в имеющейся научной литературе.

Если интересующая тема отсутствует в рекомендованном списке, то по согласованию с преподавателем студенту предоставляется право самостоятельно предложить тему реферата, раскрывающую содержание изучаемой дисциплины. Тема не должна быть слишком общей и глобальной, так как небольшой объем работы (до 20-25 страниц без учёта приложений) не позволит раскрыть ее.

Начинать знакомство с избранной темой лучше всего с чтения обобщающих работ по данной проблеме, постепенно переходя к узкоспециальной литературе. При этом следует сразу же составлять библиографические выходные данные используемых источников (автор, название, место и год издания, издательство, страницы).

На основе анализа прочитанного и просмотренного материала по данной теме следует составить тезисы по основным смысловым блокам, с пометками, собственными суждениями и оценками. Предварительно подобранный в литературных источниках материал может превышать необходимый объем реферата.

Формулирование цели и составление плана реферата

Выбрав тему реферата и изучив литературу, необходимо сформулировать цель работы и составить план реферата.

Цель – это осознаваемый образ предвосхищаемого результата. Возможно, формулировка цели в ходе работы будет меняться, но изначально следует ее обозначить, чтобы ориентироваться на нее в ходе исследования. Формулирование цели реферата рекомендуется осуществлять при помощи глаголов: исследовать, изучить, проанализировать, систематизировать, осветить, изложить (представления, сведения), создать, рассмотреть, обобщить и т. д.

Определяясь с целью дальнейшей работы, параллельно необходимо думать над составлением плана, при этом четко соотносить цель и план работы. Правильно построенный план помогает систематизировать материал и обеспечить последовательность его изложения.

Наиболее традиционной является следующая **структура реферата**:

Титульный лист.

Оглавление (план, содержание).

Введение.

1. (полное наименование главы).
   1.1. (полное название параграфа, пункта);
   1.2. (полное название параграфа, пункта).
2. (полное наименование главы).
   2.1. (полное название параграфа, пункта);
   2.2. (полное название параграфа, пункта).

Заключение (выводы).

} Основная часть

Библиография (список использованной литературы).

Приложения (по усмотрению автора).

Титульный лист оформляется в соответствии с Приложением.

Оглавление (план, содержание) включает названия всех глав и параграфов (пунктов плана) реферата и номера страниц, указывающие их начало в тексте реферата.

Введение. В этой части реферата обосновывается актуальность выбранной темы, формулируются цель и задачи работы, указываются используемые материалы и дается их краткая характеристика с точки зрения полноты освещения избранной темы. Объем введения не должен превышать 1-1,5 страницы.

Основная часть реферата может быть представлена двумя или тремя главами, которые могут включать 2-3 параграфа (пункта).

Здесь достаточно полно и логично излагаются главные положения в используемых источниках, раскрываются все пункты плана с сохранением связи между ними и последовательности перехода от одного к другому.

Автор должен следить за тем, чтобы изложение материала точно соответствовало цели и названию главы (параграфа). Материал в реферате рекомендуется излагать своими словами, не допуская дословного переписывания из литературных источников. В тексте обязательны ссылки на первоисточники, т. е. на тех авторов, у которых взят данный материал в виде мысли, идеи, вывода, числовых данных, таблиц, графиков, иллюстраций и пр.

Работа должна быть написана грамотным литературным языком. Сокращение слов в тексте не допускается, кроме общеизвестных сокращений и аббревиатуры. Каждый раздел рекомендуется заканчивать кратким выводом.

Заключение (выводы). В этой части обобщается изложенный в основной части материал, формулируются общие выводы, указывается, что нового лично для себя вынес автор реферата из работы над ним. Выводы делаются с учетом опубликованных в литературе различных точек зрения по проблеме, рассматриваемой в реферате, сопоставления их и личного мнения автора реферата. Заключение по объему не должно превышать 1,5-2 страниц.

Библиография (список использованной литературы) – здесь указывается реально использованная для написания реферата литература, периодические издания и электронные источники информации. Список составляется согласно правилам библиографического описания.

Приложения могут включать графики, таблицы, расчеты.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РЕФЕРАТА

Общие требования к оформлению реферата

Рефераты, как правило, требуют изучения и анализа значительного объема статистического материала, формул, графиков и т. п. В силу этого особое значение приобретает правильное оформление результатов проделанной работы.

Текст реферата должен быть подготовлен в печатном виде. Исправления и помарки не допускаются. Текст работы оформляется на листах формата А4, на одной стороне листа, с полями: левое – 25 мм, верхнее – 20 мм, правое – 15 мм и нижнее – 25 мм. При компьютерном наборе шрифт должен быть таким: тип шрифта Times New Roman, кегль 14, междустрочный интервал 1,5.

Рекомендуемый объем реферата – не менее 20 страниц. Титульный лист реферата оформляется студентом по образцу, данному в приложении 1.

Текст реферата должен быть разбит на разделы: главы, параграфы и т. д. Очередной раздел нужно начинать с нового листа.

Все страницы реферата должны быть пронумерованы. Номер страницы ставится снизу страницы, по центру. Первой страницей является титульный лист, но на ней номер страницы не ставится.

Таблицы

Таблицы по содержанию делятся на аналитические и неаналитические. Аналитические таблицы являются результатом обработки и анализа цифровых показателей. Как правило, после таких таблиц делается обобщение, которое вводится в текст словами: «таблица позволяет сделать вывод о том, что…», «таблица позволяет заключить, что…» и т. п.

В неаналитических таблицах обычно помещаются необработанные статистические данные, необходимые лишь для информации и констатации фактов.

Таблицы размещают после первого упоминания о них в тексте таким образом, чтобы их можно было читать без поворота работы или с поворотом по часовой стрелке.

Каждая таблица должна иметь нумерационный и тематический заголовок. Тематический заголовок располагается по центру таблицы, после нумерационного, размещённого в правой стороне листа и включающего надпись «Таблица» с указанием арабскими цифрами номера таблицы. Нумерация таблиц сквозная в пределах каждой главы. Номер таблицы состоит из двух цифр: первая указывает на номер главы, вторая – на номер таблицы в главе по порядку (например, «Таблица 2.2» – это значит, что представленная таблица вторая во второй главе).

Цифры в графах таблиц должны проставляться так, чтобы разряды чисел во всей графе были расположены один под другим. В одной графе количество десятичных знаков должно быть одинаковым. Если данные отсутствуют, то в графах ставят знак тире. Округление числовых значений величин до первого, второго и т. д. десятичного знака для

различных значений одного и того же наименования показателя должно быть одинаковым.

Таблицу с большим количеством строк допускается переносить на другую страницу, при этом заголовок таблицы помещают только над ее первой частью, а над переносимой частью пишут «Продолжение таблицы» или «Окончание таблицы». Если в работе несколько таблиц, то после слов «Продолжение» или «Окончание» указывают номер таблицы, а само слово «таблица» пишут сокращенно, например, «Продолжение табл. 1.1», «Окончание табл. 1.1».

На все таблицы в тексте реферата должны быть даны ссылки с указанием их порядкового номера, например, «…в табл. 2.2».

Формулы

Формулы – это комбинации математических знаков, выражающие какие-либо предложения.

Формулы, приводимые в реферате, должны быть наглядными, а обозначения, применяемые в них, соответствовать стандартам.

Пояснения значений символов и числовых коэффициентов следует приводить непосредственно под формулой, в той последовательности, в какой они даны в формуле. Значение каждого символа и числового коэффициента дается с новой строки. Первую строку объяснения начинают со слова «где» без двоеточия после него.

Формулы и уравнения следует выделять из текста свободными строками. Если уравнение не умещается в одну строку, оно должно быть перенесено после знака равенства (=) или после знака (+), минус (–), умножения (х) и деления (:).

Формулы нумеруют арабскими цифрами в пределах всей реферата или главы. В пределах реферата используют нумерацию формул одинарную, в пределах главы – двойную. Номер указывают с правой стороны листа на уровне формулы в круглых скобках.

В тексте ссылки на формулы приводятся с указанием их порядковых номеров, например: «…в формуле (2.2)» (второй формуле второй главы).

Иллюстрации

Иллюстрации позволяют наглядно представить явление или предмет такими, какими мы их зрительно воспринимаем, но без лишних деталей и подробностей.

Основными видами иллюстраций являются схемы, диаграммы и графики.

Схема – это изображение, передающее обычно с помощью условных обозначений и без соблюдения масштаба основную идею какого-либо устройства, предмета, сооружения или процесса и показывающее взаимосвязь их главных элементов.

Диаграмма – один из способов изображения зависимости между величинами. Наибольшее распространение получили линейные, столбиковые и секторные диаграммы.

Для построения линейных диаграмм используется координатное поле. По горизонтальной оси в изображенном масштабе откладывается время или факториальные признаки, на вертикальной – показатели на определенный момент (период) времени или размеры результативного независимого признака. Вершины ординат соединяются отрезками – в результате получается ломаная линия.

На столбиковых диаграммах данные изображаются в виде прямоугольников (столбиков) одинаковой ширины, расположенных вертикально или горизонтально. Длина (высота) прямоугольников пропорциональна изображенным ими величинам.

Секторная диаграмма представляет собой круг, разделенный на секторы, величины которых пропорциональны величинам частей изображаемого явления.

График – это результат обработки числовых данных. Он представляет собой условные изображения величин и их соотношений через геометрические фигуры, точки и линии.

Количество иллюстраций в работе должно быть достаточным для пояснения излагаемого текста.

Иллюстрации обозначаются словом «Рис.» и располагаются после первой ссылки на них в тексте так, чтобы их было удобно рассматривать без поворота работы или с поворотом по часовой стрелке. Иллюстрации должны иметь номер и наименование, расположенные по центру, под ней. Иллюстрации нумеруются в пределах главы арабскими цифрами, например: «Рис. 1.1» (первый рисунок первой главы). Ссылки на иллюстрации в тексте реферата приводят с указанием их порядкового номера, например: «…на рис. 1.1».

При необходимости иллюстрации снабжаются поясняющими данными (подрисуночный текст).

Приложения

Приложение – это часть основного текста, которая имеет дополнительное (обычно справочное) значение, но, тем не менее, необходима для более полного освещения темы. По форме они могут представлять собой текст, таблицы, графики, карты. В приложении помещают вспомогательные материалы по рассматриваемой теме: инструкции, методики, положения, результаты промежуточных расчетов, типовые проекты, имеющие значительный объем, затрудняющий чтение и целостное восприятие текста. В этом случае в тексте приводятся основные выводы (результаты) и делается ссылка на приложение, содержащее соответствующую информацию. Каждое приложение должно начинаться с новой страницы. В правом верхнем углу листа пишут слово «Приложение» и указывают номер приложения. Если в реферате больше одного приложения, их нумеруют последовательно арабскими цифрами, например: «Приложение 1», «Приложение 2» и т. д.

Каждое приложение должно иметь заголовок, который помещают ниже слова «Приложение» над текстом приложения, по центру.

При ссылке на приложение в тексте реферата пишут сокращенно строчными буквами «прил.» и указывают номер приложения, например: «…в прил. 1».

Приложения оформляются как продолжение текстовой части реферата со сквозной нумерацией листов. Число страниц в приложении не лимитируется и не включается в общий объем страниц реферата.

Библиографический список

Библиографический список должен содержать перечень и описание только тех источников, которые были использованы при написании реферата.

В библиографическом списке должны быть представлены монографические издания отечественных и зарубежных авторов, материалы профессиональной периодической печати (экономических журналов, газет и еженедельников), законодательные и др. нормативно-правовые акты. При составлении списка необходимо обратить внимание на достижение оптимального соотношения между монографическими изданиями, характеризующими глубину теоретической подготовки автора, и периодикой, демонстрирующей владение современными экономическими данными.

Наиболее распространенным способом расположения наименований литературных источников является алфавитный. Работы одного автора перечисляются в алфавитном порядке их названий. Исследования на иностранных языках помещаются в порядке латинского алфавита после исследований на русском языке.

Ниже приводятся примеры библиографических описаний использованных источников.

Статья одного, двух или трех авторов из журнала

Зотова Л. А., Еременко О. В. Инновации как объект государственного регулирования // Экономист. 2010. № 7. С. 17–19.

Статья из журнала, написанная более чем тремя авторами

Валютный курс и экономический рост / С. Ф. Алексашенко, А. А. Клепач, О. Ю. Осипова [и др.] // Вопросы экономики. 2010. № 8. С. 18–22.

Книга, написанная одним, двумя или тремя авторами

Олейник А. Н. Институциональная Горное дело: учебное пособие. М.: ИНФРА-М, 2011. 416 с.

Книга, написанная более чем тремя авторами

Экономическая теория: учебник / В. Д. Камаев [и др.]. М.: ВЛАДОС, 2011. 143 с.

Сборники

Актуальные проблемы экономики и управления: сборник научных статей. Екатеринбург: УГГУ, 2010. Вып. 9. 146 с.

Статья из сборника

Данилов А. Г. Система ценообразования промышленного предприятия // Актуальные проблемы экономики и управления: сб. научных статей. Екатеринбург: УГГУ, 2010. Вып. 9. С. 107–113.

Статья из газеты

Крашаков А. С. Будет ли обвал рубля // Аргументы и факты. 2011. № 9. С. 3.

Библиографические ссылки

Библиографические ссылки требуется приводить при цитировании, заимствовании материалов из других источников, упоминании или анализе работ того или иного автора, а также при необходимости адресовать читателя к трудам, в которых рассматривался данный вопрос.

Ссылки должны быть затекстовыми, с указанием номера соответствующего источника (на который автор ссылается в работе) в соответствии с библиографическим списком и соответствующей страницы.

Пример оформления затекстовой ссылки

Ссылка в тексте: «Под трансакцией понимается обмен какими-либо благами, услугами или информацией между двумя агентами» [10, С. 176].

В списке использованных источников:

10. *Сухарев О. С.* Институциональная Горное дело: учебник и практикум для специалистиата и магистратуры /О.С. Сухарев. М.: Издательство Юрайт, 2016. 501 с.

ОРГАНИЗАЦИЯ ЗАЩИТЫ РЕФЕРАТА

Необходимо заранее подготовить тезисы выступления (план-конспект).

Порядок защиты реферата.

1.Краткое сообщение, характеризующее цель и задачи работы, ее актуальность, полученные результаты, вывод и предложения.

2.Ответы студента на вопросы преподавателя.

3.Отзыв руководителя-консультанта о ходе выполнения работы.

Советы студенту:

• Готовясь к защите реферата, вы должны вспомнить материал максимально подробно, и это должно найти отражение в схеме вашего ответа. Но тут же необходимо выделить главное, что наиболее важно для понимания материала в целом, иначе вы сможете проговорить все 15-20 минут и не раскрыть существа вопроса. Особенно строго следует отбирать примеры и иллюстрации.

• Вступление должно быть очень кратким – 1-2 фразы (если вы хотите подчеркнуть при этом важность и сложность данного вопроса, то не говорите, что он сложен и важен, а покажите его сложность и важность).

• Целесообразнее вначале показать свою схему раскрытия вопроса, а уж потом ее детализировать.

• Рассказывать будет легче, если вы представите себе, что объясняете материал очень способному и хорошо подготовленному человеку, который не знает именно этого раздела, и что при этом вам обязательно нужно доказать важность данного раздела и заинтересовать в его освоении.

• Строго следите за точностью своих выражений и правильностью употребления терминов.

• Не пытайтесь рассказать побольше за счет ускорения темпа, но и не мямлите.

• Не демонстрируйте излишнего волнения и не напрашивайтесь на сочувствие.

• Будьте особенно внимательны ко всем вопросам преподавателя, к малейшим его замечаниям. И уж ни в коем случае его не перебивайте!

• Не бойтесь дополнительных вопросов – чаще всего преподаватель использует их как один из способов помочь вам или сэкономить время. Если вас прервали, а при оценке ставят в вину пропуск важной части материала, не возмущайтесь, а покажите план своего ответа, где эта часть стоит несколько позже того, на чем вы были прерваны.

• Прежде чем отвечать на дополнительный вопрос, необходимо сначала правильно его понять. Для этого нужно хотя бы немного подумать, иногда переспросить, уточнить: правильно ли вы поняли поставленный вопрос. И при ответе следует соблюдать тот же принцип экономности мышления, а не высказывать без разбора все, что вы можете сказать.

• Будьте доброжелательны и тактичны, даже если к ответу вы не готовы (это вина не преподавателя, а ваша).

ТЕМЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РЕФЕРАТА)

1. 1. Хост-компьютеры.
2. Локальные сети и персональные компьютеры.
3. Каналы связи.
4. Хранение и предоставление доступа к информации.
5. Управление передачей сообщений.
6. Каналы связи, обеспечивающие взаимодействие между хост-компьютерами.
7. Обмен информацией между абонентами сети.
8. Использование баз данных сети.
9. Классификация прикладного программного обеспечения.
10. Пакеты прикладных программ.
11. Методо-ориентированные пакеты.
12. Системы реального времени.
13. Офисные приложения.
14. Инструменты электронных таблиц для решения экономических задач.
15. Классификация баз данных (БД).
16. Системы управления базами данных (СУБД). Классификация СУБД.
17. Локальные и глобальные сети. Intranet и Internet. Сетевые службы.
18. Поисковые системы: Яndex, Rambler, Google, ПОИСК@mail.ru.

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РЕФЕРАТА)

Проверяемые компетенции: ОПК-5

Знать:

- офисные приложения;
- основы создания баз данных;
- принципы работы в разных поисковых системах интернет и в системах коммуникации.

Уметь:

- использовать офисные приложения;
- создавать базы данных средствами офисных приложений;
- использовать электронную почту и другие средства коммуникаций с помощью Интернета.

Владеть:

- инструментарием офисных приложений;
- технологией разработки баз данных;
- навыками работы в разных поисковых системах интернет и в системах коммуникации.

Критерии оценивания:

достижение поставленной цели и задач исследования (новизна и актуальность поставленных в реферате проблем, правильность формулирования цели, определения задач исследования, правильность выбора методов решения задач и реализации цели; соответствие выводов решаемым задачам, поставленной цели, убедительность выводов);

уровень эрудированности автора по изученной теме (знание автором состояния изучаемой проблематики, цитирование источников, степень использования в работе результатов исследований);

личные заслуги автора реферата (новые знания, которые получены помимо основной образовательной программы, новизна материала и рассмотренной проблемы, научное значение исследуемого вопроса);

культура письменного изложения материала (логичность подачи материала, грамотность автора);

культура оформления материалов работы (соответствие реферата всем стандартным требованиям);

знания и умения на уровне требований стандарта данной дисциплины: знание фактического материала, усвоение общих понятий и идей;

степень обоснованности аргументов и обобщений (полнота, глубина, всестороннее раскрытие темы, корректность аргументации и системы доказательств, характер и достоверность примеров, иллюстративного материала, наличие знаний интегрированного характера, способность к обобщению);

качество и ценность полученных результатов (степень завершенности реферативного исследования, спорность или однозначность выводов);

использование профессиональной терминологии;

использование литературных источников.

Правила оценивания:

Каждый показатель оценивается в 1 балл

Критерии оценки:

9-10 баллов (90-100%) - оценка «отлично»;

7-8 баллов (70-89%) - оценка «хорошо»;

5-6 баллов (50-69%) - оценка «удовлетворительно»;

0-4 балла (0-49%) - оценка «неудовлетворительно».

Приложение

Образец оформления титульного листа контрольной работы (реферата)

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

Инженерно-экономический факультет

Кафедра информатики

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА (РЕФЕРАТ)

по дисциплине
«Прикладное программное обеспечение»

на тему:

УПРАВЛЕНИЕ ПЕРЕДАЧЕЙ СООБЩЕНИЙ

Руководитель:
Дружинин А.В.
Студент гр. Х-20
Артёмова Елена Юрьевна

Екатеринбург – 2020

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ РАБОТАМ

ПРИКЛАДНОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Автор: Дружинин А.В., доцент, канд. техн. наук

Екатеринбург

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ ... 3
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1 ... 10
Создание таблиц базы данных «Реализация товаров» ... 10
Создание файла базы данных Access ... 10
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2 ... 19
Работа с простыми запросами ... 19
Конструирование запросов на выборку с условием отбора ... 19
Вычисляемые поля в запросах ... 22
Параметры в запросах ... 24
Групповые операции в запросах ... 26
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3 ... 30
Работа с многотабличными запросами ... 30
Запросы на изменение ... 34
Задание для самостоятельной работы ... 37
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4 ... 38
Работа с формами ... 38
Условное форматирование элементов управления ... 39
Создание разделенной формы ... 41
Многотабличные формы ... 42
Создание многотабличной формы с помощью мастера ... 43
Одиночная многотабличная форма ... 46
Задание для самостоятельной работы ... 50
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5 ... 50
Работа с отчетами ... 50
Задание для самостоятельной работы ... 52
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6 ... 53
Создание главной кнопочной формы ... 53
с использованием макросов ... 53
Создание управляющих кнопок на экране ... 56
ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ ... 61
Указания к выполнению работы ... 61
Варианты заданий ... 61
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ ... 73

ВВЕДЕНИЕ

Система управления базами данных

СУБД (система управления базами данных) является универсальным программным инструментом создания и обслуживания баз данных и приложений пользователя в самых разных предметных областях. СУБД обеспечивает создание, многоаспектный доступ к данным и использование одних и тех же данных различными задачами и приложениями пользователей.

СУБД поддерживаются различные модели данных. *Модель данных* – это метод (принцип) логической организации данных, используемый СУБД. Наиболее известными являются иерархическая, сетевая и реляционная модели.

В СУБД для персональных компьютеров (настольных СУБД) поддерживается преимущественно *реляционная модель*, которую отличает простота и единообразие представления данных простейшими *двумерными таблицами.*

Основной логической структурной единицей манипулирования данными является *строка* таблицы – *запись. Структура записи* определяется составом входящих в неё *полей.* Совокупность полей записи соответствует логически связанным реквизитам, характеризующим некоторую сущность предметной области.

Типовыми функциями СУБД по манипулированию данными являются выборка, добавление, удаление, изменение данных.

- *Выборка данных* – выборка записей из одной или нескольких взаимосвязанных таблиц в соответствии с заданными условиями.
- *Добавление* и *удаление* данных – добавление новых записей в таблицы и удаление существующих.
- *Изменение данных* – изменение значений данных в полях существующих записей.

Данные из одной или нескольких взаимосвязанных таблиц могут подвергаться обработке. К операциям *обработки* относятся, например, расчеты в пределах каждой записи, группировка записей в соответствии с *заданным* критерием группировки и обработка записей выделенных групп с помощью статистических функций, таких как суммирование, определение максимального, подсчет числа записей в группе и т. п.

СУБД Access включает разнообразные и многочисленные относительно автономные инструментальные средства, ориентированные на создание объектов базы данных и приложений пользователя.

- *Разнообразие мастера* в режиме ведения диалога с пользователем позволяют создавать объекты и выполнять разнообразные функции по реорганизации объектов базы данных и приложений пользователя.
- *Средства программирования* СУБД включают язык запросов *SQL*, язык макрокоманд и язык объектно-ориентированного программирования для приложений *Microsoft Visual Basic for Applications (VBA).*
- *Средства графического конструирования* позволяют создавать объекты базы данных и объекты приложения с помощью многочисленных графических элементов, не прибегая непосредственно к программированию. Среди многочисленных средств графического конструирования и диалоговых средств Access следует выделить средства для создания:
- таблиц и схем баз данных, отображающих их связи;
- запросов выборки, отбирающих и объединяющих данные нескольких таблиц в виртуальную таблицу, которая может использоваться во многих задачах приложения;
- запросов на изменение данных базы;
- экранных форм, предназначенных для ввода, просмотра и обработки данных в диалоговом режиме;
- отчетов, предназначенных для ввода, просмотра и вывода на печать данных из базы и результатов их обработки в удобном для пользователя виде.

Реляционная база данных

База данных является организованной на машинном носителе совокупностью взаимосвязанных данных и содержит сведения о различных сущностях одной предметной области: реальных объектах, процессах, событиях или явлениях.

Реляционная база данных представляет собой множество взаимосвязанных двумерных таблиц – *реляционных таблиц*, называемых также *отношениями*, в каждой из которых содержаться сведения об одной сущности автоматизируемой предметной области.

Логическую структуру реляционной базы данных образует совокупность реляционных таблиц, между которыми установлены логические связи.

В таблицах базы должны сохраняться все данные, необходимые для решения задач предметной области, причем каждый элемент данных должен храниться в базе только в одном экземпляре. Для создания таблиц,

соответствующих реляционной модели данных, используется процесс, называемый нормализацией данных. *Нормализация* – это удаление из таблиц повторяющихся данных путем их переноса в новые таблицы, записи которых не содержат повторяющихся значений.

Структура реляционной таблицы определяется составом полей. Каждое *поле* отражает определенную характеристику сущности. Для поля указывается *тип* и *размер* элементарного данного, размещаемого в нем, и ряд др. свойств. Содержимое поля отображается в столбце таблицы. Столбец таблицы содержит данные одного типа.

Содержание таблицы заключено в её строках, однотипных по структуре, каждая строка таблицы содержит данные о конкретном экземпляре сущности и называется *записью.*

Для однозначного определения (*идентификации)* каждой записи таблица должна иметь *уникальный (первичный) ключ.* По значению ключа таблицы отыскивается единственная запись в таблице. Ключ может состоять из одного или нескольких полей таблицы. Значение уникального ключа не может повторяться в нескольких записях.

Логические связи между таблицами дают возможность объединять данные из разных таблиц. Связь каждой пары таблиц задается одинаковыми полями в них – *ключом связи.* Таким образом, обеспечивается рациональное хранение недублированных данных и их объединение в соответствии с требованиями решаемых задач.

В нормализованной реляционной базе данных связь двух таблиц характеризуется отношениями записей типа «один-к-одному» (1:1) или «один-ко-многим» (1:M). Отношение 1:1 предполагает, что каждой записи одной таблицы соответствует одна запись другой таблицы. Отношение типа 1:M предполагает, что каждой записи первой таблицы соответствует много записей во второй, но каждой записи второй таблицы соответствует только одна запись в первой.

Для двух таблиц, находящихся в отношении типа 1:M, связь устанавливается по уникальному ключу таблицы, представляющей в отношении сторону «один», – *главной таблицы* в связи. Во второй таблице, представляющей в отношении сторону «многие» и называемой *подчиненной*, этот ключ связи может быть либо частью уникального ключа, либо не входить в состав ключа. В подчиненной таблице ключ связи называется ещё *внешним ключом.*

Схема данных

В СУБД Access процесс создания реляционной базы данных включает создание *схемы данных*. Схема данных наглядно отображает логическую структуру базы данных: таблицы и связи между ними, а также обеспечивает использование установленных в ней связей при обработке данных.

Для нормализованной базы данных, основанной на одно-многозначных и однозначных отношениях между таблицами, в схеме данных для связей таких таблиц по первичному ключу или уникальному индексу главной таблицы могут устанавливаться параметры *связной целостности*.

При поддержании целостности взаимосвязанных данных не допускается наличия записи в подчиненной таблице, если в главной таблице отсутствует связанная с ней запись. Соответственно при первоначальной загрузке базы данных, а также корректировке, добавлении и удалении записей система допускает выполнение операции только в том случае, если она не приводит к нарушению целостности. Связи, определенные в схеме данных, автоматически используются для объединения таблиц при разработке многотабличных форм, запросов, отчетов, существенно упрощая процесс их конструирования. В схеме связи могут устанавливаться для любой пары таблиц, имеющих одинаковое поле, позволяющее объединять эти таблицы. **Объекты Access**

База данных Access включает следующие сохраняемые в одном accdbфайле объекты:

- *таблицы, запросы, схемы данных,* непосредственно имеющие отношение к базе данных;
- *формы, отчеты, макросы* и *модули*, называемые *объектами приложения.*

Формы и отчеты предназначены для типовых процессов обработки данных: просмотра, обновления, поиска по заданным критериям, получения отчетов. Эти объекты приложений конструируются из графических элементов, называемых *элементами управления*. Основные элементы управления служат для отображения полей таблиц, являющихся источниками данных объекта.

Для автоматизации доступа к объектам и их взаимодействия используется программный код. Только с помощью программного кода получается полноценное приложение пользователя, функции которого доступны через меню, панели инструментов и формы. Для создания программного кода служат модули на языке *VBA* и макросы.

Каждый объект и элемент управления имеет свои свойства, определяя которые можно настраивать их. С каждым объектом и элементом управления связывается набор событий, которые могут обрабатываться макросами или

процедурами обработки событий на VBA, входящими в состав модулей форм, отчетов.

Объекты представлены в области навигации окна базы данных Access. Все операции по работе с объектами и приложениями начинаются в этом окне.

- *Таблицы* создаются пользователем для хранения данных об одной сущности – одном информационном объекте модели данных предметной области. Таблица состоит из полей (столбцов) и записей (строк). Каждое поле содержит одну характеристику информационного объекта предметной области. В записи собраны сведения об одном экземпляре информационного объекта. База данных Access может включать до 32768 объектов (в том числе формы, отчеты и т. д.). Одновременно может открываться до 2048 таблиц.
- *Запросы*. Запросы на выборку служат для выборки нужных данных из одной или нескольких связанных таблиц. Результатом выполнения запроса является виртуальная таблица. В запросе можно указать, какие поля исходных таблиц следует включить в запись таблицы запроса и как отобрать нужные записи. Таблица запроса может быть использована с другими таблицами базы при обработке данных. Запросы на изменение позволяют обновлять, удалять или добавлять данные в таблицы, а также создавать новые таблицы на основе уже существующих.
- *Схема данных* определяет, с помощью каких полей таблицы связываются между собой, как будет выполняться объединение данных этих таблиц, нужно ли проверять связную целостность при добавлении и удалении записей, изменение ключей таблиц. Схемы данных в области навигации в окне базы данных отображаются только в проектах Access, работающих с базами данных сервера. Для отображения схемы данных в базах данных Access используется команда **Схема данных**, размещенная на вкладке ленты **Работа с базами данных** в группе **Отношения**.
- *Формы* являются основным средством создания диалогового интерфейса приложения пользователя. Форма может создаваться для работы с электронными документами, сохраняемыми в таблицах базы данных. Вид таких документов может соответствовать привычному для пользователя бумажному документу. Форма используется для разработки интерфейса по управлению приложением. Включаемые в форму процедуры обработки событий позволяют управлять процессом обработки данных в приложении. Такие процедуры хранятся в модуле формы. В формы могут вставляться рисунки, диаграммы, звуковые фрагменты, видео. Возможна разработка форм с набором вкладок, с

каждой из которых связано выполнение той или иной функции приложения.

- *Отчеты* предназначены для формирования на основе данных базы выходных документов любых форматов, содержащих результаты решения задач пользователя, и вывода их на печать. Как и формы, отчеты могут включать процедуры обработки событий. Использование графических объектов позволяет дополнять данные отчета иллюстрациями. Отчеты обеспечивают возможность анализа данных при использовании фильтрации, агрегирования и представления данных источника в различных разрезах. *Макросы* являются программами, состоящими из последовательностей макрокоманд, которые выполняются по вызову или при наступлении некоторого события в объекте приложения или его элементе управления. Макросы данных выполняются при наступлении некоторого события в исходных таблицах. Макросы позволяют автоматизировать некоторые действия в приложении пользователя. Создание макросов осуществляется в диалоговом режиме путем выбора нужных макрокоманд и задания параметров, используемых ими при выполнении.
- *Модули* содержат процедуры на языке *Visual Basic for Applications*. Могут создаваться процедуры-программы, процедуры-функции, которые разрабатываются пользователем, и процедуры для обработки событий.

Интерфейс пользователя Access

Для Access 2013 разработан интерфейс пользователя, упрощающий доступ к многочисленным функциональным возможностям в процессе создания и работы с объектами базы данных и приложений пользователя.

Основу этого интерфейса составляют *ленты* и *область навигации.* Собранные на одной ленте команды четко соответствуют задачам, выполняемым в Access, что позволяет легко находить нужную команду.

Основные элементы интерфейса пользователя в Access 2013:

- *страницы*, предназначенные для управления файлами баз данных. Стартовая страница отображается при запуске Access и позволяет открыть существующие файлы баз данных или создать новые. В процессе работы доступны страницы, открываемые при щелчке на цветном значке **Файл**.

Они содержат команды для сохранения, сжатия и восстановления базы данных, определения параметров и ряд др.;

- *лента* – широкая полоса, расположенная в верхней части окна Access. Она содержит стандартные вкладки с группами наиболее часто используемых команд, контекстные вкладки, которые появляются только тогда, когда их использование допустимо, и *панель быстрого доступа* – небольшую панель инструментов, на которую можно добавить нужные команды. Лента является основой интерфейса пользователя и обеспечивает быстрый доступ к набору команд, применимых к выполняемым в базе данных в текущий момент работам;
- *коллекция (галерея)* – элемент интерфейса, который не просто отображает команды, а показывает набор результатов выполнения этих команд с отображением внешнего вида вариантов выбора;
- *диалоговые окна* могут выводиться при выполнении команд для уточнения операции и передачи параметров. В некоторых группах вкладок ленты имеются кнопки вызова диалоговых окон;
- *контекстное меню* вызывается щелчком правой кнопкой мыши на элементе объекта. Содержит команды, зависящие от контекста – элемента объекта, с которым работает пользователь, или выполняемой задачи; *панель быстрого доступа* – единственная панель инструментов, предусмотренная в интерфейсе. Она обеспечивает доступ одним нажатием кнопки к наиболее часто используемым командам. Это панель настраивается в соответствии с предпочтениями пользователя;
- *область навигации* расположена в левой части окна. В ней отображаются объединенные в группы объекты базы данных;
- *вкладки документов* – таблицы, запросы, формы, отчеты и макросы отображаются на вкладках в рабочем пространстве окна Access – окне документов;
- *строка состояния* – полоса в нижней части окна программы, в которой отображаются сведения о состоянии объекта и располагаются кнопки, позволяющие изменить режим его представления;
- *мини-панель инструментов* – прозрачный элемент, подключенный к объекту, который появляется над выбранным текстом и позволяет легко отформатировать его;
- *панель сообщений* – это единственное средство вывода всех предупреждений системы безопасности. Отображается, когда в открываемой базе данных имеется любое потенциально опасное выполняемое содержимое.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1
Создание таблиц базы данных «Реализация товаров»

Создать базу данных для учета реализации товаров со складов. Организовать хранение информации в создаваемой базе данных с помощью четырех таблиц: «Товары», «Фирмы», «Склады» и «Продажи».

Этапы проектирования базы данных:

1. Исследование предметной области и формулировка основных допущений (накладываемых условий). На этом этапе составляется список всех форм и отчетов, которые могут быть затребованы пользователями вашей БД.
2. Анализ данных. Составить перечень всех элементов данных, входящих в формы и отчеты, и сгруппировать их в таблицы БД.
3. Установить, какие взаимосвязи существуют между элементами данных. Определить первичные и вторичные (внешние) ключи отношений. Организовать поля данных в таблицах.

Создать базу данных «Реализация товаров», при условии, что на одном складе может храниться только один вид товара.

Создание файла базы данных Access

Для создания файла новой локальной базы данных щелкните в области создания базы данных стартового окна Access на элементе **Пустая база данных** (рис. 1.1). В открывшемся окне введите имя файла в поле **Имя файла** – например, ***Реализация товаров***.

Щелчком по кнопке **Создать,** завершите процесс создания пустого файла новой базы данных. В результате по умолчанию откроется окно созданной базы данных с пустой таблицей с именем **Таблица1** в режиме таблицы (рис. 1.2).



Рис. 1.1. Определение имени и местоположения файла новой базы данных

Так как создание таблиц будет происходить при помощи конструктора таблиц, поэтому закройте таблицу при помощи щелчка по значку «**Закрыть**».



Рис. 1.2. **Таблица1** в режиме таблицы

Задание 1. Создание таблицы базы данных «Реализация товаров»

Рассмотрим последовательность действий при создании таблиц. Для этого начнем создание таблицы «Товар» с определения её структуры в режиме конструктора таблиц. На вкладке ленты **Создание** в группе **Таблицы** выполним команду **Конструктор таблиц** (рис. 1.3).



Рис. 1.3. Лента с открытой вкладкой **Создание**

В окне конструктора **Таблица1** определим все поля таблицы «Товар». Для каждого поля таблицы «Товар» определим **Имя поля**, **Тип данных.**



Рис. 1.4. Таблица «Товары» в режиме «**Конструктор**»

Теперь определим первичный ключ таблицы. Выделим поле «**Код товара»**, щелкнув кнопкой мыши на области маркировки, слева от имени поля, и нажмем кнопку **Ключевое поле** на вкладке ленты **Конструктор** в группе **Сервис**. Признаком установки ключа является изображение ключа слева от имени поля  .

Сохраним созданную структуру таблицы и присвоим имя новой таблице – «Товар». Для этого выполним команду **Сохранить** на Панели быстрого доступа или на вкладке **ФАЙЛ**. В окне **Сохранение** введем имя таблицы.

При сохранении таблицы происходит обновление файла базы данных, в которую помещается созданная таблица. Таблица «Товар» появиться в списке объектов **Таблицы** в области навигации открытой базы данных «Реализация товаров».

После сохранения структуры таблицы переходите ко второму этапу создания таблицы – созданию записей. Для этого переключитесь в режим таблицы нажатием кнопки **Режим** на ленте конструктора или выбором нужного режима при открытии списка данной кнопки (рис. 1.5).



Рис. 1.5. Выбор режима представления таблицы

Как и в режиме конструктора, в режиме таблицы можно удалить столбец. При этом следует помнить, что удаляются все данные столбца, и отменить удаление невозможно. Удаление поля первичного ключа в режиме таблицы невозможно. Для этого необходимо использовать режим конструктора.

Открыть таблицу для ввода исходных данных. Установить курсор в первую строку таблицы и ввести исходные данные. Ввод данных в каждое поле таблицы завершать нажатием клавиши **Enter.** По окончании ввода данных при необходимости увеличить ширину полей. Записать таблицу «Товар» на диск.

Товары

Код товара	Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена
1	Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	319 463,00 ₽
2	Тахеометр	SP FOKUS 6W	1	7	357 487,00 ₽
3	Тахеометр	Soutn NTS-365 R	2	6	225 000,00 ₽
4	Тахеометр	Soutn NTS-362 R	2	5	240 000,00 ₽
5	Теодолит	3Т2КП	3	9	84 193,00 ₽
6	Теодолит	4Т15П	3	5	58 764,00 ₽
7	Теодолит	4Т30П	3	8	50 625,00 ₽
8	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	30 000,00 ₽
9	Нивелир	4Н -2КЛ	4	15	16 680,00 ₽
10	Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	12 500,00 ₽
(№)					

Рис. 1.6. Таблица «Товары» в режиме таблицы

Задание 2. Создание таблицы «Фирмы»

Для поля Телефон следует задать маску ввода: **(# # #) # # # - # # - # #**



Рис. 1.7. Таблица «Фирмы» в режиме «**Конструктор**»



Рис. 1.8. Таблица «Фирмы» в режиме таблицы

Задание 3. Создание таблицы «Склады»



Рис. 1.9. Таблица «**Склады**» в режиме «**Конструктор**»



Склады

Номер склада	Телефон	Адрес	Заведующий
1	(343)381-88-88	Екатеринбург, пер. Базовый, 7	Амелина И.В.
2	(343)379-51-62	В-Пышма, пер. Индустриальный, 1	Мясников Д.О.
3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажников, 18а	Куликова А.Н.
4	(343)310-22-22	Екатеринбург, Радищева, 4	Ромашенко К.Д.

Рис. 1.10. Таблица «**Склады**» в режиме «**Таблицы**»

Задание 4. Создание таблицы «Продажи»

1. Ввести в первой строке имя поля: **Дата продажи** и выбрать для него тип Дата/время.
2. Сформировать поле **Код фирмы** и выбрать для него числовой тип.
3. Указать в качестве источника данных для поля **Код фирмы** список кодов фирмы, внесенных в поле с таким же названием в таблицу «Фирмы», рис. 1.11.
4. Не переводя курсор со строки **Код фирмы**, щелкнуть мышью по закладке **Подстановка.**
5. Щелкнуть мышью по слову **Поле** в строке **Тип элемента управления**, а затем – по появившейся при этом кнопке **Раскрыть список**.
6. Выбрать щелчком мыши из раскрывшегося списка строку **Поле со списком**.
7. Щелкнуть мышью по незаполненному полю в строке **Источник строк**, а затем – по появившейся при этом кнопке **Раскрыть список**.
8. Щелчком мыши выбрать строку с названием таблицы «Фирмы».

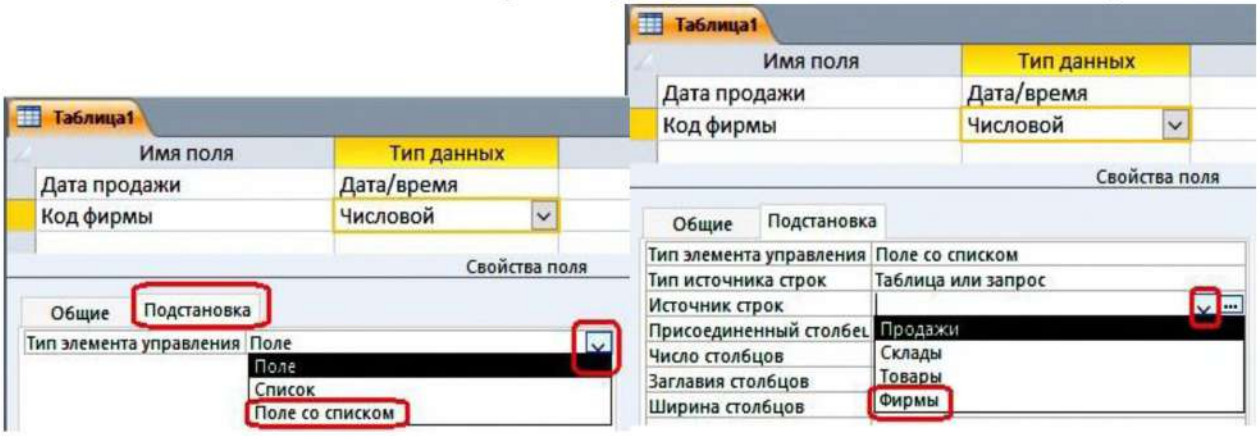


Рис. 1.11. Окно таблицы с подстановкой в режиме «**Конструктора**»



Рис. 1.12. Окно таблицы с выбором источника строк



Рис. 1.13. Окно таблицы «**Продажи**» в режиме «**Конструктора**»



Дата прода	Код фирмы	Код товара	Количество	Скидки
15.01.2018	4	10	10	5
19.01.2018	1	2	6	10
20.01.2018	3	5	8	5
25.01.2018	2	4	4	10
27.01.2018	1	1	4	15
30.01.2018	3	7	4	10
02.02.2018	2	3	5	5
05.02.2018	4	9	10	10
10.02.2018	3	8	9	10
15.02.2018	3	5	8	10

Рис. 1.14. Таблица «**Продажи**» в режиме «**Таблицы**»

Задание 5. Создание схемы данных

Создание схемы данных начинается с выполнения команды **Схема данных** в группе **Отношения** на вкладке ленты **Работа с базами данных**. В результате выполнения этой команды открывается окно схемы данных и диалоговое окно **Добавление таблицы**, в котором осуществляется выбор таблиц, включаемых в схему (рис. 1.15).



Рис. 1.15. Вкладка ленты **Работа с базами данных**

В окне **Добавление таблицы** отображаются все таблицы и запросы, содержащиеся в базе данных. Выберем вкладку **Таблицы** и с помощью кнопки **Добавить** разместим в окне **Схема данных** все ранее созданные таблицы базы данных «Реализация товаров». При создании связей в схеме данных используется проект структуры реляционной базы данных, в котором показаны все одно-многозначные связи таблиц. Реализуются связи с помощью добавления в связанные таблицы общих полей, называемых *ключом связи.*

На рис. 1.16 в созданной схеме данных БД «Реализация товаров» все связи отмечены символами **1** или ∞. Это свидетельствует о том, что одно-многозначные связи установлены правильно (по простому и составному ключу).

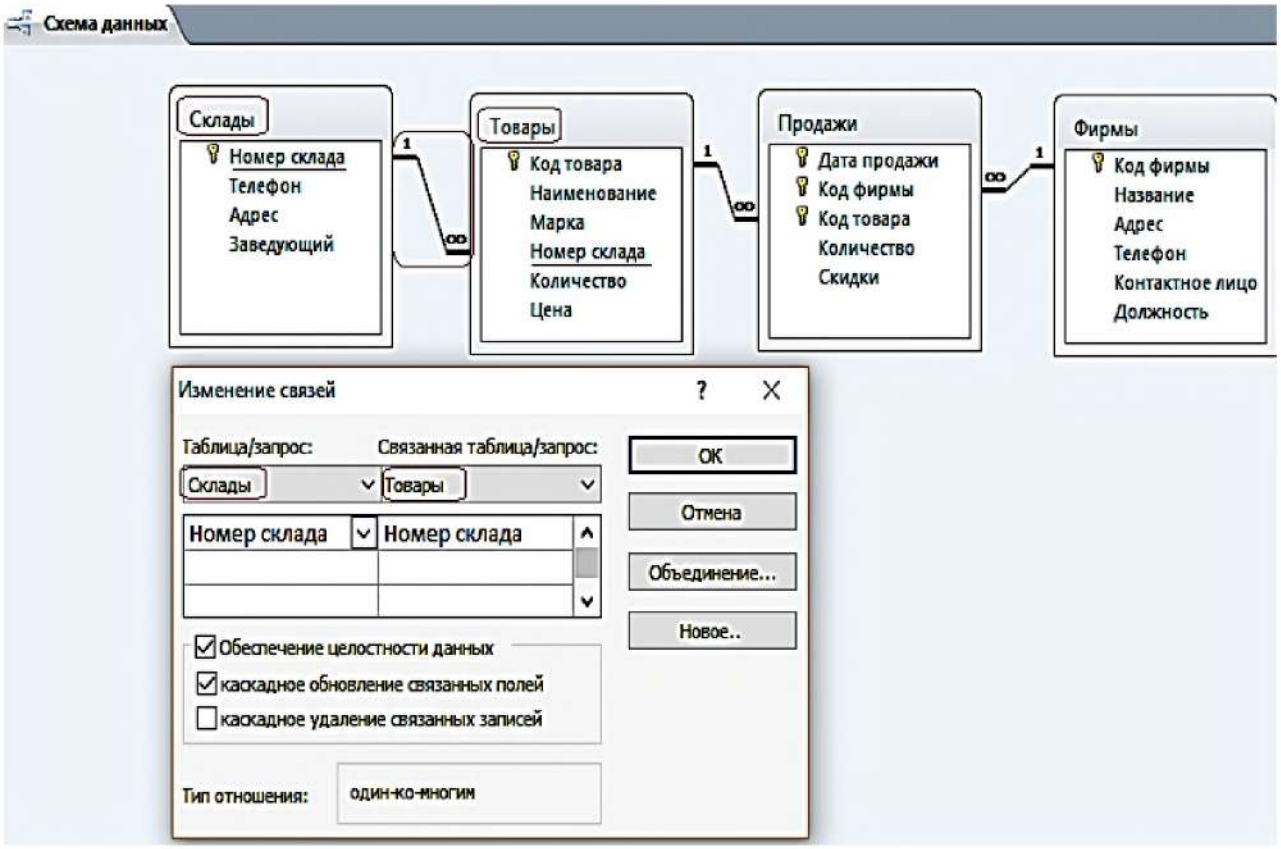


Рис. 1.16. Схема данных БД «**Реализация товаров**»

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

Работа с простыми запросами

Конструирование запросов на выборку с условием отбора

Задание 1. Выбрать товар по его наименованию

1. Для создания запроса в окне базы данных выберите вкладку ленты – **Создание** и в группе **Запросы** нажмите кнопку **Конструктор запросов**.

2. В окне **Добавление таблицы** выберите таблицу «Товар» и нажмите кнопку добавить. Выбранная таблица будет отображена в области схемы данных запроса. Закройте окно **Добавление таблицы**, нажав кнопку **Закрыть.** На ленте появляется и автоматически активизируется новая вкладка **Работа с запросами / Конструктор**, на которой цветом выделен тип создаваемого запроса – **Выборка.**

3. В окне конструктора (рис. 2.1) последовательно перетащите из списка полей таблицы «Товар» поля **Наименование, Марка и Цена** в столбцы бланка запроса в строку **Поле**. Для этого необходимо щелкнуть двойным щелчком на имени поля таблицы в схеме данных запроса.

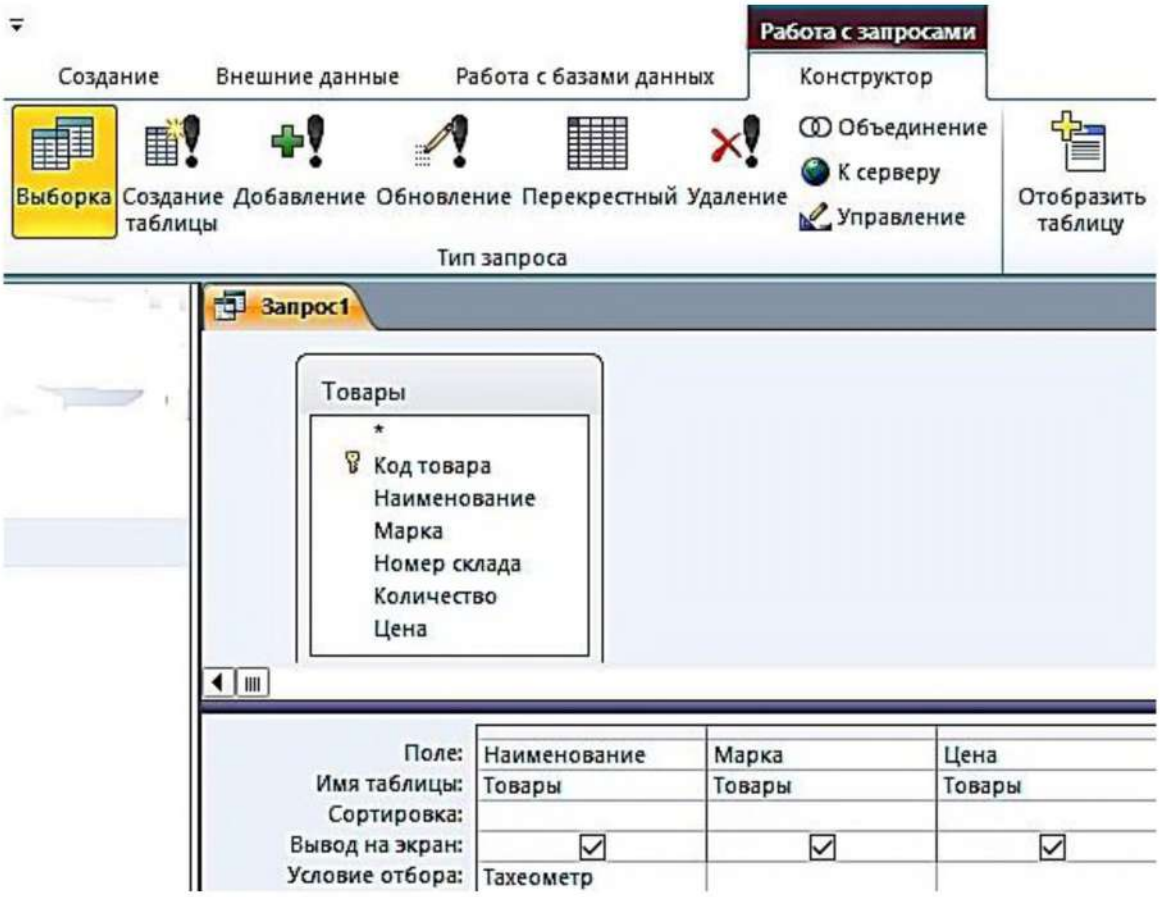


Рис. 2.1. Окно конструктора запроса на выборку

4. Запишите в строке **Условия отбора** наименование товара – Тахеометр. Используемое в выражении текстовое значение вводится в двойных кавычках, которые добавляются автоматически.

5. Выполните запрос, щелкнув по кнопке **Выполнить !** или на кнопке **Режим**  в группе **Результаты**. На экране откроется окно запроса в режиме таблицы с записью из таблицы «Товар», отвечающий заданным условиям (рис. 2.2). Дайте ему имя **2_По наименованию Тахеометр**.

1_По наименованию Тахеометр

Наименование	Марка	Цена
Тахеометр	SP FOKUS 6	319 463,00 ₽
Тахеометр	SP FOKUS 6W	357 487,00 ₽
Тахеометр	Soutn NTS-365 R	225 000,00 ₽
Тахеометр	Soutn NTS-362 R	240 000,00 ₽

Рис. 2.2. Просмотр запроса в режиме «**Таблицы**»

Задание 2. Выбрать товары, цена которых менее 100 000 руб. и более 20 000 руб., и количество больше или равно 9

1. Создайте новый запрос в режиме конструктора, добавьте таблицу «Товар». В окне конструктора последовательно перетащите из списка полей таблицы «Товар» в бланк запроса поля (рис. 2.3).



Рис. 2.3. Окно конструктора запроса на выборку с логическими операциями в условии отбора

2. Запишите **Условия отбора**, как показано в бланке запроса. Между условиями, записанными в одной строке, выполняется логическая операция AND. Между условиями, записанными в разных строках, выполняется логическая операция OR.

3. Выполните запрос. Дайте ему имя **2_Цена_количество** (рис. 2.4).

2_Цена_количество

Наименование	Количество	Цена
Теодолит	9	84 193,00 ₽
Теодолит	5	58 764,00 ₽
Теодолит	8	50 625,00 ₽
Теодолит	10	30 000,00 ₽
Нивелир	15	16 680,00 ₽
Нивелир	18	12 500,00 ₽

Рис. 2.4. Просмотр запроса в режиме «**Таблицы**»

Задание 3. Выбрать скидки, равные 10, за заданный период (после 25 января 2018 г.) (рис. 2.5, 2.6)

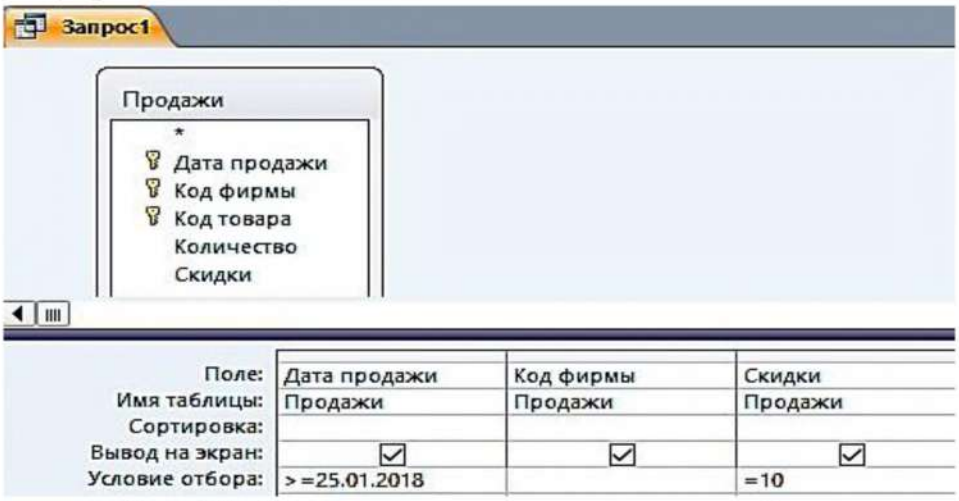


Рис. 2.5. Окно конструктора запроса на выборку
с логическими операциями в условии отбора

3_Дата_скидка

Дата прода	Код фирмы	Скидки
25.01.2018	2	10
30.01.2018	3	10
05.02.2018	4	10
10.02.2018	3	10
15.02.2018	3	10

Рис. 2.6. Просмотр запроса в режиме «**Таблицы**»

Вычисляемые поля в запросах

В запросе, как и в таблице, для каждой записи могут производиться вычисления с числовыми, строковыми значениями или со значениями дат с использованием данных из одного или нескольких полей. Результат вычисления образует в таблице запроса новое вычисляемое поле (рис. 2.7).

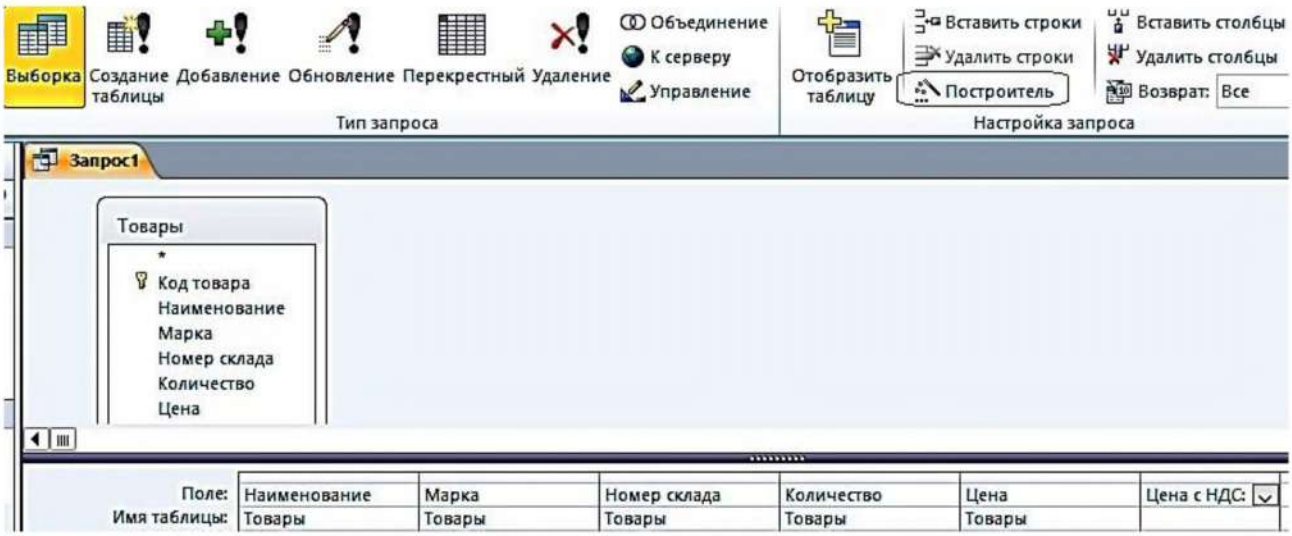


Рис. 2.7. Запрос с вычисляемым полем

Задание 4. В таблице «Товар» вычислить Цену с НДС, при ставке НДС 35 %

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблицы «Товары». Перетащите в бланк запроса поля **Наименование, Марка, Номер склада, Количество, Цена** (рис. 2.8).

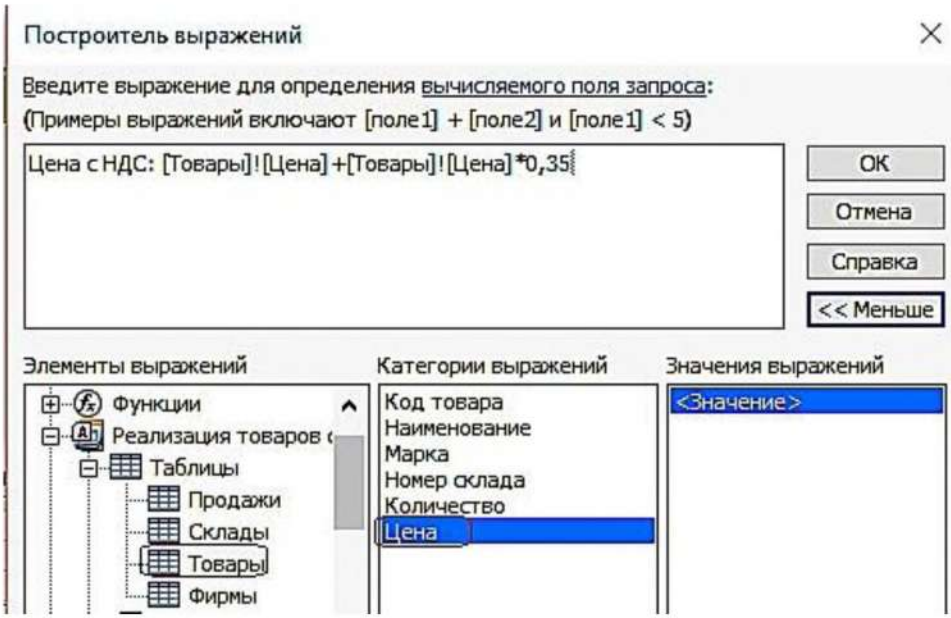


Рис. 2.8. Построитель выражений

2. Для подсчета цены с учетом НДС создайте после поля Цена вычисляемое поле **Цена с НДС** (с правой стороны) при помощи построителя.

3. Вызовите построитель выражений, нажав кнопку **Построитель** в группе **Настройка запроса** ленты «**Конструктор**». Курсор мыши должен быть установлен предварительно в ячейке ввода выражения.

4. В левой верхней части окна **Построитель выражений** (см. рис. 2.8) выберите свою базу данных «Реализация товаров со складов», далее выберите таблицу «**Товары**», на которой построен запрос. Справа отобразится список её полей. Последовательно выбирайте нужные поля и операторы, двойным щелчком вставляя в выражение. Выражение сформируется в верхней части окна. Обратите внимание – построитель перед именем поля указал имя таблицы, которой оно принадлежит, и отделил его от имени поля восклицательным знаком.

5. Слово «Выражение» удаляйте, иначе оно выдает, синтаксическую ошибку.

Полученный запрос «**4_Цена с НДС**» в режиме «**Таблицы**» изображен на рис. 2.9.

4_Цена с НДС

Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена	Цена с НДС
Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	319 463,00 ₽	431 275,05 ₽
Тахеометр	SP FOKUS 6W	1	7	357 487,00 ₽	482 607,45 ₽
Тахеометр	Soutn NTS-365 R	2	6	225 000,00 ₽	303 750,00 ₽
Тахеометр	Soutn NTS-362 R	2	5	240 000,00 ₽	324 000,00 ₽
Теодолит	3Т2КП	3	9	84 193,00 ₽	113 660,55 ₽
Теодолит	4Т15П	3	5	58 764,00 ₽	79 331,40 ₽
Теодолит	4Т30П	3	8	50 625,00 ₽	68 343,75 ₽
Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	30 000,00 ₽	40 500,00 ₽
Нивелир	4Н -2КЛ	4	15	16 680,00 ₽	22 518,00 ₽
Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	12 500,00 ₽	16 875,00 ₽

Рис. 2.9. Просмотр запроса «**4_Цена с НДС**» в режиме «**Таблицы**»

Задание 5. В вычисляемых полях и условиях отбора можно использовать встроенные функции. Необходимо выбрать количество продаж, в заданном месяце

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку по таблице «Продажи».

2. Создайте вычисляемое поле **Заданный месяц** (в правой) пустой ячейке строки, записав туда одно из выражений: а Format([Продажи]![Дата продажи];"mmmm") – эта функция возвратит полное название месяца;

b или Format([Продажи]![Дата продажи];"mm") – эта функция возвратит номер месяца;

3. Для отбора продаж в заданном месяце, в вычисляемом поле в строку **Условие отбора** введите название месяца, например, – Январь, или номер месяца, например, 1, в соответствии с параметром в функции Format (рис. 2.10, 2.11).



Рис. 2.10. Запрос с функцией выделения из даты полного названия месяца в вычисляемом поле

5_Заданный месяц

Дата продажи	Код фирмы	Код товара	Количество	Заданный месяц
15.01.2018	4	10	10	Январь
19.01.2018	1	2	6	Январь
20.01.2018	3	5	8	Январь
25.01.2018	2	4	4	Январь
27.01.2018	1	1	4	Январь
30.01.2018	3	7	4	Январь

Рис. 2.11. Просмотр запроса «**5_Заданный месяц**» в режиме «**Таблицы**»

Параметры в запросах

При решении практических задач удобнее вводить выражение в условие отбора в процессе выполнения запроса в диалоге с пользователем, не переходя в режим конструктора. Обеспечить такой диалог можно с помощью *параметра запроса*. Имя параметра запроса задается в строке **Условие отбора** в квадратных скобках. При выполнении запроса это имя появиться в диалоговом окне **Введите значение параметра.**

Задание 6. Скопируйте запрос «5_Заданный месяц» и переименуйте его в «6_Параметрический запрос»

1. Замените в условии отбора рассмотренного запроса название месяца Январь на имя параметра – [Название месяца].

2. Выполните запрос. Открывшееся диалоговое окно (рис. 2.12) позволит ввести значение параметра запроса – **Название месяца**.

3. Введите Январь и получите результат.

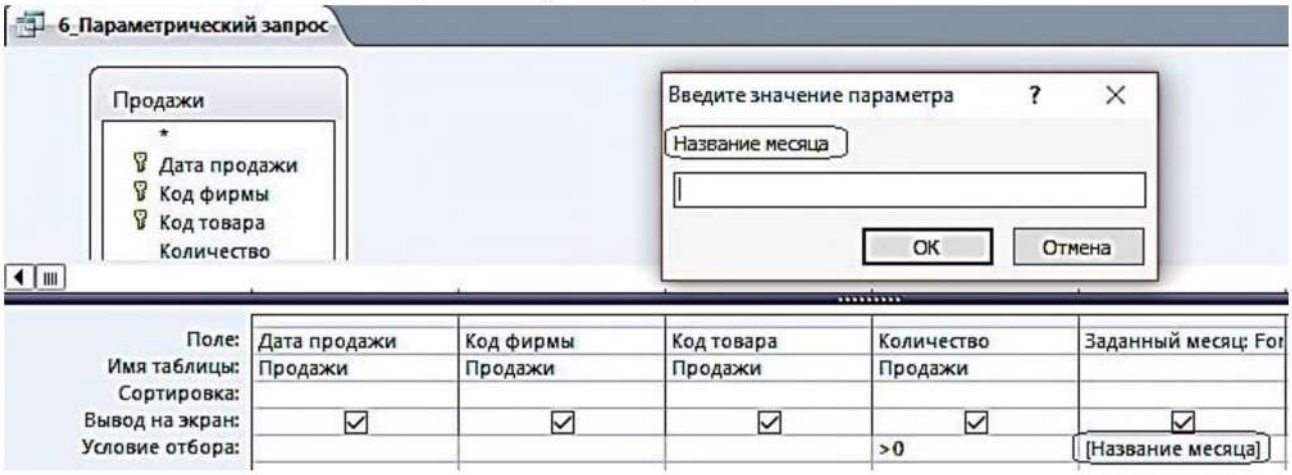


Рис. 2.12. Диалоговое окно ввода значения параметра

Параметры запроса могут быть использованы не только в выражениях условий отбора, но и для ввода значений операндов в вычисляемых полях.

Задание 7. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблицы «Товар»

Перетащите в бланк запроса поля Наименование и Цена. Для увеличения цены на заданный процент в вычисляемое поле запишите выражение с параметром запроса [На сколько процентов увеличить?]/100 (рис. 2.13).

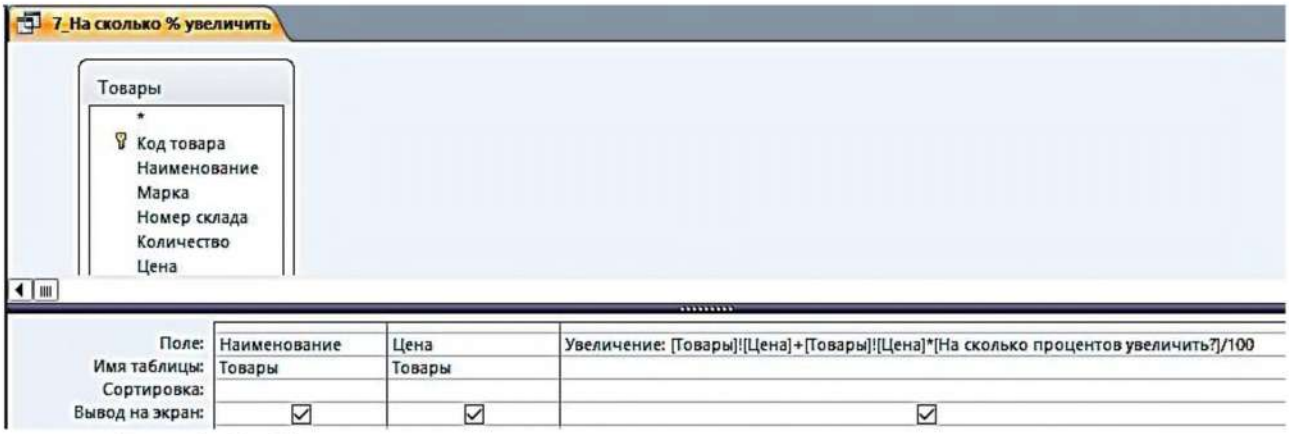


Рис. 2.13. Использование параметра в выражении вычисляемого поля

Задание 8. Скопируйте запрос «**7_На сколько % увеличить**» и переименуйте его в «**8_Проценты**» (рис. 2.14)

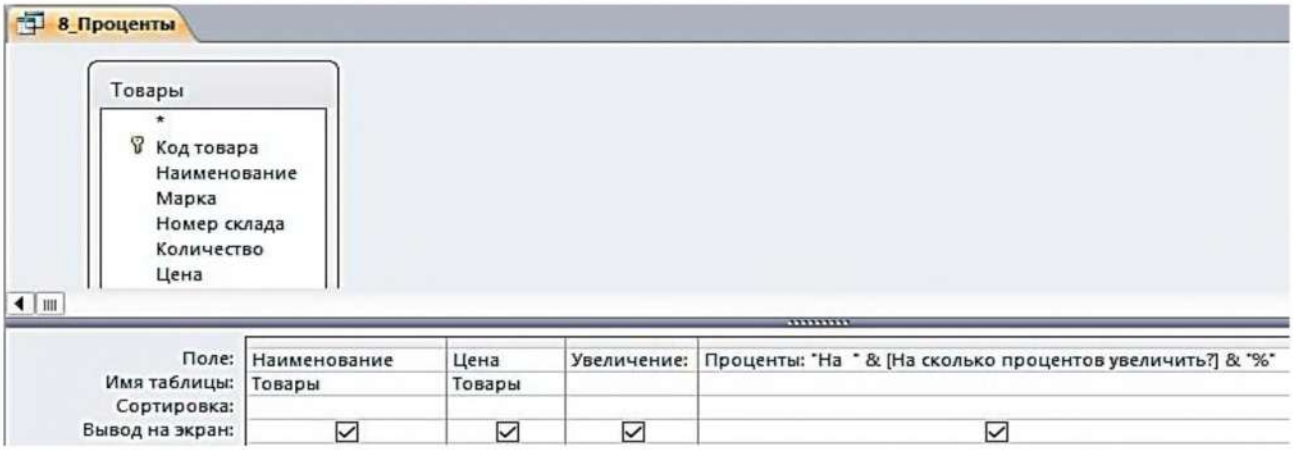


Рис. 2.14. Использование параметра в выражении вычисляемого поля «**Проценты**»

После выполнения предыдущего запроса в таблице отображается результат вычисления с использованием введенного значения параметра. Однако значение параметра при этом не выводится. Для отображения в таблице запроса введенного значения параметра дополните запрос ещё одним вычисляемым полем, в котором запишите выражение:

Проценты: "На " & [На сколько процентов увеличить?] & "%".

Теперь в таблице запроса появится поле «**Проценты»**, в котором будет записано, например, при вводе 35 – **На 35 %** (рис. 2.15).

8_Проценты

Наименование	Цена	Увеличение	Проценты
Тахеометр	319 463,00 ₽	431 275,05 ₽	На 35%
Тахеометр	357 487,00 ₽	482 607,45 ₽	На 35%
Тахеометр	225 000,00 ₽	303 750,00 ₽	На 35%
Тахеометр	240 000,00 ₽	324 000,00 ₽	На 35%
Теодолит	84 193,00 ₽	113 660,55 ₽	На 35%
Теодолит	58 764,00 ₽	79 331,40 ₽	На 35%
Теодолит	50 625,00 ₽	68 343,75 ₽	На 35%
Теодолит	30 000,00 ₽	40 500,00 ₽	На 35%
Нивелир	16 680,00 ₽	22 518,00 ₽	На 35%
Нивелир	12 500,00 ₽	16 875,00 ₽	На 35%

Рис. 2.15. Просмотр запроса «**8_Проценты**» в режиме «**Таблицы**»

Групповые операции в запросах

Групповые операции позволяют выделить группы записей с одинаковыми значениями в указанных полях и вычислить итоговые данные для каждой из групп по др. полям, используя одну из статистических функций. Статистические функции применимы к полям с типом данных **Числовой, Денежный, Дата и время**.

Задание 9. Запрос с функцией **Sum**

Определите суммарное количество и цену каждого из товаров.

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку из таблицы «**Товары**».

2. Из списка таблицы перетащите в бланк запроса поле «**Наименование**». По этому полю будет производиться группировка записей таблицы.

3. Перетащите в бланк запроса поля «**Количество**» и «**Цена**», по которым будет подсчитываться суммарное количество каждого из товаров.

4. Выполните команду **Итоги** из группы **Показать или Скрыть**. В бланке запроса появится новая строка **Групповая операция** со значением **Группировка** во всех полях запроса.

5. В столбцах «**Количество**» и «**Цена**» замените слово **Группировка** на функцию **Sum**. Для этого вызовите раскрывающийся список и выберите эту функцию (рис. 2.16).

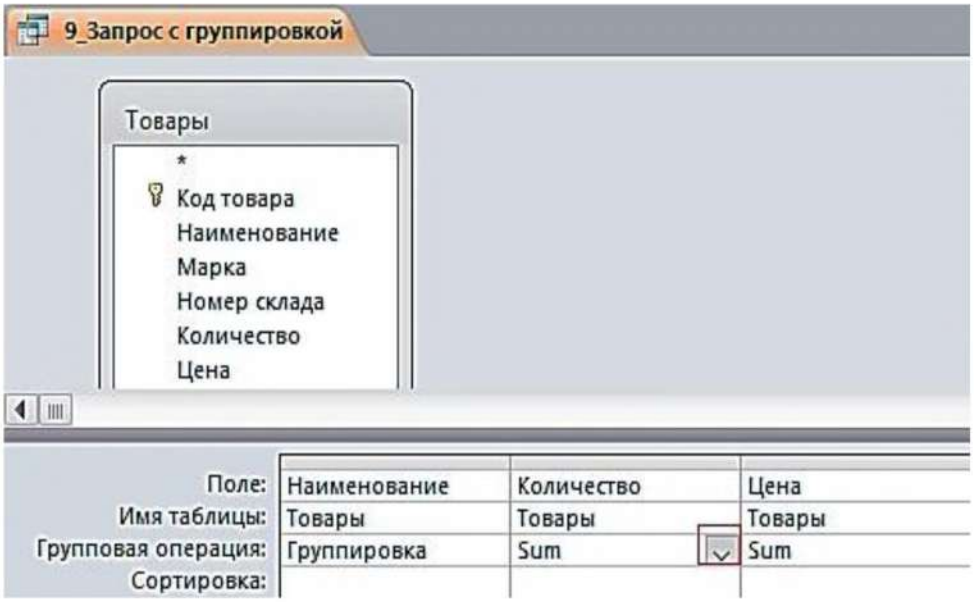
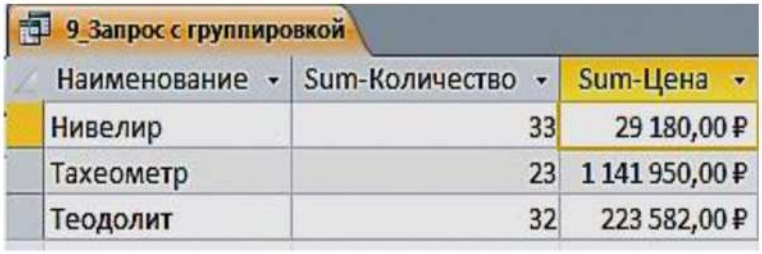


Рис. 2.16. Запрос с группировкой по коду товара и суммированием количества и цены в группе

6. Для отображения результата запроса (рис. 2.17) щелкните по кнопке **Выполнить** в группе **Результаты**.



9_Запрос с группировкой

Наименование	Sum-Количество	Sum-Цена
Нивелир	33	29 180,00 ₽
Тахеометр	23	1 141 950,00 ₽
Теодолит	32	223 582,00 ₽

Рис. 2.17. Результат подсчета суммарного количества и цены

Задание 10. Запрос с функцией **Count**

Определите, сколько раз продавался товар по коду фирмы.

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку из таблицы «Продажи».

2. Из списка таблицы перетащите в бланк запроса поле «**Код фирмы**». По этому полю будет производиться группировка записей таблицы.

3. Перетащите в бланк запроса поле «**Количество**», по которому будет происходить подсчет числа товаров с одинаковыми номерами фирм.

4. Выполните команду **Итоги** из группы **Показать или Скрыть**. В бланке запроса появится новая строка **Групповая операция** со значением **Группировка** во всех полях запроса.

5. В столбце «**Количество**» замените слово **Группировка** на функцию Count. Для этого вызовите раскрывающийся список и выберите эту функцию
(рис. 2.18).

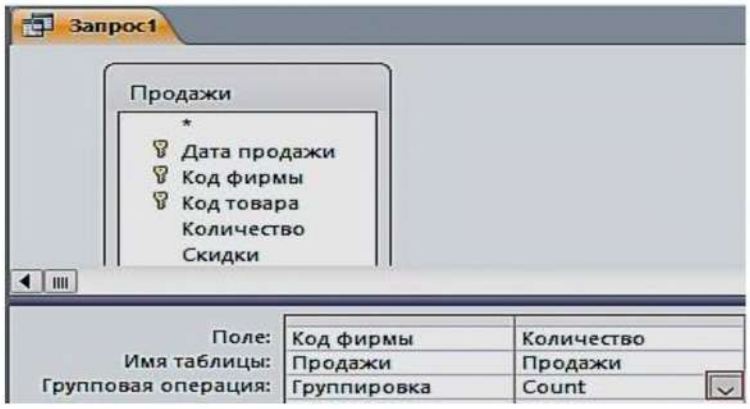


Рис. 2.18. Запрос для подсчета количества товара по коду фирмы

6. Сохраните запрос под именем «**10_Число продаж по коду фирмы**». Результат запроса показан на рис. 2.19.

10_Число продаж по коду фирмы

Код фирмы	Count-Количество
1	2
2	2
3	4
4	2

Рис. 2.19. Результат подсчета количества товара по коду фирмы

Задание 11. Запрос с отображением строки итогов по столбцу

Строка итогов используется для быстрого расчета и отображения в столбце таблицы или запроса в режиме таблицы таких значений, как итоговая сумма, среднее, минимальное и максимальное, количество значений.

1. Для добавления строки итогов в таблицу запроса откройте запрос «**1_По наименованию тахеометр»** в режиме таблицы. На вкладке ленты **Главная** в группе **Записи** выполните команду **Итоги**. В таблице отобразится строка **Итог**.

2. В строке **Итог** нажмите кнопку раскрывающегося списка в столбце «**Цена**», для которого требуется выполнить расчет, и выберите в списке **Сумма** (рис. 2.20).



Рис. 2.20. Результат отображения строки итогов с расчетом суммы по столбцу

3. Для того, чтобы скрыть строку итогов, повторно выполните команду **Итоги**.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3
Работа с многотабличными запросами

Многотабличный запрос позволяет сформировать записи результата путем объединения взаимосвязанных записей из таблиц базы данных и выбора из них нужных полей и записей. Многотабличный запрос часто осуществляет объединение данных, которые на этапе проектирования были разделены на множество таблиц, отвечающих требованиям нормализации.

При конструировании многотабличного запроса важнейшим условием является правильное представление о том, как идет объединение записей таблиц при формировании результата.

Рассмотрим технологию конструирования многотабличного запроса на выборку для расчета разности количества товаров и количества проданных товаров.

Задание 1. Запрос с вычисляемым полем «**Остаток**»

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблиц «**Товары**» и «**Продажи**». Перетащите в бланк запроса из таблицы «**Товары**» поля «**Наименование**», «**Марка**», «**Количество»**, и из таблицы «**Продажи**» поле «**Количество**».

2. Для подсчета разности количества товаров создайте после поля «**Количество**», вычисляемое поле «**Остаток**» (с правой стороны), при помощи построителя (рис. 3.1).

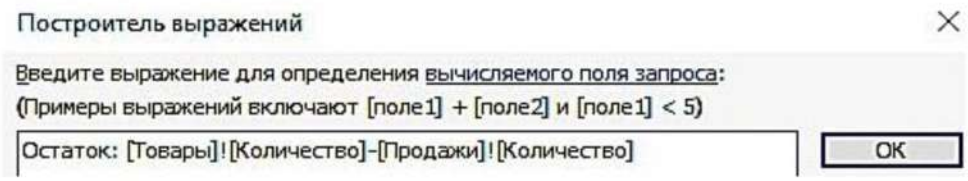


Рис. 3.1. Построитель выражений

3. Вызовите построитель выражений, нажав кнопку **Построитель** в группе **Настройка запроса** ленты «**Конструктор**». Курсор мыши должен быть установлен предварительно в ячейке ввода выражения (рис. 3.2).

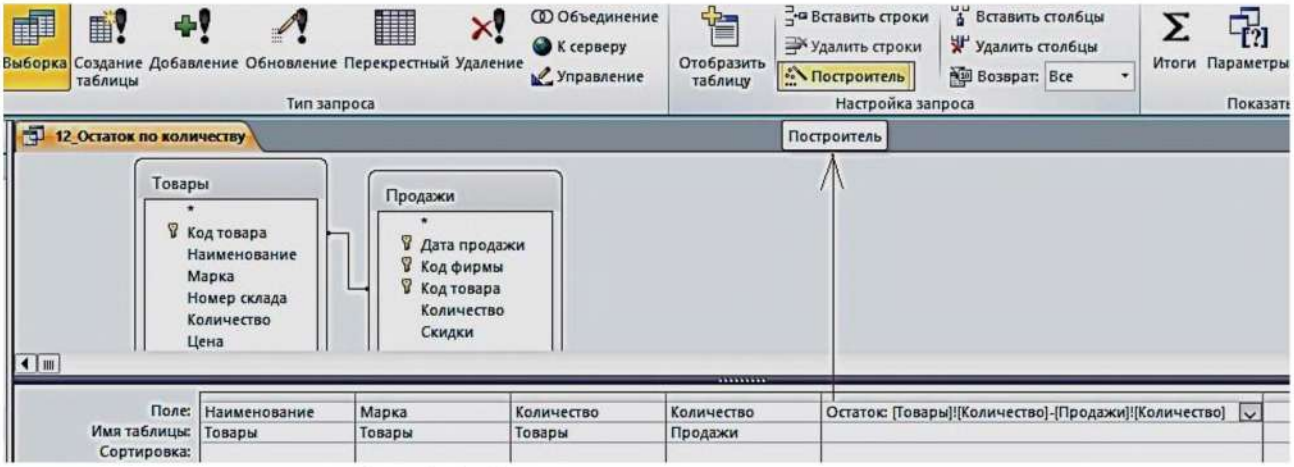


Рис. 3.2. Запрос с вычисляемым полем

4. В левой части окна **Построитель выражений** выберите свою базу данных «**Реализация товаров со складов**», далее выберите таблицу «**Товары**». Справа отобразится список её полей. Выберите поле «**Количество**» и знак минус, двойным щелчком вставляя в выражение. Снова выберите таблицу «**Продажи**» и поле «**Количество**» (рис. 3.3).

12_Остаток по количеству

Наименование	Марка	Товары.Количество	Продажи.Количество	Остаток
Тахеометр	SP FOKUS 6	5	4	1
Тахеометр	SP FOKUS 6W	7	6	1
Тахеометр	Soutn NTS-365 R	6	5	1
Тахеометр	Soutn NTS-362 R	5	4	1
Теодолит	3Т2КП	9	8	1
Теодолит	3Т2КП	9	8	1
Теодолит	4Т30П	8	4	4
Теодолит	VEGA TEO 5	10	9	1
Нивелир	4Н -2КЛ	15	10	5
Нивелир	4Н-3КЛ	18	10	8

Рис. 3.3 Результат запроса «**Остаток по количеству**»

5. Слово «Выражение» удаляйте, оно выдает, синтаксическую ошибку.

Задание 2. Формирование запроса об увеличении цены на 15 % в феврале месяце

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблиц «**Товары**» и «**Продажи**». Перетащите в бланк запроса из таблицы «**Продажи**» поле «**Дата продажи**», а из таблицы «**Товары**» поля «**Наименование**», «**Марка**», «**Номер склада**», «**Количество**», «**Цена**».

2. Создайте новое поле «**Новая цена**». Для этого создайте после поля Цена, вычисляемое поле «**Новая Цена**» (с правой стороны) при помощи построителя.

3. Вызовите построитель выражений, нажав кнопку **Построитель** в группе **Настройка запроса** ленты «**Конструктор**». Курсор мыши должен быть установлен предварительно в ячейке ввода выражения. В окне «**Построитель выражений**» выбрать «**Элементы выражений**», в нем найти название своей базы данных, затем Таблицы «**Товары**» и в поле «**Категории выражений**» выбрать «**Цена**», а с клавиатуры набрать «*1,05».

4. В поле «**Дата продажи**» введите условие отбора >=01.02.2018 (рис. 3.4).

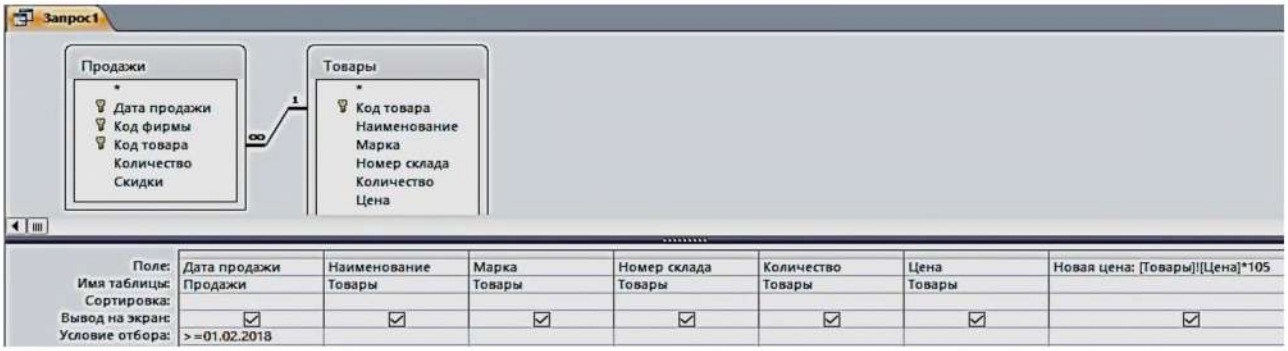


Рис. 3.4. Запрос «**Новая цена**» в режиме конструктора

5. Сохранить запрос с именем «**Новая цена**» (рис. 3.5).

13_Цена в феврале

Дата прода	Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена	Новая цена
02.02.2018	Тахеометр	Soutn NTS-365 R	2	6	225 000,00 ₽	23 625 000,00 ₽
15.02.2018	Теодолит	3Т2КП	3	9	84 193,00 ₽	8 840 265,00 ₽
10.02.2018	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	30 000,00 ₽	3 150 000,00 ₽
05.02.2018	Нивелир	4Н -2КЛ	4	15	16 680,00 ₽	1 751 400,00 ₽

Рис. 3.5. Результат запроса «**Новая цена**»

Задание 3. Создание запроса о товарах на складе в г. Екатеринбурге (рис. 3.6, 3.7)

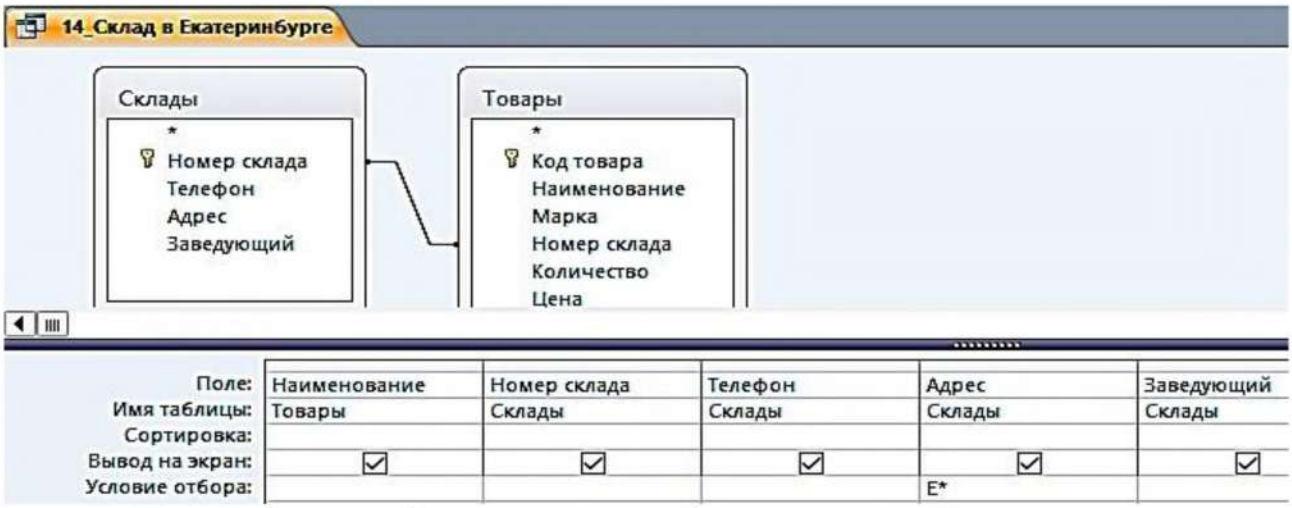


Рис. 3.6. Запрос «**Склад в Екатеринбурге**» в режиме Конструктора

14_Склад в Екатеринбурге

Наименование	Номер склада	Телефон	Адрес	Заведующий
Тахеометр	1	(343)381-88-88	Екатеринбург, пер. Базовый, 7	Амелина И.В.
Тахеометр	1	(343)381-88-88	Екатеринбург, пер. Базовый, 7	Амелина И.В.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажников, 18а	Куликова А.Н.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажников, 18а	Куликова А.Н.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажников, 18а	Куликова А.Н.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажников, 18а	Куликова А.Н.
Нивелир	4	(343)310-22-22	Екатеринбург, Радищева, 4	Ромашенко К.Д.
Нивелир	4	(343)310-22-22	Екатеринбург, Радищева, 4	Ромашенко К.Д.

Рис. 3.7. Результат запроса «**Склад в Екатеринбурге**»

Задание 4. Создание запроса о товарах в феврале, с вычисляемым полем «**Сумма**» и отображения строки итогов с расчетом суммы по этому столбцу (рис. 3.8, 3.9)

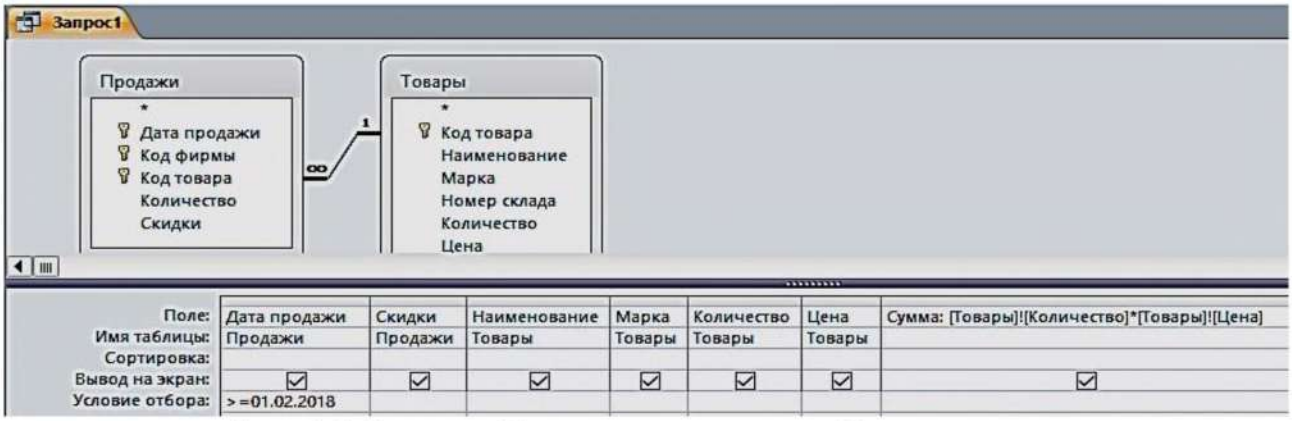


Рис. 3.8. Запрос «**Стоимость**» в режиме Конструктора

15_Стоимость

Дата прода	Скидки	Наименование	Марка	Количество	Цена	Сумма
02.02.2018	5	Тахеометр	Soutn NTS-365 R	6	225 000,00 ₽	1 350 000,00 ₽
15.02.2018	10	Теодолит	3Т2КП	9	84 193,00 ₽	757 737,00 ₽
10.02.2018	10	Теодолит	VEGA TEO 5	10	30 000,00 ₽	300 000,00 ₽
05.02.2018	10	Нивелир	4Н -2КЛ	15	16 680,00 ₽	250 200,00 ₽
Итог						2 657 937,00 ₽

Нет
Сумма

Рис. 3.9. Результат запроса «**Стоимость**» и итог с расчетом суммы по столбцу

Задание 5. Создание запроса из четырех таблиц (рис. 3.10, рис. 3.11)

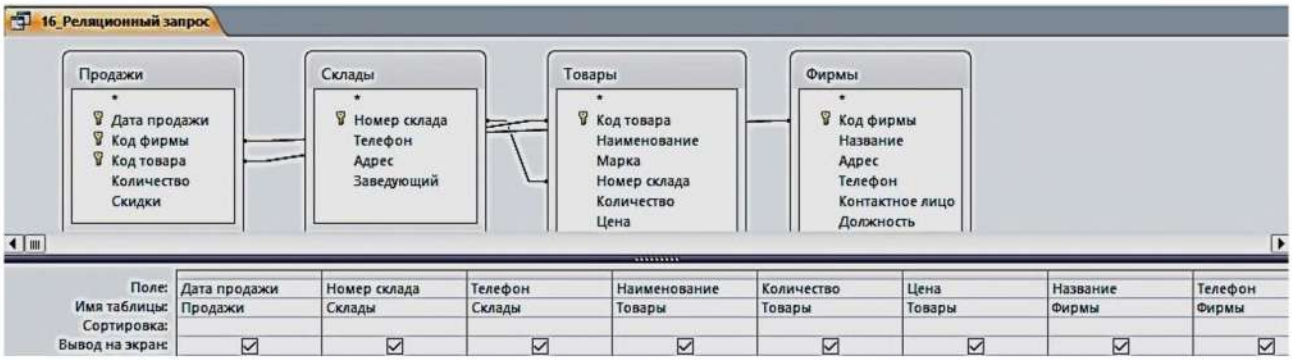


Рис. 3.10. Реляционный запрос в режиме Конструктора

16_Реляционный запрос

Дата продажи	Номер склада	Склады.Телефон	Наименование	Количество	Цена	Название	Фирмы.Телефон
15.01.2018	4	(343)310-22-22	Нивелир	18	12 500,00 ₽	ГеоСтройПрибор	(473)271-21-44
19.01.2018	1	(343)381-88-88	Тахеометр	7	357 487,00 ₽	ООО "Геомар Недра"	(495)618-05-10
20.01.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	9	84 193,00 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
25.01.2018	2	(343)379-51-62	Тахеометр	5	240 000,00 ₽	ООО "Навгеоком"	(343)253-53-55
27.01.2018	1	(343)381-88-88	Тахеометр	5	319 463,00 ₽	ООО "Геомар Недра"	(495)618-05-10
30.01.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	8	50 625,00 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
02.02.2018	2	(343)379-51-62	Тахеометр	6	225 000,00 ₽	ООО "Навгеоком"	(343)253-53-55
05.02.2018	4	(343)310-22-22	Нивелир	15	16 680,00 ₽	ГеоСтройПрибор	(473)271-21-44
10.02.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	10	30 000,00 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
15.02.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	9	84 193,00 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45

Рис. 3.11. Результат сложного запроса

Запросы на изменение

К запросам на изменение относятся запросы на обновление данных в записях таблицы базы, на добавление и удаление записей из таблицы, а также запросы на создание таблицы из записей, сформированных в нем.

Задание 6. Создать запрос на обновление таблицы «Товары». Увеличьте цену товара на 20 %:

1. Создайте запрос на выборку, путем отбора соответствующих полей. Присвойте ему имя «**17_Обновление**».

2. Откройте этот запрос в режиме Конструктора. Выполните команду **Запрос – Обновление** – Введите в строке «**Обновление**» выражение для новых значений [Цена]*1,2 (рис. 3.12). Закройте запрос. У запроса изменится вид значка. Проверьте правильность его выполнения (рис. 3.13).

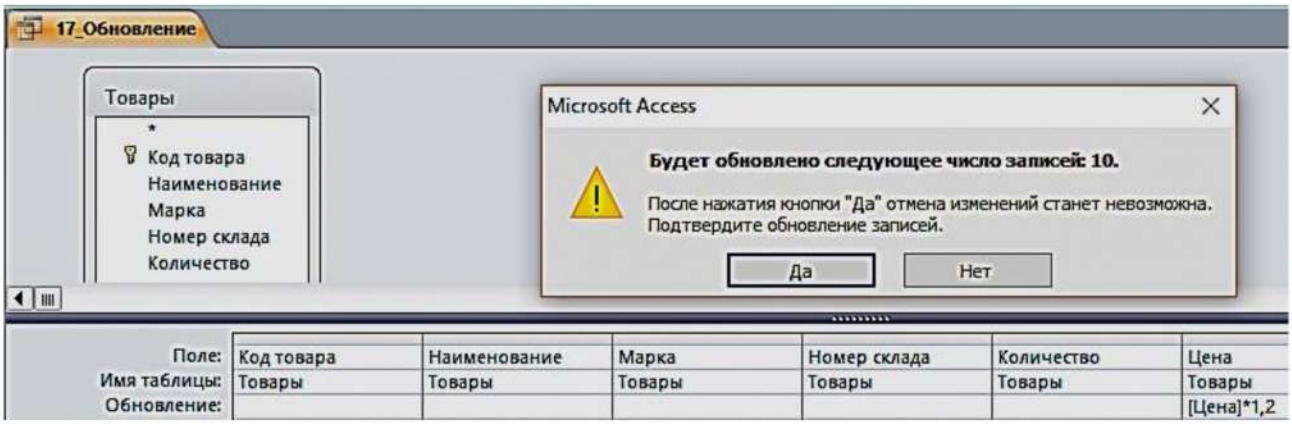


Рис. 3.12. Запрос на обновление в режиме Конструктора

Рис. 3.13. С правой стороны результат обновления таблицы

Цена
319 463,00 ₽
357 487,00 ₽
225 000,00 ₽
240 000,00 ₽
84 193,00 ₽
58 764,00 ₽
50 625,00 ₽
30 000,00 ₽
16 680,00 ₽
12 500,00 ₽

17_Обновление

Цена
383 355,60 ₽
428 984,40 ₽
270 000,00 ₽
288 000,00 ₽
101 031,60 ₽
70 516,80 ₽
60 750,00 ₽
36 000,00 ₽
20 016,00 ₽
15 000,00 ₽

Задание 6. Создать запрос на создание новой таблицы «18_Создание таблицы»:

1. Создайте запрос на выборку по всем таблицам путем отбора нужных полей. Присвойте ему имя и проверьте правильность его выполнения.

2. В области навигации выделите названный запрос и с помощью команды контекстного меню откройте его в режиме Конструктора.

3. Преобразуйте этот запрос на выборку в запрос на создание таблицы, выполнив команду **Создание таблицы** в группе **Тип запроса** на

вкладке Конструктора, или выбрав команду контекстного меню запроса **Тип запроса – Создание таблицы.**

4. В окне **Создание таблицы** введите имя создаваемой таблицы «Объединенная» (рис. 3.14).

5. Для того чтобы просмотреть, какие записи будут помещены в новую таблицу, щелкните по кнопке **Режим** на ленте Конструктора запросов в группе **Результаты**.

6. Выполните запрос. Откроется окно сообщений с запрашиваемым разрешением (рис. 3.15). Подтвердите согласие на создание новой таблицы. После этого таблицу можно увидеть в списке таблиц области навигации (рис. 3.16).

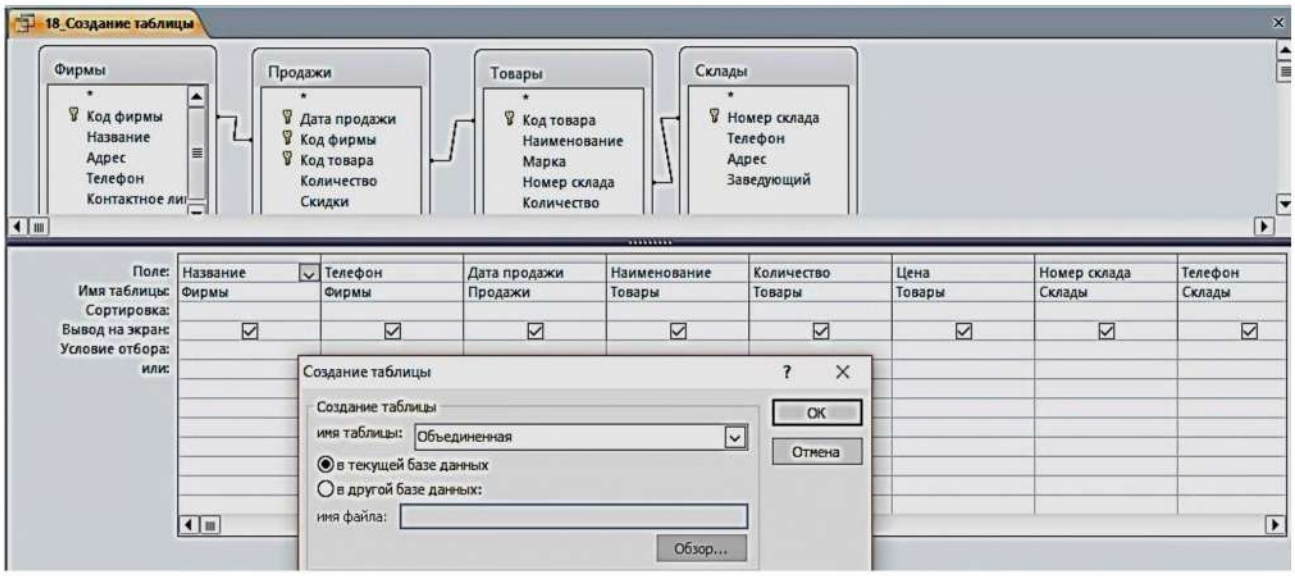


Рис. 3.14. Определение имени таблицы, создаваемой в запросе

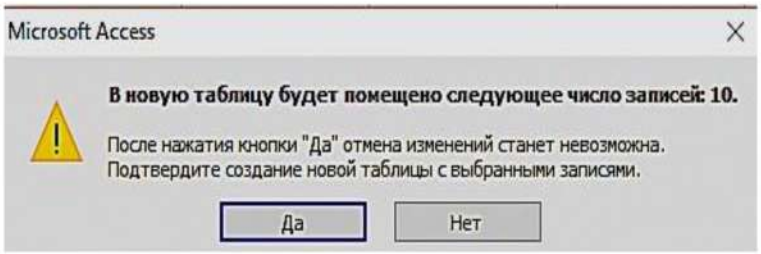


Рис. 3.15. Окно сообщений

Объединенная

Название	Фирмы_Телефон	Дата продажи	Наименование	Количество	Цена	Номер склада	Склады_Телефон
ООО "Геомар Недра"	4956180510	19.01.2018	Тахеометр	7	428 984,40 ₽	1	3433818888
ООО "Геомар Недра"	4956180510	27.01.2018	Тахеометр	5	383 355,60 ₽	1	3433818888
ООО "Навгеоком"	3432535355	25.01.2018	Тахеометр	5	288 000,00 ₽	2	3433795162
ООО "Навгеоком"	3432535355	02.02.2018	Тахеометр	6	270 000,00 ₽	2	3433795162
ООО "А-ГЕО"	9040957045	20.01.2018	Теодолит	9	101 031,60 ₽	3	3432751822
ООО "А-ГЕО"	9040957045	30.01.2018	Теодолит	8	60 750,00 ₽	3	3432751822
ООО "А-ГЕО"	9040957045	10.02.2018	Теодолит	10	36 000,00 ₽	3	3432751822
ООО "А-ГЕО"	9040957045	15.02.2018	Теодолит	9	101 031,60 ₽	3	3432751822
ГеоСтройПрибор	4732712144	15.01.2018	Нивелир	18	15 000,00 ₽	4	3433102222
ГеоСтройПрибор	4732712144	05.02.2018	Нивелир	15	20 016,00 ₽	4	3433102222

Рис. 3.16. Результат запроса на создание новой таблицы

Задание для самостоятельной работы

1. По таблице «Товары» сформировать запрос по наименованию товаров на букву Т.
2. По таблице «Товары» сформировать запрос на выборку товаров, цена которых более 100 000 рублей и количество больше или равно 5.
3. По таблице «Продажи» сформировать запрос на выборку товаров, скидки которых равны 5, за период меньше или равный 02 февраля 2018 г.
4. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, вычислить цену с НДС, при ставке 18 %.
5. Создать параметрический запрос, в котором выдавалось бы сообщение «**Введите наименование товара**».
6. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, об увеличении цены на 10 % в январе месяце.
7. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, вычислить сумму за январь.
8. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, найти увеличение количества нивелиров в 2 раза.
9. Создать новую таблицу, состоящую из таблиц «**Продажи**» и «**Фирмы**», с полями на ваш выбор (поле – количество обязательно).
10. По новой созданной таблице создать запрос на обновление количества товара в 3 раза.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4
Работа с формами

Формы являются основой разработки диалоговых приложений пользователя с базой данных. Работая с формой, пользователь может добавлять, удалять и изменять записи таблиц, получать расчетные данные. Форма состоит из элементов управления, которые отображают поля таблиц и графические элементы, не связанные с полями таблиц. Элементы управления предназначены для разработки макета формы: размещение полей таблиц и запросов, надписей, внедряемых объектов (рисунков, диаграмм), вычисляемых полей, кнопок, выполняющих печать и открывающих др. объекты или задачи.

Однотабличная форма предназначена для загрузки, просмотра и корректировки данных одной таблицы. Источником данных такой формы служит единственная таблица. Она может быть создана одним щелчком мыши с помощью команд автоматического создания формы: **Форма, Разделенная форма** или **Несколько элементов**, размещенных на вкладке **Создание** в группе **Формы** (рис. 4.1).

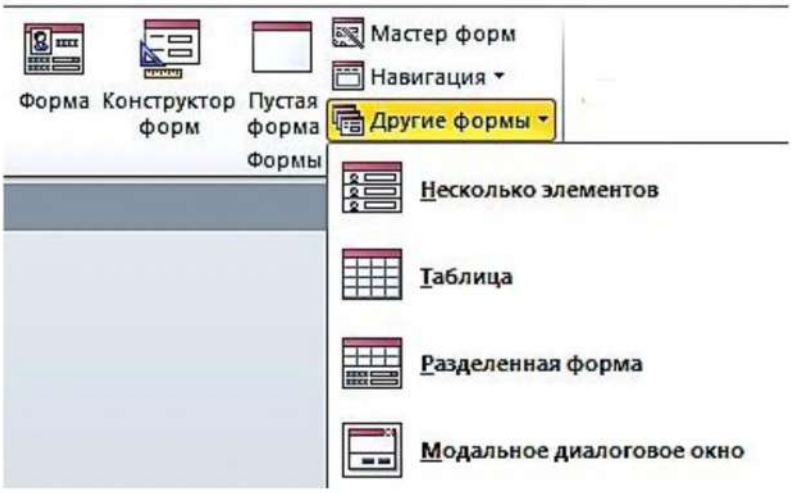


Рис. 4.1. Команды группы формы на вкладке ленты **Создание**

Задание 1. Создать однотабличную форму «**Товары для ввода, просмотра и корректировки данных**» таблицы «**Товары**». Чтобы источником записей формы стала таблица «**Товары**», выберите её в области навигации и выполните команду форма на вкладке **Создание**. Эта команда обеспечит автоматическое создание формы на основе только выбранной таблицы (рис. 4.2).

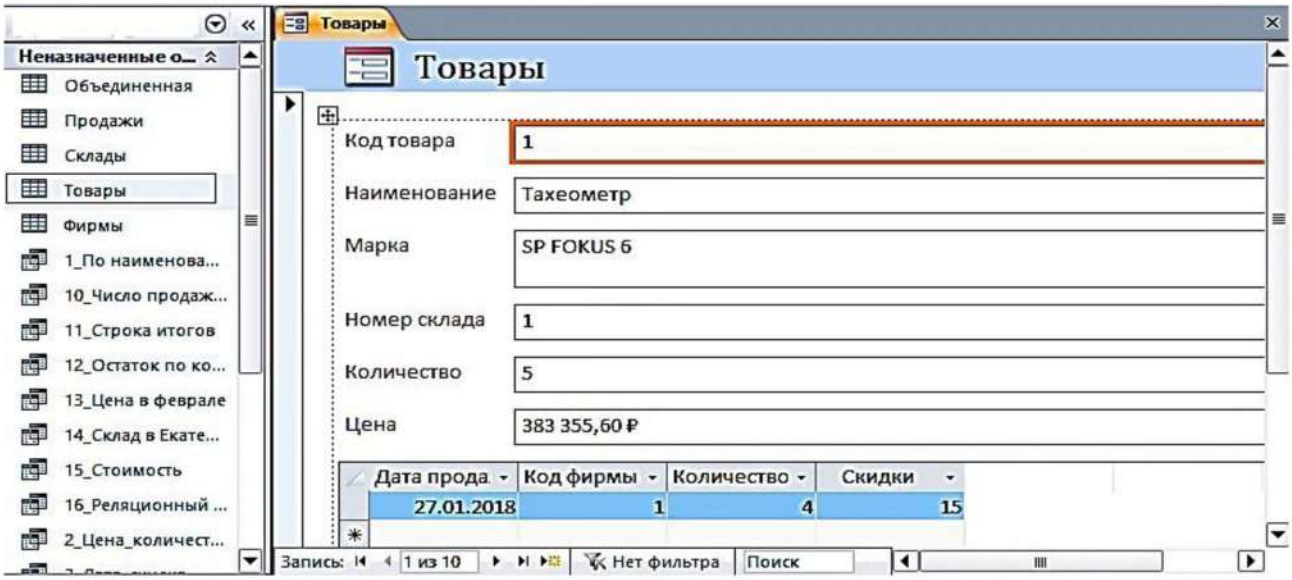


Рис. 4.2. Форма, полученная по команде **Форма**, для работы с таблицей «**Товары**»

Условное форматирование элементов управления

Для изменения внешнего вида элемента управления в форме**,** в зависимости от одного или нескольких условий используйте условное форматирование.

Задание 2. Изменить в форме «**Товары**» цвет денежных значений в поле «**Цена**» на красный, заливку на желтый, шрифт жирный, когда они оказываются выше заданной величины, например, 100 000 руб.

1. Выберите поле Цена, в котором нужно произвести изменения. На вкладке ленты **Формат** в группе **Форматирование элементов управления** выберите команду **Условное форматирование**. Откроется диалоговое окно **Диспетчер правил условного форматирования** (рис. 4.3).

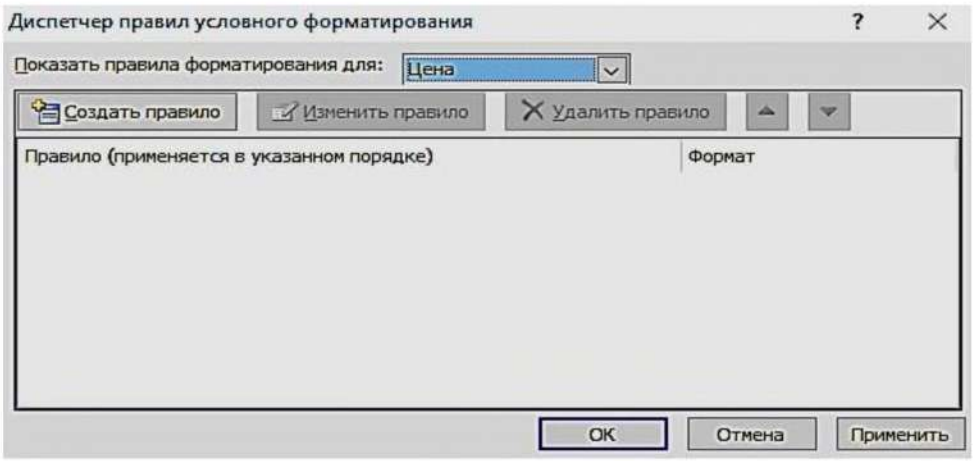


Рис. 4.3. Окно с пустым списком правил форматирования

2. Чтобы создать первое правило условного форматирования щелкните по кнопке **Создать правило**.

3. В окне **Новое правило форматирования** выберите тип правила и сформируйте описание правил, согласно которым будет производиться заданное форматирование поля.

4. В первом поле со списком выберите пункт **Значения поля**, во втором выберите тип сравнения – **больше** и введите постоянное значение в третье поле – 100000, не используя знака денежных единиц.

5. Выберите начертание шрифта, цвет и другие параметры форматирования. Нажмите кнопку ОК (рис. 4.4).

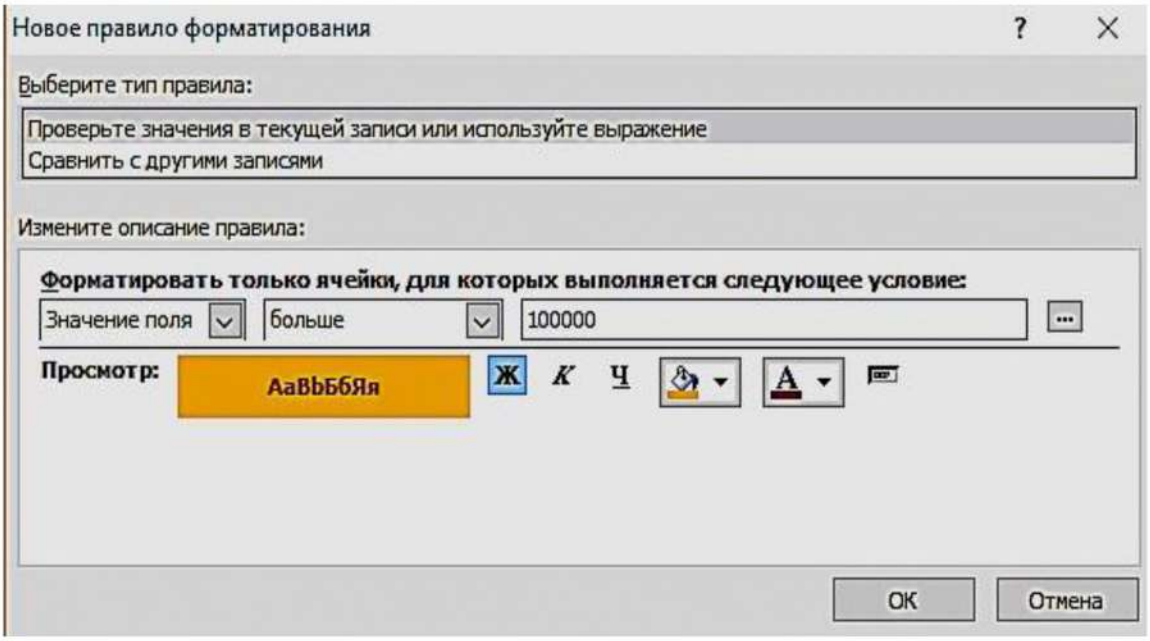


Рис. 4.4. Окно определения условий форматирования

Задание 3. Создать однотабличную форму «**Склады**». Для создания выбрать таблицу «**Склады**», использовать команду **Форма**, автоматически будет создана форма, содержащая встроенную подчиненную таблицу «**Товары**». Источником записей главной формы будет таблица «**Склады**». Такое поведение команды **Форма** вызвано тем, что таблица «**Склады**» имеет подчиненную таблицу «**Товары**», с которой она находиться в отношении 1:∞, и эта связь определена в схеме данных (рис. 4.5).

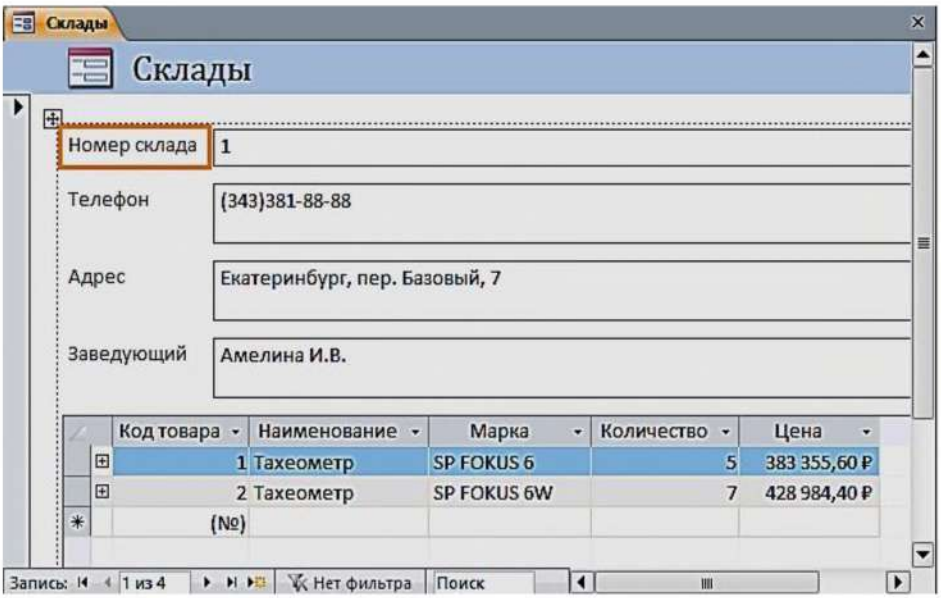


Рис. 4.5. Форма по таблице «**Склады**» с встроенной подчиненной «**Товары**»

Создание разделенной формы

Разделенная форма позволяет синхронно отображать данные одного источника в двух представлениях: в режиме формы и в режиме таблицы.

Задание 4. Создать однотабличную разделенную форму для работы с данными таблицы «**Продажи**». Выберите таблицу «**Продажи**» в области навигации и выполните команду **Разделенная форма** на вкладке ленты **Создание** в группе **Формы**. Эта команда обеспечит автоматическое создание формы на основе только одной выбранной таблицы. Созданная форма отобразится в режиме макета (рис. 4.6).

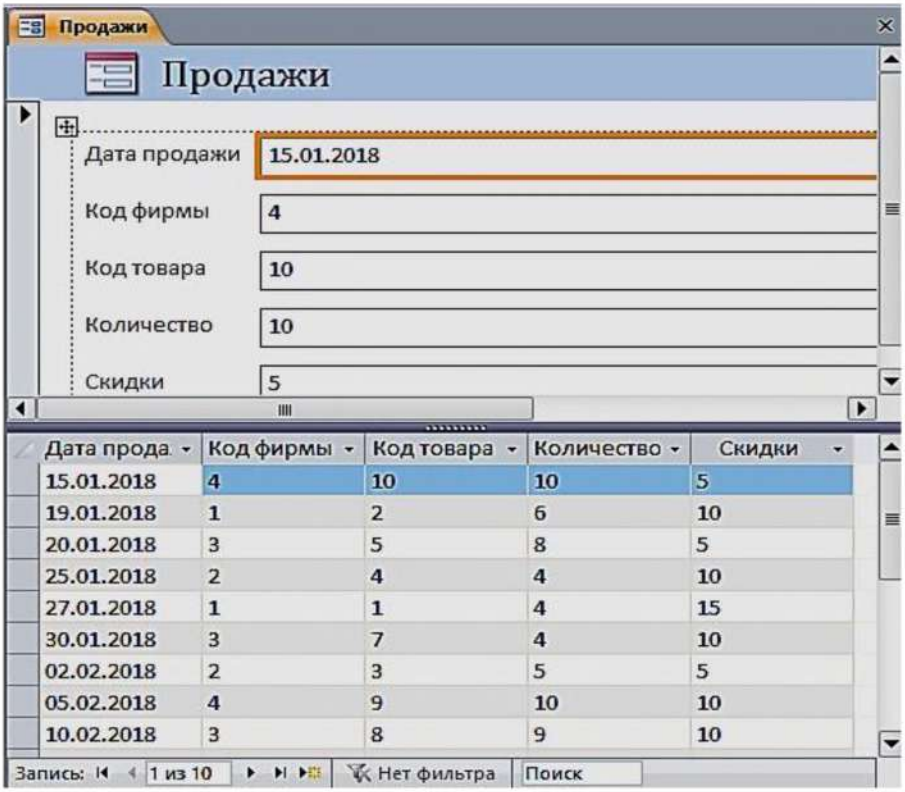


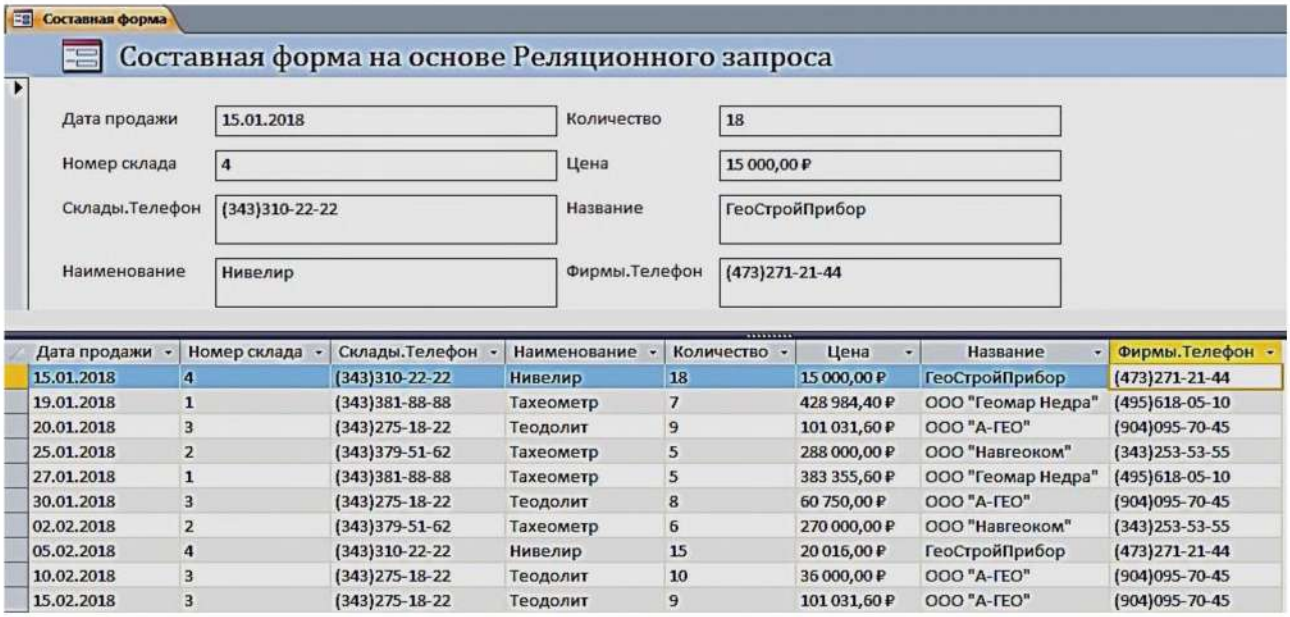
Рис. 4.6. Разделенная форма «**Продажи**»

Многотабличные формы

Многотабличная форма создается для работы с данными нескольких взаимосвязанных таблиц. Источником данных такой формы является многотабличный запрос. При этом форма может быть простой, отображающей одну запись в столбик, или ленточной, отображающей все записи в табличном виде с надписями в заголовке формы. Для такой формы могут быть использованы команды **Форма** или **Несколько элементов**.

Многотабличная форма может быть составной: состоять из главной формы и одной или нескольких подчиненных включаемых форм.

Задание 5. Создать составную форму воспользовавшись реляционным запросом. Выберите запрос «**16_реляционный запрос**» в области навигации и выполните команду **Форма** на вкладке **Создание**. Эта команда обеспечит автоматическое создание формы на основе выбранного запроса (рис. 4.7). В режиме Конструктора можно изменить заголовок.



Дата продажи	Номер склада	Склады.Телефон	Наименование	Количество	Цена	Название	Фирмы.Телефон
15.01.2018	4	(343)310-22-22	Нивелир	18	15 000,00 ₽	ГеоСтройПрибор	(473)271-21-44
19.01.2018	1	(343)381-88-88	Тахеометр	7	428 984,40 ₽	ООО "Геомар Недра"	(495)618-05-10
20.01.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	9	101 031,60 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
25.01.2018	2	(343)379-51-62	Тахеометр	5	288 000,00 ₽	ООО "Навгеоком"	(343)253-53-55
27.01.2018	1	(343)381-88-88	Тахеометр	5	383 355,60 ₽	ООО "Геомар Недра"	(495)618-05-10
30.01.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	8	60 750,00 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
02.02.2018	2	(343)379-51-62	Тахеометр	6	270 000,00 ₽	ООО "Навгеоком"	(343)253-53-55
05.02.2018	4	(343)310-22-22	Нивелир	15	20 016,00 ₽	ГеоСтройПрибор	(473)271-21-44
10.02.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	10	36 000,00 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
15.02.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	9	101 031,60 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45

Рис. 4.7. Составная форма

Создание многотабличной формы с помощью мастера

Основным средством создания многотабличной формы можно считать мастер форм, который, запросив у пользователя сведения о включаемых в форму полях из нескольких взаимосвязанных таблиц и запросов, создает составную или одиночную форму.

Задание 6. С помощью мастера создайте форму для работы с данными о продажах товаров

Для вызова мастера форм выполните на вкладке ленты **Создание** в группе **Формы** команду **Мастер форм**. Отобразится окно мастера **Создания форм**, представленное на рис. 4.8.

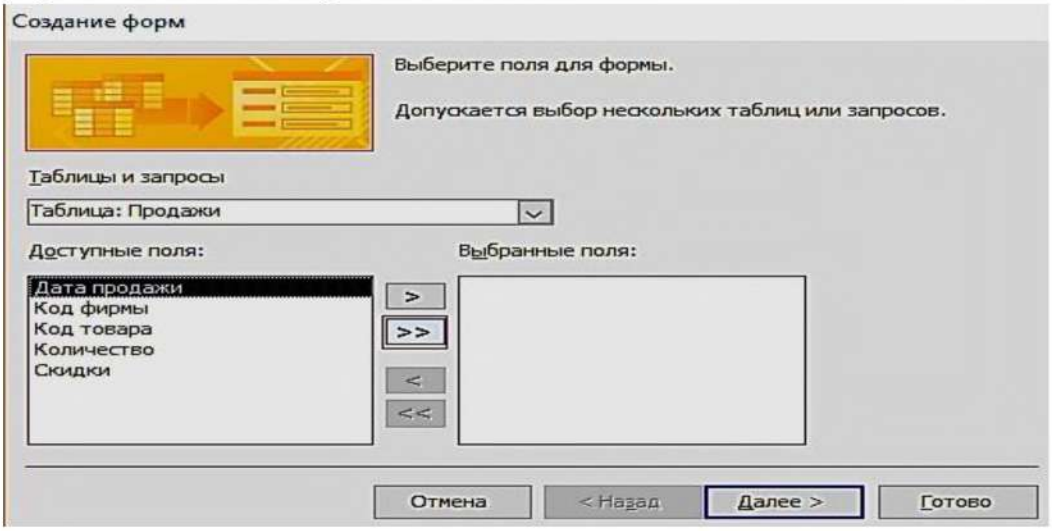


Рис. 4.8. Выбор таблиц и полей для создаваемой формы

Если предварительно в области навигации не была выбрана таблица «**Продажи**», выберите её в раскрывающемся списке **Таблицы и запросы** диалогового окна мастера. Затем отберите из списка **Доступные поля,** в нашем случае все, кроме поля «**Скидки**» (рис. 4.9).

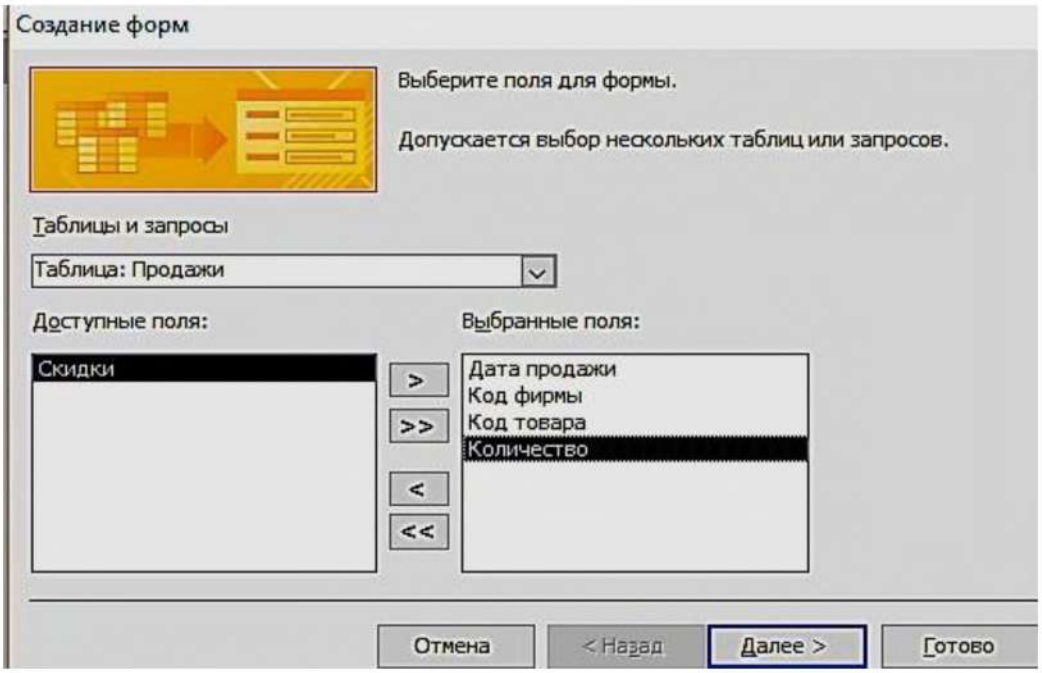


Рис. 4.9. Выбранные поля таблицы «**Продажи**» для создаваемой формы

Переходим к выбору полей из таблицы «**Товары**». Перетаскиваем все поля, кроме поля Код товара. После выбора полей для обеих таблиц и нажатия кнопки Далее в окне создание форм в списке **Выберите тип представления данных** надо выделить имя таблицы Продажи и щелкнуть по кнопке «**Далее**» (рис.
4.10).

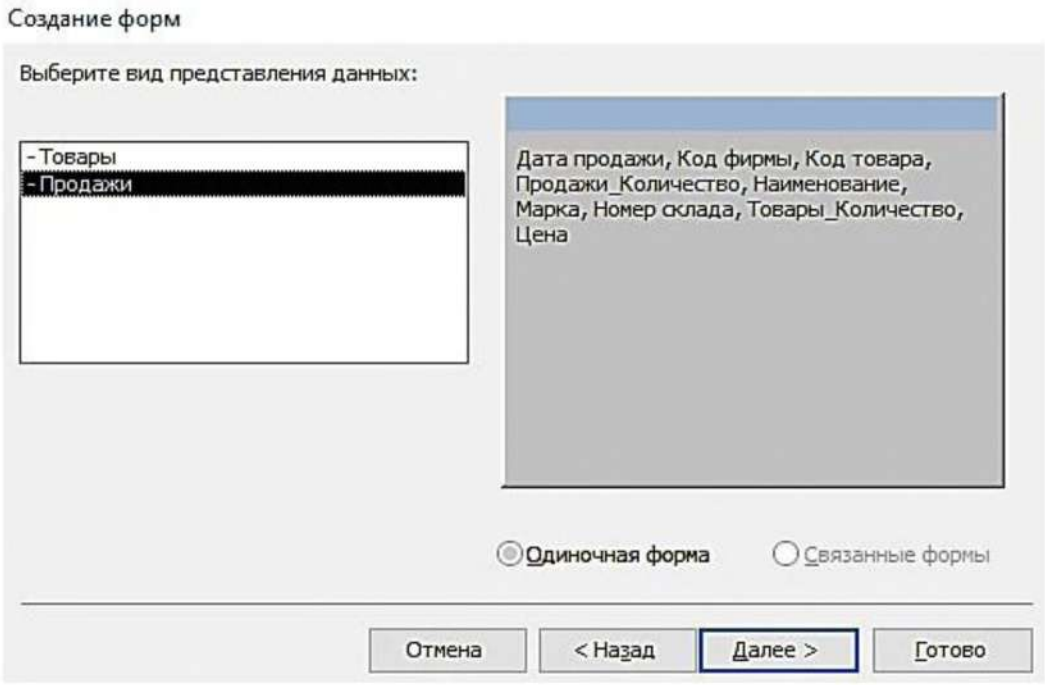


Рис. 4.10. Выбор вида представления данных

В следующем диалоговом окне предоставляется возможность выбрать внешний вид формы и нажать кнопку «**Готово**» (рис. 4.11).

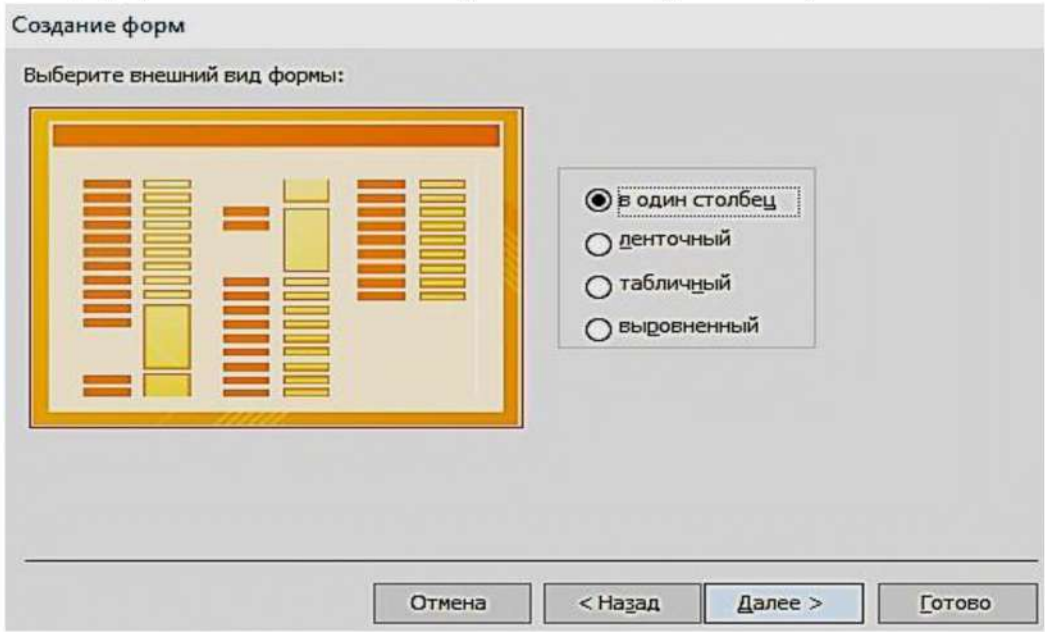


Рис. 4.11. Выбор вида формы в один столбец

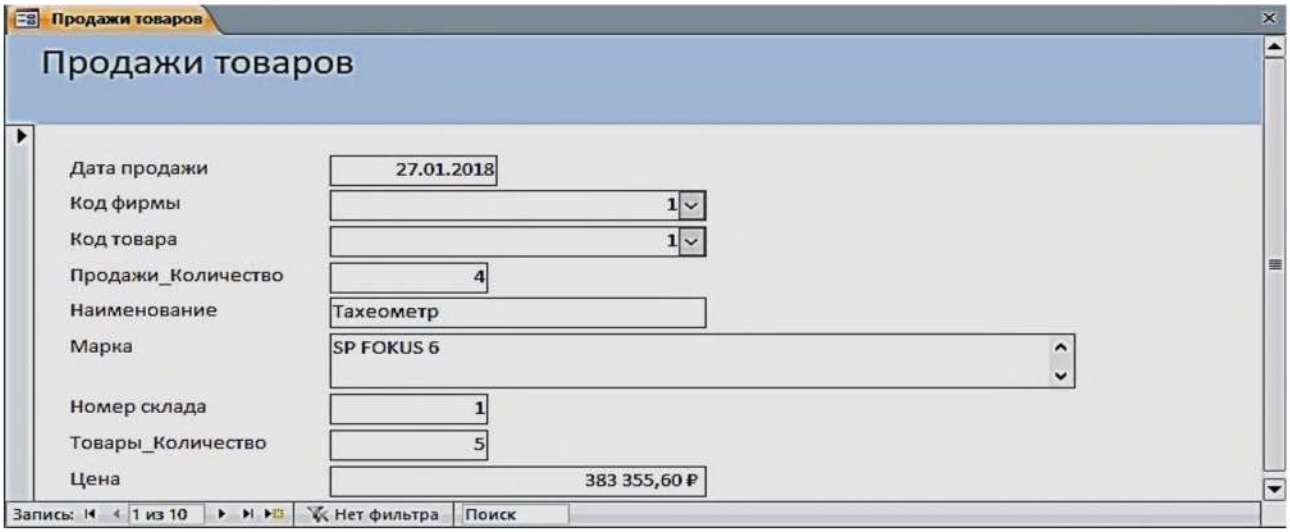


Рис. 4.12. Форма, открытая для просмотра, корректировки и ввода данных

Одиночная многотабличная форма

Одиночную форму, включающую поля из нескольких связанных таблиц, позволяет быстро построить инструмент **Пустая форма.** Выполните команду **Пустая форма** на вкладке ленты **Создать** в группе **Формы**. Откроется пустая форма в режиме макета и отобразится область **Список полей**. В списке перечислены все таблицы базы данных, и предоставляется возможность открыть список полей каждой из них (рис. 4.13). Чтобы добавить поле в форму, щелкните на нем двойным щелчком или перетащите его в форму. Для отображения каждого поля Access создает в форме соответствующий элемент управления и привязывает его к полю. Кроме того, для элемента управления создается присоединенная надпись.

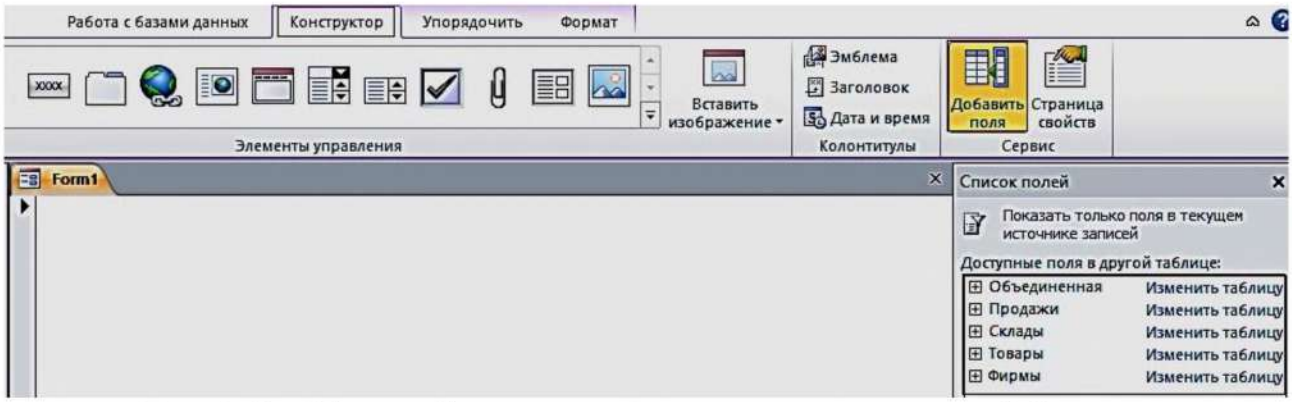


Рис. 4.13. Область **Список полей** при создании одиночной формы

Задание 7. Создать одиночную многотабличную форму для просмотра всех данных базы. Выполните команду **Пустая форма.** В области **Список полей** откройте список полей таблицы «**Продажи**», щелкнув знак «Плюс»

рядом с её именем. Добавьте в форму необходимые поля (Дата продажи, Код фирмы, Код товара, Количество, Скидки). Далее последовательно добавляйте поля из таблицы «**Товары**» (Наименование, Марка, Цена), затем из таблицы «**Склады**» (Номер склада, Телефон, Адрес, Заведующий) и из таблицы «**Фирмы поля**» – (Название, Адрес, Телефон, Контактное лицо, Должность). Сохранить форму под именем «Общие данные».

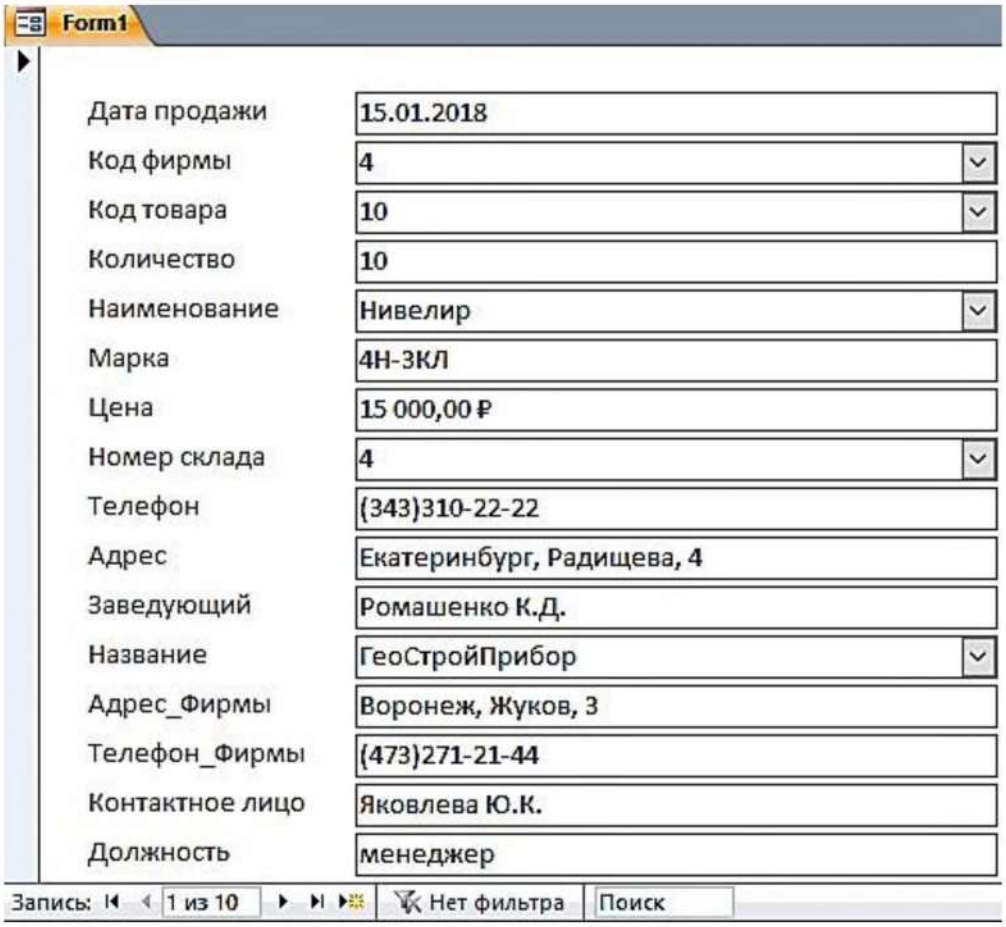


Рис. 4.14. Форма «**Общие данные**», созданная с помощью инструмента **Пустая форма**

Задание 8. Создать одиночную форму с помещенной в неё гистограммой

Для этого откройте таблицу «**Товары**». В группе **Импорт и связи** на вкладке **Внешние данные** выберите на ленте **Экспорт в таблицу Excel** (рис. 4.15).



Товары

Код товара	Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена
1	Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	383 355,60р.
2	Тахеометр	SP FOKUS 6W	1	7	428 984,40р.
3	Тахеометр	Soutn NTS-365 R	2	6	270 000,00р.
4	Тахеометр	Soutn NTS-362 R	2	5	288 000,00р.
5	Теодолит	3Т2КП	3	9	101 031,60р.
6	Теодолит	4Т15П	3	5	70 516,80р.
7	Теодолит	4Т30П	3	8	60 750,00р.
8	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	36 000,00р.
9	Нивелир	4Н -2КЛ	4	15	20 016,00р.
10	Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	15 000,00р.

Рис. 4.15. Окно экспорта таблицы «**Товары**» на лист Excel

Выберите место назначения для экспорта таблицы «**Товары**», для этого нажмите на кнопку **Обзор**, выберите соответствующую папку (рис. 4.16, 4.17).

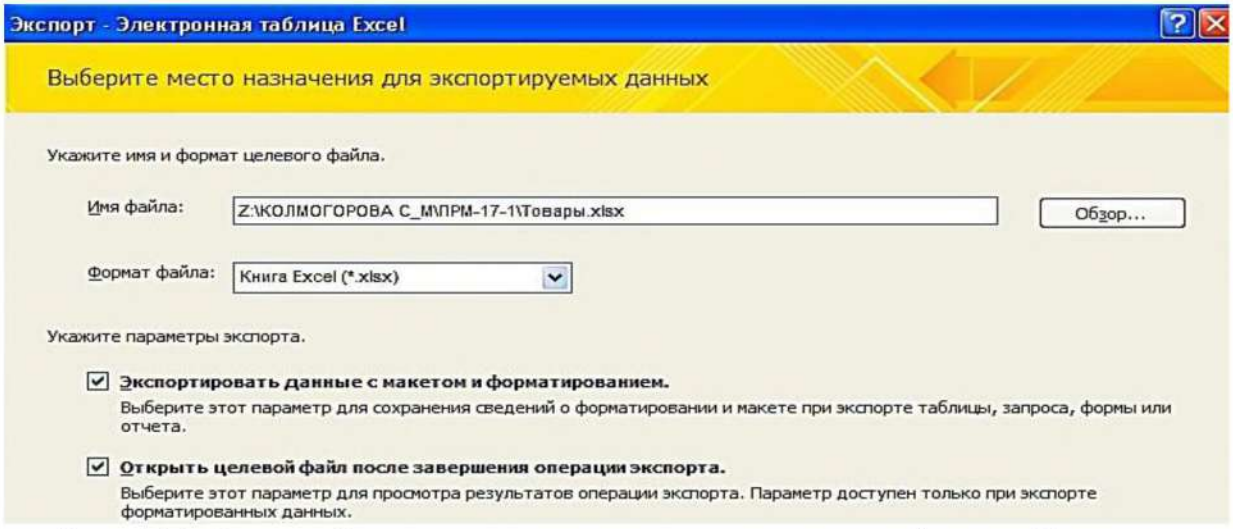


Рис. 4.16. Окно выбора места назначения для экспорта таблицы «**Товары**»

	A	B	C	D	E	F
1	Код товара	Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена
2	1	Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	383 355,60р.
3	2	Тахеометр	SP FOKUS 6W	1	7	428 984,40р.
4	3	Тахеометр	Soutn NTS-365 R	2	6	270 000,00р.
5	4	Тахеометр	Soutn NTS-362 R	2	5	288 000,00р.
6	5	Теодолит	3Т2КП	3	9	101 031,60р.
7	6	Теодолит	4Т15П	3	5	70 516,80р.
8	7	Теодолит	4Т30П	3	8	60 750,00р.
9	8	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	36 000,00р.
10	9	Нивелир	4Н -2КЛ	4	15	20 016,00р.
11	10	Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	15 000,00р.

Рис. 4.17. Таблица «**Товары**» в Excel, экспортируемая из Access

Построение гистограммы по колонкам «**Наименование**» и «**Цена**» (рис. 4.18).

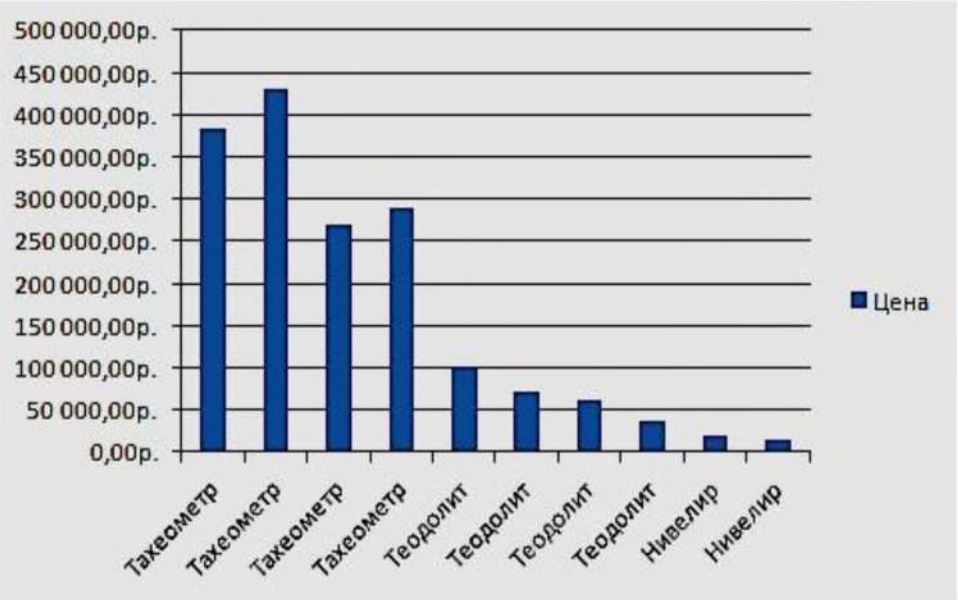


Рис. 4.18. Гистограмма, соответствующая таблице «**Товары**»

Скопируйте гистограмму в Excel. В Access выполните команду **Пустая форма** на вкладке ленты **Создать** в группе **Формы**. В режиме «**Конструктор**» произвести вставку гистограммы. Сохранить форму под названием **Гистограмма** (рис. 4.19).

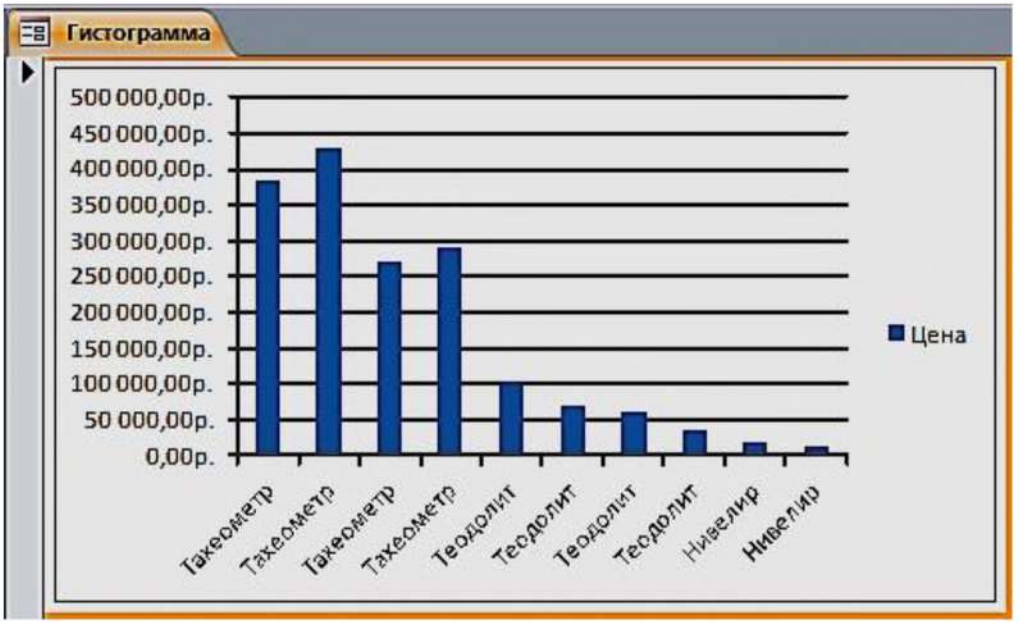


Рис. 4.19. Форма «Гистограмма»

Задание для самостоятельной работы

1. Изменить в форме «**Товары**» цвет денежных значений в поле «**Цена**» на зеленый, заливку на светло-зеленый, начертание шрифта – жирный курсив, когда они оказываются меньше или равны 80000 руб.
2. Создать форму «**Фирмы**» с подчиненной «**Продажи**».

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5
Работа с отчетами

Средства Access по разработке отчетов предназначены для конструирования макета отчета, в соответствии с которым осуществляется вывод данных из определенного источника записей в виде выходного печатного документа.

Отчет может создаваться с помощью Мастера или в режиме Конструктора отчетов.

Задание 1. Выберем в области навигации таблицу «**Фирмы**», данные из которой будут источником записей отчета. На вкладке ленты **Создание** в группе **Отчеты** выполнить команду **Отчет**.

Access создаст отчет и отобразит его в режиме макета (рис. 5.1). В отчете будут представлены все записи таблицы «**Фирмы**». Размещение полей таблицы – источника записей отчета – в разделах отчета представлено на рис. 5.2.

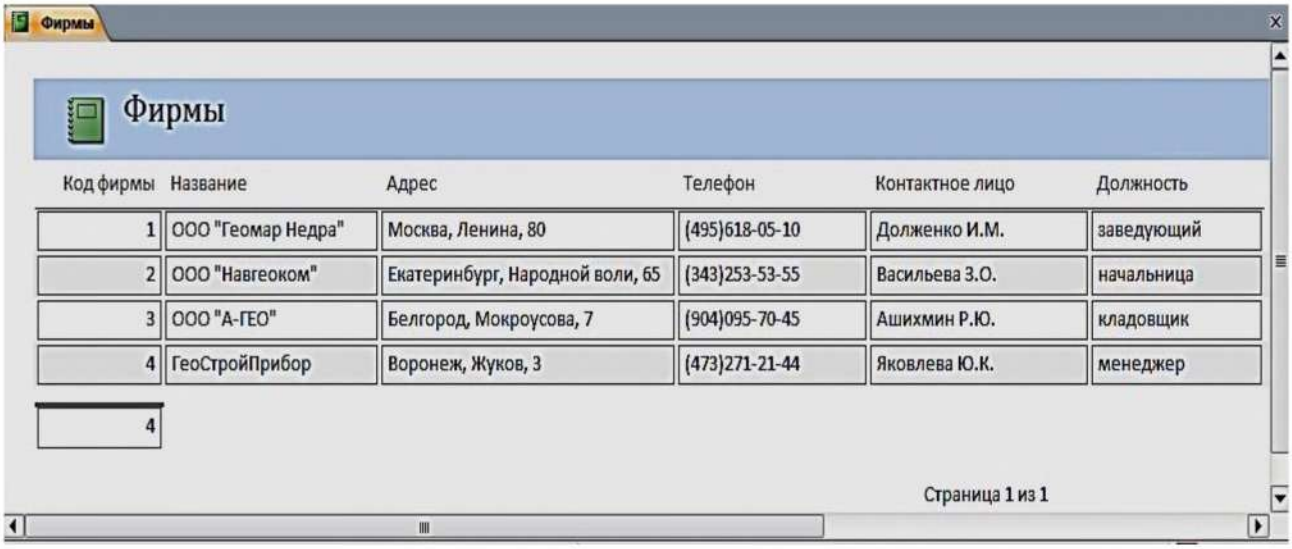


Рис. 5.1. Отчет в режиме «**Макета**»

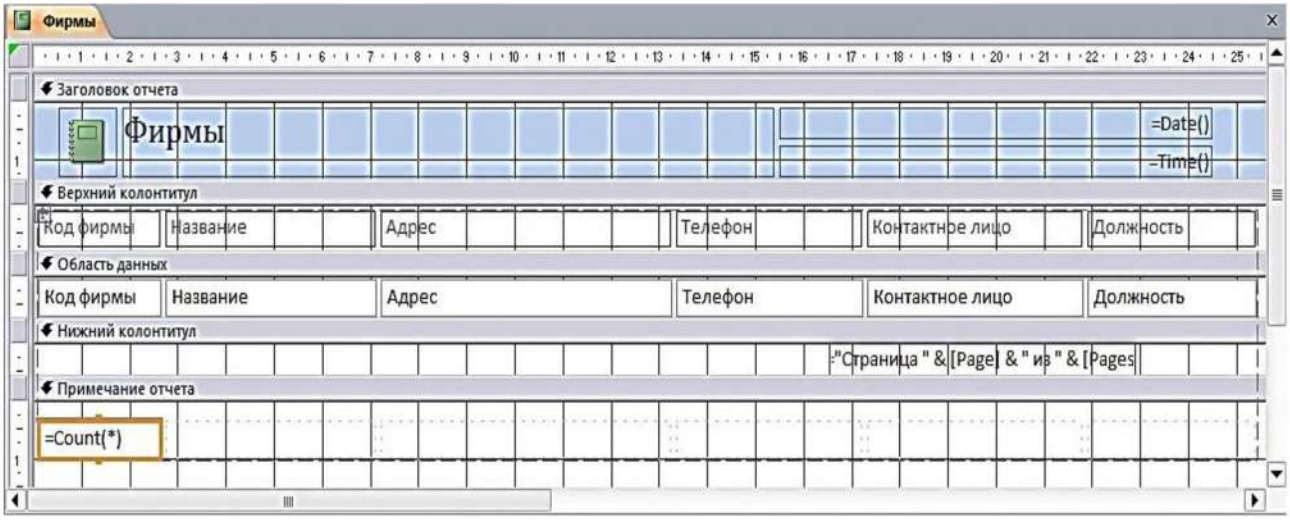


Рис. 5.2. Разделы однотабличного отчета в режиме Конструктора

В режиме макета легко привести созданный отчет в соответствие с заданными требованиями. Измените название отчета на «Контакты». Для этого выполните двойной щелчок на нем и введите новое название. Выделите макет отчета и измените заливку, размер шрифта, выбрав его на вкладке **Главная** в группе **Форматирование текста** или на вкладке **Формат** в группе **Шрифт.** Для изменения параметров страницы выполняйте команды соответствующей вкладки ленты. Пунктирной линией в отчете отмечена граница полей страницы. Отображение этой линии регулируется кнопкой **Показать поля** на вкладке ленты **Параметры страницы.** Для выбора размеров полей страницы может быть использована коллекция, отображаемая при нажатии кнопки **Поля.** На этой же вкладке можно выбрать размер бумаги, ориентацию страницы и ряд др. параметров (рис. 5.3).

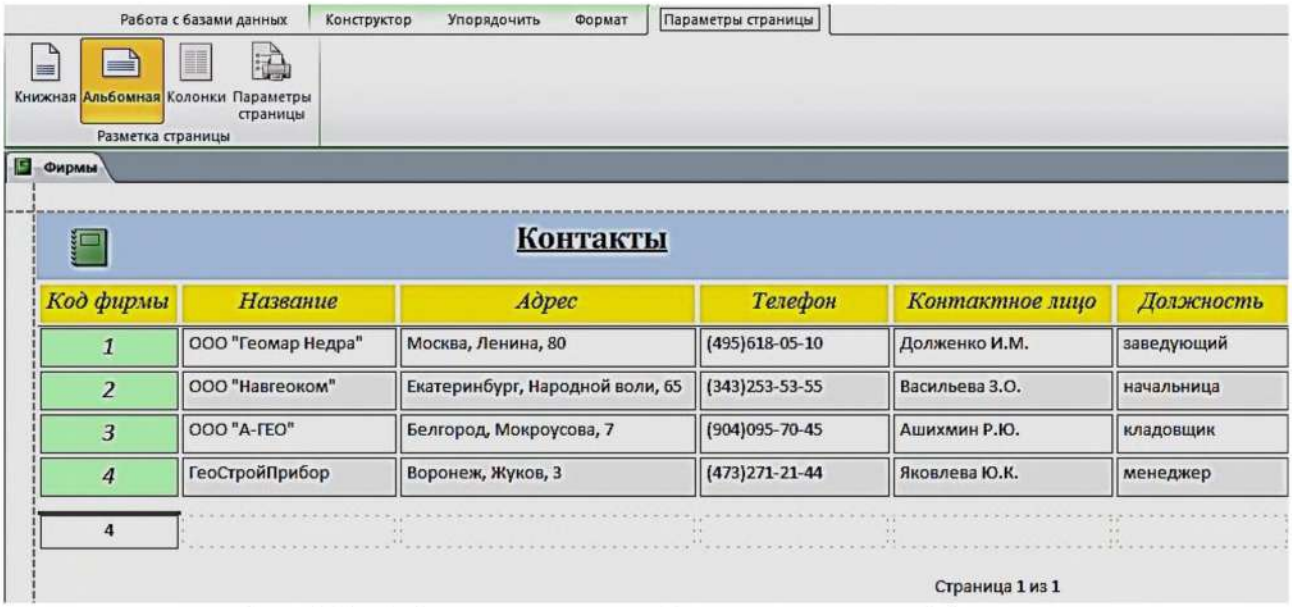


Рис 5.3. Отформатированный отчет в режиме Макета

Задание 2. Выберем в области навигации форму **Продажи товаров**, данные из которой будут источником записей отчета. На вкладке ленты **Создание** в группе **Отчеты** выполнить команду **Отчет**. Для группировки данных по дате продажи выполним команду **Группировка, сортировка и итоги.** Выберем для предлагаемого уровня группировки поле «**Дата продажи**». Откроем список, щелкнув на параметре **по кварталам**, и выберем **по месяцам.** Для закрытия списка щелкните на любом месте за его пределами (рис. 5.4, 5.5).

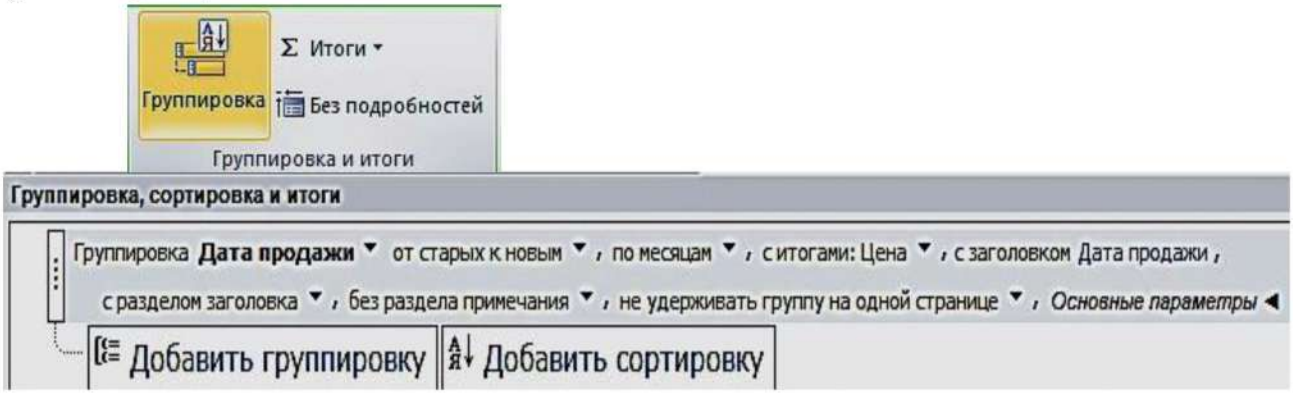
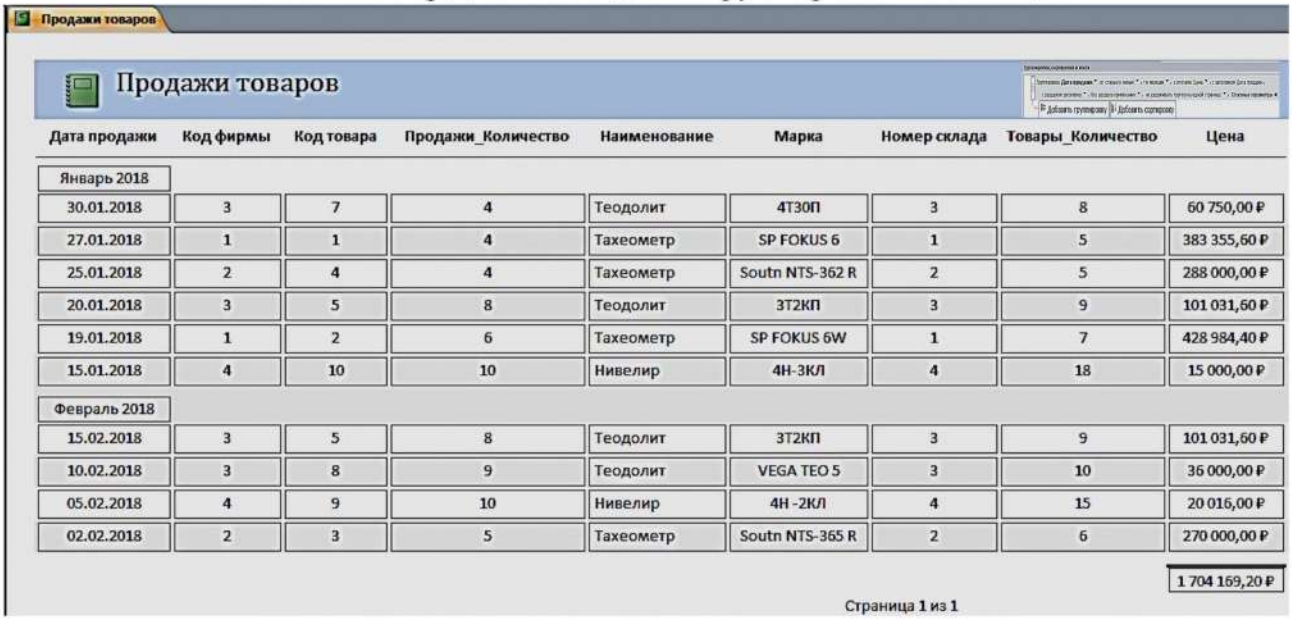


Рис. 5.4. Выбор для поля с датой группировки по месяцам



Продажи товаров

Дата продажи	Код фирмы	Код товара	Продажи_Количество	Наименование	Марка	Номер склада	Товары_Количество	Цена
Январь 2018								
30.01.2018	3	7	4	Теодолит	4Т30П	3	8	60 750,00 ₽
27.01.2018	1	1	4	Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	383 355,60 ₽
25.01.2018	2	4	4	Тахеометр	Soutn NTS-362 R	2	5	288 000,00 ₽
20.01.2018	3	5	8	Теодолит	3Т2КП	3	9	101 031,60 ₽
19.01.2018	1	2	6	Тахеометр	SP FOKUS 6W	1	7	428 984,40 ₽
15.01.2018	4	10	10	Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	15 000,00 ₽
Февраль 2018								
15.02.2018	3	5	8	Теодолит	3Т2КП	3	9	101 031,60 ₽
10.02.2018	3	8	9	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	36 000,00 ₽
05.02.2018	4	9	10	Нивелир	4Н -2КЛ	4	15	20 016,00 ₽
02.02.2018	2	3	5	Тахеометр	Soutn NTS-365 R	2	6	270 000,00 ₽
								1 704 169,20 ₽

Страница 1 из 1

Рис 5.5. Форма с датой группировки по месяцам

Задание для самостоятельной работы

Создать отчет по таблице «**Объединенная**», изображенного на рис. 5.6.

ОТЧЕТ ПРОДАЖИ

Дата продажи - по месяцам	Название	Фирмы_Телефон	Дата продажи	Наименование	Количество	Цена	Номер склада	Склады_Телефон
Январь 2018								
	ГеоСтройПрибор	4732712144	*15.01.2018*	Нивелир	18	15 000,00 ₽	4	3433102222
	ООО "Геомар Недра"	4956180510	*19.01.2018*	Тахеометр	7	428 984,40 ₽	1	3433818888
	ООО "А-ГЕО"	9040957045	*20.01.2018*	Теодолит	9	101 031,60 ₽	3	3432751822
	ООО "Навгеоком"	3432535355	*25.01.2018*	Тахеометр	5	288 000,00 ₽	2	3433795162
	ООО "Геомар Недра"	4956180510	*27.01.2018*	Тахеометр	5	383 355,60 ₽	1	3433818888
	ООО "А-ГЕО"	9040957045	*30.01.2018*	Теодолит	8	60 750,00 ₽	3	3432751822
Итоги для 'Дата продажи' = 30.01.2018 (6 записей)								
Сумма					52	1 277 121,60 ₽		
Февраль 2018								
	ООО "Навгеоком"	3432535355	*02.02.2018*	Тахеометр	6	270 000,00 ₽	2	3433795162
	ГеоСтройПрибор	4732712144	*05.02.2018*	Нивелир	15	20 016,00 ₽	4	3433102222
	ООО "А-ГЕО"	9040957045	*10.02.2018*	Теодолит	10	36 000,00 ₽	3	3432751822
	ООО "А-ГЕО"	9040957045	*15.02.2018*	Теодолит	9	101 031,60 ₽	3	3432751822
Итоги для 'Дата продажи' = 15.02.2018 (4 записей)								
Сумма					40	427 047,60 ₽		
ИТОГО					92	1 704 169,20 ₽		

Рис. 5.6. Результат отчета

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6

Создание главной кнопочной формы с использованием макросов

Использования макросов для автоматизации управления реакцией приложения на действия пользователя в формах или отчетах позволяет создавать полноценные интерактивные приложения без написания кода *VBA*.

Макрос (от слова «макрокоманда») – программа, состоящая из последовательности макрокоманд. *Макрокоманда* – это инструкция, ориентированная на выполнение определенного действия над объектами Access и их элементами.

Например, макрокомандой можно открыть форму, отчет, напечатать отчет, запустить на выполнение запрос, применить фильтр, присвоить значение и т. д.

Задание 1. Создать главную форму управления приложением, в которой будут представлены:

- элементы для кнопочных форм запросов и гистограмма;
- макросы для таблиц и отчетов;
- макрос, с помощью которого будет закрыта база данных.

1. Выполним команду **Пустая форма** на вкладке ленты **Создать** в группе **Формы**, режим «**Конструктор**» (рис. 6.1).

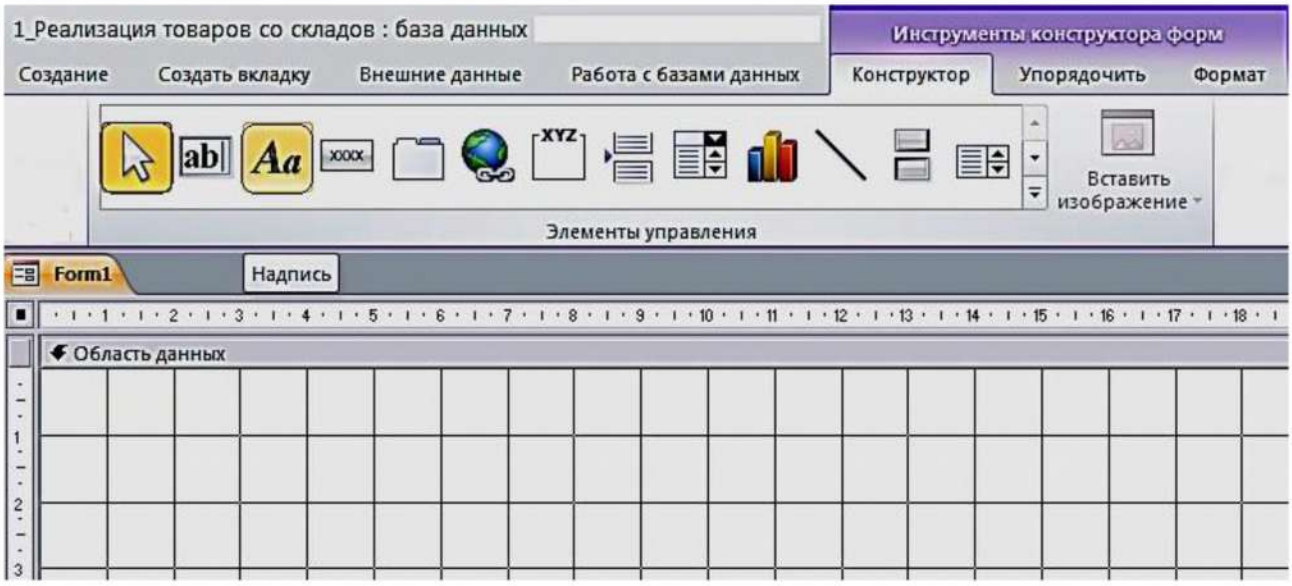


Рис. 6.1. Пустая форма в режиме «**Конструктор**» с элементами управления

2. Расположим в области **Формы** элемент **Надпись**, поместим в него название **Реализация товаров со складов** (рис. 6.2). Форматирование шрифта в надписях и кнопках осуществляется для выделенного объекта, при помощи **Инструмента конструктора форм**, в объекте **Формат**. Сохраним форму под именем «**Главная форма**».

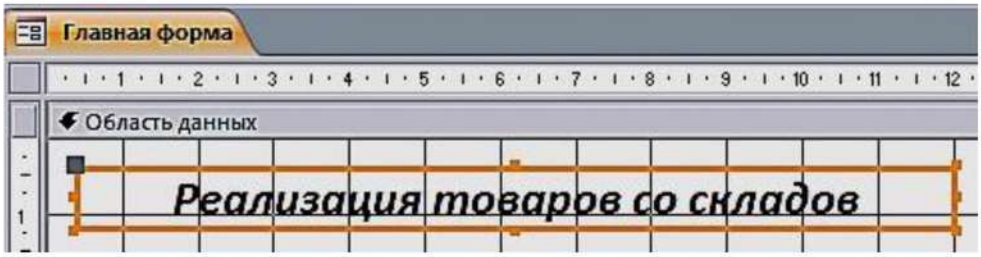


Рис. 6.2. Использование элемента управления **Надпись**

Создание макроса осуществляется в диалоговом режиме и сводится к записи в окне конструктора макроса последовательности макрокоманд, для которых задаются аргументы. Каждому макросу присваивается имя. При выполнении макроса макрокоманды выполняются последовательно в порядке их расположения. При этом используются объекты или данные, указанные в аргументах макрокоманд.

Создание макроса начинается с выполнением команды **Макрос** на вкладке ленты **Создание** в группе **Макросы и код**. В результате выполнения команды открывается окно макроса и каталог макрокоманд (рис. 6.3).

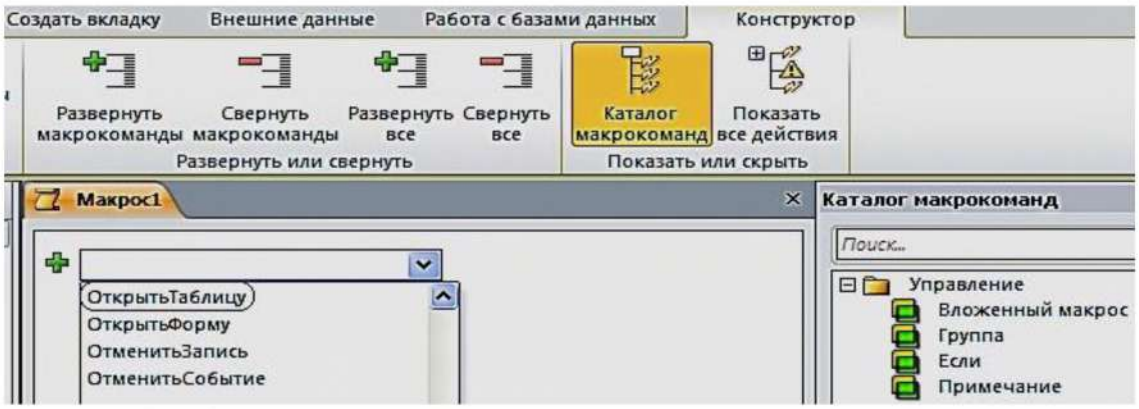


Рис. 6.3. Окно конструирования макроса с Каталогом макрокоманд

3. Создадим первый макрос **Таблицы**, при выполнении которого откроются четыре таблицы: «Продажи», «Склады», «Товары» и «Фирмы». Сохраним его под именем **Таблицы** (рис. 6.4).

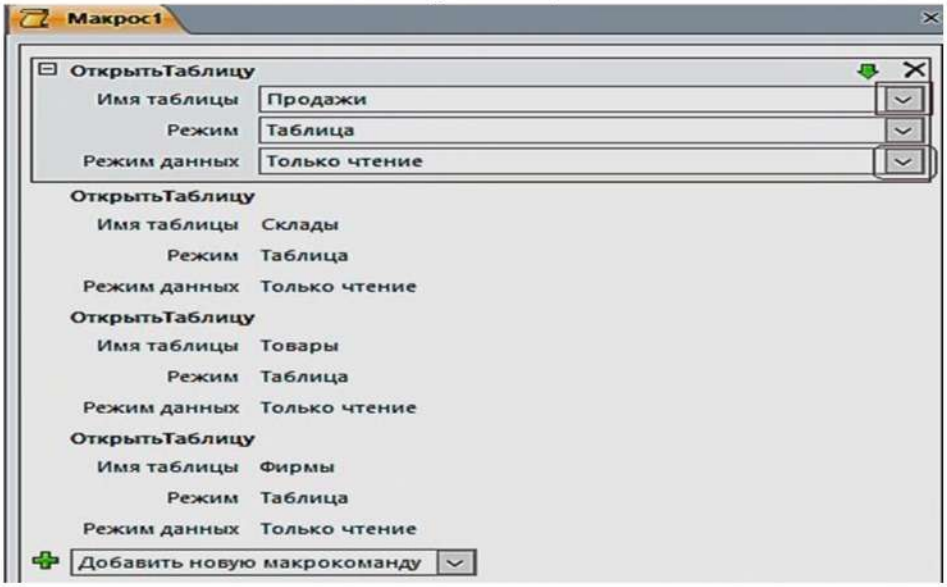


Рис. 6.4. Блок конструирования Макроса «**Таблицы**»

4. Создадим второй макрос, при выполнении которого откроется отчет «Продажи товаров» (рис. 6.5). Сохраним его под именем **Отчет**.

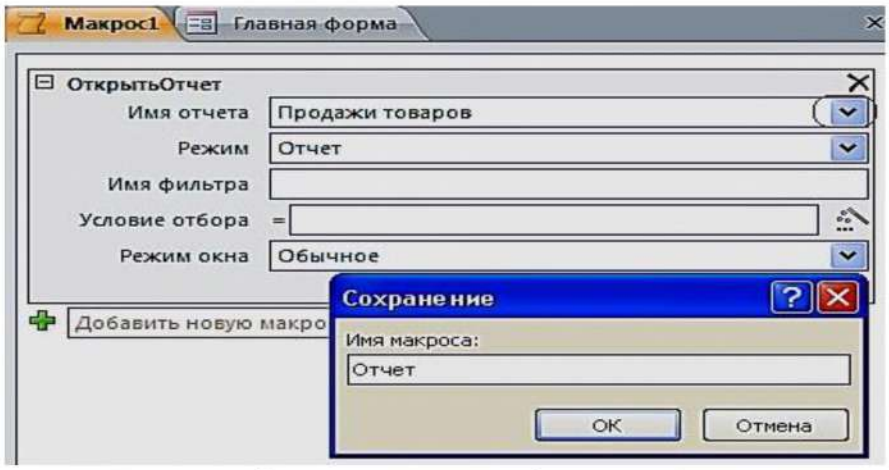


Рис. 6.5. Создание макроса **ОткрытьОтчет**

5. Создадим третий макрос, при выполнении которого откроется отчет «Продажи товаров» (рис. 6.6). Сохраним под именем **Выход**.



Рис. 6.6. Создание макроса **ЗакрытьБазуДанных**

Создание управляющих кнопок на экране

1. Создадим кнопки: **Таблицы**, **Отчет** и **Выход из БД.** Расположим в области **Главной формы** три кнопки с ранее созданными макросами. Для размещения кнопок предусмотрим, чтобы все действия осуществлялись при нажатой кнопке **«Использовать мастера»**. Переместим элемент управления **Кнопка** на форму, появится окно для создания кнопок. Выберем категорию: **Разное**, затем – действия: **Выполнить макрос,** нажмем кнопку **Далее** (рис. 6.7).

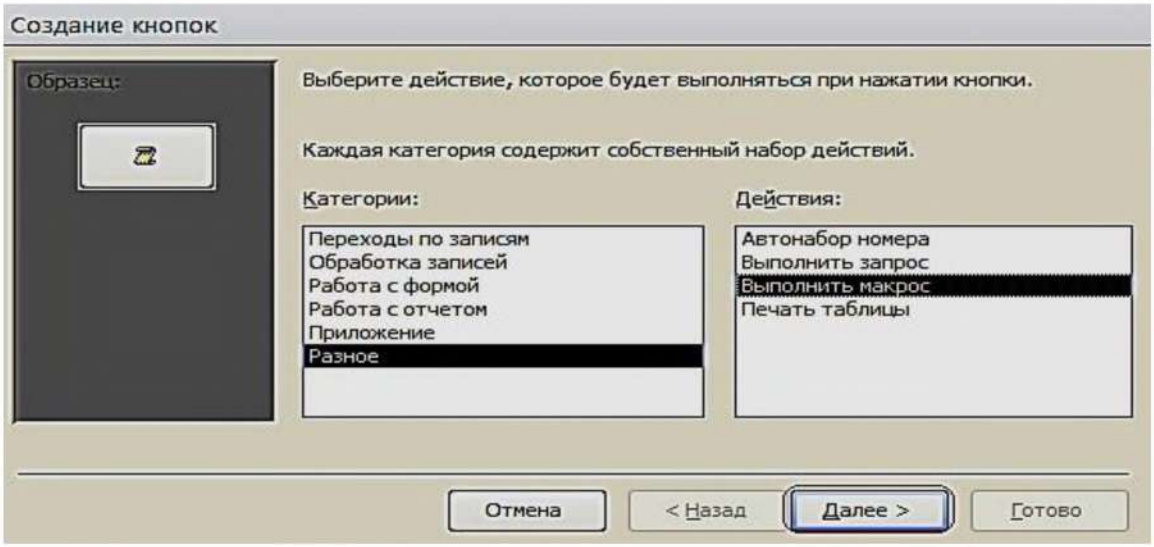


Рис. 6.7. Окно создания кнопок при работе с **Макросами**

2. Выберем соответствующий макрос (рис. 6.8). Разместим текст на кнопке.

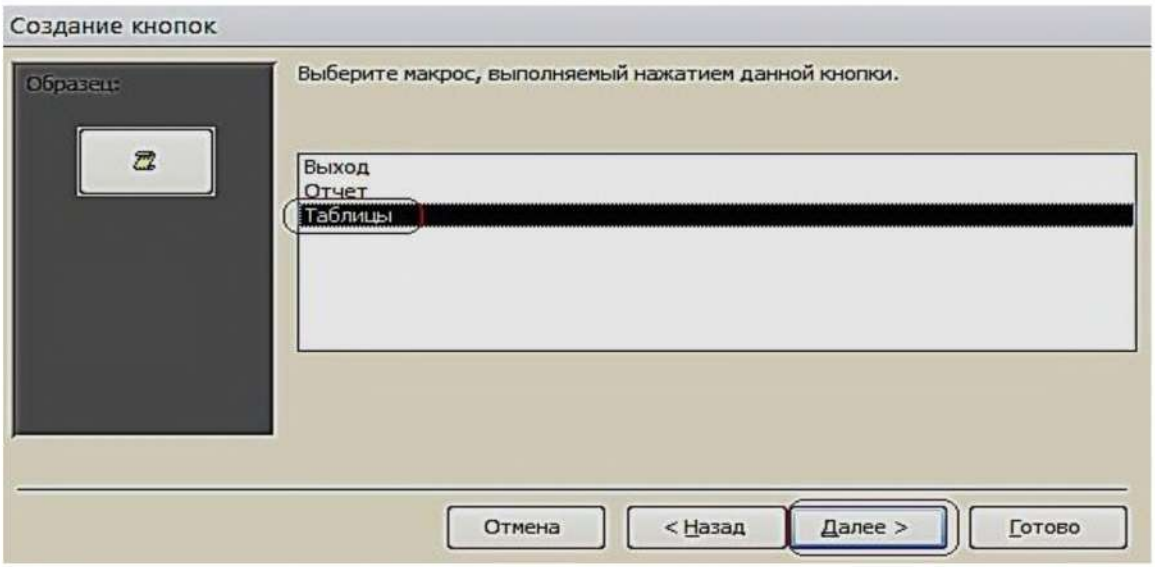


Рис. 6.8. Окно выбора макроса

3. В тексте напишем название **Таблицы** и выполним действия, указанные по кнопке **Далее** (рис. 6.9).

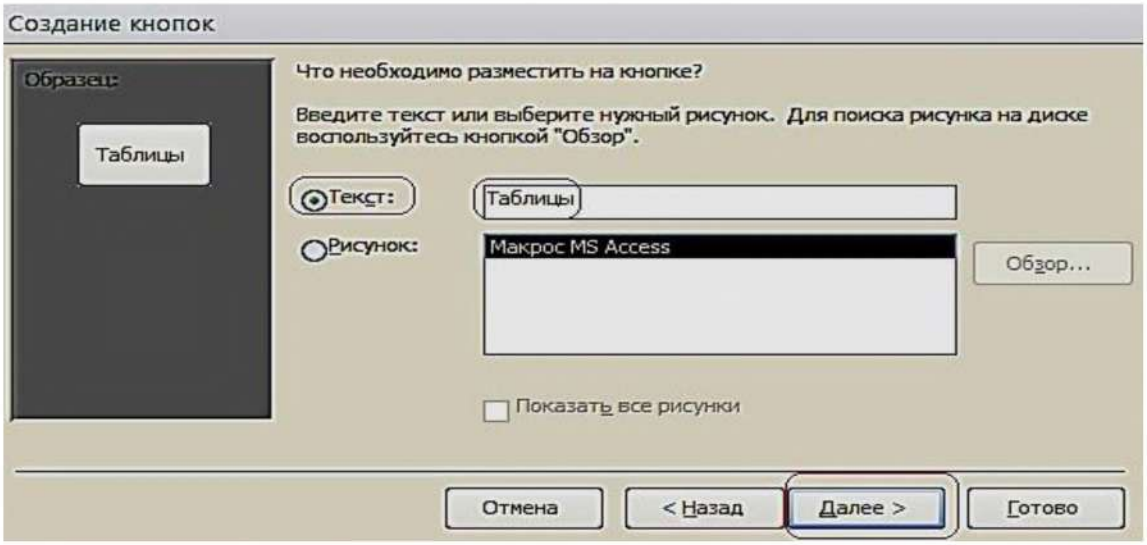


Рис. 6.9. Размещение текста на кнопке

4. Таким образом, создадим все кнопки, которые будут открываться с помощью макросов (рис. 6.10).

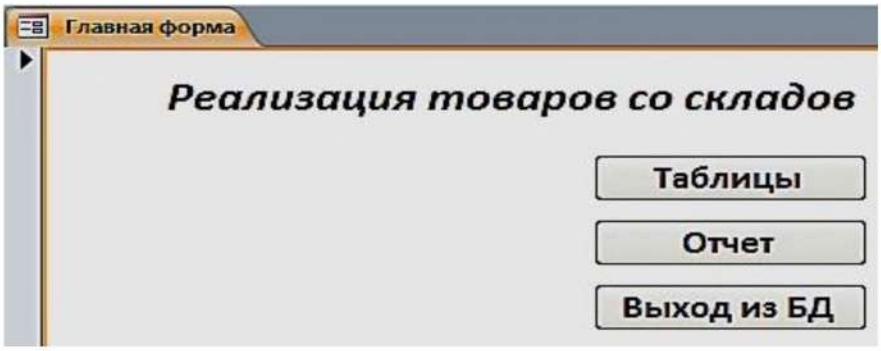


Рис. 6.10. Главная форма в режиме Макета

5. Расположим в области **Главной формы** три кнопки: **Составная форма**, **Общие данные** и **Гистограмма**. Переместим элемент управления **Кнопка** на форму, появится окно для создания кнопок. Выберем категорию: **Работа с формой**, действия: **Открыть форму,** нажмем кнопку **Далее** (рис. 6.11).

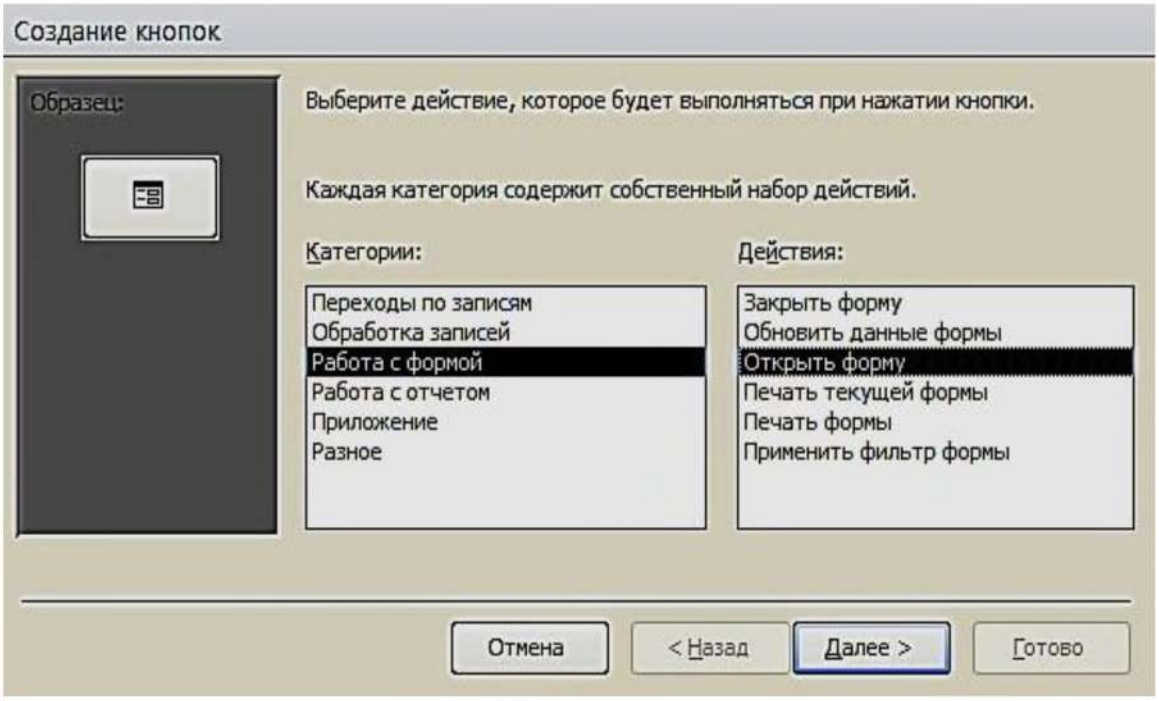


Рис. 6.11. Окно создания кнопок при работе с формами

6. Выберем соответствующую форму (рис. 6.12).

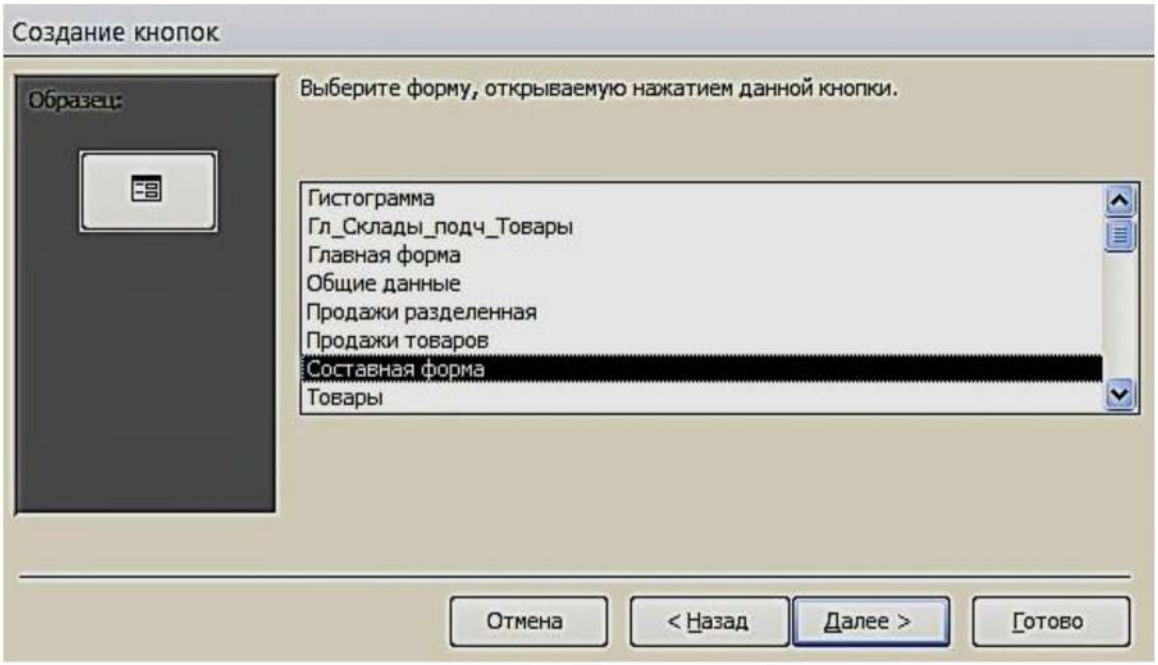


Рис. 6.12. Окно выбора формы

Поместим текст на кнопке (рис. 6.13). В тексте напишем название **Гистограмма** и выполним действия, указанные по кнопке **Далее**. Таким образом, создадим все кнопки, которые будут открываться с помощью Форм.

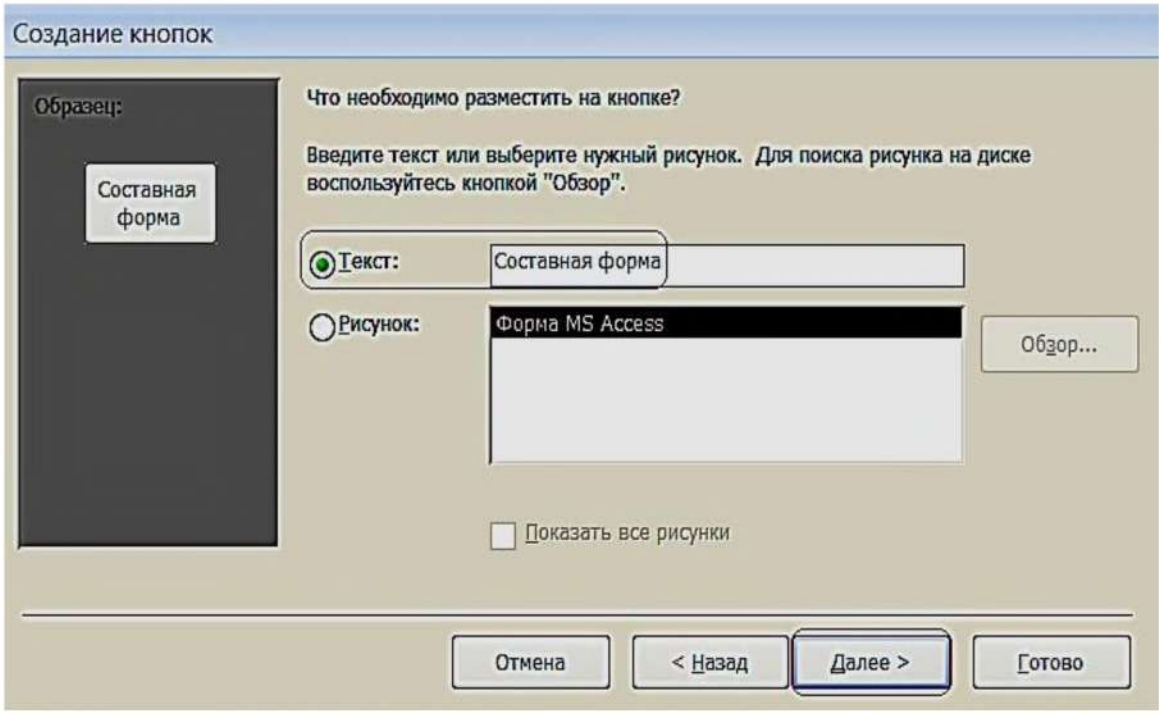


Рис. 6.13. Размещение текста на кнопке

7. Для создания картинки воспользуемся элементом управления «**Рисунок**».

8. По завершению разработки приложения, сохраним и закроем форму. Затем откроем и проверим работоспособность всех её элементов (рис. 6.14).



Рис. 6.14. Управляющая форма в режиме «**Формы**»

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Указания к выполнению работы

- Создать логическую модель базы данных: для заданной предметной области, представленной в виде перечня реквизитов, сформировать таблицы, определить в них ключевые поля, описать имена, типы и свойства полей и создать связи между таблицами.
- Создать формы для ввода данных в таблицы (простая и сложная формы). Заполнить таблицы. Каждая таблица должна содержать не менее 7 строк.
- Создать запросы по пунктам вариантов задания.
- Создать кнопочную форму для вызова созданных объектов.

Варианты заданий

Вариант № 1

Исходные данные:

- ***Рабочие***: табельный номер, фамилия, имя, отчество, дата рождения.
- ***Цеха:*** наименование цеха, категория производства (основное, управление, вспомогательное).
- ***Движение по службе***: должность, оклад, тип работы (штатный, совместитель, почасовик). ○ *Вычислить* общую сумму выплат за месяц по выбранному цеху, а

  также среднемесячный заработок этого цеха.

  ○ *Создать* ведомость для начисления заработной платы рабочих этого цеха.

Вариант № 2

Исходные данные:

- ***Сотрудники:*** фамилия, имя, отчество, дата рождения, дата поступления на работу
- ***Оплата труда:*** должность, оклад
- ***Отделы:*** номер отдела, фамилия сотрудника *Определить:* ○ возраст сотрудников (количество полных лет) при поступлении

на работу и на текущее время; ○ количество сотрудников заданного отдела младше 30 лет; ○ минимальный размер оклада.

- ***Создать таблицу,*** которая содержит сведения о 5-и самых высокооплачиваемых сотрудниках фирмы.

Вариант № 3

Исходные данные:

Работники: фамилия, имя, отчество, цех.

- ***Изделия:*** наименование изделия, категория изделия (A, B, C), стоимость изготовления.
- ***Итоги:*** шифр сборщика, количество изготовленных изделий по категориям.

Рассчитать: ○ общее количество изделий каждой категории;

○ общее количество изделий, собранных всеми рабочими заданного цеха;

- *Создать ведомость* для начисления заработной платы рабочих заданного цеха. Определить средний размер заработной платы работников этого цеха.

Вариант № 4

Исходные данные:

- ***Абоненты:*** фамилия, имя, отчество, телефон, дата установки.
- ***Расценки:*** тип заказа (по городу, область, Украина, Европа, …), цена 1 мин. разговора.
- ***Заказ:*** телефон вызова, вызываемый пункт, время в минутах.

○ *Рассчитать* общее количество телефонов, установленных начиная с заданного года по сегодняшний день. Выдавать по вводимой фамилии абонента номер его телефона. ○ *Создать таблицу*, которая содержит фамилии задолжников и их телефоны.

Вариант № 5

Исходные данные:

- ***Поставка:*** поставщик, дата поставки, объем поставки.
- ***Игрушки:*** артикул, наименование, цена, нижняя и верхняя возрастные границы.
- ***Чеки: номер чека, дата продажи, сумма.***

- *Определить* стоимость наиболее дорогой игрушки и ее наименование. По введенному значению *A*, *B* и *X*, выводить названия игрушек, которые по стоимости не превышают *X* и подходят ребенку от *A* до *B* лет. - *Создать таблицу*, которая содержит следующую информацию: наименование игрушек, которые подходят детям от *1* до *3* лет и их цены.

Вариант № 6

Исходные данные:

- ***Студенты:*** фамилия, имя отчество студента; код группы, дата рождения.
- ***Предметы:*** наименование предмета, категория предмета (фундаментальный, профессионально-ориентированный, на выбор), тип аттестации (зачет, экзамен).

Журнал: оценки по 5 экзаменам, признак участия в общественной работе. - *Определить* общее число активистов в списке.

- *Создать таблицу*, которая содержит сведения о начислении стипендии студентам заданной группы. Рассчитать размер стипендии по следующему алгоритму: студенту, который получил все оценки «*5*» и активно принимает участие в общественной работе, назначается повышенная стипендия – доплата 50 %; студенту, который получил «*4*» и «*5*», назначается обычная стипендия – ее необходимо задать; студенту, который получил одну оценку «*3*», но активно занимается общественной работой, также назначается обычная стипендия; другим студентам стипендия не назначается.

Вариант № 7

Исходные данные:

- ***Авторы:*** фамилия, имя отчество, название книги.
- ***Книги:*** год издания, количество экземпляров.
- ***Местоположение:*** шифр книги, номер стеллажа, номер шкафа, номер полки. - *Определить* общее количество книг в коллекции, а также число книг заданного года издания. По заданному автору и названию книги выдать информацию о местонахождении книги. - *Создать таблицу*, которая содержит информацию о книгах за-

данного автора, которые находятся в коллекции.

Вариант № 8

Исходные данные:

- ***Группа:*** факультет, шифр группы, фамилия куратора, должность.
- *Студент.* Фамилия студента, шифр группы, номер зачетной книжки, дата рождения, дата поступления.
- ***Результаты сессии:*** оценки по *5*-и экзаменам и результаты сдачи 5 зачетов («З» – зачет, «Н» – незачет). ○ *Вычислить* средний балл, полученный каждым студентом за-

данной группы, и средний балл этой группы по каждому предмету. Определить общее количество задолженностей (по экзаменам и зачетам в сумме) каждого студента заданной группы и общее число студентов-должников той же группы.

○ *Создать таблицу*, которая содержит сведения о неуспевающих студентах: группу, фамилия и количество задолженностей.

Вариант № 9

Исходные данные:

- ***Рейсы:*** номер рейса, пункт назначения, время вылета, время прибытия, стоимость билета.

Самолеты: шифр самолета, марка, количество посадочных мест, срок службы.

- ***Билеты:*** дата вылета, количество свободных мест в самолете.

Определить: ○ номера рейсов и время отправления самолетов в заданный го-

род; ○ по заданному городу и времени отправления наличие свободных мест на рейс; ○ общее количество рейсов через сутки в заданный город. □ *Создать таблицу,* которая содержит номера рейсов и время отправления самолетов в заданный город.

Вариант № 10

Исходные данные:

- ***Поставка:*** артикул обуви (артикул начинается с буквы *Ж* – для женской обуви, *М* – для мужской, *Д* – для детской обуви, например: *Д0321*), наименование, объем поставки.
- ***Обувь:*** цвет, стоимость.
- *Наличие*: размер, количество.

Определить:

○ стоимость обуви заданного артикула, и какие размеры есть в

наличии; ○ общее количество пар детской обуви, имеющейся в магазине, и

ее суммарную стоимость.

- *Создать таблицу*, которая содержит информацию обо всех моделях женской обуви.

Вариант № 11

Исходные данные:

- ***Игроки:*** фамилия, имя, отчество, год рождения, название футбольного клуба.
- ***Футбольный клуб:*** название клуба, фамилия директора, фамилия главного тренера.
- ***Результаты:*** шифр игрока, число заброшенных им шайб, число сделанных им голевых передач, заработанное штрафное время. ○ *Вычислить* общее число шайб, забитых хоккеистами каждой ко-

манды, и суммарное штрафное время. ○ *Создать таблицу*, которая содержит фамилии шести лучших

игроков, и сумму очков каждого игрока (голы + передачи).

Вариант № 12

Исходные данные:

- ***Студенты:*** фамилия, имя, дата рождения дата поступления.

Выбор дисциплины: код студента, наименование пяти дисциплин (выбираемая дисциплина отмечается символом «*1*», иначе – *пробел*).

- ***Успеваемость:*** средний балл, наличие задолженности.

○ *Вычислить* количество слушателей каждой дисциплины. Определить число слушателей заданной дисциплины, у которых средний балл превышает заданный. ○ *Создать таблицу*, которая содержит фамилию, группу и сред-

ний балл всех слушателей заданной дисциплины. Если число их превысит заданное, то отобрать студентов, которые имеют более высокий средний балл успеваемости.

Вариант № 13

Исходные данные:

- ***Рейсы:*** номер поезда, станция назначения, время отправления, время прибытия, стоимость билета в вагоны каждого вида отдельно.

- ***Поезда:*** количество посадочных мест в купейных вагонах, плацкартных, количество мест в вагоны повышенной комфортности.
- ***Билеты:*** дата отправления, номер поезда, наличие билетов в вагоны каждого вида отдельно.

Определить:

- количество свободных мест в купейные вагоны поезда с заданным номером;
- количество поездов, которые отправляются к заданной станции назначения.

- *Создать таблицу,* содержащую информацию о поездах, которые отправляются к заданной станции в заданном интервале времени (временной интервал задать двумя значениями, например, *13:00* и *18:30*).

Вариант № 14

Исходные данные:

- ***Сотрудники:*** табельный номер фамилия, имя, отчество, дата рождения, дата поступления на работу.
- ***Отделы:*** номер отдела, количество сотрудников, фамилия начальника.
- ***Движение по службе***: должность, оклад, тип работы (штатный, совместитель, почасовик).
  - *Рассчитать* стаж работы всех сотрудников; средний стаж работы сотрудников заданного отдела; количество сотрудников с окладом ниже заданного.
  - *Создать таблицу*, которая содержит список сотрудников пенсионного возраста (на сегодняшний день) с указанием стажа работы.
  - *Определить разницу* в стаже работы женщин и мужнин пенсионного возраста.

Вариант № 15

Исходные данные:

- ***Пациенты:*** фамилия, имя, отчество, пол, дата рождения, местожительство (город).
- ***Палата:*** количество мест в палате.
- ***Учет:*** дата поступления, диагноз поступления, уточненный диагноз, дата выписки, если выписался).

Определить: ○ количество иногородних граждан, прибывших в клинику; ○ количество пациентов с заданным диагнозом; ○ количество пациентов пенсионного возраста.

- *Создать таблицу*, которая содержит список пациентов старше заданного возраста с заданным диагнозом.

Вариант № 16

Исходные данные:

- ***Пассажир:*** фамилия, шифр багажа.
- ***Багаж:*** количество вещей, вес.
- ***Учет:*** дата сдачи, время сдачи, номер секции, номер стойки.

Определить: ○ общий средний вес одной вещи;

○ багаж, у которого средний вес одной вещи отличается не больше чем на 0,3 кг от общего среднего веса одной вещи; ○ количество пассажиров, которые имеют больше 2 вещей. □ *Создать таблицу,* содержащую информацию о багаже, вес которого превышает заданный.

Вариант № 17

Исходные данные:

- ***Компания:*** наименование компании, дата создания компании, фамилия директора, номинал акции.
- ***Курс:*** дата, продажа, покупка.
- ***Учет:*** количество проданных акций, количество купленных акций.

Определить: ○ среднее количество проданных и купленных акций; ○ максимальное различие между курсом продажи и покупки акций; ○ суммарное количество акций, проданных всеми фирмами, и общую сумму, на которую они проданы.

- *Создать таблицу*, которая содержит наименование фирмы и стоимость проданных акций.

Вариант № 18

Исходные данные:

- ***Заказчик:*** фамилия, адрес, телефон.
- ***Ремонт:*** номер заказа, наименование оборудования, вид ремонта, стоимость.
- ***Учет:*** фамилия мастера, дата начала ремонта, дата окончания ремонта.

Определить: ○ суммарную стоимость всех заказов; ○ количество заказов на ремонт заданного вида; ○ минимальная стоимость ремонта.

- *Создать таблицу*, которая содержит сведения о продолжительности ремонта заказов, оформленных весной: номер заказа, фамилия заказчика, наименование оборудования, продолжительность заказа.

Вариант № 19

Исходные данные:

- ***Абоненты:*** фамилия, имя, отчество, телефон, дата установки.
- ***Расценки:*** код города, стоимость *1* минуты разговора.
- ***Заказ:*** дата разговора, телефон вызова, вызываемый пункт, продолжительность в минутах. *Определить:* ○ максимальную стоимость разговора; ○ суммарную стоимость всех разговоров; ○ общее количество разговоров в город с заданным кодом. □ *Создать таблицу*, которая содержит сведения о стоимости разговоров, которые состоялись в интервале между двумя заданными датами.

Вариант № 20

Исходные данные:

- ***Товары:*** шифр товара, наименование товара, категория (*A, B, C*), страна-производитель.
- ***Поставка:*** дата поставки, поставщик (наименование фирмы), объем, оптовая цена.
- ***Учет:*** дата продажи, розничная цена, количество проданного товара.

○ По заданному шифру товара выдавать информацию о нем.

Определить: ○ суммарную прибыль от продажи всех товаров;

- наименование товаров, продаваемых по наивысшей и наиболее низкой цене.

- *Создать таблицу*, которая содержит наименование товара и суммарную выручку.

Вариант № 21

Исходные данные:

- ***Продукция***: номер цеха изготовителя, наименование изделия
- ***Стоимость:*** код изделия, себестоимость
- ***Учет:*** дата изготовления, количество изготовленных изделий, цена.

Определить: - суммарное различие между себестоимостью и ценой всех изго-
товленных изделий; - общее количество изделий, изготовленных до заданной даты; - цену изделия по заданному наименованию.

- *Создать таблицу*, которая содержит сведения о товарах, изготовленных в заданном цехе.

Вариант № 22

Исходные данные:

- ***Рабочие:*** фамилия, имя, отчество, дата рождения, дата поступления на работу, номер цеха.
- ***Расценки:*** разряд, стоимость одного часа.
- ***Учет:*** дата, количество отработанных часов.

Определить: - среднее количество часов, отработанных за день; - максимальную стоимость одного часа; - по заданной дате количество отработанных часов.

- *Создать таблицу*, которая содержит следующие сведения о работниках заданного цеха: - фамилия работника; - суммарная стоимость отработанного им времени.

Вариант № 23

Исходные данные:

- ***Клиенты:*** фамилия, адрес, телефон.
- ***Заказ:*** номер заказа, наименование изделия, фамилия мастера.
- ***Учет:*** дата приема, дата выполнения заказа, стоимость заказа.

Определить: ○ количество заказов, выполненных мастером с заданной фа-

милией; ○ стоимость самого дорого

заказа; ○ среднюю стоимость

заказов.

- *Создать таблицу*, которая содержит фамилию клиента, номер заказа и продолжительность его выполнения.

Вариант № 24

Исходные данные:

- ***Импортеры:*** фирма-импортер, страна, наименование товара.
- ***Поставка:*** шифр товара, объем партии в штуках, стоимость *1* штуки в условных единицах.
- ***Учет:*** дата поставки, дата получения, подтверждение приема партии. *Определить:* ○ суммарный объем товаров, импортированных заданной страной;

○ суммарную стоимость партии товара по заданному шифру; ○ минимальную стоимость товара.

- *Создать таблицу,* которая содержит сведения о стоимости товаров, импортированных заданной страной. Таблица должна содержать наименование товара и суммарную стоимость партии.

Вариант № 25

Исходные данные:

- ***Рабочие:*** фамилия, имя, отчество, дата рождения, дата поступления на работу, номер цеха.
- ***Оплата:*** разряд, оплата за изготовление одной качественной детали.
- ***Учет:*** дата, количество изготовленных деталей, количество бракованных деталей. Определить: ○ общее количество бракованных деталей, изготовленных всеми

мастерами заданного цеха; ○ сумму штрафа за каждую бракованную деталь, которая состав-

ляет 20 % от оплаты за качественную работу; ○ фамилию мастера, который изготовил максимальное количе-

ство качественных деталей.

- *Создать таблицу*, которая содержит сведения об оплате труда рабочих. Таблица должна содержать фамилию рабочего, номер цеха и сумму к

выплате с учетом штрафа и налога (налог составляет 15 % от стоимости оплаты).

Вариант № 26

Исходные данные:

- ***Отделение:*** номер отделения, фамилию заведующего, номер корпуса, этаж.
- ***Лечение:*** шифр болезни, продолжительность.
- ***Оплата:*** диагностика, стоимость *1* дня лечения, затраты на лекарство.
- ***Суммарная стоимость:*** отработанного им времени.

Определить:
- по названию болезни затраты на лекарство;
- среднюю стоимость *1* дня лечения;
- рассчитать суммарную стоимость лечения каждой болезни, включая затраты на лекарство.

- *Создать таблицу*, которая содержит сведения о стоимости лечения в заданном отделении.

Вариант № 27

Исходные данные:

- ***Книги:*** наименование книги, фамилия автора, издательство, год издания, тираж.
- ***Магазины:*** шифр книги, номер магазина, цена.
- ***Учет продаж:*** код продажи, продано, остаток.

Определить:
- количество проданных книг в заданном магазине;
- суммарную стоимость всех непроданных книг;
- среднюю цену одной книги.

- *Создать таблицу*, которая содержит суммарную стоимость книг, проданных каждым магазином.

Вариант № 28

Исходные данные:

- ***Детали:*** наименование детали, цех-изготовитель
- ***Изготовление:*** шифр материала, шифр детали, затрата материала на *1* деталь.

- ***Учет:*** дата изготовления, количество изготовленных деталей, количество брака.

Определить: ○ для всех деталей суммарные затраты материала на брак; ○ количество качественных деталей; ○ деталь, на которую тратится более всего материала. □

Создать таблицу, которая содержит шифр детали и процент брака.

Вариант № 29

Исходные данные:

- ***Лекарство:*** название лекарства, категория (антибиотик, жаропонижающее, витамины, противовоспалительное, антидепрессант), дата изготовления, дата истечения срока.
- ***Стоимость:*** шифр лекарства, код аптеки, цена за *1* упаковку.
- ***Продажа:*** количество проданных упаковок, остаток.

Определить: ○ суммарное количество упаковок лекарства, проданных всеми аптеками и принадлежащее заданной категории.

○ стоимость всех непроданных упаковок;

○ среднюю стоимость лекарства.

- *Создать таблицу*, которая содержит информацию о просроченных лекарствах: номер аптеки, название, категория и дату истечения срока.

Вариант № 30

Исходные данные:

- ***Продавцы:*** табельный номер, фамилия, имя, отчество, дата рождения.
- ***Товары:*** шифр товара, тип товара, сложность продажи (средняя, высокая);
- ***Журнал регистрации:*** количество проданных товаров по дням недели (понедельник, вторник, ..., суббота); *Определить:* ○ общее количество товаров, проданных каждым продавцом; ○ фамилия продавца, который продал наибольшее число товаров, и определить день, когда он достиг наивысшей производительности труда.
- *Создать таблицу,* которая содержит следующую информацию: фамилия продавца и общее количество товаров, проданное им за неделю.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература:

1. *Бекаревич Ю. Б., Пушкина Н. В.* СПб.: БХВ - Петербург, 2016. 464 с. (Самоучитель Microsoft Access 2013).

2. *Гурвиц Г.* Microsoft Access 2013. Разработка приложений на реальном примере:
М., 2012. 258 с.

3. *Одиночкина С. В.* Разработка баз данных в Microsoft Access 2010, НИУ ИТМО, 2012. 81 с.

Дополнительная литература:

1. *Домострой А.* MS Access 2013. Создание базы данных. Урок 1. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=uCenTUX1QcQ

2. *Домострой А.* MS Access 2013. Таблицы. Урок 2. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=VDuyue8ra2Q

3. *Домострой А.* MS Access 2013. Запросы. Урок 3. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=nSIHUvfBy34

4. *Домострой А.* MS Access 2013. Формы. Урок 4. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=54ZZhSYrz8s

5. *Домострой А.* MS Access 2013. Многотабличные формы. Урок 5. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=ou-1q4Q6NjY

6. *Домострой А.* MS Access 2013. Создание отчетов. Урок 6. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=PrH-S8r0nlE

7. *Домострой А.* MS Access 2013. Главная Кнопочная форма Урок 7. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=Ou0HJtzypOU

8. *Макарова Н. В.* Информатика: учебник для вузов. Стандарт третьего поколения. СПб: Питер, 2011. 576 с.: ил.

Минобрнауки России

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

ПРИКЛАДНОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Автор: Дружинин А.В., доцент, канд. техн. наук

Екатеринбург

Оглавление

ЧАСТЬ I. ПОНЯТИЕ ППП....3
Тема 1.1 Введение в предмет. Понятие ППП....4
Тема 1.2 Структура и основные компоненты ППП....10
Тема 1.3 Эволюция ППП. Примеры современных ППП....13
ЧАСТЬ II. ППП MS OFFICE....22
Тема 2.1 Структура и состав MS Office. Основные приложения....23
Тема 2.2 Введение в офисное программирование....29
Тема 2.3 Макросы. Использование макрорекордера....34
Тема 2.4 Среда разработки VBA....38

ЧАСТЬ I. ПОНЯТИЕ ППП
ТЕМА 1.1 ВВЕДЕНИЕ В ПРЕДМЕТ. ПОНЯТИЕ ППП

Цели и задачи дисциплины

- Изучение основных принципов, используемых в разработке интегрированных программных продуктов.
- Изучение структуры, состава и назначения компонентов интегрированного ПО, а также средств организации взаимодействия между компонентами и инструментальных средств расширения функциональности.
- Формирование навыков работы со средствами автоматизации решения прикладных задач.
- Формирование навыков использования встроенных средств разработки.
- Требования к уровню освоения дисциплины
- В результате изучения дисциплины студенты должны:
- знать принципы построения прикладных информационных систем
- уметь использовать современные программные средства для обработки разнородной информации;
- уметь автоматизировать процесс решения прикладных задач с помощью встроенных языков программирования;
- иметь представление о современном состоянии и тенденциях развития рынка прикладного ПО.

Основные понятия и определения

Информационная система (ИС) - организационно упорядоченная совокупность документов (массивов документов) и информационных технологий, в том числе с использованием средств вычислительной техники и связи, реализующих информационные процессы. Информационные системы предназначены для хранения, обработки, поиска, распространения, передачи и представления информации.

Автоматизированная (информационная) система (АС) - совокупность программных и аппаратных средств, предназначенных для хранения и/или управления данными и ин-

формацией и производства вычислений и управляемая человеком-оператором (в этом главное отличие автоматизированной системы от автоматической).

Многоуровневое представление ИС - модель представления информационной системы в виде совокупности взаимосвязанных уровней, разделенных по функциональному назначению (рис. 1).



Рис. 1. Многоуровневое представление информационных систем.

Аппаратное обеспечение ИС - комплекс электронных, электрических и механических устройств, входящих в состав информационной системы или сети.

Программное обеспечение (ПО) — совокупность программ и данных, предназначенных для решения определенного круга задач и хранящиеся на машинных носителях.

Программа — последовательность формализованных инструкций, представляющих алгоритм решения некоторой задачи и предназначенная для исполнения устройством управления вычислительной машины. Инструкции программы записываются при помощи машинного кода или специальных языков программирования. В зависимости от контекста термин «программа» может относится к исходным текстам, при помощи которых записывается алгоритм, или к исполняемому машинному коду.

Программист - специалист, занимающийся разработкой и проверкой программ. Различают системных и прикладных программистов.

Пользователь - человек, принимающий участие в управлении объектами и система ми некоторой предметной области и являющийся составным элементом автоматизированной системы.

Прикладное программное обеспечение - программное обеспечение, ориентированное на конечного пользователя и предназначенное для решения пользовательских задач.

Прикладное ПО состоит из:

- отдельных прикладных программ и пакетов прикладных программ, предназначенных для решения различных задач пользователей;
- автоматизированных систем, созданных на основе этих пакетов.

Пакет прикладных программ - комплект программ, предназначенных для решения задач из определенной проблемной области. Обычно применение пакета прикладных программ предполагает наличие специальной документации: лицензионного свидетельства, паспорта, инструкции пользователя и т.п.

Классификация программного обеспечения

Любая классификация подразумевает выбор некоторого группировочного признака (или нескольких), на основании которого и производится отнесение объектов к тому или иному классу. Так, при классификации программного обеспечения по способу распространения можно выделить следующие категории список не полный):

- Commercial Software - коммерческое (с ограниченными лицензией возможностями на использование), разрабатываемое для получения прибыли.
- Freeware - свободное ПО, распространяемое без ограничений на использование, модификацию и распространение.
- Shareware - условно-бесплатное ПО, с частичными ограничениями при работе в ознакомительном режиме (например, определенное количество запусков программы).
- Abandonware - «заброшенное» ПО, поддержка которого непосредственным разработчиком прекращена, но продолжается третьими лицами (например, партнерами или энтузиастами).
- Adware - ПО, в код которого включены рекламные материалы. Такое ПО распространяется бесплатно, но для отключения рекламных блоков необходима оплата.
- Careware - «благотворительное» ПО, оплату за которое разработчик (или распро странитель) просит переводить на благотворительные нужды.

При классификации программного обеспечения по назначению в качестве критерия используют уровень представления ИС, на который ориентирована та или иная программа.

Соответственно выделяют следующие классы ПО:

1. Системное ПО - решает задачи общего управления и поддержания работоспособности системы в целом. К этому классу относят операционные системы, менеджеры загрузки, драйверы устройств, программные кодеки, утилиты и программные средства защиты информации.
2. Инструментальное ПО включает средства разработки (трансляторы, отладчики, интегрированные среды, различные SDK и т.п.) и системы управления базами данных (СУБД).
3. Прикладное ПО - предназначено для решения прикладных задач конечными пользователями.

Прикладное ПО - самый обширный класс программ, в рамках которого возможна дальнейшая классификация, например, по предметным областям. В этом случае группировочным признаком является класс задач, решаемых программой. Приведем несколько примеров:

- Офисные приложения - предназначены для автоматизации офисной деятельности (текстовые редакторы и процессоры, электронные таблицы, редакторы презентаций и т.п.)
- Корпоративные информационные системы - бухгалтерские программы, системы корпоративного управления, системы управления проектами (Project Management), инструменты автоматизации документооборота (EDM-системы) и управления архивами документов (DWM-системы)
- Системы проектирования и производства - системы автоматизированного проектирования (САПР, CAD/CAM-системы), системы управления технологическими (SCADA) и производственными (MES) процессами
- Научное ПО - системы математического и статистического расчета, анализа и моделирования
- Геоинформационные системы (ГИС)
- Системы поддержки принятия решений (СППР)
- Клиенты доступа к сетевым сервисам (электронная почта, веб-браузеры, передача сообщений, чат-каналы, клиенты файлообменных сетей и т.п.)
- Мультимедийное ПО - компьютерные игры, средства просмотра и редактирования аудио- и видеоинформации, графические редакторы и вьюеры, анимационные редакторы и т.п.

С точки зрения конечного пользователя такая классификация оправданна и наглядна, для разработчика же более значимым фактором является структура прикладной программы, в общем случае состоящей из нескольких компонентов. Назначение этих компонентов, связи между ними и способность к взаимодействию определяют интеграцию прикладного ПО. Чем теснее связаны программные компоненты, тем выше степень интеграции.

В зависимости от степени интеграции многочисленные прикладные программные средства можно классифицировать следующим образом[1]:

1. отдельные прикладные программы;
2. библиотеки прикладных программ;
3. пакеты прикладных программ;
4. интегрированные программные системы.

Отдельная прикладная программа пишется, как правило, на некотором высокоуровневом языке программирования (Pascal, Basic и т.п.) и предназначается для решения конкретной прикладной задачи. Такая программа может быть реализована в виде набора модулей, каждый из которых выполняет некоторую самостоятельную функцию (например, модуль пользовательского интерфейса, модуль обработки ошибок, модуль печати и т.п.).
При этом доступ к функциям модулей из внешних программ невозможен.

Библиотека представляет собой набор отдельных программ, каждая из которых решает некоторую прикладную задачу или выполняет определенные вспомогательные функции (управление памятью, обмен с внешними устройствами и т.п.). Библиотеки программ зарекомендовали себя эффективным средством решения вычислительных задач. Они интенсивно используются при решении научных и инженерных задач с помощью ЭВМ.
Условно их можно разделить на библиотеки общего назначения и специализированные библиотеки.

Пакет прикладных программ (ППП) - это комплекс взаимосвязанных программ, ориентированный на решение определенного класса задач. Формально такое определение не исключает из числа пакетов и библиотеки программ, однако у ППП, как отдельной категории, есть ряд особенностей, среди которых: ориентация на решение классов задач, унифицированный интерфейс, наличие языковых средств.

[1] Следует отметить отсутствие безусловных границ между перечисленными формами прикладного программного обеспечения

Интегрированная программная система - это комплекс программ, элементами которого являются различные пакеты и библиотеки программ. Примером служат системы автоматизированного проектирования, имеющие в своем составе несколько ППП различного назначения. Часто в подобной системе решаются задачи, относящиеся к различным классам или даже к различным предметным областям.

Понятие пакета прикладных программ

Итак, пакет прикладных программ (ППП) – это комплекс взаимосвязанных программ для решения определенного класса задач из конкретной предметной области. На текущем этапе развития информационных технологий именно ППП являются наиболее востребованным видом прикладного ПО. Это связано с упомянутыми ранее особенностями ППП. Рассмотрим их подробней:

- Ориентация на решение класса задач. Одной из главных особенностей является ориентация ППП не на отдельную задачу, а на некоторый класс задач, в том числе и специфичных, из определенной предметной области. Так, например, офисные пакеты ориентированы на офисную деятельность, одна из задач которой - подготовка документов (в общем случае включающих не только текстовую информацию, но и таблицы, диаграммы, изображения). Следовательно, офисный пакет должен реализовывать функции обработки текста, представлять средства обработки табличной информации, средства построения диаграмм разного вида и первичные средства редактирования растровой и векторной графики.
- Наличие языковых средств. Другой особенностью ППП является наличие в его составе специализированных языковых средств, позволяющих расширить число задач, решаемых пакетом или адаптировать пакет под конкретные нужды. Пакет может представлять поддержку нескольких входных языков, поддерживающих различные парадигмы. Поддерживаемые языки могут быть использованы для формализации исходной задачи, описания алгоритма решения и начальных данных, организации доступа к внешним источникам данных, разработки программных модулей, описания модели предметной области, управления процессом решения в диалоговом режиме и других целей. Примерами входных языков ППП являются VBA в пакете MS Office, AutoLISP/VisualLISP в Autodesk AutoCAD, StarBasic в OpenOffice.org

- Единообразие работы с компонентами пакета. Еще одна особенность ППП состоит в наличии специальных системных средств, обеспечивавших унифицированную работу с компонентами. К их числу относятся специализированные банки данных, средства информационного обеспечения, средства взаимодействия пакета с операционной системой, типовой пользовательский интерфейс и т.п.
-

ТЕМА 1.2 СТРУКТУРА И ОСНОВНЫЕ КОМПОНЕНТЫ ППП

Несмотря на разнообразие конкретных пакетных разработок, их обобщенную внутреннюю структуру можно представить в виде трех взаимосвязанных элементов1 (рис. 2):

1. входной язык (макроязык, язык управления) - представляет средство общения пользователя с пакетом;
2. предметное обеспечение (функциональное наполнение) - реализует особенности конкретной предметной области;
3. системное обеспечение (системное наполнение) - представляет низкоуровневые средства, например, доступ к функциям операционной системы.

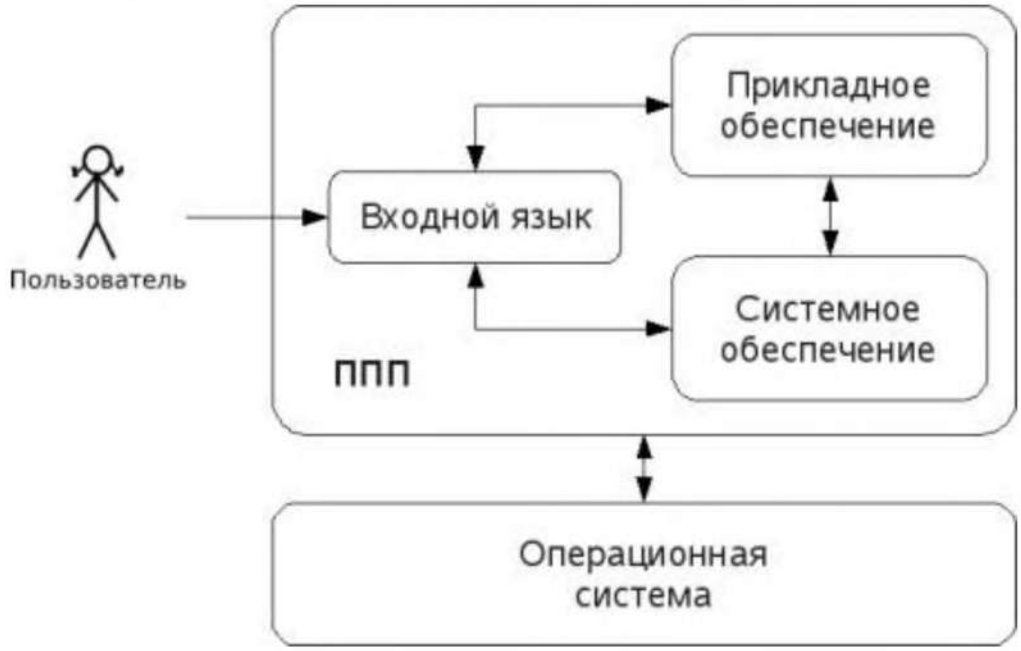


Рис. 2. Структура ППП.

Входной язык - основной инструмент при работе пользователя с пакетом прикладных программ. В качестве входного языка могут использоваться как универсальные (Pascal, Basic и

т.п.), так и специализированные, проблемно-ориентированные языки программирования (Cobol - для бизнес-приложений, Lisp - списочные структуры данных, Fortran и MathLAB - математические задачи и т.п.).

Развитый пакет может обладать несколькими входными языками, предназначенными для выполнения различных функций в рамках решаемого класса задач. Так, например, в пакете OpenOffice.org поддерживаются языки StarBasic, Python, JavaScript и Java. StarBasic является основным входным языком, предназначенным для автоматизации работы с пакетом, для этого языка имеется интегрированная среда разработки и встроенный отладчик. Скрипты на языках Python и JavaScript загружаются и исполняются из внешних файлов. На Java (через SDK и функции API OpenOffice) можно создавать модули расширения и полнофункциональные приложения-компоненты.

Входные языки отражают объем и качество предоставляемых пакетом возможностей, а также удобство их использования. Таким образом, именно входной язык является основным показателем возможностей ППП. Однако стоит отметить, что в современных пакетах обращение пользователя к языковым средствам обычно происходит косвенно, через графический интерфейс.

Предметное обеспечение отражает особенности решаемого класса задач из конкретной предметной области и включает:

- программные модули, реализующие алгоритмы (или их отдельные фрагменты) прикладных задач;
- средства сборки программ из отдельных модулей.

Наиболее распространено в настоящее время оформление программных модулей в виде библиотек, подключаемых статически или динамически. В зависимости от использованного разработчиками подхода к проектированию и реализации ППП такие библиотеки содержат встроенные классы и описания их интерфейсов (при использовании объектно-ориентированного программирования). При использовании парадигмы структурного программирования в библиотечных модулях содержатся процедуры и функции, предназначенные для решения некоторых самостоятельных задач. В обоих случаях библиотеки связаны с другими модулями пакета лишь входной и выходной информацией.

Системное обеспечение представляет собой совокупность низкоуровневых средств (программы, файлы, таблицы и т.д.), обеспечивающих определенную дисциплину работы

пользователя при решении прикладных задач и формирующих окружение пакета. К системному обеспечению ППП относят следующие компоненты:

- монитор - программа, управляющая взаимодействием всех компонентов ППП;
- транслятор(ы) с входных языков - для ППП характерно использование интерпретируемых языков;
- средства доступа к данным - драйверы баз данных и/или компоненты, представляющие доступ через унифицированные интерфейсы (ODBC, JDBC, ADO, BDE и т.п.);
- информационно-справочный модуль - предоставляет функции поддержки, среди которых информационные сообщения, встроенная справочная системы и т.п.

различные служебные программы, выполняющие низкоуровневые операции (автосохранение, синхронизация совместно используемых файлов и т.д.)

Приведенная логическая структура ППП достаточна условна и в конкретном ППП может отсутствовать четкое разделение программ на предметное и системное обеспечение. Например, программа планирования вычислений, относящаяся к прикладному обеспечению, может одновременно выполнять и ряд служебных функций (информационное обеспечение, связь с операционной системой и т.п.).

Кроме того, одни и те же программы в одном пакете могут относиться к предметному обеспечению, а в другом - к системному. Так, программы построения диаграмм в рамках специализированного пакета машинной графики естественно отнести к предметному обеспечению. Однако те же программы следует считать вспомогательными и относящимися к системному обеспечению, например, в пакете решения вычислительных задач.

ТЕМА 1.3 ЭВОЛЮЦИЯ ППП. ПРИМЕРЫ СОВРЕМЕННЫХ ППП

Этапы развития ППП

Первые ППП представляли собой простые тематические подборки программ для решения отдельных задач в той или иной прикладной области, обращение к ним выполнялось с помощью средств оболочки ОС или из других программ. Современный пакет является сложной программной системой, включающей специализированные системные и языковые средства. В относительно короткой истории развития вычислительных ППП можно выделить *4 основных поколения* (класса) пакетов. Каждый из этих классов характеризуется определенными

особенностями входящих состав ППП компонентов - входных языков, предметного и системного обеспечения.

Первое поколение

В качестве входных языков ППП первого поколения использовались универсальные языки программирования (Фортран, Алгол-60 и т.п.) или языки управления заданиями соответствующих операционных систем. Проблемная ориентация входных языков достигалась за счет соответствующей мнемоники в идентификаторах. Составление заданий на таком языке практически не отличалось от написания программ на алгоритмическом языке.

Предметное обеспечение первых ППП, как правило, было организовано в форме библиотек программ, т.е. в виде наборов (пакетов) независимых программ на некотором базовом языке программирования (отсюда впервые возник и сам термин «пакет»). Такие ППП иногда называют *пакетами библиотечного типа*, или *пакетами простой структуры*.

В качестве системного обеспечения пакетов первого поколения обычно использовались штатные компоненты программного обеспечения ЭВМ: компиляторы с алгоритмических языков, редакторы текстов, средства организации библиотек программ, архивные системы и т.д. Эти пакеты не требовали сколько-нибудь развитой системной поддержки, и для их функционирования вполне хватало указанных системных средств общего назначения. В большинстве случаев разработчиками таких пакетов были прикладные программисты, которые пытались приспособить универсальные языки программирования к своим нуждам.

Второе поколение

Разработка ППП второго поколения осуществлялась уже с участием системных программистов. Это привело к появлению специализированных входных языков на базе универсальных языков программирования. Проблемная ориентация таких языков достигалась не только за счет использования определенной мнемоники, но также применением соответствующих языковых конструкций, которые упрощали формулировку задачи и делали ее более наглядной. Транслятор с такого языка представлял собой препроцессор (чаще всего макропроцессор) к транслятору соответствующего алгоритмического языка.

В качестве модулей в пакетах этого класса стали использоваться не только программные единицы (т.е. законченные программы на том или ином языке программирования), но и такие объекты, как последовательность операторов языка программирования, совокупность данных, схема счета и др.

Существенные изменения претерпели также принципы организации системного обеспечения ППП. В достаточно развитых пакетах второго поколения уже можно выделить элементы системного обеспечения, характерные для современных пакетов: монитор, трансляторы с входных языков, специализированные банки данных, средства описания модели предметной области и планирования вычислений и др.

Третье поколение

Третий этап развития ППП характеризуется появлением самостоятельных входных языков, ориентированных на пользователей-непрограммистов. Особое внимание в таких ППП уделяется системным компонентам, обеспечивающим простоту и удобство. Это достигается главным образом за счет специализации входных языков и включения в состав пакета средств автоматизированного планирования вычислений.

Четвертое поколение

Четвертый этап характеризуется созданием ППП, эксплуатируемых в интерактивном режиме работы. Основным преимуществом диалогового взаимодействия с ЭВМ является возможность активной обратной связи с пользователем в процессе постановки задачи, ее решения и анализа полученных результатов. Появление и интенсивное развитие различных форм диалогового общения обусловлено прежде всего прогрессом в области технических средств (графическая подсистема ЭВМ и средства мультимедиа, сетевые средства). Развитие аппаратного обеспечения повлекло за собой создание разнообразных программных средств поддержки диалогового режима работы (диалоговые операционные системы, диалоговые пакеты программ различного назначения и т. д.).

Прикладная система состоит из *диалогового монитора* - набора универсальных программ, обеспечивающих ведение диалога и обмен данными, и базы знаний об области. Информация о структуре, целях и форма диалога задает сценарий, в соответствии с который монитор управляет ходом диалога. Носителями процедурных знаний о предметной области являются прикладные модули, реализующие функции собственной системы. Таким образом, создание прикладной системы сводится к настройке диалогового монитора на конкретный диалог, путем заполнения базы знаний. При этом программировать в традиционном смысле этого слова приходится лишь прикладные модули, знания о диалоге вводятся в систему с помощью набора соответствующих средств - редактора сценариев. Логично требовать, чтобы редактор сценариев также представлял собой диалоговую программу, отвечавшую

рассмотренным выше требованиям. Благодаря готовому универсальному монитору программист может сосредоточиться на решении чисто прикладных задач, выделение же знаний о диалоге в сценарий обеспечивает в значительной степени необходимая гибкость программного продукта.

Большое внимание в настоящее время уделяется проблеме создания *«интеллектуальных ППП»*. Такой пакет позволяет конечному пользователю лишь сформулировать свою задачу в содержательных терминах, не указывая алгоритма ее решения. Синтез решения и сборка целевой программы производятся автоматически. При этом детали вычислений скрыты от пользователя, и компьютер становится интеллектуальным партнером человека, способным понимать его задачи. Предметное обеспечение подобного ППП представляет собой некоторую базу знаний, содержащую как процедурные, так и описательные знания. Такой способ решения иногда называют концептуальным программированием, характерными особенностями которого является программирование в терминах предметной области использование ЭВМ уже на этапе постановки задач, автоматический синтез программ решения задачи, накопление знаний о решаемых задачах в базе знаний.

Краткий обзор некоторых ППП

Для иллюстрации ранее рассмотренных материалов приведем несколько примеров современных пакетов прикладных программ из различных предметных областей. Учитывая, что постоянно появляются новые версии программных продуктов, здесь будут рассматриваться не возможности конкретных версий, а лишь основные структурные компоненты, входящие в состав того или иного пакета.

Autodesk AutoCAD

Основное назначение ППП AutoCAD - создание чертежей и проектной документации. Современные версии этого пакета представляют существенно большие возможности, среди которых построение трехмерных твердотельных моделей, инженерно-технические расчеты и многое другое.

Первые версии системы AutoCAD, разрабатываемой американской фирмой Autodesk, появились еще в начале 80-х годов двадцатого века, и сразу же привлекли к себе внимание своим оригинальным оформлением и удобством для пользователя. Постоянное развитие системы, учет замечаний, интеграция с новыми продуктами других ведущих фирм сделали

AutoCAD мировым лидером на рынке программного обеспечения для автоматизированного проектирования.

Языковые средства

В основе языковых средств ППП AutoCAD - технология Visual LISP, базирующаяся на языке AutoLISP (подмножество языка LISP) и используемая для создания приложений и управления в AutoCAD. Visual LISP представляет полное окружение, включающее:

- Интегрированную среду разработки, облегчающую написание, отладку и сопровождение приложений на AutoLISP
- Доступ к объектам ActiveX и обработчикам событий
- Защиту исходного кода
- Доступ к файловым функциям операционной системы
- Расширенные функции языка LISP для обработки списочных структур данных.

Для разработчиков совместимых приложений в AutoCAD включена поддержка ObjectARX. Это программное окружение представляет объектно-ориентированный интерфейс для приложений на языках C++, C# и VB.NET и обеспечивает прямой доступ к структурам БД, графической подсистеме и встроенным командам пакета.

Кроме того, в AutoCAD имеется поддержка языка Visual Basic for Applications (VBA), что позволяет использовать этот пакет совместно с другими приложениями, в частности, из семейства Microsoft Office.

Предметное обеспечение

К предметному обеспечению пакета в первую очередь относятся функции построения примитивов - различных элементов чертежа. Простые примитивы - это такие объекты как точка, отрезок, круг (окружность) и т.д. К сложным примитивам относятся: полилиния, мультилиния, мультитекст (многострочный текст), размер, выноска, допуск, штриховка, вхождение блока или внешней ссылки, атрибут, растровое изображение. Кроме того, есть пространственные примитивы, видовые экраны и пр. Операции построения *большей части* примитивов могут быть выполнены через пользовательский интерфейс, *все* - через команды языка.

Высокоуровневые средства представлены расширениями и приложениями AutoCAD для конкретных предметных областей. Например в машиностроении используется Autodesk

Mechanical Desktop - предназначенный для сложного трехмерного моделирования, в том числе валов и пружин. Для проектирования деталей из листовых материалов предназначена система Copra Sheet Metal Bender Desktop (разработчик - Data-M Software GmbH). Моделирование динамики работы механизмов может выполняться в системе Dynamic Designer (Mechanical Dynamics). В числе известных архитектурных и строительных приложений можно отметить системы АРКО (АПИО-Центр), СПДС GraphiCS (Consistent Software), ArchiCAD. Для проектирования промышленных объектов может использоваться система PLANT-4D (CEA Technology). Это лишь некоторые из областей использования AutoCAD.

Системное обеспечение

Среди системного обеспечения следует отметить основной формат файлов AutoCAD .dwg, который стал стандартом «де факто» для прочих САПР.

К системному же обеспечению относятся типовые и специализированные библиотеки деталей и шаблонов, использование которых позволяет существенно ускорить процесс проектирования. Здесь же упомянем требования отраслевых и государственных стандартов, которым должны соответствовать чертежи и спецификации.

Конфигурация и настройки различных режимов AutoCAD устанавливаются через т.н. системные переменные. Изменяя их значения можно задавать пути к файлам, точность вычислений, формат вывода и многое другое.

Adobe Flash

Adobe (ранее Macromedia) Flash - это технология и инструментарий разработки интерактивного содержания с большими функциональными возможностями для цифровых, веб- и мобильных платформ. Она позволяет создавать компактные, масштабируемые анимированные приложения (ролики), которые можно использовать как отдельно, так и встраивая в различное окружение (в частности, в веб-страницы). Эти возможности обеспечиваются следующими компонентами технологии: языком Action Script, векторным форматом .swf и видеоформатом .flv, всевозможными flash-плейерами для просмотра и редакторами для создания.

Рассмотрим интегрированную среду Adobe Flash как основное средство создания flash-приложений. При этом отметим, что языковые и системные средства относятся не только к этому пакету, а к технологии в целом.

Язык ActionScript

ActionScript — объектно-ориентированный язык программирования, который добавляет интерактивность, обработку данных и многое другое в содержимое Flash-приложений. Синтаксис ActionScript основан на спецификации ECMAScript (сюда же относятся языки JavaScript и JScript). Библиотека классов ActionScript, написанная на C++, представляет доступ к графическим примитивам, фильтрам, принтерам, геометрическим функциям и пр.

ActionScript как язык появился с выходом 5 версии Adobe (тогда еще Macromedia) Flash, которая стала первой программируемой на ActionScript средой. Первый релиз языка назывался ActionScript 1.0. Flash 6 (MX). В 2004 году Macromedia представила новую версию ActionScript 2.0 вместе с выходом Flash 7 (MX 2004), в которой было введено строгое определение типов, основанное на классах программирование: наследование, интерфейсы и т. д. Также Macromedia была выпущена модификация языка Flash Lite для программирования под мобильные телефоны. ActionScript 2.0 является не более чем надстройкой над ActionScript 1.0, то есть на этапе компиляции ActionScript 2.0 осуществляет некую проверку и превращает классы, методы ActionScript 2.0 в прежние прототипы и функции ActionScript 1.0.

В 2005 году вышел ActionScript 3.0 в среде программирования Adobe Flex, а позже в Adobe Flash 9.

ActionScript 3.0 (текущая версия на момент подготовки этого материала) представляет, по сравнению с ActionScript 2.0 качественное изменение, он использует новую виртуальную машину AVM 2.0 и дает взамен прежнего формального синтаксиса классов настоящее классовое (class-based) Объектно-ориентированное программирование. ActionScript 3.0 существенно производительней предыдущих версий и по скорости приблизился к таким языкам программирования, как Java и C++.

С помощью ActionScript можно создавать интерактивные мультимедиа-приложения, игры, веб-сайты и многое другое.

Системное обеспечение

ActionScript исполняется виртуальной машиной (ActionScript Virtual Machine), которая является составной частью Flash Player. ActionScript компилируется в байткод, который включается в SWF-файл.

SWF-файлы исполняются Flash Player-ом. Flash Player существует в виде плагина к веб-браузеру, а также как самостоятельное исполняемое приложение. Во втором случае возможно создание исполняемых exe-файлов, когда swf-файл включается во Flash Player.

Для создания и просмотра видеофайлов в формате flv используются программные кодеки, поддерживающие этот формат.

Прикладное обеспечение

К прикладному обеспечению в рамках технологии Flash относятся средства создания роликов в форматах .swf, .flv и .exe. Основным инструментом является среда среда Adode Flash, включающая различные средства для создания и редактирования мультимедийного содержания, в т.ч. видео- и аудиофайлов, интегрированную среду разработки на ActionScript и множество дополнительных функций упрощения процесса создания роликов.

Пакет MatLab

MatLab (сокращение от англ. «Matrix Laboratory») — пакет прикладных программ для решения задач технических вычислений, и язык программирования, используемый в этом пакете. По данным фирмы-разработчика, более 1000000 инженерных и научных работников используют этот пакет, который работает на большинстве современных операционных систем, включая GNU/Linux, Mac OS, Solaris и Microsoft Windows.

Язык MatLab

MATLAB как язык программирования был разработан Кливом Моулером (англ. Cleve Moler) в конце 1970-х годов. Целью разработки служила задача использования программных математических библиотек Linpack и EISPACK без необходимости изучения языка Фортран. Акцент был сделан на матричные алгоритмы.

Программы, написанные на MATLAB, бывают двух типов — функции и скрипты. Функции имеют входные и выходные аргументы, а также собственное рабочее пространство для хранения промежуточных результатов вычислений и переменных. Скрипты же используют общее рабочее пространство. Как скрипты, так и функции не компилируются в машинный код, а сохраняются в виде текстовых файлов. Существует также возможность сохранять так называемые pre-parsed программы — функции и скрипты, приведенные в вид, удобный для машинного исполнения и, как следствие, более быстрые по сравнению с обычными.

Системное обеспечение

Язык MATLAB является высокоуровневым интерпретируемым языком программирования, включающим основанные на матрицах структуры данных, широкий спектр функций, интегрированную среду разработки, объектно-ориентированные возможности и интерфейсы к программам, написанным на других языках программирования. Имеются интерфейсы для получения доступа к внешним данным, клиентам и серверам, общающимся через технологии Component Object Model (COM) или Dynamic Data Exchange (DDE), а также периферийным устройствам, которые взаимодействуют напрямую с MATLAB. Многие из этих возможностей известны под названием MATLAB API.

Встроенная среда разработки позволяет создавать графические интерфейсы пользователя с различными элементами управления, такими как кнопки, поля ввода и другими. С помощью компонента MATLAB Compiler эти графические интерфейсы могут быть преобразованы в самостоятельные приложения.

Для MATLAB имеется возможность создавать специальные наборы инструментов (англ. toolbox), расширяющие его функциональность. Наборы инструментов представляют собой коллекции функций, написанных на языке MATLAB для решения определенного класса задач.

Прикладное обеспечение

MATLAB предоставляет удобные средства для разработки алгоритмов, включая высокоуровневые с использованием концепций объектно-ориентированного программирования. В нем имеются все необходимые средства интегрированной среды разработки, включая отладчик и профайлер.

MATLAB предоставляет пользователю большое количество (несколько сотен) функций для анализа данных, покрывающие практически все области математики, в частности:

- Матрицы и линейная алгебра — алгебра матриц, линейные уравнения, собственные значения и вектора, сингулярности, факторизация матриц и другие.
- Многочлены и интерполяция — корни многочленов, операции над многочленами и их дифференцирование, интерполяция и экстраполяция кривых и другие.
- Математическая статистика и анализ данных — статистические функции, статистическая регрессия, цифровая фильтрация, быстрое преобразование Фурье и другие.

- Обработка данных — набор специальных функций, включая построение графиков, оптимизацию, поиск нулей, численное интегрирование (в квадратурах) и другие.
- Дифференциальные уравнения — решение дифференциальных и дифференциально-алгебраических уравнений, дифференциальных уравнений с запаздыванием, уравнений с ограничениями, уравнений в частных производных и другие.
- Разреженные матрицы — специальный класс данных пакета MATLAB, использующийся в специализированных приложениях.

В составе пакета имеется большое количество функций для построения графиков, в том числе трехмерных, визуального анализа данных и создания анимированных роликов, функции для создания алгоритмов для микроконтроллеров и других приложений.

ЧАСТЬ II. ППП MS OFFICE

ТЕМА 2.1 СТРУКТУРА И СОСТАВ MS OFFICE. ОСНОВНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Структура MS Office и назначение компонентов

ППП Microsoft Office - это совокупность программных средств автоматизации офисной деятельности. В состав пакета входит множество приложений, каждое из которых предназначено для выполнения определенных функций и может быть использовано автономно и независимо от остальных. Весь набор офисных приложений можно разделить на *основные* и *дополнительные*.

Основные компоненты Microsoft Office

Список и назначение основных компонентов, входящих в состав Microsoft Office приведен в таб. 1.

Таблица 1. Основные компоненты Microsoft Office

Название приложения	Функциональное назначение приложения
Microsoft Word	Текстовый процессор
Microsoft Excel	Табличный процессор
Microsoft PowerPoint	Система подготовки презентаций
Outlook	Система управления персональной информацией

Microsoft Access	Система управления базами данных
Microsoft Binder	Система управления подшивками
Microsoft FrontPage	Система управления Web-узлами
Microsoft PhotoDraw	Графический редактор
Microsoft Publisher	Настольная издательская система
Microsoft Project	Система управления проектами
Microsoft Team Manager	Система управления персоналом

Дополнительные компоненты MS Office

Кроме основных компонентов, в семейство Microsoft Office входит большое количество вспомогательных приложений, которые устанавливаются (или не устанавливаются) вместе с основными. Ими можно воспользоваться из основных приложений или вызвать независимо. В таб. 2 перечислены некоторые из вспомогательных приложений.

Таблица 2. Некоторые вспомогательные приложения Microsoft Office

Название приложения	**Функциональное назначение приложения**
Microsoft Query	Интерпретатор запросов к внешним базам данных
Microsoft Organization Chart	Программа рисования блок-схем
Microsoft WordArt	Программа создания фигурных текстов
Microsoft Equation	Редактор математических формул
Microsoft Map	Программа отображения данных на географических картах
Microsoft Graph	Программа построения диаграмм
Microsoft Photo Editor	Графический редактор
Microsoft Draw	Средство рисования
Microsoft Find Fast	Служба индексации документов
Microsoft Extended Finder	Средство поиска документов в папках файловой системы и электронной почты
Microsoft Script Editor	Редактор сценариев
Microsoft ClipArt	Коллекция картинок и клипов

Панель Microsoft Office	Средство быстрого доступа к приложениям Office

Кроме основных и вспомогательных приложений, могут быть установлены и использованы различные расширения (надстройки). Их можно условно разделить на три группы:

1. *Самостоятельные приложения*, разработанные фирмой Microsoft, которые являются компонентами семейства Microsoft Office, но формально не входят в состав пакета. Примерами являются приложения Microsoft Project и Microsoft Team Manager.
2. *Надстройки* над компонентами Microsoft Office, разработанные фирмой Microsoft и представляющие собой дополнительные функции. Как правило, надстройки оформляются не в виде готовых к выполнению программ, а в виде документов специального типа: шаблонов, рабочих книг, библиотек динамической компоновки (DLL) и т.п.
3. *Приложения третьих фирм*, разработанные для пользователей Microsoft Office. В этот класс попадают как продукты сторонних фирм, так и собственные разработки пользователей. Сюда можно отнести средства распознавания текстов (OCR), автоматического перевода текста, средства управления большими массивами документов (перечисленные задачи не реализованы или слабо развиты в самом пакете MS
   Office).

Приведенный перечень основных компонентов носит условный характер, поскольку состав пакета зависит от следующих факторов:

1. *Устанавливаемый комплект (или редакция) пакета.* Пакет выпускается в нескольких редакциях, и состав приложений в разных редакциях различен.
2. *Источник установки. Установка* может быть выполнена с компакт-диска или с сетевого сервера. Наборы файлов, которые устанавливаются на компьютер, существенно различаются.
3. *Операционная система.* Microsoft Office может работать под управлением различных ОС: MS Windows и Mac OS. Эти операционные системы могут иметь разные версии и модификации, что также влияет на состав устанавливаемых компонентов.

4. *Наличие на компьютере в момент установки предшествующих версий*. Некоторые компоненты старых версий автоматически включаются в состав обновляемой версии Microsoft Office (если они уже установлены на компьютере).
5. *Параметры, заданные при установке*. В случае так называемой выборочной (т.е. по выбору пользователя) установки, можно указать несколько десятков независимых параметров, влияющих на состав пакета.

Несмотря на большое число различных приложений в составе пакета, все они в совокупности образуют единое целое. Для каждого из приложений MS Office характерно наличие следующих отличительных признаков:

1. совместимость по данным;
2. унифицированный интерфейс;
3. единые средства программирования.

Документы Microsoft Office

Единица данных самого верхнего уровня структуризации в Microsoft Office называется **документом**.

Документы классифицируются по типам в зависимости от того, какого сорта информация в них хранится. Как правило, документы разных типов обрабатываются разными приложениями Microsoft Office. Основные типы документов, с которыми работают программы Microsoft Office, перечислены в таб. 3.

Таблица 3. Основные типы документов Microsoft Office

Название	Расширение	Приложение	Краткое описание
Документ	.doc	Word	Основной тип документов Word. Содержит форматированный текст, т.е. текст с дополнительной информацией о шрифтах, отступах, интервалах и т.п., а также рисунки, таблицы и другие элементы
Рабочая книга	.xls	Excel	Основной тип документов Excel. Содержит данные различных типов: формулы, диаграммы и макросы
База данных	.mdb	Access	Основной тип документов Access. Содержит как собственно базу данных, то есть совокупность таблиц, так и соответствующие запросы, макросы, модули, формы и отчеты

Презентация	.ppt	PowerPoint	Основной тип документов PowerPoint. Содержит презентацию, состоящую из набора слайдов, заметок выступающего, раздаточных материалов и другой информации
Публикация	.pub	Publisher	Основной тип документов Publisher. Как и Word, содержит форматированный текст, рисунки, таблицы и т.п.
План проекта	.mpp	Project	Основной тип документов Project. Содержит календарный план проекта, описание задач, ресурсов и их взаимосвязи

Исходя из вышесказанного, можно сделать следующий вывод: входящие в состав пакета MS Office приложения способны тесно взаимодействовать при решении прикладных задач; они создают единую информационную среду и позволяют обмениваться объектами. Документы Microsoft Office являются частными примерами объектов. Поэтому Microsoft Office является *документо-ориентированным пакетом* (средой).

Программная среда

Основным средством разработки приложений в MS Office является комплексное решение на основе языка Visual Basic, а именно - Visual Basic for Application (VBA). Эта технология включает макрорекордер, интерпретатор Visual Basic, интегрированную среду разработки с встроенным отладчиком, библиотеки времени выполнения (runtime library) и библиотеки типов, представляющие объекты пакета. Эти средства позволяют расширять функциональность пакета и адаптировать его к решению специализированных задач.

Интерфейс MS Office

Приложения Microsoft Office имеют унифицированный интерфейс, суть которого заключается в следующем: сходные функции имеют одинаковое обозначение (название команды или значок на кнопке), а несходные функции имеют различные обозначения.

В большей степени унификация коснулась интерфейсов таких приложений, как Microsoft Word, Microsoft Excel и Microsoft PowerPoint.

Одним из достоинств пакета Microsoft Office является последовательное использование графического интерфейса пользователя (Graphical User Interface, GUI), представляемого операционной системой и различных элементов управления. Как

правило, отдельные элементы группируются в более крупные конструкции, такие как окна, панели инструментов, меню. Рассмотрим характеристику каждой из этих групп.

Оконный интерфейс

Оконный интерфейс - такой способ организации пользовательского интерфейса программы, когда каждая интегральная часть располагается в *окне* — собственном субэкранном пространстве, находящемся в произвольном месте «над» основным экраном. Несколько окон одновременно располагающихся на экране могут перекрываться, находясь
«выше» или «ниже» друг относительно друг

В MS Office использует окна четырех типов:

- окно приложения;
- окно документа; • диалоговое окно;
- форма.

Панели инструментов

Панели инструментов - это элементы пользовательского интерфейса, на которых могут располагаются такие элементы управления, как кнопки быстрого вызова и раскрывающиеся списки. Панели инструментов разных приложений могут содержать кнопки, сходные по функциям и внешнему виду, что упрощает освоение интерфейса Microsoft Office.

Панели инструментов могут быть:

- пристыкованными вдоль границы окна приложения;
- плавающими, т.е. находится в любой части окна приложения;
- представленными в отдельных окнах; в этом случае форму и размеры панели инструментов можно менять произвольно.

Меню

Меню представляет доступ к иерархическим спискам доступных команд. Результатом выбора команды из меню может быть:

- непосредственное выполнение некоторого действия;
- раскрытие еще одного меню;

- раскрытие диалогового окна или формы.

Меню интерфейса Microsoft Office, кроме строки меню любого приложения, можно разделить (по способу перехода к ним) на раскрывающиеся и контекстные (или всплывающие).

Элементы управления

Элементы управления - это объекты оконного интерфейса, реализующие типовые операции с интерфейсом: щелчок мышью, выбор из списка, выбор вариантов, прокрутка и т.п. К элементам управления относятся следующие: кнопки, текстовые поля (или поля ввода), флажки, переключатели, списки и раскрывающиеся списки, полосы прокрутки, палитры, счетчики и прочие, специфичные для некоторых приложений или условий.

ТЕМА 2.2 ВВЕДЕНИЕ В ОФИСНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Офисное программирование — это процесс разработки приложений, предназначенных для автоматизации офисной деятельности с использованием специализированных пакетов (MS Office, OpenOffice.org или подобных).

Офисное программирование имеет ряд особенностей, отличающих его от программирования в общем смысле:

- цели разработки;
- область применения;
- макроязык;
- среда разработки;
- поддержка объектно-ориентированного программирования.

Рассмотрим эти особенности на примере MS Office.

Цели разработки

В офисной среде *программный проект неразрывно связан с документом*, хранится как часть документа и не может существовать независимо от него. *Документ, а не программа, является целью разработки.*

Стандартные возможности среды по работе с документами велики. Однако возможность изменить типовой документ, снабдив его дополнительными функциями – это одна из важнейших задач офисного программирования. Для ее решения офисная среда представляет совокупность библиотек классов, которые составляют каркас (Framework)

текстовых документов, электронных таблиц, презентаций, баз данных и приложений на основе этих документов. Всякий раз, когда создается новый документ, его каркас составляют объекты библиотек, заданные по умолчанию. Этот каркас можно существенно изменить, добавив в документ новые свойства. Расширение каркаса не требует от программиста значительных усилий – достаточно включить в него необходимые библиотеки классов.

Область применения

Область применения офисного программирования широка – от настройки отдельных документов до решения задач автоматизации офисной деятельности масштаба предприятия, в т.ч. ориентированных на совместную работу в глобальной сети.

Visual Basic for Application

Visual Basic для приложений (Visual Basic for Application, VBA) – это инструмент разработки приложений, который позволяет создавать программные продукты, решающие практически все задачи, встречающиеся в среде Windows. Эти продукты можно использовать, например, для оформления документов (подготовки текстов) или анализа данных таблиц (электронных таблиц). VBA – уникальное приложение, поскольку оно встраивается в другое приложение и расширяет его функциональные возможности.

Visual Basic for Application (VBA) - стандартный макроязык пакета Microsoft Office, предназначенный для расширения функциональных возможностей приложения в котором используется.

С помощью VBA можно:

- создать собственное диалоговое окно и придать ему требуемый внешний вид;
- создать макросы, расширяющие функциональные возможности приложения, в которое встроен VBA;
- изменить меню приложения Microsoft Office;
- управлять другим приложением Microsoft Office или принадлежащими ему данными;
- объединить данные из нескольких приложений Microsoft Office в одном документе;
- автоматически создавать или изменять страницы Web, совместно используя приложения Microsoft Office и VBA.

Для разработчика доступны следующие инструменты и средства, которые используются при создании проекта VBA:

- отладка приложений без предварительной компиляции;
- средства Win32 API;
- SQL и объекты доступа к данным для управления данными и извлечения их из внешних источников данных, таких как Microsoft SQL Server;
- построение и проверка элементов интерфейса непосредственно в среде разработки VBA (Integrated Development Environment, IDE);
- связывание программ и процедур с событиями, которые возникают в приложениях VBA.

Среда разработки

Среда приложений Office ориентирована в первую очередь на пользователей, а не на программистов и в ней можно создавать документы без всякого программирования. Поэтому программист обычно начинает работать с документами не на пустом месте, а с их заготовками, созданными пользователями, т.е. и сам программист может выступать в роли пользователя. Средства совместной работы над документами Office обеспечивают одновременную работу программистов и пользователей.

Среда MS Office предлагает два способа создания программ, отличающихся подходом к процессу: использование макрорекордера и ручное кодирование (на языке VBA). Эти подходы ориентированы на разные категории: непосредственно пользователей и программистов соответственно.

Макрорекордер (MacroRecorder) – это программный инструмент, записывающий действия пользователя при работе с документами и приложениями, с сохранением записи в виде макроса -исходного кода на языке VBA. При вызове сохраненного макроса воспроизводится вся сохраненная последовательность действий.

Макрорекордер представляет возможность создания программного проекта или, по крайней мере, его отдельных компонентов автоматически, без программирования. Для записи и воспроизведения макроса не требуется специальных знаний, поэтому пользователь может самостоятельно создавать программы (макросы), в общем случае даже не представляя себе, как они работают.

Для программиста макрорекордер полезен тем, что позволяет создавать фрагменты программы автоматически, тем самым увеличивая скорость разработки и уменьшая время отладки.

Интегрированная среда разработки на VBA (Visual Basic Environment, VBA) - встроенное в MS Office средство для написания, тестирования и отладки приложений на VBA. Среда VBA представляет все возможности для создания законченных офисных приложений, включая средства визуального проектирования пользовательского интерфейса. VBA ориентирована на использование программистами для разработки офисных приложений (это отнюдь не означает, что пользователи не могут применять VBA).

Поддержка ООП

Разработка приложений для MS Office тесно связана с парадигмой объектно-ориентированного программирования. Все документы (более того, сами компоненты пакета) в MS Office - суть объекты, наделенные собственными наборами свойств (характеристик объекта), методов (подпрограмм управления свойствами) и событий (подпрограмм, обрабатывающих изменения состояния объекта в результате некоторых действий). Соответственно, для обеспечения более полной интеграции с пакетом, входной язык (VBA) также поддерживает ООП.

Все объекты приложения MS Office образуют иерархическую структуру, которая определяет связь между ними и способ доступа. Такая структура называется объектной моделью (object model). За рамки объектной модели выходят, но также могут использоваться в офисных приложениях, внешние объекты, поддерживающие технологии DDE, OLE/ActiveX и ряд других.

В объектно-ориентированную концепцию удачно вписывается технология *визуального программирования*. Все отображаемые элементы графического интерфейса, такие как формы, элементы управления, меню и панели инструментов являются объектами, наделенными набором свойств и методов и способными реагировать на события (например, щелчки мыши, нажатия клавиш и т.п.). При визуальном подходе не требуется программного задания (хотя это и возможно) их основных свойств (например, ширина или высота, цвет фона и т.п.). Эти свойства можно задать при помощи мыши (например, ширину и высоту формы путем операции "перетаскивания" маркеров) или

установить их в окне свойств (название формы, цвет фона формы и т. д.). Таким образом, визуальное программирование делает проектирование интерфейса программы более наглядным и быстрым. При этом сохраняется возможность управлять всеми объектами и программно.

Преимущества офисного программирования

Преимущества, которые получает конечный пользователь, использующий программируемые офисные документы:

- Пользователь получает документы, обладающие новыми функциями и способные решать задачи, характерные для проблемной области пользователя.
- Пользователь находится в единой офисной среде независимо от того, с каким документом он работает в данный момент и какой программист разрабатывал этот документ.
- Большинство доступных при работе с документами функций являются общими для всех документов, поскольку их предоставляет сама офисная среда. Единый стиль интерфейса разных документов облегчает работу с ними.
- Пользователь сам, не будучи программистом, способен создавать простые виды программируемых офисных документов, постепенно совершенствуясь в этой деятельности.

Преимущества, которые получает программист, работающий в Office:

- В распоряжении программиста находится мощная интегрированная среда. Для него эта среда представлена в виде совокупности хорошо организованных объектов, доступных в языке программирования и по принципу работы ничем не отличающихся от встроенных объектов языка или объектов, создаваемых самим программистом.
- Большинство повседневных задач становятся для него простыми, – чтобы их решить, зачастую достаточно стандартных средств.
- Там, где стандартных средств не хватает, где у документа должны появиться новые функциональные возможности, где необходимо создать документ по заказу, вступает в силу язык программирования – VBA, существенная особенность которого – возможность работы с объектами любого из приложений Office.

- Офисное программирование позволяет применять на практике идеи компонентного программирования. Компонентный подход предполагает взаимодействие компонентов, создаваемых в разных программных средах, на разных языках, на разных платформах и находящихся на разных машинах. Работа с компонентами (DLL, ActiveX, AddIns, ComAddIns) является неотъемлемой частью офисного программирования.

ТЕМА 2.3 МАКРОСЫ. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАКРОРЕКОРДЕРА

Макросы

Независимо от используемых операционной системы и программных приложений MS Office пользователь часто выполняет одни и те же последовательности команд для многих рутинных задач. Вместо повторения последовательности команд каждый раз, когда необходимо выполнить какую-либо задачу, можно создать макрос (macro), который вместо пользователя будет выполнять эту последовательность. Термин macro произошел от греческого слова, означающего расширенный или растянутый.

Макрос – это программа (в контексте офисного программирования - созданная автоматически), состоящая из списка команд, которые должны быть выполнены приложением.

Основными преимуществами использования макросов являются:

- повышение точности и скорости работы, поскольку компьютеры лучше приспособлены для выполнения повторяющихся задач, чем человек;
- при выполнении макросов обычно нет необходимости в присутствии человека-оператора; в случае, если макрос очень длинный и выполняет операции, требующие значительного времени (например, поиск в базе данных и сортировка), пользователь может переключиться на другое приложение.

Макрос служит для объединения нескольких различных действий в одну процедуру, которую можно легко вызвать. Этот список команд состоит в основном из макрокоманд, которые тесно связаны с приложением, в котором создается макрос – т.е. с командами Word, Excel или других приложений Microsoft Office.

Можно выделить *три основные разновидности макросов*:

1. *Командные макросы* – это наиболее распространенные макросы, обычно состоящие из операторов, эквивалентным тем или иным командам меню или параметрам диалоговых окон. Основным предназначением такого макроса является выполнение действий, аналогичных командам меню – т.е. изменение окружения и основных объектов приложения.
2. *Пользовательские функции* – работают аналогично встроенным функциям приложения. Отличие этих функций от командных макросов состоит в том, что они используют значения передаваемых им аргументов, производят некоторые вычисления и возвращают результат в точку вызова, но не изменяют среды приложения.
3. *Макрофункции* – представляют сочетание командных макросов и пользовательских функций. Они могут использовать аргументы и возвращать результат, подобно пользовательским функциям, а также могут изменять среду приложения, как и командные макросы. Чаще всего эти макросы вызываются из других макросов, и активно используются для модульного программирования.

Поддержка макросов позволяет порой обойтись вообще безо всякого программирования: достаточно включить автоматическую запись выполняемых пользователем действий и в результате получить готовый макрос, а затем назначить ему кнопку на панели инструментов или новую команду меню, которые будут использоваться для вызова. Простые макросы удается создавать, не написав вручную ни одной строки программного кода.

Для разработки же серьезных приложений приходится программировать.

Таким образом, различают 2 способа разработки макроса:

- автоматическое создание, с использованием макрорекордера;
- написание макроса "с нуля", используя язык программирования VBA.

Отметим, что возможен и комбинированный подход: фрагменты будущей программы записываются автоматически, а затем они корректируются и дополняются "рукописным" кодом.

Для записи макросов из приложений Microsoft Office используется **макрорекордер**. Это встроенный инструмент, который фиксирует все действия пользователя, включая ошибки и неправильные запуски. При выполнении макроса интерпретируется каждая

записанная макрорекордером команда точно в такой последовательности, в которой пользователь выполнял их во время записи.

Для **записи макроса** в приложении Microsoft Office можно использовать меню "Сервис/Макрос/Начать запись" или выбрать кнопку "Записать макрос" на панели инструментов Visual Basic. До начала записи нужно указать имя макроса и определить, где он будет храниться и как будет доступен. Затем выполнить действия, которые требуется сохранить в макросе. Для завершения записи нужно на панели инструментов "Остановка записи" щелкнуть кнопку "Остановить запись".

Для **выполнения макроса** необходимо:

1. Установить курсор в место вставки выполнения макроса.
2. Выбрать пункт меню "Сервис/Макрос/Макросы".
3. В появившемся диалоговом окне "Макрос" выбрать имя нужного макроса и выбрать "Выполнить".

Чтобы **просмотреть код** записанного макроса, надо выбрать меню "Сервис/Макрос/Макросы". В появившемся диалоговом окне выбрать имя нужного макроса и щелкнуть кнопку "Изменить". Исходный код указанного макроса будет загружен в окно редактора Visual Basic.

Структура записанного макроса

Макросы, создаваемые макрорекордером MS Office, сохраняются в специальной части файла данных, называемой *модулем*. Модуль VBA содержит исходный код программы на языке VBA. Фактически макрос является подпрограммой (а точнее, процедурой) VBA. Записанный макрос имеет строго определенную структуру. Ниже представлен исходный код простого макроса, созданного в Microsoft Word.

Листинг 1. Пример макроса

```
Sub Hello()
' Макрос изменяет размер, начертание шрифта, выравнивание абзаца и
' выводит надпись в активный документ MS Word
'
    Selection.Font.Size = 24
    Selection.Font.Bold = wdToggle
    Selection.ParagraphFormat.Alignment = wdAlignParagraphCenter
```

```
    Selection.TypeText Text:="Hello, World!"
End Sub
```

В общем виде структуру кода макроса можно представить следующим образом[2]:

```
Sub имяМакроса ()
' текст комментария
    Оператор1
    Оператор2 ...
    ОператорN
End Sub
```

Каждый макрос VBA начинается с ключевого слова Sub, за которым следует имя макроса. Строку, содержащую ключевое слово Sub и имя макроса, называют *строкой объявления (declaration)* макроса. За именем макроса всегда следуют пустые круглые скобки (т.к. макрос является процедурой VBA без параметров).

За строкой объявления макроса следуют строки комментариев. *Комментарий (comment)* – это строка в макросе VBA, которая не содержит инструкций, являющихся частью этого макроса. Каждая строка комментария начинается с символа апострофа ('). Комментарии содержат имя макроса и текст, который был введен пользователем в текстовое поле "Описание" ("Description") диалогового окна "Запись макроса" ("Record Macro") в момент записи этого макроса.

Сразу за объявлением макроса следует *тело макроса (body)*. Каждая строка в теле макроса состоит из одного или более операторов VBA. *Оператор VBA (statement)* – это последовательность ключевых слов и других символов, которые вместе составляют одну полную инструкцию для VBA. Макрос VBA состоит из одного или нескольких операторов.

Конец макроса выделяется ключевой строкой End Sub, завершающей тело макроса.

ТЕМА 2.4 СРЕДА РАЗРАБОТКИ VBA

Visual Basic for Application (VBA) – это система программирования, которая используется как единое средство программирования во всех приложениях Microsoft

[2] Локализованные версии пакета MS Office позволяют использовать в макросах символы национальных алфавитов (например, в идентификаторах). Однако не следует пользоваться этой сомнительной возможностью во избежании сложностей с отладкой и портированием приложений на VBA.

Office. Всякая система программирования включает в себя, по меньшей мере, три составные части:

1. Язык (или языки) программирования.
2. Среду разработки, т.е. набор инструментов для написания программ, редактирования, отладки и т.п.
3. Библиотеку (или библиотеки) стандартных программ, т.е. набор готовых программ (процедур, функций, объектов и т.д.), которые можно использовать как готовые элементы при построении новых программ.

Для создания офисных приложений в MS Office имеется *интегрированная среда разработки* (Integrated Development Environment, *IDE*) с унифицированным интерфейсом. VBA IDE – это набор инструментов разработки программного обеспечения, таких как редактор Visual Basic (Visual Basic Editor, VBA), средства отладки, средства управления проектом и т.д.

Вызов VBA IDE из любого приложения выполняется через комбинацию клавиш Alt+F11 или меню "Сервис/Макрос/Редактор Visual Basic".

Структура VBA

VBA – это стандартное интерфейсное окно, содержащее меню, панели инструментов, другие окна и элементы, которые применяются при создании проектов VBA. Общий вид окна редактора Visual Basic представлен на рис. 3.

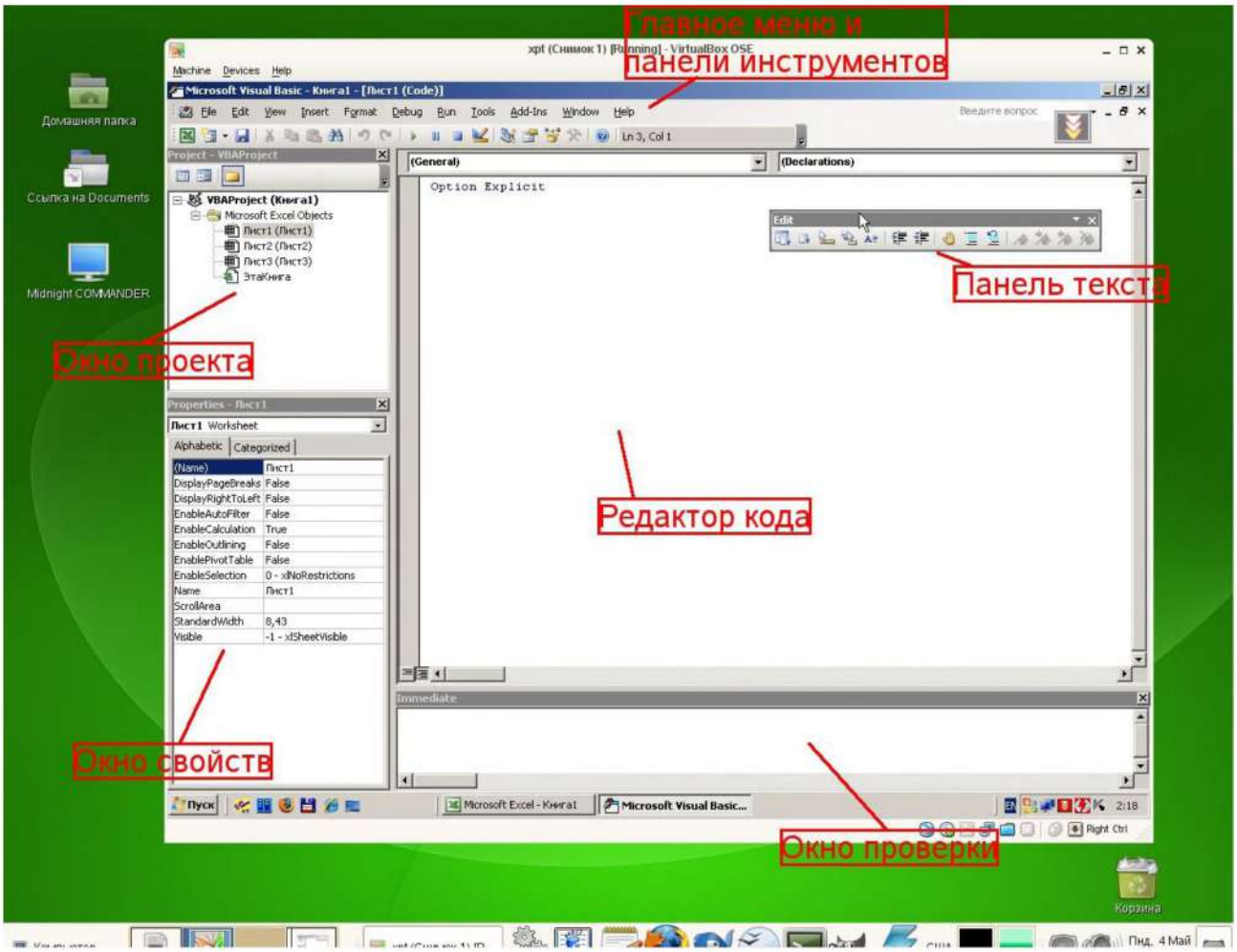


Рисунок 3. Окно редактора Visual Basic

Основными (открывающимися по умолчанию) являются три окна: окно проекта, окно свойств и окно редактирования кода. Краткое описание этих и некоторых других компонентов VBA приведено в таб. 4. Все они доступны через команды, представленные в меню "Вид".

Таблица 4. Назначение компонентов VBA

Наименование окна	**Описание**
Project (Проект)	Предназначено для отображения всех открытых проектов, а также их составляющих: модулей, форм и ссылок на другие проекты
Toolbox (Панель элементов)	Содержит элементы управления для конструирования форм
UserForm	Используется для создания форм путем размещения на них элементов

Наименование окна	Описание
	управления
Code (Программа)	Предназначено для просмотра, написания и редактирования программы на языке VBA. Поскольку среда разработки является многооконной, то для каждого модуля проекта можно открыть отдельное окно
Properties (Свойства)	Отображает свойства выделенных объектов. В этом окне можно задавать новые значения свойств формы и элементов управления
Object Browser (Просмотр объектов)	Отображает классы, свойства, методы, события и константы различных библиотек объектов. Используется для быстрого получения информации об объектах
Immediate (Проверка)	Предназначено для быстрого выполнения вводимых в него инструкций. В данном окне также выводятся результаты выполнения вводимых инструкций
Locals (Локальные переменные)	Автоматически показывает все переменные данной процедуры
Watches (Контрольные значения)	Применяется при отладке программ для просмотра значений выражений

Характеристики компонентов VBA

Окно проекта (Project)

Проект – это совокупность всех программных модулей, связанных с документом Microsoft Office. Окно *Project (Проект)* предназначено для быстрого получения информации о различных составляющих проекта.

Проект может содержать модули следующих видов:

- *Объекты основного приложения*. Проекты VBA выполняются совместно с другими приложениями. Приложение, в котором разрабатывается и выполняется проект VBA, называется основным.
- *Модули форм*. В VBA имеется возможность создавать пользовательские формы, предназначенные для ввода или вывода данных, а также процедуры обработки событий, возникающие в этих формах.

- *Модули кода.* Модульность - один из основных принципов парадигмы структурного программирования. Каждый модуль, как правило, содержит подпрограммы, сход-

  ные по назначению. Небольшие модули проще отлаживать и использовать повторно. В частности, в VBA имеются средства импорта/экспорта готового кода.
- *Модули классов.* VBA позволяет создавать и использовать собственные объекты. Описание объектов включается в модули класса. Каждый модуль класса содержит полную информацию об одном типе объекта.

С помощью окна проекта можно добавить или удалить какой-либо объект из проекта. Модули кода добавляются в проект командой "Вставить/Модуль". Формы создаются командой "Вставить/UserForm", а модули класса командой "Вставить/Модуль класса".

Окно проекта можно использовать также для быстрой навигации по формам проекта и программному коду. Для этого необходимо выбрать в контекстном меню соответственно команды "Объект" или "Программа".

Окно свойств (Properties)

Список свойств выделенного объекта выводится в окне Properties (Свойства). Для того чтобы выделить объект, необходимо с помощью окна проекта выбрать форму и перейти в режим конструктора, используя команду "View Object". Свойства объекта можно упорядочить в алфавитном порядке (Alphabetic (По алфавиту)) или по категориям (Categorized (По категориям)), выбрав соответствующую вкладку. Предусмотрена также возможность получения быстрой справки по какому-либо свойству объекта. Для этого достаточно установить курсор на нужное свойство и нажать клавишу F1.

Окно просмотра объектов(Object Browser)

Окно Object Browser (Просмотр объектов) предназначено для просмотра объектов, доступных при создании программы. Точнее, в этом окне отображаются не сами объекты, а структура соответствующего класса объектов. Окно просмотра объектов может использоваться для поиска метода или свойства объекта.

Окно Code (Окно редактирования кода)

Окно Code (Программа) представляет собой текстовый редактор, предназначенный для написания и редактирования кода процедур приложения. Это окно появляется на экране, например, при создании нового модуля. Код внутри модуля организован в виде отдельных разделов для каждого объекта, программируемого в модуле. Переключение между разделами выполняется путем выбора значений из списка "Object" ("Объект"), который находится в левом верхнем углу окна. Каждый раздел может содержать несколько процедур, которые можно выбрать из списка "Procedure" ("Процедура") в правом верхнем углу.

Интеллектуальные возможности редактора кода:

1. При написании кода пользователю предлагается список компонентов, логически завершающих вводимую пользователем инструкцию.
2. На экране автоматически отображаются сведения о процедурах, функциях, свойствах и методах после набора их имени.
3. Автоматически проверяется синтаксис набранной строки кода сразу после нажатия клавиши Enter. В результате проверки выполняется выделение определенных фрагментов текста:
   - красным цветом – синтаксические ошибки; • синим цветом – зарезервированные ключевые слова;
   - зеленым цветом – комментарии.
4. Если курсор расположить на ключевом слове VBA, имени процедуры, функции, свойства или метода и нажать клавишу F1, то на экране появится окно со справочной информацией об этой функции.

Окно редактирования форм (UserForm)

Для создания диалоговых окон, разрабатываемых приложений VBA, используются формы. Редактор форм является одним из основных средств визуального программирования. При добавлении формы в проект (команда "Insert" – "UserForm" ("Вставить" – "UserForm")) на экран выводится незаполненная форма с панелью инструментов Toolbox (Панель элементов).

Используя панель инструментов Toolbox (Панель элементов) из незаполненной формы конструируется требуемое для приложения диалоговое окно. Размеры формы и

размещаемых на ней элементов управления можно изменять. Также окно редактирования форм поддерживает операции буфера обмена. Кроме того, команды меню "Format" ("Формат") автоматизируют и облегчают процесс выравнивания элементов управления как по их взаимному местоположению, так и по размерам.

Окна отладочной информации

Окно Immediate (Проверка) позволяет ввести инструкцию и выполнить ее. При этом инструкция должна быть записана в одну строку, директивы которой будут выполнены после нажатия клавиши Enter. Данное окно можно использовать для быстрой проверки действий, выполняемой той или иной инструкцией. Это позволяет не запускать всю процедуру, что удобно при отладке программ.

Окно Locals (Локальные переменные) автоматически отображает все объявленные переменные текущей процедуры и их значения.

Окно Watches (Контрольные значения) применяется при отладке программ для просмотра значений выражений.

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Уральский государственный горный университет»

С. Г. Комлев, Т. Ю. Овчинникова, К. А. Водовозов

ОБОГАЩЕНИЕ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Методические указания
по выполнению контрольных работ
и варианты заданий
по дисциплине «Обогащение полезных ископаемых»
для студентов специальности 21.05.04 Горное дело
всех форм обучения

Екатеринбург – 2019

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО
Методической комиссией
горномеханического
факультета
«___» _____ 2019 г.
Председатель комиссии
_____проф. В. П. Барановский

С. Г. Комлев, Т. Ю. Овчинникова,
К. А. Водовозов

ОБОГАЩЕНИЕ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Методические указания
по выполнению контрольных работ
и варианты заданий
по дисциплине «Обогащение полезных ископаемых»
для студентов специальности 21.05.04 Горное дело
всех форм обучения

СОДЕРЖАНИЕ

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ 7
1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ФОРМУЛЫ 8
1.1. Расчёт технологических показателей обогащения 8
1.2. Построение гранулометрической характеристики 11
1.3. Расчёт эффективности грохочения 16
1.4. Расчёт схем обогащения 18
2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ 20
2.1. Контрольная работа № 1 20
2.2. Контрольная работа № 2 22
2.3. Контрольная работа № 3 24
3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ 28
3.1. Контрольная работа № 1 28
3.2. Контрольная работа № 2 32
3.3. Контрольная работа № 3 34
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 39

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ

В курсе «Обогащение полезных ископаемых» студент самостоятельно выполняет три контрольные работы из разделов «Расчёт технологических показателей обогащения» (контрольная работа № 1), «Построение гранулометрических характеристик» и «Расчёт эффективности грохочения» (контрольная работа № 2) и «Расчёт схем обогащения» (контрольная работа № 3). Номера задач для каждого студента задаются номером варианта задания. Номер варианта назначает преподаватель.

Контрольные работы оформляются в виде единой сброшюрованной пояснительной записки.

К пояснительной записке, выполненной на листах формата А4, предъявляются следующие требования: наличие титульного листа, содержания, нумерации страниц, таблиц, рисунков, подрисуночных подписей, обозначения и расшифровки кривых на графиках, обозначения осей на графиках, размерностей по осям графиков, в таблицах и численных результатах, получаемых в ходе расчётов по формулам, списка использованных источников.

При построении графиков студент самостоятельно выбирает оптимальные масштабы по осям, вводя, при необходимости, логарифмические масштабы.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ФОРМУЛЫ

1.1. Расчёт технологических показателей обогащения

Определения основных технологических показателей обогащения даны на примере операции разделения с двумя получаемыми продуктами (рис. 1).

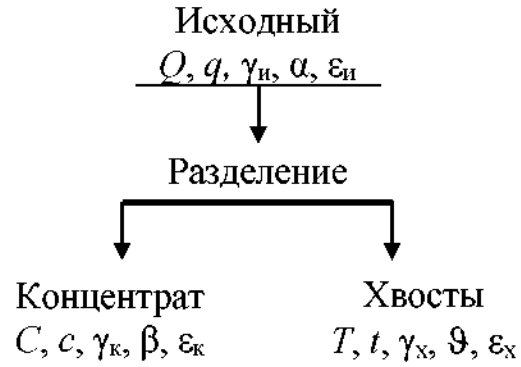


Рис. 1. К определению основных технологических показателей разделения

На рис. 1 введены следующие обозначения: Q, C, T – массы соответствующих продуктов; q, c, t – массы ценного компонента в соответствующих продуктах; $\gamma_и$, $\gamma_к$, $\gamma_х$ – выходы соответствующих продуктов; α, β, ϑ – массовые доли ценного компонента в соответствующих продуктах; $\varepsilon_и$, $\varepsilon_к$, $\varepsilon_х$ – извлечение ценного компонента в соответствующие продукты.

В обогащении полезных ископаемых количество продукта может иметь размерность как массы (т, реже кг), так и производительности (т/ч, т/сут, т/год).

В табл. 1 представлены общепринятые обозначения и размерности технологических показателей обогащения.

При разделении материала принято считать концентратами продукты с большей массовой долей ценного компонента, а хвостами – с меньшей. В том случае если оценка показателей обогащения ведётся по массовой доле вредной примеси, то концентратами считают продукты, с меньшим содержанием вредных примесей, а хвостами – с большей. Примером может служить обогащение углей, где малое содержание вредной примеси – золы (зольность) меньше для концентратов и больше для хвостов.

Таблица 1

Общепринятые обозначения и размерности технологических показателей обогащения

Показатель	Размерность	Продукт				
		исходный	концентрат	хвосты	подрешётный	надрешётный
Масса продукта	т, кг (т/ч; т/сут; т/год)	Q	C	T	C	T
компонента в продукте		q	c	t	–	–
класса -d		q	–	–	c	t
Выход	%	$\gamma_{и}$	$\gamma_{к}$	$\gamma_{х}$	$\gamma_{п}$	$\gamma_{н}$
Массовая доля компонента в продукте	% (г/т)	α	β	ϑ	–	–
золы в продукте (зольность)	%	$A_{и}$	$A_{к}$	$A_{х}$	–	–
класса -d		α^{-d}	–	–	β^{-d}	ϑ^{-d}
класса +d		α^{+d}	–	–	β^{+d}	ϑ^{+d}
Извлечение	%	$\varepsilon_{и}$	$\varepsilon_{к}$	$\varepsilon_{х}$	–	–

Выход продукта – это отношение массы продукта разделения к массе исходного продукта:

$$\gamma_{к} = \frac{C}{Q}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \gamma_{к} = \frac{C}{Q} \cdot 100, \%. \qquad (1)$$

$$\gamma_{х} = \frac{T}{Q}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \gamma_{х} = \frac{T}{Q} \cdot 100, \%. \qquad (2)$$

Массовая доля компонента в продукте – это отношение массы компонента в каком-либо продукте к массе всего этого продукта:

для исходного $$\alpha = \frac{q}{Q}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \alpha = \frac{q}{Q} \cdot 100, \%; \qquad (3)$$

для концентрата $$\beta = \frac{c}{C}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \beta = \frac{c}{C} \cdot 100, \%; \qquad (4)$$

для хвостов $$\vartheta = \frac{t}{T}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \vartheta = \frac{t}{T} \cdot 100, \%. \qquad (5)$$

Извлечение компонента в продукт – это отношение массы компонента в продукте к массе этого компонента в исходном продукте:

$$\varepsilon_к = \frac{c}{q}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \varepsilon_к = \frac{c}{q} \cdot 100, \%. \tag{6}$$

$$\varepsilon_х = \frac{t}{q}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \varepsilon_х = \frac{t}{q} \cdot 100, \%. \tag{7}$$

Иногда используют термин ***потери*** для обозначения извлечения ценного компонента в не одноимённый продукт, например, *потери* ценного компонента *с хвостами*, что *равнозначно* понятию *извлечение* ценного компонента *в хвосты*.

Уравнения баланса, вытекают из закона сохранения массы:

$$C + T = Q; \tag{8}$$

$$c + t = q; \tag{9}$$

$$\gamma_к + \gamma_х = \gamma_и; \tag{10}$$

$$\gamma_к \cdot \beta + \gamma_х \cdot \vartheta = \gamma_и \cdot \alpha; \tag{11}$$

$$\varepsilon_к + \varepsilon_х = \varepsilon_и. \tag{12}$$

Сумма масс, выходов и извлечений продуктов разделения ***всегда*** равна массе, выходу или извлечению исходного продукта соответственно и определяется простым сложением (8)-(10), (12).

Массовые доли ***складывать нельзя***, так как они рассчитаны от ***разных*** масс продуктов. При простом сложении не будет учтена ***доля участия*** (удельный вес) каждого из продуктов в общей сумме, поэтому при составлении уравнения баланса по массовым долям необходимо использовать ***средневзвешенное значение***. В качестве удельного веса может выступать выход или масса продукта, как показано в уравнении (11).

При расчёте одной операции разделения или схемы в целом, как правило, принимают: $\gamma_и = 100$ %; $\varepsilon_и = 100$ %. Тогда уравнения (10)-(12) приобретают вид:

$$\gamma_к + \gamma_х = 100; \tag{13}$$

$$\gamma_к \cdot \beta + \gamma_х \cdot \vartheta = 100 \cdot \alpha; \tag{14}$$

$$\varepsilon_к + \varepsilon_х = 100. \tag{15}$$

Решая систему уравнений, состоящую из формул (13)-(15), можно вывести формулы для расчёта выходов продуктов разделения и из-

влечения в них (продукты) компонента:

$$\gamma_к = \frac{\alpha - \vartheta}{\beta - \vartheta} \cdot 100, \% \quad (16)$$

$$\gamma_х = \frac{\beta - \alpha}{\beta - \vartheta} \cdot 100\ \%. \quad (17)$$

$$\varepsilon_к = \frac{\gamma_к \cdot \beta}{\alpha}, \%. \quad (18)$$

$$\varepsilon_х = \frac{\gamma_х \cdot \vartheta}{\alpha}, \%. \quad (19)$$

Примеры расчёта технологических показателей обогащения представлены в п. 2.1.

1.2. Построение гранулометрической характеристики

Гранулометрический состав продуктов обогащения характеризуется распределением частиц по классам крупности. Основным методом определения гранулометрического состава продуктов является ситовый анализ, состоящий в рассеве продукта на наборе сит с квадратными отверстиями и последующем определении ***частных выходов*** классов крупности.

Частный выход каждого класса крупности определяется по формуле:

$$\gamma_i = \frac{M_i}{M_{исх}} \cdot 100, \%, \quad (20)$$

где γ_i – выход i-го класса крупности; M_i – масса i-го класса крупности; $M_{исх}$ – масса исходного продукта, подвергнутого рассеву.

Помимо этого определяют ***суммарный выход*** классов крупности ***«по плюсу»*** и ***«по минусу»***.

Суммарная характеристика «по плюсу» показывает, какое количество материала осталось бы на сите с размером отверстия, равным d мм, если бы это сито в наборе сит для ситового анализа было верхним.

Суммарная характеристика «по минусу» показывает, какое количество материала прошло бы сквозь сито с размером отверстия, равным d мм, если бы это сито в наборе было нижним.

Суммарный выход классов крупности «по плюсу» рассчитывается последовательным суммированием значений частных выходов каждого класса крупности сверху вниз, а «по минусу» – снизу вверх.

Пример оформления результатов ситового анализа приведён в табл. 2.

Таблица 2

Результаты ситового анализа

Класс крупности, мм		Выход, %		
		частный	суммарный	
			«по плюсу»	«по минусу»
-200+100		12,8	12,8	100,0
-100+50		22,5	35,3	87,2
-50+25		21,5	56,8	64,7
-25+13		16,9	73,7	43,2
-13+6		13,3	87,0	26,3
-6+3		6,4	93,4	13,0
-3+0		6,6	100,0	6,6
Итого:		**100,0**	–	–
Абсцисса для кривой «по минусу»	**Абсцисса для кривой «по плюсу»**		**Ордината для кривой «по плюсу»**	**Ордината для кривой «по минусу»**

На рис. 2 приведен пример построения суммарных характеристик крупности для рассмотренного примера. Кривые являются зеркальным отображением друг друга. По любой из них можно определить выход любого класса крупности.

При построении кривых суммарного выхода каждый класс крупности представляется в виде точки координатами (d; γ), где d – граничное значение каждого класса крупности, а γ – суммарный выход этого класса крупности («по плюсу» или «минусу»).

Для кривой суммарного выхода «по плюсу» d – это ***нижняя*** граница класса крупности, то есть значение крупности со знаком «плюс», а для кривой суммарного выхода «по минусу» – ***верхняя*** граница класса крупности, то есть значение крупности со знаком «минус». Для приведённого примера класс крупности -100+50 мм при построении кривой суммарного выхода «по плюсу» будет иметь координаты (50; 35,3), а при построении кривой суммарного выхода «по минусу» – (100; 87,2).

Полученные точки соединяют плавной кривой. Обе кривые суммарного выхода монотонны. Каждая из них пересекает и ось абс-

цисс, и ось ординат.

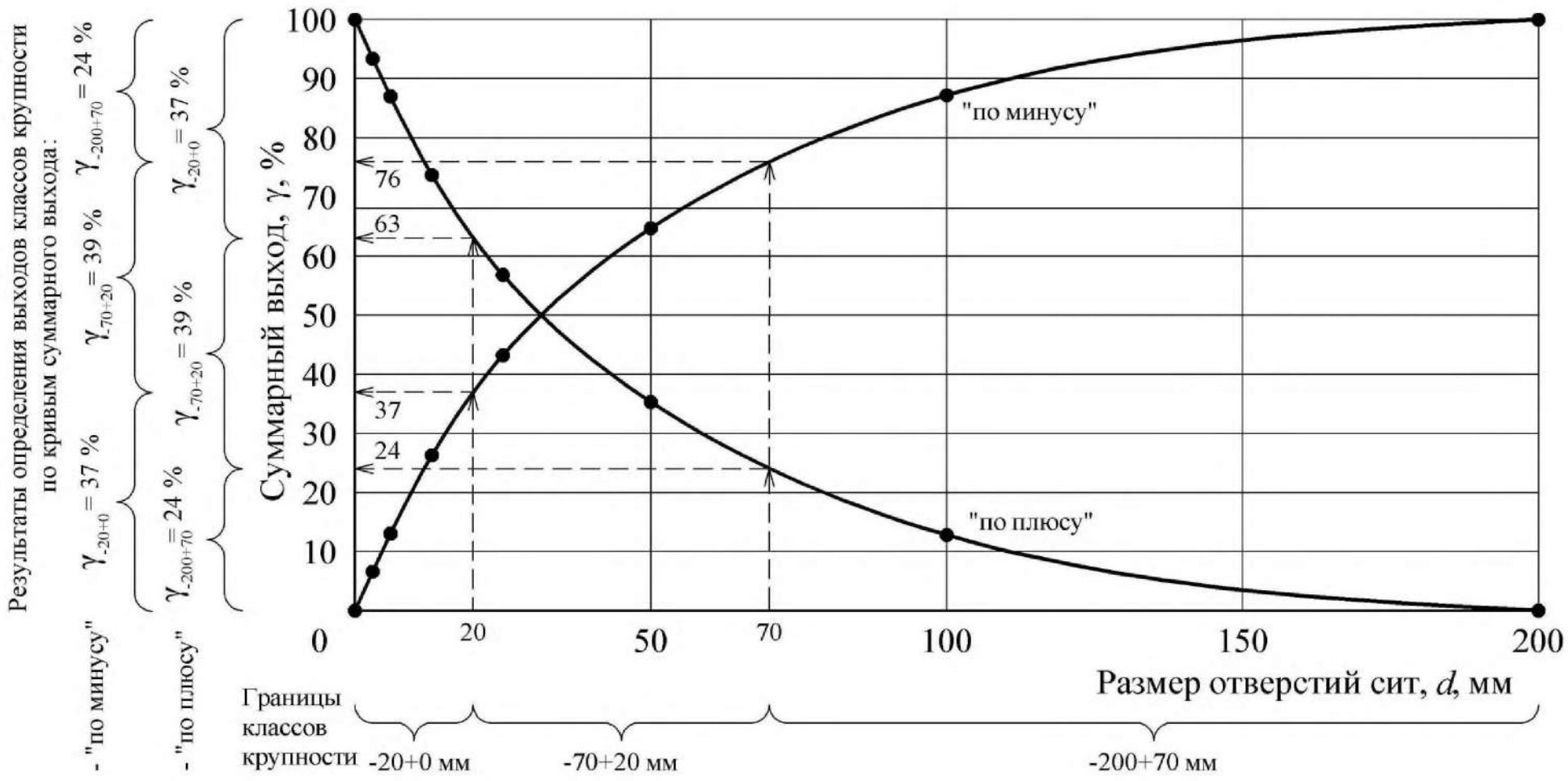


Рис. 2. Гранулометрическая характеристика продукта

Точки пересечения с осью абсцисс: (D_{max}; 0) для кривой суммарного выхода «по плюсу» и (D_{max}; 100) для кривой суммарного выхода «по минусу». D_{max} – это максимальная крупность продукта, мм. Для представленного примера D_{max}=200 мм.

Точки пересечения с осью ординат: (0; 100) для кривой суммарного выхода «по плюсу» и (0; 0) для кривой суммарного выхода «по минусу».

По виду кривой суммарного выхода можно сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности. Если кривая суммарного выхода «по плюсу» имеет выпуклую форму, то в продукте преобладают крупные классы, если вогнутую – то мелкие (для кривой суммарного выхода «по минусу» – наоборот). Если кривые суммарного выхода имеют форму близкую к прямой, то это свидетельствует о равномерном распределении частиц по классам крупности.

Определение выхода заданного класса крупности осуществляется в следующей последовательности:

1. Отложить на оси абсцисс границы заданного класса крупности.
2. Из полученных точек восстановить перпендикуляры до пересечения с кривой суммарного выхода.
3. Из полученных точек пересечения с кривой суммарного выхода провести перпендикуляры к оси ординат. Высота полученного отрезка находится вычитанием из б*о*льшего значения выхода меньшего и соответствует выходу заданного класса крупности.

Обычно границы класса крупности задаются двумя значениями, например, -6+3 мм. Если требуется определить выход класса крупности -6 мм, то второй границей является значение 0 мм (класс крупности -6+0 мм). Если требуется определить выход класса крупности +6 мм, то второй границей является значение максимальной крупности продукта (класс крупности -D_{max}+6 мм).

Также следует помнить, что сумма выходов классов $-d$ мм и $+d$ мм для одного и того же продукта равна 100 %.

При работе с гранулометрическими характеристиками (и только в этом случае) термины ***«выход класса»*** и ***«массовая доля класса крупности»*** равнозначны.

Пример

По гранулометрической характеристике (рис. 2) определить выходы классов крупности -20 мм, -70+20 мм, +70 мм.

Решение

Определим выходы заданных классов крупности по кривой суммарного выхода «по плюсу».

Класс -20 мм. Помня, что запись -20 мм означает -20+0 мм, определим значения выходов в точках 0 и 20 мм, они составят 100 и 63 % соответственно, следовательно, выход класса -20+0 мм составит:

$$\gamma_{-20+0} = 100 - 63 = 37\ \%.$$

Класс -70+20 мм. Значения выходов в точках 20 и 70 мм составляют 63 и 24 % соответственно, следовательно, выход класса -70+20 мм составит:

$$\gamma_{-70+20} = 63 - 24 = 39\ \%.$$

Класс +70 мм. Максимальная крупность продукта составляет 200 мм, следовательно, необходимо определить выход класса -200+70 мм. Значения выходов в точках 70 и 200 мм составляют 24 и 0 %, соответственно, следовательно, выход класса -200+70 мм составит:

$$\gamma_{-200+70} = 24 - 0 = 24\ \%.$$

Определение выходов заданных классов крупности по кривой суммарного выхода «по минусу» осуществляется аналогично. Значения выходов в точках 0, 20, 70 и 200 мм составляют 0, 37, 76 и 100 % соответственно. Тогда выходы классов крупности, %:

$$\gamma_{-20+0} = 37 - 0 = 37;$$
$$\gamma_{-70+20} = 76 - 37 = 39;$$
$$\gamma_{-200+70} = 100 - 76 = 24.$$

В практике обогащения при определении выхода класса крупности пользуются ***только одной*** из кривых суммарного выхода.

В контрольной работе № 2 требуется построить одну их кривых суммарного выхода и по ней определить выход заданного класса крупности. Пример выполнения приведён в п. 2.2.

1.3. Расчёт эффективности грохочения

Процесс грохочения характеризуется ***эффективностью грохочения*** (***к.п.д.*** грохота).

Эффективность грохочения (E) – это отношение массы подрешётного продукта (C) к массе продукта той же крупности в исходном материале (q), определяется по формуле:

$$E = \frac{C}{q} \cdot 100, \%. \qquad (21)$$

При расчёте показателей операции грохочения применимы все полученные ранее соотношения между технологическими показателями и уравнения баланса.

Условно концентратом считается подрешётный продукт, а надрешётный – хвостами. При этом массовая доля класса крупности менее размера отверстия сита в подрешётном продукте (β^{-d}) составляет 100 %, так как частицы крупнее размера отверстия сита в подрешётный продукт попасть не могут.

С помощью простых преобразований можно получить формулы для расчёта эффективности грохочения, %:

$$E = \frac{C}{Q \cdot \alpha^{-d}} \cdot 10^4; \qquad (22)$$

$$E = \frac{\gamma_{\text{п}}}{\alpha^{-d}} \cdot 100; \qquad (23)$$

$$E = \frac{\alpha^{-d} - \vartheta^{-d}}{\alpha^{-d}(100 - \vartheta^{-d})} \cdot 10^4. \qquad (24)$$

Для определения эффективности грохочения, как правило, необходимо знать массовую долю расчётного класса в исходной руде (α^{-d}).

Если эта величина не задана, то её можно определить по гранулометрической характеристике исходного продукта (п. 1.2).

Если гранулометрическая характеристика исходного продукта отсутствует, то её можно провести по прямой линии (рис. 3).

Так как гранулометрическая характеристика является прямой линией, то её можно описать уравнением вида $\alpha^{-d}=\gamma_{-d+0}=kd$.

Для случая, представленного на рис. 3, уравнение может быть записано как:

$$\alpha^{-d} = \frac{100}{D_{\max}} \cdot d, \%. \qquad (25)$$

Использование данной формулы позволяет определить массовую долю расчётного класса в руде без построения гранулометрической характеристики.

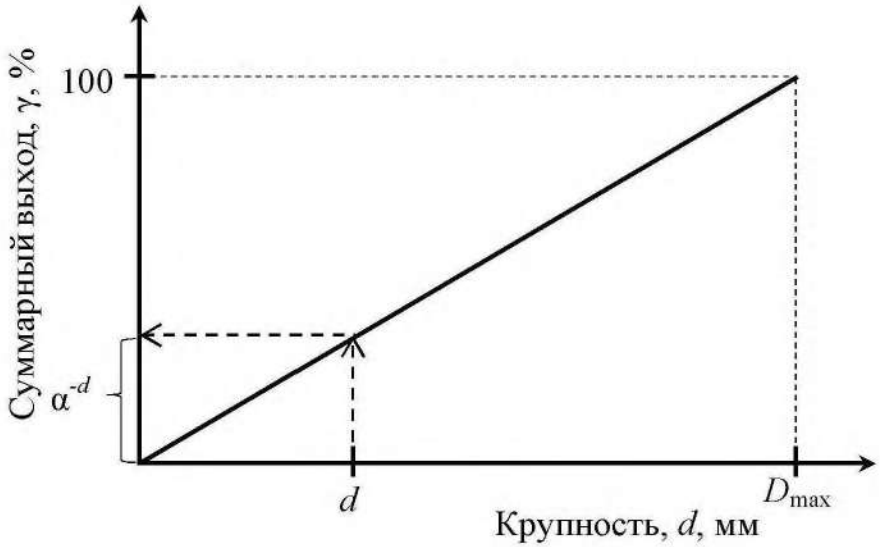


Рис. 3. К определению массовой доли нижнего класса в исходном материале:
***d* – размер отверстия сита; D_{max} – максимальная крупность исходного материала**

В табл. 1 приведены общепринятые обозначения для продуктов операции грохочения.

Примеры расчёта эффективности грохочения приведены в п. 2.2.

1.4. Расчёт схем обогащения

Совокупность операций переработки минерального сырья называется ***технологической схемой обогащения***, изображаемой графически. Расчёт технологических схем обогащения выполняется обычно в виде таблицы.

Основным типом технологических схем является ***качественно-количественная схема***, на которой отражены все операции обработки полезного ископаемого с указанием количества и качества всех продуктов.

Основой расчётов технологических показателей схем обогащения являются уравнения балансов (13)-(15).

Расчёт схемы начинается с составления технологического баланса по массовой доле компонента, представляемого в виде таблицы. Для расчёта схемы необходимо задаться рядом технологических показателей. Чаще всего задают величину массовой доли компонента в руде (по данным анализа) и в концентрате (по требованию нормативных документов), а также нормируемую величину извлечения компонента в концентрат (реже в хвосты).

Технологические показатели для промежуточных операций и продуктов схемы рассчитывают, задаваясь массовой долей компо-

нента в продуктах разделения, частным извлечением в концентрат или величиной степени концентрации компонента в каждой операции.

В контрольной работе № 3 требуется рассчитать технологические показатели схемы флотации. Каждой отдельной операции флотации присуща своя ***степень концентрации***, показывающая во сколько раз увеличивается массовая доля полезного компонента в концентрате операции, по сравнению с массовой долей в продукте, входящем в операцию. Степень концентрации обозначается буквой *i* и для основных и контрольных операций составляет 2-9, а для перечистных – 1-2. При расчёте обычно принимается, что массовая доля в концентрате первой контрольной операции в два раза больше, чем массовая доля в исходном продукте схемы, а если контрольная операция одна, то приблизительно равным ему. Массовую долю в промпродуктах перечистных операций (хвостах) принимают приблизительно равной массовой доле продукта, поступающего в ту же операцию, что и эти промпродукты.

После определения массовой доли компонента в каждом продукте схемы рассчитывают выходы всех продуктов схемы. Расчёт ведётся по операциям схемы «снизу вверх» составлением и решением балансовых уравнений относительно выходов продуктов. Расчёт завершается проверкой:

$$\Delta = 100 \cdot \alpha - (\gamma_к \cdot \beta + \gamma_х \cdot \vartheta). \qquad (26)$$

Величина Δ называется ***невязкой расчёта*** и показывает точность его выполнения. Невязка может быть как положительной, так и отрицательной. При выполнении расчёта на ПК величина невязки равна 0. При расчёте на калькуляторе для получения приемлемой величины невязки (порядка 10^{-3} %^{2}) получаемые величины необходимо округлять до 4-го знака после запятой.

Результаты расчётов оформляются в виде технологической схемы, изображаемой графически, и типовых таблиц – «Технологический баланс продуктов обогащения» и «Результаты расчёта качественно-количественной схемы».

На технологической схеме каждому продукту присваивается порядковый номер, указываются технологические показатели каждого продукта и принятые в операциях разделения степени концентрации.

В типовой таблице «Технологический баланс продуктов обогащения» приводятся технологические показатели ***исходного*** продукта

и ***конечных*** (концентрат и хвосты) продуктов разделения.

В типовой таблице «Результаты расчёта качественно-количественной схемы» приводятся технологические показатели для ***всех*** продуктов схемы.

Пример расчёта качественно-количественной схемы флотации приведён в п. 2.3.

2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ

2.1. Контрольная работа № 1

Задача 1

Руда для кучного выщелачивания подаётся из трёх забоев в соотношении: 20 % из забоя № 1, 60 % из забоя № 2, остальное из забоя № 3. Массовая доля золота составляет 4, 6 и 3 г/т, соответственно. Определить массовую долю золота в исходной для выщелачивания куче.

***Комментарий**: в данной задаче необходимо определить массовую долю руды, получаемой при смешивании руд из различных забоев. При этом руды из этих забоев имеют различную массовую долю компонента и смешиваются **не в равном** соотношении. В этом случае для расчёта массовой доли полученной смеси необходимо использовать формулу для определения средневзвешенного значения, которое учитывает долю участия каждого из забоев в общей смеси:*

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\gamma_i \cdot \alpha_i)}{\sum_{i=1}^{n}\gamma_i},$$

где γ_i – выход (доля) руды из i-го забоя; α_i – массовая доля компонента в руде i-го забоя.

Дано:

$\gamma_1 = 20\ \%$
$\alpha_1 = 4$ г/т
$\gamma_2 = 60\ \%$
$\alpha_2 = 6$ г/т
$\alpha_3 = 3$ г/т

$\alpha_{срв} - ?$

Решение

$\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3=100\ \% \rightarrow \gamma_3= 100 - (\gamma_1+\gamma_2)=100 - (20+60)=20\ \%;$

$$\alpha = \frac{\gamma_1 \cdot \alpha_1 + \gamma_2 \cdot \alpha_2 + \gamma_3 \cdot \alpha_3}{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3} = \frac{20 \cdot 4 + 60 \cdot 6 + 20 \cdot 3}{20 + 60 + 20} = 5 \text{ г/т}.$$

Ответ: Массовая доля золота в исходной для выщелачивания куче равна 5 г/т.

Задача 2

Определить потери цинка с медным концентратом, если массовая доля цинка в руде – 5 %, в медном концентрате – 4,5 %, выход цинкового концентрата составляет 12 %, а выход хвостов – 85 %.

***Комментарий**: потери цинка с медным концентратом – это извлечение цинка в медный концентрат. В данной задаче речь идёт о **полиметаллической** руде (компонентами являются медь и цинк), при обогащении которой получают **три** продукта – хвосты и концентраты: медный и цинковый. Тогда формула (13) будет иметь вид:*

$$\gamma_к^{Cu} + \gamma_к^{Zn} + \gamma_х = 100\,\%.$$

Для определения потерь цинка с медным концентратом воспользуемся формулой (19), переписав её как, %:

$$\varepsilon_к^{Cu/Zn} = \frac{\gamma_к^{Cu} \cdot \vartheta^{Cu/Zn}}{\alpha^{Zn}}.$$

Нижний индекс «к» у обозначения показателей указывает лишь на то, что продукт, с которым теряется цинк, не является хвостами.

Дано:

$\alpha^{Zn} = 5\,\%$

$\gamma_к^{Zn} = 12\,\%$

$\vartheta^{Cu/Zn} = 4{,}5\,\%$

$\gamma_х = 85\,\%$

$\varepsilon_к^{Cu/Zn} - ?$

Решение

Выход медного концентрата составит:

$$\gamma_к^{Cu} = 100 - \gamma_к^{Zn} - \gamma_х = 100 - 12 - 85 = 3\,\%.$$

Потери цинка с медным концентратом:

$$\varepsilon_к^{Cu/Zn} = \frac{5 \cdot 4{,}5}{3} = 7{,}5\,\%.$$

Ответ: Потери цинка в медном концентрате составляют 7,5 %.

Задача 3

Определить суточную производительность фабрики по руде, если она производит 30 т/ч концентрата при выходе его 5 %.

***Комментарий**: Следует обратить внимание, что заданная величина производительности по концентрату имеет размерность **т/ч**, а значит, и величина производительности фабрики по руде при расчёте по формуле (1) будет иметь ту же размерность. Однако по условиям задачи требуется определить **суточную** производительность. При решении подобного типа задач принимается режим работы обогатительных фабрик 24 часа в сутки.*

Дано:	***Решение***
$\gamma_к = 5$ % $C = 30$ т/ч	$\gamma_к = \frac{C}{Q} \cdot 100 \rightarrow Q = \frac{C}{\gamma_к} \cdot 100 = \frac{30}{5} \cdot 100 = 600$ т/ч.
$Q_{сут} - ?$	$Q_{сут} = 24 \cdot Q = 24 \cdot 600 = 14400$ т/сут.
	Ответ: Суточная производительность фабрики составляет 14400 т/сут.

2.2. Контрольная работа № 2

Задача 1

Класс крупности, мм	**Частный выход, %**
-50+25	10
-25+12	20
-12+6	20
-6+0	50

По результатам ситового анализа построить кривую суммарного выхода «по полюсу».
Определить по ней выходы классов крупности -30+10 и -5 мм.
Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.

Решение

Рассчитаем суммарный выход «по плюсу» (см. п.1.2):

Класс, мм	**Частный выход, %**	**Суммарный выход «по плюсу», %**
-50+25	10	10
-25+12	20	30
-12+6	20	50
-6+0	50	100
Итого:	**100**	**–**

Подробная методика построения гранулометрической характеристики и определения по ней выходов заданных классов крупности приведена в п. 1.2. Решение показано на рис. 4.

Выходы заданных классов крупности составляют:

$$\gamma_{-30+10} = 37 - 6 = 29\ \%.$$

$$\gamma_{-5+0} = 100 - 56 = 44\ \%.$$

По виду кривой можно сделать вывод о преобладании мелких классов крупности (кривая вогнутая).

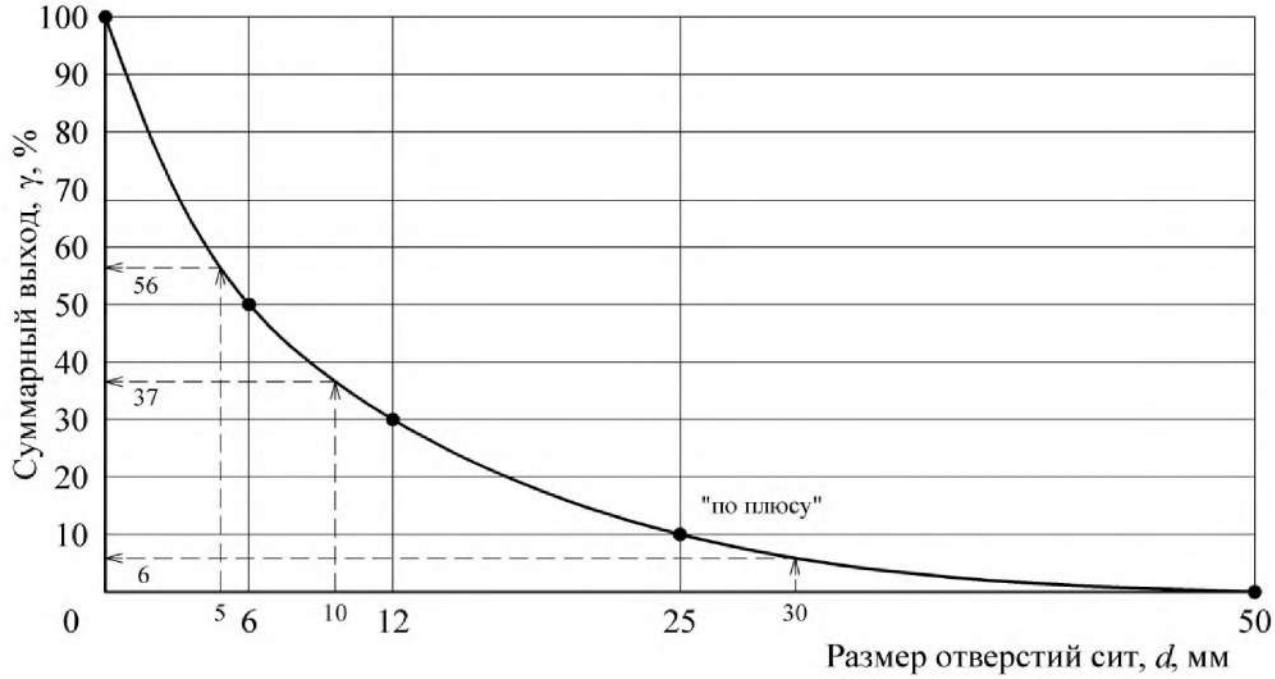


Рис. 4. Графическое решение

Задача 2

Определить эффективность грохочения на сетке 150 мм, если выход надрешётного продукта составляет 77 %. Крупность исходного материала 600 мм. Гранулометрическую характеристику исходной руды принять по прямой линии.

Дано:

$\gamma_н = 77$ %

$D_{max} = 600$ мм

d=150 мм

$E - ?$

Решение

Найдём массовую долю расчётного класса в исходном продукте по формуле (25):

$$\alpha^{-d} = \frac{100}{D_{max}} \cdot d = \frac{100}{600} \cdot 150 = 25\ \%.$$

Из уравнения баланса (13) определим выход подрешётного продукта:

$\gamma_п = 100 - \gamma_н = 100 - 77 = 23$ %.

Эффективность грохочения по выражению (23) составит:

$$E = \frac{\gamma_п}{\alpha^{-d}} \cdot 100 = \frac{23}{25} \cdot 100 = 92\ \%.$$

Ответ: Эффективность грохочения равна 92 %.

2.3. Контрольная работа № 3

Рассчитать технологический баланс продуктов обогащения и технологические показатели (выходы всех продуктов и извлечения компонента в эти продукты) для схемы обогащения, представленной на рис. 5. Массовая доля полезного компонента в исходном продукте 1 %, в концентрате 14 %, извлечение в концентрат 90 %. Значениями массовой доли для промежуточных продуктов схемы задаться самостоятельно (п. 1.4).

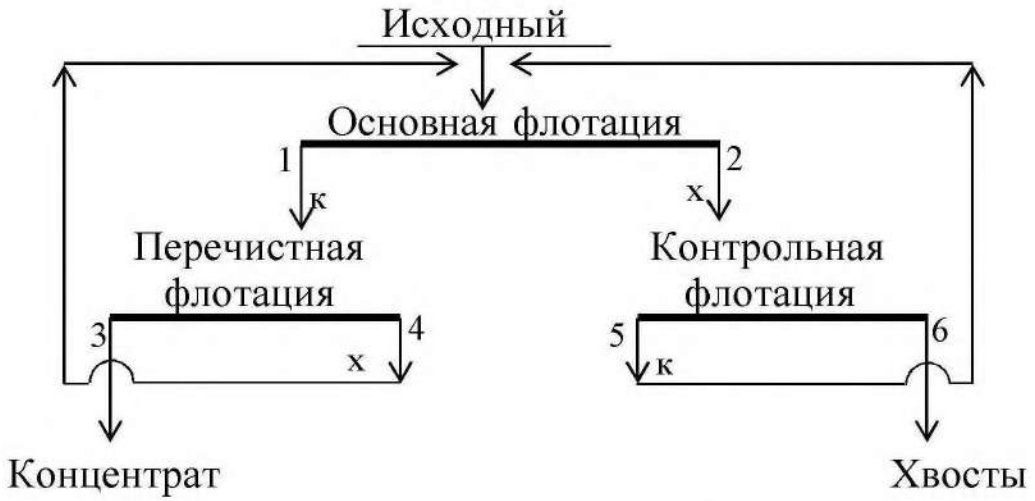


Рис. 5. Технологическая схема обогащения

Решение

По исходным данным с использованием выражений (15) и (19) определим массовую долю компонента в хвостах. Далее, применив формулы (18) и (13), рассчитаем выходы конечных продуктов – концентрата и хвостов. Полученные результаты запишем в виде табл. 3.

Таблица 3

Технологический баланс продуктов обогащения

Номер и наименование продукта	Технологические показатели, %		
	выход	массовая доля	извлечение
3. Концентрат	6,4286	14,0	90,00
6. Хвосты	93,5714	0,1069	10,00
Исходный	100,0000	1,0	100,00

Составим технологический баланс для следующих условий:

- массовая доля ценного компонента в руде – 1,0 %;
- массовая доля ценного компонента в концентрате – 14,0 %;
- извлечение ценного компонента в концентрат – 90 %.

Согласно информации, изложенной в п. 1.4.зададимся значениями массовой доли в продуктах операций флотации.

Определим массовые доли в концентратах операций:

основная: $\beta_1 = i_{осн} \cdot \alpha = 7{,}5 \cdot 1{,}0 = 7{,}5$ %;

перечистная: $\beta_3 = i_{переч} \cdot \beta_1 = 1{,}9 \cdot 7{,}5 = 14{,}25$ %;

контрольная $\beta_5 = i_{контр} \cdot \alpha = 2{,}0 \cdot 1{,}0 = 2$ %.

Так как концентрат перечистной операции является конечным продуктом, массовая доля в котором известна (14 %), то при дальнейшем расчёте принимаем $\beta_3 = 14$ %. При этом принятая степень концентрации (i=1,9) обеспечивает требуемое качество концентрата, так как 14,25 больше 14.

Массовую долю в промпродукте перечистной операции (хвостах) принимаем приблизительно равной массовой доле продукта, поступающего в ту же операцию, что и этот продукт. В нашем случае β_4 может находиться в диапазоне от α до 2α и составляет 1,1 %. Массовую долю в хвостах основной операции вычислим исходя из того, что степень концентрации в контрольной операции составляет 2-9, а массовая доля в концентрате контрольной равна β_5:

$$\beta_2 = \beta_5 / i_{контр} = 2{,}0 / 7 = 0{,}29\ \%.$$

Задавшись массовыми долями в каждом продукте, рассчитаем выходы продуктов в каждой операции. Расчёт ведётся с применением уравнений (10)-(11). Схема рассчитывается «снизу вверх», начиная с последней перечистной операции.

Перечистная флотация

Составим уравнение баланса для перечистной операции:

$$\begin{cases} \gamma_3 + \gamma_4 = \gamma_1; \\ \gamma_3 \cdot \beta_3 + \gamma_4 \cdot \beta_4 = \gamma_1 \cdot \beta_1, \end{cases}$$

решив систему относительно γ_1, получим:

$$\gamma_1 = \gamma_3 \frac{\beta_3 - \beta_4}{\beta_1 - \beta_4} = 6{,}4286 \frac{14 - 1{,}1}{7{,}5 - 1{,}1} = 12{,}9576\ \%,$$

тогда $\gamma_4 = \gamma_1 - \gamma_3 = 12{,}9576 - 6{,}4286 = 6{,}5290$ %.

Контрольная флотация

Составим уравнение баланса для контрольной операции:

$$\begin{cases} \gamma_5 + \gamma_6 = \gamma_2; \\ \gamma_5 \cdot \beta_5 + \gamma_6 \cdot \beta_6 = \gamma_2 \cdot \beta_2, \end{cases}$$

решив систему относительно γ_2, получим:

$$\gamma_2 = \gamma_6 \frac{\beta_5 - \beta_6}{\beta_5 - \beta_2} = 93{,}5714 \frac{2 - 0{,}1069}{2 - 0{,}29} = 103{,}3333\ \%,$$

тогда $\gamma_5 = \gamma_2 - \gamma_6 = 103{,}3333 - 93{,}5714 = 9{,}7619$ %.

Проверка

По формуле (26) определим величину невязки:

$$\Delta = 100 \cdot \alpha - (\gamma_к \cdot \beta + \gamma_х \cdot \vartheta) = 100 \cdot \alpha - (\gamma_3 \cdot \beta_3 + \gamma_6 \cdot \beta_6) =$$

$$= 100 \cdot 1{,}0 - (6{,}4289 \cdot 14 + 93{,}5714 \cdot 0{,}1069) = -0{,}003 = -3 \cdot 10^{-3}\ \%^2.$$

Извлечения в продукты операций разделения рассчитываются по формулам (18)-(19). Результаты расчёта схемы представлены на рис. 6 и в табл. 3, 4.



Рис. 6. Качественно-количественная схема обогащения

Таблица 4

Результаты расчёта качественно-количественной схемы обогащения

ПОСТУПАЕТ				ВЫХОДИТ			
Номер и наименование продукта	**Выход, %**	**Массовая доля, %**	**Извлечение, %**	**Номер и наименование продукта**	**Выход, %**	**Массовая доля, %**	**Извлечение, %**
Основная флотация							
Исходный	100,0000	1	100	1. Концентрат основной флотации	12,9576	7,5	97,18
4. Промпродукт перечистной флотации	6,5290	1,1	7,18	2. Хвосты основной флотации	103,3333	0,29	29,52
5. Концентрат контрольной флотации	9,7619	2	19,52				
Итого:	**116,2909**	**1,09**	**126,70**	**Итого:**	**116,2909**	**1,09**	**126,70**
Перечистная флотация							
1. Концентрат основной флотации	12,9576	7,5	97,18	3. Концентрат	6,4286	14,0000	90,00
				4. Промпродукт перечистной флотации	6,5290	1,1	7,18
Итого:	**12,9576**	**7,5**	**97,18**	**Итого:**	**12,9576**	**7,5**	**97,18**
Контрольная флотация							
2. Хвосты основной флотации	103,3333	0,29	29,52	5. Концентрат контрольной флотации	9,7619	2,00	19,52
				6. Хвосты	93,5714	0,1069	10,00
Итого:	**103,3333**	**0,29**	**29,52**	**Итого:**	**103,3333**	**0,29**	**29,52**

3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Номер варианта задается преподавателем. Номера задач в каждом варианте принимаются по таблице:

Вариант	Контрольная работа № 1	Контрольная работа № 2	Контрольная работа № 3
	номера задач		номер схемы
1	3, 11, 21, 35	3, 15	1
2	4, 15, 22, 38	10, 16	2
3	10, 13, 29, 33	4, 19	3
4	6, 14, 27, 31	8, 14	4
5	2, 18, 25, 36	1, 20	5
6	8, 17, 23, 37	5, 18	6
7	9, 20, 26, 32	7, 17	7
8	7, 19, 28, 40	9, 11	8
9	5, 12, 24, 39	2, 12	9
0	1, 16, 30, 34	6, 13	10

3.1. Контрольная работа № 1

Номер задачи	Условия задачи
1	Рассчитать выход никелевого концентрата, если массовая доля никеля в исходной руде составляет 3,4 %. Массовая доля никеля в концентрате 12 %, извлечение никеля в концентрат составляет 80 %.
2	Определить сколько тонн концентрата в сутки выдает фабрика, если выход концентрата составляет 4 %, а производительность фабрики по руде равна 800 т/ч.
3	Определить выход концентрата и хвостов, если фабрика перерабатывает руду с массовой долей меди 1,6 %, а после обогащения получают два продукта; концентрат с массовой долей меди 18 % и хвосты с массовой долей меди 0,2 %.
4	Рассчитать выход концентрата и извлечение свинца в концентрат, если фабрика перерабатывает 14000 т руды в сутки с массовой долей свинца 2,4 % и получает 600 т концентрата с массовой долей свинца 50 %.
5	Определить суточную производительность фабрики по руде, если фабрика выдает 800 т концентрата в сутки при выходе 2,5 %.
6	Определить массовую долю компонента в хвостах, если из 1000 т руды с массовой долей полезного компонента 0,8 % в процессе обогащения получено 16 т концентрата при извлечении 90 %.
7	Определить потери никеля в медном концентрате, если массовая доля никеля в нем равна 1,0 % и выход медного концентрата составляет 10 %. Массовая доля никеля в исходной руде равна 3 %.

Номер задачи	Условия задачи
8	Определить, сколько тонн свинцового концентрата в сутки выдает обогатительная фабрика, если ее суточная производительность по руде составляет 5 000 т, массовая доля свинца в руде 1,8 %, а в концентрате 60 %. Извлечение свинца в концентрат 92 %.
9	Определить извлечение цинка в концентрат, если при суточной производительности фабрики 5000 т получают 150 т концентрата. Массовая доля цинка в руде 2 %, а в концентрате 60 %.
10	Определить потери меди и цинка в хвостах, если извлечение меди и цинка в медный концентрат соответственно 90 и 5 %, а в цинковый 6 и 85 %.
11	Определить выход медного концентрата, если массовая доля меди в руде 1,5 % в медном концентрате 18 %, а потери меди в хвосты 10 %.
12	Рассчитать извлечение полезного компонента в концентрат, если фабрика перерабатывает руду с массовой долей полезного компонента 20 %, а получает концентрат с массовой долей компонента 50 % и хвосты, с массовой долей компонента 2 %.
13	Рассчитать выход концентрата и извлечение в него полезного компонента, если из 1 000 т руды с массовой долей полезного компонента 0,8 % в процессе обогащения получено 13 т концентрата с массовой долей полезного компонента 60 %.
14	Определить, сколько тонн железного концентрата в сутки выдает обогатительная фабрика, если ее суточная производительность по руде 15 000 т, массовая доля железа в руде 18 %, а в концентрате 66 %. Извлечение железа в концентрат 90 %.
15	Определить извлечение цинка в концентрат, если массовая доля цинка в руде 2 %, в концентрате 50 %, в хвостах 0,5 %.
16	Рассчитать, сколько руды нужно переработать для получения 500 т концентрата, если его выход составляет 5 %.
17	Определить потери меди с цинковым концентратом, если выход цинкового концентрата 5 %, а массовая доля меди в нем 2 %. Массовая доля меди в исходной руде 1,2 %.
18	Рассчитать, сколько нужно переработать руды с массовой долей меди 1 % для получения 100 т концентрата с массовой долей меди 20 %, Массовая доля меди в хвостах 0,1 %.
19	Определить массовую долю компонента в хвостах, если извлечение его в концентрат 90 %, выход хвостов 95 %, массовая доля в исходном продукте 1 %.

Номер задачи	Условия задачи
20	Определить массовую долю металла в хвостах при обогащении руды с массовой долей металла 2 %, если извлечение его в концентрат составило 90 % при выходе концентрата 3,6 %.
21	Определить массовую долю компонента в исходной руде, если выход концентрата 8 %, извлечение 90 % и массовая доля компонента в нем 60 %.
22	Определить потери меди в цинковом концентрате, полученном при обогащении медно-цинковой руды с массовой долей меди 1,0 %, если выход цинкового концентрата 4,5 %, массовая доля меди в нем 4 %.
23	Определить количество свинца, потерянного в хвостах при флотации 6000 т руды с массовой долей свинца 4 %, если извлечение его в концентрат 85 %.
24	Шахта выдает рядовой уголь из трех лав: первая лава – 300 т/ч, A^d=9 %; вторая лава – 200 т/ч, A^d=12%; третья лава – 500 т/ч, A^d=8 %. Определить зольность угля, поступающего на обогащение.
25	Определить массовую долю железа в концентрате, если при обогащении железной руды с массовой долей железа 20 % выход концентрата 30 %, а извлечение 90 %.
26	Определить выход концентрата и извлечение P_2O_5 в концентрат, получаемый при обогащении апатитовой руды с массовой долей 20 % P_2O_5, если массовая доля P_2O_5 в концентрате 34,5 %, в хвостах 1 %.
27	Определить массовую долю золы и извлечение ее в хвосты, если ее извлечение в концентрат составляет 7 % при его выходе 70 %. Массовая доля золы в рядовом угле 24 %.
28	Определить массовую долю молибдена в концентрате, если при обогащении руды с массовой долей молибдена 0,1 %, выход концентрата 0,15 % при извлечении в него молибдена 80 %.
29	Определить выход концентрата и потери полезного компонента в хвостах, если из 2000 т руды с массовой долей полезного компонента 0,8 %, получено 26 т концентрата с массовой долей полезного компонента 48 %.
30	Определить зольность рядового угля, если на фабрику он поступает с трех шахт: 30 % – с шахты № 1, 50 % – с шахты № 2 и остальное с шахты №3. Зольность углей каждой шахты составляет соответственно 21, 19,5 и 24 %.
31	Фабрика после обогащения 3000 т руды с массовой долей металла 0,5 % получила 24 т концентрата с массовой долей металла 54 %. Какое извлечение было достигнуто при обогащении?
32	Сколько перерабатывает руды фабрика, если получается 100 т/ч концентрата с массовой долей меди 19,6 %. Массовая доля меди в руде 0,8 %, в хвостах 0,18 %.

Номер задачи	Условия задачи
33	Фабрика обогащает руду с массовой долей марганца 18 %. Производительность фабрики по руде составляет 300 т/ч. Определить выход концентрата и извлечение марганца в него, если массовая доля марганца в концентрате 45 %, а выпускается концентрата 60 т/ч.
34	Определить извлечение меди в концентрат, если при производительности фабрики 3000 т/сут получают 90 т концентрата с массовой долей меди 24 %. Руда поступает на фабрику с двух рудников в равном количестве с массовой долей меди соответственно 1,2 и 0,8 %.
35	На фабрику поступает рядовой уголь с зольностью 20 % и получается концентрат с зольностью 10 %. Каков выход концентрата и зольность хвостов, если производительность фабрики 350 т/ч, а на хвостохранилище отправляется 70 т/ч хвостов?
36	Определить выход концентрата и извлечение в него полезного компонента, если на фабрику поступает руда с массовой долей полезного компонента 15 %, а после обогащения получают концентрат и хвосты с массовой долей полезного компонента в них соответственно 45 и 5 %.
37	Определить количество олова и его массовую долю в суммарном концентрате, если на фабрике получают оловянный концентрат после обогащения руды на отсадочных машинах и концентрационных столах. С отсадочных машин получают 3 т/сут концентрата с массовой долей олова 20 %, а со столов – 2 т/сут, с массовой долей олова 15 %.
38	Определить выход и массу концентрата зольностью 8 %, получаемого при обогащении угля, если фабрика обогащает 250 т/ч угля с зольностью 16 % и получает хвосты с зольностью 65 %.
39	Определить массовую долю металла в хвостах при обогащении руды с массовой долей металла 2 %, если извлечение его в концентрат 88 %, а выход концентрата 4 %.
40	Рассчитать потери меди в цинковом концентрате, получаемом при обогащении медно-цинковой руды, поступающей на фабрику с двух рудников с массовой долей меди соответственно 1,5 % (60 % от общего количества руды) и 2 % (40 % от общего количества руды). Выход цинкового концентрата 10 %, массовая доля меди в нем 4 %.

3.2. Контрольная работа № 2

<table>
<tr><th>Номер задачи</th><th colspan="2">Условия задачи</th></tr>
<tr><td colspan="3">Построение гранулометрических характеристик</td></tr>
<tr><td>1</td><td><table><tr><th>Класс, мм</th><th>Частный выход, %</th></tr><tr><td>-1+0,5</td><td>31</td></tr><tr><td>-0,5+0,25</td><td>24</td></tr><tr><td>-0,25+0,15</td><td>15</td></tr><tr><td>-0,15+0</td><td>30</td></tr></table></td><td>Построить суммарную характеристику крупности «по плюсу». Определить по ней выход класса +0,3 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.</td></tr>
<tr><td>2</td><td><table><tr><th>Класс, мм</th><th>Частный выход, %</th></tr><tr><td>-20+10</td><td>30</td></tr><tr><td>-10+5</td><td>28</td></tr><tr><td>-5+2,5</td><td>17</td></tr><tr><td>-2,5+1</td><td>13</td></tr><tr><td>-1+0</td><td>12</td></tr></table></td><td>Построить суммарную характеристику крупности «по минусу» и определить по ней выход класса -8+4 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.</td></tr>
<tr><td>3</td><td><table><tr><th>Класс, мм</th><th>Частный выход, %</th></tr><tr><td>-25+12</td><td>42</td></tr><tr><td>-12+6</td><td>18</td></tr><tr><td>-6+3</td><td>16</td></tr><tr><td>-3+1</td><td>9</td></tr><tr><td>-1+0</td><td>15</td></tr></table></td><td>Построить суммарную характеристику крупности «по плюсу» и определить по ней выход класса -10+5 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.</td></tr>
<tr><td>4</td><td><table><tr><th>Класс, мм</th><th>Частный выход, %</th></tr><tr><td>-500+250</td><td>25</td></tr><tr><td>-250+125</td><td>27</td></tr><tr><td>-125+50</td><td>20</td></tr><tr><td>-50+25</td><td>10</td></tr><tr><td>-25+0</td><td>18</td></tr></table></td><td>Построить суммарную характеристику крупности «по минусу» и определить по ней выход класса -200+75 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.</td></tr>
<tr><td>5</td><td><table><tr><th>Класс, мм</th><th>Частный выход, %</th></tr><tr><td>-500+250</td><td>25</td></tr><tr><td>-250+125</td><td>27</td></tr><tr><td>-125+50</td><td>20</td></tr><tr><td>-50+25</td><td>10</td></tr><tr><td>-25+0</td><td>18</td></tr></table></td><td>Построить суммарную характеристику крупности «по плюсу» и определить по ней выход класса -160+40 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.</td></tr>
<tr><td>6</td><td><table><tr><th>Класс, мм</th><th>Частный выход, %</th></tr><tr><td>-15+10</td><td>25</td></tr><tr><td>-10+5</td><td>30</td></tr><tr><td>-5+2</td><td>20</td></tr><tr><td>-2+1</td><td>10</td></tr><tr><td>-1+0</td><td>15</td></tr></table></td><td>Построить суммарную характеристику крупности «по минусу» и определить по ней выход класса -8+1 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Номер задачи</th><th>Условия задачи</th></tr>
<tr><td>7</td><td><table><tr><th>Класс, мм</th><th>Частный выход, %</th></tr><tr><td>-1+0,5</td><td>26</td></tr><tr><td>-0,5+0,3</td><td>29</td></tr><tr><td>-0,3+0,15</td><td>21</td></tr><tr><td>-0,15+0,1</td><td>10</td></tr><tr><td>-0,1+0</td><td>14</td></tr></table>По результатам ситового анализа построить суммарную характеристику крупности «по плюсу» и определить по ней выход класса -0,4+0,12 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.</td></tr>
<tr><td>8</td><td><table><tr><th>Класс, мм</th><th>Частный выход, %</th></tr><tr><td>-100+50</td><td>22</td></tr><tr><td>-50+25</td><td>25</td></tr><tr><td>-25+12</td><td>38</td></tr><tr><td>-12+6</td><td>10</td></tr><tr><td>-6+0</td><td>5</td></tr></table>Построить суммарную характеристику крупности «по минусу» и определить по ней выход класса -40+15 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.</td></tr>
<tr><td>9</td><td><table><tr><th>Класс, мм</th><th>Частный выход, %</th></tr><tr><td>-100+75</td><td>10</td></tr><tr><td>-75+50</td><td>22</td></tr><tr><td>-50+25</td><td>18</td></tr><tr><td>-25+12</td><td>20</td></tr><tr><td>-12+6</td><td>10</td></tr><tr><td>-6+0</td><td>20</td></tr></table>Построить суммарную характеристику крупности «по плюсу» и определить по ней выход класса -60+20 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.</td></tr>
<tr><td>10</td><td><table><tr><th>Класс, мм</th><th>Частный выход, %</th></tr><tr><td>-50+25</td><td>20</td></tr><tr><td>-25+12</td><td>13</td></tr><tr><td>-12+5</td><td>7</td></tr><tr><td>-5+3</td><td>5</td></tr><tr><td>-3+0</td><td>55</td></tr></table>Построить суммарную характеристику крупности «по минусу» и определить по ней выход класса -10 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Расчёт эффективности грохочения</td></tr>
<tr><td>11</td><td>Определить эффективность грохочения материала -500+0 мм на сетке с размером отверстий 200 мм, если массовая доля класса -200+0 мм в надрешетном продукте 10 %. Характеристику крупности исходной руды принять по прямой линии.</td></tr>
<tr><td>12</td><td>Определить массовую долю класса менее размера отверстия сита в исходном для грохочения продукте, если выход подрешетного продукта составляет 70 % при эффективности грохочения 80 %.</td></tr>
<tr><td>13</td><td>Определить массовую долю нижнего класса в исходной руде, если выход подрешетного продукта составляет 40 %, а эффективность грохочения 80 %.</td></tr>
</table>

Номер задачи	Условия задачи
14	Определить к.п.д. грохота, если массовая доля нижнего класса в руде 40 %, а в надрешетном продукте 10 %.
15	Определить эффективность грохочения материала крупностью 200 мм на сетке с размером отверстия 50 мм, если выход надрешетного продукта 80 %. Гранулометрическую характеристику материала принять по прямой линии.
16	С какой эффективностью производится грохочение руды по сетке с размером отверстия 60 мм, если выход надрешетного продукта 82 %, гранулометрическая характеристика руды представляется прямой линией и максимальный кусок имеет диаметр 300 мм?
17	Какова эффективность грохочения, если выход надрешетного продукта 60 % и массовая доля нижнего класса в нем составляет 10 %?
18	Определить выход продуктов грохочения, если массовая доля нижнего класса в руде 50 %, в надрешетном продукте 10 %.
19	Рассчитать эффективность грохочения по всему нижнему классу, если выход надрешетного продукта 40 %, а массовая доля зерен крупнее размера отверстий сетки в руде составляет 35 %.
20	Определить производительность грохота по руде, если массовая доля нижнего класса в руде 30 % и в надрешетном продукте 10 %. Масса надрешетного продукта 778 т/ч.

3.3. Контрольная работа № 3

Рассчитать технологический баланс продуктов обогащения и технологические показатели всех продуктов для заданной по варианту схемы обогащения. Значениями массовой доли для промежуточных операций и продуктов схемы задаться самостоятельно.

Исходные данные для расчёта схем

Номер схемы	Массовая доля, %		Извлечение в концентрат, %
	в исходном	в концентрате	
1	1,7	43	85
2	1,0	17	87
3	1,5	33	95
4	1,6	22	90
5	1,2	45	97
6	1,8	23	89
7	1,4	25	93
8	2,5	6,5	80
9	1,5	20	84
10	1,3	23	88

Схема № 1

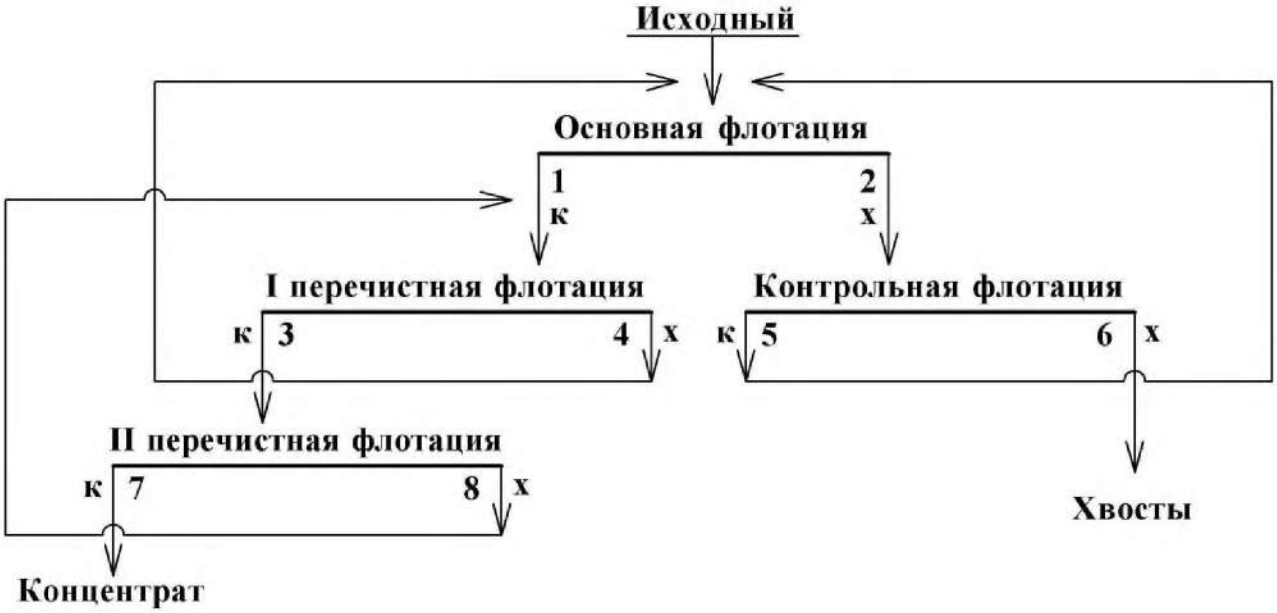


Схема № 2



Схема № 3

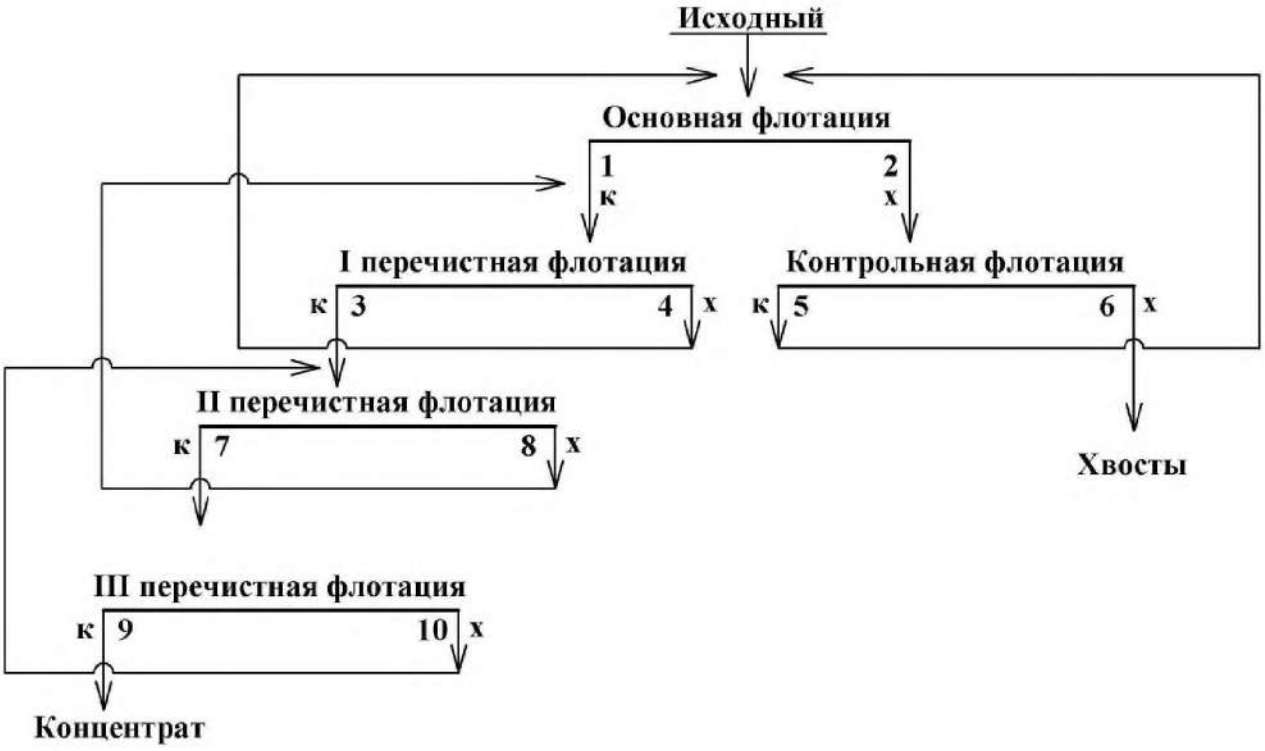


Схема № 4

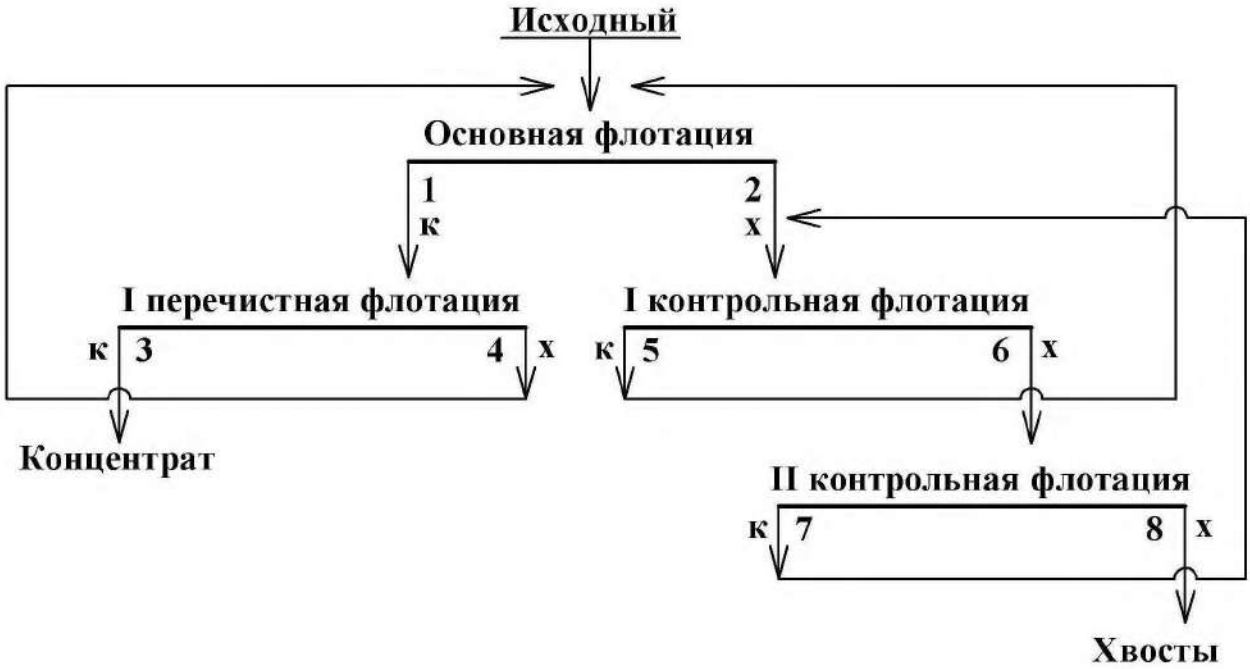


Схема № 5

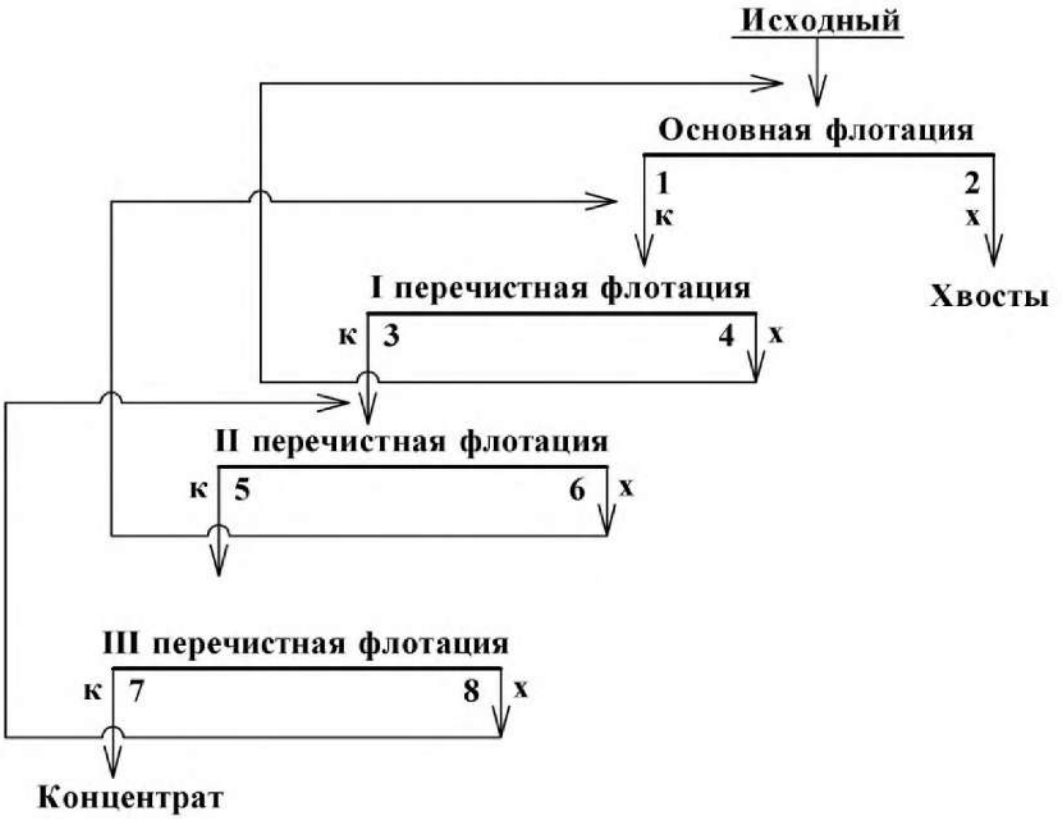


Схема № 6

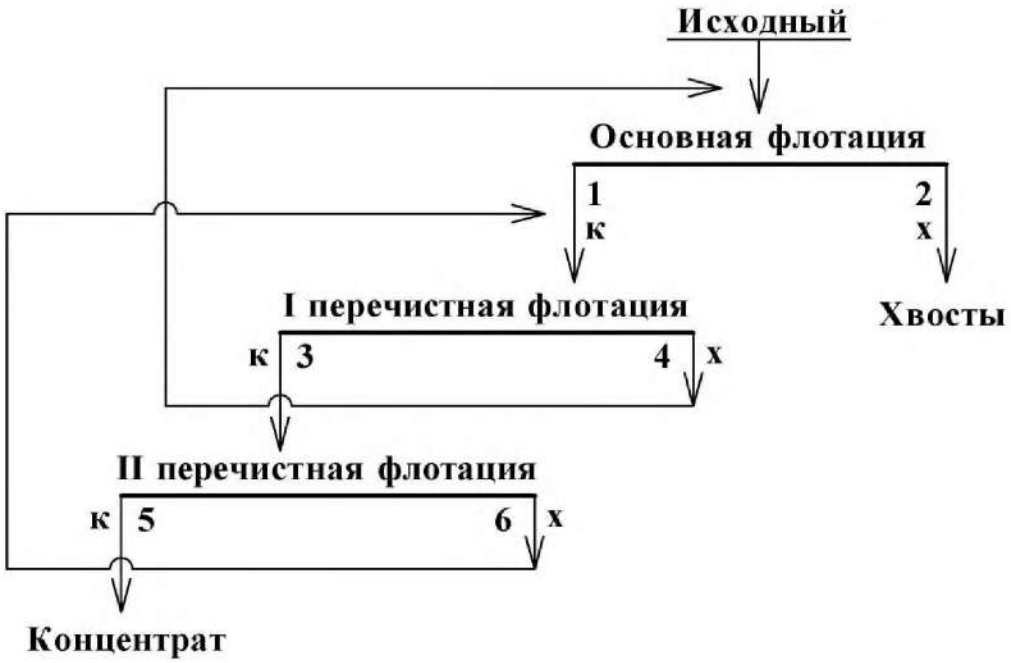


Схема № 7

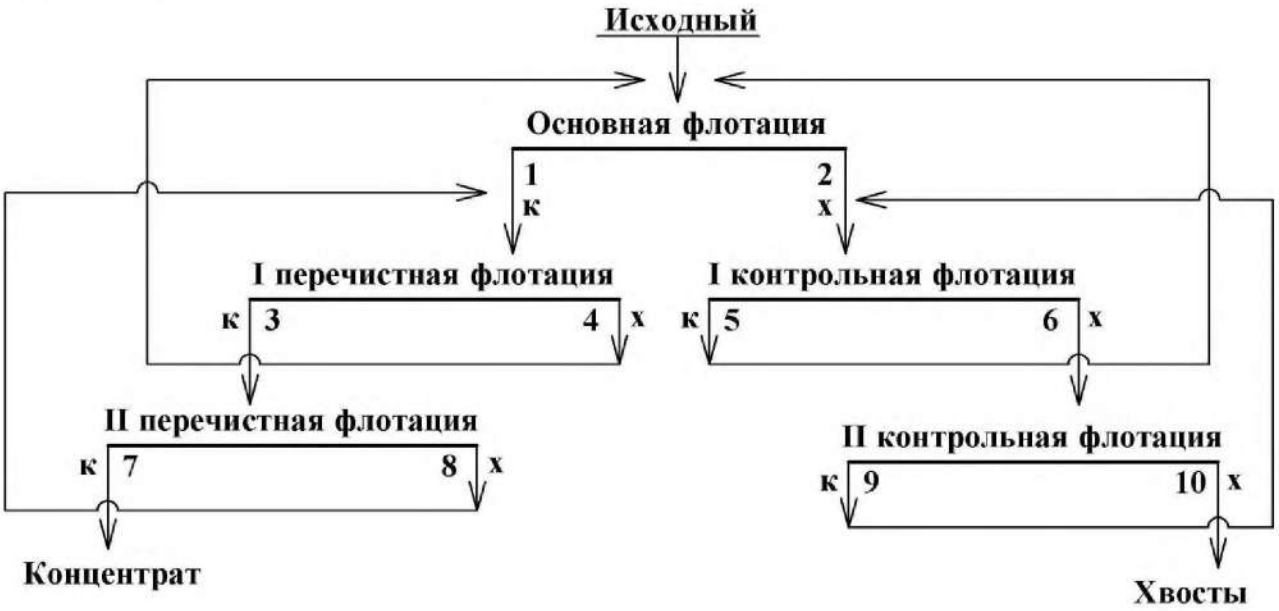


Схема № 8

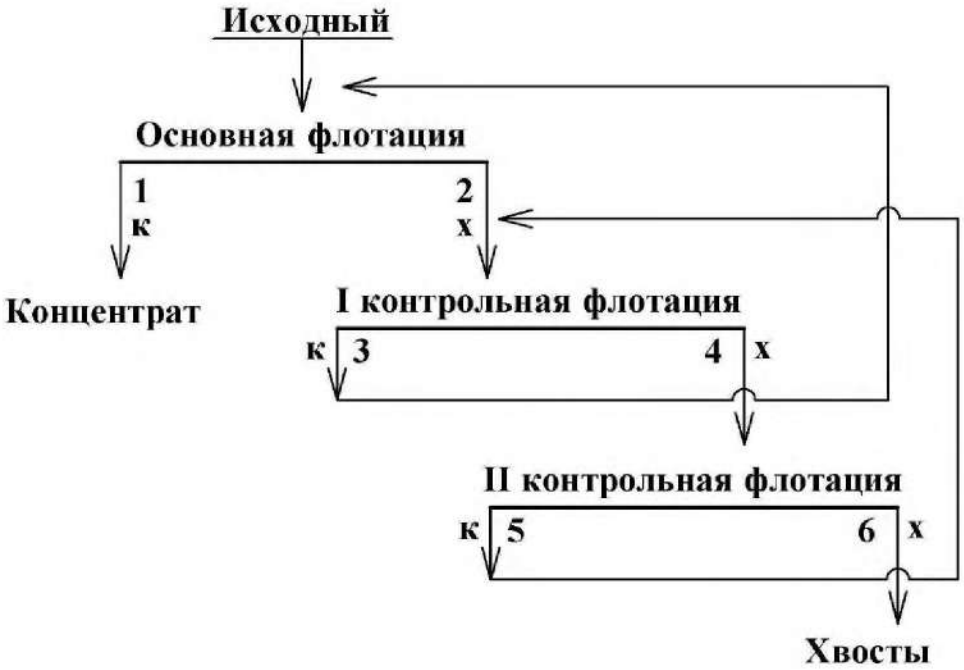
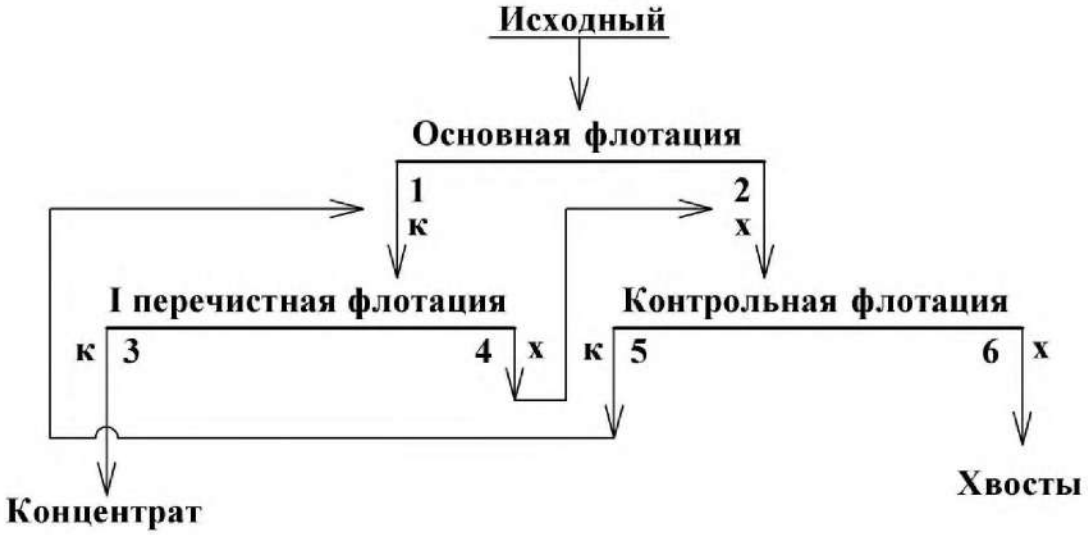


Схема № 9



Схема № 10



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Комлев С. Г.* Основы обогащения полезных ископаемых: учебное пособие / С. Г. Комлев; Уральский гос. горный ун-т. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. – 121 с.
2. *Комлев С. Г.* Технологические расчеты в обогащении полезных ископаемых. Выбор оборудования: методические указания по выполнению технологических разделов курсовых проектов и работ / С. Г. Комлев; Уральский гос. горный ун-т. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2012. – 64 с.

Учебное издание

Комлев Сергей Григорьевич

Овчинникова Татьяна Юрьевна

Водовозов Константин Александрович

ОБОГАЩЕНИЕ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Методические указания
по выполнению контрольных работ и варианты заданий
по дисциплине «Обогащение полезных ископаемых»
для студентов направления 130400.65 – «Горное дело»
всех форм обучения

Редактор: *И. В. Козлов*

Подписано в печать 27.01.2014 г.
Бумага писчая. Формат 60 × 84 1/16
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе
Печ. л. 2,19. Уч.-изд. л. 1,25. Тираж 200 экз. Заказ №____

Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ



Министерство образования и науки
Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

Е. Ф. Цыпин
Е. А. Бекчурина
И. Х. Хамидулин

ОБОГАЩЕНИЕ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Учебно-методическое пособие
по выполнению практических работ
для студентов специальности 21.05.04 Горное дело
всех форм обучения

Екатеринбург – 2019

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО
Методической комиссией
горно-механического факультета
«____» _____ 2019 г.
Председатель комиссии

_____ проф. В. П. Барановский

Е. Ф. Цыпин
Е. А. Бекчурина
И. Х. Хамидулин

ОБОГАЩЕНИЕ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Учебно-методическое пособие
по выполнению практических работ
для студентов
направления 21.05.04 – «Горное дело»
всех форм обучения

Издание УГГУ Екатеринбург, 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 4
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 1. ДРОБЛЕНИЕ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ 5
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 2. ГРОХОЧЕНИЕ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ 7
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 3. СИТОВЫЙ АНАЛИЗ МЕЛКИХ ПРОДУКТОВ 8
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 4. ОБОГАЩЕНИЕ В ПОРШНЕВОЙ ОТСАДОЧНОЙ МАШИНЕ 12
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 5. ОБОГАЩЕНИЕ НА СОТРЯСАТЕЛЬНОМ КОНЦЕНТРАЦИОННОМ СТОЛЕ 16
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 6. ФРАКЦИОННЫЙ АНАЛИЗ УГЛЯ 19
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 7. КОЛЛЕКТИВНАЯ ФЛОТАЦИЯ СУЛЬФИДНОЙ РУДЫ 21
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 8. МАГНИТНАЯ СЕПАРАЦИЯ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ 26
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК 29
ПРИЛОЖЕНИЕ А 30
ПРИЛОЖЕНИЕ Б 31

ВВЕДЕНИЕ

Цель практических занятий – развитие навыков проведения лабораторных опытов и помощь в закреплении теоретических знаний по дисциплине.

Практические работы выполняются побригадно, а отчёт по работе каждый студент составляет самостоятельно. Отчёт по работе должен содержать изложение последовательности выполнения работы с необходимыми расчётами (таблица 1.1), схемой подготовки проб, схемой устройства для проведения опытов, эскизами основных узлов, таблицами результатов опытов, графиками, математическими зависимостями и выводами по проделанной работе.

Таблица 1.1 – Расчётные выражения для определения показателей обогащения

№ п/п	Показатель	Расчётные выражения	
		два продукта разделения	***n* продуктов разделения**
1	Баланс по материалу	$Q = C + T$ $100 = \gamma_{к} + \gamma_{х}$	$Q = \sum_{i=1}^{n} Q_i$ $100 = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i$
2	Баланс по ценному компоненту	$Q \cdot \alpha = C \cdot \beta + T \cdot \vartheta$ $100 \cdot \alpha = \gamma_{к} \cdot \beta + \gamma_{х} \cdot \vartheta$ $100 = \varepsilon_{к} + \varepsilon_{х}$	$100 \cdot \alpha = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i \cdot \beta_i$
3	Массовая доля ценного компонента	$\alpha = (P_{\alpha} / Q) \cdot 100,\ \%$ $\beta = (P_{\beta} / \tilde{N}) \cdot 100,\ \%$ $\vartheta = (P_{\vartheta} / T) \cdot 100,\ \%$	$\beta_i = \frac{P_i}{Q_i} \cdot 100,\ \%$
4	Выход продукта	$\gamma_{к} = (C/Q) \cdot 100 = \frac{(\alpha - \vartheta)}{(\beta - \vartheta)} \cdot 100,\ \%$ $\gamma_{х} = (T/Q) \cdot 100 = \frac{(\beta - \alpha)}{(\beta - \vartheta)} \cdot 100,\ \%$	$\gamma_i = \frac{Q_i}{Q} \cdot 100,\ \%$
5	Извлечение ценного компонента в продукт	$\varepsilon_{к} = \frac{C \cdot \beta}{Q \cdot \alpha} \cdot 100 = \frac{(\alpha - \vartheta) \cdot \beta}{(\beta - \vartheta) \cdot \alpha} \cdot 100,\ \%$ $\varepsilon_{х} = \frac{T \cdot \vartheta}{Q \cdot \alpha} \cdot 100 = \frac{(\beta - \alpha) \cdot \vartheta}{(\beta - \vartheta) \cdot \alpha} \cdot 100,\ \%$	$\varepsilon_i = \gamma_i \cdot \frac{\beta_i}{\alpha}$

где Q, C, T – массы исходного материала, концентрата и хвостов, соответственно; $\gamma_к$; $\gamma_х$ – выход концентрата и хвостов, соответственно; α, β, ϑ – массовые доли компонента соответственно в исходном материале, в кон-

центрате, хвостах; Q_i, γ_i, – масса и выход i-ого продукта; P_α, P_β, P_ϑ, P_i – масса ценного компонента в исходном материале, концентрате, хвостах, в i-ом продукте разделения; $\varepsilon_к$, $\varepsilon_х$ – извлечение ценного компонента в концентрат и в хвосты, соответственно.

На титульном листе отчёта должны быть указаны название работы, шифр группы, фамилия исполнителя. Отчёт должен быть подписан студентом.

Защиту отчёта проводят после его проверки преподавателем. При защите необходимо знать цель работы, устройство и назначение применяемых аппаратов, способы управления и органы управления, методику проведения работы, формулы (таблица 1.1), использованные для расчётов, а также уметь объяснять полученные результаты и закономерности.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 1
ДРОБЛЕНИЕ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

1. Цель:

- изучить конструкции щековой и валковой дробилок;
- изучить способ дробления исходного продукта;
- определить степень дробления;
- определить фактическую производительность щековой и валковой дробилок.

2. Оборудование и материалы:

- проба материала (крупность 150-0 мм);
- дробилка щековая;
- дробилка валковая;
- секундомер;
- набор стандартных лабораторных сит;
- линейка с делениями (штангенциркуль);
- весы;
- совки.

3. Ход работы:

1. Получить у преподавателя пробу материала.
2. Определить массу пробы.
3. Изучить конструкцию дробилки и определить конструктивные и механические параметры.
4. Определить средний максимальный кусок до дробления.
5. Соблюдая меры предосторожности, пропустить пробу через ще-

ковую дробилку. При этом зафиксировать продолжительность цикла дробления.

6. Определить средний максимальный кусок после дробления.
7. Соблюдая меры предосторожности, пропустить пробу через валковую дробилку. При этом зафиксировать продолжительность цикла дробления.
8. Определить средний максимальный кусок после дробления.
9. Убрать рабочее место в лаборатории.
10. Обработать результаты работы.
11. Составить отчёт по выполненной работе.

Пояснения по обработке результатов в работе 1

Для определения среднего максимального куска руды, как до, так и после дробления, отбирают 3 максимальных куска (визуально) и производят замер каждого из них в трёх направлениях. Для удобства рекомендуется использовать ёмкость с прямым углом, в уголок которой следует поместить кусок и обмерить.

Величину (мм) максимального куска D определяют по формуле среднеарифметического:

$$D = \frac{L + B + H}{3},$$

где L – длина куска, мм;

B – ширина куска, мм;

H – высота куска, мм.

Средний максимальный размер куска определяют по формуле:

$$D_{\max}^{\text{ср}} = \frac{D_1 + D_2 + D_3}{3}.$$

Аналогично рассчитывают средний максимальный кусок для дроблёного материала $d_{\max}^{\text{ñð}}$.

Степень дробления находят по формуле:

$$i_{cp} = \frac{D_{\max}^{\text{ср}}}{d_{\max}^{\text{ср}}},$$

где $D_{\max}^{\text{ср}}$ – средний максимальный кусок руды до дробления, мм;

$d_{\max}^{\text{ср}}$ – средний максимальный кусок руды после дробления, мм.

Фактическую производительность Q определяют по формуле:

$$Q = 3{,}6\frac{q}{t},\ \text{т/ч},$$

где q – количество дробленой руды, кг;

t – время дробления, с.

В выводах по работе следует отразить результаты определения степеней дробления и производительности дробилок.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 2
ГРОХОЧЕНИЕ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

1. Цель:

- изучить конструкцию и работу самоцентрирующегося инерционного грохота;
- изучить способ изменения режима работы грохота;
- развить навыки анализа полученных данных.

2. Оборудование и материалы:

- проба после дробления в валковой дробилке;
- грохот самоцентрирующийся;
- секундомер;
- набор стандартных лабораторных сит;
- линейка с делениями (штангенциркуль);
- весы;
- совки.

3. Ход работы:

1. Получить у преподавателя пробу.
2. Определить массу пробы.
3. Изучить конструкцию грохота и определить конструктивные и механические параметры.
4. Засыпать пробу в приёмный бункер при закрытом затворе.
5. Включить грохот. Открыть затвор бункера для подачи материала на просеивающую поверхность. Продолжительность грохочения оценивать с точностью до десятых долей секунды: начало – в момент попадания первых зёрен на просеивающую поверхность; окончание – в момент выхода из бункера основной массы материала. В течение опыта необходимо следить за тем, чтобы материал не зависал в бункере. Очистить бункер.
6. Выключить грохот и зачистить поддон, перезапустить грохот несколько раз («пуск-остановка» – два-три раза) до полной очистки.

7. Взвесить надрешётный и подрешётный продукты.
8. Убрать рабочее место в лаборатории.
9. Обработать результаты работы, определить эффективность грохочения.
10. Составить отчёт по выполненной работе.

Пояснения по обработке результатов в работе 2

Определение эффективности грохочения.

Существуют несколько методов определения эффективности грохочения, характеризующих полноту перехода частиц менее размера отверстия просеивающей поверхности в подрешётный продукт.

Наиболее общим является метод, рассматривающий эффективность грохочения как отношение массы подрешетного материала ко всей массе материала такой же крупности, содержащейся в руде, поступающей на грохот

$$E_1 = \frac{Q_1}{Q_2} \cdot 100, \%,$$

где Q_1 – масса подрешётного материала (крупность материала $-a+0$ мм), кг;

Q_2 – масса материала той же крупности в исходном материале, поступающем на грохочение (крупность материала $-a+0$ мм), кг;

a – размер отверстий просеивающей поверхности грохота, мм.

Однако, на производстве практически трудно взвешивать подрешётный продукт. Для определения эффективности грохочения отбирают пробы исходной руды и надрешётного продукта, определяют в них содержание класса крупности $-d_c+0$ мм. Эффективность грохочения рассчитывают по формуле:

$$E_2 = \frac{\alpha - \vartheta}{\alpha \cdot (100 - \vartheta)} \cdot 10^4, \%$$

где α – массовая доля зерен минус a в исходном продукте, %;

ϑ – массовая доля зерен минус a в верхнем продукте, %.

В выводах по работе следует привести результаты расчёта эффективности грохочения по двум формулам и сравнить их.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 3
СИТОВЫЙ АНАЛИЗ МЕЛКИХ ПРОДУКТОВ

1. Цель:

- изучить методику проведения ситового анализа;

- определить гранулометрический состав продукта;
- изучить конструкцию и работу вибровстряхивателя;
- развить навыки анализа полученных данных.

2. Оборудование и материалы:

- проба материала крупностью –1+0 мм;
- набор стандартных лабораторных сит;
- вибровстряхиватель;
- весы электронные.

3. Ход работы:

1. Получить у преподавателя пробу.
2. Определить массу пробы.
3. Изучить конструкцию стандартных сит и вибровстряхивателя.
4. Собрать комплект сит и поместить пробу на верхнее сито.
5. Провести ситовый анализ в течение времени, заданного преподавателем.
6. Определить массы полученных классов крупности: содержимое каждого сита перенести на листы бумаги и подписать классы; взвесить полученные классы крупности.
7. Убрать рабочее место в лаборатории.
8. Обработать результаты работы: рассчитать частный и суммарный выходы классов крупности в процентах от исходной навески, построить частную и суммарную гранулометрические характеристики.
9. Составить отчёт по выполненной работе.

Пояснения по обработке результатов в работе 3

При проведении исследования на обогатимость полезных ископаемых весьма важной операцией является ситовый анализ.

Для производства ситовых анализов используют набор лабораторных стандартных сит. Конструкция стандартных сит представляет собой круглые ободы диаметром 150-300 мм, высотой от 25 до 50 мм, со вставленными в эти ободы ситами. Набор сит собирают в комплект с крышкой и поддоном.

Размеры отверстий смежных сит должны изменяться плавно, с определенной закономерностью. Почти во всех стандартных ситах это осуществляется применением постоянного множителя – модуля ситовой шкалы. Последовательный ряд размеров отверстий сит составляет геометрическую прогрессию – шкалу классификации.

Практическую работу выполняют на наборе сит с модулем 2.

За основание в наборе сит принято сито 200 меш, где 200 – число отверстий на одном линейном дюйме сетки. Размер отверстия этого сита равен 0,071 мм. На основание последовательно устанавливают сита с размерами отверстий 0,16 мм, 0,315 мм, 0,63 мм, 1,25 мм, 2,5 мм. Нижнее сито устанавливают в поддон такого же диаметра.

На верхнее сито загружают пробу материала в количестве 100-150 г, плотно закрывают крышкой, комплект сит устанавливают на вибровстряхиватель и закрепляют.

Продолжительность ситового анализа для данной пробы определяют экспериментально.

Первоначально продолжительность встряхивания принимается равной 10 минутам, после чего содержимое каждого сита переносят на листы бумаги и классы подписывают.

Качество рассева проверяют по классу минус 0,071 мм. Для этой цели класс крупности –0,16+0,071 мм взвешивают, переносят снова на сито 0,071 мм и подвергают ручному рассеву в течение 1 мин.

Если в результате контрольного рассева выход класса крупности минус 0,071 мм меньше 1 % от первоначальной массы класса крупности –0,16+0,071 мм, то рассев можно считать оконченным, каждый класс крупности взвешивают, и рассчитывают выходы классов крупности.

Если выход класса крупности минус 0,071 мм при контрольном рассеве более 1 %, то все классы крупности подвергают повторному рассеву в течение 5 мин.

После дополнительного просеивания снова повторяют контрольный ручной рассев, как это было описано выше, и так до тех пор, пока при контрольном рассеве выход класса крупности минус 0,071 мм не окажется менее 1 %. После этого все полученные классы крупности взвешивают, и результаты ситового анализа заносят в таблицу 3.1.

Расчёты частных выходов осуществляют по формуле выхода из таблицы 1.1.

По данным таблицы 3.1 строят кривые ситового анализа (гранулометрические характеристики) по частным и суммарным выходам. При этом по оси абсцисс откладывают размеры отверстий сит в миллиметрах, а по оси ординат – суммарные и частные выходы классов крупности в процентах.

Пример представления результатов ситового анализа приведён в таблице 3.2 и на рисунке 3.1.

Таблица 3.1 – Результаты ситового анализа

Классы крупности, мм	Выход			
	Частный		Суммарный	
	г	%	«по плюсу»	«по минусу»
+2,5				100,0
–2,5+1,25				
–1,25+0,63				
–0,63+0,315				
–0,315+0,16				
–0,16+0,071				
–0,071+0			100,0	
Итого		100,0		

Таблица 3.2 – Результаты ситового анализа дроблёной руды

Класс крупности, мм	Выход, %			
	Частный		Суммарный	
	г	%	«по плюсу»	«по минусу»
+2,5	15,0	8,33	8,33	100,00
–2,5+1,25	12,0	6,67	15,00	91,67
–1,25+0,63	20,0	11,11	26,11	85,00
–0,63+0,315	25,0	13,89	40,00	73,89
–0,315+0,16	35,0	19,44	59,44	60,00
–0,16+0,071	55,0	30,56	90,00	40,56
–0,071+0	18,0	10,00	100,00	10,00
Итого:	180,0	100,00	-	-

Суммарный выход «по плюсу» показывает, какой процент из всей исходной пробы остался бы на данном сите, если бы в данном наборе сит оно было верхним. Расчёт суммарного выхода «по плюсу» осуществляют сверху вниз.

Суммарный выход по «минусу» показывает, какой процент из всей исходной пробы прошел бы через данное сито, если бы в данном наборе сит оно было нижним. Расчёт суммарного выхода по «минусу» осуществляют снизу вверх.

По форме кривой делают вывод о преобладании в пробе крупных или мелких классов.

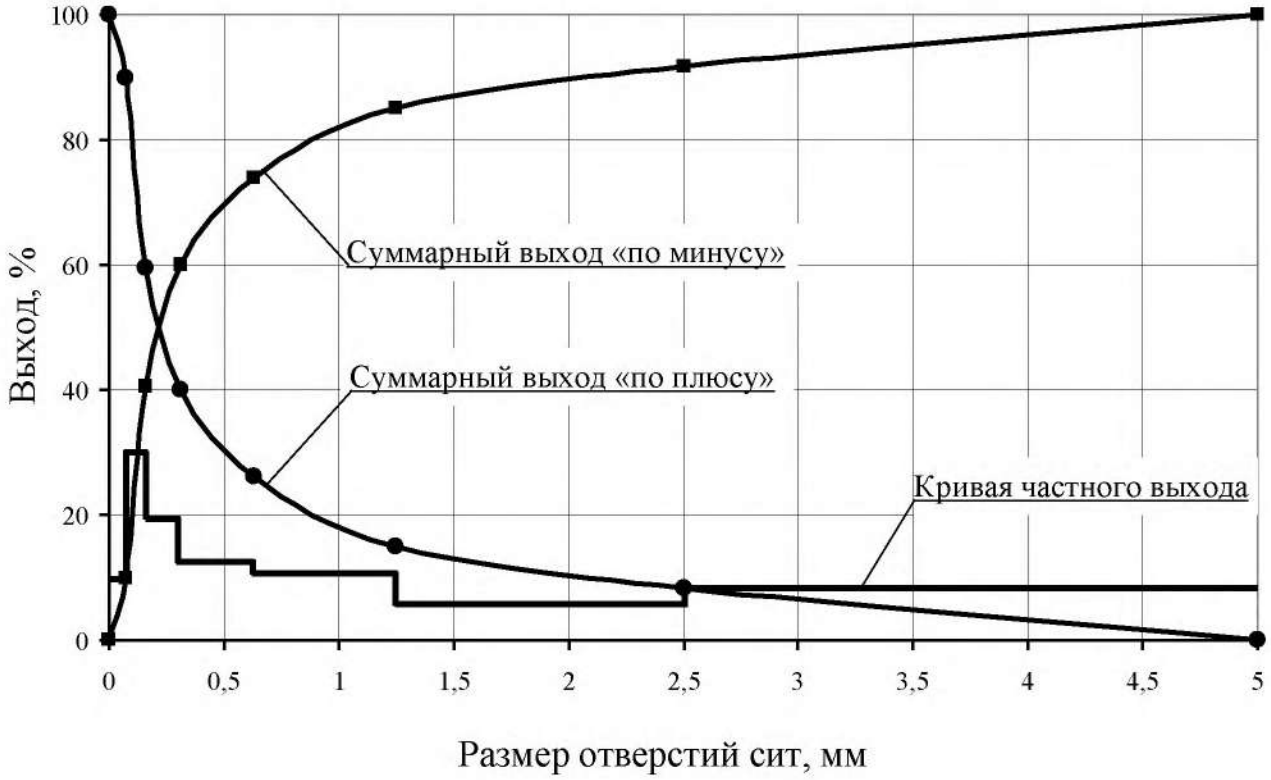


Рисунок 3.1 – Частная и суммарные гранулометрические характеристики

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 4
ОБОГАЩЕНИЕ В ПОРШНЕВОЙ ОТСАДОЧНОЙ МАШИНЕ

Гравитационные процессы обогащения основаны на различии в закономерностях движения различных минералов в той или иной среде под действием сил тяжести или инерционных сил. В большинстве случаев различие в закономерностях движения минералов в среде обусловлено разностью в плотности минералов, но нужно понимать, что это различие может быть обусловлено при разной плотности минералов различными размерами минеральных частиц или различной их формой.

К гравитационным процессам относят: обогащение отсадкой, обогащение на концентрационных столах, в винтовых и центробежных сепараторах, на шлюзах, обогащение в тяжёлых средах, классификация и другие. Гравитационные процессы, в зависимости от среды, в которой происходит обогащение, подразделяют на гидравлические (среда – вода) и пневматические (среда – воздух).

1. Цель:

- изучить конструкцию и работу поршневой отсадочной машины;
- освоить регулировку процесса отсадки;

- развить навыки анализа полученных данных.

2. Оборудование и материалы:

- проба (каменный уголь);
- машина отсадочная поршневая;
- совки;
- весы технические.

Процесс разделения минералов по плотности в вертикальном потоке воды, переменном по направлению и амплитуде, называется ***отсадкой***.

Практическую работу выполняют на гидравлической поршневой двухкамерной отсадочной машине с неподвижным решетом и с боковой разгрузкой тяжёлых фракций (рисунок 4.1).

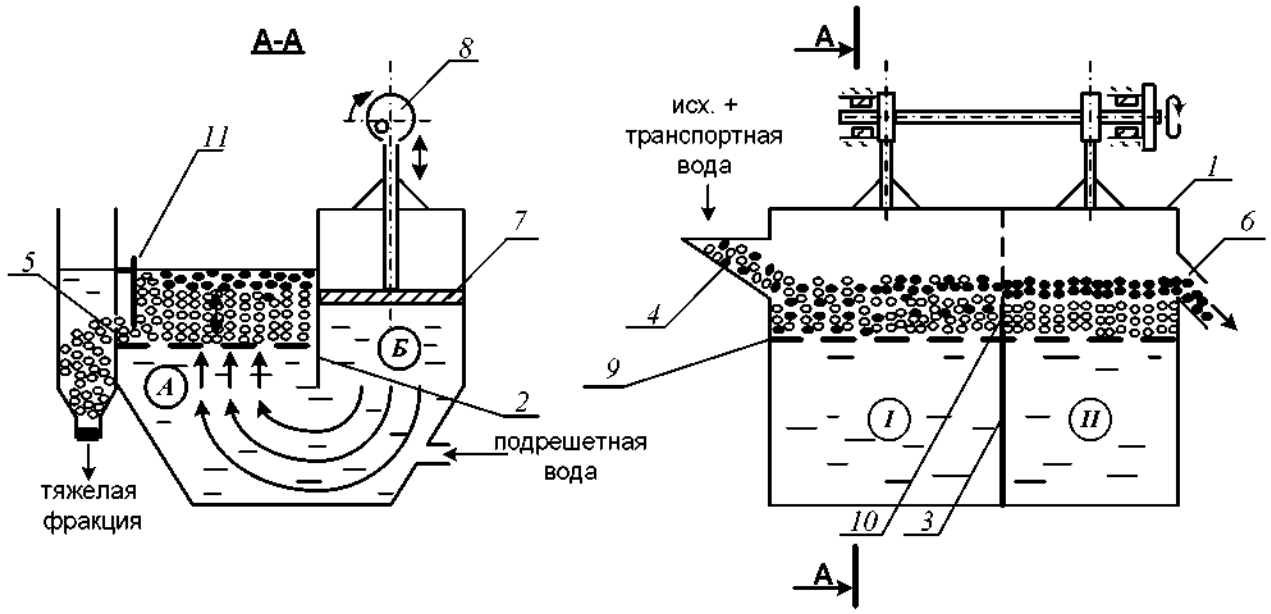


Рисунок 4.1 – Поршневая отсадочная машина

Машина состоит из корпуса 1, который продольной перегородкой 2, не доходящей до дна, разделён на два отделения: отсадочное А и поршневое Б, в котором расположены поршни 7, приводимые в движение эксцентриковым приводом 8.

Корпус машины разделён в поперечном направлении перегородкой 3 на два самостоятельных отделения. В отделении *I* со стороны загрузочной коробки 4 во время работы происходит накопление тяжёлой фракции (породы); в отделении *II* – сростков тяжёлого и лёгкого минералов (промежуточного продукта), а лёгкая фракция через сливной порог 6 выносится водой.

Расслоение обогащаемого материала отсадочной постели по плотности происходит в машине под действием вертикальных пульсаций подрешётной воды. При движении воды вверх зёрна меньшей плотности поднимаются выше, чем зёрна большей плотности (более тяжёлые). При движении потока воды вниз, наоборот, зёрна большей плотности оседают быстрее лёгких зерен. Так происходит постепенное расслоение материала, находящегося в машине, по плотностям.

Движение каждого минерального зерна и всей отсадочной постели вдоль машины по отсадочному решету 9 происходит за счёт транспортной воды и избытка подрешётной воды.

В начале работы, спустя некоторое время после начала загрузки исходного продукта в отделении *I* накапливается слой материала – отсадочная постель. Когда общая высота слоя материала будет больше высоты порога 10, разделяющего отсадочное решето в поперечном направлении, лёгкая фракция и часть тяжёлой фракции будут переходить во второе отделение машины *II*. Во втором отделении слой материала, накапливаясь и продвигаясь вдоль машины, достигает сливного порога 6, по которому лёгкие минералы вместе с водой скатываются, разгружаясь из машины.

Чтобы зёрна, имеющие большую плотность, не разгружались через сливной порог 6 при накоплении их в отделении *II* примерно до половины высоты сливного порога, открывают заслонки 11 в обоих отделениях, приподнимая их на такую высоту, чтобы в щели под заслонкой проходили зёрна тяжёлого минерала, но не уходили зёрна лёгкого минерала.

Разгрузку тяжёлой фракции в отделении *I* регулируют заслонкой 11 таким образом, чтобы получать в разгрузке только тяжёлые зерна (породу), а в отделении *II* – разгружать породу и сростки так, чтобы в слив уходил чистый уголь без частиц породы.

3. Ход работы:

1. Получить у преподавателя пробу.
2. Изучить конструкцию и определить конструктивные параметры поршневой отсадочной машины.
3. Провести обогащение каменного угля с получением трёх продуктов: лёгкой фракции (уголь), тяжёлой фракции (породы) и промежуточной фракции (промпродукта).
4. Открыть краны на трубопроводах, подающих транспортную и подрешётную воду и заполнить машину водой. Под разгрузочный порог подставить приёмник лёгкой фракции (коробка с

перфорированным дном).

5. Когда вода начнёт переливаться через порог 6, включить привод поршней машины. После этого начать загружать обогащаемый материал в приёмную коробку 4 вручную совками и продолжать загрузку до конца опыта.
6. При работе отсадочной машины необходимо следить за накоплением материала в отделениях *I*, *II*. Когда слой тяжёлых (породных) частиц достигнет примерно половины высоты сливного порога 6 во втором отделении, открыть заслонки 11, регулируя высоту их подъема, как указывалось выше. С этого момента начинается разгрузка породной и промпродуктовой фракции в боковые карманы.
7. В ходе работы необходимо следить за тем, чтобы отсадочная постель хорошо разрыхлялась в восходящем потоке воды и была подвижной – перемещалась импульсами вдоль машины. Последнее достигается одним или сочетанием следующих факторов оперативной регулировки:
   - изменением количества подаваемой подрешётной воды;
   - изменением количества загружаемого в машину обогащаемого продукта;
   - изменением величины разгрузочных щелей.

   Следует знать, что кроме этих факторов регулирования работы машины можно осуществлять изменением числа ходов поршней в минуту и величиной хода поршней (размахом колебаний). Значение этих факторов подбирают и устанавливают при настройке машины для обогащения того или иного исходного материала заранее, а при работе машины менять эти факторы не представляется возможным.
8. При работе машины необходимо следить за наполнением приёмников тяжёлой и промпродуктовой фракций, расположенных сбоку машины. Когда слой материала в приёмниках достигнет уровня разгрузочных щелей, опыт прекращают в такой последовательности:
   - прекратить загрузку материала в машину;
   - отключить привод машины;
   - прекратить подачу воды в машину.
9. Полученные продукты обогащения разгрузить, произвести обезвоживание дренированием и взвесить. Рассчитать выходы продуктов разделения.

10. Убрать рабочее место в лаборатории.
11. Обработать результаты работы.
12. Составить отчёт по выполненной работе.

Пояснения по обработке результатов в работе 4

Массовые доли золы в продуктах задаёт преподаватель, остальные показатели рассчитывают по уравнению баланса и по известным формулам. Результаты расчета представляют в виде таблицы 4.1.

Таблица 4.1 – Результаты обогащения угля на поршневой отсадочной машине

Продукты обогащения	**Выход**		**Массовая доля золы, A^d, %**	**Извлечение золы, %**
	кг	**%**		
Концентрат				
Промпродукт				
Хвосты (порода)				
Итого:		100,0	$A^d_{исх}$	100,0

В выводах по работе следует описать личные наблюдения за возможностью регулирования процесса отсадки в машине, сравнить качество полученных продуктов разделения на основании их визуальной оценки.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 5
ОБОГАЩЕНИЕ НА СОТРЯСАТЕЛЬНОМ КОНЦЕНТРАЦИОННОМ СТОЛЕ

Обогащение мелких классов крупности (менее 3-4 мм) оловянных, вольфрамовых, марганцевых и им подобных руд и углей осуществляют на сотрясательных концентрационных столах.

1. Цель:

- изучить конструкцию сотрясательного концентрационного стола;
- освоить регулировку процесса разделения на деке концентрационного стола при визуальном наблюдении за процессом разделения;
- развить навыки анализа полученных данных.

2. Оборудование и материалы:

- проба измельчённой руды массой 5-7 кг;
- стол сотрясательный концентрационный СК-1;

- совки;
- весы технические.

Стол (рисунок 5.1) состоит из деки 1 с рифлями 2, привода деки 3, механизма изменения угла наклона деки 4, питающего жёлоба 5, жёлоба для подачи смывной воды 6.

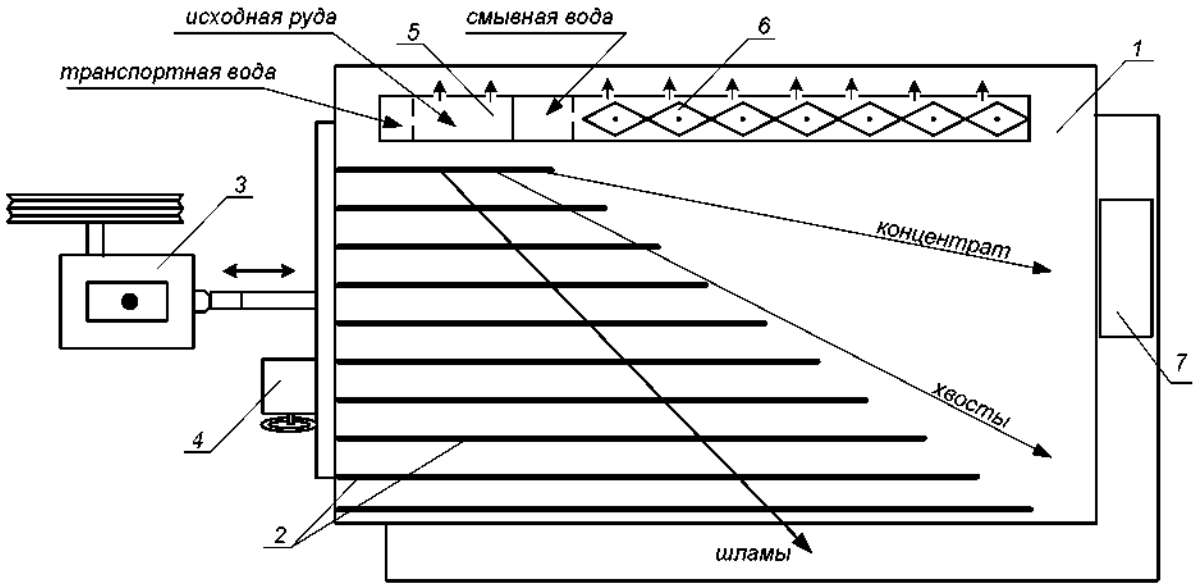


Рисунок 5.1 – Схема концентрационного стола

Разделение минералов по плотности на деке стола происходит за счёт различия в направлении движения лёгких и тяжёлых частиц по деке стола при одновременном действии на частицы минералов сил инерции, силы тяжести и гидродинамического напора смывной воды.

Вследствие сегрегации частиц в пространстве между рифлями тяжёлые частицы имеют больший контакт с декой и за счёт возвратно-поступательных движений деки продвигаются преимущественно вдоль неё. Лёгкие частицы, занимая верхний слой, испытывают большее воздействие потока смывной воды и движутся преимущественно поперек деки стола. На деке стола образуется «веер» частиц, располагающихся сверху-вниз по схеме: мелкие тяжёлые частицы → крупные тяжёлые, мелкие лёгкие → крупные лёгкие → шламы.

Частицы различных по плотности минералов, как правило, отличаются по цвету или блеску, что существенно упрощает наблюдение за образованием и распределением веера продуктов на деке стола.

Изменяя скорость смывного потока воды, можно «расширить» или «сузить» веер на гладкой поверхности деки (за рифлями).

Скорость смывного потока воды регулируют двумя факторами: расходом смывной воды и углом поперечного наклона деки стола.

Качество концентрата зависит от того, какую часть веера (верхнюю) направить в приёмник концентрата. Регулирование количества отсекаемого концентрата из веера частиц осуществляют передвижным жёлобом или перемещением приёмника концентрата вдоль среза деки.

3. Ход работы:

1. Получить у преподавателя пробу.
2. Изучить конструкцию и определить конструктивные параметры сотрясательного концентрационного стола;
3. Включить привод стола. Открыть краны на трубопроводе, подающем воду в питающий жёлоб и в жёлоб смывной воды. Отрегулировать равномерность потока смывной воды по деке стола поворотом резиновых флажков в жёлобе.
4. Настроить процесс разделения. Для этого в приёмный жёлоб загрузить несколько совков исходной руды, которая смывается водой на деку стола. Наблюдая за образованием веера частиц на деке стола, продолжать периодически загружать руду в приемный жёлоб. Отрегулировать ширину и чёткость веера частиц изменением расхода смывной воды и изменением угла наклона деки с помощью штурвала механизма 4 (рисунок 5.1). При получении чёткого веера частиц на деке стола регулирование стола прекратить.
5. Пробу постепенно совком загрузить в приёмный жёлоб. При этом необходимо наблюдать за веером частиц и при необходимости отрегулировать его. Кроме того, нужно следить за шириной части веера частиц, отсекаемой в приёмник концентрата с тем, чтобы забирать в приёмник концентрата постоянную ширину полосы концентрата. При необходимости приёмник можно передвигать.
6. После окончания загрузки руды выждать, пока вся руда не пройдёт по деке и не разгрузится в соответствующие приёмники.
7. Из полученного концентрата слить воду и взвесить его. Определить массу концентрата с учётом его влажности.
8. Убрать рабочее место в лаборатории.
9. Обработать результаты работы.
10. Составить отчёт по выполненной работе.

Пояснения по обработке результатов в работе 5

Массы продуктов разделения и рассчитанные технологические показатели обогащения на концентрационном столе занести в таблицу 5.1.

Таблица 5.1 – Результаты обогащения на концентрационном столе

Продукты обогащения	**Выход**		**Массовая доля извлекаемого компонента, %**	**Извлечение компонента, %**
	кг	**%**		
Концентрат				
Хвосты (порода)				
Исходная руда		100,0		100,0

Все расчёты осуществляют по известным формулам.

По результатам опыта делают выводы, в которых следует отразить личные наблюдения за процессом разделения минералов на деке стола и за возможностью регулирования процесса разделения.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 6
ФРАКЦИОННЫЙ АНАЛИЗ УГЛЯ

Фракционный анализ угля – это разделение угля по плотности на фракции, осуществляемое в тяжёлых средах с заданными плотностями тяжёлых сред. В качестве тяжёлых сред в лабораторных условиях применяют чаще всего водные растворы хлористого цинка ($ZnCl_2$).

1. Цель:

- изучить методику определения фракционного состава угля;
- изучить методику построения кривых обогатимости угля;
- развить навыки анализа полученных данных.

2. Оборудование и материалы:

- проба (каменный уголь) массой 5-10 кг;
- набор бачков с раствором хлористого цинка различной плотности;
- дешламационный бачок с сетчатым дном;
- бачки для ссыпания фракций различной плотности;
- сетчатый черпак для снятия всплывших фракций;
- совки;
- ареометр для проверки плотности растворов хлористого цинка;

- кружка для проверки плотности раствора хлористого цинка;
- резиновые перчатки для каждого члена бригады;
- весы технические.

3. Ход работы:

1. Получить у преподавателя пробу.
2. Взвесить пробу.
3. Пробу засыпать в дешламатор (бачок с сетчатым дном) и подвергнуть дешламации орошением сильной струей воды или многократным опусканием и встряхиванием дешламатора с навеской угля в бачок с водой.
4. Дать воде стечь из дешламатора, после чего опустить дешламатор с исследуемой навеской в бачок с раствором хлористого цинка с наименьшей плотностью.
5. Всплывшую часть исследуемой навески снять сетчатым черпаком, давая стечь в бачок раствору хлористого цинка, и ссыпать в бачок с сетчатым дном, прополоскать чистой водой, высушить до воздушно-сухого состояния, взвесить и записать массу каждой фракции в рабочую тетрадь. После этого определить процентный выход её от исходной пробы. Плотность данной фракции будет меньше плотности раствора, в котором она всплыла.
6. Потонувшую часть навески, оставшуюся на дне первого дешламатора, вместе с дешламатором вынуть из первого бачка, дать стечь раствору (в тот же бачок) и перенести в бачок с раствором последующей плотности. Со всплывшей и потонувшей частью поступают так же, как и в предыдущем случае. Плотность зёрен всплывшей части будет лежать в пределах плотности смежных растворов.
7. Повторить пункты 5 и 6 необходимое количество раз.
8. Убрать рабочее место в лаборатории.
9. Обработать результаты работы.
10. Составить отчёт по выполненной работе.

Пояснения по обработке результатов в работе 6

На основании результатов фракционного анализа и результатов анализа каждой фракции на определение массовой доли золы (негорючей массы) строятся кривые обогатимости угля.

Кривые обогатимости угля позволяют решать различные задачи, связанные с выбором и расчётом технологических схем обогащения,

а также рассчитать теоретические (наилучшие) результаты процесса обогащения.

В данной работе фракционный состав угля определяют студенты, а зольность каждой фракции задает преподаватель.

Результаты расслойки пробы угля заносят в таблицу 6.1.

Таблица 6.1 – Фракционный состав угля

Плотность фракций, кг/м^3	Исходный уголь			Всплывшая фракция		Потонувшая фракция	
	Выход		Зольность A^d, %	Выход γ_i, %	Зольность A_i^d, %	Выход γ_i, %	Зольность A_i^d, %
	кг	%					
< 1300						100,0	
1300-1400							
1400-1500							
1500-1600							
1600-1700							
> 1700				100,0			
Итого:		100,0		-	-	-	-

Извлечение золы в каждую фракцию рассчитывают по формуле:

$$\varepsilon_i = \frac{\gamma_i \cdot A_i^d}{A^d},$$

где γ_i – выход фракции, %;

A^d – массовая доля золы (зольность) в исходном угле, %;

A_i^d – массовая доля золы (зольность) во фракции, %;

ε_i – извлечение золы во фракцию, %.

По данным фракционного состава угля строят кривые обогатимости угля, а также определяют категорию обогатимости угля.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 7
КОЛЛЕКТИВНАЯ ФЛОТАЦИЯ СУЛЬФИДНОЙ РУДЫ

Флотационный метод обогащения основан на различии в смачиваемости водой поверхности ценных минералов и минералов пустой породы.

Для создания гидрофобности (несмачиваемости) поверхности ценных минералов тонкоизмельченной руды, находящейся в водной среде, добавляют реагенты-собиратели. Благодаря гидрофобности, ценные минералы прикрепляются к пузырькам воздуха и поднимаются вместе с ними на поверхность пульпы, образуя минерализованный

пенный слой, который удаляют из камеры флотомашины. Минералы пустой породы смачиваются водой и остаются в объёме пульпы.

Флотационный метод широко применяют для обогащения сульфидных руд цветных металлов. В этом случае наиболее распространенными реагентами-собирателями являются ксантогенаты. Расход ксантогенатов при флотации сульфидных руд обычно не превышает 100 г/т. В процесс эти реагенты подают в виде водных растворов.

Для создания на поверхностях сульфидных минералов необходимой для закрепления ксантогенатов окисленной пленки в операцию измельчения руды подают реагент-регулятор среды, в качестве которого обычно используют известь или соду. Расходы их, в зависимости от вещественного состава полезного ископаемого, могут изменяться от 200 до 1500 г/т.

Для повышения механической прочности пузырьков воздуха, в результате которого улучшаются условия прилипания к ним ценных минералов, и увеличивается устойчивость флотационной пены, используют реагенты-пенообразователи. Одним из наиболее распространенных в настоящее время пенообразователей является реагент Т-92. Его расходы обычно колеблются от 20 до 100 г/т руды.

Кроме вышеперечисленных типов флотационных реагентов при селективной флотации руд используют реагенты-активаторы и подавители, которые усиливают или ослабляют действие собирателей.

1. Цель:

- изучить конструкцию и работу лабораторной флотационной машины;
- изучить способы изменения режима работы флотомашины;
- освоить методику определения объёма раствора реагента при заданном расходе реагента;
- развить навыки анализа полученных данных.

2. Оборудование и материалы:

- проба (250 г сульфидной руды класса крупности –3+0 мм);
- мельница стрежневая;
- рольганги;
- машина флотационная лабораторная механического типа конструкции Механобр;
- реагенты флотационные (сода или известь, бутиловый ксантогенат, Т-92);
- чашки фарфоровые;
- чашки металлические для сбора продуктов;

- промывалки;
- посуда химическая;
- бумага фильтровальная;
- весы электронные.

3. Ход работы:

1. Получить у преподавателя пробу.
2. Изучить конструкцию и определить конструктивные параметры лабораторной флотационной машины (рисунок 7.1).
3. Изучить схему флотационного опыта (рисунок 7.2).
4. Очистить стержневую мельницу, в которой будет проводиться измельчение руды, от образовавшейся ржавчины. Для этого поместить в неё 300 г гранита и 300 $см^3$ воды. Масса стержней должна составлять 3000 г. Заполненную мельницу плотно закрыть крышкой с резиновой прокладкой и поместить на рольганги, включив их на 5-10 минут.
5. Подготовить пробу, 250 $см^3$ воды и навеску реагента: соды или извести (вид реагента и его расход задаёт преподаватель).
6. Остановить рольганги, вылить содержимое мельницы, промыть водой её внутреннюю поверхность и стержни.
7. В промытую мельницу с загруженными в неё стержнями сначала поместить отмеренное количество воды, затем пробу сульфидной руды и навеску реагента – регулятора среды. Измельчать в течение времени, указанного преподавателем, обычно 10-15 минут.
8. За период измельчения необходимо подготовить реагенты: собиратель и пенообразователь. Их расходы задаёт преподаватель в г/т руды. Необходимо самостоятельно определить объёмы растворов реагентов, подаваемых в процесс флотации.
9. По истечении заданной продолжительности измельчения снять мельницу с рольгангов, перенести её содержимое с помощью промывалки в камеру флотомашины. При этом нужно следить за тем, чтобы количество добавляемой воды было минимальным. В свободную от пульпы мельницу загрузить стержни, залить воду до бортика и поставить на место хранения.
10. Закрепить камеру 2 на корпусе флотомашины 1, залить в случае необходимости воду и включить двигатель. Через 2 минуты перемешивания в камеру 2 добавить необходимый объём раствора ксантогената и после минутного перемешивания в пульпу ввести пенообразователь.

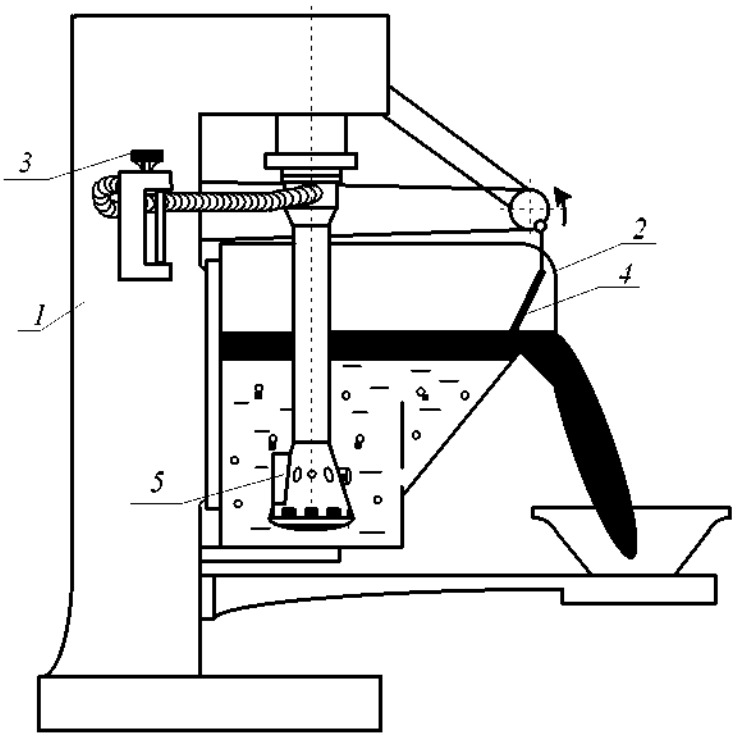


Рисунок 7.1 – Лабораторная флотационная машина

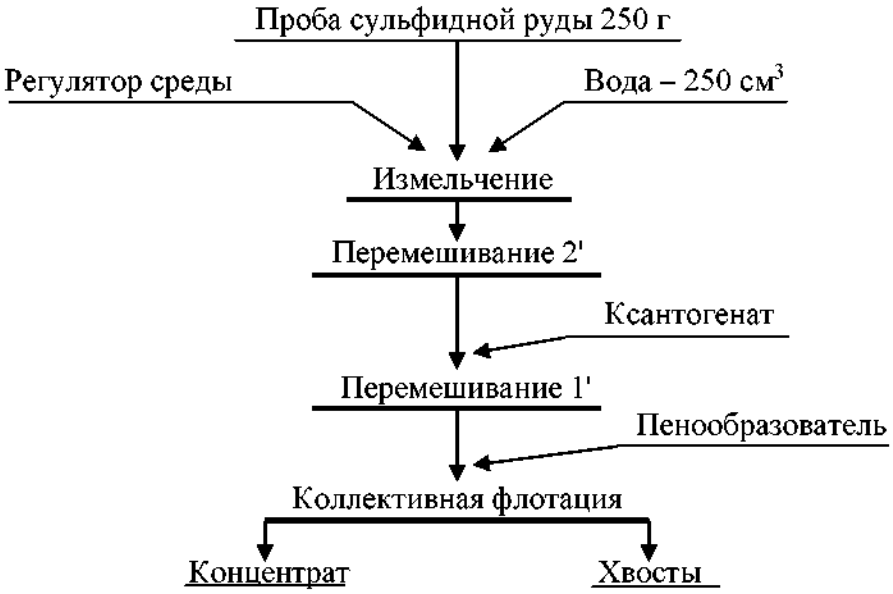


Рисунок 7.2 – Схема флотационного опыта

11. Осторожно повернуть вентиль воздушного крана 3, обеспечив этим засасывание воздуха в камеру для создания на её поверхности слоя минерализованной пены.
12. Включить пеносъёмник 4. В момент снятия первой порции пены зафиксировать время начала флотации. По мере снижения уровня пульпы в камере флотомашины добавлять воду из про-

мывалки, обмывая при этом её стенки и пеносъёмник от налипших минеральных частиц. Периодически следует отбирать пробу от пенного продукта в фарфоровую чашку. Постепенно нагруженность пены снижается, меняется и её цвет. Конец флотации фиксируется по отсутствию сульфидных минеральных частиц в фарфоровой чашке.

13. Закрыть воздушный кран 3, остановить пеносъёмник 4, выключить двигатель флотомашины. Пенный продукт отфильтровать на вакуум-фильтре и взвесить. Камерный продукт (хвосты) вылить в канаву.
14. Пустую камеру заполнить водой, закрепить на корпусе флотомашины и включить двигатель. Промыть машину в течение 2-3 минут. Затем ополоснуть из промывалки блок аэратора 5. Чистую камеру и блок аэратора протереть чистой тряпкой.
15. Убрать рабочее место в лаборатории.
16. Обработать результаты работы.
17. Составить отчёт по выполненной работе.

Пояснения по обработке результатов в работе 7

Методика определения объёма раствора реагента при заданном расходе реагента.

Например, заданный расход бутилового ксантогената составляет 100 г/т руды. Составим и решим пропорцию:

10^6 г (1 т) руды – 100 г ксантогената

250 г руды – X г ксантогената

$$X = \frac{100\,\text{г} \cdot 250\,\text{г}}{10^6\,\text{г}} = \frac{2{,}5\,\text{г}}{10^2} = 2{,}5 \cdot 10^{-2}\,\text{г}$$

Следует учесть, что ксантогенат используют во флотации в виде 1 % растворов, то есть в 100 $см^3$ раствора содержится 1 г ксантогената.

Составив пропорцию и решив её, определим объём раствора, который следует подать в камеру флотомашины:

100 $см^3$ раствора – 1 г ксантогената

V $см^3$ раствора – $2{,}5 \cdot 10^{-2}$ г ксантогената

$$V = \frac{100\,\text{см}^3 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-2}\,\text{г}}{1\,\text{г}} = 2{,}5\,\text{см}^3$$

Результаты расчёта показателей флотации занести в таблицу 7.1.

Таблица 7.1 – Показатели коллективной флотации

Наименование продуктов обогащения	Выход		Массовая доля сульфидных минералов, %	Извлечение сульфидных минералов, %
	г	%		
Концентрат				
Хвосты				
Исходная руда		100,0		100,0

Массовую долю сульфидов в продуктах обогащения (β, ϑ) или в исходной руде (α) и в одном из продуктов задаёт преподаватель.

В конце отчёта по выполненной работе делается вывод, в котором анализируются полученным результатам и намечаются способы их повышения.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 8
МАГНИТНАЯ СЕПАРАЦИЯ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Практическую работу по магнитной сепарации выполняют на лабораторном магнитном сепараторе для слабомагнитных руд. Результаты разделения минералов по их магнитной восприимчивости зависят от вещественного состава руды, крупности обогащаемого материала, напряжённости магнитного поля, производительности, высоты рабочей зоны и положения разделительного шибера. При выполнении работы потребуется получить зависимости выходных показателей качества процесса от указанных выше переменных факторов.

1. Цель:

- изучить конструкцию и работу роликового магнитного сепаратора;
- изучить влияние некоторых факторов на процесс магнитной сепарации;
- развить навыки анализа полученных данных.

2. Оборудование и материалы:

- проба материала (200-500 г руды класса крупности -3+0 мм);
- сепаратор магнитный роликовый;
- весы электронные;
- чашки лабораторные;
- щётка для чистки сепаратора.

Магнитный сепаратор (рисунок 8.1) состоит из основания 1 с закреплённым на нём бункером 2 с регулировочным шибером 3. Бункер 2 установлен над вибролотком 4, выполненным из немагнитного материала и которого осуществляется подача материала в рабочую зону магнитной системы, образованной магнитопроводом 5 и профилированным роликом 6. На магнитопроводе установлены катушки электромагнита 7, подключенные к выпрямителю тока 8, содержащего приборы измерения тока 9 и напряжения 10. На лицевой панели выпрямителя установлены переключатели режима работы, выключатель и регулятор нагрузки по току. Регулирование выходов отдельных фракций осуществляется шибером 11, а очистка ролика 6 щёткой 12.

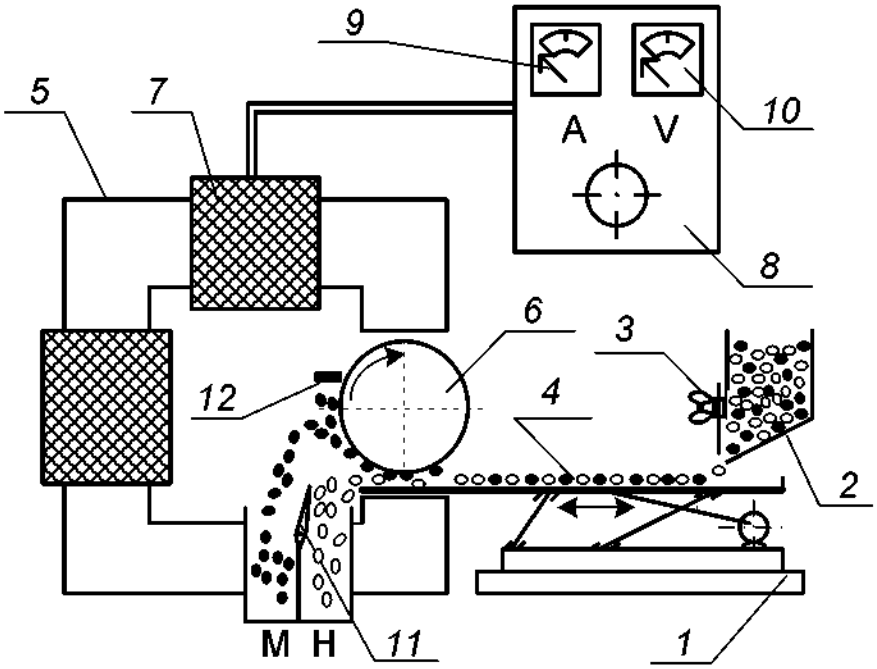


Рисунок 8.1 – Схема магнитного сепаратора

Перед опытом включают выпрямитель 8, устанавливают необходимое значение тока в обмотке электромагнита 7, включают привод вибролотка 4 и ролика 6. Материал из бункера 2 по вибролотку поступает в рабочий зазор, где и происходит разделение частиц по удельной магнитной восприимчивости. Частицы, имеющие большую удельную магнитную восприимчивость, выносятся роликом 6 из рабочего зазора, счищаются щёткой 12 и попадают в приёмник магнитной фракции. Регулирование производительности осуществляют смещением шибера 3. Положение шибера 3 изменяют в пределах от 10 до 30 мм, ток в обмотке электромагнита изменяют от 0 до 8 А.

3. Ход работы:

1. Получить у преподавателя пробу.
2. Определить массу пробы.
3. Изучить конструкцию и определить конструктивные и механические параметры роликового магнитного сепаратора.
4. Подключить сепаратор и выпрямитель к сети переменного тока.
5. Установить заданные значения настроек сепаратора (положение шибера, сила тока).
6. Загрузить исходный материал в бункер и зафиксировать время начала и конца опыта.
7. Полученные продукты взвесить, выполнить визуальную оценку, провести их анализ.
8. Убрать рабочее место в лаборатории.
9. Обработать результаты работы.
10. Составить отчёт по выполненной работе.

Пояснения по обработке результатов в работе 8

Полученные результаты разделения магнитной сепарацией занести в таблицу 8.1.

Таблица 8.1 – Результаты магнитной сепарации

№ опыта	Наименование продукта	Выход		Сила тока, А	Положение шибера, мм
		г	%		
1	Магнитный			0,5	20
	Немагнитный				
	Исходный продукт		100,0		
2	Магнитный			1,0	20
	Немагнитный				
	Исходный продукт		100,0		
3	Магнитный			2,0	20
	Немагнитный				
	Исходный продукт		100,0		
4	Магнитный			1,0	10
	Немагнитный				
	Исходный продукт		100,0		
5	Магнитный			1,0	30
	Немагнитный				
	Исходный продукт		100,0		

Используя данные таблицы 8.1 построить экспериментальные зависимости количественных показателей процесса магнитной сепарации от переменных факторов:

$$\gamma_м = f(I) \text{ для } h = 20 \text{ мм}$$

$$\gamma_м = f(h) \text{ для } I = 1 \text{ А}.$$

где I – сила тока в катушках, А;

h – положение шибера, мм.

Сделать вывод о влиянии силы тока и положения шибера на получаемые технологические показатели.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Комлев, С.Г.* Основы обогащения полезных ископаемых: учебное пособие / С.Г. Комлев // Урал. гос. горный ун-т. – 5-е изд., перераб. и доп. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2014. – 153 с.

2. *Колтунов, А.В.* Дробление, измельчение, грохочение: учебное пособие / А.В. Колтунов, С.Г. Комлев // Урал. гос. горный ун-т. – 2-е изд., стереотип. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2014. – 122 с.

3. *Морозов Ю.П.* Флотационные методы обогащения: конспект лекций / Ю.П. Морозов // Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. – 155 с.

4. ГОСТ 2.105-95 «Общие требования к текстовым документам».

ПРИЛОЖЕНИЕ А
Пример оформления титульного листа

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

ФГБОУ ВО
«УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАФЕДРА «ОБОГАЩЕНИЕ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ»

ОТЧЁТ
ПО ПРАКТИЧЕСКИМ РАБОТАМ

по дисциплине:
«Обогащение полезных ископаемых»

Руководитель
проф., д.т.н. _____ **Е. Ф. Цыпин**

Студент
группы ОПИ-00 _____ **А. В. Иванов**

Екатеринбург, 2018

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Правила и примеры оформления надписей к таблицам и рисункам

Таблицы следует располагать в тексте сразу же после первого упоминания их или на следующей странице. В тексте слово «таблица» пишется полностью с указанием порядкового номера. Заголовок таблицы выполняется без абзацного отступа с выравниванием «по центру». Точка в конце заголовка не ставится. Между основным текстом, заголовком таблицы и самой таблицей – пустая строка. Размер шрифта в таблице должен быть меньше размера основного текста (например, основной текст – 14, в таблице – 13 (12) и меньше).

Таблица 1 – Результаты флотационного обогащения

Наименование продуктов обогащения	**Выход**		**Массовая доля полезного компонента, %**	**Извлечение полезного компонента, %**
	г	**%**		
Концентрат				
Промпродукт				
Хвосты				
Исходная руда		100,0		100,0

Рисунок вставляется после первого упоминания о нём в тексте. В тексте слово «рисунок» пишется полностью с указанием порядкового номера.

Наименование схемы, рисунка делается под рисунком и располагается симметрично относительно поля рисунка. Под наименованием рисунка после двоеточия помещают расшифровку обозначений и поясняющие записи.

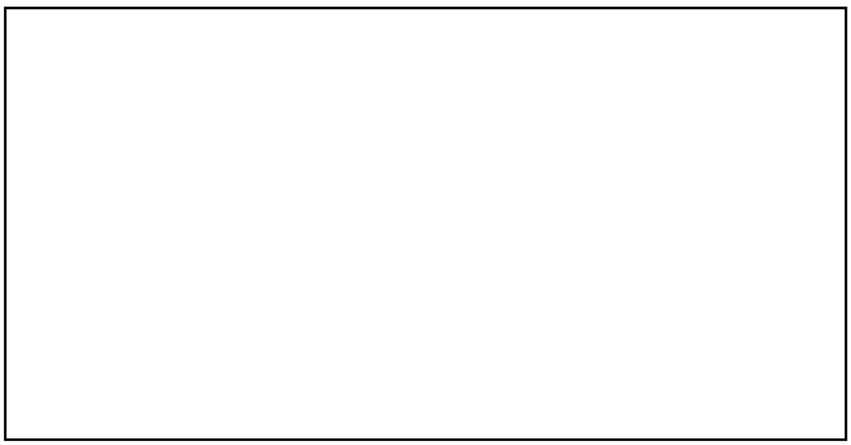


Рисунок 1 – Схема устройства оборудования:
1 – …; 2 – …

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

ОБОГАЩЕНИЕ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Открытые горные работы

форма обучения: очная, заочная

Автор: Пелевин А. Е., проф., д.т.н.

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3
ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА 4
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ 4
Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса 4
Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам 5
Подготовка и написание контрольной работы 6
Подготовка к выполнению и написанию курсовой работы (проекта) 7
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ 8
Подготовка к зачёту 8
Подготовка к экзамену 8

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов – это разнообразные виды деятельности студентов, осуществляемые под руководством, но без непосредственного участия преподавателя в аудиторное и/или внеаудиторное время.

Это особая форма обучения по заданиям преподавателя, выполнение которых требует активной мыслительной, поисково-исследовательской и аналитической деятельности.

Методологическую основу самостоятельной работы студентов составляет деятельностный подход, когда цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, то есть на реальные ситуации, где студентам надо проявить знание конкретной дисциплины, использовать внутрипредметные и межпредметные связи.

Цель самостоятельной работы – закрепление знаний, полученных на аудиторных занятиях, формирование способности принимать на себя ответственность, решать проблему, находить конструктивные выходы из сложных ситуаций, развивать творческие способности, приобретение навыка организовывать своё время

Кроме того самостоятельная работа направлена на обучение студента осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией, заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свой профессиональный уровень.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирование практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитие исследовательских умений;
- получение навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

В соответствии с реализацией рабочей программы дисциплины в рамках самостоятельной работы студенту необходимо выполнить следующие виды работ:

для подготовки ко всем видам текущего контроля:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение курса;
- подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам;
- подготовка к контрольной работе, написание контрольной работы;
- выполнение и написание курсовой работы (проекта);

для подготовки ко всем видам промежуточной аттестации:

- подготовка к зачёту;
- подготовка к экзамену.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов как online, так и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита контрольных и курсовых работ (проектов), защита зачётных работ в виде доклада с презентацией и др.

Текущий контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

Промежуточный контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного для сдачи экзамена / зачёта.

В методических указаниях по каждому виду контроля представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса

Лекционный материал по дисциплине излагается в виде устных лекций преподавателя во время аудиторных занятий. Самостоятельная работа студента во время лекционных аудиторных занятий заключается в ведении записей (конспекта лекций).

Конспект лекций, выполняемый во время аудиторных занятий, дополняется студентом при самостоятельном внеаудиторном изучении некоторых тем курса. Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и дополнительной литературы к дисциплине.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины приведён в рабочей программе дисциплины.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на повторение материала лекций и самостоятельное изучение тем курса:

для овладения знаниями:

- конспектирование текста;
- чтение основной и дополнительной литературы;
- составление плана текста;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- повторная работа над учебным материалом;
- составление таблиц для систематизации учебного материала;
- изучение нормативных материалов;
- составление плана и тезисов ответа на вопросы для самопроверки;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Вопросы для самопроверки приведены учебной литературе по дисциплине или могут быть предложены преподавателем на лекционных аудиторных занятиях после изучения каждой темы.

Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам

Практические занятия по дисциплине выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций, а также умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач.

На практических занятиях происходит закрепление теоретических знаний, полученных в ходе лекций, осваиваются методики и алгоритмы решения типовых задач по образцу и вариантных задач, разбираются примеры применения теоретических знаний для практического использования, выполняются доклады с презентацией по определенным учебно-практическим, учебно-исследовательским или научным темам с последующим их обсуждением.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к практическим занятиям:

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- подготовка публичных выступлений;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;

– рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Лабораторные занятия по дисциплине выступают средством формирования у студентов навыков работы с использованием лабораторного оборудования, планирования и выполнения экспериментов, оформления отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к лабораторным занятиям:

для овладения знаниями:

- изучение методик работы с использованием различных видов и типов лабораторного оборудования;
- изучение правил безопасной эксплуатации лабораторного оборудования;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

- составление плана проведения эксперимента;
- составление отчётной документации по результатам экспериментирования;
- аналитическая обработка результатов экспериментов.

для формирования навыков и умений:

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- оформление отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Подготовка и написание контрольной работы

Контрольная работа – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся. Контрольная работа является средством проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к контрольной работе:

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки.

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- оформление отчётной документации по выполнению контрольной работы.

Контрольная работа может быть выполнена в виде доклада с презентацией.

Доклад с презентацией – это публичное выступление по представлению полученных результатов знаний по определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной теме.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления;
- осуществить сбор материала к выступлению;
- организовать работу с источниками;
- -во время изучения источников следует записывать вопросы, возникающие по мере ознакомления, ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;
- сформулировать возможные вопросы по теме доклада, подготовить тезисы ответов на них;
- обработать материал и представить его в виде законченного доклада и презентации.

При выполнении контрольной работы в виде доклада с презентацией самостоятельная работа студента включает в себя:

для овладения знаниями:

- чтение основное и дополнительной литературы по заданной теме доклада;
- составление плана доклада;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей по теме доклада

для закрепления и систематизации знаний:

- составление плана и тезисов презентации по теме доклада;
- составление презентации;
- составление библиографического списка по теме доклада;
- подготовка к публичному выступлению;
- составление возможных вопросов по теме доклада и ответов на них.

для формирования навыков и умений:

- публичное выступление;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Варианты контрольных работ и темы докладов приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

Подготовка к выполнению и написанию курсовой работы (проекта)

Курсовая работа (проект) – форма контроля для демонстрации обучающимся умений работать с объектами изучения, критическими источниками, справочной и энциклопедической литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать и строить априорную модель изучаемого объекта или процесса, создавать содержательную презентацию выполненной работы.

При выполнении и защите курсовой работы (проекта) оценивается умение самостоятельной работы с объектами изучения, справочной литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать выбранную технологическую схему и принятый тип и количество оборудования, создавать содержательную презентацию выполненной работы (пояснительную записку и графический материал).

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к курсовой работе (проекту):

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- составление плана выполнения курсовой работы (проекта);
- составление списка использованных источников.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа учебно-методическими материалами по выполнению курсовой работы (проекта);
- изучение основных методик расчёта технологических схем, выбора и расчёта оборудования;
- подготовка тезисов ответов на вопросы по тематике курсовой работы (проекта).

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, компоновочных чертежей;
- оформление текстовой и графической документации.

Тематика курсовых работ (проектов) приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Подготовка к зачёту

Зачёт по дисциплине может быть проведён в виде теста или включать в себя защиту контрольной работы (доклад с презентацией).

Тест – это система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

При самостоятельной подготовке к зачёту, проводимому в виде теста, студенту необходимо:

- проработать информационный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора дополнительной учебной литературы;
- выяснить условия проведения теста: количество вопросов в тесте, продолжительность выполнения теста, систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с тестом, нужно внимательно и до конца прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов, выбрать правильные (их может быть несколько), на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам.

В процессе выполнения теста рекомендуется применять несколько подходов в решении заданий. Такая стратегия позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант. Не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, а сразу переходить к другим тестовым заданиям, к трудному вопросу можно обратиться в конце. Необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Зачёт также может проходить в виде защиты контрольной работы (доклад с презентацией). Методические рекомендации по подготовке и выполнению доклада с презентацией приведены в п. «Подготовка и написание контрольной работы».

Подготовка к экзамену

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины проводится в форме экзамена.

Билет на экзамен включает в себя теоретические вопросы и практико-ориентированные задания.

Теоретический вопрос – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность

одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся.

Практико-ориентированное задание – средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по определенной теме.

При самостоятельной подготовке к экзамену студенту необходимо:

- получить перечень теоретических вопросов к экзамену;
- проработать пройденный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине, при необходимости изучить дополнительные источники;
- составить планы и тезисы ответов на вопросы;
- проработать все типы практико-ориентированных заданий;
- составить алгоритм решения основных типов задач;
- выяснить условия проведения экзамена: количество теоретических вопросов и практико-ориентированных заданий в экзаменационном билете, продолжительность и форму проведения экзамена (устный или письменный), систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с экзаменационным билетом, нужно внимательно прочитать теоретические вопросы и условия практико-ориентированного задания;
- при условии проведения устного экзамена составить план и тезисы ответов на теоретические вопросы, кратко изложить ход решения практико-ориентированного задания;
- при условии проведения письменного экзамена дать полные письменные ответы на теоретические вопросы; изложить ход решения практико-ориентированного задания с численным расчётом искомых величин.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.21 МАРКШЕЙДЕРСКОЕ ДЕЛО

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Технологическая безопасность и горноспасательное дело

Автор: Голубко Б.П., доцент, канд. техн. наук, Вахонина Ю.Х., старший преподаватель

Одобрен на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией
Маркшейдерского дела	Горно-технологический факультета
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____ *(подпись)*	Председатель _____ *(подпись)*
Жабко А.В.	Колчина Н.В.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 3 от 28.09.2020 г.	Протокол № 2 от 12.10.2020 г.
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

Методические рекомендации для обучающихся по освоению учебной дисциплины

В процессе изучения учебной дисциплины следует:

1. Ознакомиться с рабочей учебной программой дисциплины. Рабочая учебная программа содержит перечень тем, которые необходимо изучить, планы лекционных и практических занятий, вопросы к текущей и промежуточной аттестации, перечень основной, дополнительной литературы и ресурсов информационно-коммуникационной сети «Интернет».

2. Ознакомиться с календарно-тематическим планом самостоятельной работы обучающихся.

3. Посещать теоретические (лекционные) и практические занятия.

4. При подготовке к практическим занятиям, а также при выполнении самостоятельной работы следует использовать методические указания для обучающихся.

При подготовке к практическим занятиям требуется:

- изучить теоретический материал, используя основную и дополнительную литературу, электронные ресурсы;
- выполнить расчетно-графические работы;
- ответить на вопросы опросного списка.

Изучение дисциплины производится в тематической последовательности. Самостоятельному изучению материала, как правило, предшествует лекция. На лекции даются указания по организации самостоятельной работы, срокам сдачи заданий, порядке проведения зачета. Информацию о графике выполнения самостоятельных работ и критериях оценки учебной работы студента преподаватель сообщает на первой лекции курса.

Для организации и контроля учебной работы студентов используется проверка расчетно-графических работ, опрос, контрольная работа. Форма промежуточной аттестации: экзамен.

Организация самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов (СРС) - обязательная и неотъемлемая часть учебной работы студента по данной учебной дисциплине. Объемы и виды трудозатрат по всем отдельным видам представлены в разделе 7. Общие планируемые затраты времени на выполнение всех видов аудиторных и внеаудиторных заданий соответствуют бюджету времени работы студентов, предусмотренному учебными планами по дисциплине в текущем семестре.

Перечни аудиторных и внеаудиторных занятий и заданий (расчетно-графические работы), вносимых в графики СРС, определяются в соответствии с программой учебной дисциплины.

Работа с книгой

Изучать курс рекомендуется по темам, предварительно ознакомившись с содержанием каждой из них по программе. При первом чтении следует стремиться к получению общего представления об излагаемых вопросах, а также отмечать трудные или неясные моменты. При повторном изучении темы необходимо освоить все теоретические положения, математические зависимости и их выводы, а также принципы составления уравнений реакций. Рекомендуется вникать в сущность того или иного вопроса, но не пытаться запомнить отдельные факты и явления. Изучение любого вопроса на уровне сущности, а не на уровне отдельных явлений способствует более глубокому и прочному усвоению материала.

Для более эффективного запоминания и усвоения изучаемого материала, полезно иметь рабочую тетрадь (можно использовать лекционный конспект) и заносить в нее формулировки законов и основных понятий химии, новые незнакомые термины и названия, формулы и уравнения реакций, математические зависимости и их выводы и т.п. Весьма целесообразно пытаться систематизировать учебный материал, проводить обобщение разнообразных фактов, сводить их в таблицы. Такая методика облегчает запоминание и уменьшает объем конспектируемого материала.

Изучая курс, полезно обращаться и к предметному указателю в конце книги. Пока тот или иной раздел не усвоен, переходить к изучению новых разделов не следует. Краткий конспект курса будет полезен при повторении материала в период подготовки к экзамену.

Изучение курса должно обязательно сопровождаться выполнением упражнений и решением задач. Решение задач - один из лучших методов прочного усвоения, проверки и закрепления теоретического материала. Этой же цели служат вопросы для самопроверки и тренировочные тесты, позволяющие контролировать степень успешности изучения учебного материала.

Консультации

Изучение дисциплины проходит под руководством преподавателя на базе делового сотрудничества. В случае затруднений, возникающих при изучении учебной дисциплины, студентам следует обращаться за консультацией к преподавателю, реализуя различные коммуникационные возможности: очные консультации (непосредственно в университете в часы приема преподавателя), заочные консультации (посредством электронной почты).

САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ТЕМ КУРСА

При самостоятельном изучении теоретического курса студентам необходимо:

самостоятельно освоить и проработать темы теоретического курса в соответствии с учебной программой дисциплины, основательно подготовить ответы на вопросы, приведенные после каждой темы.

Самостоятельно изучаемые вопросы курса в последующем включаются в экзаменационные билеты.

ПОВТОРЕНИЕ МАТЕРИЛА ЛЕКЦИЙ

Для приобретения прочных знаний и выработки навыков самостоятельной работы по учебной дисциплине «Маркшейдерское дело» необходимо повторить материал лекционных занятий, а также прочитать основную и дополнительную литературу, рекомендованную для самостоятельного изучения по данной дисциплине [1-10]. Работа с материалом должна носить системный характер.

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Для успешной подготовки к практическим занятиям студенту невозможно ограничиться слушанием лекций. Требуется предварительная самостоятельная работа студентов по теме планируемого занятия. Не может быть и речи об эффективности занятий, если студенты предварительно не поработают над конспектом, учебником, учебным пособием, чтобы основательно овладеть теорией вопроса.

ПОДГОТОВКА К ОПРОСУ

Тема 1: Содержание и задачи дисциплины

1. Основные задачи маркшейдерского дела.
2. Основная цель маркшейдерских работ.
3. Какие особенности ведения маркшейдерских работ?
4. Какие разделы геодезии необходимо знать для изучения дисциплины?
5. Основные исторические этапы развития маркшейдерии.
6. Какова структура маркшейдерских отделов?

Тема 2: Опорные маркшейдерские сети на карьерах

1. Опорные маркшейдерские сети – цель и задачи.
2. Что является главной геометрической основой всех видов съемки горного предприятия?
3. Назовите исходные пункты для построения маркшейдерских опорных сетей.
4. Кем создаются маркшейдерские опорные сети?
5. Какие основные методы создания опорных сетей?
6. Как закрепляются центры опорных сетей?
7. Какой класс точности координат центров опорных сетей?

Тема 3: Создание съемочных маркшейдерских сетей на карьерах

1. Каковы цель и задачи съемочных маркшейдерских сетей?
2. Кем создаются съемочные сети на карьерах?

3. Назовите основные требования к созданию и реконструкции съемочных сетей?
4. Как подразделяются съемочные маркшейдерские сети?
5. От чего зависит выбор способа создания съемочных сетей?
6. Как закрепляются пункты съемочных сетей?
7. Назовите классические способы создания съемочных сетей.

Тема 4: Маркшейдерская съемка карьеров и отвалов

1. Назовите цель и задачи маркшейдерской съемки на карьерах и отвалах.
2. Какие способы съемки на карьерах и отвалах?
3. Какова периодичность съемки на карьерах и отвалах?
4. В каких масштабах выполняется маркшейдерская съемка на карьерах?
5. Каковы особенности и перспективы аэрофотограмметрической съемки карьеров?
6. Каковы особенности и перспективы наземной фотограмметрической съемки карьеров?
7. Каковы особенности и перспективы маркшейдерской съемки с использованием лазерного сканирования?

Тема 5: Маркшейдерские работы при обеспечении буровзрывных работ

1. Каковы цель и задачи маркшейдерских работ при обеспечении буровзрывных работ?
2. Назовите маркшейдерские работы до производства буровзрывных работ.
3. Какие маркшейдерские работы при производстве бурения взрывных скважин?
4. Назовите маркшейдерские работы после производства взрывных работ в карьере.
5. Какие основные задачи маркшейдера при составлении плана – проекта на буровзрывные работы?
6. Какие способы выноса в натуру взрывных скважин в карьере?
7. Какие способы маркшейдерского контроля глубины и сетки взрывных скважин?

Тема 6: Маркшейдерские работы при проходке траншей

1. Главная цель и задачи маркшейдера при проходке траншей.
2. Какие горно-графические материалы составляются для проходки траншей?
3. Методика расчета элементов параметра траншеи.
4. Способы привязки и выноса в натуру параметров траншеи.
5. Способы задания направления оси и параметров траншеи.
6. Методика расчета уклона трассы траншеи.
7. Маркшейдерский контроль проходки оси и параметров траншеи.

Тема 7: Маркшейдерские работы при дражном и гидравлическом способах разработки

1. Какими методами создаются опорные и съемочные сети на полигонах?
2. Как контролируется процесс строительства драги?
3. Как контролируется процесс добычи песков?
4. Какие способы измерения глубины черпанья драги?

5. Какие способы маркшейдерской съемки на полигонах?
6. Маркшейдерский контроль объемов добычи дражных полигонов.
7. Маркшейдерский контроль объемов добычи гидравлических полигонов.

Тема 8: Применение спутниковой геодезии на карьерах

1. Назовите основной принцип спутниковой геодезии.
2. Какие основные спутниковые системы применяются в маркшейдерии?
3. Какие в области спутниковых технологий маркшейдерских работ существуют схемы?
4. Дайте краткую характеристику навигационных спутников.
5. Что такое сегмент наземного контроля к управлению спутниковой системы?
6. Что такое технология дифференциальной GPS для определения точных координат пунктов?
7. Назовите схемы создания опорных, съемочных сетей и маркшейдерской съемки с использованием спутниковой геодезии.

Тема 9: Маркшейдерские работы при рекультивации земель на горных предприятиях

1. Основные задачи маркшейдерской службы при рекультивационных работах.
2. Методы планового съемочного обоснования для производства маркшейдерских работ.
3. Методы высотного съемочного обоснования для производства маркшейдерских работ.
4. Методы прогнозирования нарушенности земной поверхности и планирования работ.
5. Маркшейдерские работы при засыпке отработанных карьеров.
6. Маркшейдерские работы по реализации агрохимического плана.
7. Маркшейдерские работы при рекультивации породных отвалов.

Тема 10: Маркшейдерские подземные опорные сети

1. Цель и задачи маркшейдерских подземных опорных сетей.
2. Способы создания опорных подземных сетей.
3. Основные требования при создании и реконструкции подземных опорных сетей.
4. Закрепление пунктов подземных опорных сетей.
5. Методика и требования при измерении углов и длин подземных опорных сетей.
6. Методика и способы определения высотной отметки пунктов подземных опорных сетей.
7. Оценка точности определения плановых координат и высотной отметки пунктов подземных опорных сетей.

Тема 11: Маркшейдерская съемка в подземных горных выработках

1. Цель и задачи маркшейдерской съемки подземных горных выработок.
2. Способы создания и реконструкции маркшейдерских съемочных сетей.
3. Закрепление пунктов подземных съемочных сетей.
4. Методика и требования при измерении углов и длин съемочных сетей.
5. Цель и задачи маркшейдерской съемки контуров подземных горных вы-

работок.

6. Схемы и методика производства маркшейдерской съемки контуров подземных горных выработок.
7. Камеральная обработка и оценка точности съемочных сетей и съемки контуров подземных горных выработок.

Тема 12: Геометрический способ ориентирования подземных горных выработок

1. Цель и задачи геометрического способа ориентирования.
2. Практическое значение геометрического способа ориентирования.
3. Какие способы ориентирования в зависимости от схемы вскрытия месторождения?
4. Методика и схемы ориентирования через наклонный ствол или штольню.
5. Схема ориентирования через один вертикальный ствол.
6. Схема ориентирования через два вертикальных ствола.
7. Оценка точности геометрических способов ориентирования.

Тема 13: Гироскопический способ ориентирования подземных горных выработок

1. Цель и задачи гироскопического способа ориентирования.
2. Практическое значение гироскопического способа ориентирования.
3. Какие схемы гироскопического ориентирования в зависимости от схемы вскрытия месторождения?
4. Методика и схема гироскопического ориентирования через один вертикальный ствол.
5. Методика и схема гироскопического ориентирования через два вертикальных ствола.
6. Основные понятия теории гироскопического ориентирования.
7. Схема и методика определения поправки гирокомпаса.

Тема 14: Вертикальная соединительная съемка подземных горных выработок

1. Цель и задачи вертикальной соединительной съемки.
2. Практическое значение вертикальной соединительной съемки.
3. Какие методы и схемы передачи высотной отметки в шахту?
4. Методика и схема передачи высотной отметки в шахту глубиномером ДА-2.
5. Методика и схема передачи высотной отметки в шахту шахтной лентой или рулеткой.
6. Методика и схема передачи высотной отметки в шахту светодальномером или лазерной рулеткой.
7. Оценка точности вертикальной соединительной съемки.

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к *экзамену* по дисциплине «*Маркшейдерское дело*» обучающемуся рекомендуется:

Повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «*Маркшейдерское дело*»

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса.

Рекомендуемая литература

1. Голубко Б.П. Часть 1. Маркшейдерские работы на карьерах и разрезах: Учебное пособие. – Екатеринбург: Изд. УГГУ, 2010. –212 с.

2.Голубко Б.П. Маркшейдерия. Решение типовых маркшейдерских задач при разработке месторождений открытым способом: Учебное пособие. – Екатеринбург: Изд. УГГУ, 2018. – 71с.

3. Маркшейдерия. Часть 1. Маркшейдерские работы на карьерах и разрезах: учебное пособие/ Б.П. Голубко, В.А. Гордеев, В.Н. Яковлев. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010. – 212 с.

4. Маркшейдерское дело. Учебник для Вузов. Под ред. Д.Н.Оглоблина, Г.И. Герасименко, А.Г. Акимова и др. М.: Недра, 1981.

5. Маркшейдерия. Решение типовых маркшейдерских задач при разработке месторождений полезных ископаемых подземным способом. Учебное пособие. Б.П. Голубко, Г.В. Земских, О.С. Раева // Екатеринбург, УГГУ, 2017 – 98 с.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.24 БЕЗОПАСНОСТЬ ВЕДЕНИЯ ГОРНЫХ РАБОТ И ГОРНОСПАСАТЕЛЬНОЕ ДЕЛО

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Технологическая безопасность и горноспасательное дело

Автор: Кочнева Л.В., старший преподаватель, Батанин Ф.К., старший преподаватель

Одобрен на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией
Безопасности горного производства	Горно-технологического факультета
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____ *(подпись)*	Председатель _____ *(подпись)*
Елохин В.А.	Колчина Н.В.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 2 от 07.10.2020 г.	Протокол № 2 от 12.10.2020 г.
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

Методические рекомендации для обучающихся по освоению учебной дисциплины

В процессе изучения учебной дисциплины следует:

1. Ознакомиться с рабочей учебной программой дисциплины. Рабочая учебная программа содержит перечень тем, которые необходимо изучить, планы лекционных и практических занятий, содержание дисциплины с указанием объема лекционных занятий, практических занятий и самостоятельной работы, перечень основной, дополнительной литературы и ресурсов информационно-коммуникационной сети «Интернет».

2. Ознакомиться с календарно-тематическим планом самостоятельной работы обучающихся.

3. Посещать теоретические (лекционные) и практические занятия.

4. При подготовке к практическим занятиям, а также при выполнении самостоятельной работы следует использовать методические указания для обучающихся.

При подготовке к практическим занятиям требуется:

- изучить теоретический материал, используя основную и дополнительную литературу, электронные ресурсы;
- ответить на вопросы тестов.

Изучение дисциплины производится в тематической последовательности. Самостоятельному изучению материала, как правило, предшествует лекция. На лекции даются указания по организации самостоятельной работы, срокам сдачи заданий, порядке проведения экзамена. Информацию о графике выполнения самостоятельных работ и критериях оценки учебной работы студента преподаватель сообщает на первой лекции курса.

Для организации и контроля учебной работы студентов используется проверка выполнения тестовых заданий. Форма промежуточной аттестации: экзамен.

Организация самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов (СРС) - обязательная и неотъемлемая часть учебной работы студента по данной учебной дисциплине. Объемы и виды трудозатрат по всем отдельным видам представлены в программе. Общие планируемые затраты времени на выполнение всех видов аудиторных и внеаудиторных заданий соответствуют бюджету времени работы студентов, предусмотренному учебными планами по дисциплине в текущем семестре.

Перечни аудиторных и внеаудиторных занятий и заданий (тестов), вносимых в графики СРС, определяются в соответствии с программой учебной дисциплины.

Работа с книгой

Изучать курс рекомендуется по темам, предварительно ознакомившись с содержанием каждой из них по программе. При первом чтении следует стремиться к получению общего представления об излагаемых вопросах, а также отмечать трудные или неясные моменты. При повторном изучении темы необходимо освоить все теоретические положения. Рекомендуется вникать в сущность того или иного вопроса, но не пытаться запомнить отдельные факты и явления. Изучение любого вопроса на уровне сущности, а не на уровне отдельных явлений, способствует более глубокому и прочному усвоению материала.

Для более эффективного запоминания и усвоения изучаемого материала, полезно иметь рабочую тетрадь (использовать лекционный конспект) и заносить в нее формулировки и основные понятия, новые незнакомые термины, названия, определения и т.п. Весьма целесооб-

разно пытаться систематизировать учебный материал, проводить обобщение разнообразных фактов, сводить их в таблицы. Такая методика облегчает запоминание и уменьшает объем конспектируемого материала.

Изучая курс, полезно обращаться и к предметному указателю в конце книги. Пока тот или иной раздел не усвоен, переходить к изучению новых разделов не следует. Краткий конспект курса будет полезен при повторении материала в период подготовки к экзамену.

Изучение курса должно обязательно сопровождаться выполнением необходимых упражнений и решением задач. Решение задач - один из лучших методов прочного усвоения, проверки и закрепления теоретического материала. Этой же цели служат вопросы для самопроверки и тренировочные тесты, позволяющие контролировать степень успешности изучения учебного материала.

Консультации

Изучение дисциплины проходит под руководством преподавателя на базе делового сотрудничества. В случае затруднений, возникающих при изучении учебной дисциплины, студентам следует обращаться за консультацией к преподавателю, реализуя различные коммуникационные возможности: очные консультации (непосредственно в университете в часы приема преподавателя), заочные консультации (посредством электронной почты).

САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ТЕМ КУРСА

При самостоятельном изучении теоретического курса студентам необходимо:

самостоятельно освоить и проработать темы теоретического курса в соответствии с учебной программой дисциплины, основательно подготовить ответы на вопросы тестов по темам программы .

Самостоятельно изучаемые вопросы курса в последующем включаются в экзаменационные билеты.

ПОВТОРЕНИЕ МАТЕРИЛА ЛЕКЦИЙ

Для приобретения прочных знаний и выработки навыков самостоятельной работы по учебной дисциплине «Безопасность ведения горных работ и горноспасательное дело» необходимо повторить материал лекционных занятий, а также прочитать основную и дополнительную литературу, рекомендованную для самостоятельного изучения по данной дисциплине. Работа с материалом должна носить системный характер.

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Для успешной подготовки к практическим занятиям студенту невозможно ограничиться слушанием лекций. Требуется предварительная самостоятельная работа студентов по теме планируемого занятия. Студенты должны предварительно поработать над конспектом, учебником, учебным пособием, чтобы основательно овладеть теорией вопроса.

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к экзамену по дисциплине «Безопасность ведения горных работ и горноспасательное дело» обучающемуся рекомендуется:

Повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «Безопасность ведения горных работ и горноспасательное дело»

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса.

УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПРИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ И ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

1. О промышленной безопасности опасных производственных объектов [Электронный ресурс]: федеральный закон от 21.07.1997 № 116-ФЗ (с доп. и изм.). - Режим доступа: ИПС «КонсультантПлюс», в локальной сети вуза.

2. Об аварийно-спасательных службах и статусе спасателя. [Электронный ресурс]: федеральный закон от 22.08.1995 № 151-ФЗ (с доп. и изм.). - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

3. Об утверждении Положения о профессиональных аварийно-спасательных службах, профессиональных аварийно-спасательных формированиях, выполняющих горноспасательные работы, и Правил расчета стоимости обслуживания объектов ведения горных работ

профессиональными аварийно-спасательными службами, профессиональными аварийно-спасательными формированиями, выполняющими горноспасательные работы [Электронный ресурс]: постановление Правительства РФ от 27.04.2018 № 517. - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

4. Об утверждении Положения о ВГСЧ [Электронный ресурс]: постановление Правительства РФ от 28.01.2012 № 45 (с изм. и доп.). - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

5. Положение о проведении аттестации аварийно-спасательных служб, аварийно-спасательных формирований, спасателей и граждан, приобретающих статус спасателя [Электронный ресурс]: постановление Правительства РФ от 22.12.2011г. № 1091. - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

6. Положение о разработке планов мероприятий по локализации и ликвидации последствий аварий на опасных производственных объектах [Электронный ресурс]: постановление Правительства РФ от 15.09.2020г. № 1437. Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

7. «Методические рекомендации о порядке составления планов ликвидации аварий при ведении работ в подземных условиях» [Электронный ресурс]:. РД 15-11-2007: приказ Ростехнадзора от 24.05.2007 № 364. - Режим доступа: ИПС «КонсультантПлюс», в локальной сети вуза

8. Об утверждении табеля технического оснащения ВГСЧ [Электронный ресурс]: приказ МЧС России от 13.12.2012. № 766. - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

9. Руководство по организации технического обслуживания горноспасательного оснащения ФГУП «ВГСЧ» [Электронный ресурс]:: приказ ФГУП «ВГСЧ» МЧС России от 27.05.2014г. № 375. – Режим доступа: ИПС «КонсультантПлюс», в локальной сети вуза

10. Нормативы организации ВГСЧ [Электронный ресурс]: приказ МЧС от 29.11.2012г. № 707. - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

11. Положение о прохождении службы в ВГСЧ [Электронный ресурс]: Приказ МЧС от 18.03.2013г. № 180. - Режим доступа: ИПС «КонсультантПлюс», в локальной сети вуза

12. Устав внутренней службы военизированных горноспасательных частей [Электронный ресурс]: Приказ МЧС от 31.10.2018г. № 484. - Режим доступа: ИПС «КонсультантПлюс», в локальной сети вуза

13. Порядок создания ВГК [Электронный ресурс]: приказ МЧС от 22.11.2013г. № 765 (с доп. и изм.). - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

14. Положение об условиях оплаты труда, предоставления гарантий и компенсаций работникам ВГСЧ [Электронный ресурс]: приказ МЧС от 03.11.2015г № 581. - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

15. Устав ВГСЧ по организации и ведению горноспасательных работ [Электронный ресурс]:. приказ МЧС России от 09.06.2017 № 251. - Режим доступа: ИПС «КонсультантПлюс», в локальной сети вуза

16. Федеральные нормы и правила в области промышленной безопасности «Правила безопасности при ведении горных работ и переработке твердых полезных ископаемых» [Электронный ресурс]: приказ Ростехнадзора от 8.12.2020 № 505. – Режим доступа: ИПС «КонсультантПлюс», в локальной сети вуза.

17. Федеральные нормы и правила в области промышленной безопасности «Инструкция по локализации и ликвидации последствий аварий на опасных производственных объектах, на которых ведутся горные работы» [Электронный ресурс]: приказ Ростехнадзора от 11.12.2020 г. № 520. - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

РАЗВИТИЕ НАВЫКОВ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Технологическая безопасность и горноспасательное дело

Автор: Гладкова И. В., доцент, канд. филос. н.

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрена методической комиссией
Философии и культурологии	Горно-технологического факультета
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____ *(подпись)*	Председатель _____ *(подпись)*
Беляев В.П.	Колчина Н. В..
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол №1 от 14.09.2020	Протокол № 2 от 12.10.2020
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по работе с текстом лекций	5
2	Методические рекомендации по подготовке к опросу	8
3	Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)	9
4	Методические рекомендации по написанию эссе	11
5	Методические рекомендации по подготовке к семинарским занятиям	14
6	Методические рекомендации по подготовке к дискуссии	15
7	Методические рекомендации по написанию реферата	17
8	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	19
	Заключение	21
	Список использованных источников	22

ВВЕДЕНИЕ

Инициативная самостоятельная работа студента есть неотъемлемая составная часть учебы в вузе. В современном формате высшего образования значительно возрастает роль самостоятельной работы студента. Правильно спланированная и организованная самостоятельная работа обеспечивает достижение высоких результатов в учебе.

Самостоятельная работа студента (СРС) - это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, при сохранении ведущей роли студентов.

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности. Ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровней. Самостоятельная работа студента – важнейшая составная часть учебного процесса, обязательная для каждого студента, объем которой определяется учебным планом. Методологическую основу СРС составляет деятельностный подход, при котором цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, т. е. на реальные ситуации, в которых студентам надо проявить знание конкретной дисциплины. Предметно и содержательно СРС определяется государственным образовательным стандартом, действующими учебными планами и образовательными программами различных форм обучения, рабочими программами учебных дисциплин, средствами обеспечения СРС: учебниками, учебными пособиями и методическими руководствами, учебно-программными комплексами и т.д.

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

Самостоятельная работа студента - это особым образом организованная деятельность, включающая в свою структуру такие компоненты, как:

- уяснение цели и поставленной учебной задачи;
- четкое и системное планирование самостоятельной работы;
- поиск необходимой учебной и научной информации;
- освоение информации и ее логическая переработка;

- использование методов исследовательской, научно-исследовательской работы для решения поставленных задач;
- выработка собственной позиции по поводу полученной задачи;
- представление, обоснование и защита полученного решения;
- проведение самоанализа и самоконтроля.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию: текущие консультации, коллоквиум, прием и разбор домашних заданий и другие.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия: подготовка презентаций, составление глоссария, подготовка к практическим занятиям, подготовка рецензий, аннотаций на статью, подготовка к дискуссиям, круглым столам.

СРС может включать следующие формы работ:

- изучение лекционного материала;
- работа с источниками литературы: поиск, подбор и обзор литературы и электронных источников информации по заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий, выдаваемых на практических занятиях: тестов, докладов, контрольных работ и других форм текущего контроля;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение; подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе или коллоквиуму;
- подготовка к зачету, экзамену, другим аттестациям;
- написание реферата, эссе по заданной проблем;
- выполнение расчетно-графической работы;
- выполнение выполнение курсовой работы или проекта;
- анализ научной публикации по определенной преподавателем теме, ее реферирование;
- исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения. Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

Подготовка к самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

1. Методические рекомендации по работе с текстом лекций

На лекционных занятиях необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на формулировки, определения, раскрывающие содержание тех или иных понятий, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском мастерстве. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента, и помогает усвоить учебный материал.

Желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений, фиксировать вопросы, вызывающие личный интерес, варианты ответов на них, сомнения, проблемы, спорные положения. Рекомендуется вести записи на одной стороне листа, оставляя вторую сторону для размышлений, разборов, вопросов, ответов на них, для фиксирования деталей темы или связанных с ней фактов, которые припоминаются самим студентом в ходе слушания.

Слушание лекций - сложный вид интеллектуальной деятельности, успех которой обусловлен *умением слушать*, и стремлением воспринимать материал, нужное записывая в тетрадь. Запись лекции помогает сосредоточить внимание на главном, в ходе самой лекции продумать и осмыслить услышанное, осознать план и логику изложения материала преподавателем.

Такая работа нередко вызывает трудности у студентов: некоторые стремятся записывать все дословно, другие пишут отрывочно, хаотично. Чтобы избежать этих ошибок, целесообразно придерживаться ряда правил.

1. После записи ориентирующих и направляющих внимание данных (тема, цель, план лекции, рекомендованная литература) важно попытаться проследить, как они раскрываются в содержании, подкрепляются формулировками, доказательствами, а затем и выводами.

2. Записывать следует основные положения и доказывающие их аргументы, наиболее яркие примеры и факты, поставленные преподавателем вопросы для самостоятельной проработки.

3. Стремиться к четкости записи, ее последовательности, выделяя темы, подтемы, вопросы и подвопросы, используя цифровую и буквенную нумерацию (римские и арабские цифры, большие и малые буквы), красные строки, выделение абзацев, подчеркивание главного и т.д.

Форма записи материала может быть различной - в зависимости от специфики изучаемого предмета. Это может быть стиль учебной программы (назывные предложения), уместны и свои краткие пояснения к записям.

Студентам не следует подробно записывать на лекции «все подряд», но обязательно фиксировать то, что преподаватели диктуют – это базовый конспект, содержащий основные положения лекции: определения, выводы, параметры, критерии, аксиомы, постулаты, парадигмы, концепции, ситуации, а также мысли-маяки (ими часто являются афоризмы, цитаты, остроумные изречения). Запись лекции лучше вести в сжатой форме, короткими и четкими фразами. Каждому студенту полезно выработать свою систему сокращений, в которой он мог бы разобраться легко и безошибочно.

Даже отлично записанная лекция предполагает дальнейшую самостоятельную работу над ней (осмысление ее содержания, логической структуры, выводов). С целью доработки конспекта лекции необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить описки, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополняя и исправляя свои записи. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект. Доработанный конспект и

рекомендуемая литература используется при подготовке к практическому занятию. Знание лекционного материала при подготовке к практическому занятию обязательно.

Особенно важно в процессе самостоятельной работы над лекцией выделить новый понятийный аппарат, уяснить суть новых понятий, при необходимости обратиться к словарям и другим источникам, заодно устранив неточности в записях. Главное - вести конспект аккуратно и регулярно, только в этом случае он сможет стать подспорьем в изучении дисциплины.

Работа над лекцией стимулирует самостоятельный поиск ответов на самые различные вопросы: над какими понятиями следует поработать, какие обобщения сделать, какой дополнительный материал привлечь.

Важным средством, направляющим самообразование, является выполнение различных заданий по тексту лекции, например, составление ее развернутого плана или тезисов; ответы на вопросы проблемного характера, (скажем, об основных тенденциях развития той или иной проблемы); составление проверочных тесты по проблеме, написание по ней реферата, составление графических схем.

По своим задачам лекции могут быть разных жанров: *установочная лекция* вводит в изучение курса, предмета, проблем (что и как изучать), а *обобщающая лекция* позволяет подвести итог (зачем изучать), выделить главное, усвоить законы развития знания, преемственности, новаторства, чтобы применить обобщенный позитивный опыт к решению современных практических задач. Обобщающая лекция ориентирует в истории и современном состоянии научной проблемы.

В процессе освоения материалов обобщающих лекций студенты могут выполнять задания разного уровня. Например: задания *репродуктивного* уровня (составить развернутый план обобщающей лекции, составить тезисы по материалам лекции); задания *продуктивного* уровня (ответить на вопросы проблемного характера, составить опорный конспект по схеме, выявить основные тенденции развития проблемы); задания *творческого* уровня (составить проверочные тесты по теме, защитить реферат и графические темы по данной проблеме). Обращение к ранее изученному материалу не только помогает восстановить в памяти известные положения, выводы, но и приводит разрозненные знания в систему, углубляет и расширяет их. Каждый возврат к старому материалу позволяет найти в нем что-то новое, переосмыслить его с иных позиций, определить для него наиболее подходящее место в уже имеющейся системе знаний.

2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента. При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии [1].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[2].

---

[1] Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

[2]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. Объем времени на подготовку к устному опросу зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

3.Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)

Доклад – публичное сообщение по заданной теме, представляющее собой развернутое изложение на определенную тему, вид самостоятельной работы, который используется в учебных и внеаудиторных занятиях и способствует формированию навыков исследовательской работы, освоению методов научного познания, приобретению навыков публичного выступления, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить.

При подготовке доклада используется дополнительная литература, систематизируется материал. Работа над докладом не только позволяет учащемуся приобрести новые знания, но и способствует формированию важных научно-исследовательских навыков самостоятельной работы с научной литературой, что повышает познавательный интерес к научному познанию.

Приветствуется использование мультимедийных технологий, подготовка докладов-презентаций.

Доклад должен соответствовать следующим требованиям:

- тема доклада должна быть согласованна с преподавателем и соответствовать теме занятия;

- иллюстрации (слайды в презентации) должны быть достаточными, но не чрезмерными;

- материалы, которыми пользуется студент при подготовке доклада-презентации, должны соответствовать научно-методическим требованиям ВУЗа и быть указаны в докладе;

- необходимо соблюдать регламент: 7-10 минут выступления.

Преподаватель может дать тему сразу нескольким студентам одной группы, по принципу: докладчик и оппонент. Студенты могут подготовить два выступления с противоположными точками зрения и устроить дискуссию по проблемной теме. Докладчики и содокладчики во многом определяют содержание, стиль, активность данного занятия, для этого необходимо:

- использовать технические средства;
- знать и хорошо ориентироваться в теме всей презентации (семинара);
- уметь дискутировать и быстро отвечать на вопросы;
- четко выполнять установленный регламент: докладчик - 7-10 мин.; содокладчик - 5 мин.; дискуссия - 10 мин;
- иметь представление о композиционной структуре доклада.

После выступления докладчик и содокладчик, должны ответить на вопросы слушателей.

В подготовке доклада выделяют следующие этапы:

1. Определение цели доклада: информировать, объяснить, обсудить что-то (проблему, решение, ситуацию и т. п.)

2. Подбор литературы, иллюстративных примеров.

3. Составление плана доклада, систематизация материала, композиционное оформление доклада в виде печатного /рукописного текста и электронной презентации.

Общая структура доклада

Построение доклада включает три части: вступление, основную часть и заключение.

Вступление.

Вступление должно содержать:

- название презентации (доклада);
- сообщение основной идеи;
- обоснование актуальности обсуждаемого вопроса;

- современную оценку предмета изложения;
- краткое перечисление рассматриваемых вопросов;
- живую интересную форму изложения;
- акцентирование оригинальности подхода.

Основная часть.

Основная часть состоит из нескольких разделов, постепенно раскрывающих тему. Возможно использование иллюстрации (графики, диаграммы, фотографии, карты, рисунки) Если необходимо, для обоснования темы используется ссылка на источники с доказательствами, взятыми из литературы (цитирование авторов, указание цифр, фактов, определений). Изложение материала должно быть связным, последовательным, доказательным.

Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели и заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

Заключение.

Заключение - это ясное четкое обобщение, в котором подводятся итоги, формулируются главные выводы, подчеркивается значение рассмотренной проблемы, предлагаются самые важные практические рекомендации. Требования к оформлению доклада. Объем машинописного текста доклада должен быть рассчитан на произнесение доклада в течение 7 -10 минут (3-5 машинописных листа текста с докладом).

Доклад оценивается по следующим критериям:

Критерии оценки доклада, сообщения	*Количество баллов*
Содержательность, информационная насыщенность доклада	1
Наличие аргументов	1
Наличие выводов	1
Наличие презентации доклада	1
Владение профессиональной лексикой	1
Итого:	5

Электронные презентации выполняются в программе MS PowerPoint в виде слайдов в следующем порядке: • титульный лист с заголовком темы и автором исполнения презентации; • план презентации (5-6 пунктов - это максимум); • основная часть (не более 10 слайдов); • заключение (вывод). Общие требования к стилевому оформлению презентации: • дизайн должен быть простым и лаконичным; • основная цель - читаемость, а не субъективная красота; цветовая гамма должна состоять не более чем из двух-трех цветов; • всегда должно быть два типа слайдов: для титульных и для основного текста; • размер шрифта должен быть: 24–54 пункта (заголовок), 18–36 пунктов (обычный текст); • текст должен быть свернут до ключевых слов и фраз. Полные развернутые предложения на слайдах таких презентаций используются только при цитировании; каждый слайд должен иметь заголовок; • все слайды должны быть выдержаны в одном стиле; • на каждом слайде должно быть не более трех иллюстраций; • слайды должны быть пронумерованы с указанием общего количества слайдов

4. Методические рекомендации по написанию эссе

Эссе - это самостоятельная письменная работа на тему, предложенную преподавателем. Цель эссе состоит в развитии навыков самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных мыслей. Писать эссе чрезвычайно полезно, поскольку это позволяет автору научиться четко и грамотно формулировать мысли, структурировать информацию, использовать основные категории анализа, выделять причинно-следственные связи, иллюстрировать понятия соответствующими примерами, аргументировать свои выводы; овладеть научным стилем речи.

Эссе должно содержать: четкое изложение сути поставленной проблемы, включать самостоятельно проведенный анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария, рассматриваемого в рамках дисциплины, выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме. В зависимости от специфики дисциплины формы эссе могут значительно дифференцироваться. В некоторых случаях это может быть анализ имеющихся статистических данных по изучаемой проблеме, анализ материалов из средств массовой информации и использованием изучаемых моделей, подробный разбор предложенной задачи с развернутыми мнениями, подбор и детальный анализ примеров, иллюстрирующих проблему и т.д.

Построение эссе - это ответ на вопрос или раскрытие темы, которое основано на классической системе доказательств.

Структура эссе

1. *Титульный лист* (заполняется по единой форме);

2. *Введение* - суть и обоснование выбора данной темы, состоит из ряда компонентов, связанных логически и стилистически.

На этом этапе очень важно правильно *сформулировать вопрос, на который вы собираетесь найти ответ в ходе своего исследования.*

3. *Основная часть* - теоретические основы выбранной проблемы и изложение основного вопроса.

Данная часть предполагает развитие аргументации и анализа, а также обоснование их, исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. В этом заключается основное содержание эссе и это представляет собой главную трудность. Поэтому важное значение имеют подзаголовки, на основе которых осуществляется структурирование аргументации; именно здесь необходимо обосновать (логически, используя данные или строгие рассуждения) предлагаемую аргументацию/анализ. Там, где это необходимо, в качестве аналитического инструмента можно использовать графики, диаграммы и таблицы.

В зависимости от поставленного вопроса анализ проводится на основе следующих категорий:

Причина - следствие, общее - особенное, форма - содержание, часть - целое, постоянство - изменчивость.

В процессе построения эссе необходимо помнить, что один параграф должен содержать только одно утверждение и соответствующее доказательство, подкрепленное графическим и иллюстративным материалом. Следовательно, наполняя содержанием разделы аргументацией (соответствующей подзаголовкам), необходимо в пределах параграфа ограничить себя рассмотрением одной главной мысли.

Хорошо проверенный (и для большинства — совершено необходимый) способ построения любого эссе - использование подзаголовков для обозначения ключевых моментов аргументированного изложения: это помогает посмотреть на то, что предполагается сделать (и ответить на вопрос, хорош ли замысел). Такой подход поможет следовать точно определенной цели в данном исследовании. Эффективное использование подзаголовков - не только обозначение основных пунктов, которые необходимо осветить.

Их последовательность может также свидетельствовать о наличии или отсутствии логичности в освещении темы.

4. *Заключение* - обобщения и аргументированные выводы по теме с указанием области ее применения и т.д. Подытоживает эссе или еще раз вносит пояснения, подкрепляет смысл и значение изложенного в основной части. Методы, рекомендуемые для составления заключения: повторение, иллюстрация, цитата, впечатляющее утверждение. Заключение может содержать такой очень важный, дополняющий эссе элемент, как указание на применение (импликацию) исследования, не исключая взаимосвязи с другими проблемами.

Структура аппарата доказательств, необходимых для написания эссе

Доказательство - это совокупность логических приемов обоснования истинности какого-либо суждения с помощью других истинных и связанных с ним суждений. Оно связано с убеждением, но не тождественно ему: аргументация или доказательство должны основываться на данных науки и общественно-исторической практики, убеждения же могут быть основаны на предрассудках, неосведомленности людей в вопросах экономики и политики, видимости доказательности. Другими словами, доказательство или аргументация - это рассуждение, использующее факты, истинные суждения, научные данные и убеждающее нас в истинности того, о чем идет речь.

Структура любого доказательства включает в себя три составляющие: тезис, аргументы и выводы или оценочные суждения.

Тезис - это положение (суждение), которое требуется доказать. *Аргументы* - это категории, которыми пользуются при доказательстве истинности тезиса. *Вывод* - это мнение, основанное на анализе фактов. *Оценочные суждения* - это мнения, основанные на наших убеждениях, верованиях или взглядах. *Аргументы* обычно делятся на следующие группы:

1. *Удостоверенные факты* — фактический материал (или статистические данные).
2. *Определения* в процессе аргументации используются как описание понятий, связанных с тезисом.
3. *Законы* науки и ранее доказанные теоремы тоже могут использоваться как аргументы доказательства.

Требования к фактическим данным и другим источникам

При написании эссе чрезвычайно важно то, как используются эмпирические данные и другие источники (особенно качество чтения). Все (фактические) данные соотносятся с конкретным временем и местом, поэтому прежде, чем их использовать, необходимо убедится в том, что они соответствуют необходимому для исследований времени и месту. Соответствующая спецификация данных по времени и месту — один из способов, который может предотвратить чрезмерное обобщение, результатом которого может, например, стать предположение о том, что все страны по некоторым важным аспектам одинаковы (если вы так полагаете, тогда это должно быть доказано, а не быть голословным утверждением).

Всегда можно избежать чрезмерного обобщения, если помнить, что в рамках эссе используемые данные являются иллюстративным материалом, а не заключительным актом, т.е. они подтверждают аргументы и рассуждения и свидетельствуют о том, что автор умеет использовать данные должным образом. Нельзя забывать также, что данные, касающиеся спорных вопросов, всегда подвергаются сомнению. От автора не ждут определенного или окончательного ответа. Необходимо понять сущность фактического материала, связанного с этим вопросом (соответствующие индикаторы? насколько надежны данные для построения таких индикаторов? к какому заключению можно прийти на основании имеющихся данных и индикаторов относительно причин и следствий? и т.д.), и продемонстрировать это в эссе. Нельзя ссылаться на работы, которые автор эссе не читал сам.

Как подготовить и написать эссе?

Качество любого эссе зависит от трех взаимосвязанных составляющих, таких как:

1. Исходный материал, который будет использован (конспекты прочитанной литературы, лекций, записи результатов дискуссий, собственные соображения и накопленный опыт по данной проблеме).

2. Качество обработки имеющегося исходного материала (его организация, аргументация и доводы).

3. Аргументация (насколько точно она соотносится с поднятыми в эссе проблемами).

Процесс написания эссе можно разбить на несколько стадий: обдумывание - планирование - написание - проверка - правка.

Планирование - определение цели, основных идей, источников информации, сроков окончания и представления работы.

Цель должна определять действия.

Идеи, как и цели, могут быть конкретными и общими, более абстрактными. Мысли, чувства, взгляды и представления могут быть выражены в форме аналогий, ассоциации, предположений, рассуждений, суждений, аргументов, доводов и т.д.

Аналогии - выявление идеи и создание представлений, связь элементов значений.

Ассоциации - отражение взаимосвязей предметов и явлений действительности в форме закономерной связи между нервно - психическими явлениями (в ответ на тот или иной словесный стимул выдать «первую пришедшую в голову» реакцию).

Предположения - утверждение, не подтвержденное никакими доказательствами.

Рассуждения - формулировка и доказательство мнений.

Аргументация - ряд связанных между собой суждений, которые высказываются для того, чтобы убедить читателя (слушателя) в верности (истинности) тезиса, точки зрения, позиции.

Суждение - фраза или предложение, для которого имеет смысл вопрос: истинно или ложно?

Доводы - обоснование того, что заключение верно абсолютно или с какой-либо долей вероятности. В качестве доводов используются факты, ссылки на авторитеты, заведомо истинные суждения (законы, аксиомы и т.п.), доказательства (прямые, косвенные, «от противного», «методом исключения») и т.д.

Перечень, который получится в результате перечисления идей, поможет определить, какие из них нуждаются в особенной аргументации.

Источники. Тема эссе подскажет, где искать нужный материал. Обычно пользуются библиотекой, Интернет-ресурсами, словарями, справочниками. Пересмотр означает редактирование текста с ориентацией на качество и эффективность.

Качество текста складывается из четырех основных компонентов: ясности мысли, внятности, грамотности и корректности.

Мысль - это содержание написанного. Необходимо четко и ясно формулировать идеи, которые хотите выразить, в противном случае вам не удастся донести эти идеи и сведения до окружающих.

Внятность - это доступность текста для понимания. Легче всего ее можно достичь, пользуясь логично и последовательно тщательно выбранными словами, фразами и взаимосвязанными абзацами, раскрывающими тему.

Грамотность отражает соблюдение норм грамматики и правописания. Если в чем-то сомневаетесь, загляните в учебник, справьтесь в словаре или руководстве по стилистике или дайте прочитать написанное человеку, чья манера писать вам нравится.

Корректность — это стиль написанного. Стиль определятся жанром, структурой работы, целями, которые ставит перед собой пишущий, читателями, к которым он обращается.

5. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой *дискуссию* в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие подведением итогоа обсуждения, заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия, демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Готовясь к конкретной теме занятия следует ознакомиться с новыми официальными документами, статьями в периодических журналах, вновь вышедшими монографиями.

6. Методические рекомендации по подготовке к дискуссии

Современная практика предлагает широкий круг типов семинарских занятий. Среди них особое место занимает *семинар-дискуссия,* где в диалоге хорошо усваивается новая информация, видны убеждения студента, обсуждаются противоречия (явные и скрытые) и

недостатки. Для обсуждения берутся конкретные актуальные вопросы, с которыми студенты предварительно ознакомлены. Дискуссия является одной из наиболее эффективных технологий группового взаимодействия, обладающей особыми возможностями в обучении, развитии и воспитании будущего специалиста.

Дискуссия (от лат. discussio - рассмотрение, исследование) - способ организации совместной деятельности с целью интенсификации процесса принятия решений в группе посредством обсуждения какого-либо вопроса или проблемы.

Дискуссия обеспечивает активное включение студентов в поиск истины; создает условия для открытого выражения ими своих мыслей, позиций, отношений к обсуждаемой теме и обладает особой возможностью воздействия на установки ее участников в процессе группового взаимодействия. Дискуссию можно рассматривать как *метод интерактивного обучения* и как особую технологию, включающую в себя другие методы и приемы обучения: «мозговой штурм», «анализ ситуаций» и т.д.

Обучающий эффект дискуссии определяется предоставляемой участнику возможностью получить разнообразную информацию от собеседников, продемонстрировать и повысить свою компетентность, проверить и уточнить свои представления и взгляды на обсуждаемую проблему, применить имеющиеся знания в процессе совместного решения учебных и профессиональных задач.

Развивающая функция дискуссии связана со стимулированием творчества обучающихся, развитием их способности к анализу информации и аргументированному, логически выстроенному доказательству своих идей и взглядов, с повышением коммуникативной активности студентов, их эмоциональной включенности в учебный процесс.

Влияние дискуссии на личностное становление студента обусловливается ее целостно - ориентирующей направленностью, созданием благоприятных условий для проявления индивидуальности, самоопределения в существующих точках зрения на определенную проблему, выбора своей позиции; для формирования умения взаимодействовать с другими, слушать и слышать окружающих, уважать чужие убеждения, принимать оппонента, находить точки соприкосновения, соотносить и согласовывать свою позицию с позициями других участников обсуждения.

Безусловно, наличие оппонентов, противоположных точек зрения всегда обостряет дискуссию, повышает ее продуктивность, позволяет создавать с их помощью конструктивный конфликт для более эффективного решения обсуждаемых проблем.

Существует несколько видов дискуссий, использование того или иного типа дискуссии зависит от характера обсуждаемой проблемы и целей дискуссии.

Дискуссия- диалог чаще всего применяется для совместного обсуждения учебных и производственных проблем, решение которых может быть достигнуто путем взаимодополнения, группового взаимодействия по принципу «индивидуальных вкладов» или на основе согласования различных точек зрения, достижения консенсуса.

Дискуссия - спор используется для всестороннего рассмотрения сложных проблем, не имеющих однозначного решения даже в науке, социальной, политической жизни, производственной практике и т.д. Она построена на принципе «позиционного противостояния» и ее цель - не столько решить проблему, сколько побудить участников дискуссии задуматься над проблемой, уточнить и определить свою позицию; научить аргументировано отстаивать свою точку зрения и в то же время осознать право других иметь свой взгляд на эту проблему, быть индивидуальностью.

Условия эффективного проведения дискуссии:

- информированность и подготовленность студентов к дискуссии,
- свободное владение материалом, привлечение различных источников для аргументации отстаиваемых положений;
- правильное употребление понятий, используемых в дискуссии, их единообразное понимание;
- корректность поведения, недопустимость высказываний, задевающих личность оппонента; установление регламента выступления участников;
- полная включенность группы в дискуссию, участие каждого студента в ней.

Подготовка студентов к дискуссии: если тема объявлена заранее, то следует ознакомиться с указанной литературой, необходимыми справочными материалами, продумать свою позицию, четко сформулировать аргументацию, выписать цитаты, мнения специалистов.

В проведении дискуссии выделяется несколько этапов.

Этап 1-й, введение в дискуссию: формулирование проблемы и целей дискуссии;

определение значимости проблемы, совместная выработка правил дискуссии; выяснение однозначности понимания темы дискуссии, используемых в ней терминов, понятий.

Этап 2-й, обсуждение проблемы: обмен участниками мнениями по каждому вопросу. Цель этапа - собрать максимум мнений, идей, предложений, соотнося их друг с другом.

Этап 3-й, подведение итогов обсуждения: выработка студентами согласованного мнения и принятие группового решения.

Далее подводятся итоги дискуссии, заслушиваются и защищаются проектные задания. После этого проводится "мозговой штурм" по нерешенным проблемам дискуссии, а также выявляются прикладные аспекты, которые можно рекомендовать для включения в курсовые и дипломные работы или в апробацию на практике.

Семинары-дискуссии проводятся с целью выявления мнения студентов по актуальным и проблемным вопросам.

7. Методические рекомендации по написанию реферата

Слово "реферат" (от латинского – referre – докладывать, сообщать) означает сжатое изложение в устной или письменной форме содержания какого–либо вопроса или темы на основе критического обзора информации.

Написание реферата - вид самостоятельной работы студента, содержащий информацию, дополняющую и развивающую основную тему, изучаемую на аудиторных занятиях. Реферат может включать обзор нескольких источников и служить основой для доклада на семинарах, конференциях.

При подготовке реферата необходимо соблюдать следующие правила.

Ясно и четко сформулировать цель и задачи реферата, отражающие тему или решение проблемы.

Найти литературу по выбранной теме; составить перечень источников, обязательных к прочтению.

Только после предварительной подготовки следует приступать к написанию реферата. Прежде всего, составить план, выделить в нем части.

Введение. В этом разделе раскрывается цель и задачи работы; здесь необходимо сформулировать проблему, которая будет проанализирована в реферате, изложить своё отношение к ней, то есть мотивацию выбора; определить особенность постановки данной проблемы авторами изученной литературы; объяснить актуальность и социальную значимость выбранной темы.

Основная часть. Разделы, главы, параграфы основной части должны быть направлены на рассмотрение узловых моментов в теме реферата. Изложение содержания изученной литературы предполагает его критическое осмысление, глубокий логический анализ.

Каждый раздел основной части реферата предполагает детальное изучение отдельного вопроса темы и последовательное изложение структуры текстового материала с обязательными ссылками на первоисточник. В целом, содержание основной части должно отражать позиции отдельных авторов, сравнительную характеристику этих позиций, выделение узловых вопросов дискурса по выбранной для исследования теме.

Заключение. В заключении автор реферата должен сформулировать личную позицию в отношении изученной проблемы и предложить, может быть, свои способы её решения. Целесообразно сделать общие выводы по теме реферата и ещё раз отметить её актуальность и социальную значимость.

Список использованных источников и литературы.

Написание рефератов является одной из форм обучения студентов, направленной на организацию и повышение уровня самостоятельной работы, а также на усиление контроля за этой работой.

В отличие от теоретических семинаров, при проведении которых приобретаются, в частности, навыки высказывания своих суждений и изложения мнений других авторов в устной форме, написание рефератов формирует навыки изложения своих мыслей в письменной форме грамотным языком, хорошим стилем.

В зависимости от содержания и назначения в учебном процессе рефераты можно подразделить на два основных типа: научно-проблемные и обзорно-информационные.

Научно-проблемный реферат. При написании такого реферата следует изучить и кратко изложить имеющиеся в литературе суждения по определенному, спорному в теории, вопросу (проблеме) по данной теме, высказать по этому вопросу (проблеме) собственную точку зрения с соответствующим ее обоснованием.

Обзорно-информационный реферат. Разновидностями такого реферата могут быть следующие:

1) краткое изложение основных положений той или иной книги, монографии, содержащих материалы, относящиеся к изучаемой теме по курсу дисциплины;

2) подбор и краткое изложение содержания статей по определенной проблеме (теме, вопросу), опубликованных в различных журналах за определенный период, либо в сборниках («научных трудах», «ученых записках» и т.д.).

Темы рефератов определяются преподавателем. Литература либо рекомендуется преподавателем, либо подбирается аспирантами самостоятельно, что является одним из элементов самостоятельной работы.

Объем реферата должен быть в пределах 15 страниц машинописного текста через 1,5 интервала. При оформлении реферата необходимо ориентироваться на правила и установленные стандарты для учебных и научных работ.

Реферат сдается в указанные преподавателем сроки.

Критерии оценивания:

- достижение поставленной цели и задач исследования (новизна и актуальность поставленных в реферате проблем, правильность формулирования цели, определения задач исследования, правильность выбора методов решения задач и реализации цели; соответствие выводов решаемым задачам, поставленной цели, убедительность выводов);
- уровень эрудированности автора по изученной теме (знание автором состояния изучаемой проблематики, цитирование источников, степень использования в работе результатов исследований);
- личные заслуги автора реферата (новые знания, которые получены помимо основной образовательной программы, новизна материала и рассмотренной проблемы, научное значение исследуемого вопроса);
- культура письменного изложения материала (логичность подачи материала, грамотность автора);
- культура оформления материалов работы (соответствие реферата всем стандартным требованиям);
- знания и умения на уровне требований стандарта данной дисциплины: знание фактического материала, усвоение общих понятий и идей;
- степень обоснованности аргументов и обобщений (полнота, глубина, всестороннее раскрытие темы, корректность аргументации и системы доказательств, характер и достоверность примеров, иллюстративного материала, наличие знаний интегрированного характера, способность к обобщению);
- качество и ценность полученных результатов (степень завершенности реферативного исследования, спорность или однозначность выводов);
- корректное использование литературных источников, грамотное оформление ссылок.

8. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;

- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон, иначе в день экзамена не будет чувства бодрости и уверенности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства.

Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестное выполнение заданий;

3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

2. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

3. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО
Методической комиссией
горно-механического факультета

«___» _____ 2018 г.
Председатель комиссии
проф. В. П. Барановский

Брагин В. Г., Волков Е. Б., Казаков Ю. М.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебное пособие

Издание УГГУ Екатеринбург, 2018

УДК 531
Б 87

Рецензент: *Н. М. Суслов*, д-р техн. наук, заведующий кафедрой ГМК
Уральского государственного горного университета.

Учебное пособие рассмотрено на заседании кафедры технической механики от «07» июня 2018 г. (протокол № 7) и рекомендовано для издания в УГГУ.

Печатается по решению Учебно-методического совета Уральского государственного горного университета.

Брагин В. Г., Волков Е. Б., Казаков Ю. М.

Б 87 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА: Учебное пособие / Ю. М. Казаков, В. Г. Брагин, Е. Б. Волков. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – 250 с.
ISBN 978-5-8019-0460-3

Учебное пособие содержит краткие методические указания, примеры решений задач и упражнения для самостоятельной работы по основным темам курса теоретической механики: статика, кинематика точки и простейшие движения твёрдых тел, сложное движение точки, динамика точки и механической системы. Учебное пособие для студентов всех специальностей очной и заочной форм обучения.

ISBN 978-5-8019-0460-3

©Брагин В. Г., Волков Е. Б.,
Казаков Ю. М., 2018
©Уральский государственный горный университет, 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. СТАТИКА 4
1.1. Основные понятия статики 4
1.2. Система сходящихся сил. Условия равновесия 9
1.3. Произвольная плоская система сил 16
1.4. Равновесие систем тел 26
1.5. Произвольная пространственная система сил 34
1.6. Равновесие тел при наличии сил трения 44
2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЁРДОГО ТЕЛА 55
2.1. Криволинейное движение точки 55
2.2. Поступательное движение и вращение твердого тела 62
вокруг неподвижной оси 62
2.3. Скорости точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела 73
2.4. Ускорения точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела 84
3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ 100
3.1. Основные понятия и определения сложного движения точки 100
4. ДИНАМИКА ТОЧКИ 114
4.1. Дифференциальные уравнения движения точки 114
4.2. Колебания материальной точки 124
4.3. Теорема об изменении кинетической энергии точки 134
5. ОБЩИЕ ТЕОРЕМЫ ДИНАМИКИ СИСТЕМЫ 146
5.1. Теорема о движении центра масс системы 146
5.2. Теорема об изменении кинетического момента системы
относительно оси 148
5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы 153
5.4. Применение общих теорем динамики системы к описанию
движений твёрдого тела 162
6. ПРИНЦИПЫ МЕХАНИКИ 177
6.1. Принцип Даламбера для системы 177
6.2. Принцип возможных перемещений 182
6.3. Общее уравнение динамики 189
6.4. Уравнения Лагранжа II рода 201
7. ОТВЕТЫ И КРАТКИЕ ПОЯСНЕНИЯ 220
7.1. Ответы к упражнениям главы 1 220
7.2. Ответы к упражнениям главы 2 226
7.3. Ответы к упражнениям главы 3 231
7.4. Ответы к упражнениям главы 4 233
7.5. Ответы к упражнениям главы 5 236
7.6. Ответы к упражнениям главы 6 241
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 249

1. СТАТИКА

1.1. Основные понятия статики

Статика представляет раздел теоретической механики, в котором освещаются условия равновесия тел под действием систем сил.

Материальной точкой называют простейшую модель материального тела, размерами которого можно пренебречь и которое можно принять за геометрическую точку, имеющую массу, равную массе тела. Совокупность материальных точек называется **системой материальных точек**. Если система материальных точек такова, что движение каждой точки зависит от положения и движения остальных точек системы, то система называется **механической системой материальных точек**. Любое материальное тело представляет собой механическую систему материальных точек. Если точки системы связаны между собой так, что расстояния между любыми двумя точками не изменяются, то система называется **неизменяемой системой**, а тело – **абсолютно твердым телом**.

Силой в механике называют меру механического действия одного материального объекта (например, твердого тела) на другой. Единицей измерения силы в системе СИ является ньютон (Н). Совокупность сил, действующих на механическую систему (в частности, на твёрдое тело), называют **системой сил.**

Если система сил, приложенная к твердому телу, оставляет его в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения, то такая система сил называется **уравновешенной,** или **системой сил, эквивалентной нулю**.

Если одну систему сил, действующих на твердое тело или материальную точку, можно заменить другой системой, не изменяя при этом состояния покоя или движения, в котором находится тело или материальная точка, то такие две системы сил называются **эквивалентными**. Если система сил эквивалентна одной силе, то эта сила называется **равнодействующей** данной системы сил.

Основные виды связей и их реакции

Всякое твердое тело, которое может занимать произвольное положение в пространстве, называется свободным. Если на тело наложены внешние связи, стесняющие (ограничивающие) свободу его перемещений, то тело является несвободным. Сила, с которой данная связь действует на тело, препятствуя его перемещениям, называется **реакцией связи**. Всякое несвободное твердое тело можно рассматривать как свободное, если освободить тело от связей и заменить действие связей их реакциями. **Реакция связи направлена в сторону, противоположную тому направлению, вдоль которого связь препятствует перемещению тела.**

Опора тела на гладкую плоскость (поверхность) без трения. Реакция $\vec{R}$ абсолютно гладкой поверхности приложена в точке касания и направлена перпендикулярно к общей касательной соприкасающихся поверхностей (рис. 1.1, *a*). Такая реакция называется **нормальной реакцией**.

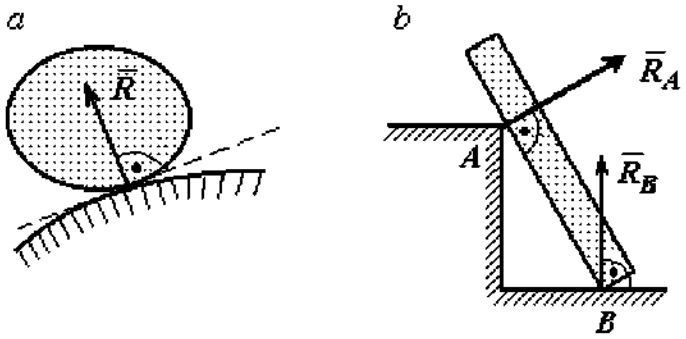


Рис. 1.1. Реакция опоры:

Брус с гладкой поверхностью (рис. 1.1, *b*), опирающийся в точке *B* на гладкий пол и в точке *A* на ребро (точечную опору), имеет реакциями опор $\vec{R}_B$ – реакцию пола и $\vec{R}_A$ – реакцию ребра (точечной опоры). Реакции приложены к брусу и направлены по нормалям к поверхности пола и поверхности бруса.

Цилиндрический шарнир и подвижная опора (каток). Цилиндрический шарнир (на рис. 1.2, *a* обозначен буквой *A*) представляет собой устройство, которое допускает поворот тела в плоскости, перпендикулярной оси шарнира (например, цилиндрическая втулка, надетая на неподвижный цилиндр).

Реакция цилиндрического шарнира $\vec{R}_A$ лежит в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. При решении задач неизвестную по величине и направлению реакцию цилиндрического шарнира представляют в виде составляющих, $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, направленных вдоль координатных осей (см. рис. 1.2, *a*). Величина реакции $\vec{R}_A$ определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$, где $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$ – составляющие реакции.

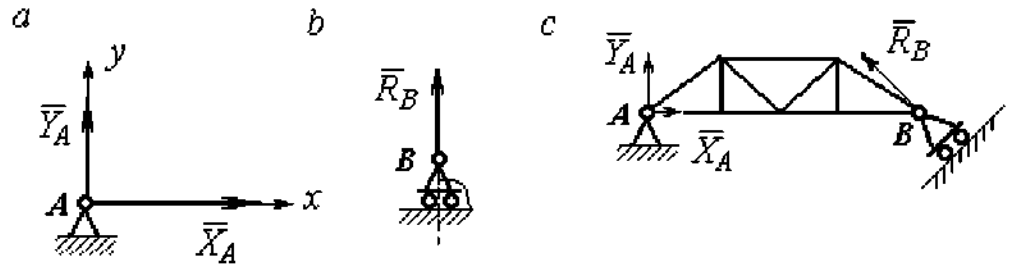


Рис. 1.2. Реакции шарнирных опор:
a – цилиндрический шарнир; *b* – каток; *c* – мостовая конструкция с цилиндрической шарнирной опорой и опорой на каток

Реакция $\vec{R}_B$ опоры на каток (подвижной опоры) (рис. 1.2, *b*) перпендикулярна опорной поверхности.

На рис. 1.2, *c* показаны реакции связей мостовой конструкции с цилиндрической шарнирной опорой и подвижной опорой (катком). Реакция цилиндрического шарнира в точке *A* изображена в виде разложения на взаимно перпендикулярные составляющие $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, реакция $\vec{R}_B$ катка в точке *B* перпендикулярна наклонной плоскости, на которой стоит каток.

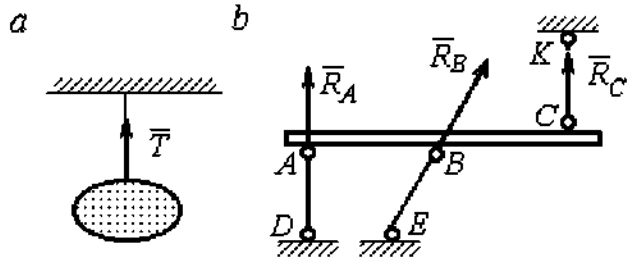


Рис. 1.3. Реакция гибкой нити и невесомого стержня

Гибкая связь и жесткий невесомый стержень. Связь в виде гибкой нерастяжимой нити (каната, троса) препятствует удалению тела от точки подвеса. (рис. 1.3, *a*). Реакция связи $\vec{T}$,

равная натяжению нити, приложена к телу и направлена вдоль нити в сторону противоположную направлению, вдоль которого нить препятствует перемещению тела

Если опорой тела служит невесомый стержень с шарнирами на концах, то реакция прямолинейного стержня приложена к телу и направлена вдоль стержня. Направление реакции стержня противоположно направлению, по которому стержень препятствует перемещению тела.

Реакции невесомых стержней, удерживающих балку, изображённую на рис. 1.3, *b*, направлены исходя из предположения, что балка может перемещаться вниз. При этом стержни *AD* и *BE* сжаты, а стержень *CK* растянут.

Сферический шарнир. Связь в виде сферического шарнира не позволяет перемещать тело в пространстве, но допускает поворот в пространстве вокруг неподвижной точки. Реакция сферического шарнира может иметь любое направление в пространстве. При решении задач реакцию изображают ее составляющими. На рис. 1.4 реакция $\vec{R}_A$ сферического шарнира A разложена на составляющие $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A$ по направлениям координатных осей. Величина реакции сферического шарнира определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2}$.

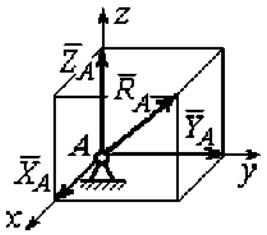


Рис. 1.4. Реакция сферического шарнира

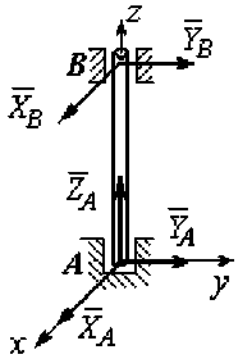


Рис. 1.5. Реакции подшипника и подпятника

Подшипник и подпятник. Подшипник представляет собой цилиндрический шарнир (рис. 1.5, подшипник *B*). Его реакция может иметь любое направление в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. При решении задач реакция подшипника раскладывается на две составляющие. Например, на рис. 1.5 реакция $\vec{R}_B$ подшип-

ника B разложена на составляющие $\vec{X}_B, \vec{Y}_B$, параллельные координатным осям. Величина реакции подшипника определяется по формуле: $R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2}$.

Подпятник является цилиндрическим шарниром с упором. В задачах реакция подпятника обычно изображается векторами $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A$, представляющими разложение силы реакции подпятника по заданным направлениям координатных осей (см. рис. 1.5, подпятник A). Величина реакции подпятника определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2}$.

Проекция силы на ось и на плоскость

Проекция силы на ось есть алгебраическая величина, равная произведению модуля силы на косинус угла между силой и положительным направлением оси. Если этот угол острый, проекция положительна, если тупой – отрицательна. Если сила перпендикулярна оси, её проекция на ось равна нулю.

Проекции сил $\vec{F}$, $\vec{Q}$, $\vec{P}$, изображённых на рис. 1.6, *a*, на ось x: $F_x = F\cos\alpha$, $Q_x = Q\cos\alpha_1 = -Q\cos\varphi$, $P_x = P\cos 90^\circ = 0$.

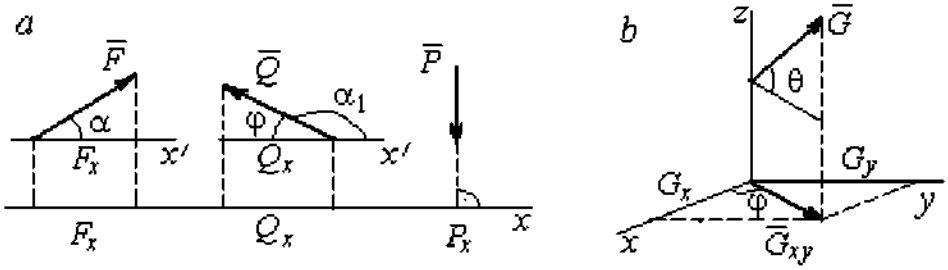


Рис. 1.6. Проекция силы на ось и на плоскость:
a – проекция силы на ось; *b* – проекция силы на плоскость

Проекцией силы на плоскость называется вектор, заключённый между проекциями начала и конца силы $\vec{G}$ на эту плоскость.

На рис. 1.6, *b* вектор $\vec{G}_{xy}$ является проекцией силы $\vec{G}$ на плоскость xy. По величине $G_{xy} = G\cos\theta$, где θ – угол между направлением силы $\vec{G}$ и её проек-

ции $\vec{G}_{xy}$. Проекции силы $\vec{G}$ на оси xyz: $G_x = G_{xy}\cos\varphi = G\cos\theta\cos\varphi$, $G_y = G_{xy}\sin\varphi = G\cos\theta\sin\varphi$, $G_z = G\sin\theta$.

1.2. Система сходящихся сил. Условия равновесия

Для равновесия **пространственной системы сходящихся сил** необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из трёх осей прямоугольной системы координат были равны нулю:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum F_{kz} = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} – проекции всех сил на координатные оси.

Для равновесия **плоской системы сходящихся сил** необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух осей прямоугольной системы координат, расположенной в плоскости действия сил, были равны нулю: $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$, где F_{kx}, F_{ky} – проекции всех сил на координатные оси.

Примеры решения задач на равновесие сходящейся системы сил

Задача 1. Каток весом 20 кН удерживается на гладкой наклонной плоскости тросом, который одним концом закреплён на поверхности шара, а другим – на вертикальной стене (рис. 1.7). Угол наклона троса к вертикальной стене $\beta = 120°$. Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 45°$. Определить силу давления катка на плоскость и натяжение троса.

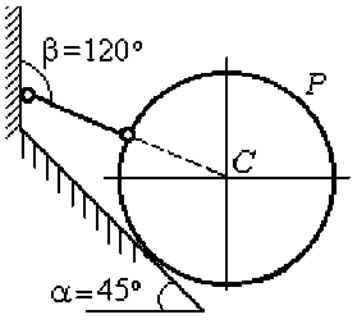


Рис. 1.7. Равновесие шара

Решение

При равновесии на каток действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция троса $\vec{N}$ и реакция опоры $\vec{R}$. Линии действия всех сил находятся в одной плоскости и пересекаются в центре шара. Направления реакций показаны на рис. 1.8.

Условия равновесия плоской сходящейся системы сил:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0.$$

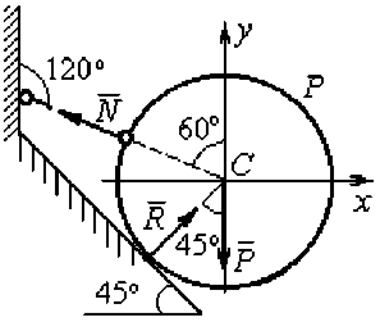


Рис. 1.8. Силы, действующие на каток, при его равновесии

Проведя оси координат, как показано на рис. 1.8, выразим условия равновесия в виде системы уравнений:

$$\sum F_{kx} = -N\cos 30^\circ + R\cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = N\cos 60^\circ + R\cos 45^\circ - P = 0.$$

Подставляя в уравнения исходные данные задачи, найдем: N = 14,64 кН, R = 17,93 кН.

Натяжение троса равно модулю его реакции. Сила давления катка на плоскость равна реакции опоры гладкой плоскости, но направлена в противоположную сторону.

Задача 2. Кронштейн состоит из невесомых стержней AC и BC, скрепленных друг с другом и с вертикальной стеной шарнирами, как показано на рис. 1.9. Стержень BC горизонтален, стержень AC составляет с горизонталью угол $\beta = 60^\circ$. К шарниру C прикреплены два троса, удерживающие грузы 1 и 2 весом G_1 = 10 кН и G_2 = 12 кН. Трос, удерживающий груз 1, вертикален, а другой перекинут через блок D так, что угол наклона участка троса CD к вертикали $\alpha = 60^\circ$. Определить реакции стержней BC и AC.

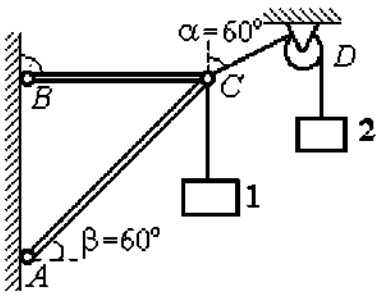


Рис. 1.9. Равновесие кронштейна

Решение

Рассмотрим равновесие узла C, в котором закреплены стержни и тросы. На узел C действуют реакции $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ тросов, натянутых грузами 1 и 2, и реакции $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$ стержней BC и AC (рис. 1.10). Модули реакций тросов $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ равны весу грузов: $T_1 = G_1$, $T_2 = G_2$.

Плоская система сил ($\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$, $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$) является сходящейся. Условия равновесия: $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$. Проведя оси координат xCy, как показано на рис. 1.10, и определяя проекции сил на оси, получим систему уравнений:

$$N_1 + N_2\cos 60^\circ - T_2\cos 30^\circ = 0;$$

$$N_2\cos 30^\circ + T_1 - T_2\cos 60^\circ = 0.$$

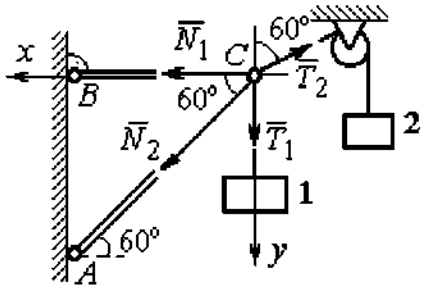


Рис. 1.10. Силы, действующие на узел C при его равновесии

Подставим в уравнения исходные данные задачи. С учётом того, что $T_1 = G_1 = 10$ кН, $T_2 = G_2 = 12$ кН, найдём значения реакций: $N_1 = 12{,}7$ кН, $N_2 = -4{,}62$ кН. Отрицательная величина N_2 означает, что вектор $\vec{N}_2$ реакции стержня AC направлен в противоположную сторону.

Задача 3. Груз весом $P = 20$ кН поднимается стержневым краном ABC посредством каната, перекинутого через блоки B и D (рис. 1.11). Блок B установлен в месте шарнирного соединения невесомых стержней AB и BC, блок D укреплён так, что участок троса DB составляет с вертикалью угол $\beta = 60^\circ$. Стержни AB и BC соединены со стенками шарнирами. Конец троса, несущий груз P, переброшен через блок E и на отрезке BE составляет с вертикалью угол $\alpha = 30^\circ$. Пренебрегая трением в блоке и размерами блока B, определить усилия в стержнях AB и BC при равновесии груза.

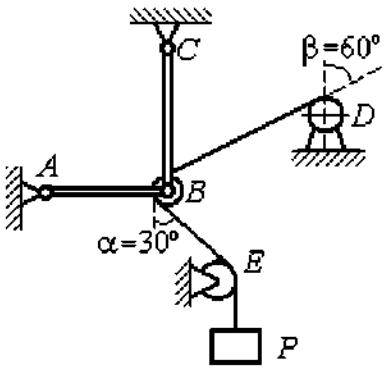


Рис. 1.11. Равновесие стержневой конструкции

Решение

Рассмотрим равновесие блока B вместе с отрезками нити BE и BD. Освободим блок B от связей и заменим их реакциями.

Рассматривая блок и отрезок нити как одно целое, можно не учитывать силы взаимного давления нити и блока. На блок действует реакция $\vec{T}$ нити BD, приложенная в точке D, численно равная весу груза P, реакция $\vec{T}'$ нити BE, приложенная в точке E и также численно равная весу груза P и реакции стержней $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$ (см. рис. 1.12).

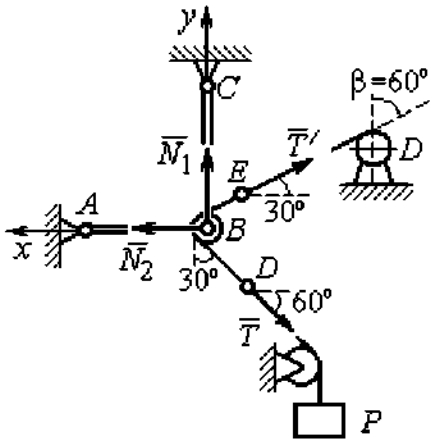


Рис. 1.12. Силы, действующие на блок B, при его равновесии

Пренебрегая размерами блока, можно считать систему сил сходящейся. Проведём координатные оси, как показано на рис. 1.12, и выразим условия равновесия плоской сходящейся системы сил в виде системы уравнений:

$$\sum F_{kx} = N_2 - T'\cos 30^\circ - T\cos 60^\circ = 0;\ \sum F_{ky} = N_1 + T'\cos 60^\circ - T\cos 30^\circ = 0.$$

Решая полученную систему уравнений с учётом, что $T' = T = P$ = 20 кН, получим: N_1 = 7,32 кН, N_2 = 27,32 кН.

Задача 4. Шахта ориентируется в вертикальной плоскости с помощью несвободного проволочного отвеса $CBDP$, натянутого грузом весом P = 50 Н (рис. 1.13).

Определить натяжения частей отвеса CB, BD, DP и натяжения оттяжек BA и DE, если угол отклонения оттяжки BC от горизонтали $\alpha = 60^\circ$, а отклонение средней части отвеса BD от вертикали $\beta = 4^\circ$. Весом проволоки отвеса пренебречь.

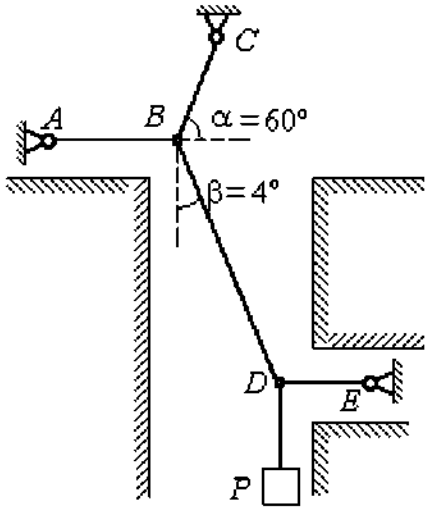


Рис. 1.13. Схема отвеса

Решение

Рассмотрим равновесие узла D, в котором сходятся три силы – реакция $\vec{S}$ средней части отвеса, реакция $\vec{T}_E$ оттяжки DE и реакция $\vec{T}_P$ отвеса на участке

DP, равная весу груза $T_P = P$ (рис. 1.14). Выберем оси координат xDy, как показано на рис. 1.14, и составим уравнения равновесия узла D:

$$\sum F_{kx} = S\cos 86^\circ - T_E = 0\,; \quad \sum F_{ky} = S\cos 4^\circ - T_P = 0\,.$$

Из второго уравнения с учётом, что натяжение отвеса на участке DP $T_P = P =$ 50 Н, находим натяжение S на среднем участке отвеса: $S = \dfrac{T_P}{\cos 4^\circ} = 50{,}12$ Н. Из первого уравнения находим натяжение $T_E = S\cos 86^\circ = 3{,}49$ Н.

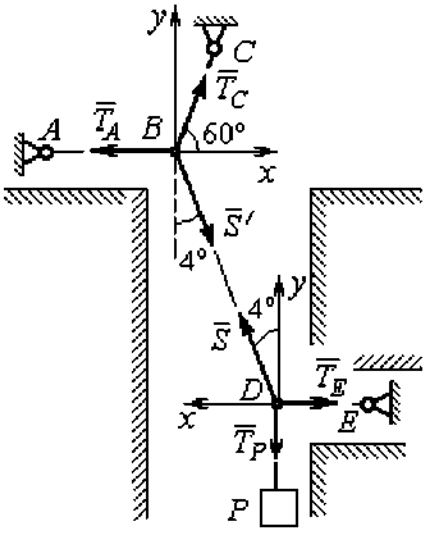


Рис.1.14. Силы, действующие в узлах B и D при равновесии отвеса

Теперь рассмотрим равновесие узла B, на который действуют реакция $\vec{T}_A$ оттяжки BA, реакция $\vec{T}_C$ верхней части отвеса BC и реакция $\vec{S}'$ средней части отвеса. Вектор силы $\vec{S}'$ противоположен направлению вектора $\vec{S}$: $\vec{S}' = -\vec{S}$, а численно (по принципу равенства действия и противодействия) они равны $S' = S$ (см. рис. 1.14). Выберем оси координат xBy, как показано на рис. 1.14, и составим уравнения равновесия узла B:

$$\sum F_{kx} = T_C\cos 60^\circ + S'\cos 86^\circ - T_A = 0\,; \quad \sum F_{ky} = T_C\cos 30^\circ - S'\cos 4^\circ = 0\,.$$

Находим натяжение отвеса на верхнем участке BC и натяжение T_A оттяжки BA: $T_C = \dfrac{S'\cos 4^\circ}{\cos 30^\circ} = 57{,}73$ Н; $T_A = T_C\cos 60^\circ + S'\cos 86^\circ = 32{,}36$ Н.

Задача 5. Груз P = 20 кН удерживается двумя стержнями AC, AD одинаковой длины и цепью AB, скреплённых в точке A, так, что плоскость треугольника ADC горизонтальна (рис. 1.15). Цепь BA отклонена от вертикальной стены на угол $\beta = 60^\circ$ и расстояние $CE = ED$. Трос закреплён одним концом в точке A, а другой его конец, несущий груз, переброшен через блок K так, что отрезок

троса AK находится в плоскости, параллельной плоскости стены, и составляет с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Крепления стержней шарнирные. Углы у оснований стержней $\angle DCA = \angle CDA = 60^\circ$. Определить реакции стержней и натяжение цепи. Весами стержней пренебречь.

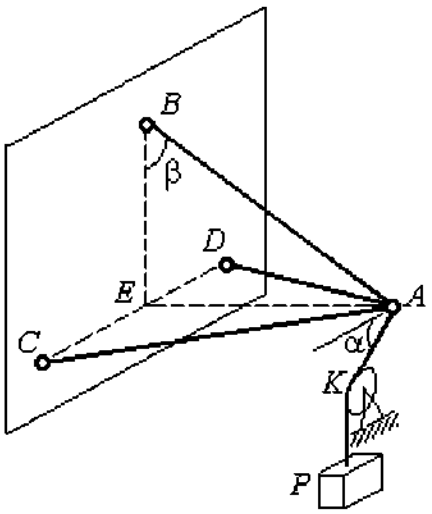


Рис. 1.15. Конструкция пространственного кронштейна

Решение

Рассмотрим равновесие узла A. Освобождаем узел от связей, заменяя действие связей реакциями. Реакции стержней $\vec{S}_D$ и $\vec{S}_C$ направлены по стержням, реакция цепи $\vec{S}_B$ направлена вдоль линии натянутой цепи (рис. 1.16). Реакция троса $\vec{T}$ направлена вдоль троса по линии AK и численно равна весу груза: $T = P$. Направления реакций выбраны в предположении, что стержни и цепь растянуты.

Выберем систему координат, как показано на рис. 1.16. На узел A действует пространственная сходящаяся система сил.

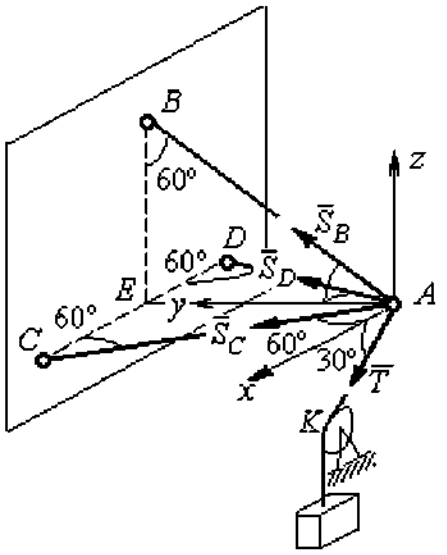


Рис. 1.16. Силы, действующие на узел A, при его равновесии

Условия равновесия пространственной сходящейся системы сил $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$, $\sum F_{kz} = 0$, где F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} – проекции всех сил на координатные оси. Составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = S_C\cos 60^\circ - S_D\cos 60^\circ + T\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = S_C\cos 30^\circ + S_D\cos 30^\circ + S_B\cos 30^\circ = 0; \quad \sum F_{kz} = S_B\cos 60^\circ - T\cos 60^\circ = 0.$$

Решая эту систему, находим $S_B = T = P = 20$ кН; $S_C = -27{,}32$ кН; $S_D = 7{,}32$ кН. Знак минус величины S_C показывает, что реакция стержня AC имеет обратное направление. Натяжение цепи равно модулю реакции $\vec{S}_B$.

Задача 6. Подъёмное устройство (рис. 1.17) состоит из двух стержневых опор DB и DA и растяжки DC, соединённых в точке D. В точке D к устройству прикреплена вертикальная нить, удерживающая груз весом $P = 50$ кН.

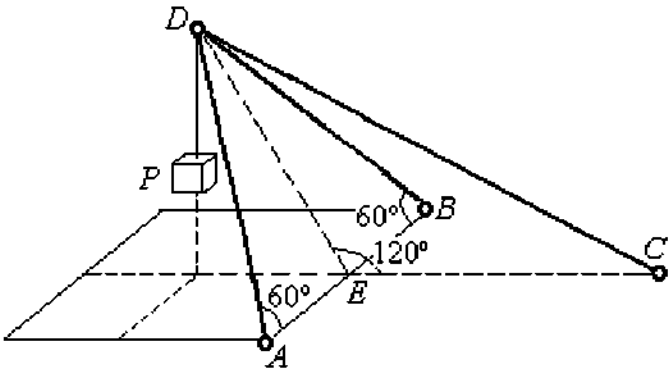


Рис. 1.17. Конструкция подъёмного устройства

Определить реакцию стержневых опор и усилие в растяжке подъёмного устройства, если крепления стержней шарнирные, угол $\angle DEC = 120^\circ$, $AE = EB$, $DE = EC$, а углы в основании опор $\angle DAB = \angle DBA = 60^\circ$.

Решение

Рассматриваем равновесие узла D. Освобождаем узел от связей, заменяя действие связей реакциями. Реакции стержней $\vec{S}_A$, $\vec{S}_B$, $\vec{S}_C$ направлены по стержням, реакция нити $\vec{T}$, численно равная весу тела, направлена вдоль нити (рис. 1.18). Направление реакций выбрано в предположении, что все стержни растянуты.

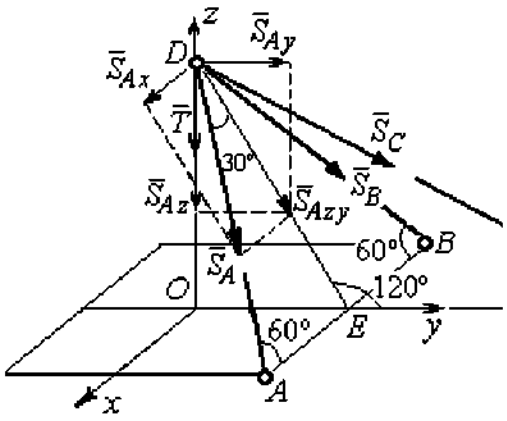


Рис. 1.18. Силы, действующие на узел D, при его равновесии

На узел D действует пространственная сходящаяся система сил. Выберем систему координат $Oxyz$, как показано на рис. 1.18, и составим уравнения равновесия. Заметим, что при определении проекции си-

лы $\vec{S}_A$ на оси координат следует вначале получить её проекции $\vec{S}_{Ax}$ на ось Ox и $\vec{S}_{Azy}$ – на плоскость Oyz, а затем найти проекции силы $\vec{S}_{Azy}$ на оси Oy и Oz. На рис. 1.18 показана последовательность вычисления проекций силы $\vec{S}_A$ на оси координат: $S_{Ax} = S_A\cos60^\circ$, $S_{Ay} = S_{Azy}\cos60^\circ = S_A\cos30^\circ\cos60^\circ$, $S_{Az} = -S_{Azy}\cos30^\circ = -S_A\cos^2 30^\circ$. Определение проекций силы $\vec{S}_B$ производится аналогично. Сила $\vec{S}_C$ расположена в плоскости Oyz и имеет своими проекциями $S_{Cy} = S_C\cos30^\circ$, $S_{Cz} = -S_C\cos60^\circ$. В результате уравнения равновесия узла D принимают вид

$$\sum F_{ky} = S_A\cos30^\circ\cos60^\circ + S_B\cos30^\circ\cos60^\circ + S_C\cos30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kx} = S_A\cos60^\circ - S_B\cos60^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kz} = -S_A\cos^2 30^\circ - S_B\cos^2 30^\circ - S_C\cos60^\circ - T = 0.$$

Решая систему, получим: $S_A = S_B = -50$ кН, $S_C = 50$ кН.

Отрицательные значения S_A и S_B означают, что реакций стержней AD и DB направлены в противоположную сторону. В результате стержни AD и DB сжаты, а стержень DC растянут.

1.3. Произвольная плоская система сил

Система сил, расположенных в одной плоскости, называется **плоской системой сил.**

Алгебраическим моментом $M_O(\vec{F})$ силы $\vec{F}$ относительно центра O, или просто **моментом силы** $\vec{F}$ относительно центра, называют взятое с соответствующим знаком произведение модуля силы $\vec{F}$ и кратчайшего расстояния h от центра до линии действия силы (рис. 1.19, *а*): $M_O(\vec{F}) = \pm Fh$. Величину h называют **плечом силы.** Единица измерения момента – Н·м. Момент считается положительным, если сила $\vec{F}$ стремится повернуть тело вокруг центра в

направлении против хода часовой стрелки, и отрицательным – в обратном случае.

На рис. 1.19, *b* показаны знаки моментов сил $\vec{F}$ и $\vec{Q}$ относительно центра *O*: $M_O(\vec{F}) = +Fh_2$, $M_O(\vec{Q}) = -Qh_1$. Момент силы $\vec{R}$ относительно центра *O* равен нулю: $M_O(\vec{R}) = 0$, так как плечо силы равно нулю.

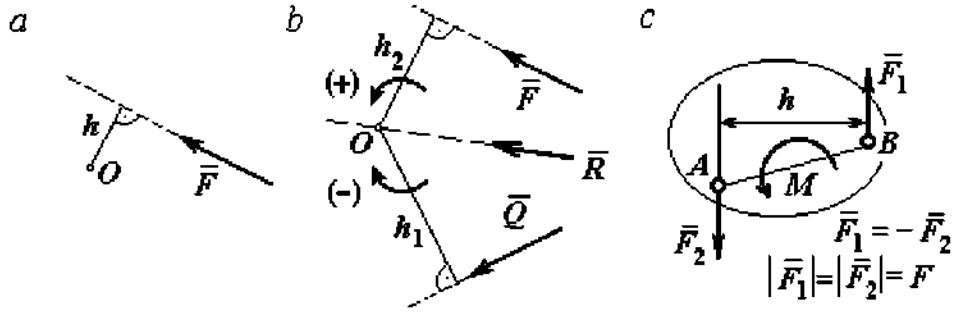


Рис. 1.19. Схемы к вычислению момента силы:
a, *b* – момент силы относительно центра; *c* – момент пары сил

Парой сил, или просто парой (рис.1.19, *c*), называют систему двух равных по модулю сил, параллельных, направленных в противоположные стороны и не лежащих на одной прямой. **Плечом пары** называют кратчайшее расстояние между линиями действия ее сил. Алгебраическим моментом пары сил, или **моментом пары,** называют взятое со знаком плюс или минус произведение модуля одной из сил пары и плеча пары. Правило знаков такое же, как и для момента силы. Пара сил, показанная на рис. 1.19, *c*, имеет плечо *h* и момент *M*: $M = F_1 h = F_2 h$. Поскольку пара сил характеризуется только ее моментом, на схемах пару часто изображают дуговой стрелкой, показывающей направление поворота твердого тела под действием пары (см. *M* на рис. 1.19, *c*).

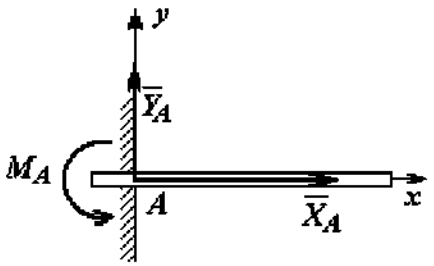


Рис. 1.20. Реакция жесткой заделки

Жесткая заделка. Такая связь (рис. 1.20) препятствует не только линейным перемещениям тела, но и повороту. Реакция жесткой заделки состоит из силы

реакции $\vec{R}_A$ и пары сил с моментом M_A. Силу реакции жесткой заделки $\vec{R}_A$ изображают ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленными вдоль координатных осей (см. рис. 1.20). Величина силы реакции $\vec{R}_A$ определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$.

При вычислении моментов сил часто применяют **теорему Вариньона** о том, что момент равнодействующей системы сил относительно любого центра равен сумме моментов всех сил этой системы относительно того же центра. На рис. 1.21 показана схема применения теоремы Вариньона. Силу $\vec{F}$ раскладываем на составляющие $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, направленные вдоль координатных осей так, что имеет место равенство $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Численно составляющие $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ равны проекциям силы $\vec{F}$ на координатные оси: $F_1 = F\cos\alpha$, $F_2 = F\sin\alpha$. Для каждой из составляющих находим плечи h_1 и h_2 относительно центра O. Тогда (с учётом знаков) момент силы $\vec{F}$ относительно центра O: $M_O(\vec{F}) = M_O(\vec{F}_1) + M_O(\vec{F}_2) = F_1 h_1 + F_2 h_2$.

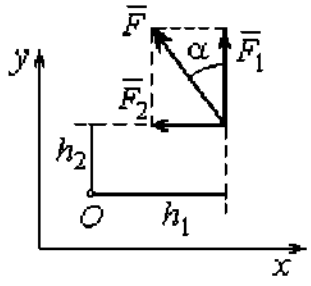


Рис.1.21. Применение теоремы Вариньона

Распределённая нагрузка. Силы, приложенные непрерывно вдоль некоторой поверхности, называются **распределенными**. Распределённая нагрузка характеризуется интенсивностью q. Интенсивность нагрузки, равномерно распределённой вдоль прямой, измеряется в Н/м. На рис. 1.22 приведена плоская система сил, равномерно распределённых вдоль прямой. Равнодействующая $\vec{Q}$ сил, равномерно распределённых вдоль прямой, приложена в середине отрезка действия распределённой нагрузки и по модулю равна про-

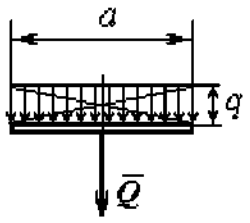


Рис. 1.22. Нагрузка, равномерно распределённая по прямой

изведению интенсивности нагрузки на длину её действия: $Q = qa$, где a – длина отрезка действия распределённой нагрузки.

Основная форма условий равновесия плоской системы сил. Для равновесия плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух осей прямоугольной системы координат, расположенной в плоскости действия сил, были равны нулю и сумма моментов сил относительно любого центра, находящегося в плоскости действия сил, была равна нулю:

$$\sum F_{kx} = 0, \ \sum F_{ky} = 0, \ \sum M_A(\vec{F}_k) = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky} – проекции всех сил на координатные оси; $M_A(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно произвольно выбранного центра A.

Примеры решения задач на равновесие произвольной плоской системы сил

Задача 7. Однородная балка AB весом P = 100 кН прикреплена к стене шарниром A (рис.1.23). Балка удерживается под углом 60° к вертикали при помощи троса, прикреплённого к балке в точке B, перекинутого через блок D и несущего груз Q. Участок троса DB образует с вертикалью угол 30°. В точке C к балке подвешен груз G весом G = 200 кН. Определить вес груза Q, удерживающий балку в равновесии, и реакцию шарнира A, пренебрегая трением в блоке, если расстояние $BC = 0{,}25BA$.

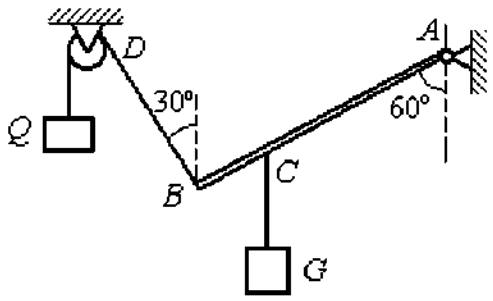


Рис. 1.23. Равновесие балки

Решение

Объектом равновесия является балка AB. На балку действуют сила тяжести $\vec{P}$, приложенная в середине отрезка AB, реакция шарнира A, представлен-

ная в виде двух составляющих $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленных вдоль координатных осей, реакция $\vec{T}_1$ нити, удерживающей груз Q, и реакция $\vec{T}_2$ нити, удерживающей груз G. Направления сил и реакций связей показаны на рис. 1.24.

Силы – $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$, $\vec{P}$, $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, действующие на балку, составляют произвольную плоскую систему. Условия равновесия произвольной плоской системы сил:

$$\sum F_{kx} = 0;\ \sum F_{ky} = 0;\ \sum M_A(\vec{F}_k) = 0.$$

Выберем систему координат xAy, как показано на рис. 1.24.

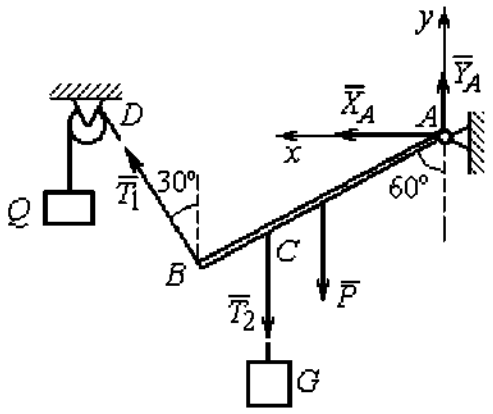


Рис. 1.24. Внешние силы и реакции связей при равновесии балки

Первые два уравнения равновесия имеют вид

$$\sum F_{kx} = X_A + T_1\cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_A + T_1\cos 30^\circ - T_2 - P = 0.$$

Выберем центром точку A и будем вычислять моменты сил относительно этого центра. Обозначим (для удобства записи) длину $AB = \ell$. Условие равновесия балки в форме равенства нулю суммы моментов сил относительно центра A имеет вид

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -T_1\ell + T_2\frac{3}{4}\ell\cos 30^\circ + P\frac{1}{2}\ell\cos 30^\circ = 0.$$

Подставим данные из условия задачи, с учётом, что реакция нити, удерживающей груз Q, по модулю равна весу этого груза: $T_1 = Q$, а реакция нити, удерживающей груз G, численно равна весу груза G: $T_2 = G$.

Получим систему уравнений:

$$X_A + Q\cdot 0{,}5 = 0,\ Y_A + Q\cdot 0{,}866 - 300 = 0,\ -Q + 173{,}2 = 0.$$

Решая систему, найдём $Q = 173{,}2$ кН, $X_A = -86{,}6$ кН, $Y_A = 150{,}01$ кН.

Задача 8. Рама *ACE* (рис. 1.25, *a*) в точке *A* закреплена на цилиндрической шарнирной опоре, а в точке *B* поддерживается вертикальным невесомым стержнем *BK*. На раму действуют: пара сил с моментом $M = 8$ кН·м, сила $\vec{F}$, равная по модулю $F = 10$ кН, приложенная в точке *D* под углом 60° к раме, и равномерно распределенная на отрезке *AB* нагрузка интенсивностью $q = 2$ кН/м. В точке *E* под прямым углом к отрезку *CE* рамы прикреплен трос, переброшенный через блок и несущий груз $P = 20$ кН.

Пренебрегая весом балки, определить реакцию шарнира *A* и реакцию стержневой опоры *BK*, если $a = 2$ м.

Решение

Рассмотрим равновесие рамы *ACE*. Выбираем систему координат *xAy*, например, как показано на рис. 1.25, *b*.

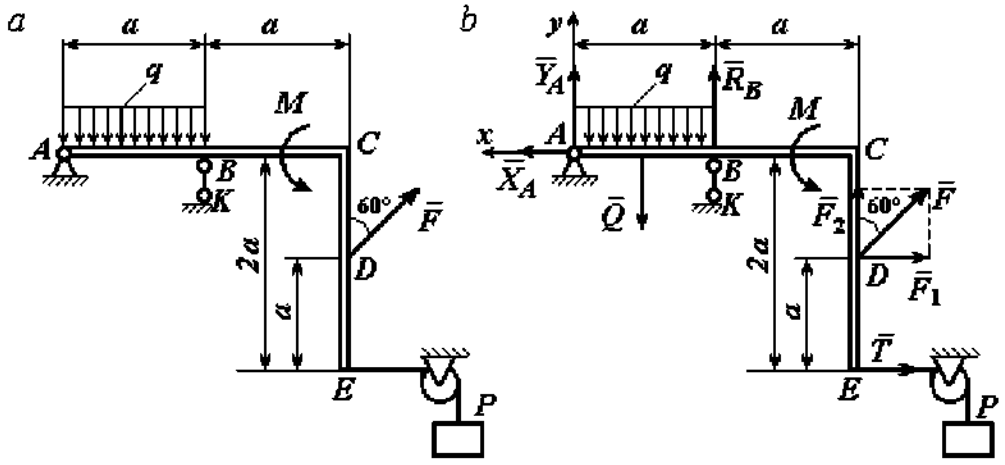


Рис. 1.25. Равновесие рамы:
a – конструкция и нагрузка рамы; *b* – внешние силы и реакции связей при равновесии рамы

Заменяем действие связей их реакциями. Изображаем реакцию $\vec{R}_A$ шарнира *A* двумя ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленными, соответственно, вдоль горизонтальной оси *Ax* и вертикальной *Ay*. Реакция $\vec{R}_B$ невесомой стержневой опоры *BK* приложена в точке *B* и направлена вдоль стержня *BK*. Действие груза *P* на раму изображается реакцией троса $\vec{T}$, модуль которой ра-

вен весу груза $T = P$. Заменяем распределенную нагрузку её равнодействующей $\vec{Q}$. Сила $\vec{Q}$ приложена в середине отрезка AB и численно равна: $Q = qa = 2 \cdot 2 = 4$ кН. На рис. 1.25, *b* показано направление внешних сил и реакций при равновесии рамы. Направление реакции стержневой опоры BK выбрано в предположении, что стержень сжимается.

При равновесии рамы ACE действующие на неё силы составляют уравновешенную произвольную плоскую систему сил $(\vec{Q}, \vec{F}, \vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{R}_B, \vec{T}, M) \sim 0$. Условия равновесия имеют вид $\sum F_{kx} = 0$; $\sum F_{ky} = 0$; $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$. Вычисляя проекции сил на оси Ax, Ay, первые два уравнения из условий равновесия получим в виде:

$$\sum F_{kx} = X_A - F\cos 30^\circ - T = 0; \quad \sum F_{ky} = Y_A - Q + R_B + F\cos 60^\circ = 0. \qquad (1.1)$$

При составлении третьего уравнения моменты сил будем вычислять относительно центра A. В этом случае линии действия сил $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, составляющих реакцию шарнира A, проходят через центр A, плечи сил равны нулю, и, следовательно, моменты этих сил относительно данного центра равны нулю: $M_A(\vec{X}_A) = 0$, $M_A(\vec{Y}_A) = 0$.

При определении момента силы $\vec{F}$ удобнее воспользоваться теоремой Вариньона. С этой целью представим вектор силы $\vec{F}$ как равнодействующую двух сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, параллельных осям Ax и Ay: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ (см. рис. 1.25, *b*). Величины сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ определяются как проекции силы F на оси координат: $F_1 = F\cos 30^\circ$, $F_2 = F\cos 60^\circ$. По теореме Вариньона момент силы $\vec{F}$ относительно центра A равен сумме моментов сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ относительно того же центра A: $M_A(\vec{F}) = M_A(\vec{F}_1) + M_A(\vec{F}_2) = F_1 \cdot a + F_2 \cdot 2a$.

В результате уравнение равновесия в форме моментов имеет вид

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -Q \cdot 0{,}5a + R_B a + M + F\cos 60^\circ \cdot 2a + F\cos 30^\circ \cdot a + T2a = 0. \qquad (1.2)$$

Подставляя в уравнения равновесия (1.1), (1.2) численные значения из условий задачи, получим систему уравнений относительно неизвестных X_A, Y_A, R_B. Решая эту систему, найдем: X_A= 28,66 кН; Y_A= 59,66 кН; R_B = – 60,66 кН.

Отрицательное значение величины R_B означает, что фактическое направление реакции $\vec{R}_B$ стержневой опоры BK противоположно направлению, показанному на рис. 1.25, *b*, т. е. стержень BK растягивается. Реакция шарнирной опоры A – сила $\vec{R}_A$ – находится как геометрическая (векторная) сумма сил $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$. Величина реакции $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{28{,}66^2 + 59{,}66^2} = 66{,}18$ кН.

Задача 9. Прямоугольная рама $ABCED$ (рис. 1.26) в точке A закреплена жёсткой заделкой. В точке E к раме прикреплена нить, составляющая угол 60° к горизонту. Другой конец нити, переброшенный через невесомый блок, несёт груз весом P = 15 кН. На раму действуют: пара сил с моментом M = 12 кН·м, сила $\vec{F}$, равная по модулю F = 10 кН, приложенная в точке C под углом 30° к горизонтальному участку рамы BE, и равномерно распределенная на отрезке BC нагрузка интенсивностью q = 2 кН/м. В точке D под углом 60° к горизонту на раму действует сила $\vec{G}$, численно равная 20 кН.

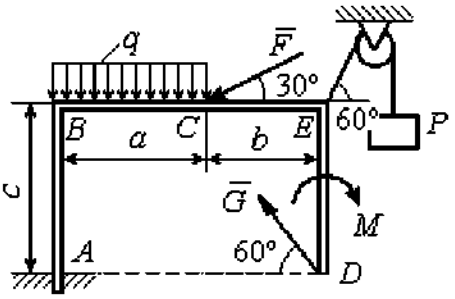


Рис. 1.26. Конструкция рамы

Пренебрегая весом рамы, определить реакцию жесткой заделки в точке A, если размеры рамы: a = 2 м, b = 1 м, c = 5 м.

Решение

Объектом равновесия является рама $ABCED$. Связями в данной конструкции являются жесткая заделка рамы в точке A и нить, натянутая грузом P. Заменяем действие связей их реакциями. Изображаем реакцию жесткой заделки в точке A в виде силы, которую представим двумя ее составляющими $-\vec{X}_A$ и

$\vec{Y}_A$, и парой сил с моментом M_A (рис. 1.27). Реакция нити $\vec{T}$, приложенная к раме в точке E, направлена вдоль нити и численно равна весу груза $T = P$. Заменяем распределенную нагрузку её равнодействующей $\vec{Q}$. Сила $\vec{Q}$ приложена в середине отрезка AB и численно равна: $Q = qa = 4$ кН.

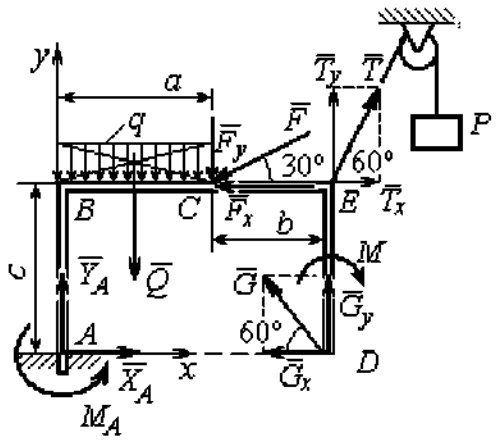


Рис. 1.27. Внешние силы и реакции связей при равновесии рамы

Действующие на раму силы составляют уравновешенную произвольную плоскую систему сил: $(\vec{Q}, \vec{F}, \vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{G}, \vec{T}, M) \sim 0$. Условия равновесия для такой системы сил: $\sum F_{kx} = 0$; $\sum F_{ky} = 0$; $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$.

Выбираем систему координат xAy, например, как показано на рис. 1.27, и составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = X_A - F\cos 30^\circ + T\cos 60^\circ - G\cos 60^\circ = 0; \qquad (3)$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - Q - F\cos 60^\circ + T\cos 30^\circ + G\cos 30^\circ = 0. \qquad (4)$$

Моменты сил будем вычислять относительно центра A. В этом случае моменты сил $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$ равны нулю: $M_A(\vec{X}_A) = 0$; $M_A(\vec{Y}_A) = 0$.

При определении момента силы $\vec{F}$ удобно воспользоваться теоремой Вариньона. С этой целью представим вектор силы $\vec{F}$ как равнодействующую двух сил $\vec{F}_x$ и $\vec{F}_y$, параллельных осям Ax и Ay: $\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$ (см. рис. 1.27). Величины сил $\vec{F}_x$ и $\vec{F}_y$ определяются как проекции силы $\vec{F}$ на оси координат: $F_x = F\cos 30^\circ$, $F_y = F\cos 60^\circ$. Плечо вектора силы $\vec{F}_x$ относительно центра A равно c (как длина перпендикуляра, проведённого из центра A на линию действия силы $\vec{F}_x$), плечом силы $\vec{F}_y$ является расстояние a. По теореме Вариньона

момент силы $\vec{F}$ относительно центра A равен алгебраической сумме моментов сил $\vec{F}_x$ и $\vec{F}_y$ относительно того же центра:

$$M_A(\vec{F}) = M_A(\vec{F}_x) + M_A(\vec{F}_y) = F_x \cdot c - F_y \cdot a = F\cos 30^\circ \cdot c - F\cos 60^\circ \cdot a .$$

Аналогично вычисляем моменты сил $\vec{G}$ и $\vec{T}$: $M_A(\vec{G}) = G\cos 30^\circ \cdot (a+b)$; $M_A(\vec{T}) = -T\cos 60^\circ \cdot c + T\cos 30^\circ \cdot (a+b)$. В результате уравнение моментов имеет вид:

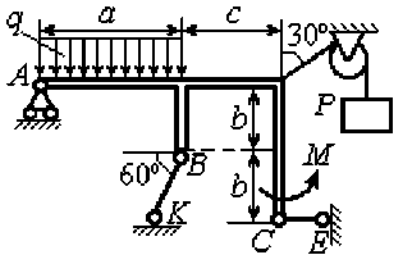
$$\sum M_A(\vec{F}_k) = F\cos 30^\circ \cdot c - F\cos 60^\circ \cdot a - T\cos 60^\circ \cdot c + T\cos 30^\circ \cdot (a+b) +$$

$$+ G\cos 30^\circ \cdot (a+b) - Q\frac{a}{2} - M + M_A = 0. \qquad (1.5)$$

Подставляя в уравнения равновесия (1.3) – (1.5) численные значения из условий задачи, получим систему уравнений относительно неизвестных X_A, Y_A, M_A, откуда найдём значения реакций: X_A = 11,16 кН; Y_A = –21,31 кН; M_A = –70,73 Н·м. Знаки показывают, что составляющая $\vec{Y}_A$ силы реакции жёсткой заделки и момент реакции M_A направлены в противоположную сторону. Величина силы реакции жесткой заделки $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} =$ 24,05 кН.

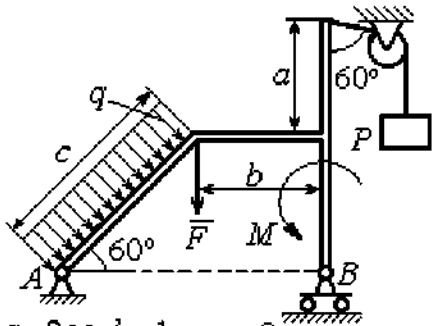
Упражнения

Упражнение 1.1



a = 3 м, b = 1 м, c = 2 м,
P = 15 кН, M = 3 кНм, q = 5 кН/м.
Найти реакцию стержней BK, CE
и реакцию шарнира A

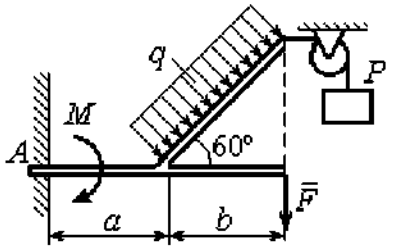
Упражнение 1.2



a = 2 м, b = 1 м, c = 3 м,
M = 3 кНм, q = 3 кН/м,
P = 2 кН, F = 4 кН.
Найти реакцию шарниров A и B

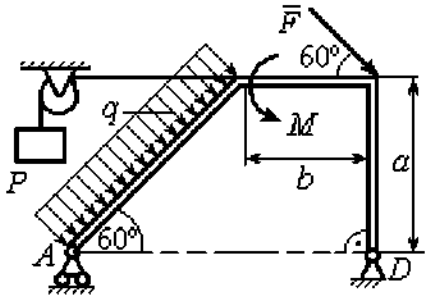
Рис. 1.28. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.1, 1.2

Упражнение 1.3



$a = 1$ м, $b = 2$ м, $F = 2$ кН,
$P = 3$кН, $M = 3$ кН·м,
$q = 2$ кН/м
Найти реакцию жесткой заделки

Упражнение 1.4



$a = 3$ м, $b = 1$ м, $P = 2$ кН, $F = 3$ кН,
$M = 3$ кН·м, $q = 2$ кН/м.
Найти реакцию шарниров A и D

Рис. 1.29. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.3, 1.4

1.4. Равновесие систем тел

Связи, соединяющие части конструкции, называются **внутренними** в отличие от **внешних** связей, скрепляющих конструкцию с внешними телами, не входящими в данную конструкцию.

Одним из способов решения задач на равновесие сил, действующих на сочленённую конструкцию, является **разбиение конструкции на отдельные тела** и составление уравнений равновесия для каждого из тел, входящих в конструкцию. В уравнения равновесия будут входить только силы, непосредственно приложенные к телу, равновесие которого рассматривается. **При этом реакции внутренних связей, приложенные к разным телам, будут попарно равны по модулю и противоположны по направлению.**

Примеры решения задач на равновесие систем тел

Задача 10. Диск весом Q = 100 кН опирается на вертикальную стенку и на наклонную балку AB. На диск действует сила $\vec{F}$, равная по величине 50 кН (рис. 1.30). Линия действия силы $\vec{F}$ проходит через центр диска под углом 30° к его вертикальному диаметру.

Однородная балка AB весом $G = 80$ кН закреплена в точке A шарнирно и удерживается под углом 60° к стене при помощи вертикального троса, один конец которого закреплён на балке в точке B, а другой – переброшен через блок и несёт груз весом P. Определить давление диска на стенку и на балку, реакцию шарнира A и вес груза P, удерживающий конструкцию в равновесии, если длина балки AB $\ell = 6$ м, радиус диска $r = 1$ м.

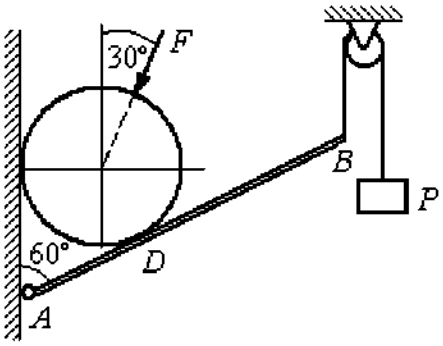


Рис. 1.30. Равновесие составной конструкции

Решение

Объект равновесия включает балку и диск и представляет собой составную конструкцию. Опора диска на балку в точке D является внутренней связью конструкции. Рассмотрим равновесие диска и балки отдельно.

Освобождаем диск от связей. На диск действует сила веса $\vec{Q}$, сила $\vec{F}$ и реакции $\vec{N}$ и $\vec{R}$ опор диска на стену в точке K и на балку в точке D (рис. 1.31). Силы, приложенные к диску, составляют плоскую систему сходящихся сил. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.31, и составим уравнения равновесия:

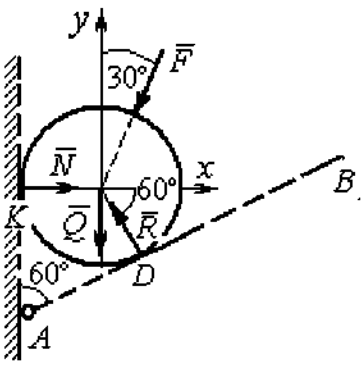


Рис. 1.31. Внешние силы и реакции связей при равновесии диска

$$\sum F_{kx} = -F\cos 60^\circ - R\cos 60^\circ + N = 0; \quad (1.6)$$

$$\sum F_{ky} = -F\cos 30^\circ + R\cos 30^\circ - Q = 0. \quad (1.7)$$

Рассмотрим равновесие балки AB (рис. 1.32).

На балку действуют сила тяжести $\vec{G}$, реакция шарнира A, (на рис. 1.32 показано её разложение на составляющие $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$), реакция нити $\vec{T}$, численно равная весу груза P, и сила $\vec{R}'$ давления диска на балку. Сила давления $\vec{R}'$ про-

тивоположна реакции $\vec{R}$ опоры диска на балку и численно равна ей. Система сил ($\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{G}, \vec{T}, \vec{R}'$), действующих на балку, является произвольной плоской. Условия равновесия такой системы сил: $\sum F_{kx} = 0$; $\sum F_{ky} = 0$; $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$.

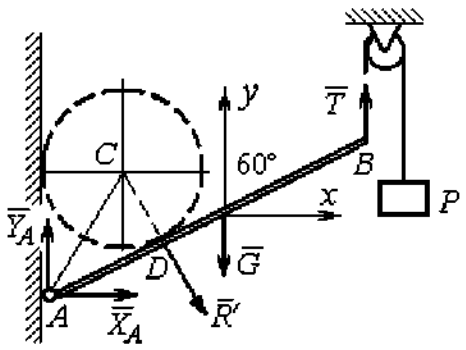


Рис. 1.32. Силы, действующие на балку, при равновесии

Выберем оси, как показано на рис. 1.32, и составим уравнения равновесия, полагая точку A центром, относительно которого производятся вычисления моментов сил:

$$\sum F_{kx} = X_A + R'\cos 60^\circ = 0, \tag{1.8}$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - R'\cos 30^\circ - G + T = 0, \tag{1.9}$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -R' \cdot AD - G \cdot \frac{\ell}{2}\cos 30^\circ + T\ell\cos 30^\circ = 0. \tag{1.10}$$

Добавив к уравнениям (1.8) – (1.10) равновесия балки AB уравнения (1.6), (1.7) равновесия диска с учётом, что $R' = R$, получим систему пяти уравнений с пятью неизвестными. Подставляя данные из условия задачи и решая совместную систему, найдём: $R = 165{,}47$ кН; $N = 107{,}74$ кН; $P = 95{,}26$ кН; $X_A = -82{,}73$ кН; $Y_A = 128{,}03$ кН.

Сила давления диска на стену равна модулю реакции опоры $\vec{N}$ и направлена в противоположную сторону, сила давления диска на балку равна $\vec{R}'$.

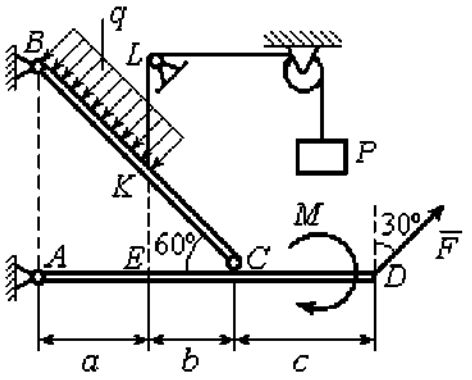


Рис.1.33. Равновесие кронштейна как сочленённой конструкции

Задача 11. Кронштейн состоит из горизонтальной балки AD, прикрепленной к вертикальной стене в точке A, и откоса BC, соединённого с балкой AD в точке C под углом 60° и прикреплённого к вертикальной стене в точке B (рис. 1.33). Все соедине-

ния шарнирные. На конструкцию действуют сила $\vec{F}$, приложенная в точке D под углом 30° к вертикали и равная по модулю F =10 кН, пара сил с моментом M = 8 кН·м и равномерно распределенная на отрезке BK нагрузка интенсивностью q = 3 кН/м. В точке K к балке BC прикреплена нить, другой конец которой, переброшенный через невесомые блоки, несёт груз весом P = 5 кН (см. рис. 1.33).

Определить реакции шарниров A, B и C, если a = 2 м, b = 1 м, c = 3 м, а на отрезке KL нить натянута вертикально.

Решение

Рассмотрим равновесие каждой из составных частей конструкции – балки BC и балки AD. Освобождаем балки от связей и заменяем их реакциями (рис. 1.34).

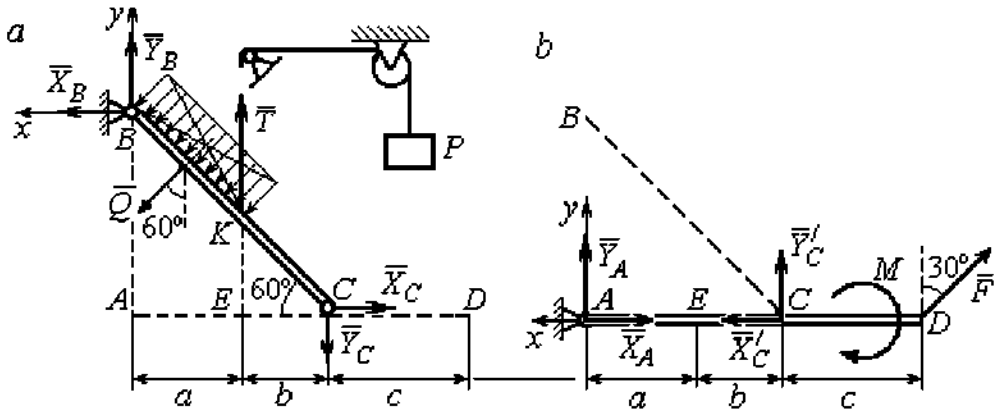


Рис. 1.34. Равновесие элементов конструкции кронштейна:
a - силы, действующие на балку BC; *b* - силы, действующие на балку AD

На рис. 1.34, *a* показаны реакции внешних и внутренних связей балки BC: реакция $\vec{R}_B$ шарнира B, реакция нити $\vec{T}$, равная по величине весу груза, $T = P$ и реакция $\vec{R}_C$ внутреннего шарнира C. Реакции шарниров B и C представлены в виде разложения на составляющие $\vec{X}_B$, $\vec{Y}_B$ и $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$. Заменяем равномерную нагрузку равнодействующей силой $\vec{Q}$, приложенной в середине отрезка BK (см. рис. 1.34, *a*) и численно равной $Q = q \cdot BK = q \cdot \dfrac{a}{\cos 60^\circ} = q \cdot 2a$.

Система сил ($\vec{Q}$, $\vec{X}_B, \vec{Y}_B, \vec{X}_C, \vec{Y}_C, \vec{T}$), действующая на балку BC, является произвольной плоской уравновешенной системой сил. Выберем оси координат xBy, как показано на рис. 1.34, *а*, и составим уравнения равновесия. При этом моменты сил будем вычислять относительно центра C:

$$\sum F_{kx} = X_B + Q\cos 30^\circ - X_C = 0; \tag{1.11}$$

$$\sum F_{ky} = Y_B - Q\cos 60^\circ + T - Y_C = 0; \tag{1.12}$$

$$\sum M_C(\vec{F}_k) = X_B \cdot AB - Y_B(a+b) - Tb + Q\left(CK + \frac{1}{2}BK\right) = 0, \tag{1.13}$$

где $AB = (a+b)\text{tg}60^\circ$; $CK = 2b$; $\frac{1}{2}BK = a$.

Рассмотрим равновесие балки AD (рис. 1.34, *b*).

На балку действует сила $\vec{F}$, реакция $\vec{R}_A$ шарнира A и реакция $\vec{R}'_C$ внутреннего шарнира C. Реакция $\vec{R}'_C$ равна по величине и противоположна по направлению реакции $\vec{R}_C$. На рис. 1.34, *b* реакция $\vec{R}_A$ представлена составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, реакция $\vec{R}'_C$ – составляющими $\vec{X}'_C$ и $\vec{Y}'_C$. При этом следует отметить: $\vec{X}'_C = -\vec{X}_C$; $\vec{Y}'_C = -\vec{Y}_C$.

Выберем оси координат xAy как показано на рис. 1.34, *b*, и составим уравнения равновесия балки AD, вычисляя моменты сил относительно центра C:

$$\sum F_{kx} = -X_A + X'_C - F\cos 60^\circ = 0; \tag{1.14}$$

$$\sum F_{ky} = Y_A + Y'_C + F\cos 30^\circ = 0; \tag{1.15}$$

$$\sum M_C(\vec{F}_k) = -Y_A(a+b) + F\cos 30^\circ \cdot c - M = 0. \tag{1.16}$$

Решая совместно систему уравнений (1.11) – (1.16) с учётом исходных данных задачи и равенства модулей сил $X_C = X'_C$ и $Y_C = Y'_C$, находим:

X_A = 5,99 кН, Y_A = 5,99 кН, X_C = 10,99 кН, Y_C = – 14,65 кН;

X_B = 0,6 кН, Y_B = – 13,65 кН,

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 8{,}47 \text{ кН}, \; R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = 18{,}31 \text{ кН},$$

$$R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} = 13{,}65 \text{ кН}.$$

Задача 12. Вертикальная балка AB с горизонтальной перекладиной LC закреплена в точке A с помощью жесткой заделки (рис. 1.35). Наклонная балка EC с углом наклона к горизонту 60° точке C шарнирно прикреплена к горизонтальной перекладине LC балки AB, а в точке E опирается на каток установленный на горизонтальной поверхности. На конструкцию действуют равномерно распределенная на отрезках BL и DE нагрузка с одинаковой интенсивностью $q = 2$ кН/м, сила $\vec{F}$, приложенная в точке D перпендикулярно балке EC и равная по величине $F = 10$ кН, и пара сил с моментом $M = 5$ кН·м. Определить реакцию жесткой заделки A и реакции шарниров C и E, если параметр a, определяющий размеры конструкции, равен $a = 2$ м.

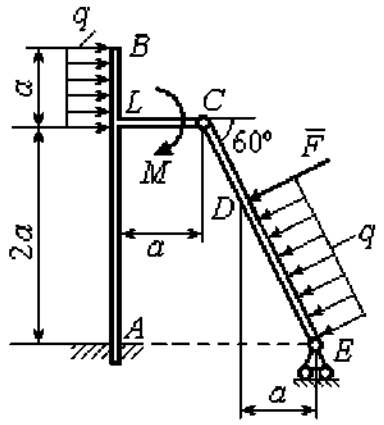


Рис. 1.35. Равновесие сочленённой конструкции

Решение

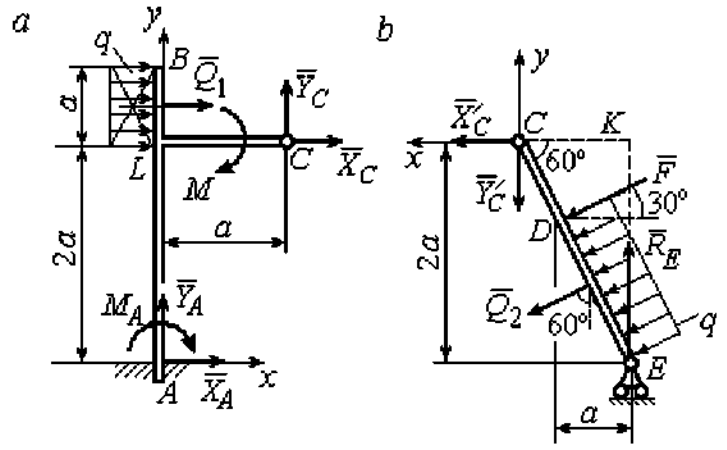


Рис. 1.36. Равновесие элементов конструкции:
a - силы и реакции связей, действующие на балку AB;
b - силы и реакции связей, действующие на балку CE

Разделим систему на две части по шарниру C и рассмотрим равновесие балок ABC и EC отдельно.

Рассмотрим балку ABC (рис. 1.36, *a*). Заменим распределенную нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_1$, численно равной $Q_1 = qa = 4$ кН. На балку действует сила $\vec{Q}_1$, пара сил с моментом M и реакции связей – жёсткой заделки в точке A и шарнира C.

На рис. 1.36, *a* изображена реакция жесткой заделки в точке *A* в виде силы, разложенной на составляющие $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, и пары с моментом M_A. Реакция $\vec{R}_C$ шарнира *C* показана разложением на составляющие $\vec{X}_C, \vec{Y}_C$. Силы образуют произвольную плоскую систему.

Введём систему координат, как показано на рис. 1.36, *a*, и составим уравнения равновесия балки, выбрав центром вычисления моментов сил точку *A*.

Имеем систему

$$\sum F_{kx} = X_A + Q_1 + X_C = 0; \quad \sum F_{ky} = Y_A + Y_C = 0; \tag{1.17}$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -M_A - Q_1 \cdot \left(2a + \frac{a}{2}\right) - M + Y_C a - X_C 2a = 0. \tag{1.18}$$

Рассмотрим теперь равновесие балки *EC* (рис. 1.36, *b*). Заменим распределённую нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_2$, приложенной в середине отрезка *ED* и равной $Q_2 = \dfrac{qa}{\cos 60^\circ} = q \cdot 2a = 8$ кН. На балку действуют силы $\vec{Q}_2$, $\vec{F}$, реакция $\vec{R}_E$ подвижной опоры – катка *E* и реакция $\vec{R}'_C$ шарнира *C*. На рис. 1.36, *b* реакция $\vec{R}'_C$ показана в виде разложения на составляющие $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$. При этом силы $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ направлены противоположно силам $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ и равны им по модулю: $X_C = X'_C$; $Y_C = Y'_C$ (см. рис. 1.36, *a*, *b*).

Действующие на балку *EC* силы образуют уравновешенную произвольную плоскую систему сил. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.36, *b*, и составим уравнения равновесия, вычисляя моменты сил относительно центра *C*. Получим:

$$\sum F_{kx} = Q_2 \sin 60^\circ + F\cos 30^\circ + \vec{X}'_C = 0, \tag{1.19}$$

$$\sum F_{ky} = R_E - Q_2 \cos 60^\circ - F\sin 30^\circ - Y'_C = 0, \tag{1.20}$$

$$\sum M_C(\vec{F}_k) = -F \cdot \left(\frac{2a}{\cos 30^\circ} - 2a\right) - Q_2 \cdot \left(\frac{2a}{\cos 30^\circ} - a\right) + R_E \cdot 2a\,\mathrm{tg}\,30^\circ = 0. \tag{1.21}$$

Подставим в совместную систему (1.17) – (1.21) исходные данные задачи и, воспользовавшись тем, что модули сил $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ и $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ равны, найдём:

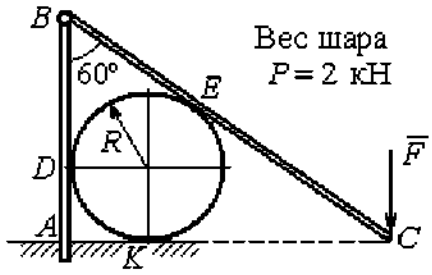
$$X_A = 11{,}59 \text{ кН}; \quad Y_A = -2{,}76 \text{ кН}; \quad M_A = 42{,}87 \text{ кН·м};$$

$$X_C = -15{,}59 \text{ кН}; \quad Y_C = 2{,}76 \text{ кН}; \quad R_E = 11{,}76 \text{ кН}.$$

Полные величины сил реакции жесткой заделки и взаимного давления в шарнире C: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 11{,}91$ кН; $R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = 15{,}83$ кН.

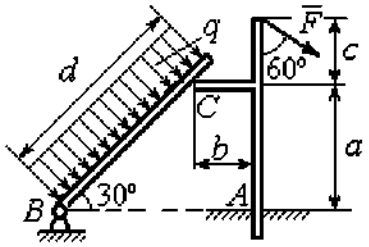
Упражнения

Упражнение 1.5



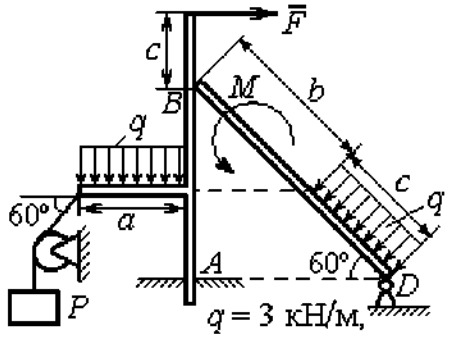
$R = 1$ м, $F = 8$ кН.
Найти реакцию жесткой заделки в точке A, реакцию шарнира B, реакцию опоры шара в точках D, K, E

Упражнение 1.6



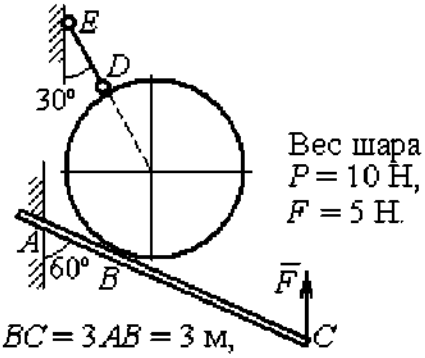
$a = 2$ м, $b = 1$ м, $c = 1$ м, $d = 5$ м,
$q = 3$ кН/м, $F = 4$ кН.
Найти реакцию жесткой заделки в точке A, реакцию шарнира B и реакцию опоры в точке C

Упражнение 1.7



$q = 3$ кН/м,
$F = 4$ кН, $P = 3$ кН, $M = 2$ кН·м,
$a = 2$м, $b = 3$м, $c = 1$м
Найти реакцию заделки A, шарнира D и реакцию опоры B

Упражнение 1.8



$BC = 3AB = 3$ м,
Найти реакцию жесткой заделки A, реакцию стержня DE и реакцию опоры в точке B

Рис. 1.37. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.5 – 1.8

1.5. Произвольная пространственная система сил

Моментом силы относительно оси называют момент вектора проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси с плоскостью. На рис. 1.38 показано вычисление момента силы $\vec{F}$ относительно оси z:

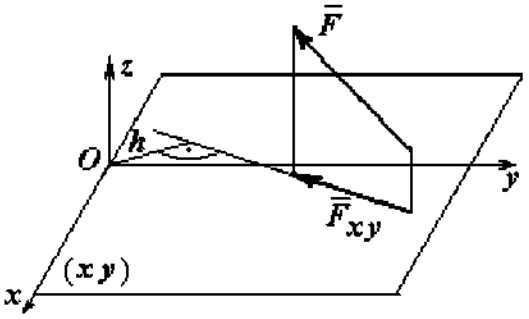


Рис. 1.38. Момент силы относительно оси

$$M_z(\vec{F}) = M_O(\vec{F}_{xy}) = F_{xy}h,$$

где O – точка пересечения оси z с плоскостью xy, перпендикулярной оси z; $\vec{F}_{xy}$ – вектор проекции силы $\vec{F}$ на плоскость xy; h – плечо силы $\vec{F}_{xy}$ относительно центра O. Момент силы относительно оси считается положительным, если при взгляде с положительного направления оси он создаёт вращение против хода часовой стрелки.

Равновесие пространственной системы сил. Для равновесия пространственной системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на оси прямоугольной системы координат x, y, z были равны нулю и суммы моментов всех сил относительно тех же осей также были равны нулю:

$$\sum F_{kx} = 0;\ \sum F_{ky} = 0;\ \sum F_{kz} = 0;$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0;\quad \sum M_y(\vec{F}_k) = 0;\quad \sum M_z(\vec{F}_k) = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} – проекции всех сил на координатные оси; $M_x(\vec{F}_k)$, $M_y(\vec{F}_k)$, $M_z(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно выбранных осей, $k = 1, 2, \ldots$

Примеры решения задач на равновесие пространственных систем сил

Задача 13. Горизонтальный вал (рис. 1.39) закреплен в подпятнике C и подшипнике K. Вал имеет шкив B радиуса R и шкив D радиуса r.

Оба шкива перпендикулярны оси вала. Рукоять AE параллельна оси Cx.

Нить, удерживающая груз Q, сходит со шкива D по касательной в точке L параллельно плоскости zCx, так что радиус шкива D, проведённый в точку схода нити, составляет с вертикальным диаметром угол 30°.

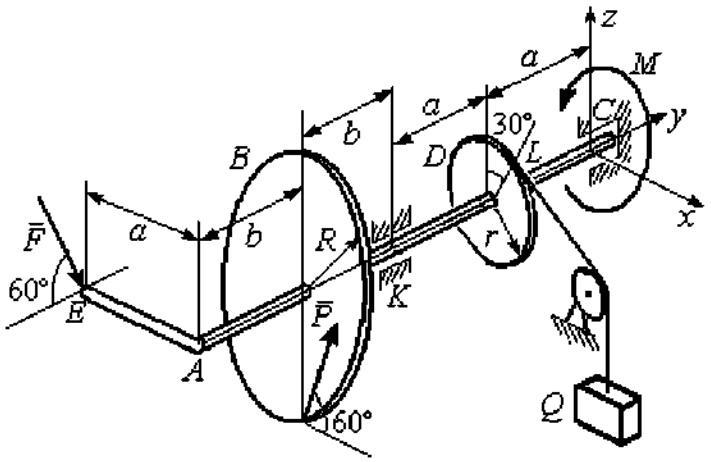


Рис. 1 39. Равновесие вала

На вал действуют силы: $\vec{F}$, $\vec{P}$ и пара сил с моментом M. Сила $\vec{F}$ находится в плоскости, параллельной zCy, и составляет угол 60° с направлением оси Cy. Сила $\vec{P}$ приложена в нижней точке шкива B, параллельна плоскости zCx и составляет угол 60° с направлением оси Cx. Определить вес удерживаемого груза Q и реакции подшипника и подпятника, если $P = 4$ кН; $F = 2$ кН; $M = 3$ кН·м; $R = 0{,}6$ м; $r = 0{,}3$ м; $a = 0{,}8$ м; $b = 0{,}4$ м.

Решение

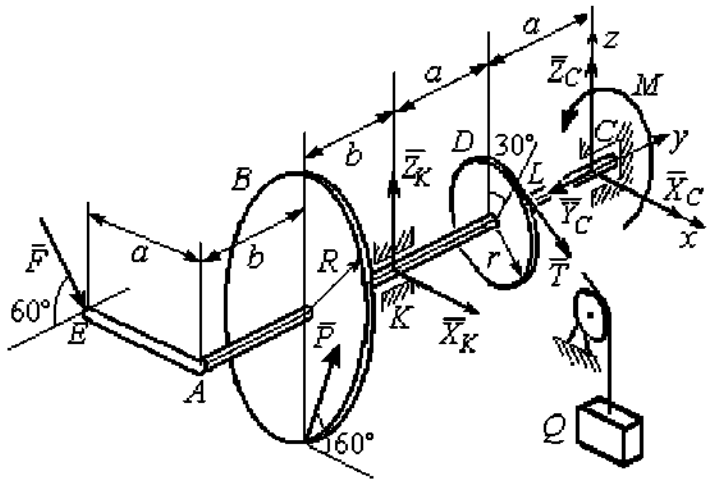


Рис. 1.40. Активные силы и реакции связей, действующие на вал, при его равновесии

Рассмотрим равновесие вала. На вал действуют активные силы $\vec{F}$, $\vec{P}$, пара с моментом M и реакции связей. Связями являются нить, натянутая грузом Q, подпятник C и подшипник K. Освобождаем вал от связей, заменяя их действие реакциями. Реакцию $\vec{R}_C$ подпятника C раскладываем на три составляющие: $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$, $\vec{Z}_C$, направленные вдоль координатных осей (рис. 1.40). Реакция $\vec{R}_K$ подшипника K лежит в плоскости, пер-

пендикулярной оси вала, и ее составляющими будут вектора $\vec{X}_K, \vec{Z}_K$, направленные вдоль координатных осей x, z. Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити от точки L и по модулю равна весу груза Q.

Активные силы и реакции связей составляют произвольную пространственную уравновешенную систему сил. При составлении уравнений равновесия изобразим вал вместе с действующими на него силами в проекциях на координатные плоскости (рис. 1.41).

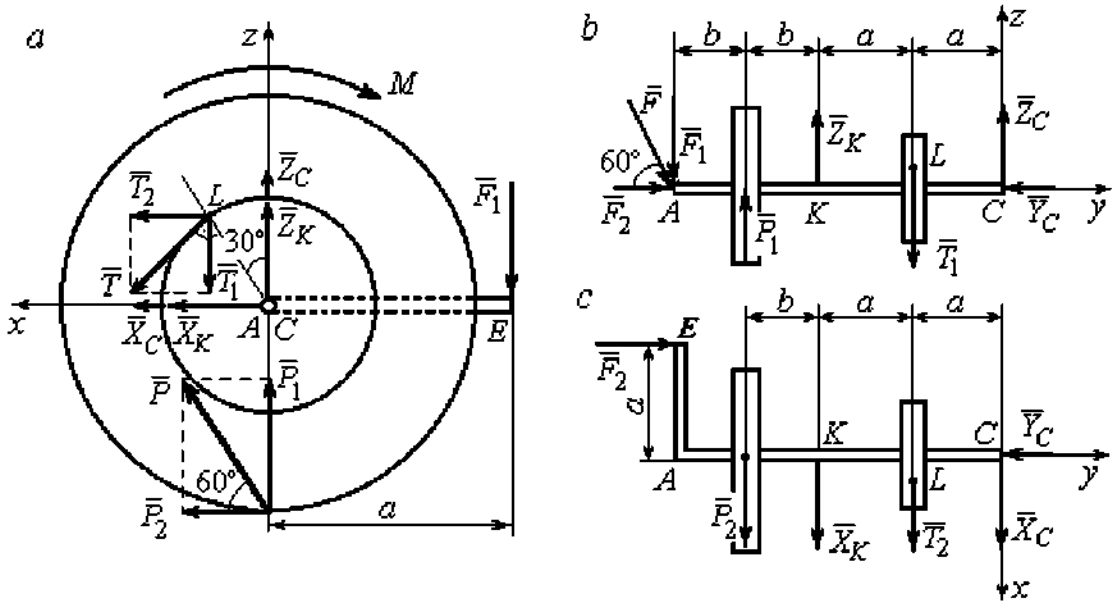


Рис. 1.41. Вал и действующие на него силы в проекциях на координатные плоскости:
a – вид вала в проекции на плоскость *zCx* с положительного конца оси *y*;
b – вид вала в проекции на плоскость *zCy* с положительного конца оси *x*;
c – вид вала в проекции на плоскость *xCy* с положительного конца оси *z*

На рис. 1.41, *a* показаны проекции вала и всех сил на плоскость *zCx*. Вычисляя моменты проекций сил относительно точки *C*, получим значения моментов этих сил относительно оси *y*. При вычислении моментов сил относительно оси *x* достаточно вычислить моменты проекций сил на плоскость *zCy* относительно точки *C* (рис. 1.41, *b*), а вычисляя моменты проекций сил на

плоскость xCy относительно точки C, получим значения моментов сил относительно оси z (рис. 1.41, *c*).

Величины проекций сил определяются равенствами: $P_1 = P\cos 30^\circ$; $P_2 = P\cos 60^\circ$; $T_1 = T\cos 60^\circ$; $T_2 = T\cos 30^\circ$; $F_1 = F\cos 30^\circ$; $F_2 = F\cos 60^\circ$.

Составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = P\cos 60^\circ + X_K + T\cos 30^\circ + X_C = 0;\ \sum F_{ky} = F\cos 60^\circ - Y_C = 0;$$

$$\sum F_{kz} = P\cos 30^\circ + Z_K - T\cos 60^\circ + Z_C - F\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = T\cos 60^\circ \cdot a - Z_K \cdot 2a - P\cos 30^\circ \cdot (2a + b) +$$

$$+ F\cos 30^\circ \cdot (2a + 2b) = 0;$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = -F\cos 30^\circ \cdot a - P\cos 60^\circ \cdot R + T \cdot r - M = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = T\cos 30^\circ \cdot a + X_K \cdot 2a + P\cos 60^\circ \cdot (2a + b) - F\cos 60^\circ \cdot a = 0.$$

Подставляя исходные данные задачи, получим систему шести уравнений с шестью неизвестными, решая которую, найдём:

$$X_C = -8{,}09 \text{ кН},\ Y_C = 1 \text{ кН},\ Z_C = 4{,}65 \text{ кН},\ Z_K = 2{,}92 \text{ кН};$$

$$X_K = -10{,}02 \text{ кН},\ T = 18{,}6 \text{ кН}.$$

Реакции подпятника и подшипника:

$$R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2} = 9{,}4 \text{ кН},\ R_K = \sqrt{X_K^2 + Z_K^2} = 10{,}44 \text{ кН}.$$

Вес удерживаемого груза Q равен реакции нити T.

Задача 14. Однородная прямоугольная плита (рис. 1.42) веса 25 кН прикреплена к полу при помощи шарового шарнира A, подшипника B и удерживается в вертикальном положении стержнем CO, лежащим в плоскости, перпендикулярной плоскости плиты так, что $\angle COB = 60^\circ$. В плоскости плиты на неё действуют пара сил с моментом $M = 6$ кН·м, сила $\vec{F}_1$, равная $F_1 = 10$ кН, приложенная на верхней стороне плиты в точке H под углом 30° к линии EC, и сила $\vec{F}_2$, равная $F_2 = 5$ кН, приложенная в точке D параллельно стороне AB.

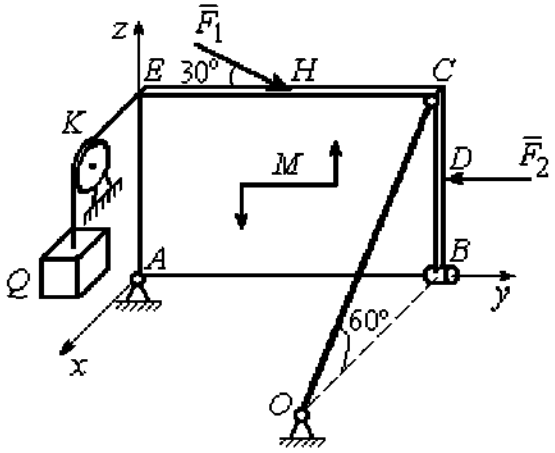


Рис. 1.42. Равновесие плиты

В точке E к плите прикреплён трос, на другом конце которого, перекинутым через блок K, подвешен груз весом $Q = 20$ кН. Отрезок троса EK перпендикулярен плоскости плиты.

Определить реакции шарнира A, подшипника B и реакцию стержня CO, если ширина плиты $AB = 3$ м; высота $AE = 2$ м; $EH = HC$, $CD = DB$.

Решение

Рассмотрим равновесие плиты $ABCE$. На плиту действуют активные силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, сила тяжести плиты $\vec{P}$, пара сил с моментом M и реакции связей. Связями являются пространственный шарнир A, нить, натянутая грузом Q, подшипник B и невесомый стержень CO.

Выберем систему координат, как показано на рис. 1.43. Освобождаем плиту от связей, заменяя их действие реакциями. Реакцию $\vec{R}_A$ шарнира A раскладываем на три составляющие: $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, $\vec{Z}_A$, направленные вдоль координатных осей. Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити параллельно оси Ax и равна весу груза $T = Q$, реакция $\vec{R}_B$ подшипника B расположена в плоскости, перпендикулярной оси Ay, и представлена в виде двух своих составляющих $\vec{X}_B$, $\vec{Z}_B$, реакция $\vec{S}$ невесомого стержня CO направлена вдоль стержня. Направления активных сил и реакций связей показаны на рис. 1.43.

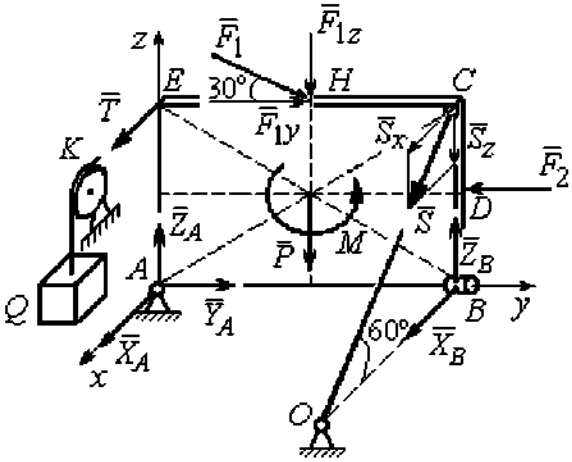


Рис. 1.43. Силы, действующие на плиту, при её равновесии

Силы, действующие на плиту, и реакции связей составляют пространственную уравновешенную систему сил. Составим уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = X_A + T + X_B + S\cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - F_2 + F_1\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kz} = Z_A - F_1\cos 60^\circ - P + Z_B - S\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = -F_1\cos 60^\circ \cdot 0{,}5 \cdot AB - F_1\cos 30^\circ \cdot AE - P \cdot 0{,}5 \cdot AB +$$

$$+ F_2 \cdot BD + Z_B \cdot AB - S\cos 30^\circ \cdot AB + M = 0;$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = T \cdot AE + S\cos 60^\circ \cdot CB = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = -X_B \cdot AB + S\cos 60^\circ \cdot EC = 0.$$

Подставляя исходные данные задачи, получим систему уравнений, решая которую, найдём значения реакций: $S = -40$ кН; $X_B = -20$ кН; $Z_B = -17{,}53$ кН; $X_A = 20$ кН; $Y_A = -3,66$ кН; $Z_A = 12{,}89$ кН.

Задача 15. Прямоугольная фрамуга $ACEB$ весом $P = 50$ Н, закрепленная в точках A и B цилиндрическими шарнирами, открыта на угол 60° (рис. 1.44). На фрамуге в точке H закреплена верёвка, другой конец которой, переброшенный через невесомый блок K, несёт груз Q. При этом линия верёвки HK параллельна прямой ED. На фрамугу действует сила $\vec{F}$, приложенная в верхнем углу в точке C перпендикулярно плоскости фрамуги и равная по величине $F = 15$ Н.

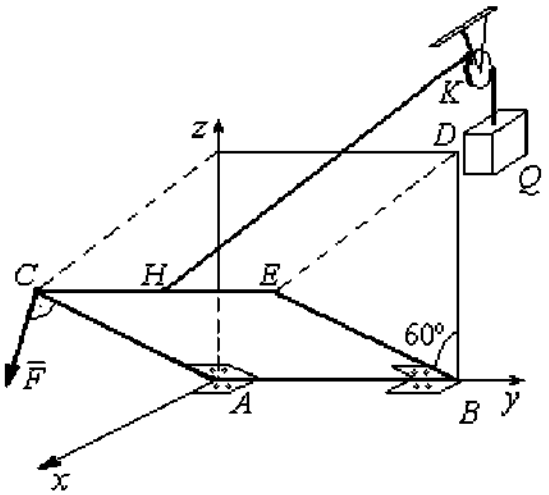


Рис. 1.44. Равновесие фрамуги

Определить вес груза Q, необходимый для удержания фрамуги в равновесии и реакции цилиндрических шарниров A и B, если размеры фрамуги $BE = BD = 2$ м; $AB = 3$ м; $CH = HE$.

Решение

Рассмотрим равновесие фрамуги *ABCE*. Изображаем внешние активные силы: силу $\vec{F}$, силу тяжести фрамуги $\vec{P}$, а также реакции связей. Связями являются два цилиндрических шарнира *A* и *B* (связь, аналогичная подшипнику) и нить, натянутая грузом *Q*. Выберем систему координат *Axyz*, как показано на рис. 1.45. Освобождаем фрамугу от связей, заменяя их действие реакциями. Реакции $\vec{R}_A$ и $\vec{R}_B$ шарниров *A* и *B* раскладываем на взаимно перпендикулярные составляющие: $\vec{X}_A$, $\vec{Z}_A$ и $\vec{X}_B$, $\vec{Z}_B$ в плоскостях, перпендикулярных оси вращения фрамуги (ось *Ay*), реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити и равна весу груза $T = Q$. Направления активных сил и реакций связей показаны на рис. 1.45.

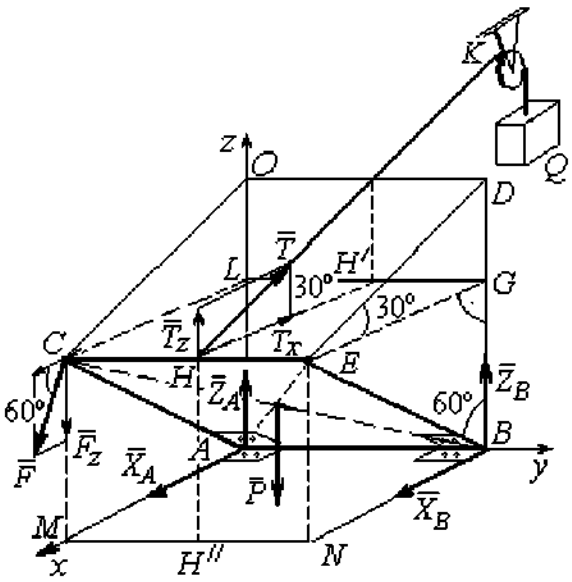


Рис. 1.45. Активные силы и реакции при равновесии фрамуги

Силы, действующие на фрамугу, составляют уравновешенную пространственную систему сил.

Составим уравнения равновесия. При этом для удобства вычисления моментов сил относительно осей изобразим плоскости, перпендикулярные этим осям, с проекциями на них сил, действующих на фрамугу (рис. 1.46). Тогда моменты сил, действующих на фрамугу, например, относительно оси *Ax* определяются как моменты векторов проекций этих сил на плоскость *zAy* относительно точки *A* – пересечения оси *Ax* и перпендикулярной ей плоскости *zAy* (см. рис. 1.46, *a*). Аналогично при вычислении моментов сил относительно оси *Az* достаточно вычислить моменты векторов проекций сил на плоскость *xAy* относительно точки *A* (см. рис. 1.46, *b*).

Значения моментов сил относительно оси Ay получим, вычисляя моменты векторов проекций сил на плоскость zAx относительно точки A (см. рис. 1.46, *c*).

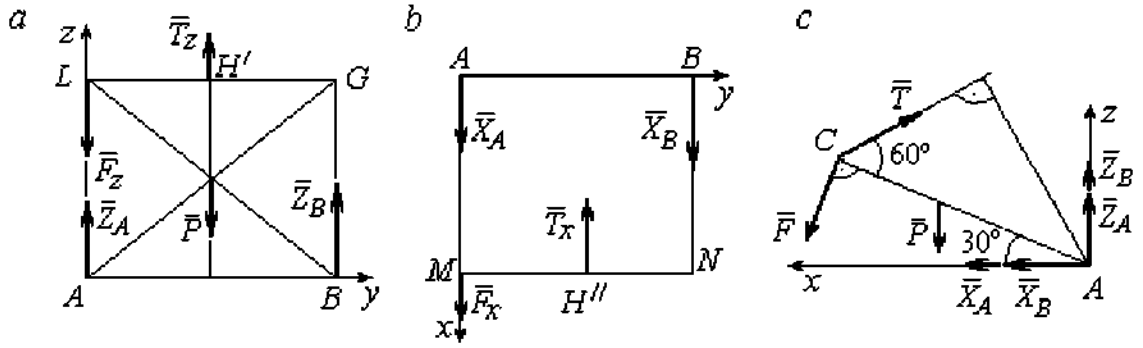


Рис. 1.46. Фрамуга и действующие на неё силы в проекциях на координатные плоскости:
a – проекция на плоскость *zAy* со стороны положительного направления оси *x*; *b* – проекция на плоскость *xAy* со стороны положительного направления оси *z*; *c* – проекция на плоскость *zAx* со стороны положительного направления оси *y*

Уравнения равновесия фрамуги имеют вид:

$$X_A + X_B + F\cos 60^\circ - T\cos 30^\circ = 0;$$

$$Z_A + Z_B - P - F\cos 30^\circ + T\cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = T_z \cdot 0{,}5 \cdot AB - P \cdot 0{,}5 \cdot AB + Z_B \cdot AB =$$

$$= T\cos 60^\circ \cdot 0{,}5 \cdot AB - P \cdot 0{,}5 \cdot AB + Z_B \cdot AB = 0;$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = P \cdot 0{,}5 \cdot AC\cos 30^\circ + F \cdot AC - T \cdot AC\sin 60^\circ = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = -X_B \cdot AB + T_x \cdot 0{,}5 \cdot AB = -X_B \cdot AB + T\cos 30^\circ \cdot 0{,}5 \cdot AB = 0.$$

Подставляя исходные данные из условия задачи и решая систему, найдём реакции шарниров фрамуги:

$$X_B = 18{,}22 \text{ Н},\ Z_B = 14{,}41 \text{ Н},\ R_B = \sqrt{X_B^2 + Z_B^2} = 23{,}31 \text{ Н};$$

$$X_A = 10{,}83 \text{ Н},\ Z_A = 27{,}41 \text{ Н},\ R_A = \sqrt{X_A^2 + Z_A^2} = 29{,}47 \text{ Н}.$$

Вес груза, удерживающий фрамугу в равновесии, численно равен реакции верёвки: $Q = T = 42{,}37$ Н.

Задача 16. Горизонтальный коленчатый вал AD (рис. 1.47) закреплен в подпятнике A и подшипнике C. Вал имеет шкив радиуса r и рукоять DH, перпендикулярные оси вала. Рукоять DH образует угол 30° к направлению оси Ax. Колено вала расположено в горизонтальной плоскости xAy. Нить, удерживающая груз Q, намотана на шкив и сходит с него вертикально вниз. На вал действуют силы $\vec{F}$, $\vec{P}$, $\vec{G}$ и пара сил с моментом M. Сила $\vec{F}$ приложена в верхней точке вертикального диаметра шкива под углом 30° к направлению оси Ay и находится в плоскости zAy. Сила $\vec{P}$ приложена в нижней точке H рукояти параллельно оси Az. Сила $\vec{G}$ приложена в крайней точке K стойки колена вала под углом 60° к стойке и находится в плоскости, перпендикулярной оси вала. Пара сил с моментом M создаёт вращение вала вокруг оси Ay.

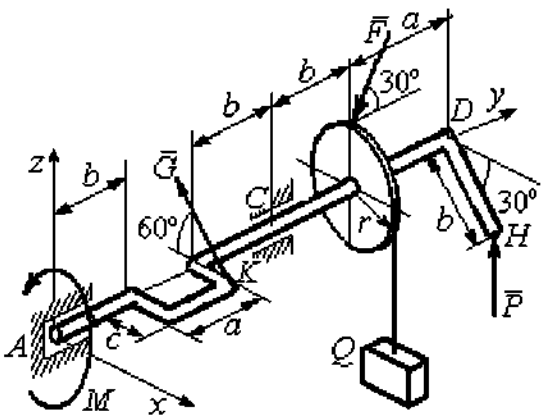


Рис. 1.47. Равновесие вала

Определить вес удерживаемого груза Q и реакции подшипника и подпятника, если: $P = 10$ кН; $F = 12$ кН; $G = 6$ кН; $M = 3$ кН·м; $r = 0{,}3$ м; $a = 0{,}8$ м; $b = 0{,}4$ м; $c = 0{,}2$ м.

Решение

Рассмотрим равновесие вала. На вал действуют активные силы – $\vec{F}$, $\vec{P}$, $\vec{G}$, пара сил с моментом M и реакции связей. Связями являются нить, натянутая грузом Q, подпятник A и подшипник C.

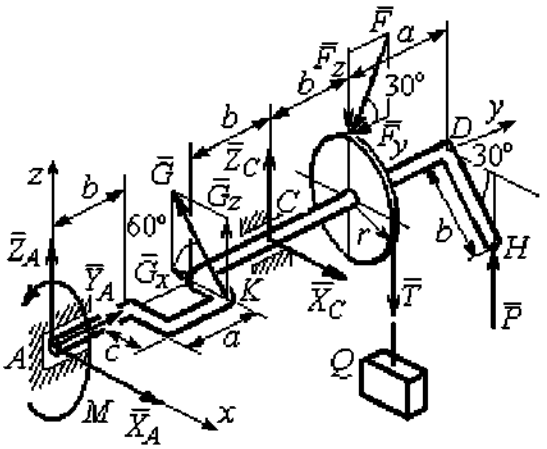


Рис. 1.48. Силы и реакции, действующие на вал при равновесии

Освобождаем вал от связей, заменяя их действие реакциями.

Реакцию подпятника A раскладываем на три составляющие: $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, $\vec{Z}_A$, направленные вдоль координатных осей. Реакция подшипника C лежит в плоскости, перпендикулярной оси вала, и также может быть разложена на составляющие $\vec{X}_C, \vec{Z}_C$, направленные вдоль координатных осей Ax, Az. Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити и по модулю равна весу груза, $T = Q$. Действие на вал активных сил и реакций связи показано на рис. 1.48.

Указанные силы составляют произвольную пространственную уравновешенную систему сил.

Составим уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = X_A - G\cos 60^\circ + X_C = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - F\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kz} = Z_A + G\cos 30^\circ + Z_C - F\cos 60^\circ - T + P = 0.$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = G_z(b+a) + Z_C(b+a+b) - F_z(b+a+b+b) + F_y r -$$

$$-T(b+a+b+b) + P(b+a+b+b+a) = 0;$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = -G_z c + Tr - Pb\cos 30^\circ - M = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = G_x(b+a) - X_C(b+a+b) = 0,$$

где значения проекций сил на оси $G_z = G\cos 30^\circ$; $G_x = G\cos 60^\circ$; $F_z = F\cos 60^\circ$; $F_y = F\cos 30^\circ$.

Подставляя исходные данные и решая систему, получим значения реакций:

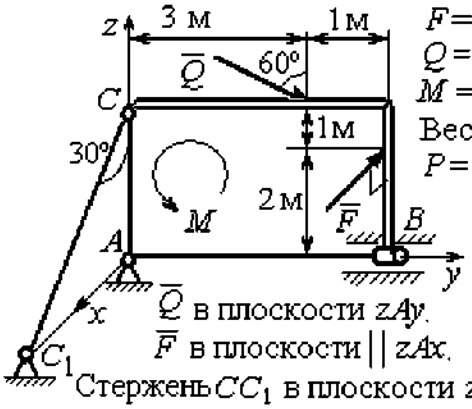
$$X_C = 2{,}25 \text{ кН}; \; Z_C = 13{,}57 \text{ кН}; \; R_C = \sqrt{X_C^2 + Z_C^2} = 15{,}58 \text{ кН};$$

$$Z_A = 0{,}39 \text{ кН}; \; Y_A = 10{,}39 \text{ кН}; \; X_A = 0{,}75 \text{ кН}; \; R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2} = 10{,}42 \text{ кН}.$$

Вес удерживаемого груза равен реакции нити $Q = T = 25{,}03$ кН.

Упражнения

Упражнение 1.9



$F = 8$ кН, $Q = 3$ кН, $M = 1$ кНм, Вес плиты $P = 2$ кН.

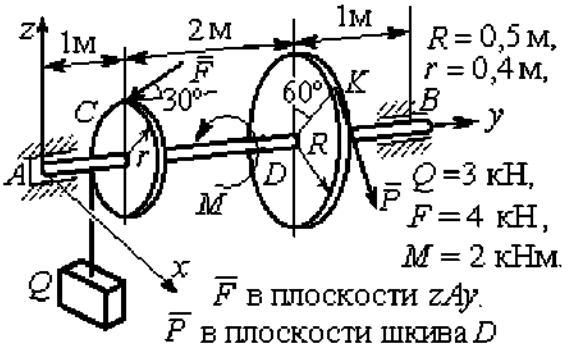
$\overline{Q}$ в плоскости zAy.

$\overline{F}$ в плоскости $\| zAx$.

Стержень CC_1 в плоскости zAx.

Найти реакцию шарнира A, реакцию подшипника B и реакцию стержня CC_1

Упражнение 1.10



$R = 0{,}5$ м, $r = 0{,}4$ м, $Q = 3$ кН, $F = 4$ кН, $M = 2$ кНм.

$\overline{F}$ в плоскости zAy.

$\overline{P}$ в плоскости шкива D и направлена по касательной в точке K.

Найти реакцию подпятника A, подшипника B и уравновешивающую силу P

Упражнение 1.11



$\overline{P}$ направлена по касат. к шкиву в точке K.

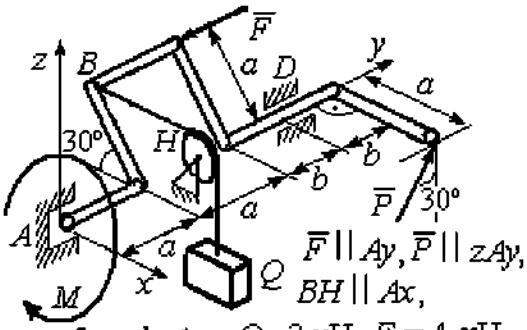
$\overline{F}$ в плос-ти zAy.

Нить сходит со шкива $\|$ оси Ay.

$a = 1$ м, $b = 2$ м, $R = 0{,}5$ м, $r = 0{,}4$ м, $Q = 3$ кН, $F = 4$ кН, $M = 2$ кНм.

Найти реакцию Q подпятника A, подшипника B и уравновешивающую силу P

Упражнение 1.12



$\overline{F} \| Ay$, $\overline{P} \| zAy$, $BH \| Ax$,

$a = 2$м, $b = 1$м, $Q = 3$ кН, $F = 4$ кН, $M = 2$ кНм. Найти реакцию подпятника A, подшипника D и уравновешивающую силу P

Рис. 1.49. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.9 – 1.12

1.6. Равновесие тел при наличии сил трения

Трение скольжения. При наличии трения скольжения полная реакция $\vec{R}$ шероховатой опоры раскладывается на нормальную составляющую $\vec{N}$ опоры и

силу $\vec{F}_{\text{тр с}}$ трения скольжения, направленную по касательной к поверхности в точке опоры.

В покое сила трения скольжения может принимать любые значения от нуля до некоторого предельного значения $F_{\text{тр с}}$, называемого **предельной силой трения скольжения** (рис. 1.50).

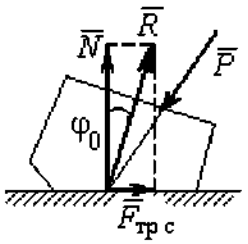


Рис. 1.50. Реакция опоры с трением скольжения

Наибольший угол φ_0, который полная реакция шероховатой поверхности образует с нормалью к поверхности, называется **предельным углом трения**. Предельная сила трения численно равна произведению коэффициента трения на величину нормальной реакции опоры тела на поверхность: $F_{\text{тр с}} = f \cdot N$, где f – безразмерный коэффициент трения, определяемый экспериментально.

Изучение равновесия тел с учетом сил трения сводится к рассмотрению предельного равновесия, когда сила трения принимает предельное значение.

Трением качения называется сопротивление, возникающее при качении одного тела по шероховатой поверхности другого. Реакция шероховатой опоры раскладывается на нормальную составляющую $\vec{N}$ и силу трения качения $\vec{F}_{\text{тр к}}$, направленную по касательной к поверхности качения. При этом за счёт небольшого вдавливания в поверхность качения нормальная реакция опоры $\vec{N}$ смещена в сторону от линии действия силы тяжести $\vec{P}$ так, что вместе с ней образует пару, противодействующую качению (рис. 1.51). В предельном положении равновесия тела смещение нормальной реакции опоры максимально. Величина максимального смещения k называется **коэффициентом трения качения**, измеряемого в единицах длины. Момент,

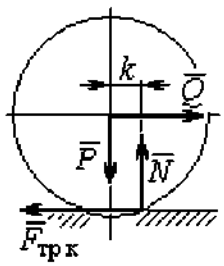


Рис. 1.51. Реакция опоры с трением качения

создаваемый парой $(\vec{N}, \vec{P})$, называется **моментом трения качения** $M_{\text{тр к}} = kN$. Максимальная сила трения качения $\vec{F}_{\text{тр к}}$ определяется из условия, что в предельном положении равновесия момент трения качения равен моменту качения, создаваемого парой $(\vec{F}_{\text{тр к}}, \vec{Q})$ (рис. 1.51).

Если максимальная сила трения качения меньше предельной силы трения скольжения, движение представляет качение без скольжения.

Примеры решения задач на равновесие тел с трением

Задача 17. Груз Q весом 50 Н удерживается нитью на шероховатой наклонной плоскости (рис.1.52). Один конец нити закреплен на грузе Q, а к другому, перекинутому через невесомый блок, подвешен груз весом P. Отрезок нити AB горизонтальный. Угол наклона плоскости составляет 30° к горизонту. Определить максимальное и минимальное значения веса груза P, при которых груз Q может начать скольжение по плоскости без опрокидывания, если коэффициент трения скольжения между грузом Q и наклонной плоскостью $f = 0{,}4$.

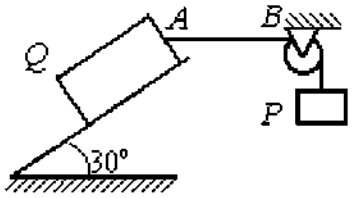


Рис.1.52. Равновесие груза на наклонной плоскости с трением

Решение

Рассмотрим равновесие груза Q при минимальном значении веса груза P. На груз действуют сила тяжести $\vec{Q}$, реакция нити $\vec{T}_{\min}$ и реакция шероховатой поверхности наклонной плоскости, состоящая из нормальной реакции наклонной плоскости $\vec{N}$ и силы трения $\vec{F}_{\text{тр I}}$ (рис. 1.53, *а*). Особенностью задач на равновесие призм является то, что точка приложения нормальной реакции не определена. В случае необходимости она находится из уравнений равновесия.

Определим направление силы трения. Если вес уравновешивающего груза P имеет минимальное значение $P_{\min}$, то при его дальнейшем уменьшении груз Q начнёт двигаться вниз по наклонной плоскости. Таким образом, предельная сила трения $\vec{F}_{\text{тр}1}$, обеспечивающая равновесие при минимальном значении веса груза P, направлена вверх по наклонной плоскости (см. рис. 1.53, *a*).

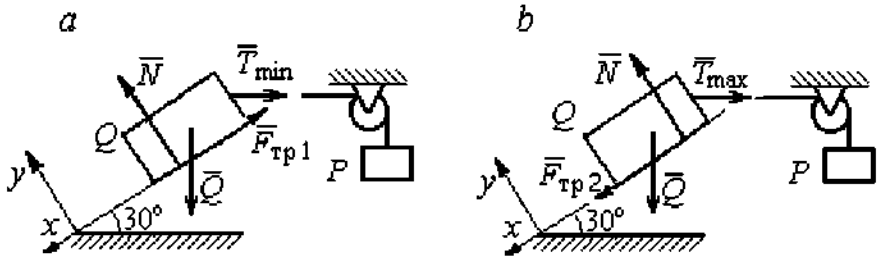


Рис. 1.53. Силы, действующие на груз при равновесии:
a – минимальный вес уравновешивающего груза;
b – максимальный вес уравновешивающего груза

Выберем систему координат, как показано на рис. 1.53, и составим уравнения равновесия в виде проекций сил:

$$\sum F_{kx} = Q\cos 60^\circ - T_{\min}\cos 30^\circ - F_{\text{тр}} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -Q\cos 30^\circ + N - T_{\min}\cos 60^\circ = 0.$$

Полагая в первом уравнении $F_{\text{тр}1} = fN$, решаем систему и находим реакцию нити $T_{\min} = 7{,}21$ Н. Минимальное значение веса уравновешивающего груза равно реакции нити: $P_{\min} = T_{\min} = 7{,}21$ Н.

Рассмотрим равновесие груза Q при максимальном $P_{\max}$ значении веса груза P. На груз действует сила тяжести $\vec{Q}$, реакция нити $\vec{T}_{\max}$ и реакция шероховатой поверхности наклонной плоскости, состоящая, как и в первом случае, из нормальной реакции наклонной плоскости $\vec{N}$ и силы трения $\vec{F}_{\text{тр}2}$ (см. рис. 1.53, *b*).

При определении направления силы трения заметим, что увеличение веса груза P больше максимального вызывает движение груза Q вверх по наклонной плоскости. Тогда предельная сила трения $\vec{F}_{\text{тр}2}$, действующая против возможного движения, должна быть направлена вниз по наклонной плоскости (см. рис. 1.53, *b*). Уравнения равновесия груза Q:

$$\sum F_{kx} = Q\cos 60^\circ - T_{\max}\cos 30^\circ + F_{\text{тр}2} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -Q\cos 30^\circ + N - T_{\max}\cos 60^\circ = 0.$$

Решаем систему, подставляя вместо силы трения её значение $F_{\text{тр}2} = fN$, и находим максимальное значение веса груза P: $P_{\max} = T_{\max} = 63{,}54$ Н.

Таким образом, груз Q будет находиться в равновесии на наклонной плоскости, если вес уравновешивающего груза находится в пределах $8{,}87 < P < 48{,}87$ Н.

Задача 18. Цилиндрический каток радиуса r = 0,5 м, весом P = 50 Н удерживается в равновесии на наклонной плоскости нитью, один конец которой закреплён в центре катка, а другой перекинут через блок и несёт груз весом Q (рис. 1.54). Коэффициент трения качения катка $f_{\text{к}}$ = 0,02 м. Наклонная плоскость составляет угол 30° с горизонтом.

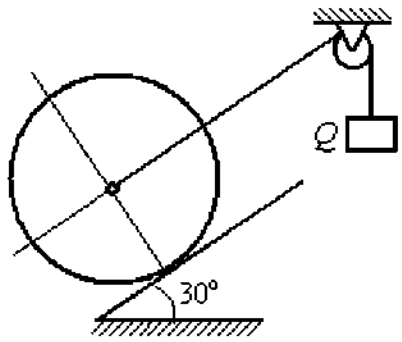


Рис. 1.54. Равновесие катка

Определить наименьшую и наибольшую величину веса Q, при которых каток будет в равновесии. Найти наименьшее значение коэффициента трения скольжения $f_{\text{с}}$, при котором в случае движения каток будет катиться без скольжения.

Решение

Рассмотрим равновесие катка при минимальном значении веса груза Q. На каток действует сила тяжести $\vec{P}$, реакции нити $\vec{Q}_{\min}$ и реакция шероховатой

поверхности наклонной плоскости $\vec{R}$, имеющая своими составляющими нормальную реакцию поверхности $\vec{N}$ и силу трения качения $\vec{F}_{\text{тр1к}}$ (рис. 1.55, *a*).

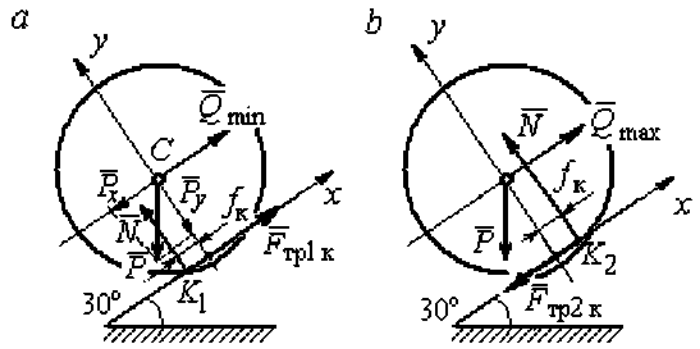


Рис. 1.55. Силы, действующие на каток, при равновесии:
a – минимальный вес груза; *b* – максимальный вес груза

Минимальный вес груза $Q_{\min}$ удерживает каток от качения вниз по наклонной плоскости. В этом случае составляющие реакции шероховатой поверхности наклонной плоскости приложены в точке K_1, слева от нормального к плоскости диаметра катка (см. рис. 1.55, *a*). Выбор точки приложения реакции шероховатой поверхности основан на том, что пара $(\vec{N}, \vec{P}_y)$ должна создавать момент трения качения, противодействующий предполагаемому движению.

На каток действует плоская уравновешенная система сил $(\vec{Q}_{\min}, \vec{F}_{\text{тр1к}}, \vec{N}, \vec{P}) \infty 0$. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.55, *a*, и составим уравнения равновесия катка, где уравнение моментов сил составлено относительно точки K_1:

$$\sum F_{kx} = -P\cos 60^\circ + Q_{\min} + F_{\text{тр1к}} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = = -P\cos 30^\circ + N = 0;$$

$$\sum M_{K_1}(\vec{F}_k) = P\cos 60^\circ \cdot r - Q_{\min} r - P\cos 30^\circ \cdot f_к = 0.$$

Подставляем данные задачи и находим минимальное значение веса груза, при котором каток находится в равновесии $Q_{\min} = 7{,}68$ Н, величину нормальной реакции наклонной плоскости $N = 43{,}3$ Н и значение силы трения качения, удерживающей каток в равновесии, $F_{\text{тр1к}} = 17{,}32$ Н.

Рассмотрим равновесие катка при максимальном значении веса груза $Q_{\max}$. Здесь нарушение предельного равновесия при увеличении веса груза Q вызывает движение катка вверх по наклонной плоскости. В таком случае точка приложения реакции опоры шероховатой поверхности (точка K_2) расположена справа от нормального к плоскости качения диаметра катка (рис. 1.55, *b*).

На каток действует плоская уравновешенная система сил $(\vec{Q}_{\max}, \vec{F}_{\text{тр2к}}, \vec{N}, \vec{P}) \infty 0$. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.55, *b*. Уравнения равновесия катка, где уравнение моментов сил составлено относительно точки K_2 имеют вид:

$$\sum F_{kx} = -P\cos 60^\circ + Q_{\max} - F_{\text{тр2к}} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -P\cos 30^\circ + N = 0;$$

$$\sum M_{K_2}(\vec{F}_k) = -P\cos 60^\circ \cdot r + Q_{\max} r - P\cos 30^\circ \cdot f_{\text{к}} = 0.$$

Решая систему, получим: $Q_{\max} = 42{,}32$ Н; $N = 43{,}3$ Н; $F_{\text{тр2к}} = 17{,}32$ Н.

Таким образом, на шероховатой поверхности каток находится в равновесии, если вес уравновешивающего груза выбран в пределах $7{,}68 \le Q \le 42{,}32$ Н.

При любом движении (вверх или вниз) качение катка будет без скольжения, если предельная сила трения скольжения $F_{\text{тр с}}$ больше аналогичной силы трения качения: $F_{\text{тр с}} > F_{\text{тр к}}$. Величина силы трения скольжения не зависит от направления движения: $F_{\text{тр с}} = f_{\text{с}} N = 43{,}3 f_{\text{с}}$, где $f_{\text{с}}$ – коэффициент трения скольжения. Величина силы трения качения также не зависит от направления движения: $F_{\text{тр к}} = F_{\text{тр1к}} = F_{\text{тр2к}} = 17{,}32$ Н. Таким образом, для определения требуемого коэффициента скольжения имеет место неравенство $43{,}3 f > 17{,}32$, откуда $f > 0{,}4$.

Задача 19. Для подъёма и опускания грузов в выработках используется ступенчатый ворот с тормозом, изображённый на рис. 1.56. Радиусы большой и малой ступенек барабана ворота $R = 0{,}5$ м и $r = 0{,}2$ м. Ворот тормозят, надавливая на конец A рычага AB, соединённого цепью CD с концом D тормозного рычага ED с расположенной на нём тормозной колодкой. Коэффициент трения между тормозной колодкой и барабаном ворота $f = 0{,}4$. На малой ступеньке барабана ворота навита верёвка, другой конец которой, переброшенный через невесомые неподвижный блок m и подвижный блок n, удерживает груз Q весом 1 кН (см. рис. 1.56). Угол наклона к горизонту участка верёвки, соединяющей барабан с неподвижным блоком m, составляет 30°.

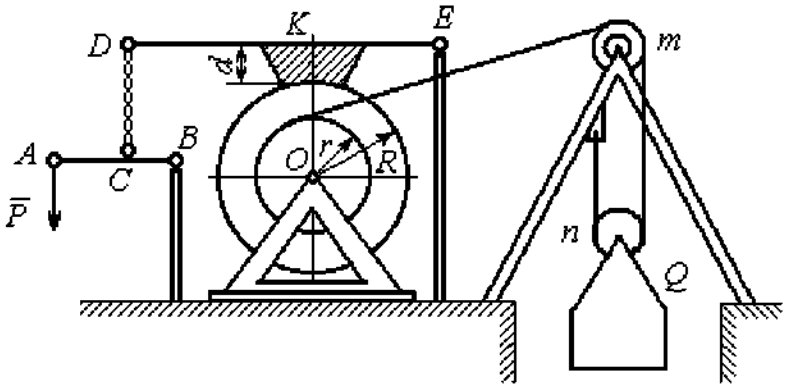


Рис. 1.56. Ворот с колодочным тормозом

Определить величину силы $\vec{P}$, уравновешивающей груз Q, и реакции шарниров O и E, если вес ворота G = 140 Н, высота тормозной колодки $d = 0{,}1$ м, расстояния AB = 1 м, BC = 0,1 м; $ED = 1{,}2$ м; $EK = 0{,}6$ м.

Решение

Рассмотрим отдельно равновесие барабана ворота, тормозного рычага DE и рычага AB (рис. 1.57).

Для того; чтобы определить силу натяжения верёвки, прикреплённой к барабану, рассмотрим равновесие груза вместе с подвижным блоком n (см. рис. 1.57, *а*). На объект равновесия действует сила тяжести груза $\vec{Q}$ и реакции $\vec{T}'$ и $\vec{T}''$ двух ветвей верёвки, огибающей снизу блок n.

Уравнения равновесия такой системы сил:

$$T' + T'' - Q = 0; \qquad T''r_{бл} = T'r_{бл},$$

где моменты сил вычислены относительно центра блока; $r_{бл}$ – радиус блока n. Решая систему уравнений, получим: $T' = T'' = 0{,}5Q = 500$ Н.

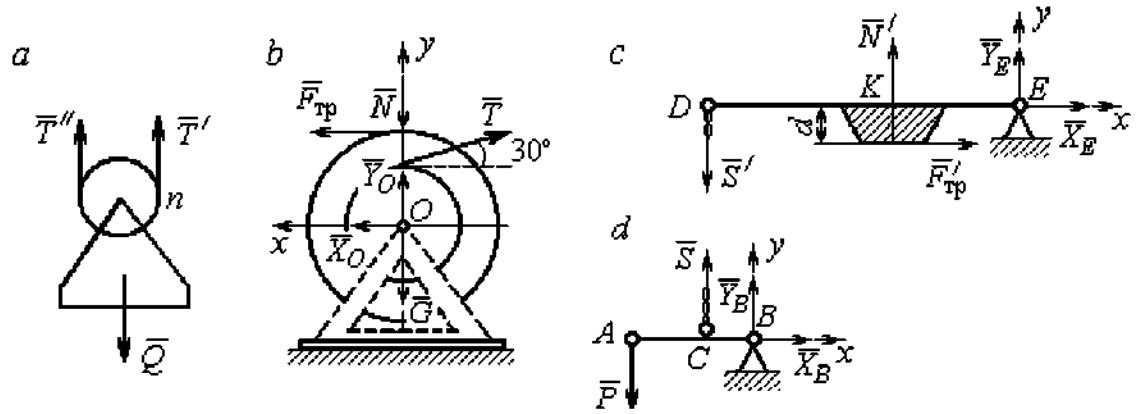


Рис. 1.57. Равновесие элементов конструкции ворота:
a – равновесие груза; *b* – силы, действующие на барабан; *c* – силы, действующие на тормозной рычаг *DE*; *d* – силы, действующие на рычаг *AB*

Рассмотрим равновесие барабана. На барабан действуют: сила веса барабана $\vec{G}$, сила давления $\vec{N}$ со стороны рычага, направленная по радиусу барабана, сила трения $\vec{F}_{тр}$, действующая по касательной к барабану в сторону, противоположную движению барабана при опускании груза, реакция $\vec{R}_O$ шарнира O, представленная двумя составляющими $\vec{X}_O, \vec{Y}_O$, и реакция верёвки $\vec{T}$, численно равная модулю силы $\vec{T}'$ (см. рис. 1.57, *b*).

Силы, действующие на барабан, составляют уравновешенную произвольную плоскую систему сил $(\vec{G}, \vec{X}_O, \vec{Y}_O, \vec{T}, \vec{N}, \vec{F}_{тр}) \sim 0$. Составим уравнение моментов относительно точки O:

$$-Tr + F_{тр}R = 0, \text{ откуда с учётом } T = T' \; F_{тр} = 200 \text{ Н}.$$

Величина силы $\vec{N}$ давления рычага на барабан находится из вида зависимости силы трения $F_{тр} = fN$, тогда $N = \dfrac{F_{тр}}{f} = 500$ Н.

Составим уравнения равновесия барабана в виде проекций сил на оси, выбранные, как показано на рис. 1.57, *b*:

$$\sum F_{kx} = X_O + F_{тр} - T\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_O + T\cos 60^\circ - N - G = 0.$$

Решая систему, найдём реакцию шарнира O:

$$X_O = 233 \text{ Н}; \; Y_O = 390 \text{ Н}; \; R_O = \sqrt{X_O^2 + Y_O^2} = 454{,}3 \text{ Н}.$$

Рассмотрим теперь равновесие тормозного рычага DE (см. рис. 1.57, *c*).

На рычаг действуют сила $\vec{N}'$ давления со стороны барабана и сила трения $\vec{F}'_{\text{тр}}$, приложенные в точке касания тормозной колодки с барабаном, равные по величине и противоположные по направлению, соответственно, силам $\vec{N}$ и $\vec{F}_{\text{тр}}$. Кроме того, в точке D на рычаг действует сила $\vec{S}'$, под действием которой рычаг прижимается к барабану, и реакция шарнира E, разложенная на составляющие $\vec{X}_E$, $\vec{Y}_E$ вдоль осей x, y. Уравнения равновесия рычага имеют вид:

$$\sum F_{kx} = X_E + F'_{\text{тр}} = 0; \quad \sum F_{ky} = Y_E + N' - S' = 0;$$

$$\sum M_E(\vec{F}_k) = S' \cdot DE - N' \cdot EK + F'_{\text{тр}} d = 0.$$

Подставляя в систему данные из условия задачи, с учётом найденных значений $F'_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} = 200$ Н, $N' = N = 500$ Н, определим усилие S', с которым тормозной рычаг прижимается к барабану, и реакцию шарнира E:

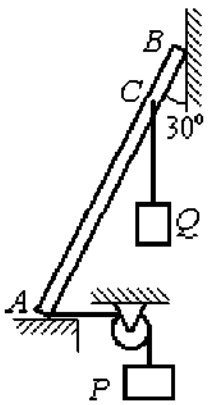
$$S' = 233{,}33 \text{ Н}; \; X_E = -200 \text{ Н}; \; Y_E = -266{,}67 \text{ Н}; \; R_E = \sqrt{X_E^2 + Y_E^2} = 333{,}34 \text{ Н}.$$

Силу $\vec{P}$, необходимую для уравновешивания груза Q, найдём рассматривая равновесие рычага AB (см. рис. 1.57, *d*) . На рычаг действуют сила $\vec{P}$, реакция цепи $\vec{S}$ и реакция шарнира B, показанная на рис. 1.57, *d* составляющими $\vec{X}_B$, $\vec{Y}_B$.

Составим уравнение равновесия рычага в форме равенства нулю суммы моментов сил относительно точки B: $P \cdot AB - S \cdot CB = 0$. С учётом того, что модули сил $\vec{S}$ и $\vec{S}'$ равны, найдем $P = 23{,}3$ Н.

Упражнения

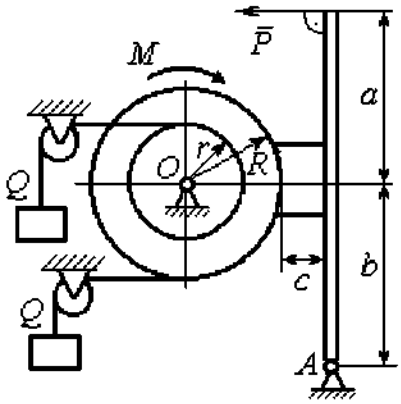
Упражнение 1.13



Невесомый стержень AB опирается в точках A и B на шероховатые поверхности – горизонтальный пол и вертикальную стену. Коэффициент трения между стержнем и полом и между стержнем и стеной $f = 0{,}2$. Угол наклона стержня к вертикальной стене 30°. В точке C к стержню подвешен груз Q. Стержень удерживается в равновесии горизонтальной нитью, прикреплённой в точке A и перекинутой через блок. К другому концу нити подвешен груз P. В каких границах можно изменять вес груза P, не нарушая равновесия стержня?

$AB = 3$ м, $AC = 2$ м, $Q = 200$ Н.

Упражнение 1.14



Шкив O состоит из двух барабанов радиусов R и r. На барабаны навиты верёвки, натянутые одинаковыми грузами Q. К шкиву приложена пара сил с моментом M. Шкив затормаживается с помощью рычажного тормоза. Коэффициент трения между тормозной колодкой и шкивом $f = 0{,}4$. Определить силу $\vec{P}$, приложенную к рычагу тормозной колодки и уравновешивающую шкив. Найти реакцию шарнира A.

$a = b = 1$ м; $c = 0{,}1$ м; $Q = 100$ Н; $M = 120$ Н·м;
$R = 0{,}6$ м; $r = 0{,}2$ м.

Рис. 1.58. Задания для самостоятельного решения. Упражнения № 1.13, 1.14

2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЁРДОГО ТЕЛА

2.1. Криволинейное движение точки

Кривая, которую описывает движущаяся точка, называется **траекторией** точки. Движение точки может быть задано **векторным**, **координатным** или **естественным** способами.

Координатный способ задания движения точки основан на том, что положение точки определяется ее координатами, заданными для каждого момента времени (рис. 2.1): $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$.

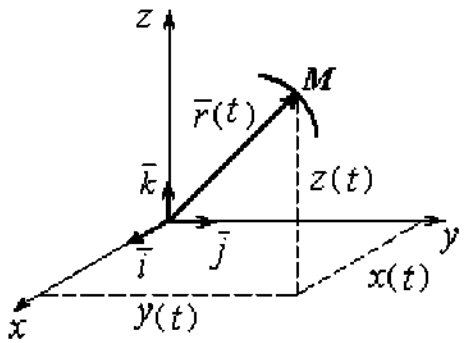


Рис. 2.1. Векторный и координатный способы задания движения точки

Мгновенная скорость, или скорость точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от радиус-вектора точки: $\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$. **Вектор скорости точки $\vec{V}$ всегда направлен по касательной к траектории в сторону движения точки.** Величины V_x, V_y, V_z проекций вектора скорости $\vec{V}$ на координатные оси определяются как производные по времени от соответствующих координат: $V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$; $V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}$; $V_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$. Модуль вектора скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$.

Мгновенное ускорение точки, или ускорение в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от вектора скорости точки или как вторая производная от радиус-вектора точки: $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$. Величины a_x, a_y, a_z проекций вектора ускорения на координ-

натные оси определяются равенствами: $a_x = \frac{dV_x}{dt} = \dot{V}_x = \ddot{x}$; $a_y = \frac{dV_y}{dt} = \dot{V}_y = \ddot{y}$; $a_z = \frac{dV_z}{dt} = \dot{V}_z = \ddot{z}$. Модуль вектора ускорения: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

Естественный способ задания движения используется, если траектория движения точки заранее известна. Тогда положение точки однозначно определяется длиной дуги $O\breve{M} = S(t)$, отсчитываемой от некоторой фиксированной точки O, принятой за начало отсчета (рис. 2.2). При этом заранее устанавливаются положительное и отрицательное направления отсчета дуговой координаты.

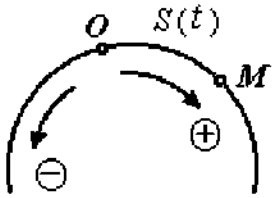


Рис. 2.2. Естественный способ задания движения точки

При естественном способе задания движения вектор скорости точки определяется равенством: $\vec{V} = \dot{S}\vec{\tau} = V_\tau\vec{\tau}$, где S – дуговая координата; $\vec{\tau}$ – единичный вектор касательной к траектории движения, направленный в сторону положительного направления дуговой координаты. Величина $V_\tau = \dot{S}$ называется алгебраической скоростью точки и представляет собой проекцию вектора скорости точки на касательную к траектории.

Вектор ускорения точки $\vec{a}$ раскладывается на составляющие по направлениям естественных осей – касательную (ось τ) и перпендикулярную к ней нормальную (ось n):

$$\vec{a} = a_\tau\vec{\tau} + a_n\vec{n} \text{ или } \vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n,$$

где $\vec{\tau}$ – единичный направляющий вектор касательной; $\vec{n}$ – единичный направляющий вектор нормали траектории; a_τ – проекция ускорения точки на касательную называется **касательным ускорением**; a_n – проекция вектора ускорения точки на нормаль называется **нормальным ускорением** (рис. 2.3). Касательная составляющая ускорения характеризует изменение величины скорости точки, нормальная – изменение направления вектора скорости.

Если проекции V_τ и a_τ имеют одинаковые знаки (направлены в одну сторону), движение будет ускоренным, если разных знаков (разнонаправлены) – замедленным (см. рис. 2.3, *a*, *b*).

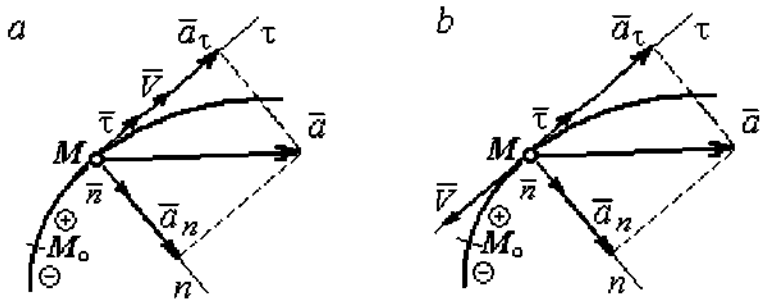


Рис. 2.3. Скорость и ускорение точки. Разложение ускорения на нормальную и касательную составляющие:
a – ускоренное движение; *b* – замедленное движение

Проекции ускорения на естественные оси и модуль вектора ускорения вычисляются по формулам:

$$a_\tau = \ddot{S} = \dot{V}_\tau,\ a_n = \frac{V^2}{\rho};$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2},$$

где ρ – радиус кривизны траектории. Иногда при вычислении касательной составляющей ускорения удобнее пользоваться формулой $a_\tau = \dfrac{a_x V_x + a_y V_y}{V_\tau}$.

Вектор нормальной составляющей ускорения $\vec{a}_n$ всегда направлен к центру кривизны траектории. Вектор касательной составляющей ускорения $\vec{a}_\tau$ направлен в сторону положительного направления касательной (по направлению единичного вектора $\vec{\tau}$), если $\ddot{S} > 0$, и в противоположную сторону – при $\ddot{S} < 0$.

Криволинейное движение точки называется **равномерным**, если проекция вектора скорости на касательную – постоянная величина: V_τ = const.

Криволинейное движение точки называется **равнопеременным**, если постоянна проекция вектора ускорения на касательную: a_τ = const.

Примеры решения задач на криволинейное движение точки

Задача 20. Движение точки задано координатным способом уравнениями $x(t) = 2\sin\pi t$, $y(t) = \cos 2\pi t$, где x, y – в сантиметрах, t – в секундах.

Найти траекторию точки, величину и направление скорости и ускорения в моменты времени t_1 = 0,25 с, t_2 = 0,75 с. Определить участки ускоренного и замедленного движений точки.

Решение

Определяем траекторию точки. Из уравнений движения находим $y = \cos 2\pi t = \cos^2 \pi t - \sin^2 \pi t = 1 - 2\sin^2 \pi t = 1 - \frac{x^2}{2}$. Траекторией точки является парабола $y = 1 - \frac{x^2}{2}$ (рис. 2.4). Однако не вся парабола будет траекторией движения, а только та её часть, точки которой согласно уравнениям движения удовлетворяют неравенствам: $-2 \le x \le 2$, $-1 \le y \le 1$.

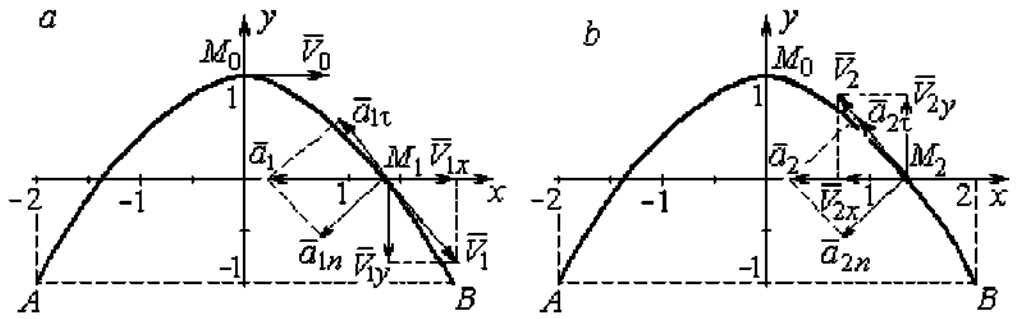


Рис. 2.4. Траектория движения точки:

a – замедленное движение точки на участке от M_0 к *B*;
b – ускоренное движение точки на участке от *B* к M_0

Определяем параметры движения точки в момент времени t_1 = 0,25 с.

Находим координаты x_1, y_1 положения точки M_1:

$$x_1 = x(0{,}25) = 2\sin\frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \text{ см}, \quad y_1 = y(0{,}25) = \cos\frac{\pi}{2} = 0.$$

Находим проекции V_{1x}, V_{1y} вектора $\vec{V}_1$ скорости точки на оси системы координат:

$$V_x(t) = \dot{x} = 2\pi\cos\pi t; \; V_y(t) = \dot{y} = -2\pi\sin 2\pi t;$$

$$V_{1x} = V_x(0{,}25) = 2\pi\cos\frac{\pi}{4} = \pi\sqrt{2} \text{ см/с}; \quad V_{1y} = V_y(0{,}25) = -2\pi\sin\frac{\pi}{2} = -2\pi \text{ см/с}.$$

Модуль скорости $V_1 = \sqrt{V_{1x}^2 + V_{1y}^2} = \pi\sqrt{6}$ см/с.

Находим проекции a_{1x}, a_{1y} вектора $\vec{a}_1$ ускорения точки на оси системы координат:

$$a_x(t) = \dot{V}_x = -2\pi^2 \sin\pi t\,;\; a_y(t) = \dot{V}_y = -4\pi^2 \cos 2\pi t\,;$$

$$a_{1x} = a_x(0{,}25) = -2\pi^2 \sin\frac{\pi}{4} = -\pi^2\sqrt{2} \text{ см/с}^2;\; a_{1y} = a_y(0{,}25) = -4\pi^2 \cos\frac{\pi}{2} = 0.$$

Модуль вектора ускорения $a_1 = \sqrt{a_{1x}^2 + a_{1y}^2} = \pi^2\sqrt{2}$ см/с.

Положение точки M_1 в момент времени t_1 = 0,25 с, построение векторов скорости $\vec{V}_1$ и ускорения $\vec{a}_1$ по их проекциям показано на рис. 2.4, *а*.

Для того чтобы определить характер движения точки в положении M_1 – ускоренное или замедленное, найдём направление касательного ускорения. С этой целью разложим известный уже вектор ускорения $\vec{a}_1$ на нормальную и касательную составляющие согласно равенству $\vec{a}_1 = \vec{a}_{1\tau} + \vec{a}_{1n}$. При этом направление касательной совпадает с направлением вектора скорости $\vec{V}_1$, а направление нормали – перпендикулярно ему. Касательное ускорение $\vec{a}_{1\tau}$ оказалось направленным противоположно вектору скорости $\vec{V}_1$ (см. рис. 2.4, *а*). Следовательно, точка в рассматриваемый момент движется замедленно.

В момент времени t_2 = 0,75 с положение M_2 совпадает с положением M_1:

$$x_2 = x(0{,}75) = 2\sin\frac{3\pi}{4} = \sqrt{2} \text{ см};\; y_2 = y(0{,}75) = \cos 2\pi\frac{3}{4} = 0.$$

Проекции векторов скорости $\vec{V}_2$ и ускорения $\vec{a}_2$ точки на оси координат:

$$V_{2x} = V_x(0{,}75) = 2\pi\cos\frac{3\pi}{4} = -\pi\sqrt{2} \text{ см/с};\; V_{2y} = V_y(0{,}75) = -2\pi\sin 2\pi\frac{3}{4} = 2\pi \text{ см/с};$$

$$a_{2x} = a_x(0{,}75) = -2\pi^2 \sin\frac{3\pi}{4} = -\pi^2\sqrt{2} \text{ см/с}^2;\; a_{2y} = a_y(0{,}75) = -4\pi^2 \cos 2\pi\frac{3}{4} = 0.$$

Модули скорости и ускорения точки в момент времени t_2 = 0,75 с:

$$V_2 = \sqrt{V_{2x}^2 + V_{2y}^2} = \pi\sqrt{6} \text{ см/с}; \quad a_2 = |a_{2x}| = \pi^2\sqrt{2} \text{ см/с}^2.$$

Положение точки M_2 в момент времени t_2 = 0,75 с, построение векторов скорости $\vec{V}_2$ и ускорения $\vec{a}_2$ по их проекциям, а также разложение вектора ускорения $\vec{a}_2$ на составляющие $\vec{a}_{2n}$ и $\vec{a}_{2\tau}$ показано на рис. 2.4, *b*. В данном случае вектор касательного ускорения совпадает по направлению с вектором скорости (см. рис. 2.4, *b*), поэтому движение ускоренное.

В целом движение точки по траектории происходит следующим образом. Из начального положения M_0 (t_0 = 0) точка с замедлением перемещается по правой ветви параболы. Достигнув положения *B* на траектории (t_B= 0,5 с), точка совершает мгновенную остановку и начинает обратное ускоренное движение. Достигнув положения M_0 (t_{M_0}= 1 с), точка переходит на левую часть параболы, где движется аналогично.

Задача 21. Рудничный поезд выходит на закруглённый участок пути радиуса *R* = 1 км с начальной скоростью 54 км/ч. Считая движение поезда равнопеременным, определить его скорость и ускорение в конце 10-й секунды движения по закруглённому участку, если за это время поезд прошёл путь 500 м.

Решение

Примем за начало отсчёта расстояния точку M_0, где поезд выходит на закруглённый участок пути (рис. 2.5). Предположим, движение поезда равноускоренное и происходит в сторону возрастания дуговой координаты *S*. В этом случае вектор скорости и вектор касательного ускорения направлены в положительную сторону касательной.

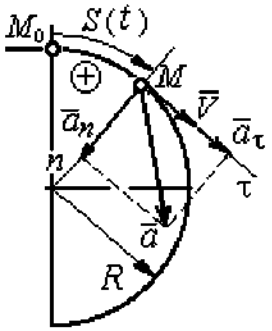


Рис. 2.5. Скорость и ускорение поезда

При равнопеременном движении проекция вектора ускорения на касательную постоянна: a_τ = const. Так как $a_\tau = \dfrac{dV_\tau}{dt}$, то $V_\tau = a_\tau t + C_1$, где V_τ – проекция вектора скорости на касательную

ось. Далее, поскольку $V_\tau = \frac{dS}{dt}$, имеем $S = \frac{a_\tau t^2}{2} + C_1 t + C_2$. Константы интегрирования C_1 и C_2 находятся из начальных условий: при $t = 0$ $S = 0$ и $V_\tau = V_0 =$ = 54 км/ч = 15 м/с. Подставив эти условия в уравнения движения, найдём константы интегрирования: C_1 = 15 м/с; C_2 = 0.

В результате получена система уравнений:

$$V_\tau = a_\tau t + 15; \quad S = \frac{a_\tau t^2}{2} + 15t.$$

По условию задачи через 10 с от начала движения по закруглённому участку поезд прошёл по дуге путь S = 500 м. Подставляя это условие во второе уравнение, получим a_τ = 7 м/с^2. Скорость поезда в конце пройденного пути с учётом известной величины касательного ускорения найдём из первого уравнения V_τ = 85 м/с. Следует заметить, что при указанном движении поезда проекция вектора скорости на касательную ось положительна и равна его модулю: $V_\tau = V$.

Нормальное ускорение поезда при движении по дуге окружности радиуса R = 1000 м в момент времени t = 10 с равно $a_n = \frac{V_\tau^2}{R}$ = 7,23 м/с^2. Величина (модуль) полного ускорения поезда $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$ = 10,06 м/с^2. Разложение вектора ускорения поезда на нормальную и касательную составляющие показано на рис. 2.5.

Задача 22. Вагонетка движется равнопеременно по дуге окружности радиуса R = 80 м. За время движения скорость вагонетки изменилась от начальной V_0 = 18 км/ч до конечной V_1 = 9 км/ч.

Определить характер движения – ускоренное или замедленное. Найти ускорение вагонетки в начале и в конце участка движения, если за это время она прошла путь S = 60 м.

Решение

Выберем некоторую точку на траектории в качестве начальной, а направление положительного отсчёта расстояний – в сторону движения вагонетки.

Уравнения равнопеременного движения точки при начальных условиях: $t = 0$; $S = 0$ и $V_\tau = V_0 = 5$ м/с имеют вид:

$$V_\tau = 5 + a_\tau t; \quad S = 5t + \frac{a_\tau t^2}{2}.$$

Подставим в уравнения параметры движения в момент времени $t = t_1$, когда скорость вагонетки стала $V_{1\tau} = 2{,}5$ м/с, а пройденный ею путь составил 60 м. Получим систему:

$$-2{,}5 = a_\tau t_1; \quad 60 = 5t_1 + \frac{a_\tau t_1^2}{2},$$

откуда найдём касательное ускорение: $a_\tau = -0{,}16$ м/с^2.

Отрицательная величина означает, что вектор касательного ускорения направлен в сторону, противоположную направлению вектора скорости, и движение равнозамедленное.

Нормальное ускорение вагонетки в начале движения $a_{n0} = \frac{V_0^2}{R} = 0{,}31$ м/с^2.

Полное ускорение $a_0 = \sqrt{a_{n0}^2 + a_\tau^2} = 0{,}35$ м/с^2. В конце движения нормальное ускорение $a_{n1} = \frac{V_1^2}{R} = 0{,}08$ м/с^2. Полное ускорение $a_1 = \sqrt{a_{n1}^2 + a_\tau^2} = 0{,}18$ м/с^2.

2.2. Поступательное движение и вращение твердого тела вокруг неподвижной оси

Движение твёрдого тела называется **поступательным**, если любой прямолинейный отрезок, связанный с телом, остаётся в процессе движения параллельным самому себе. При **поступательном** движении твёрдого тела все его

точки движутся по одинаковым траекториям, имеют равные скорости и ускорения.

Вращением твёрдого тела вокруг неподвижной оси называется такое его движение, при котором две точки тела остаются неподвижными в течение всего времени движения. Прямая, проходящая через неподвижные точки, называется **осью вращения** тела.

Положение вращающегося тела определяется углом поворота $\varphi = \varphi(t)$ относительно какой-либо системы отсчёта, например, относительно неподвижной плоскости, проходящей через ось вращения.

Вектор угловой скорости вращения тела $\vec{\omega}$ лежит на оси вращения и направлен в сторону, откуда вращение тела видно против хода часовой стрелки. **Алгебраическим значением угловой скорости** вращения тела называют проекцию вектора угловой скорости на ось вращения (ось z) $\omega_z = \dot{\varphi}$. При $\dot{\varphi} > 0$ тело вращается в сторону положительного направления отсчёта угла φ, при $\dot{\varphi} < 0$ – в обратную сторону. Направление угловой скорости обычно показывают дуговой стрелкой вокруг оси вращения. Модуль алгебраического значения угловой скорости вращения тела называется угловой скоростью $\omega = |\omega_z| = |\dot{\varphi}|$.

Алгебраическим значением **углового ускорения** вращающегося тела называют проекцию вектора углового ускорения на ось вращения (ось z) $\varepsilon_z = \dot{\omega}_z = \ddot{\varphi}$. Модуль алгебраического значения углового ускорения вращения тела называется угловым ускорением: $\varepsilon = |\varepsilon_z| = |\dot{\omega}_z| = |\ddot{\varphi}|$.

Вектор углового ускорения направлен вдоль оси вращения. Если $\varepsilon_z \omega_z > 0$ (вектора угловой скорости и углового ускорения сонаправлены), движение ускоренное, если $\varepsilon_z \omega_z < 0$ (векторы угловой скорости и углового ускорения противоположны по направлению), – замедленное.

При равномерном вращении угловая скорость тела (алгебраическое значение) – постоянная величина: ω_z = const. Угол поворота тела изменяется по линейному закону $\varphi = \varphi_0 + \omega_z t$, где φ_0 – начальный угол поворота тела.

При равнопеременном вращении постоянной величиной является алгебраическое значение углового ускорения: ε_z = const. В этом случае справедливы уравнения движения: $\omega_z = \omega_{z0} + \varepsilon_z t$; $\varphi = \varphi_0 + \omega_{z0} t + \frac{\varepsilon_z t^2}{2}$.

При вращательном движении тела все его точки движутся по окружностям, радиусы которых равны расстояниям от выбранной точки до неподвижной оси. **Скорость точки** вращающегося твердого тела (в отличие от угловой скорости тела) называют **линейной,** или **окружной скоростью** точки. Модуль скорости точки рассчитывается по формуле: $V = \omega h$, где ω – угловая скорость тела; h – расстояние от точки до оси вращения. Вектор скорости направлен по касательной к описываемой точкой окружности в сторону вращения тела.

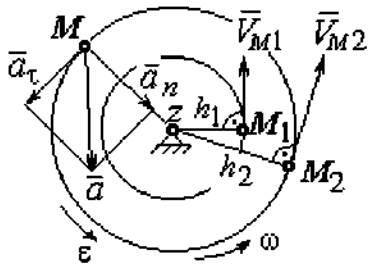


Рис. 2.6. Скорость и ускорение точек вращающегося тела

При вращении тела отношение скоростей двух точек тела равно отношению расстояний от этих точек до оси вращения: $\frac{V_{M_1}}{V_{M_2}} = \frac{h_1}{h_2}$ (рис. 2.6).

Ускорение точки вращающегося твердого тела рассчитывается как ускорение точки при естественном способе задания движения в виде суммы векторов касательного и нормального ускорений (см. рис. 2.6): $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, где модули векторов $a_\tau = \varepsilon h$, $a_n = \omega^2 h$; $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$; ω, ε – угловая скорость и угловое ускорение тела, $\varepsilon = |\varepsilon_z|$; h – расстояние от точки до оси вращения. **Вектор касательного ускорения точки** $\vec{a}_\tau$ направлен по касательной к описываемой точкой окружности в сторону движения точки, если вращение тела ускоренное, и в противоположную сторо-

ну, если движение тела замедленное. **Вектор нормального ускорения точки** $\vec{a}_n$ направлен вдоль радиуса описываемой точкой окружности к её центру.

При **передаче вращения** одного тела другому без проскальзывания соотношения между угловыми скоростями и угловыми ускорениями выражаются из равенства скоростей и касательных ускорений в точке контакта: $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$; $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{r_2}{r_1}$ (рис. 2.7).

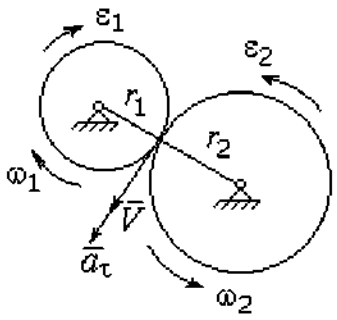


Рис. 2.7. Передача вращения одного тела другому

Примеры решения задач на вращательное движение тел

Задача 23. Вал, начиная вращаться равноускоренно из состояния покоя, за первые 2 мин. сделал 3600 оборотов. Определить угловую скорость вала в конце 2-й минуты и угловое ускорение вала.

Решение

Допустим, вращение вала вокруг оси z происходит в сторону положительного направления отсчёта угла. Тогда алгебраические значения угловой скорости и углового ускорения равны модулям соответствующих векторов $\omega_z = \omega$; $\varepsilon_z = \varepsilon$.

Воспользуемся уравнениями равнопеременного вращения вала с нулевыми начальными условиями (начальный угол поворота $\varphi_0 = 0$ и начальная угловая скорость вала $\omega_0 = 0$). Имеем $\omega = \varepsilon t$; $\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}$.

Подставим в уравнения параметры движения вала в момент времени $t = t_1 = 2$ мин $= 120$ с; $\varphi_1 = 3600$ об $= 7200\pi$ рад. Получим систему:

$$\omega_1 = \varepsilon \cdot 120, \quad 7200\pi = \frac{\varepsilon \cdot 120^2}{2}, \text{ откуда } \varepsilon = \pi \text{ с}^{-2}; \quad \omega_1 = 120\pi \text{ с}^{-1}.$$

Задача 24. В механизме стрелочного индикатора (рис. 2.8) движение от рейки мерительного штифта 1 передаётся шестерне 2, скреплённой на одной оси с зубчатым колесом 3. Колесо 3 сцепляется, в свою очередь, с шестернёй 4, несущей стрелку-индикатор. Определить угловую скорость стрелки, если движение штифта задаётся уравнением $x = 4\sin\pi t$ и радиусы зубчатых колёс: $r_2 = 6$ см, $r_3 = 10$ см, $r_4 = 4$ см.

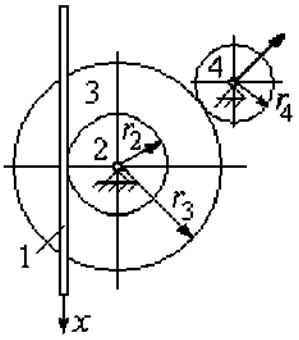


Рис. 2.8. Механизм стрелочного индикатора

Решение

Мерительный штифт движется поступательно вдоль оси x (см. рис. 2.8). Проекция скорости любой точки штифта на ось x $V_{1x} = \dot{x} = 4\pi\cos\pi t$ см/с. Такую же скорость имеет и точка касания штифта с шестернёй 2.

Полагая, что точка касания штифта с шестернёй 2 принадлежит и шестерне, найдём алгебраическое значение угловой скорости шестерни 2: $\omega_{2z} = \dfrac{V_{1x}}{r_2} = \dfrac{4\pi\cos\pi t}{6} = \dfrac{2\pi}{3}\cos\pi t$ рад/с. Зубчатое колесо 3 скреплено с шестернёй 2 на одной оси и имеет ту же угловую скорость $\omega_{3z} = \omega_{2z}$. Вращение колеса 3 через точку зацепления передаётся шестерне 4. Выразим соотношение между алгебраическими значениями угловых скоростей при передаче вращения одного тела другому: $\dfrac{\omega_{3z}}{\omega_{4z}} = \dfrac{r_4}{r_3}$. Отсюда получим: $\omega_{4z} = \dfrac{V_{1x} r_3}{r_2 r_4} = \dfrac{5\pi}{3}\cos\pi t$ с$^{-1}$. Угловая скорость стрелки равна угловой скорости шестерни 4.

Задача 25. Ведущее колесо 1 подъёмного устройства (рис. 2.9) передаёт движение шестерне 2. На одной оси с шестернёй 2 расположен шкив 3, жёстко скреплённый с шестернёй. Шкив 3 соединяется со шкивом 4 бесконечным

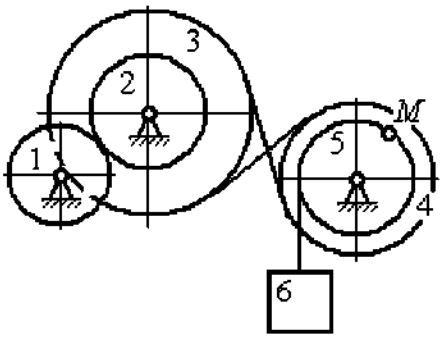


Рис. 2.9. Схема механизма подъёмного устройства

перекрёстным ремнём. Барабан 5 скреплён со шкивом 4 и находится с ним на одной оси. На барабан намотана нить, удерживающая груз 6. По заданному уравнению движения колеса 1 определить скорость, нормальное, касательное и полное ускорения точки M на ободе барабана 5 в момент времени $t_1 = 1$ с, а также скорость и ускорение груза 6. Скольжение между звеньями механизма отсутствует.

Значения радиусов колёса, шкивов и барабана механизма: $r_1 = 20$ см, $r_2 = 10$ см, $r_3 = 40$ см, $r_4 = 16$ см, $r_5 = 8$ см. Уравнение вращения колеса 1: $\varphi_1 = 2t^2 - 5t$ рад.

Решение

Ведущим звеном в механизме является колесо 1. Выберем положительное направление отсчёта угла поворота колеса 1 в сторону, противоположную направлению вращения часовой стрелки. На рис. 2.10 это направление показано дуговой стрелкой φ_1.

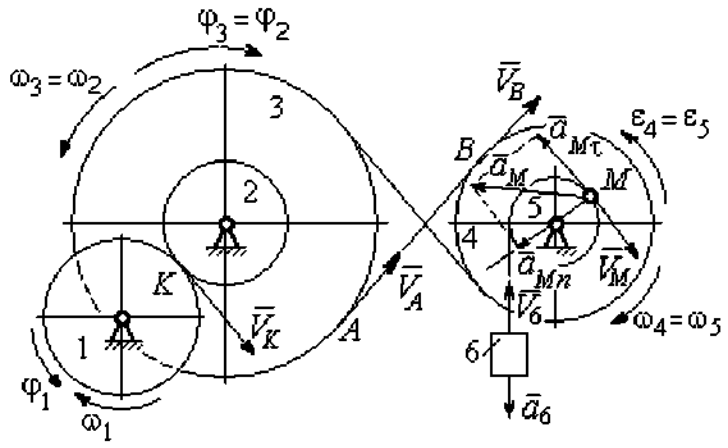


Рис. 2.10. Расчётная схема механизма

Продифференцировав по времени уравнение движения колеса 1, получим алгебраическое значение его угловой скорости: $\omega_{1z} = \dot{\varphi}_1 = 4t - 5$ рад/с. В момент времени $t_1 = 1$ с алгебраическое значение угловой скорости колеса 1 отрицательно: $\dot{\varphi}_1(1) = -1$ рад/с. Это означает, что в данный момент времени колесо 1 вращается в сторону, противоположную положительному направлению отсчёта угла φ_1. Угловая скорость колеса 1 равна модулю: $\omega_1 = |\omega_{1z}| = 1$ рад/с. Направление угловой скорости ω_1 колеса 1 в момент времени $t_1 = 1$ с показано дуговой стрелкой ω_1.

Вращение колеса 1 передаётся шестерне 2 через точку контакта K. Из соотношения $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$ найдём угловую скорость шестерни 2: $\omega_2 = \frac{\omega_1 r_1}{r_2}$. Шкив 3, закреплённый на одной оси с шестернёй 2 имеет такую же угловую скорость, $\omega_3 = \omega_2$. Направление угловых скоростей шестерни 2 и шкива 3 показано на рис. 2.10 дуговой стрелкой ω_2.

Передача движения шкива 3 шкиву 4 производится с помощью ремённой передачи. На участке от точки A, где ремень сходит со шкива 3, и до точки B, где ремень набегает на шкив 4, ремень движется поступательно, поэтому скорости точек A и B равны: $V_A = V_B$. Выразив скорости точек через угловые скорости тел, имеем равенство $\omega_3 r_3 = \omega_4 r_4$, откуда с учётом, что $\omega_3 = \omega_2$, найдём угловую скорость шкива 4: $\omega_4 = \frac{\omega_3 r_3}{r_4} = \frac{\omega_1 r_1 r_3}{r_2 r_4}$. Угловая скорость барабана 5 равна угловой скорости шкива 4, $\omega_5 = \omega_4$. Направление угловых скоростей шкива 4 и барабана 5 показано на рис. 2.10 дуговой стрелкой ω_4.

Величина (модуль) скорости точки M рассчитывается по формуле: $V_M = \omega_5 r_5$. В момент времени $t_1 = 1$ с $\omega_5 = \frac{\omega_1 r_1 r_3}{r_2 r_4} = 5$ рад/с и $V_M = 20$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_M$ направлен по касательной к ободу барабана в точке M и направлен в сторону вращения барабана 5 (см. рис. 2.10).

Нить, несущая груз 6, сматываясь с обода барабана, имеет скорость, равную скорости точек обода барабана, и, следовательно, равна скорости точки M: $V_6 = V_M$. Направление скорости груза 6 определяется направлением вращения барабана 5. При $t_1 = 1$с груз поднимается со скоростью $V_6 = 20$ см/с.

Определим ускорение точки M. Вектор ускорения точки M равен сумме векторов: $\vec{a}_M = \vec{a}_M^{\tau} + \vec{a}_M^{n}$, где $\vec{a}_M^{\tau}$, $\vec{a}_M^{n}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения.

Найдём алгебраическое значение угловой скорости барабана 5: $\omega_{5z} = \dfrac{\omega_{1z} r_1 r_3}{r_2 r_4} = 20t - 25$ рад/с. Алгебраическое значение углового ускорения барабана 5 ε_{5z} равно производной $\varepsilon_{5z} = \dot{\omega}_{5z} = 20$ рад/с^2. Так как в момент времени $t_1 = 1$ с знаки алгебраических значений угловой скорости барабана и его углового ускорения разные ($\omega_{5z} = -5$ рад/с $\vec{a}_M = \vec{a}_M^{\tau} + \vec{a}_M^{n}$ $\varepsilon_{5z} = +20$ рад/с^2), угловое ускорение (по величине равное модулю $\varepsilon_5 = |\varepsilon_{5z}|$) направлено в сторону, противоположную угловой скорости. На рис. 2.10 направление углового ускорения барабана 5 показано дуговой стрелкой ε_5.

Касательное ускорение точки: $a_{M\tau} = \varepsilon_5 r_5 = 80$ см/с^2. Вектор $\vec{a}_{M\tau}$ касательного ускорения точки M направлен по касательной к траектории в точке M в сторону углового ускорения ε_5 (см. рис. 2.10).

Нормальное ускорение точки M рассчитывается как $a_M^n = \omega_5^2 r_5$, где угловая скорость барабана $\omega_5 = |\omega_{5z}|$. В момент времени $t_1 = 1$ с $\omega_5 = 5$ рад/с и величина нормального ускорения: $\vec{a}_M^{\,n} = 100$ см/с^2. Вектор нормального ускорения $\vec{a}_M^{\,n}$ направлен по радиусу к центру барабана 5.

Модуль полного ускорения точки M в заданный момент времени: $a_M = \sqrt{(a_M^{\tau})^2 + (a_M^n)^2} = 128{,}06$ см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}_M$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_M^{\,n}$ и $\vec{a}_M^{\tau}$ (см. рис. 2.10).

Ускорение a_6 груза 6 находится из условия, что груз движется прямолинейно. При прямолинейном движении нормальная составляющая ускорения равна нулю. В результате, ускорение груза 6 $a_6 = a_6^{\tau} = \dot{V}_6 = \dot{V}_M = a_M^{\tau} = \varepsilon_5 r_5 =$ 80 см/с^2. Направление вектора ускорения груза 6 определяется направлением углового ускорения барабана 5. На рис. 2.10 направление ускорения груза 6 показано вектором $\vec{a}_6$.

Задача 26. По заданному уравнению поступательного движения звена 1 механизма (рис. 2.11, *a*) определить скорость, нормальное, касательное и полное ускорения точки *M* диска 3 в момент времени $t_1 = 1$ с, а также скорость и ускорение звена 4. Скольжение между звеньями механизма отсутствует. Значения радиусов колес механизма и закон движения звена 1: $R_2 = 20$ см, $r_2 = 5$ см, $R_3 = 8$ см, $r_3 = 4$ см, $x_1 = \cos\pi t + \sin\pi t$ см.

Решение

Звено 1 движется поступательно вдоль оси *x*. Положительное направление движения задаётся направлением оси *x* (рис. 2.11, *a*). Продифференцировав по времени уравнение движения звена 1, получим его алгебраическое значение скорости: $V_{1x}(t) = \dot{x}_1 = -\pi\sin\pi t + \pi\cos\pi t$.

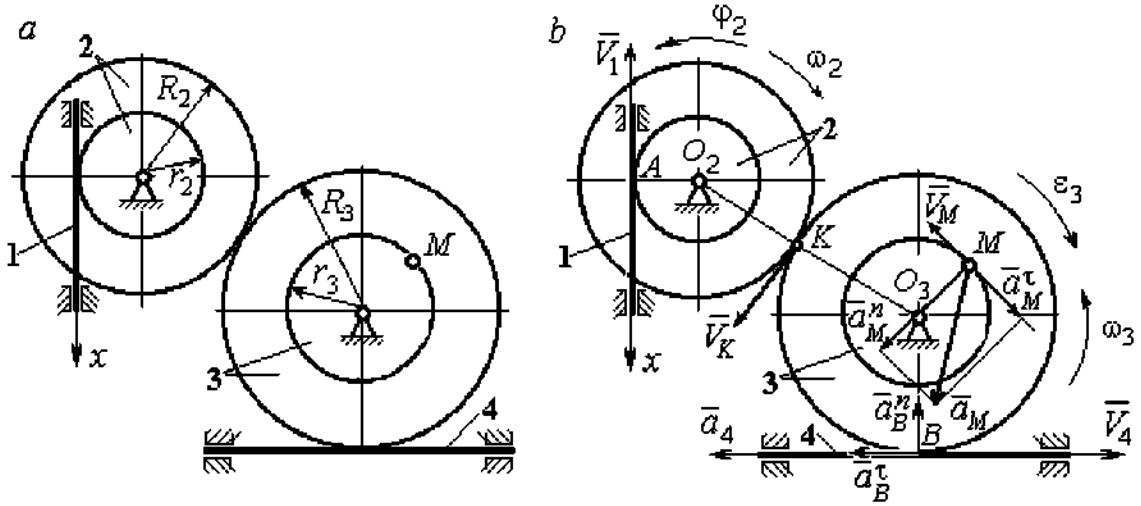


Рис. 2.11. Кинематика поступательного и вращательного движений твердого тела: *a* – схема механизма; *b* – расчетная схема для определения скоростей и ускорений точек механизма

В момент времени $t_1 = 1$ с алгебраическое значение скорости звена 1 отрицательное: $V_{1x}(1) = -\pi$ см/с. Это показывает, что в данный момент времени звено 1 движется в сторону, противоположную положительному направлению оси *x*. Скорость звена 1 равна модулю производной $V_1(1) = |\dot{x}_1| = \pi$ см/с. На рис. 2.11, *b* показано направление вектора скорости $\vec{V}_1$.

Точка A соприкосновения звена 1 с диском 2 имеет ту же скорость, что и звено 1. Угловая скорость диска 2 определяется из равенства $\omega_2 = \frac{V_1}{r_2}$ рад/с. Направление угловой скорости вращения диска 2 показано на рис. 2.11, *b* дуговой стрелкой ω_2.

Передача вращения диска 2 диску 3 происходит в точке K. Из соотношения $\frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_3}$ находим угловую скорость диска 3: $\omega_3 = \frac{V_1 R_2}{r_2 R_3} = \frac{\pi}{2}$. Направление угловой скорости диска 3 показано на рис. 2.11, *b* дуговой стрелкой ω_3.

Модуль скорости точки M $V_M = \omega_3 r_3 = 2\pi$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_M$ направлен по касательной к траектории движения точки M в сторону вращения диска 3 (см. рис. 2.11, *b*).

Звено 4 движется поступательно. Величина и направление скорости звена 4 совпадают с величиной и направлением скорости точки B касания звена 4 с диском 3: $V_4 = V_B = \omega_3 R_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с $V_4 = 4\pi$ см/с. Направление вектора скорости $\vec{V}_4$ определяется направлением вращения диска 3.

Определим ускорение точки M. Найдём алгебраическое значение ω_{3z} угловой скорости диска 3: $\omega_{3z} = \frac{V_{1x} R_2}{r_2 R_3} = \frac{\pi}{2}(-\sin\pi t + \cos\pi t)$. Алгебраическое значение ε_{3z} углового ускорения диска 3: $\varepsilon_{3z} = \dot{\omega}_{3z} = -\frac{\pi^2}{2}(\cos\pi t + \sin\pi t)$ и в момент времени $t_1 = 1$ с $\varepsilon_{3z} = \frac{\pi^2}{2}$. Разные знаки алгебраических значений угловой скорости и углового ускорения диска 3 ($\omega_{3z} = -\frac{\pi}{2}; \varepsilon_{3z} = +\frac{\pi^2}{2}$) показывают, что угловое ускорение направлено в сторону, противоположную угловой скорости. На рис 2.11, *b* направление углового ускорения диска 3 показано дуговой стрелкой ε_3.

Касательное ускорение точки M рассчитывается по формуле $a_M^\tau = \varepsilon_3 r_3$, где угловое ускорение $\varepsilon_3 = |\varepsilon_{3z}|$. В момент времени $t_1 = 1$ с $a_M^\tau = 2\pi^2$ см/с^2. Вектор касательного ускорения точки M $\vec{a}_M^\tau$ направлен по касательной к траектории точки M в сторону углового ускорения ε_3 (см. рис. 2.11, *b*).

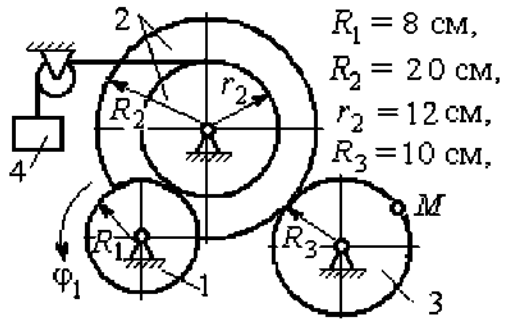
Нормальное ускорение точки M рассчитывается как $a_M^n = \omega_3^2 r_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с величина нормального ускорения $a_M^n = \pi^2$ см/с^2. Вектор нормального ускорения $\vec{a}_M^n$ направлен по радиусу к центру диска 3.

Модуль полного ускорения точки M: $a_M = \sqrt{(a_M^n)^2 + (a_M^\tau)^2} = \pi^2\sqrt{5}$ см/с^2. Вектор полного ускорения $\vec{a}_M$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_M^n$ и $\vec{a}_M^\tau$.

Звено 4 движется поступательно и прямолинейно. Ускорение звена 4 равно проекции ускорения точки B (касания диска 3 со звеном 4) на линию движения звена 4: $a_4 = a_B^\tau = \varepsilon_3 R_3 = 4\pi^2$ см/с^2. Направление ускорения звена 4 совпадает с касательным ускорением точки B.

Упражнения

Упражнение 2.1

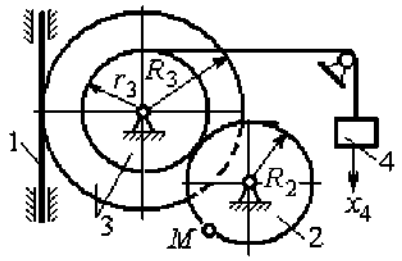


$R_1 = 8$ см,
$R_2 = 20$ см,
$r_2 = 12$ см,
$R_3 = 10$ см,

$\varphi_1 = 3t + 2\sin\frac{\pi t}{2}$ рад,

Найти скорость и ускорение точки M и груза 4 в момент $t = 1$ с

Упражнение 2.2



$R_2 = 0{,}2$ м, $R_3 = 0{,}4$ м, $r_3 = 0{,}3$ м,

$x_4 = t - 1 - \sin\frac{\pi t}{3} + \cos\frac{\pi t}{3}$ м.

Найти скорость и ускорение точки M и звена 1 в момент $t = t_1 = 3$ с.

Рис. 2.12. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.1, 2.2

2.3. Скорости точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела

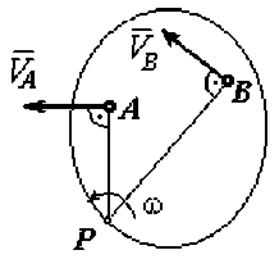
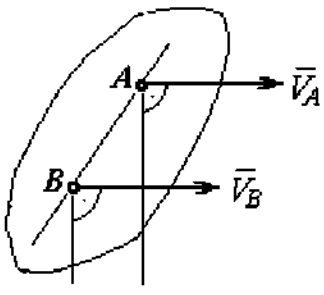
Плоскопараллельным, или плоским движением твердого тела, называется такое движение, при котором все точки тела движутся параллельно некоторой неподвижной (основной) плоскости.

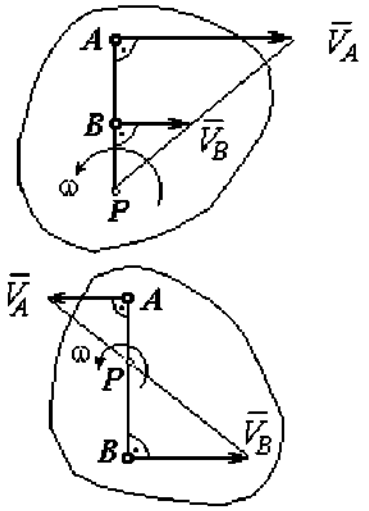
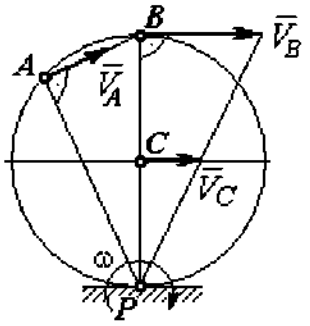
Для скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_M$ двух точек A и M тела, совершающего плоское движение, справедливо утверждение: **проекции скоростей двух точек твердого тела на ось, проходящую через эти точки, равны друг другу:** $V_A\cos\alpha = V_M\cos\beta$, где α, β – углы между векторами скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_M$ и осью, проходящей через точки A и M.

Мгновенным центром скоростей (МЦС) называется точка P плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю. При известном положении МЦС скорость любой точки плоской фигуры находят так, как если бы движение фигуры было мгновенно вращательным вокруг мгновенного центра скоростей с угловой скоростью, равной угловой скорости плоской фигуры. Способы построения мгновенного центра скоростей приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Способы построения мгновенного центра скоростей

1. Если известны направления скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ каких-нибудь двух точек A и B плоской фигуры, то мгновенный центр скоростей P находится в точке пересечения перпендикуляров, восстановленных из этих точек к векторам скоростей.	
2. Если скорости двух точек $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ параллельны, но точки A и B не лежат на общем перпендикуляре к скоростям, то, как видно из рисунка, мгновенный центр P бесконечно удалён. В этом случае угловая скорость $\omega = 0$ и тело в данный момент движется поступательно (движение является мгновенным поступательным). При таком движении скорость любой точки тела равна $\vec{V}_A$.	

3. Если скорости двух точек $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ параллельны, а точки A и B лежат на общем перпендикуляре к скоростям, то мгновенный центр скоростей P находится как пересечение прямой, соединяющей точки A и B и линии, проходящей через концы векторов, изображающих скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$.	
4. Если плоскопараллельное движение осуществляется путем качения без скольжения одного тела по неподвижной поверхности другого, то мгновенный центр скоростей P расположен в точке касания катящегося тела с неподвижной поверхностью.	

Примеры решения задач на плоскопараллельное движение тела

Задача 27. Приводной механизм насоса находится в положении, показанном на рис. 2.13. Кривошип O_1C вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_{O_1C} = 2$ рад/с вокруг оси, проходящей через точку O_1 перпендикулярно плоскости чертежа. Определить скорость поршня D и угловые скорости шатуна BC, коромысла AB и штока AD, если O_1C = 20 см, $OB = 2 \cdot OA$ = 40 см, AD = 60 см.

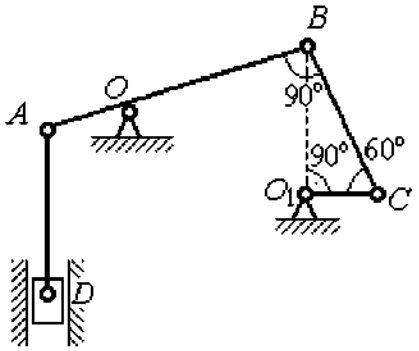


Рис. 2.13. Приводной механизм насоса

Решение

Предположим для определённости, что кривошип O_1C вращается в направлении по ходу часовой стрелки. Вектор $\vec{V}_C$ скорости точки C направлен

перпендикулярно кривошипу O_1C, в сторону его вращения (рис. 2.14). Модуль скорости $V_C = \omega_{O_1C} \cdot O_1C = 40$ см/с.

Коромысло AB качается (вращается) вокруг оси, проходящей через точку O, параллельно оси вращения кривошипа. Скорость точки B направлена перпендикулярно коромыслу AB вдоль шатуна BC (рис. 2.14).

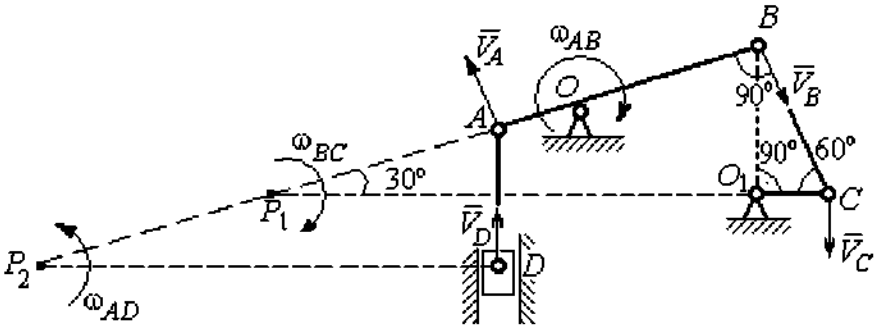


Рис. 2.14. Расчётная кинематическая схема механизма привода насоса

Шатун BC совершает плоскопараллельное движение. Мгновенный центр скоростей шатуна P_1 расположен в точке пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$ точек C и B шатуна. Находим $P_1C = 4O_1C = 80$ см. Угловая скорость вращения шатуна BC $\omega_{BC} = \dfrac{V_C}{CP_1} = 0{,}5$ рад/с. Направление угловой скорости вращения шатуна BC определяется направлением вращения кривошипа O_1C и на рис. 2.14 показано дуговой стрелкой ω_{BC}.

Скорость V_B найдём по теореме о проекциях скоростей. Спроектируем вектора скоростей $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$ точек C и B на линию BC. Получим $V_B\cos 0^\circ = V_C\cos 30^\circ$. Отсюда $V_B = 20\sqrt{3}$ см/с.

Угловая скорость коромысла AB $\omega_{AB} = \dfrac{V_B}{OB} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ рад/с. Направление угловой скорости коромысла определяется направлением вектора скорости $\vec{V}_B$ и показано дуговой стрелкой ω_{AB}.

Скорость точки A коромысла равна половине скорости точки B: $V_A = \frac{1}{2}V_B = 10\sqrt{3}$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно коромыслу AB в сторону его вращения.

Точка P_2 пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_D$ является мгновенным центром скоростей штока AD. Тогда угловая скорость штока $\omega_{AD} = \frac{V_A}{AP_2} = \frac{\sqrt{3}}{12}$ рад/с. Направление угловой скорости штока определяется по направлению скорости точки A и на рис. 2.14 показано дуговой стрелкой ω_{AD}.

Скорость поршня $V_D = \omega_{AD} \cdot P_2D = 15$ см/с.

Задача 28. Механизм качалки (рис. 2.15) состоит из кривошипа OA, вращающегося вокруг оси O и несущего в точке A ось подвижной шестерни 2, которая катится по неподвижной шестерне 1. Вращение кривошипа происходит с угловой скоростью $\omega_{OA} = 2$ рад/с. Радиусы шестерён $r_1 = r_2 = 6$ см. К ободу шестерни 2 в точке B шарнирно прикреплён шатун BC длиной $BC = 8$ см, который в точке C передаёт движение коромыслу CO_1 длиной $CO_1 = 16$ см.

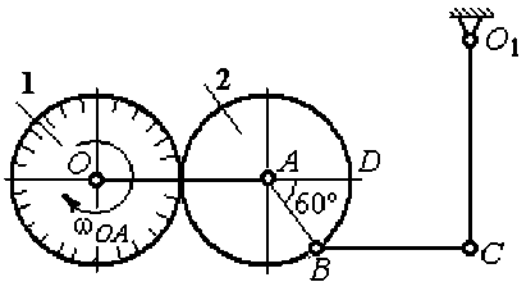


Рис. 2.15. Схема механизма качалки

Определить угловые скорости шестерни 2, шатуна BC, коромысла CO_1, а также скорости точек A, B, C, D в момент, когда кривошип OA и шатун BC горизонтальны и угол $\angle DAB = 60°$.

Решение

Найдём скорость точки A кривошипа: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 24$ см/с. Вектор скорости точки $\vec{V}_A$ расположен перпендикулярно кривошипу OA и направлен в сторону вращения кривошипа (рис. 2.16).

Мгновенный центр скоростей P_2 шестерни 2 находится в точке касания с неподвижной поверхностью шестерни 1. Угловая скорость шестерни 2 $\omega_2 = \dfrac{V_A}{AP_2} = 4$ рад/с. Направление угловой скорости шестерни 2 определяется направлением вектора скорости $\vec{V}_A$ и на рис. 2.16 показано дуговой стрелкой ω_2.

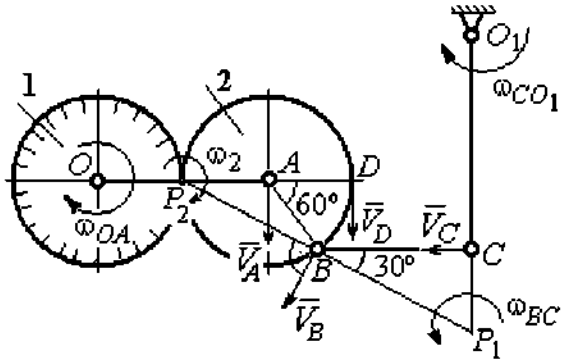


Рис.2.16. Расчётная кинематическая схема механизма качалки

Найдём расстояние P_2B из равнобедренного треугольника P_2AB по теореме косинусов: $P_2B = \sqrt{r^2 + r^2 - 2r^2\cos 120^\circ} = 6\sqrt{3}$ см. Скорость точки B $V_B = \omega_2 \cdot P_2B = 24\sqrt{3}$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии P_2B и направлен в сторону вращения шестерни 2.

Скорость точки D: $V_D = \omega_2 \cdot P_2D = 48$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_D$ перпендикулярен линии P_2D и направлен в ту же сторону (см. рис. 2.16).

Скорость точки C перпендикулярна линии CO_1. Восстанавливая перпендикуляры к скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$, получим точку пересечения P_1, которая будет мгновенным центром скоростей шатуна BC. Расстояние $P_1B = \dfrac{BC}{\cos 30^\circ} = \dfrac{16}{\sqrt{3}}$ см.

Угловая скорость шатуна $\omega_{BC} = \dfrac{V_B}{P_1B} = \dfrac{9}{2}$ рад/с. Направление угловой скорости определяется по направлению скорости $\vec{V}_B$ и показано дуговой стрелкой ω_{BC}.

Скорость точки C: $V_C = \omega_{BC} \cdot P_1C = \dfrac{36}{\sqrt{3}}$ см/с. Направление вектора скорости определяется направлением вращения шатуна BC.

Угловая скорость коромысла CO_1: $\omega_{CO_1} = \dfrac{V_C}{O_1C} = \dfrac{9}{4\sqrt{3}}$ рад/с.

Задача 29. В планетарном механизме (рис. 2.17) кривошип OA длиной OA = 25 см вращается вокруг неподвижной оси O, перпендикулярной плоскости рисунка, с угловой скоростью ω_{OA} = 3,6 рад/с. На конец A кривошипа насажена шестерёнка 2, находящаяся во внутреннем зацеплении с колесом 1 радиуса r_1 = 45 см, соосным с кривошипом OA и вращающимся с угловой скоростью ω_1 = 1 рад/с. Шатун BC, шарнирно соединённый с шестерёнкой 2 на её ободе в точке B, приводит в движение кривошип CO_1. Определить угловые скорости шестерёнки 2, шатуна BC и кривошипа CO_1, скорости точек A, B, C в положении, показанном на рис.2.17, если длина шатуна BC = 100 см, длина кривошипа CO_1 = 50 см.

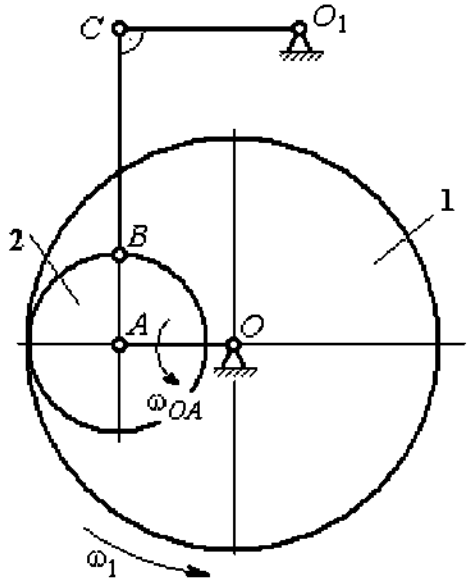


Рис. 2.17. Планетарный механизм

Решение

Найдём скорости точек A и D

$$V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 90 \text{ см/с}; \quad V_D = \omega_1 \cdot r_1 = 45 \text{ см/с}.$$

Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу OA в сторону его вращения. Вектор скорости $\vec{V}_D$ перпендикулярен радиусу OD колеса 1 и направлен в сторону вращения колеса (рис. 2.18).

Мгновенный центр скоростей P_2 шестерни 2 находится на пересечении прямой, соединяющей точки A и D, и линии, проходящей через концы векторов $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_D$, изображающих скорости точек A и D Расстояние P_2D от центра скоростей до точки D находится из пропорции $\frac{V_A}{V_D} = \frac{AP_2}{DP_2} = \frac{DP_2 + 20}{DP_2}$, откуда P_2D = 20 см.

Угловая скорость шестерёнки 2 $\omega_2 = \dfrac{V_D}{P_2D} = 2{,}25$ рад/с. Направление угловой скорости ω_2 показано на рис. 2.18 дуговой стрелкой ω_2.

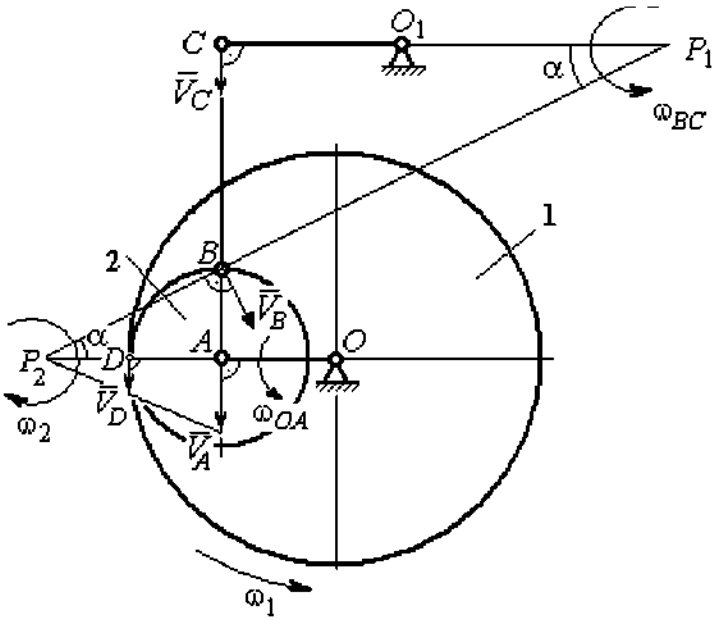


Рис. 2.18. Расчётная кинематическая схема планетарного механизма

Скорость точки B, которая находится на ободе шестеренки, $V_B = \omega_2 \cdot P_2B = = 45\sqrt{5}$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии P_2B и направлен в сторону вращения шестерни 2.

Направим вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярно кривошипу CO_1 и восстановим перпендикуляры к скоростям $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$. Точка P_1 пересечения перпендикуляров является мгновенным центром скоростей шатуна BC. Расстояние P_1B найдём из треугольника P_1BC: $P_1B = \dfrac{BC}{\sin\alpha}$, где $\sin\alpha = \dfrac{AB}{P_2B} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$. Тогда $P_1B = 100\sqrt{5}$ см. Угловая скорость шатуна $\omega_{BC} = \dfrac{V_B}{P_1B} = 0{,}45$ рад/с. Скорость точки C шатуна BC найдём по теореме о проекциях скоростей. Спроектируем скорости $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$ точек C и B на линию, проходящую через эти точки Имеем: $V_C\cos 0^\circ = V_B\cos\alpha$, откуда $V_C = 90$ см/с.

Угловая скорость кривошипа CO_1 $\omega_{CO_1} = \dfrac{V_C}{O_1C} = 1{,}8$ рад/с.

Задача 30. В плоском механизме (рис. 2.19) кривошип OA вращается вокруг оси O с угловой скоростью ω_{OA}. На конец A кривошипа насажена шестерня 2, находящаяся во внешнем зацеплении с неподвижным колесом 1. Радиусы колеса и шестерни r_1 и r_2. Шестерня 2 соединяется с колесом 3 шатуном BC, закреплённым на шестерне в точке B и на колесе в точке C. Колесо 3 катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Все соединения шарнирные. Качение шестерни 2 по неподвижному колесу 1 без проскальзывания. Для положения механизма, изображенного на рис. 2.19, определить скорости точек A, B, C и угловые скорости шатуна BC, шестерни 2 и колеса 3, если ω_{OA}= 4 рад/с; r_1= 4 см; r_2 = r_3= 8 см.

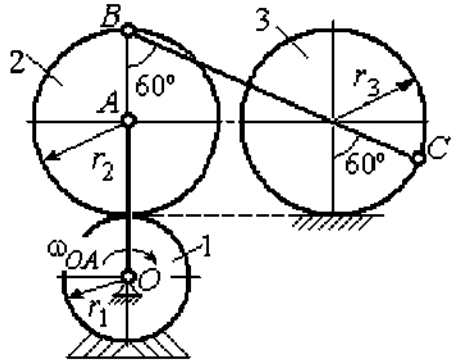


Рис. 2.19. Схема движения плоского механизма

Решение

Рассмотрим вращательное движение кривошипа OA. Скорость точки A кривошипа: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA$= 48 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу OA в сторону его вращения (рис. 2.20).

При качении шестерни 2 по неподвижной поверхности колеса 1 точка их соприкосновения P_2 является мгновенным центром скоростей шестерни.

Угловая скорость шестерни 2

$$\omega_2 = \frac{V_A}{AP_2} = 6 \text{ рад/с}.$$

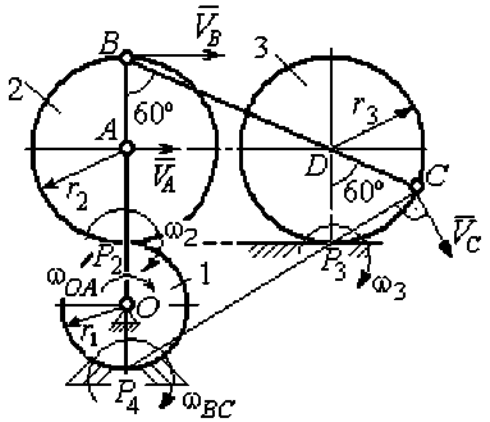


Рис. 2.20. Расчетная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

Скорость точки B шестерни 2 $V_B = \omega_2 \cdot BP_2$ = 96 см/с.

Точка P_3 касания колеса 3 с неподвижной поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Вектор $\vec{V}_C$ скорости точки C колеса 3 перпендикулярен линии P_3C и направлен в сторону качения колеса (см. рис. 2.20).

Мгновенный центр скоростей шатуна BC – точка P_4 находится на пересечении перпендикуляров, восстановленных к скоростям точек B и C. По построению $BP_4 = BC = BD + DC = 2r_2 + r_3 = 24$ см. Угловая скорость шатуна BC $\omega_{BC} = \dfrac{V_B}{BP_4} = 4$ рад/с. Так как $BP_4 = CP_4$, скорости точек C и B $V_C = 96$ см/с.

Угловая скорость колеса 3 $\omega_3 = \dfrac{V_C}{CP_3} = 12$ рад/с.

Задача 31. В плоском механизме (рис. 2.21) кривошип OC, вращаясь вокруг неподвижной оси O, приводит в движение два шатуна CD и CE, присоединённых к кривошипу в точке C. Шатун CE прикреплён в точке E к ободу цилиндрического выступа диска 1, который катится без проскальзывания своим выступом по неподвижному горизонтальному рельсу. К другому шатуну CD в точке D прикреплён ползун, перемещающийся вдоль направления вертикального диаметра диска 1. Все соединения шарнирные. Радиусы диска и цилиндрического выступа $R_1 = 3$ см, $r_1 = 2$ см. Длина шатуна $CE = 4$ см. В заданном положении механизма (см. рис. 2.21) шатун CE горизонтален.

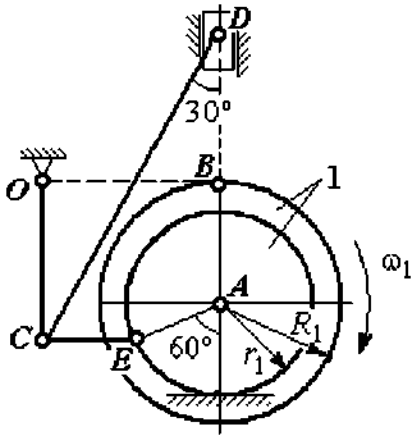


Рис. 2.21. Схема движения плоского механизма

Определить скорости точек A, E, C, D и угловые скорости диска 1, шатунов CE, CD и кривошипа CO, если известна скорость точки B на ободе диска 1 $V_B = 10$ см/с и направление ω_1 угловой скорости диска.

Решение

Изобразим вектор скорости точки B диска 1 в соответствии с заданным направлением его движения. При качении диска 1 по неподвижной поверхности рельса точка P_1 касания обода выступа с поверхностью рельса является его мгновенным центром скоростей (рис. 2.22).

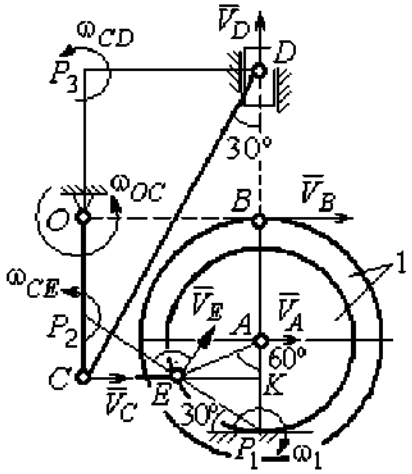


Рис. 2.22. Расчётная схема для определения скоростей точек и угловых скоростей звеньев механизма

Угловая скорость диска 1 $\omega_1 = \dfrac{V_B}{BP_1} = 2$ рад/с. Скорость точки A $V_A = \omega_1 \cdot AP_1 = 4$ см/с. Скорость точки E $V_E = \omega_1 \cdot EP_1 = 4$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ и вектор скорости $\vec{V}_E$ перпендикулярны, соответственно, линиям AP_1 EP_1 и направлены в сторону вращения диска.

Шатун CE совершает плоскопараллельное движение. Скорость точки C шатуна неизвестна по величине, но известно, что вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярен кривошипу OC и направлен вдоль CE в сторону точки E. Мгновенный центр скоростей P_2 шатуна CE находится на пересечении перпендикуляров, восстановленных к скоростям $\vec{V}_E$ и $\vec{V}_C$ (см. рис. 2.22).

Расстояние $EP_2 = \dfrac{EC}{\cos 30^\circ} = 4{,}62$ см. Угловая скорость шатуна CE $\omega_{CE} = \dfrac{V_E}{EP_2} = 0{,}86$ рад/с. Направление угловой скорости шатуна, определяемое по направлению скорости точки E, на рис. 2.22 показано дуговой стрелкой ω_{CE}. Скорость точки C шатуна CE $V_C = \omega_{CE} \cdot CP_2 = \dfrac{V_E}{2} = 2$ см/с.

Длина кривошипа $OC = BK = R_1 + r_1\sin 30^\circ = 4$ см. Угловая скорость кривошипа $\omega_{OC} = \dfrac{V_C}{OC} = 0{,}5$ рад/с.

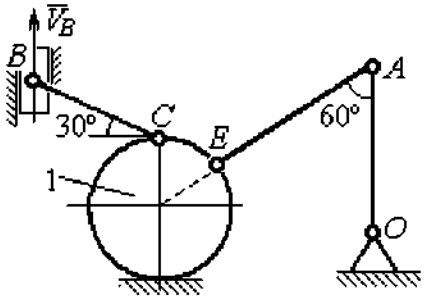
Для шатуна CD известны величина и направление вектора $\vec{V}_C$ скорости точки C и направление вектора $\vec{V}_D$ скорости точки D. Мгновенный центр скоростей шатуна CD находится в точке P_3, полученной на пересечении перпендикуляров, восстановленных к скоростям $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_D$.

Расстояние $CP_3 = DK = (CE + r_1\cos 30^\circ)\operatorname{ctg}30^\circ = 9{,}92$ см (см. рис. 2.22). Угловая скорость шатуна CD: $\omega_{CD} = \dfrac{V_C}{CP_3} = 0{,}21$ рад/с.

Скорость ползуна D: $V_D = \omega_{CD} DP_3 = \omega_{CD}(CE + r_1\cos 30^\circ) = 1{,}2$ см/с.

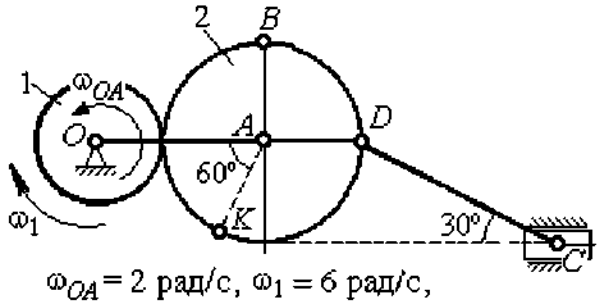
Упражнения

Упражнение 2.3



$R_1 = 2$ см, $OA = AE = 6$ см,
$BC = 5$ см, $V_B = 5$ см/с.
Найти: ω_{OA}, ω_{AE}, ω_{CB}, ω_1, V_C, V_A, V_E

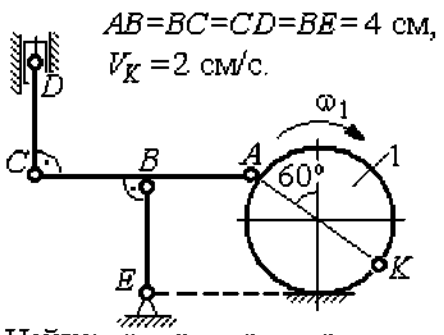
Упражнение 2.4



$\omega_{OA} = 2$ рад/с, $\omega_1 = 6$ рад/с,
$r_1 = 3$ см, $r_2 = 6$ см.
Найти: ω_2, ω_{DC}, V_B, V_K, V_D, V_C

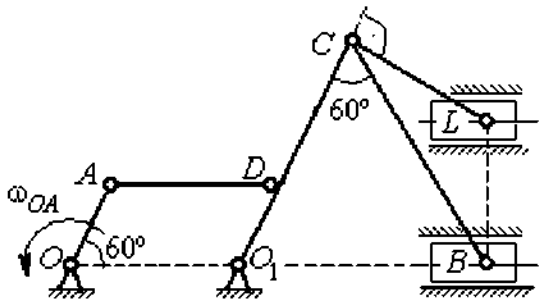
Рис. 2.23. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.3, 2.4

Упражнение 2.5



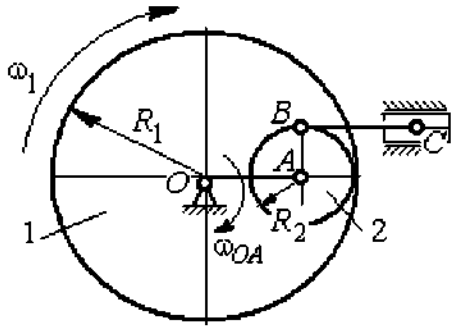
Найти: ω_1, ω_{AC}, ω_{CD}, ω_{BE}, V_A, V_B, V_C, V_D

Упражнение 2.6



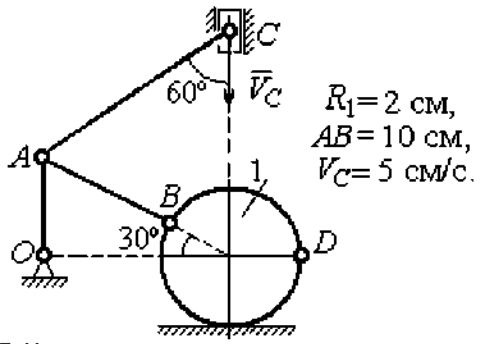
OA = 4 см, $AD \parallel OO_1$,
$O_1C = CB = 16$ см, ω_{OA} = 3 рад/с.
Найти: ω_{AD}, ω_{CB}, ω_{O_1C}, ω_{CL}, V_A, V_C, V_B, V_D, V_L

Упражнение 2.7



ω_{OA}=1,5 рад/с, ω_1=2 рад/с,
R_1=15 см, R_2=5 см, CB=8 см,
Найти: V_B, ω_{BC}, ω_2, V_C

Упражнение 2.8



R_1= 2 см,
AB= 10 см,
V_C= 5 см/с.
Найти: ω_{OA}, ω_{AB}, ω_1, ω_{AC}, V_B, V_A, V_D

Рис. 2.24. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.5 – 2.8

2.4. Ускорения точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела

Ускорение любой точки M плоской фигуры при плоскопараллельном движении твердого тела представляется как сумма векторов $\vec{a}_M = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{MA} + \vec{a}^{n}_{MA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A; $\vec{a}^{\tau}_{MA}$, $\vec{a}^{n}_{MA}$ – касательная и

нормальная составляющие ускорения точки M при вращении фигуры вокруг полюса A (рис. 2.25).

Вектор нормального ускорения $\vec{a}^{n}_{MA}$ всегда направлен от точки M к полюсу A. Вектор касательного ускорения $\vec{a}^{\tau}_{MA}$ направлен перпендикулярно отрезку AM в сторону вращения, если оно ускоренное (см. рис. 2.25, *a*), и против вращения, если оно замедленное (см. рис. 2.25, *b*). Величины касательного и нормального составляющих ускорения точки M определяются по формулам:

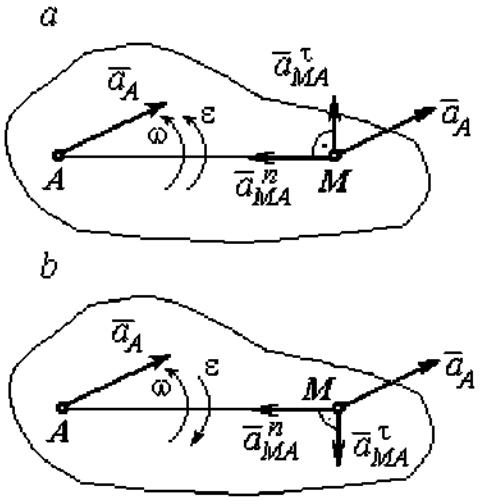


Рис. 2.25. Ускорение точки плоской фигуры:
a – ускоренное движение;
b – замедленное движение

$a^{\tau}_{MA} = \varepsilon \cdot AM$; $a^{n}_{MA} = \omega^2 \cdot AM$, где ω, ε – угловая скорость и угловое ускорение тела (плоской фигуры); AM – расстояние от точки M до полюса A.

Если при движении плоской фигуры известны траектории движения полюса A и точки M, то для определения ускорения точки M используется векторное равенство $\vec{a}^{\tau}_{M} + \vec{a}^{n}_{M} = \vec{a}^{\tau}_{A} + \vec{a}^{n}_{A} + \vec{a}^{\tau}_{MA} + \vec{a}^{n}_{MA}$, где $\vec{a}^{\tau}_{M}$, $\vec{a}^{n}_{M}$, $\vec{a}^{\tau}_{A}$, $\vec{a}^{n}_{A}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки M и полюса A при движении их по заданным траекториям.

Примеры решения задач на определение ускорений точек

Задача 32. Поршень D гидравлического пресса приводится в движение шарнирно-рычажным механизмом $OABD$. В положении механизма, указанном на рис. 2.26, точка L рычага имеет скорость $V_L = 0{,}6$ м/с и ускорение $a_L = 0{,}5$ м/с^2. Длина рычага $OA = 2 \cdot AL = 0{,}6$ м, длина звена $AB = 0{,}4$ м. Определить скорость и ускорение поршня D, угловую скорость и ускорение звена AB.

Решение

Найдём угловую скорость рычага OL: $\omega_{OL} = \dfrac{V_L}{OL} = \dfrac{2}{3}$ рад/с.

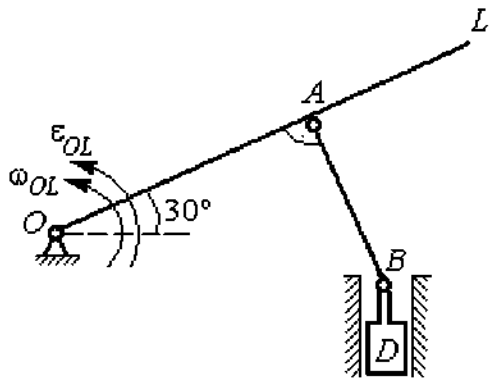


Рис. 2.26. Шарнирно-рычажный механизм гидравлического пресса

Ускорение точки L представляется в виде суммы векторов нормального и касательного ускорений: $\vec{a}_L = \vec{a}_L^{\tau} + \vec{a}_L^{n}$ (рис. 2.27). Модуль нормального ускорения точки L $a_L^n = \omega_{OL}^2 \cdot OL = 0{,}4$ м/с^2. Модуль её касательного ускорения и угловое ускорение рычага, соответственно, равны:

$$a_L^{\tau} = \sqrt{a_L^2 - (a_L^n)^2} = 0{,}3 \text{ м/с}^2, \quad \varepsilon_{OL} = \frac{a_L^{\tau}}{OL} = \frac{1}{3} \text{ рад/с}^2.$$

Скорость $\vec{V}_A$ точки A перпендикулярна рычагу OL и направлена в сторону вращения рычага. Её модуль $V_A = \omega_{OL} \cdot OA = 0{,}4$ м/с. Скорость $\vec{V}_B$ точки B направлена вертикально вверх вдоль линии движения поршня. Направления векторов скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ показаны на рис. 2.27. Точка P_1 – пересечения перпендикуляров, восстановленных к векторам скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ - определяет положение мгновенного центра скоростей звена AB. Расстояние $AP_1 = P_1B \cdot \cos 30^\circ = 0{,}4\sqrt{3}$ м.

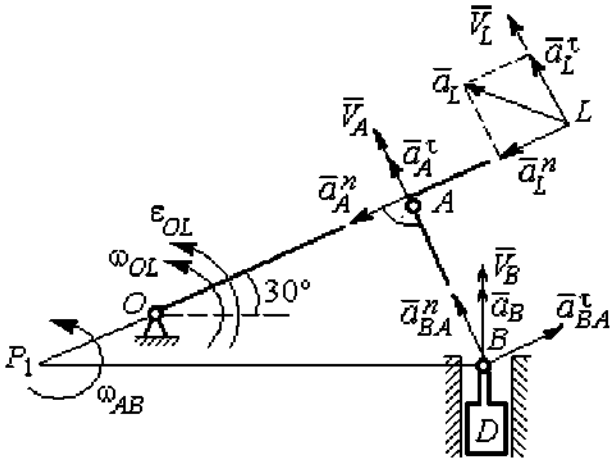


Рис. 2.27. Расчётная кинематическая схема механизма

Угловая скорость звена AB $\omega_{AB} = \dfrac{V_A}{P_1A} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ рад/с.

Представим ускорение точки B через полюс A: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{BA} + \vec{a}^{n}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A; $\vec{a}^{\tau}_{BA}$, $\vec{a}^{n}_{BA}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки B при вращении звена AB вокруг полюса A. Так как траекторией точки A является окружность с центром в точке O, ускорение этой точки может быть разложено на две составляющие: $\vec{a}_A = \vec{a}^{\tau}_{A} + \vec{a}^{n}_{A}$. В результате ускорение точки B представляется в виде векторной суммы $\vec{a}_B = \vec{a}^{\tau}_{A} + \vec{a}^{n}_{A} + \vec{a}^{\tau}_{BA} + \vec{a}^{n}_{BA}$. Направления векторов ускорений показаны на рис. 2.27.

Модули ускорений:

$$a^{n}_{A} = \omega^{2}_{OL} \cdot OA = 0{,}27 \text{ см/с}^2;\ a^{n}_{BA} = \omega^{2}_{AB} \cdot AB = 0{,}13 \text{ см/с}^2;$$

$$a^{\tau}_{A} = \varepsilon_{OL} \cdot OA = 0{,}2 \text{ см/с}^2.$$

Ускорение $a^{\tau}_{BA} = \varepsilon_{AB} \cdot AB$ остаётся неизвестной величиной, так как угловое ускорение ε_{AB} звена AB неизвестно.

Спроектируем векторное равенство ускорения точки B на оси x, y, где ось x проходит вдоль линии звена AB, ось y – перпендикулярна ей (рис. 2.28). Получим равенства:

$$a_B \cdot \cos 30^\circ = a^{\tau}_{A} + a^{n}_{BA};\ \ a_B \cdot \cos 60^\circ = -a^{n}_{A} + a^{\tau}_{BA}.$$

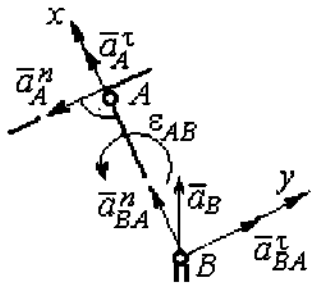


Рис. 2.28. Вычисление проекций векторов ускорений

Решая систему уравнений, находим модуль ускорения точки B: $a_B = 0{,}38$ см/с^2 и величину касательного ускорения: $a^{\tau}_{BA} = 0{,}46$ см/с^2. Угловое ускорение стержня AB $\varepsilon_{AB} = \dfrac{a^{\tau}_{BA}}{AB} = 1{,}15$ рад/с^2. Направление углового ускорения ε_{AB} звена AB определяется направлением вектора $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ касательного ускорения точки B при вращении звена вокруг полюса A (см. рис. 2.28).

Ускорение поршня D равно ускорению точки B: $a_D = a_B = 0{,}38$ см/с^2.

Задача 34. Колесо 1 радиуса $r_1 = 0{,}6$ м катится без скольжения по прямолинейному участку пути и приводит в движение шатун 2, соединённый шарнирно с колесом в точке B на его ободе. На другом конце шатуна в точке C к нему присоединён ползун, перемещающийся горизонтально (рис. 2.29).

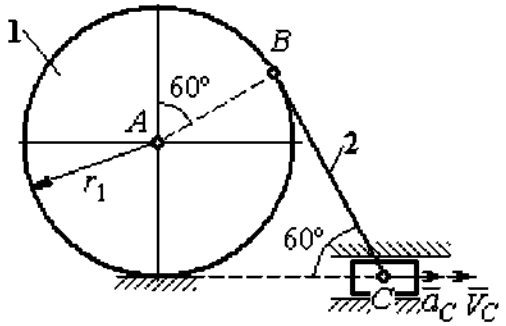


Рис. 2.29. Механизм, связывающий качение колеса с поступательным движением ползуна

В положении механизма, показанном на рис. 2.29, найти ускорение центра A колеса 1, его угловое ускорение, а также угловое ускорение шатуна 2, если заданы скорость и ускорение ползуна C: $V_C = 9$ м/с; $a_C = 4$ м/с^2.

Решение

При качении диска 1 по неподвижной поверхности точка P_1 касания его с поверхностью является мгновенным центром скоростей диска. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии P_1B. Восстановим перпендикуляры к скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$. Их пересечение в точке P_2 определяет положение мгновенного центра скоростей шатуна 2 (рис. 2.30).

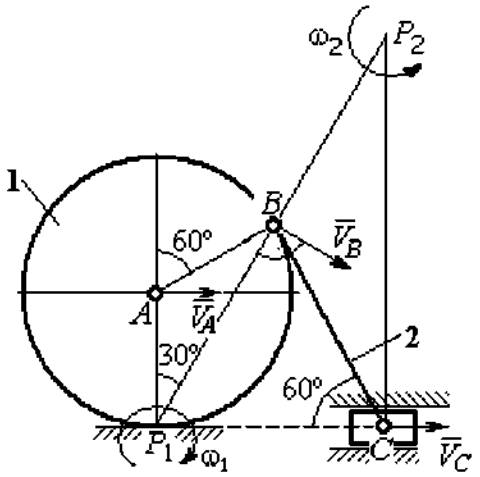


Рис. 2.30. Расчётная схема механизма для определения скоростей точек

Вычислим необходимые расстояния.

Расстояние P_1B (см. рис. 2.30) найдём из треугольника P_1AB по теореме косинусов: $P_1B = r_1\sqrt{3} = 1{,}04$ м. Из построения мгновенных центров скоростей P_1 и P_2 следует: $P_1B = BP_2 = BC$. Расстояние P_2C определяется из треугольника P_1P_2C: $P_2C = P_1P_2 \cdot \cos 30^\circ = 1{,}8$ м.

Угловая скорость шатуна 2 $\omega_2 = \dfrac{V_C}{P_2C}$ = 5рад/с. Направление угловой скорости ω_2 определяется направлением скорости $\vec{V}_C$.

Скорость точки B найдём по формуле $V_B = \omega_2 \cdot P_2B$ = 5,2 м/с.

Угловая скорость диска 1 $\omega_1 = \dfrac{V_B}{P_1B}$ = 5 рад/с. Скорость центра колеса 1 $V_A = \omega_1 \cdot P_1A$ = 3 м/с.

Найдём ускорение точки A.

Примем точку B за полюс и выразим ускорение точки A через полюс B: $\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}^{\tau}_{AB} + \vec{a}^{n}_{AB}$, где $\vec{a}_B$ – ускорение полюса B; $\vec{a}^{\tau}_{AB}$, $\vec{a}^{n}_{AB}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки A при вращении диска 1 вокруг полюса B (рис. 2.31). Направления ускорения точки $\vec{a}_A$ и касательной составляющей ускорения $\vec{a}^{\tau}_{AB}$ точки A выбраны в предположении ускоренного движения диска.

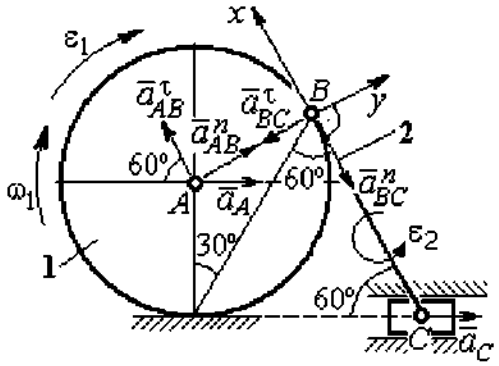


Рис. 2.31. Расчётная схема механизма для определения ускорений точек

Ускорение полюса B выразим через полюс C: $\vec{a}_B = \vec{a}_C + \vec{a}^{\tau}_{BC} + \vec{a}^{n}_{BC}$, где $\vec{a}_C$ – ускорение полюса C; $\vec{a}^{\tau}_{BC}$, $\vec{a}^{n}_{BC}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки B при вращении шатуна 2 вокруг полюса C. Направление касательной составляющей ускорения $\vec{a}^{\tau}_{BC}$ точки B выбрано в направлении вращения шатуна 2 (см. рис. 2.30) исходя из предположения его ускоренного движения. В результате ускорение точки A выражается векторной суммой:

$$\vec{a}_A = \vec{a}^{\tau}_{AB} + \vec{a}^{n}_{AB} + \vec{a}^{\tau}_{BC} + \vec{a}^{n}_{BC} + \vec{a}_C.$$

Направления векторов ускорений показаны на рис. 2.31.

Заметим, что в любой момент времени движения колеса 1 расстояние от точки A до мгновенного центра скоростей колеса P_1 остаётся постоянным, равным радиусу колеса. Дифференцируем выражение $V_A = \omega_1 \cdot P_1A = \omega_1 \cdot r_1$. Получим $\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_1}{dt} r_1 = \varepsilon_1 \cdot r_1$, откуда с учётом $\frac{dV_A}{dt} = a_A$ (прямолинейное движение точки A) угловое ускорение диска 1 $\varepsilon_1 = \frac{a_A}{r_1}$. В результате, касательное ускорение a^{τ}_{AB} точки A при вращении диска 1 вокруг полюса B $a^{\tau}_{AB} = \varepsilon_1 \cdot AB = a_A$.

Найдём модули векторов ускорений:

$$a^n_{AB} = \omega_1^2 \cdot AB = 15 \text{ м/с}^2;\ a^n_{BC} = \omega_2^2 \cdot BC = 26 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение $a^{\tau}_{BC} = \varepsilon_2 \cdot BC$ остаётся неизвестным. Применить здесь способ дифференцирования выражения $V_C = \omega_2 \cdot P_2C$ для определения углового ускорения ε_2 невозможно, так как расстояние P_2C от мгновенного центра скоростей P_2 шатуна 2 до точки C меняется во время движения механизма неизвестным образом.

Спроектируем векторное равенство ускорения точки A на оси x, y, выбранные, как показано на рис. 2.31. Получим систему уравнений:

$$\text{проекция на ось } x\text{: } -a_A\cos60^\circ = a^{\tau}_{AB} - a^n_{BC} - a_C\cos60^\circ;$$

$$\text{проекция на ось } y\text{: } a_A\cos30^\circ = a^n_{AB} - a^{\tau}_{BC} + a_C\cos30^\circ.$$

Из первого уравнения с учётом того, что $a^{\tau}_{AB} = a_A$, найдём ускорение точки A: a_A = 18,67 м/с^2. Положительное значение ускорения точки A означает, что вектор $\vec{a}_A$ направлен так, как показано на рис. 2.31, – в сторону направления вектора скорости $\vec{V}_A$. Из этого следует, что диск 1 движется ускоренно и угловое ускорение направлено в сторону его угловой скорости.

Из второго уравнения получим: $a_{BC}^{\tau} = 2{,}29$ м/с^2. Угловое ускорение шатуна 2: $\varepsilon_2 = \dfrac{\left|a_{BC}^{\tau}\right|}{BC} = 2{,}2$ рад/с^2. Из того, что касательное ускорение a_{BC}^{τ} положительно, следует, что направление вектора $\vec{a}_{BC}^{\tau}$ совпадает с направлением, указанным на рис. 2.31. Это, в свою очередь, означает, что в данном положении механизма угловое ускорение шатуна 2 направлено так, как показано на рис. 2.31, – по направлению его угловой скорости, то есть шатун 2 вращается ускоренно.

Задача 35. По неподвижной шестерне 1 радиуса r_1 обкатывается шестерня 2 радиуса r_2, насаженная в центре на кривошип OA (рис. 2.32). Кривошип OA вращается вокруг оси O с угловой скоростью ω_{OA} и угловым ускорением ε_{OA}. На ободе шестерни 2 в точке B шарнирно прикреплен стержень BC, соединенный другим концом с центром C диска 3, катящегося без скольжения вдоль горизонтальной прямой. Радиус диска 3 равен радиусу шестерни 2: $r_3 = r_2$. Для положения механизма, изображенного на рис. 2.32, определить ускорение точки D и угловое ускорение стержня BC, если $r_1 = 0{,}2$ м, $r_2 = 0{,}4$ м, $\omega_{OA} = 4$ рад/с, $\varepsilon_{OA} = 2$ рад/с^2. Длина стержня $BC = 1$ м.

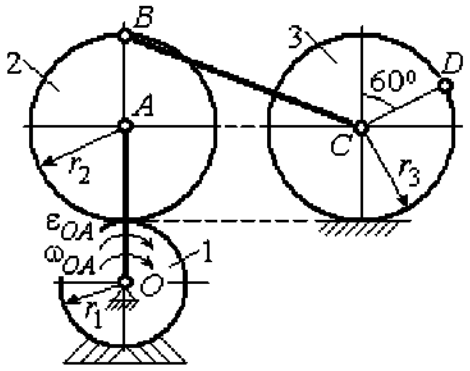


Рис. 2.32. Схема движения плоского механизма

Решение

Найдём угловые скорости звеньев механизма.

Рассмотрим вращательное движение кривошипа OA. Скорость его точки A: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 2{,}4$ м/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу OA в сторону его вращения (рис. 2.33).

При качении подвижной шестерни 2 по неподвижной 1, точка их соприкосновения P_2 является мгновенным центром скоростей шестерни 2. Угловая скорость шестерни 2: $\omega_2 = \dfrac{V_A}{AP_2} =$ 6 рад/с. Скорость точки B шестерни 2: $V_B = \omega_2 \cdot BP_2 =$ 4,8 м/с.

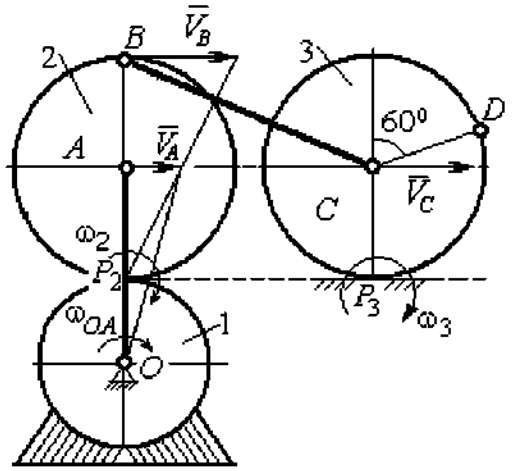


Рис. 2.33. Расчетная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

Для определения угловой скорости стержня BC заметим, что скорости двух точек стержня $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ параллельны, но точки B и C не лежат на общем перпендикуляре к скоростям. В этом случае мгновенный центр скоростей стержня BC отсутствует (или бесконечно удалён), угловая скорость стержня равна нулю и стержень совершает мгновенное поступательное движение. При таком движении мгновенные скорости всех точек стержня BC одинаковы по величине и направлению. Таким образом, $\omega_{BC} = 0$; $V_C = V_B =$ 4,8 м/с.

При качении диска 3 по неподвижной поверхности без проскальзывания точка P_3 касания диска с поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Угловая скорость диска 3: $\omega_3 = \dfrac{V_C}{CP_3} =$ 12 рад/с. Направление угловой скорости ω_3 определяется направлением вектора $\vec{V}_C$.

Найдём ускорения точек и угловые ускорения звеньев механизма.

Выразим ускорение $\vec{a}_C$ точки C, направленное вдоль линии движения центра колеса 3, через полюс B. Ускорение представляется векторной суммой: $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}^{\,n}_{CB} + \vec{a}^{\,\tau}_{CB}$, где $\vec{a}_B$ – вектор ускорения полюса B; $\vec{a}^{\,n}_{CB}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{CB}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки C при вращении

стержня BC вокруг полюса B. Вектор $\vec{a}^{n}_{CB}$ направлен вдоль стержня от точки C к полюсу B, вектор $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ перпендикулярен стержню BC. Направление вектора $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ выбрано по предполагаемому угловому ускорению стержня BC, показанному на рис. 2.34 дуговой стрелкой ε_{CB}.

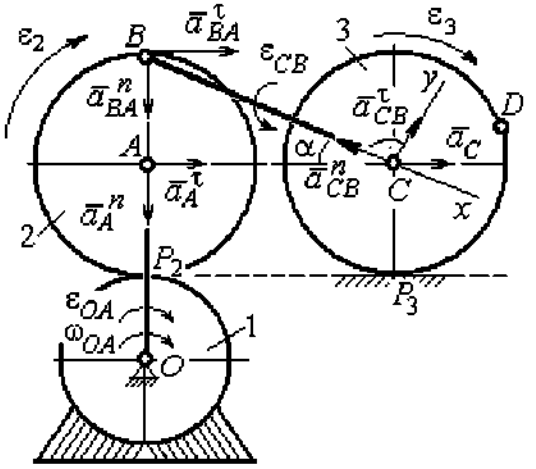


Рис. 2.34. Расчетная схема для определения ускорений точек механизма и угловых ускорений его звеньев

Рассмотрим плоскопараллельное движение шестерни 2 и выразим ускорение точки B через полюс A в виде векторного равенства: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{n}_{BA} + \vec{a}^{\tau}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A; $\vec{a}^{n}_{BA}$, $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки B при вращении шестерни 2 вокруг полюса A. Вектор $\vec{a}^{n}_{BA}$ направлен вдоль радиуса шестерни от точки B к полюсу A, вектор $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ перпендикулярен линии BA. Направление вектора $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ соответствует ускоренному вращению шестерни 2.

Рассмотрим вращение кривошипа OA. Вектор ускорения точки A кривошипа при вращении его вокруг неподвижной оси O представляется в виде суммы: $\vec{a}_A = \vec{a}^{n}_{A} + \vec{a}^{\tau}_{A}$, где $\vec{a}^{n}_{A}$ и $\vec{a}^{\tau}_{A}$ – вектора нормальной и касательной составляющих ускорения точки A. Вектор $\vec{a}^{n}_{A}$ направлен вдоль кривошипа по направлению к оси вращения, вектор $\vec{a}^{\tau}_{A}$ перпендикулярен кривошипу и направлен в сторону углового ускорения ε_{OA} вращения кривошипа.

В результате для определения ускорения точки C имеем векторное равенство:

$$\vec{a}_C = \vec{a}^{n}_{A} + \vec{a}^{\tau}_{A} + \vec{a}^{n}_{BA} + \vec{a}^{\tau}_{BA} + \vec{a}^{n}_{CB} + \vec{a}^{\tau}_{CB}.$$

Направления всех векторов ускорений показаны на рис. 2.34.

Вычислим модули векторов, составляющих векторную сумму:

$$a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 9{,}6 \text{ м/с}^2; \quad a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 1{,}2 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot BA = 14{,}4 \text{ м/с}^2; \quad a_{CB}^n = \omega_{BC}^2 \cdot BC = 0.$$

Заметим, что во время движения шестерни 2 расстояние AP_2 остается постоянным, равным r_2. Дифференцируя равенство $V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = \omega_2 r_2$, получим: $\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_2}{dt} r_2$. При криволинейном движении точки A производная от скорости равна касательному ускорению: $\frac{dV_A}{dt} = a_A^\tau$. С учётом, что $\frac{d\omega_2}{dt} = \varepsilon_2$, получим: $a_A^\tau = \varepsilon_2 r_2$, откуда $\varepsilon_2 = \frac{a_A^\tau}{r_2} = 3$ рад/с^2 и $a_{BA}^\tau = \varepsilon_2 \cdot BA = 1{,}2$ м/с^2.

Выберем оси Cx, Cy, как показано на рис. 2.34, – вдоль отрезка BC и перпендикулярно ему и спроектируем на них векторное равенство ускорения точки C. Получим систему уравнений:

$$a_C \cos\alpha = a_A^n \sin\alpha + a_A^\tau \cos\alpha + a_{BA}^n \sin\alpha + a_{BA}^\tau \cos\alpha - a_{CB}^n;$$

$$a_C \sin\alpha = -a_A^n \cos\alpha + a_A^\tau \sin\alpha - a_{BA}^n \cos\alpha + a_{BA}^\tau \sin\alpha + a_{CB}^\tau,$$

где α – угол между стержнем BC и линией центров AC, $\sin\alpha = \frac{AB}{BC} = 0{,}4$; $\cos\alpha = 0{,}92$.

Находим из первого уравнения ускорение точки C: $a_C = 12{,}83$ м/с^2, из второго – касательное ускорение точки C при вращении стержня BC вокруг полюса B: $a_{CB}^\tau = 33{,}95$ м/с^2. Величина углового ускорения стержня BC: $\varepsilon_{CB} = \frac{|a_{CB}^\tau|}{BC} = 33{,}95$ рад/с^2. Положительное значение a_{CB}^τ означает, что вектор касательного ускорения $\vec{a}_{CB}^\tau$ направлен так, как показано на рис. 2.34. Тогда и

направление углового ускорения ε_{CB} стержня BC совпадает с направлением, показанным дуговой стрелкой на рис. 2.34.

При качении диска 3 точка C движется по прямой и расстояние CP_3 остается постоянным, равным радиусу диска 3. В этом случае равенство $V_C = \omega_3 \cdot CP_3 = \omega_3 r_3$ можно продифференцировать по времени. Получим: $\frac{dV_C}{dt} = \frac{d\omega_3}{dt} r_3$. Так как движение точки C является прямолинейным, производная от скорости точки C равна ускорению этой точки: $\frac{dV_C}{dt} = a_C$. Тогда с учётом $\frac{d\omega_3}{dt} = \varepsilon_3$ имеем равенство $a_C = \varepsilon_3 r_3$. Угловое ускорение диска 3: $\varepsilon_3 = \frac{a_C}{r_3} = 32{,}07$ рад/с^2.

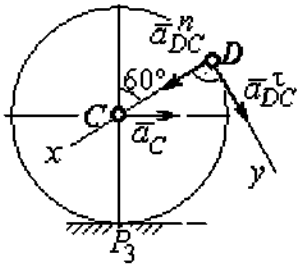


Рис.2.35. Расчетная схема для определения ускорения точки D

Выразим ускорение точки D через полюс C, ускорение которого известно и по величине, и по направлению: $\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}^n_{DC} + \vec{a}^\tau_{DC}$, где $\vec{a}_C$ – ускорение точки C; $\vec{a}^n_{DC}$, $\vec{a}^\tau_{DC}$ – нормальное и касательное составляющие ускорения точки D при вращении диска 3 вокруг полюса C. Модули ускорений

$$a_C = 12{,}83 \text{ м/с}^2;\ a^n_{DC} = \omega_3^2 DC = 57{,}6 \text{ м/с}^2;\ a^\tau_{DC} = \varepsilon_3 DC = 12{,}83 \text{ м/с}^2.$$

Проведём оси Dx и Dy, как показано на рис. 2.34, и спроектируем векторное равенство ускорения точки D на оси. Получим систему уравнений:

$$a_{Dx} = -a_C \cos 30^\circ + a^n_{DC};\quad a_{Dy} = a_C \cos 60^\circ + a^\tau_{DC}.$$

Подставляя в уравнения проекций значения модулей ускорений, найдём: $a_{Dx} = 46{,}49$ м/с^2; $a_{Dy} = 19{,}25$ м/с^2.

Величина ускорения точки D: $a_D = \sqrt{a^2_{Dx} + a^2_{Dy}} = 50{,}32$ м/с^2.

Заметим, что для определения ускорения точки D невозможно было сразу использовать приём с последовательным выражением ускорения точки D через

ускорения полюсов C, B и A, так как в полученной в результате проекций системе двух уравнений будет три неизвестных величины - a_{Dx}, a_{Dy} и величина ускорения a_{CB}^{τ}.

Задача 36. Механизм качалки (рис. 2.36) включает в себя кривошип OA, вращающийся вокруг неподвижной оси O, шестерню 1 радиуса r_1, насаженную на кривошип в точке A и обкатывающуюся по неподвижной цилиндрической поверхности, и шатун BC, присоединённый одним концом в точке B к шестерне, а другим – в точке C к коромыслу CO_1. В положении, указанном на рис. 2.36, определить угловую скорость и угловое ускорение коромысла CO_1, если ω_{OA} = 2 рад/с; ε_{OA} = 4 рад/с^2; OA = 0,8 м; r_1 = 0,4 м; AB = 0,2 м; BC = 0,6 м. Для этого же положения определить ускорение точки C.

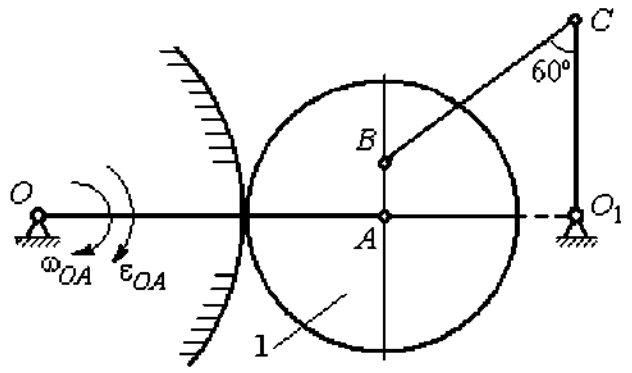


Рис. 2.36. Механизм качалки

Решение

Найдём угловые скорости звеньев механизма.

Скорость точки A кривошипа $V_A = \omega_{OA} \cdot OA$ = 1,6 м/с. Вращаясь, кривошип передаёт движение шестерне 1, которая катится по неподвижной поверхности. Точка касания P_1 шестерни с неподвижной поверхностью является мгновенным центром скоростей шестерни. Тогда её угловая скорость $\omega_1 = \dfrac{V_A}{AP_1}$ = 4 рад/с. Направление угловой скорости показано на рис. 2.37 дуговой стрелкой ω_1.

Расстояние от мгновенного центра скоростей шестерни до её точки B P_1B = 0,45 м. Скорость точки B: $V_B = \omega_1 \cdot P_1B$ = 1,8 м/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии P_1B и направлен в сторону вращения шестерни.

При вращении коромысла CO_1 вокруг неподвижной оси O_1 вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярен коромыслу. Точка P_2, лежащая на пересечении перпендикуляров, восстановленных к векторам $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ – скоростей точек B и C, является мгновенным центром скоростей шатуна BC (рис. 2.37). Расстояние $BK = BC\cos 30^\circ = 0{,}52$ м; $\cos\alpha = \dfrac{AP_1}{BP_1} = 0{,}89$; $P_2B = \dfrac{BK}{\cos\alpha} = 0{,}58$ м. Угловая скорость шатуна $\omega_{BC} = \dfrac{V_B}{BP_2} = 3{,}1$ рад/с.

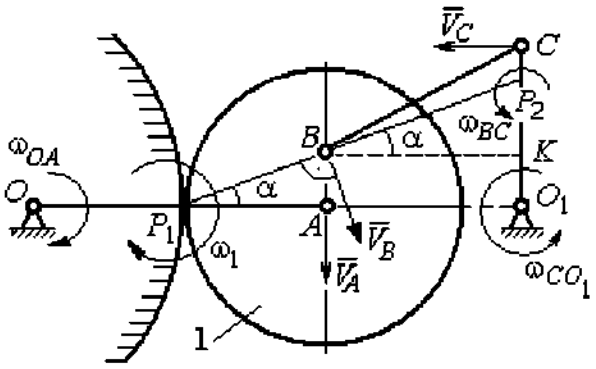


Рис. 2.37. Расчётная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

Направление угловой скорости шатуна показано на рис. 2.37 дуговой стрелкой ω_{BC}.

Расстояние $P_2C = BC \cdot \sin 30^\circ - P_2B \cdot \sin\alpha = 0{,}04$ м.

Скорость точки C шатуна BC: $V_C = \omega_{BC} \cdot P_2C = 0{,}12$ м/с. Длина коромысла $CO_1 = CK + KO_1 = 0{,}5$ м, угловая скорость коромысла $\omega_{CO_1} = \dfrac{V_C}{CO_1} = 0{,}24$ рад/с.

Найдём ускорения звеньев механизма.

Считая, что точка C принадлежит шатуну BC, выразим ускорение точки C через полюс B: $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}^{\,n}_{CB} + \vec{a}^{\,\tau}_{CB}$, где $\vec{a}_B$ – ускорение полюса B; $\vec{a}^{\,n}_{CB}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{CB}$ – нормальная и касательная составляющие вектора ускорения точки C при вращении шатуна вокруг полюса B.

Полагая, что точка B принадлежит шестерне 1, выразим её ускорение через полюс A: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{\,n}_{BA} + \vec{a}^{\,\tau}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение точки A шестерни; $\vec{a}^{\,n}_{BA}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{BA}$ – нормальная и касательная составляющие вектора ускорения точки B при вращении шестерни вокруг полюса A.

Поскольку точка A принадлежит и кривошипу OA, а точка C – коромыслу CO_1, вращающихся вокруг своих неподвижных осей, вектора ускорений этих точек можно представить в виде сумм векторов:

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^{\,n} + \vec{a}_A^{\,\tau},\ \vec{a}_C = \vec{a}_C^{\,n} + \vec{a}_C^{\,\tau},$$

где $\vec{a}_A^{\,n}$, $\vec{a}_A^{\,\tau}$ – нормальная и касательная составляющие вектора ускорения точки A при вращении кривошипа вокруг оси O; $\vec{a}_C^{\,n}$, $\vec{a}_C^{\,\tau}$ – нормальная и касательная составляющие вектора ускорения точки C при вращении коромысла вокруг оси O_1.

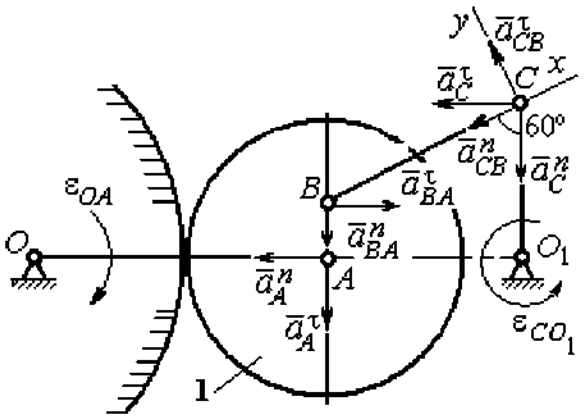


Рис. 2.38. Расчётная схема для определения ускорений точек механизма

В результате подстановок получим полное векторное равенство, связывающее ускорения точек механизма:

$$\vec{a}_C^{\,n} + \vec{a}_C^{\,\tau} = \vec{a}_{CB}^{\,n} + \vec{a}_{CB}^{\,\tau} + \vec{a}_{BA}^{\,n} + \vec{a}_{BA}^{\,\tau} + \vec{a}_A^{\,n} + \vec{a}_A^{\,\tau}.$$

Направления векторов ускорений показаны на рис. 2.38.

Модули векторов ускорений:

$$a_C^n = \omega_{CO_1}^2 \cdot CO_1 = 0{,}03 \text{ м/с}^2;\ a_{CB}^n = \omega_{CB}^2 \cdot CB = 5{,}77 \text{ м/с}^2,$$

$$a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 3{,}2 \text{ м/с}^2;\ a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 3{,}2 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{BA}^n = \omega_1^2 \cdot BA = 3{,}2 \text{ м/с}^2;\ a_{BA}^\tau = \varepsilon_1 \cdot BA.$$

Для определения ε_1 углового ускорения шестерни 1 продифференцируем равенство $V_A = \omega_1 \cdot AP_1 = \omega_1 r_1$. Получим: $a_A^\tau = \varepsilon_1 r_1$, откуда $\varepsilon_1 = \dfrac{a_A^\tau}{r_1} = 8$ рад/с^2.

Тогда $a_{BA}^\tau = 1{,}6$ м/с^2.

Неизвестными в векторном равенстве ускорений остаются модули векторов $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ и $\vec{a}^{\tau}_{C}$. Выберем ось x вдоль шатуна BC, как показано на рис. 2.38, и спроектируем на неё полное векторное равенство.

Получим уравнение:

$$-a^{n}_{C}\cos 60^\circ - \vec{a}^{\tau}_{C}\cos 30^\circ = -a^{n}_{CB} - a^{n}_{BA}\cos 60^\circ + a^{\tau}_{BA}\cos 30^\circ - a^{n}_{A}\cos 30^\circ - a^{\tau}_{A}\cos 60^\circ,$$

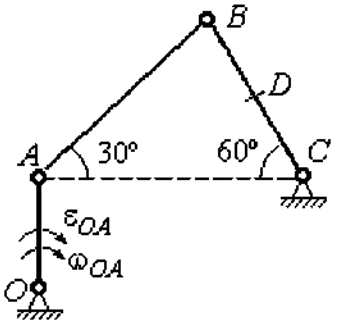
откуда найдём ускорение a^{τ}_{C} = 11,94 м/с^2. Угловое ускорение качалки

$$\varepsilon_{CO_1} = \frac{\left|a^{\tau}_{C}\right|}{CO_1} = 23{,}88 \text{ рад/с}^2.$$

Положительное значение касательного ускорения a^{τ}_{C} свидетельствует о том, что направление вектора ускорения $\vec{a}^{\tau}_{C}$ совпадает с направлением, показанным на рис. 2.38. В эту же сторону направлена и скорость $\vec{V}_C$ точки C (см. рис. 2.37). Следовательно, в данном положении движение качалки ускоренное и угловое ускорение направлено в сторону угловой скорости.

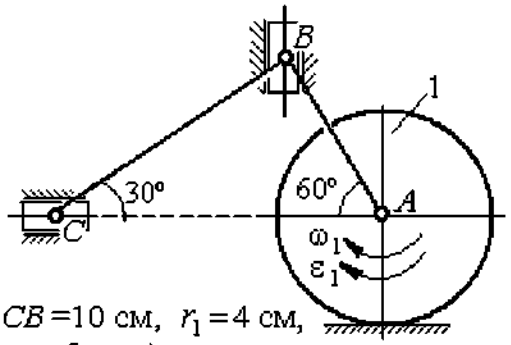
Упражнения

Упражнения 2.9



$OA = 4$ см, $BD = DC = 4$ см,
$\omega_{OA} = 3$ рад/с, $\varepsilon_{OA} = 2$ рад/с^2.
Найти ускорение точки D

Упражнения 2.10



$CB = 10$ см, $r_1 = 4$ см,
$\omega_1 = 3$ рад/с, $\varepsilon_1 = 2$ рад/с^2.
Найти ускорение точки C

Рис. 2.39. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.9, 2.10

3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

3.1. Основные понятия и определения сложного движения точки

Рассматривается подвижное твердое тело и точка, перемещающаяся относительно тела.

Неподвижная система координат, относительно которой определяются движения точки и тела, называется **основной**. Связанная с телом и движущаяся вместе с ним система координат называется **подвижной.**

Движение точки относительно подвижной системы координат (фактически движение точки относительно тела) называется **относительным**. **Переносным** движением называют движение, которое совершает точка вместе с подвижной системой координат (фактически вместе с телом). Движение точки относительно основной (неподвижной) системы координат называется **абсолютным.**

Скорость точки относительно подвижной системы координат называют **относительной скоростью**, ускорение – **относительным ускорением**.

Переносной скоростью точки и **переносным ускорением** называют скорость и ускорение той точки тела, с которой в данный момент совпадает движущаяся точка.

Скорость и ускорение точки относительно основной системы называют **абсолютной скоростью и абсолютным ускорением.**

При вычислении абсолютной скорости используется теорема о сложении скоростей: **скорость абсолютного движения точки равна векторной сумме переносной и относительной скоростей:** $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$, где $\vec{V}$, $\vec{V}_e$, $\vec{V}_r$ – вектора абсолютной, переносной и относительной скоростей точки.

При вычислении абсолютного ускорения используется теорема Кориолиса о сложении ускорений: **абсолютное ускорение точки равно векторной сумме трех ускорений – относительного, переносного и ускорения Кориолиса:** $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_{\text{к}}$, где $\vec{a}$ – вектор абсолютного ускорения точки; $\vec{a}_e, \vec{a}_r$ –

вектора соответственно переносного и относительного ускорений точки; $\vec{a}_{\text{к}}$ – вектор ускорения Кориолиса.

Вектор ускорения Кориолиса определяется векторным произведением: $\vec{a}_{\text{к}} = 2(\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r)$, где $\vec{\omega}_e$ – вектор угловой скорости переносного движения; $\vec{V}_r$ – вектор относительной скорости точки. Модуль ускорения Кориолиса: $|\vec{a}_{\text{к}}| = 2|\vec{\omega}_e| \cdot |\vec{V}_r| \sin\alpha$, где α – угол между вектором угловой скорости переносного движения $\vec{\omega}_e$ и вектором относительной скорости точки $\vec{V}_r$ (рис. 3.1).

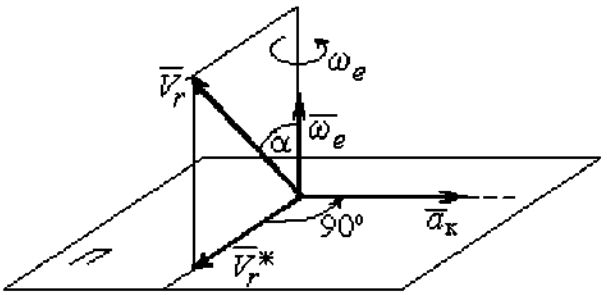


Рис. 3.1. Определение ускорения Кориолиса по правилу Жуковского

На рис. 3.1 показан способ определения вектора ускорения Кориолиса по правилу Н. Е. Жуковского. Правило состоит в следующем. Построим плоскость $П$, перпендикулярную вектору угловой скорости $\vec{\omega}_e$, и спроектируем вектор относительной скорости $\vec{V}_r$ на эту плоскость. Проекцию обозначим $\vec{V}_r^*$ (см. рис. 3.1). Чтобы получить направление ускорения Кориолиса, следует вектор проекции относительной скорости $\vec{V}_r^*$ повернуть на 90° в плоскости $П$ вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Если сложное движение точки происходит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, направление ускорения Кориолиса можно получить простым поворотом вектора относительной скорости на угол 90° вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения. При этом модуль ускорения Кориолиса $a_{\text{к}} = 2|\omega_e| \cdot |V_r| \sin 90^\circ = 2\omega_e V_r$.

Примеры решения задач на сложное движение точки

Задача 37. Компрессор с криволинейными каналами (рис. 3.2) вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с вокруг оси O, перпендикулярной плоскости рисунка. Воздух перемещается по каналу AB с постоянной относительной скоростью $V_r = 4$ м/с. Найти ускорение частицы воздуха в начале канала в точке A и проекции этого ускорения на оси неподвижной системы координат xOy, если радиус $OA = 0{,}5$ м, радиус кривизны канала в точке A $\rho = 0{,}8$ м, угол между нормалью n к кривой AB в точке A и радиусом OA $\alpha = 30°$.

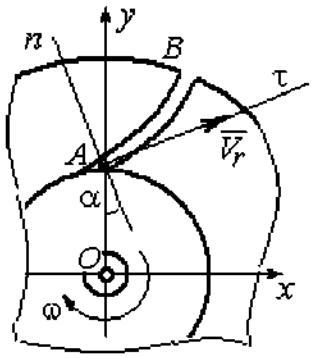


Рис.3.2. Движение воздуха по каналу компрессора

Решение

Переносным движением для частицы воздуха будет вращательное движение компрессора, а скорость точки A компрессора, где по условию находится частица воздуха, будет её переносной скоростью: $V_e = \omega \cdot OA = 5$ м/с. Вектор $\vec{V}_e$ переносной скорости частицы перпендикулярен радиусу OA и направлен в сторону угловой скорости вращения компрессора (рис. 3.3).

Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости частицы воздуха направлен вдоль касательной к кривой AB (стенки канала) в точке A.

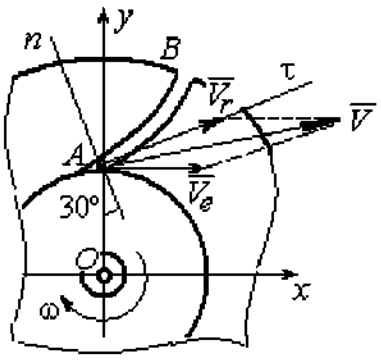


Рис. 3.3. Построение вектора абсолютной скорости частицы

Вектор абсолютной скорости частицы воздуха равен геометрической сумме векторов относительной и переносной скоростей: $\vec{V} = \vec{V}_r + \vec{V}_e$ (см. рис. 3.3). Спроектируем это векторное равенство на оси x, y. Получим систему уравнений:

$$V_x = V_e + V_r \cos 30° = 8{,}46 \text{ м/с}; \; V_y = V_r \cos 60° = 2 \text{ м/с}.$$

Модуль абсолютной скорости $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 8{,}69$ м/с.

Найдём ускорение частицы воздуха.

Абсолютное ускорение частицы определяется по теореме сложения ускорений:

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_{\text{к}}.$$

В относительном движении частица движется между стенками канала по криволинейной траектории, и её ускорение $\vec{a}_r$ представляется суммой: $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_r^{\,\tau}$, где $\vec{a}_r^{\,n}$, $\vec{a}_r^{\,\tau}$ – вектора нормальной и касательной составляющих относительного ускорения частицы.

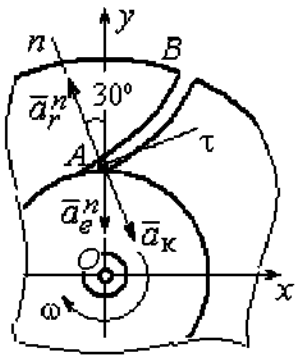


Рис. 3.4. Составляющие ускорения частицы в сложном движении

Переносное ускорение частицы $\vec{a}_e$ есть ускорение точки A вращающегося компрессора, которое выражается суммой $\vec{a}_e = \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau}$, где $\vec{a}_e^{\,n}$, $\vec{a}_e^{\,\tau}$ – вектора нормальной и касательной составляющих переносного ускорения частицы.

В результате абсолютное ускорение частицы воздуха в точке А выражается векторной суммой:

$$\vec{a} = \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_{\text{к}}.$$

Вычислим модули ускорений:

$$a_r^{\tau} = \dot{V}_r = 0,\ a_r^n = \frac{V_r^2}{\rho} = 20 \text{ м/с}^2;\ a_e^{\tau} = \varepsilon \cdot OA = \dot{\omega} \cdot OA = 0,$$

$$a_e^n = \omega^2 r = 50 \text{ м/с}^2;\ a_{\text{к}} = 2\omega V_r = 80 \text{ м/с}^2.$$

Направление ускорения Кориолиса определяется простым поворотом вектора относительной скорости на угол 90° вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения. Вектора ускорений показаны на рис. 3.4.

Спроектируем векторное равенство ускорения частицы на оси неподвижной системы координат xOy. Получим:

$$a_x = -a_r^n \cos 60^\circ + a_к \cos 60^\circ = 30 \text{ м/с}^2 ;$$

$$a_y = a_r^n \cos 30^\circ - a_e^n - a_к \cos 30^\circ = -101{,}96 \text{ м/с}^2.$$

Модуль ускорения $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 106{,}28$ м/с^2.

Задача 38. При совмещении работы механизмов подъёма груза и поворота крана (рис. 3.5) груз A перемещается в горизонтальном и вертикальном направлениях. На участке разгона барабан B радиуса $r_1 = 0{,}5$ м, на который навит канат, поддерживающий груз, вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon_1 = 3$ рад/с^2, а кран разворачивается вокруг оси O_1O_2 с угловым ускорением $\varepsilon_2 = 0{,}5$ рад/с^2.

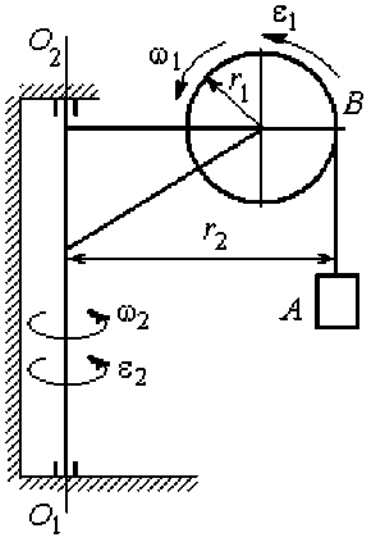


Рис. 3.5. Механизм поворотного крана

Пренебрегая отклонением каната от вертикали, определить скорость и ускорение груза в момент времени $t_1 = 1$ с, если вылет стрелы крана до линии подвеса груза $r_2 = 10$ м.

Решение

Подъём груза A на канате является для груза относительным движением, а вращение крана – переносным. Вектор абсолютной скорости груза равен сумме $\vec{V} = \vec{V}_r + \vec{V}_e$, где вектора относительной $\vec{V}_r$ и переносной $\vec{V}_e$ скоростей.

При равноускоренном вращении барабана B из состояния покоя его угловая скорость $\omega_1 = \varepsilon_1 t$. В момент времени $t_1 = 1$ с $\omega_1 = 3$ рад/с. Скорость подъёма груза A в этот момент $V_r(1) = \omega_1(1) r_1 = 1{,}5$ м/с. Вектор относительной скорости $\vec{V}_r$ направлен вдоль линии движения груза, в сторону его подъёма (рис. 3.6).

Угловая скорость крана при постоянном угловом ускорении $\omega_2 = \varepsilon_2 t$. При $t_1 = 1$ с $\omega_2 = 0{,}5$ рад/с. Переносная скорость груза A равна скорости груза, движущегося вместе со стрелой крана по окружности радиуса r_2: $V_e = \omega_2 r_2 = 5$ м/с. Вектор переносной скорости груза $\vec{V}_e$ направлен по касательной к траектории переносного движения груза в сторону угловой скорости вращения крана (см. рис. 3.6).

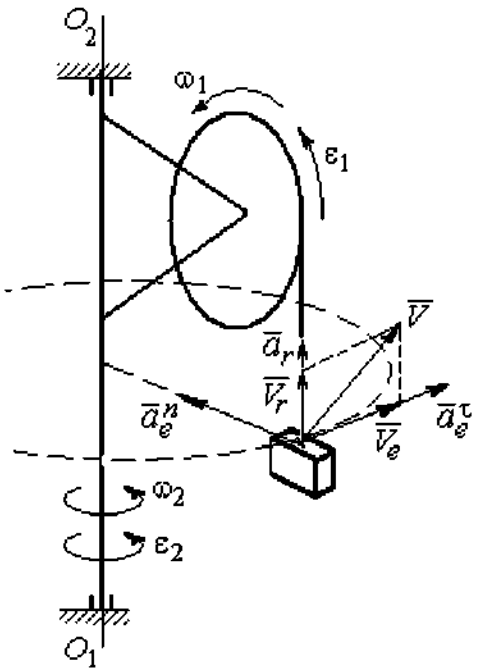


Рис. 3.6. Расчётная схема для определения скорости и ускорения груза на поворотном кране

Так как вектора относительной и переносной скоростей груза взаимно перпендикулярны, модуль абсолютной скорости $V = \sqrt{V_r^2 + V_e^2} = 5{,}22$ м/с.

Найдём абсолютное ускорение груза.

Теорема сложения ускорений имеет вид векторной суммы: $\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_к = \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_к$, где $\vec{a}_r^{\,n}$, $\vec{a}_r^{\,\tau}$, $\vec{a}_e^{\,n}$, $\vec{a}_e^{\,\tau}$, $\vec{a}_к$ – вектора нормального и касательного ускорений груза в относительном и переносном движениях и ускорение Кориолиса. Найдём модули векторов ускорений.

Нормальное относительное ускорение a_r^n груза, движущегося прямолинейно, равно нулю: $a_r^n = 0$, а касательное a_r^τ равно по величине касательному ускорению точки на поверхности барабана: $a_r^\tau = \varepsilon_1 r_1 = 1{,}5$ м/с^2. Направление вектора $\vec{a}_r^{\,\tau}$ относительного касательного ускорения груза определяется направлением углового ускорения барабана.

Переносные нормальное a_e^n и касательное a_e^τ ускорения груза: $a_e^n = \omega_2^2 r_2$ = 2,5 м/с^2; $a_e^\tau = \varepsilon_2 r_2$ = 5 м/с^2. Вектор касательного ускорения $\vec{a}_e^\tau$ направлен в сторону углового ускорения вращения крана.

Ускорение Кориолиса $a_к$ равно нулю, так как вектор $\vec{V}_r$ параллелен вектору $\vec{\omega}_2$: $a_к = 0$.

Направления векторов ускорений, модули которых отличны от нуля, показаны на рис. 3.6. В результате вектор абсолютного ускорения груза представлен в виде разложения на три взаимно перпендикулярных вектора: $\vec{a} = \vec{a}_e^n + \vec{a}_e^\tau + \vec{a}_r^\tau$, поэтому модуль абсолютного ускорения груза $a = \sqrt{(a_e^n)^2 + (\vec{a}_e^\tau)^2 + (\vec{a}_r)^2}$ = 5,79 м/с^2.

Задача 39. Фигура, состоящая из половины диска и построенного на его диаметре равнобедренного треугольника (рис. 3.7), вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости фигуры и проходящей через вершину A треугольника, по закону $\varphi_e = 5t - 2t^2$ рад. Положительное направление вращения отмечено на схеме дуговой стрелкой φ.

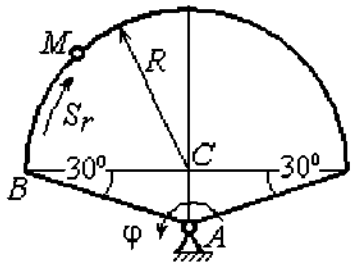


Рис. 3.7. Схема сложного движения точки

По ободу диска из начального положения B движется точка M. Уравнение движения точки: $\breve{BM} = S_r = 9\pi t^2$, см.. Положительное направление отсчёта дуги BM показано дуговой стрелкой S_r (см. рис. 3.7). Радиус диска R = 9 см. Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки M в момент времени t_1 = 1 с.

Решение

Переносным движением точки M является вращение фигуры вокруг оси A, относительным – её движение по окружности обода диска.

Положение точки M на окружности определяется центральным углом: $\alpha = \frac{S_r}{R}$, где S_r – длина дуги окружности, пройденная точкой. В момент времени t_1= 1 с $S_r = 9\pi$ см и $\alpha = \pi$. Расчётное положение точки M на рис. 3.8 обозначено M_1.

Угловая скорость вращения фигуры равна модулю производной $\omega_e = |\dot{\varphi}_e| = |5 - 4t|$. При t_1 = 1 с $\omega_e(1)$ = 1 рад/с. Направление угловой скорости определяется знаком производной $\dot{\varphi}_e$. Положительная на данный момент времени величина производной ($\dot{\varphi}_e$ = 1) показывает, что вращение фигуры происходит в положительном направлении отсчёта угла φ_e и отмечено на рис. 3.8 дуговой стрелкой ω_e.

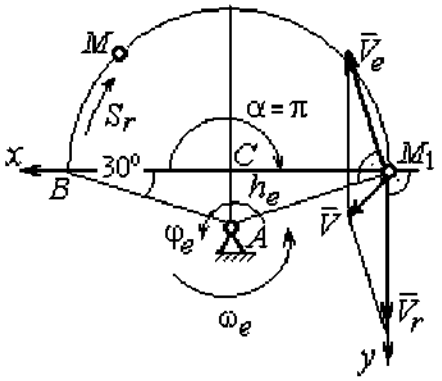


Рис. 3.8. Расчетная схема для вычисления абсолютной скорости точки

Переносная скорость точки V_e – это скорость расчётного положения точки M вращающейся фигуры: $V_e = \omega_e h_e = = \omega_e AM_1 = \frac{\omega_e R}{\cos 30^\circ}$ = 10,39 см/с. Вектор переносной скорости точки $\vec{V}_e$ перпендикулярен отрезку AM_1 и направлен в сторону вращения фигуры (см. рис. 3.8).

Скорость точки в относительном движении определяется как модуль производной: $V_r = |\dot{S}_r| = |18\pi t|$. При t_1 = 1 с V_r = 56,5 см/с. Положительное значение производной $\dot{S}_r = 18\pi > 0$ указывает, что в этот момент времени относительное движение точки происходит в положительном направлении отсчёта дуги окружности, по которой движется точка. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости точки перпендикулярен отрезку CM_1 и направлен в сторону её движения.

Абсолютная скорость точки равна сумме векторов переносной и относительной скоростей $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Для того чтобы найти абсолютную скорость

точки, выберем оси координат M_1x, M_1y, как показано на рис. 3.8, и спроектируем обе части векторного равенства теоремы сложения скоростей на эти оси:

$$V_x = V_e\cos 60^\circ = 5{,}2 \text{ см/с}, \; V_y = -V_e\cos 30^\circ + V_r = 47{,}5 \text{ см/с}.$$

Модуль абсолютной скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 47{,}8$ см/с.

Абсолютное ускорение точки определяется по теореме сложения ускорений: $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_к$.

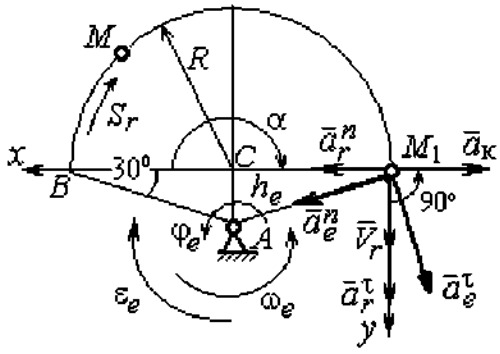


Рис. 3.9. Расчетная схема для определения абсолютного ускорения точки

Переносное ускорение точки представляется в виде суммы: $\vec{a}_e = \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n}$, где $\vec{a}_e^{\,\tau}$ и $\vec{a}_e^{\,n}$ – переносные касательное и нормальное ускорения. В относительном движении точки (по дуге окружности) ускорение также может быть разложено на две составляющие – относительные касательное и нормальное ускорения: $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n}$. В результате теорема о сложении ускорений приобретает вид: $\vec{a} = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_к$.

Вычислим модули и направления векторов ускорений в расчётном положении точки M_1.

Относительное касательное ускорение a_r^{τ} вычисляется по формуле: $a_r^{\tau} = \left|\ddot{S}_r\right|$, где $\ddot{S}_r = 18\pi = 56{,}5$ см/с^2. Так как значение второй производной $\ddot{S}_r$ положительно, вектор ускорения $\vec{a}_r^{\,\tau}$ направлен по касательной в сторону положительного отсчёта траектории относительного движения. Относительное нормальное ускорение точки a_r^n вычисляется по формуле: $a_r^n = \dfrac{V_r^2}{R}$ и в момент $t_1 = 1$ с равно 355,3 см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}_r^{\,n}$ направлен по радиусу диска к центру C (рис. 3.9).

Угловое ускорение фигуры в момент времени t_1 = 1 с, $\varepsilon_e = |\ddot{\varphi}_e|$ = 4 рад/с^2. Поскольку значение второй производной угла поворота отрицательное ($\ddot{\varphi}_e = -4$ рад/с^2), то угловое ускорение направлено в сторону, противоположную положительному направлению отсчёта угла поворота фигуры, как показано на рис. 3.9 дуговой стрелкой ε_e. Модуль переносного касательного ускорения a_e^τ определяется по формуле $a_e^\tau = \varepsilon_e h_e = \varepsilon_e \cdot AM_1$ и в момент времени t_1 = 1 с равен 41,6 см/с^2. Вектор переносного касательного ускорения точки $\vec{a}_e^\tau$ перпендикулярен AM_1 и направлен в сторону углового ускорения фигуры ε_e (см. рис. 3.9). Переносное нормальное ускорение вычисляется по формуле $a_e^n = \omega_e^2 h_e = \omega_e^2 \cdot AM_1$ и на момент времени t_1 = 1 с: a_e^n = 10,4 см/с^2. Вектор переносного нормального ускорения $\vec{a}_e^n$ направлен вдоль отрезка M_1A к оси вращения тела (см. рис. 3.9).

Модуль ускорения Кориолиса в момент времени t_1 = 1 с $a_к = 2\omega V_r$ = =113,1 см/с^2. По условию задачи вектор $\vec{V}_r$ скорости относительного движения точки перпендикулярен вектору $\vec{\omega}_e$ угловой скорости переносного движения. В этом случае для определения направления ускорения Кориолиса достаточно повернуть вектор относительной скорости $\vec{V}_r$ на 90° в сторону переносного движения (см. рис. 3.9).

Для определения абсолютного ускорения точки выберем оси M_1x и M_1y, как показано на рис. 3.9, и спроектируем обе части векторного равенства теоремы сложения ускорений на эти оси. Получим:

$$a_x = -a_e^\tau \cos 60^\circ + a_e^n \cos 30^\circ + a_r^n - a_к = 230{,}4 \text{ см/с}^2;$$

$$a_y = a_e^\tau \cos 30^\circ + a_e^n \cos 60^\circ + a_r^\tau = 97{,}9 \text{ см/с}^2.$$

Модуль абсолютного ускорения

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 250{,}3 \text{ см/с}^2.$$

Задача 40. Диск (рис. 3.10) вращается вокруг оси O_1O_2, проходящей вдоль вертикального диаметра, с угловой скоростью $\omega = 2t^2 + 4\cos\pi t$ рад/с. Положительное направление отсчёта угла поворота диска отмечено на схеме дуговой стрелкой φ. Вдоль другого диаметра диска, наклоненного под углом 30° к вертикальному, движется точка M по закону $CM = S_r = (4t-1)^2 - 1$ см. Расстояние отсчитывается от точки C на краю диска. Положительное направление движения точки M показано стрелкой S_r. Радиус диска R = 4 см. Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки M в момент времени t_1 = 1 с.

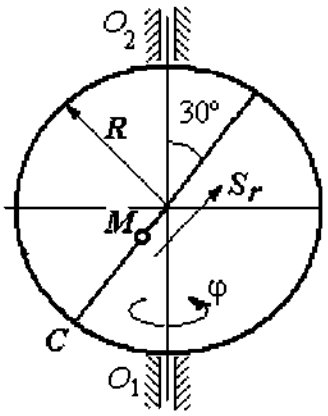


Рис. 3.10. Схема сложного движения точки

Решение

Переносным движением точки M является вращение диска вокруг вертикального диаметра, относительным – её прямолинейное движение вдоль наклонного диаметра диска.

Расстояние S_r, пройденное точкой, к моменту времени t_1 = 1 с равно 8 см. При радиусе диска R = 4 см точка M в данный момент времени находится на противоположном от точки C конце диаметра. На рис. 3.11 это положение обозначено буквой M_1.

Угловая скорость диска равна модулю производной: $\omega = |\dot{\varphi}| = |2 + 4\cos\pi|$ и при t_1 = 1 с ω = 2 рад/с. Направление угловой скорости определяется по знаку производной $\dot{\varphi}$. В данном случае производная имеет отрицательное значение ($\dot{\varphi} = -2$ рад/с). Это означает, что вращение диска происходит в сторону, противоположную положительному направлению отсчёта угла поворота. Направление угловой скорости диска в данный момент времени отмечено на рис. 3.11 дуговой стрелкой ω.

Переносная скорость точки V_e – это скорость точки M_1 на вращающемся диске: $V_e = \omega h_e = \omega \cdot KM_1$, где $KM_1 = h_e$ – расстояние от оси вращения диска до точки M_1. Очевидно, $KM_1 = 0{,}5R = 2$ см. При $t_1 = 1$ с величина переносной скорости $V_e = 4$ см/с. Вектор переносной скорости $\vec{V}_e$ перпендикулярен плоскости диска $O_1M_1O_2$ и направлен в сторону вращения диска (рис. 3.11, *a*).

(На рис. 3.11, *a* символ ⊙ рядом с вектором означает, что данный вектор направлен перпендикулярно плоскости рисунка «к нам», символ ⊕ – «от нас».)

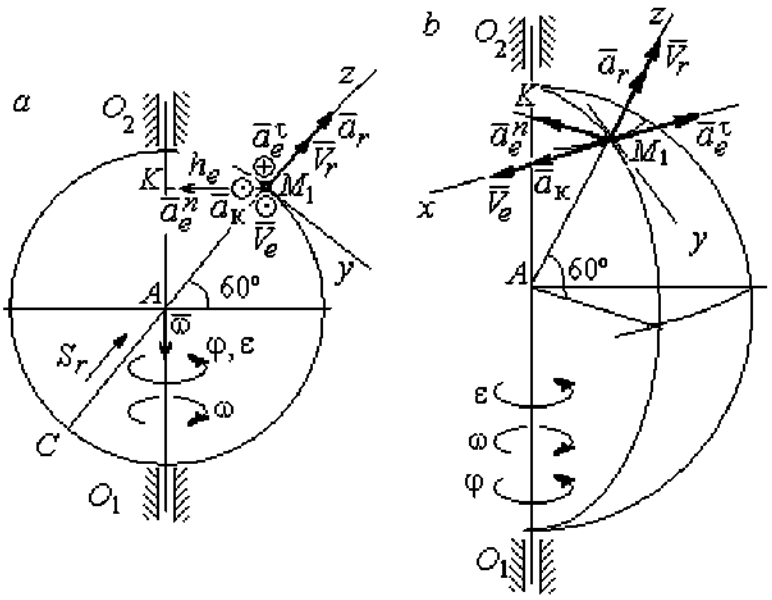


Рис. 3.11. Расчётная схема определения абсолютной скорости и ускорения точки: *a* – плоская модель движения; *b* – пространственная модель движения

Относительная скорость точки равна модулю производной: $V_r = \left|\dot{S}_r\right| = \left|8(4t - 1)\right|$. При $t_1 = 1$ с $V_r = 24$ см/с. Положительное значение самой производной $\dot{S}_r$ указывает, что относительное движение точки в данный момент времени происходит в положительном направлении. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости точки в положении M_1 направлен вдоль диаметра диска CM_1 в сторону движения.

Абсолютная скорость точки равна сумме векторов переносной и относительной скоростей: $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Так как векторы $\vec{V}_e$ и $\vec{V}_r$ взаимно перпендикулярны, модуль абсолютной скорости $V = \sqrt{V_e^2 + V_r^2} = 24{,}33$ см/с. Вектор абсолютной скорости на рис. 3.11 не показан.

Абсолютное ускорение точки определяется векторной суммой, которая при прямолинейном относительном и вращательном переносном движениях представляется в виде: $\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_e^{\tau} + \vec{a}_e^{n} + \vec{a}_{\text{к}}$.

Относительное ускорение точки $a_r = |\ddot{S}_r| = 32$ см/с^2. Так как значение второй производной $\ddot{S}_r$ положительно, вектор ускорения $\vec{a}_r$ в точке M_1 направлен по линии движения точки в сторону положительного направления (см. рис. 3.11).

Угловое ускорение диска $\varepsilon = |\dot{\omega}| = |4t - 4\pi\sin\pi t|$. В момент времени $t_1 = 1$ с $\varepsilon = 4$ рад/с^2. Положительное значение производной в данный момент времени ($\dot{\omega} = 4$ рад/с^2) означает, что угловое ускорение ε направлено в сторону положительного направления отсчёта угла поворота диска. Направление углового ускорения показано на рис. 3.11 дуговой стрелкой ε. Модуль переносного касательного ускорения a_e^{τ} определяется по формуле $a_e^{\tau} = \varepsilon h_e$, и при $t_1 = 1$ с $a_e^{\tau} = 8$ см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}_e^{\tau}$ перпендикулярен плоскости диска $O_1M_1O_2$ в точке M_1 и направлен в сторону углового ускорения (противоположно вектору скорости).

Переносное нормальное ускорение a_e^{n} рассчитывается по формуле $a_e^{n} = \omega^2 h_e = \omega^2 \cdot KM_1$, и при $t_1 = 1$ с $a_e^{n} = 8$ см/с^2. Вектор переносного нормального ускорения $\vec{a}_e^{n}$ направлен вдоль отрезка M_1K к оси вращения диска (см. рис. 3.11).

Вектор скорости относительного движения точки $\vec{V}_r$ составляет с вектором угловой скорости переносного движения $\vec{\omega}$ угол 150°. Модуль ускорения Кориолиса на момент времени $t_1 = 1$ с $a_{\text{к}} = 2|\omega||V_r|\sin 150° = 48$ см/с^2. Направление вектора ускорения Кориолиса определяем по правилу Жуковского. Так, вектор относительной скорости точки $\vec{V}_r$ проектируем на плоскость, перпенди-

кулярную вектору $\vec{\omega}$ (т. е. на плоскость, перпендикулярную оси вращения тела). На рис 3.11, *а* это будет проекция на линию KM_1. Далее следует повернуть вектор проекции относительной скорости вокруг оси вращения на 90° в сторону угловой скорости вращения диска. На рис 1.11, *а* вектор ускорения Кориолиса перпендикулярен плоскости рисунка в точке M_1 и направлен «на нас».

Для определения абсолютного ускорения точки выберем оси координат M_1x, M_1y и M_1z, как показано на рис. 3.11 (на рис. 3.11, *а* ось M_1x направлена перпендикулярно рисунку «к нам» и на рисунке не показана). Спроектируем обе части векторного равенства теоремы сложения ускорений на оси

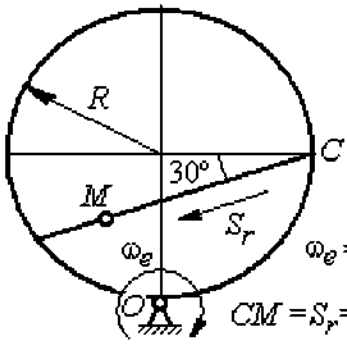
$$a_x = -a_e^{\tau} + a_{\text{к}} = 40 \text{ см/с}^2; \quad a_y = -a_e^n \cos 30° = 6{,}93 \text{ см/с}^2;$$

$$a_z = a_r - a_e^n \cos 60° = 28 \text{ см/с}^2.$$

Модуль абсолютного ускорения $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = 49{,}32$ см/с^2.

Упражнения

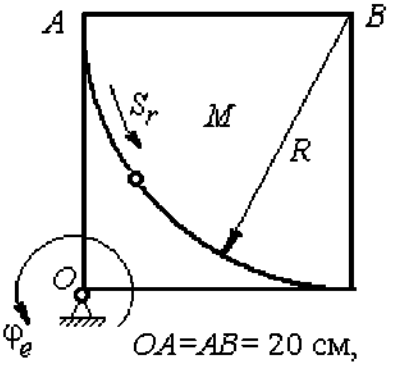
Упражнение 3.1



R=10 см,
t_1=1 с,
$\omega_e = \cos\frac{\pi}{3}t$ рад/с,
$CM = S_r = \frac{40}{3}\sin\frac{\pi}{3}t$ см.

Найти скорость и ускорение точки M в момент $t = t_1$

Упражнение 3.2



$OA = AB$= 20 см,
$\overset{\sim}{AM} = S_r = 5\pi t^2$ см, $\varphi_e = t^2 - 5t$ рад.
Найти скорость и ускорение точки M в момент $t = t_1 =$ 1 с

Рис. 3.12. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 3.1, 3.2

4. ДИНАМИКА ТОЧКИ

4.1. Дифференциальные уравнения движения точки

Движение материальной точки под действием системы сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$,..., $\vec{F}_K$ в прямоугольной декартовой системе координат *Oxyz* описывается **дифференциальными уравнениями:**

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = \sum F_{kx}\,,\ m\frac{d^2y}{dt^2} = \sum F_{ky}\,,\ m\frac{d^2z}{dt^2} = \sum F_{kz}\,.$$

Обозначая вторые производные от координат по времени двумя точками, уравнения движения можно записать в виде:

$$m\ddot{x} = \sum F_{kx}\,;\ m\ddot{y} = \sum F_{ky}\,;\ m\ddot{z} = \sum F_{kz}\,,$$

где m – масса точки; x, y, z – текущие координаты точки; $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, $\ddot{z}$ – проекции вектора ускорения точки на оси координат; $\sum F_{kx}$, $\sum F_{ky}$, $\sum F_{kz}$ – алгебраические суммы проекций всех сил на оси координат.

Для удобства интегрирования дифференциальные уравнения движения иногда представляют в виде:

$$m\frac{dV_x}{dt} = \sum F_{kx}\,;\ m\frac{dV_y}{dt} = \sum F_{ky}\,;\ m\frac{dV_z}{dt} = \sum F_{kz}\,,$$

где $V_x = \dot{x}$, $V_y = \dot{y}$, $V_z = \dot{z}$ – проекции вектора скорости точки на оси координат.

В естественной системе координат движение материальной точки описывается уравнениями в естественной форме:

$$m\frac{dV}{dt} = \sum F_{k\tau}\,;\ m\frac{V^2}{\rho} = \sum F_{kn}\,;\ 0 = \sum F_{kb}\,,$$

где ρ – радиус кривизны траектории; τ, n, b – оси естественного трехгранника – касательная, нормаль и бинормаль.

В общем случае правые части дифференциальных уравнений зависят от времени, положения и скорости точки. Интегрирование дифференциальных

уравнений производится в зависимости от их вида методами, известными из курса математики.

Примеры решения задач на интегрирование уравнений движения

Задача 41. При обогащении по трению разделение частиц производится следующим образом. Барабанный питатель (рис. 4.1) сообщает частице в точке A сортировочного стола AB начальную скорость V_0, направленную вдоль поверхности стола, наклоненного под углом α к горизонту. Нижний край стола в точке B поднят на высоту h над уровнем пола. Частица скользит по столу, испытывая силу трения скольжения с коэффициентом трения f. Дойдя до края стола в точке B, частица отрывается от него и совершает свободное падение с высоты h. На каком расстоянии $CK = \ell$ на полу нужно установить стенку приёмного устройства, чтобы частицы с коэффициентом трения меньше заданного $f < f_1$ перелетали за точку C и попадали в приёмник, а с большим коэффициентом $f > f_1$ – не долетали до него.

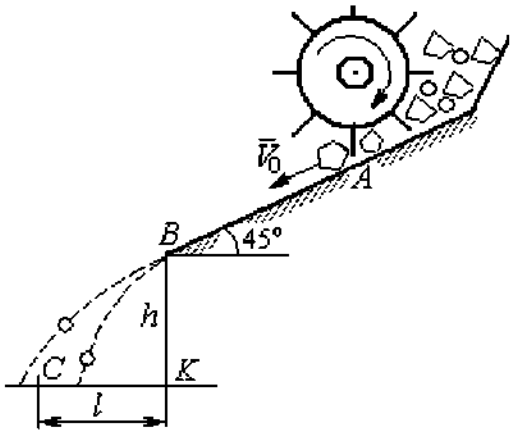


Рис. 4.1. Разделение частиц по трению

Начальная скорость частицы $V_0 = 1$ м/с, длина сортировочного стола $AB = S = 1{,}2$ м, угол наклона $\alpha = 45°$, высота точки отрыва $BK = h = 1{,}5$ м, заданный коэффициент трения для разделения частиц $f_1 = 0{,}4$.

Решение

Из условия задачи следует, что частица с коэффициентом трения, равным заданному, $f = f_1$ в конце своего движения (скольжение по столу + свободное падение) должна попасть ровно в точку C (см. рис. 4.1).

Рассмотрим первый участок движения такой частицы – прямолинейное движение по шероховатой поверхности наклонного стола. На частицу действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция опоры $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$. Выберем систему координат xAy, направив ось x вдоль линии движения, а ось y – перпендикулярно ей (рис. 4.2). Движение частицы описывается уравнениями:

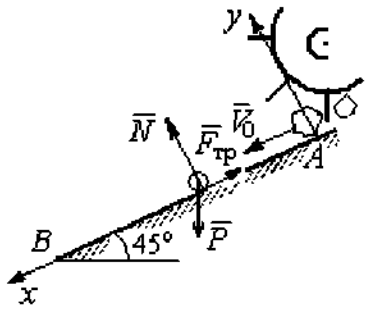


Рис. 4.2. Движение частицы по наклонной плоскости

$$m\ddot{x} = \sum F_{kx} = P\cos 45^\circ - F_{\text{тр}};$$

$$m\ddot{y} = \sum F_{ky} = -P\cos 45^\circ + N.$$

Поскольку вдоль оси y частица не перемещается, то $\ddot{y} = 0$. Тогда второе уравнение движения представляется в виде: $-P\cos 45^\circ + N = 0$, откуда реакция опоры частицы $N = mg\cos 45^\circ$. Сила трения, которую испытывает частица, двигаясь по сортировочному столу: $F_{\text{тр}} = fN = fmg\cos 45^\circ$, где f – коэффициент трения.

Подставляя в уравнение движения частицы, выражение силы трения и полагая ускорение $\ddot{x} = \dfrac{dV_x}{dt}$, получим дифференциальное уравнение

$$\frac{dV_x}{dt} = g(1-f)\cos 45^\circ \text{ или при } f = f_1 = 0{,}4: \ \frac{dV_x}{dt} = 4{,}18.$$

После интегрирования найдём скорость и закон движения частицы как функции времени: $V_x = 4{,}18t + C_1$; $x = 2{,}09t^2 + C_1 t + C_2$.

Константы интегрирования C_1, C_2 находятся из начальных условий движения. Подставляя начальные условия $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = V_x(0) = V_0$ в уравнение движения частицы, найдём $C_2 = 0$, $C_1 = V_0$.

Окончательно движение частицы на прямолинейном участке AB сортировочного стола описывается системой уравнений: $V_x = 4{,}18t + 1$; $x = 2{,}09t^2 + t$.

Допустим частица достигает края стола B в момент времени $t = t_B$. Её координата равна длине сортировочного стола: $x(t_B) = S$, а скорость равна скорости отрыва её от стола: $V_x(t_B) = V_B$. Подставим эти условия в уравнения движения, получим систему: $V_B = 4{,}18t_B + 1$, $S = 2{,}09t_B^2 + t_B$, откуда скорость частицы в точке отрыва её от стола $V_B = \sqrt{1 + 8{,}36S}$. При длине стола S = 1,2 м скорость отрыва V_B = 3,32 м/с.

Рассмотрим участок BC свободного падения частицы, брошенной с высоты h с начальной скоростью V_B, направленной под углом 45° к горизонту (рис. 4.3). В полёте на частицу действует только сила тяжести $\vec{P}$. Выберем прямоугольную систему координат xKy с началом координат в точке K (см. рис. 4.3). Дифференциальные уравнения движения точки

$$m\ddot{x} = 0;\ m\ddot{y} = -P = -mg \text{ или } \ddot{x} = 0,\ \ddot{y} = -g.$$

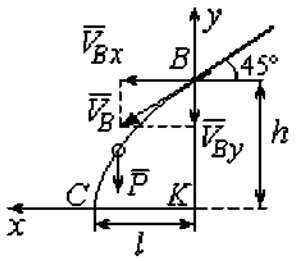


Рис. 4.3. Свободное падение частицы

Интегрируя первое уравнение, получим, что движение частицы вдоль оси x описывается уравнениями $\dot{x} = C_3;\ x = C_3t + C_4$. Константы интегрирования C_3 и C_4. определяются из начальных условий движения: при t = 0 , $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = V_{Bx}$, где V_{Bx} – проекция вектора скорости $\overline{V}_B$ на ось x, $V_{Bx} = V_B\cos45^\circ$ = 2,35 м/с. После подстановки начальных условий в уравнение движения частицы получим: C_4 = 0, C_3 = 2,35. В результате, движение частицы вдоль оси x при её свободном падении описывается уравнением $x = 2{,}35t$.

Проинтегрируем уравнение движения частицы в направлении оси y. Получим: $\dot{y} = -gt + C_5$ и $y = -g\dfrac{t^2}{2} + C_5t + C_6$. Начальные условия движения частицы вдоль оси y: при t = 0 , $y(0) = h$ = 1,5 м, $\dot{y}(0) = V_{By} = -V_B\cos45^\circ = -2{,}35$ м/с, где V_{By} – проекция вектора скорости $\overline{V}_B$ на ось y. Подставляя начальные

условия в уравнение движения, найдём: $C_6 = h$; $C_5 = V_{By} = -2{,}35$. Таким образом, движение частицы вдоль оси y при её свободном падении описывается уравнением $y = -4{,}91t^2 - 2{,}35t + 1{,}5$.

В момент $t = t_{\text{п}}$ падения частицы на пол её вертикальная координата обращается в нуль: $y = 0$, а горизонтальная – равна дальности полёта: $x = \ell$. Подставляя эти условия в уравнения движения частицы, получим систему:

$$\ell = 2{,}35t_{\text{п}},\ 0 = -4{,}91t_{\text{п}}^2 - 2{,}35t_{\text{п}} + 1{,}5.$$

Исключая в системе время $t_{\text{п}}$, выразим уравнение для определения дальности горизонтального полёта: $\ell^2 + 1{,}12\ell - 1{,}68 = 0$. Отсюда находим: $\ell = 0{,}85$ м.

Таким образом, частицы с коэффициентом трения $f = 0{,}4$ в конце своего движения падают на горизонтальную поверхность на расстоянии 0,85 м от края стола. Очевидно, именно здесь необходимо установить разделительную стенку приёмного устройства. Частицы с меньшим коэффициентом трения ($f < 0{,}4$) будут улетать за стенку, а при большем ($f > 0{,}4$) – недолетать. К примеру, длина горизонтального полёта частицы с коэффициентом трения $f = 0{,}3$ составляет 0,89 м, а при $f = 0{,}5$ равна 0,61 м.

Задача 42. Материальная точка массой $m = 1$ кг движется прямолинейно по горизонтальной поверхности под действием силы $F = 10 - kt$ Н, где k – коэффициент пропорциональности; $k = \text{const}$; t – время в секундах. Определить величину коэффициента k, при котором скорость точки за первую секунду от начала движения увеличится от начального значения $V_0 = 2$ м/с до величины $V_1 = 10$ м/с, а также путь, пройденный точкой до остановки.

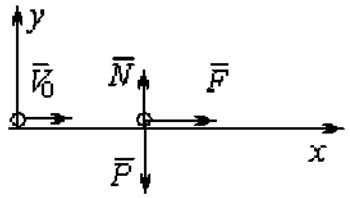


Рис. 4.4. Прямолинейное движение точки

Решение

Для описания движения точки выберем прямоугольную систему координат x, y с началом в том месте, откуда точка начала движение (рис. 4.4).

На точку действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция опоры $\vec{N}$ и заданная сила $\vec{F}$. Направление силы $\vec{F}$ на рис. 4.4 соответствует начальному этапу движения, когда проекция силы на ось x положительная. Движение точки описывается уравнением $m\ddot{x} = F_x = 10 - kt$.

Положим $\ddot{x} = \dfrac{dV}{dt}$. Здесь в силу того, что движение происходит только вдоль одной координаты, индекс x у скорости опущен. Учитывая массу точки, получим уравнение $\dfrac{dV}{dt} = 10 - kt$. Разделив переменные и проинтегрировав полученное уравнение, найдём закон изменения скорости точки $V = 10t - k\dfrac{t^2}{2} + C_1$. Выражая скорость через производную от координаты $V = \dfrac{dx}{dt}$, получим дифференциальное уравнение $\dfrac{dx}{dt} = 10t - k\dfrac{t^2}{2} + C_1$, интегрируя которое, найдём уравнение движения точки $x = 5t^2 - k\dfrac{t^3}{6} + C_1 t + C_2$.

Подставляя начальные условия (при t = 0, $V = V_0$ = 2 м/с, $x = 0$) в уравнения, получим: C_1 = 2, C_2 = 0. Окончательно движение точки описывается системой уравнений: $V = 10t - k\dfrac{t^2}{2} + 2$; $x = 5t^2 - k\dfrac{t^3}{6} + 2t$.

Известно, что через 1 с от начала движения точка приобрела скорость V_1 = 10 м/с. Подставляя это условие в первое уравнение, найдём k = 4.

В момент t_1 точка остановилась и её скорость обращается в нуль: $V(t_1) = 0$, а координата равна пройденному пути: $x(t_1) = S$. Подставляя эти условия в уравнения движения с учетом вычисленного значения коэффициента k, получим систему: $0 = 10t_1 - 2t_1^2 + 2$; $S = 5t_1^2 - \dfrac{2}{3}t_1^3 + 2t_1$, откуда находим путь, пройденный точкой до остановки: S = 51,86 м.

Задача 43. Материальная точка массой m = 1 кг, находясь на высоте h_1 = 2 м над уровнем Земли, подброшена вертикально вверх (ось x) с начальной скоростью V_0 = 4 м/с (рис. 4.5, *a*). При движении на точку действует сила сопротивления, пропорциональная квадрату скорости, так, что проекция её на вертикаль направлена в сторону, противоположную движению, $R_x = -0{,}5mV^2$ Н, где V – скорость точки. Определить, на какой высоте h_2 от уровня Земли скорость падающей обратно точки достигнет значения начальной стартовой скорости.

Решение

Решение задачи осуществляется в два этапа. На первом этапе рассматривается движение точки вверх с высоты h_1 с начальной скоростью V_0 и определение максимальной высоты полёта H, на втором этапе – падение точки вниз с высоты H без начальной скорости (рис. 4.5, *b*).

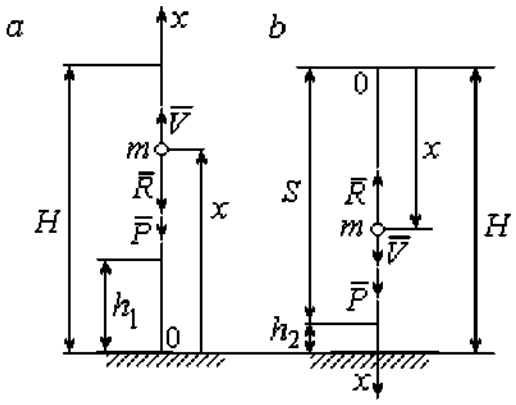


Рис. 4.5. Силы, действующие на точку в полёте:
a – движение точки вверх;
b – движение точки вниз

Рассмотрим первый этап движения и найдём максимальную высоту подъёма точки. На рис. 4.5, *a* показаны силы, действующие на точку в полёте: сила тяжести $\vec{P}$ и сила сопротивления $\vec{R}$. Ось x, вдоль которой происходит движение точки, выбрана по направлению движения, начало координат – на уровне Земли (см. рис. 4.5, *a*).

Дифференциальное уравнение движения точки в проекции на ось x: $m\ddot{x} = \sum F_x = P_x + R_x$, где проекции сил тяжести и сопротивления на ось x: $P_x = -P = -mg$; $R_x = -0{,}5mV^2$. Полагая $\ddot{x} = \dfrac{dV}{dt}$, получим уравнение движения точки в виде: $\dfrac{dV}{dt} = -(g + 0{,}5V^2)$.

Учитывая, что $\frac{dV}{dt}=\frac{dV}{dx}\frac{dx}{dt}=V\frac{dV}{dx}=\frac{dV^2}{2dx}$, исходное уравнение движения представляется в виде, удобном для интегрирования: $\frac{dV^2}{g+0{,}5V^2}=-2dx$.

Проинтегрировав это уравнение, находим: $\ln(g+0{,}5V^2)=-x+C$.

В начальном положении, т. е. при $t = 0$, точка находилась на высоте $x = h_1$, а скорость её $V = V_0$. Подставив эти значения в проинтегрированное уравнение, получим: $C=h_1+\ln(g+0{,}5V_0^2)$. Окончательно положение точки в полёте определяется выражением $x=h_1+\ln\left(\frac{g+0{,}5V_0^2}{g+0{,}5V^2}\right)$.

При максимальном подъёме точки, т. е. при $x=H$, её скорость обращается в нуль: $V = 0$. Подставляя H, получим: $H=h_1+\ln\left(1+\frac{V_0^2}{2g}\right)$. При начальной скорости V_0 = 4 м/с, с учётом высоты точки старта h_1 = 2 м, высота подъёма точки относительно уровня Земли H = 2,6 м.

Рассмотрим второй этап решения задачи – движение точки вниз с максимальной высоты H без начальной скорости. Выберем ось x по направлению движения и поместим начало координат в точке, откуда началось движение вниз (рис. 4.5, *b*). Дифференциальное уравнение движения падающей точки: $m\frac{dV}{dt}=P_x+R_x = mg-0{,}5mV^2$, которое, как и в предыдущем случае, приводится к виду: $\frac{dV^2}{g-0{,}5V^2}=2dx$.

Проинтегрировав это уравнение, находим: $\ln(g-0{,}5V^2)=-x+C_1$.

В начальном положении, т. е. при $t = 0$, координата точки и скорость равны нулю: $x = 0$, $V = 0$. Подставив эти значения, находим: $C_1=\ln g$.

Окончательно положение падающей точки определяется выражением $x = \ln\left(\frac{g}{g - 0{,}5V^2}\right)$.

Расстояние S, которое пролетела точка с высоты H, приобретя скорость, V_0: $S = \ln\left(\frac{g}{g - 0{,}5V_0^2}\right)$. Высота h_2 этого положения от уровня Земли: $h_2 = H - S$ (см. рис. 4.5, *b*). С учётом величины начальной скорости V_0 = 4 м/с, максимальной высоты подъёма точки H = 2,6 м высота h_2 = 0,91 м.

Задача 44. Точка 1 движется горизонтально с постоянной скоростью V_1 на высоте h. Точка 2 массой m_2 находится в начале координат (рис. 4.6).

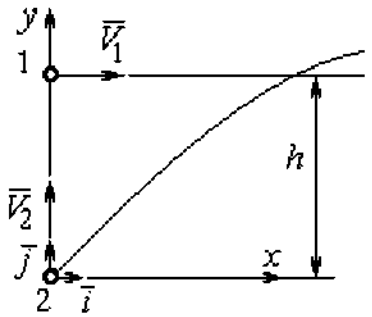


Рис. 4.6. Схема встречного движения точек

В момент, когда обе точки находились на одной вертикали y, точка 2 стартовала вертикально вверх со скоростью V_2. В полёте на точку 2 действует отклоняющая сила $\vec{F}_2$, которая представлена в виде разложения по единичным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$ системы координат xy: $\vec{F}_2 = p\vec{i} + q\vec{j}$, где p, q – const. С какой скоростью V_2 должна стартовать точка 2, чтобы обе точки встретились.

Решение

Рассмотрим движение точки 2. На точку действует сила тяжести $\vec{P}_2$ и сила $\vec{F}_2$, проекции которой на оси x, y: $F_{2x} = p$, $F_{2y} = q$ (рис. 4.7).

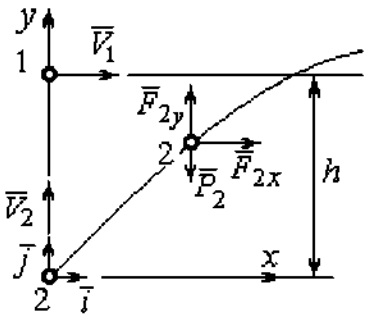


Рис. 4.7. Расчётная схема встречи точек

Уравнения движения точки в проекциях на оси xy имеют вид:

$$m_2\ddot{x} = p,\ m_2\ddot{y} = q - m_2 g.$$

Дважды интегрируя первое уравнение, полу-

чим: $\dot{x} = \frac{p}{m_2}t + C_1$; $x = \frac{p}{2m_2}t^2 + C_1 t + C_2$. Константы интегрирования найдём из условия, что в начальный момент вторая точка стартовала из начала координат вертикально, то есть при $t = 0$ $x = 0$ и $\dot{x} = V_{2x} = 0$. Подставляя начальные условия в уравнения движения, получим: $C_1 = 0$, $C_2 = 0$. Таким образом, движение точки 2 вдоль оси x описывается уравнением $x = \frac{p}{2m_2}t^2$.

Аналогично, дважды интегрируя второе уравнение движения, получим зависимость скорости движения точки 2 от времени и закон её движения вдоль оси y: $\dot{y} = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)t + C_3$; $y = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t^2}{2} + C_3 t + C_4$. Из начальных условий: при $t = 0$ $y = 0$, $\dot{y} = V_{2y} = V_2$ следует: $C_3 = V_2$, $C_4 = 0$.

В результате закон движения точки 2 вдоль оси y: $y = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t^2}{2} + V_2 t$.

Обозначим t_1 – время движения точек до встречи. В момент встречи высота точки 2 $y(t_1) = h$, а расстояние по горизонтали, которое прошла точка 2 до встречи, должно быть равно расстоянию, пройденному точкой 1 за это же время. Подставляя условия встречи в уравнения движения, получим систему:

$$V_1 t_1 = \frac{p}{2m_2}t_1^2; \quad h = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t_1^2}{2} + V_2 t_1,$$

откуда найдём: $V_2 = \frac{h}{t_1} - \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t_1}{2}$, где $t_1 = \frac{2V_1 m_2}{p}$.

Упражнения

Упражнение 4.1. Тело массы m = 2 кг поднимается по прямой по шероховатой поверхности, составляющей угол 30° с горизонтом. Коэффициент трения f = 0,4. На тело действует сила $F = kt + 0{,}5P$, направленная в сторону движения, параллельно плоскости. Определить величину коэффициента k и начальную скорость тела, направленную вверх по наклонной плоскости, если за первую секунду тело прошло путь S = 2 м, а скорость увеличилась вдвое относительно начальной.

Упражнение 4.2. Материальную точку массы m = 1 кг, находящуюся на высоте H = 10 м над уровнем Земли, бросили под углом φ = 30° к горизонту с начальной скоростью V_0. Свободное движение точки происходит в вертикальной плоскости. Определить начальную скорость V_0 и горизонтальную дальность полета l при падении точки на Землю, если высоту h =7 м она пересекла через 1 с от начала движения.

4.2. Колебания материальной точки

Если материальная точка массой m движется вдоль оси Ox под действием линейной восстанавливающей силы, равной $F = cx$, где c – постоянный коэффициент, x – отклонение точки от положения равновесия, куда поместили начало координат, то дифференциальное уравнение свободных прямолинейных колебаний имеет вид:

$$m\ddot{x} + cx = 0, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = 0, \ \omega^2 = \frac{c}{m},$$

где ω – угловая частота колебаний.

Решение дифференциального уравнения свободных колебаний представляется в виде $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$. Постоянные интегрирования C_1 и C_2 находятся из начальных условий.

Если кроме восстанавливающей силы на материальную точку действует переменная возмущающая сила, колебания точки называются **вынужденными.** В случае гармонического возмущения $Q = H\sin pt$, где H, p – амплитуда и угловая частота возмущающей силы, дифференциальное уравнение вынужденных колебаний материальной точки относительно положения равновесия

$$m\ddot{x} + cx = H\sin pt, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt, \ \omega^2 = \frac{c}{m}, \ h = \frac{H}{m}$$

где ω – угловая частота собственных колебаний; h – относительная амплитуда возмущающей силы.

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения вынужденных колебаний при отсутствии резонанса (частота собственных колебаний точки не совпадает с частотой возмущающей силы $p \neq \omega$) имеет вид:

$x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \dfrac{h}{\omega^2 - p^2}\sin pt$, а в случае возникновения резонанса ($p = \omega$) определяется формулой: $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t - \dfrac{ht}{2p}\cos pt$. Значения произвольных постоянных C_1 и C_2 находятся с учётом начальных условий движения.

Колебания груза на двух параллельных пружинах с жесткостью c_1 и c_2 можно рассматривать как колебания груза на одной пружине с эквивалентной жесткостью $c_{экв} = c_1 + c_2$, где $c_{экв}$ – жесткость эквивалентной пружины. При последовательном соединении пружин коэффициент жесткости эквивалентной пружины $c_{экв} = \dfrac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$.

Примеры решения задач на колебания точки

Задача 45. Подъёмное устройство (рис. 4.8) опускает груз Q массой m = 400 кг в шахту при помощи упругого троса с коэффициентом жесткости $c = 8 \cdot 10^4$ Н/м с постоянной скоростью V = 10 м/с. В некоторый момент во время спуска трос защемило в блоке. Пренебрегая массой троса, определить дальнейшее движение груза и найти максимальную силу натяжения троса.

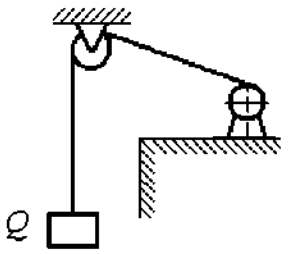


Рис. 4.8. Подъёмное устройство

Решение

После того как произошло защемление троса в обойме блока, вертикальную часть троса длиной ℓ_0 можно рассматривать как пружину с закреплённым верхним концом, а груз – материальной точкой.

Расчетная схема колебаний груза Q на пружине показана на рис. 4.9.

Ось Ox, вдоль которой происходят колебания груза, направлена вертикально вниз. Начало отсчёта координаты x (точка O) выбрано в положении нерастянутой пружины.

На рис. 4.9, *a* положение нерастянутой пружины соответствует положению груза на тросе в момент его защемления. В произвольном положении груза (рис. 4.9, *b*), обозначенном координатой x, к нему приложены две силы: сила тяжести $\vec{Q}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$. Проекция силы упругости пружины на ось Ox: $F_{\text{упр}x} = -c\Delta\ell = -cx$, где $\Delta\ell$ – удлинение пружины. Дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось Ox имеет вид: $m\ddot{x} = Q - cx$. В результате получаем неоднородное дифференциальное уравнение колебаний:

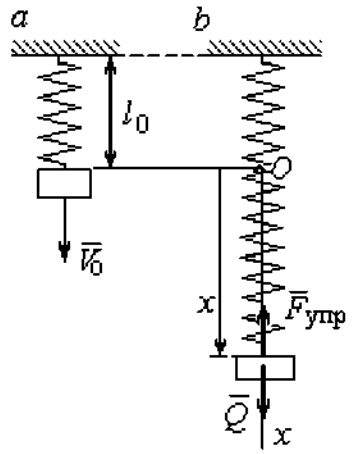


Рис. 4.9. Расчётная схема колебаний груза:
a – положение груза на начало колебаний; *b* – положение груза в произвольный момент времени

$$m\ddot{x} + cx = mg \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = g,$$

где ω – угловая частота собственных колебаний, $\omega = \sqrt{\dfrac{c}{m}} = 14{,}14$ рад/с.

Решение неоднородного дифференциального уравнения представляется в виде $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \dfrac{g}{\omega^2}$, где первые два слагаемых представляют общее решения однородного уравнения, последнее – частное решение неоднородного

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 используем начальные условия движения: при $t = 0$ груз находился в положении $x = 0$, а его скорость равнялась скорости груза $\dot{x} = V_0 = 10$ м/с. Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения колебаний, полу-

чим: $C_1 = -\frac{g}{\omega^2} = -0{,}69$ м. Для определения второй константы вычислим скорость груза: $\dot{x} = -C_1\omega\sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t$. Подставив начальное значение скорости груза при $t = 0$, получим: $C_2 = \frac{V_0}{\omega} = 0{,}71$ м. Окончательно, движение груза после защемления троса в обойме блока описывается уравнением

$$x = -0{,}69\cos 14{,}14t + 0{,}71\sin 14{,}14t + 0{,}69.$$

Представим уравнение колебаний в виде $x = A\sin(\omega t + \alpha) + \frac{g}{\omega^2}$, где A – амплитуда собственных колебаний груза $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$, α – фаза колебаний; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{C_1}{C_2}$. Максимальное растяжение троса равно максимальному значению координаты груза: $x_{\max} = \max[A\sin(\omega t + \alpha) + \frac{g}{\omega^2}] = A + \frac{g}{\omega^2} = 1{,}68$ м. Соответственно, максимальное усилие в тросе равно значению силы упругости при максимальном растяжении: $F_{\text{упр max}} = cx_{\max} = 134{,}4$ кН.

Задача 46. Рабочий орган вибрационной машины представляет собой массивное тело, расположенное на гладкой наклонной плоскости между двумя пружинами (см. рис. 4.10). Угол наклона плоскости к горизонту 60°. Масса груза $m = 9$ кг. Пружины, зажимающие груз, имеют коэффициенты жесткости $c_1 = 300$ Н/м и $c_2 = 600$ Н/м.

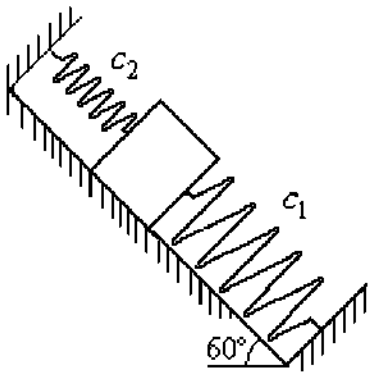


Рис. 4.10. Колебания груза на наклонной плоскости

В начальный момент груз, когда пружины не деформированы, груз оттягивают вниз по наклонной плоскости на расстояние $\Delta\ell = 0{,}12$ м и отпускают без начальной скорости.

Найти период колебаний, амплитуду и уравнение движения груза.

Решение

Колебания груза, зажатого между двумя пружинами, представим как колебания груза, прикреплённого к одной пружине эквивалентной жёсткости: $c_э = c_1 + c_2 = 900$ Н/м (рис. 4.11). Ось, вдоль которой происходят колебания, направим вниз по наклонной плоскости. Начало отсчёта координаты груза x выберем в положении его статического равновесия (точка O) (см. рис. 4.11).

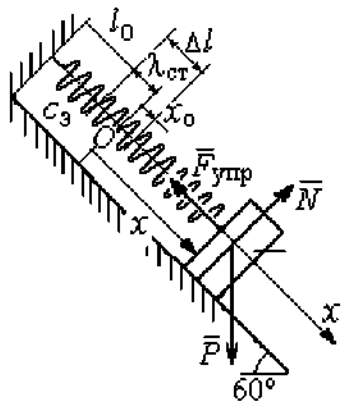


Рис. 4.11. Схема колебаний груза на эквивалентной пружине

Дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось Ox: $m\ddot{x} = P_x - F_{упр\,x}$. Проекция силы упругости пружины на ось Ox: $F_{упр\,x} = -c_э \Delta\ell$, где $\Delta\ell = (x + \lambda_{ст})$ – удлинение пружины, включающее её растяжение $\lambda_{ст}$ относительно положения нерастянутой пружины и растяжение x относительно начала координат.

Удлинение пружины $\lambda_{ст}$ определяется из условия равновесия груза на наклонной плоскости в положении статического равновесия:

$$P\cos 30^\circ - F_{упр} = 0{,}87mg - c_э\lambda_{ст} = 0.$$

Находим $\lambda_{ст} = \dfrac{0{,}87mg}{c_э} = 0{,}085$ м.

Подставляя выражение силы упругости, с учётом условия статического равновесия груза ($0{,}87mg = c_э\lambda_{ст}$), получим дифференциальное уравнение колебаний: $m\ddot{x} = -c_э x$ или $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, где ω – угловая частота собственных колебаний груза, $\omega = \sqrt{\dfrac{c_э}{m}} = 10$ рад/с.

Общее решение уравнения колебаний $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$.

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 вычислим начальные условия движения груза.

Координата начального положения груза на оси Ox (см. рис. 4.11) $x_0 = \Delta\ell - \lambda_{ст} = 0{,}035$ м. Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения колебаний при $t = 0$, получим: $C_1 = x_0 = 0{,}035$ м. Для определения второй константы вычислим скорость груза: $\dot{x} = -C_1\omega_2 \sin\omega_2 t + C_2\omega_2 \cos\omega_2 t$. Подставив начальное значение скорости груза: при $t = 0$ $\dot{x} = V_0 = 0$, получим $C_2 = 0$. Окончательно уравнение движения груза относительно его положения статического равновесия $x(t) = 0{,}035\cos 10t$ м. Амплитуда колебаний $A = 0{,}035$ м. Период колебаний $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 0{,}63$ с.

Задача 47. Пружинный амортизатор состоит из двух одинаковых вертикально стоящих пружин, к верхним концам которых прикреплена невесомая горизонтальная площадка (рис. 4.12). Жёсткость каждой пружины $c = 350$ Н/м. Груз массой $m = 5$ кг падает с высоты $h = 0{,}3$ м.

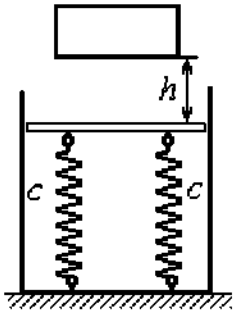


Рис. 4.12. Пружинный амортизатор

Коснувшись площадки, груз начинает двигаться вместе с ней. Определить максимальную осадку амортизатора и уравнение движения груза.

Решение

Заменим две пружины амортизатора одной с жесткостью, эквивалентной двум пружинам: $c_э = 2c = 700$ Н/м. Расчётная схема колебаний груза показана на рис. 4.13. Начало координат оси x (точка O), вдоль которой происходят колебания, выбрано на уровне статического равновесия груза.

При движении (на рис. 4.13, c предполагается движение груза вниз) на груз действуют сила упругости $\vec{F}_{упр}$ и сила тяжести $\vec{P}$. Уравнение движения груза в проекции на ось x: $m\ddot{x} = P - F_{упр} = P - c_э\Delta\ell$, где $\Delta\ell$ – удлинение (или сжатие) пружины относительно недеформированного состояния.

В произвольном положении груза, обозначенном координатой x (см. рис. 4.13, *c*), сжатие пружины относительно её недеформированного состояния (см. рис. 4.13, *a*) составляет величину: $\Delta\ell = x + \lambda_{ст}$. Величина $\lambda_{ст}$ находится из условия статического равновесия груза, которое выражается равенством (рис. 4.13, *b*): $P - F_{упр\,ст} = P - c_э\lambda_{ст} = 0$.

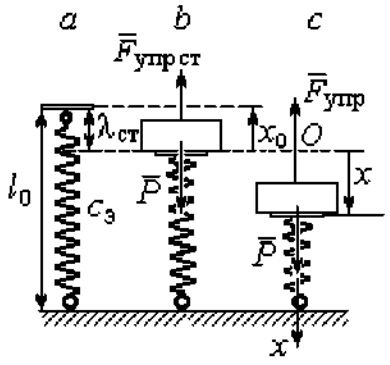


Рис. 4.13. Расчётная схема колебаний на эквивалентной пружине:
a – недеформированная пружина;
b – положение статического равновесия груза; *c* – произвольное положение

Подставляя это условие в уравнение движения груза, получим дифференциальное уравнение колебаний: $m\ddot{x} + c_э x = 0$ или $m\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, где $\omega = \sqrt{\dfrac{c_э}{m}}$ = 11,83 рад/с – угловая частота колебаний.

Общее решение однородного уравнения колебаний представляется в виде $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$, где C_1 и C_2 – произвольные постоянные, вычисляемые по начальным условиям движения груза.

По условию задачи груз падает на площадку, установленную на недеформированных пружинах. Это означает, что начальная координата груза при его движении на пружинах соответствует положению недеформированной пружины: $x_0 = -\lambda_{ст} = -\dfrac{mg}{c_э} = -0{,}07$ м.

Начальная скорость колебаний груза равна скорости груза при падении его с высоты 1 м. Интегрируя уравнение движения груза во время падения $m\ddot{s} = mg$, где s – путь, пройденный телом, получим зависимость скорости от пройденного пути: $V^2 = 2gs$. Полагая s = 0,3, найдём скорость груза при его встрече с площадкой: V = 2,43 м/с. Проекция начальной скорости колебаний груза на ось x положительна: $V_{0x} = V$ = 2,43 м/с.

Подставив начальные условия в общее решение уравнения колебаний, получим: $C_1 = x_0 = -0{,}07$ м; $C_2 = \frac{V_{0x}}{\omega} = 0{,}2$ м. Окончательно уравнение колебаний груза на амортизаторе $x = -0{,}07\cos 11{,}83t + 0{,}2\sin 11{,}83t$. Амплитуда колебаний $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} = 0{,}21$ м. Проседание амортизатора H отсчитывается от положения нерастянутых пружин: $H = A + \lambda_{ст} = 0{,}28$ м.

Задача 48. Для регистрации (записи) вертикальных колебаний тяжёлых платформ используется пружинный виброграф (рис. 4.14). Схема действия прибора состоит в следующем. Массивная платформа A совершает вертикальные гармонические колебания по закону $\xi = \xi(t)$. На платформе установлена вертикальная стойка с горизонтальной перекладиной, к которой прикреплена пружина жесткостью c. К нижнему концу пружины подвешен груз P массой m с индикаторной стрелкой B (см. рис. 4.14). Вертикальная шкала индикаторной стрелки закреплена на платформе A. В начальный момент груз на пружине находился в покое в положении статического равновесия. Определить закон колебаний стрелки B вдоль шкалы, если масса груза m = 1 кг, жесткость пружины c = 10 Н/м, платформа совершает вертикальные колебания по закону $\xi = a\sin pt$ см, где амплитуда a = 0,02 м, частота колебаний платформы p = 7 рад/с.

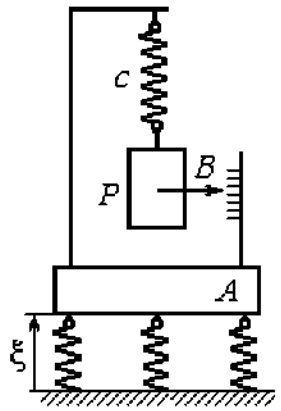


Рис.4.14. Регистратор вертикальных колебаний

Решение

Выберем неподвижную ось x, связанную, например, с неподвижной поверхностью, на которой стоит платформа. Начало координат – точку O выберем на уровне статического равновесия груза на пружине при неподвижной платформе. Произвольное положение груза отмечено координатой x (рис. 4.15).

Растяжение пружины при неподвижной платформе составляет величину $x + \lambda_{ст}$, где $\lambda_{ст}$ – удлинение пружины в положении статического равновесия груза, определяемое из условия $P - c\lambda_{ст} = 0$. Вместе с тем колебание платформы вызывает аналогичное смещение точки подвеса пружины. В результате растяжение пружины при произвольном положении груза равно сумме: $\Delta\ell = (x + \lambda_{ст} + \xi)$.

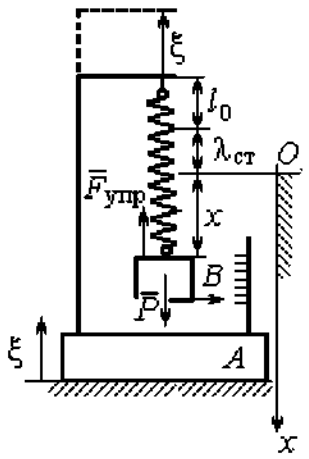


Рис. 4.15. Расчётная схема колебаний груза

На груз действуют сила тяжести $\vec{P}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{упр}$. Дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось Ox: $m\ddot{x} = P_x + F_{упр\,x}$, где проекции $P_x = P$, $F_{упр\,x} = -c\Delta\ell = -c(x + \lambda_{ст} + \xi)$. Расчётная схема колебаний груза показана на рис. 4.15.

С учётом условия статического равновесия груза $P - c\lambda_{ст} = 0$ получим дифференциальное уравнение вынужденных колебаний груза в виде:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = -h\sin pt\,,$$

где ω – угловая частота собственных колебаний груза, $\omega = \sqrt{\dfrac{c}{m}} = 3{,}16$ рад/с;

h – относительная амплитуда вынужденных колебаний, $h = \dfrac{ca}{m} = 0{,}2$ м/с^2;

p – угловая частота вынужденных колебаний, $p = 7$ рад/с.

Решение уравнения вынужденных колебаний представляется суммой $x = x_1 + x_2$, где x_1 является общим решением однородного уравнения $\ddot{x}_1 + \omega^2 x_1 = 0$, а x_2 – частное решение уравнения вынужденных колебаний: $\ddot{x}_2 + \omega^2 x_2 = -h\sin pt$.

Решив однородное уравнение, находим: $x_1 = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$.

При отсутствии резонанса (а в данном случае частота вынужденных колебаний груза не совпадает с частотой собственных $\omega \neq p$) частное решение уравнения вынужденных колебаний ищем в виде $x_2 = b\sin pt$. Подставляя частное решение в уравнение вынужденных колебаний, получим уравнение $-bp^2\sin pt + \omega^2 b\sin pt = -h\sin pt$, откуда находим коэффициент: $b = \dfrac{h}{p^2 - \omega^2}$.

В результате общее решение уравнения колебаний принимает вид:

$$x = x_1 + x_2 = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \frac{h}{p^2 - \omega^2}\sin pt,$$

где константы C_1 и C_2 подлежат определению.

В начальный момент груз находился на пружине в положении статического равновесия, и потому его начальная координата и скорость равны нулю Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения вынужденных колебаний при t = 0, получим C_1= 0. Для определения второй константы вычислим скорость груза в произвольный момент времени: $\dot{x} = -C_1\omega\sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t + \dfrac{hp}{p^2 - \omega^2}\cos pt$. Подставив начальное значение скорости груза, найдём $C_2 = -\dfrac{hp}{\omega(p^2 - \omega^2)} = -0{,}01$ м.

Таким образом, колебания груза относительно неподвижной системы координат описываются уравнением $x = -0{,}01\sin 3{,}16t + 0{,}05\sin 7t$ и представляют абсолютное движение груза. Для того чтобы найти закон движения груза относительно платформы – относительное движение, нужно из его абсолютного движения исключить переносное – колебания платформы. Поскольку стрелка прибора закреплена на грузе, а шкала – на платформе, то закон движения стрелки относительно шкалы:

$$x_r = x - \xi = -0{,}01\sin 3{,}16t + 0{,}05\sin 7t - 0{,}02\sin 7t = -0{,}01\sin 3{,}16t + 0{,}03\sin 7t.$$

Упражнения

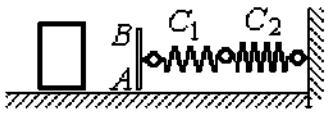


Рис. 4.16. Схема движения груза

Упражнение 4.3. Груз массы m = 0,5 кг, получив начальную скорость V_0 = 6 м/с, движется по горизонтальной поверхности, испытывая силу сопротивления, равную по величине $F = kV$ и направленную в сторону, противоположную движению. Через 1 с груз соединяется с невесомой вертикальной площадкой AB и продолжает движение вместе с ней, уже без сопротивления. К площадке прикреплены две горизонтальные последовательно соединённые пружины жёсткостью C_1 = 120 и C_2 = 40 Н/м (рис. 4.16).

Найти величину максимального сжатия пружины, если k = 0,5 Н/м/с. Определить закон движения груза.

Упражнение 4.4. Груз массы m =1 кг прикреплен к конструкции, состоящей из трёх вертикальных пружин одинаковой жёсткости C = 160 Н/м (рис. 4.17), и находится в равновесии. В некоторый момент времени грузу сообщают скорость V = 4 м/с, направленную вверх.

Найти амплитуду и частоту колебаний груза.

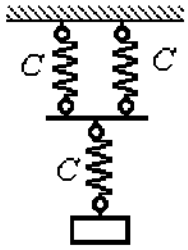


Рис. 4.17. Схема крепления груза на пружинах

4.3. Теорема об изменении кинетической энергии точки

Работой постоянной по величине и направлению силы $\vec{F}$ на прямолинейном перемещении точки приложения силы M (рис. 4.18) называется скалярная величина $A(\vec{F}) = FS\cos\alpha$, где F – модуль силы; S – конечное перемещение точки приложения силы; α – угол между направлением вектора силы и направлением перемещения точки приложения силы.

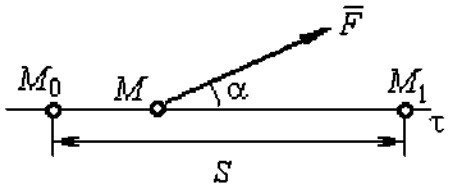


Рис. 4.18. Работа постоянной силы на прямолинейном участке

Работа силы тяжести материальной точки при перемещении её из положения M_0 в положение M_1 равна произведению $A_{(M_0M_1)} = \pm Ph$, где P – величина силы тяжести точки; h – вертикальное перемещение точки (рис. 4.19).

Работа силы тяжести положительна, если начальная точка движения выше конечной (см. рис. 4.19, *a*), и отрицательна, если начальная точка ниже конечной (см. рис. 4.19, *b*).

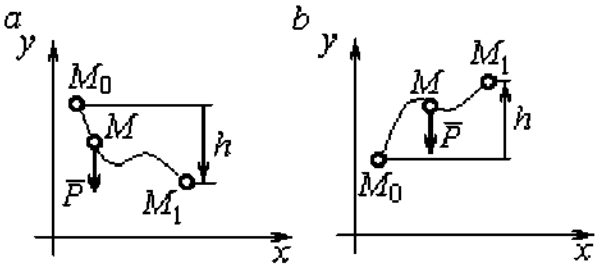


Рис. 4.19. Работа силы тяжести:
a – перемещение точки сверху вниз;
b – перемещение точки снизу вверх

Работа силы упругости пружины при перемещении вдоль линии действия силы из положения недеформированной пружины на расстояние h определяется формулой $A(\bar{F}_{\text{упр}}) = -\frac{ch^2}{2}$, где c – коэффициент жесткости (или жёсткость) пружины.

Кинетической энергией материальной точки называется скалярная величина $T = \frac{1}{2}mV^2$, где m – масса точки; V – её скорость.

Теорема об изменении кинетической энергии точки. Изменение кинетической энергии материальной точки при переходе её из начального положения в текущее равно алгебраической сумме работ всех действующих на неё сил: $\frac{mV_1^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = \sum A_{(M_0M_1)}$, где V_0, V_1 – скорость точки в начальном положении M_0 и в положении M_1; $\sum A_{(M_0M_1)}$ – сумма работ всех сил, действующих на точку, при перемещении её из положения M_0 в положение M_1. При несвободном движении точки в сумму работ сил войдёт и работа реакций связи.

Для определения реакций связи при несвободном движении точки используются уравнения движения в проекциях на оси естественной системы координат – касательную и нормальную: $m\frac{dV}{dt} = \sum F_\tau$, $m\frac{V^2}{\rho} = \sum F_n$, где $\sum F_\tau$, $\sum F_n$ – суммы проекций сил на касательную и нормальную оси естественной системы координат, ρ – радиус кривизны траектории точки.

Примеры решения задач с использованием теоремы об изменении кинетической энергии точки

Задача 49. Подъёмное устройство в шахте опускает груз массой 500 кг с постоянной скоростью V_0 = 6 м/с. После обрыва каната подъёмника срабатывает предохранительное устройство, которое создаёт силу трения между лифтом подъёмного устройства и стенками шахты. Какую силу трения, считая её постоянной, должно создать предохранительное устройство, чтобы остановить лифт на протяжении пути 10 м.

Решение

Рассмотрим падение груза после обрыва каната подъёмника. На груз действуют сила тяжести $\vec{P}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$, направленная в сторону, противоположную движению. Считая груз материальной точкой, составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки. Получим выражение $\frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = Ps - F_{\text{тр}}s$, где V_0, V – скорость груза в начале движения (сразу после обрыва каната) и в конце; s – путь, проходимый грузом за время движения. В конце движения груз должен остановиться, то есть V = 0. Тогда уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки принимает вид: $-\frac{mV_0^2}{2} = \left(P - F_{\text{тр}}\right)s$, откуда находим требуемую для остановки груза силу трения: $F_{\text{тр}} = P + \frac{mV_0^2}{2s}$. Подставляя условия задачи, получим: $F_{\text{тр}}$ = 5,81 кН

Задача 50. Тонкий стержень, расположенный в вертикальной плоскости, состоит из двух дуг сопряженных окружностей радиусов R = 1 м и r = 0,5 м (рис. 4.20). Линия OO_1, соединяющая центры окружностей, составляет с горизонтом угол 30°. На стержень надет шарик весом P = 10 Н. В точке A, положение которой на дуге радиуса R определяется углом α = 60°, шарику сообщают начальную скорость V_0, после чего он скользит по стержню без трения. Опре-

делить значение начальной скорости, при которой шарик достигнет наивысшей точки B со скоростью, равной половине начальной. При найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке C, положение которой на дуге радиуса r определяется углом $\beta = 90°$ относительно линии центров.

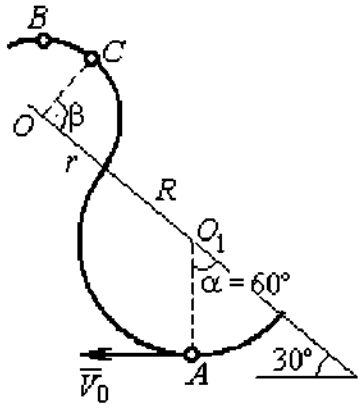


Рис. 4.20. Движение шарика по изогнутому стержню

Решение

При движении шарика по стержню без трения на него действуют сила тяжести $\vec{P}$ и реакция опоры $\vec{N}$. При этом работу совершает только сила тяжести шарика. Реакция гладкой поверхности стержня в любой момент времени перпендикулярна поверхности стержня и потому её работа равна нулю.

По теореме об изменении кинетической энергии точки при движении её из начального положения A в положение B имеем равенство:

$$\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = A(P) = -Ph_{(AB)},$$

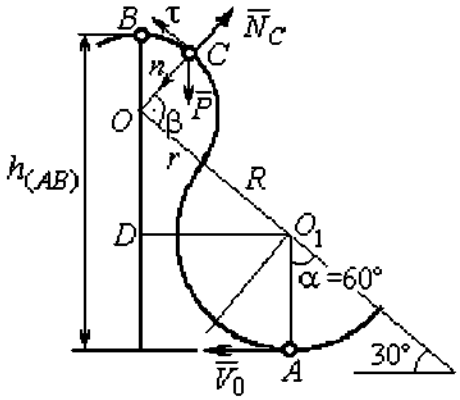


Рис. 4.21. Расчётная схема движения шарика

где $h_{(AB)}$ – перепад высот точек B и A, $h_{(AB)} = R + DO + r = \frac{3}{2}(R + r)$ (см. рис. 4.21); V_A, V_B – скорость шарика в точках A и B, причём $V_A = V_0$, $V_B = 0{,}5V_0$.

В результате уравнение, составленное на основании теоремы об изменении кинетической энергии, принимает вид: $\frac{3V_0^2}{8} = g\frac{3}{2}(R + r)$, откуда $V_0 = 2\sqrt{(R + r)g} = 7{,}67$ м/с.

На рис. 4.21 показаны силы, приложенные к шарику, в момент, когда он находится в точке C. Проведём в точке C оси естественной системы координат – касательную $C\tau$ и нормаль Cn. Уравнение движения шарика в проекции на нормальную ось имеет вид: $m\dfrac{V_C^2}{r} = P\cos 30^\circ - N_C$, откуда найдём реакцию N_C.

Для определения скорости шарика в точке C воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из положения C в положение B. Получим равенство $\dfrac{mV_B^2}{2} - \dfrac{mV_C^2}{2} = -Ph_{(CB)}$, где $h_{(CB)}$ – перепад высот при движении шарика из начального положения C в положение B. С учётом известных значений $V_B = 0{,}5V_0 =$ 3,84 м/с и $h_{(CB)} = r\cos 30^\circ =$ 0,43 м получим: $V_C = \sqrt{V_B^2 + 2gh_{(CB)}} =$ 4,82 м/с.

Из уравнения движения шарика находим реакцию опоры $N_C = P\cos 30^\circ - m\dfrac{V_C^2}{r} =$ – 38,7 Н.

Отрицательное значение реакции опоры шарика показывает, что фактическое направление реакции противоположно тому, как показано на рис. 4.21. Искомое давление шарика на трубку равно модулю реакции опоры.

Задача 51. Желоб состоит из шероховатой наклонной прямой AB и гладкой дуги окружности радиуса r = 0,8 м, сопряжённых в точке B так, что прямая AB является касательной к окружности в точке B (рис. 4.22). Положение точки B на дуге задаётся углом 30° относительно вертикального диаметра окружности. Тяжёлый шарик массой m = 0,5 кг начинает движение из точки A со скоростью $V_0 = 0{,}2$ м/с.

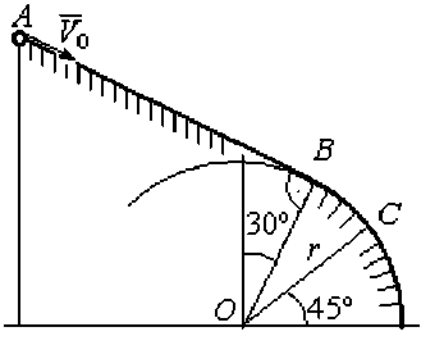


Рис. 4.22. Движение точки по составному желобу

Какой длины S должен быть желоб AB,

чтобы шарик оторвался от окружности в точке C, определяемой углом 45° относительно горизонтального диаметра, если при движении по прямой AB шарик испытывает сопротивление скольжения с коэффициентом трения $f = 0{,}4$.

Решение

Рассмотрим движение шарика по дуге окружности. Проведём в точке C оси естественной системы координат – касательную $C\tau$ и нормаль Cn (рис. 4.23). На шарик действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция $\vec{N}_C$ опоры в точке C. Уравнение движения шарика в проекции на ось Cn имеет вид: $m\dfrac{V_C^2}{r} = P\cos 45^\circ - N_C$, где V_C – скорость шарика в точке C. Реакция опоры $N_C = P\cos 45^\circ - m\dfrac{V_C^2}{r}$.

В момент отрыва шарика в точке C реакция опоры обращается в ноль: $N_C = 0$. В результате получаем уравнение $V_C^2 = rg\cos 45^\circ$, из которого находим скорость шарика в момент его отрыва от опоры: $V_C = 2{,}36$ м/с.

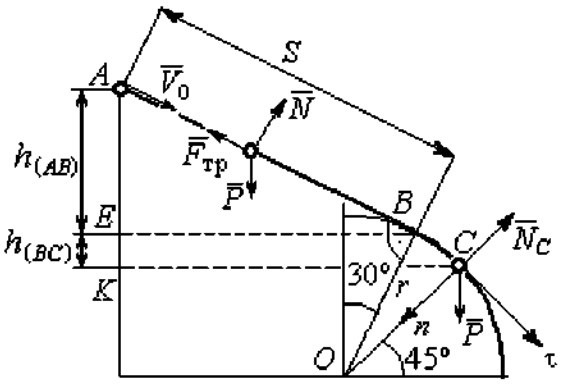


Рис. 4.23. Расчётная схема движения точки

Рассмотрим движение шарика из начального положения A в положение C. На шарик действуют сила тяжести $\vec{P}$, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и, при движении по наклонной прямой AB, сила трения $\vec{F}_{тр}$ (см. рис. 4.23). Работу совершают сила тяжести шарика и сила трения. Реакция опоры $\vec{N}$ и в том и другом случае перпендикулярна траектории движения, и её работа равна нулю.

Составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки $\dfrac{mV_C^2}{2} - \dfrac{mV_A^2}{2} = Ph_{(AC)} - F_{тр}S$, где S – длина участка AB; $h_{(AC)}$ – перепад высот на участке AC (см. рис. 4.23); $h_{(AC)} = h_{(AB)} + h_{(BC)} = S\sin 30^\circ + r\left(\cos 30^\circ - \cos 45^\circ\right)$.

Модуль силы трения: $F_{\text{тр}} = fN$. Для того чтобы найти реакцию N опоры шарика на наклонную поверхность желоба AB, составим проекцию уравнения движения шарика на ось y, перпендикулярную AB (на рис. 4.23 не показана). Получим: $m\ddot{y} = N - P\cos 30^\circ = 0$. Отсюда $N = P\cos 30^\circ$ и сила трения $F_{\text{тр}} = fP\cos 30^\circ$.

Из уравнения теоремы об изменении кинетической энергии точки найдём выражение для определения длины S участка AB:

$$\frac{V_C^2 - V_A^2}{2g} = S\sin 30^\circ + r\left(\cos 30^\circ - \cos 45^\circ\right) - fPS\cos 30^\circ,$$

откуда получим $S = 1$ м.

Задача 52. Груз подвешен на нити длиной $l = 1$ м, закреплённой в неподвижной точке O (рис. 4.24). В начальный момент груз находился в положении A, при котором линия OA составляет с вертикалью угол $60°$. В этом положении грузу сообщают начальную скорость $\vec{V}_0$, перпендикулярно нити. Достигнув горизонтального положения, нить, натянутая грузом, встречает препятствие в виде тонкой проволоки в точке O_1, расположенной на середине длины нити, и дальше навивается на неё.

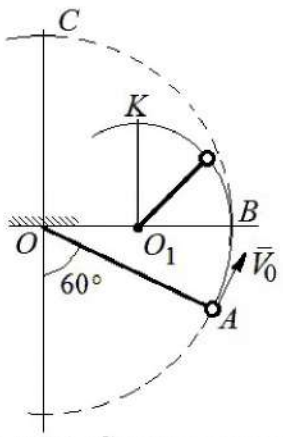


Рис. 4.24. Схема движения груза на нити

Какую минимальную начальную скорость нужно сообщить грузу в точке A, чтобы после встречи нити с проволокой в O_1 груз проскочил верхнюю точку траектории K. На какую максимальную высоту (относительно горизонтального диаметра OB) поднимется груз, двигаясь из той же точки A и с той же начальной скоростью, если нить будет двигаться беспрепятственно. Определить скачок натяжения нити в точке B при переходе груза с одной траектории на другую.

Решение

Построим оси естественной системы координат $nK\tau$ в точке K траектории – окружности радиуса $0{,}5l$ с центром O_1 (рис. 4.25, *a*). Во время движения на груз действуют сила тяжести и реакция нити. Уравнение движения груза в проекции на ось Kn имеет вид: $m\dfrac{V_K^2}{r} = P + N_K$, где V_K – скорость

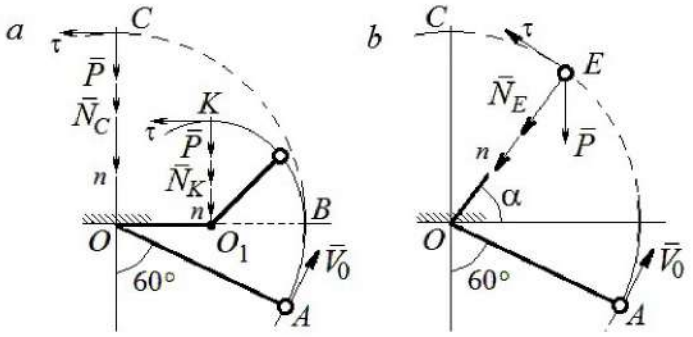


Рис. 4.25. Расчётная схема движения груза:
a – нить навивается на препятствие;
b – свободное движение

груза в точке K; N_K – реакция нити; r – радиус окружности движения груза; $r = 0{,}5l$. Из уравнения движения находим реакцию нити: $N_K = m\dfrac{2V_K^2}{l} - P$.

Так как нить представляет собой гибкую связь, то условием достижимости грузом точки K является требование, что при движении нить должна быть натянута, иначе говоря, всюду во время движения должно выполняться неравенство $N_K \geq 0$. С учётом уравнения движения груза это приводит к неравенству, выражающему требование к скорости в конечной точке: $V_K^2 \geq \dfrac{1}{2}gl$.

Скорость груза в точке K найдём на основании теоремы об изменении кинетической энергии точки при движении груза из положения A в положение K. Имеем равенство $\dfrac{mV_K^2}{2} - \dfrac{mV_0^2}{2} = -Ph_{(AK)}$, где $h_{(AK)}$ – перепад высот точек A и K; $h_{(AK)} = l$ (см. рис. 4.25, *a*). Решая полученное уравнение, найдём зависимость скорости груза в точке K от начальной: $V_K^2 = V_0^2 - 2gl$. С учётом выполнения неравенства натяжения нити получим: $V_0 \geq \sqrt{\dfrac{5}{2}gl}$.

При минимальной начальной скорости $V_0 = \sqrt{\frac{5}{2}gl}$ груз достигает верхней точки K. Однако, натяжение нити в точке K обращается в нуль: $N_K = 0$ и нить в этом месте перестаёт быть натянутой. Груз продолжает движение, но уже в виде свободного падения с начальной скоростью $V_K = \sqrt{\frac{1}{2}gl}$.

Определим, на какую высоту поднимется груз из положения A с минимальной начальной скоростью $V_0 = \sqrt{\frac{5}{2}gl}$, если нить движется беспрепятственно (см. рис. 4.25, *b*). Построим в точке E оси естественной системы координат $nE\tau$ аналогично тому, как это было сделано в точке K. Уравнение движения груза в проекции на ось En имеет вид: $m\frac{V_E^2}{l} = P\sin\alpha + N_E$, где V_E – скорость груза в точке E; N_E – проекция реакции нити на нормальную ось.

Для определения скорости груза в точке E составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки при движении груза из начального положения A в положение E. Получим: $\frac{mV_E^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = -Ph_{(AE)}$, где $h_{(AE)}$ – перепад высот точек A и E; $h_{(AE)} = \frac{l}{2} + l\sin\alpha$ (см. рис. 4.25, *b*). Решая полученное уравнение относительно скорости V_E при заданной начальной скорости $V_0 = \sqrt{\frac{5}{2}gl}$, найдём: $mV_E^2 = \frac{3}{2}mgl - 2mgl\sin\alpha$. С другой стороны, из уравнения движения груза (учитывая, что в точке E натяжение нити равно нулю: $N_E = 0$) получим: $mV_E^2 = Pl\sin\alpha$. Приравнивая выражения, получим $\sin\alpha = \frac{1}{2}$. Высота подъёма относительно горизонтального радиуса составляет $\frac{1}{2}l$.

Для определения скачка натяжения нити при переходе груза в точке B с окружности радиуса l на окружность радиуса $\frac{1}{2}l$, т. е. в момент, когда нить начинает навиваться на проволоку, напишем проекции уравнения движения груза на нормальную ось в точке B. Получим для малой окружности $\frac{2mV_B^2}{l} = N_B$ и для большой $\frac{mV_B^2}{l} = N'_B$, где N_B и N'_B – проекции реакции нити в точке B при движении груза по окружности радиусов $\frac{1}{2}l$ и l. Из уравнений видно, что переход груза с большой окружности на малую вызывает двукратное увеличение натяжения нити: $N'_B = \frac{3}{2}mg$, $N_B = 3mg$.

Задача 53. Шарик массой m = 0,5 кг движется в вертикальной плоскости из положения A внутри трубки, которая состоит из полуокружности AB радиуса R = 0,6 м и прямолинейного участка BD, сопряжённого в точке B с окружностью (рис. 4.26). Диаметр полуокружности AB составляет с горизонталью угол 60°. Начальная скорость шарика V_0 = 5 м/с. В конце кругового участка в точке B шарик упирается в недеформированную пружину жесткостью c = 100 Н/м. Найти величину S максимального сжатия пружины.

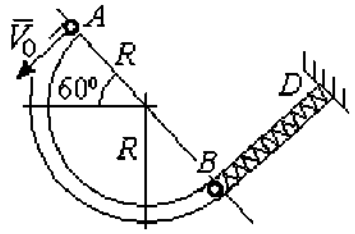


Рис. 4.26. Схема движения шарика

Решение

Найдём скорость шарика в точке B. Для этого составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из начального положения A в положение B. Получим: $\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = A(P) = Ph_{(AB)}$, где $h_{(AB)}$ – перепад высот точек A и B, $h_{(AB)} = 2R\sin 60° = 1{,}04$ м (рис. 4.27).

Решая уравнение, найдём скорость шарика в точке B: $V_B = \sqrt{V_A^2 + 2gh_{(AB)}} = 6{,}74$ м/с.

Для того, чтобы найти величину максимального сжатия пружины, рассмотрим движение шарика на прямолинейном отрезке трубки BD. На этом отрезке работу совершают сила тяжести шарика и сила упругости пружины, приложенные к шарику (см. рис. 4.27).

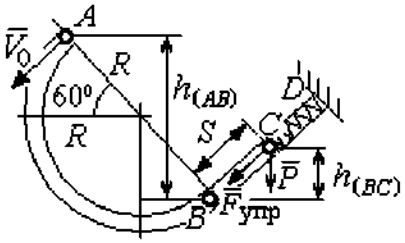


Рис. 4.27. Расчетная схема движения шарика

Обозначим S – максимальное сжатие пружины, равное BC. На основании теоремы об изменении кинетической энергии точки, применённой к движению шарика на отрезке BC, имеем уравнение $\frac{mV_C^2}{2} - \frac{mV_B^2}{2} = A(P) + A(F_{упр}) = -Ph_{(BC)} - \frac{cS^2}{2}$,

где $h_{(BC)}$ – перепад высот точек B и C; $h_{(BC)} = S\sin 30^\circ = 0{,}5S$ (см. рис. 4.27).

В точке C максимального сжатия пружины скорость шарика обращается в нуль: $V_C = 0$. Подставляя это условие, с учётом $V_B = 6{,}74$ м/с, получим уравнение для определения величины максимального сжатия пружины: $S^2 + 0{,}05S - 0{,}23 = 0$.

Выбирая положительный корень уравнения, находим: $S = 0{,}45$ м.

Упражнения

Упражнение 4.5. Лётчик в самолёте пикирует из точки A по прямой, составляющей с горизонтом угол φ, с начальной скоростью V_0. Пройдя расстояние $AB = l$, самолёт продолжает движение по дуге окружности радиуса R, сопряженной с прямой AB в точке B (рис. 4.28).

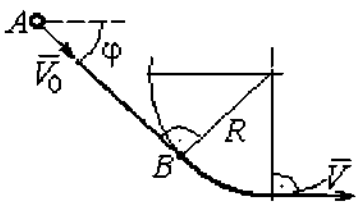


Рис. 4.28. Схема движения самолёта

Каким должен быть радиус окружности, чтобы в точке C – выхода самолёта на горизонтальный полёт - сила давления человека на корпус самолёта не превосходила его тройной вес.

Упражнение 4.6. Пружина жесткостью C = 100 Н/м, сжатая из недеформированного состояния на расстояние $KA = a = 0{,}3$ м, выталкивает шарик массой $m = 0{,}5$ кг, который отделяется от неё в точке K и продолжает движение в трубке по дуге KCB, окружности радиуса $R = 1$ м, затем – по горизонтальному участку BD. Определить давление шарика на трубку в точке C. Какой путь пройдёт шарик до остановки по прямой BD, если здесь на него действует сила трения с коэффициентом $f = 0{,}4$.

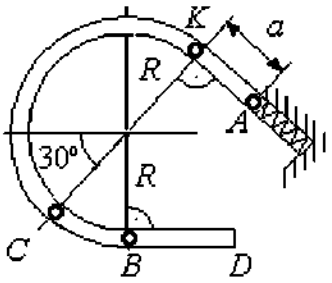


Рис. 4.29. Схема движения шарика в трубке

5. ОБЩИЕ ТЕОРЕМЫ ДИНАМИКИ СИСТЕМЫ

5.1. Теорема о движении центра масс системы

Центром масс системы материальных точек называют точку C, координаты которой x_C, y_C, z_C удовлетворяют равенствам:

$$mx_C = \sum m_k x_k \,, \quad my_C = \sum m_k y_k \,, \; mz_C = \sum m_k z_k \,,$$

где m – масса системы: $m = \sum m_k$; m_k, x_k, y_k, z_k – массы и координаты материальных точек системы.

Теорема о движении центра масс системы. Центр масс механической системы движется как материальная точка с массой, равной массе системы, и к которой приложены внешние силы, действующие на систему: $m\vec{a}_C = \sum \vec{F}_k^e$, где $\vec{a}_C$ – вектор ускорения центра масс системы; $\sum \vec{F}_k^e$ – сумма всех внешних сил, действующих на систему.

Пример решения задач на применение теоремы о движении центра масс

Задача 54. Груз 1, находящийся на верхнем основании прямоугольной пирамиды *ABCD*, соединен с грузом 2 нерастяжимой нитью, перекинутой через блок C (рис. 5.1). Определить перемещение пирамиды, если груз 2 опустился на высоту 1 м. Масса груза 1 m_1 = 15 кг, груза 2 m_2 = 20 кг, пирамиды m = 50 кг. Трение при движении груза 1 по пирамиде и пирамиды по горизонтальной поверхности не учитывать.

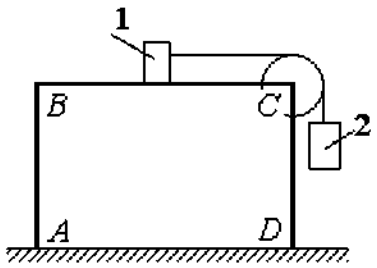


Рис. 5.1. Пирамида с системой подвижных грузов

Решение

Рассматриваем механическую систему, состоящую из двух грузов, соединённых нерастяжимой нитью, блока C и пирамиды *ABCD*.

Внешние силы, приложенные к системе: силы тяжести грузов и пирамиды – $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}$ и нормальная реакция $\vec{N}$ опоры поверхности, на которой стоит пирамида. Направления векторов внешних сил показаны на рис. 5.2.

Выберем неподвижную систему координат Axy, как показано на рис. 5.2. Все внешние силы, действующие на механическую систему, вертикальны, поэтому дифференциальное уравнение, составленное на основании теоремы о движении центра масс механической системы в проекции на ось Ax, имеет вид:

$$(m + m_1 + m_2)\ddot{x}_C = P_{1x} + P_{2x} + P_x + N_x = 0$$

$$\text{или} \quad \ddot{x}_C = 0,$$

где x_C – координата центра масс системы.

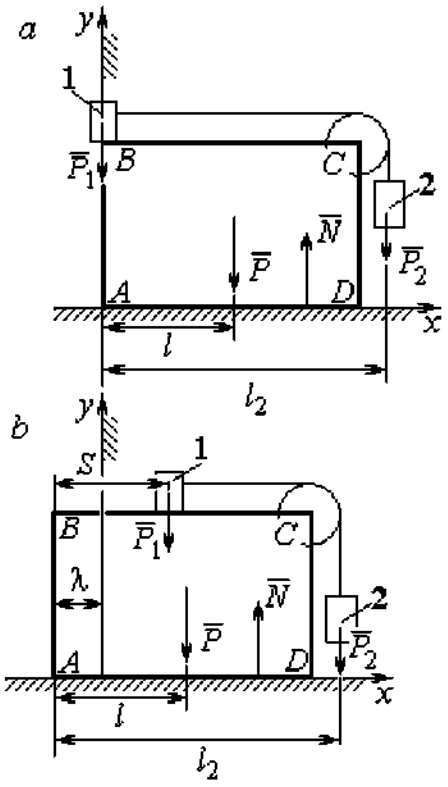


Рис. 5.2. Расчётная схема перемещения пирамиды: *a* – начальное положение; *b* – положение пирамиды при перемещении грузов на расстояние S

Проинтегрировав его дважды, получим закон движения центра масс системы: $x_C = C_1 t + C_2$, где константы интегрирования C_1 и C_2 находятся из начальных условий. Предположим, в начальный момент движение в механической системе отсутствовало и координата центра масс системы была равна x_{C0} (на рис. 5.2, *a* не показана), то есть при $t = 0$ $x_C(0) = x_{C0}$ и $\dot{x}_C(0) = 0$. Подставляя начальные условия, получим: $C_1 = 0$, $C_2 = x_{C0}$. В результате закон движения центра масс системы имеет вид: $x_C = x_{C0}$. Последнее означает, что при любом перемещении тел в системе координата центра масс системы на оси Ax остаётся постоянной, равной своему начальному значению.

Предположим, в начальный момент времени груз 1 находился у левого края призмы, как показано на рис. 5.2, *a*.

Начальная координата x_{C0} центра масс системы находится из равенства $(m_1 + m_2 + m)x_{C0} = \sum m_k x_k = m_1 \cdot 0 + m_2 l_2 + ml$, где l_2 – расстояние от начала координат до линии действия силы тяжести груза 2 (координата центра масс гру-

за 2 на оси Ax); l – аналогичное расстояние до линии действия силы тяжести пирамиды (см. рис. 5.2, *а*). Тогда начальная координата центра масс системы: $x_{C0} = \dfrac{m_2 l_2 + ml}{(m_1 + m_2 + m)}$.

Положение грузов в системе, после того как груз 1 переместился на расстояние S, и положение призмы показано на рис. 5.2, *b*. На рисунке отмечено, что при перемещении груза 1 вправо на расстояние S призма $ABCD$ сместилась влево на расстояние λ. Координата x_{C1} центра масс для нового положения системы определяется из равенства:

$$(m_1 + m_2 + m)x_{C1} = m_1(S - \lambda) + m_2(l_2 - \lambda) + m(l - \lambda).$$

Выражая отсюда координату x_{C1} и приравнивая её начальному значению координаты центра масс $x_{C0} = x_{C1}$, найдём перемещение пирамиды $\lambda = \dfrac{m_1 S}{(m_1 + m_2 + m)}$. Подставляя данные задачи, получим $\lambda = 0{,}18$ м.

5.2. Теорема об изменении кинетического момента системы относительно оси

Момент инерции однородного диска радиусом R, массой m относительно оси z, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска: $J_z = \dfrac{1}{2}mR^2$. **Для неоднородных тел момент инерции** относительно оси z вычисляется по формуле: $J_z = mi_z^2$, где i_z – радиус инерции тела.

Кинетическим моментом (моментом количества движения) системы относительно неподвижной оси z называется величина, равная сумме моментов количеств движения точек относительно этой оси $\vec{L}_z = \sum M_z(m_k\vec{V}_k)$.

Для твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси z, кинетический момент: $L_z = J_z\omega$, где J_z и ω – момент инерции и угловая скорость

тела. **Теорема об изменении кинетического момента системы относительно оси**. Производная по времени от кинетического момента системы относительно неподвижной оси z равна сумме моментов внешних сил относительно той же оси: $\frac{dL_z}{dt} = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$.

Примеры решения задач на применение теоремы об изменении кинетического момента системы

Задача 55. Для подъёма груза используется лебёдка со ступенчатым барабаном и противовесом. Груз 1 массой m_1 поднимается на канате, навитом на барабан 2 массой m_2 радиуса R. Противовес 3 массой m_3 прикреплён к канату, который навит на малую ступень барабана радиуса r (рис. 5.3). Радиус инерции барабана относительно оси вращения i_z. На барабан действует постоянный момент сил сопротивления $M_c = 60$ Н·м. В начале движения к барабану лебёдки прикладывается вращающий момент, пропорциональный времени: $M_{вр} = 620 + 30t$ Н·м, который через 2 с отключается. Определить, на какую высоту поднимется груз, если движение началось из состояния покоя. Массы грузов и барабана: $m_1 = 100$ кг, $m_2 = 50$ кг, $m_3 = 20$ кг. Радиусы ступеней барабана и радиус инерции: $R = 0{,}6$ м; $r = 0{,}4$ м; $i_z = 0{,}5$ м.

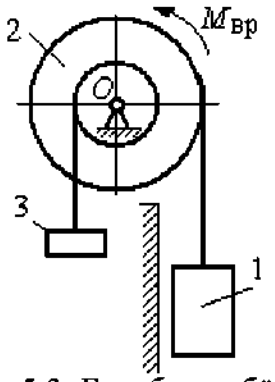


Рис. 5.3. Барабан лебёдки с грузом и противовесом

Решение

Решение следует рассматривать на двух этапах. На первом груз поднимается под действием вращающего момента, на втором – по инерции.

Рассмотрим механическую систему, состоящую из груза 1, барабана 2 и противовеса 3. На систему действуют силы тяжести груза $\vec{P}_1$, барабана $\vec{P}_2$, противовеса $\vec{P}_3$, реакция шарнира $\vec{R}$, пара сил с моментом, равным моменту вра-

щения $M_{вр}$, и пара сил с моментом сопротивления M_c. Направления векторов сил и моментов показаны на рис. 5.4. Выберем начало оси y, вдоль которой поднимается груз на первом участке движения, в точке начала движения (см. рис. 5.4).

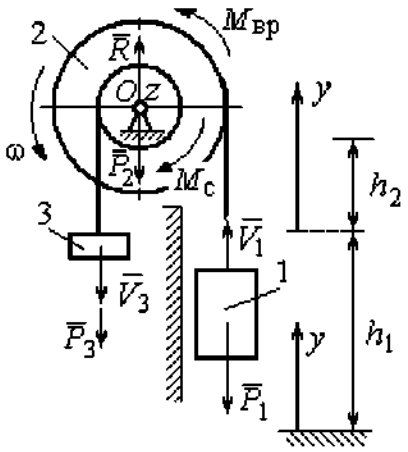


Рис. 5.4. Силы, действующие на систему во время движения

Воспользуемся теоремой об изменении кинетического момента системы относительно оси z, проходящей через центр O: $\frac{dL_z}{dt} = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$. Кинетический момент системы относительно оси z равен сумме кинетических моментов барабана, груза и противовеса: $L_z = L_z^{бар} + L_z^{гр} + L_z^{пр}$. Кинетический момент барабана, вращающегося вокруг неподвижной оси z: $L_z^{бар} = J_z\omega$, где J_z – момент инерции барабана относительно оси z, $J_z = m_2 i_z^2$; ω – угловая скорость барабана. Рассматривая груз и противовес как материальные точки, найдём их кинетические моменты относительно оси z: $L_z^{гр} = M_z(m_1\vec{V}_1) = m_1 V_1 R$; $L_z^{пр} = M_z(m_3\vec{V}_3) = m_3 V_3 r$.

Суммарный кинетический момент системы:

$$L_z = L_z^{бар} + L_z^{гр} + L_z^{пр} = m_2 i_z^2\omega + m_1 V_1 R + m_3 V_3 r.$$

Выразим скорости груза 1 и противовеса 3 через угловую скорость барабана: $V_1 = \omega R$, $V_3 = \omega r$ - и подставим их в выражение кинетического момента. Получим $L_z = (m_2 i_z^2 + m_1 R^2 + m_3 r^2)\omega = (m_2 i_z^2 + m_1 R^2 + m_3 r^2)\frac{V_1}{R}$.

Суммарный момент внешних сил относительно оси z

$$\sum M_z(\vec{F}_k^e) = M_{вр} - M_c - P_1 R + P_3 r.$$

Дифференциальное уравнение движения груза:

$$(m_2 i_z^2 + m_1 R^2 + m_3 r^2)\frac{dV_1}{dt} = (M_{вр} - M_c - P_1 R + P_3 r)R,$$

или с учётом данных задачи $\frac{dV_1}{dt} = 0{,}58 + 0{,}35t$.

Дважды интегрируя это уравнение с нулевыми начальными условиями, найдём скорость груза V_1 и проходимый им путь y как функции времени:

$$V_1(t) = 0{,}58t + 0{,}175t^2; \quad y(t) = 0{,}29t^2 + 0{,}058t^3.$$

Из уравнений движения найдём: при t = 2 с (конец первого участка) груз поднялся на высоту $h_1 = y(2) = 1{,}62$ м и имел скорость $V_1 = V_1(2) = 1{,}86$ м/с.

На втором участке движения груз продолжает подниматься вверх. Уравнение движения груза здесь аналогично первому участку, за исключением вращающего момента (см. рис. 5.4):

$$(m_2 i_z^2 + m_1 R^2 + m_3 r^2)\frac{dV_1}{dt} = (-M_c - P_1 R + P_3 r)R, \text{ или } \frac{dV_1}{dt} = -6{,}61.$$

Представим ускорение груза в виде: $\frac{dV_1}{dt} = \frac{dV_1 dy}{dy dt} = V_1 \frac{dV_1}{dy}$. Теперь уравнение движения груза на втором участке имеет вид: $V_1 \frac{dV_1}{dy} = -6{,}61$. Интегрируя его, получим зависимость скорости груза от пройденного пути $\frac{V_1^2}{2} = -6{,}61y + C_3$. Выберем начало второго участка на высоте h_1. Из начальных условий движения груза: при t = 0, y = 0, V_1 = 1,86 м/с, получим: C_3 = 1,73.

Максимальную высоту h_2, на которую поднялся груз на втором участке, определим из условия, что в этой точке скорость груза обращается в нуль. Имеем $0 = -6{,}61h_2 + 1{,}73$, откуда h_2 = 0,26 м. Максимальная высота подъёма груза $H = h_1 + h_2$ = 1,88 м.

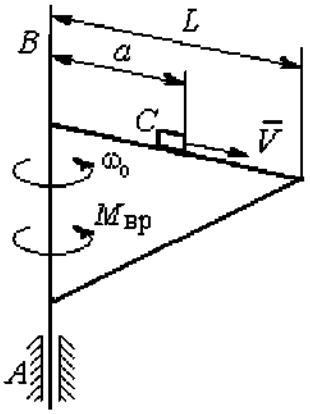


Рис. 5.5. Поворотный кран

Задача 56. Тележка C поворотного подъёмного крана (рис. 5.5) движется с постоянной относительно стрелы скоростью V = 0,5 м/с. Длина стрелы

L = 10 м, масса тележки с грузом m_1 = 100 кг, момент инерции крана относительно оси вращения AB без учёта тележки и груза J = 1800 кг·м^2. Двигатель крана создаёт постоянный вращающий момент $M_{вр}$ = 400 Н·м. Определить угловую скорость крана в момент, когда тележка достигнет края стрелы, если в начальный момент конструкция вращалась с угловой скоростью ω_0 = 2 рад/с, а тележка находилась на расстоянии a = 1 м от оси вращения.

Решение

На систему действуют внешние силы: $\vec{P}_1$ – сила тяжести тележки с грузом, $\vec{P}_2$ – сила тяжести поворотного крана (на рис. 5.6 показана в условном центре тяжести крана); $\vec{R}_x$, $\vec{R}_y$ – составляющие реакции подшипника A и пара сил с моментом, равным вращающему моменту $M_{вр}$ (см. рис. 5.6). Применим к описанию движения системы теорему об изменении кинетического момента системы относительно оси вращения z, направленной вдоль линии AB.

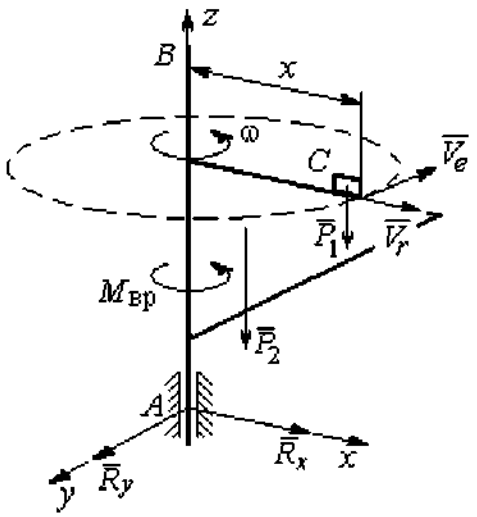


Рис. 5.6. Внешние силы, действующие на кран при его движении

Поскольку силы тяжести параллельны оси вращения крана, а составляющие реакции шарнира A пересекают её, то моменты этих сил относительно оси z равны нулю и теорема об изменении кинетического момента системы принимает вид: $\frac{dL_z}{dt} = M_{вр}$. Интегрируя это уравнение при постоянном вращающем моменте, получим равенство: $L_z - L_{z0} = M_{вр}t$, где L_z, L_{z0} – кинетический момент системы в текущий и начальный моменты времени.

Кинетический момент системы L_z равен сумме: $L_z = L_z^{кран} + L_z^{груз}$. Кинетический момент крана как твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной

оси: $L_z^{\text{кран}} = J\omega$. Полагая тележку с грузом материальной точкой, определим её кинетический момент $L_z^{\text{груз}}$, как момент вектора количества движения тележки относительно оси z. Тележка с грузом участвует в сложном движении. Вектор абсолютной скорости тележки $\vec{V}_{\text{абс}}$ равен сумме $\vec{V}_{\text{абс}} = \vec{V}_r + \vec{V}_e$, где $\vec{V}_r$ относительная скорость тележки (перемещение по стреле крана); $\vec{V}_e$ – переносная скорость (движение вместе с краном). Воспользовавшись теоремой Вариньона при вычислении момента количества движения тележки с грузом, получим:

$$L_z^{\text{груз}} = M_z(m_1\vec{V}_{\text{абс}}) = M_z(m_1\vec{V}_e + m_1\vec{V}_r) = M_z(m_1\vec{V}_e) = m_1V_ex = m_1\omega x^2.$$

В результате суммарный кинетический момент системы в текущий момент времени $L_z = L_z^{\text{кран}} + L_z^{\text{груз}} = \left(J + m_1x^2\right)\omega$. Тогда начальный кинетический момент систем: $L_{z0} = \left(J + m_1a^2\right)\omega_0$.

Подставляя выражения начального и текущего кинетического моментов в уравнение движения, получим: $\left(J + m_1x^2\right)\omega - \left(J + m_1a^2\right)\omega_0 = M_{\text{вр}}t$, откуда закон изменения угловой скорости крана $\omega = \dfrac{M_{\text{вр}}t + \left(J + m_1a^2\right)\omega_0}{\left(J + m_1x^2\right)}$. Момент времени $t_{\text{к}}$, когда тележка достигнет края стрелы ($x = L$), найдём из условия движения тележки по стреле с постоянной скоростью: $Vt_{\text{к}} = L - a$. С учётом данных задачи угловая скорость крана в этот момент $\omega(t_{\text{к}}) = 0{,}93$ рад/с.

5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы

Кинетическая энергия тела при поступательном движении $T = \dfrac{1}{2}mV_C^2$, где m – масса тела; V_C – скорость центра масс тела; **при вращательном движении** вокруг неподвижной оси z: $T = \dfrac{1}{2}J_z\omega^2$, где J_z – момент инерции тела относительно оси z; ω – угловая скорость тела; **при плоскопа-**

раллельном движении: $T = \frac{1}{2} m V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega^2$, где m – масса тела; V_C, ω – скорость центра масс и угловая скорость тела; J_{zC} – момент инерции тела относительно оси z, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения.

Работа постоянной силы F при прямолинейном перемещении точки приложения силы $A = FS\cos\alpha$, где S – перемещение точки; α – постоянный угол между перемещением и направлением силы. **Работа пары сил с постоянным моментом** M при повороте тела на конечный угол φ вычисляется по формуле: $A = \pm M\varphi$, где φ – угол поворота тела. Работа считается положительной, если пара сил стремится повернуть тело в направлении его вращения, и отрицательной – в противном случае.

Мощностью силы F называют величину, равную скалярному произведению силы на скорость точки её приложения: $N = \vec{F} \cdot \vec{V}$, где V – скорость точки приложения силы. При плоском движении тела мощность силы равна сумме скалярных произведений: $N = \vec{F} \cdot \vec{V}_O + \vec{M}_O \cdot \vec{\omega}$, где V_O – скорость точки, выбранной полюсом; ω – угловая скорость тела; $\vec{M}_O = M_O(\vec{F})$ – момент силы относительно полюса. Если в качестве полюса выбрать точку K – мгновенный центр скоростей, то мощность силы $N(\vec{F}) = \vec{M}_K(\vec{F}) \cdot \vec{\omega}$, где $M_K(\vec{F})$ – момент силы относительно мгновенного центра скоростей.

Теорема об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме. Производная по времени от кинетической энергии системы равна сумме мощностей внешних и внутренних сил $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e) + \sum N(\vec{F}_k^i)$.

Теорема об изменении кинетической энергии системы на конечном перемещении. Изменение кинетической энергии системы при перемещении её

из начального состояния в текущее равно сумме работ внешних и внутренних сил, действующих на систему: $T - T_0 = \sum A(\vec{F}_k^e) + \sum A(\vec{F}_k^i)$.

Механические системы, состоящие из абсолютно твердых тел, соединенных гибкими нерастяжимыми нитями, называются **неизменяемыми**. В неизменяемых системах сумма работ и сумма мощностей внутренних сил равны нулю: $\sum A(\vec{F}_k^i) = 0$.

Примеры решения задач на применение теоремы об изменении кинетической энергии системы

Задача 57. Планетарный механизм, позволяющий получать повышенные передаточные отношения угловых скоростей, состоит из трех одинаковых колёс, соединённых кривошипом OA (рис. 5.7). Колесо 1 неподвижно, кривошип OA вращается с угловой скоростью ω_{OA} и приводит в движение колёса 2 и 3. Полагая массы колёс и их радиусы одинаковыми, равными m и r, и пренебрегая массой кривошипа, найти кинетическую энергию механизма.

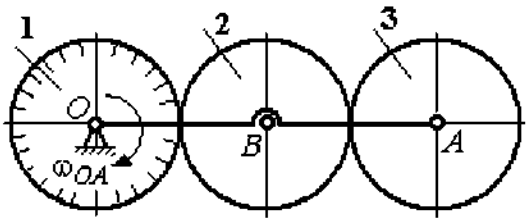


Рис. 5.7. Планетарный механизм

Решение

Кинетическая энергия механизма T равна сумме энергий колёс 2 и 3: $T = T_2 + T_3$. Энергия колеса 1 равна нулю потому, что оно неподвижно, а энергия кривошипа равна нулю, так как массой кривошипа пренебрегаем. При движении механизма колесо 2, увлекаемое кривошипом, катится по неподвижной поверхности первого колеса. Энергия колеса 2:

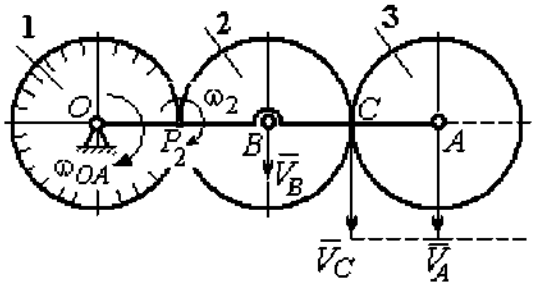


Рис. 5.8. Расчётная схема вычисления энергии механизма

$T_2 = \frac{mV_B^2}{2} + \frac{J_{2B}\omega_2^2}{2}$, где V_B – скорость центра масс колеса 2, J_{2B} – момент инерции колеса 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости колеса, $J_{2B} = \frac{mr^2}{2}$.

Выразим кинетическую энергию колеса 2 через угловую скорость ω_{OA} кривошипа OA.

Скорость точки B, лежащей на кривошипе OA: $V_B = \omega_{OA} \cdot OB = \omega_{OA} 2r$.

Так как точка P_2 касания колёс 1 и 2 является мгновенным центром скоростей колеса 2 (рис. 5.8), угловая скорость колеса 2 $\omega_2 = \frac{V_B}{BP_2}$. В результате получим: $\omega_2 = 2\omega_{OA}$. Подставив зависимости V_B и ω_2 в выражение кинетической энергии колеса 2, найдём:

$$T_2 = \frac{m(\omega_{OA} 2r)^2}{2} + \frac{mr^2}{2} \cdot \frac{(2\omega_{OA})^2}{2} = 3m\omega_{OA}^2 r^2.$$

Вычислим кинетическую энергию колеса 3. Найдём скорость точки C, считая, что она принадлежит колесу 2: $V_C = \omega_2 \cdot P_2C = 4\omega_{OA} r$. Скорость точки A – центра колеса 3 определим, полагая, что точка A лежит и на кривошипе: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 4\omega_{OA} r$. Скорости двух точек A и C колеса 3 равны и параллельны, причём линия AC перпендикулярна векторам скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$ (см. рис. 5.8). В этом случае мгновенный центр скоростей отсутствует и колесо 3 совершает мгновенно-поступательное движение. Энергия поступательного движения колеса 3: $T_3 = \frac{mV_A^2}{2} = \frac{m(4\omega_{OA} r)^2}{2} = 8m\omega_{OA}^2 r^2$.

Окончательно, энергия механизма: $T = T_2 + T_3 = 11m\omega_{OA}^2 r^2$.

Задача 58. Горизонтальный желоб DE опирается на блок 1 и на каток 3 одинакового радиуса r (рис. 5.9). Блок 1 весом P_1 вращается вокруг неподвиж-

ной оси O_1. Каток 3 катится по горизонтальному рельсу без проскальзывания. На одной оси с катком 3 жестко связано колесо 2 радиуса R. Их общий вес равен Q, а общий радиус инерции относительно оси z, проходящей через центр масс C перпендикулярно плоскости катка, равен i_z. Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M. Массой желоба пренебрегаем. Скольжение между желобом и блоком 1, а также катком 3 отсутствует. Определить ускорение центра масс колеса 2 и катка 3 и угловое ускорение блока 1, если: $P_1 = 40$ Н, $Q = 60$ Н, $F = 50$ Н, $M = 45$ Н·м, $R = 0{,}8$ м, $r = 0{,}6$ м, $i_z = 0{,}4$ м.

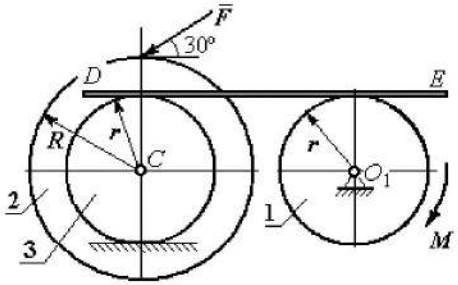


Рис. 5.9. Схема движения механической системы

Решение

Для решения задачи воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии для неизменяемых механических систем: $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e)$, где T – энергия системы в её текущем положении; $\sum N(\vec{F}_k^e)$ – суммарная мощность внешних сил.

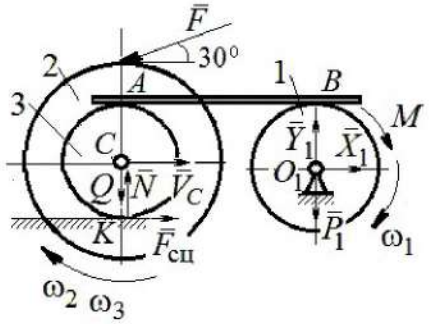


Рис. 5.10. Расчетная схема для исследования движения системы

Предположим, во время движения системы блок 1 вращается по ходу часовой стрелки.

Угловые скорости ω_1, ω_2 блока 1, катка 3 и скорость $\vec{V}_C$ центра масс катка 3 показаны на рис. 5.10. Угловая скорость колеса 2 и катка 3 равны: $\omega_3 = \omega_2$.

Кинетическая энергия вращательного движения блока 1 $T_1 = \frac{1}{2} J_{zO_1} \omega_1^2$,

где J_{zO_1} – осевой момент инерции блока, $J_{zO_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$.

Фигура, состоящая из катка 3 и колеса 2, двигается плоскопараллельно. Кинетическая энергия фигуры определяется по формуле: $T_2 = \frac{1}{2} m V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_2^2$, где m – общая масса катка и колеса, $m = \frac{Q}{g}$, J_{zC} – момент инерции фигуры относительно оси z, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_{zC} = m i_z^2$,

У катка 3 мгновенный центр скоростей находится в точке касания его с неподвижной поверхностью (точка K на рис. 5.10). Тогда $\omega_3 = \frac{V_C}{r}$. Скорость точки A катка $V_A = \omega_3 2r = 2V_C$. Приравнивая скорость точки A на катке 2 к скорости точки B на блоке 1, получим $\omega_1 = \frac{2V_C}{r}$.

Найдём кинетическую энергию системы, выраженную через скорость центра масс катка 3:

$$T = T_1 + T_2 = \frac{P_1}{g} V_C^2 + \frac{Q}{2g}\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right) V_C^2 = \frac{V_C^2}{2g}\left[2P_1 + Q\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right)\right].$$

Найдем сумму мощностей внешних сил.

На блок 1 действуют: сила тяжести $\vec{P}_1$, пара сил с моментом M и реакция шарнира O_1, разложенная на составляющие $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$ (рис. 5.10). Мощности силы тяжести $\vec{P}_1$ и сил реакции $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$ подшипника O_1 равны нулю, так как нет перемещения точек приложения этих сил. Момент M направлен в сторону вращения блока 1, его мощность $N(M) = M\omega_1 = M\frac{2V_C}{r}$.

На каток 3 (вместе с жестко связанным с ним колесом 2) действуют: сила $\vec{F}$, сила тяжести $\vec{Q}$ катка и колеса, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила сцепления $\vec{F}_{\text{сц}}$ катка 3 с поверхностью.

Мощности сил $\vec{N}$ и $\vec{F}_{\text{сц}}$ равны нулю, так как точкой приложения этих сил является мгновенный центр скоростей катка 3, скорость которого равна нулю. Мощность силы тяжести $\vec{Q}$ равна нулю, так как угол между вектором силы и вектором скорости точки C равен 90°.

Для определения мощности силы $\vec{F}$, приложенной к колесу, выберем в качестве полюса точку K – мгновенный центр скоростей диска 2. С учётом того, что скорость $V_K = 0$, получим:

$$N(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{V}_K + \vec{M}_K(\vec{F}) \cdot \vec{\omega}_2 = \vec{M}_K(\vec{F})\vec{\omega}_2 =$$

$$= -F(r+R)\omega_2 \cos 30° = -FV_C\left(1+\frac{R}{r}\right)\cos 30°.$$

Поскольку вращение, создаваемое моментом силы $\vec{F}$ относительно центра K, противоположно выбранному направлению угловой скорости катка, мощность силы $\vec{F}$ отрицательная.

Суммарная мощность внешних сил:

$$\sum N(F^e) = -FV_C\left(1+\frac{R}{r}\right)\cos 30° + M\frac{2V_C}{r}.$$

Составляем уравнение теоремы об изменении кинетической энергии системы. Находим производную по времени от кинетической энергии системы $\frac{dT}{dt} = \frac{V_C}{g}a_C\left[2P_1 + Q\left(1+\frac{i_z^2}{r^2}\right)\right]$ и приравниваем суммарной мощности внешних сил. Получим:

$$\frac{1}{g}a_C\left[2P_1 + Q\left(1+\frac{i_z^2}{r^2}\right)\right] = -F\left(1+\frac{R}{r}\right)\cos 30° + \frac{2M}{r},$$

откуда с учётом исходных данных задачи ускорение центра масс диска 2 $a_C = 2{,}88$ м/с^2. Для определения углового ускорения блока 1 продифференцируем по времени равенство $\omega_1 = \dfrac{2V_C}{r}$. Получим: $\varepsilon_1 = \dfrac{2a_C}{r} = 9{,}6$ рад/с^2.

Задача 59. Каток радиуса r, весом P закатывают вверх по наклонной плоскости приложив в центре катка силу $\vec{F}$ под углом 30° к наклонной плоскости (рис. 5.11). Сама плоскость наклонена под углом 30° к горизонту. Величина силы $F = 2P$. В начальном положении центр катка имел скорость V_0.

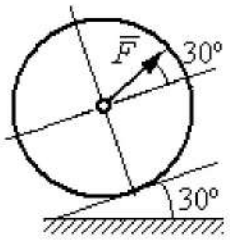


Рис. 5.11. Движение катка на наклонной плоскости

На какое расстояние S переместился центр катка, если в конце перемещения его скорость удвоилась.

Решение

Применим теорему об изменении кинетической энергии на конечном перемещении системы: $T - T_0 = \sum A(F_k)$. На каток действует сила тяжести $\vec{P}$, сила $\vec{F}$, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила $\vec{F}_{\text{сц}}$ сцепления диска с наклонной плоскостью (рис. 5.12). При перемещении центра катка на расстояние S вдоль наклонной плоскости работу совершают только сила $\vec{F}$: $A(\vec{F}) = F\cos 30° S$ и сила тяжести: $A(\vec{P}) = -Ph$, где h – перепад высот при перемещении центра масс катка. Работа реакции опоры и силы сцепления равна нулю.

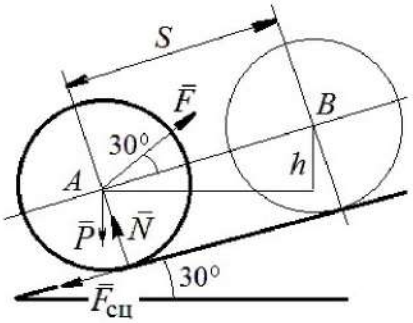


Рис. 5.12. Расчётная схема движения катка

Кинетическая энергия катка $T = \dfrac{1}{2}mV_A^2 + \dfrac{1}{2}J_{zA}\omega^2$, где J_{zA} – момент инерции фигуры относительно оси z, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_{zA} = \dfrac{mr^2}{2}$. Выражая угловую скорость катка через

скорость центра масс $\omega = \frac{V_A}{r}$, с учётом выражения момента инерции катка, получим энергию катка в виде: $T = \frac{3}{4} m V_A^2$.

Составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии при перемещении центра катка на расстояние S: $\frac{3}{4} m V_B^2 - \frac{3}{4} m V_A^2 = F\cos 30° S - Ph$, где $V_A = V_0$ $V_B = 2V_0$, $F = 2P$, $h = S\sin 30°$.

Найдём искомое перемещение: $S = \frac{9V_0^2}{4g(2\cos 30° - \sin 30°)}$.

Упражнения

Упражнение 5.1. Крановая тележка массы m_1 может перемещаться по горизонтальной балке без трения (рис. 5.13). В центре масс тележки закреплён трос длиной l, на другом конце которого привязан груз массы m_2. Трос может совершать колебательные движения в вертикальной плоскости. В начальный момент трос был в вертикальном положении. Определить горизонтальное перемещение тележки в зависимости от угла наклона троса. Весом троса пренебречь.

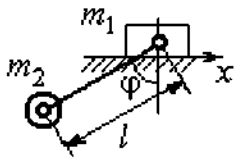


Рис. 5.13. Движение крановой тележки

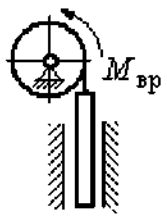


Рис. 5.14. Схема механизма лебёдки

Упражнение 5.2. К барабану лебёдки, поднимающей штангу, приложен вращающий момент, пропорциональный времени $M_{ВР} = kt$ (рис. 5.14). Штанга массы m_1 поднимается посредством каната, навитого на барабан массы m_2 и радиуса r. В начальный момент система находилась в покое. Определить угловую скорость барабана, считая его однородным диском.

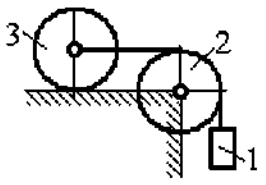


Рис. 5.15. Схема движения системы

Упражнение 5.3. Груз 1 массы m_1 подвешен на нерастяжимом тросе, другой конец которого переброшен через блок 2 и закреплён в центре масс катка 3 (рис. 5.15). Каток 3 катится по горизонтальной поверхности без проскальзывания. Блок 2 и каток 3 – однородные диски массы m_2 и m_3, радиуса r. В начальный момент система находилась в покое. Определить скорость груза, когда он опустится на высоту h, если к катку 3 приложен момент M.

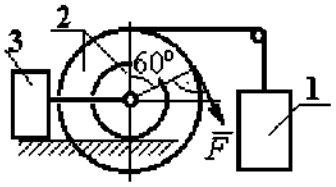


Рис. 5.16. Схема механизма катка

Упражнение 5.4. Механическая система включает два груза 1 и 3 одинакового веса P и каток 2 весом $2P$, радиусом $R = 2r$ с цилиндрическим выступом радиусом r (рис. 5.16). Каток катится выступом по неподвижной поверхности без проскальзывания. К катку по касательной к окружности приложена сила $F = 2P$. Найти ускорение центра масс катка, если его радиус инерции относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения: $i_{zC} = r\sqrt{2}$.

5.4. Применение общих теорем динамики системы к описанию движений твёрдого тела

Поступательное движение твердого тела описывается дифференциальными уравнениями: $m\ddot{x} = \sum F^e_{kx}$, $m\ddot{y} = \sum F^e_{ky}$, $m\ddot{z} = \sum F^e_{kz}$ - или в алгебраической форме $ma_{Cx} = \sum F^e_{kx}$, $ma_{Cy} = \sum F^e_{ky}$, $ma_{Cz} = \sum F^e_{kz}$, где m – масса тела; $\ddot{x} = a_{Cx}$, $\ddot{y} = a_{Cy}$, $\ddot{z} = a_{Cz}$ – проекции ускорения центра масс тела на координатные оси; F^e_{kx}, F^e_{ky}, F^e_{kz} – проекции внешних сил.

Вращательное движение твердого тела относительно неподвижной оси z описывается дифференциальным уравнением: $J_z \dfrac{d\omega}{dt} = \sum M_z(\vec{F}^e_k)$ или алгебраическим уравнением: $J_z\varepsilon = \sum M_z(\vec{F}^e_k)$, где ω, ε – угловая скорость и угловое ускорение тела; $\sum M_z(\vec{F}^e_k)$ – сумма моментов внешних сил относительно оси z; J_z – момент инерции тела относительно оси z.

Плоскопараллельное движение твердого тела описывается уравнениями движения центра масс и вращательного движения тела относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения.

В проекции на координатные оси уравнения плоскопараллельного движения тела имеют вид:

$$ma_{Cx} = \sum F^e_{kx};\ ma_{Cy} = \sum F^e_{ky};\ J_{zC}\varepsilon = \sum M_{zC}(\vec{F}^e_k),$$

где a_{Cx}, a_{Cy} – проекции ускорения центра масс тела; F^e_{kx}, F^e_{ky} – проекции на оси координат внешних сил, действующих на тело; J_{zC} – момент инерции тела относительно оси z, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения; ε – угловое ускорение тела; $M_{zC}(\vec{F}^e_k)$ – моменты внешних сил относительно оси, проходящей через центр масс.

Проводя динамический расчет механической системы, следует рассматривать движение каждого тела системы в отдельности, предварительно освободив его от связей и заменив их действие реакциями.

Примеры решения задач на составление уравнений движения твердых тел

Задача 59. Лебёдка поднимает груз 1 массы m_1 = 50 кг посредством троса, переброшенного через блок 3 и навитого на барабан 2 массы m_2 = 20 кг, радиуса r = 0,8 м (рис. 5.17). К барабану приложен постоянный вращающий момент $M_{вр}$ = 480 Н·м. Определить ускорение груза, натяжение троса и реакцию шарнира барабана 2. Весом троса и массой блока 3 пренебречь, барабан считать сплошным цилиндром.

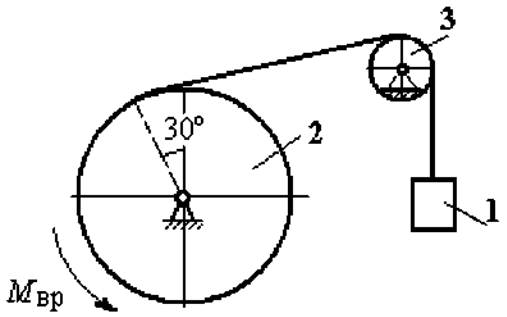


Рис. 5.17. Механизм лебёдки

Решение

Составим уравнение движения груза 1. Для этого освобождаем груз от связей, заменив действие троса реакцией. На груз действует сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция троса $\vec{H}_1$ (рис. 5.18). Выберем ось x по направлению движения груза. Уравнение движения груза в проекции на ось x: $m_1 a_1 = H_1 - P_1$.

Рассмотрим движение барабана 2. Освободим барабан от связей и заменим их действие реакциями.

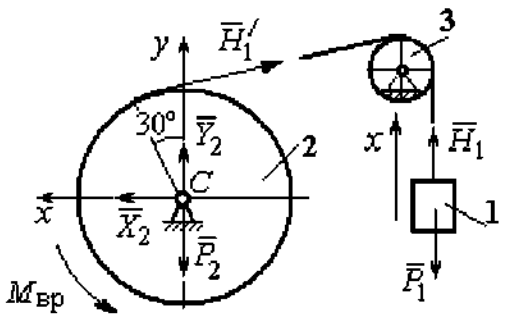


Рис. 5.18. Внешние силы и реакции, действующие на груз и барабан при движении системы

На барабан действует сила тяжести $\vec{P}_2$, пара сил с моментом вращения $M_{вр}$, реакция троса $\vec{H}_1'$ и реакция шарнира (на рис. 5.18 разложена на составляющие $\vec{X}_2$, $\vec{Y}_2$). Так как массой блока 3 пренебрегаем, то модули сил $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_1'$ равны. Направления действия сил и момента показаны на рис. 5.18.

Уравнение вращательного движения барабана относительно оси z: $J_z\varepsilon_2 = \sum M_z(F_k) = M_{вр} - H_1' r$, где момент инерции барабана $J_z = \dfrac{m_2 r^2}{2}$.

Продифференцируем по времени равенство $V_1 = \omega_2 r$ и выразим угловое ускорение барабана через ускорение груза 1. Получим $\varepsilon_2 = \dfrac{a_1}{r}$. Подставляя выражение углового ускорения в уравнение вращательного движения барабана с учётом равенства модулей сил $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_1'$, напишем уравнения движения барабана и груза в виде системы уравнений:

$$m_1 a_1 = H_1 - P_1, \quad m_2 a_1 = \frac{2M_{вр}}{r} - 2H_1,$$

откуда находим a_1= 1,82 м/с^2, H_1 = 581,8 Н. Натяжение троса численно равно реакции.

Для определения реакции шарнира составим (формально) уравнение движения центра масс блока 2 в проекциях на оси x, y (см. рис. 5.18):

$$m_2 a_{Cx} = X_2 - H_1' \cos 30^\circ = 0, \quad m_2 a_{Cy} = Y_2 + H_1' \cos 60^\circ - P_2 = 0.$$

Отсюда $X_2 = 503{,}84$ Н, $Y_2 = -94{,}7$ Н, $R_2 = \sqrt{X_2^2 + Y_2^2} = 512{,}66$ Н.

Задача 60. Барабан весом G, радиусом R имеет цилиндрический выступ радиусом r (рис. 5.19). Барабан скатывается по наклонной плоскости с углом наклона 30°, опираясь на неё поверхностью выступа. К барабану приложены постоянные силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Сила $\vec{F}_1$ направлена по касательной к поверхности барабана. Сила $\vec{F}_2$ действует под углом 30° к диаметру барабана, перпендикулярному наклонной плоскости. В начальный момент времени барабан приведён в равновесие парой сил с моментом M.

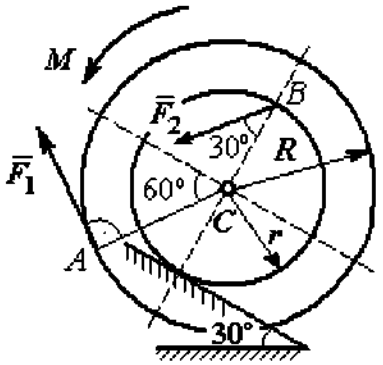


Рис. 5.19. Схема движения барабана по наклонной плоскости

Определить угловое ускорение барабана и закон движения центра масс, если в положении равновесия величину уравновешивающего момента увеличить в 1,2 раза. Исходные данные для решения задачи: R = 0,6 м, r = 0,2 м, G = 100 Н, F_1 = 60 Н, F_2 = 25 Н, радиус инерции барабана i_z = 0,4 м.

Решение

На барабан действуют силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, сила тяжести $\vec{G}$, пара сил с неизвестным моментом M, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила $\vec{F}_{сц}$ сцепления барабана с поверхностью. Сила сцепления приложена в точке K касания выступа барабана с наклонной плоскостью и направлена вдоль неё (рис. 5.20).

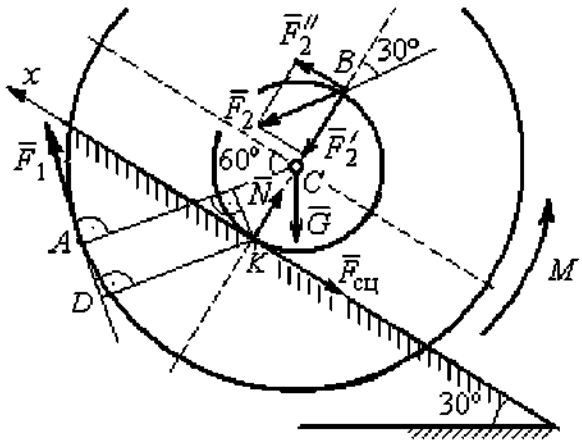


Рис. 5.20. Силы, действующие на барабан, во время движения

Для определения момента M, приводящего барабан в равновесие, запишем уравнение равно-

весия в виде равенства нулю моментов сил $\sum M_K(\vec{F}_k^e) = 0$ относительно точки K. Точка K выбрана с той целью, что в уравнение не будет входить момент неизвестной силы сцепления.

На рис. 5.20 показано разложение силы $\vec{F}_2$: $\vec{F}_2 = \vec{F}_2' + \vec{F}_2''$. Значения составляющих определяются как проекции: $F_2' = F_2\cos 30°$, $F_2'' = F_2\sin 30°$.

Применяя теорему Вариньона, вычислим момент силы $\vec{F}_2$ относительно точки K: $M_K(\vec{F}_2) = M_K(\vec{F}_2') + M_K(\vec{F}_2'') = F_2\sin 30° \cdot 2r$.

Момент силы $\vec{F}_1$ относительно точки K:

$$M_K(\vec{F}_1) = -F_1 \cdot KD = -F_1(R - r\cos 30°).$$

В результате уравнение моментов сил при равновесии барабана принимает вид

$$\sum M_K(\vec{F}_k^e) = -F_1(R - r\cos 30°) + F_2\sin 30° \cdot 2r - Gr\sin 30° + M = 0.$$

Подставляя сюда исходные данные задачи, находим величину уравновешивающего момента $M = 30{,}61$ Н·м. Направление момента показано дуговой стрелкой на рис. 5.20.

Увеличим значение момента M, удерживающего барабан в равновесии, в 1,2 раза: $M_1 = 1{,}2M$. Возникшее после этого качение барабана вверх по наклонной плоскости представляет собой плоскопараллельное движение, которое описывается с применением теорем о движении центра масс и об изменении кинетического момента.

Уравнение движения центра масс барабана в проекции на ось x, направленную вверх по наклонной плоскости, имеет вид:

$$m\ddot{x}_C = F_1\cos 30° + F_2\cos 60° - G\cos 60° - F_{\text{сц}},$$

где x_C – координата центра масс барабана.

Применив теорему об изменении кинетического момента барабана относительно оси z, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости

движения и считая моменты сил положительными, если они создают вращение в сторону движущегося вверх барабана, выразим уравнение вращательного движения барабана вокруг оси z в виде:

$$J_{zC}\ddot{\varphi} = -F_1 R + F_2 r\cos 60° + F_{\text{сц}} r + M_1,$$

где φ – угол поворота барабана; J_{zC} – момент инерции барабана, $J_{zC} = mi_z^2$; i_z – радиус инерции. С учётом соотношения $\ddot{\varphi} = \dfrac{\ddot{x}_C}{r}$ получим уравнение:

$$m\ddot{x}_C\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right) = -F_1\left(\frac{R}{r} - \cos 30°\right) + 2F_2\cos 60° - G\cos 60° + \frac{M_1}{r}.$$

После подстановки данных задачи находим дифференциальное уравнение движения центра масс: $\ddot{x}_C = 0{,}6$. Дважды интегрируя его с нулевыми начальными условиями (так как движение началось из состояния покоя), находим закон движения центра масс: $x_C = 0{,}3t^2$ м. Из уравнения следует, что барабан движется в сторону положительного направления оси x.

Угловое ускорение барабана $\varepsilon = \ddot{\varphi} = \dfrac{\ddot{x}_C}{r} = 3$ рад/с^2.

Задача 61. Механизм (рис. 5.21) включает в себя груз 1, каток 2 и ступенчатый барабан 3, соединённых нерастяжимыми нитями. Движение механизма происходит из состояния покоя в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы

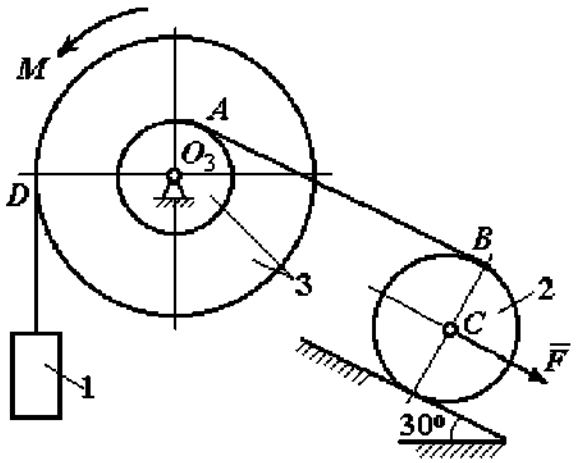


Рис. 5.21. Конструкция механической системы

$\vec{F}$, приложенной в центре масс катка 2, и пары сил с моментом M, приложенной к барабану 3. Качение катка 2 по наклонной плоскости с углом наклона к горизонту 30° происходит без проскальзывания.

Каток 2 считать однородным диском радиуса R_2. Радиусы ступеней барабана 3: R_3, r_3, радиус инерции барабана i_3.

Найти ускорение груза 1, силы натяжения нитей и динамическую реакцию шарнира барабана 3, если $P_1 = P_2 = 2P$; $P_3 = 3P$, $F = 3P$; $M = Pr$, $R_2 = 2r$; $R_3 = 3r$; $r_3 = r$; $i_3 = r\sqrt{3}$.

Решение

Рассмотрим движение каждого тела системы отдельно, предварительно освободив тела от связей и заменив их действие реакциями. На рис. 5.22 изображены силы, действующие на тела системы, после освобождения их от связей и направление движения каждого тела.

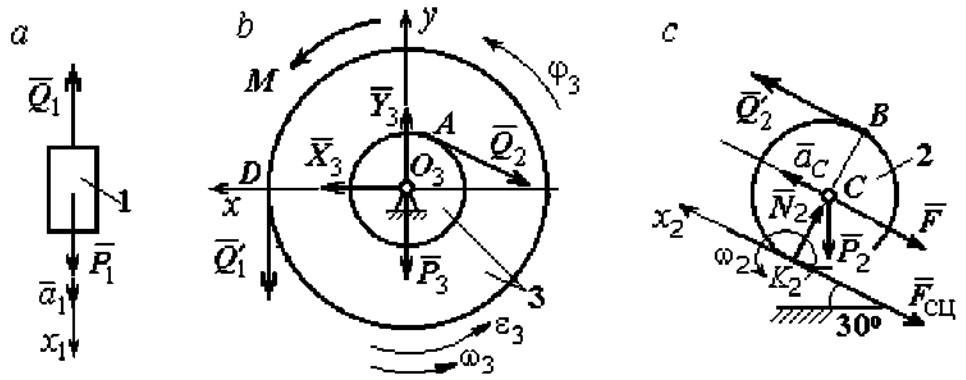


Рис. 5.22. Расчетные схемы для описания движения тел, входящих в систему

Допустим, груз движется вниз со скоростью V_1, ускорением a_1. К нему приложена сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция нити $\vec{Q}_1$ (рис. 5.22, *a*). Направим ось x_1 в сторону движения груза. Уравнение движения груза вдоль оси x_1 имеет вид:

$$m_1 a_1 = \sum F_{kx} = P_1 - Q_1 = 2P - Q_1.$$

Барабан 3 вращается вокруг неподвижной оси z, проходящей через центр масс O_3. На диск 3 действует сила тяжести $\vec{P}_3$, реакция подшипника $\vec{R}_3$ (на

рис. 5.22, *b* показано разложение реакции на составляющие $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$), пара сил с моментом M и реакции нитей $\vec{Q}_1'$ и $\vec{Q}_2$.

При составлении уравнения вращательного движения барабана моменты сил относительно оси считаем положительными, если они создают поворот в сторону вращения барабана. Уравнение вращения барабана 3 имеет вид:

$$J_{zO_3}\varepsilon_3 = \sum M_{zO_3}(F_k) = Q_1' R_3 + M - Q_2 r_3 = Q_1' 3r + Pr - Q_2 r,$$

Момент инерции барабана относительно оси z: $J_{zO_3} = m_3 i_3^2 = \dfrac{9Pr^2}{g}$;

Каток 2 совершает плоскопараллельное движение. К нему приложена сила тяжести $\vec{P}_2$, сила $\vec{F}$, реакция нити $\vec{Q}_2'$, нормальная реакция $\vec{N}_2$ наклонной плоскости и сила $\vec{F}_{\text{сц}}$ сцепления диска с поверхностью (рис. 5.22, *c*).

Выберем ось x_2 по направлению движения центра масс катка 2. Плоскопараллельное движение катка описывается уравнениями движения его центра масс в проекции на ось x_2 и вращения вокруг оси, походящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска:

$$m_2 a_C = Q_2' - F - F_{\text{сц}} - P_2 \cos 60^\circ = Q_2' - 3P - F_{\text{сц}} - P;$$

$$J_C \varepsilon_2 = Q_2' R_2 + F_{\text{сц}} R_2 = Q_2' 2r + F_{\text{сц}} 2r, \quad J_C = \frac{m_2 R_2^2}{2}.$$

При составлении второго уравнения момент силы считается положительным, если он создаёт поворот в сторону вращения катка.

К системе четырех уравнений, описывающих движения тел в системе, необходимо добавить уравнения связей между ускорениями точек и угловыми ускорениями тел. Предположим, скорость центра масс катка 2 равна V_C (см. рис. 5.22, *c*). Угловая скорость катка $\omega_2 = \dfrac{V_C}{CK_2} = \dfrac{V_C}{R_2}$, где CK_2 – расстояние от

центра масс катка 2 до его мгновенного центра скоростей. Продифференцировав по времени последнее равенство, получим: $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \dfrac{\dot{V}_C}{R_2} = \dfrac{a_C}{2r}$.

Скорость точки B катка 2 $V_B = \omega_2 \cdot BK_2 = 2V_C$. Приравняв скорость точки A к скорости точки B (см. рис. 5.21), получим: $2V_C = V_B = V_A = \omega_3 r_3 = \omega_3 r$, откуда $\omega_3 = \dfrac{2V_C}{r}$. После дифференцирования найдём: $\varepsilon_3 = \dfrac{2a_C}{r}$.

Скорость груза 1 связана со скоростью центра масс катка 2 следующим образом: $V_1 = V_D = \omega_3 R_3 = \dfrac{2V_C}{r} 3r = 6V_C$. Тогда ускорение груза 1 $a_1 = 6a_C$.

После подстановки уравнений связи в уравнения движения с учётом равенства модулей сил $\vec{Q}_1'$ и $\vec{Q}_1$, а также $\vec{Q}_2$ и $\vec{Q}_2'$ получим систему:

$$\frac{12P}{g} a_C = 2P - Q_1; \quad \frac{18P}{g} a_C = 3Q_1 + P - Q_2,$$

$$\frac{2P}{g} a_C = Q_2 - 4P - F_{\text{сц}}; \quad \frac{P}{g} a_C = Q_2 + F_{\text{сц}},$$

откуда находим: $a_C = 0{,}09g$, $Q_1 = 0{,}92P$, $Q_2 = 2{,}14P$.

Динамические реакции $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, действующие на ось вращающегося барабана 3 (рис. 5.22, *b*), определяются из уравнений, которые можно получить, формально применив к барабану теорему о движении центра масс. Так как центр масс барабана 3 неподвижен, его ускорение равно нулю, $a_{O_3} = 0$. Тогда уравнения движения его центра масс в проекциях на оси x, y имеют вид:

$$m_3 a_{O_3 x} = X_3 - Q_2 \cos 30^\circ = 0;$$

$$m_3 a_{O_3 y} = Y_3 - Q_1 - P_3 - Q_2 \cos 60^\circ = 0.$$

Подставляя значения $Q_1 = 0{,}92P$ и $Q_2 = 2{,}14P$, находим составляющие реакции оси барабана 3: $X_3 = Q_2 \cos 30^\circ = 1{,}85P$, $Y_3 = Q_1 + P_3 + Q_2 \cos 60^\circ = 4{,}98P$.

Полная величина реакции оси барабана 3: $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2} = 5{,}31P$.

Задача 62. Подъёмное устройство (рис. 5.23) состоит из однородного диска 1 массой m_1, радиусом r_1, ступенчатого диска 2 массой $m_2 = 3m_1$, радиусом $R_2 = 4r_1$ и радиусом ступеньки $r_2 = r_1$ и груза 3 массой $m_3 = 2m_1$. Система движется из состояния покоя в вертикальной плоскости под действием сил тяжести и пары сил с моментом $M = m_1 g r_1$, приложенной к диску 1. Определить ускорение груза 3 и натяжение нити груза 3, если радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, походящей через центр масс, перпендикулярно плоскости диска 2, $i_{2C} = 2r_1$.

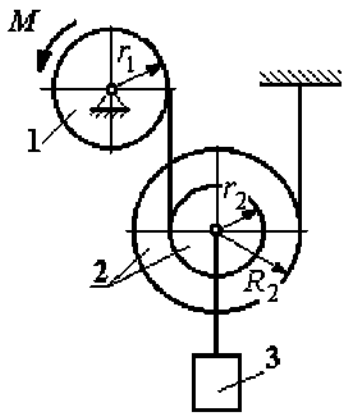


Рис. 5.23. Конструкция подъёмного устройства

Решение задачи осуществить с применением теоремы об изменении кинетической энергии системы и проверить его методом динамического расчёта, составляя уравнения движения тел, входящих в систему.

Решение

1. Для неизменяемой системы (состоящей из абсолютно твёрдых тел, соединённых нерастяжимыми нитями), движущейся из состояния покоя, теорема об изменении кинетической энергии на конечном перемещении имеет вид $T = \sum A(\vec{F}_k^e)$. Схема движения механизма в предположении, что груз 3 опускается, показана на рис. 5.24.

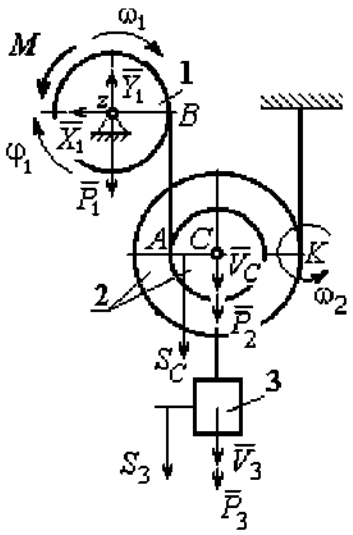


Рис. 5.24. Схема движения механизма

Диск 1 вращается вокруг неподвижной оси z. Кинетическая энергия диска 1: $T_1 = \dfrac{J_{1z}\omega_1^2}{2}$, где момент инерции диска $J_{1z} = \dfrac{m_1 r_1^2}{2}$.

У диска 2 плоскопараллельное движение. Кинетическая энергия диска 2: $T_2 = \frac{m_2 V_C^2}{2} + \frac{J_{2C}\omega_2^2}{2}$, где V_C – скорость центра масс диска 2. Момент инерции диска 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно движению диска, $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$.

Кинетическая энергия груза 3: $T_3 = \frac{m_3 V_3^2}{2}$.

Энергия механизма равна сумме энергий тел, входящих в систему:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{J_{1z}\omega_1^2}{2} + \frac{m_2 V_C^2}{2} + \frac{J_{2C}\omega_2^2}{2} + \frac{m_3 V_3^2}{2}.$$

Выразим угловые скорости дисков 1 и 2 и скорость центра масс диска 2 через скорость груза 3.

Скорость центра масс диска 2 равна скорости груза 3, $V_C = V_3$. Угловая скорость диска 2 $\omega_2 = \frac{V_C}{CK} = \frac{V_3}{R_2}$, где CK – расстояние от центра диска 2 до его мгновенного центра скоростей.

Скорость точки B нити равна скорости точки A. Из равенства $\omega_1 r_1 = \omega_2 (R_2 + r_2)$ найдём: $\omega_1 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1}\omega_2 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1}\frac{V_3}{R_2}$.

Подставляя найденные зависимости в выражение энергии системы, получим кинетическую энергию механизма:

$$T = \frac{V_3^2}{2}\left[\frac{m_1}{2}\left(1 + \frac{r_2}{R_2}\right)^2 + m_2\left(1 + \frac{i_{2C}^2}{R_2^2}\right) + m_3\right] = \frac{209}{64} m_1 V_3^2.$$

Во время движения механизма работу совершают силы тяжести $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и пара сил с моментом M. Перемещения S_C и S_3 точек приложения сил $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и угол φ_1 поворота диска 1 показаны на рис. 5.24.

Сумма работ сил $\sum A(\vec{F}_k^e) = P_3 S_3 + P_2 S_C - M\varphi_1$. Работа момента отрицательная, так как заданное направление момента противоположно выбранному направлению вращения колеса 1.

Выразим перемещение центра масс диска 2 и угол поворота диска 1 через перемещение груза 3. Проинтегрировав равенство скоростей $V_3 = V_C$, получим равенство перемещений: $S_3 = S_C$. Аналогично, из равенства $\omega_1 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1}\frac{V_3}{R_2}$ следует соотношение $\varphi_1 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1}\frac{S_3}{R_2}$.

В итоге суммарная работа внешних сил в механизме:

$$\sum A(\vec{F}_k^e) = \left[P_3 + P_2 - M\frac{(r_2 + R_2)}{r_1 R_2}\right]S_3 = \frac{15}{4}m_1 g S_3.$$

Составляя уравнение теоремы об изменении кинетической энергии системы, получим равенство:

$$\frac{209}{64}m_1 V_3^2 = \frac{15}{4}m_1 g S_3 \text{ или } V_3^2 = \frac{240}{209}g S_3.$$

Продифференцируем последнее равенство. Получим: $2V_3\frac{dV_3}{dt} = \frac{240}{209}g\frac{dS_3}{dt}$.

Так как $\frac{dS_3}{dt} = V_3$, а $\frac{dV_3}{dt} = a_3$, находим ускорение груза 3: $a_3 = \frac{120}{209}g$ м/с^2.

Для того чтобы найти натяжение нити груза 3, необходимо написать уравнение его движения. Выделим груз 3 из системы, заменив действие нити её реакцией H_3. Выберем ось x по направлению движения груза. Применим к описанию движения груза теорему о движении центра масс, написав её проекцию на ось x: $m_3 a_3 = P_3 - H_3$, где H_3 –реакция нити. При известном ускорении a_3 находим реакцию нити $H_3 = \frac{178}{209}m_1 g$. Натяжение нити численно равно реакции, но направлено в противоположную сторону.

2. Для решения задачи вторым способом – путём составления уравнений движения тел, входящих в состав механизма, освободим тела от связей и заменим их реакциями. На рис. 5.25 изображены силы и реакции, действующие на каждое тело, после освобождения его от связей, а также направления угловых ускорений тел и ускорения центров масс.

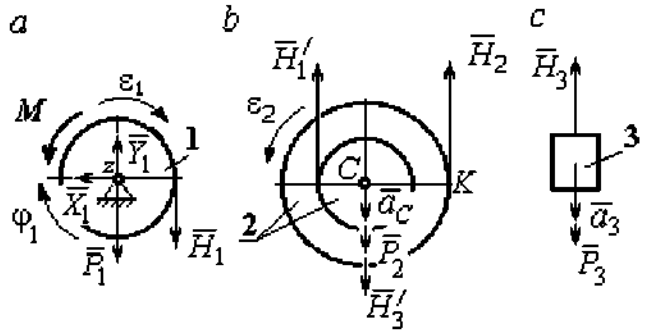


Рис. 5.25. Внешние силы и реакции связей, действующие на тела системы

Диск 1 вращается вокруг неподвижной оси z. На диск действует сила тяжести $\vec{P}_1$, реакция подшипника $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$, пара сил с моментом M и реакция нити $\vec{H}_1$. Вращение диска описывается уравнением: $J_{1z}\varepsilon_1 = \sum M_z(F_k) = H_1 r_1 - M$. Момент инерции диска 1 относительно оси z, $J_{1z} = \dfrac{m_1 r_1^2}{2}$.

Диск 2 (рис. 5.25, *b*) совершает плоскопараллельное движение. К нему приложена сила тяжести $\vec{P}_2$ и реакции нитей $\vec{H}_1'$, $\vec{H}_2$ и $\vec{H}_3'$. Плоскопараллельное движение диска 2 описывается уравнением движения его центра масс в проекции на вертикальную ось и уравнением вращения диска вокруг оси, походящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска:

$$m_2 a_C = P_2 - H_1' - H_2 + H_3'; \;\; J_{2C}\varepsilon_2 = H_2 R_2 - H_1' r_2.$$

Момент инерции диска 2 $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$. При составлении уравнения вращательного движения диска 2 момент силы считается положительным, если он создаёт поворот в сторону вращения диска.

Груз 3 совершает поступательное движение. К нему приложены сила тяжести $\vec{P}_3$ и реакция нити $\vec{H}_3$ (рис. 5.25, *c*). Уравнение движения груза 3 в проекции на вертикальную ось, направленную в сторону его движения, имеет вид:

$$m_3 a_3 = P_3 - H_3,$$

Выразим угловые ускорения дисков 1 и 2 и ускорение центра масс диска 2 через ускорение груза 3. Для этого нужно продифференцировать соответствующие кинематические соотношения между скоростями. Так, из найденных ранее выражений: $V_3 = V_C$, $\omega_2 = \dfrac{V_3}{R_2}$, $\omega_1 = \dfrac{(r_2 + R_2)}{r_1}\dfrac{V_3}{R_2}$ следует: $a_3 = a_C$, $\varepsilon_2 = \dfrac{a_3}{R_2}$, $\varepsilon_1 = \dfrac{(r_2 + R_2)}{r_1}\dfrac{a_3}{R_2}$.

Подставляя кинематические соотношения между ускорениями в уравнения движения тел с учётом равенства модулей сил $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_1'$, а также $\vec{H}_3$ и $\vec{H}_3'$, получим систему уравнений, описывающих движение звеньев механизма:

$$\frac{5}{8}m_1 a_3 = H_1 - m_1 g;\ \ 3m_1 a_3 = 3m_1 g - H_1 - H_2 + H_3;$$

$$3m_1 a_3 = 4H_2 - H_1;\ \ 2m_1 a_3 = 2m_1 g - H_3.$$

Решая систему, найдём $a_3 = \dfrac{120}{209}g$ м/с^2, $H_3 = \dfrac{178}{209}m_1 g$. Выражения ускорения a_3 груза 3 и натяжения нити H_3 совпадают с аналогичными выражениями, полученными в пункте 1 при решении данной задачи с применением теоремы об изменении кинетической энергии.

Упражнения

Упражнение 5.5. Система состоит из двух катков 1 и 2, соединённых невесомым стержнем (рис. 5.26). Каток 1 весом P, радиуса r. Каток 2 весом $2P$, радиуса $3r$ имеет цилиндрический выступ радиуса r. Невесомый стержень, параллельный плоскости качения катков, закреплён в центре катка 1 и передаёт движение катка 1 катку 2 в верхней точке вертикального диаметра цилиндрического выступа без проскальзывания. Качение катков без скольжения. К катку 1 приложена пара сил с моментом $M = 4Pr$. В центре масс катка 2 приложена сила $F = 2P$. Радиус инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр катка перпендикулярно плоскости движения, $i_2 = r\sqrt{2}$. Найти ускорение центра масс катка 1 и реакцию стержня.

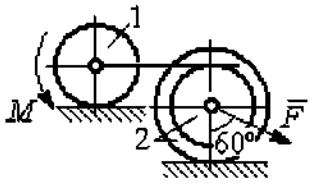


Рис. 5.26. Система катков

Упражнение 5.6. С помощью подъёмного устройства (рис. 5.27) производится подъём груза 1. Нить, закреплённая одним концом на неподвижной поверхности, спускается, охватывает снизу блок 2 массы $m_2 = m$, радиуса r, затем поднимается и проходит параллельно горизонтальной плоскости, где к концу её привязан груз 3 массы $m_3 = m$, передвигающийся по плоскости под действием силы $F = 2{,}5mg$. Нити, удерживающие блок 2, вертикальны. Груз 1 массы $m_1 = 3m$ прикреплён к оси блока 2. Найти ускорение груза 1 и натяжения нитей, удерживающих блок 2.

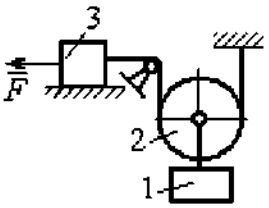


Рис. 5.27. Подъёмное устройство

Упражнение 5.7. Груз 1 массы $m_1 = m$, спускается вниз по наклонной плоскости без трения (рис. 5.28). Нить, прикреплённая к грузу 1, другим своим концом намотана на барабан катка 2 радиуса $R = 2r$ и при движении груза заставляет барабан катиться по горизонтальной поверхности цилиндрическим выступом радиуса r. Качение происходит без проскальзывания. К центру катка привязана другая нить, посредством которой каток тащит за собой груз 3 массы $m_3 = 2m$, скользящий по горизонтальной поверхности без трения. Масса катка $m_2 = 3m$, радиус инерции катка относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения $i_2 = r\sqrt{3}$. По касательной к ободу катка 2 приложена сила $F = mg$ (точка приложения силы см. рис. 5.28). Определить ускорение груза 1 и натяжения нитей.

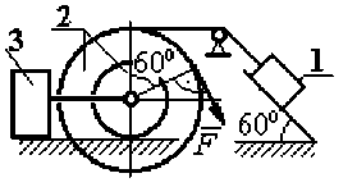


Рис. 5.28. Схема движения механической системы

6. ПРИНЦИПЫ МЕХАНИКИ

6.1. Принцип Даламбера для системы

Силой инерции материальной точки называют векторную величину, модуль которой равен произведению массы точки на модуль её ускорения. Направлен вектор силы инерции точки в сторону, противоположную ускорению $\vec{R}^{и} = -m\vec{a}$, где m – масса точки; $\vec{a}$ – вектор ускорения точки.

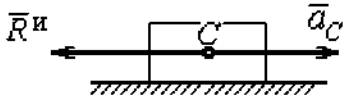


Рис. 6.1. Главный вектор сил инерции при поступательном движении твердого тела

При поступательном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ главный вектор сил инерции $\vec{R}^{и}$ по модулю $R^{и} = ma_C$, приложен в центре масс тела и направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$ (рис. 6.1).

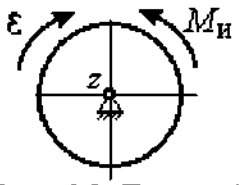


Рис. 6.2. Главный момент сил инерции при вращении тела вокруг оси, проходящей через центр масс

При вращении тела вокруг неподвижной оси z, проходящей через центр масс, главный вектор сил инерции обращается в нуль. Главный момент $\vec{M}^{и}$, сил инерции относительно оси вращения равен по величине $M^{и} = J_z\varepsilon$, где J_z – момент инерции тела относительно оси z; ε – угловое ускорение тела. Направлен главный момент сил инерции в сторону, противоположную угловому ускорению (рис. 6.2).

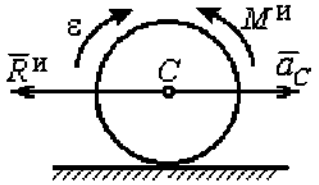


Рис. 6.3. Главный вектор и главный момент сил инерции при плоскопараллельном движении твердого тела

При плоскопараллельном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ и угловым ускорением ε главный вектор сил инерции $\vec{R}^{и}$ равен по модулю $R^{и} = ma_C$, приложен в центре масс тела и направлен в сторону, противоположную ускорению центра масс $\vec{a}_C$ (рис. 6.3). Главный момент сил инерции $\vec{M}^{и}$ относи-

тельно оси, проходящей через центр масс тела перпендикулярно плоскости движения: $M^{и} = J_C\varepsilon$, где J_C – момент инерции тела относительно оси вращения, и направлен в сторону, противоположную угловому ускорению.

Если в любой момент времени к каждой из точек системы кроме действующих на нее внешних сил присоединить соответствующие силы инерции, то полученная система сил будет уравновешенной.

Принцип Даламбера даёт возможность составлять уравнения движения механической системы в виде уравнений равновесия (метод кинетостатики):

$$\sum \vec{F}_k^e + \vec{R}^{и} = 0,\ \sum \vec{M}_O(\vec{F}_k^e) + \vec{M}_O^{и} = 0,$$

где $\vec{F}_k^e$ –внешние силы, действующие на систему; $\vec{R}^{и}$ – главный вектор сил инерции; $\vec{M}_O(\vec{F}_k^e)$, $\vec{M}_O^{и}$ – моменты внешних сил и главный момент сил инерции относительно произвольного центра O.

Примеры решения задач на применение принципа Даламбера

Задача 63. Груз 1 массы m_1 = 10 кг спускается вниз по наклонной грани клина, образующей угол 60° с горизонтом, и посредством нити, переброшенной через блок 2, укреплённый в верхней точке клина, приводит в движение груз 3 массы m_3 = 5 кг (рис. 6.4). Клин ABC массы m_4 = 15 кг стоит гранью AC на горизонтальной гладкой поверхности и упирается в выступ E.

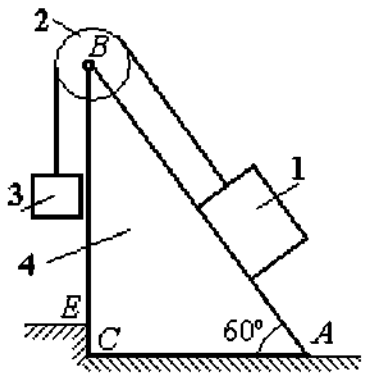


Рис. 6.4. Клин с грузами

Найти давление клина на выступ. Массой блока 2 и нити пренебречь.

Решение

Выберем систему, состоящую из клина ABC, блока 2, грузов 1 и 3 и нити, соединяющей грузы. Внешние силы, действующие на систему, – силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_3$ и $\vec{P}_4$ грузов 1, 3 и клина 4, горизонтальная реакция $\vec{R}_x$ упора клина в вы-

ступ и вертикальная реакция $\vec{R}_y$ опоры на горизонтальную поверхность. Реакция нити, реакция опоры груза 1 на наклонную поверхность клина и реакция шарнира B блока 2 для данной системы являются внутренними.

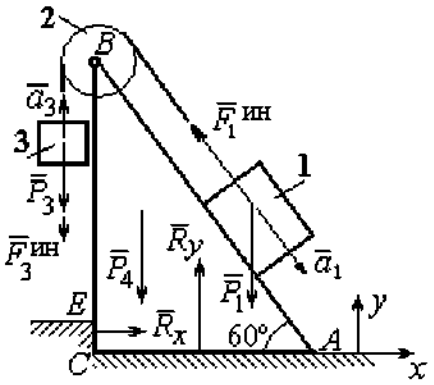


Рис. 6.5. Внешние силы и силы инерции, действующие на систему

Допустим, груз 1 движется вниз, груз 3 – вверх. Приложим силы инерции. Направления ускорений грузов и сил инерции показаны на рис. 6.5.

В соответствии с принципом Даламбера, полученная система сил находится в равновесии. Условие равновесия: $\sum \vec{F}_k^e + \vec{F}_1^{ин} + \vec{F}_3^{ин} = 0$.

Выберем оси xy, как показано на рис. 6.5, и спроектируем векторное равенство на ось x. Получим: $R_x - F_1^{ин}\cos 60^\circ = 0$, где модуль силы инерции $F_1^{ин} = m_1 a_1$.

Найдём ускорение груза 1. С этой целью рассмотрим отдельно движение грузов 1 и 3 (рис. 6.6 a, b).

Рассматривая груз 1 как отдельную систему, изобразим внешние силы: силу тяжести $\vec{P}_1$, реакцию нити $\vec{T}'$ и реакцию опоры $\vec{N}$ (см. рис. 6.6, b). Присоединим силу инерции $\vec{F}_1^{ин}$ и составим уравнение равновесия полученной системы сил в проекции на ось x, расположенную вдоль наклонной грани клина: $P_1 \sin 60^\circ - T' - F_1^{ин} = 0$, где $F_1^{ин} = m_1 a_1$.

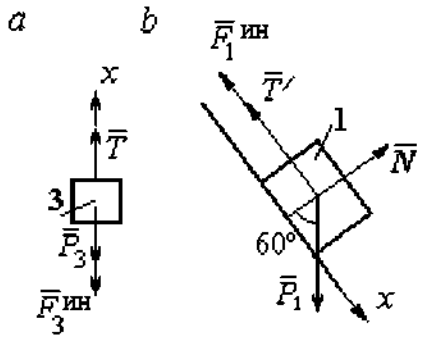


Рис. 6.6. Равновесие грузов

Для груза 3 внешними силами будут сила тяжести $\vec{P}_3$ и реакция нити $\vec{T}$. Присоединим к грузу 3 силу инерции $\vec{F}_3^{ин}$ (см. рис. 6.6, a) и составим уравне-

ние равновесия системы сил в проекции на ось x, выбранную по направлению движения груза 3: $T - P_3 - F_3^{\text{ин}} = 0$, где модуль силы инерции $F_3^{\text{ин}} = m_3 a_3$.

Решая полученную систему с учётом, что модули реакций нити и модули ускорений грузов равны: $T = T'$ и $a_1 = a_3$, находим ускорение грузов. Получим: $a_1 = a_3 = \dfrac{(m_1 \sin 60^\circ - m_3)g}{m_1 + m_3}$. Тогда давление клина на уступ:

$$R_x = F_1^{\text{ин}} \cos 60^\circ = m_1 g \frac{(m_1 \sin 60^\circ - m_3)}{(m_1 + m_3)} \cos 60^\circ .$$

Подставляя данные из условия задачи, найдём R_x = 11,97 Н.

Задача 64. Для подъёма грузов используется лебёдка со ступенчатым воротом, изображённая на рис. 6.7. Радиусы большой и малой ступенек барабана ворота r_1 и r_2, радиус инерции барабана относительно оси вращения i_3. Лебёдка установлена на горизонтальной балке AB, которая закреплена в точке A на неподвижном цилиндрическом шарнире и опирается на каток в точке B. Груз 1 поднимается на верёвке, навитой на большую ступеньку ворота. На малой ступеньке барабана ворота закреплена другая верёвка, удерживающая противовес 2. К барабану лебёдки приложен постоянный вращающий момент $M_{\text{вр}}$.

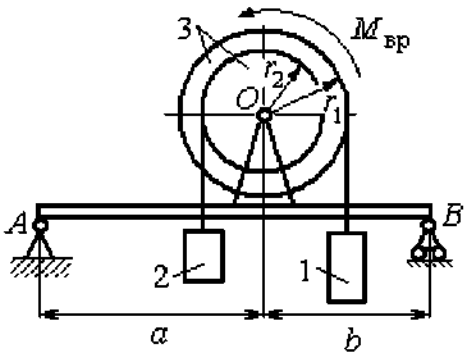


Рис. 6.7. Лебёдка на балке

Найти реакции опор балки во время движения груза, если радиусы ступенек барабана r_1 = 0,8 м, r_2 = 0,2 м, радиус инерции барабана относительно оси вращения i_3=0,6 м, масса груза 1 m_1 = 100 кг, противовеса 2 m_2 =30 кг, масса барабана m_1 = 50 кг, величина вращающего момента $M_{\text{вр}}$ = 1050 Н·м, расстояния от крайних точек балки A и B до линии вертикального диаметра барабана a = 2 м, b = 1 м.

Решение

Выберем систему, включающую только барабан 3, грузы 1 и 2 и нити, связывающие грузы с барабаном (рис. 6.8). Внешние силы, действующие на эту систему, – пара сил, создающая вращающий момент $M_{вр}$, силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ грузов 1, 2 и барабана 3 и реакция $\vec{R}_O$ опоры барабана на шарнир в точке O. Натяжения нитей для данной системы являются внутренними и на рис. 6.8 не показаны.

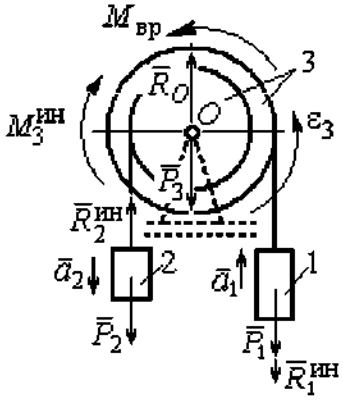


Рис. 6.8. Расчётная схема равновесия барабана

Приложим силы инерции. Направления главных векторов сил инерции $\vec{R}_1^{ин}$, $\vec{R}_2^{ин}$ и момента сил инерции $M_3^{ин}$ показаны на рис. 6.8.

Согласно принципу Даламбера, полученная система внешних сил и сил инерции является уравновешенной. Составим уравнения равновесия:

$$R_O + R_2^{ин} - P_2 - P_3 - P_1 - R_1^{ин} = 0;\ M_{вр} - M_3^{ин} - R_2^{ин} r_2 + P_2 r_2 - P_1 r_1 - R_1^{ин} r_1 = 0,$$

где $R_1^{ин} = m_1 a_1$, $R_2^{ин} = m_2 a_2$, $M_3^{ин} = J_{3O}\varepsilon_3$, $J_{3O} = m_3 i_3^2$.

Из второго уравнения с учётом кинематических соотношений: $\varepsilon_3 = \dfrac{a_1}{r_1}$ и $a_2 = \dfrac{r_2}{r_1} a_1$, найдём ускорение груза 1: $a_1 = \dfrac{r_1(M_{вр} + P_2 r_2 - P_1 r_1)}{m_3 i_3^2 + m_2 r_2^2 + m_1 r_1^2}$. Подставляя данные задачи, получим a_1 = 3,49 м/с^2.

Вычислим модули сил инерции $R_1^{ин} = m_1 a_1$=349 Н; $R_2^{ин} = m_2 a_2$ = 26,17 Н.

Подставляя модули сил инерции в первое уравнение условий равновесия, найдём реакцию опоры барабана на шарнир O:

$$R_O = -R_2^{ин} + P_2 + P_3 + P_1 + R_1^{ин} = 2088{,}63 \text{ Н}.$$

Для определения реакций опор балки AB выберем объектом равновесия саму балку (рис. 6.9). На балку действуют сила $\vec{R}'_O$ давления со стороны шарнира O, реакция шарнира в точке A (на рис. 6.9 разложенная на составляющие $\vec{R}_{Ax}$, $\vec{R}_{Ay}$) и реакция $\vec{R}_{By}$ опоры балки на шарнир в точке B. Составим уравнения равновесия балки:

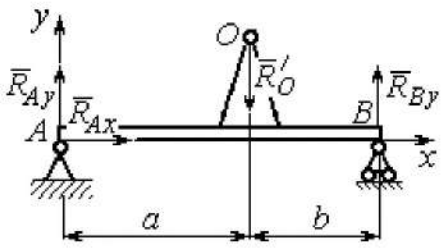


Рис. 6.9. Равновесие балки

$$\sum F_x = R_{Ax} = 0,\ \sum F_y = R_{Ay} - R'_O + R_{By} = 0,$$

$$\sum M_A(F) = R_{By}(a+b) - R'_O a = 0.$$

Решая систему с учётом того, что модули сил $\vec{R}'_O$ и $\vec{R}_O$ равны, найдём реакции опор балки: $R_{By} = R_O \dfrac{a}{a+b} = 1392{,}42$ Н; $R_{Ay} = R_O - R_{By} = 696{,}21$ Н.

Для сравнения реакции опор балки при неподвижном барабане $R_{By} = 1419{,}18$ Н, $R_{Ay} = 346{,}62$ Н.

Упражнение

Упражнение 6.1. Груз 1 соединён с грузом 2 нерастяжимой нитью, переброшенной через неподвижный блок (рис. 6.10). Опускаясь вниз, груз 2 перемещает груз 1 по горизонтальной поверхности призмы 3 без трения. Призма стоит на горизонтальной гладкой поверхности и упирается левым краем в выступ. Определить силу давления призмы на пол, если массы грузов 1, 2 и призмы 3 одинаковы и равны m. Массой нити и блока пренебречь.

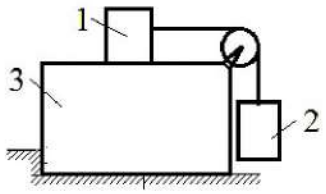


Рис. 6.10. Схема движения грузов в системе

6.2. Принцип возможных перемещений

Возможными перемещениями механической системы называют любую совокупность элементарных (бесконечно малых) перемещений точек системы из занимаемого в данный момент времени положения, которые допускаются всеми наложенными на систему связями.

Идеальными связями в механической системе называют такие связи, для которых сумма элементарных работ их реакций на любом возможном перемещении равна нулю.

Принцип возможных перемещений.

Если все приложенные к точкам системы внешние и внутренние силы разделить на **активные силы** и **реакции связей**, то для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма элементарных работ всех активных сил была равна нулю на любом возможном перемещении системы: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = 0$.

Примеры решения задач на применение принципа возможных перемещений

Задача 65. В талевом механизме барабан 1 состоит из двух соосных жестко связанных валов (рис. 6.11). При поднятии груза верхний трос барабана 1 наматывается на вал большего радиуса R_1, нижний – сматывается с вала меньшего радиуса r_1.

Какой вращающий момент M, постоянный по величине, нужно приложить к барабану, чтобы уравновесить груз весом P, прикреплённый в центре блока 4. Массами блоков и троса пренебречь.

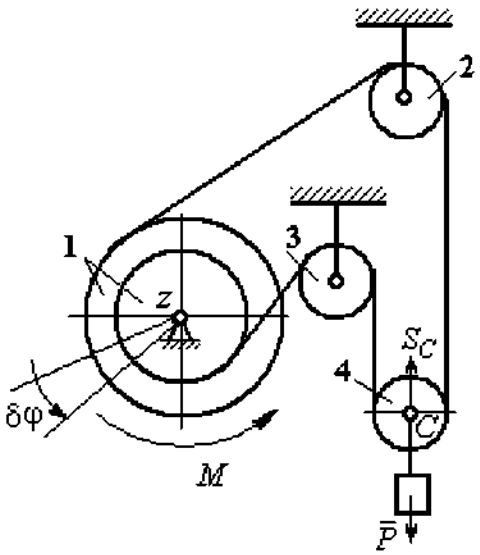


Рис. 6.11. Уравновешивание талевого механизма

Решение

Активными силами в системе являются сила тяжести груза $\vec{P}$ и уравновешивающий момент M. По принципу возможных перемещений для равновесия системы необходимо и достаточно выполнения условия:

$$\delta A(M) + \delta A(\vec{P}) = 0, \text{ или } M\delta\varphi_1 - P\delta S_C = 0.$$

где $\delta\varphi_1$ и δS_C – возможные перемещения барабана и груза.

Найдём связь между перемещениями $\delta\varphi_1$ и δS_C. Предположим, в механизме осуществляется подъём груза. На рис. 6.12 показано построение мгновенного центра скоростей блока 4 – точки K. Здесь скорость точки A блока 4 (рис. 6.12) равна скорости точек обода малого вала барабана 1, а скорость точки B – скорости точек обода большого вала. Составим пропорцию $\frac{V_B}{V_A} = \frac{BK}{AK} = \frac{r_4 + CK}{r_4 - CK}$, где r_4 – радиус блока 4 (см. рис.6.12). Подставляя выражения для скоростей точек A и B $V_A = \omega_1 r_1$, $V_B = \omega_1 R_1$, найдём расстояние: $CK = \frac{(R_1 - r_1) r_4}{R_1 + r_1}$.

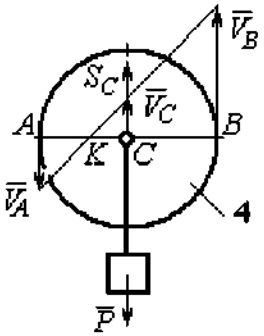


Рис. 6.12. Распределение скоростей точек блока 4

Угловая скорость блока 4 $\omega_4 = \frac{V_B}{r_4 + CK} = \frac{\omega_1 (R_1 + r_1)}{2 r_4}$. Скорость его центра: $V_C = \omega_4 \cdot CK = \frac{\omega_1 (R_1 - r_1)}{2}$. Выразим соотношение между скоростью точки C и угловой скоростью барабана 1 в дифференциальной форме: $dS_C = d\varphi_1 \frac{(R_1 - r_1)}{2}$. Поскольку действительное перемещение является одним из возможных (т. е. $ds = \delta s$, $d\varphi = \delta\varphi$), получим связь между возможными перемещениями барабана 1 и груза: $\delta S_C = \frac{\delta\varphi_1 (R_1 - r_1)}{2}$.

Подставляя найденное соотношение в уравнение принципа возможных перемещений, представим его в окончательном виде: $M\delta\varphi_1 - P\frac{\delta\varphi_1 (R_1 - r_1)}{2} = 0$, откуда найдём значение уравновешивающего момента: $M = \frac{P(R_1 - r_1)}{2}$.

Задача 66. Брус 1 весом $P_1 = P$ лежит на цилиндрическом катке 2 и на блоке 3 одинаковых радиусов r, и одинакового веса $P_2 = P_3 = 2P$ (рис. 6.13). Каток 2 катится без проскальзывания по наклонной плоскости с углом наклона 30° к горизонту. Блок 3 вращается вокруг неподвижной оси z и к нему приложена пара сил с моментом $M = Pr$. Каток и блок расположены так, что брус 1 параллелен наклонной плоскости.

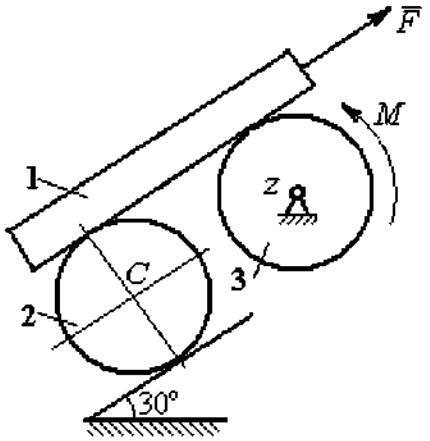


Рис. 6.13. Равновесие механической системы

Какую силу F, параллельную наклонной плоскости, нужно приложить к брусу 1, чтобы удержать его в равновесии. Скольжение между брусом и катком, брусом и блоком отсутствует.

Решение

Рассмотрим механизм, состоящий из бруса 1, катка 2 и блока 3. Активными силами, действующими на механизм, являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$ бруса, катка и блока, пара сил с моментом M, приложенная к блоку 3, и сила $\vec{F}$, приложенная к брусу. Связи в механизме идеальные, так как работа реакции $\vec{N}_2$ опоры катка 2 на плоскость, работа силы $\vec{F}_{сц}$ сцепления катка с плоскостью и работа реакции шарнира блока 3 при любом перемещении системы равны нулю. Направления векторов сил в системе показаны на рис. 6.14.

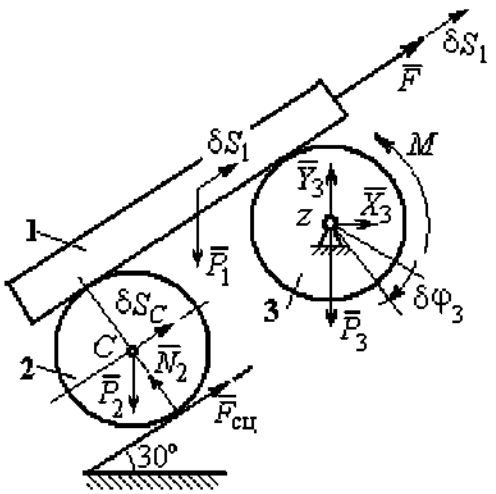


Рис. 6.14. Расчётная схема применения принципа возможных перемещений

Придадим системе возможное перемещение, сдвинув брус 1 на расстояние δS_1 вдоль линии действия силы $\vec{F}$, вверх по наклонной плоскости. Тогда

центр катка 2 переместится на расстояние δS_C, а блок 3 повернётся на элементарный угол $\delta\varphi_3$ (см. рис. 6.14).

Для определения условий равновесия применим к системе принцип возможных перемещений. Получим уравнение:

$$-P_1\delta S_1\cos 60^\circ - P_2\delta S_C\cos 60^\circ - M\delta\varphi_3 + F\delta S_1 = 0.$$

Выразим все перемещения через перемещение бруса δS_1. Допустим, скорость бруса равна V_1. Тогда $V_C = \frac{V_1}{2}$, и, следовательно, $\delta S_C = \frac{\delta S_1}{2}$.

Угловая скорость блока 3 $\omega_3 = \frac{V_1}{r}$, отсюда $\delta\varphi_3 = \frac{\delta S_1}{r}$.

Подставляя найденные соотношения в уравнение принципа возможных перемещений с учётом данных задачи, находим $F = 2P$.

Задача 67. Уравновешивание роликового катка 3 с противовесом 1 осуществляется с помощью пары сил с моментом M, приложенных к блоку 2. Каток состоит из двух соосных жестко связанных дисков (рис. 6.15) радиусов r и $R = 2r$ с общей массой $3m$. Масса груза 1 равна m. При движении каток катится без скольжения по вертикальной поверхности, касаясь её диском меньшего радиуса. Вертикальная пружина с закреплённым верхним концом своим нижним концом удерживает каток за центр масс. Жесткость пружины $c = mg/r$.

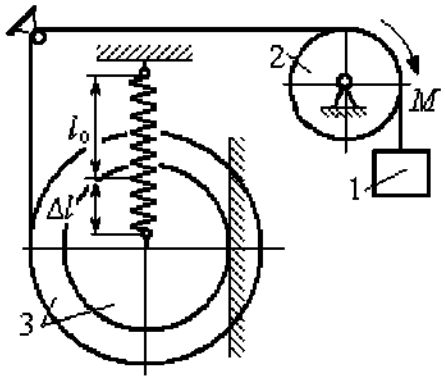


Рис. 6.15. Уравновешивание роликового катка

Какой величины уравновешивающий момент M приложен к блоку 2, если при равновесии катка пружина растянулась относительно недеформированного состояния на величину $\Delta l = r$.

Решение

Рассмотрим механическую систему, состоящую из груза 1, блока 2 и катка 3. Активными силами, действующими на механизм, являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$ – груза, блока и катка, пара сил с моментом M, приложенная к блоку 2, и сила $\vec{F}_{\text{упр}}$ упругости пружины, приложенная к центру катка. Реакциями связей в механизме являются: сила $\vec{F}_{\text{сц}}$ сцепления катка с плоскостью и реакция $\vec{R}_2$ шарнира блока 2. Реакция $\vec{N}_2$ опоры катка 2 на вертикальную плоскость равна нулю (на рис. 6.16 не показана).

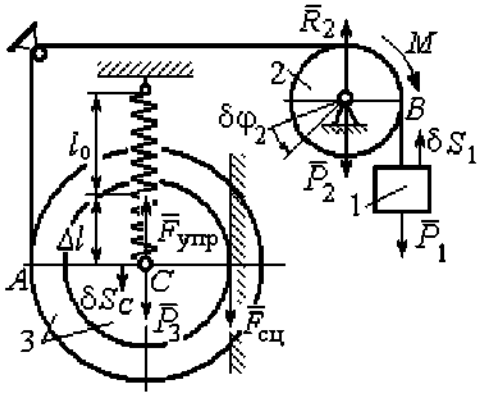


Рис. 6.16. Расчётная схема уравновешивания ролика

Допустим, система находится в равновесии. Дадим центру катка возможное перемещение δS_C, направленное вертикально вниз. При этом блок 2 повернётся на угол $\delta\varphi_2$, а груз 1 получит бесконечно малое перемещение δS_1. Направления возможных перемещений показаны на рис. 6.16.

Составим уравнение принципа возможных перемещений:

$$P_3\delta S_C - F_{\text{упр}}\delta S_C + M\delta\varphi_2 - P_1\delta S_1 = 0,$$

где сила упругости в положении равновесия системы $F_{\text{упр}} = c\Delta l$.

Выразим перемещения $\delta\varphi_2$, δS_1 блока 2 и груза 1 через перемещение центра катка δS_C. Предположим, при возможном перемещении скорость центра масс катка равна V_C. Скорость груза 1 равна скорости точки A на ободе большого диска катка: $V_1 = V_A = \dfrac{R+r}{r}V_C$. Здесь учтено, что точка касания катка

с вертикальной поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Угловая скорость блока 2 $\omega_2 = \frac{V_A}{r} = \frac{R+r}{r^2} V_C$.

Представляя кинематические соотношения в дифференциальном виде, получим необходимые связи между возможными перемещениями:

$$\delta S_1 = \frac{R+r}{r}\delta S_C = 3\delta S_C;\ \ \delta\varphi_2 = \frac{R+r}{r^2}\delta S_C = \frac{3\delta S_C}{r}.$$

Окончательно уравнение принципа возможных перемещений выражается в виде: $P_3\delta S_C - c\Delta l\delta S_C + M\frac{3\delta S_C}{r} - P_1 3\delta S_C = 0$. Величина уравновешивающего момента $M = \frac{1}{3}mgr$.

Упражнения

Упражнение 6.2. Штамповка деталей осуществляется при помощи рычажного пресса (рис. 6.17). Найти соотношение между силой F, приложенной к внешнему рычагу, и силой Q, сжимающей деталь A вдоль центральной оси.

Длины рычагов a, b, c, d показаны на рис. 6.17.

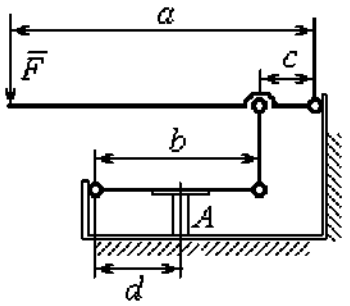


Рис. 6.17. Рычажный пресс

Упражнение 6.3. Конструкция состоит из двух валов, находящихся во внешнем зацеплении, и двух грузов, удерживающихся нитями, намотанными валы (рис. 6.18).

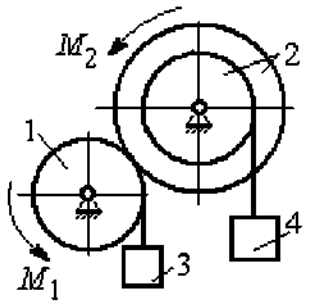


Рис. 6.18. Схема уравновешивания валов

Радиус вала 1 $R_1 = r$. Вал 2 состоит из двух барабанов, жестко скреплённых на одной оси. Радиусы барабанов: $R_2 = 3r$, $r_2 = r$.

Найти величину уравновешивающего момента M_2, приложенного к валу 2, если к валу 1 приложена пара сил с моментом $M_1 = 2Pr$, а грузы 3 и 4 одинакового веса P.

6.3. Общее уравнение динамики

При движении механической системы с идеальными связями в каждый момент времени сумма элементарных работ активных сил и сил инерции на любом возможном перемещении равна нулю:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0,$$

где $\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}})$, $\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}})$ – элементарные работы активных сил и сил инерции, приложенных к точкам системы на её возможном перемещении.

При вычислении элементарных работ активных сил и сил инерции используют обычные формулы для вычисления работы сил на элементарном перемещении точек их приложения.

Примеры решения задач на применение общего уравнения динамики

Задача 68. Механическая система включает груз 1, ступенчатый диск 2 (каток), катящийся ступенькой по неподвижному рельсу, и однородный диск 3 (блок), вращающийся вокруг неподвижной оси, соединённых нерастяжимыми нитями (рис. 6.19). Качение ступенчатого диска происходит без скольжения. К грузу 1 приложена сила $\vec{F}$ под углом 30° к горизонтальному направлению движения груза. К блоку 3 приложена пара сил с моментом M. Найти закон движения центра масс катка 2 и реакцию шарнира блока 3 в момент времени t = 1 с, если P_1 = 10 Н; P_2 = 20 Н; P_3 = 15 Н; $F = 5(t+1)$ Н; $M = 3(1+2t)$ Н·м; R_2 = 0,8 м; r_2 = 0,2 м; R_3 = 0,4 м; момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, i_{2C} = 0,6 м.

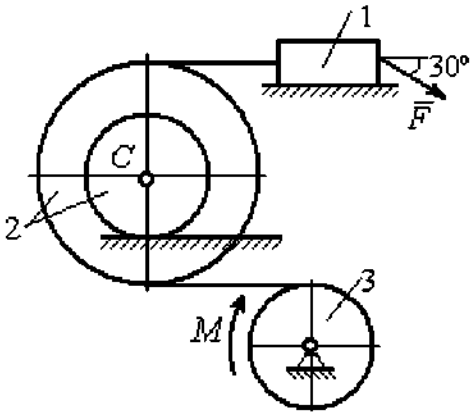


Рис. 6.19. Схема движения механической системы

Решение

В рассматриваемой механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, сила $\vec{F}$ и пара сил с моментом M (рис. 6.20).

Реакциями связей являются нормальные реакции опор: $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$, сила сцепления катка 2 с неподвижной поверхностью $\vec{F}_{сц}$ и реакция шарнира O блока 3 (на рис. 6.20 реакция показана в виде разложения на составляющие $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$). Связи идеальные, так как скольжение груза 1 происходит по гладкой поверхности, качение диска 2 без проскальзывания, а ось вращения блока 3 неподвижна.

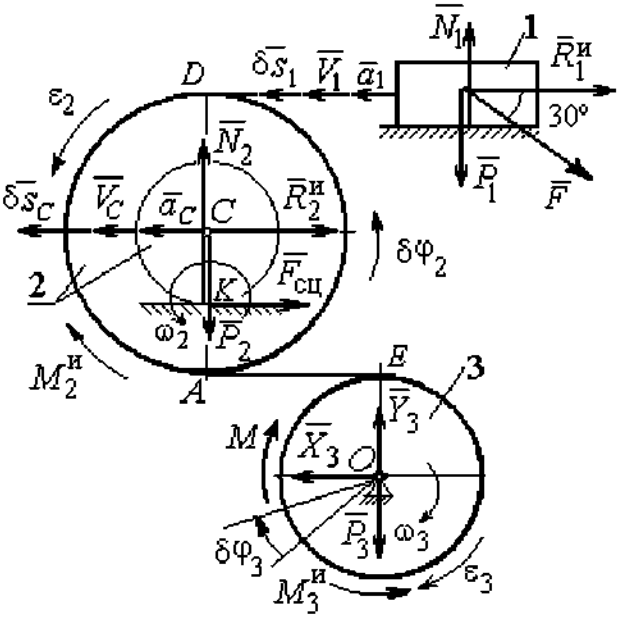


Рис. 6.20. Расчётная схема исследования движения механической системы

Предположим, система движется так, что блок 3 вращается с угловой скоростью ω_3 и угловым ускорением ε_3 в направлении поворота, создаваемого моментом M. Соответствующие направления скорости $\vec{V}_C$ и ускорения $\vec{a}_C$ центра масс катка 2, его угловой скорости ω_2 и ускорения ε_2, а также направление скорости $\vec{V}_1$ и ускорения $\vec{a}_1$ груза 1 показаны на рис. 6.20.

Присоединим к телам системы силы инерции. Главные векторы $\vec{R}_1^{и}$, $\vec{R}_2^{и}$ сил инерции груза 1 и катка 2 приложены в центрах масс груза и катка и направлены в сторону, противоположную ускорениям $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_C$. Главные моменты $\vec{M}_2^{и}$, $\vec{M}_3^{и}$ сил инерции катка 2 и блока 3 направлены в сторону, противоположную угловым ускорениям ε_2 и ε_3.

Главные векторы и главные моменты сил инерции показаны на рис. 6.20.

Для механической системы с идеальными связями общее уравнение динамики имеет вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0.$$

Угловая скорость катка 2 $\omega_2 = \dfrac{V_C}{CK} = \dfrac{V_C}{r_2}$. Здесь учтено, что в точке K находится мгновенный центр скоростей катка (см. рис. 6.20). Скорость точки E блока 3 равна скорости точки A катка 2 (см. рис. 6.20):

$$V_E = V_A = \omega_2 \cdot AK = \omega_2(R_2 - r_2) = V_C \frac{R_2 - r_2}{r_2}.$$

Угловая скорость блока 3 $\omega_3 = \dfrac{V_E}{R_3} = V_C \dfrac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}$.

Скорость груза 1 равна скорости точки D катка 2:

$$V_1 = V_D = \omega_2 \cdot DK = \omega_2(R_2 + r_2) = V_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}.$$

Соотношения между ускорениями определяются путем дифференцирования установленных кинематических равенств:

$$a_1 = a_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{a_C}{r_2}, \quad \varepsilon_3 = a_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Если выразить скоростные кинематические соотношения в дифференциальном виде, то, полагая действительное перемещение возможным (т. е. $ds = \delta s$, $d\varphi = \delta\varphi$), получим соотношения между перемещениями:

$$\delta s_1 = \delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \ \delta\varphi_2 = \frac{\delta s_C}{r_2}, \ \delta\varphi_3 = \delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Найдем элементарные работы активных сил.

Работы сил тяжести груза 1 и катка 2 равны нулю, так как перемещения точек приложения сил перпендикулярны векторам сил.

Работа силы тяжести блока 3 также равна нулю, поскольку точка прило-

жения силы тяжести блока 3 не перемещается:

$$\delta A(\vec{P}_1) = P_1 \delta s_1 \cos 90^\circ = 0;\ \ \delta A(\vec{P}_2) = P_2 \delta s_C \cos 90^\circ = 0;\ \delta A(\vec{P}_3) = 0.$$

Работу совершают только пара сил с моментом M и сила $\vec{F}$:

$$\delta A(\vec{M}) = M\delta\varphi_3 = M\delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2};$$

$$\delta A(\vec{F}) = F\delta s_1 \cos 150^\circ = -F\delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}\cos 30^\circ.$$

В результате сумма элементарных работ активных сил:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = \delta A(\vec{M}) + \delta A(\vec{F}) =$$

$$= M\delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} - F\delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}\cos 30^\circ = (0{,}85 + 23{,}35t)\delta s_C .$$

Определим модули главных векторов и главных моментов сил инерции:

$$R_1^{\text{и}} = m_1 a_1 = \frac{P_1}{g}\frac{(R_2 + r_2)}{r_2} a_C,\ \ R_2^{\text{и}} = m_2 a_C = \frac{P_2 a_C}{g};$$

$$M_2^{\text{и}} = J_{2C}\varepsilon_2 = \frac{P_2}{g} i_{2C}^2 \frac{a_C}{r_2};$$

$$M_3^{\text{и}} = J_{3O}\varepsilon_3 = \frac{P_3 R_3}{2g}\frac{(R_2 - r_2)}{r_2} a_C,$$

где J_{2C} – момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$; i_{2C} – радиус инерции катка; J_{3O} – осевой момент инерции блока 3, $J_{3O} = \frac{m_3 R_3^2}{2}$.

Найдем элементарные работы сил инерции:

$$\delta A(\vec{R}_1^{\text{и}}) = -R_1^{\text{и}}\delta s_1 = -\frac{P_1 (R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{R}_2^{\text{и}}) = -R_2^{\text{и}}\delta s_C = -\frac{P_2 a_C}{g}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{M}_2^{\text{и}}) = -M_2^{\text{и}}\delta\varphi_2 = -\frac{P_2 i_2^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{M}_3^{\text{и}}) = -M_3^{\text{и}}\delta\varphi_3 = -\frac{P_3(R_2 - r_2)^2 a_C}{2g r_2^2}\delta s_C.$$

Сумма элементарных работ сил инерции:

$$\sum\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = -\frac{P_1(R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C - \frac{P_2 a_C}{g}\delta s_C - \frac{P_2 i_2^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C -$$

$$-\frac{P_3(R_2 - r_2)^2 a_C}{2g r_2^2}\delta s_C = -52{,}75\, a_C\delta s_C, \text{ где } g = 9{,}81 \text{ м/с}^2.$$

С учетом проделанных вычислений общее уравнение динамики принимает вид: $\sum\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = (0{,}85 + 23{,}35t)\delta s_C - 52{,}75\, a_C\delta s_C = 0$, откуда найдём ускорение центра масс катка 2 как функцию времени:

$$a_C(t) = 0{,}02 + 0{,}45t.$$

Представляя ускорение a_C в виде второй производной координаты движения центра масс $a_C = \ddot{s}_C$, получим дифференциальное уравнение $\ddot{s}_C = 0{,}02 + 0{,}45t$. Дважды проинтегрировав это уравнение с нулевыми начальными условиями, найдём закон движения центра масс:

$$s_C = 0{,}01t^2 + 0{,}075t^3.$$

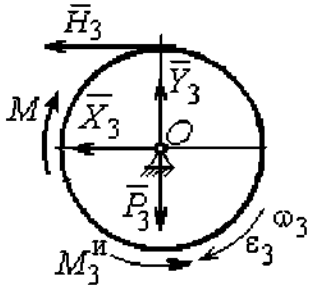


Рис. 6.21. Вращение блока 3

Рассмотрим вращательное движение блока 3, освободив его от связей. На блок действуют сила тяжести $\vec{P}_3$, реакция подшипника, разложенная на составляющие $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, пара сил с моментом M и реакция нити $\vec{H}_3$ (рис. 6.21). Присоединим к блоку 3 силы инерции. При вращательном движении блока вокруг оси, проходящей через центр масс, главный вектор сил инерции равен ну-

лю. Главный момент сил инерции $M_3^{\text{и}}$ направлен в сторону, противоположную угловому ускорению блока 3.

По принципу Даламбера система сил, приложенных к блоку 3, включая силы инерции, находится в равновесии. Составим уравнение равновесия в виде равенства нулю суммарного момента всех сил относительно оси вращения: $M - H_3R_3 - M_3^{\text{и}} = 0$, откуда найдём реакцию нити: $H_3 = \dfrac{M}{R_3} - \dfrac{M_3^{\text{и}}}{R_3}$. Подставляя в уравнение величину модуля главного момента сил инерции блока 3 $M_3^{\text{и}}(1) = 0{,}7$ Н·м и значение момента, приложенного к блоку 3, в момент времени $t = 1$ с, $M(1) = 9$ Н·м найдём реакцию нити $H_3(1) = 20{,}75$ Н.

Уравнения равновесия, составленные в виде проекций сил на вертикальную и горизонтальную оси (см. рис. 6.21), имеют вид:

$$X_3 + H_3 = 0,\ Y_3 - P_3 = 0.$$

Составляющие реакции шарнира блока 3 в момент времени $t = 1$ с: $X_3 = -20{,}75$ Н, $Y_3 = 15$ Н. Полная реакция шарнира $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2} = 25{,}6$ Н.

Задача 69. Груз 2 весом P_2, поднимаемый лебёдкой (рис. 6 22), подвешен в центре подвижного блока 3 весом P_3. Нерастяжимая нить одним концом прицеплена к грузу 1 весом P_1, лежащему на наклонной плоскости. Другой конец, переброшенный через невесомый блок B, охватывает снизу подвижный блок 3 радиуса r и закреплён в вертикальном положении. К грузу 1 приложена сила $\vec{F}$, направленная вдоль наклонной плоскости.

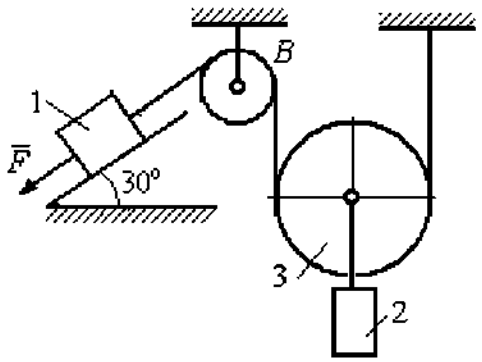


Рис. 6.22. Схема подъёмного устройства

Найти закон движения поднимаемого груза, если $P_1 = P_3 = P$, $P_2 = 3P$, $F = 2P$ и движение началось из состояния покоя.

Решение

Применим к решению задачи общее уравнение динамики. В данной механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и сила $\vec{F}$ (рис. 6.23). Реакциями связей являются реакция шарнира блока B и реакция опоры груза 1 (на рис. 6.23 не показаны). Связи идеальные, так как работа реакций связей равна нулю.

Предположим, груз 1 спускается вниз по наклонной плоскости с ускорением a_1. Приложим к телам системы силы инерции. Главные вектора сил инерции $\vec{R}_1^{\text{ин}}$ и $\vec{R}_2^{\text{ин}}$ грузов 1 и 2, движущихся поступательно, приложены в центрах масс грузов и направлены противоположно векторам ускорений тел. Главный вектор $\vec{R}_3^{\text{ин}}$ сил инерции блока 3 приложен в центре масс блока 3 и направлен противоположно вектору ускорения его центра масс. Главный момент сил инерции $M_3^{\text{ин}}$ относительно оси, проходящей через центр масс блока 3 перпендикулярно плоскости движения, направлен в сторону, противоположную направлению углового ускорения блока 3, совпадающего с направлением углового движения. Направления главных векторов и главного момента сил инерции тел показаны на рис. 6.23.

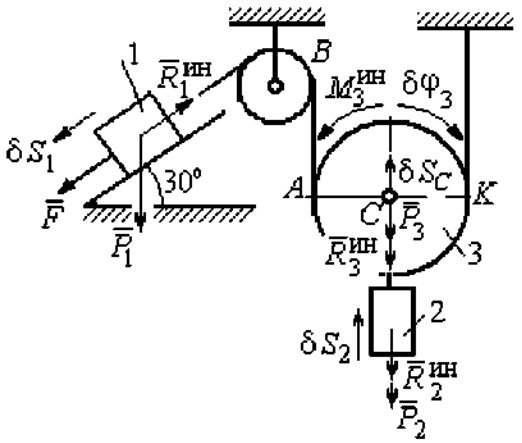


Рис.6.23. Активные силы и силы инерции, приложенные к системе

Дадим системе возможное перемещение, при котором груз 1 спустился вниз по наклонной плоскости на расстояние δS_1. В соответствии с приложенными в системе связями центр масс подвижного блока 2 и груз 2 переместились вверх на высоту δS_C, а сам блок повернулся на угол $\delta\varphi_3$ (см. рис. 6.23).

Составим общее уравнение динамики $\sum\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0$. Получим

$$F\delta S_1 + P_1\delta S_1\cos 60° - P_2\delta S_2 - P_3\delta S_C -$$

$$- R_1^{\text{ин}}\delta S_1 - R_2^{\text{ин}}\delta S_C - R_3^{\text{ин}}\delta S_C - M_3^{\text{ин}}\delta\varphi_3 = 0,$$

где модули сил инерции $R_1^{\text{ин}} = m_1 a_1$, $R_2^{\text{ин}} = m_2 a_2$, $R_3^{\text{ин}} = m_3 a_C$, $M_3^{\text{ин}} = \dfrac{m_3 r^2}{2}\varepsilon_3$.

Выразим перемещение δS_2 и ускорение a_2 груза 2, а также поворот $\delta\varphi_3$ и угловое ускорение ε_3 подвижного блока 3 через перемещение δS_1 и ускорение a_1 груза 1.

Угловая скорость блока 3 $\omega_3 = \dfrac{V_A}{AK} = \dfrac{V_1}{2r}$. Здесь учтено, что точка K блока 3 является его мгновенным центром скоростей. Тогда, элементарный поворот блока $\delta\varphi_3 = \dfrac{\delta S_1}{2r}$, а его угловое ускорение $\varepsilon_3 = \dfrac{a_1}{2r}$.

Скорость центра масс блока 3 и скорость груза 2: $V_2 = V_C = \dfrac{V_1}{2}$. Из этого равенства следует, что: $\delta S_2 = \delta S_C = \dfrac{\delta S_1}{2}$, $a_2 = a_C = \dfrac{a_1}{2}$.

Подставляя найденные соотношения в общее уравнение динамики с учётом данных задачи, окончательно получим уравнение: $\dfrac{1}{2}P\delta S_1 = \dfrac{17}{8g}Pa_1\delta S_1$. Отсюда $a_1 = \dfrac{4}{17}g = 0{,}23g$. Ускорение груза 2, $a_2 = \dfrac{a_1}{2} = 0{,}12g$.

Представим ускорение груза 2 в виде второй производной координаты его движения. Получим дифференциальное уравнение: $\ddot{S}_2 = 0{,}12g$. Дважды проинтегрировав его с нулевыми начальными условиями, найдём закон движения груза: $S_2 = 0{,}06gt^2$.

Задача 70. Грузы 1 и 2 весом P_1 = 20 Н и P_2 = 30 Н привязаны к нерастяжимой нити. Нить переброшена через неподвижные блоки B и D и охватывает снизу подвижный блок 3 весом P_3 = 40 Н (рис. 6.24). Определить ускорения грузов 1 и 2 и центра масс блока 3. Весом неподвижных блоков B и D пренебречь.

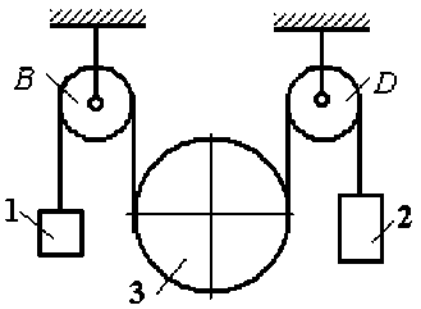


Рис. 6.24. Механическая система с двумя степенями свободы

Решение

В данной механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ (рис. 6.25), а реакциями связей – реакции шарниров блоков B и D. Связи идеальные, так как оси вращения блоков B и D неподвижны.

Применим к решению задачи общее уравнение динамики. Система имеет две степени свободы. В этом случае общее уравнение динамики необходимо составлять для каждого из независимых перемещений.

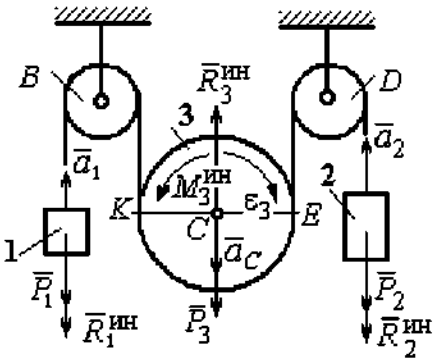


Рис.6.25. Активные силы и силы инерции, приложенные к системе

Предположим, система движется так, что оба груза 1 и 2 равноускоренно перемещаются вверх. Скорости грузов $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$, ускорения – $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$. Блок 3 опускается вниз с ускорением центра $\vec{a}_C$, вращается и имеет угловое ускорение ε_3, направленное по ходу часовой стрелки (см. рис. 6.25).

Приложим к телам системы силы инерции (см. рис. 6.25). Модули сил инерции: $R_1^{ин} = m_1 a_1$, $R_2^{ин} = m_2 a_2$, $R_3^{ин} = m_3 a_C$. Главный момент сил инерции блока 3 $M_3^{ин} = J_{3C}\varepsilon_3$, где осевой момент инерции $J_{3C} = \dfrac{m_3 r^2}{2}$. Направления векторов сил и моментов сил инерции показаны на рис. 6.25.

Для вычисления углового ускорения блока 3 воспользуемся векторным представлением ускорения точки при плоскопараллельном движении тела. Выберем точку K за полюс. Ускорение точки E определяется равенством $\vec{a}_E = \vec{a}_K + \vec{a}^{\,n}_{EK} + \vec{a}^{\,\tau}_{EK}$, где $\vec{a}_K$ – ускорение полюса K; $\vec{a}^{\,n}_{EK}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{EK}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки E при вращении блока 3 вокруг полюса K (рис. 6.26). Спроектируем векторное равенство на вертикальную ось $E\tau$. Получим: $a_{E\tau} = a_{K\tau} + a^{\tau}_{EK}$, где $a_{E\tau}$ и $a_{K\tau}$ – проекции ускорений точек E и K на вертикальную ось.

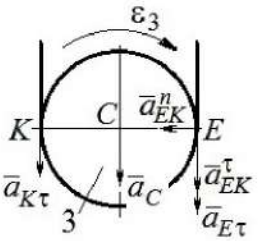


Рис. 6.26. Схема вычисления углового ускорения блока 3

Поскольку модуль ускорения точки K нити равен модулю ускорения груза 1, то $a_{K\tau} = a_1$. Модуль ускорения точки E нити равен модулю ускорения груза 2 и $a_{E\tau} = a_2$. Так как $a^{\tau}_{EK} = \varepsilon_3 AK = \varepsilon_3 2r$, то $\varepsilon_3 = \dfrac{a_{E\tau} - a_{K\tau}}{2r} = \dfrac{a_2 - a_1}{2r}$.

Составляя такое же векторное уравнение для определения ускорения центра масс блока 3 (точки C) и проектируя его на вертикальную ось, найдём:

$$a_C = a_{K\tau} + a^{\tau}_{CK} = a_1 + \varepsilon_3 r = \frac{a_2 + a_1}{2}.$$

Выберем в качестве независимых координат s_1, s_2 – положения грузов 1 и 2, отсчитываемые от неподвижных осей вращения блоков B и D. Возможные перемещения грузов обозначим δs_1 и δs_2.

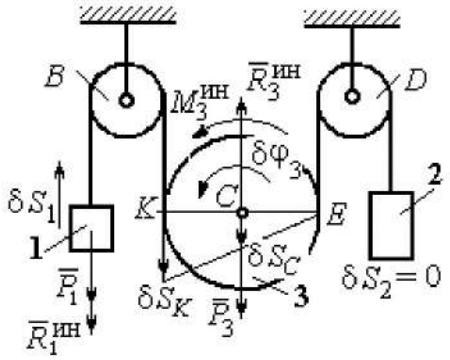


Рис.6.27. Движение системы при перемещении груза 1.

Дадим системе возможное перемещение, при котором груз 1 поднимается вверх на расстояние δs_1, а груз 2 – неподвижен. При таком движении нить, соединяющая груз 2 с блоком 3, неподвижна вплоть до точки E (рис. 6.27).

Вращение блока 3 происходит против направления хода часовой стрелки. Точка E является мгновенным центром скоростей блока 3, и угловая скорость блока $\omega_3 = \dfrac{V_K}{2r} = \dfrac{V_1}{2r}$. Скорость центра масс блока $V_C = \dfrac{1}{2}V_1$. Тогда элементарный поворот блока 3 $\delta\varphi_3 = \dfrac{\delta s_1}{2r}$ и элементарное перемещения центра масс $\delta s_C = \dfrac{1}{2}\delta s_1$.

На данном возможном перемещении работу совершают как активные силы – силы тяжести $\vec{P}_1$ и $\vec{P}_3$ груза 1 и блока 3, так и силы инерции – $\vec{R}_1^{\text{ин}}$, $\vec{R}_3^{\text{ин}}$ и пара сил инерции с моментом $M_3^{\text{ин}}$.

Составим общее уравнение динамики:

$$\sum \delta A\left(\vec{F}_k^{\text{акт}}\right) + \sum \delta A\left(\vec{R}_k^{\text{ин}}\right) = -P_1\delta s_1 + P_3\delta s_C - R_1^{\text{ин}}\delta s_1 - R_3^{\text{ин}}\delta s_C + M_3^{\text{ин}}\delta\varphi_3 = 0.$$

Здесь работа сил инерции

$$R_1^{\text{ин}}\delta s_1 = m_1 a_1 \delta s_1, \quad R_3^{\text{ин}}\delta s_C = m_3 a_C \delta s_C = \frac{P_3}{g}\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}\delta s_1;$$

$$M_3^{\text{ин}}\delta\varphi_3 = J_{3C}\varepsilon_3\delta\varphi_3 = \frac{P_3 r^2}{2g}\cdot\frac{a_2 - a_1}{2r}\cdot\frac{\delta s_1}{2r}.$$

В результате общее уравнение динамики представляется выражением

$$-P_1\delta s_1 + \frac{1}{2}P_3\delta s_1 - \frac{P_1}{g}a_1\delta s_1 - \frac{P_3}{g}\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}\delta s_1 + \frac{P_3 r^2}{2g}\cdot\frac{a_2 - a_1}{2r}\cdot\frac{\delta s_1}{2r} = 0,$$

которое преобразуется к виду:

$$(3P_3 + 8P_1)a_1 + P_3 a_2 = (4P_3 - 8P_1)g.$$

Дадим системе другое независимое возможное перемещение, при котором груз 2 движется вверх ($\delta s_2 \neq 0$), а груз 1 неподвижен ($\delta s_1 = 0$).

При этом перемещении нить, соединяющая груз 1 и блок 3 неподвижна вплоть до точки K (рис. 6.28). Вращение блока 3 происходит по направлению хода часовой стрелки. Точка K является мгновенным центром скоростей бло-

ка 3. Тогда $\omega_3 = \frac{V_E}{2r} = \frac{V_2}{2r}$ и скорость центра масс блока $V_C = \frac{1}{2}V_2$. Элементарный поворот блока 3 $\delta\varphi_3 = \frac{\delta s_2}{2r}$ и перемещение центра масс $\delta s_C = \delta s_E = \frac{1}{2}\delta s_2$.

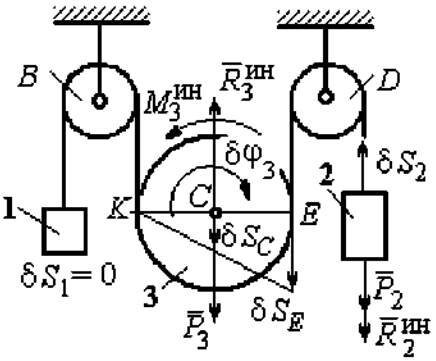


Рис. 6.28. Движение системы при перемещении груза 2

При таком движении работу совершают силы тяжести $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$, силы инерции $\vec{R}_2^{ин}$, $\vec{R}_3^{ин}$ и пара сил с моментом $M_3^{ин}$.

Составим общее уравнение динамики на возможном перемещении δs_2 (см. рис. 6.28):

$$-P_2\delta s_2 - R_2^{ин}\delta s_2 + P_3\delta s_C - R_3^{ин}\delta s_C - M_3^{ин}\delta\varphi_3 = 0,$$

которое преобразуется к виду

$$-P_2\delta s_2 - \frac{P_2}{g}a_2\delta s_2 + \frac{1}{2}P_3\delta s_2 - \frac{P_3}{g}\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)\frac{1}{2}\delta s_2 - \frac{P_3 r^2}{2g}\left(\frac{a_2 - a_1}{2r}\right)\frac{\delta s_2}{2r} = 0$$

или к виду

$$(8P_2 + 3P_3)a_2 + P_3 a_1 = (4P_3 - 8P_2)g.$$

Подставляя данные задачи в оба уравнения динамики, соответствующие независимым перемещениям δs_1 и δs_2, получим систему уравнений:

$$7a_1 + a_2 = 0, \quad 2g + 9a_2 + a_1 = 0.$$

Решение системы: $a_1 = \frac{1}{31}g$, $a_2 = -\frac{7}{31}g$ представляет ускорения грузов 1 и 2.

Ускорение центра масс блока 3 находится по формуле $a_C = \frac{a_1 + a_2}{2} = -\frac{3}{31}g$.

Знаки ускорений определяют направления движений тел: груз 1 движется в выбранном направлении – вверх, груз 2 – вниз, центр блока 3 – вверх.

Упражнения

Упражнение 6.4. В механической системе (рис. 6.29) блок 1 радиуса r и каток 2 соединены горизонтальным невесомым стержнем. Скольжение между стержнем и катками отсутствует. Каток 2 состоит из двух шкивов радиусов r и $R = 2r$, скреплённых на одной оси. Каток катится, опираясь малым шкивом на горизонтальную поверхность, без проскальзывания. Груз 3 представляет собой поршень, двигающийся по горизонтальной поверхности без трения и прикреплённый к центру масс катка 2. К блоку 1 приложена пара сил с переменным моментом $M_{вр} = mgr\sin\omega t$.

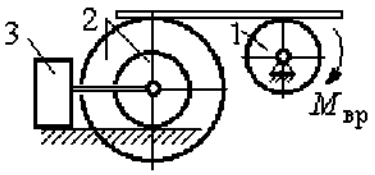


Рис. 6.29. Схема движения механической системы

Найти закон движения поршня 3, если массы грузов $m_1 = m_3 = m$, общая масса катка 2 $m_2 = 2m$, момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, $i_2 = 1{,}5r$. Движение началось из состояния покоя.

Упражнение 6.5. Груз 1, двигаясь горизонтально, приводит в движение ступенчатый барабан 2 посредством нерастяжимой нити, намотанной на его малую ступень (рис. 6.30). К барабану на нитях, намотанных на большую и малую ступеньки, подвешены два груза 3 и 4. На груз 1 действует сила $F = P(t+1)$. Определить закон движения груза 3, если веса грузов одинаковы и равны P, вес барабана 2 равен $2P$, радиусы ступенек барабана r и $2r$, радиус инерции барабана $i_2 = r\sqrt{2}$, и движение началось из состояния покоя.

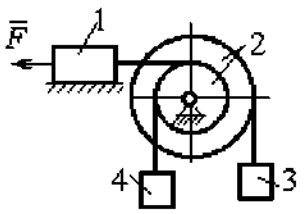


Рис. 6.30. Схема подъёмника

6.4. Уравнения Лагранжа II рода

Обобщенными координатами называется совокупность любых s независимых параметров $q_1, q_2, \ldots, q_s$, однозначно определяющих положение системы в любой момент времени.

Если системе сообщить возможное перемещение, при котором все обобщенные координаты изменятся на элементарные (бесконечно малые) величины $\delta q_1, \delta q_2, \ldots, \delta q_s$, называемые **вариациями обобщенных координат**, то все действующие активные силы совершат элементарную работу, которая может быть представлена в виде: $\delta A = Q_1 \cdot \delta q_1 + Q_2 \cdot \delta q_2 + \ldots + Q_s \cdot \delta q_s$.

Величина Q_k, $k = 1, 2, \ldots, s$, равная коэффициенту при вариации δq_k обобщенной координаты, называется **обобщенной силой**, соответствующей данной обобщенной координате. Расчет обобщенных сил осуществляется путем последовательного придания системе возможных перемещений, при которых варьируется только одна из обобщенных координат, а вариации остальных координат равны нулю.

Для материальной системы с идеальными связями дифференциальные уравнения движения в обобщенных координатах – **уравнения Лагранжа II рода** – имеют вид: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k$, $k = 1,2,\ldots,s$, где s – число степеней свободы системы; T – кинетическая энергия системы; $q_1, q_2, \ldots, q_s$ – обобщенные координаты; $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \ldots, \dot{q}_s$ – обобщенные скорости.

Примеры решения задач на составление уравнений Лагранжа

Задача 71. В механизме домкрата (рис. 6.31) движение зубчатого колеса 1 передаётся шестерне 2, к которой соосно прикреплено зубчатое колесо 3, имеющее зацепление с зубчатой рейкой 4, на которой поднимается груз 5 массы m_5 = 50 кг.

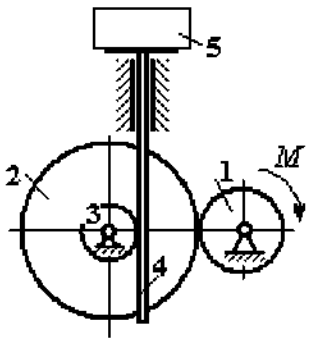


Рис. 6.31. Схема механизма домкрата

Радиусы зубчатых колёс r_1 = 5 см, r_2 = 12 см, r_3 = 6 см. Зубчатые колёса считать сплошными однородными дисками. Массы колёс m_1 = 0,8 кг, m_2 = 1,6 кг, m_3 = 0,6 кг, масса зубчатой рейки m_4 = 1 кг.

Какой величины постоянный вращающий момент нужно приложить к колесу 1 для того, чтобы в момент времени $t = 2$ с груз 5 имел скорость V_5 = 1 м/с, если движение системы начинается из состояния покоя.

Решение

Домкрат является механической системой с одной степенью свободы. Выберем в качестве обобщённой координаты координату x, отмечающую положение груза 5 (рис. 6.32).

Уравнение Лагранжа для обобщённой координаты x имеет вид: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right)-\frac{\partial T}{\partial x}=Q_x$, где T – кинетическая энергия системы; $\dot{x}$ – обобщённая скорость; Q_x – обобщённая сила.

Кинетическая энергия колеса 1: $T_1=\frac{J_1\omega_1^2}{2}$, где ω_1 – угловая скорость колеса 1; J_1 – момент инерции колеса, $J_1=\frac{m_1r_1^2}{2}$.

Кинетические энергии шестерни 2 и зубчатого колеса 3, у которых угловые скорости одинаковы, соответственно: $T_2=\frac{J_2\omega_2^2}{2}$, $T_3=\frac{J_3\omega_2^2}{2}$, где ω_2 – угловая скорость шестерни 2; J_2, J_3 – моменты инерции шестерни 2 и зубчатого колеса 3 относительно оси, проходящей через общий центр масс, $J_2=\frac{m_2r_2^2}{2}$, $J_3=\frac{m_3r_3^2}{2}$. Скорость груза 5 равна скорости зубчатой линейки $V_5=V_4$. Кинетическая энергия зубчатой линейки 4 и груза 5: $T_4=\frac{m_4V_4^2}{2}$, $T_5=\frac{m_5V_4^2}{2}$.

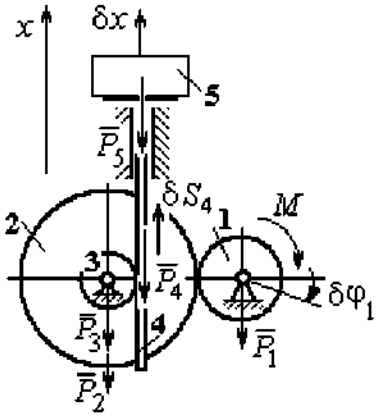


Рис. 6.32. Возможные перемещения звеньев механизма

Выразим угловые скорости колёс через скорость груза (зубчатой линейки).

Имеем: $\omega_2 = \omega_3 = \dfrac{V_4}{r_3}$ (см. рис. 6.32). Кроме того, из равенства $\omega_2 r_2 = \omega_1 r_1$ следует $\omega_1 = \dfrac{\omega_2 r_2}{r_1} = \dfrac{V_4 r_2}{r_1 r_3}$.

Подставляя полученные соотношения в выражения кинетических энергий тел и с учётом данных задачи, получим кинетическую энергию системы:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 =$$

$$= \frac{m_1 r_1^2}{4}\left(\frac{V_4 r_2}{r_1 r_3}\right)^2 + \frac{m_2 r_2^2}{4}\left(\frac{V_4}{r_3}\right)^2 + \frac{m_3 r_3^2}{4}\left(\frac{V_4}{r_3}\right)^2 + \frac{m_4 V_4^2}{2} + \frac{m_5 V_4^2}{2} =$$

$$= \left[\frac{m_1 + m_2}{2}\left(\frac{r_2}{r_3}\right)^2 + \frac{m_3}{2} + m_4 + m_5\right]\frac{V_4^2}{2} = 28{,}05 V_4^2 = 28{,}05\dot{x}^2.$$

Вычислим обобщённую силу.

Дадим возможное перемещение δx грузу 5. При этом линейка 4 переместится на расстояние δs_4, а зубчатое колесо 1 повернётся на угол $\delta\varphi_1$. Найдём сумму работ всех сил, приложенных к системе, на этом возможном перемещении. Получим: $\delta A = -P_5\delta x - P_4\delta s_4 + M\delta\varphi_1$. Работа сил тяжести зубчатых колёс $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$ равна нулю, так как точки приложения этих сил неподвижны.

Из ранее полученных скоростных соотношений следуют равенства перемещений: $\delta s_4 = \delta x$, $\delta\varphi_1 = \dfrac{r_2}{r_1 r_3}\delta x$. В результате сумма работ сил на возможном перемещении системы выражается в виде $\delta A = \left(-m_5 g - m_4 g + M\dfrac{r_2}{r_1 r_3}\right)\delta x$. Отсюда обобщённая сила Q_x, соответствующая координате x:

$$Q_x = -(m_5 + m_4)g + M\frac{r_2}{r_1 r_3} = -500{,}31 + 40M.$$

Составим уравнение Лагранжа.

С учётом, что $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) = 56{,}1\ddot{x}$ и $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$, дифференциальное уравнение движения имеет вид: $56{,}1\ddot{x} = -500{,}31+40M$ или $\ddot{x} = -8{,}92+0{,}71M$.

Интегрируя это уравнение с нулевыми начальными условиями, получим закон изменения скорости груза 5: $V_5 = \dot{x} = (-8{,}92+0{,}71M)t$.

По условию задачи при $t = 2$ с $V_5 = 1$ м/с. Подставляя эти данные в уравнение, получим: $M = 13{,}27$ Н·м.

Задача 72. Механическая система состоит из ступенчатого блока 2, катка 3, соединённых невесомым брусом 1, и невесомой пружины жесткостью c. Радиусы ступеней блока r и $R = 1{,}5r$, радиус катка 3 равен r. Брус, лежащий на катке 3 и блоке 2, во время движения остаётся параллельным линии качения катка 3 (рис. 6.33). В центре катка 3 приложена сила $\vec{F}$, направленная вверх параллельно наклонной плоскости, а к блоку 2 – пара сил с моментом M. Качение катка по неподвижной поверхности без скольжения. Проскальзывание между брусом 1 и дисками отсутствует. Передача движения пружины блоку 2 производится посредством невесомого жесткого вертикального стержня, прижатого к малой ступеньке блока без скольжения. Радиус инерции блока 2 относительно оси вращения $i_z = r\sqrt{2}$. Веса тел: $P_3 = P$, $P_2 = 2P$, приложенная сила $F = 2P$, момент $M = Pr$, жесткость пружины $c = P/r$.

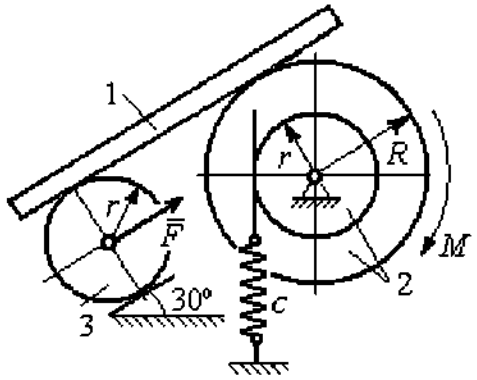


Рис. 6.33. Механическая система с одной степенью свободы

Определить закон угловых колебаний блока 2 при $P = 10$ Н, $r = 0{,}2$ м, если в начальный момент пружина находилась в нерастянутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость $\omega_0 = 0{,}5$ рад/с в сторону вращения, создаваемого заданным моментом.

Решение

Рассматриваемая механическая система (рис. 6.34) имеет одну степень свободы. В качестве обобщённой координаты q выберем перемещение x верхнего края пружины, отсчитываемого от уровня недеформируемой пружины (см. рис. 6.34). Обобщённая скорость $\dot{q} = \dot{x}$.

Уравнение Лагранжа II рода, описывающее движение системы, имеет вид $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x$, где T – кинетическая энергия системы; Q_x – обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате x.

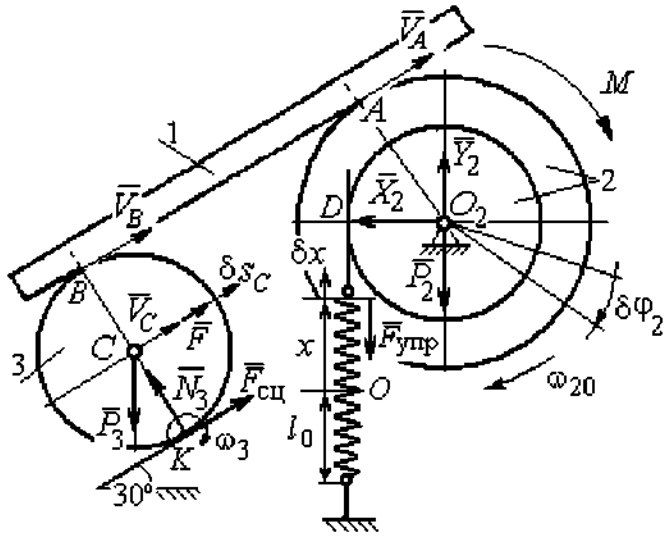


Рис. 6.34 Расчётная схема колебаний механической системы с одной степенью свободы

Вычислим кинетическую энергию системы. Энергия вращательного движения блока 2: $T_2 = \frac{1}{2} J_{2z} \omega_2^2$, где ω_2 – угловая скорость блока; J_{2z} – момент инерции блока 2 относительно оси z, $J_{2z} = m_2 i_z^2$. Каток 3 совершает плоскопараллельное движение. Его кинетическая энергия $T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_3^2$, где V_C, ω_3 – скорость центра масс катка 3 и его угловая скорость; J_{zC} – момент инерции катка относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{zC} = \frac{1}{2} m_3 r^2$; r – радиус катка.

Выразим угловые скорости ω_2, ω_3, а также скорость V_C через обобщённую скорость $\dot{x}$.

Заметим, что скорость точки D блока 2 равна скорости движения верхнего края пружины: $V_D = \dot{x}$ (см. рис. 6.34). Угловая скорость блока 2: $\omega_2 = \dfrac{V_D}{r} = \dfrac{\dot{x}}{r}$. Скорость точки A блока 2: $V_A = \omega_2 R = \dfrac{\dot{x}R}{r}$.

Так как брус совершает поступательное движение, то скорости точек A и B равны: $V_B = V_A$. Угловая скорость катка 3 (точка K касания катка 3 с неподвижной поверхностью является его мгновенным центром скоростей): $\omega_3 = \dfrac{V_B}{2r} = \dfrac{V_A}{2r} = \dfrac{\dot{x}R}{2r^2}$. Скорость центра катка 3: $V_C = \dfrac{V_B}{2} = \dfrac{\dot{x}R}{2r}$.

Подставляя найденные кинематические соотношения с учётом исходных данных задачи, получим кинетическую энергию тел системы:

$$T_2 = \frac{1}{2} J_{2z} \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2P}{g} \left(r\sqrt{2}\right)^2 \left(\frac{\dot{x}}{r}\right)^2 = \frac{2P}{g} \dot{x}^2;$$

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_3^2 = \frac{1}{2} \frac{P}{g} \left(\frac{\dot{x}R}{2r}\right)^2 + \frac{1}{2} \frac{Pr^2}{2g} \left(\frac{\dot{x}R}{2r^2}\right)^2 = \frac{3P}{4g} \left(\frac{R}{2r}\right)^2 \dot{x}^2.$$

Полная кинетическая энергия системы:

$$T = T_2 + T_3 = \frac{P}{g} \left(2 + \frac{3}{4} \left(\frac{R}{2r}\right)^2\right) \dot{x}^2.$$

Найдём обобщённую силу. Произвольное положение системы определяется обобщённой координатой x, показывающей растяжение пружины. Дадим пружине в произвольном положении возможное (бесконечно малое) перемещение δx в положительном направлении оси x (см. рис. 6.34). При этом блок 2 повернётся на угол $\delta\varphi_2 = \dfrac{\delta x}{r}$, центр масс катка 3 сдвинется на расстояние $\delta s_C = \dfrac{R}{2r} \delta x$. На заданном перемещении системы работу совершают сила тяжести катка 3, пара сил с моментом M, сила $\vec{F}$ и сила упругости пружины.

Элементарная работа вращающего момента M: $\delta A(M) = M\delta\varphi_2 = M\dfrac{\delta x}{r}$.

Работа силы тяжести катка 3: $\delta A(\vec{P}_3) = P_3\delta s_C\cos 120^\circ = -P_3\dfrac{R}{4r}\delta x$.

Работа силы F: $\delta A(\vec{F}) = F\delta s_C = F\dfrac{R}{2r}\delta x$.

Модуль силы упругости пружины, растянутой из недеформированного положения на расстояние x: $F_{\text{упр}} = cx$. Сила упругости направлена в сторону, противоположную растяжению (см. рис. 6.34). Её работа при перемещении δx вычисляется по формуле $\delta A(\vec{F}_{\text{упр}}) = F_{\text{упр}}\delta x\cos 180^\circ = -cx\delta x$.

Сумма работ сил на рассматриваемом возможном перемещении системы с учётом данных задачи:

$$\delta A = M\frac{\delta x}{r} - P_3\frac{R}{4r}\delta x + F\frac{R}{2r}\delta x - cx\delta x = P\left(\frac{17}{8} - \frac{x}{r}\right)\delta x,$$

откуда обобщённая сила $Q_x = P\left(\dfrac{17}{8} - \dfrac{x}{r}\right)$.

Вычислим необходимые производные кинетической энергии: $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) = \dfrac{2P}{g}\left(2 + \dfrac{3}{4}\left(\dfrac{R}{2r}\right)^2\right)\ddot{x}$, $\dfrac{\partial T}{\partial x} = 0$ и, подставляя их в общий вид уравнений Лагранжа, получим дифференциальное уравнение колебаний верхнего края пружины:

$$\frac{2P}{g}\left(2 + \frac{3}{4}\left(\frac{R}{2r}\right)^2\right)\ddot{x} = P\left(\frac{17}{8} - \frac{x}{r}\right), \text{ или } \ddot{x} + 10{,}2x = 4{,}34 \text{ (здесь } g = 9{,}81 \text{ м/с}^2\text{).}$$

Решение дифференциального уравнения представляется в виде суммы: $x = x_{\text{одн}} + x_{\text{частн}}$. Общее решение однородного уравнения имеет вид $x_{\text{одн}} = C_1\sin kt + C_2\cos kt$, где C_1, C_2 – произвольные постоянные; k – круговая частота собственных колебаний пружины, $k = \sqrt{10{,}2}$ = 3,19 рад/с. Частное ре-

шение неоднородного уравнения ищется в виде константы $x_{\text{част}} = b$. Подставив его в уравнение колебаний, получим: $b = 0{,}42$. Таким образом, общее решение неоднородного уравнения имеет вид $x(t) = C_1 \sin 3{,}19t + C_2 \cos 3{,}19t + 0{,}42$.

Произвольные постоянные C_1, C_2 находятся из начальных условий. По условию задачи в начальный момент пружина была в нерастянутом состоянии. Тогда начальная координата пружины (её верхнего края) $x(0) = 0$. Подставляя значение начальной координаты в общее решение неоднородного уравнения при $t = 0$, получим $C_2 = -0{,}42$. Скорость верхнего края пружины в начальный момент времени $\dot{x}(0)$ равна начальной скорости $V_D(0)$ точки D блока 2. Поскольку в начальный момент времени блоку 2 сообщили угловую скорость $\omega_{20} = 0{,}5$ рад/с, то при $r = 0{,}2$ м $\dot{x}(0) = V_D(0) = \omega_{20} r = 0{,}1$ м/с.

Вычисляем скорость движения края пружины, взяв производную: $\dot{x}(t) = 3{,}19 C_1 \cos 3{,}19t - 3{,}19 C_2 \sin 3{,}19t$. Подставляя начальное значение скорости, получим $C_1 = 0{,}03$.

Окончательно уравнение движения верхнего края пружин: $x(t) = 0{,}03 \sin 3{,}19t - 0{,}42 \cos 3{,}19t + 0{,}42$ м. Уравнение колебательного движения блока 2: $\varphi_2 = \dfrac{x}{r} = 0{,}15 \sin 3{,}19t - 2{,}1 \cos 3{,}19t + 2{,}1$ рад.

Задача 73. Прямоугольная призма 3 весом $2P$ лежит на катке 1 радиуса r и веса P и опирается на невесомый блок 2 (рис. 6.35). Каток 1 катится по неподвижной горизонтальной поверхности без скольжения. По наклонной поверхности призмы скатывается без скольжения каток 4 весом P и радиуса r. Угол наклона поверхности призмы к горизонту составляет

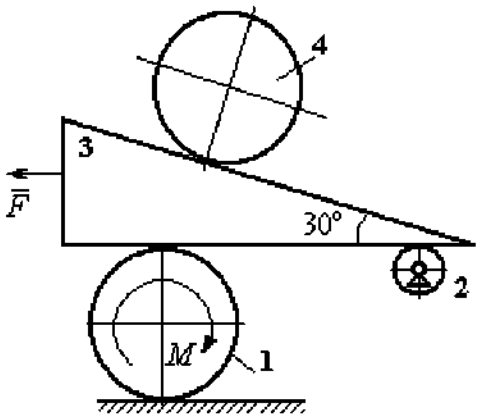


Рис. 6.35. Механическая система с двумя степенями свободы

30°. На каток 1 действует пара сил с постоянным моментом $M = 3Pr$, а на призму 3 – горизонтальная сила $\vec{F}$ с модулем $F = P$. Катки считать однородными дисками. Проскальзывание между катками 1, 4 и призмой отсутствует. В начальный момент система находилась в покое.

Определить закон движения призмы 3 и закон движения катка 4 относительно призмы.

Решение

Рассматриваемая механическая система – катки и призма имеет две степени свободы, так как перемещение катка 4 относительно призмы 3 не зависит от перемещения самой призмы и катка 1. За обобщенные координаты выберем перемещение x_4 центра масс катка 4 относительно края призмы и перемещение x_3 края призмы 3 относительно произвольной неподвижной вертикальной плоскости (рис. 6.36). Обобщенные скорости: $\dot{x}_4$, $\dot{x}_3$.

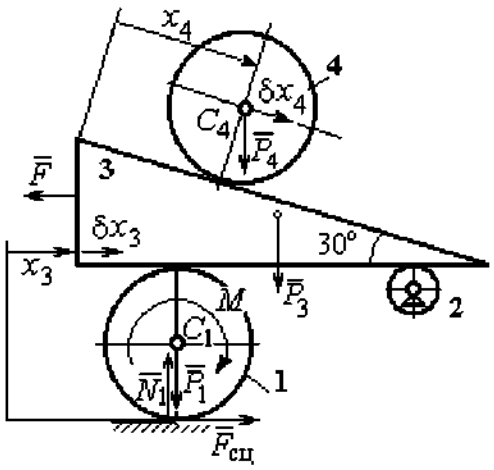


Рис. 6.36. Возможные перемещения механической системы

Уравнения Лагранжа II рода, описывающие движение системы в обобщённых координатах:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_4}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_4} = Q_{x_4};$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_3} = Q_{x_3},$$

где T – кинетическая энергия системы; Q_{x_4}, Q_{x_3} – обобщенные силы, соответствующие указанным обобщенным координатам.

Вычислим кинетическую энергию тел в системе.

Каток 1 совершает плоскопараллельное движение. Кинетическая энергия катка $T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_{C_1}^2 + \frac{1}{2} J_{C_1} \omega_1^2$, где V_{C_1} – скорость центра масс катка, $V_{C_1} = \frac{1}{2}\dot{x}_3$; J_{C_1} – момент инерции катка относительно оси, проходящей через центр масс

перпендикулярно плоскости движения, $J_{C_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$; ω_1 – угловая скорость катка 1, $\omega_1 = \frac{\dot{x}_3}{2r}$.

Призма 3 совершает поступательное движение со скоростью $V_3 = \dot{x}_3$. Её кинетическая энергия $T_3 = \frac{m_3 V_3^2}{2} = \frac{m_3 \dot{x}_3^2}{2}$.

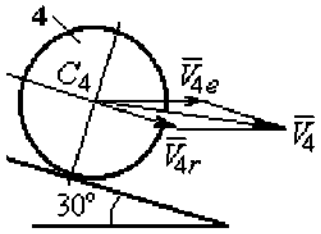


Рис. 6.37. Скорость центра масс катка 4

При расчёте кинетической энергии катка 4 по формуле $T_4 = \frac{1}{2} m_4 V_4^2 + \frac{1}{2} J_{C_4} \omega_4^2$ необходимо учитывать, что каток 4 совершает сложное движение. Здесь относительное движение катка – его качение по наклонной поверхности призмы, переносное – поступательное перемещение вместе с призмой.

Вектор абсолютной скорости центра масс катка 4 $\vec{V}_4$ представляется в виде суммы $\vec{V}_4 = \vec{V}_{4e} + \vec{V}_{4r}$ (рис. 6.37), где $\vec{V}_{4e}$ – вектор переносной скорости катка, равный по модулю скорости призмы: $V_{4e} = \dot{x}_3$; $\vec{V}_{4r}$ – вектор относительной скорости центра масс катка, равный по величине $V_{4r} = \dot{x}_4$. Модуль абсолютной скорости центра масс катка 4 (по теореме косинусов):

$$V_4^2 = V_{4e}^2 + V_{4r}^2 - 2V_{4e}V_{4r}\cos 150^\circ = \dot{x}_3^2 + \dot{x}_4^2 + 2\dot{x}_3\dot{x}_4\cos 30^\circ.$$

Поскольку переносное движение катка 4 поступательное, угловая скорость катка ω_4 равна его угловой скорости в относительном движении $\omega_4 = \frac{V_{4r}}{r} = \frac{\dot{x}_4}{r}$.

В результате выражение кинетической энергии системы, в обобщённых скоростях имеет вид:

$$T = \frac{1}{2} m_1 V_{C_1}^2 + \frac{1}{2} J_{C_1} \omega_1^2 + \frac{1}{2} m_3 V_3^2 + \frac{1}{2} m_4 V_4^2 + \frac{1}{2} J_{C_4} \omega_4^2 =$$

$$= \frac{P}{2g}\left(\frac{27}{8}\dot{x}_3^2 + \frac{3}{2}\dot{x}_4^2 + \dot{x}_3\dot{x}_4\sqrt{3}\right).$$

Дадим системе возможное перемещение по координате x_3, оставляя координату x_4 без изменения: $\delta x_3 > 0, \delta x_4 = 0$. При таком движении системы каток 4 не скатывается по призме, а движется поступательно вместе с ней. В этом случае работа сил тяжести катков 1, 4 и призмы равна нулю, так как нет вертикального перемещения точек приложения этих сил. Работу на этом перемещении будет производить только сила $\vec{F}$ и пара сил с моментом M, приложенная к катку 1. Суммарная элементарная работа

$$\delta A = -F\delta x_3 + M\delta\varphi_1 = \left(-F + \frac{M}{2r}\right)\delta x_3.$$

Здесь учтено, что элементарный угол поворота катка 1 связан с перемещением призмы соотношением: $\delta\varphi_1 = \frac{\delta x_3}{2r}$. Отсюда обобщённая сила, соответствующая координате x_3: $Q_{x_3} = -F + \frac{M}{2r} = \frac{1}{2}P$.

Дадим системе другое независимое перемещение – по координате x_4, оставляя координату x_3 без изменения: $\delta x_4 > 0, \delta x_3 = 0$. При этом возможном перемещении вся система стоит, кроме катка 4, который скатывается по наклонной поверхности призмы. При таком движении системы работу совершает только сила тяжести катка 4. Выражая элементарную работу $\delta A = P_4\delta x_4\cos 60^\circ = \frac{1}{2}P\delta x_4$, найдём обобщённую силу, соответствующую координате x_4: $Q_{x_4} = \frac{1}{2}P$.

Составим уравнения Лагранжа. С этой целью вычислим необходимые производные кинетической энергии

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3}\right) = \frac{27P}{8g}\ddot{x}_3 + \frac{P\sqrt{3}}{2g}\ddot{x}_4;\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_4}\right) = \frac{3P}{2g}\ddot{x}_4 + \frac{P\sqrt{3}}{2g}\ddot{x}_3;\ \frac{\partial T}{\partial x_3} = 0,\ \frac{\partial T}{\partial x_4} = 0.$$

Подставляя результаты расчётов в общий вид уравнений Лагранжа, получим систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{27P}{8g}\ddot{x}_3 + \frac{P\sqrt{3}}{2g}\ddot{x}_4 = \frac{1}{2}P, \quad \frac{3P}{2g}\ddot{x}_4 + \frac{P\sqrt{3}}{2g}\ddot{x}_3 = \frac{1}{2}P$$

или

$$6{,}75\ddot{x}_3 + 1{,}73\ddot{x}_4 = g; \quad 3\ddot{x}_4 + 1{,}73\ddot{x}_3 = g.$$

Решаем данную систему как алгебраическую относительно ускорений $\ddot{x}_3$, $\ddot{x}_4$. Получим: $\ddot{x}_3 = 0{,}07g$, $\ddot{x}_4 = 0{,}29g$.

Интегрируя дважды эти уравнения с нулевыми начальными условиями, получим закон движения призмы ($x_3 = 0{,}035gt^2$) и центра масс катка 4 относительно призмы ($x_4 = 0{,}145gt^2$). Движение призмы и катка 4 относительно призмы происходит в положительном направлении осей.

Задача 74. Механическая система состоит из трёх тел – груза 1, катка 2 и блока 3 (рис. 6.38). Невесомый стержень, соединяющий каток 2 с блоком 3, параллелен горизонтальной плоскости качения катка 2. К центру катка 2 прикреплена горизонтальная пружина, другой конец которой соединён с грузом 1. Коэффициент жесткости пружины *c*. Груз 1 весом P_1 движется без трения по горизонтальной поверхности. Каток 2 весом P_2 катится по горизонтальной поверхности без скольжения. Радиус катка 2 равен *r*. Блок 3 считать однородным диском весом P_3 радиуса *R*. К блоку 3 приложена пара сил с моментом *M*. Движение катка 2 блоку 3 передаётся горизонтальным невесомым стержнем. Скольжение между стержнем и дисками отсутствует. В начальный момент система находилась в покое. При этом груз 1 находился в положении, при котором

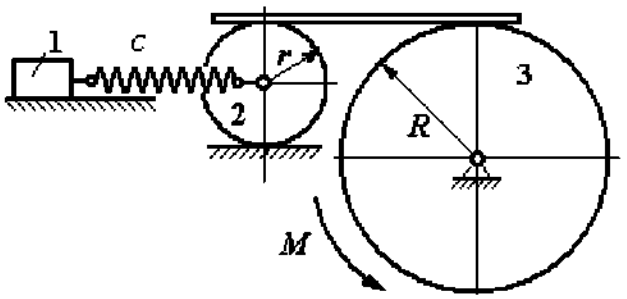


Рис. 6.38. Колебания механической системы с двумя степенями свободы

пружина была растянута относительно своего недеформированного состояния на величину Δl_0.

Найти закон абсолютного движения груза 1, если известно P_1 = 10 Н, P_2 = 20 Н, P_3 = 30 Н, M = 5 Н·м, R = 24 см, c = 207 Н/м, Δl_0 = 5 см.

Решение

Рассматриваемая механическая система имеет две степени свободы. В качестве обобщенных координат выберем удлинение пружины x_1 относительно недеформированного состояния и угол φ_3 поворота блока 3 (рис. 6.39). При этом x_1 является относительной координатой движения груза, а φ_3 – абсолютной координатой вращения блока 3.

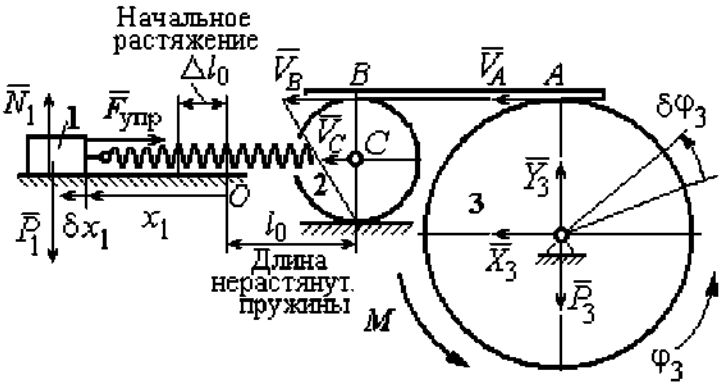


Рис. 6.39. Расчётная схема колебаний механической системы

Рассмотрим сложное движение груза 1. Относительное движение груза – это его движение на пружине в предположении, что точка крепления пружины неподвижна. Относительная скорость $V_{1r} = \dot{x}_1$. Переносное движение – это перемещение груза вместе с фиксированной длиной пружины (иначе, заменяя пружину жестким стержнем). Переносная скорость груза 1 $V_{1e} = V_C$, где V_C – скорость центра масс катка 2.

На рис. 6.39 показано распределение скоростей точек катка 2, откуда следует: $V_C = \frac{1}{2} V_B$. Имеем: $V_B = V_A = \omega_3 R = \dot{\varphi}_3 R$ и $V_C = \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R$.

Для того чтобы найти модуль абсолютной скорости груза 1, спроектируем векторное равенство теоремы сложения скоростей $\vec{V}_1 = \vec{V}_{1r} + \vec{V}_{1e}$ на горизон-

тальную ось. Полагая, что движение системы происходит в положительном направлении отсчета обобщённых координат, получим: $V_1 = \dot{x}_1 + \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R$.

Уравнения Лагранжа II рода, описывающие движение системы:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_1} = Q_x, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3}\right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} = Q_\varphi,$$

где T – кинетическая энергия системы; Q_x, Q_φ – обобщенные силы, соответствующие обобщенным координатам x_1 и φ_3.

Вычислим кинетическую энергию системы и выразим её через обобщённые скорости.

Кинетическая энергия поступательного движения груза 1 определяется выражением $T_1 = \frac{1}{2}m_1 V_1^2$, где V_1 следует рассматривать как абсолютную скорость груза. Тогда $T_1 = \frac{1}{2}m_1\left(\dot{x}_1 + \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R\right)^2$. Каток 2 совершает плоскопараллельное движение. Кинетическая энергия катка $T_2 = \frac{3}{4}m_2 V_C^2$, причём $V_C = \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R$. Тогда $T_2 = \frac{3}{16}m_2\dot{\varphi}_3^2 R^2$. Кинетическая энергия вращающегося блока 3: $T_3 = \frac{1}{2}J_{3z}\omega_3^2$, где J_{3z} – осевой момент инерции блока 3, $J_{3z} = \frac{m_3 R^2}{2}$. Окончательно $T_3 = \frac{1}{4}m_3\dot{\varphi}_3^2 R^2$.

Кинетическая энергия системы имеет вид:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{1}{2}m_1(\dot{x}_1 + \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R)^2 + \frac{3}{16}m_2\dot{\varphi}_3^2 R^2 + \frac{m_3 R^2}{4}\dot{\varphi}_3^2 =$$

$$= \frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_1\dot{x}_1\dot{\varphi}_3 R + \left(\frac{1}{8}m_1 + \frac{3}{16}m_2 + \frac{1}{4}m_3\right)\dot{\varphi}_3^2 R^2.$$

Дадим системе возможное перемещение, при котором изменяется координата груза x_1 ($\delta x_1 > 0$), а другая координата – угол поворота блока 3 φ_3 остаётся постоянной ($\delta\varphi_3 = 0$). В этом случае груз 1 движется горизонтально, блок 3 и каток 2 – неподвижны. При таком движении работу будет производить только упругая сила пружины.

Модуль силы упругости пружины пропорционален её растяжению и в произвольном положении груза равен: $F_{\text{упр}} = c\Delta\ell = cx_1$. Направление силы упругости противоположно растяжению (см. рис. 6.39).

Сумма элементарных работ сил на заданном перемещении системы δx_1: $\delta A = -F_{\text{упр}}\delta x_1 = -cx_1\delta x_1$. Отсюда обобщенная сила Q_x, соответствующая координате x_1: $Q_x = -cx_1 = -207x_1$ Н.

Дадим системе другое возможное перемещение, при котором пружина не растягивается: $\delta x_1 = 0$, а блок 3 повернулся на угол $\delta\varphi_3$: $\delta\varphi_3 > 0$. В этом случае пружина рассматривается как жёсткий стержень, связывающий груз 1 с центром масс катка 2. В результате при повороте блока 3 груз 1 и точка C движутся одинаково в горизонтальном направлении. На этом перемещении системы работу совершает только пара сил с моментом M, приложенная к блоку 3. Имеем $\delta A = M\delta\varphi_3$, и, следовательно, обобщённая сила $Q_\varphi = M = 5$ Н·м.

Составим уравнения Лагранжа, для чего вычислим производные от кинетической энергии по обобщенным скоростям и координатам:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} = m_1\dot{x}_1 + \frac{1}{2}m_1R\dot{\varphi}_3;\quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3} = \frac{1}{2}m_1R\dot{x}_1 + \left(\frac{1}{4}m_1 + \frac{3}{8}m_2 + \frac{1}{2}m_3\right)\dot{\varphi}_3R^2;$$

$$\frac{\partial T}{\partial x_1} = 0,\quad \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} = 0.$$

Полные производные по времени:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1}\right) = m_1\ddot{x}_1 + \frac{1}{2}m_1R\ddot{\varphi}_3;\quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3}\right) = \frac{1}{2}m_1R\ddot{x}_1 + \left(\frac{1}{4}m_1 + \frac{3}{8}m_2 + \frac{1}{2}m_3\right)\ddot{\varphi}_3R^2.$$

Приравнивая полные производные обобщённым силам, получим уравнения Лагранжа окончательно в виде системы алгебраических уравнений относительно ускорений $\ddot{x}_1$ и $\ddot{\varphi}_3$:

$$1{,}02\ddot{x}_1 + 0{,}12\ddot{\varphi}_3 = -207x_1;\ \ 0{,}12\ddot{x}_1 + 0{,}15\ddot{\varphi}_3 = 5.$$

Разрешая систему относительно ускорения $\ddot{x}_1$, получим уравнение относительных колебаний груза:

$$\ddot{x}_1 + 225x_1 = -4{,}35.$$

Решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами представляется в виде суммы общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного: $x_1 = x_{\text{одн}} + x_{\text{частн}}$.

Общее решение однородного уравнения $x_{\text{одн}} = C_1 \sin kt + C_2 \cos kt$, где C_1, C_2 – произвольные постоянные; k – круговая частота собственных колебаний груза 1, $k = \sqrt{225} = 15$ рад/с. Частное решение неоднородного уравнения ищется в виде константы $x_{\text{част}} = b$. Подставив его в уравнение колебаний, получим: $b = -0{,}02$.

Таким образом, общее решение неоднородного уравнения

$$x_1(t) = C_1 \sin 15t + C_2 \cos 15t - 0{,}02.$$

Начальная координата x_{01} груза 1 определяется из условия, что в начальный момент времени при $t = 0$ груз находился в положении, при котором пружина была растянута относительно своего недеформированного состояния на расстояние $\Delta l_0 = 0{,}05$ м. Следовательно, $x_{01} = 0{,}05$. Подставляя значение начальной координаты в общее решение неоднородного уравнения при $t = 0$, получим: $C_2 = 0{,}07$.

Относительная скорость груза 1 в любой момент времени: $\dot{x}_1(t) = C_1 15 \cos 15t - C_2 15 \sin 15t$. По условию задачи начальная скорость груза 1

$\dot{x}_1(0) = 0$. После подстановки начального условия в выражение для скорости груза 1 получим: $C_1 = 0$.

Окончательно уравнение относительного движения груза 1:

$$x_1(t) = 0{,}07\cos 15t - 0{,}02 \text{ м}.$$

Найдём уравнение вращательного движения блока 3. Для этого в дифференциальное уравнение $0{,}12\ddot{x}_1 + 0{,}15\ddot{\varphi}_3 = 5$ подставим значение второй производной решения относительных колебаний груза 1. Получим: $\ddot{\varphi}_3 = 33{,}33 + 12{,}6\cos 15t$. Полагая $\ddot{\varphi}_3 = \dfrac{d\omega_3}{dt}$, получим дифференциальное уравнение первого порядка: $\dfrac{d\omega_3}{dt} = 33{,}33 + 12{,}6\cos 15t$, откуда найдём угловую скорость блока 3: $\omega_3 = 33{,}33t + 0{,}84\sin 15t + C_3$.

Аналогично, положив $\omega_3 = \dfrac{d\varphi_3}{dt}$, найдём закон вращательного движения блока 3: $\varphi_3 = 16{,}665t^2 - 0{,}056\cos 15t + C_3 t + C_4$.

Начальные условия движения блока: при $t = 0$, $\varphi_3(0) = 0$, $\omega_3(0) = 0$. Подставляя начальные условия в уравнения движения, получим: $C_4 = 0{,}056$, $C_3 = 0$.

Окончательно уравнение вращательного движения блока 3:

$$\varphi_3 = 16{,}665t^2 - 0{,}056\cos 15t + 0{,}056.$$

Абсолютное движение s_1 груза 1 представляется суммой относительного и переносного движений:

$$s_1 = x_1 + S_C = x_1 + \frac{1}{2}R\varphi_3 = 2t^2 - 0{,}06\cos 15t - 0{,}01.$$

Упражнения

Упражнение 6.6. Каток весом $P_1 = 2P$, радиуса r, движущийся без проскальзывания по вертикальной стене, удерживается вертикальной пружиной жесткостью $C = 4P / r$, прикреплённой одним концом к центру катка, другим – к неподвижной поверхности (рис. 6.40). К нити, намотанной на барабан катка, подвешен груз 2 весом $P_2 = P$. На груз действует сила $F = P$, к катку приложена пара сил с моментом $M = Pr$.

Найти закон движения груза 2 и максимальное растяжение пружины, если движение системы началось из состояния покоя при недеформированной пружине.

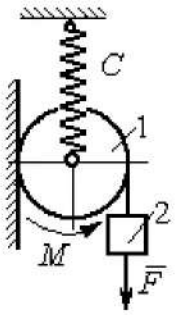


Рис. 6.40. Схема движения катка

Упражнение 6.7. Грузы 1 и 2 весом $P_1 = 20$ Н и $P_2 = 30$ Н привязаны к нерастяжимой нити. Нить переброшена через неподвижные блоки B и D и охватывает снизу подвижный блок 3 весом $P_3 = 40$ Н (рис. 6.41).

Определить ускорения грузов 1 и 2 и центра масс блока 3. Весом нити и неподвижных блоков B и D пренебречь.

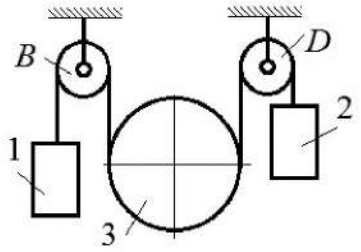


Рис. 6.41. Механическая система с двумя степенями свободы

Упражнение 6.8. Каток 1, радиуса r весом P катится по горизонтальной поверхности. К катку приложена пара сил с моментом $M = 2Pr$. Каток передаёт движение невесомой тележке (см. рис. 6.42). В кузове тележки находится каток 2 такого же радиуса r и веса P, который движется по горизонтальной поверхности кузова под действием силы $F = P$, приложенной в центре катка. Найти закон движения центра катка 2 относительно тележки, если движение системы началось из состояния покоя.

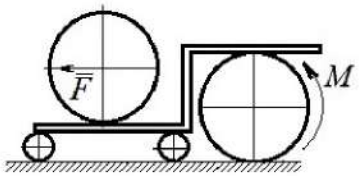


Рис. 6 42. Движение катка в кузове тележки

7. ОТВЕТЫ И КРАТКИЕ ПОЯСНЕНИЯ

7.1. Ответы к упражнениям главы 1

1.1

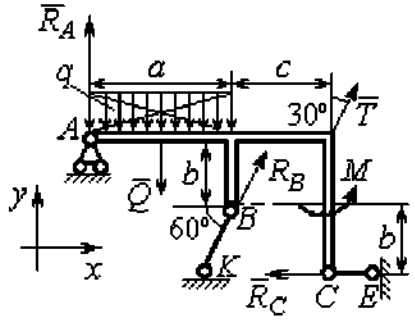


Рис. 7.1. Расчётная схема к упражнению 1.1

$T = 15$ кН, $Q = 15$ кН.

$$R_B\cos 60^\circ + T\cos 60^\circ - R_C = 0;$$

$$R_A - Q + R_B\cos 30^\circ + T\cos 30^\circ = 0;$$

$$-Q\cdot\frac{a}{2} + R_B\cos 30^\circ\cdot a + R_B\cos 60^\circ\cdot b + T\cos 30^\circ\cdot(a+c) +$$

$$+ M - R_C\cdot 2b = 0.$$

$R_B = -3{,}8$ кН, $R_C = 5{,}6$ кН, $R_A = 5{,}3$ кН.

1.2

$Q = 9$ кН. $T = 2$ кН.

$$X_A + T\cos 30^\circ + Q\cos 30^\circ = 0;$$

$$Y_A - Q\cos 60^\circ + R_B - T\cos 60^\circ - F = 0;$$

$$-Q\cdot\frac{c}{2} + R_B(b + c\cos 60^\circ) - Fc\cos 60^\circ + M -$$

$$-T\cos 60^\circ(b + c\cos 60^\circ) - T\cos 30^\circ(a + c\sin 60^\circ) = 0.$$

$R_B = 10{,}02$ кН, $X_A = -9{,}53$ кН, $Y_A = -0{,}52$ кН.

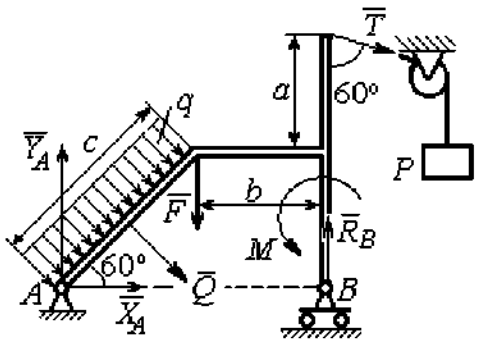


Рис. 7.2. Расчётная схема к упражнению 1.2

1.3

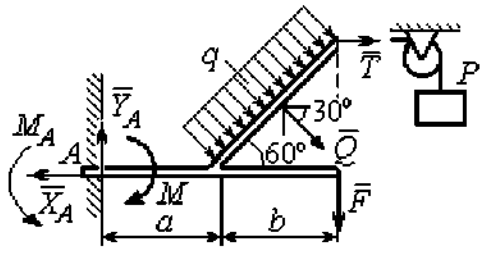


Рис. 7.3. Расчётная схема к упражнению 1.3

$Q = 8$ кН. $T = 3$ кН.

$$-X_A + T + Q\cos 30^\circ = 0;$$

$$Y_A - Q\cos 60^\circ - F = 0;$$

$$-T2b\cos 30^\circ - F(a+b) + M_A - M -$$

$$-Q\cos 60^\circ\left(a + \frac{b}{2}\right) - Q\cos 30^\circ\left(b\cos 30^\circ\right) = 0.$$

$M_A = 18{,}61$ кН·м, $X_A = 9{,}93$ кН, $Y_A = 6$ кН.

1.4

$Q = 6{,}93$ кН, $T = 2$ кН.

$$-X_B - T + Q\cos 30^\circ + F\cos 60^\circ = 0;$$

$$R_A - Q\cos 60^\circ + Y_B - F\cos 30^\circ = 0;$$

$$-\frac{Qa}{2\cos 30^\circ} + Y_B\left(b + \frac{a}{2\cos 30^\circ}\right) + Ta - Fa\cos 60^\circ -$$

$$-F\cos 30^\circ\left(b + \frac{a}{2\cos 30^\circ}\right) + M = 0.$$

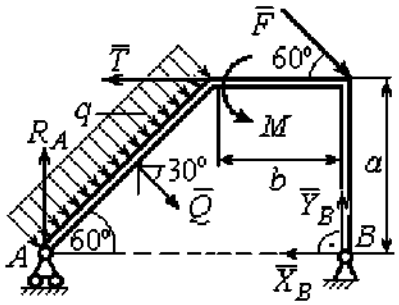


Рис.7.4. Расчётная схема к упражнению 1.4

$R_A = 0{,}72$ кН, $X_B = -5{,}5$ кН, $Y_B = 5{,}34$ кН.

1.5

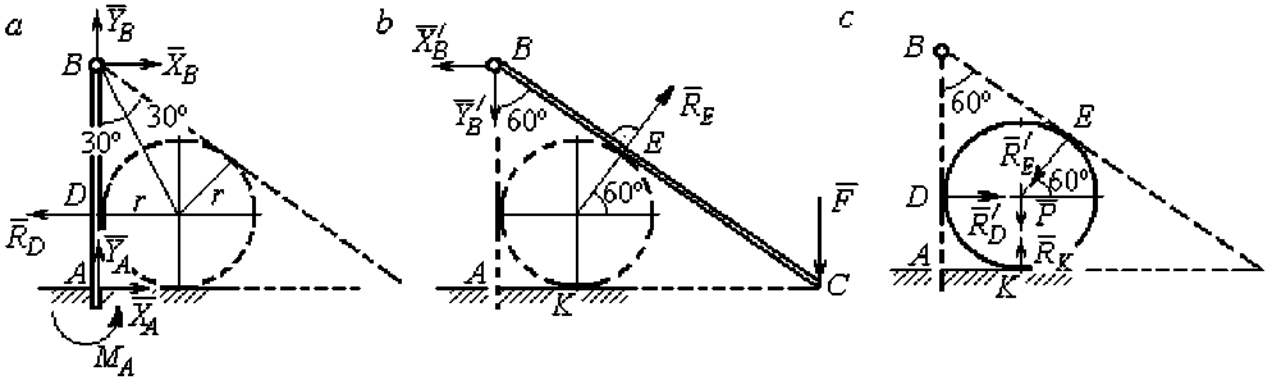


Рис. 7.5. Расчётные схемы к упражнению 1.5:
a – равновесие балки *AB*; *b* – равновесие балки *BC*; *c* – равновесие шара

$X_B = X'_B$, $Y_B = Y'_B$, $R_D = R'_D$, $R_E = R'_E$.

Балка *AB*. $AB = r + BD = r + r\operatorname{ctg}30^\circ = 2{,}73$ м.

$$X_A - R_D + X_B = 0,\ Y_A + Y_B = 0,\ M_A + R_D \cdot r - X_B \cdot AB = 0.$$

Балка *BC*. $BE = BD = 1{,}73$ м. $AC = BC\cos 30^\circ = 2AB\cos 30^\circ = 4{,}73$ м.

$$R_E\cos 60^\circ - X'_B = 0,\ RE\sin 60\circ - Y'B - F = 0,\ R_E \cdot BE - F \cdot AC = 0.$$

Шар.

$$R'_D - R'_E\cos 60^\circ = 0,\ R_K - P - R'_E\cos 30^\circ = 0.$$

$R_E = 21{,}87$ кН, $Y_B = 10{,}94$ кН, $X_B = 10{,}94$ кН, $R_D = 10{,}94$ кН;

$R_K = 20{,}94$ кН, $X_A = 0$, $Y_A = -10{,}94$ кН, $M_A = 18{,}93$ кН·м.

1.6

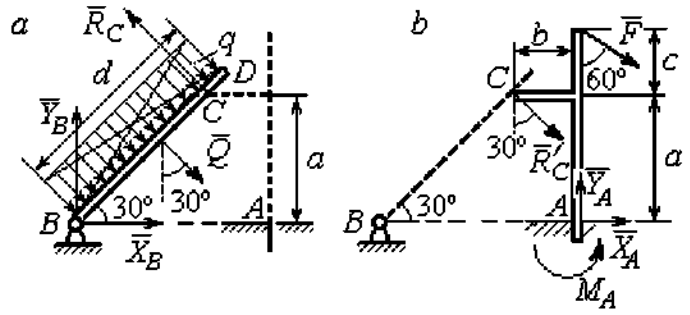


Рис. 7.6. Расчётные схемы к упражнению № 1.6:
a – равновесие балки *BD*; *b* – равновесие балки *AC*

Балка *BD*. $Q = 15$ кН.

$$X_B + Q\cos 60^\circ - R_C\cos 30^\circ = 0;$$

$$Y_B - Q\cos 30^\circ + R_C\cos 60^\circ = 0;$$

$$-Q\frac{d}{2} + R_C 2a = 0.$$

Балка *AC*. $R_C = R'_C$.

$$X_A + R'_C\cos 60^\circ + F\cos 30^\circ = 0,\ Y_A - R'_C\cos 30^\circ - F\cos 60^\circ = 0;$$

$$M_A - R'_C\cos 60^\circ \cdot a + R'_C\cos 30^\circ \cdot b - F\cos 30^\circ (a + c) = 0.$$

$$X_B = 0{,}61 \text{ кН},\ Y_B = 8{,}3 \text{ кН},\ R_C = 9{,}37 \text{ кН};$$

$$X_A = -8{,}15 \text{ кН},\ Y_A = 10{,}11 \text{ кН},\ M_A = 11{,}65 \text{ кН·м}.$$

1.7

Балка *AB*. $Q_1 = 6$ кН.

$T = P = 3$ кН.

$$X_A + R_B - T\cos 60^\circ + F = 0;$$

$$Y_A - Q_1 - T\cos 30^\circ = 0;$$

$$M_A - R_B(b + c)\cos 30^\circ + Q_1\frac{a}{2} +$$

$$+ T\cos 30^\circ a + T\cos 60^\circ c\cos 30^\circ -$$

$$- F\left[c + (b + c)\cos 30^\circ\right] = 0.$$

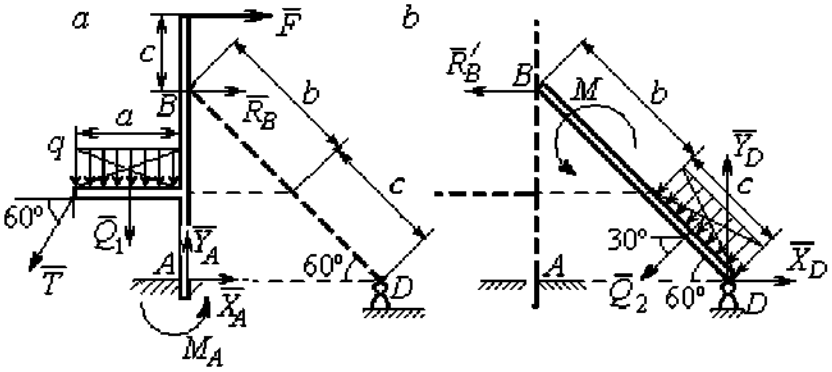


Рис. 7.7. Расчётные схемы к упражнению 1.7:
a – равновесие балки *AB*; *b* – равновесие балки *BD*

Балка *DB*. $Q_2 = 3$ кН. $R'_B = R_B$.

$$X_D - R'_B - Q_2\cos 30^\circ = 0,\ Y_D - Q_2\cos 60^\circ = 0,\ M + R'_B(b + c)\cos 30^\circ + Q_2\frac{c}{2} = 0.$$

$$X_A = -1{,}49 \text{ кН},\ Y_A = 8{,}6 \text{ кН},\ M_A = 8{,}86 \text{ кН},\ R_B = -1{,}01 \text{ кН};$$

$$X_D = 1{,}59 \text{ кН},\ Y_D = 1{,}5 \text{ кН}.$$

1.8

Шар.

$$R_B\cos60^\circ - R_D\cos60^\circ = 0;$$

$$R_B\cos30^\circ + R_D\cos30^\circ - P = 0.$$

Балка AC. $R'_B = R_B$.

$$X_A - R'_B\cos60^\circ = 0;$$

$$Y_A - R'_B\cos30^\circ + F = 0;$$

$$M_A - R'_B AB + F\cdot AC\cos30^\circ = 0.$$

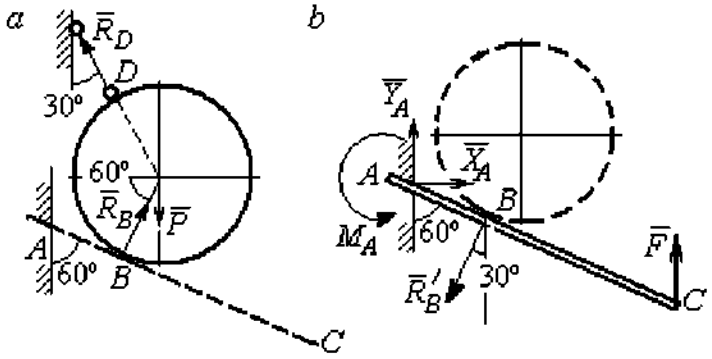


Рис. 7.8. Расчётные схемы к упражнению 1.8: *a* – равновесие шара; *b* – равновесие балки AC

X_A = 2,89 кН, Y_A = 0 кН, M_A = – 11,55 кН·м, R_B = 5,77 кН, R_D = 5,77 кН.

1.9

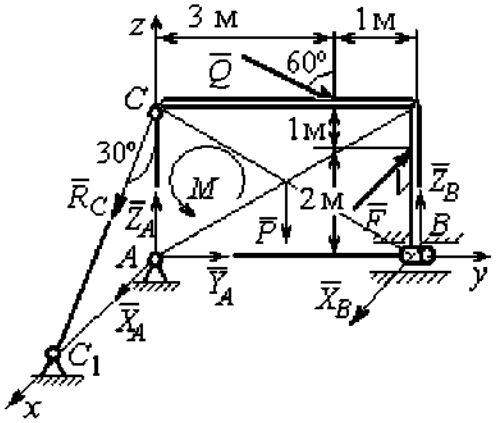


Рис. 7.9. Расчётная схема к упражнению 1.9

$$X_A + R_C\cos60^\circ + X_B - F = 0;$$

$$Y_A + Q\cos30^\circ = 0;$$

$$Z_A - R_C\cos30^\circ - Q\cos60^\circ + Z_B - P = 0;$$

$$M - Q\cos60^\circ\cdot 3 - Q\cos30^\circ\cdot 3 + Z_B\cdot 4 - P\cdot 2 = 0;$$

$$R_C\cos60^\circ\cdot 3 - F\cdot 2 = 0,\ -X_B\cdot 4 + F\cdot 4 = 0.$$

X_A = 5,34 кН, Y_A = 2,6 кН;

Z_A = 8,92 кН, R_C = 10,67 кН;

X_B = 8 кН, Z_B = 3,82 кН.

1.10

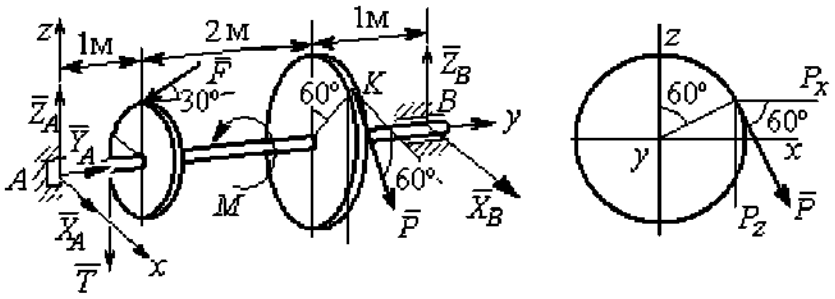


Рис. 7.10. Расчётные схемы к упражнению 1.10

$T = Q = 3$ кН.

$$X_A + P\cos 60^\circ + X_B = 0,\ Y_A - F\cos 30^\circ = 0;$$

$$Z_A - F\cos 60^\circ - P\cos 30^\circ - T + Z_B = 0.$$

$$-T\cdot 1 - F\cos 60^\circ \cdot 1 + F\cos 30^\circ \cdot r - P\cos 30^\circ \cdot 3 + Z_B \cdot 4 = 0;$$

$$-Tr + PR - M = 0,\ -P\cos 60^\circ \cdot 3 + X_B \cdot 4 = 0.$$

$X_A = 5{,}6$ кН, $Y_A = 3{,}46$ кН, $Z_A = 5{,}48$ кН, $P = 6{,}4$ кН, $X_B = 2{,}4$ кН, $Z_B = 5{,}06$ кН.

1.11

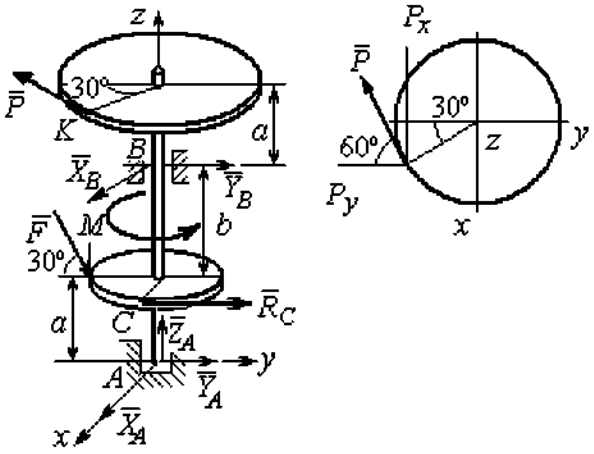


Рис. 7.11. Расчётные схемы к упражнению 1.11

$R_C = Q = 3$ кН.

$$X_A + X_B - P\cos 30^\circ = 0;$$

$$Y_A + Y_B - P\cos 60^\circ + R_C + F\cos 30^\circ = 0;$$

$$Z_A - F\cos 60^\circ = 0;$$

$$-Y_B(a+b) + P\cos 60^\circ(2a+b) - R_C a - -$$

$$F\cos 30^\circ \cdot a + F\cos 60^\circ \cdot r = 0;$$

$$X_B(a+b) - P\cos 30^\circ(2a+b) = 0;$$

$$-PR + R_C r + M = 0.$$

$X_A = -1{,}85$ кН, $Y_A = -5{,}64$ кН, $Z_A = 2$ кН, $P = 6{,}4$ кН, $X_B = 7{,}39$ кН, $Y_B = 2{,}38$кН.

1.12

$$T = Q = 3 \text{ кН}.$$

$$X_A + T + X_D = 0;\ Y_A - F + P\cos 60^\circ = 0,$$

$$Z_A + Z_D + P\cos 30^\circ = 0;$$

$$Fa\sin 30^\circ + Z_D(b+2a) + P(2b+2a)\cos 30^\circ = 0;$$

$$Ta\sin 30^\circ - Pa\cos 30^\circ + M = 0;$$

$$-Ta - X_D(b+2a) + Pa\cos 60^\circ + Fa\cos 30^\circ = 0.$$

$$X_A = 0{,}8 \text{ кН},\quad Y_A = 2{,}56 \text{ кН},\quad Z_A = 1{,}3 \text{ кН};$$

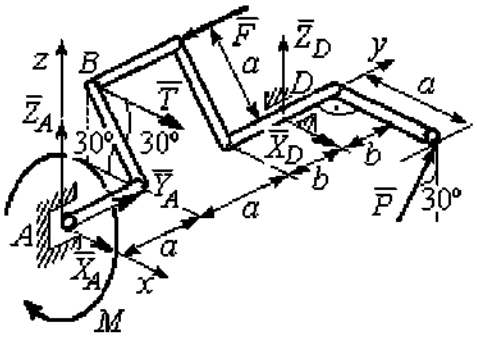


Рис. 7.12. Расчётная схема к упражнению 1.12

$P = 2{,}89$ кН, $X_D = 0{,}76$ кН, $Z_D = -3{,}80$ кН.

1.13

Минимальный вес груза P:

$$T_{\min} + F_{\text{тр}A} - N_B = 0;$$

$$F_{\text{тр}B} + N_A - Q = 0;$$

$$F_{\text{тр}B} \cdot AB\sin 30° + N_B \cdot AB\cos 30° - Q \cdot AC\sin 30° = 0$$

Максимальный вес груза P:

$$T_{\max} - F_{\text{тр}A} - N_B = 0;$$

$$-F_{\text{тр}B} + N_A - Q = 0;$$

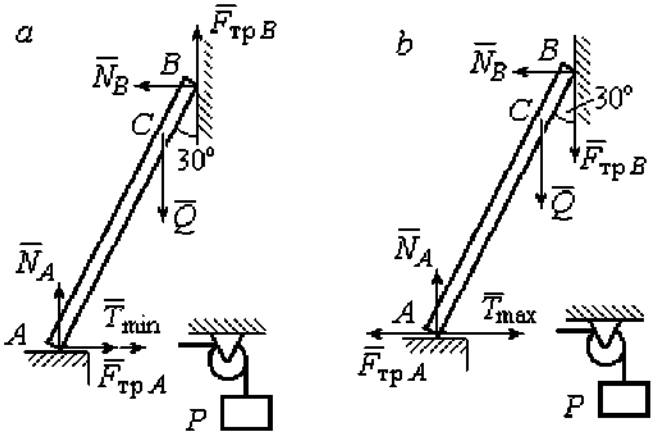


Рис. 7.13. Расчётные схемы к упражнению 1.13:
a – расчёт минимального веса груза;
b – расчёт максимального веса груза

$$-F_{\text{тр}B} \cdot AB\sin 30° + N_B \cdot AB\cos 30° - Q \cdot AC\sin 30° = 0;$$

$$F_{\text{тр}A} = f N_A, \quad F_{\text{тр}B} = f N_B.$$

$$T_{\min} = 31.77 \text{ Н} < P < T_{\max} = 130{,}51 \text{ Н}.$$

1.14

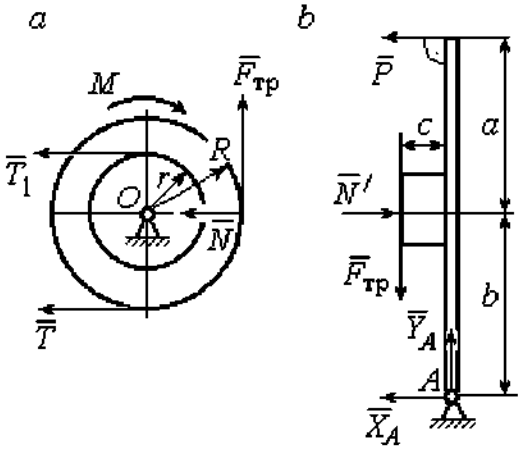


Рис. 7.14. Расчётные схемы
к упражнению 1.14:
a – равновесие шкива; *b* – равновесие рычага

Шкив. $T = T_1 = Q$.

$$T \cdot R - T_1 r + M - F_{\text{тр}} R = 0.$$

$$F_{\text{тр}} = 266{,}67 \text{ Н};$$

$$N = \frac{F_{\text{тр}}}{f} = 666{,}67 \text{ Н}.$$

Рычаг. $N = N'$. $F_{\text{тр}} = F'_{\text{тр}}$.

$$P(a+b) - N' \cdot b + F'_{\text{тр}} c = 0.$$

$$P = 320 \text{ Н}.$$

$$-X_A - P + N' = 0;$$

$$Y_A - F'_{\text{тр}} = 0.$$

$X_A = 346{,}67$ Н, $Y_A = 266{,}67$ Н.

7.2. Ответы к упражнениям главы 2

2.1

$$\omega_{1z} = \dot{\varphi}_1 = 3 + \pi\cos\frac{\pi t}{2},\ \omega_1(1) = |\omega_{1z}(1)| = 3 \text{ рад/с}.$$

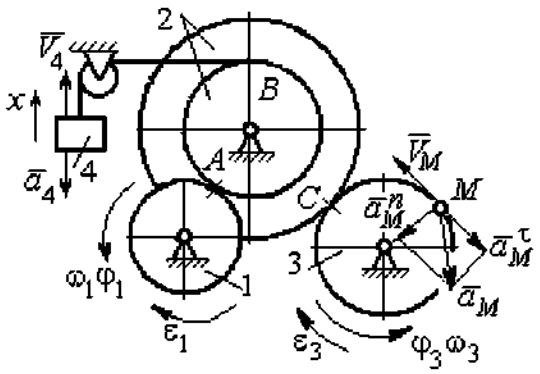


Рис. 7.15. Расчётная схема к упражнению 2.1

$$\omega_{3z} = \omega_{1z}\frac{R_1}{r_2}\frac{R_2}{R_3} = \left(3 + \pi\cos\frac{\pi t}{2}\right)\frac{4}{3};$$

$$\omega_3(1) = |\omega_{3z}(1)| = 4 \text{ рад/с}.$$

$$V_M(1) = \omega_3(1)R_3 = 40 \text{ см/с}.$$

$$\varepsilon_{3z} = \dot{\omega}_{3z} = -\frac{2\pi^2}{3}\sin\frac{\pi t}{2},\quad \varepsilon_{3z}(1) = -\frac{2\pi^2}{3};$$

$$\varepsilon_3(1) = |\varepsilon_{3z}(1)| = \frac{2\pi^2}{3} = 6{,}58 \text{ рад/с}^2.$$

$$\overline{a}_M = \overline{a}_M^n + \overline{a}_M^\tau,\ a_M^n(1) = \omega_3^2(1)R_3 = 160 \text{ см/с}^2,\ a_M^\tau(1) = \varepsilon_3(1)R_3 = 65{,}8 \text{ см/с}^2.$$

$$a_M(1) = 173 \text{ см/с}^2.$$

$$V_{4x} = V_A = \omega_{1z}R_1 = \left(3 + \pi\cos\frac{\pi t}{2}\right)8;\ V_4(1) = |V_{4x}(1)| = 24 \text{ см/с}.$$

$$\dot{V}_{4x} = -4\pi^2\sin\frac{\pi t}{2},\ \dot{V}_{4x}(1) = -4\pi^2;\ a_4(1) = |\dot{V}_{4x}(1)| = 39{,}48 \text{ см/с}^2.$$

2.2

$$V_{4x} = \dot{x}_4 = 1 - \frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi t}{3} - \frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi t}{3};$$

$$V_{4x}(3) = 2{,}05 \text{ м/с},\ V_4 = |V_{4x}(3)|$$

$$\omega_{3z} = \frac{V_{4x}}{r_3} = \frac{1}{r_3}\left(1 - \frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi t}{3} - \frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi t}{3}\right);$$

$$\omega_{3z}(3) = 6{,}83 \text{ рад/с};\ \omega_3 = |\omega_{3z}(3)|.$$

$$\varepsilon_{3z} = \dot{\omega}_{3z} = \frac{1}{r_3}\left(\frac{\pi^2}{9}\sin\frac{\pi t}{3} - \frac{\pi^2}{9}\cos\frac{\pi t}{3}\right).$$

$$\varepsilon_{3z}(3) = 3{,}65 \text{ рад/с}^2;\ \varepsilon_3 = |\varepsilon_{3z}(3)|.$$

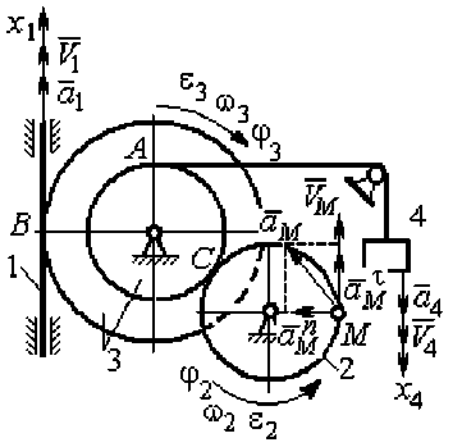


Рис. 7.16. Расчётная схема к упражнению 2.2

$$\frac{\omega_3}{\omega_2}=\frac{R_2}{r_3};\ \ \omega_2=\omega_3\frac{r_3}{R_2}=10{,}25\ \text{рад/с};\ V_M=\omega_2 R_2=2{,}05\ \text{м/с}.$$

$$\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}=\frac{R_2}{r_3};\ \ \varepsilon_2=\varepsilon_3\frac{r_3}{R_2}=5{,}47\ \text{рад/с}^2.$$

$$a_M^n=\omega_2^2 R_2=20{,}4\ \text{м/с}^2;\ \ a_M^\tau=\varepsilon_2 R_2=1{,}09\ \text{м/с}^2.$$

$$a_M=\sqrt{\left(a_M^n\right)^2+\left(a_M^\tau\right)^2}=20{,}43\ \text{м/с}^2.$$

$$V_1=\omega_3 R_3=2{,}73\ \text{м/с};\ a_1=\dot{V}_1=\dot{\omega}_3 R_3=\varepsilon_3 R_3=2{,}19\ \text{м/с}^2.$$

2.3

$$BP_2=BC\cos30^\circ=4{,}33\ \text{см};\ CP_2=2{,}5\ \text{см}.$$

$$\omega_{BC}=\frac{V_B}{BP_2}=1{,}15\ \text{рад/с};\ V_C=\omega_{BC}CP_2=2{,}87\ \text{см/с};$$

$$\omega_1=\frac{V_C}{CP_1}=0{,}72\ \text{рад/с};\ EP_1=2R_1\cos30^\circ=3{,}46\ \text{см};$$

$$V_E=\omega_1 EP_1=2{,}49\ \text{см/с};\ EP_3=2AE\cos30^\circ=10{,}39\ \text{см};$$

$$\omega_{AE}=\frac{V_E}{EP_3}=0{,}24\ \text{рад/с};\ EA=AP_3;$$

$$V_A=\omega_{AE}AP_3=1{,}44\ \text{см/с},\ \ \omega_{AO}=\frac{V_A}{AO}=0{,}24\ \text{рад/с}.$$

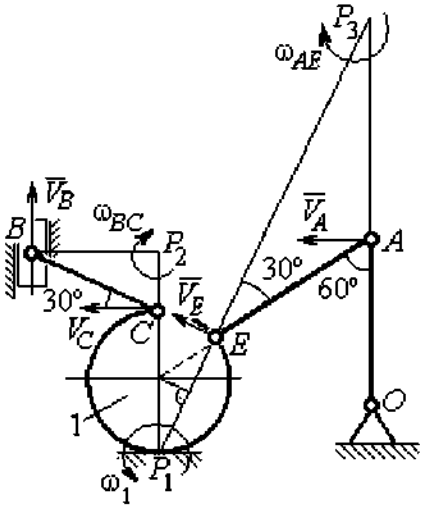


Рис. 7.17. Расчётная схема к упражнению 2.3

2.4

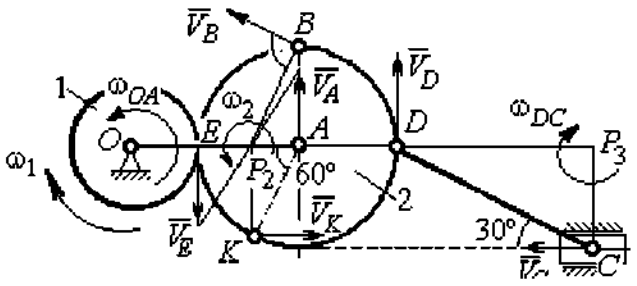


Рис. 7.18. Расчётная схема к упражнению 2.4

E – точка касания дисков.

$$V_E=\omega_1 r_1=18\ \text{см/с}.$$

$$V_A=\omega_{OA}(r_1+r_2)=18\ \text{см/с}.$$

$$EP_2=P_2A=3\ \text{см},\ \omega_2=\frac{V_E}{EP_2}=6\ \text{рад/с}.$$

$$V_K=\omega_2 P_2K=31{,}18\ \text{см/с}.$$

$$V_B=\omega_2 P_2B=40{,}25\ \text{см/с};\ V_D=\omega_2 P_2D=54\ \text{см/с}.$$

$DC = 2r_2$, $\omega_{DC} = \dfrac{V_D}{DP_3} = 5{,}197$ рад/с; $V_C \cos 30^\circ = V_D \cos 60^\circ$, $V_C = 31{,}18$ см/с.

2.5

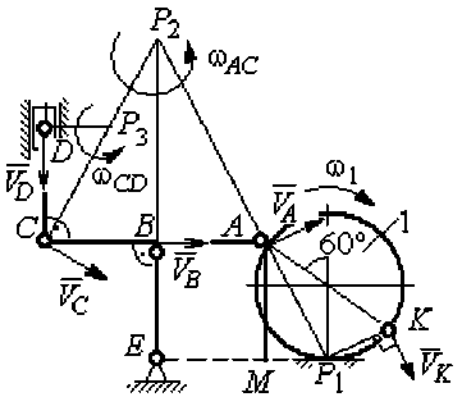


Рис. 7. 19. Расчётная схема к упражнению 2.5.

$BE = 1{,}5R_1$; $R_1 = 2{,}67$ см.

$KP_1 = R_1$; $\omega_1 = \dfrac{V_K}{KP_1} = 0{,}75$ рад/с.

$AP_1 = \dfrac{AM}{\cos 30^\circ} = 4{,}62$ см; $V_A = \omega_1 P_1 A = 3{,}46$ см/с.

$AP_2 = 2AB = 8$ см; $\omega_{AC} = \dfrac{V_A}{AP_2} = 0{,}43$ рад/с.

$V_B \cos 0^\circ = V_A \cos 30^\circ$; $V_B = 2{,}99$ см/с.

$\omega_{BE} = \dfrac{V_B}{BE} = 0{,}75$ рад/с; $V_C = V_A = 3{,}46$ см/с; $CP_3 = \dfrac{DC}{\cos 30^\circ} = 4{,}62$ см;

$\omega_{CD} = \dfrac{V_C}{CP_3} = 0{,}75$ рад/с; $V_D \cos 0^\circ = V_C \cos 60^\circ$; $V_D = 1{,}73$ см/с.

2.6

$V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 12$ см/с; $\omega_{AD} = 0$, $V_D = V_A$.

$\omega_{O_1C} = \dfrac{V_D}{DO_1} = 3$ рад/с;

$V_C = \omega_{O_1C} \cdot O_1C = 48$ см/с.

$CB = CP = 16$ см; $\omega_{CB} = \omega_{CL} = \dfrac{V_C}{CP} = 3$ рад/с.

$PL = \dfrac{CP}{\cos 30^\circ} = 18{,}48$ см; $PB = 2BC \cos 30^\circ$.

$V_L = \omega_{CL} \cdot PL = 55{,}44$ см/с;

$V_B = \omega_{CB} \cdot PB = 83{,}13$ см/с.

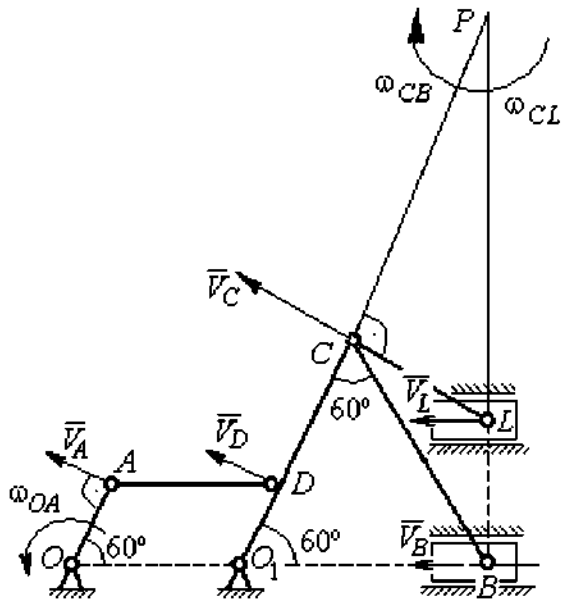


Рис. 7.20. Расчётная схема к упражнению 2.6.

2.7

$V_D = \omega_1 R_1 = 30$ см/с; $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 15$ см/с.

$$\omega_2 = \frac{V_A}{AP_2} = 3 \text{ рад/с}.$$

$$V_B = \omega_2 \cdot P_2 B = 21{,}21 \text{ см/с}.$$

$V_C \cos 0^\circ = V_B \cos 45^\circ$; $V_C = 15$ см/с.

$$CP_3 = CB;\ \omega_{BC} = \frac{V_C}{CP_3} = 1{,}87 \text{ рад/с}.$$

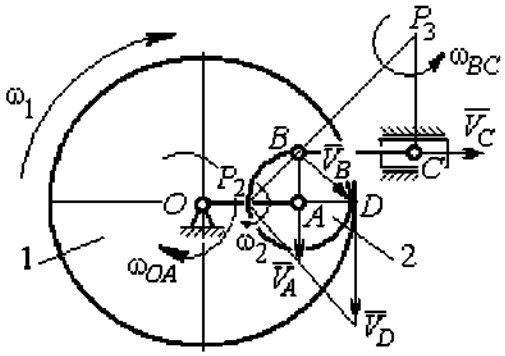


Рис. 7.21. Расчётная схема к упражнению 2.7

2.8

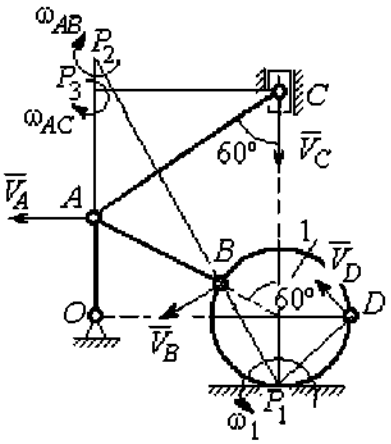


Рис. 7.22. Расчётная схема к упражнению 2.8

$AC = AB + R_1 = 12$ см; $CP_3 = AC \cos 30^\circ = 10{,}39$ см.

$\omega_{AC} = \dfrac{V_C}{CP_3} = 0{,}48$ рад/с; $V_A = \omega_{AC} \cdot AP_3 = 2{,}89$ см/с.

$$AB = AP_2;\ \omega_{AB} = \frac{V_A}{AP_2} = 0{,}29 \text{ рад/с}.$$

$$BP_2 = 2AB \cos 30^\circ = 17{,}32 \text{ см}.$$

$$V_B = \omega_{AB} BP_2 = 5{,}02 \text{ см/с}.$$

$OA = (AB + R_1)\sin 30^\circ = 6$ см; $\omega_{OA} = \dfrac{V_A}{AO} = 0{,}48$ рад/с.

$$BP_1 = 2R_1 \cos 30^\circ = 3{,}46 \text{ см};\ \omega_1 = \frac{V_B}{BP_1} = 1{,}45 \text{ рад/с}.$$

$DP_1 = R_1\sqrt{2} = 2{,}82$ см; $V_D = \omega_1 DP_1 = 4{,}09$ см/с.

2.9

$$V_A = \omega_{OA} OA = 12 \text{ см/с};\ \ AP = 2AB = 2BC \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = 27{,}71 \text{ см}.$$

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{AP} = 0{,}43 \text{ рад/с}; V_B \cos 0^\circ = V_A \cos 30^\circ;\ V_B = 10{,}38 \text{ см/с}.$$

$$\omega_{BC} = \frac{V_B}{BC} = 1{,}29 \text{ рад/с}.$$

$$\overline{a}_B = \overline{a}_A + \overline{a}^n_{BA} + \overline{a}^\tau_{BA};\quad \overline{a}_B = \overline{a}_C + \overline{a}^n_{BC} + \overline{a}^\tau_{BC},\ \ a_C = 0.$$

$$\bar{a}_A = \bar{a}_O + \bar{a}^n_{AO} + \bar{a}^\tau_{AO},\ a_O = 0.$$

$$\bar{a}^n_{BC} + \bar{a}^\tau_{BC} = \bar{a}^n_{AO} + \bar{a}^\tau_{AO} + \bar{a}^n_{BA} + \bar{a}^\tau_{BA}.$$ Найти a^τ_{BC}

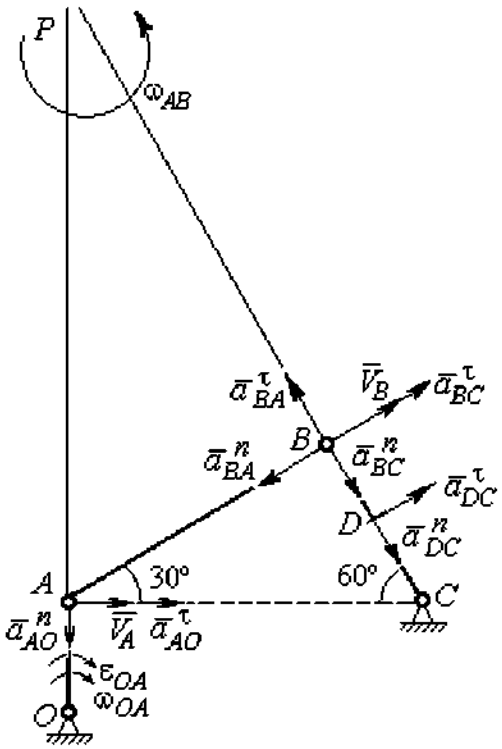


Рис. 7.23. Расчётная схема к упражнению 2.9

$$a^n_{AO} = \omega^2_{AO} \cdot AO = 36 \text{ см/с}^2;$$

$$a^\tau_{AO} = \varepsilon_{AO} \cdot AO = 8 \text{ см/с}^2;$$

$$AB = BC \cdot \text{tg}60^\circ = 13{,}86 \text{ см}.$$

$$a^n_{BA} = \omega^2_{AB} \cdot AB = 2{,}56 \text{ см/с}^2;\ a^\tau_{AB} = \varepsilon_{AB} AB.$$

$$a^n_{BC} = \omega^2_{BC} \cdot BC = 13{,}31 \text{ см/с}^2;\ a^\tau_{BC} = \varepsilon_{BC} BC.$$

Проекция на AB:

$$a^\tau_{BC} = -a^n_{AO}\cos 60^\circ +$$

$$+ a^\tau_{AO}\cos 30^\circ - a^n_{BA} = 13{,}63 \text{ см/с}^2.$$

$$\varepsilon_{BC} = \frac{\left|a^\tau_{BC}\right|}{BC} = 1{,}7 \text{ рад/с}^2.$$

$$\bar{a}_D = \bar{a}^n_{DC} + \bar{a}^\tau_{DC}.$$

$$a^n_{DC} = \omega^2_{BC} \cdot DC = 6{,}65 \text{ см/с}^2;\ a^\tau_{DC} = \varepsilon_{BC} \cdot DC = 6{,}8 \text{ см/с}^2.$$

$$a_D = \sqrt{\left(a^n_{DC}\right)^2 + \left(a^\tau_{DC}\right)^2} = 9{,}51 \text{ см/с}^2.$$

2.10

$$V_A = \omega_1 r_1 = 12 \text{ см/с};\ P_2A = \frac{1}{2}BC = 5 \text{ см}.$$

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{P_2A} = 2{,}4 \text{ рад/с}.$$

$$V_B\cos 30^\circ = V_A\cos 60^\circ;\ V_B = 6{,}93 \text{ см/с}.$$

$$P_3B = BC\cos 30^\circ = 8{,}66 \text{ см};$$

$$\omega_{BC} = \frac{V_B}{P_3B} = 0{,}8 \text{ рад/с}.$$

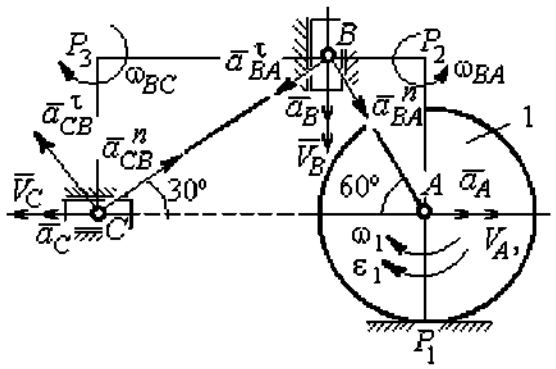


Рис. 7.24. Расчётная схема к упражнению 2.10

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}^n_{BA} + \bar{a}^\tau_{BA}.$$ Найти a_B.

Проекция на BA: $a_B\cos30° = a_A\cos60° + a^n_{BA}$.

$$a_A = a^\tau_A = \varepsilon_1 r_1 = 8 \text{ см/с}^2;\ AB = BC\operatorname{tg}30° = 5{,}77 \text{ см}.$$

$$a^n_{BA} = \omega^2_{BA} \cdot BA = 33{,}23 \text{ см/с}^2;\ \ a_B = 43{,}03 \text{ см/с}^2.$$

$$\bar{a}_C = \bar{a}_B + \bar{a}^n_{CB} + \bar{a}^\tau_{CB}.$$

Проекция на BC: $a_C\cos60° = a_B\cos60° - a^n_{CB}$,

$$a^n_{CB} = \omega^2_{CB} \cdot CB = 6{,}4 \text{ см/с}^2;\ \ a_C = a_B - 2a^n_{CB} = 30{,}23 \text{ см/с}^2.$$

7.3. Ответы к упражнениям главы 3

3.1

$$CM_1 = S_r(1) = \frac{40}{3}\sin\frac{\pi}{3} = 11{,}55 \text{ см}.$$

Так как $CM_1\cos30° = 10$ см $= R$, то точка M_1 лежит на вертикальном диаметре.

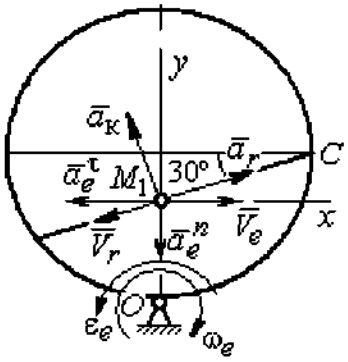


Рис. 7.25. Расчётная схема к упражнению 3.1

$$V_r = \dot{S}_r = \frac{40\pi}{9}\cos\frac{\pi t}{3};\ V_r(1) = 6{,}98 \text{ см/с}.$$

$$\omega_e(1) = 0{,}5 \text{ рад/с};\ OM_1 = R - \frac{1}{2}CM_1 = 4{,}23 \text{ см}.$$

$$V_e = \omega_e OM_1;\ \ V_e(1) = 2{,}12 \text{ см/с}.$$

$$\bar{V}_M = \bar{V}_e + \bar{V}_r.$$

$$V_{Mx} = V_e - V_r\cos30° = -3{,}93 \text{ м/с};\ V_{My} = -V_r\cos60° = -3{,}49 \text{ м/с};$$

$$V_M = \sqrt{(V_{Mx})^2 + (V_{My})^2} = 5{,}26 \text{ см/с}.$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_e + \bar{a}_r + \bar{a}_к.$$

$$\bar{a}_e = \bar{a}^n_e + \bar{a}^\tau_e,\ \ a^n_e = \omega^2_e OM_1;\ \ a^n_e(1) = 1{,}06 \text{ см/с}^2.$$

$$\dot{\omega}_e = -\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi t}{3},\ \ \omega_e(1) = -0{,}91 \text{ рад/с}^2;\ \ \varepsilon_e = |\dot{\omega}_e(1)| = 0{,}91 \text{ рад/с}^2,$$

$$a^\tau_e(1) = \varepsilon_e \cdot OM_1 = 3{,}85 \text{ см/с}^2.$$

$$\dot{V}_r = -\frac{40\pi^2}{27}\sin\frac{\pi t}{3},\ \dot{V}_r(1) = -12{,}66;\ a_r = \left|\dot{V}_r(1)\right| = 12{,}66\ \text{см/с}^2$$

$$a_{\text{к}} = 2\left|\omega_e\right| \cdot \left|V_r\right|;\ \ a_{\text{к}}(1) = 6{,}98\ \text{см/с}^2.$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_e^{\,n} + \bar{a}_e^{\,\tau} + \bar{a}_r + \bar{a}_{\text{к}}.$$

$$a_{Mx} = -a_e^{\tau} + a_r\cos 30° - a_{\text{к}}\cos 60° = 3{,}62\ \text{см/с}^2;$$

$$a_{My} = -a_e^{n} + a_r\cos 60° + a_{\text{к}}\cos 30° = 11{,}31\ \text{см/с}^2.$$

$$a_M = \sqrt{(a_{Mx})^2 + (a_{My})^2} = 11{,}87\ \text{см/с}^2.$$

3.2

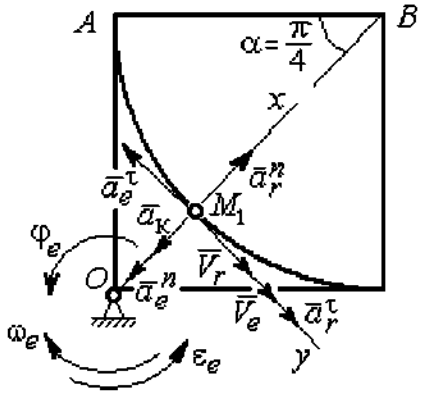


Рис. 7.26. Расчётная схема к упражнению 3.2

Положение M_1:

$$\alpha = \frac{S_r(1)}{R} = \frac{\pi}{4};\ \ OM_1 = 8{,}28\ \text{см}.$$

$$\dot{S}_r = 10\pi t;\ \ V_r = \left|\dot{S}_r(1)\right| = 31{,}42\ \text{см/с}.$$

$$\dot{\varphi}_e = 2t - 5,$$

$$\dot{\varphi}_e(1) = -3\ \text{рад/с},\ \ \omega_e = \left|\dot{\varphi}_e(1)\right| = 3\ \text{рад/с}.$$

$$V_e = \omega_e \cdot OM_1 = 24{,}6\ \text{см/с}.$$

$$\bar{V}_M = \bar{V}_e + \bar{V}_r \cdot\ V_{Mx} = V_e + V_r = 56{,}02\ \text{см/с};$$

$$V_{My} = 0;\ V_M = 56{,}02\ \text{см/с}.$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_e + \bar{a}_r + \bar{a}_{\kappa} = \bar{a}_e^{\,n} + \bar{a}_e^{\,\tau} + \bar{a}_r^{\,n} + \bar{a}_r^{\,\tau} + \bar{a}_{\kappa}.$$

$$\bar{a}_e = \bar{a}_e^{\,n} + \bar{a}_e^{\,\tau} \cdot\ a_e^{n} = \omega_e^2 \cdot OM_1 = 74{,}52\ \text{см/с}^2;$$

$$\dot{\omega}_e = 2\ \text{рад/с}^2;\ \varepsilon_e = \left|\dot{\omega}_e\right|;\ \ a_e^{\tau}(1) = \varepsilon_e OM_1 = 16{,}56\ \text{см/с}^2;$$

$$\bar{a}_r = \bar{a}_r^{\,n} + \bar{a}_r^{\,\tau} \cdot \dot{V}_r = 10\pi;\ a_r^{\tau} = \left|\dot{V}_r\right| = 10\pi = 31{,}42\ \text{см/с}^2;$$

$$a_r^{n}(1) = \frac{V_r^2}{R} = 49{,}36\ \text{см/с}^2;\ \ a_{\text{к}} = 2\left|\omega_e\right| \cdot \left|V_r\right|;\ \ a_{\text{к}}(1) = 62{,}84\ \text{см/с}^2.$$

$$a_{Mx} = -a_e^{n} + a_r^{n} - a_{\kappa} = -88\ \text{см/с}^2;\ a_{My} = -a_e^{\tau} + a_r^{\tau} = 14{,}86\ \text{см/с}^2.$$

$$a_M = \sqrt{(a_{Mx})^2 + (a_{My})^2} = 89{,}24\ \text{см/с}^2.$$

7.4. Ответы к упражнениям главы 4

4.1

$$m\ddot{x} = F - P\cos 60° - F_{\text{тр}}, \quad m\ddot{y} = N - P\cos 30° = 0.$$

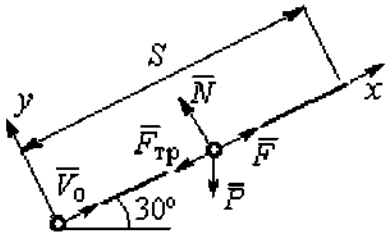


Рис. 7.27. Расчётная схема к упражнению 4.1

$$F_{\text{тр}} = fN = fmg\cos 30°;$$

$$\ddot{x} = \frac{1}{2}kt - 3{,}4, \quad \dot{x} = \frac{1}{4}kt^2 - 3{,}4t + V_0;$$

$$x = \frac{1}{12}kt^3 - 1{,}7t^2 + V_0 t.$$

Конечные условия: $t = 2$ с; $x = S = 2$ м; $V = 2V_0$.

$$V_0 = k - 6{,}8; \quad 1 = \frac{1}{3}k - 3{,}4 + V_0.$$

$$k = 8{,}4; \; V_0 = 1{,}6 \text{ м/с}.$$

4.2

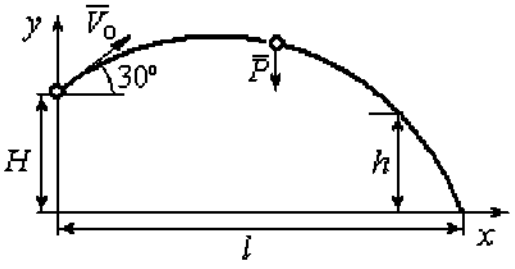


Рис. 7.28. Расчётная схема к упражнению 4.2

Уравнения движения точки:

$$m\ddot{x} = 0; \; \dot{x} = V_0\cos 30°; \; x = V_0 t\cos 30°.$$

$$m\ddot{y} = -P; \; \dot{y} = -gt + V_0\cos 60°;$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t\cos 60° + H.$$

Краевое условие пролёта высоты h:

$$t = 1 \text{ с}; \; y = h = 7 \text{ м}.$$

Подставляя краевые условия в уравнение движения, находим: $V_0 = 3{,}81$ м/с.

Краевое условие падения точки:

$$t = t_{\text{пад}}; \; x = l; \; y = 0.$$

Подстановка в уравнения движения условия приводит к системе:

$$l = V_0 t_{\text{пад}}\cos 30°; \; 0 = -\frac{1}{2}gt_{\text{пад}}^2 + V_0 t_{\text{пад}}\cos 60° + H.$$

Находим: $t_{\text{пад}} = 1{,}64$ с; $l = 5{,}41$ м.

4.3

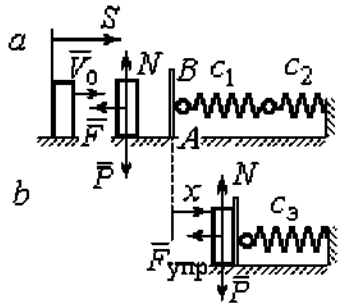


Рис. 7.29. Расчётная схема к упражнению 4.3: *a* – движение груза до начала колебаний; *b* – колебания груза

Уравнение движения груза (рис. 7.29, *a*):

$$m\ddot{S} = -F = -k\dot{S}.$$

Начальные условия: $t = 0;\ S = 0;\ \dot{S} = V_0$.

Решение: $S = \dfrac{mV_0}{k}\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right) = 6\left(1 - e^{-t}\right)$ м.

Скорость груза: $\dot{S} = 6e^{-t}$.

Скорость груза в момент соединения с площадкой AB: $V_1 = \dot{S}(1) = 0{,}21$ м/с.

Уравнение колебаний груза на эквивалентной пружине (рис. 7.29, *b*):

$$m\ddot{x} = -F_{упр} = -c_э x;\ c_э = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} = 30 \text{ Н/м}.$$

Начальные условия движения: $t = 0;\ x = 0;\ \dot{x} = V_1$.

Общий вид решения: $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t;\ \omega = \sqrt{\dfrac{c_э}{m}} = 7{,}75$ рад/с,

где константы: $C_1 = 0;\ C_2 = \dfrac{V_1}{\omega} = 0{,}28$ м. Закон движения груза $x = 0{,}28\sin 7{,}75t$.

Максимальное сжатие 0,28 м.

4.4

Жесткость эквивалентной пружины

$$c_э = \frac{c \cdot 2c}{c + 2c} = \frac{2}{3}c.$$

Уравнение колебаний:

$$m\ddot{x} = P - F_{упр} = P - c_э(\lambda_{ст} + x) = -c_э x.$$

Общее решение:

$$x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t;\ \omega = \sqrt{\frac{c_э}{m}} = 10{,}33 \text{ рад/с}.$$

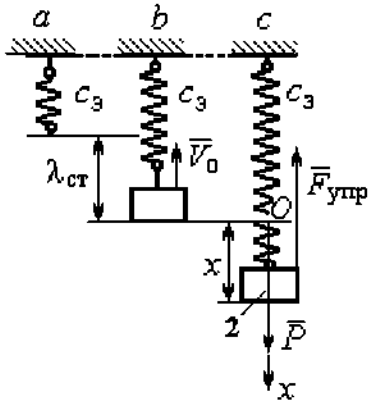


Рис. 7.30. Расчётная схема к упражнению 4.4: *a* – нерастянутая пружина; *b* – положение статического равновесия; *c* – произвольное положение груза

Начальные условия: $t = 0;\ x = 0;\ \dot{x} = -V_0$.

Находим константы интегрирования: $C_1 = 0;\ C_2 = \dfrac{V_0}{\omega} = 0{,}39$ м.

Закон движения груза: $x = 0{,}39\sin 10{,}33t$.

Амплитуда $A = 0{,}39$ м, частота $\omega = 10{,}33$ рад/с.

4.5

Скорость человека, находящегося в самолёте, в нижней точке траектории (точка C):

$$\frac{mV_C^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = mg\left[l\sin\varphi + r(1-\cos\varphi)\right].$$

Откуда $V_C^2 = V_0^2 + 2g\left[l\sin\varphi + r(1-\cos\varphi)\right]$.

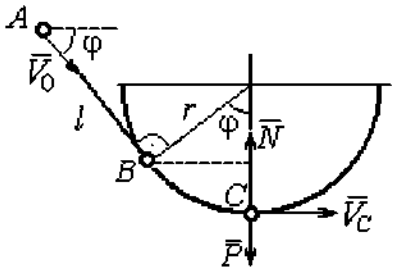


Рис. 7.31. Расчётная схема к упражнению 4.5

Уравнение движения человека, двигающегося вместе с самолётом, в проекции на нормаль в точке C: $\dfrac{mV_C^2}{r} = N - P$, где N – реакция корпуса самолёта. Сила давления человека на корпус самолёта по величине равна реакции, но направлена в противоположную сторону.

Из условия $N \le 3P$ следует неравенство: $V_C^2 \le 2gr$, или

$$V_0^2 + 2g\left[l\sin\varphi + r(1-\cos\varphi)\right] \le 2gr.\ \text{Откуда}\ r \ge \frac{V_0^2 + 2gl\sin\varphi}{2g\cos\varphi}.$$

4.6

Из уравнения теоремы об изменении кинетической энергии шарика в точке B с учётом, что $V_A = 0$, найдём:

$$\frac{mV_B^2}{2} = \frac{ca^2}{2} + mg\left[R + R\cos 60° - a\cos 30°\right].$$

Составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки на участке BD:

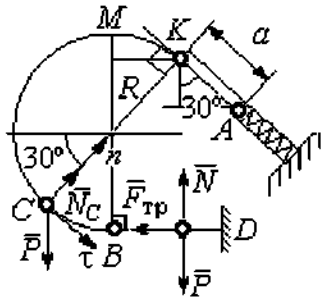


Рис. 7.32. Расчётная схема к упражнению 4.6

$-\frac{mV_B^2}{2} = -fNs$, где s – путь точки до остановки. С учётом данных задачи, получим: s = 5,39 м.

Уравнение движения шарика в проекции на нормальную ось в точке C

$$\frac{mV_C^2}{R} = N_C - P\cos 60°.$$

Для вычисления реакции опоры шарика на трубу имеем равенство $N_C = \frac{mV_C^2}{R} + P\cos 60° = \frac{1}{R}\left[mV_B^2 - 2mgR(1-\cos 60°)\right] + mg\cos 60°$, где кинетическая энергия шарика в точке B: $mV_B^2 = ca^2 + 2mgR\left[(1+\cos 60°) - \frac{a}{R}\cos 30°\right]$. Получим: $N_C = 18{,}71$ Н. Давление шарика на трубку равно реакции опоры и направлено в противоположную сторону.

7.5. Ответы к упражнениям главы 5

5.1

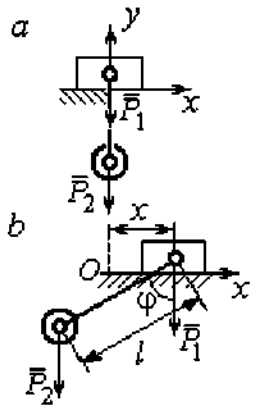


Рис. 7.33. Расчётная схема к упражнению 5.1: *a* – начальное положение системы; *b* – произвольное положение

x_0 – координата центра тяжести системы в начальном положении, x_0 = 0 (см. рис.7.33); x – текущая координата центра тележки; x_1 – координата центра тяжести системы в её произвольном положении: $x_1 = \frac{m_1 x - m_2(l\sin\varphi - x)}{m_1 + m_2}$.

Уравнение закона сохранения движения центра масс системы: $x_1 = x_0$, или

$$m_1 x - m_2(l\sin\varphi - x) = 0.$$

Отсюда зависимость координаты движения тележки от положения груза 2: $x = \frac{m_2 l}{m_1 + m_2}\sin\varphi$.

5.2

Теорема об изменении кинетического момента системы относительно оси z: $\dfrac{dL_z}{dt} = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$.

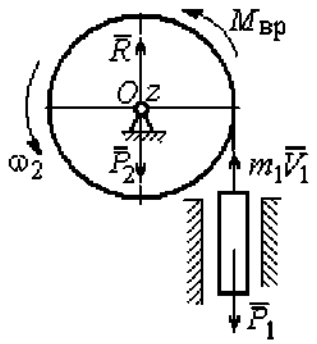


Рис. 7.34. Расчётная схема к упражнению 5.2

Кинетический момент системы:

$$L_z = L_z^{бар} + L_z^{гр} = \frac{m_2 r^2}{2}\omega + m_1 V_1 r = \left(m_1 + \frac{m_2}{2}\right)\omega r^2.$$

Суммарный момент внешних сил относительно оси z: $\sum M_z(\vec{F}_k^e) = M_{вр} - P_1 r = kt - m_1 g r$.

Дифференциальное уравнение вращения барабана:

$$\left(m_1 + \frac{m_2}{2}\right) r^2 \frac{d\omega}{dt} = kt - m_1 g r.$$

При нулевых начальных условиях $\omega = \dfrac{kt^2 - 2m_1 grt}{(2m_1 + m_2)r^2}$.

5.3

Уравнение теоремы об изменении кинетической энергии для неизменяемых систем на конечном перемещении: $T - T_0 = \sum A(F_k)$, $T_0 = 0$.

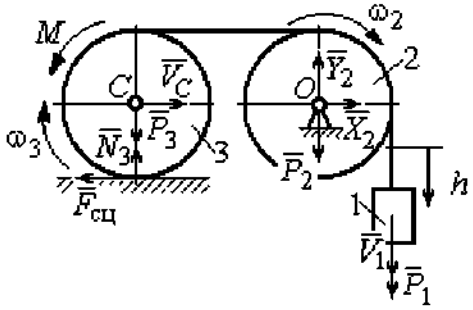


Рис. 7.35. Расчётная схема к упражнению 5.3

Кинетическая энергия груза 1: $T_1 = \dfrac{m_1 V_1^2}{2}$. Энергия вращательного движения блока 2: $T_2 = \dfrac{1}{2} J_O \omega_2^2$, где осевой момент инерции блока: $J_O = \dfrac{m_2 r^2}{2}$, угловая скорость блока $\omega_2 = \dfrac{V_1}{r}$. Кинетическая энергия катка 3: $T_3 = \dfrac{1}{2} m_3 V_C^2 + \dfrac{1}{2} J_C \omega_3^2$, где момент инерции катка относительно оси, проходя-

щей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_C = \frac{m_3 r^2}{2}$, угловая скорость катка и скорость его центра масс $\omega_3 = \frac{V_1}{2r}$, $V_C = \frac{V_1}{2}$.

Энергия системы: $T = T_1 + T_2 + T_3 = (8m_1 + 4m_2 + 3m_3)\frac{V_1^2}{16}$.

Суммарная работа вешних сил на перемещении h: $\sum A(F_k) = P_1 h - M\frac{h}{2r}$.

Уравнение теоремы об изменении кинетической энергии:

$$(8m_1 + 4m_2 + 3m_3)\frac{V_1^2}{16} = \left(m_1 g - \frac{M}{2r}\right)h.$$

Скорость груза на высоте h: $V_1 = 4\sqrt{\frac{\left(m_1 g - \frac{M}{2r}\right)h}{8m_1 + 4m_2 + 3m_3}}$.

5.4

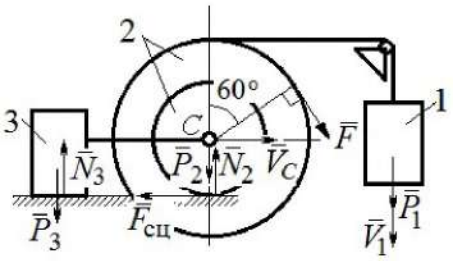


Рис. 7.36. Расчётная схема к упражнению 5.4

Для решения задачи используется теорема об изменении кинетической энергии в дифференциальной форме: $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e)$, где T – энергия системы в её текущем положении; $\sum N(\vec{F}_k^e)$ – суммарная мощность внешних сил.

Допустим, груз 1 движется вниз со скоростью V_1. Скорость центра масс катка V_C.

Кинетическая энергия катка 2: $T_2 = \frac{1}{2}m_2 V_C^2 + \frac{1}{2}J_{zC}\omega_2^2$. Здесь $m_2 = \frac{2P}{g}$, $J_{zC} = m_2 i_z^2$, $\omega_2 = \frac{V_C}{r}$. В результате кинетическая энергия катка $T_2 = \frac{3P}{g}V_C^2$.

Скорость груза 3 $V_3 = V_C$. Кинетическая энергия груза 3 $T_3 = \frac{P}{g}V_C^2$.

Скорость груза 1 $V_1 = \omega_2 3r = 3V_C$. Кинетическая энергия груза 1: $T_1 = \dfrac{9P}{2g}V_C^2$.

Суммарная кинетическая энергия (энергия системы): $T = T_1 + T_2 + T_3 = \dfrac{17P}{2g}V_C^2$. Производная $\dfrac{dT}{dt} = \dfrac{17P}{g}V_C\dfrac{dV_C}{dt} = \dfrac{17}{g}V_C a_C$.

Мощности сил $\vec{P}_2$, $\vec{N}_2$, $\vec{F}_{\text{сц}}$, $\vec{P}_3$, $\vec{N}_3$ равны нулю.

Мощность силы $\vec{F}$, приложенной к колесу, определяется по формуле: $N(\vec{F}) = \vec{F}\cdot\vec{V}_C + \vec{M}_C(\vec{F})\cdot\vec{\omega}_2 = FV_C\cos 60° + FR\omega_2$. Мощность силы $\vec{P}_1$ $N(\vec{P}_1) = P_1V_1$. Суммарная мощность внешних сил: $\sum N(F^e) = 7PV_C$.

Составляем уравнение теоремы об изменении кинетической энергии системы: $\dfrac{17P}{g}V_C a_C = 7PV_C$, откуда $a_C = \dfrac{7}{17}g$ м/с^2.

5.5

Рассмотрим движение катков отдельно, заменив невесомый стержень реакцией. Предположим, катки движутся направо (см. рис. 7.37). Уравнения движения катков:

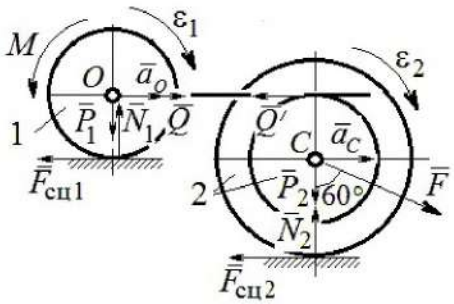


Рис. 7.37. Расчётная схема к упражнению 5.5

$$m_1 a_O = Q - F_{\text{сц1}},\ J_{1O}\varepsilon_1 = F_{\text{сц1}}r - M;$$

$$m_2 a_C = -Q' - F_{\text{сц2}} + F\cos 30°;$$

$$J_{2C}\varepsilon_2 = F_{\text{сц2}}3r - Q'r.$$

Здесь $\vec{Q}$ – реакция невесомого стержня, $|\vec{Q}| = |\vec{Q}'|$; $\vec{F}_{\text{сц1}}$, $\vec{F}_{\text{сц2}}$ – силы сцепления катков с поверхностями качения; моменты инерции катков $J_{1O} = \dfrac{m_1 r^2}{2}$, $J_{2C} = m_2 i_2^2$. Подставляя кинематические соотношения $\varepsilon_2 = \dfrac{a_C}{3r}$; $a_O = \dfrac{4}{3}a_C$; $\varepsilon_1 = \dfrac{4a_C}{3r}$, с учётом данных задачи, получим систему уравнений:

$$\frac{4P}{3g}a_C = Q - F_{сц1};\ \ \frac{2P}{3g}a_C = F_{сц1} - 4P;$$

$$\frac{2P}{g}a_C = -Q - F_{сц2} + P\sqrt{3};\ \ \frac{4P}{3g}a_C = 3F_{сц2} - Q.$$

Находим ускорение центра катка 2: $a_C = \dfrac{3\left(3\sqrt{3}-16\right)g}{46} \approx -\ 0{,}7g$. Каток движется в противоположную сторону. Реакция стержня $Q = 2{,}6P$.

5.6

Выделяем звенья механизма, заменяя действия нитей их реакциями. Допустим, направления движений тел в системе соответствуют подъёму груза 1.

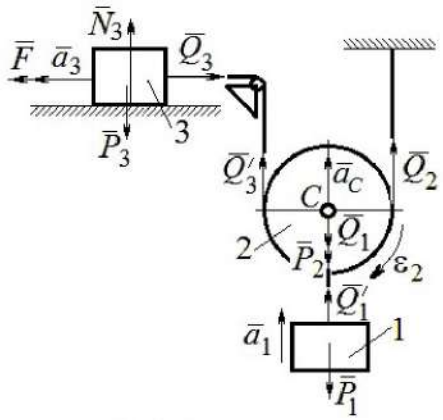


Рис. 7.38. Расчётная схема к упражнению 5.6

Уравнения движения тел:

$$m_3a_3 = F - Q_3,\ m_2a_C = Q_3' + Q_2 - P_2 - Q_1;$$

$$J_{2C}\varepsilon_2 = Q_3'r - Q_2r,\ m_1a_1 = Q_1' - P_1.$$

С учётом, что $\left|\vec{Q}_3\right| = \left|\vec{Q}_3'\right|$, $\left|\vec{Q}_1\right| = \left|\vec{Q}_1'\right|$ и $a_C = a_1$, $a_3 = 2a_1$, $\varepsilon_2 = \dfrac{a_1}{r}$, $J_{2C} = \dfrac{m_2r^2}{2}$, подставляя данные задачи, получим систему уравнений:

$$2ma_1 = 2{,}5mg - Q_3;\ \ ma_1 = Q_3 + Q_2 - mg - Q_1;$$

$$\frac{ma_1}{2} = Q_3 - Q_2;\ m_1a_1 = Q_1 - P_1.$$

Решая систему, находим: $a_1 = \dfrac{2}{17}g \approx 0{,}12g;\ \ Q_3 = 2{,}26mg;\ Q_2 = 2{,}15mg$.

5.7

Заменяем действия нитей реакциями. Предположим, груз 1 спускается по наклонной плоскости. Уравнения движения тел:

$$m_1a_1 = P_1\cos 30° - Q_1;\ \ m_3a_3 = Q_3;$$

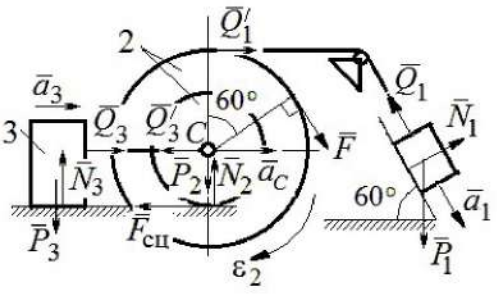


Рис. 7.39. Расчётная схема к упражнению 5.7

$$m_2 a_C = Q_1' - Q_3' - F_{\text{сц}} + F\cos 60^\circ;\ J_{2C}\varepsilon_2 = Q_1' R + FR + F_{\text{сц}} r,\ J_{2C} = m_2 i_2^2.$$

Соотношения ускорений: $\varepsilon_2 = \dfrac{a_1}{R+r}$, $a_C = \dfrac{a_1 r}{R+r}$, $a_3 = a_C$. Подставляя данные задачи, с учётом, что модули сил $Q_1' = Q_1$ и $Q_3' = Q_3$, получим систему уравнений:

$$ma_1 = mg\frac{\sqrt{3}}{2} - Q_1;\ \frac{2}{3}ma_1 = Q_3;$$

$$ma_1 = Q_1 - Q_3 - F_{\text{сц}} + \frac{1}{2}mg;\ 3ma_1 = 2Q_1 + 2mg + F_{\text{сц}}.$$

Находим $a_1 = \dfrac{3}{46}\left(5 + 3\sqrt{3}\right)g \approx 0{,}44g;\ Q_1 = 0{,}21mg;\ Q_3 = 0{,}44mg$.

7.6. Ответы к упражнениям главы 6

6.1

Внешние силы, действующие на систему: силы тяжести – $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и реакции опор $\vec{N}_3$, $\vec{R}_3$ Приложим к телам системы, силы инерции $\vec{R}_1^{\text{ин}}$, $\vec{R}_2^{\text{ин}}$ (рис. 7.40, *a*). В соответствии с принципом Даламбера, полученная система сил находится в равновесии. Составляем условие равновесия системы сил в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси:

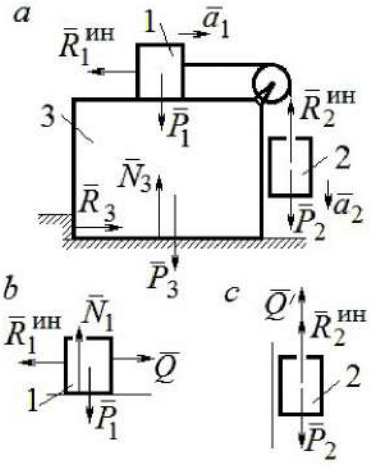


Рис. 7.40. Расчётная схема к упражнению 6.1

$$R_3 - R_1^{\text{ин}} = 0,\ N_3 - P_3 - P_1 - P_2 + R_2^{\text{ин}} = 0.$$

Для вычисления сил инерции рассмотрим отдельно грузы 1 и 2, заменяя действие соединяющей их нити реакцией (рис. 7.40, *b*, *c*). Присоединим к грузам силы инерции и, применив принцип Даламбера, составим уравнения равновесия систем сил - для груза 1 в проекции на горизонтальную ось, для груза 2 – на вертикальную:

$$Q - R_1^{\text{ин}} = 0;\ P_2 - Q' - R_2^{\text{ин}} = 0,$$

где $R_1^{\text{ин}} = m_1 a_1$, $R_2^{\text{ин}} = m_2 a_2$.

Решая полученную систему с учётом равенства модулей сил $Q = Q'$ и ускорений грузов $a_1 = a_2$, находим ускорение грузов: $a_1 = a_2 = 0{,}5g$. Тогда давление призмы на горизонтальную поверхность: $N_3 = 2{,}5mg$.

6.2

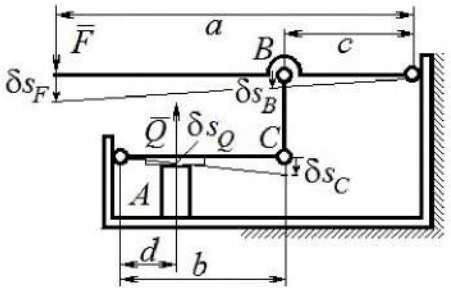


Рис. 7.41. Расчётная схема к упражнению 6.2

Активными силами в системе являются силы $\vec{F}$ и $\vec{Q}$. Для равновесия системы необходимо и достаточно выполнения условия: $\delta A(\vec{F}) + \delta A(\vec{Q}) = 0$ или $F\delta s_F - Q\delta s_Q = 0$, где δs_F и δs_Q – возможные перемещения точек приложения сил $\vec{F}$ и $\vec{Q}$.

Имеем соотношения: $\dfrac{\delta s_F}{\delta s_B} = \dfrac{a}{c}$, $\dfrac{\delta s_C}{\delta s_Q} = \dfrac{b}{d}$, где δs_B и δs_C – возможные перемещения точек B и C, причём $\delta s_B = \delta s_C$. Тогда $\delta s_Q = \dfrac{cd}{ab}\delta s_F$ и сила, сжимающая деталь A под прессом, равна $Q = \dfrac{ab}{cd}F$.

6.3

Активными силами, совершающими работу при движении системы, являются силы тяжести $\vec{P}_3$, $\vec{P}_4$ и пары сил с моментами M_1 и M_2. Связи идеальные.

Для равновесия системы необходимо и достаточно выполнения условия:

$$\delta A(\vec{P}_3) + \delta A(\vec{P}_4) + \delta A(M_1) + \delta A(M_2) = 0 \text{ или}$$

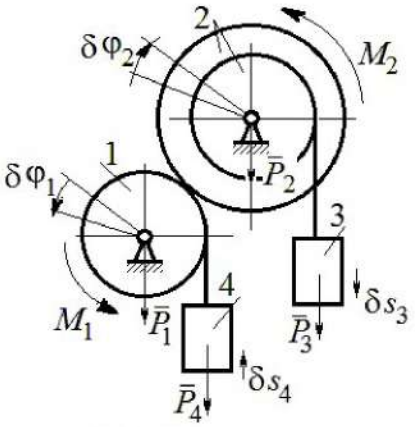


Рис. 7.42. Расчётная схема к упражнению 6.3

$$P_3\delta s_3 - P_4\delta s_4 + M_1\delta\varphi_1 - M_2\delta\varphi_2 = 0,$$

где $\delta s_3, \delta s_4$ – элементарные перемещения грузов 3, 4; $\delta\varphi_1, \delta\varphi_2$ – элементарные повороты валов 1 и 2. Выразим все перемещения через угол поворота вала 2: $\delta s_3 = \delta\varphi_2 r$, $\delta\varphi_1 = 3\delta\varphi_2$, $\delta s_4 = 3r\delta\varphi_2$ и подставим в уравнение равновесия. Получим: $M_2 = 4Pr$.

6.4

Система с идеальными связями. Активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и пара сил с моментом $M_{вр}$ (рис. 7.43).

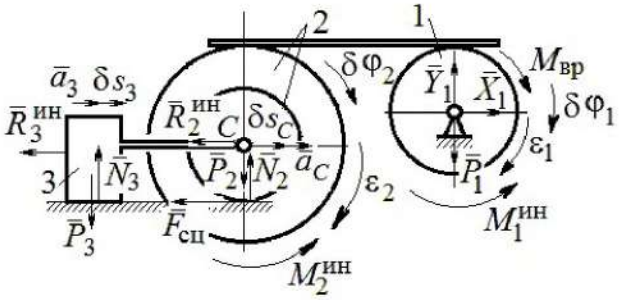


Рис. 7.43. Расчётная схема к упражнению 6.4

Направления поворотов дисков и их угловые ускорения показаны на рис. 7.43 дуговыми стрелками $\delta\varphi_1, \varepsilon_1$ и $\delta\varphi_2, \varepsilon_2$. Направления движения центра масс катка 2, груза 3 и их ускорения обозначены: $\delta s_C, a_C$ и $\delta s_3, a_3$.

Кинематические соотношения между перемещениями и ускорениями:

$$\delta s_C = \delta s_3,\ a_C = a_3,\ \delta\varphi_2 = \frac{\delta s_3}{r},\ \varepsilon_2 = \frac{a_3}{r},\ \delta\varphi_1 = \frac{3\delta s_3}{r},\ \varepsilon_1 = \frac{3a_3}{r}.$$

Присоединим к телам системы силы инерции.

Модули главных векторов сил инерции: $R_3^{ин} = m_3 a_3 = ma_3$;

$$R_2^{ин} = m_2 a_C = 2ma_3;\ M_2^{ин} = m_2 i_2^2 \varepsilon_2 = 4{,}5mra_3;\ M_1^{ин} = \frac{m_1 R_1^2}{2}\varepsilon_1 = 1{,}5mra_3.$$

Элементарные работы активных сил:

$$\sum\delta A(\vec{F}_k^{акт}) = M_{вр}\delta\varphi_1 = (mg\sin\omega t)3\delta s_3.$$

Элементарные работы сил инерции:

$$\sum\delta A(\vec{R}_k^{ин}) = -R_3^{ин}\delta s_3 - R_2^{ин}\delta s_C - M_2^{ин}\delta\varphi_2 - M_1^{ин}\delta\varphi_1 =$$

$$= -ma_3\delta s_3 - 2ma_3\delta s_3 - 4{,}5ma_3\delta s_3 - 1{,}5ma_3 3\delta s_3 = -12ma_3\delta s_3.$$

Общее уравнение динамики имеет вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{ин}}) = m(3g\sin\omega t - 12a_3)\delta s_3 = 0.$$

Ускорение груза 3: $a_3 = 0{,}25g\sin\omega t$, или $\ddot{s}_3 = 0{,}25g\sin\omega t$. Интегрируя дифференциальное уравнение с нулевыми начальными условиями, получим закон движения груза: $s_3 = \dfrac{0{,}25g}{\omega}\left(t - \dfrac{1}{\omega}\sin\omega t\right)$.

6.5

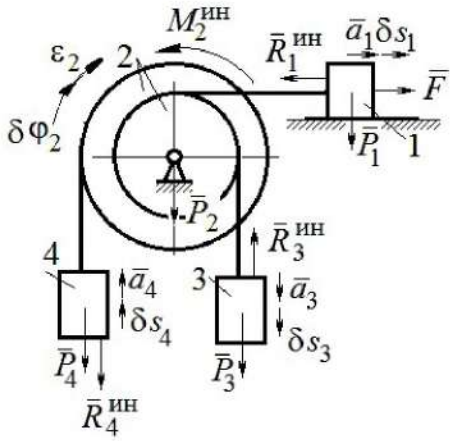


Рис. 7.44. Расчётная схема к упражнению 6.5

Система с идеальными связями. Активные силы и главные вектора сил инерции показаны на рис. 7.44.

Элементарные работы активных сил: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = F\delta s_1 + P_3\delta s_3 - P_4\delta s_4$ и сил инерции $\sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{ин}}) = -R_1^{\text{ин}}\delta s_1 - R_3^{\text{ин}}\delta s_3 - R_4^{\text{ин}}\delta s_4 - M_2^{\text{ин}}\delta\varphi_2$, где модули сил инерции: $R_1^{\text{ин}} = \dfrac{P_1}{g}a_1$, $R_3^{\text{ин}} = \dfrac{P_3}{g}a_3$, $R_4^{\text{ин}} = \dfrac{P_1}{g}a_4$, $M_2^{\text{ин}} = \dfrac{P_2}{g}i_2^2\varepsilon_2$.

Кинематические соотношения: $\delta s_3 = \delta s_1$, $a_3 = a_1$, $\delta s_4 = 2\delta s_1$, $a_4 = 2a_1$, $\delta\varphi_2 = \dfrac{\delta s_1}{r}$, $\varepsilon_2 = \dfrac{a_1}{r}$. Общее уравнение динамики:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{ин}}) = P(t+1)\delta s_1 + P\delta s_1 - 2P\delta s_1 -$$

$$-\left(\frac{P}{g}a_1\delta s_1 + \frac{P}{g}a_1\delta s_1 + \frac{2P}{g}2a_1 2\delta s_1 + \frac{2P}{g}2r^2\frac{a_1}{r}\frac{\delta s_1}{r}\right) = P\left(t - \frac{14a_1}{g}\right)\delta s_1 = 0.$$

Находим уравнение движения груза 3: $a_3 = a_1 = \dfrac{1}{14}gt$, или $\ddot{x}_3 = \dfrac{1}{14}gt$.

Проинтегрировав дифференциальное уравнение с нулевыми начальными условиями, получим закон движения груза 3: $x_3 = \dfrac{1}{84}gt^3 \approx 0{,}012gt^3$.

6.6

Рассматриваемая механическая система (рис. 7.45) имеет одну степень свободы. Уравнение Лагранжа: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right)-\frac{\partial T}{\partial x}=Q_x$, где T – кинетическая энергия системы: Q_x – обобщенная сила.

В качестве обобщённой координаты x выберем положение точки C относительно недеформированной пружины, отмеченной на рис. 7.45 величиной l_0. Обобщённая скорость $\dot{x}$.

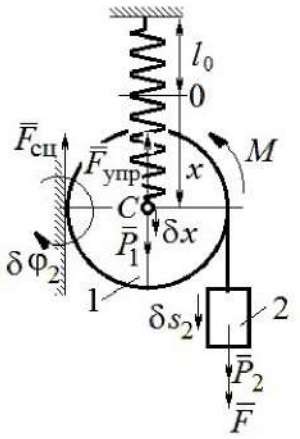


Рис. 7.45. Расчётная схема к упражнению 6.6

Кинетическая энергия катка: $T_1=\frac{1}{2}m_1V_C^2+\frac{1}{2}J_{zC}\omega_1^2$, где ω_1, V_C – угловая скорость катка и скорость его центра масс, $V_C=\dot{x}$, $\omega_1=\frac{V_C}{r}=\frac{\dot{x}}{r}$; момент инерции $J_{zC}=\frac{1}{2}m_1r^2$. Кинетическая энергия груза 2: $T_2=\frac{1}{2}m_2V_2^2$, где V_2 – скорость груза 2, $V_2=2V_C=2\dot{x}$. Кинетическая энергия системы, выраженная через обобщённую скорость: $T=T_1+T_2=\frac{7P}{2g}\dot{x}^2$.

В произвольном положении системы, определяемом координатой x, дадим центру масс катка возможное перемещение δx (см. рис. 7.45). Элементарная работа активных сил $\sum\delta A(F_к)=P_1\delta x-F_{упр}\delta x+(P_2+F)\delta s_2-M\delta\varphi_1$. Полагая перемещения $\delta s_2=2\delta x$, $\delta\varphi_1=\frac{\delta x}{r}$, модуль силы упругости $F_{упр}=cx$ и с учётом данных задачи, получим $\sum\delta A(F_к)=(3P-cx)\delta x$. Обобщённая сила $Q_x=3P-cx$.

Уравнение Лагранжа $\frac{7P}{g}\ddot{x}=3P-cx$, или $\ddot{x}+\frac{4g}{7r}x=\frac{3g}{7}$.

Решение уравнения (с нулевыми начальными условиями): $x = \frac{3}{4} r\left(1 - \cos\omega t\right)$. Закон движения груза: $s_2 = 2x = \frac{3}{2} r\left(1 - \cos\omega t\right)$.

6.7

Рассматриваемая система имеет две степени свободы. Обобщённые координаты – расстояния x_1, x_2 соответственно до грузов 1 и 2, отсчитываемые от неподвижных центров блоков B и D (рис. 7.46, *a*). Обобщённые скорости $\dot{x}_1$, $\dot{x}_2$. Кинетическая энергия грузов и блока 3:

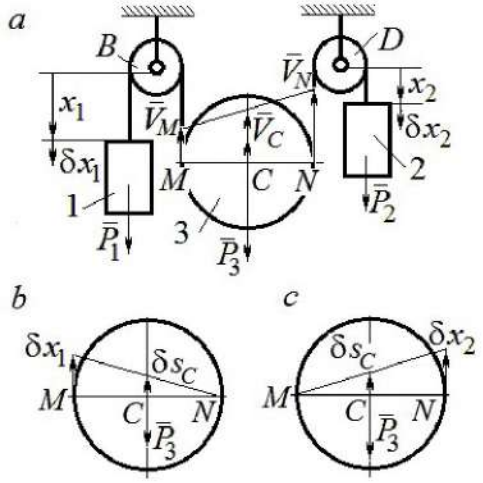


Рис. 7.46. Расчётная схема к упражнению 6.7: *a* – кинематика механизма; *b*, *c* – возможные перемещения блока 3 при вычислении обобщённых сил

$$T_1 = \frac{P_1 \dot{x}_1^2}{2g},\ T_2 = \frac{P_2 \dot{x}_2^2}{2g};$$

$$T_3 = \frac{P_3}{2g}\left(\frac{\dot{x}_1 + \dot{x}_2}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\frac{P_3 r^2}{2g}\left(\frac{\dot{x}_2 - \dot{x}_1}{2r}\right)^2.$$

Здесь учтено (см. рис. 7.46, *a*): что

$$V_C = \frac{V_N + V_M}{2} = \frac{\dot{x}_2 + \dot{x}_1}{2};$$

$$\omega_2 = \frac{V_N - V_M}{2r} = \frac{\dot{x}_2 - \dot{x}_1}{2r}.$$

Дадим системе возможное перемещение по координате x_1, оставляя координату x_2 постоянной: $\delta x_1 \neq 0$, $\delta x_2 = 0$. На этом перемещении сумма элементарных работ внешних сил (см. рис. 7.46, *a*, *b*):

$$\sum \delta A(F_к) = P_1 \delta x_1 - P_3 \delta s_C = \left(P_1 - \frac{1}{2} P_3\right)\delta x_1.$$

Обобщённая сила $Q_{x_1} = P_1 - \frac{1}{2} P_3$.

Дадим системе другое независимое возможное перемещение – по координате x_2, так, что $\delta x_1 = 0$, $\delta x_2 \neq 0$. При этом перемещении сумма элементарных работ внешних сил (см. рис. 7.46, *a*, *c*):

$$\sum \delta A(F_к) = P_2 \delta x_2 - P_3 \delta s_C = \left(P_2 - \frac{1}{2} P_3 \right) \delta x_2 .$$

Обобщённая сила $Q_{x_2} = P_2 - \frac{1}{2} P_3$.

Уравнения Лагранжа

$$\left(P_1 + \frac{3}{8} P_3 \right) \frac{\ddot{x}_1}{g} + \frac{1}{8} P_3 \frac{\ddot{x}_2}{g} = P_1 - \frac{1}{2} P_3, \quad \frac{1}{8} P_3 \frac{\ddot{x}_1}{g} + \left(P_2 + \frac{3}{8} P_3 \right) \frac{\ddot{x}_2}{g} = P_2 - \frac{1}{2} P_3 \text{ или}$$

$$7\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 = 0, \ \ddot{x}_1 + 9\ddot{x}_2 = 2g .$$

Ускорения грузов: $\ddot{x}_1 = -\frac{1}{31} g$, $\ddot{x}_2 = \frac{7}{31} g$. Ускорение центра масс блока $\ddot{x}_C = \frac{\ddot{x}_2 + \ddot{x}_1}{2} = \frac{6}{31} g$. Груз 1 и центр блока 3 движутся вверх, груз 2 – вниз. (Сравнить с задачей 70.)

6.8

Система с двумя степенями свободы. Обобщённые координаты: x_1 – положение центра масс катка 1 (точки C_1) относительно неподвижной вертикальной стены; x_2 – положение центра масс катка 2 (точки C_2) относительно подвижного края платформы.

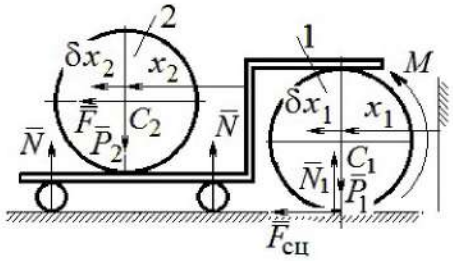


Рис. 7.47. Расчётная схема к упражнению 6.8

Кинетическая энергия системы

$$T = \frac{3}{4} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} \left[m_2 \left(\dot{x}_2 + 2\dot{x}_1 \right)^2 + \frac{m_2 r^2}{2} \left(\frac{\dot{x}_2}{r} \right)^2 \right] = \frac{P}{g} \left(\frac{11}{4} \dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 + 2\dot{x}_1 \dot{x}_2 \right).$$

Дадим системе возможное перемещение по координате x_1 $\left(\delta x_1 \neq 0 \right)$, оставляя другую координату x_2 неизменной $\left(\delta x_2 = 0 \right)$. Работу совершают момент M и сила $\overline{F}$. Суммарная работа

$$\sum \delta A(F_к) = M \delta \varphi_1 + F \delta s_{C_2} = M \frac{\delta x_1}{r} + F 2 \delta x_1 = 4 P \delta x_1 .$$

Обобщённая сила $Q_{x_1} = 4P$.

При другом независимом возможном перемещении $\delta x_1 = 0$, $\delta x_2 \neq 0$ суммарная работа внешних сил $\sum \delta A(F_к) = F\delta x_2$ и обобщённая сила, соответствующая координате x_2, равна $Q_{x_2} = P$.

Уравнения Лагранжа

$$\frac{P}{g}\left(\frac{11}{2}\ddot{x}_1 + 2\ddot{x}_2\right) = 4P,\ \frac{P}{g}\left(2\ddot{x}_2 + 2\ddot{x}_1\right) = P, \text{ или}$$

$$11\ddot{x}_1 + 4\ddot{x}_2 = 8g,\ 2\ddot{x}_2 + 2\ddot{x}_1 = g$$

Ускорение центра катка 1 $\ddot{x}_1 = \frac{6}{7}g$. Тележка катится в направлении оси x_1. Ускорение центра катка 2 относительно тележки $\ddot{x}_2 = -\frac{5}{14}g$. Закон относительного движения центра катка 2 при нулевых начальных условиях: $x_2 = -\frac{5}{28}gt^2$. Каток катится к правому борту тележки.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Бать М. И., Джанелидзе Г. Ю., Кельзон А. С. Теоретическая механика в примерах и задачах: Т. 1–2.– СПб.: Лань, 2010.

Бутенин Н. В., Лунц Я. Л., Меркин Д. Р. Курс теоретической механики: В 2-х томах.– М.: Наука, 2009.

Вебер Г. Э., Ляпцев, С. А. Лекции по теоретической механике. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2008.

Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики: учебник для втузов. – М.: Высшая школа, 2010.

Учебное издание

Валерий Григорьевич Брагин
Евгений Борисович Волков
Юрий Михайлович Казаков

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебное пособие

Редактор *Л.В. Устьянцева*

Компьютерная версия

Подписано в печать 26.10.2018 г.
Бумага писчая. Формат бумаги 60×84 1/16.
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.
Печ. л. 15,625. Уч. изд. л. 10,5. Тираж экз. Заказ №
Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ



Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный
горный университет»

Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебно-методическое пособие
для самостоятельной работы студентов

Екатеринбург
2017

Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО
Методической комиссией
горно-механического факультета
«15» декабря 2017 г.
Председатель комиссии
проф. В. П. Барановский

Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебно-методическое пособие
для самостоятельной работы студентов

Издание УГГУ Екатеринбург, 2017

В 67

Рецензент: *Н. М. Суслов*, д-р техн. наук, заведующий кафедрой ГМК
Уральского государственного горного университета

Учебно-методическое пособие рассмотрено на заседании кафедры технической механики от 19.12.2016 г. (протокол № 2) и рекомендовано для издания в УГГУ.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета Уральского государственного горного университета.

Волков Е. Б., Казаков Ю. М.

В67 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА: Учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов. / Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков, Уральский государственный горный университет. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2017. 156 с.

Учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов содержит краткие методические указания, контрольные задания и примеры выполнения заданий по темам: «Статика твердого тела. Равновесие произвольной плоской и пространственной систем сил», «Кинематика вращательного и плоскопараллельного движений твердого тела. Определение скоростей и ускорений точек твёрдого тела», «Сложное движение точки», «Динамика точки. Дифференциальные уравнения движения точки. Гармонические и вынужденные колебания точки. Применение теоремы об изменении кинетической энергии при исследовании движения точки», «Применение общих теорем динамики к исследованию движения механической системы», «Принципы механики. Применение общего уравнения динамики к исследованию движения механической системы», «Уравнения Лагранжа II рода».

Учебно-методическое пособие для студентов всех специальностей очной формы обучения.

© Волков Е. Б., Казаков Ю. М., 2017
©Уральский государственный горный университет, 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА ... 4
1.1. Основные виды связей и их реакции ... 4
1.2. Моменты силы относительно центра и относительно оси. Пара сил. Момент пары ... 5
1.3. Условия равновесия систем сил ... 7
1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел ... 8
1.5. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил ... 17
2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА ... 26
2.1. Кинематика точки. Основные параметры движения точки ... 26
2.2. Вращение тела вокруг неподвижной оси ... 28
2.3. Плоскопараллельное движение твёрдого тела ... 29
2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при поступательном и вращательном движениях ... 32
2.5. Задание К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении ... 38
2.6. Задание К3. Определение ускорений точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении ... 46
3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ ... 57
3.1. Основные понятия сложного движения точки ... 57
3.2. Задание К4. Определение скорости и ускорения точки при сложном движении 60
4. ДИНАМИКА ТОЧКИ ... 73
4.1. Дифференциальные уравнения движения точки. ... 73
4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки ... 73
4.3. Колебания материальной точки ... 80
4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки ... 84
4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки. ... 95
4.6. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии ... 96
5. ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ... 103
5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы. 103
5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы ... 104
5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы. ... 112
5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии ... 114
6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА ... 124
6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики ... 124
6.2. Задание Д6. Исследование механической системы с применением общего уравнения динамики ... 126
6.3. Уравнения Лагранжа II рода ... 136
6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа ... 137
6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы 145
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ ... 155

1. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Статика представляет раздел теоретической механики, в котором изучаются условия равновесия твердых тел под действием системы сил.

1.1. Основные виды связей и их реакции

Опора тела на гладкую плоскость (поверхность) без трения. Реакция приложена в точке касания и направлена перпендикулярно к общей касательной соприкасающихся поверхностей. При опоре углом, или на угол (рис. 1.1, *a*), реакция направлена по нормали к одной из поверхностей. **Гибкая связь**. Если на тело наложена связь в виде гибкой нерастяжимой нити (каната, троса), то реакция связи $\vec{T}$, равная натяжению нити, приложена к телу и направлена вдоль нити (рис. 1.1, *b*).

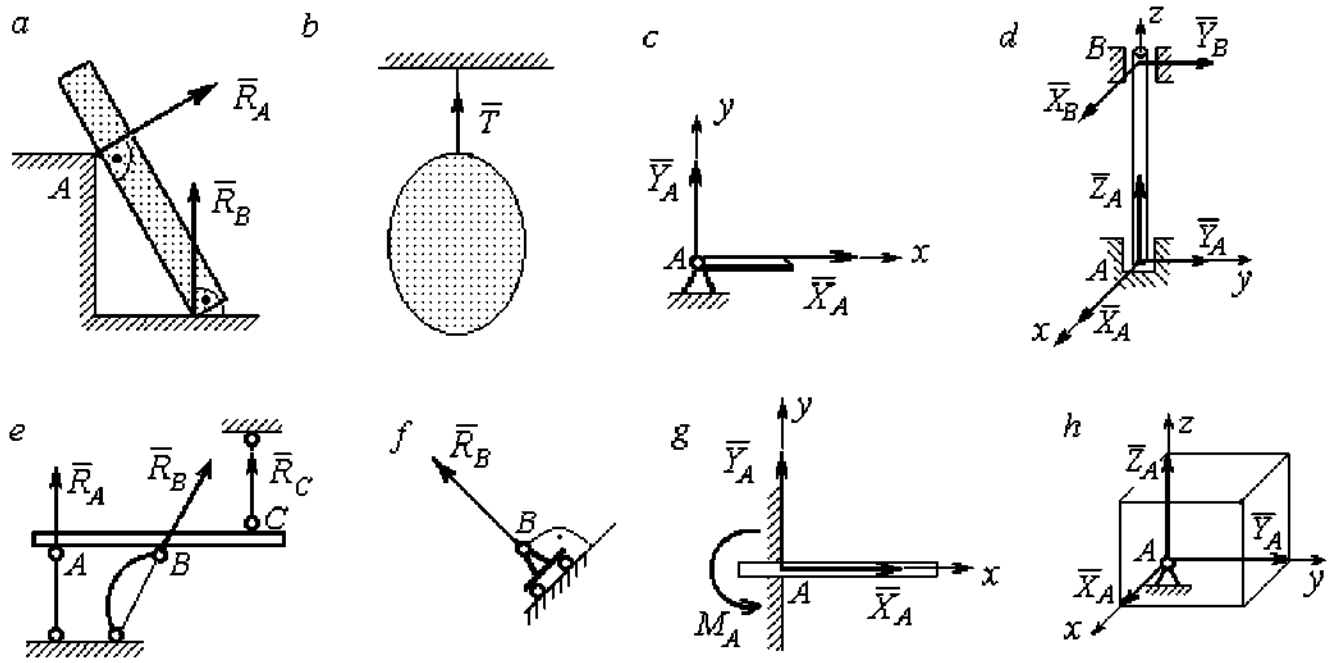


Рис. 1.1. Виды связей и их реакции:
a – реакция опоры тела на гладкую поверхность без трения; *b* – реакция связи гибкой нерастяжимой нити; *c* – реакция цилиндрического шарнира; *d* – реакция подшипника и подпятника; *e* – реакция невесомого стержня; *f* – реакция подвижной опоры; *g* – реакция жесткой заделки; *h* – реакция пространственного шарнира

Цилиндрический шарнир (подшипник) создает соединение, при котором одно тело может вращаться по отношению к другому. Реакция цилиндрического шарнира лежит в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. При решении задач реакцию цилиндрического шарнира $\vec{R}_A$ изображают ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, взятыми по направлениям координатных осей (рис. 1.1, *c*). Реакция подшипника $\vec{R}_B$ (рис. 1.1, *d*) также изображается своими составляющими $\vec{X}_B$ и $\vec{Y}_B$, взятыми по направлениям координатных осей в плоскости, перпендикулярной оси вращения подшипника. Величина реакции определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$. **Реакция прямолинейного невесомого стержня с шарнирными соединениями на краях** направлена вдоль самого стержня, а криволинейного – вдоль линии, соединяющей точки крепления стержня (рис. 1.1, *e*). **Реакция подвижной опоры** $\vec{R}_B$ (рис. 1.1, *f*) направлена по нормали к поверхности, на которую опираются катки опоры. **Жесткая заделка** (рис. 1.1, *g*) препятствует не только линейным перемещениям тела, но и повороту. Реакция заделки состоит из силы реакции $\vec{R}_A$ и пары сил с моментом M_A. При решении задач силу реакции жесткой заделки $\vec{R}_A$ изображают ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, взятыми по направлениям координатных осей. Модуль реакции определяется по формуле $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$. Виды связей и их реакции показаны на рис. 1.1.

1.2. Моменты силы относительно центра и относительно оси. Пара сил. Момент пары

Алгебраическим моментом силы F относительно центра O $M_O(\vec{F})$, или просто **моментом силы** $\vec{F}$ относительно центра O, называют взятое с соответствующим знаком произведение модуля силы $\vec{F}$ на кратчайшее расстояние h от центра O до линии действия силы: $M_O(\vec{F}) = \pm Fh$ (рис. 1.2, *a*).

Величину h называют **плечом силы**. Момент силы относительно центра считается положительным, если сила стремится повернуть тело вокруг центра против хода часовой стрелки, и отрицательным – в обратном случае.

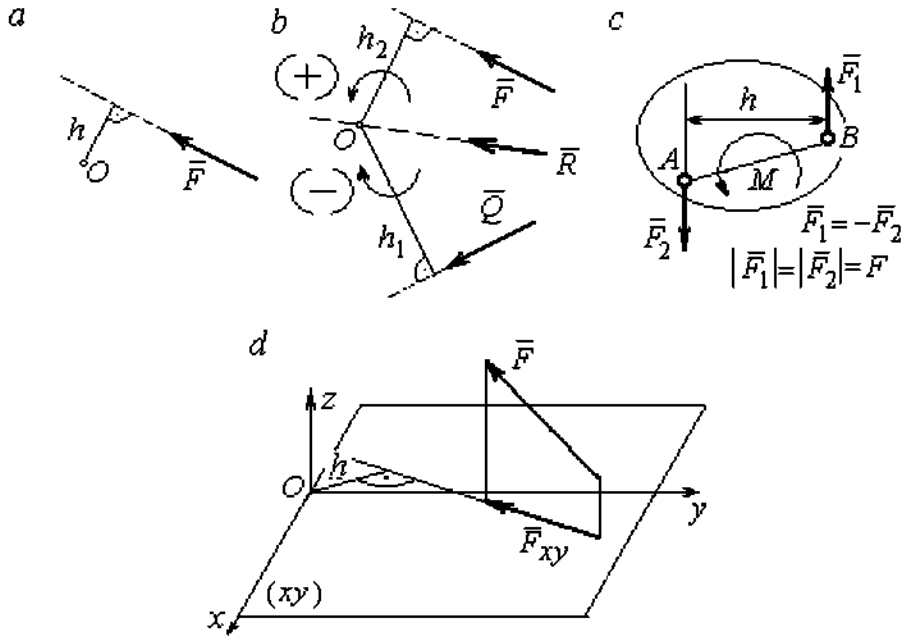


Рис. 1.2. Схемы для вычисления моментов сил:
a, *b* – момент силы относительно центра; *c* – момент пары сил;
d – момент силы относительно оси

На рис. 1.2, *b* показано, что момент силы $\vec{F}$ относительно центра O положительный, а момент силы $\vec{Q}$ относительно того же центра – отрицательный. Момент силы $\vec{R}$ относительно центра O равен нулю, так как линия действия этой силы проходит через центр O и плечо силы равно нулю.

Парой сил, или просто парой (рис.1.2, *c*), называют систему двух равных по модулю сил, параллельных, направленных в противоположные стороны и не лежащих на одной прямой. Алгебраическим моментом пары сил, или **моментом пары,** называют взятое со знаком плюс или минус произведение модуля одной из сил пары на плечо пары – кратчайшее расстояние между линиями действия ее сил. Правило знаков такое же, как и для момента силы. На рисунках пару часто изображают дуговой стрелкой, показывающей направление поворота твердого тела под действием пары (см. M на рис. 1.2, *c*).

Моментом силы относительно оси называют момент проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси с этой плоскостью. На рис. 1.2, *d* показано вычисление момента силы F относительно оси z: $M_z(\vec{F}) = F_{xy}h$, где F_{xy} – проекция силы $\vec{F}$ на плоскость xy, перпендикулярную оси z, h – плечо проекции F_{xy} относительно центра O – точки пересечения оси z и плоскости xOy.

1.3. Условия равновесия систем сил

Плоской системой сил называется система сил, расположенных в одной плоскости.

Основная форма условий равновесия плоской системы сил. Для равновесия плоской системы сил, приложенных к твердому телу, необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух осей прямоугольной системы координат, расположенной в плоскости действия сил, были равны нулю и сумма моментов сил относительно любого центра, находящегося в плоскости действия сил, также была равна нулю:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum M_A(\vec{F}_k) = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky} – проекции всех сил на координатные оси; $M_A(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно произвольно выбранного центра A.

Пространственной системой сил называется система сил, расположенных произвольно в пространстве.

Для **равновесия пространственной системы сил** необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на оси прямоугольной системы координат были равны нулю и суммы моментов всех сил относительно тех же осей также были равны нулю:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum F_{kz} = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k)=0,\ \sum M_y(\vec{F}_k)=0,\ \sum M_z(\vec{F}_k)=0,$$

где F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} – проекции всех сил на координатные оси x, y, z; $M_x(\vec{F}_k)$, $M_y(\vec{F}_k)$, $M_z(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно выбранных осей.

Равновесие систем тел

Связи, соединяющие части конструкции, называют **внутренними,** в отличие от **внешних** связей, скрепляющих конструкцию с внешними телами, не входящими в данную конструкцию. Одним из способов решения задач на равновесие сил, действующих на сочленённую конструкцию с внутренними связями, является **разбиение конструкции на отдельные тела** и составление уравнений равновесия для каждого из тел, входящих в конструкцию. При этом в уравнения равновесия должны входить только силы, непосредственно приложенные к тому телу, равновесие которого рассматривается.

1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел

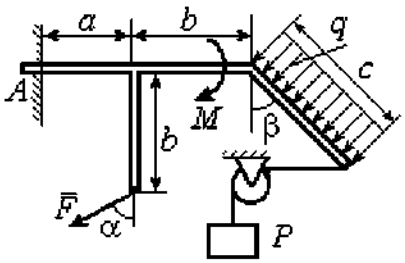
Каждый вариант задания включает две задачи по темам: «Равновесие произвольной плоской системы сил» и «Равновесие системы тел».

В задачах требуется определить реакции связей конструкции исходя из условия равновесия произвольной плоской системы сил. Весом стержневых подпорок, поддерживающих балочные конструкции, и блоков, через которые перекинуты невесомые нити, пренебречь.

Варианты заданий даны на рис. 1.3 – 1.6. Исходные данные приведены в табл. 1.1. Из таблицы исходных данных выбираются значения тех параметров, которые указаны на схемах.

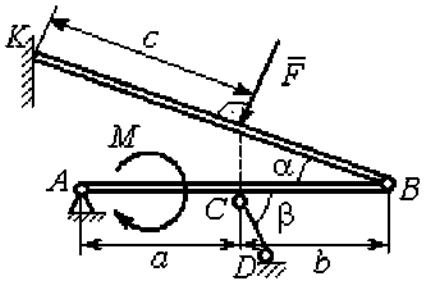
Варианты № 1, 11, 21

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

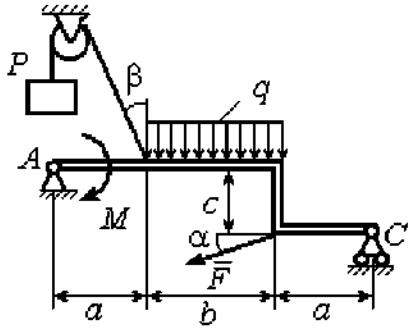
Задача 2



Найти реакции шарниров A, B, реакцию стержня CD и реакцию опоры в точке K

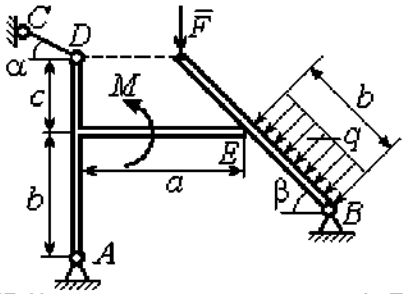
Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



Найти реакции шарниров A и C

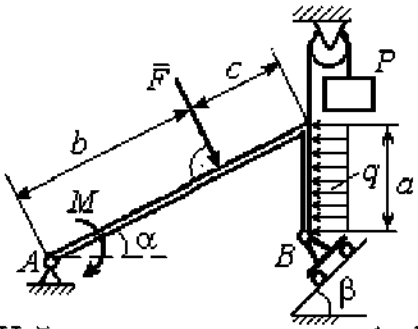
Задача 2



Найти реакции шарниров A, B, реакцию опоры в точке E и реакцию стержня CD

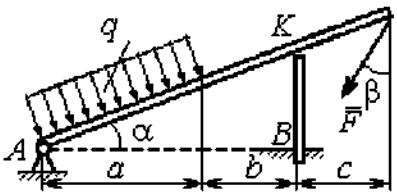
Варианты № 3, 13, 23

Задача 1



Найти реакцию шарниров A и B

Задача 2

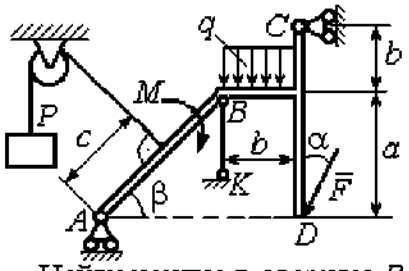


Найти реакцию шарнира A, реакцию опоры в точке K и реакцию жесткой заделки в точке B

Рис. 1.3. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

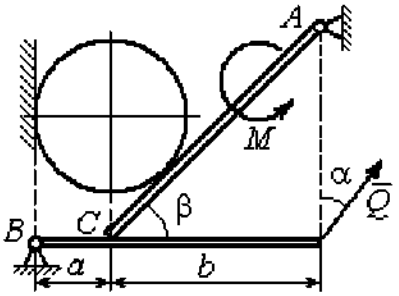
Варианты № 4, 14, 24

Задача 1



Найти усилие в стержне BK и реакцию шарниров A, C

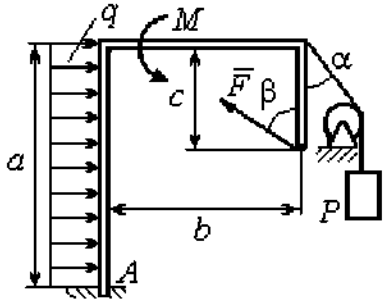
Задача 2



Вес шара P. Найти реакцию шарниров A, B, давление шара на балку и стенку, реакцию опоры балки в точке C и уравновешивающую силу Q

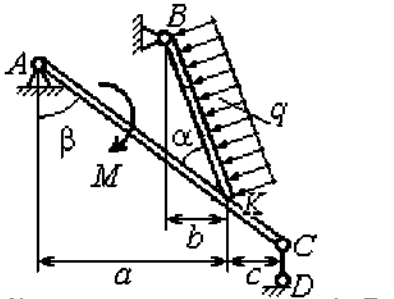
Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

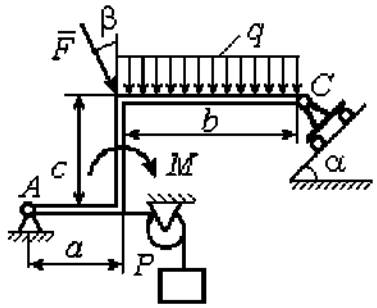
Задача 2



Найти реакцию шарниров A, B, реакцию стержня CD и реакцию опоры в точке K

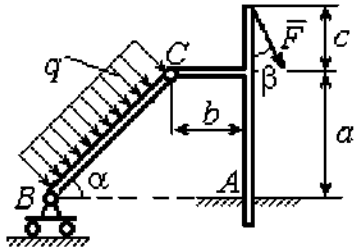
Варианты № 6, 16, 26

Задача 1



Найти реакции шарниров A и C

Задача 2

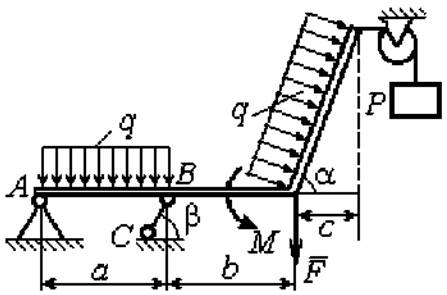


Найти реакцию жесткой заделки в точке A и реакции шарниров B и C

Рис. 1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 4 – 6, 14 – 16, 24 –26

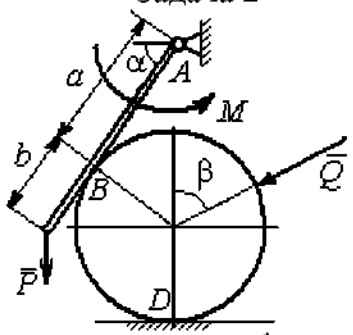
Варианты № 7, 17, 27

Задача 1



Найти реакцию стержня BC и реакцию шарнира A

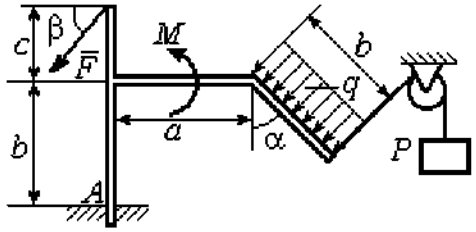
Задача 2



Найти реакцию шарнира A, давление балки на шар, реакцию опоры шара в точке D и уравновешивающую силу Q

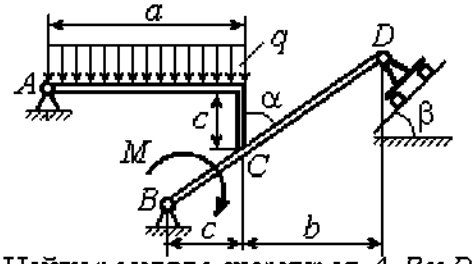
Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

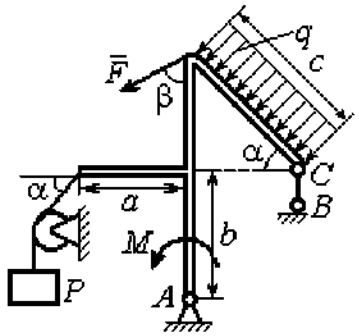
Задача 2



Найти реакцию шарниров A, B и D и реакцию опоры в точке C

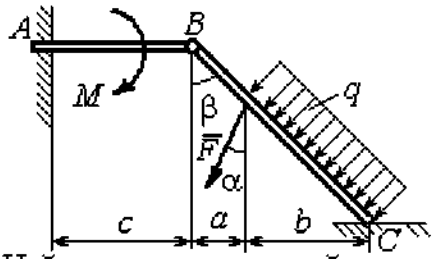
Варианты № 9, 19, 29

Задача 1



Найти реакцию стержня BC и реакцию шарнира A

Задача 2



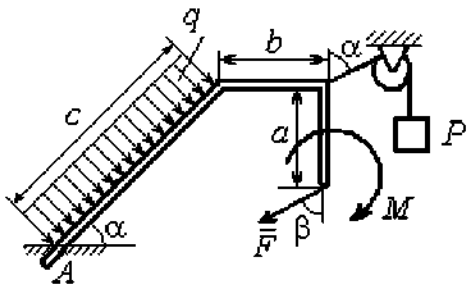
Найти реакцию жесткой заделки в точке A, реакцию шарнира B и реакцию опоры в точке C

Рис. 1.5. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

Окончание вариантов задания С1

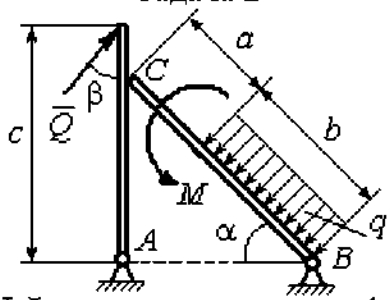
Варианты № 10, 20, 30

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке *A*

Задача 2



Найти реакцию шарниров *A*, *B*, реакцию опоры в точке *C* и уравновешивающую силу *Q*

Рис. 1.6. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 10, 20, 30

Таблица 1.1

Исходные данные задания С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел.

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
P, кН	6	5	6	12	6	6	10	3	8	5	10	4	8	10	8
F, кН	12	6	10	5	12	8	6	5	6	2	12	8	12	6	10
q, кН/м	5	4	2	3	6	3	5	2	2	4	6	2	3	4	5
M, кН·м	12	8	6	8	12	5	12	8	4	6	8	12	10	6	10
α, град	45	60	30	60	30	30	45	60	30	30	45	30	60	45	60
β, град	60	30	45	30	60	90	60	60	30	45	30	45	30	60	30
a, м	3	4	3	4	3	4	3	4	1	2	2	3	2	3	4
b, м	3	3	4	3	2	4	3	3	2	3	3	3	4	3	2
c, м	4	2	2	2	3	2	2	1	5	4	4	2	1	2	2

Номер варианта задания	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
P, кН	10	8	10	6	4	6	12	10	5	6	8	6	8	4	6
F, кН	6	12	12	8	3	14	10	8	15	10	12	8	10	10	2
q, кН/м	5	3	4	3	2	3	2	5	4	2	3	4	5	2	4
M, кН·м	10	6	8	6	5	12	4	6	8	10	12	10	6	4	8
α, град	60	60	30	45	60	30	60	45	30	60	45	30	30	30	45
β, град	45	30	30	60	60	45	30	60	30	45	90	30	60	45	30
a, м	3	4	3	1	2	2	4	1	4	3	4	3	2	1	2
b, м	2	4	3	3	4	1	4	3	2	2	2	2	2	2	2
c, м	3	2	2	4	5	4	2	2	1	1	1	2	1	3	5

Пример выполнения задания С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел.

Задача 1. Рама *ACE* (рис. 1.7) в точке *A* закреплена на цилиндрической шарнирной опоре, а в точке *B* поддерживается вертикальным невесомым стержнем *BK*. На раму действуют: пара с моментом $M = 8$ Нм, сила $F = 10$ Н, приложенная в точке *D* под углом 60° к раме, и равномерно распределенная нагрузка интенсивностью $q = 2$ Н/м, приложенная на отрезке *AB*. В точке *E* под прямым углом к участку балки *CE* прикреплен трос, несущий груз $P = 20$ Н. Пренебрегая весом балки, определить реакцию шарнира *A* и реакцию стержневой опоры *BK*, если $a = 2$ м.

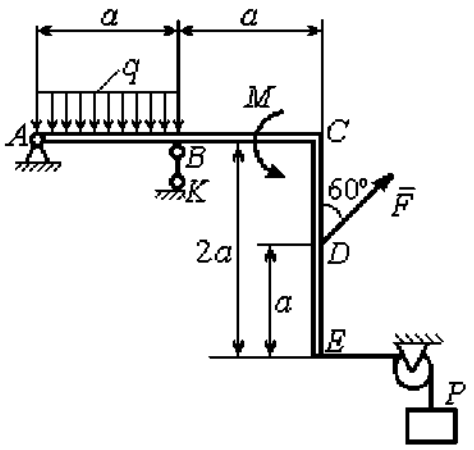


Рис. 1.7. Конструкция рамы

Решение

Выбираем систему координат *xAy*, например, как показано на рис. 1.8. Заменяем действие связей их реакциями. Изображаем реакцию шарнира *A* двумя ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленными вдоль горизонтальной и вертикальной осей (см. рис. 1.8). Реакция $\vec{R}_B$ невесомой стержневой опоры *BK* приложена в точке *B* и направлена вдоль стержня *BK*. Заменяем распределенную нагрузку её равнодействующей $\vec{Q}$. Сила $\vec{Q}$ приложена в середине отрезка *AB* и по модулю равна $Q = qa = 4$ Н. Действие груза *P* на раму изображается реакцией $\vec{T}$, равной по величине весу груза.

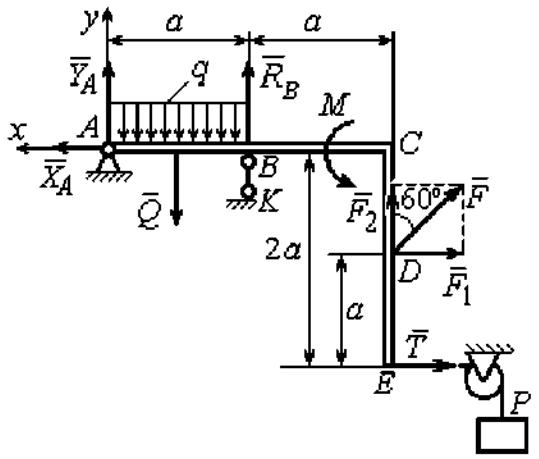


Рис. 1.8. Силы и реакции связей, действующие на раму при её равновесии

При равновесии рамы действующие на неё силы составляют уравновешенную произвольную плоскую систему. Условия равновесия системы сил имеют вид: $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$, $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$. Вычисляя проекции сил на оси *x*, *y*, и моменты сил относительно центра *A*, уравнения равновесия получим в виде:

$$\sum F_{kx} = X_A - F\cos 30^\circ - T = 0, \quad \sum F_{ky} = Y_A - Q + R_B + F\cos 60^\circ = 0.$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -Q\frac{a}{2} + R_B a + M + F\cos 60^\circ \cdot 2a + F\cos 30^\circ \cdot a + T2a = 0.$$

Здесь для вычисления момента силы $\vec{F}$ относительно центра *A* использована теорема Вариньона: $M_A(\vec{F}) = M_A(\vec{F}_1) + M_A(\vec{F}_2) = F_1 \cdot a + F_2 \cdot 2a$, где $F_1 = F\cos 30^\circ$, $F_2 = F\cos 60^\circ$ (см. рис. 1.8).

Подставляя в уравнения равновесия исходные данные задачи, получим систему уравнений относительно неизвестных X_A, Y_A, R_B:

$$X_A - 28{,}66 = 0, \quad Y_A + R_B + 1 = 0, \quad R_B \cdot 2 + 121{,}32 = 0.$$

Решая систему, найдем X_A = 28,66 Н, Y_A = 59,66 Н, R_B = – 60,66 Н.

Отрицательное значение величины R_B означает, что фактическое направление реакции R_B стержневой опоры *BK* противоположно направлению, показанному на рис. 1.8. Численное значение реакции шарнира

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{28{,}66^2 + 59{,}66^2} = 66{,}18 \text{ Н}.$$

Задача 2. Балка *ABLC* с вертикальной частью *AB* и горизонтальной перекладиной *LC* закреплена в точке *A* с помощью жесткой заделки (рис. 1.9). Наклонная балка *EC* с углом наклона к горизонту 60° в точке *C* шарнирно прикреплена к горизонтальной перекладине *CL*, а в точке *E* закреплена на шарнирно-подвижной опоре, установленной на горизонтальной поверхности. На конструкцию действуют равномерно распределенная на отрезках *BL* и *DE* нагрузка с одинаковой интенсивностью q = 2 кН/м, сила $\vec{F}$, приложенная в точке *D* перпендикулярно балке *EC* и равная по величине *F* = 10 кН, и пара сил

с моментом M = 5 кН·м. Определить реакцию жесткой заделки A и реакции шарниров C и E, если a = 2 м.

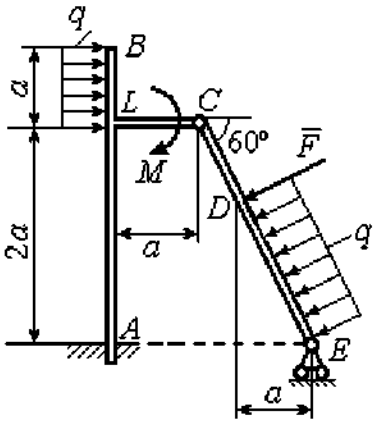


Рис. 1.9. Равновесие конструкции двух балок, соединённых шарниром

Решение

Разделяем систему на две части по шарниру C и рассмотрим равновесие балок $ABLC$ и EC отдельно. Изобразим обе балки и расставим внешние силы и реакции связей (рис. 1.10). Рассмотрим балку $ABLC$ (рис. 1.10, *a*). Заменим распределенную нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_1$, приложенной в середине отрезка BL, направленной в сторону действия нагрузки и равной $Q_1 = q \cdot a$ = 4 кН. Кроме силы $\vec{Q}_1$ и пары сил с моментом M на балку действуют реакция жёсткой заделки в точке A, имеющая своими составляющими силы $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$ и пару сил с моментом M_A, а также реакция шарнира C, разложенная на составляющие $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ (см. рис. 1.10, *a*). Действующие на раму силы составляют уравновешенную плоскую систему сил. Выберем систему координат xAy, как показано на рис. 1.10, *a*, и составим уравнения равновесия:

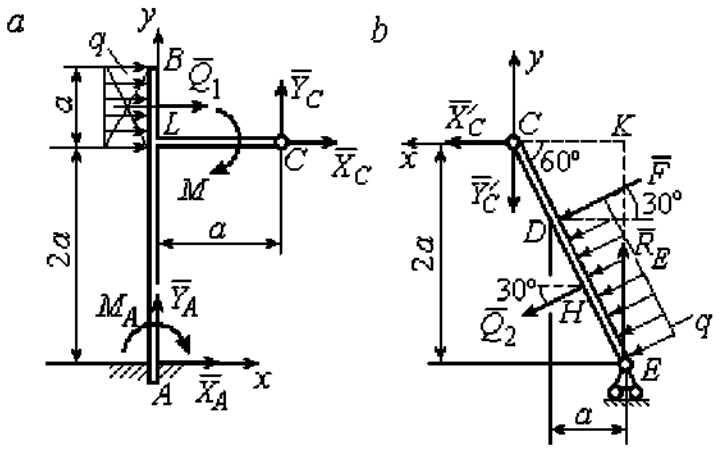


Рис. 1.10. Равновесие частей конструкции:
a - силы и реакции связей, действующие на балку $ABLC$;
b - силы и реакции связей, действующие на балку CE

$$\sum F_{kx} = X_A + Q_1 + X_C = 0, \quad \sum F_{ky} = Y_A + Y_C = 0,$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -M_A - Q_1 \cdot \left(2a + \frac{a}{2}\right) - M + Y_C a - X_C 2a = 0.$$

Рассмотрим равновесие балки EC. Заменим равномерную нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_2$, приложенной в середине отрезка ED, направленной в сторону действия нагрузки и равной по модулю $Q_2 = q \cdot 2a = 8$ кН. На балку кроме сил $\vec{Q}_2$, $\vec{F}$ действуют реакции связей: $\vec{R}_E$ – реакция шарнирно-подвижной опоры в точке E и $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ – составляющие реакции шарнира C. Силы $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ направлены противоположно силам $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ и равны им по модулю $X_C = X'_C$, $Y_C = Y'_C$ (см. рис. 1.10, *a*, *b*). Действующие на балку EC силы образуют плоскую уравновешенную систему сил. Выберем систему координат xCy, как показано на рис. 1.10, *b*, и составим уравнения равновесия. При этом центром, относительно которого будем считать моменты сил, выберем точку C. Получим:

$$\sum F_{kx} = Q_2 \sin 60^\circ + F\cos 30^\circ + \vec{X}'_C = 0,\ \sum F_{ky} = R_E - Q_2 \cos 60^\circ - F\sin 30^\circ - Y'_C = 0,$$

$$\sum M_C\left(\vec{F}_k\right) = -F \cdot CD - Q_2 \cdot CH + R_E \cdot CK = 0.$$

Здесь плечи сил: $CD = \dfrac{2a}{\cos 30^\circ} - 2a$, $CH = \dfrac{2a}{\cos 30^\circ} - a$, $CK = 2a\,\mathrm{tg}30^\circ$. Заменяя в уравнениях величины X'_C на X_C, а Y'_C на Y_C и подставляя исходные данные, получим систему уравнений:

$$X_A + X_C + 4 = 0,\ Y_A + Y_C = 0,\ -M_A - 4X_C + 2Y_C - 25 = 0,$$

$$X_C + 15{,}59 = 0,\ -Y_C + R_E - 9 = 0,\ 2{,}31R_E - 27{,}14 = 0,$$

откуда найдём величины реакции жесткой заделки и реакции шарниров:

$$X_A = 11{,}59 \text{ кН},\ Y_A = -2{,}76 \text{ кН},\ M_A = 42{,}87 \text{ кН·м},$$

$$X_C = -15{,}59 \text{ кН},\ Y_C = 2{,}76 \text{ кН},\ R_E = 11{,}76 \text{ кН}.$$

Модули реакций жесткой заделки A и шарнира C:

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 11{,}91 \text{ кН},\ R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = 15{,}83 \text{ кН}.$$

1.5. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил

В заданиях рассматривается равновесие однородной плиты или вала (прямого или с «ломаной» осью) с насаженным на него шкивом.

Вал закреплен подпятником и подшипником и удерживается в равновесии. На вал действуют сила $\vec{F}$, пара сил с моментом M и сила $\vec{P}$. На шкив вала намотана нить, к свободному концу которой, перекинутому через невесомый блок, подвешен груз весом Q. Для вала определить реакции подшипника и подпятника и величину уравновешивающей силы Q (или момента M).

Плита весом P закреплена пространственным шарниром, подшипником и удерживается в заданном положении невесомым стержнем. На плиту действуют силы $\vec{F}$, $\vec{Q}$ и пара сил с моментом M. Для плиты найти реакции сферического и цилиндрического шарниров и реакцию стержня.

Варианты задания даны на рис. 1.11 – 1.13. Исходные данные для выполнения задания приведены в табл. 1.2.

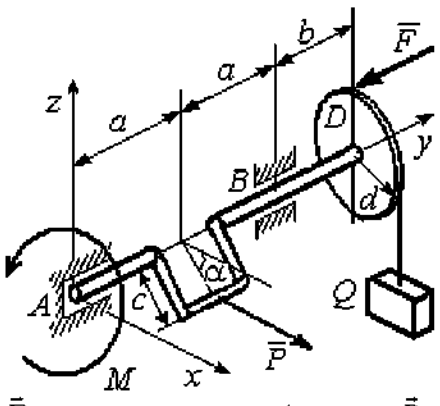
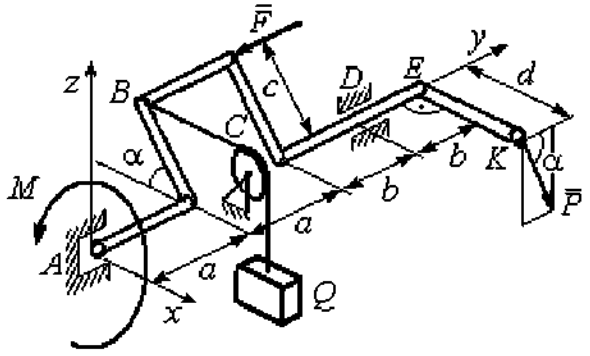
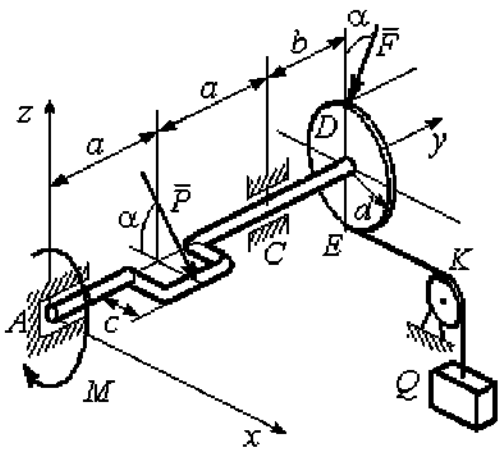
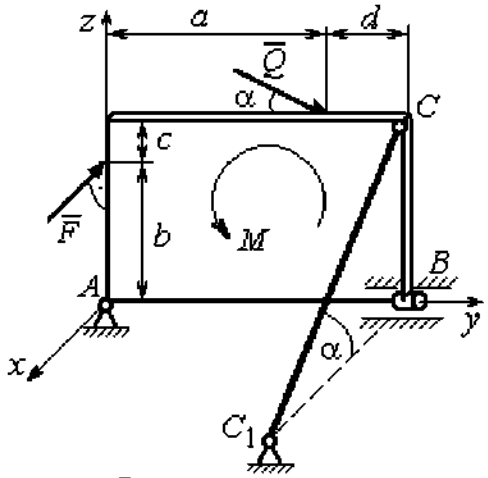
Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
	
Сила $\vec{F}$ параллельна оси Ay; сила $\vec{P}$ параллельна оси Ax; нить, удерживающая груз, сходит со шкива вертикально. Найти реакции подпятника и подшипника в точках A и B и величину уравновешивающего груза Q	Сила $\vec{F}$ параллельна оси Ay; сила $\vec{P}$ лежит в плоскости, параллельной zAy; отрезок нити BC параллелен оси Ax; рукоять вала EK параллельна оси Ax. Найти реакции подпятника и подшипника в точках A и D и величину уравновешивающего момента M

Рис. 1.11. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.
Номера вариантов задания 1 – 2, 11 – 12, 21 – 22

Варианты № 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
	
Сила $\vec{F}$, лежит в плоскости zAy; сила $\vec{P}$ лежит в плоскости, параллельной zAx, отрезок нити EK параллелен оси Ax. Найти реакции подпятника и подшипника в точках A и C, а также величину уравновешивающего груза Q	Плита весом P расположена в плоскости zAy; пара сил с моментом M действует в плоскости плиты; стержень CC_1 расположен в плоскости, параллельной zAx; сила $\vec{Q}$ действует в плоскости плиты; сила $\vec{F}$ перпендикулярна плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках A и B и реакцию стержня CC_1

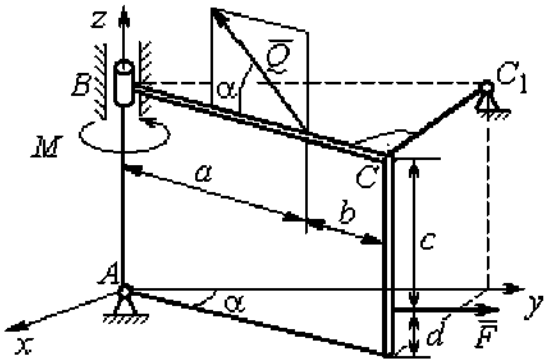
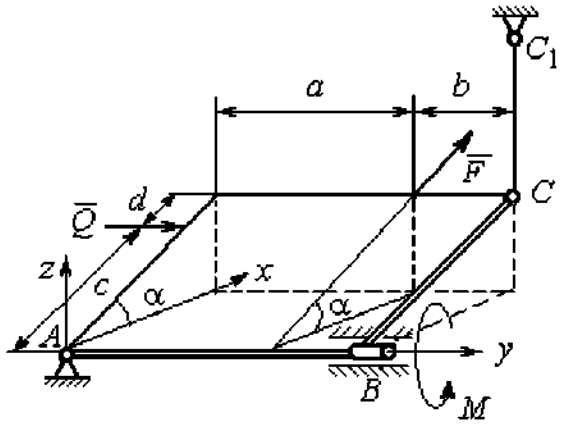
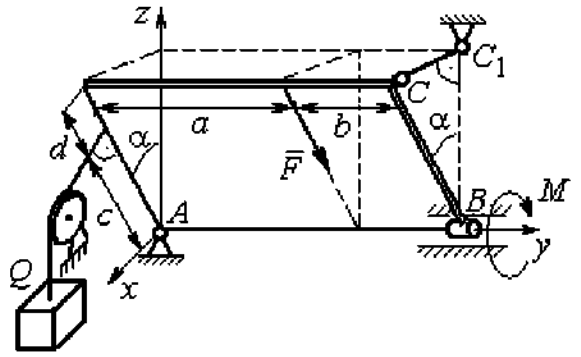
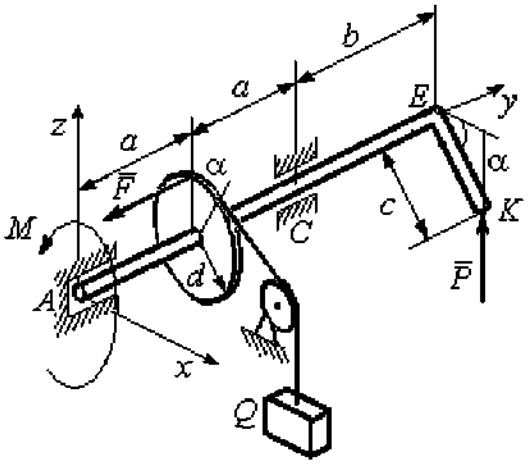
Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
	
Плита весом P отклонена на угол α от вертикальной плоскости zAy; сила $\vec{Q}$ лежит в плоскости плиты; сила $\vec{F}$ параллельна оси Ay; стержень CC_1 перпендикулярен плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках A и B и реакцию стержня CC_1	Плита весом P отклонена на угол α от горизонтальной плоскости xAy; сила $\vec{Q}$ перпендикулярна боковой стенке плиты и параллельна оси Ay; сила $\vec{F}$ расположена в плоскости плиты и параллельна её боковым стенкам; стержень CC_1 параллелен оси Az. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках A и B и реакцию стержня CC_1

Рис. 1.12. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.
Номера вариантов задания 3 – 6, 13 – 16, 23 – 26

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	
Плита весом P отклонена на угол α от вертикальной плоскости zAy; нить, удерживающая груз Q, находится плоскости zAx, прикреплена к боковой стенке плиты и перпендикулярна ей; сила $\vec{F}$ параллельна боковым стенкам плиты; стержень CC_1 перпендикулярен плоскости zAy. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках A и B и реакцию стержня CC_1	Рукоять EK перпендикулярна оси вала и наклонена под углом α к горизонтальной плоскости xAy; сила $\vec{P}$ параллельна оси Az; сила $\vec{F}$ параллельна оси Ay; нить, удерживающая груз Q, сходит со шкива по касательной. Найти реакции подпятника A, подшипника C, и величину уравновешивающего груза Q

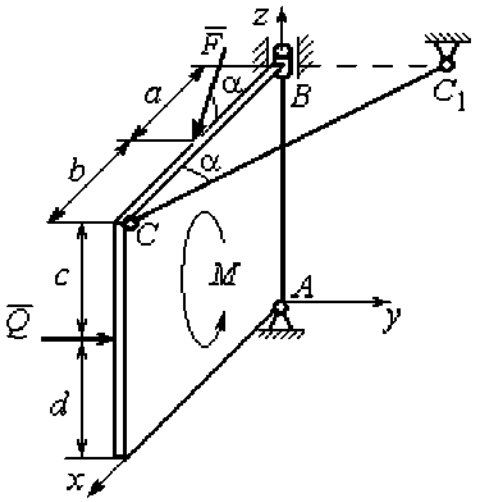
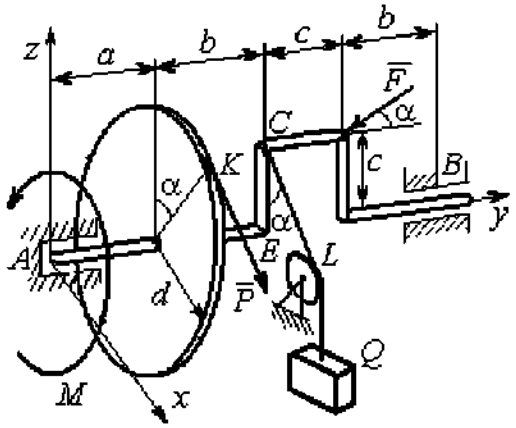
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	
Плита весом P находится в вертикальной плоскости zAx; стержень CC_1 расположен в плоскости, параллельной xAy; пара сил с моментом M действует в плоскости плиты; сила $\vec{Q}$ перпендикулярна плоскости плиты; сила $\vec{F}$ лежит в плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках A и B и реакцию стержня CC_1	Сила $\vec{F}$ находится в плоскости zAy; стойка CE находится в плоскости zAy; отрезок CL нити, удерживающей груз, находится в плоскости параллельной xAz; сила $\vec{P}$ находится в плоскости шкива и направлена по касательной к ободу в точке K. Найти реакции подпятника A, подшипника B и величину уравновешивающего момента M

Рис. 1.13. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.
Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 1.2

Исходные данные для задания С2.
Равновесие пространственной системы сил

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
P, кН	5	4	6	10	16	15	12	10	15	14
F, кН	8	6	12	6	10	10	8	12	12	10
Q, кН	–	12	–	12	8	12	10	–	10	12
M, кН·м	12	–	10	8	12	6	8	6	8	–
α, град	60	30	30	30	60	60	60	30	30	60
a, м	1,2	0,8	1,4	0,6	1,2	0,9	1,4	0,4	0,8	0,8
b, м	1,0	0,6	1,1	0,4	0,8	0,4	0,6	1,2	0,2	0,6
c, м	0,8	0,5	0,8	0,3	1,4	0,8	1,2	0,8	0,4	0,4
d, м	0,4	0,4	0,6	0,2	0,4	0,2	0,4	0,6	0,6	0,6

Номер варианта задания	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
P, кН	8	10	10	15	14	10	16	9	10	12
F, кН	6	12	16	8	12	14	10	15	8	10
Q, кН	–	14	–	10	10	12	14	–	12	14
M, кН·м	10	–	12	12	12	8	10	10	10	–
α, град	30	60	60	60	30	30	30	60	60	30
a, м	0,8	1,3	0,9	0,5	1,3	1,2	1,6	0,6	0,9	1,2
b, м	0,6	1,1	0,6	0,4	0,9	0,6	0,8	1,2	0,3	0,8
c, м	0,4	0,8	0,5	0,2	1,5	0,9	1,2	0,4	0,6	0,6
d, м	0,2	0,4	0,4	0,1	0,5	0,4	0,6	0,2	0,2	0,8

Номер варианта задания	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
P, кН	10	12	5	8	10	14	18	12	14	10
F, кН	12	8	15	10	12	8	10	15	9	8
Q, кН	–	10	–	12	14	10	16	–	12	6
M, кН·м	12	–	16	14	8	10	8	12	10	–
α, град	90	30	60	30	45	30	30	60	60	30
a, м	0,6	0,8	1,1	1,2	1,5	0,8	1,0	0,8	1,2	0,9
b, м	0,8	0,6	0,9	1,0	0,9	0,6	0,8	1,4	0,6	0,4
c, м	0,4	1,2	0,8	0,6	1,5	0,9	1,1	0,5	0,8	0,6
d, м	0,4	1,5	0,5	0,2	0,4	0,3	0,3	0,4	0,6	0,5

Примеры решения задания С2. Равновесие пространственной системы сил

Задача 1. Горизонтальный вал (рис. 1.14) закреплен в подпятнике C и подшипнике K. Вал имеет шкив I радиуса R и шкив II радиуса r, перпендикулярные оси вала. Рукоять AE параллельна оси Cx. Нить, удерживающая груз Q, сходит со шкива I по касательной вертикально вниз. На вал действуют силы $\vec{F}$, $\vec{P}$ и пара сил с моментом M, закручивающая вал вокруг оси Cy. Сила $\vec{F}$ находится в плоскости, параллельной zCy, и составляет угол 60° с направлением оси Cy. Сила $\vec{P}$ приложена в точке B шкива II, определяемой центральным углом 30°, и направлена по касательной. Определить величину уравновешивающего момента M и реакции подшипника и подпятника, если $P = 4$ кН, $F = 2$ кН, $Q = 3$ кН, $R = 0{,}6$ м, $r = 0{,}3$ м, $a = 0{,}8$ м, $b = 0{,}4$ м.

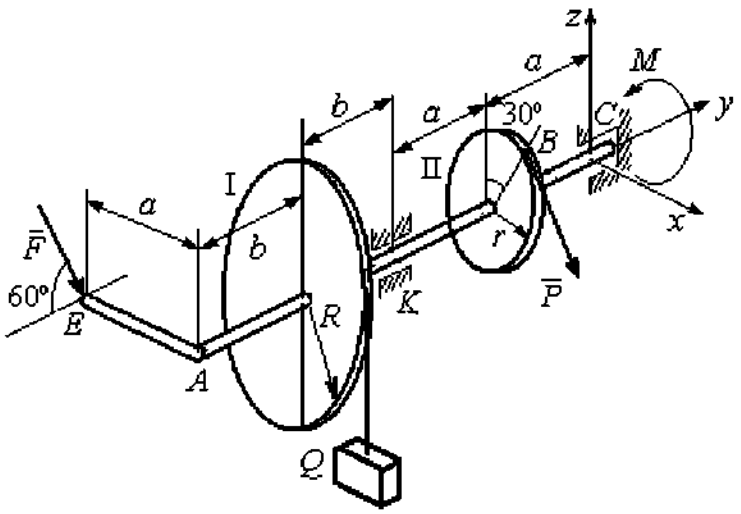


Рис. 1.14. Схема вала и его нагрузка

Решение

Рассмотрим равновесие вала. На вал действуют внешние силы $\vec{F}$, $\vec{P}$, пара сил с моментом M и реакции связей. Связями являются нить, натянутая грузом Q, подпятник C и подшипник K. Освобождаем вал от связей, заменяя их действие реакциями. Реакцию подпятника C раскладываем на три со-

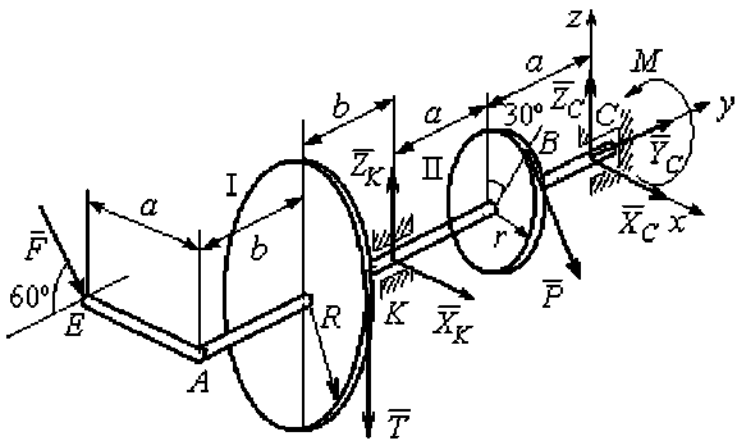


Рис. 1.15. Внешние силы и реакции связей вала

ставляющие: $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$, $\vec{Z}_C$, направленные вдоль координатных осей. Реакция подшипника K лежит в плоскости, перпендикулярной оси вала, и ее составляющими будут вектора $\vec{X}_K, \vec{Z}_K$, направленные вдоль координатных осей x, z. Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити от точки K и по модулю равна весу груза. Действие на вал внешних сил и реакций связи показано на рис. 1.15.

Внешние силы, действующие на вал, и реакции связей составляют произвольную пространственную систему сил, эквивалентную нулю $(\vec{P}, \vec{F}, \vec{X}_K, \vec{Z}_K, \vec{T}, \vec{X}_C, \vec{Y}_C, \vec{Z}_C, M) \infty 0$, для которой уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0, \sum F_{ky} = 0, \sum F_{kz} = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0, \sum M_y(\vec{F}_k) = 0, \sum M_z(\vec{F}_k) = 0.$$

Для удобства при составлении уравнений равновесия изобразим вал вместе с действующими на него силами в проекциях на координатные плоскости (рис. 1.16)

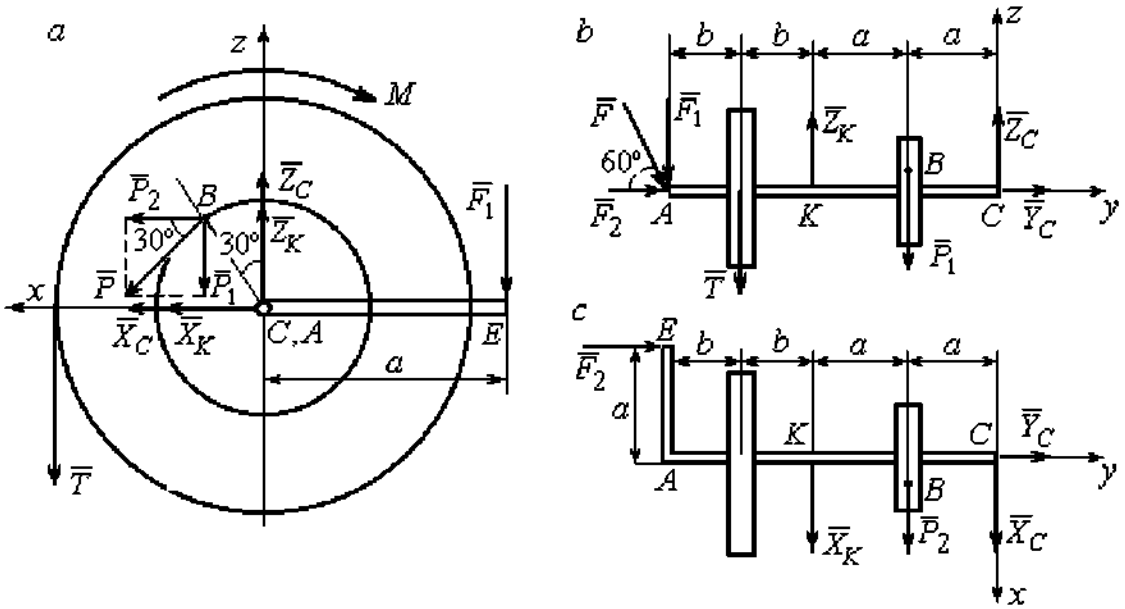


Рис. 1.16. Вал и действующие на него силы в проекциях на координатные плоскости:
a – вид вала в проекции на плоскость *zCx* с положительного конца оси *y*;
b – вид вала в проекции на плоскость *zCy* с положительного конца оси *x*;
c – вид вала в проекции на плоскость *xCy* с положительного конца оси *z*.

На рис. 1.16, *а* показаны проекции всех сил на плоскость *zCx*. Вычисляя моменты проекций этих сил относительно точки *C*, получим значения моментов исходных сил относительно оси *y*.

Для вычисления моментов сил относительно оси *x* достаточно найти моменты проекций сил на плоскость *zCy* относительно точки *C* (см. рис. 1.16, *b*), а вычисляя моменты проекций сил на плоскость *xCy* относительно точки *C*, получим значения моментов сил относительно оси *z*.

Составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = P_2 + X_K + X_C = 0,\ \sum F_{ky} = F_2 + Y_C = 0,$$

$$\sum F_{kz} = -P_1 + Z_K - T + Z_C - F_1 = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = P_1 a - Z_K 2a - T(2a + b) + F_1(2a + 2b) = 0,$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = -F_1 a + TR + Pr - M = 0,$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = P_2 a + X_K 2a - F_2 a = 0.$$

Подставляя исходные данные задачи, с учётом того, что

$$P_1 = P\cos 60^\circ = 0{,}5P,\ P_2 = P\cos 30^\circ = 0{,}87P,$$

$$F_1 = F\cos 30^\circ = 0{,}87F,\ F_2 = F\cos 60^\circ = 0{,}5F$$ (см. рис. 1.16 *а*, *b*),

получим систему уравнений:

$$0{,}87 \cdot 4 + X_K + X_C = 0,\ \ 2 \cdot 0{,}5 + Y_C = 0,\ -4 \cdot 0{,}5 + Z_K - 3 + Z_C - 2 \cdot 0{,}87 = 0,$$

$$0{,}5 \cdot 4 \cdot 0{,}8 - 1{,}6Z_K - 3 \cdot 0{,}87(2 \cdot 0{,}8 + 0{,}4) + 2 \cdot 0{,}87(2 \cdot 0{,}8 + 2 \cdot 0{,}4) = 0,$$

$$-0{,}87 \cdot 0{,}8 + 3 \cdot 0{,}6 + 4 \cdot 0{,}3 - M = 0,\ \ 0{,}87 \cdot 4 \cdot 0{,}8 + 1{,}6 \cdot X_K - 2 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}8 = 0.$$

Решая систему, найдём: $X_C = -2{,}24$ кН, $Y_C = -1$ кН, $Z_C = 6{,}39$ кН, $X_K = -1{,}24$ кН, $Z_K = 0{,}35$ кН, $M = 2{,}3$ кН·м.

Окончательно, реакция подпятника $R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2} = 6{,}84$ кН, реакция подшипника $R_K = \sqrt{X_K^2 + Z_K^2} = 1{,}29$ кН.

Задача 2. Плита весом P расположена в вертикальной плоскости zAy. В точке А плита закреплена пространственным шарниром, а в точке B на оси y опирается на цилиндрический шарнир (подшипник). Плита удерживается в равновесии при помощи невесомого стержня CC_1, прикреплённого шарниром к плите в её верхнем углу, в точке C перпендикулярно плоскости плиты (рис. 1.17).

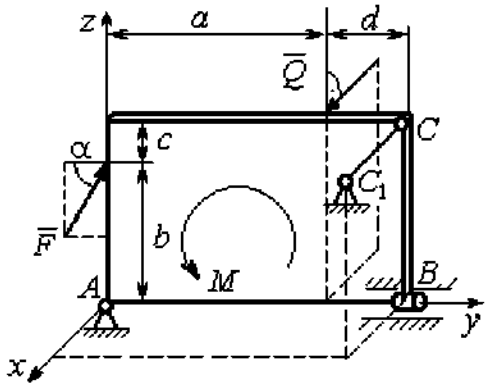


Рис. 1.17. Равновесие плиты

На плиту действует сила $\vec{Q}$, приложенная на краю плиты перпендикулярно её плоскости, и сила $\vec{F}$, лежащая в плоскости плиты и направленная под углом α к горизонту (см. рис. 1.17). Кроме того, в плоскости плиты на неё действует пара сил с моментом M. Найти реакции шарниров A и B и усилие в стержневой подпорке CC_1 при равновесии плиты, если параметры нагрузки: P = 1 кН, Q = 500 Н, F = 400 Н, M = 300 Н·м, $\alpha = 35°$, a = 2 м, b = 1,5 м, c = 0,2 м, d = 0,4 м.

Решение

Заменим связи плиты их реакциями. Реакция шарнира A раскладывается на три составляющие: $\vec{X}_A$ $\vec{Y}_A$, $\vec{Z}_A$ по направлениям координатных осей. Направления координатных осей показаны на рис. 1.17. Реакция подшипника B лежит в плоскости, перпендикулярной оси подшипника, и ее составляющими будут вектора $\vec{X}_B, \vec{Z}_B$, направленные вдоль координатных осей x, z. Реакция стержня $\vec{T}$ направлена вдоль стержня. Действие сил и реакций показано на рис.1.18.

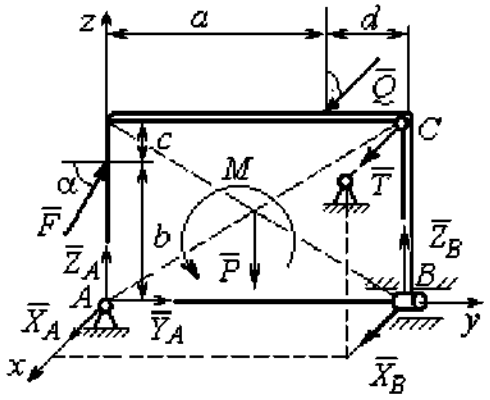


Рис. 1.18. Действие сил и реакций при равновесии плиты

Пространственная система сил, действующих на плиту, является уравновешенной: $(\vec{P}, \vec{F}, \vec{X}_B, \vec{Z}_B, \vec{T}, \vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A, M) \infty 0$. Уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum F_{kz} = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_y(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_z(\vec{F}_k) = 0.$$

В вычислениях моментов сил относительно осей будем считать момент положительным, если при взгляде со стороны положительного направления оси, сила вращает тело (плиту) против хода часовой стрелки. Получим:

$$\sum F_{kx} = 0,\ X_A + Q + X_B + T = 0,$$

$$\sum F_{ky} = 0,\ Y_A + F\cos\alpha = 0,$$

$$\sum F_{kz} = 0,\ Z_A + F\sin\alpha - P + Z_B = 0$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0,\ -F\cos\alpha \cdot b - P \cdot 0{,}5(a+d) + Z_B(a+d) + M = 0,$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = 0,\ Q \cdot (b+c) + T \cdot (b+c) = 0,$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = 0,\ -Q \cdot a - T \cdot (a+d) - X_B \cdot (a+d) = 0.$$

Подставив исходные данные задачи, получим систему уравнений:

$$X_A + 500 + X_B + T = 0,\ Y_A + 400 \cdot 0{,}82 = 0,\ Z_A + 400 \cdot 0{,}57 - 1000 + Z_B = 0,$$

$$-400 \cdot 0{,}82 \cdot 1{,}5 - 1000 \cdot 0{,}5 \cdot 2{,}4 + Z_B \cdot 2{,}4 + 300 = 0,$$

$$500 \cdot 1{,}7 + T \cdot 1{,}7 = 0,\quad -500 \cdot 2 - T \cdot 2{,}4 - X_B \cdot 2{,}4 = 0,$$

откуда находим значения составляющих реакций:

$$T = -500\ \text{Н},\ X_B = 83{,}33\ \text{Н},\ Z_B = 580\ \text{Н},$$

$$X_A = -83{,}33\ \text{Н},\ Y_A = -328\ \text{Н},\ Z_A = 192\ \text{Н}.$$

Полные реакции пространственного шарнира A:

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2} = 389{,}09\ \text{Н},$$

цилиндрического шарнира B: $R_B = \sqrt{X_B^2 + Z_B^2} = 585{,}95\ \text{Н}$.

2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА

Кинематикой называется раздел механики, в котором изучаются свойства движения материальных тел без учета их масс и действующих на них сил.

2.1. Кинематика точки. Основные параметры движения точки

Кривая, которую описывает движущаяся точка, называется **траекторией** точки. Движение точки может быть задано **векторным**, **координатным** или **естественным** способами.

Векторный способ основан на определении положения точки ее радиусом-вектором в виде векторного уравнения $\vec{r} = \vec{r}(t)$. При **координатном способе** задания движения точки положение точки определяется ее координатами, заданными для каждого момента времени: $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$. **Естественный способ** задания движения используется, если заранее известна траектория движения точки. Тогда положение точки однозначно определяется длиной дуги $\breve{OM} = S(t)$, отсчитываемой от некоторой фиксированной точки O, принятой за начало отсчета.

Мгновенная скорость, или скорость точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от радиуса-вектора точки: $\vec{V} = \dot{\vec{r}}$. Вектор скорости точки $\vec{V}$ всегда направлен по касательной к траектории в сторону движения точки.

При координатном способе задания движения величины проекций вектора скорости $\vec{V}$ на координатные оси определяются как производные по времени от соответствующих координат: $V_x = \dot{x}$, $V_y = \dot{y}$, $V_z = \dot{z}$. Модуль вектора скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$. При естественном способе задания движения вектор скорости точки определяется равенством: $\vec{V} = \dot{S}\vec{\tau}$, где $S = S(t)$ – закон измене-

ния длины дуги, $\vec{\tau}$ –единичный вектор касательной к траектории движения, направленный в сторону возрастающих расстояний.

Величина $V = |\dot{S}|$ называется алгебраической скоростью точки. При $\dot{S} > 0$ вектор скорости $\vec{V}$ направлен по единичному вектору $\vec{\tau}$ – в сторону возрастающих расстояний. При $\dot{S} < 0$ он имеет направление, противоположное единичному вектору $\vec{\tau}$, т. е. в сторону убывающих расстояний.

Мгновенное ускорение, или ускорение точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от вектора скорости точки или как вторая производная от радиус-вектора точки: $\vec{a} = \dot{\vec{V}} = \ddot{\vec{r}}$. При координатном способе проекции вектора ускорения $\vec{a}$ на координатные оси – величины a_x, a_y, a_z – определяются равенствами: $a_x = \dot{V}_x = \ddot{x}$, $a_y = \dot{V}_y = \ddot{y}$, $a_z = \dot{V}_z = \ddot{z}$. Модуль вектора ускорения равен: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

При естественном способе задания движения вектор ускорения точки $\vec{a}$ раскладывается на две взаимно перпендикулярные составляющие $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$, параллельные осям n и τ естественной системы координат, и представляется в виде равенства $\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n}$, или $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, где $\vec{\tau}$ – единичный направляющий вектор оси, касательной к траектории (касательная ось); $\vec{n}$ – единичный направляющий вектор главной нормали траектории. Величина a_n называется **нормальным ускорением** точки и вычисляется по формуле: $a_n = \frac{V^2}{\rho}$, где ρ – радиус кривизны траектории. (У окружности радиус кривизны равен её радиусу, у прямой линии – бесконечности.) Вектор $\vec{a}_n$ нормальной составляющей ускорения всегда направлен к центру кривизны траектории. При движении по окружности радиус кривизны траектории равен радиусу окружности, а центр кривизны траектории совпадает с центром окружности. Величина a_τ называется **касательным ускорением** и равна модулю второй производной от заданно-

го закона изменения длины дуги: $a_\tau = |\ddot{S}|$, где $S = S(t)$ – закон изменения длины дуги. Направление вектора касательного ускорения $\vec{a}_\tau$ зависит от знака второй производной $\ddot{S}$. При $\ddot{S} > 0$ вектор $\vec{a}_\tau$ в направлен в сторону возрастающих расстояний, по направлению единичного вектора $\vec{\tau}$, при $\ddot{S} < 0$ – в сторону убывающих расстояний (противоположно единичному вектору $\vec{\tau}$). Вектор полного ускорения $\vec{a}$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$. Модуль вектора ускорения: $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$.

2.2. Вращение тела вокруг неподвижной оси

Движение тела, при котором все точки некоторой его прямой остаются неподвижными, называется **вращательным**, а указанная прямая называется осью вращения. Вращение тела задается углом поворота $\varphi = \varphi(t)$ подвижной плоскости, связанной с телом, относительно некоторого ее начального положения. Направление вращения с возрастанием угла поворота считается положительным.

Величина **угловой скорости** вращения тела равна модулю производной от угла поворота тела по времени: $\omega = |\dot{\varphi}|$. Направление угловой скорости вращения тела зависит от знака производной $\dot{\varphi}$. При $\dot{\varphi} > 0$ вращение происходит в положительном направлении, в сторону возрастания угла поворота, при $\dot{\varphi} < 0$ – в отрицательном. Направление угловой скорости обычно показывают дуговой стрелкой вокруг оси вращения. Вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ направлен вдоль оси вращения в сторону, откуда вращение тела видно против хода часовой стрелки.

Величина **углового ускорения** при вращении тела равна модулю второй производной от угла поворота тела по времени: $\varepsilon = |\ddot{\varphi}|$. Если $\ddot{\varphi}$ одного знака с

ϕ, то угловое ускорение ускоряет вращение тела, если разных знаков, то угловое ускорение замедляет вращение.

При вращательном движении тела все его точки движутся по окружностям, радиусы которых равны расстояниям от выбранной точки до неподвижной оси. **Скорость точки вращающегося твердого тела (**в отличие от угловой скорости тела) называют **линейной,** или **окружной скоростью** точки. Величина скорости рассчитывается по формуле: $V = \omega h$, где ω – величина угловой скорости тела; h – расстояние от точки до оси вращения. Вектор скорости точки лежит в плоскости описываемой точкой окружности и направлен по касательной к ней в сторону вращения тела. Отношение скоростей двух точек вращающегося тела равно отношению расстояний от этих точек до оси: $\frac{V_{M1}}{V_{M2}} = \frac{h_1}{h_2}$.

Ускорение точки вращающегося твердого тела рассчитывается как ускорение точки при естественном способе задания движения в виде суммы векторов касательного и нормального ускорений: $\vec{a}_M = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$. Величины касательного, нормального и полного ускорений точки вращающегося тела, соответственно: $a_\tau = \varepsilon h$, $a_n = \omega^2 h$, $a_M = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$, где ω, ε – угловая скорость и угловое ускорение тела; h – расстояние от точки до оси вращения.

2.3. Плоскопараллельное движение твёрдого тела

Плоскопараллельным, или плоским движением твердого тела, называется такое движение, при котором все точки тела движутся параллельно некоторой неподвижной плоскости. Плоское движение представляется в виде суммы мгновенного поступательного движения, при котором все точки плоской фигуры движутся со скоростью выбранной точки-полюса, и мгновенного вращательного движения вокруг этого полюса.

Скорость любой точки M плоской фигуры равна векторной сумме вектора скорости точки-полюса и вектора скорости точки M при вращении тела вокруг этого полюса: $\vec{V}_M = \vec{V}_A + \vec{V}_{MA}$, где $\vec{V}_M$ – скорость точки M; $\vec{V}_A$ – скорость полюса A; $\vec{V}_{MA}$ – вектор скорости точки M при вращении тела вокруг полюса A, модуль скорости $V_{MA} = \omega \cdot MA$, где ω – угловая скорость мгновенного вращательного движения тела вокруг полюса; MA – расстояние между полюсом A и точкой M.

Мгновенным центром скоростей называется такая точка P плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю. Выбрав в качестве полюса мгновенный центр скоростей, скорость любой точки плоской фигуры находят так, как если бы мгновенное движение фигуры было вращательным вокруг мгновенного центра скоростей.

Способы построения мгновенного центра скоростей

1. Если известны направления скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ каких-нибудь двух точек A и B плоской фигуры, то мгновенный центр скоростей находится в точке пересечения перпендикуляров, восстановленных из этих точек к векторам скоростей (рис. 2.1, *a*).

2. Если скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ двух точек A и B плоской фигуры известны и параллельны друг другу, а линия AB перпендикулярна $\vec{V}_A$ (и, конечно, $\vec{V}_B$), то мгновенный центр скоростей определяется как точка пересечения линий, проведенных через основания и вершины векторов скоростей (построение показано на рис. 2.1, *b*, *c*).

3. Если скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ двух точек A и B параллельны друг другу, но линия AB, соединяющая эти точки, не перпендикулярна векторам скоростей (рис. 2.1, *d*), то мгновенная угловая скорость тела равна нулю и движение тела

в данный момент времени является мгновенным поступательным. В этом случае скорости всех точек равны по величине и направлению.

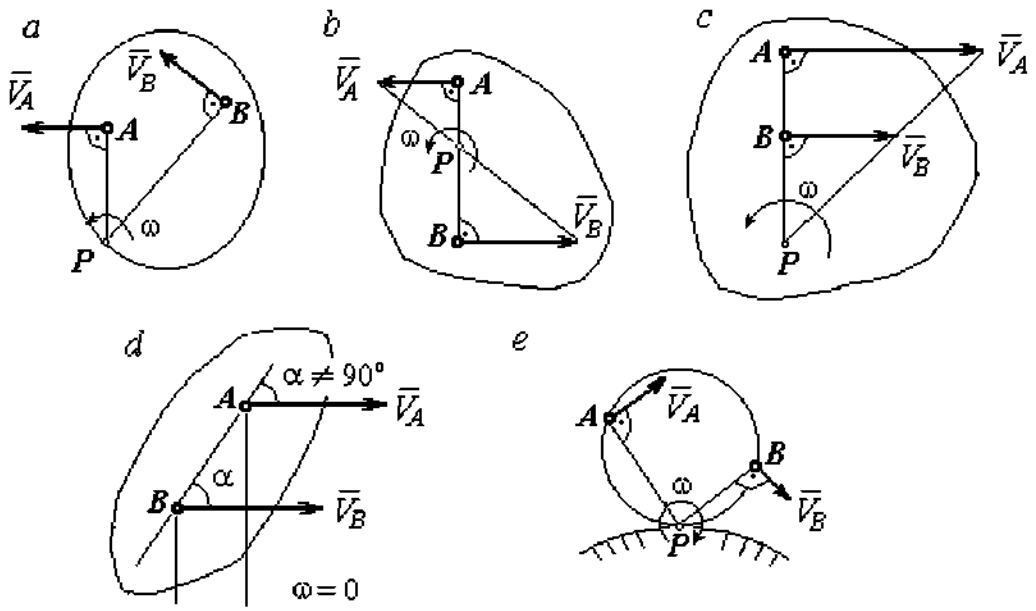


Рис. 2.1. Способы построения мгновенного центра скоростей

4. Если плоскопараллельное движение осуществляется путем качения без скольжения одного тела по неподвижной поверхности другого, то мгновенный центр скоростей расположен в точке касания катящегося тела с неподвижной поверхностью (рис. 2.1, *e*).

Ускорение любой точки *M* плоской фигуры при плоскопараллельном движении твердого тела представляется как сумма векторов – ускорения полюса и ускорения точки *M* при вращении фигуры вокруг полюса. Учитывая, что ускорение точки вращающегося тела представляется как сумма нормального и касательного ускорений, получим:

$$\vec{a}_M = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{MA} + \vec{a}^{n}_{MA},$$

где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса *A*; $\vec{a}^{\tau}_{MA}$, $\vec{a}^{n}_{MA}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки *M* при вращении фигуры вокруг полюса *A*.

Вектор нормального ускорения $\vec{a}^{\,n}_{MA}$ всегда направлен от точки M к полюсу A. Вектор касательного ускорения $\vec{a}^{\,\tau}_{MA}$ направлен перпендикулярно отрезку AM в сторону вращения, если оно ускоренное (рис. 2.2, *a*), и против вращения, если оно замедленное (рис. 2.2, *b*). Численно величины касательного и нормального составляющих ускорения точки M определяются по формулам:

$$a^{\tau}_{MA} = \varepsilon \cdot AM\,, \quad a^{n}_{MA} = \omega^2 \cdot AM\,,$$

где ω, ε – угловая скорость и угловое ускорение тела (плоской фигуры); AM – расстояние от точки M до полюса A (см. рис. 2.2).

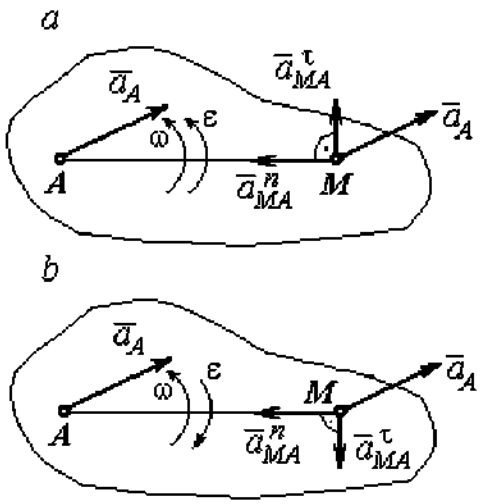


Рис. 2.2. Ускорение точки плоской фигуры:
a – ускоренное движение;
b – замедленное движение

Если при движении плоской фигуры известны траектории движения полюса A и точки M, то для определения ускорения точки M используется векторное равенство

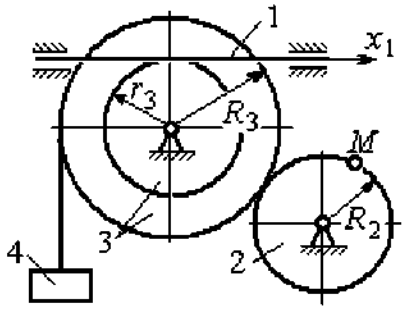
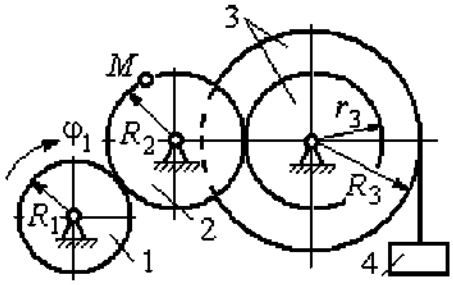
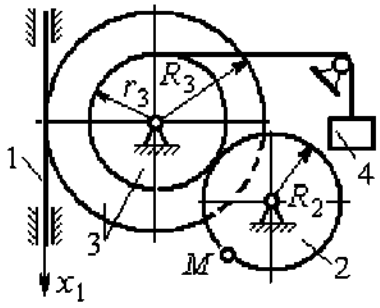
$$\vec{a}^{\,\tau}_{M} + \vec{a}^{\,n}_{M} = \vec{a}^{\,\tau}_{A} + \vec{a}^{\,n}_{A} + \vec{a}^{\,\tau}_{MA} + \vec{a}^{\,n}_{MA},$$

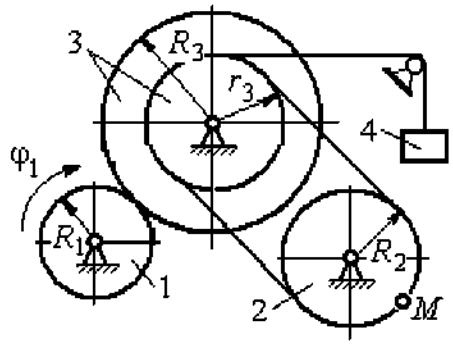
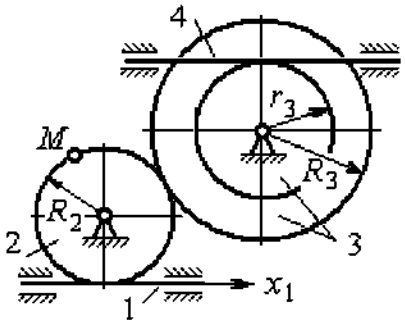
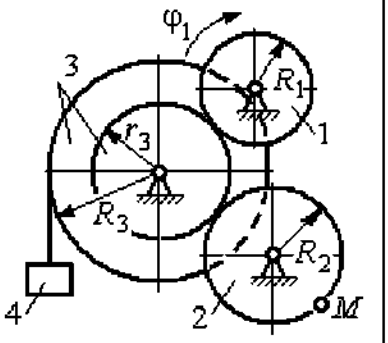
где $\vec{a}^{\,\tau}_{M}$, $\vec{a}^{\,n}_{M}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{A}$, $\vec{a}^{\,n}_{A}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки M и полюса A при движении их по заданным траекториям.

2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при поступательном и вращательном движениях

По заданному движению одного из звеньев механизма $x_1 = x_1(t)$ (варианты 1, 3, 5, 7, 9) или $\varphi_1 = \varphi_1(t)$ (варианты 2, 4, 6, 8, 10) найти в момент времени t_1 скорость, касательное, нормальное и полное ускорения точки M звена механизма, совершающего вращательное движение, а также скорость и ускорение звена 4, совершающего поступательное движение.

Варианты заданий даны на рис. 2.3, 2.4. Исходные данные представлены в табл. 2.1.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22	Варианты № 3, 13, 23
		

Варианты № 4, 14, 24	Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
		

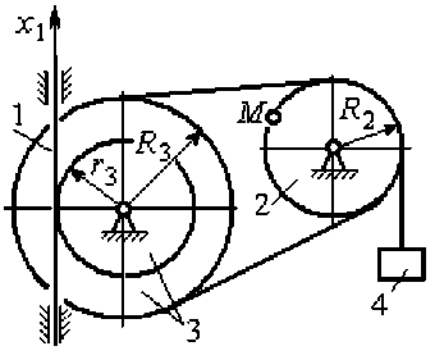
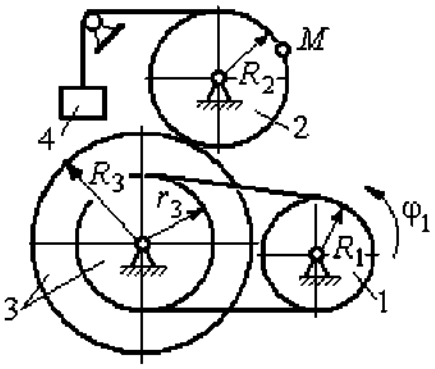
Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
	

Рис. 2.3. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела. Номера вариантов задания 1 – 8, 11 – 18, 21 – 28

Окончание вариантов задания К1

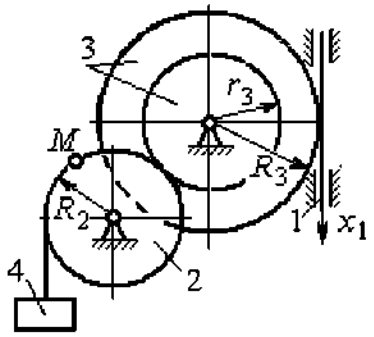
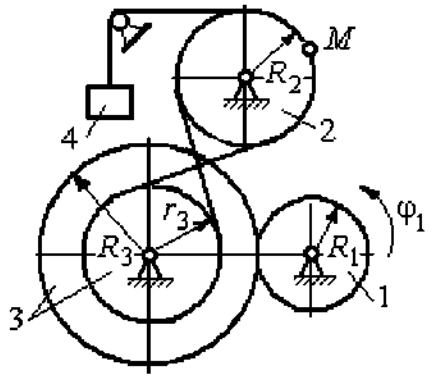
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

Таблица 2.1

Исходные данные вариантов задания К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела

Номер варианта задания	R_1,см	R_2, см	R_3, см	r_3, см	$x_1(t)$, см $\varphi_1(t)$, рад	t_1, с
1	–	40	45	35	$x_1(t) = (3t-1)^2$	2
2	10	20	38	18	$\varphi_1(t) = t^2 + 6\cos(\pi t/6)$	3
3	–	30	42	18	$x_1(t) = 5t^2 - 2\cos(\pi t/2)$	1
4	15	30	45	20	$\varphi_1(t) = 5t^2 + \cos(\pi t/2)$	2
5	–	30	40	20	$x_1(t) = 6t - \cos(\pi t/3)$	3
6	10	20	30	10	$\varphi_1(t) = t^3 - \cos(\pi t/2)$	1
7	–	30	40	30	$x_1(t) = 2\sin(\pi t/2) + \cos(\pi t/2)$	2
8	8	10	30	25	$\varphi_1(t) = 5t + \cos(\pi t/2)$	2
9	–	18	30	18	$x_1(t) = 5t + \cos(\pi t/3)$	3
10	15	30	50	20	$\varphi_1(t) = 2t^2 + \sin(\pi t/4)$	2
11	–	30	40	25	$x_1(t) = (t^2 - 3t)$	2
12	12	20	40	28	$\varphi_1(t) = 3t^2 + 6\sin(\pi t/6)$	3
13	–	25	60	42	$x_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/2)$	1
14	10	30	45	30	$\varphi_1(t) = 3t^2 + 2\cos(\pi t/2)$	2

Окончание табл. 2.1

Номер варианта задания	R_1,см	R_2, см	R_3, см	r_3, см	$x_1(t)$, см $\varphi_1(t)$, рад	t_1, с
15	–	20	30	20	$x_1(t)=3t^2-\cos(\pi t/3)$	3
16	12	18	40	20	$\varphi_1(t)=2t^3+\cos(\pi t/2)$	1
17	–	20	35	15	$x_1(t)=2\sin(\pi t/2)-\cos(\pi t/2)$	2
18	15	18	40	25	$\varphi_1(t)=5t+\cos(\pi t/2)$	1
19	–	22	50	18	$x_1(t)=t^2+\cos(\pi t/3)$	3
20	10	20	45	10	$\varphi_1(t)=2t^2+\sin(\pi t/4)$	4
21	–	20	40	20	$x_1(t)=t+(3t-4)^2$	2
22	8	18	42	18	$\varphi_1(t)=2t^2+12\cos(\pi t/6)$	3
23	–	45	60	40	$x_1(t)=4t^2+\sin(\pi t/2)$	1
24	5	15	30	20	$\varphi_1(t)=2t^2+4\cos(\pi t/2)$	2
25	–	15	35	25	$x_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/3)$	3
26	18	20	35	20	$\varphi_1(t)=2t^3+\sin(\pi t/2)$	1
27	–	15	35	15	$x_1(t)=2\sin(\pi t/2)-\cos(\pi t/2)$	1
28	10	12	40	25	$\varphi_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/2)$	1
29	–	35	50	10	$x_1(t)=t^3-\cos(\pi t/2)$	1
30	10	20	40	10	$\varphi_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/4)$	4

Пример выполнения задания К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела

По заданному уравнению движения звена 1 механизма (рис. 2.5, *а*) определить скорость, нормальное, касательное и полное ускорения точки M на момент времени t_1, а также скорость и ускорение звена 4, если значения радиусов колес механизма и закон движения звена 1: R_2= 20 см, r_2= 5 см, R_3= 8 см, r_3 = 4 см, $x_1 = 2t^2 - 5t$ см, t_1=1 с.

Решение

Отметим на схеме положительные направления отсчета углов поворота дисков 2 и 3, соответствующие заданному положительному направлению движения звена 1.

Направления показаны на рис 2.5, *b* дуговыми стрелками φ_2, φ_3, а положительное направление движения звена 4 – направлением оси x_4.

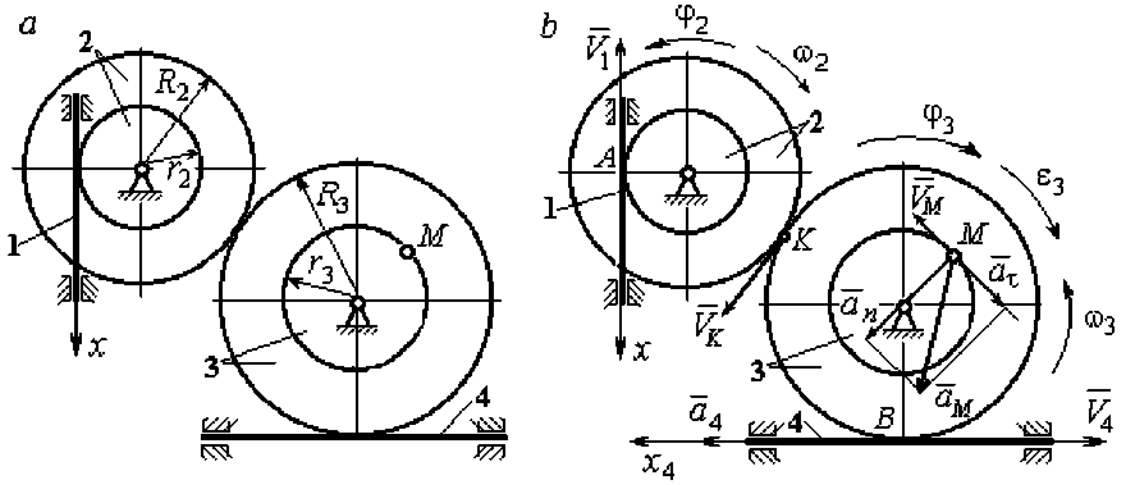


Рис. 2.5. Кинематика вращательного движения твердого тела:
a – схема механизма; *b* – расчетная схема для определения скоростей и ускорений точек механизма

Звено 1 движется поступательно. Движение задано координатным способом в виде закона изменения координаты x. Дифференцируем по времени уравнение движения: $\dot{x} = 4t - 5$ см/с. В момент времени $t_1 = 1$ с значение производной: $\dot{x}(1) = -1$ см/с. Отрицательное значение производной $\dot{x}$ показывает, что в данный момент времени звено 1 движется в отрицательном направлении оси x. Скорость звена 1 равна модулю производной: $V_1 = |\dot{x}|$. На рис. 2.5, *b* направление движения звена 1 в момент времени $t_1 = 1$ с показано вектором скорости $\vec{V}_1$, направленным в сторону, противоположную положительному направлению оси x. Эту же скорость будет иметь точка A – точка контакта звена 1 с диском 2, лежащая на расстоянии r_2 от оси вращения диска. Следовательно, $V_1 = V_A = \omega_2 r_2$, где ω_2 – угловая скорость диска 2. Отсюда угловая скорость диска: $\omega_2 = \dfrac{V_A}{r_2} = \dfrac{|4t-5|}{5} = |\dot{\varphi}_2|$ рад/с. При $t_1 = 1$ с значение производной отрицательно: $\dot{\varphi}_2(1) = -0{,}2$ рад/с. Это означает, что в заданный момент времени вращение диска 2 с угловой скоростью $\omega_2(1) = |\dot{\varphi}_2(1)| = 0{,}2$ рад/с происходит

в отрицательном для диска 2 направлении. На рис. 2.5, *b* направление вращения диска 2 показано дуговой стрелкой ω_2 в сторону, противоположную положительному направлению отсчета угла φ_2. При передаче вращения диска 2 диску 3 величины угловых скоростей дисков обратно пропорциональны радиусам дисков, которым принадлежит точка контакта: $\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{R_3}{R_2}$. Тогда, угловая скорость диска 3 $\omega_3 = \omega_2 \frac{R_2}{R_3} = |2t - 2{,}5| = |\dot{\varphi}_3|$ рад/с.

В момент времени $t_1 = 1$с значение производной $\dot{\varphi}_3$ отрицательно: $\dot{\varphi}_3(1) = -0{,}5$ рад/с, и, следовательно, вращение диска 3 в данный момент времени с угловой скоростью $\omega_3(1) = |\dot{\varphi}_3(1)| = 0{,}5$ рад/с происходит в сторону, противоположную положительному направлению отсчета угла φ_3, как показано на рис. 2.5, *b*. Величина (модуль) скорости точки *M* рассчитывается по формуле: $V_M = \omega_3 r_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с модуль скорости $V_M(1) = 2$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_M$ расположен по касательной к траектории движения точки *M* (окружности) и направлен в сторону вращения диска 3 (см. рис. 2.5, *b*).

Звено 4 движется поступательно. Скорость звена 4 равна скорости точки касания его с диском 3: $V_4 = V_B = \omega_3 R_3 = |2t - 2{,}5| \cdot 8 = |\dot{x}_4|$. В момент времени $t_1 = 1$ с значение производной от координаты движения звена 4 отрицательно: $\dot{x}_4(1) = -4$ см/с. В результате, вектор скорости $\vec{V}_4(1)$, равный по модулю $V_4(1) = 4$ см/с, направлен вдоль оси x_4 в сторону, противоположную ее положительному направлению (см. рис. 2.5, *b*).

Угловое ускорение диска 3: $\varepsilon_3(t) = |\dot{\omega}_3| = |\ddot{\varphi}_3| = 2$ рад/с^2. Из того, что угловая скорость ω_3 и угловое ускорение $\dot{\omega}_3$ диска 3 имеют разные знаки, следует, что вращение диска 3 замедленное. Угловое ускорение диска направлено в сторону положительного направления отсчета угла поворота φ_3, диска 3 (см. рис. 2.5, *b*).

Касательное ускорение a_τ точки M рассчитывается по формуле $a_\tau = \varepsilon_3 r_3$ и в момент времени $t_1 = 1$ с: $a_\tau = 8$ см/с^2. Так как вращение диска 3 замедленное, вектор касательного ускорения точки M $\vec{a}_\tau(t)$ направлен в сторону, противоположную вектору скорости $\vec{V}_M(1)$ (см. рис. 2.5, *b*). Нормальное ускорение a_n точки M рассчитывается как $a_n = \omega_3^2 r_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с величина нормального ускорения: $a_n(1) = 1$ см/с^2. Вектор нормального ускорения $\vec{a}_n(1)$ направлен по радиусу к центру диска 3 (см. рис. 2.5, *b*). Полное ускорение точки M в заданный момент времени: $a_M(1) = \sqrt{a_\tau^2(1) + a_n^2(1)} = 8{,}06$ см/с^2. Вектор полного ускорения $\vec{a}_M$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$.

Ускорение a_4 звена 4 находится из условия, что звено 4 движется поступательно и прямолинейно. При прямолинейном движении нормальная составляющая ускорения равна нулю. Тогда $a_4 = a_{4\tau} = \dot{V}_4 = = \dot{V}_B = |\dot{\omega}_3| R_3 = \varepsilon_3 R_3$.

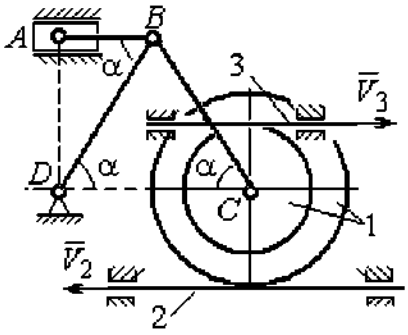
Так как угловое ускорение диска 3 является постоянной величиной, ускорение a_4 не зависит от времени: $a_4 = 16$ см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}_4$ направлен вдоль оси x_4 в сторону положительных значений.

2.5. Задание К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Для заданного положения плоского механизма определить скорости точек и угловые скорости звеньев механизма.

Варианты заданий показаны на рис. 2.6 – 2.8. Исходные данные вариантов заданий выбираются из таблиц, приведённых на рисунках схем механизмов.

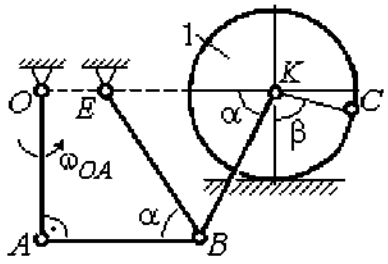
Варианты № 1, 11, 21



Найти: $V_A, V_B, V_C, \omega_{AB}, \omega_{BC}, \omega_1, \omega_{BD}$

Номер варианта задания	R_1, см	r_1, см	AD, см	α, град	V_2, см/с	V_3, см/с
1	10	5	20	30	8	10
11	12	8	25	45	10	4
21	10	6	15	60	5	5

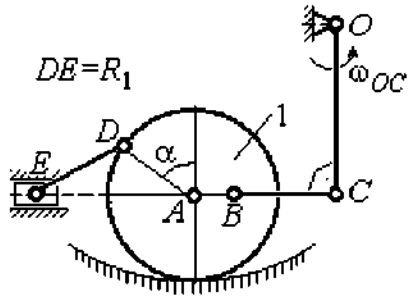
Варианты № 2, 12, 22



Найти: V_A, V_B, V_K, $\omega_1, \omega_{AB}, \omega_{OA}$, ω_{BE}, ω_{BK}

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	OE, см	α, град	β, град	V_C, см/с
2	3	5	4	30	60	10
12	4	8	6	45	90	8
22	5	12	2	60	120	12

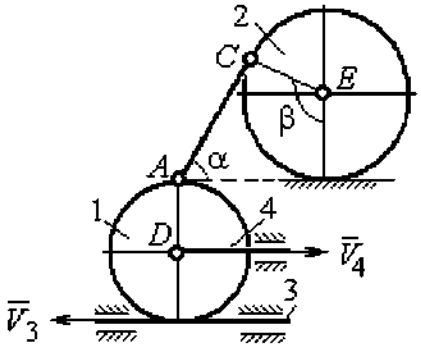
Варианты № 3, 13, 23



Найти: V_A, V_B, V_C, V_D, V_E, $\omega_{BC}, \omega_1, \omega_{DE}$

Номер варианта задания	R_1, см	OC, см	AB, см	BC, см	α, град	ω_{OC}, рад/с
3	12	18	10	35	60	4
13	10	15	10	25	90	8
23	15	20	5	20	120	6

Варианты № 4, 14, 24

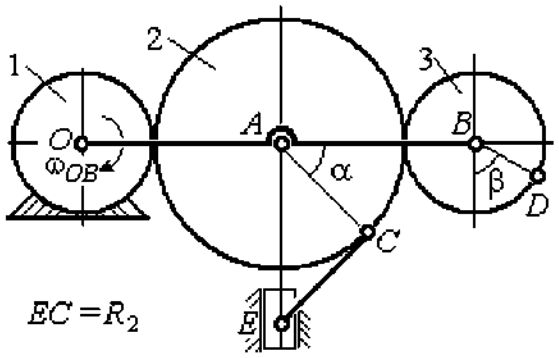


Найти: V_A, V_C, V_E, $\omega_1, \omega_2, \omega_{AC}$

Номер варианта задания	R_1, см	R_2, см	α, град	β, град	V_3, см/с	V_4, см/с
4	10	15	30	60	8	4
14	6	10	45	90	4	6
24	10	12	60	120	3	3

Рис. 2.6. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

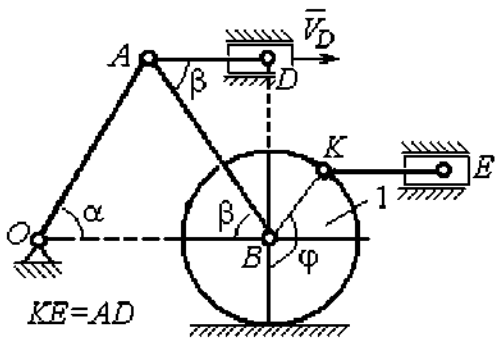
Варианты № 5, 15, 25



Найти: V_A, V_B, V_C, V_D, V_E, ω_2, ω_3, ω_{EC}

Номер варианта задания	R_1, см	R_2, см	R_3, см	α, град	β, град	ω_{OB}, рад/с
5	10	20	12	60	0	6
15	6	18	10	90	90	8
25	20	25	15	120	180	4

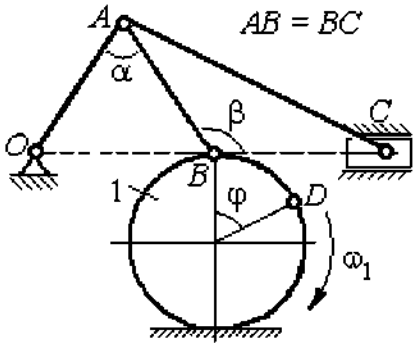
Варианты № 6, 16, 26



Найти: V_A, V_B, V_K, V_E, ω_1, ω_{OA}, ω_{AB}, ω_{AD}, ω_{KE}

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	α, град	β, град	φ, град	V_D, см/с
6	10	20	30	60	60	12
16	12	26	30	30	90	8
26	15	30	60	60	120	15

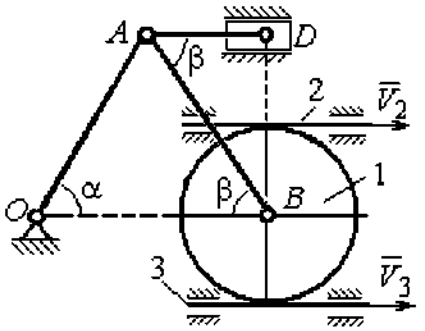
Варианты № 7, 17, 27



Найти: V_A, V_B, V_C, ω_1, ω_{OA}, ω_{AB}, ω_{AC}

Номер варианта задания	R_1, см	AB, см	α, град	β, град	φ, град	V_D, см/с
7	10	20	30	60	60	12
17	12	25	60	120	90	16
27	8	16	30	60	120	10

Варианты № 8, 18, 29

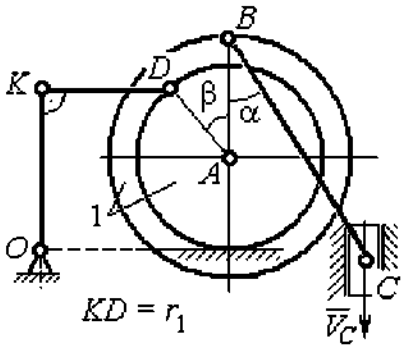
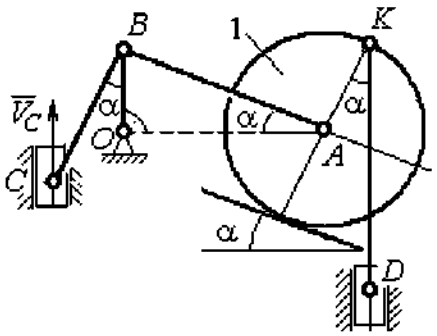


Найти: V_A, V_B, V_D, ω_1, ω_{OA}, ω_{AB}, ω_{AD}

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	α, град	β, град	V_2, см/с	V_3, см/с
8	10	20	30	60	12	4
18	12	26	30	30	8	2
28	15	30	60	60	6	3

Рис. 2.7. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 5 – 8, 15 – 18, 25 – 28

Окончание вариантов задания К2

Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
 Найти: $\omega_{OK}, \omega_{KD}, \omega_{BC}, \omega_1, V_A, V_B, V_K, V_D$	 Найти: $V_A, V_B, V_D, V_K, \omega_{CB}, \omega_1, \omega_{OB}, \omega_{AB}, \omega_{KD}$

Номер варианта задания	R_1, см	r_1, см	α, град	β, град	BC, см	V_C, см/с	Номер варианта задания	R_1, см	CB, см	OB, см	KD, см	α, град	V_C, см/с
9	20	12	45	60	60	8	**10**	10	20	30	60	30	4
19	24	16	60	90	50	4	**20**	12	26	30	50	45	2
29	16	10	30	120	40	6	**30**	15	30	60	60	60	3

Рис. 2.8. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

Пример выполнения задания К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Задача 1. Плоский механизм (рис. 2.9) состоит из стержня OC и подвижных дисков 2 и 3 радиусами r_2, r_3, шарнирно закрепленными на стержне, соответственно, в точках A и C. Стержень OC вращается вокруг неподвижного центра O с угловой скоростью ω_{OC}. Диск 2, увлекаемый стержнем OC, катится без проскальзывания по неподвижной поверхности диска 1 радиусом r_1. Диск 3, также увлекаемый стержнем OC, катится без проскальзыва-

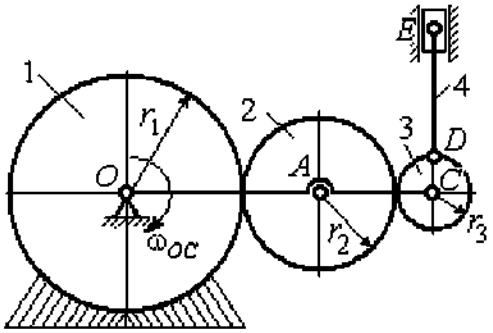


Рис. 2.9. Схема плоского механизма

ния по подвижному диску 2. В точке D, расположенной на краю диска 3, шарнирно прикреплен стержень 4, к которому в точке E шарнирно прикреплен поршень E, способный совершать только вертикальное перемещение. Для заданного положения механизма (см. рис. 2.9), когда стержень OC горизонтален, стержень DE направлен по линии вертикального диаметра диска 3, найти скорости точек A, C, D, E, угловые скорости дисков 2, 3 и стержня 4, если: r_1 = 6 см, r_2 = 4 см, r_3 = 2 см, DE = 10 см, ω_{OC} = 1 рад/с.

Решение

Определим скорость точки A, общей для стержня OC и диска 2: $V_A = \omega_{OC}(r_1 + r_2)$ = 10 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ перпендикулярен стержню OC и направлен в сторону его вращения (рис. 2.10).

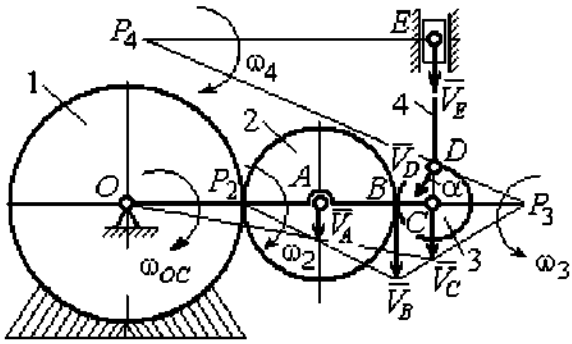


Рис. 2.10. Расчетная схема для определения скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев

Диск 2 катится по неподвижной поверхности диска 1. Точка касания диска 2 с неподвижным диском 1 является мгновенным центром скоростей диска 2. На рис. 2.10 центр скоростей диска 2 обозначен точкой P_2. В этом случае скорость точки A может быть определена через угловую скорость диска ω_2 следующим образом: $V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = 4\omega_2$. Так как V_A = 10 см/с, получим ω_2 = 2,5 рад/с.

Для того чтобы найти угловую скорость диска 3, необходимо определить положение его мгновенного центра скоростей. С этой целью вычислим скорости точек B и C. Скорость точки B может быть найдена через угловую скорость диска 2: $V_B = \omega_2 \cdot BP_2$ = 20 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен отрезку BP_2 и направлен в сторону мгновенного вращения диска 2 вокруг своего центра скоростей P_2.

Скорость точки C определяется через угловую скорость стержня OC: $V_C = \omega_{OC}(r_1 + 2r_2 + r_3)$ = 16 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярен стержню OC и направлен в сторону его вращения (см. рис. 2.10).

Построение мгновенного центра скоростей P_3 диска 3 по известным скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ показано на рис. 2.10. Его положение определяется из условия, что отношение скоростей двух точек тела, совершающего плоскопараллельное движение, равно отношению расстояний от этих точек до мгновенного центра скоростей: $\frac{V_B}{V_C} = \frac{r_3 + CP_3}{CP_3}$. Разрешая пропорцию относительно неизвестной величины CP_3, получим: CP_3= 8 см. Скорость точки C выражается через угловую скорость диска 3 $V_C = \omega_3 \cdot CP_3$. Отсюда величина угловой скорости диска 3: $\omega_3 = \frac{V_C}{CP_3}$ = 2 рад/с. Направление мгновенного вращения диска 3 вокруг своего центра скоростей определяется известными направлениями скоростей точек C и B, принадлежащих диску 3 (см. рис. 2.10). Скорость точки D $V_D = \omega_3 \cdot DP_3$ = $=2 \cdot \sqrt{2^2 + 8^2}$ = 16,5 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_D$ перпендикулярен отрезку DP_3 и направлен в сторону мгновенного вращения диска 3 вокруг центра P_3.

Для определения скорости поршня E воспользуемся теоремой о проекциях скоростей точек плоской фигуры, согласно которой проекции скоростей двух точек плоской фигуры на ось, проходящую через эти точки, равны между собой. Проведем ось через точки D и E. По построению, угол α между вектором $\vec{V}_D$ и осью DE равен углу $\angle DP_3C$ (см. рис. 2.10). Тогда, $\cos\alpha = \frac{CP_3}{DP_3} = \frac{8}{\sqrt{2^2 + 8^2}} = 0{,}97$, откуда $\alpha = 14°$. На основании теоремы о проекциях скоростей точек плоской фигуры имеем равенство: $V_D \cos\alpha = V_E \cos 0$, откуда скорость точки E: V_E=16 см/с.

Мгновенный центр скоростей стержня 4 – точка P_4 – определяется как точка пересечения перпендикуляров к векторам скоростей $\vec{V}_D$ и $\vec{V}_E$, восстановленных, соответственно, из точек D и E (см. рис. 2.10). Угловая скорость стержня 4, совершающего мгновенный поворот вокруг своего центра скоростей, равна: $\omega_4 = \dfrac{V_E}{EP_4}$, где EP_4 – расстояние от точки E до мгновенного центра скоростей звена 4, $EP_4 = DE \cdot \mathrm{ctg}\alpha$ = 40 см. В результате, $\omega_4 = 0{,}4$ рад/с. Направление мгновенного вращения звена 4 вокруг своего центра скоростей определяется направлением скорости точки D.

Задача 2. В плоском стержневом механизме (рис. 2.11) кривошипы OA и ED вращаются вокруг неподвижных центров O и E. В крайней точке D кривошипа ED к нему прикреплён шатун DB, второй конец которого в точке B прикреплён к кривошипу OA. Шатун AC прикреплён в точке A к кривошипу AO, а другим своим концом – к ползуну C, способному совершать только вертикальное движение. Все соединения шарнирные. В заданном положении механизма кривошип OA вертикален, шатун DB расположен горизонтально, кривошип ED наклонен под углом 60° к горизонтали, а шатун AC отклонён на угол 30° от вертикального положения кривошипа AO. Найти скорости всех отмеченных на схеме точек и угловые скорости всех звеньев, если линейные размеры звеньев механизма AC = 6 см, AB = 2 см, BO = 8 см, DB = 10 см и скорость ползуна в данный момент V_C = 4 см/с.

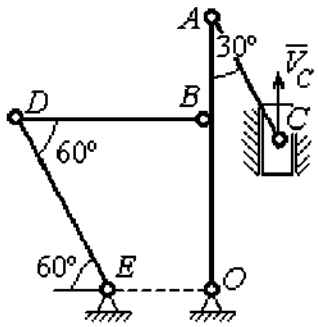


Рис. 2.11. Стержневой механизм

Решение

Кривошипы OA и ED совершают вращательные движения вокруг неподвижных центров. Скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ точек A и B перпендикулярны кривоши-

пу OA, а скорость $\vec{V}_D$ точки D перпендикулярна кривошипу ED. Направления векторов скоростей точек показаны на рис. 2.12.

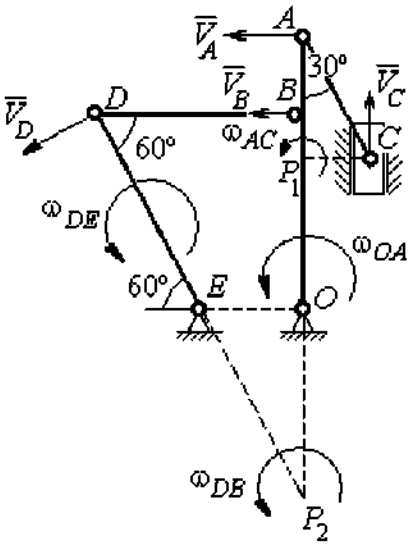


Рис. 2.12. Расчётная схема определения скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев

Шатун AC совершает плоскопараллельное движение. Его мгновенный центр скоростей P_1 находится как точка пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$. Угловая скорость звена AC равна $\omega_{AC} = \dfrac{V_C}{P_1C} = \dfrac{V_C}{AC \cdot \sin 30^\circ} = \dfrac{4}{3}$ рад/с. Далее, полагая, что точка A принадлежит шатуну AC, найдем её скорость:

$$V_A = \omega_{AC} \cdot P_1A = \frac{4}{3} AC \cdot \cos 30^\circ = 4\sqrt{3} \text{ см/с.}$$

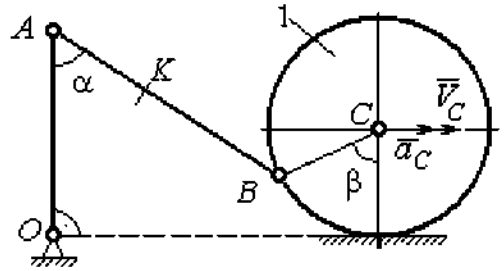
Теперь, исходя из того, что точка A принадлежит как шатуну AC, так и кривошипу OA, найдём его угловую скорость: $\omega_{AO} = \dfrac{V_A}{AO} = 0{,}4\sqrt{3}$ рад/с. Скорость точки B кривошипа $V_B = \omega_{AO} \cdot OB = 3{,}2\sqrt{3}$ см/с.

Шатун DB совершает плоскопараллельное движение. Зная направления скоростей точек B и D, построим мгновенный центр скоростей P_2 звена DB как точку пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_D$ (см. рис. 2.12). Тогда, угловая скорость шатуна DB $\omega_{DB} = \dfrac{V_B}{P_2B} = \dfrac{3{,}2\sqrt{3}}{DB \cdot \operatorname{tg} 60^\circ} = 0{,}32$ рад/с. Скорость точки D $V_D = \omega_{DB} \cdot P_2D = 0{,}32 \dfrac{DB}{\sin 30^\circ} = 6{,}4$ см/с. Угловая скорость кривошипа DE $\omega_{DE} = \dfrac{V_D}{DE} = \dfrac{6{,}4}{(OB / \sin 60^\circ)} = 0{,}69$ рад/с.

2.6. Задание К3. Определение ускорений точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Для заданного положения плоского механизма определить ускорения точек звеньев механизма и угловые ускорения звеньев. Варианты заданий и исходные данные приведены на рис. 2.13 – 2.15.

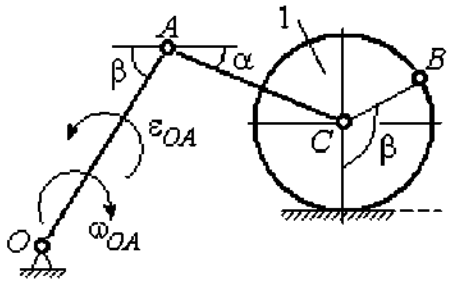
Варианты № 1, 11, 21



Найти: $a_A, a_K, \varepsilon_{AB}$

Номер варианта задания	AB, см	AK, см	α, град	β, град	R_1, см	V_C, см/с	a_C, см/с^2
1	16	10	60	120	10	12	6
11	20	16	30	60	8	10	8
21	18	10	60	180	6	8	4

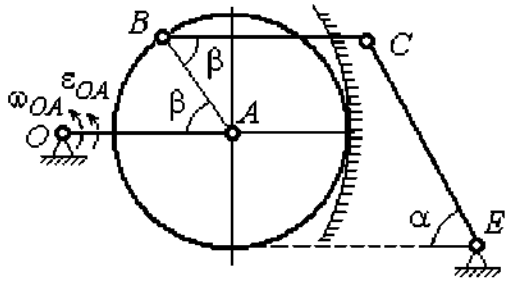
Варианты № 2, 12, 22



Найти: $a_C, a_B, \varepsilon_{AC}$

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	AC, см	α, град	β, град	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
2	5	10	12	30	60	2	4
12	8	24	20	30	120	1	2
22	6	12	15	60	90	2	3

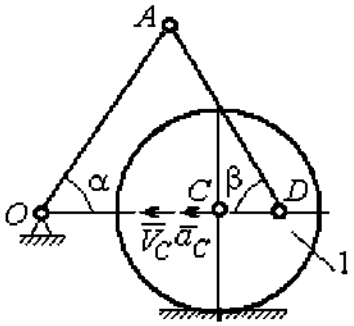
Варианты № 3, 13, 23



Найти: a_C, a_B, ε_{BC}

Номер варианта задания	BC, см	AO, см	α, град	β, град	R_1, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
3	16	15	60	90	10	2	3
13	18	12	90	60	8	3	2
23	14	12	30	120	10	2	4

Варианты № 4, 14, 24

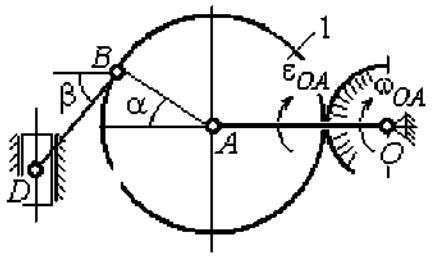


Найти: $a_A, a_D, \varepsilon_{DA}$

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	DC, см	α, град	β, град	V_C, см/с	a_C, см/с^2
4	10	28	5,78	60	30	10	2
14	8	24	4,62	30	90	8	3
24	6	20	6	45	45	12	2

Рис. 2.13. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

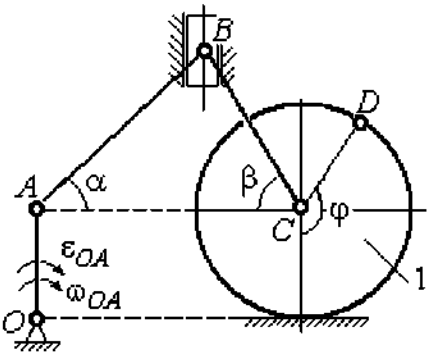
Варианты № 5, 15, 25



Найти: $a_D, a_B, \varepsilon_{BD}$

Номер варианта задания	OA, см	BD, см	α, град	β, град	R_1, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
5	16	10	60	30	10	4	3
15	18	8	90	45	12	2	4
25	14	12	30	60	8	3	2

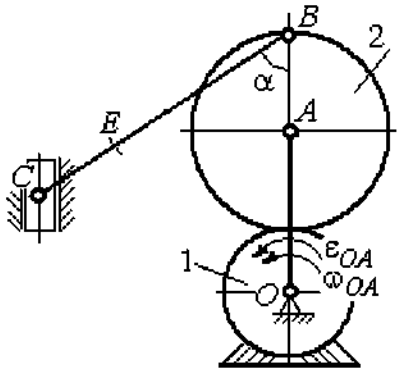
Варианты № 6, 16, 26



Найти: $a_B, a_D, \varepsilon_{BC}$

Номер варианта задания	R_1, см	AB, см	φ, град	α, град	β, град	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
6	6	18	60	30	30	2	3
16	8	20	90	60	30	2	4
26	5	16	120	30	60	3	4

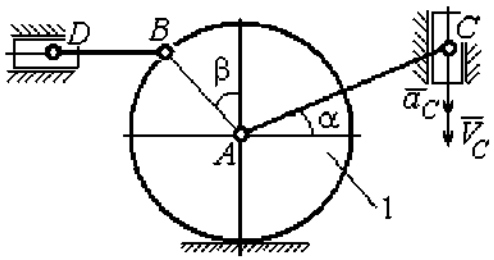
Варианты № 7, 17, 27



Найти: $a_E, a_C, \varepsilon_{BC}$

Номер варианта задания	BC, см	BE, см	α, град	R_1, см	R_2, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
7	22	10	60	2	10	2	3
17	28	15	30	3	6	3	4
27	20	8	45	4	8	2	2

Варианты № 8, 18, 28

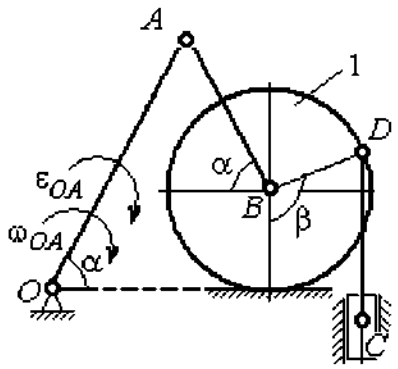
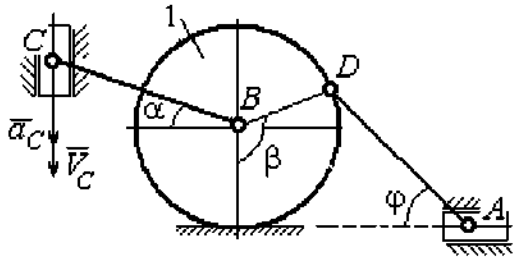


Найти: $a_D, a_B, \varepsilon_{BD}$

Номер варианта задания	R_1, см	BD, см	AC, см	α, град	β, град	V_C, см/с	a_C, см/с^2
8	4	5	12	60	60	12	5
18	6	10	16	45	90	10	8
28	8	8	16	30	120	8	6

Рис. 2.14. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 5 – 8, 15 – 18, 25 – 28

Окончание вариантов задания К3

Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
 Найти: $a_C, a_B, \varepsilon_{AB}$	 Найти: $a_A, a_B, \varepsilon_{CB}$

Номер варианта задания	OA, см	DC, см	α, град	β, град	R_1, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2	Номер варианта задания	R_1, см	BC, см	φ, град	α, град	β, град	V_C, см/с	a_C, см/с^2
9	18	10	30	120	4	2	3	**10**	6	14	60	30	120	15	3
19	20	12	60	60	6	3	4	**20**	5	18	45	60	90	10	5
29	18	8	60	90	4	2	3	**30**	4	16	30	45	60	12	4

Рис. 2.15. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

Примеры решения задания К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении

Задача 1. Ступенчатый барабан 1 с радиусами ступенек R = 0,5 м и r = 0,3 м катится окружностью малой ступеньки по горизонтальной поверхности без скольжения (рис. 2.16). Барабан приводится в движение шатуном AC, один конец которого соединён с центром барабана в точке A, а другой – с ползуном C, перемещающимся вертикально. В положении механизма, когда шатун AC отклонён от вертикали на угол 60°, найти ускорение точки B барабана, лежащей на его горизонтальном диаметре, если заданы скорость и ускорение ползуна C: V_C = 9м/с, a_C = 4 м/с^2.

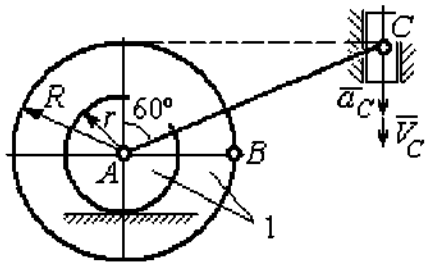


Рис. 2.16. Схема движения плоского механизма

Решение

Найдём угловые скорости ω_{AC}, ω_1 шатуна AC и барабана 1. Шатун совершает плоское движение. Его мгновенный центр скоростей P_2 находится на пересечении перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$ (рис. 2.17). По условию, скорость точки C направлена вертикально вниз. Точка A принадлежит как шатуну AC, так и барабану 1. При качении барабана по горизонтальной поверхности скорость его центра – точки A параллельна поверхности качения барабана.

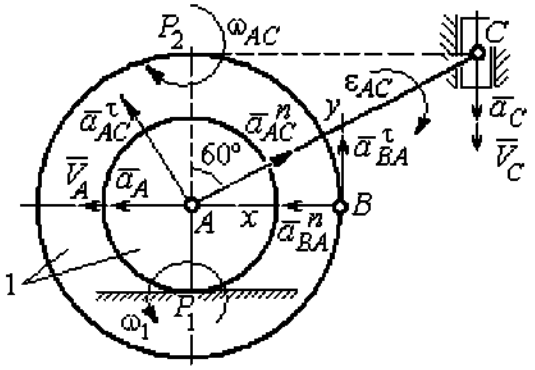


Рис. 2.17. Расчётная схема определения скоростей и ускорений точек механизма

Угловая скорость шатуна $\omega_{AC} = \dfrac{V_C}{CP_2} = \dfrac{9}{R\text{tg}60^\circ} = 6\sqrt{3}$ рад/с.

Скорость точки A шатуна $V_A = \omega_{AC} \cdot AP_2 = 3\sqrt{3}$ м/с. Угловая скорость барабана 1 $\omega_1 = \dfrac{V_A}{AP_1} = 10\sqrt{3}$ рад/с.

При расчёте угловой скорости барабана учтено, что качение барабана по неподвижной поверхности представляет собой плоское движение, при котором мгновенный центр скоростей находится в точке касания с поверхностью (в точке P_1 на рис. 2.17).

Выразим ускорение $\vec{a}_A$ точки A через полюс C на основании векторного равенства: $\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}_{AC}^{\tau} + \vec{a}_{AC}^{n}$, где $\vec{a}_C$ – ускорение точки C, выбранной в качестве полюса; $\vec{a}_{AC}^{\tau}$, $\vec{a}_{AC}^{n}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки A при вращении шатуна AC вокруг полюса C. Вектор нормального ускорения $\vec{a}_{AC}^{n}$ направлен вдоль шатуна AC от точки A к полюсу C и равен по величине $a_{AC}^{n} = \omega_{AC}^2 \cdot AC = (6\sqrt{3})^2 \cdot 2R = 108$ м/с^2. Вектор касательного ускорения

$\vec{a}^{\tau}_{AC}$, модуль которого вычисляется по формуле $a^{\tau}_{AC} = \varepsilon_{AC} \cdot AC$, направлен перпендикулярно отрезку AC.

На данном этапе величина вектора касательного ускорения не может быть вычислена, поскольку угловое ускорение шатуна AC ε_{AC} неизвестно. На рис. 2.17 направление вектора касательного ускорения $\vec{a}^{\tau}_{AC}$ выбрано из предположения, что вращение шатуна ускоренное и направление углового ускорения совпадает с направлением его угловой скорости.

Направление вектора $\vec{a}_A$ ускорения точки A определяется из того, что центр барабана движется по прямой, параллельной горизонтальной поверхности качения. На рис. 2.17 направление вектора ускорения $\vec{a}_A$ выбрано из предположения, что качение барабана ускоренное.

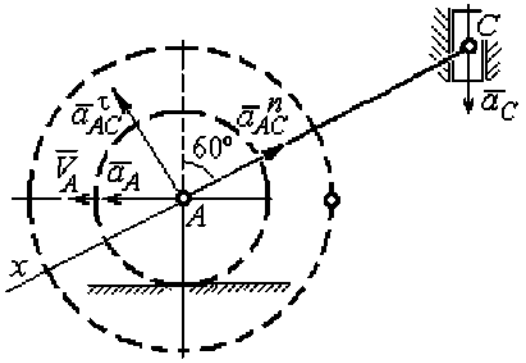


Рис. 2.18. Схема для определения ускорения центра барабана

Выберем ось x вдоль линии AC (рис. 2.18) и спроектируем векторное равенство $\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}^{\tau}_{AC} + \vec{a}^{n}_{AC}$ на эту ось. При таком выборе оси проекция неизвестного ускорения $\vec{a}^{\tau}_{AC}$ обращается в нуль. Получим $a_A \cos 30^\circ = a_C \cos 60^\circ - a^{n}_{AC}$. Отсюда найдём ускорение центра барабана $a_A = \dfrac{1}{\cos 30^\circ}\left(a_C \cos 60^\circ - a^{n}_{AC}\right) = -122{,}4$ м/с^2. Отрицательное значение ускорения точки A означает, что на рис. 2.17, 2.18 вектор ускорения $\vec{a}_A$ должен иметь противоположное направление. Таким образом, вектор ускорения $\vec{a}_A$ направлен в сторону, противоположную вектору скорости $\vec{V}_A$, и движение барабана замедленное.

Для того чтобы найти ускорение точки B, выразим его через полюс A на основании векторного равенства $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{BA} + \vec{a}^{n}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение

точки A, выбранной в качестве полюса; $\vec{a}^{\tau}_{BA}$, $\vec{a}^{n}_{BA}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки B при вращении барабана вокруг полюса A.

Модуль вектора нормального ускорения $\vec{a}^{n}_{BA}$ равен по величине $a^{n}_{BA} = \omega_1^2 \cdot BA = (10\sqrt{3})^2 \cdot R = 150$ м/с^2. Вектор направлен вдоль радиуса барабана от точки B к полюсу A (см. рис. 2.17).

Модуль вектора касательного ускорения $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ вычисляется по формуле $a^{\tau}_{BA} = \varepsilon_1 \cdot BA$, где ε_1 – угловое ускорение барабана. Значение углового ускорения катящегося барабана (в отличие от углового ускорения ε_{AC} шатуна AC) может быть найдено. Расчёт основан на том, что при движении барабана расстояние AP_1 от точки A до центра скоростей барабана P_1 остаётся постоянным, равным r. Тогда выражение $V_A = \omega_1 \cdot AP_1 = \omega_1 \cdot r$ для расчёта скорости точки A можно продифференцировать. Получим $\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_1}{dt} \cdot r$. Так как точка A движется по прямой, производная от скорости точки равна её полному ускорению, а производная от угловой скорости барабана равна его угловому ускорению. Тогда имеем: $a_A = \varepsilon_1 \cdot r$, откуда находим угловое ускорение $\varepsilon_1 = \frac{a_A}{r} = 40{,}8$ рад/с^2, а затем и модуль вектора касательного ускорения $a^{\tau}_{BA} = \varepsilon_1 \cdot BA = 20{,}4$ м/с^2.

Заметим, что для вычисления углового ускорения ε_{AC} шатуна AC подобные рассуждения неприменимы. Формулу $V_A = \omega_{AC} \cdot AP_2$ невозможно продифференцировать, так как при движении механизма расстояние AP_2 от точки A до центра скоростей P_2 шатуна AC является неизвестной функцией времени.

Выберем систему координат xBy как показано на рис. 2.17, и спроецируем на эти оси векторное равенство $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{BA} + \vec{a}^{n}_{BA}$. Полагая, что движение барабана ускоренное (т. е. вектора ускорений $\vec{a}_A$ и $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ направлены, как показано на рис. 2.17), получим значения составляющих ускорения точки B:

$a_{Bx} = a_A + a_{BA}^n$, $a_{By} = a_{BA}^\tau$. Подставляя значения ускорений, найдём $a_{By} = 20{,}4$ м/с^2, $a_{Bx} = -122{,}4 + 150 = 27{,}6$ м/с^2. Вектор полного ускорения точки B направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_{Bx}$, $\vec{a}_{By}$. Величина ускорения точки B: $a_B = \sqrt{a_{Bx}^2 + a_{By}^2} = 34{,}32$ м/с^2.

Задача 2. В плоском механизме (рис. 2.19) кривошип OA вращается вокруг оси O с угловой скоростью ω_{OA} и угловым ускорением ε_{OA}. Диск 2, шарнирно присоединённый к кривошипу в точке A, катится без проскальзывания по неподвижному диску 1. Радиусы дисков R_1 и R_2. На краю диска 2 в точке B шарнирно прикреплен стержень BC, соединенный с центром C диска 3. Радиус диска 3 равен радиусу диска 2: $R_3 = R_2$. Диск 3 катится без скольжения по горизонтальной поверхности, по прямой. Для положения механизма, изображенного на рис. 2.19, определить ускорение точки D и угловое ускорение стержня BC, если $\omega_{OA} = 4$ рад/с, $\varepsilon_{OA} = 2$ рад/с^2, $R_1 = 4$ см, $R_2 = 8$ см. Длина стержня $BC = 20$ см.

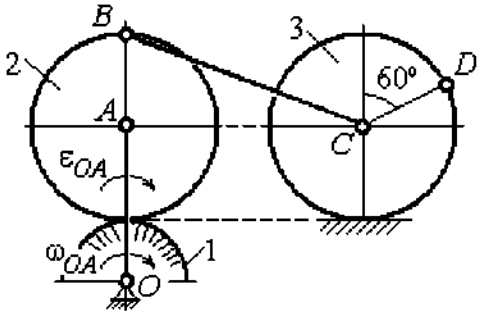


Рис. 2.19. Схема движения плоского механизма

Решение

Определение угловых скоростей звеньев механизма.

Рассмотрим вращательное движение кривошипа OA. Скорость точки A: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 48$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу OA в сторону движения кривошипа (рис. 2.20).

При движении диска 2 точка P_2 соприкосновения второго диска с неподвижным первым является мгновенным центром скоростей диска 2. Угловая скорость диска 2: $\omega_2 = \dfrac{V_A}{AP_2} = \dfrac{48}{8} = 6$ рад/с.

Скорость точки B диска 2: $V_B = \omega_2 BP_2 = 6 \cdot 16 = 96$ см/с.

Для определения угловой скорости стержня BC заметим, что скорости двух точек стержня $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ параллельны, но точки B и C не лежат на общем перпендикуляре к скоростям. В этом случае мгновенный центр скоростей стержня BC отсутствует (бесконечно удалён), угловая скорость стержня равна нулю: $\omega_{BC} = 0$, а стержень совершает мгновенное поступательное движение. В результате имеем: $V_C = V_B = 96$ см/с.

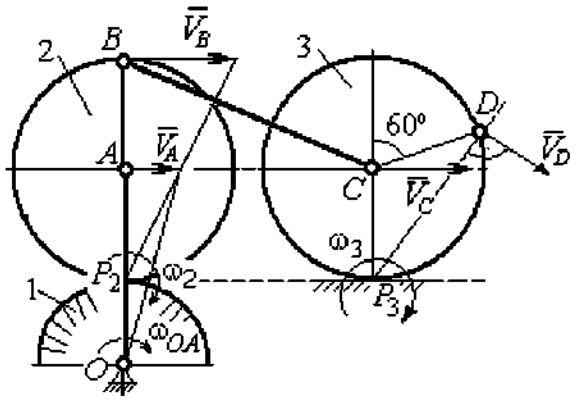


Рис. 2.20. Расчетная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

При качении диска 3 по неподвижной поверхности без проскальзывания точка P_3 касания его с поверхностью является мгновенным центром скоростей. Тогда угловая скорость диска 3: $\omega_3 = \dfrac{V_C}{CP_3} = 12$ рад/с. Скорость точки D диска 3: $V_D = \omega_3 \cdot DP_3$. Величину DP_3 находим из треугольника P_3DC. В результате $DP_3 = 2R_3\cos 30^\circ = 13{,}8$ см и $V_D = 165{,}6$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_D$ направлен в сторону движения диска 3 перпендикулярно линии DP_3 и (см. рис. 2.20).

Определение ускорений точек механизма.

Представим ускорение $\vec{a}_C$ точки C векторной суммой $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}^{\,n}_{CB} + \vec{a}^{\,\tau}_{CB}$, где $\vec{a}_B$ – ускорение точки B, выбранной в качестве полюса; $\vec{a}^{\,n}_{CB}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{CB}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки C при вращении стержня BC вокруг полюса B, $a^n_{CB} = \omega^2_{CB} \cdot CB$, $a^\tau_{CB} = \varepsilon_{CB} \cdot CB$.

Нормальная составляющая ускорения точки C $a^n_{CB} = 0$, так как стержень CB совершает мгновенное поступательное движение и $\omega_{BC} = 0$.

Направление касательной составляющей $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ неизвестно, так как неизвестно направление углового ускорения стержня ε_{CB}. Для определённости выберем направление углового ускорения стержня BC в сторону против хода часовой стрелки. На рис. 2.21 это направление показано дуговой стрелкой ε_{CB}.

В соответствии с выбранным направлением углового ускорения вектор $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ строится перпендикулярно линии стержня BC в сторону углового ускорения ε_{CB} (см. рис. 2.21).

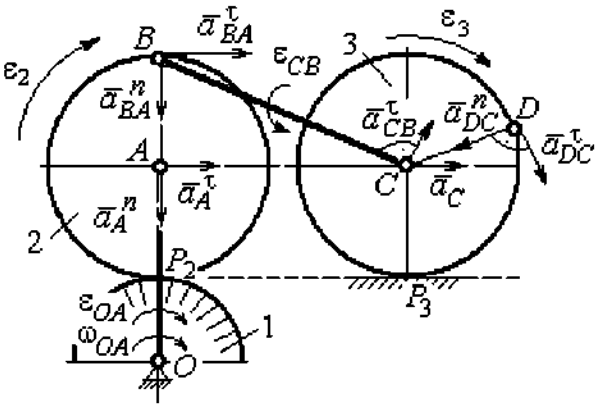


Рис. 2.21. Расчетная схема для определения ускорений точек механизма и угловых ускорений его звеньев

Выразим ускорение точки B через полюс A: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{n}_{BA} + \vec{a}^{\tau}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A; $\vec{a}^{n}_{BA}$, $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки B при вращении диска 2 вокруг полюса A. Величина нормальной составляющей ускорения точки B $a^{n}_{BA} = \omega_2^2 \cdot BA = 288$ см/с^2. Вектор $\vec{a}^{n}_{BA}$ направлен вдоль радиуса BA от точки B к полюсу A (см. рис. 2.21). Касательное ускорение точки B при вращении диска 2 вокруг полюса A вычисляется по формуле $a^{\tau}_{BA} = \varepsilon_2 \cdot BA$. Для определения углового ускорения ε_2 диска 2 заметим, что во время движения диска 2 расстояние AP_2 остается постоянным, равным R_2. Дифференцируя равенство $V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = \omega_2 R_2$, получим: $\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_2}{dt} R_2$, или $a^{\tau}_A = \varepsilon_2 R_2$, откуда $\varepsilon_2 = \frac{a^{\tau}_A}{R_2}$.

Для того чтобы найти величину a^{τ}_A, рассмотрим вращательное движение кривошипа OA вокруг неподвижной оси O. Ускорение точки A представляется в виде векторного равенства $\vec{a}_A = \vec{a}^{n}_A + \vec{a}^{\tau}_A$, где $\vec{a}^{n}_A$ и $\vec{a}^{\tau}_A$ – известные

нормальная и касательная составляющие ускорения точки A кривошипа OA: $a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA$ = 192 см/с^2, $a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA$ = 24 см/с^2. Направления векторов нормального ускорения $\vec{a}_A^n$ и касательного ускорения $\vec{a}_A^\tau$ показаны на рис. 2.21.

Теперь найдём величину углового ускорения диска 2 и модуль касательного ускорения a_{BA}^τ точки B при вращении диска 2 вокруг полюса A: $\varepsilon_2 = \dfrac{a_A^\tau}{R_2} =$ = 3 рад/с^2, $a_{BA}^\tau = \varepsilon_2 \cdot BA$ = 24 см/с^2.

Для определения ускорения точки C имеем векторное равенство $\vec{a}_C = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau + \vec{a}_{CB}^\tau$. Выберем оси Cx, Cy, как показано на рис. 2.22, – вдоль отрезка BC и перпендикулярно ему и спроецируем на них имеющееся векторное равенство. Получим:

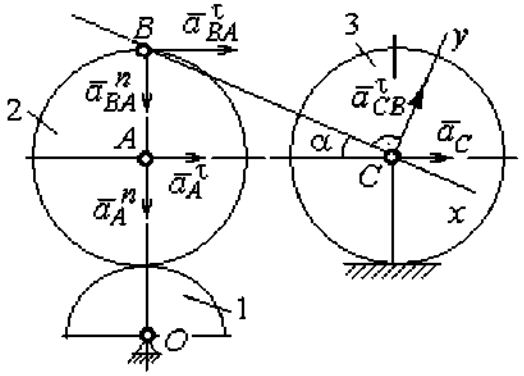


Рис. 2.22. Расчетная схема для вычисления ускорения точки С

$$a_C \cos\alpha = a_A^n \sin\alpha + a_A^\tau \cos\alpha + a_{BA}^n \sin\alpha + a_{BA}^\tau \cos\alpha;$$

$$a_C \sin\alpha = a_A^n \cos\alpha + a_A^\tau \sin\alpha + a_{BA}^n \cos\alpha + a_{BA}^\tau \sin\alpha + a_{CB}^\tau,$$

где α – угол между стержнем BC и линией центров AC; $\sin\alpha = \dfrac{AB}{BC}$ = 0,4; $\cos\alpha$ = 0,92. Решая систему, найдём: a_C = 256,7 см/с^2, a_{CB}^τ = – 358,12 см/с^2.

Модуль углового ускорения стержня BC: $\varepsilon_{CB} = \dfrac{\left|a_{CB}^\tau\right|}{BC}$ = 17,9 рад/с^2.

Знак «минус» величины a_{CB}^τ означает, что вектор касательного ускорения $\vec{a}_{CB}^\tau$ на рис. 2.21 – 2.22 следует направить в противоположную сторону. Направление углового ускорения стержня BC, показанное на рис. 2.21 дуговой стрелкой ε_{CB}, также следует заменить на противоположное.

Выразим ускорение точки D через полюс C: $\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}^n_{DC} + \vec{a}^\tau_{DC}$, где $\vec{a}_C$ – известное ускорение точки C; $\vec{a}^n_{DC}$, $\vec{a}^\tau_{DC}$ – нормальное и касательное составляющие ускорения точки D при вращении диска 3 вокруг полюса C. Величина нормального ускорения точки D: $a^n_{DC} = \omega_3^2 \cdot DC = 1152$ см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}^n_{DC}$ направлен по радиусу от точки D к полюсу C (рис. 2.23).

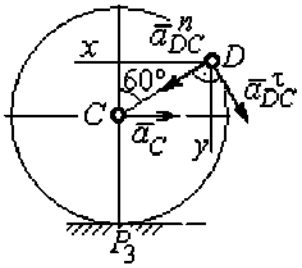


Рис.2.23. Расчетная схема для определения ускорения точки D

Для расчёта касательной составляющей a^τ_{DC} ускорения точки D найдём угловое ускорение диска 3. Продифференцируем по времени равенство $V_C = \omega_3 \cdot CP_3 = \omega_3 R_3$. Получим: $\frac{dV_C}{dt} = \frac{d\omega_3}{dt} R_3$, или $a_C = \varepsilon_3 R_3$. Угловое ускорение диска 3: $\varepsilon_3 = \frac{a_C}{R_3} = 32{,}09$ рад/с^2. Тогда величина касательной составляющей ускорения точки D: $a^\tau_{DC} = \varepsilon_3 \cdot DC = 256{,}7$ см/с^2. Направление вектора $\vec{a}^\tau_{DC}$ соответствует ускоренному движению диска 3.

Проведём оси Dx и Dy, как показано на рис. 2.23, и спроецируем векторное равенство ускорения точки D на оси:

$$a_{Dx} = -a_C + a^n_{DC}\cos 30^\circ - a^\tau_{DC}\cos 60^\circ, \quad a_{Dy} = a^n_{DC}\cos 60^\circ + a^\tau_{DC}\cos 30^\circ.$$

Решая систему, находим значения проекций модуля ускорения $a_{Dx} = 612{,}5$ см/с^2, $a_{Dy} = 798{,}3$ см/с^2. Величина ускорения точки D:

$$a_D = \sqrt{a^2_{Dx} + a^2_{Dy}} = 1006{,}2 \text{ см/с}^2.$$

3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

3.1. Основные понятия сложного движения точки

В неподвижной системе координат рассматривается подвижное твердое тело и точка, перемещающаяся относительно тела.

Траектория точки в её движении относительно тела называется **относительной траекторией.** Скорость точки в этом движении называют **относительной скоростью**, ускорение – **относительным ускорением**.

Траектория точки, перемещающейся вместе с телом, называется переносной траекторией точки, скорость точки при таком её движении – **переносной скоростью**, а ускорение – **переносным ускорением**.

Суммарное движение точки вместе с телом и относительно тела называется **сложным движением**. Траектория точки относительно неподвижной системы координат называется **абсолютной траекторией точки**, скорость и ускорение – **абсолютной скоростью и абсолютным ускорением.**

При вычислении абсолютной скорости используется теорема о сложении скоростей: **при сложном движении абсолютная скорость точки равна геометрической сумме относительной и переносной скоростей:** $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$, где $\vec{V}$, $\vec{V}_e$, $\vec{V}_r$ – вектора абсолютной, переносной и относительной скоростей точки.

В случае, когда относительное движение точки задается естественным способом в виде закона изменения пути $S = S(t)$, величина относительной скорости точки равна модулю производной: $V_r = \left|\dot{S}_r\right|$. Если переносное движение точки есть вращение тела вокруг неподвижной оси, скорость точки в переносном движении будет: $V_e = \omega_e h_e$, где ω_e – величина угловой скорости вращения тела; h_e – кратчайшее расстояние от места положения точки на теле до оси вращения тела.

При вычислении абсолютного ускорения используется теорема Кориолиса о сложении ускорений: **при сложном движении абсолютное ускорение точки равно геометрической сумме трех ускорений – относительного, переносного и ускорения Кориолиса** $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_к$, где $\vec{a}$ – вектор абсолютного ускорения точки; $\vec{a}_e, \vec{a}_r$ – вектора соответственно переносного и относительного ускорений точки; $\vec{a}_к$ – вектор ускорения Кориолиса. (Иногда его называют поворотным ускорением.)

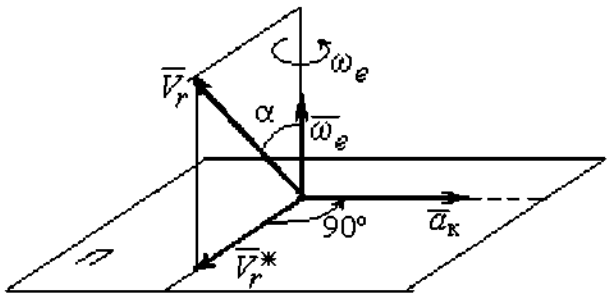


Рис. 3.1. Определение направления ускорения Кориолиса по правилу Жуковского

Вектор ускорения Кориолиса определяется векторным произведением $\vec{a}_к = 2(\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r)$, где $\vec{\omega}_e$ – вектор угловой скорости переносного движения; $\vec{V}_r$ – вектор относительной скорости точки. Модуль ускорения Кориолиса: $|\vec{a}_к| = 2|\vec{\omega}_e| \cdot |\vec{V}_r| \sin\alpha$, где α – угол между вектором угловой скорости переносного движения и вектором относительной скорости точки (см. рис. 3.1). Направление вектора ускорения Кориолиса может быть получено по правилу построения вектора векторного произведения.

На рис. 3.1 показана последовательность выбора направления вектора ускорения Кориолиса по правилу Н. Е. Жуковского. Правило состоит в следующем: пусть имеется точка, движущаяся с относительной скоростью $\vec{V}_r$. Построим плоскость П, перпендикулярную вектору переносной угловой скорости $\vec{\omega}_e$, и спроецируем вектор $\vec{V}_r$ на эту плоскость. Проекцию обозначим $\vec{V}_r^*$ (см. рис. 3.1). Чтобы получить направление ускорения Кориолиса, следует вектор проекции относительной скорости $\vec{V}_r^*$ повернуть на 90° в плоскости П вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Если сложное движение точки происходит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, направление ускорения Кориолиса можно получить простым поворотом вектора относительной скорости на угол 90° вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Относительное ускорение $\vec{a}_r$ представляется как сумма векторов относительного касательного $\vec{a}_r^{\tau}$ и относительного нормального $\vec{a}_r^{n}$ ускорений: $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\tau} + \vec{a}_r^{n}$. Переносное ускорение точки $\vec{a}_e$ тела имеет своими составляющими переносное касательное $\vec{a}_e^{\tau}$ и переносное нормальное $\vec{a}_e^{n}$ ускорения так, что $\vec{a}_e = \vec{a}_e^{\tau} + \vec{a}_e^{n}$.

Таким образом, абсолютное ускорение точки в сложном движении можно представить в виде векторного равенства

$$\vec{a} = \vec{a}_r^{\tau} + \vec{a}_r^{n} + \vec{a}_e^{\tau} + \vec{a}_e^{n} + \vec{a}_{\text{к}}.$$

Модули относительного касательного и относительного нормального ускорений при естественном способе задания относительного движения точки равны: $a_r^{\tau} = \left|\dot{V}_r\right|$, $a_r^{n} = \dfrac{V_r^2}{\rho}$, где ρ – радиус кривизны относительной траектории. При движении точки по окружности радиус кривизны равен радиусу окружности, при движении по прямой – бесконечности, и в этом случае $a_r^{n} = 0$.

При вращательном переносном движении точки значения переносного касательного и нормального ускорений вычисляются по формулам: $a_e^{\tau} = \varepsilon_e h_e$, $a_e^{n} = \omega_e^2 h_e$, где ε_e – угловое ускорение вращательного переносного движения, $\varepsilon_e = \left|\dot{\omega}_e\right|$; h_e – расстояние от точки до оси вращения тела; ω_e – величина угловой скорости вращения тела.

Вектора ускорений строятся по общим правилам построения векторов нормального и касательного ускорений.

При поступательном переносном движении ускорение Кориолиса и переносное нормальное ускорение равны нулю: $a_{\text{к}} = 0$, $a_e^n = 0$. Абсолютное ускорение точки при поступательном переносном движении можно представить в виде векторного равенства $\vec{a} = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau}$.

3.2. Задание К4. Определение скорости и ускорения точки при сложном движении

Задание включает две задачи с вращательным и поступательным видами переносного движения точки.

Задача 1. Вращение тела относительно неподвижной оси задается законом изменения угла поворота: $\varphi_e = \varphi_e(t)$ или законом изменения его угловой скорости: $\omega_e = \omega_e(t)$. Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке C и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии: $CM = S_r = S_r(t)$.

Определить абсолютные скорость и ускорение точки в заданный момент времени t_1.

Задача 2. Поступательное движение тела, несущего точку, задается законом изменения координаты $x_e = x_e(t)$. Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке C и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии: $CM = y_r = y_r(t)$.

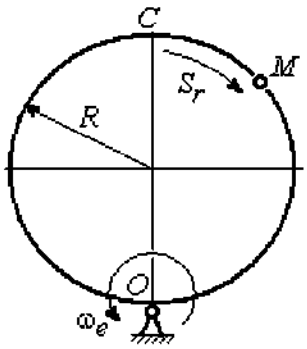
Определить абсолютные скорость и ускорение точки в момент времени t_2, который либо задаётся в исходных данных задачи, либо на схемеописаны условия, из которых он находится.

Номера вариантов заданий даны на рис. 3.2 – 3.5.

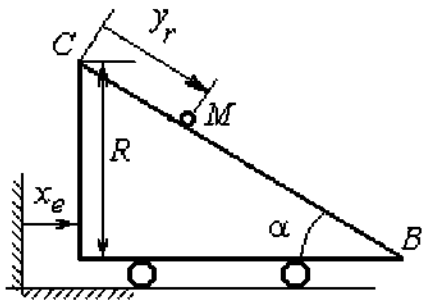
Варианты исходных данных приведены в табл. 3.1.

Варианты № 1, 11, 21

Задача 1



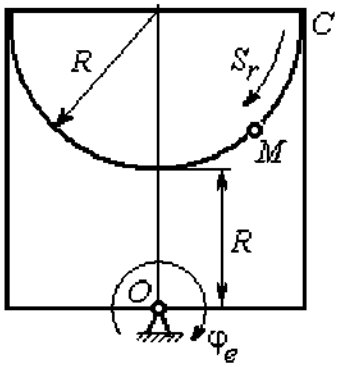
Задача 2



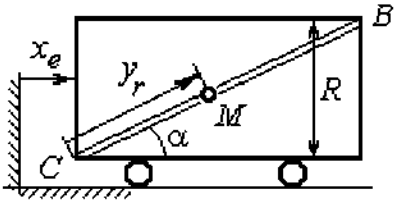
В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути CB

Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



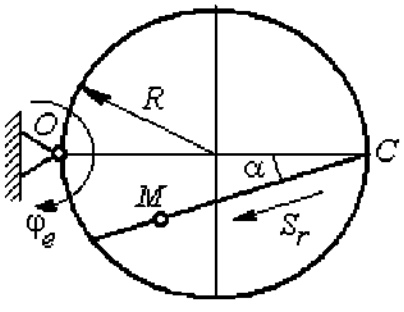
Задача 2



В момент $t = t_2$ точка M прошла 2/3 пути CB

Варианты № 3, 13, 23

Задача 1



Задача 2

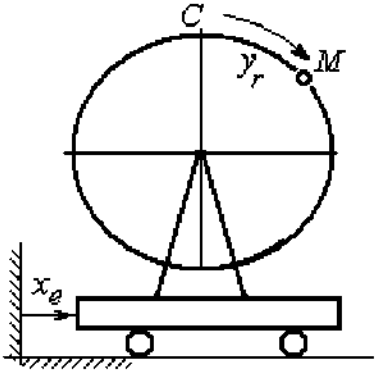
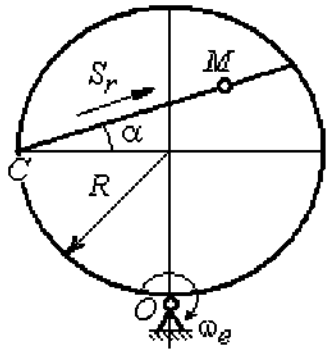


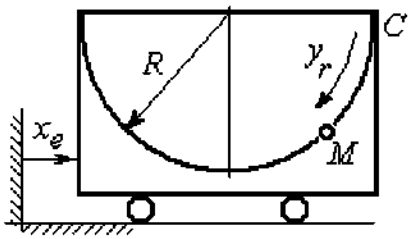
Рис. 3.2. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

Варианты № 4, 14, 24

Задача 1

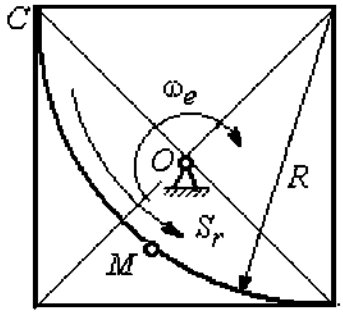


Задача 2

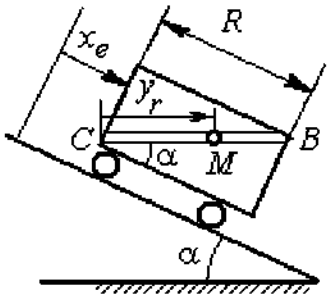


Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



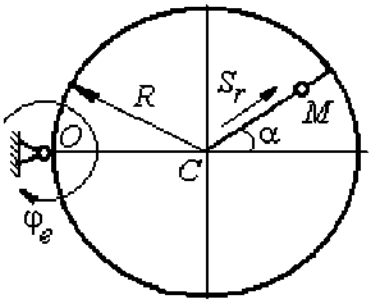
Задача 2



В момент $t = t_2$ точка M прошла путь CB

Варианты № 6, 16, 26

Задача 1



Задача 2

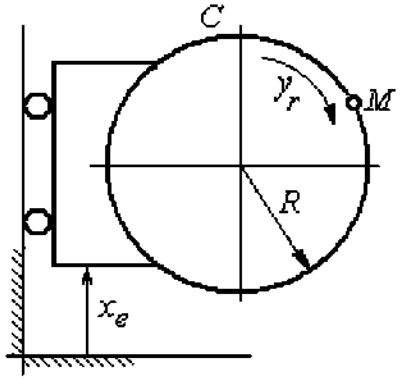
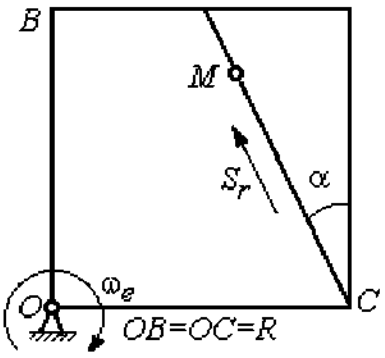


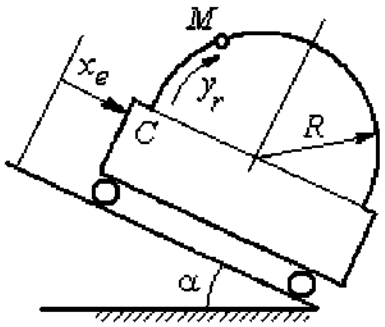
Рис. 3.3. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 4 – 6, 14 – 16, 24 – 26

Варианты № 7, 17, 27

Задача 1

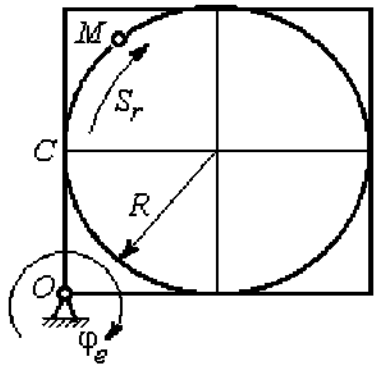


Задача 2

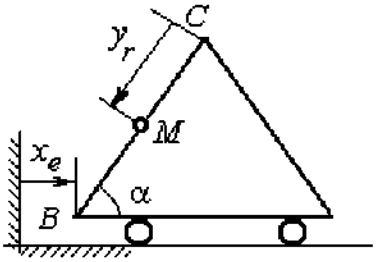


Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



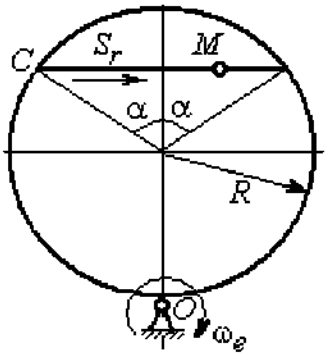
Задача 2



В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути $CB = R$

Варианты № 9, 19, 29

Задача 1



Задача 2

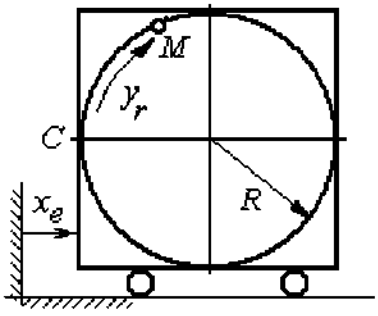
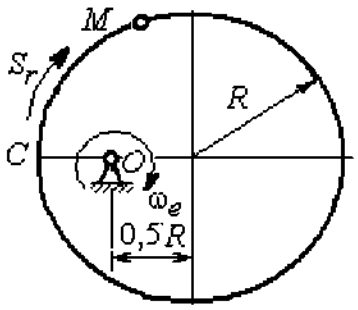


Рис. 3.4. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

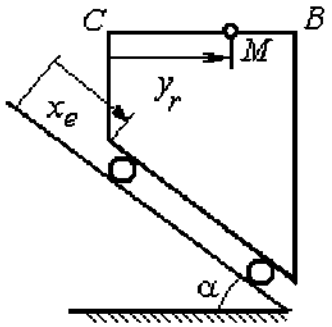
Окончание вариантов задания К4

Варианты № 10, 20, 30

Задача 1



Задача 2



В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути $CB = R$

Рис. 3.5. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 10, 20, 30

Таблица 3.1

Исходные данные для заданий по сложному движению точки

Номер варианта задания	Номер задачи	R, см	α, град	$C\breve{M} = S_r(t)$, см $C\breve{M} = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1, с t_2, с
1	1	3	–	$S_r = 2\pi\sin(\pi t/6)$	$\omega_e = 4t^2$	1
	2	4	30	$y_r = 4t^2$	$x_e = 2\cos(\pi t/6)$	–
2	1	2	–	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/6)$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/3)$	1
	2	3	60	$y_r = t^2 + t$	$x_e = 1 + \cos(\pi t)$	–
3	1	4	30	$S_r = 2\sqrt{3}\left[t + \sin(\pi t/2)\right]$	$\varphi_e = 4t - t^2$	1
	2	6	–	$y_r = \pi\left[2t + \sin\pi t\right]$	$x_e = 5t - t^2$	1
4	1	4	60	$S_r = 2(t^3 + t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	3	–	$y_r = \pi\left[2t + \cos(\pi t/2)\right]$	$x_e = t^3 - 4t$	1
5	1	6	–	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/6)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/3)$	1
	2	2	30	$y_r = t^2 + 2t$	$x_e = t^2 - 4t$	–
6	1	6	60	$S_r = t + 10\sin(\pi t/6)$	$\varphi_e = 2t^2 - 5t$	1
	2	3	–	$y_r = 4\pi\sin(\pi t/6)$	$x_e = \left[1 - \cos(\pi t/4)\right]$	1
7	1	8	30	$S_r = 2(t^3 + 3t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	4	30	$y_r = 2\pi t^2$	$x_e = t^3 - 5t$	1

Продолжение табл. 3.1

Номер варианта задания	Номер задачи	R, см	α, град	$CM = S_r(t)$, см $CM = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1, с t_2, с
8	1	8	–	$S_r = 2\pi\left[t^2 + \sin\pi t\right]$	$\varphi_e = t^2 - 5t$	2
	2	6	30	$y_r = t(t+1)$	$x_e = \cos\pi t$	–
9	1	8	30	$S_r = 2t^2$	$\omega_e = \cos(\pi t/8)$	2
	2	3	–	$y_r = 4\pi\sin^2(\pi t/4)$	$x_e = (3-2t)^2$	1
10	1	6	–	$S_r = \pi(2t^3 + \sin\pi t)$	$\omega_e = 5t - 2t^3$	1
	2	4	30	$y_r = t^2 + 2t$	$x_e = 1 + \cos\pi t$	–
11	1	6	–	$S_r = 8\pi\sin(\pi t/12)$	$\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$	2
	2	6	60	$y_r = 4\sin\pi t$	$x_e = t^2 - 2t$	–
12	1	18	–	$S_r = \pi(2t^2 + 2t)$	$\varphi_e(t) = 3t - t^2$	2
	2	6	30	$y_r = 2t^2 + t$	$x_e = 1 + \cos(\pi t)$	–
13	1	10	60	$S_r = t^3 + t$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$	2
	2	6	–	$y_r = 6\pi\cos(\pi t/3)$	$x_e = t(t+1)$	1
14	1	4	30	$S_r = 8\sqrt{3}\sin(\pi t/12)$	$\omega_e = (3-2t)^2$	2
	2	3	–	$y_r = 2\pi\sin(\pi t/6)$	$x_e = 2t^2 - 5t$	1
15	1	8	–	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/4)$	$\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$	1
	2	5	60	$y_r = 5t + t^2$	$x_e = \cos(\pi t/6)$	–
16	1	12	90	$S_r = 3\left[t + \sin(\pi t/2)\right]$	$\varphi_e = 2t - 3t^2$	1
	2	15	–	$y_r = \pi(4t + t^2)$	$x_e = 6\sin(\pi t/3)$	1
17	1	6	45	$S_r = 3\sqrt{2}\left[t^2 + 2\sin\pi t\right]$	$\omega_e(t) = 4t^2 - 6$	1
	2	6	60	$y_r = 8\pi\sin(\pi t/12)$	$x_e = \sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	2
18	1	8	–	$S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	$\varphi_e = 18t - 4t^2$	2
	2	8	60	$y_r = 3t + 2t^2$	$x_e = \sin\pi t$	–
19	1	8	60	$S_r = 2\sqrt{3}\left[t + \sin(\pi t/2)\right]$	$\omega_e = 5t - t^2$	1
	2	9	–	$y_r = 6\pi\cos(\pi t/3)$	$x_e = \cos(\pi t/6)$	1
20	1	4	–	$S_r = 4\pi\sin(\pi t/6)$	$\omega_e = 3t - 5$	1
	2	6	60	$y_r = 3t + 2t^2$	$x_e = \pi\sin\pi t$	–
21	1	3	–	$S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	$\omega_e = 6t - 14$	2
	2	8	45	$y_r = (t^2 + 3t)$	$x_e = t + 2\sin\pi t$	–

Окончание табл. 3.1

Номер варианта задания	Номер задачи	R, см	α, град	$C\breve{M} = S_r(t)$, см $C\breve{M} = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1, с t_2, с
22	1	4	–	$S_r = 2\pi(t^2 + 2t)$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	9	60	$y_r = 8\sin\pi t$	$x_e = 5t - t^2$	–
23	1	6	45	$S_r = 12\sin(\pi t/8)$	$\varphi_e = t^2 + \cos(\pi t/4)$	2
	2	6	–	$y_r = 6\pi[t + \sin(\pi t/6)]$	$x_e = 5t - t^2$	1
24	1	6	45	$S_r = 12\sin(\pi t/8)$	$\omega_e = t + 4\cos(\pi t/4)$	2
	2	6	–	$y_r = \pi(t^2 + 2t)$	$x_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
25	1	6	–	$S_r = 2\pi t^2$	$\omega_e = 3\sin(\pi t/3)$	1
	2	4	45	$y_r = 2t(t + 3t)$	$x_e = 2(t^3 - 3t)$	–
26	1	6	120	$S_r = t^2 + t$	$\varphi_e = 12\cos(\pi t/12)$	2
	2	9	–	$y_r = \pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$	$x_e = 2(t^2 - 3t)$	1
27	1	10	60	$S_r = \sqrt{3}(t^2 + t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	2
	2	9	30	$y_r = \sqrt{3}\pi\sin(\pi t/3)$	$x_e = t + 4\cos(\pi t/4)$	1
28	1	2	–	$S_r = 6\pi\sin(\pi t/6)$	$\varphi_e = 2t + \cos(\pi t/2)$	1
	2	6		$y_r = 2t + 3t^2$	$x_e = t + \sin\pi t$	–
29	1	8	30	$S_r = (t^2 + 2t)$	$\omega_e = 6\sin(\pi t/12)$	2
	2	3	–	$y_r = 2\pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$	$x_e = 5t - t^2$	1
30	1	2	–	$\pi(t^2 + 2t)$	$\omega_e(t) = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	3	60	$y_r = t + t^2$	$x_e = t + \sin\pi t$	–

Пример выполнения задания К4. Сложное движение точки

Задача 1. Фигура, состоящая из половины диска и равнобедренного треугольника (рис. 3.6), вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости фигуры и проходящей через вершину A треугольника. Вращательное движение задается законом изменения угла поворота фигуры $\varphi_e = 5t - 2t^2$ рад.

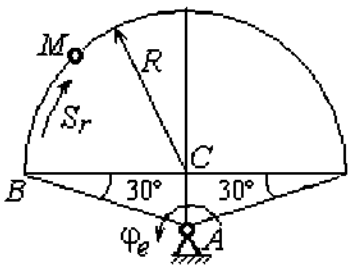


Рис. 3.6. Схема сложного движения точки

Положительное направление вращения отмечено на схеме дуговой стрелкой φ_e. По ободу диска от точки B движется точка M. Движение точки относительно диска задается законом изменения длины дуги окружности: $\overset{\smile}{BM} = S_r = 9\pi t^2$ см. Положительное направление движения точки M на рис. 3.6 показано дуговой стрелкой S_r. Радиус диска R = 9 см.

Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки M в момент времени t_1 = 1 с.

Решение

Вращение фигуры будет для точки M переносным движением. Относительное движение точки M – её движение по окружности обода диска.

Для определения **положения точки** M на ободе диска вычислим расстояние, которое она прошла на заданный момент времени. Длина дуги окружности, пройденной точкой за 1 с: $S_r(1) = 9\pi$ см. Положение точки M определяется центральным углом $\alpha = \dfrac{S_r(1)}{R} = \dfrac{9\pi}{9} = \pi$. Положение точки в момент времени t_1 = 1 с отмечено на рис. 3.7 точкой M_1.

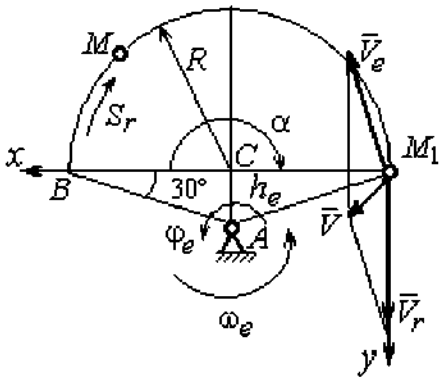


Рис. 3.7. Расчетная схема для вычисления абсолютной скорости точки при сложном движении

Для определения **скорости переносного движения** точки вычисляем значение производной: $\dot{\varphi}_e = 5 - 4t$. Угловая скорость вращения фигуры: $\omega_e = |\dot{\varphi}_e|$. При t_1 = 1 с $\dot{\varphi}_e(1) = 1$ рад/с. Положительная величина производной $\dot{\varphi}_e(1)$ показывает, что вращение фигуры в данный момент происходит в положительном направлении, что отмечено дуговой стрелкой ω_e на рис. 3.7.

В момент времени t_1 = 1 с точка M находится в положении M_1. Скорость V_e переносного движения точки в момент времени t_1 = 1 с $V_e(1) = \omega_e(1)h_e$, где

расстояние от точки M_1 до оси вращения фигуры $h_e = AM_1 = \dfrac{R}{\cos 30^\circ} = 6\sqrt{3}$ см.

Тогда $V_e(1) = 6\sqrt{3}$ см/с.

Вектор скорости переносного движения точки $\vec{V}_e$ перпендикулярен линии AM_1 и направлен в сторону вращения фигуры (см. рис. 3.7).

Относительное движение точки задано естественным способом, как закон изменения длины дуги BM. В этом случае **скорость относительного движения** точки $V_r = \left|\dot{S}_r\right| = \left|18\pi t\right|$. При $t_1 = 1$ с $V_r(1) = \left|\dot{S}_r(1)\right| = 18\pi = 56{,}5$ см/с. Положительное значение производной $\dot{S}_r(1)$ указывает, что относительное движение точки в положении M_1 происходит в положительном направлении, указанном на рис. 3.7 дуговой стрелкой S_r. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости точки в положении M_1 направлен по касательной к траектории относительного движения в сторону положительного направления движения (см. рис. 3.7).

Абсолютную скорость точки находим по теореме сложения скоростей $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Направление вектора абсолютной скорости, полученное по правилу сложения векторов, показано на рис. 3.5. Для определения величины абсолютной скорости выбираем прямоугольные оси координат M_1xy (см. рис. 3.7) и проецируем обе части векторного равенства теоремы сложения скоростей на эти оси. Получим:

$$V_x = V_e \cos 60^\circ = 3\sqrt{3} = 5{,}2 \text{ см/с};$$

$$V_y = -V_e \cos 30^\circ + V_r = -6\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 56{,}5 = 29{,}5 \text{ см/с}.$$

Модуль абсолютной скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{5{,}2^2 + 29{,}5^2} = 29{,}95$ см/с.

Абсолютное ускорение точки определяем по теореме Кориолиса, которая при вращательном переносном движении имеет вид:

$$\vec{a} = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_{\text{к}}.$$

Относительное касательное ускорение a_r^τ вычисляется по формуле: $a_r^\tau = |\ddot{S}_r|$. По условию задачи вторая производная $\ddot{S}_r = 18\pi = 56{,}5$ см/с^2 – постоянная величина. Так как значение второй производной $\ddot{S}_r$ положительно, вектор ускорения $\vec{a}_r^\tau$ направлен по касательной к траектории относительного движения в точке M_1 в сторону положительного направления относительного движения, отмеченного дуговой стрелкой S_r.

Относительное нормальное ускорение точки вычисляется по формуле $a_r^n = \dfrac{V_r^2}{R}$ и в момент $t_1 = 1$ с равно: $a_r^n(1) = \dfrac{V_r^2(1)}{R} = \dfrac{(18\pi)^2}{9} = 355{,}3$ см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}_r^n$ направлен по радиусу диска к центру C (см. рис. 3.8).

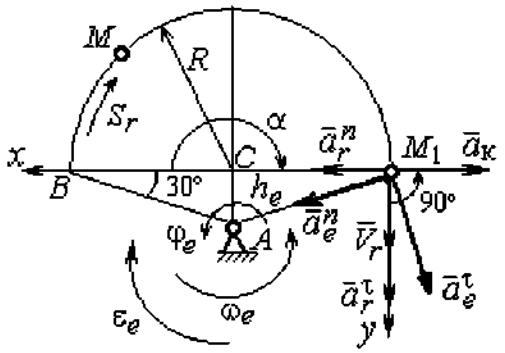


Рис. 3.8. Расчетная схема для определения абсолютного ускорения точки

Переносное касательное ускорение вычисляется по формуле: $a_e^\tau = \varepsilon_e h_e$, где угловое ускорение $\varepsilon_e = |\ddot{\varphi}_e|$. Вычислим производную $\ddot{\varphi}_e = -4$ рад/с^2. Угловое ускорение $\varepsilon_e = |\ddot{\varphi}_e| = 4$ рад/с^2 постоянно и не зависит от времени.

Отрицательное значение производной $\ddot{\varphi}_e < 0$ при условии, что расчетная величина угловой скорости положительна: $\dot{\varphi}_e > 0$, означает, что вращательное движение замедленное и переносное угловое ускорение ε_e направлено в сторону, противоположную направлению вращения.

Вектор $\vec{a}_e^\tau$ переносного касательного ускорения точки в её положении M_1 перпендикулярен линии AM_1 и направлен противоположно вектору переносной скорости $\vec{V}_e$ (см. рис. 3.8). Модуль переносного касательного ускорения: $a_e^\tau = a_e^\tau = \varepsilon_e h_e = 24\sqrt{3} = 41{,}6$ см/с^2.

Переносное нормальное ускорение a_e^n рассчитывается по формуле: $a_e^n = \omega_e^2 h_e$ и в момент времени $t_1 = 1$ с $a_e^n(1) = \omega_e^2(1) h_e = 6\sqrt{3} = 10{,}4$ см/с^2. Вектор переносного нормального ускорения $\vec{a}_e^n$ направлен по линии AM_1 к оси вращения (см. рис. 3.8).

По условию задачи вектор скорости относительного движения точки $\vec{V}_r$ лежит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, то есть перпендикулярен вектору угловой скорости переносного движения $\vec{\omega}_e$. Тогда модуль **ускорения Кориолиса** при $t_1 = 1$ с $a_к = 2\omega_e V_r = 2 \cdot 1 \cdot 18\pi = 113{,}1$ см/с^2.

Так как вектор относительной скорости точки $\vec{V}_r \perp \vec{\omega}_e$, то по правилу Жуковского для определения направления ускорения Кориолиса достаточно повернуть вектор относительной скорости точки $\vec{V}_r$ на 90° в сторону переносного движения вокруг оси, параллельной оси вращения и проходящей через точку M_1 (см. рис. 3.8). Для определения абсолютного ускорения спроецируем на прямоугольные оси xM_1y (см. рис. 3.8) векторное равенство $\vec{a} = \vec{a}_r^{\tau} + \vec{a}_r^n + \vec{a}_e^{\tau} + \vec{a}_e^n + \vec{a}_к$. Получим: $a_y = a_e^{\tau}\cos 30^\circ + a_e^n \cos 60^\circ + a_r^{\tau} = 97{,}9$ см/с^2, $a_x = -a_e^{\tau}\cos 60^\circ + a_e^n \cos 30^\circ + a_r^n - a_к = 228{,}4$ см/с^2. Модуль абсолютного ускорения: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 248{,}5$ см/с^2.

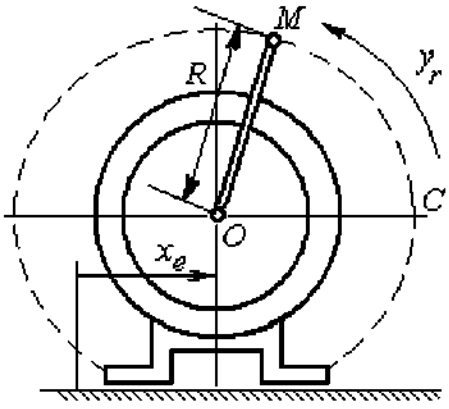


Рис. 3.9. Схема движения точки стержня, укреплённого на электромоторе

Задача 2. К вращающемуся валу электромотора прикреплён стержень OM длины $R = 6$ см. Во время работы электромотора точка M стержня из начального положения C перемещается по дуге окружности согласно уравнению $CM = y_r = \pi t^2$ см. При этом электромотор, установленный без креплений, совершает горизонтальные гармонические колебания на фундаменте по закону

$x_e = 5\sin(\pi t/3)$ см. Определить абсолютное ускорение точки M в момент времени $t_1 = 1$ с.

Решение

Точка M совершает сложное движение – относительно электромотора и вместе с ним. Относительным движением точки будет её движение по дуге окружности радиуса R, переносным – поступательное горизонтальное, прямолинейное движение электромотора.

Найдём положение точки относительно электродвигателя в заданный момент времени. Угол α, отсчитываемый стержнем OM от начального положения OC, в момент времени $t_1 = 1$ с составляет $\alpha = \dfrac{y_r(t_1)}{R} = \dfrac{\pi}{6} = 30°$. Положение точки в момент времени $t_1 = 1$ с отмечено на рис. 3.10 буквой M_1.

Относительное движение точки задано естественным способом, как закон изменения длины дуги. Относительная скорость $V_r = \dot{y}_r = 2\pi t$. В момент времени $t_1 = 1$ с V_r = 6,28 см/с. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости направлен перпендикулярно стержню OM_1.

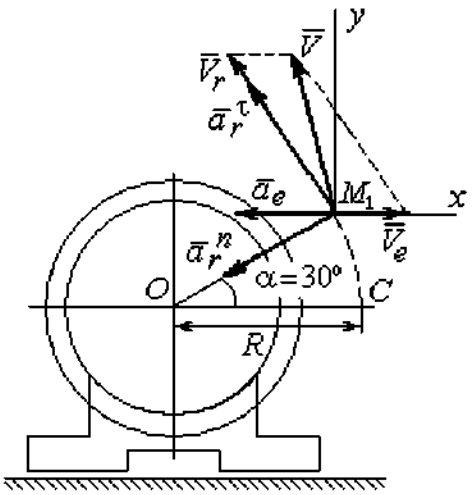


Рис. 3.10. Расчётная схема вычисления абсолютной скорости и абсолютного ускорения точки

Скорость точки в переносном движении – это скорость горизонтального движения электродвигателя:

$$V_e = \dot{x}_e = \frac{5\pi}{3}\cos(\pi t/3).$$

В момент времени $t_1 = 1$с $V_e = \dfrac{5\pi}{3}\cos 60° = 2{,}62$ см/с. Вектор $\vec{V}_e$ переносной скорости точки M направлен параллельно линии движения электродвигателя (см. рис. 3.10).

Абсолютная скорость точки определяется на основании теоремы сложения скоростей при сложном движении: $\vec{V}_M = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Для того чтобы найти величину абсолютной скорости, выберем оси xM_1y, как показано на рис. 3.10, и спроецируем векторное равенство сложения скоростей на эти оси. Получим: $V_{Mx} = V_e - V_r\cos 60^\circ = -0{,}52$ см/с (проекция направлена в отрицательную сторону оси x), $V_{My} = V_r\cos 30^\circ = 5{,}44$ см/с. Модуль абсолютной скорости $V_M = \sqrt{V_{Mx}^2 + V_{My}^2} = 5{,}46$ см/с. Вектор абсолютной скорости направлен по диагонали параллелограмма, построенного на векторах $\vec{V}_e$ и $\vec{V}_r$.

При поступательном переносном движении точки $\omega_e = 0$ и потому $a_к = 0$. Относительное ускорение точки при движении по окружности раскладывается на две составляющие $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n}$, направленные вдоль стержня OM и перпендикулярно ему. Кроме того, при прямолинейном относительном движении $a_e^n = 0$. В результате, теорема о сложении ускорений принимает вид $\vec{a}_M = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e$, где модули векторов вычисляются по формулам $a_r^\tau = \dot{V}_r$, $a_r^n = \dfrac{V_r^2}{R}$, $a_e = a_e^\tau = \dot{V}_e = -\dfrac{5\pi^2}{9}\sin(\pi t/3)$ и в момент времени $t_1 = 1$с равны $a_r^\tau = 6{,}28$ см/с^2, $a_r^n = 6{,}57$ см/с^2, $a_e = -4{,}75$ см/с^2. Направления векторов ускорений показаны на рис. 3.10. Для вычисления модуля абсолютного ускорения точки спроецируем векторное равенство сложения ускорений на оси выбранной ранее системы координат xM_1y. Получим:

$$a_{Mx} = -a_r^\tau\cos 60^\circ - a_r^n\cos 30^\circ - a_e = -4{,}08 \text{ см/с}^2;$$

$$a_{My} = a_r^\tau\cos 30^\circ - a_r^n\cos 60^\circ = 2{,}15 \text{ см/с}^2.$$

Величина абсолютного ускорения $a_M = \sqrt{a_{Mx}^2 + a_{My}^2} = 4{,}61$ см/с^2.

4. ДИНАМИКА ТОЧКИ

4.1. Дифференциальные уравнения движения точки

Движение точки под действием системы сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, …, $\vec{F}_K$ в прямоугольной декартовой системе координат *Oxyz* описывается **дифференциальными уравнениями:** $m\frac{d^2x}{dt^2} = \sum F_{kx}$, $m\frac{d^2y}{dt^2} = \sum F_{ky}$, $m\frac{d^2z}{dt^2} = \sum F_{kz}$ или, обозначая вторые производные от координат по времени двумя точками, уравнениями: $m\ddot{x} = \sum F_{kx}$, $m\ddot{y} = \sum F_{ky}$, $m\ddot{z} = \sum F_{kz}$, где m – масса точки; x, y, z – текущие координаты точки; $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, $\ddot{z}$ – проекции вектора ускорения точки на оси координат; $\sum F_{kx}$, $\sum F_{ky}$, $\sum F_{kz}$ – алгебраические суммы проекций сил на оси координат.

Интегрирование дифференциальных уравнений производится в зависимости от их вида методами, известными из курса математики.

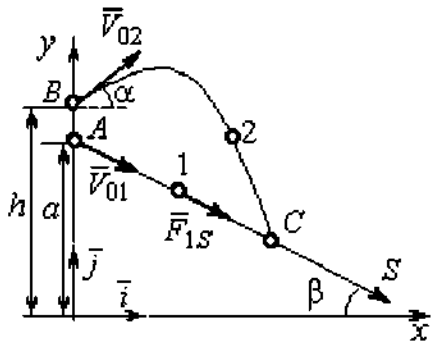
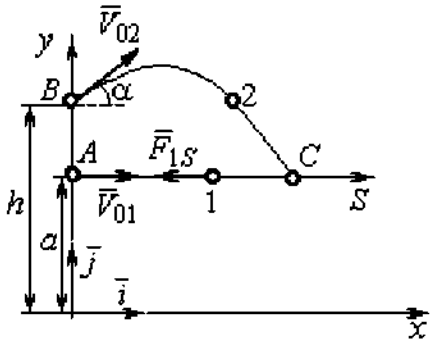
4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки

Две материальные точки движутся в вертикальной плоскости *xOy*. Точка 1 массой m_1, получив в начальном положении *A* скорость V_{01}, движется вдоль гладкой оси *AS*, наклоненной под углом β к горизонту. Во время движения на точку 1 действуют сила тяжести и постоянная сила $\vec{F}_1$, направленная вдоль оси *AS*. Направление вектора проекции силы на ось $\vec{F}_{1S}$ показано на схеме.

Одновременно с точкой 1 начинает движение точка 2 массой m_2 из положения *B* на оси *y*. На точку 2 действуют сила тяжести и постоянная сила $\vec{F}_2$. Направление вектора силы $\vec{F}_2$ определяется его разложением по единичным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$ координатных осей *x*, *y*.

Определить величину и направление (угол α) начальной скорости V_{02} точки 2, чтобы в момент времени t_1 точки 1 и 2 встретились на оси AS в точке C. Момент времени t_1 задаётся в условиях задачи или определяется по дополнительным условиям встречи.

Варианты заданий представлены на рис. 4.1, 4.2. Исходные данные приведены в табл. 4.1.

Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
 Встреча в точке C в момент, когда скорость точки 1 увеличилась в 1,5 раза относительно начальной	 Встреча в точке C в момент, когда точка 1 максимально удалилась от места старта

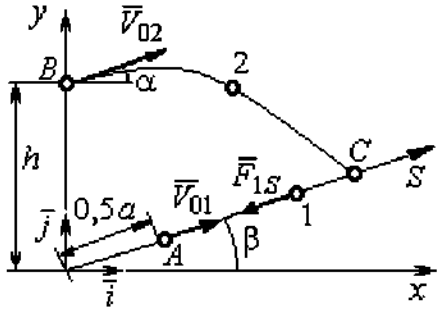
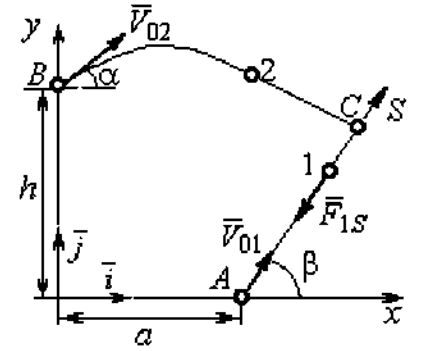
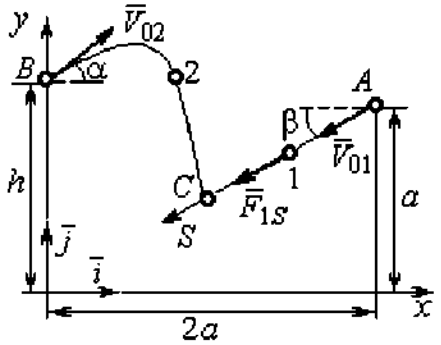
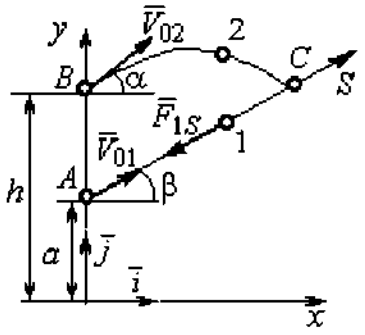
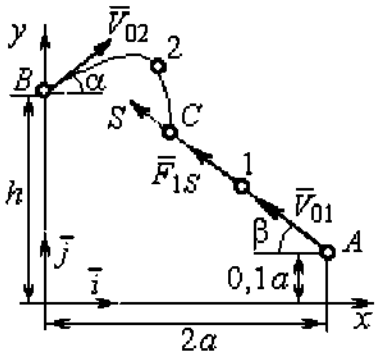
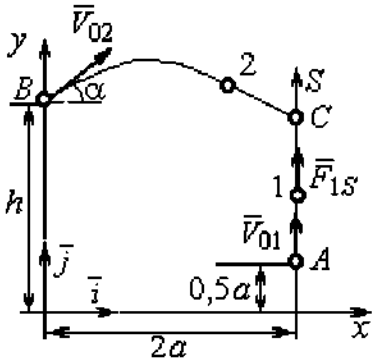
Варианты № 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
 Встреча в точке C в момент, когда скорость точки 1 уменьшилась в 2 раза относительно начальной	 Встреча в точке C в момент времени $t_1 = 0{,}5$ с

Рис. 4.1. Задание Д1. Интегрирование уравнений движения точки.
Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
	
Встреча в точке C в момент, когда скорость точки 1 увеличилась в 1,5 раза относительно начальной	Встреча в точке C, когда точка 1 максимально удалилась от места старта

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	
Встреча в точке C в момент времени $t_1 = 0{,}4$ с	Встреча в точке C в момент максимального подъёма точки 1

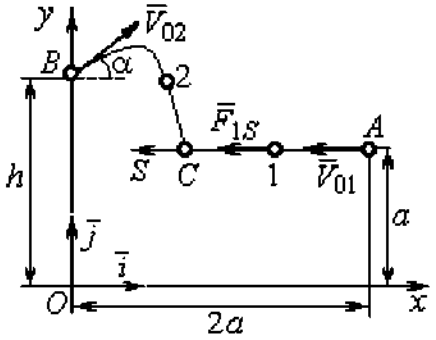
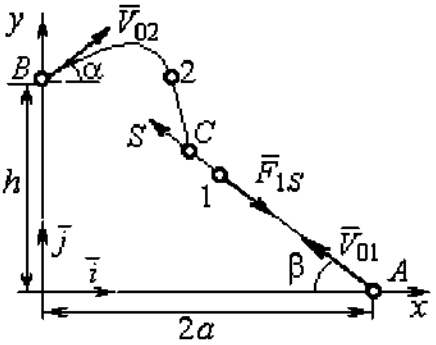
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	
Встреча в точке C в момент времени $t_1 = 0{,}6$ с	Встреча в точке C в момент, когда точка 1 достигла максимальной высоты подъёма

Рис. 4.2. Задание Д1. Интегрирование уравнений движения точки.
Номера вариантов задания 5 – 10, 15 – 20, 25 – 30

Таблица 4.1

Исходные данные задания Д1. Интегрирование уравнений движения точки

Номер варианта задания	m_1, кг	F_{1S}, Н	V_{01}, м/с	β, град	m_2, кг	$\vec{F}_2$, Н	a, м	h, м
1	1	3	3	30	2	$7\vec{i}$	2	4
2	3	6	2	0	2	$4\vec{i}+12\vec{j}$	1,5	1
3	2	5	4	35	1,5	$10\vec{i}+4\vec{j}$	2	2,5
4	1	10	2	60	2	$4\vec{i}+8\vec{j}$	2,2	2
5	1	3	3	30	2	$5\vec{i}$	3	4,5
6	0,8	6	6	50	3	$3\vec{i}+12\vec{j}$	1,5	4
7	2	5	4,5	40	1	$10\vec{i}+2\vec{j}$	3	2,5
8	1	2	3,5	90	2	$6\vec{i}+8\vec{j}$	1,2	2
9	2	4	4	0	1	$3\vec{i}+2\vec{j}$	2	2,5
10	1	3	3	55	1,5	$4\vec{i}$	1	1,5
11	0,5	2	3	60	2	$3\vec{i}+8\vec{j}$	1,5	2,5
12	0,2	3	4	0	1	$5\vec{i}-2\vec{j}$	1	2,5
13	1	2	6	50	1,5	$6\vec{i}-4\vec{j}$	0,8	2
14	0,5	6	4	35	1	$3\vec{i}-2\vec{j}$	2,5	2
15	0,2	3	3	50	2	$2\vec{i}-2\vec{j}$	3	4
16	2	4	6	40	2	$3\vec{i}+12\vec{j}$	1	1,5
17	1	6	5	60	1,5	$5\vec{i}+4\vec{j}$	3	2,5
18	1	2	2	90	2	$4\vec{i}+4\vec{j}$	2	2
19	1	3	2	2	2	$2\vec{i}+10\vec{j}$	1	1,5
20	5	4	2	30	1	$3\vec{i}-2\vec{j}$	1,5	1,5
21	0,2	4	4	45	1	$6\vec{i}-2\vec{j}$	1	3
22	0,4	3	2	0	2	$4\vec{i}+6\vec{j}$	1,5	2,5
23	1	3	8	60	2	$4\vec{i}+2\vec{j}$	1,2	1,5
24	0,5	8	3	30	2	$6\vec{i}+7\vec{j}$	2	1,5
25	2	4	4	60	1	$2\vec{i}-2\vec{j}$	3,5	4
26	1	3	5	50	2	$4\vec{i}+6\vec{j}$	0,5	1,5
27	1,5	3	6	30	2	$4\vec{i}+4\vec{j}$	2	2,5
28	2	5	3	90	2	$6\vec{i}+7\vec{j}$	2	1,5
29	2	4	4	0	1	$5\vec{i}-2\vec{j}$	1,5	2
30	1	3	2,5	70	2	$4\vec{i}+6\vec{j}$	1	1

Пример выполнения задания Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки

На рис. 4.3 представлена схема движения материальных точек в вертикальной плоскости *xOy*. Точка 1 массой $m_1 = 2$ кг, получив в начальном положении *A* скорость $V_{01} = 4$ м/с, движется вдоль гладкой оси *AS* с углом наклона $\beta = 30^\circ$. Во время движения на точку 1 действуют сила тяжести $\vec{P}_1$ и постоянная сила $\vec{F}_1$, проекция которой на ось *AS* равна $F_{1S} = 4{,}5$ Н. Направление вектора проекции силы $\vec{F}_{1S}$ на ось *AS* показано на рис. 4.3.

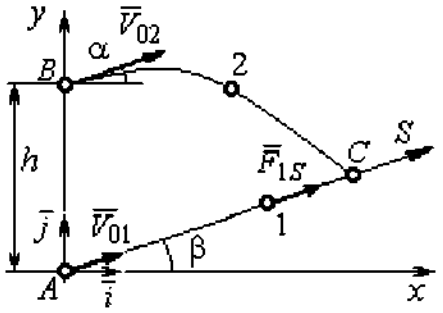


Рис. 4.3. Схема совместного движения точек

Одновременно с началом движения точки 1 из положения *B* на оси *y* высотой $h = 1$ м начинает движение точка 2 массой $m_2 = 1{,}2$ кг. На точку 2 действуют сила тяжести $\vec{P}_2$ и сила $\vec{F}_2$, направление которой определяется разложением по единичным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$ осей *x*, *y* декартовой системы координат: $\vec{F}_2 = 2{,}4\vec{i} + 4{,}5\vec{j}$, Н. Определить величину и направление (угол α) начальной скорости V_{02} точки 2, чтобы в момент времени t_1, когда скорость точки 1 уменьшилась в 2 раза по сравнению с начальным значением, обе они встретились на оси *AS* в точке *C*.

Решение

Рассмотрим движение точки 1. В текущий момент времени на точку 1 действует сила тяжести $\vec{P}_1$, нормальная реакция $\vec{N}_1$ наклонной оси *AS* и сила $\vec{F}_1$, величина проекции которой на ось *AS* равна F_{1S} (рис. 4.4). Дифференциальное уравнение движения точки 1 $m_1\ddot{S} = F_{1S} - P_1\sin\beta$, или $m_1\dfrac{dV_{1S}}{dt} = 4{,}5 - m_1 g\sin\beta$. С учетом исходных данных, полагая ускорение свободного падения $g = 9{,}81$ м/с^2, дифференциальное уравнение движения точки 1

приводится к виду: $\frac{dV_{1S}}{dt} = -2{,}66$. Разделим переменные, представив дифференциальное уравнение в виде $dV_{1S} = -2{,}66dt$. Проинтегрировав его, получим зависимость скорости точки 1 от времени: $V_{1S} = -2{,}66t + C_1$. Для того чтобы определить закон движения точки 1, представим скорость точки как производную от координаты $V_{1S} = \frac{dS}{dt}$. Получим дифференциальное уравнение $\frac{dS}{dt} = -2{,}66t + C_1$, проинтегрировав которое, найдём уравнение движения точки 1: $S = -1{,}33t^2 + C_1 t + C_2$. Константы интегрирования C_1, C_2 находятся из начальных условий: при $t = 0$, $S = 0$, $\dot{S} = V_{1S} = V_{01} = 4$ м/с. Подставляя первое из условий в уравнение движения точки 1, получим $C_2 = 0$. Подставим начальное значение скорости в уравнение $\dot{S} = -2{,}66t + C_1$, выражающее зависимость скорости точки 1 от времени. Получим $C_1 = 4$. Таким образом, движение точки 1 вдоль оси AS описывается уравнением: $S = -1{,}33t^2 + 4t$.

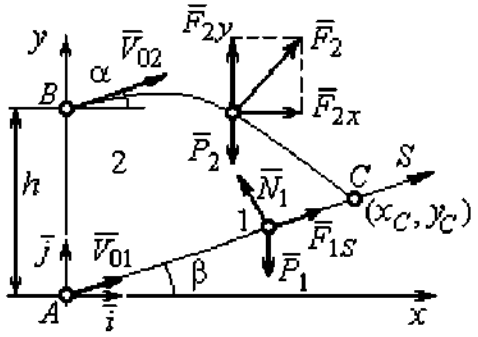


Рис. 4.4. Силы, действующие на точки 1 и 2, во время их движения

По условию задачи встреча двух точек происходит в момент времени t_1, когда скорость первой точки уменьшилась в 2 раза по сравнению с начальной: $V_{1S}(t_1) = \frac{V_{01}}{2} = 2$ м/с. Подставляя это условие в уравнение, выражающее зависимость скорости точки 1 от времени, получим: $2 = -2{,}66t_1 + 4$, откуда найдём момент времени встречи $t_1 = 0{,}75$ с. Расстояние AC, пройденное точкой 1 до встречи, определяется как путь, пройденный этой точкой за время $t_1 = 0{,}75$ с, $AC = S(t_1) = -1{,}33 \cdot 0{,}75^2 + 4 \cdot 0{,}75 = 2{,}25$ м. Координаты точки встречи x_C, y_C определяются из равенств: $x_C = S(t_1)\cos 30^\circ = 1{,}95$ м; $y_C = S(t_1)\sin 30^\circ = 1{,}12$ м.

Рассмотрим движение точки 2. В текущий момент времени на нее действует сила тяжести $\vec{P}_2$ и сила $\vec{F}_2 = 2{,}4\vec{i} + 4{,}5\vec{j}$, проекции которой на оси координат $F_{2x} = 2{,}4$ Н, $F_{2y} = 4{,}5$ Н. Дифференциальные уравнения движения точки 2 в проекциях на оси координат x, y имеют вид:

$$m_2\ddot{x} = F_{2x} = 2{,}4, \quad m_2\ddot{y} = -P_2 + F_{2y} = -m_2 g + 4{,}5,$$

или после подстановки исходных данных: $\ddot{x} = 2$, $\ddot{y} = -6{,}06$.

Представим в первом уравнении проекцию ускорения точки 2 на ось x как производную от соответствующей проекции скорости $\ddot{x} = \dfrac{dV_{2x}}{dt}$. После разделения переменных получим дифференциальное уравнение $dV_{2x} = 2dt$. Проинтегрируем его и найдем зависимость горизонтальной составляющей скорости точки 2 от времени: $V_{2x} = 2t + C_3$. Заменим в этом уравнении проекцию скорости точки на ось x на производную от координаты $V_{2x} = \dfrac{dx}{dt}$. После интегрирования получим уравнение, описывающее движение точки 2 вдоль оси x, $x = t^2 + C_3 t + C_4$. Для того чтобы найти постоянные C_3 и C_4, воспользуемся граничными условиями движения точки 2 – известной начальной координатой движения точки и вычисленной координатой точки встречи, то есть при $t = 0$, $x = 0$, а при $t_1 = 0{,}75$ с $x(t_1) = x_C = 1{,}95$ м. Подставляя граничные условия в уравнение движения точки 2, получим $C_4 = 0$, $C_3 = 1{,}85$. Таким образом, уравнение движения точки 2 вдоль оси x: $x = t^2 + 1{,}85t$.

Закон движения точки 2 вдоль оси y находим путем интегрирования второго дифференциального уравнения. Его представим в виде: $\dfrac{dV_{2y}}{dt} = -6{,}06$. После разделения переменных и первого интегрирования получим зависимость проекции скорости точки 2 на ось y от времени: $V_{2y} = -6{,}06t + C_5$. Заменив проекцию скорости точки 2 на ось y производной от координаты $V_{2y} = \dfrac{dy}{dt}$, вто-

рично проинтегрируем. В результате движение точки 2 вдоль оси y описывается уравнением: $y = -3{,}03t^2 + C_5 t + C_6$. Для определения констант C_5 и C_6 используем граничные условия: при $t = 0$ $y(0) = h = 1$ м, а при $t_1 = 0{,}75$ с $y(t_1) = y_C = 1{,}12$ м. Получим $C_6 = 1$, $C_5 = 2{,}43$. Таким образом, точка 2 движется вдоль оси y по закону: $y = -3{,}03t^2 + 2{,}43t + 1$.

Проекции скорости точки 2 на оси координат как функции времени имеют вид: $V_{2x}(t) = \dot{x} = 2t + 1{,}85$, $V_{2y}(t) = \dot{y} = -6{,}06t + 2{,}43$. Значения проекций при $t = 0$: $V_{02x} = V_{2x}(0) = 1{,}85$ м/с, $V_{02y} = V_{2y}(0) = 2{,}43$ м/с. Величина начальной скорости: $V_{02} = \sqrt{{V_{02x}}^2 + {V_{02y}}^2} = 3{,}05$ м/с.

Угол наклона вектора скорости в начальный момент определяется из равенства: $\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{V_{02y}}{V_{02x}} = \dfrac{2{,}43}{1{,}85} = 1{,}31$. Откуда $\alpha = 52{,}64^\circ$.

4.3. Колебания материальной точки

Силы, возникающие при отклонении материальной точки от положения равновесия и направленные так, чтобы вернуть точку в это положение, называются **восстанавливающими**. Восстанавливающие силы, линейно зависящие от расстояния от точки до положения её равновесия, называются **линейными восстанавливающими силами**. Так, сила упругости пружины $F = c\Delta\ell$, где c – коэффициент жесткости (или просто жёсткость) пружины; $\Delta\ell$ – удлинение пружины, является линейной восстанавливающей силой.

Дифференциальное уравнение движения материальной точки массой m вдоль оси Ox под действием линейной восстанавливающей силы, представляет собой уравнение гармонических колебаний и имеет вид:

$$m\ddot{x} + cx = 0, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

где x – отклонение точки от положения равновесия, куда поместили начало

координат; ω – угловая частота колебаний, $\omega^2 = \frac{c}{m}$. Единица измерения угловой частоты – рад/с.

Решение дифференциального уравнения свободных колебаний представляется суммой $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$, где постоянные интегрирования C_1 и C_2 находятся из начальных условий. **Амплитуда свободных колебаний** $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$. Промежуток времени, в течение которого точка совершает одно полное колебание, называется **периодом колебаний**: $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Величина, обратная периоду $\nu = \frac{1}{T}$ определяет число полных колебаний точки за 1 с и называется **частотой колебаний**. Частота колебаний измеряется в герцах (Гц). Частота, равная 1 Гц, соответствует одному полному колебанию в секунду. Угловая частота связана с частотой колебаний соотношением $\omega = 2\pi\nu$.

Если на материальную точку кроме восстанавливающей силы действует сила сопротивления движению, пропорциональная скорости точки, $\vec{R} = -\mu\vec{V}$, где μ – коэффициент сопротивления, то дифференциальное уравнение движения точки с сопротивлением относительно положения равновесия имеет вид $m\ddot{x} + \mu\dot{x} + cx = 0$, или $\ddot{x} + 2n\dot{x} + \omega^2 x = 0$, где n – коэффициент затухания, $n = \frac{\mu}{2m}$; ω – угловая частота собственных колебаний точки без учёта сопротивления, $\omega^2 = \frac{c}{m}$.

При $n < \omega$ движение точки представляет затухающие колебания. Общее решение дифференциального уравнения колебаний с сопротивлением $x = e^{-nt}(C_1\cos\omega_1 t + C_2\sin\omega_1 t) = Ae^{-nt}\sin(\omega_1 t + \alpha)$, где C_1 и C_2 – постоянные интегрирования; ω_1 – угловая частота затухающих колебаний, $\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - n^2}$;

$A_1 = Ae^{-nt}$ – амплитуда затухающих колебаний, $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$; α – начальная фаза колебаний, $\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{C_1}{C_2}$.

При $n > \omega$ движение точки апериодическое, затухающее. Общее решение дифференциального уравнения движения точки с таким сопротивлением имеет вид $x = e^{-nt}(C_1 e^{\omega_2 t} + C_2 e^{-\omega_2 t})$, где $\omega_2 = \sqrt{n^2 - \omega^2}$.

При $n = \omega$ движение точки происходит согласно уравнению $x = e^{-nt}(C_1 t + C_2)$.

Если кроме восстанавливающей силы на материальную точку действует переменная возмущающая сила, колебания точки называются **вынужденными.**

При действии гармонической возмущающей силы $F = H\sin pt$, где H, p – амплитуда и угловая частота колебаний возмущающей силы, дифференциальное уравнение вынужденных колебаний материальной точки относительно положения равновесия и при отсутствии сил сопротивления имеет вид

$$m\ddot{x} + cx = H\sin pt, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt,$$

где ω – угловая частота собственных гармонических колебаний, $\omega^2 = \dfrac{c}{m}$; h – относительная амплитуда возмущающей силы, $h = \dfrac{H}{m}$.

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения вынужденных колебаний представляется как сумма общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного.

При отсутствии резонанса, когда частота собственных колебаний не совпадает с частотой возмущающей силы $p \neq \omega$, решение имеет вид: $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \dfrac{h}{\omega^2 - p^2}\sin pt$, а в случае резонанса, когда $p = \omega$, – вид: $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t - \dfrac{ht}{2p}\cos pt$. Значения произвольных постоянных C_1 и C_2

определяются из общего решения неоднородного уравнения с учетом начальных условий движения. Амплитуда собственных колебаний груза $A_{\text{соб}} = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$. Амплитуда вынужденных колебаний при отсутствии резонанса $A_{\text{вын}} = \dfrac{h}{\omega^2 - p^2}$. При резонансе амплитуда вынужденных колебаний растет как линейная функция времени $A_{\text{вын}} = \dfrac{ht}{2p}$.

Если возмущающее воздействие заключается в **принудительном гармоническом колебании точки подвеса пружины**, например, по закону $S = a\sin pt$, где a, p – амплитуда и угловая частота колебаний точки подвеса пружины, дифференциальное уравнение вынужденных колебаний материальной точки относительно положения равновесия при отсутствии сил сопротивления имеет вид $\ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt$, где ω – угловая частота собственных гармонических колебаний, $\omega^2 = \dfrac{c}{m}$; h – относительная амплитуда возмущающего колебания, $h = \dfrac{ca}{m}$. Общее решение неоднородного дифференциального уравнения вынужденных колебаний при принудительном гармоническом колебании точки подвеса пружины может быть получено аналогично случаю возмущения гармонической силой.

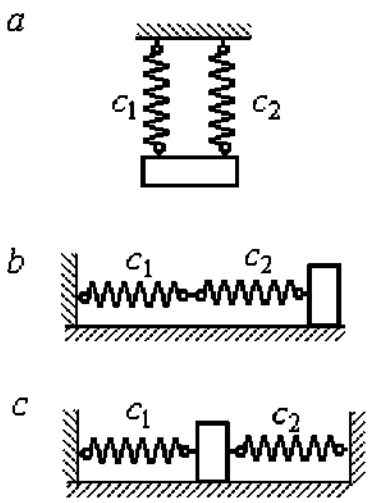


Рис. 4.5. Способы крепления груза на двух пружинах:
a – две параллельные пружины;
b – последовательно соединённые пружины; *c* – крепление груза между пружинами

Система пружин заменяется одной с эквивалентной жесткостью. Так, колебания груза на двух параллельных пружинах с коэффициентами жесткости c_1 и c_2 (рис. 4.5, *a*) можно рассматривать как колебания груза на одной пружине эквивалент-

ной жесткости $c_{экв} = c_1 + c_2$, где $c_{экв}$ – коэффициент жесткости эквивалентной пружины. При последовательном соединении пружин (рис. 4.5, *b*) коэффициент жесткости эквивалентной пружины $c_{экв} = \dfrac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$. Если груз расположен между двумя пружинами (рис. 4.5, *c*), тогда $c_{экв} = c_1 + c_2$. Коэффициент жесткости эквивалентной пружины равен сумме коэффициентов жесткости пружин.

4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки

Задание Д2 на исследование колебаний точки включает две задачи.

Задача 1. Исследование гармонических колебаний точки.

Найти уравнение движения груза массой m_1 (или одновременно двух грузов массой m_1 и m_2) на пружине жесткостью c_1 (или на двух пружинах жесткостью c_1 и c_2). Расположение грузов на пружине и описание условий, при которых начались колебания, приведено на схемах. Определить амплитуду и частоту колебаний.

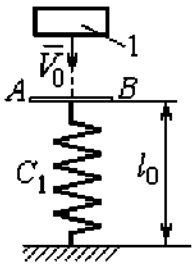
Задача 2. Исследование вынужденных колебаний точки.

Груз движется на пружинах, расположенных вертикально или горизонтально. При движении груза по горизонтальной поверхности трение не учитывается. Жёсткость пружин c_1 и c_2. Направление возмущающего усилия $F = F(t)$, приложенного к грузу, или возмущающего движения точки крепления пружин $S = S(t)$, а также описание условий начала колебаний приведено на схемах. В задачах, где на схемах присутствует амортизатор, создающий сопротивление движению груза, сила сопротивления пропорциональна скорости движения груза и находится по формуле: $\vec{R} = -\mu\vec{V}$ Н, где μ – коэффициент сопротивления; V – скорость груза. Определить уравнение колебаний груза, амплитуды собственных и вынужденных колебаний.

Варианты заданий даны на рис. 4.6 – 4.9. Исходные данные в табл. 4.2.

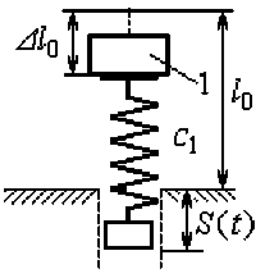
Варианты № 1, 11, 21

Задача 1



Невесомая пластина AB укреплена на нерастянутой пружине. Груз 1, получив начальную скорость V_0, падает вертикально вниз. Через 1 с после начала падения груз достигает пластины и продолжает движение вместе с ней

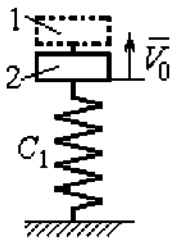
Задача 2



К верхнему концу пружины, сжатой на величину Δl_0, прикрепляют груз 1 и отпускают без начальной скорости. Одновременно нижний конец пружины начинает двигаться по закону $S = S(t)$

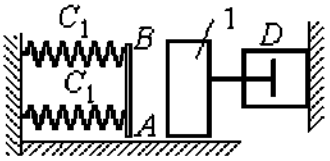
Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



В положении статического равновесия двух грузов (1 и 2), установленных на пружине, груз 1 убрали, а грузу 2 сообщили скорость V_0, направленную вверх

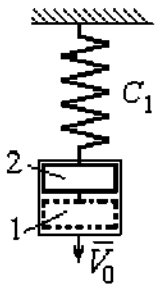
Задача 2



Груз 1 движется по гладкой горизонтальной поверхности с начальной скоростью V_0. Через 1 с груз упирается в площадку AB, укреплённую на недеформированных пружинах, соединённых параллельно, и продолжает движение вместе с ней. Во время движения (до упора в площадку AB и вместе с ней) груз испытывает сопротивление, создаваемое демпфером D

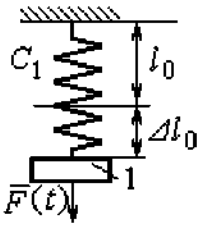
Варианты № 3, 13, 23

Задача 1



В положении статического равновесия груза 2, укреплённого на пружине, к нему присоединили груз 1 и оба груза толкнули вниз со скоростью V_0

Задача 2

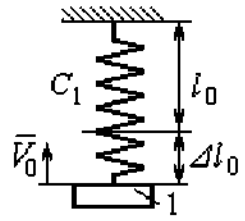


Недеформированную пружину оттянули вниз на расстояние Δl_0, подцепили груз 1 и отпустили без начальной скорости. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

Рис. 4.6. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

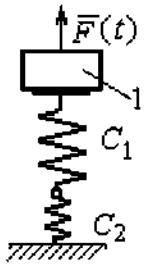
Варианты № 4, 14, 24

Задача 1



К недеформированной пружине подцепили груз 1, оттянули его вниз на расстояние $\Delta\ell_0$ и сообщили скорость V_0, направленную вверх

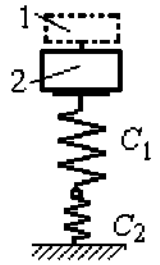
Задача 2



Грузу 1, укреплённому на двух последовательно соединённых пружинах в положении статического равновесия, сообщили начальную скорость V_0, направленную вниз. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

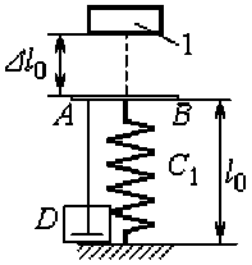
Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



В положении статического равновесия грузов 1 и 2, укреплённых на двух вертикальных последовательно соединённых пружинах, убрали груз 1, а груз 2 отпустили без начальной скорости

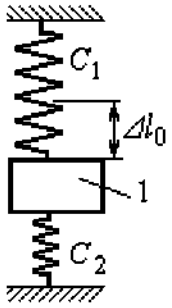
Задача 2



Груз 1 падает с высоты $\Delta\ell_0$ на площадку AB, установленную на недеформированной пружине, и продолжает движение вместе с ней. Демпфер D создаёт сопротивление движению груза на пружине

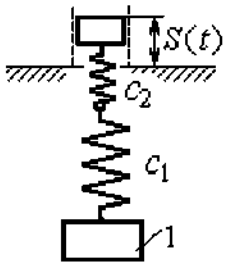
Варианты № 6, 16, 26

Задача 1



Груз 1 поместили между двумя недеформированными пружинами, затем оттянули вниз на расстояние $\Delta\ell_0$ и отпустили без начальной скорости

Задача 2

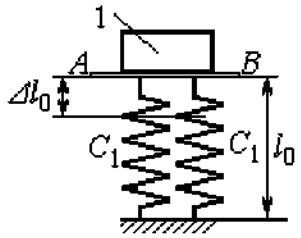


К недеформированным пружинам, соединённым последовательно, подцепили груз 1 и толкнули его вниз со скоростью V_0. Одновременно верхний конец пружины начинает двигаться по закону $S = S(t)$

Рис. 4.7. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 4 – 6, 14 – 16, 24 – 26

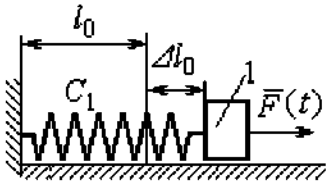
Варианты № 7, 17, 27

Задача 1



К недеформированным пружинам приложили груз 1, переместили его вниз на величину $\Delta\ell_0$ и сообщили скорость V_0, направленную вниз

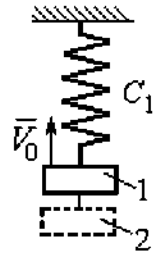
Задача 2



К нерастянутой пружине, расположенной на горизонтальной гладкой поверхности, подцепили груз 1, оттянули его на расстояние $\Delta\ell_0$ и отпустили. Одновременно на груз стала действовать горизонтальная возмущающая сила $\bar{F}(t)$

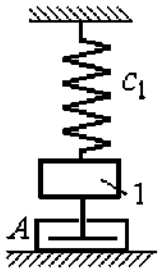
Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



Грузы 1 и 2 находятся на пружине в положении статического равновесия. Груз 2 удаляют, а грузу 1 сообщают скорость V_0, направленную вверх

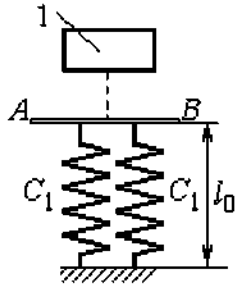
Задача 2



В положении статического равновесия груза 1 ему сообщили скорость V_0, направленную вниз. Демпфер A создаёт сопротивление движению груза

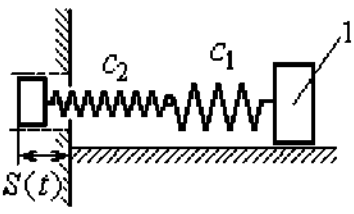
Варианты № 9, 19, 29

Задача 1



Груз 1 без начальной скорости падает вниз. Пройдя путь 1 м, груз достигает невесомой пластины AB, укреплённой на недеформированных, параллельно соединённых пружинах, и дальше движется вместе с ней

Задача 2



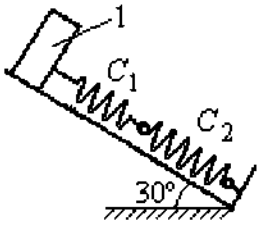
К двум горизонтальным пружинам, соединённым последовательно, в положении их нерастянутого состояния прицепили груз 1 и сообщили ему горизонтальную скорость V_0, направленную в сторону сжатия пружин. Одновременно левый конец пружинной системы начинает двигаться по закону $S = S(t)$

Рис. 4.8. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

Окончание вариантов задания Д2

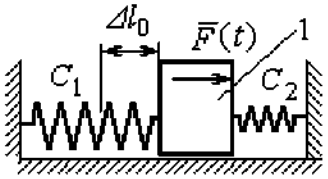
Варианты № 10, 20, 30

Задача 1



В положении статического равновесия груза 1, укреплённого на двух последовательно соединённых пружинах, сообщили скорость V_0, направленную вниз по наклонной плоскости

Задача 2



Между двумя горизонтальными недеформированными пружинами на гладкую поверхность поместили груз 1, оттянули его влево на расстояние $\Delta\ell_0$ и отпустили без начальной скорости. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\bar{F}(t)$

Рис. 4.9. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 10, 20, 30

Таблица 4.2

Исходные данные задания Д2. Исследование колебаний точки

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1, кг	m_2, кг	V_0, м/с	c_1, Н/м	c_2, Н/м	$\Delta\ell_0$, м	μ, Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
1	1	2,5	–	2,0	200	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	–	210	–	0,1	–	–	0,02sin12t
2	1	1,5	2,0	4	250	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	4	220	–	–	1,0	–	–
3	1	2,0	1,5	3	250	–	–	–	–	–
	2	1,2	–	–	200	–	0,14	–	12sin5t	–
4	1	2,0	–	3	180	–	0,1	–	–	–
	2	1,5	–	2	150	120	–	–	8sin12t	–
5	1	1,0	2,0	–	120	100	–	–	–	–
	2	1,0	–	–	50	–	0,5	18	–	–
6	1	1,2	–	–	120	180	0,12	–	–	–
	2	1,4	–	2,4	120	180	–	–	–	0,03sin14t
7	1	1,6	–	3,2	140	–	0,15	–	–	–
	2	1,5	–	–	120	–	0,12	–	12sin6t	–
8	1	1,0	2,0	3,0	150	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	3,5	120	–	–	15	–	–

Продолжение табл. 4.2

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1, кг	m_2, кг	V_0, м/с	c_1, Н/м	c_2, Н/м	$\Delta\ell_0$, м	μ, Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
9	1	1,5	–	–	100	–	–	–	–	–
	2	1,4	–	2,0	100	110	–	–	–	0,015sin8t
10	1	2,5	–	2,5	110	100	–	–	–	–
	2	2,0	–	–	110	52	0,08	–	5sin9t	–
11	1	2,0	–	4,0	300	–	–	–	–	–
	2	1,0	–	–	200	–	0,12	–	–	0,01sin4t
12	1	1,8	2,4	4	220	–	–	–	–	–
	2	1,0	–	5	240	–	–	0,6	–	–
13	1	1,5	1,5	2	200	–	–	–	–	–
	2	1,8	–	–	180	–	0,08	–	10sin10t	–
14	1	2,0	–	2	200	–	0,12	–	–	–
	2	2,0	–	2	150	120	–	–	10sin8t	–
15	1	1,5	2,0	–	120	250	–	–	–	–
	2	1,5	–	–	120	–	0,4	4	–	–
16	1	2,0	–	–	150	75	0,1	–	–	–
	2	2,0	–	2,5	150	75	–	–	–	0,01sin5t
17	1	1,5	–	2,1	160	–	0,11	–	–	–
	2	1,8	–	–	150	–	0,1	–	8sin12t	–
18	1	2,0	1,0	2,5	80	–	–	–	–	–
	2	1,5	–	2,5	50	–	–	21	–	–
19	1	1,6	–	–	120	–	–	–	–	–
	2	1,2	–	2,0	85	120	–	–	–	0,015sin7t
20	1	2,0	–	2,0	90	100	–	–	–	–
	2	2,5	–	–	100	90	0,12	–	6sin10t	–
21	1	2,0	–	1,6	220	–	–	–	–	–
	2	2,5	–	–	250	–	0,14	–	–	0,01sin10t
22	1	2,2	1,5	3	180	–	–	–	–	–
	2	1,5	–	4	280	–	–	0,8	–	–
23	1	2,2	1,2	2	220	–	–	–	–	–
	2	1,6	–	–	200	–	0,12	–	5sin7t	–

Окончание табл. 4.2

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1, кг	m_2, кг	V_0, м/с	c_1, Н/м	c_2, Н/м	$\Delta\ell_0$, м	μ, Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
24	1	1,6	–	2,4	160	–	0,13	–	–	–
	2	1,0	–	3	150	300	–	–	6sin10t	–
25	1	0,8	1,2	–	120	80	–	–	–	–
	2	0,8	–	–	180	–	0,4	12	–	–
26	1	1,4	–	–	100	120	0,15	–	–	–
	2	1,8	–	2,2	150	120	–	–	–	0,015sin8t
27	1	2	–	4,0	150	–	0,12	–	–	–
	2	2	–	–	162	–	0,13	–	5sin9t	–
28	1	1,5	2,0	2,0	140	–	–	–	–	–
	2	1,5	–	3,1	180	–	–	12	–	–
29	1	1,0	–	–	140	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	2,4	75	150	–	–	–	0,08sin5t
30	1	1,6	–	3	75	150	–	–	–	–
	2	1,5	–	3	80	70	0,15	–	8sin10t	–

Пример выполнения задания Д2. Исследование колебаний точки

Задача 1. Груз 1 весом P = 20 Н, лежащий на гладкой наклонной плоскости, прикреплён к недеформированной пружине, расположенной параллельно плоскости (рис. 4.10). Угол наклона плоскости к горизонту 30°, коэффициент жесткости пружины c = 400 Н/м. В начальный момент груз переместили вверх по наклонной плоскости (сжали пружину) на расстояние $\Delta\ell_0$ = 0,1 м относительно нерастянутой пружины и отпустили без начальной скорости.

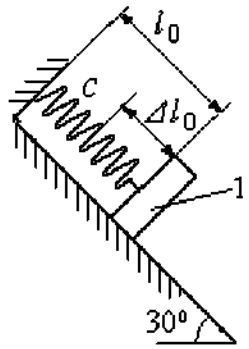


Рис. 4.10. Схема крепления груза и условия начала колебаний

Определить уравнение колебаний груза 1, а также частоту и амплитуду колебаний.

Решение

Расчетная схема колебаний груза 1 показана на рис. 4.11. Направим ось Ox, вдоль которой происходят колебания груза, вниз вдоль наклонной плоскости. Начало отсчёта координаты x выберем в положении статического равновесия груза (см. рис. 4.11) В произвольном положении груза, обозначенном координатой x, к нему приложены три силы: сила тяжести $\vec{P}$, реакция опоры наклонной плоскости $\vec{N}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$. Проекция силы упругости пружины на ось Ox: $F_{\text{упр}x} = -c\Delta\ell$, где $\Delta\ell$ – удлинение пружины относительно её нерастянутого положения, включающее её растяжение x относительно выбранного начала координат и растяжение $\lambda_{\text{ст}}$ при статическом равновесии груза на наклонной плоскости.

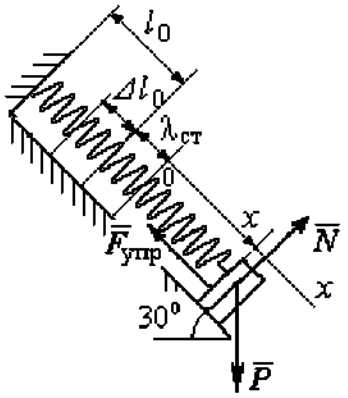


Рис. 4.11. Расчётная схема колебаний груза

С учетом выражения силы упругости получим дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось Ox:

$$m\ddot{x} = P\sin 30^\circ - c(x + \lambda_{\text{ст}}).$$

В положении статического равновесия сила упругости уравновешивается силой, равной проекции силы тяжести на ось x: $P\sin 30^\circ - c\lambda_{\text{ст}} = 0$. Подставляя это выражение условия статического равновесия груза в уравнение движения, получим дифференциальное уравнение колебаний груза:

$$m\ddot{x} = -cx, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

где ω – угловая частота колебаний; $\omega = \sqrt{\dfrac{c}{m}} = 14{,}01$ рад/с.

Общее решение уравнения колебаний $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$.

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 вычислим координату x_0 начального положения груза на оси Ox.

Растяжение пружины в положении статического равновесия $\lambda_{ст} = \dfrac{P\sin 30^\circ}{c} = 0{,}025$ м. Координата начального положения груза определяется величиной сжатия пружины и, поскольку начало отсчёта координаты x выбрано в положении статического равновесия груза, равна (со знаком!): $x_0 = -(\Delta\ell_0 + \lambda_{ст}) = -0{,}125$ м (см. рис. 4.11).

Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения колебаний при $t = 0$, получим $C_1 = -0{,}125$ м. Для определения второй константы вычислим скорость груза в произвольный момент времени: $\dot{x} = -C_1\omega\sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t$. Подставим сюда начальное значение скорости груза при $t = 0$ $\dot{x} = V_0 = 0$, получим $C_2 = 0$. Окончательно уравнение движения груза 1 относительно положения статического растяжения пружины:

$$x(t) = -0{,}125\cos 14{,}01t \text{ м}.$$

Амплитуда колебаний груза $A = 0{,}125$ м.

Задача 2. Груз 1 весом $P = 20$ Н подвешен на недеформированной вертикальной пружине (рис. 4.12). Жесткость пружины $c = 800$ Н/м. В начальный момент груз был оттянут вниз в положение, при котором пружина растянулась на расстояние $\Delta\ell_0 = 0{,}1$ м, и в этом положении ему сообщена начальная скорость $V_0 = 2$ м/с, направленная вверх.

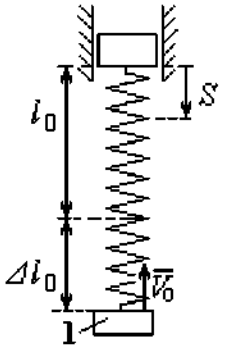


Рис. 4.12. Схема крепления груза и условия начала колебаний

Одновременно с началом движения груза верхний конец пружины стал совершать гармонические колебания по закону $S = a\sin 10t$, где $a = 0{,}02$ м.

Определить уравнение колебаний груза 1, а также частоту и амплитуду собственных колебаний.

Решение

Расчетная схема колебаний груза 1 показана на рис. 4.13. Направим ось *Ox*, вдоль которой происходят колебания груза, вертикально вниз. Начало отсчёта координаты *x* выберем в положении статического равновесия груза (см. рис. 4.13, *c*, *d*). В произвольном положении груза, обозначенном координатой *x*, к нему приложены две силы: сила тяжести $\vec{P}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$.

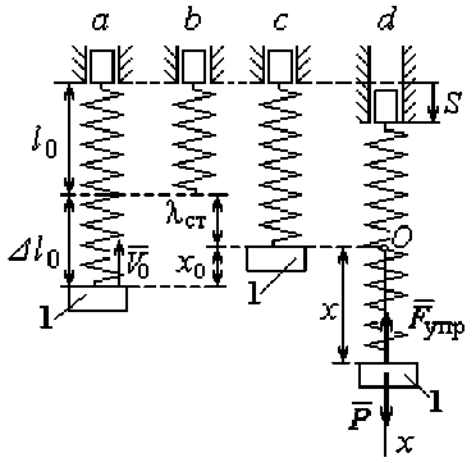


Рис. 4.13. Расчётная схема вынужденных колебаний груза: *a* – положение груза на начало колебаний; *b* – недеформированная пружина; *c* – статическое растяжение пружины под действием веса груза; *d* – положение груза в произвольный момент времени и перемещение точки подвеса пружины

Проекция силы упругости пружины на ось *Ox*

$$F_{\text{упр}x} = -c\Delta\ell = -c(x + \lambda_{\text{ст}} - S),$$

где $\Delta\ell$ – удлинение пружины, включающее её растяжение *x* относительно начала координат, растяжение $\lambda_{\text{ст}}$ при статическом равновесии груза и уменьшение растяжения при смещении верхнего конца, $\Delta\ell = (x + \lambda_{\text{ст}} - S)$.

С учетом выражения силы упругости получим дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось *Ox*:

$$m\ddot{x} = P - c(x + \lambda_{\text{ст}} - S).$$

В положении статического равновесия выполняется условие равенства сил: $P - c\lambda_{\text{ст}} = 0$.

После подстановки его в уравнение движения груза получаем дифференциальное уравнение вынужденных колебаний:

$$m\ddot{x} = -cx + cS, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt,$$

где ω – угловая частота собственных колебаний, $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$, ω = 19,81 рад/с; h – относительная амплитуда вынужденных колебаний, $h = \frac{ca}{m}$ = 7,85 м/с^2; p – угловая частота вынужденных колебаний, p = 10 рад/с.

При отсутствии резонанса (здесь $\omega \neq p$) общее решение уравнения вынужденных колебаний имеет вид $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \frac{h}{\omega^2 - p^2}\sin pt$.

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 вычислим координату x_0 начального положения груза на оси Ox. Координата начального положения груза (см. рис. 4.13, *b*) $x_0 = \Delta\ell_0 - \lambda_{ст}$. Растяжение пружины в положении статического равновесия $\lambda_{ст} = \frac{P}{c}$ = 0,02 м, тогда x_0 = 0,08 м. Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения вынужденных колебаний при t = 0, получим: $C_1 = x_0$ = 0,08 м.

Для определения второй константы вычислим скорость груза в произвольный момент времени: $\dot{x} = -C_1\omega\sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t + \frac{hp}{\omega^2 - p^2}\cos pt$. Проекция скорости груза в начальный момент на ось Ox $V_{0x} = -V_0$. Подставив начальное значение скорости груза при t = 0 $\dot{x} = V_{0x} = -V_0$, получим: $C_2 = -\frac{V_0}{\omega} - \frac{hp}{\omega(\omega^2 - p^2)}$ = – 0,11 м. Окончательно уравнение движения груза 1 относительно положения статического равновесия, м.

$$x(t) = 0{,}08\cos 19{,}82t - 0{,}11\sin 19{,}82t - 0{,}03\sin 10t.$$

Амплитуда вынужденных колебаний $A_{вын} = \frac{h}{\omega^2 - p^2}$ = 0,03 м. Амплитуда собственных колебаний груза $A_{соб} = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ = 0,14 м.

4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки

Работой $A(\vec{F})$ силы $\vec{F}$, постоянной по модулю и направлению, на конечном прямолинейном перемещении S_1 точки приложения силы называется величина $A(\vec{F}) = FS_1\cos\alpha$. Если угол α острый, работа силы положительна. Если угол α тупой, – отрицательна. При $\alpha = 90°$ сила перпендикулярна перемещению точки и работа силы равна нулю.

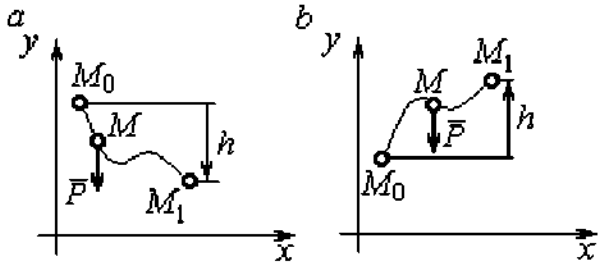


Рис. 4.14. Схема для вычисления работы силы тяжести:
a – перемещение точки сверху вниз;
b – перемещение точки снизу вверх

Работа силы тяжести материальной точки (вертикальной силы) при перемещении точки из положения M_0 в положение M_1 равна произведению модуля силы тяжести на вертикальное перемещение точки $A_{(M_0M_1)} = \pm Ph$, где P – величина силы тяжести точки; h – величина вертикального перемещения точки (рис. 4.14). Работа силы тяжести положительная, если начальная точка движения выше конечной, и отрицательная, – если ниже.

Работа силы упругости пружины на прямолинейном перемещении вдоль линии действия силы из положения недеформированной пружины на расстояние h определяется формулой $A(F_{\text{упр}}) = -\dfrac{ch^2}{2}$, где c – коэффициент жесткости (или просто жёсткость) пружины.

Кинетической энергией материальной точки называется скалярная величина $T = \dfrac{1}{2}mV^2$, где m – масса точки; V – её скорость. **Теорема об изменении кинетической энергии точки** заключается в том, что изменение кинетической энергии точки за конечный промежуток времени равно алгебраической сумме работ всех действующих на неё сил: $\dfrac{mV_1^2}{2} - \dfrac{mV_0^2}{2} = \sum A_{(M_0M_1)}$, где V_0,

V_1 – скорость точки в начальном положении M_0 и в положении M_1; $\sum A_{(M_0M_1)}$ – сумма работ всех сил, действующих на точку, при её перемещении из положения M_0 в положение M_1.

При несвободном движении точки сумма работ сил включает работу реакций связи. Если движение происходит без трения по неподвижной гладкой поверхности, то реакция связи направлена по нормали к поверхности и её работа при любом перемещении точки равна нулю.

Для определения реакций связи при несвободном движении точки используются уравнения движения точки в проекциях на оси естественной системы координат – касательную и нормальную: $m\frac{dV}{dt} = \sum F_\tau$, $m\frac{V^2}{\rho} = \sum F_n$, где $\sum F_\tau$, $\sum F_n$ – суммы проекций сил на касательную и нормальную оси естественной системы координат; ρ – радиус кривизны траектории точки.

4.6. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

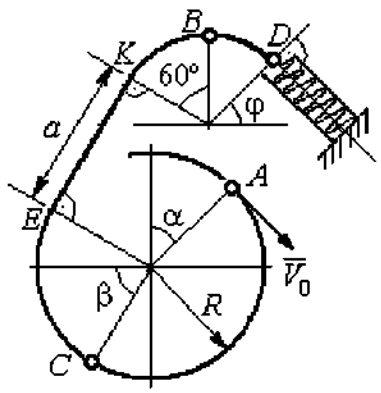
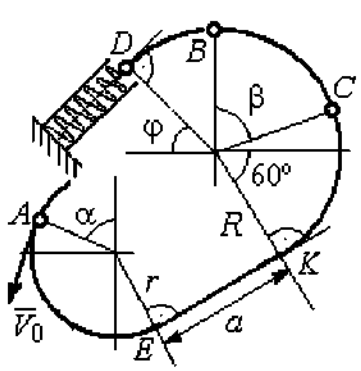
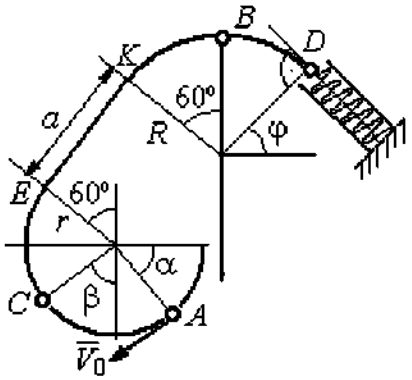
Тонкий стержень с надетым на него шариком массой m расположен в вертикальной плоскости и состоит из дуг окружностей радиусами r и $R = 2r$, соединённых прямолинейным отрезком EK, сопряжённым с дугами окружностей в точках E и K. В этих точках шарик переходит с одного участка стержня на другой, не изменяя величины и направления скорости. Длина отрезка $EK = a$.

В точке A, положение которой на дуге окружности определяется углом α, шарику сообщают начальную скорость V_0. По дугам окружностей шарик скользит без трения, а при движении по прямолинейному отрезку EK на него действует постоянная сила трения с коэффициентом трения f. На участках с вертикальным отрезком EK считать, что шарик прижимается к стержню силой, равной половине веса шарика.

Достигнув на дуге окружности точки D, шарик упирается в недеформированную пружину жёсткостью c и, продолжая движение по сопряженной прямой, сжимает её. Положение точки D определяется углом φ.

Определить величину максимального сжатия пружины, если шарик проходит наивысшее положении траектории – точку B со скоростью $V_B = kV_0$. При найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке C, положение которой на дуге определяется углом β.

Варианты заданий приведены на рис. 4.15, 4.16. Исходные данные задания в табл. 4.3.

Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**	**Варианты № 3, 13, 23**
		

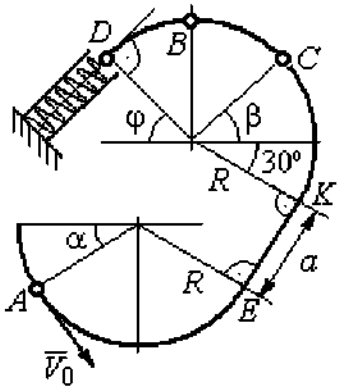
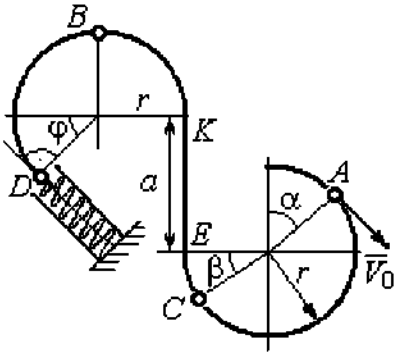
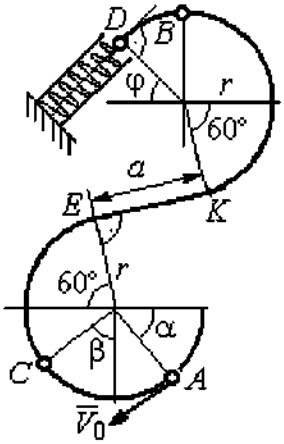
Варианты № 4, 14, 24	**Варианты № 5, 15, 25**	**Варианты № 6, 16, 26**
		

Рис. 4.15. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии.
Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

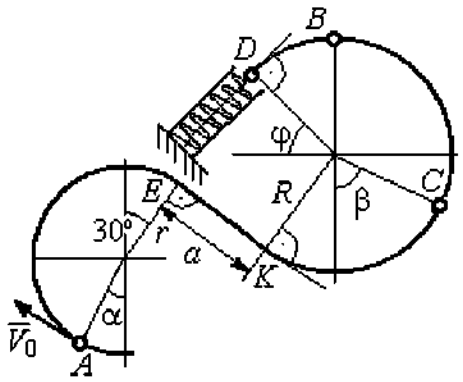
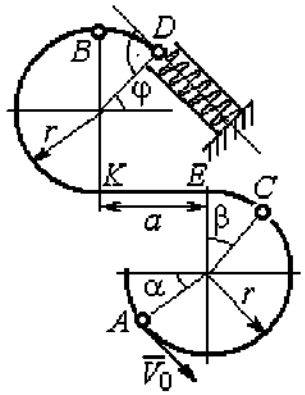
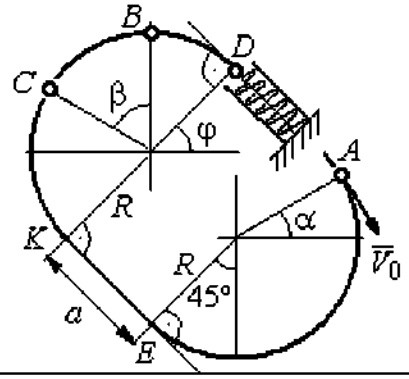
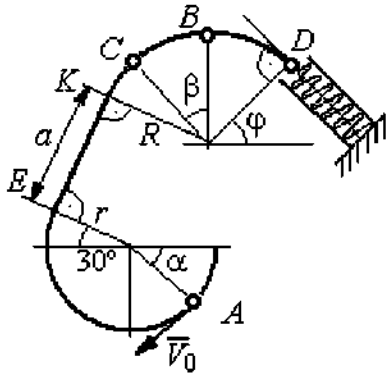
Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 4.16. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии.
Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 4.3

Исходные данные задания Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
m, кг	0,8	0,5	0,6	0,4	1,0	0,6	0,9	0,5	0,3	0,4	0,8	0,6	0,5	0,3	1,0
α, град	30	45	0	30	30	0	0	45	30	0	60	30	30	45	60
β, град	60	30	60	0	60	30	60	60	30	45	30	60	60	30	30
φ, град	0	60	30	0	0	30	45	0	30	45	30	30	0	30	45
r, м	0,4	0,4	0,5	0,3	0,6	0,5	0,3	0,6	0,4	0,5	0,3	0,5	0,4	0,5	0,8
a, м	0,5	0,6	0,9	1,4	0,8	1,2	0,5	0,5	1,4	0,5	0,8	0,5	0,8	0,6	0,6
f	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,5	0,3	0,4	0,3	0,4	0,5	0,3	0,4	0,3
k	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3	0,4
c, Н/м	100	80	90	80	120	100	90	80	60	80	90	60	80	60	110

Окончание табл. 4.3

Номер варианта задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
m, кг	0,6	0,5	0,6	0,4	0,8	0,5	0,4	1,0	0,6	0,5	0,4	0,8	0,4	0,6	0,8
α, град	60	30	0	45	60	90	90	60	60	90	30	60	60	45	90
β, град	60	30	45	90	60	45	90	60	60	30	30	60	60	0	60
φ, град	45	60	60	60	30	90	0	90	45	60	60	90	30	60	0
r, м	0,6	0,4	0,8	0,5	0,6	0,6	0,6	0,4	0,6	0,8	0,4	0,4	0,8	0,6	0,4
a, м	0,4	1,2	0,9	1,2	1,2	0,9	0,6	1,5	1,4	0,8	1,2	0,9	0,6	0,8	0,5
f	0,3	0,4	0,4	0,5	0,3	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4
k	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,3
c, Н/м	80	60	90	60	100	90	80	110	80	60	60	80	60	80	100

Пример выполнения задания Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Тонкий стержень, расположенный в вертикальной плоскости, состоит из двух дуг окружностей, сопряженных в точках E и K с прямолинейным отрезком EK длиной $a = 0{,}6$ м (рис. 4.17). Радиусы окружностей $R = 1$ м и $r = 0{,}5$ м.

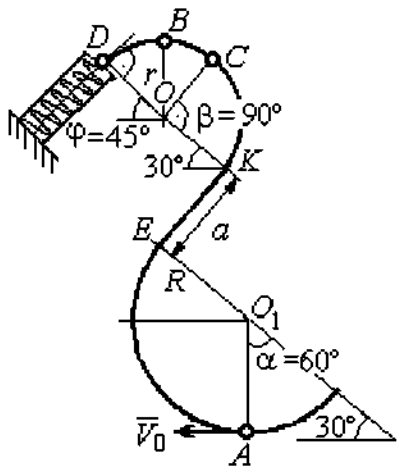


Рис. 4.17. Схема движения шарика

Диаметры дуг окружностей, проведённые в точках E и K, составляют с горизонтом угол 30°. На стержень надет шарик массой $m = 0{,}5$ кг. В точке A, положение которой на дуге радиуса R определяется углом $\alpha = 60°$ (см. рис. 4.17), шарику сообщают начальную скорость V_0, после чего он начинает движение. По дугам окружностей шарик скользит без трения. При движении по прямой EK на него действует постоянная сила трения с коэффициентом трения $f = 0{,}2$. Достигнув точки D на верхней дуге, шарик упирается в пружину жесткостью $c = 100$ Н/м и, двигаясь по сопряжённой прямой без трения, сжимает её. Найти величину максимального сжатия пружины, если наивысшее положение на траектории (точку B) шарик проходит со скоростью $V_B = kV_0$ при $k = 0{,}3$. При

найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке C, положение которой на дуге определяется углом $\beta = 90°$.

Решение

Рассмотрим движение шарика по стержню из начального положения A в наивысшее положение – точку B.

При движении шарика по дугам окружностей работу совершает только сила тяжести. Реакция гладкой поверхности стержня в любой момент времени перпендикулярна поверхности стержня, и потому её работа при перемещении шарика равна нулю.

На участке движении шарика по прямой EK на него действуют сила тяжести $\vec{P}$, нормальная реакция опоры $\vec{N}_{EK}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ (рис. 4.18, *b*). Работу совершают сила тяжести и сила трения. Работа реакции опоры стержня равна нулю.

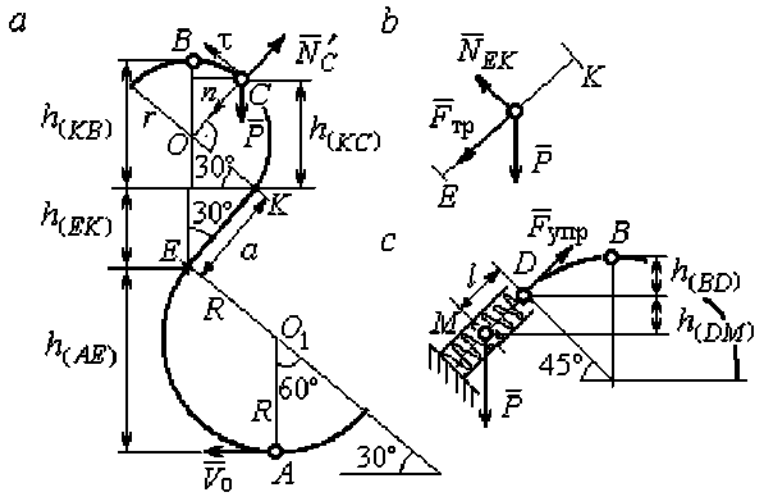


Рис. 4.18. Силы, действующие на шарик во время движения и перепады высот

Обозначим $h_{(AB)}$ – перепад высот точек A и B на траектории; V_A – начальная скорость шарика в точке A, $V_A = V_0$; V_B – его скорость в точке B, $V_B = 0{,}3V_0$.

Для вычисления перепада высот точек A и B имеем выражение (рис. 4.18, *a*):

$$h_{(AB)} = h_{(AE)} + h_{(EK)} + h_{(KB)} = R(1 + \sin 30°) + a\cos 30° + r(1 + \sin 30°).$$

Будем считать шарик материальной точкой. Применяя теорему об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из положения A в положение B, получим: $\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = A(\vec{P}) + A(\vec{F}_{\text{тр}})$, где $A(\vec{P}) = -Ph_{(AB)}$,

$A(\vec{F}_{\text{тр}}) = -F_{\text{тр}}a$ – работы, соответственно, силы тяжести на участке движения AB и силы трения на отрезке EK. Сила трения равна $F_{\text{тр}} = f \cdot N_{EK} = f \cdot mg\cos 60^\circ$ (рис. 4.18, *a*, *b*).

В результате, теорема об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из начального положения A в конечное положение B принимает вид: $\frac{m(0{,}3V_0)^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = -\,mg\left[(R+r)(1+\sin 30^\circ) + a(\cos 30^\circ + f \cdot \cos 60^\circ)\right]$.

После подстановки данных задачи, получим: $0{,}91V_0^2 = 55{,}517$, откуда находим необходимое значение начальной скорости шарика: V_0 = 7,81 м/с.

Найдём давление шарика на стержень в точке C.

Проведём в точке C оси естественной системы координат – касательную $C\tau$ и нормаль Cn (рис. 4.18, *a*). Уравнение движения шарика в точке C в проекции на нормальную ось имеет вид: $m\frac{V_C^2}{r} = P\cos 30^\circ - N'_C$, где V_C – скорость шарика в точке C, N'_C – реакция стержня, приложенная к шарику. Направление реакции на рис. 4.18, *a* соответствует предположению, что шарик давит на стержень в направлении центра дуги окружности.

Для определения скорости шарика в точке C воспользуемся тем, что скорость шарика в точке B уже известна, и применим теорему об изменении кинетической энергии при движении шарика из начального положения C в конечное положение B. На этом участке движения работу совершает только сила тяжести шарика. Получим $\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_C^2}{2} = -Ph_{(CB)}$, где V_C, V_B – значения скорости шарика в точках C и B; $h_{(CB)}$ – перепад высот точек C и B; $h_{(CB)} = r(1-\sin 30^\circ) = 0{,}5r$ (см. рис. 4.18, *a*). В результате теорема об изменении кинетической энергии принимает вид: $mV_C^2 = mV_B^2 + 2mgh_{(CB)}$ или $V_C^2 = V_B^2 + gr$. Отсюда, при условии $V_B = 0{,}3V_0$ = 2,34 м/с, найдём V_C = 3,22 м/с.

Реакция опоры шарика: $N'_C = P\cos 30^\circ - m\dfrac{V_C^2}{r} = -6{,}12$ Н.

Отрицательное значение реакции опоры шарика означает, что вектор реакции $\vec{N}'_C$ в точке C (см. рис. 4.18, *а*) направлен в противоположную сторону. Давление шарика на стержень в точке C равно модулю реакции опоры.

Найдём величину максимального сжатия пружины.

Рассмотрим движение шарика на участке от точки B до положения максимально сжатой пружины – точки M. Движение на этом участке происходит по дуге окружности BD и по прямой DM. При этом сила тяжести совершает работу на всём участке движения, а сила упругости – на отрезке сжатия пружины. Обозначим величину максимального сжатия пружины $MD = l$.

По теореме об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из положения B в M получим: $\dfrac{mV_M^2}{2} - \dfrac{mV_B^2}{2} = A(\vec{P}) + A(\vec{F}_{\text{упр}})$, где V_M, V_B – скорость шарика в точках M и B. Работа силы тяжести $A(\vec{P}) = Ph_{(BM)} = P\left[h_{(BD)} + h_{(DM)}\right] = mg\left[r\left(1 - \cos 45^\circ\right) + l\cos 45^\circ\right]$. Работа силы упругости на прямолинейном участке DM длиной l: $A(\vec{F}_{\text{упр}}) = -\dfrac{cl^2}{2}$. Условие максимального сжатия пружины означает, что в точке M скорость шарика обращается в нуль: $V_M = 0$, тогда теорема об изменении кинетической энергии точки принимает вид: $-\dfrac{mV_B^2}{2} = mg\left[r\left(1 - \cos 45^\circ\right) + l\cos 45^\circ\right] - \dfrac{cl^2}{2}$. Подставляя данные задачи и с учётом того, что скорость шарика в наивысшей точке B найдена из предыдущих рассуждений $V_B = 2{,}34$ м/с, получим квадратное уравнение для определения величины максимального сжатия пружины $50l^2 - 3{,}468l - 2{,}085 = 0$. В качестве ответа принимается положительный корень уравнения $l = 0{,}24$ м.

5. ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы

Поступательное движение твердого тела описывается теоремой о движении центра масс механической системы. В проекциях на координатные оси дифференциальные уравнения поступательного движения твердого тела имеют вид: $m\ddot{x}_C = \sum F^e_{kx}$, $m\ddot{y}_C = \sum F^e_{ky}$, $m\ddot{z}_C = \sum F^e_{kz}$, где m – масса тела; x_C, y_C, z_C – координаты центра масс тела; F^e_{kx}, F^e_{ky}, F^e_{kz} – проекции на оси координат внешних сил, действующих на твердое тело.

Вращательное движение твердого тела относительно неподвижной оси z описывается теоремой об изменении кинетического момента.

Дифференциальное уравнения вращательного движения тела имеет вид:

$$J_z \frac{d\omega}{dt} = \sum M_z(\vec{F}^e_k) \quad \text{или} \quad J_z\ddot{\varphi} = \sum M_z(\vec{F}^e_k),$$

где ω – угловая скорость тела; $\omega = \dot{\varphi}$; φ – угол поворота тела; $\sum M_z(\vec{F}^e_k)$ – моменты внешних сил относительно оси z; J_z – момент инерции тела относительно оси z.

Уравнение вращательного движения можно представить в алгебраической форме: $J_z\varepsilon = \sum M_z(\vec{F}^e_k)$, где ε – угловое ускорение тела; $\varepsilon = \dot{\omega}$.

Плоскопараллельное движение твердого тела описывается на основании теорем о движении центра масс и изменении кинетического момента относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения. В проекции на координатные оси уравнения плоскопараллельного движения тела имеют вид:

$$ma_{Cx} = \sum F^e_{kx}, \quad ma_{Cy} = \sum F^e_{ky}, \quad J_{zC}\varepsilon = \sum M_{zC}(\vec{F}^e_k),$$

где a_{Cx}, a_{Cy} – проекции ускорения центра масс тела на координатные оси; F^e_{kx},

F_{ky}^{e} – проекции на оси координат внешних сил, действующих на тело; J_{zC} – момент инерции тела относительно оси z, проходящей через центр масс, перпендикулярно плоскости движения; ε – угловое ускорение тела; $M_{zC}(\vec{F}_k^{e})$ – моменты внешних сил относительно оси, проходящей через центр масс.

Проводя динамический расчет механической системы, следует рассматривать движение тел системы в отдельности, предварительно освободив их от связей и заменив действие связей реакциями. Далее на основании общих теорем динамики системы следует составить уравнения движения каждого тела.

5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы

Механизм состоит из трёх тел – груза 1, катка 2 и блока 3, соединенных нерастяжимыми нитями или невесомыми стержнями.

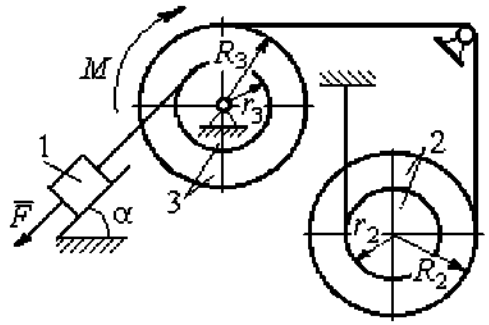
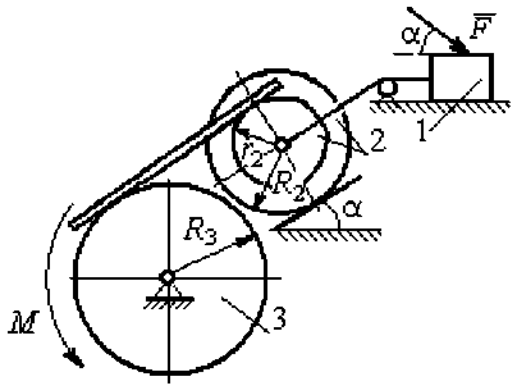
Движение механизма происходит в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M. Направление действия силы $\vec{F}$ определяется углом α. Качение катка 2 происходит без скольжения. Проскальзывание между дисками и соединяющими их невесомыми стержнями или нитями отсутствует.

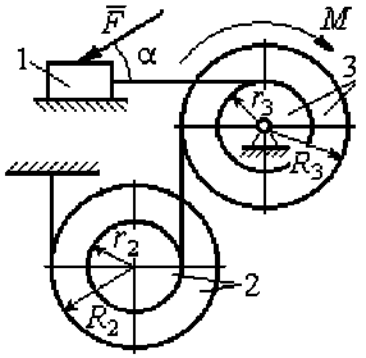
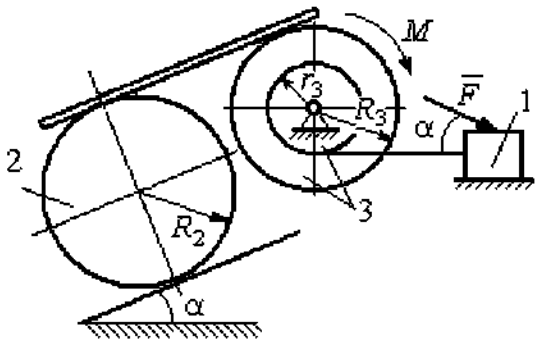
Радиусы ступеней катка 2 и блока 3 на схемах обозначены R_2, r_2 и R_3, r_3.

Сплошные диски считать однородными. Радиусы инерции неоднородных (ступенчатых) дисков относительно осей, проходящих через центры масс перпендикулярно плоскости движения, равны i_{z2}, i_{z3}.

Найти ускорение груза 1 и динамические реакции, действующие на ось блока 3.

Варианты заданий представлены на рис. 5.1, 5.2. Исходные данные приведены в табл. 5.1.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
	

Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
	

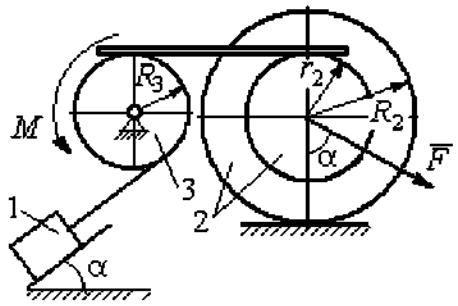
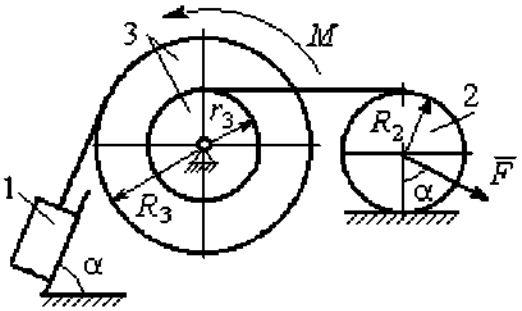
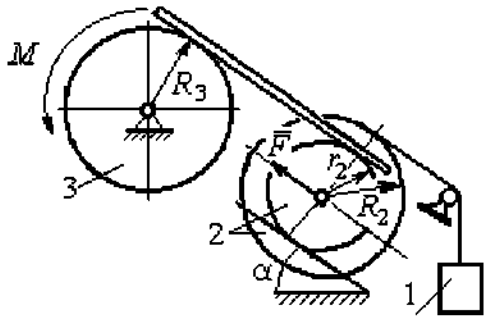
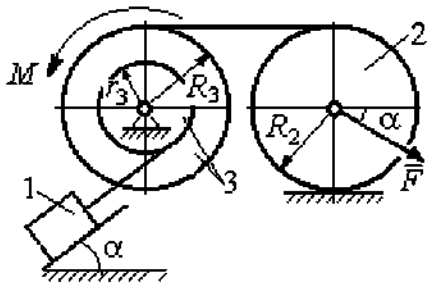
Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	

Рис. 5.1. Задание Д4. Динамический расчёт механической системы.
Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

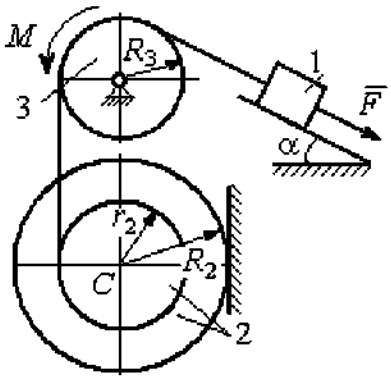
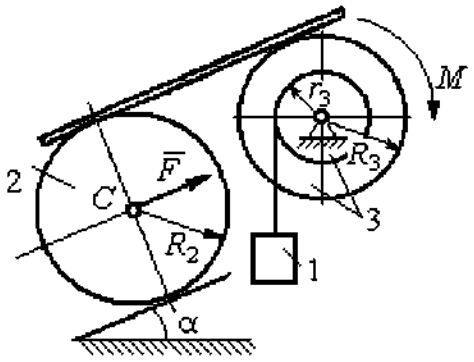
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 5.2. Задание Д4. Динамический расчёт механической системы.
Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 5.1

Исходные данные задания Д4. Динамический расчёт механической системы

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	α, град	R_2, м	r_2, м	R_3, м	r_3, м	i_{z2}, м	i_{z3}, м
1	P	P	$2P$	P	$2Pr$	60	$3r$	r	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
2	$3P$	P	$3P$	$3P$	Pr	30	$2r$	r	$2r$	–	$2r$	–
3	$4P$	$3P$	$4P$	$2P$	$2Pr$	60	$2r$	r	$2r$	r	$2r$	$2r$
4	$2P$	$2P$	$4P$	P	$4Pr$	45	$3r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{2}$
5	P	$3P$	$3P$	$2P$	$3Pr$	30	$3r$	r	r	–	$2r$	–
6	P	$2P$	$4P$	$4P$	$6Pr$	60	$3r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{2}$
7	P	$2P$	$3P$	$2P$	$3Pr$	45	$3r$	r	r	-	$r\sqrt{3}$	–

Окончание табл. 5.1

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	α, град	R_2, м	r_2, м	R_3, м	r_3, м	i_{z2}, м	i_{z3}, м
8	$2P$	$3P$	$3P$	P	$3Pr$	30	$2r$	–	$2r$	r	–	$r\sqrt{3}$
9	$3P$	P	$3P$	P	$2Pr$	30	$2r$	r	$2r$	–	$r\sqrt{2}$	–
10	P	P	$3P$	P	$2Pr$	60	$3r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{3}$
11	P	P	$3P$	$2P$	$3Pr$	30	$3r$	$2r$	$2r$	r	$r\sqrt{2}$	$r\sqrt{2}$
12	$2P$	P	$2P$	$4P$	Pr	60	$3r$	r	$3r$	–	$r\sqrt{3}$	–
13	$3P$	P	$3P$	$3P$	$2Pr$	30	$3r$	$2r$	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
14	$2P$	P	$3P$	$2P$	$4Pr$	60	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$2r$
15	P	$2P$	$4P$	P	$4Pr$	45	$3r$	$2r$	$2r$	–	$r\sqrt{3}$	–
16	P	$3P$	$4P$	$2P$	$3Pr$	30	$2r$	–	$2r$	r	–	$r\sqrt{2}$
17	P	P	$3P$	$2P$	$6Pr$	60	$3r$	r	$3r$	-	$r\sqrt{3}$	
18	$2P$	$2P$	$3P$	P	$3Pr$	60	$2r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{2}$
19	$2P$	P	$2P$	$3P$	$4Pr$	30	$3r$	r	$3r$	–	$2r$	–
20	P	P	$3P$	P	$2Pr$	45	$2r$	–	$2r$	r	–	$r\sqrt{3}$
21	$2P$	P	$4P$	$2P$	$4Pr$	60	$2r$	r	$3r$	r	$r\sqrt{2}$	$2r$
22	P	P	$2P$	$5P$	$2Pr$	45	$3r$	$2r$	$2r$	–	$2r$	–
23	$2P$	$2P$	$3P$	$3P$	$2Pr$	60	$3r$	r	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
24	$4P$	P	$3P$	P	$3Pr$	30	$2r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{3}$
25	P	$3P$	$2P$	P	$2Pr$	60	$3r$	r	r	–	$r\sqrt{3}$	–
26	P	$3P$	$4P$	$3P$	$3Pr$	45	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$r\sqrt{3}$
27	P	P	$4P$	$2P$	$4Pr$	30	$2r$	r	$2r$	-	$r\sqrt{3}$	
28	$2P$	$3P$	$3P$	P	$6Pr$	30	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$r\sqrt{2}$
29	$2P$	P	$2P$	$2P$	$2Pr$	45	$2r$	r	r	–	$2r$	–
30	P	P	$4P$	P	$4Pr$	60	$3r$	–	$3r$	$2r$	–	$2r$

Пример выполнения задания Д4. Динамический расчёт механической системы

Механизм (рис. 5.3) состоит из груза 1, однородного диска – катка 2 и неоднородного диска – блока 3, соединённых друг с другом нерастяжимыми нитями. Система движется в вертикальной плоскости из состояния покоя.

Движение происходит под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, равных по модулю: $P_1 = 2P$, $P_2 = 2P$, $P_3 = 3P$, силы $\vec{F}$, приложенной в центре масс катка 2, равной по величине: $F = 3P$, и пары сил с моментом $M = Pr$,

приложенных к блоку 3. Механизм является неизменяемой механической системой. Радиус катка 2 $R_2 = 2r$. Качение катка по наклонной плоскости происходит без проскальзывания. Радиусы ступенчатого блока 3: $R_3 = 3r$, $r_3 = r$. Радиус инерции блока 3 $i_3 = r\sqrt{3}$.

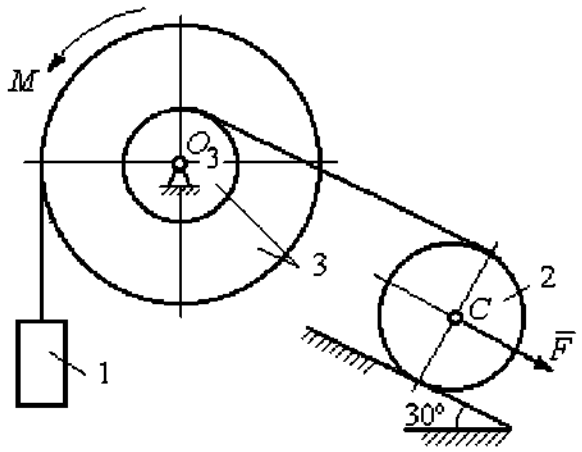


Рис. 5.3. Схема механической системы

Применяя метод динамического расчета механической системы найти ускорение груза 1 и динамические реакции, действующие на ось вращающегося блока 3.

Решение

Освобождаем систему от связей. На рис. 5.4 изображены внешние силы, действующие на каждое тело, после освобождения его от связей.

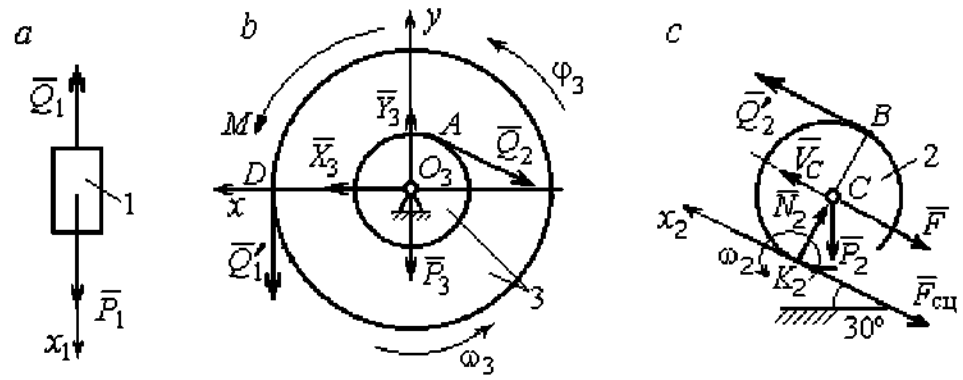


Рис. 5.4. Расчетные схемы для описания движения тел, входящих в систему:
a – поступательное движение груза 1; *b* – вращательное движение блока 3;
c – плоское движение катка 2

Груз 1 совершает поступательное движение. К нему приложены сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция нити $\vec{Q}_1$ (рис. 5.4, *a*). Предположим, груз 1 движется вниз, и направим ось x_1 в сторону движения груза.

Уравнение движения груза в проекции на ось x_1 в соответствии с теоремой о движении центра масс механической системы имеет вид:

$$m_1 a_1 = \sum F_{kx} = P_1 - Q_1 = 2P - Q_1,$$

где m_1, a_1 – соответственно, масса груза 1 и его ускорение, $m_1 = \frac{P_1}{g} = \frac{2P}{g}$.

Блок 3 вращается вокруг неподвижной оси z, проходящей через его центр масс O_3, перпендикулярно плоскости диска. Направление вращения блока, соответствующее выбранному движению вниз груза 1, показано на рис. 5.4, *b* дуговой стрелкой ω_3.

На блок действуют сила тяжести $\vec{P}_3$, силы реакции подшипника $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, момент M и реакции нитей $\vec{Q}_1'$ и $\vec{Q}_2$ (см. рис. 5.4, *b*). При составлении уравнения вращательного движения блока 3 моменты сил считаем положительными, если они поворачивают блок в сторону его вращения.

Уравнение вращения блока 3 имеет вид:

$$J_{zO_3} \varepsilon_3 = \sum M_{zO_3}(F_k) = Q_1' R_3 + M - Q_2 r_3 = Q_1 3r + Pr - Q_2 r,$$

где J_{zO_3} – момент инерции блока 3 относительно оси z; ε_3 – угловое ускорение диска 3, $J_{zO_3} = m_3 i_3^2 = \frac{P_3}{g}(r\sqrt{3})^2 = \frac{9Pr^2}{g}$.

Каток 2 совершает плоскопараллельное движение. К нему приложены сила тяжести $\vec{P}_2$, сила $\vec{F}$, реакция нити $\vec{Q}_2'$ и реакция наклонной плоскости, состоящая из нормальной реакции опоры $\vec{N}_2$ и силы сцепления катка с поверхностью $\vec{F}_{\text{сц}}$. Согласно принципу равенства действия и противодействия, модули сил $\vec{Q}_2$ и $\vec{Q}_2'$ равны. На рис. 5.4, *c* показаны направления действия сил, приложенных к диску 2. В соответствии с направлением движения груза 1, центр масс катка 2 движется вверх параллельно наклонной плоскости. Направление движения центра масс катка 2 показано направлением оси x_2. Направление вращения катка 2 показано дуговой стрелкой угловой скорости ω_2 (см. рис 5.4, *c*).

Плоскопараллельное движение катка 2 описывается уравнением движения его центра масс и уравнением вращения вокруг оси, проходящей через

центр масс, перпендикулярно плоскости диска. Составляя уравнение движения, получим:

$$m_2 a_C = Q_2' - F - F_{\text{сц}} - P_2 \cos 60^\circ = Q_2 - 3P - F_{\text{сц}} - P,$$

$$J_C \varepsilon_2 = Q_2' R_2 + F_{\text{сц}} R_2 = Q_2 2r + F_{\text{сц}} 2r,$$

где m_2 – масса катка 2, $m_2 = \frac{P_2}{g} = \frac{2P}{g}$; a_C, ε_2 – ускорение центра масс и угловое ускорение катка 2; J_C – момент инерции однородного катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс, перпендикулярно плоскости диска, $J_C = \frac{m_2 R_2^2}{2} = \frac{P R_2^2}{g} = \frac{4 P r^2}{g}$. В уравнении вращательного движения диска момент силы считается положительным, если создаваемый им поворот направлен в сторону вращения диска,

К системе четырех уравнений, описывающих движения тел в системе, необходимо добавить уравнения связей. Если предположить, что скорость центра масс катка 2 равна V_C, то угловая скорость катка определится по формуле: $\omega_2 = \frac{V_C}{CK_2} = \frac{V_C}{R_2}$, где CK_2 – расстояние от центра масс катка 2 до его мгновенного центра скоростей (см. рис. 5.4, *с*). Продифференцировав по времени последнее равенство, получим уравнение связи между ускорением центра масс катка 2 и его угловым ускорением: $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \frac{\dot{V}_C}{R_2} = \frac{a_C}{R_2} = \frac{a_C}{2r}$.

Скорость точки B катка 2 (см. рис. 5.4, *с*) $V_B = \omega_2 \cdot BK_2 = \frac{V_C}{R_2} 2R_2 = 2V_C$.

Точка B катка 2 и точка A блока 3 соединены нитью (см. рис. 5.3), поэтому их скорости равны. Приравняв скорости точек A и B, получим равенство: $2V_C = V_B = V_A = \omega_3 r_3 = \omega_3 r$, откуда $\omega_3 = \frac{2V_C}{r}$. После дифференцирования последнего выражения найдём соотношение между ускорениями: $\varepsilon_3 = \frac{2a_C}{r}$.

Скорость груза 1 связана со скоростью центра масс диска 2 следующим образом: $V_1 = V_D = \omega_3 R_3 = \dfrac{2V_C}{r} 3r = 6V_C$. Тогда $a_1 = 6a_C$.

В результате получены четыре уравнения, описывающие движение тел в системе:

$$\frac{2P}{g} a_1 = 2P - Q_1, \quad \frac{9Pr^2}{g} \varepsilon_3 = Q_1 3r + Pr - Q_2 r;$$

$$\frac{2P}{g} a_C = Q_2 - 3P - F_{\text{сц}} - P, \quad \frac{4Pr^2}{g} \varepsilon_2 = Q_2 2r + F_{\text{сц}} 2r$$

и три уравнения связей: $\varepsilon_2 = \dfrac{a_C}{2r}$, $\varepsilon_3 = \dfrac{2a_C}{r}$, $a_1 = 6a_C$.

После подстановки уравнений связи в уравнения движения тел получим систему четырёх уравнений с четырьмя неизвестными:

$$\frac{12P}{g} a_C = 2P - Q_1, \quad \frac{18P}{g} a_C = 3Q_1 + P - Q_2,$$

$$\frac{2P}{g} a_C = Q_2 - 4P - F_{\text{сц}}, \quad \frac{P}{g} a_C = Q_2 + F_{\text{сц}},$$

которая может быть решена любым известным из курса математики способом.

Например, исключив из первых двух уравнений величину Q_1, а из третьего и четвёртого уравнений – величину $F_{\text{сц}}$, получим систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\frac{54P}{g} a_C = 7P - Q_2, \quad \frac{3P}{g} a_C = 2Q_2 - 4P,$$

откуда $a_C = \dfrac{10}{111} g$, $Q_2 = \dfrac{79}{37} P$. Величину натяжения нити Q_1 находим из первого уравнения исходной системы: $Q_1 = \dfrac{34}{37} P$.

Для вычисления динамической реакции R_3 оси блока 3 заметим, что центр масс блока 3 неподвижен и его ускорение равно нулю, $\vec{a}_{O_3} = 0$. Тогда уравнения движения центра масс блока 3 в проекциях на оси x, y имеют вид :

$$m_3 a_{O_3 x} = X_3 - Q_2 \cos 30^\circ = 0,\ m_3 a_{O_3 y} = Y_3 - Q_1 - P_3 - Q_2 \cos 60^\circ = 0,$$

где X_3, Y_3, – проекции реакции R_3 оси вращающегося блока 3 на оси x, y (см. рис. 5.4, *b*). Отсюда, с учетом значений $Q_1 = 0{,}919P$ и $Q_2 = 2{,}135P$, проекции динамической реакции оси блока 3: $X_3 = Q_2 \cos 30^\circ = 1{,}85P$, $Y_3 = Q_1 + P_3 + Q_2 \cos 60^\circ = 4{,}98P$. Полная величина динамической реакции оси блока 3: $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2} = 5{,}31P$.

5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы

Кинетическая энергия тела при поступательном движении: $T = \frac{1}{2} m V_C^2$, где m – масса тела; V_C – скорость центра масс тела. **Кинетическая энергия тела при вращательном движении** вокруг неподвижной оси z: $T = \frac{1}{2} J_z \omega^2$, где J_z – момент инерции тела относительно оси z; ω – угловая скорость тела. Для дисков с равномерно распределённой массой момент инерции относительно оси z, проходящей через центр масс: $J_z = \frac{1}{2} m R^2$, где R – радиус диска. Для тел с неравномерно распределённой массой $J_z = m i_z^2$, где i_z – радиус инерции. **Кинетическая энергия тела при плоскопараллельном движении:** $T = \frac{1}{2} m V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega^2$, где m – масса тела; V_C, ω – скорость центра масс и угловая скорость тела; J_{zC} – момент инерции тела относительно оси z, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения.

Работа постоянной по модулю и направлению силы $\vec{F}$ на конечном прямолинейном перемещении S точки приложения силы: $A(F) = FS\cos\alpha$, где α – угол между вектором силы и перемещением. Если угол α острый, работа

положительна. Если тупой – отрицательна. При $\alpha = 90°$ сила перпендикулярна перемещению точки и работа силы равна нулю.

Работа пары сил с постоянным моментом M при повороте тела на конечный угол φ: $A = \pm M\varphi$, где φ – угол поворота тела. Работа считается положительной, если пара сил стремится повернуть тело в направлении его вращения, и отрицательной – в противном случае.

Мощностью силы $\vec{F}$ называют величину $N(F)$, равную скалярному произведению силы на скорость точки её приложения: $N(F) = \vec{F} \cdot \vec{V} = F \cdot V\cos\alpha$, где V – скорость точки приложения силы; α – угол между вектором силы и вектором скорости точки приложения силы.

При плоском движении тела мощность силы выражается суммой скалярных произведений векторов: $N = \vec{F} \cdot \vec{V}_O + \vec{M}_O(\vec{F}) \cdot \vec{\omega} = F \cdot V_O\cos\alpha \pm F h_O \omega$, где $\vec{V}_O$ – вектор скорости точки, выбранной полюсом; $\vec{\omega}$ – вектор угловой скорости тела; $\vec{M}_O$ – вектор момента силы $\vec{F}$ относительно полюса; h_O – плечо силы $\vec{F}$ относительно полюса O.

Теорема об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме. Производная по времени от кинетической энергии системы равна сумме мощностей внешних и внутренних сил $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e) + \sum N(\vec{F}_k^i)$, где T – кинетическая энергия системы; $\sum N(\vec{F}_k^e)$, $\sum N(\vec{F}_k^i)$ – сумма мощностей, соответственно, внешних и внутренних сил.

Теорема об изменении кинетической энергии системы на конечном перемещении. Изменение кинетической энергии системы на её конечном перемещении равно сумме работ внешних и внутренних сил, действующих на систему $T - T_0 = \sum A(\vec{F}_k^e) + \sum A(\vec{F}_k^i)$, где T, T_0 – кинетическая энергия системы, соответственно, в текущем и начальном состояниях; $\sum A(\vec{F}_k^e)$, $\sum A(\vec{F}_k^i)$ – сум-

ма работ внешних и внутренних сил при перемещении системы из начального состояния в текущее.

Механические системы, состоящие из абсолютно твердых тел, соединенных гибкими нерастяжимыми нитями, называются **неизменяемыми**. В неизменяемых системах сумма работ внутренних сил и, следовательно, сумма мощностей этих сил равны нулю. Поэтому для таких систем в теореме об изменении кинетической энергии достаточно учитывать только внешние силы.

5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Неизменяемая механическая система состоит из ступенчатого и однородного дисков, соединённых нерастяжимой нитью или невесомым стержнем. Нити и стержни, соединяющие диски, параллельны плоскостям качения дисков. Качение дисков без скольжения. Скольжение между невесомым стержнем и дисками отсутствует.

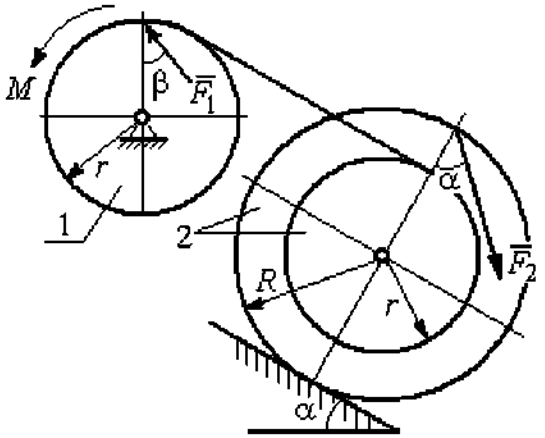
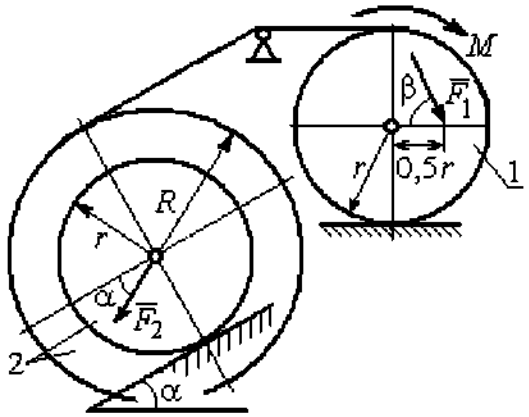
Вес дисков P_1 и P_2. Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и пары сил с моментом M. Направления действия сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и наклон плоскости (если он есть) определяются углами α или β, показанными на схемах механизмов.

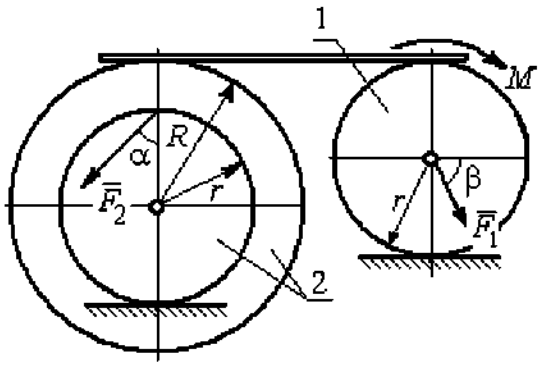
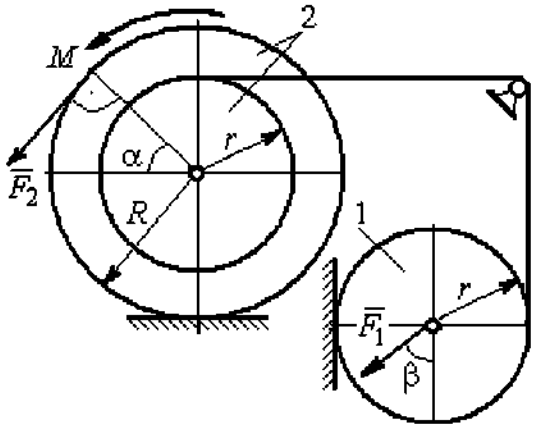
Радиус однородного диска r. Радиусы ступеней ступенчатого диска R и r. Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z.

1. Найти ускорение центра масс диска 2.

2. Найти реакцию опоры диска 2 на плоскость (её нормальную составляющую и силу сцепления диска с плоскостью).

Варианты задания приведены на рис. 5.5, 5.6, исходные данные представлены в табл. 5.2.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
	

Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
	

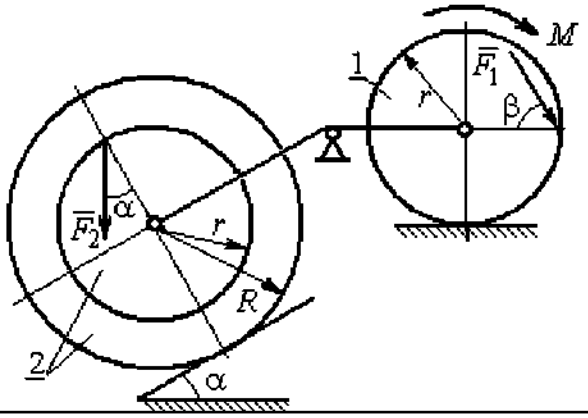
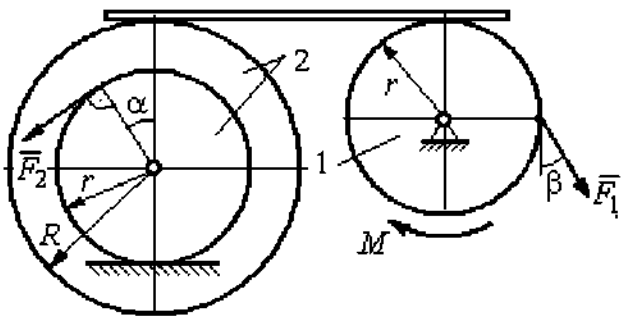
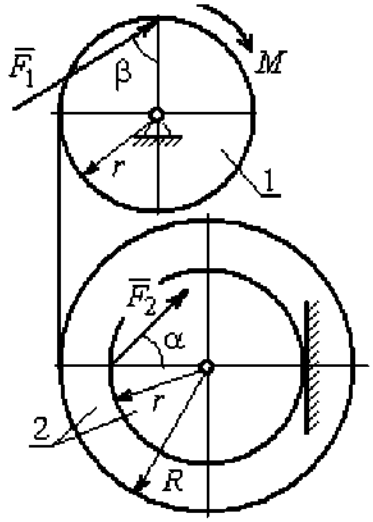
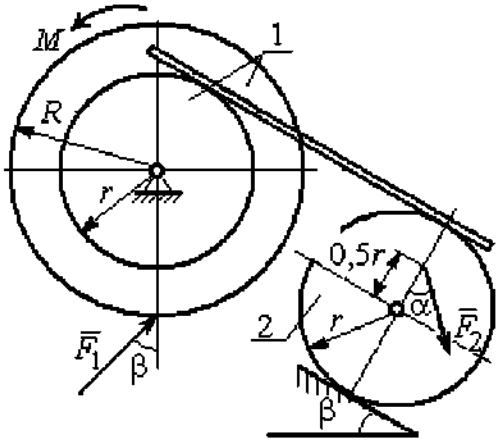
Вариант № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	

Рис. 5.5. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии. Варианты задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

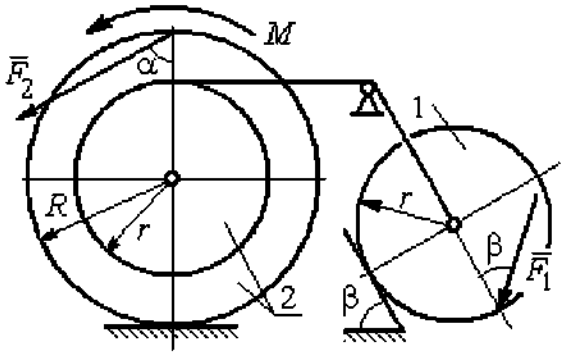
Варианты № 7, 17, 27



Варианты № 8, 18, 28



Варианты № 9, 19, 29



Варианты 10, 20, 30

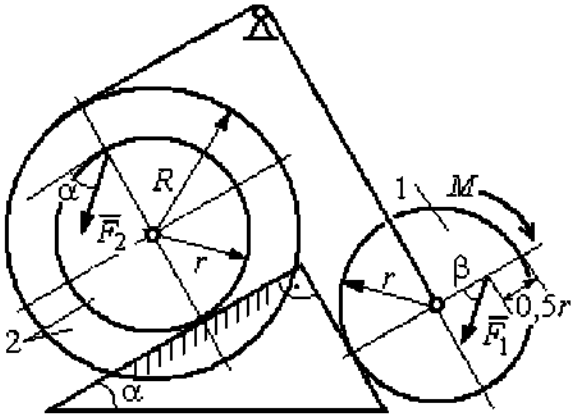


Рис. 5.6. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии. Варианты задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 5.2

Исходные данные задания Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	F_1, Н	F_2, Н	M, Н·м	α, град	β, град	R, м	r, м	i_z, м
1	10	20	15	20	25	30	60	0,4	0,3	0,3
2	20	30	10	20	20	60	30	0,6	0,3	0,4
3	10	15	12	20	25	60	60	1,2	0,6	0,8
4	12	25	20	25	35	30	30	1,5	0,5	1,2

Окончание табл. 5.2

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	F_1, Н	F_2, Н	M, Н·м	α, град	β, град	R, м	r, м	i_z, м
5	15	20	10	20	30	60	30	0,8	0,4	0,7
6	18	20	18	22	22	45	60	1,2	0,4	0,9
7	15	25	10	8	20	45	45	0,9	0,6	0,7
8	25	22	10	12	30	45	60	1,0	0,8	0,9
9	12	25	18	10	32	30	30	0,8	0,6	0,7
10	10	15	8	10	28	60	30	1,4	0,7	1,2
11	15	22	20	25	30	60	45	0,6	0,4	0,5
12	20	25	15	40	30	30	60	0,8	0,4	0,6
13	10	20	10	25	30	45	30	1,0	0,5	0,9
14	12	15	18	15	25	30	30	0,9	0,3	0,8
15	20	25	20	20	30	45	60	1,0	0,5	0,8
16	10	15	10	15	16	60	45	1,2	0,4	1,1
17	18	25	12	10	30	30	30	1,5	0,9	1,3
18	25	20	10	15	20	60	60	0,8	0,5	0,7
19	12	25	10	10	32	60	60	1,2	0,9	1,1
20	15	20	8	20	25	30	45	0,8	0,4	0,7
21	10	25	25	15	30	45	30	0,7	0,5	0,6
22	18	20	20	20	35	60	45	1,4	0,7	0,9
23	10	15	10	30	30	30	30	1,4	0,7	0,8
24	10	15	12	20	20	30	30	1,2	0,4	0,8
25	12	18	20	18	30	60	30	1,2	0,6	1,1
26	10	12	12	15	15	30	30	0,9	0,3	0,8
27	15	22	10	12	20	45	60	0,8	0,6	0,7
28	22	20	8	16	8	30	45	0,6	0,2	0,4
29	18	25	10	8	32	60	60	1,2	0,8	1,1
30	20	25	8	20	28	30	30	0,8	0,4	0,6

Пример выполнения задания Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Механическая система состоит из ступенчатого и однородного дисков, соединённых невесомым стержнем (рис. 5.7). Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести, сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и пары сил с моментом M. Направления действия сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ определяются углами α и β.

Диск 1 вращается вокруг неподвижной оси O_1. Диск 2 катится прямолинейно по горизонтальной поверхности. Качение диска 2 без проскальзывания.

Невесомый стержень, соединяющий диски, расположен горизонтально. Скольжение между стержнем и дисками отсутствует.

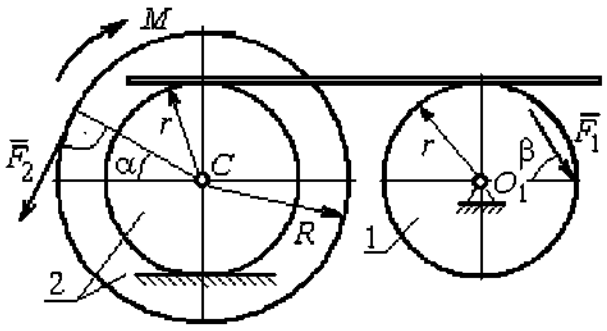


Рис. 5.7. Схема движения механической системы

Определить ускорение центра масс диска 2, угловое ускорение дисков, усилие в стержне, динамическую реакцию шарнира O_1, реакцию опоры диска 2 (её нормальную составляющую и силу сцепления диска с поверхностью качения), если модули сил тяжести $P_1 = 40$ Н, $P_2 = 60$ Н, модули сил $F_1 = 80$ Н, $F_2 = 30$ Н, величина момента $M = 35$ Н·м, углы наклона сил $\alpha = 30°$, $\beta = 45°$, радиусы дисков $R = 0{,}8$ м, $r = 0{,}6$ м, радиус инерции диска 2 $i_z = 0{,}4$ м.

Решение

Предположим, что во время движения системы диск 1 вращается по ходу часовой стрелки. Угловые скорости ω_1 и ω_2 дисков 1 и 2 и скорость центра масс диска 2 показаны на рис. 5.8.

На диск 1 действуют силы: $\vec{F}_1$, сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция шарнира O_1, разложенная на составляющие $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$. На диск 2: сила $\vec{F}_2$, сила тяжести $\vec{P}_2$, пара сил с моментом M, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила сцепления диска 2 с поверхностью $\vec{F}_{сц}$. Направления действия сил показаны на рис. 5.8.

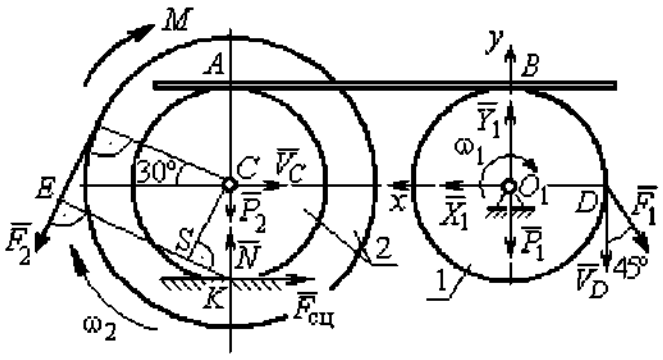


Рис. 5.8. Расчетная схема для исследования движения системы

Для решения задачи воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме. По условию задачи рассматриваемая система неизменяемая и, следовательно, сумма мощностей внутренних сил равна нулю. В этом случае теорема об изменении кинетической энергии системы принимает вид $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e)$, где T – энергия системы в текущем положении; $\sum N(\vec{F}_k^e)$ – суммарная мощность внешних сил.

Найдём кинетическую энергию системы и выразим её через скорость центра масс диска 2.

Кинетическая энергия вращательного движения диска 1: $T_1 = \frac{1}{2} J_{zO_1} \omega_1^2$, где ω_1 – угловая скорость диска 1; J_{zO_1} – осевой момент инерции диска 1, $J_{zO_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$. Диск 2 движется плоскопараллельно. Его кинетическая энергия определяется по формуле: $T_2 = \frac{1}{2} m_2 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_2^2$, где V_C, ω_2 – скорость центра масс и угловая скорость диска 2; J_{zC} – момент инерции ступенчатого диска 2 относительно оси z, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_{zC} = m_2 i_z^2$.

У диска 2 мгновенный центр скоростей находится в точке касания его с неподвижной поверхностью (точка K на рис. 5.8). Тогда скорость точки C определяется по формуле $V_C = \omega_2 \cdot CK = \omega_2 r$, откуда $\omega_2 = \frac{V_C}{r}$. Скорость точки A $V_A = \omega_2 \cdot AK = \omega_2 2r$, или $V_A = 2V_C$.

Так как нет проскальзывания между стержнем и дисками, скорость точки A на диске 2 равна скорости точки B на диске 1, причём $V_B = \omega_1 r$. Приравнивая скорости $V_B = V_A$, найдем $\omega_1 = \frac{2V_C}{r}$.

С учетом найденных зависимостей кинетические энергии дисков 1 и 2 и суммарная энергия системы имеют вид

$$T_1 = \frac{1}{2} J_{zO_1} \omega_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_1 r^2}{2g} \left(\frac{2V_C}{r} \right)^2 = \frac{P_1}{g} V_C^2;$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_2}{g} V_C^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{P_2}{g} i_z^2 \left(\frac{V_C}{r} \right)^2;$$

$$T = T_1 + T_2 = \frac{P_1}{g} V_C^2 + \frac{1}{2} \frac{P_2}{g} \left(1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) V_C^2.$$

Производная по времени от кинетической энергии системы

$$\frac{dT}{dt} = 2V_C \frac{dV_C}{dt} \left[\frac{P_1}{g} + \frac{P_2}{2g} \left(1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) \right].$$

Найдем сумму мощностей внешних сил. Отметим, что мощности силы тяжести $\vec{P}_1$ и сил реакции $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$ подшипника O_1 равны нулю, так как нет перемещения точек приложения этих сил. Мощности сил $\vec{N}$ и $\vec{F}_{сц}$ – нормальной реакции опоры диска 2 и силы сцепления диска с плоскостью также равны нулю, так как точкой приложения этих сил является мгновенный центр скоростей диска 2, скорость которого равна нулю. Мощность силы $\vec{P}_2$ равна нулю, так как угол между вектором силы и скоростью точки приложения силы – точки C – равен 90° (см. рис. 5.8). Для определения мощности силы $\vec{F}_2$, приложенной к диску 2, воспользуемся формулой расчета мощности силы при плоскопараллельном движении тела. Выберем в качестве полюса точку K – мгновенный центр скоростей диска 2, скорость которого $V_K = 0$ (см. рис. 5.8). В этом случае мощность силы $\vec{F}_2$ равна: $N(\vec{F}_2) = \vec{M}_K \cdot \vec{\omega}_2 = -F_2 h_K \omega_2$, где $\vec{M}_K = M_K(\vec{F}_2)$ – вектор момента силы $\vec{F}_2$ относительно центра K; $\vec{\omega}_2$, ω_2 – вектор и модуль угловой скорости диска 2; h_K – плечо силы $\vec{F}_2$ относительно центра K. Мощ-

ность силы $\vec{F}_2$ отрицательная, так как направление момента силы $\vec{F}_2$ относительно точки K противоположно направлению угловой скорости диска 2.

В результате, мощность силы $\vec{F}_2$:

$$N(\vec{F}_2) = -F_2 h_K \omega_2 = -F_2(R + r\cos 60^\circ)\omega_2 = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right).$$

Здесь $h_K = EK = ES + SK = R + r\cos 60^\circ$ (см. рис. 5.8).

Заметим, что для вычисления мощности силы F_2 можно использовать в качестве полюса центр масс диска – точку C. Имеем:

$$N(\vec{F}_2) = \vec{F}_2 \cdot \vec{V}_C + \vec{M}_C(F_2) \cdot \vec{\omega}_2 = F_2 V_C \cos 120^\circ - F_2 R\omega_2 = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right).$$

Момент M направлен в сторону вращения диска 2. Его мощность положительная: $N(M) = M\omega_2 = M\dfrac{V_C}{r}$. Мощность силы $\vec{F}_1$, приложенной в точке D, $N(\vec{F}_1) = F_1 V_D \cos 45^\circ = F_1 V_C \sqrt{2}$. Здесь учтено очевидное равенство $V_D = V_A = 2V_C$ (см. рис. 5.8).

Суммарная мощность внешних сил:

$$\sum N(F^e) = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right) + M\frac{V_C}{r} + F_1 V_C \sqrt{2}.$$

В результате теорема об изменении кинетической энергии системы приводится к виду

$$2V_C \frac{dV_C}{dt}\left[\frac{P_1}{g} + \frac{P_2}{2g}\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right)\right] = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right) + M\frac{V_C}{r} + F_1 V_C \sqrt{2},$$

откуда ускорение центра масс диска 2:

$$a_C = \frac{dV_C}{dt} = \frac{\left[-F_2\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right) + \frac{M}{r} + F_1\sqrt{2}\right]g}{\left[2P_1 + P_2\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right)\right]}.$$

Подставляя исходные данные задачи, получим: $a_C = 6{,}85$ м/с^2.

Для определения углового ускорения диска 2 продифференцируем по времени равенство $\omega_2 = \frac{V_C}{CK} = \frac{V_C}{r}$. Дифференцирование здесь допустимо, так как во время движения диска 2 расстояние от точки C до мгновенного центра скоростей диска 2 – точки K – не меняется.

Найдем $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \frac{\dot{V}_C}{r} = \frac{a_C}{r}$ = 11,42 рад/с^2. Угловое ускорение диска 1 находится путём дифференцирования равенства $\omega_1 = 2\omega_2$. Имеем: $\varepsilon_1 = 2\varepsilon_2 = 22{,}84$ рад/с^2.

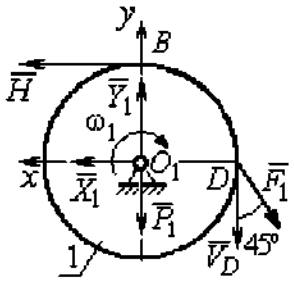


Рис. 5.9. Силы, действующие на диск 1 во время движения

Для того чтобы определить реакцию стержня, освобождаемся от стержня, заменяем его реакцией $\vec{H}$ и составляем уравнения движения дисков 1 и 2.

Силы, действующие на диск 1 во время движения, показаны на рис. 5.9. Уравнение вращательного движения диска 1 в алгебраической форме: $J_{zO_1}\varepsilon_1 = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$, где ε_1 – угловое ускорение диска; J_{zO_1} – момент инерции диска 1 относительно оси z, проходящей через точку O_1 перпендикулярно плоскости диска, $J_{zO_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$; $\sum M_{zO_1}(\vec{F}_k^e)$ – сумма моментов внешних сил относительно оси z.

Считая моменты сил положительными, если они создают поворот диска в сторону его вращения, составим сумму моментов внешних сил относительно оси z: $\sum M_{zO_1}(\vec{F}_k^e) = F_1 r\cos 45^\circ - Hr$. В результате уравнение вращательного движения диска 1 принимает вид: $\frac{P_1 r^2}{2g}\varepsilon_1 = F_1 r\cos 45^\circ - Hr$.

Подставляя в уравнение исходные данные задачи с учетом найденного значения углового ускорения диска 1 ε_1 = 22,84 рад/с^2, найдем реакцию стержня H = 28,63 Н.

Для определения динамической реакции шарнира O_1 диска 1 применим теорему о движении центра масс. Выберем оси координат O_1x и O_1y, как показано на рис. 5.9, и составим уравнение движения центра масс диска 1 в проекциях на оси координат с учётом того, что сам центр масс неподвижен и его ускорение равно нулю.

Получим систему:

$$H + X_1 - F_1\sin 45^\circ = 0,\ \ Y_1 - P_1 - F_1\cos 45^\circ = 0.$$

Отсюда, с учётом найденной величины усилия в стержне $H = 28{,}63$ Н, находим составляющие динамической реакции шарнира: $X_1 = 27{,}94$ Н, $Y_1 = 96{,}57$ Н. Полная реакция шарнира $R_{O_1} = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2} = 100{,}53$ Н.

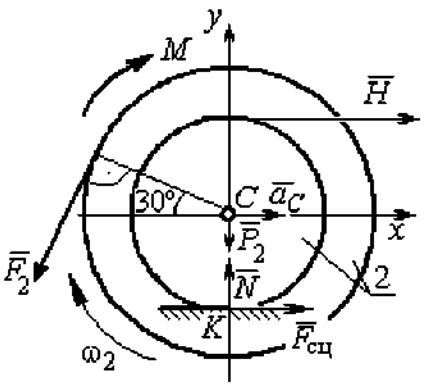


Рис. 5.10. Силы, действующие на диск 2 во время движения

Для определения величины силы сцепления диска 2 с поверхностью качения и нормальной составляющей реакции опоры диска используем теорему о движении центра масс. Силы, приложенные к диску 2, и выбранная система координат xCy показаны на рис. 5.10. Уравнения движения центра масс диска 2 в проекциях на оси x, y имеют вид:

$$m_2 a_C = H + F_{сц} - F_2\cos 60^\circ;$$

$$0 = -F_2\cos 30^\circ - P_2 + N.$$

С учетом найденных значений реакции стержня $H = 28{,}63$ Н и ускорения центра масс диска 2 $a_C = 6{,}85$ м/с^2, находим силу сцепления и нормальную реакцию опоры: $F_{сц} = 28{,}27$ Н, $N = 85{,}98$ Н.

Полная реакция опоры $R_K = \sqrt{N^2 + F_{сц}^2} = 90{,}51$ Н.

6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики

Силой инерции материальной точки называют векторную величину, модуль которой равен произведению массы точки на модуль её ускорения, направленную противоположно этому ускорению $\vec{R}^{и} = -m\vec{a}$, где m – масса точки; $\vec{a}$ – вектор ускорения точки.

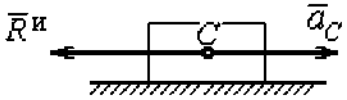


Рис. 6.1. Главный вектор сил инерции при поступательном движении твердого тела

При поступательном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ система сил инерции, приложенных к каждой точке тела, приводится к главному вектору сил инерции $\vec{R}^{и}$, равному по величине $R^{и} = ma_C$, приложенному в центре масс тела и направленному в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$ (рис. 6.1).

При вращении тела вокруг неподвижной оси z, проходящей через центр масс, главный вектор сил инерции, приведённый к центру масс тела, обращается в нуль (так как ускорение центра масс равно нулю). Таким образом, система сил инерции приводится к паре сил с моментом $\vec{M}^{и}$, равным главному моменту сил инерции относительно оси вращения. Величина главного момента сил инерции $M^{и} = J_z\varepsilon$, где J_z – момент инерции тела относительно оси z; ε – угловое ускорение тела. Направлен главный момент сил инерции в сторону, противоположную угловому ускорению (рис. 6.2).

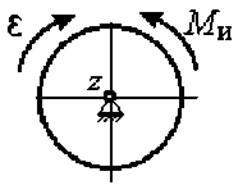


Рис. 6.2. Главный момент сил инерции при вращении тела вокруг оси, проходящей через центр масс

При плоскопараллельном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ и угловым ускорением ε система сил инерции, приложенных к каждой точке тела, приводится к силе $\vec{R}^{и}$, равной главному вектору сил инерции, и паре сил с моментом $\vec{M}^{и}$, равным главному моменту сил инерции относительно оси,

проходящей через центр масс тела перпендикулярно плоскости движения (рис. 6.3). Главный вектор сил инерции равен по модулю произведению массы тела на ускорение его центра масс: $R^{и} = ma_C$, приложен в центре масс тела и направлен в сторону, противоположную ускорению $\bar{a}_C$ центра масс. Главный момент сил инерции равен по величине произведению момента инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, на угловое ускорение тела: $M^{и} = J_C\varepsilon$, где J_C – момент инерции тела. Направлен главный момент сил инерции в сторону, противоположную угловому ускорению (см. рис. 6.3).

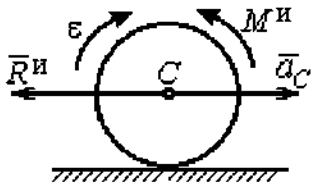


Рис. 6.3. Главный вектор и главный момент сил инерции при плоскопараллельном движении твердого тела

Принцип Даламбера для системы. Если в любой момент времени к каждой из точек системы кроме действующих на нее внешних и внутренних сил присоединить соответствующие силы инерции, то полученная система сил будет уравновешенной. Принцип Даламбера даёт возможность составлять уравнения движения механической системы в виде уравнений равновесия:

$$\sum \vec{F}_k^e + \vec{R}^{и} = 0, \ \sum \vec{M}_O(\vec{F}_k^e) + \vec{M}_O^{и} = 0,$$

где $\vec{F}_k^e$ – внешние силы, приложенные к системе; $\vec{R}^{и}$ – главный вектор сил инерции; $\vec{M}_O(\vec{F}_k^e)$ – момент внешних сил, приложенных к системе, относительно произвольного центра O; $\vec{M}_O^{и}$ – главный момент сил инерции относительно центра O.

Силы, действующие на систему, можно подразделить на активные и реакции связей. **Идеальными связями** в механической системе называют такие связи, для которых сумма элементарных работ их реакций на любом возможном перемещении равна нулю.

Принцип возможных перемещений. Для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма

элементарных работ всех активных сил, приложенных к точкам системы, была равна нулю на любом возможном перемещении системы: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = 0$, где $\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}})$ – элементарная работа активных сил на возможном перемещении.

Совместное применение принципа Даламбера и принципа возможных перемещений приводит к формулировке общего уравнения динамики.

Общее уравнение динамики. При движении механической системы с идеальными связями в каждый момент времени сумма элементарных работ всех приложенных активных сил и сил инерции на любом возможном перемещении равна нулю: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0$, где $\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}})$, $\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}})$ – элементарные работы активных сил и сил инерции, приложенных к системе, на её возможном перемещении.

При вычислении элементарных работ активных сил и сил инерции используют обычные формулы для вычисления работы сил на элементарном перемещении точек их приложения. При этом переменные силы на элементарном перемещении точек их приложения считаются постоянными.

6.2. Задание Д6. Исследование механической системы с применением общего уравнения динамики

Механическая система с идеальными связями включает груз и два диска – однородного радиусом R или r и ступенчатого. Ступенчатый диск состоит из двух одноосных цилиндров радиусом R и r. Радиусы дисков указаны на схеме. Тела соединены нерастяжимыми нитями или невесомыми стержнями. Система движется в вертикальной плоскости из состояния покоя под действием сил тяжести, постоянной силы $\vec{F}$, а также пары сил с переменным моментом M. Направление действия силы $\vec{F}$ и наклон плоскости движущихся тел определяются углами α и β. Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z.

Качение дисков без проскальзывания. Скольжение между невесомым стержнем и дисками отсутствует. Движение грузов по плоскости без трения. Нити и стержни, соединяющие груз и диски, параллельны соответствующим плоскостям, по которым двигаются тела.

Найти уравнение движения центра масс диска 3. Определить реакцию шарнира диска 2 в момент времени t = 1 с.

Варианты задания приведены на рис. 6.4, 6.5. Исходные данные выбираются из табл. 6.1.

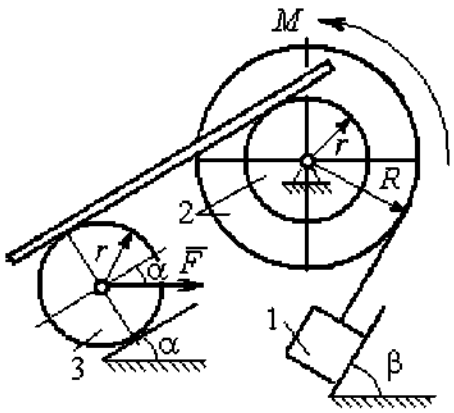
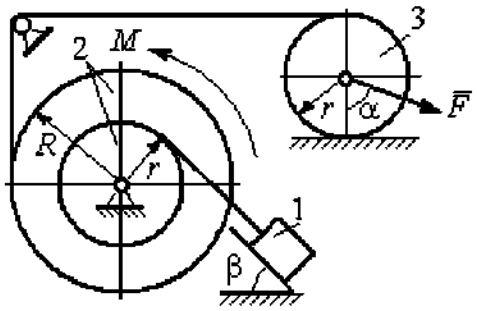
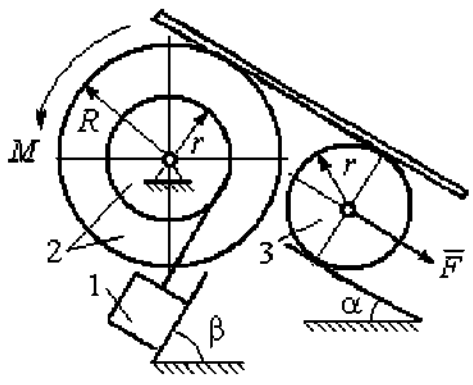
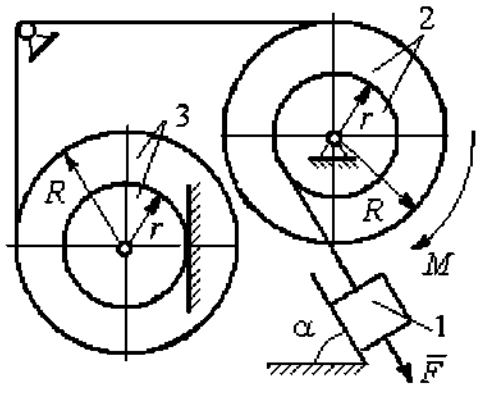
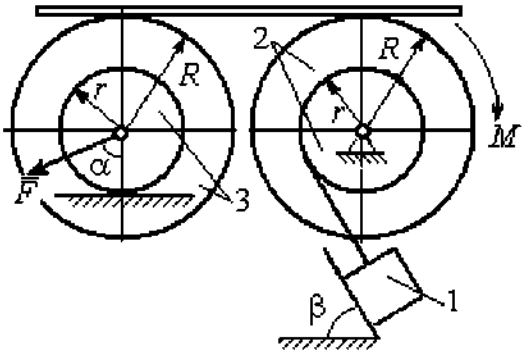
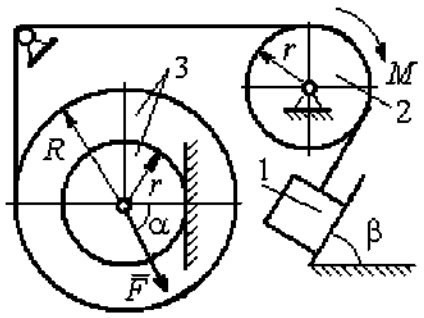
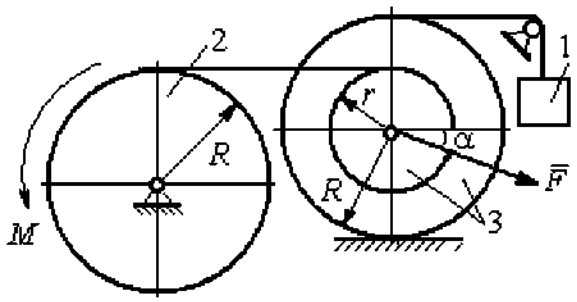
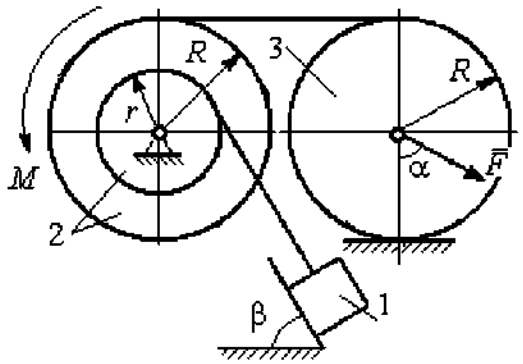
Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
	
Варианты 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
	

Рис. 6.4. Задание Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики.
Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
	

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

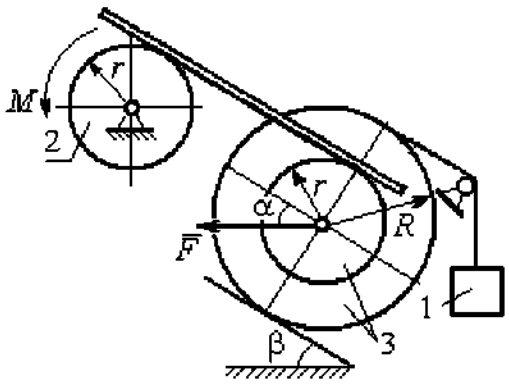
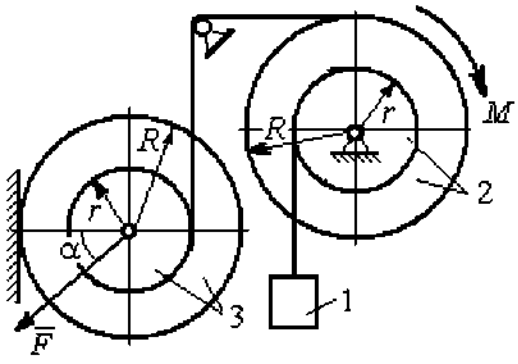
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 6.5. Задание Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики. Номера вариантов задания 5 – 10, 15 – 20, 25 – 30

Таблица 6.1

Исходные данные задания Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	α, град	β, град	R, м	r, м	i_z, м
1	10	20	8	20	$3(2+t^2)$	30	60	0,6	0,3	0,4
2	10	22	15	15	$4(t+3)$	30	30	0,8	0,4	0,6
3	5	18	10	6	$8(t^2+1)$	90	30	0,4	0,3	0,3
4	5	22	10	5	$14(t^2+t+1)$	30	–	0,6	0,5	0,6
5	5	20	16	9	$3(t^2+4)$	45	60	0,6	0,3	0,5
6	10	16	14	15	$4(5+t)$	60	30	1,0	0,6	0,8
7	6	20	20	8	$9(3t^2+2)$	45	–	0,8	0,6	0,8
8	16	25	15	12	$5(t^2+4)$	30	60	1,2	0,6	0,8
9	5	20	12	8	$4(3+5t)$	60	30	0,6	0,4	0,5
10	6	25	8	10	$5(3t+6)$	30	–	1,0	0,8	0,9
11	4	22	8	15	$2+ t^2$	45	45	0,8	0,4	0,6
12	15	18	15	10	$5(t+3)$	30	60	1,0	0,5	0,7
13	6	20	10	4	$5(t^2+2)$	30	60	0,6	0,5	0,4
14	10	25	15	8	$16(t+2)$	60	–	0,8	0,6	0,7
15	8	18	20	10	$6(t+2)$	30	90	1,2	0,6	1,0
16	8	18	12	12	$5(3+t^2)$	90	60	0,8	0,6	0,7
17	5	20	10	10	$2t^2+20$	60	–	0,9	0,6	0,8
18	20	15	20	15	$3(t+4)$	60	30	0,8	0,4	0,7
19	8	20	12	10	$4(3+t)$	45	45	1,2	0,4	0,8
20	12	20	10	6	$6(3t+4)$	45	–	1,0	0,6	0,9
21	15	25	12	12	$6+t^2$	60	60	0,6	0,3	0,5
22	20	22	18	15	$2(2t+9)$	45	45	0,8	0,4	0,6
23	8	24	12	8	$7(3t^2+2)$	30	45	0,8	0,5	0,6
24	12	20	18	10	$6(t+4)$	90	–	0,5	0,3	0,4
25	5	20	12	12	$9(2+t^2)$	60	30	1,4	0,7	1,2
26	10	12	10	8	$6(2+t)$	30	45	1,2	0,8	0,9
27	6	18	16	14	$8(2t^2+3)$	30	–	0,8	0,2	0,6
28	10	20	20	20	$3(t^2+3)$	45	30	0,6	0,3	0,5
29	10	18	8	12	$5(4+t+ t^2)$	30	60	1,2	0,8	0,9
30	8	18	10	15	$8(t^2+5)$	60	–	1,0	0,8	0,9

Пример выполнения задания Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики

Механическая система состоит из груза 1, движущегося поступательно, ступенчатого диска 2 (каток), катящегося по неподвижной поверхности цилин-

дрической ступенькой, и однородного диска 3 (блок), вращающегося вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс блока (рис. 6.6). Качение катка 2 без проскальзывания, скольжение груза 1 – без трения. Движение системы происходит под действием сил тяжести, силы $\vec{F}$, приложенной к грузу 1 и пары сил с моментом M, приложенной к диску 3.

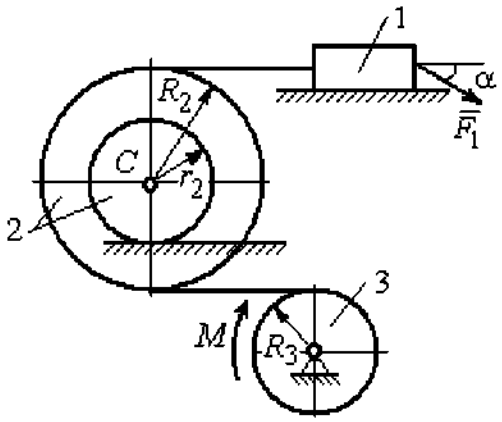


Рис. 6.6. Схема движения механической системы

Найти уравнение движения центра масс катка 2 если движение системы началось из состояния покоя. Определить реакцию шарнира диска 3 в момент t = 1 с, если: P_1 = 10 Н; P_2 = 20 Н; P_3 = 15 Н; $F = 5(t+1)$ Н; $M = 6(1+2t)$ Н·м; R_2 = 0,8 м; r_2 = 0,2 м; R_3 = 0,4 м; i_{2C} = 0,6 м.

Решение

В рассматриваемой механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, сила $\vec{F}$ и пара сил с моментом M (рис. 6.7). Связи идеальные, так как скольжение груза 1 происходит по гладкой поверхности без трения, качение диска 2 без проскальзывания, а ось вращения блока 3 неподвижна.

Предположим, направление движения в системе задаёт пара сил с моментом M, приложенная к блоку 3. Обозначим ω_3, ε_3 – угловая скорость и угловое ускорение блока 3, V_C, a_C – скорость и ускорение центра масс катка 2, V_1, a_1 – скорость и ускорение груза 1. Направления векторов скоростей и ускорений точек и угловых скоростей и ускорений тел в соответствии с выбранным направлением движения системы показаны на рис. 6.7.

Общее уравнение динамики имеет вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0 .$$

Присоединим к телам системы силы инерции. Груз 1 движется поступательно. Главный вектор сил инерции груза 1 $\vec{R}_1^{\text{и}}$ приложен в центре масс груза и направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_1$ груза 1. Модуль главного вектора сил инерции груза 1 $R_1^{\text{и}} = m_1 a_1$, где m_1 – масса груза 1; a_1 – величина ускорения груза 1.

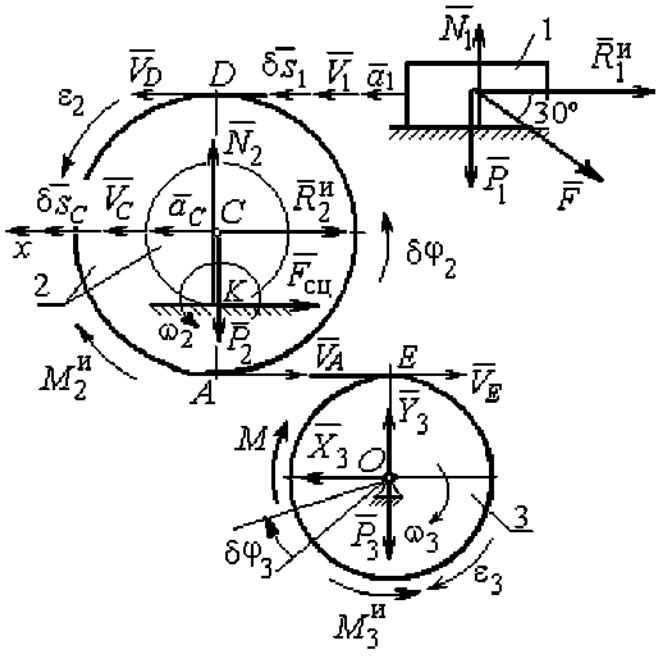


Рис. 6.7. Расчётная схема исследования движения механической системы

Система сил инерции катка 2, приводятся к силе, равной главному вектору сил инерции $\vec{R}_2^{\text{и}}$, приложенному в центре масс катка 2, и паре сил с моментом, равным главному моменту сил инерции $\vec{M}_2^{\text{и}}$ относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения. Главный вектор сил инерции направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$, и составляет $R_2^{\text{и}} = m_2 a_C$, где m_2 – масса катка 2; a_C – величина ускорения центра масс. Главный момент сил инерции: $M_2^{\text{и}} = J_{2C}\varepsilon_2$, где J_{2C} – момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения; ε_2 – угловое ускорение катка 2. Направлен главный момент сил инерции $M_2^{\text{и}}$ в сторону, противоположную угловому ускорению ε_2.

Главный вектор сил инерции, приложенных к блоку 3 и приведённых к центру масс блока, равен нулю, так как блок вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс, и ускорение центра масс блока равно нулю. В результате силы инерции блока 3 приводятся к паре сил, момент которой ра-

вен главному моменту сил инерции $\vec{M}_3^{\text{и}}$ относительно оси вращения. Главный момент сил инерции блока 3 равен по величине $M_3^{\text{и}} = J_{3O}\varepsilon_3$, где J_{3O} – момент инерции блока 3 относительно оси вращения; ε_3 – угловое ускорение блока 3, и направлен в сторону, противоположную угловому ускорению ε_3. Главные векторы и главные моменты сил инерции показаны на рис. 6.8.

Определим кинематические соотношения между скоростями точек системы и выразим их через скорость V_C центра масс катка 2. Каток 2 катится по неподвижной поверхности без скольжения. Мгновенный центр скоростей катка находится в точке K касания катка с поверхностью (см. рис. 6.7). Угловая скорость катка 2 $\omega_2 = \dfrac{V_C}{CK} = \dfrac{V_C}{r_2}$. Скорость точки A катка 2: $V_A = \omega_2 \cdot AK = \omega_2(R_2 - r_2) = V_C \dfrac{R_2 - r_2}{r_2}$. Скорость точки E блока 3 равна скорости точки A катка 2, $V_E = V_A$. Тогда угловая скорость блока 3:

$$\omega_3 = \frac{V_E}{R_3} = \frac{V_A}{R_3} = V_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Скорость груза 1 равна скорости точки D катка 2:

$$V_1 = V_D = \omega_2 \cdot DK = \omega_2(R_2 + r_2) = V_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}.$$

Соотношения между ускорениями определяются путем дифференцирования установленных кинематических равенств:

$$a_1 = a_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{a_C}{r_2}, \quad \varepsilon_3 = a_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Для того чтобы найти соотношения между перемещениями, выразим кинематические равенства между скоростями в дифференциальном виде и, полагая, что действительное перемещение является возможным, т. е. $ds = \delta s$, $d\varphi = \delta\varphi$, получим соотношения между возможными перемещениями:

$$\delta s_1 = \delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \quad \delta\varphi_2 = \frac{\delta s_C}{r_2}, \quad \delta\varphi_3 = \delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Сообщим системе возможное перемещение, совпадающее с действительным. Элементарная работа реакций связи на любом возможном перемещении системы равна нулю, так как связи в системе идеальные.

Найдем элементарные работы активных сил и выразим их через перемещение центра масс катка 2. Прежде заметим, что элементарные работы сил тяжести груза 1 и катка 2 равны нулю, так как направления перемещений точек приложения этих сил перпендикулярны векторам сил:

$$\delta A(\vec{P}_1) = P_1 \delta s_1 \cos 90^\circ = 0, \ \delta A(\vec{P}_2) = P_2 \delta s_C \cos 90^\circ = 0.$$

Элементарная работа силы тяжести блока 3 равна нулю, так как точка приложения силы тяжести блока 3 не перемещается: $\delta A(\vec{P}_3) = 0$.

Элементарная работа пары сил с моментом M, приложенных к блоку 3:

$$\delta A(\vec{M}) = M\delta\varphi_3 = M\delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Элементарная работа силы $\vec{F}$:

$$\delta A(\vec{F}) = F\delta s_1 \cos 150^\circ = -F\delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2} \cos 30^\circ.$$

Сумма элементарных работ всех активных сил:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = \delta A(\vec{M}) + \delta A(\vec{F}) = M\delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} - F\delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2} \cos 30^\circ =$$

$$= \left[6(1 + 2t)\left(\frac{0{,}8 - 0{,}2}{0{,}4 \cdot 0{,}2} \right) - 5(t + 1)\left(\frac{0{,}8 + 0{,}2}{0{,}2} \right) 0{,}866 \right] \delta s_C = (23{,}35 + 68{,}35t)\delta s_C.$$

Определим модули главных векторов и главных моментов сил инерции в зависимости от ускорения a_C центра масс катка 2:

$$R_1^{\text{и}} = m_1 a_1 = \frac{P_1}{g} a_1 = \frac{P_1 (R_2 + r_2)}{g r_2} a_C, \quad R_2^{\text{и}} = m_2 a_C = \frac{P_2 a_C}{g},$$

$$M_2^{\text{и}} = J_{2C}\varepsilon_2 = m_2 i_{2C}^2 \varepsilon_2 = \frac{P_2}{g} i_{2C}^2 \frac{a_C}{r_2},$$

$$M_3^{\text{и}} = J_{3O}\varepsilon_3 = \frac{m_3 R_3^2}{2}\varepsilon_3 = \frac{P_3 R_3^2}{2g}\frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}a_C = \frac{P_3 R_3 (R_2 - r_2)}{2gr_2}a_C,$$

где J_{2C} – момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$; i_{2C} – радиус инерции катка 2; J_{3O} – момент инерции блока 3 относительно оси вращения, проходящей через его центр масс, $J_{3O} = \frac{m_3 R_3^2}{2}$.

Найдем элементарные работы сил инерции на возможном перемещении системы и выразим их в зависимости от перемещения δs_C центра масс катка 2:

$$\delta A(\vec{R}_1^{\text{и}}) = R_1^{\text{и}}\delta s_1 \cos 180^\circ = -\frac{P_1 (R_2 + r_2)^2 a_C}{gr_2^2}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{R}_2^{\text{и}}) = R_2^{\text{и}}\delta s_C \cos 180^\circ = -\frac{P_2 a_C}{g}\delta s_C,\ \delta A(\vec{M}_2^{\text{и}}) = -M_2^{\text{и}}\delta\varphi_2 = -\frac{P_2 i_2^2 a_C}{gr_2^2}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{M}_3^{\text{и}}) = -M_3^{\text{и}}\delta\varphi_3 = -\frac{P_3 (R_2 - r_2)^2 a_C}{2gr_2^2}\delta s_C.$$

Сумма элементарных работ сил инерции:

$$\sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = -\frac{P_1 (R_2 + r_2)^2 a_C}{gr_2^2}\delta s_C - \frac{P_2 a_C}{g}\delta s_C - \frac{P_2 i_2^2 a_C}{gr_2^2}\delta s_C - \frac{P_3 (R_2 - r_2)^2 a_C}{2gr_2^2}\delta s_C =$$

$$= -\frac{a_C \delta s_C}{g}\left[\frac{10(0{,}8 + 0{,}2)^2}{0{,}2^2} + 20 + \frac{20 \cdot 0{,}6^2}{0{,}2^2} + \frac{15(0{,}8 - 0{,}2)^2}{2 \cdot 0{,}2^2}\right] = -52{,}75\, a_C \delta s_C,$$

где $g = 9{,}81$ м/с^2.

С учетом проделанных вычислений общее уравнение динамики принимает вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = (23{,}35 + 68{,}35t)\delta s_C - 52{,}75\, a_C \delta s_C = 0,$$

откуда ускорение центра масс катка 2:

$$a_C = 0{,}44 + 1{,}29t.$$

Выберем ось x по направлению движения центра масс катка 2 (см. рис. 6.7). Проектируя вектор $\bar{a}_C$ ускорения точки C на ось x, получим дифференциальное уравнение $a_C = \ddot{x}_C = 0{,}44 + 1{,}29t$. Интегрируя дважды это уравнение, найдём закон движения: $x_C = 0{,}44\dfrac{t^2}{2} + 1{,}29\dfrac{t^3}{6} + C_1 t + C_2$. Подставляя сюда начальные условия: $t = 0$, $V_C = 0$, $x_C = 0$, найдём константы интегрирования: $C_1 = C_2 = 0$. Окончательно уравнение движения центра масс диска 2 представим в виде:

$$x_C = 0{,}22t^2 + 0{,}21t^3.$$

Рассмотрим вращательное движение блока 3, освободив его от связей. На блок действуют сила тяжести $\bar{P}_3$, реакция подшипника, разложенная на составляющие $\bar{X}_3$, $\bar{Y}_3$, пара сил с моментом M и реакция нити $\bar{H}_3$ (см. рис. 6.8). Реакция нити, равная силе натяжения нити, приложена к блоку 3, направлена вдоль нити, связывающей каток 2 и блок 3. Присоединим к блоку 3 силы инерции. Направления сил, моментов пар сил и главного момента сил инерции, действующих на блок 3, показаны на рис. 6.8.

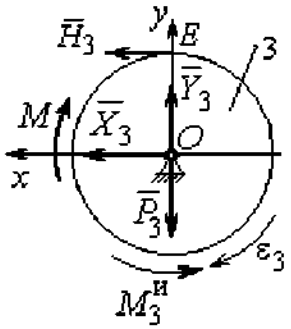


Рис. 6.8. Расчётная схема определения натяжения нити и реакции шарнира блока 3

По принципу Даламбера система сил, приложенных к блоку 3, включая силы инерции, находится в равновесии. Составим уравнение равновесия в виде равенства нулю суммарного момента всех сил (включая силы инерции) относительно оси вращения. Получим $M - H_3 R_3 - M_3^{и} = 0$, где $M_3^{и} = J_{3O}\varepsilon_3 = \dfrac{P_3 R_3 (R_2 - r_2) a_C}{2 g r_2}$. Из уравнения находим величину натяжения нити:

$$H_3 = \frac{M}{R_3} - \frac{P_3(R_2 - r_2)a_C}{2gr_2} = \frac{6(1+2t)}{R_3} - \frac{P_3(R_2 - r_2)}{2gr_2}(0{,}44 + 1{,}29t) = 13{,}99 + 27{,}04t.$$

В момент времени t = 1 с натяжение нити: H_3 = 41,04 Н.

Так как главный вектор сил инерции блока 3 равен нулю, то составленные по принципу Даламбера уравнения равновесия блока 3 в виде проекций сил на вертикальную и горизонтальную оси содержат только внешние силы. Имеем: $X_3 + H_3 = 0$, $Y_3 - P_3 = 0$ (см. рис. 6.8). Отсюда находим составляющие реакции шарнира блока 3 в момент времени t = 1 с: $X_3 = -H_3$= – 41,04 Н, $Y_3 = P_3$= 15 Н. Отрицательное значение горизонтальной составляющей реакции шарнира X_3 означает её противоположное направление.

Полная реакция шарнира $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2}$ = 43,69 Н.

6.3. Уравнения Лагранжа II рода

Обобщенными координатами механической системы называется совокупность любых s независимых параметров $q_1, q_2, \ldots, q_S$, однозначно определяющих положение системы в любой момент времени.

Если системе сообщить возможное перемещение, при котором все обобщенные координаты изменяются на элементарные (бесконечно малые) величины $\delta q_1, \delta q_2, \ldots, \delta q_S$, называемые вариациями обобщенных координат, то все действующие активные силы совершат элементарную работу, которая может быть представлена в виде $\delta A = Q_1 \cdot \delta q_1 + Q_2 \cdot \delta q_2 + \ldots + Q_s \cdot \delta q_S$. Величина Q_k, равная коэффициенту при вариации δq_k обобщенной координаты, называется **обобщенной силой**, соответствующей данной обобщенной координате. Расчет обобщенных сил осуществляется путем последовательного придания системе возможных перемещений, при которых варьируется только одна из обобщенных координат, а вариации остальных координат равны нулю.

Для материальной системы с идеальными связями дифференциальные уравнения движения в обобщенных координатах – **уравнения Лагранжа II рода** – имеют вид:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_k}=Q_k,\quad k=1,2,\ldots,s,$$

где T – кинетическая энергия системы; $q_1, q_2, \ldots, q_S$ – обобщенные координаты; $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \ldots, \dot{q}_S$ – обобщенные скорости; s – число степеней свободы системы.

6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Механическая система состоит из трёх тел – бруса 1, блока 2, катка 3 и невесомой пружины жесткостью c. Брус 1, соединяющий каток 3 с блоком 2, расположен параллельно линии качения катка 3. Радиусы ступеней ступенчатого диска и радиус однородного диска указаны на схеме.

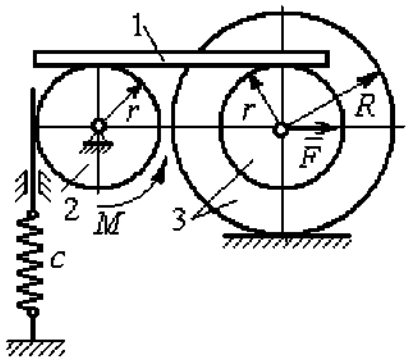
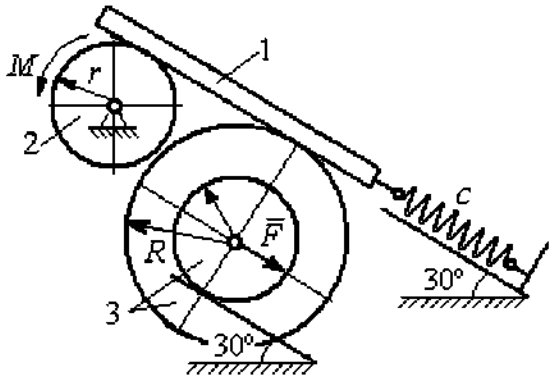
Качение катка 3 происходит без проскальзывания. Скольжение между брусом и дисками отсутствует. В задачах, где пружина соединяется с блоком 2, передача движения блоку 2 производится посредством невесомого стержня без скольжения.

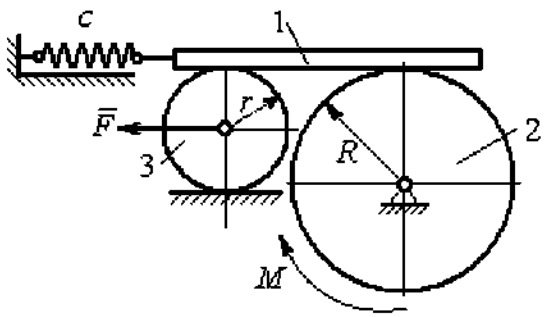
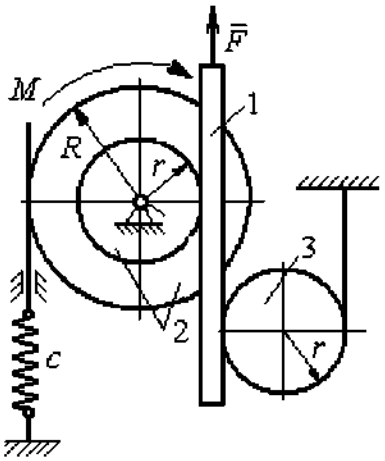
Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z.

Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M.

Определить закон движения бруса 1 и закон угловых колебаний блока 2, если в начальный момент пружина находилась в нерастянутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость ω_{20}, направленную в сторону заданного момента пары сил.

Варианты заданий даны на рис. 6.9, 6.10. Варианты исходных данных в табл. 6.2. Отрицательные значения величин F или M в табл. 6.2 означают, что при заданных модулях силы или момента направление вектора силы $\vec{F}$ или момента M на схеме следует изменить на противоположные.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
	

Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
	

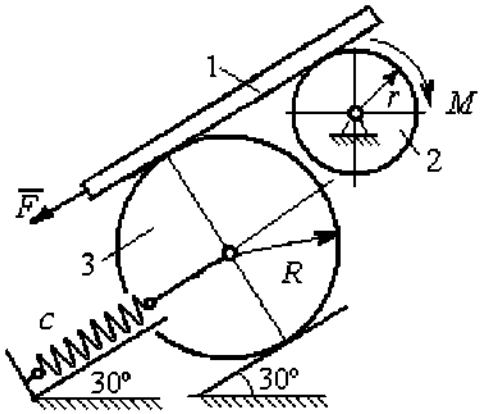
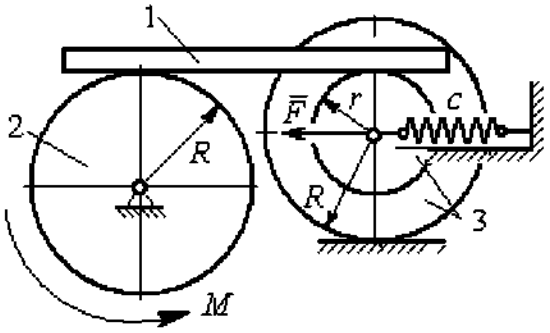
Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	

Рис. 6.9. Задание Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы. Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

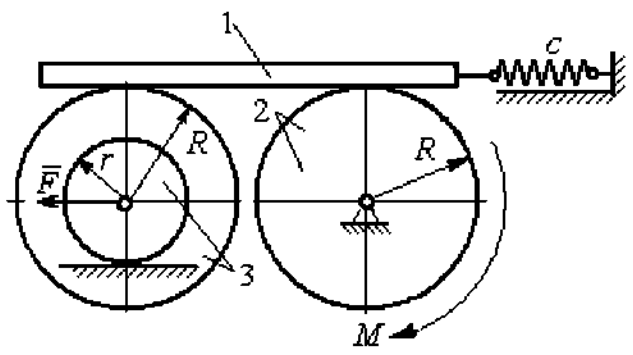
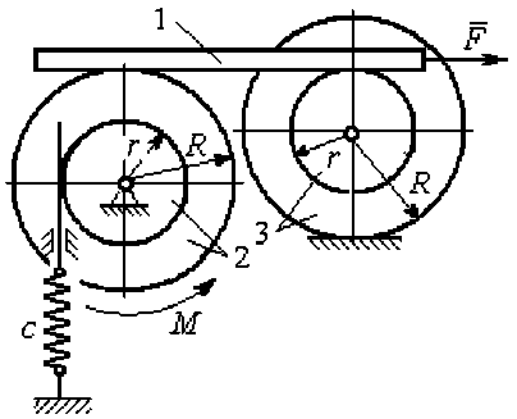
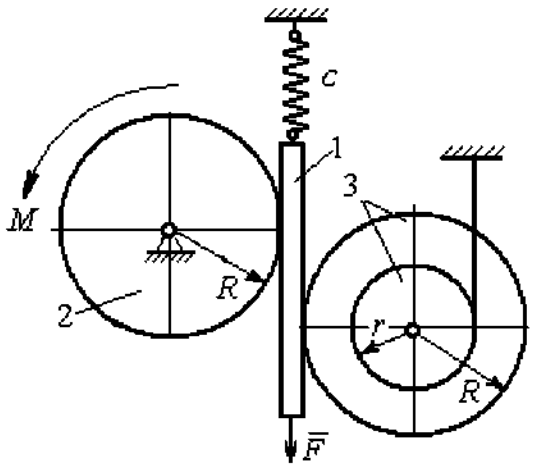
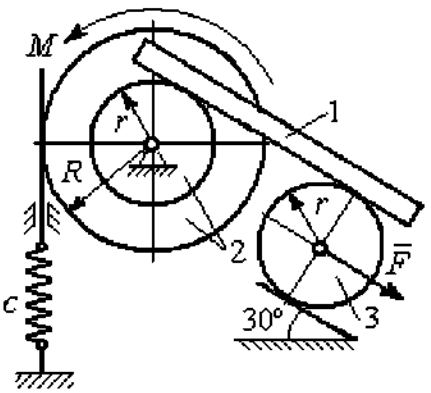
Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 6.10. Задание Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы. Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 6.2

Исходные данные задания Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	c, Н/м	ω_{20}, рад/с	R, м	r, м	i_z, м
1	8	12	18	15	3	50	0,3	0,6	0,3	0,4
2	10	8	15	12	5	55	0,4	0,8	0,5	0,6
3	5	18	10	8	4	60	0,2	0,5	0,3	–
4	5	20	12	10	6	70	0,5	0,6	0,5	0,6
5	5	8	16	8	8	65	0,2	0,6	0,3	–

Окончание табл. 6.2

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	c, Н/м	ω_{20}, рад/с	R, м	r, м	i_z, м
6	8	10	14	6	2	50	0,1	1,0	0,6	0,8
7	10	12	15	12	3	65	0,2	0,8	0,6	0,7
8	12	15	15	6	2	50	0,3	1,2	0,6	0,8
9	5	20	12	8	4	75	0,1	0,6	0,4	0,5
10	6	25	8	5	12	60	0,4	1,0	0,8	0,9
11	4	10	12	–10	–2	60	0,2	0,8	0,4	0,6
12	5	8	15	–8	3	50	0,5	1,0	0,5	0,7
13	6	15	8	–12	–4	65	0,4	0,6	0,5	–
14	10	25	10	6	10	55	0,1	0,8	0,6	0,7
15	8	6	20	–10	2	70	0,2	1,2	0,6	–
16	10	12	12	–5	6	60	0,3	0,8	0,6	0,7
17	12	16	12	–6	–2	55	0,4	0,9	0,6	0,8
18	10	20	20	10	4	60	0,1	0,8	0,4	0,7
19	8	20	12	–10	6	65	0,2	1,2	0,4	0,8
20	12	20	10	–3	6	50	0,24	1,0	0,6	0,9
21	5	12	15	12	–3	55	0,3	0,6	0,5	0,55
22	10	15	18	6	–2	65	0,1	0,8	0,4	0,6
23	8	20	12	–8	2	45	0,2	0,8	0,6	–
24	12	20	18	–4	–8	70	0,4	0,5	0,3	0,4
25	6	10	15	–6	–2	60	0,1	1,4	0,7	–
26	8	12	10	10	–3	65	0,2	1,2	0,8	0,9
27	6	18	16	5	–3	70	0,2	0,8	0,2	0,6
28	8	12	12	–6	2	65	0,3	0,6	0,3	0,5
29	10	18	20	–10	4	60	0,2	1,2	0,8	0,9
30	8	18	10	8	6	75	0,1	1,0	0,8	0,9

Пример выполнения задания Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Механическая система состоит из трёх тел – бруса 1, блока 2, катка 3 и невесомой пружины жесткостью c. Брус, соединяющий каток 3 с блоком 2, расположен параллельно линии качения катка 3 (рис. 6.11). Радиусы ступеней ступенчатого диска R и r, радиус однородного диска r. Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M. Движение катка 3 по неподвижной поверхности происходит без проскальзывания. Скольжение между брусом и дисками отсутствует.

Передача движения от пружины блоку 2 производится посредством невесомого вертикального стержня без скольжения. Радиус инерции блока 2 относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, i_z.

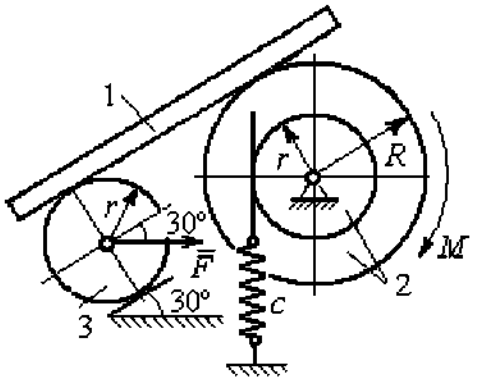


Рис. 6.11. Механическая система с одной степенью свободы

Исходные данные задачи: $P_1 = P$ Н, $P_2 = 2P$ Н, $P_3 = P$ Н, $F = 2P$ Н, $M = Pr$ Н·м, $R = 1{,}5r$ м, $i_z = r\sqrt{2}$ м, $c = P/r$ Н/м.

Определить законы движения блока 2 и бруса 1 при $P = 10$ Н, $r = 0{,}2$ м, если в начальный момент пружина находилась в нерастянутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость $\omega_0 = 0{,}5$ рад/с, направленную в сторону заданного момента пары сил.

Решение

Рассматриваемая механическая система (рис. 6.11) имеет одну степень свободы, так как в системе не допускается независимое друг от друга движение тел. В качестве обобщённой координаты q выберем перемещение x верхнего края пружины, отсчитываемого от уровня, при котором пружина длиной l_0 находилась в нерастянутом состоянии (рис. 6.12). Обобщённая скорость $\dot{q} = \dot{x}$.

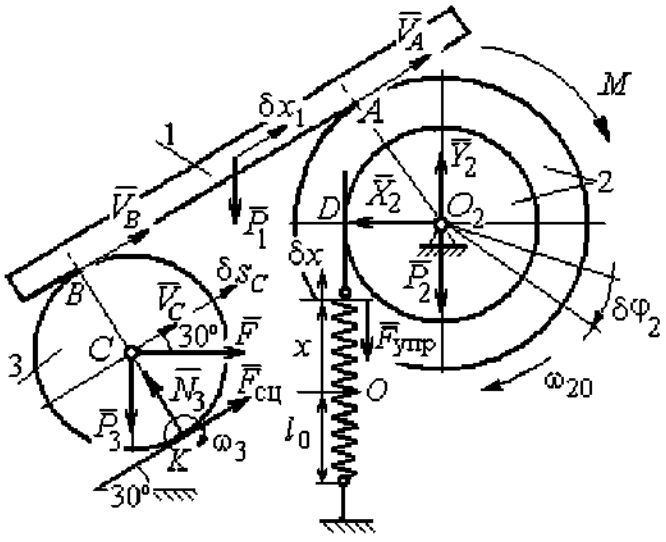


Рис. 6.12. Расчётная схема колебаний механической системы с одной степенью свободы

Уравнение Лагранжа II рода, описывающее движение системы с одной степенью свободы, имеет вид $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) - \dfrac{\partial T}{\partial x} = Q_x$, где T –

кинетическая энергия системы, Q_x – обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате x.

Вычислим кинетическую энергию системы как сумму кинетических энергий бруса, блока и катка: $T = T_1 + T_2 + T_3$. Кинетическая энергия поступательного движения бруса 1: $T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2$, где m_1, V_1 – масса и скорость бруса. Энергия вращательного движения блока 2: $T_2 = \frac{1}{2} J_{2z} \omega_2^2$, где ω_2 – угловая скорость блока, J_{2z} – момент инерции блока 2 относительно оси z, $J_{2z} = m_2 i_z^2$.

Каток 3 совершает плоскопараллельное движение. Его кинетическая энергия $T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_3^2$, где V_C – скорость центра масс катка 3; J_{zC} – момент инерции катка относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{zC} = \frac{1}{2} m_3 r^2$; r – радиус катка; ω_3 – угловая скорость катка.

Выразим скорость V_1 бруса 1, угловые скорости ω_2, ω_3 блока 2 и катка 3, а также скорость V_C центра масс катка 3 через обобщённую скорость $\dot{x}$.

Заметим, что скорость точки D блока 2 равна скорости верхнего края пружины $V_D = \dot{x}$. Угловая скорость блока 2 $\omega_2 = \frac{V_D}{r} = \frac{\dot{x}}{r}$. Скорость бруса 1 равна скорости точки A блока 2 и вычисляется по формуле $V_1 = V_A = \omega_2 R = \frac{\dot{x} R}{r}$. Так как брус совершает поступательное движение, то $V_B = V_1$. Угловая скорость катка 3 $\omega_3 = \frac{V_B}{2r} = \frac{V_1}{2r} = \frac{\dot{x} R}{2r^2}$. Здесь при определении угловой скорости катка 3 учтено, что точка K касания катка 3 с неподвижной поверхностью является мгновенным центром скоростей катка. Скорость центра катка 3 $V_C = \frac{V_B}{2} = \frac{\dot{x} R}{2r}$.

Подставляя исходные данные задачи с учётом найденных кинематических соотношений, получим кинетическую энергию тел системы

$$T_1=\frac{1}{2}m_1V_1^2=\frac{P}{2g}\left(\frac{\dot{x}R}{r}\right)^2=1{,}125\frac{P}{g}\dot{x}^2,\quad T_2=\frac{1}{2}J_{2z}\omega_2^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{2P}{g}\left(r\sqrt{2}\right)^2\left(\frac{\dot{x}}{r}\right)^2=2\frac{P}{g}\dot{x}^2,$$

$$T_3=\frac{1}{2}m_3V_C^2+\frac{1}{2}J_{zC}\omega_3^2=\frac{1}{2}\frac{P}{g}\left(\frac{\dot{x}R}{2r}\right)^2+\frac{1}{2}\frac{Pr^2}{2g}\left(\frac{\dot{x}R}{2r^2}\right)^2=0{,}422\frac{P}{g}\dot{x}^2.$$

Тогда полная кинетическая энергия системы:

$$T=T_1+T_2+T_3=3{,}547\frac{P}{g}\dot{x}^2.$$

Произвольное положение системы определяется обобщённой координатой x, показывающей растяжение пружины. Дадим пружине, находящейся в произвольном положении, возможное (бесконечно малое) перемещение δx в положительном направлении оси x (см. рис. 6.12). При этом блок 2 повернётся на угол $\delta\varphi_2$: $\delta\varphi_2=\dfrac{\delta x}{r}$, брус 1 переместится на расстояние δx_1: $\delta x_1=\dfrac{\delta xR}{r}$, центр масс катка 3 сдвинется на расстояние δS_C: $\delta S_C=\dfrac{\delta xR}{2r}$. Все перемещения получены из установленных ранее кинематических соотношений и показаны на рис. 6.12.

При заданном возможном перемещении системы работу совершают силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_3$ бруса 1 и катка 3, пара сил с моментом M, сила $\vec{F}$ и сила упругости пружины (см. рис. 6.12). Элементарная работа вращающего момента M, приложенного к блоку 2, будет $\delta A(M)=M\delta\varphi_2=M\dfrac{\delta x}{r}$. Работа силы тяжести бруса 1 определяется равенством $\delta A(P_1)=P_1\delta x_1\cos120^\circ=-P_1\delta x_1\cos60^\circ=-\dfrac{P_1\delta xR}{2r}$. Работы силы тяжести катка 3 и силы F: $\delta A(P_3)=P_3\delta s_C\cos120^\circ=-P_3\dfrac{\delta xR}{4r}$, $\delta A(F)=F\dfrac{\delta xR}{2r}\cos30^\circ$. Модуль силы упругости пружины, растянутой из неде-

формированного положения на расстояние x: $F_{\text{упр}} = cx$. Сила $\vec{F}_{\text{упр}}$ упругости направлена в сторону, противоположную растяжению (см. рис. 6.12). Работа силы упругости при перемещении вдоль линии действия на расстояние δx вычисляется по формуле $\delta A(\vec{F}_{\text{упр}}) = F_{\text{упр}}\delta x\cos 180^\circ = -cx\delta x$.

Сумма работ сил на рассматриваемом возможном перемещении системы с учётом данных задачи составляет

$$\delta A = \delta A(M) + \delta A(P_1) + \delta A(P_3) + \delta A(F) + \delta A(F_{\text{упр}}) =$$

$$= M\frac{\delta x}{r} - \frac{P_1\delta xR}{2r} - P_3\frac{\delta xR}{4r} + F\frac{\delta xR}{2r}\cos 30^\circ - cx\delta x = P(1{,}174 - 5x)\delta x,$$

откуда обобщённая сила $Q_x = P(1{,}174 - 5x)$.

Составим уравнения Лагранжа. Вычислим частные производные от кинетической энергии по обобщенной скорости $\dot{x}$ и координате x: $\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = 7{,}094\frac{P}{g}\dot{x}$, $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$. Определим полную производную по времени: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) = 7{,}094\frac{P}{g}\ddot{x}$. Результаты расчетов подставим в уравнения Лагранжа II рода и получим дифференциальное уравнение колебаний верхнего края пружины:

$$7{,}094\frac{P}{g}\ddot{x} = P(1{,}174 - 5x), \text{ или при } g = 9{,}81 \text{ м/с}^2,\ \ddot{x} + 6{,}91x = 1{,}62.$$

Решение дифференциального уравнения представляется в виде суммы общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного: $x = x_{\text{одн}} + x_{\text{частн}}$. Общее решение однородного уравнения имеет вид $x_{\text{одн}} = C_1\sin kt + C_2\cos kt$, где C_1, C_2 – произвольные постоянные; k – круговая частота собственных колебаний пружины, $k = \sqrt{6{,}91} = 2{,}63$ рад/с. Частное решение неоднородного уравнения ищется в виде константы $x_{\text{частн}} = b$. Подставив его в уравнение колебаний, получим $b = 0{,}23$. Таким образом, общее решение неоднородного уравнения имеет вид $x(t) = C_1\sin 2{,}63t + C_2\cos 2{,}63t + 0{,}23$.

Произвольные постоянные C_1, C_2 находятся из начальных условий. По условию задачи в начальный момент пружина была в нерастянутом состоянии. Тогда начальная координата пружины (её верхнего края) $x(0)=0$. Скорость верхнего края пружины в начальный момент времени $\dot{x}(0)$ равна начальной скорости $V_D(0)$ точки D блока 2. Поскольку в начальный момент времени блоку 2 сообщили угловую скорость ω_{20}, то $\dot{x}(0)=V_D(0)=\omega_{20}r=0{,}1$ м/с.

Подставляя значение начальной координаты в общее решение неоднородного уравнения при $t=0$, получим $C_2=-0{,}23$.

Вычисляем скорость движения пружины, взяв производную: $\dot{x}(t)=2{,}63C_1\cos 2{,}63t-2{,}63C_2\sin 2{,}63t$. Подставляя начальное значение скорости, получим $C_1=0{,}038$. Окончательно уравнение движения верхнего края пружин: $x(t)=0{,}038\sin 2{,}63t-0{,}23\cos 2{,}63t+0{,}23$ м.

Уравнения колебательных движений бруса 1 и блока 2 найдём из ранее полученных кинематических соотношений:

$$x_1=\frac{xR}{r}=1{,}5\,x(t)=0{,}057\sin 2{,}63t-0{,}34\cos 2{,}63t+0{,}34 \text{ м};$$

$$\varphi_2=\frac{x}{r}=5\,x(t)=0{,}19\sin 2{,}63t-1{,}15\cos 2{,}63t+1{,}15 \text{ рад}.$$

Амплитуда колебаний бруса $A=\sqrt{0{,}057^2+0{,}34^2}=0{,}35$ м.

6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы

Механическая система, состоящая из четырёх тел, из состояния покоя движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, $\vec{P}_4$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M. Качение тел во всех случаях происходит без проскальзывания, скольжение грузов по поверхностям – без трения. Радиусы дисков одинаковы и равны R. Найти уравнения движения системы в обоб-

щённых координатах. Варианты заданий и рекомендуемые обобщённые координаты даны на рис. 6.13, 6.14, варианты исходных данных – в табл. 6.3.

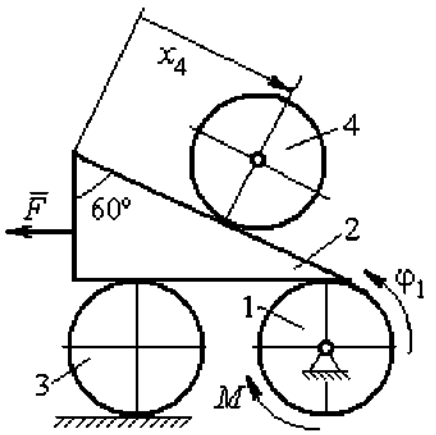
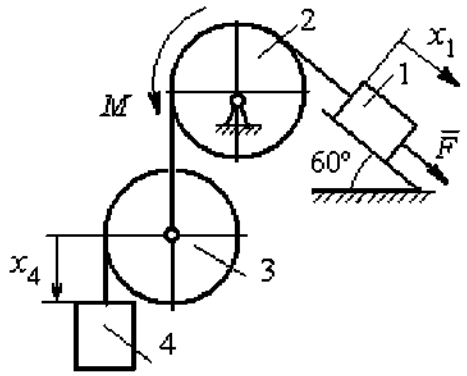
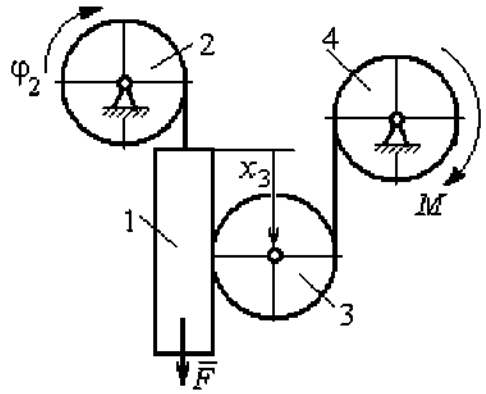
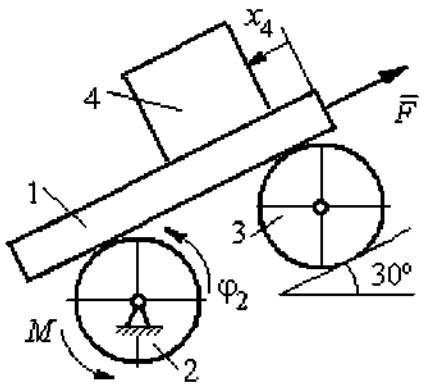
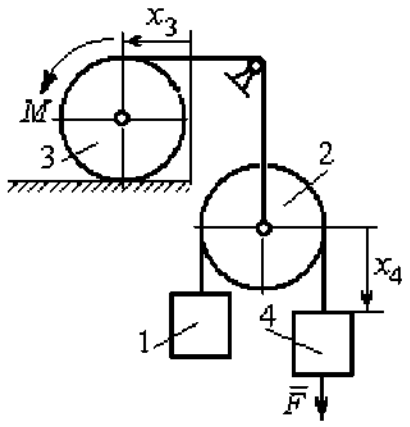
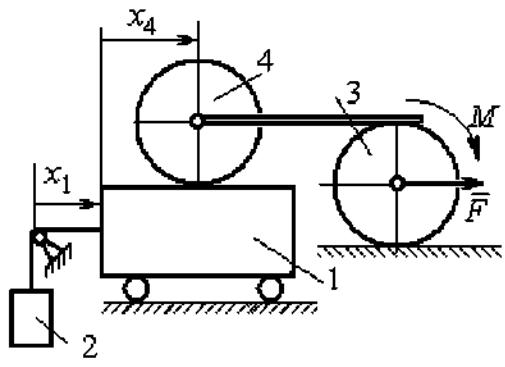
Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
	
Варианты № 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
	
Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
	

Рис. 6.13. Задание Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы. Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Окончание вариантов задания Д8

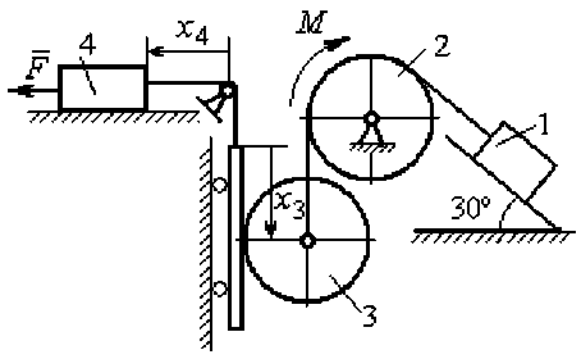
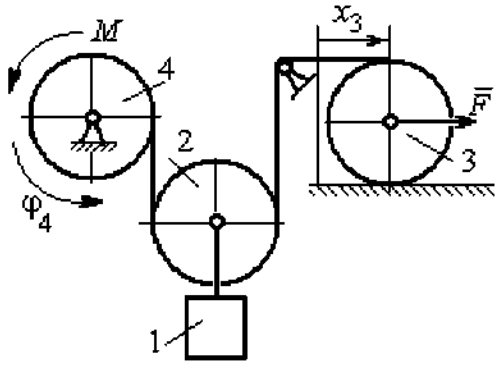
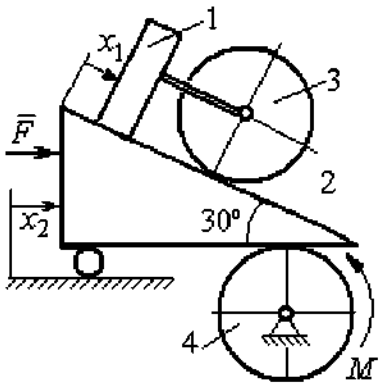
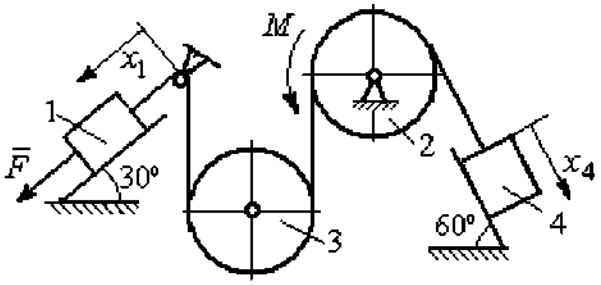
Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 6.14. Задание Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы. Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 6.3

Исходные данные задания Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
P_1, Н	P	$2P$	P	$1{,}5P$	P	$3P$	P	$1{,}2P$	$3P$	P	$2P$	P	P	$2P$	P
P_2, Н	$3P$	$3P$	$4P$	$3P$	$2P$	P	$2P$	$3P$	P	$2P$	$3P$	$2P$	$3P$	$4P$	$3P$
P_3, Н	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$2P$	$3P$	P	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$2P$	P	$2P$
P_4, Н	$2P$	P	P	$2P$	$3P$	$3P$	P	P	$2P$	P	P	P	$2P$	$2P$	$2P$
R, м	$2r$	$1{,}5r$	$2{,}5r$	$1{,}2r$	$2r$	r	$1{,}5r$	r	$2r$	r	$1{,}5r$	$1{,}2r$	$2r$	$2r$	$2r$
F, Н	P	$2P$	P	$3P$	P	P	$2P$	$4P$	P	$2P$	P	$2P$	$1{,}5P$	$4P$	$2P$
M, Н·м	$2Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$3Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$2Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$3Pr$	$3Pr$	$2Pr$

Окончание табл. 6.3

Номер варианта задания	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
P_1, Н	$4P$	$1{,}5P$	P	$2P$	P	P	$1{,}5P$	$1{,}5P$	$2P$	P	P	$2P$	$1{,}2P$	$3P$	$1{,}2P$
P_2, Н	$2P$	$2P$	$2P$	$4P$	$3P$	$4P$	$3P$	$4P$	$3P$	$2P$	$2P$	$1{,}2P$	$2P$	$3P$	$2P$
P_3, Н	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	P	$2P$	$3P$	$2P$	P	P	$3P$
P_4, Н	$1{,}5P$	$2P$	$3P$	P	$2P$	$2P$	$2P$	P	$2P$	$3P$	P	P	$2P$	P	$2P$
R, м	$1{,}5r$	r	$1{,}5r$	$2r$	r	$1{,}2r$	$2r$	$1{,}5r$	$2r$	r	$1{,}5r$	$2r$	r	$1{,}2r$	$2r$
F, Н	$2P$	$2P$	P	$3P$	$4P$	$2P$	$3P$	$2P$	$3P$	P	$3P$	$1{,}5P$	$4P$	$2P$	$3P$
M, Н·м	$3Pr$	$2Pr$	$4Pr$	Pr	$4Pr$	$4Pr$	$2Pr$	Pr	$4Pr$	$2Pr$	$4Pr$	$2Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$2Pr$

Пример выполнения задания Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы

Платформа 3 лежит горизонтально на катке 5 и блоке 4 одинакового радиуса R (рис. 6.15). На платформу действует горизонтальная сила $\vec{F}$. К блоку 4, вращающемуся вокруг неподвижной оси, приложена пара сил с моментом M. Каток 5 катится по горизонтальной поверхности. К краю платформы одним концом прикреплена горизонтальная нить, а к другому концу, перекинутому через невесомый блок, прикреплён груз 6, движущийся вертикально. На платформе 3 установлен каток 2 радиуса R. К центру катка прикреплена нить, расположенная параллельно платформе и натянутая грузом 1, движущимся вертикально (см. рис. 6.15). Движение системы началось из состояния покоя. Качение тел без проскальзывания. Определить уравнения движения системы в обобщённых координатах, если $R = 2r$, веса тел $P_1 = P_6 = P$, $P_3 = 3P$, $P_4 = P_5 = P_2 = 2P$, $F = P$, $M = 3Pr$.

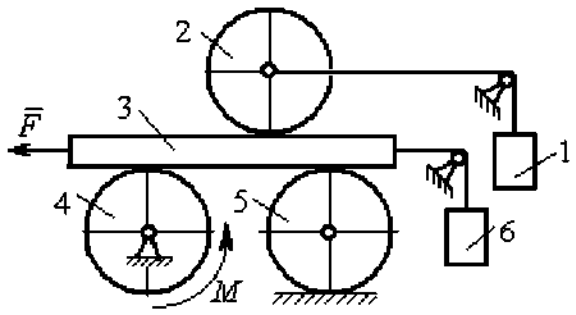


Рис. 6.15. Механическая система с двумя степенями свободы

Решение

Рассматриваемая механическая система, включающая катки 2, 5, платформу 3, блок 4 и грузы 1, 6, имеет две степени свободы, так как перемещение

катка 2 относительно платформы 3 не зависит от перемещения самой платформы. За обобщенные координаты выберем перемещение x_2 центра масс катка 2 относительно края платформы и перемещение x_3 платформы 3 относительно произвольной неподвижной вертикальной плоскости (рис. 6.16). Обобщенные скорости – скорость $\dot{x}_2$ центра масс катка 2 относительно края платформы и скорость платформы $\dot{x}_3$ относительно неподвижной вертикали. Уравнения Лагранжа II рода, описывающие движение системы:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2}\right)-\frac{\partial T}{\partial x_2}=Q_{x_2},\quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3}\right)-\frac{\partial T}{\partial x_3}=Q_{x_3},$$

где T – кинетическая энергия системы; Q_{x_2}, Q_{x_3} – обобщенные силы, соответствующие указанным обобщенным координатам.

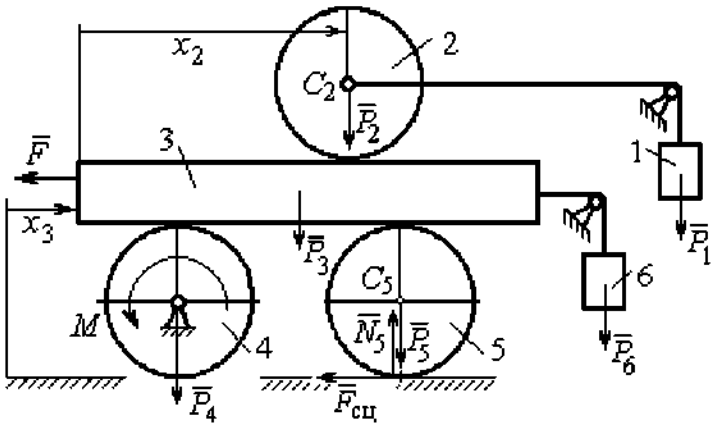


Рис. 6.16. Действующие силы и обобщённые координаты механической системы

Вычислим кинетическую энергию системы как сумму кинетических энергий тел.

Платформа 3 совершает поступательное движение. Кинетическая энергия платформы $T_3=\frac{P_3}{2g}V_3^2$, где V_3 – скорость платформы, причём, в соответствии с выбором обобщённых координат и скоростей, $V_3=\dot{x}_3$.

Блок 4 вращается вокруг неподвижной оси. Энергия вращательного движения блока $T_4=\frac{1}{2}J_4\omega_4^2$, где J_4, ω_4 – осевой момент инерции блока 4 и его угловая скорость. Угловая скорость блока 4 $\omega_4=\frac{V_3}{R_4}=\frac{\dot{x}_3}{2r}$.

Каток 5 совершает плоскопараллельное движение, его кинетическая энергия вычисляется по формуле: $T_5 = \frac{1}{2}\frac{P_5}{g}V_{C_5}^2 + \frac{1}{2}J_5\omega_5^2$, где J_5 – момент инерции катка относительно оси вращения, проходящей через его центр масс; ω_5, V_{C_5} – угловая скорость и скорость центра масс катка 5. Для определения скорости центра масс катка 5 заметим, что точка касания катка с платформой имеет скорость, равную скорости платформы, а точка K касания катка с неподвижной горизонтальной поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Следовательно, скорость центра катка равна половине скорости платформы: $V_{C_5} = \frac{1}{2}V_3 = \frac{1}{2}\dot{x}_3$. Угловая скорость катка 5 $\omega_5 = \frac{V_3}{2R_5} = \frac{\dot{x}_3}{4r}$ (рис. 6.17, *a*).

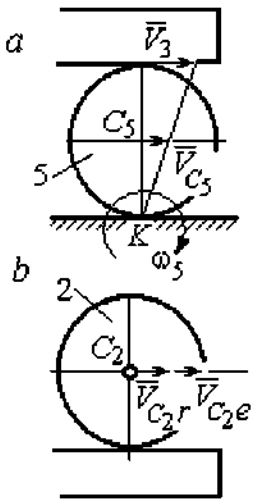


Рис. 6.17. Скорости центров катков 2 и 5

При расчёте кинетической энергии катка 2 необходимо учитывать, что каток совершает сложное движение. Качение катка по поверхности платформы является относительным движением, перемещение его вместе с платформой – переносным. Абсолютная скорость V_{C_2} центра масс катка 2 представляется в виде векторной суммы $\vec{V}_{C_2} = \vec{V}_{C_2r} + \vec{V}_{C_2e}$ (рис. 6.17, *b*), где $\vec{V}_{C_2e}$ – вектор переносной скорости катка, равный по модулю скорости платформы, $V_{C_2e} = V_3 = \dot{x}_3$; $\vec{V}_{C_2r}$ – вектор относительной скорости центра масс катка, равный по величине скорости центра масс катка 2 относительно края платформы, $V_{C_2r} = \dot{x}_2$. Модуль абсолютной скорости центра масс катка 2 равен сумме $V_{C_2} = V_{C_2r} + V_{C_2e} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$ (рис. 6.17, *b*).

Угловая скорость переносного движения катка 2 равна нулю, поскольку переносное движение катка – это поступательное движение платформы. В результате угловая скорость катка 2 равна его угловой скорости в относительном

движении: $\omega_2 = \frac{V_{C_2 r}}{R_2} = \frac{\dot{x}_2}{2r}$. Кинетическая энергия катка 2 рассчитывается по формуле: $T_2 = \frac{1}{2}\frac{P_2}{g}V_{C_2}^2 + \frac{1}{2}J_2\omega_2^2$, где J_2 – осевой момент инерции катка 2; ω_2 – угловая скорость катка; V_{C_2} – абсолютная скорость центра масс катка 2.

Движение грузов 1 и 6 поступательное, их кинетические энергии вычисляются по формулам: $T_1 = \frac{P_1}{2g}V_1^2$, $T_6 = \frac{P_6}{2g}V_6^2$. При этом скорость груза 1 равна абсолютной скорости центра катка 2: $V_1 = V_{C_2} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$, а скорость груза 6 равна скорости платформы: $V_6 = V_3 = \dot{x}_3$.

Выразим кинетическую энергию системы через обобщённые скорости. Кинетическая энергия:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6 =$$

$$= \frac{P_1}{2g}V_1^2 + \frac{1}{2}\frac{P_2}{g}V_{C_2}^2 + \frac{1}{2}J_2\omega_2^2 + \frac{P_3}{2g}V_3^2 + \frac{1}{2}J_4\omega_4^2 + \frac{1}{2}\frac{P_5}{g}V_{C_5}^2 + \frac{1}{2}J_5\omega_5^2 + \frac{P_6}{2g}V_6^2,$$

где значения скоростей: $V_1 = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$, $V_{C_2} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$, $\omega_2 = \frac{\dot{x}_2}{2r}$, $V_3 = \dot{x}_3$, $\omega_4 = \frac{\dot{x}_3}{2r}$, $V_{C_5} = \frac{1}{2}\dot{x}_3$, $\omega_5 = \frac{\dot{x}_3}{4r}$, $V_6 = \dot{x}_3$. Значения осевых моментов инерции катков: $J_2 = \frac{P_2 R_2^2}{2g} = \frac{4Pr^2}{g}$, $J_4 = \frac{P_4 R_4^2}{2g} = \frac{4Pr^2}{g}$, $J_5 = \frac{P_5 R_5^2}{2g} = \frac{4Pr^2}{g}$. Подставляя значения скоростей, моментов инерции и данные задачи, получим выражение кинетической энергии системы в виде

$$T = \frac{P}{2g}(\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2P}{g}(\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{4Pr^2}{g}\left(\frac{\dot{x}_2}{2r}\right)^2 + \frac{3P}{2g}\dot{x}_3^2 +$$

$$+\frac{1}{2}\cdot\frac{4Pr^2}{g}\left(\frac{\dot{x}_3}{2r}\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2P}{g}\left(\frac{\dot{x}_3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{4Pr^2}{g}\left(\frac{\dot{x}_3}{4r}\right)^2 + \frac{P}{2g}\dot{x}_3^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{P}{g}\dot{x}_2^2 + \frac{3P}{2g}(\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{23P}{8g}\dot{x}_3^2 = \frac{2P}{g}\dot{x}_2^2 + \frac{3P}{g}\dot{x}_2\dot{x}_3 + \frac{35P}{8g}\dot{x}_3^2.$$

Дадим системе возможное перемещение по координате x_3, оставляя координату x_2 без изменения: $\delta x_3 > 0, \delta x_2 = 0$ (рис. 6.18). При таком перемещении каток 2 стоит на платформе и движется поступательно вместе с ней. В этом случае работа сил тяжести $\vec{P}_2$, $\vec{P}_5$, $\vec{P}_3$ катков 2, 5 и платформы 3 равна нулю, так как перемещения точек приложения этих сил перпендикулярны векторам сил (см. рис. 6.18). Работа силы тяжести $\vec{P}_4$ равна нулю, так как точка приложения силы лежит на неподвижной оси вращения блока 4.

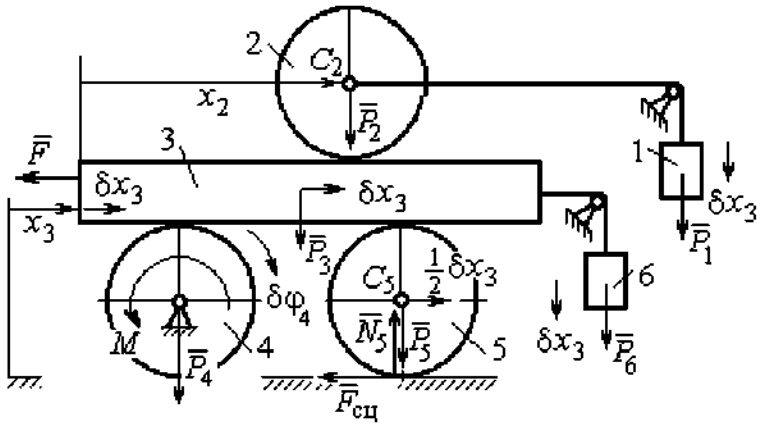


Рис. 6.18. Возможное перемещение системы при вариации обобщённых координат $\delta x_3 > 0$, $\delta x_2 = 0$

Работу будут производить сила $\vec{F}$, пара сил с моментом M и силы тяжести грузов $\vec{P}_1$ и $\vec{P}_6$. Суммарная работа сил на перемещении δx_3: $\delta A = -F\delta x_3 - M\delta\varphi_4 + P_1\delta x_3 + P_6\delta x_3$.

Представим полученное ранее соотношение $\omega_4 = \dfrac{\dot{x}_3}{2r}$ в дифференциальном виде: $d\varphi_4 = \dfrac{dx_3}{2r}$. Поскольку дифференциалы координат также являются возможными перемещениями, получим нужное соотношение $\delta\varphi_4 = \dfrac{\delta x_3}{2r}$. Теперь элементарную работу сил на возможном перемещении δx_3 с учётом значений сил можно представить в виде:

$$\delta A = -P\delta x_3 - 3Pr\frac{\delta x_3}{2r} + P\delta x_3 + P\delta x_3 = -\frac{1}{2}P\delta x_3,$$

отсюда обобщённая сила, соответствующая координате x_3: $Q_{x_3} = -\dfrac{1}{2}P$.

Дадим системе другое независимое перемещение – по координате x_2, оставляя координату x_3 без изменения: $\delta x_2 > 0, \delta x_3 = 0$ (рис. 6.19).

При этом возможном перемещении вся система стоит, кроме катка 2, который катится по поверхности неподвижной платформы, и груза 1, который опускается вертикально вниз. Работу совершает только сила тяжести груза 1. Выражая работу в виде $\delta A = P_1 \delta x_2 = P \delta x_2$, найдём обобщённую силу, соответствующую координате x_2: $Q_{x_2} = P$.

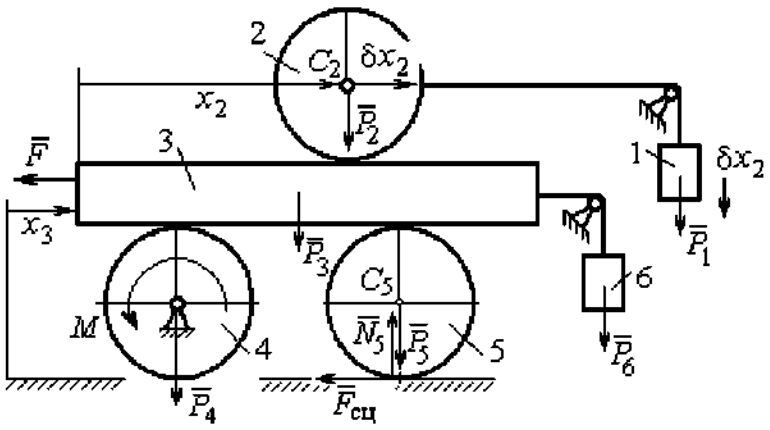


Рис. 6.19. Возможное перемещение системы при вариации обобщённых координат $\delta x_2 > 0$, $\delta x_3 = 0$

Составим уравнения Лагранжа. С этой целью вычислим частные производные от кинетической энергии по обобщенным скоростям $\dot{x}_3$ и $\dot{x}_2$:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3} = \frac{3P}{g}\dot{x}_2 + \frac{35P}{4g}\dot{x}_3, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} = \frac{4P}{g}\dot{x}_2 + \frac{3P}{g}\dot{x}_3$$

и по обобщённым координатам: $\frac{\partial T}{\partial x_3} = 0, \frac{\partial T}{\partial x_4} = 0.$

Определим полные производные по времени от частных производных кинетической энергии по скоростям:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3}\right) = \frac{3P}{g}\ddot{x}_2 + \frac{35P}{4g}\ddot{x}_3, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2}\right) = \frac{4P}{g}\ddot{x}_2 + \frac{3P}{g}\ddot{x}_3.$$

Подставляя результаты расчётов в уравнения Лагранжа с учётом вычисленных значений обобщённых сил, получим систему дифференциальных уравнений, описывающих движение системы в обобщённых координатах:

$$12\ddot{x}_2 + 35\ddot{x}_3 = -2g, \quad 4\ddot{x}_2 + 3\ddot{x}_3 = g.$$

Алгебраическим решением системы служат значения ускорений:

$$\ddot{x}_3 = -\frac{5}{26}g = -0{,}19g \text{ и } \ddot{x}_2 = \frac{41}{104}g = 0{,}39g.$$

Полученные выражения представляют собой дифференциальные уравнения, проинтегрировав которые дважды с нулевыми начальными условиями (движение началось из состояния покоя), найдём уравнения абсолютного движения платформы и относительного движения центра масс катка 2:

$$x_3 = -0{,}095gt^2, \quad x_2 = 0{,}195gt^2.$$

Отрицательное значение координаты x_3 означает, что движение платформы происходит в отрицательном направлении оси x_3 (см. рис. 6.16).

Абсолютное движение центра катка 2 представляется суммой относительного и переносного движений: $x_{C_2} = x_2 + x_3 = 0{,}1gt^2$.

Уравнение вращательного движения катка 2 находится на основании выражения $\varphi_2 = \frac{1}{R_2}x_2 = \frac{1}{2r}x_2 = 0{,}097\frac{gt^2}{r}$. Вращение блока 4 описывается уравнением $\varphi_4 = \frac{1}{R_4}x_3 = \frac{1}{2r}x_3 = -0{,}047\frac{gt^2}{r}$.

Движение катка 5 описывается двумя уравнениями: уравнением движения центра масс катка $x_{C_5} = \frac{1}{2}x_3 = -0{,}047gt^2$ и уравнением вращательного движения катка $\varphi_5 = \frac{x_3}{2R_5} = -0{,}024\frac{gt^2}{r}$.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Бать М. И., Джанелидзе Г. Ю., Кельзон А. С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Т. 1–2.– СПб.: Лань, 2010.

Бутенин Н. В., Лунц Я. Л., Меркин Д. Р. Курс теоретической механики: в 2-х томах.– М.: Наука, 2009.

Вебер Г. Э., Ляпцев С. А. Лекции по теоретической механике. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2008.

Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики: учебн. для втузов. – М.: Высшая школа, 2010.

Учебное издание

Евгений Борисович Волков
Юрий Михайлович Казаков

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

сборник заданий для расчетно-графических работ

Учебно-методическое пособие
для самостоятельной работы студентов

Редактор *Л.В. Устьянцева*

Подписано в печать
Бумага писчая. Формат бумаги 60×84 1/16.
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.
Печ. л. 9,75 Уч. изд. л. 6,5 Тираж экз. Заказ №

Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет.
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ

4. ДИНАМИКА ТОЧКИ ... 73
4.1. Дифференциальные уравнения движения точки. ... 73
4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки. ... 73
4.3. Колебания материальной точки ... 80
4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки ... 84
4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки ... 95
4.6. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии ... 96
5. ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ... 103
5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы. 103
5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы ... 104
5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы. ... 112
5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии ... 114
6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА ... 124
6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики ... 124
6.2. Задание Д6. Исследование механической системы с применением общего уравнения динамики ... 126
6.3. Уравнения Лагранжа II рода ... 136
6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа ... 137
6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы 145
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ ... 155

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

КОММУНИКАТИВНАЯ КУЛЬТУРА ЛИЧНОСТИ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Технологическая безопасность и горноспасательное дело

Автор: Гладкова И. В., доцент, канд. филос. н.

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрена методической комиссией
Философии и культурологии	Горно-технологического факультета
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Беляев В.П.	Колчина Н. В..
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол №1 от 14.09.2020	Протокол № 2 от 12.10.2020
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по работе с текстом лекций	5
2	Методические рекомендации по подготовке к опросу	8
3	Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)	9
4	Методические рекомендации по написанию эссе	11
5	Методические рекомендации по подготовке к семинарским занятиям	14
6	Методические рекомендации по подготовке к дискуссии	15
7	Методические рекомендации по написанию реферата	17
8	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	19
	Заключение	21
	Список использованных источников	22

ВВЕДЕНИЕ

Инициативная самостоятельная работа студента есть неотъемлемая составная часть учебы в вузе. В современном формате высшего образования значительно возрастает роль самостоятельной работы студента. Правильно спланированная и организованная самостоятельная работа обеспечивает достижение высоких результатов в учебе.

Самостоятельная работа студента (СРС) - это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, при сохранении ведущей роли студентов.

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности. Ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровней. Самостоятельная работа студента – важнейшая составная часть учебного процесса, обязательная для каждого студента, объем которой определяется учебным планом. Методологическую основу СРС составляет деятельностный подход, при котором цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, т. е. на реальные ситуации, в которых студентам надо проявить знание конкретной дисциплины. Предметно и содержательно СРС определяется государственным образовательным стандартом, действующими учебными планами и образовательными программами различных форм обучения, рабочими программами учебных дисциплин, средствами обеспечения СРС: учебниками, учебными пособиями и методическими руководствами, учебно-программными комплексами и т.д.

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

Самостоятельная работа студента - это особым образом организованная деятельность, включающая в свою структуру такие компоненты, как:

- уяснение цели и поставленной учебной задачи;
- четкое и системное планирование самостоятельной работы;
- поиск необходимой учебной и научной информации;
- освоение информации и ее логическая переработка;

- использование методов исследовательской, научно-исследовательской работы для решения поставленных задач;
- выработка собственной позиции по поводу полученной задачи;
- представление, обоснование и защита полученного решения;
- проведение самоанализа и самоконтроля.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию: текущие консультации, коллоквиум, прием и разбор домашних заданий и другие.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия: подготовка презентаций, составление глоссария, подготовка к практическим занятиям, подготовка рецензий, аннотаций на статью, подготовка к дискуссиям, круглым столам.

СРС может включать следующие формы работ:

- изучение лекционного материала;
- работа с источниками литературы: поиск, подбор и обзорлитературы и электронных источников информации по заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий, выдаваемых на практических занятиях: тестов, докладов, контрольных работ и других форм текущего контроля;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение; подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе или коллоквиуму;
- подготовка к зачету, экзамену, другим аттестациям;
- написание реферата, эссе по заданной проблем;
- выполнение расчетно-графической работы;
- выполнение курсовой работы или проекта;
- анализ научной публикации по определенной преподавателем теме, ее реферирование;
- исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения. Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

Подготовка к самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

1. Методические рекомендации по работе с текстом лекций

На лекционных занятиях необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на формулировки, определения, раскрывающие содержание тех или иных понятий, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском мастерстве. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента, и помогает усвоить учебный материал.

Желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений, фиксировать вопросы, вызывающие личный интерес, варианты ответов на них, сомнения, проблемы, спорные положения. Рекомендуется вести записи на одной стороне листа, оставляя вторую сторону для размышлений, разборов, вопросов, ответов на них, для фиксирования деталей темы или связанных с ней фактов, которые припоминаются самим студентом в ходе слушания.

Слушание лекций - сложный вид интеллектуальной деятельности, успех которой обусловлен *умением слушать*, и стремлением воспринимать материал, нужное записывая в тетрадь. Запись лекции помогает сосредоточить внимание на главном, в ходе самой лекции продумать и осмыслить услышанное, осознать план и логику изложения материала преподавателем.

Такая работа нередко вызывает трудности у студентов: некоторые стремятся записывать все дословно, другие пишут отрывочно, хаотично. Чтобы избежать этих ошибок, целесообразно придерживаться ряда правил.

1. После записи ориентирующих и направляющих внимание данных (тема, цель, план лекции, рекомендованная литература) важно попытаться проследить, как они раскрываются в содержании, подкрепляются формулировками, доказательствами, а затем и выводами.

2. Записывать следует основные положения и доказывающие их аргументы, наиболее яркие примеры и факты, поставленные преподавателем вопросы для самостоятельной проработки.

3. Стремиться к четкости записи, ее последовательности, выделяя темы, подтемы, вопросы и подвопросы, используя цифровую и буквенную нумерацию (римские и арабские цифры, большие и малые буквы), красные строки, выделение абзацев, подчеркивание главного и т.д.

Форма записи материала может быть различной - в зависимости от специфики изучаемого предмета. Это может быть стиль учебной программы (назывные предложения), уместны и свои краткие пояснения к записям.

Студентам не следует подробно записывать на лекции «все подряд», но обязательно фиксировать то, что преподаватели диктуют – это базовый конспект, содержащий основные положения лекции: определения, выводы, параметры, критерии, аксиомы, постулаты, парадигмы, концепции, ситуации, а также мысли-маяки (ими часто являются афоризмы, цитаты, остроумные изречения). Запись лекции лучше вести в сжатой форме, короткими и четкими фразами. Каждому студенту полезно выработать свою систему сокращений, в которой он мог бы разобраться легко и безошибочно.

Даже отлично записанная лекция предполагает дальнейшую самостоятельную работу над ней (осмысление ее содержания, логической структуры, выводов). С целью доработки конспекта лекции необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить описки, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополняя и исправляя свои записи. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект. Доработанный конспект и

рекомендуемая литература используется при подготовке к практическому занятию. Знание лекционного материала при подготовке к практическому занятию обязательно.

Особенно важно в процессе самостоятельной работы над лекцией выделить новый понятийный аппарат, уяснить суть новых понятий, при необходимости обратиться к словарям и другим источникам, заодно устранив неточности в записях. Главное - вести конспект аккуратно и регулярно, только в этом случае он сможет стать подспорьем в изучении дисциплины.

Работа над лекцией стимулирует самостоятельный поиск ответов на самые различные вопросы: над какими понятиями следует поработать, какие обобщения сделать, какой дополнительный материал привлечь.

Важным средством, направляющим самообразование, является выполнение различных заданий по тексту лекции, например, составление ее развернутого плана или тезисов; ответы на вопросы проблемного характера, (скажем, об основных тенденциях развития той или иной проблемы); составление проверочных тесты по проблеме, написание по ней реферата, составление графических схем.

По своим задачам лекции могут быть разных жанров: *установочная лекция* вводит в изучение курса, предмета, проблем (что и как изучать), а *обобщающая лекция* позволяет подвести итог (зачем изучать), выделить главное, усвоить законы развития знания, преемственности, новаторства, чтобы применить обобщенный позитивный опыт к решению современных практических задач. Обобщающая лекция ориентирует в истории и современном состоянии научной проблемы.

В процессе освоения материалов обобщающих лекций студенты могут выполнять задания разного уровня. Например: задания *репродуктивного* уровня (составить развернутый план обобщающей лекции, составить тезисы по материалам лекции); задания *продуктивного* уровня (ответить на вопросы проблемного характера, составить опорный конспект по схеме, выявить основные тенденции развития проблемы); задания *творческого* уровня (составить проверочные тесты по теме, защитить реферат и графические темы по данной проблеме). Обращение к ранее изученному материалу не только помогает восстановить в памяти известные положения, выводы, но и приводит разрозненные знания в систему, углубляет и расширяет их. Каждый возврат к старому материалу позволяет найти в нем что-то новое, переосмыслить его с иных позиций, определить для него наиболее подходящее место в уже имеющейся системе знаний.

2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента. При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии [1].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[2].

---

[1] Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

[2]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. Объем времени на подготовку к устному опросу зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

3.Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)

Доклад – публичное сообщение по заданной теме, представляющее собой развернутое изложение на определенную тему, вид самостоятельной работы, который используется в учебных и внеаудиторных занятиях и способствует формированию навыков исследовательской работы, освоению методов научного познания, приобретению навыков публичного выступления, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить.

При подготовке доклада используется дополнительная литература, систематизируется материал. Работа над докладом не только позволяет учащемуся приобрести новые знания, но и способствует формированию важных научно-исследовательских навыков самостоятельной работы с научной литературой, что повышает познавательный интерес к научному познанию.

Приветствуется использование мультимедийных технологий, подготовка докладов-презентаций.

Доклад должен соответствовать следующим требованиям:

- тема доклада должна быть согласованна с преподавателем и соответствовать теме занятия;

- иллюстрации (слайды в презентации) должны быть достаточными, но не чрезмерными;

- материалы, которыми пользуется студент при подготовке доклада-презентации, должны соответствовать научно-методическим требованиям ВУЗа и быть указаны в докладе;

- необходимо соблюдать регламент: 7-10 минут выступления.

Преподаватель может дать тему сразу нескольким студентам одной группы, по принципу: докладчик и оппонент. Студенты могут подготовить два выступления с противоположными точками зрения и устроить дискуссию по проблемной теме. Докладчики и содокладчики во многом определяют содержание, стиль, активность данного занятия, для этого необходимо:

- использовать технические средства;
- знать и хорошо ориентироваться в теме всей презентации (семинара);
- уметь дискутировать и быстро отвечать на вопросы;
- четко выполнять установленный регламент: докладчик - 7-10 мин.; содокладчик - 5 мин.; дискуссия - 10 мин;
- иметь представление о композиционной структуре доклада.

После выступления докладчик и содокладчик, должны ответить на вопросы слушателей.

В подготовке доклада выделяют следующие этапы:

1. Определение цели доклада: информировать, объяснить, обсудить что-то (проблему, решение, ситуацию и т. п.)

2. Подбор литературы, иллюстративных примеров.

3. Составление плана доклада, систематизация материала, композиционное оформление доклада в виде печатного /рукописного текста и электронной презентации.

Общая структура доклада

Построение доклада включает три части: вступление, основную часть и заключение.

Вступление.

Вступление должно содержать:

- название презентации (доклада);
- сообщение основной идеи;
- обоснование актуальности обсуждаемого вопроса;

- современную оценку предмета изложения;
- краткое перечисление рассматриваемых вопросов;
- живую интересную форму изложения;
- акцентирование оригинальности подхода.

Основная часть.

Основная часть состоит из нескольких разделов, постепенно раскрывающих тему. Возможно использование иллюстрации (графики, диаграммы, фотографии, карты, рисунки) Если необходимо, для обоснования темы используется ссылка на источники с доказательствами, взятыми из литературы (цитирование авторов, указание цифр, фактов, определений). Изложение материала должно быть связным, последовательным, доказательным.

Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели и заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

Заключение.

Заключение - это ясное четкое обобщение, в котором подводятся итоги, формулируются главные выводы, подчеркивается значение рассмотренной проблемы, предлагаются самые важные практические рекомендации. Требования к оформлению доклада. Объем машинописного текста доклада должен быть рассчитан на произнесение доклада в течение 7 -10 минут (3-5 машинописных листа текста с докладом).

Доклад оценивается по следующим критериям:

Критерии оценки доклада, сообщения	*Количество баллов*
Содержательность, информационная насыщенность доклада	1
Наличие аргументов	1
Наличие выводов	1
Наличие презентации доклада	1
Владение профессиональной лексикой	1
Итого:	5

Электронные презентации выполняются в программе MS PowerPoint в виде слайдов в следующем порядке: • титульный лист с заголовком темы и автором исполнения презентации; • план презентации (5-6 пунктов - это максимум); • основная часть (не более 10 слайдов); • заключение (вывод). Общие требования к стилевому оформлению презентации: • дизайн должен быть простым и лаконичным; • основная цель - читаемость, а не субъективная красота; цветовая гамма должна состоять не более чем из двух-трех цветов; • всегда должно быть два типа слайдов: для титульных и для основного текста; • размер шрифта должен быть: 24–54 пункта (заголовок), 18–36 пунктов (обычный текст); • текст должен быть свернут до ключевых слов и фраз. Полные развернутые предложения на слайдах таких презентаций используются только при цитировании; каждый слайд должен иметь заголовок; • все слайды должны быть выдержаны в одном стиле; • на каждом слайде должно быть не более трех иллюстраций; • слайды должны быть пронумерованы с указанием общего количества слайдов

4. Методические рекомендации по написанию эссе

Эссе - это самостоятельная письменная работа на тему, предложенную преподавателем. Цель эссе состоит в развитии навыков самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных мыслей. Писать эссе чрезвычайно полезно, поскольку это позволяет автору научиться четко и грамотно формулировать мысли, структурировать информацию, использовать основные категории анализа, выделять причинно-следственные связи, иллюстрировать понятия соответствующими примерами, аргументировать свои выводы; овладеть научным стилем речи.

Эссе должно содержать: четкое изложение сути поставленной проблемы, включать самостоятельно проведенный анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария, рассматриваемого в рамках дисциплины, выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме. В зависимости от специфики дисциплины формы эссе могут значительно дифференцироваться. В некоторых случаях это может быть анализ имеющихся статистических данных по изучаемой проблеме, анализ материалов из средств массовой информации и использованием изучаемых моделей, подробный разбор предложенной задачи с развернутыми мнениями, подбор и детальный анализ примеров, иллюстрирующих проблему и т.д.

Построение эссе - это ответ на вопрос или раскрытие темы, которое основано на классической системе доказательств.

Структура эссе

1. *Титульный лист* (заполняется по единой форме);

2. *Введение* - суть и обоснование выбора данной темы, состоит из ряда компонентов, связанных логически и стилистически.

На этом этапе очень важно правильно *сформулировать вопрос, на который вы собираетесь найти ответ в ходе своего исследования.*

3. *Основная часть* - теоретические основы выбранной проблемы и изложение основного вопроса.

Данная часть предполагает развитие аргументации и анализа, а также обоснование их, исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. В этом заключается основное содержание эссе и это представляет собой главную трудность. Поэтому важное значение имеют подзаголовки, на основе которых осуществляется структурирование аргументации; именно здесь необходимо обосновать (логически, используя данные или строгие рассуждения) предлагаемую аргументацию/анализ. Там, где это необходимо, в качестве аналитического инструмента можно использовать графики, диаграммы и таблицы.

В зависимости от поставленного вопроса анализ проводится на основе следующих категорий:

Причина - следствие, общее - особенное, форма - содержание, часть - целое, постоянство - изменчивость.

В процессе построения эссе необходимо помнить, что один параграф должен содержать только одно утверждение и соответствующее доказательство, подкрепленное графическим и иллюстративным материалом. Следовательно, наполняя содержанием разделы аргументацией (соответствующей подзаголовкам), необходимо в пределах параграфа ограничить себя рассмотрением одной главной мысли.

Хорошо проверенный (и для большинства — совершено необходимый) способ построения любого эссе - использование подзаголовков для обозначения ключевых моментов аргументированного изложения: это помогает посмотреть на то, что предполагается сделать (и ответить на вопрос, хорош ли замысел). Такой подход поможет следовать точно определенной цели в данном исследовании. Эффективное использование подзаголовков - не только обозначение основных пунктов, которые необходимо осветить.

Их последовательность может также свидетельствовать о наличии или отсутствии логичности в освещении темы.

4. *Заключение* - обобщения и аргументированные выводы по теме с указанием области ее применения и т.д. Подытоживает эссе или еще раз вносит пояснения, подкрепляет смысл и значение изложенного в основной части. Методы, рекомендуемые для составления заключения: повторение, иллюстрация, цитата, впечатляющее утверждение. Заключение может содержать такой очень важный, дополняющий эссе элемент, как указание на применение (импликацию) исследования, не исключая взаимосвязи с другими проблемами.

Структура аппарата доказательств, необходимых для написания эссе

Доказательство - это совокупность логических приемов обоснования истинности какого-либо суждения с помощью других истинных и связанных с ним суждений. Оно связано с убеждением, но не тождественно ему: аргументация или доказательство должны основываться на данных науки и общественно-исторической практики, убеждения же могут быть основаны на предрассудках, неосведомленности людей в вопросах экономики и политики, видимости доказательности. Другими словами, доказательство или аргументация - это рассуждение, использующее факты, истинные суждения, научные данные и убеждающее нас в истинности того, о чем идет речь.

Структура любого доказательства включает в себя три составляющие: тезис, аргументы и выводы или оценочные суждения.

Тезис - это положение (суждение), которое требуется доказать. *Аргументы* - это категории, которыми пользуются при доказательстве истинности тезиса. *Вывод* - это мнение, основанное на анализе фактов. *Оценочные суждения* - это мнения, основанные на наших убеждениях, верованиях или взглядах. *Аргументы* обычно делятся на следующие группы:

1. *Удостоверенные факты* — фактический материал (или статистические данные).
2. *Определения* в процессе аргументации используются как описание понятий, связанных с тезисом.
3. *Законы* науки и ранее доказанные теоремы тоже могут использоваться как аргументы доказательства.

Требования к фактическим данным и другим источникам

При написании эссе чрезвычайно важно то, как используются эмпирические данные и другие источники (особенно качество чтения). Все (фактические) данные соотносятся с конкретным временем и местом, поэтому прежде, чем их использовать, необходимо убедится в том, что они соответствуют необходимому для исследований времени и месту. Соответствующая спецификация данных по времени и месту — один из способов, который может предотвратить чрезмерное обобщение, результатом которого может, например, стать предположение о том, что все страны по некоторым важным аспектам одинаковы (если вы так полагаете, тогда это должно быть доказано, а не быть голословным утверждением).

Всегда можно избежать чрезмерного обобщения, если помнить, что в рамках эссе используемые данные являются иллюстративным материалом, а не заключительным актом, т.е. они подтверждают аргументы и рассуждения и свидетельствуют о том, что автор умеет использовать данные должным образом. Нельзя забывать также, что данные, касающиеся спорных вопросов, всегда подвергаются сомнению. От автора не ждут определенного или окончательного ответа. Необходимо понять сущность фактического материала, связанного с этим вопросом (соответствующие индикаторы? насколько надежны данные для построения таких индикаторов? к какому заключению можно прийти на основании имеющихся данных и индикаторов относительно причин и следствий? и т.д.), и продемонстрировать это в эссе. Нельзя ссылаться на работы, которые автор эссе не читал сам.

Как подготовить и написать эссе?

Качество любого эссе зависит от трех взаимосвязанных составляющих, таких как:

1. Исходный материал, который будет использован (конспекты прочитанной литературы, лекций, записи результатов дискуссий, собственные соображения и накопленный опыт по данной проблеме).

2. Качество обработки имеющегося исходного материала (его организация, аргументация и доводы).

3. Аргументация (насколько точно она соотносится с поднятыми в эссе проблемами).

Процесс написания эссе можно разбить на несколько стадий: обдумывание - планирование - написание - проверка - правка.

Планирование - определение цели, основных идей, источников информации, сроков окончания и представления работы.

Цель должна определять действия.

Идеи, как и цели, могут быть конкретными и общими, более абстрактными. Мысли, чувства, взгляды и представления могут быть выражены в форме аналогий, ассоциации, предположений, рассуждений, суждений, аргументов, доводов и т.д.

Аналогии - выявление идеи и создание представлений, связь элементов значений.

Ассоциации - отражение взаимосвязей предметов и явлений действительности в форме закономерной связи между нервно - психическими явлениями (в ответ на тот или иной словесный стимул выдать «первую пришедшую в голову» реакцию).

Предположения - утверждение, не подтвержденное никакими доказательствами.

Рассуждения - формулировка и доказательство мнений.

Аргументация - ряд связанных между собой суждений, которые высказываются для того, чтобы убедить читателя (слушателя) в верности (истинности) тезиса, точки зрения, позиции.

Суждение - фраза или предложение, для которого имеет смысл вопрос: истинно или ложно?

Доводы - обоснование того, что заключение верно абсолютно или с какой-либо долей вероятности. В качестве доводов используются факты, ссылки на авторитеты, заведомо истинные суждения (законы, аксиомы и т.п.), доказательства (прямые, косвенные, «от противного», «методом исключения») и т.д.

Перечень, который получится в результате перечисления идей, поможет определить, какие из них нуждаются в особенной аргументации.

Источники. Тема эссе подскажет, где искать нужный материал. Обычно пользуются библиотекой, Интернет-ресурсами, словарями, справочниками. Пересмотр означает редактирование текста с ориентацией на качество и эффективность.

Качество текста складывается из четырех основных компонентов: ясности мысли, внятности, грамотности и корректности.

Мысль - это содержание написанного. Необходимо четко и ясно формулировать идеи, которые хотите выразить, в противном случае вам не удастся донести эти идеи и сведения до окружающих.

Внятность - это доступность текста для понимания. Легче всего ее можно достичь, пользуясь логично и последовательно тщательно выбранными словами, фразами и взаимосвязанными абзацами, раскрывающими тему.

Грамотность отражает соблюдение норм грамматики и правописания. Если в чем-то сомневаетесь, загляните в учебник, справьтесь в словаре или руководстве по стилистике или дайте прочитать написанное человеку, чья манера писать вам нравится.

Корректность — это стиль написанного. Стиль определятся жанром, структурой работы, целями, которые ставит перед собой пишущий, читателями, к которым он обращается.

5. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой *дискуссию* в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие подведением итогоа обсуждения, заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия, демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Готовясь к конкретной теме занятия следует ознакомиться с новыми официальными документами, статьями в периодических журналах, вновь вышедшими монографиями.

6. Методические рекомендации по подготовке к дискуссии

Современная практика предлагает широкий круг типов семинарских занятий. Среди них особое место занимает *семинар-дискуссия*, где в диалоге хорошо усваивается новая информация, видны убеждения студента, обсуждаются противоречия (явные и скрытые) и недостатки. Для обсуждения берутся конкретные актуальные вопросы, с которыми студенты предварительно ознакомлены. Дискуссия является одной из наиболее эффективных технологий группового взаимодействия, обладающей особыми возможностями в обучении, развитии и воспитании будущего специалиста.

Дискуссия (от лат. discussio - рассмотрение, исследование) - способ организации совместной деятельности с целью интенсификации процесса принятия решений в группе посредством обсуждения какого-либо вопроса или проблемы.

Дискуссия обеспечивает активное включение студентов в поиск истины; создает условия для открытого выражения ими своих мыслей, позиций, отношений к обсуждаемой теме и обладает особой возможностью воздействия на установки ее участников в процессе группового взаимодействия. Дискуссию можно рассматривать как *метод интерактивного обучения* и как особую технологию, включающую в себя другие методы и приемы обучения: «мозговой штурм», «анализ ситуаций» и т.д.

Обучающий эффект дискуссии определяется предоставляемой участнику возможностью получить разнообразную информацию от собеседников, продемонстрировать и повысить свою компетентность, проверить и уточнить свои представления и взгляды на обсуждаемую проблему, применить имеющиеся знания в процессе совместного решения учебных и профессиональных задач.

Развивающая функция дискуссии связана со стимулированием творчества обучающихся, развитием их способности к анализу информации и аргументированному, логически выстроенному доказательству своих идей и взглядов, с повышением коммуникативной активности студентов, их эмоциональной включенности в учебный процесс.

Влияние дискуссии на личностное становление студента обусловливается ее целостно - ориентирующей направленностью, созданием благоприятных условий для проявления индивидуальности, самоопределения в существующих точках зрения на определенную проблему, выбора своей позиции; для формирования умения взаимодействовать с другими, слушать и слышать окружающих, уважать чужие убеждения, принимать оппонента, находить точки соприкосновения, соотносить и согласовывать свою позицию с позициями других участников обсуждения.

Безусловно, наличие оппонентов, противоположных точек зрения всегда обостряет дискуссию, повышает ее продуктивность, позволяет создавать с их помощью конструктивный конфликт для более эффективного решения обсуждаемых проблем.

Существует несколько видов дискуссий, использование того или иного типа дискуссии зависит от характера обсуждаемой проблемы и целей дискуссии.

Дискуссия- диалог чаще всего применяется для совместного обсуждения учебных и производственных проблем, решение которых может быть достигнуто путем взаимодополнения, группового взаимодействия по принципу «индивидуальных вкладов» или на основе согласования различных точек зрения, достижения консенсуса.

Дискуссия - спор используется для всестороннего рассмотрения сложных проблем, не имеющих однозначного решения даже в науке, социальной, политической жизни, производственной практике и т.д. Она построена на принципе «позиционного противостояния» и ее цель - не столько решить проблему, сколько побудить участников дискуссии задуматься над проблемой, уточнить и определить свою позицию; научить аргументировано отстаивать свою точку зрения и в то же время осознать право других иметь свой взгляд на эту проблему, быть индивидуальностью.

Условия эффективного проведения дискуссии:

- информированность и подготовленность студентов к дискуссии,

- свободное владение материалом, привлечение различных источников для аргументации отстаиваемых положений;

- правильное употребление понятий, используемых в дискуссии, их единообразное понимание;

- корректность поведения, недопустимость высказываний, задевающих личность оппонента; установление регламента выступления участников;

- полная включенность группы в дискуссию, участие каждого студента в ней.

Подготовка студентов к дискуссии: если тема объявлена заранее, то следует ознакомиться с указанной литературой, необходимыми справочными материалами, продумать свою позицию, четко сформулировать аргументацию, выписать цитаты, мнения специалистов.

В проведении дискуссии выделяется несколько этапов.

Этап 1-й, введение в дискуссию: формулирование проблемы и целей дискуссии; определение значимости проблемы, совместная выработка правил дискуссии; выяснение однозначности понимания темы дискуссии, используемых в ней терминов, понятий.

Этап 2-й, обсуждение проблемы: обмен участниками мнениями по каждому вопросу. Цель этапа - собрать максимум мнений, идей, предложений, соотнося их друг с другом.

Этап 3-й, подведение итогов обсуждения: выработка студентами согласованного мнения и принятие группового решения.

Далее подводятся итоги дискуссии, заслушиваются и защищаются проектные задания. После этого проводится "мозговой штурм" по нерешенным проблемам дискуссии, а также выявляются прикладные аспекты, которые можно рекомендовать для включения в курсовые и дипломные работы или в апробацию на практике.

Семинары-дискуссии проводятся с целью выявления мнения студентов по актуальным и проблемным вопросам.

7. Методические рекомендации по написанию реферата

Слово "реферат" (от латинского – referre – докладывать, сообщать) означает сжатое изложение в устной или письменной форме содержания какого–либо вопроса или темы на основе критического обзора информации.

Написание реферата - вид самостоятельной работы студента, содержащий информацию, дополняющую и развивающую основную тему, изучаемую на аудиторных занятиях. Реферат может включать обзор нескольких источников и служить основой для доклада на семинарах, конференциях.

При подготовке реферата необходимо соблюдать следующие правила.

Ясно и четко сформулировать цель и задачи реферата, отражающие тему или решение проблемы.

Найти литературу по выбранной теме; составить перечень источников, обязательных к прочтению.

Только после предварительной подготовки следует приступать к написанию реферата. Прежде всего, составить план, выделить в нем части.

Введение. В этом разделе раскрывается цель и задачи работы; здесь необходимо сформулировать проблему, которая будет проанализирована в реферате, изложить своё отношение к ней, то есть мотивацию выбора; определить особенность постановки данной проблемы авторами изученной литературы; объяснить актуальность и социальную значимость выбранной темы.

Основная часть. Разделы, главы, параграфы основной части должны быть направлены на рассмотрение узловых моментов в теме реферата. Изложение содержания изученной литературы предполагает его критическое осмысление, глубокий логический анализ.

Каждый раздел основной части реферата предполагает детальное изучение отдельного вопроса темы и последовательное изложение структуры текстового материала с обязательными ссылками на первоисточник. В целом, содержание основной части должно отражать позиции отдельных авторов, сравнительную характеристику этих позиций, выделение узловых вопросов дискурса по выбранной для исследования теме.

Заключение. В заключении автор реферата должен сформулировать личную позицию в отношении изученной проблемы и предложить, может быть, свои способы её решения. Целесообразно сделать общие выводы по теме реферата и ещё раз отметить её актуальность и социальную значимость.

Список использованных источников и литературы.

Написание рефератов является одной из форм обучения студентов, направленной на организацию и повышение уровня самостоятельной работы, а также на усиление контроля за этой работой.

В отличие от теоретических семинаров, при проведении которых приобретаются, в частности, навыки высказывания своих суждений и изложения мнений других авторов в устной форме, написание рефератов формирует навыки изложения своих мыслей в письменной форме грамотным языком, хорошим стилем.

В зависимости от содержания и назначения в учебном процессе рефераты можно подразделить на два основных типа: научно-проблемные и обзорно-информационные.

Научно-проблемный реферат. При написании такого реферата следует изучить и кратко изложить имеющиеся в литературе суждения по определенному, спорному в теории, вопросу (проблеме) по данной теме, высказать по этому вопросу (проблеме) собственную точку зрения с соответствующим ее обоснованием.

Обзорно-информационный реферат. Разновидностями такого реферата могут быть следующие:

1) краткое изложение основных положений той или иной книги, монографии, содержащих материалы, относящиеся к изучаемой теме по курсу дисциплины;

2) подбор и краткое изложение содержания статей по определенной проблеме (теме, вопросу), опубликованных в различных журналах за определенный период, либо в сборниках («научных трудах», «ученых записках» и т.д.).

Темы рефератов определяются преподавателем. Литература либо рекомендуется преподавателем, либо подбирается аспирантами самостоятельно, что является одним из элементов самостоятельной работы.

Объем реферата должен быть в пределах 15 страниц машинописного текста через 1,5 интервала. При оформлении реферата необходимо ориентироваться на правила и установленные стандарты для учебных и научных работ.

Реферат сдается в указанные преподавателем сроки.

Критерии оценивания:

- достижение поставленной цели и задач исследования (новизна и актуальность поставленных в реферате проблем, правильность формулирования цели, определения задач исследования, правильность выбора методов решения задач и реализации цели; соответствие выводов решаемым задачам, поставленной цели, убедительность выводов);
- уровень эрудированности автора по изученной теме (знание автором состояния изучаемой проблематики, цитирование источников, степень использования в работе результатов исследований);
- личные заслуги автора реферата (новые знания, которые получены помимо основной образовательной программы, новизна материала и рассмотренной проблемы, научное значение исследуемого вопроса);
- культура письменного изложения материала (логичность подачи материала, грамотность автора);
- культура оформления материалов работы (соответствие реферата всем стандартным требованиям);
- знания и умения на уровне требований стандарта данной дисциплины: знание фактического материала, усвоение общих понятий и идей;
- степень обоснованности аргументов и обобщений (полнота, глубина, всестороннее раскрытие темы, корректность аргументации и системы доказательств, характер и достоверность примеров, иллюстративного материала, наличие знаний интегрированного характера, способность к обобщению);
- качество и ценность полученных результатов (степень завершенности реферативного исследования, спорность или однозначность выводов);
- корректное использование литературных источников, грамотное оформление ссылок.

8. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь

на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На

консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон, иначе в день экзамена не будет чувства бодрости и уверенности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестное выполнение заданий;

3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

2. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

3. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

С. Г. Паняк, Т. С. Бобина

УЧЕБНАЯ ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ ПРАКТИКА

Учебное пособие
для студентов специальности
21.05.04 – «Горное дело»

Екатеринбург
2020

УДК
ББК
Б

Рецензент: А. Б. Макаров, доцент кафедры геологии, поисков и разведки полезных ископаемых УГГУ

Печатается по решению Редакционно-издательского совета
Уральского государственного горного университета

Паняк С. Г., Бобина Т.С.

Учебная геологическая практика: Учебное пособие к первой учебной геологической практике по курсу «Геология» в окрестностях г. Екатеринбурга. Уральский государственный горный университет. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2020. 95 с.

Настоящее пособие состоит из трех частей. Первая часть содержит методику проведения учебной практики и правила техники безопасности. Во второй – описываются геологические процессы, формирующие основные структуры земной коры и различные формы рельефа поверхности. В третьей части приводится описание опорных геологических маршрутов – основных объектов полевых исследований.

Данное пособие предназначено для студентов специальности 21.05.04 – «Горное дело». Однако может быть использовано студентами других специальностей, походящих учебную геологическую практику в окрестностях г. Екатеринбурга. Пособие может быть полезным также для любителей камня, интересующихся природой и красотой родного края.

УДК
ББК

© Паняк С. Г., Бобина Т.С., 2020
© Уральский государственный горный университет, 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 4
1. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ УЧЕБНОЙ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ ПРАКТИКИ .. 6
1.1. Организация практики, цели и задачи 6
1.2. Содержание практики 7
1.3. Правила техники безопасности 13
2. ГЕОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ФОРМИРОВАНИИ ЗЕМНОЙ КОРЫ И РЕЛЬЕФА ЗЕМЛИ 19
2.1. Эндогенные процессы и их продукты 19
2.1.1. Магматизм и его продукты 19
2.1.2. Метаморфизм и его продукты 25
2.1.3. Тектоника 38
2.2. Экзогенные процессы 47
2.2.1. Литогенез 47
3. ОПИСАНИЕ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ МАРШРУТОВ 60
3.1. По Уктусскому массиву 60
3.2. Елизаветинское месторождение 65
3.3. Шабровское рудное поле 69
3.4. Шиловское месторождение 76
3.5. Березовское рудное поле 80
3.6. Гора Хрустальная 83
3.7. Билимбаевское месторождение 88
3.8. Суффозионные процессы вдоль линий метро 92
ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА 94
ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА 94

ВВЕДЕНИЕ

Учебная геологическая практика после первого курса является неотъемлемой и важнейшей частью высшего образования, способствует формированию у студентов практических профессиональных навыков. На практике студенты учатся наблюдать, документировать и обобщать геологические факты, что способствует закреплению пройденного материала по теоретическому курсу «Геология», «Динамическая геология». Кроме того, учебная практика играет важную роль в подготовке студентов к последующему изучению других специальных дисциплин, а также в трудовом воспитании, развитии чувства коллективизма, организаторских способностей.

При выборе места проведения практики и основных маршрутов выпускающая кафедра исходила из того, что наиболее удачным районом практики по динамической геологии является такой, где на относительно небольшой территории располагаются разнообразные геологические объекты. Их специфика определяется: 1 – сложным геологическим строением; 2 – продуктами различных процессов – магматизма, метаморфизма, тектоники; 3 – большим количеством разнообразных месторождений полезных ископаемых; 4 – выходами подземных вод; 5 – проявлениями опасных геологических и антропогенных процессов, включая жизнедеятельность человека. Таким районом с большим разнообразием процессов и их продуктов являются, прежде всего, окрестности г. Екатеринбурга.

Сам город Екатеринбург строился как город-крепость, для которого была необходима разведка новых полезных ископаемых. Многие из них эксплуатируются до сих пор. Район Екатеринбургского геологического полигона географически размещается в пределах лесной зоны, а в орографическом отношении охватывает зону главного водораздела и пологого восточного эродированного восточного склона Среднего Урала, и, частично, краевую зону Зауралья. Рельеф этого района грядовый, неравномерно всхолмленный, с общим понижением на восток, максимальная абсолютная отметка 545 м, относительные превышения 70-250 м.

Гидрографическая сеть представлена системой рр. Исети, Пышмы, Чусовой и их притоков, принадлежащих бассейнам рек Тобола и Камы. На реках Исети и Чусовой искусственно созданы крупные водоемы – оз. Исетское, Нижне-Исетский и Верх-Исетский пруды, Верхне-Макаровское и Волчихинское водохранилища. На площади имеются крупные естественные водоемы – озера Аятское, Таватуй, Щитовское, Балтым, Шарташ. Значительные площади, особенно в западной части района, заняты болотами. Территория Екатеринбургского геологического полигона являются частью одного из старейших горнорудных районов Урала, где и в настоящее время эксплуатируются месторождения коренного золота (Березовское, Крылатовское), россыпного золота (Чусовская группа), титаномагнетита (Первоуральск), благородного змеевика (Шабровская группа), мрамора (Мраморское, Шабровское), кирпичных глин и строительного камня. Район

густо населен и экономически развит, хорошо развиты пути сообщения: железные, шоссейные и улучшенные грунтовые дороги, благодаря чему большая часть района доступна для проведения геологических исследований. Многочисленные грунтовые дороги пригодны для проезда в сухое время года. Обнаженность района неравномерная и в целом удовлетворительная.

В настоящем пособии описаны геологические маршруты в окрестностях города Екатеринбурга, где можно увидеть результаты процессов, происходивших в далеком прошлом и зафиксированных в каменной книге. Маршруты открывают многообразие геологических процессов и их продуктов: хрупкие и пластические деформации, различные формы рельефа, магматические, метаморфические и осадочные породы, минералогические редкости, а также проявления оползней, карста, подтоплений и других опасных явлений.

Особый интерес для представителей студентов специальности «Прогнозирование и предупреждение опасных природных явлений» представляют отдельные формы эрозионного рельефа (речные террасы, долины, овраги), проявления тектоники (складки, разрывные нарушения), причудливые скальные городища, возникшие в результате выветривания и геологической деятельности ветра. Многие из этих геологических образований являются памятниками природы. К сожалению, человек нередко вносит изменения в природу, которые часто приводят к необратимым последствиям. Это необходимо иметь в виду при проведении маршрутов, чтобы не изуродовать скальные выходы при взятии образцов, иногда лучше зафиксировать объект на фотопленку, чем выколачивать его из скалы. Интересные объекты можно также зарисовать в пикетажную книжку, сохраняя их для будущих поколений.

Климат района континентальный. Среднегодовое количество осадков 450-550 мм, высота снежного покрова 0,4-0,6 м, глубина промерзания грунтов 0,5-2,0 м. Большая часть района покрыта хвойными, смешанными и лиственными лесами (сосна, лиственница, кедр, береза, осина).

1. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ УЧЕБНОЙ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ ПРАКТИКИ

1.1. Организация практики, цели и задачи

Учебная геологическая практика после первого курса проводится в течение двух недель, состоит из нескольких этапов и заканчивается написанием отчета, который составляется составом бригады.

***Цель практики*:** Знакомство с результатами естественных геологических процессов в окрестностях г. Екатеринбурга путем их полевого наблюдения и документации. Овладение профессиональными навыками описания естественных и искусственных обнажений закрепляет теоретические знания, полученные в процессе изучения курсов «Геология» и «Динамическая геология».

Задачи практики:

— знакомство с методиками полевых геологических, геоморфологических, и гидрогеологических наблюдений;

— обучение студентов методики работы с горным компасом;

— знакомство с методикой документации полевых объектов: естественных обнажений, опорных разрезов, горных выработок, особенностей рельефа местности и т. д.;

— обучение приемам камеральной обработки полевых материалов, оформлению геологического отчета с необходимыми графическими приложениями;

— знакомство с некоторыми промышленными предприятиями и их влиянием на среду обитания.

Студенты, прошедшие геологическую практику, должны:

— иметь представление об эндогенных и экзогенных геологических процессах, потенциально несущих угрозу катастроф;

— различать экзогенные процессы, которые в последнее время все больше стимулируются антропогенными факторами, связанными с деятельностью человека;

— уметь делать предварительную оценку возможных потенциальных катастроф, связанных с теми или иными экзогенными, эндогенными и антропогенными процессами в районе практики.

После завершения практики студенты должны уметь:

— различать между собой магматические, метаморфические и осадочные породы;

— наблюдать и документировать обнажения горных пород;

— уметь вести абрис маршрута;

— вести дневник наблюдений (пикетажную книжку);

— отбирать образцы пород и вести их каталог;

— замерять элементы залегания слоистости, трещиноватости, сланцеватости;

— работать с горным компасом, составлять с его помощью фрагментарные схемы и планы, разрезы;

— анализировать геологические структуры, возрастные взаимоотношения различных геологических образований, как в обнажениях, так и на картах.

Таким образом, в результате освоения задач практики студенты должны получить:

— общекультурные компетенции ОК-6,7,8,10,11;

— профессиональные компетенции ПК-1,2,3,4,8,17,18.

1.2. Содержание практики

Геологическая практика проводится сотрудниками кафедры Геологии и защиты в чрезвычайных ситуациях. Как и любые другие полевые геологические исследования, она состоит из трех основных этапов – подготовительного, полевого и камерального.

Подготовительный этап

П о д г о т о в и т е л ь н ы й э т а п продолжается один день, в течении которого со студентами проводятся лекции о целях и задачах практики, формируются учебные бригады из 4-5 человек, выбирается бригадир, готовится и выдается полевое снаряжение (рюкзак, полевая сумка, мешочки под образцы, компас, фотоаппарат, рулетка, геологический молоток, лупа, складной нож, ручка, карандаш, линейка, медицинская аптечка), а также документы (карты, полевой дневник, журнал образцов, этикетки). Перечисленным снаряжением и документами должна располагать каждая учебная бригада, полевой дневник должен иметь каждый студент для самостоятельного ведения записей и зарисовок обнажений.

Для успешного проведения учебной геологической практики необходимо осуществить ряд мероприятий, направленных на строгое выполнение правил техники безопасности в полевых условиях. Прежде всего, нужно организовать медицинский осмотр студентов, которые будут проходить практику, сделать предохранительные прививки. Эти мероприятия осуществляются до экзаменационной сессии в течение учебного семестра. Вторым обязательным мероприятием является ознакомление студентов с правилами безопасности и трудовой дисциплины. Студенты, сдавшие зачет по технике безопасности, расписываются в соответствующей ведомости, удостоверяя, тем самым, что они знакомы с правилами безопасности и дисциплины на учебной практике. Особое внимание в правилах техники безопасности уделяется следующим разделам:

- организация полевого лагеря;
- ведение маршрута;
- работа в горной местности;
- работа в карстовых областях;
- переправа через водные преграды;
- использование автотранспорта;
- пртивоэнцефалитная подготовка;
- обеспечение питьевой водой;
- оказание до врачебной помощи;
- правила передвижения группами по городским улицам и автомобильным дорогам;
- правила поведения в общественном транспорте.

В подготовительный период студентам читаются лекции о геологическом строении окрестностей г. Екатеринбурга, истории его геологического развития, а также знакомят с коллекцией образцов данного района.

Полевой период

В полевой период проводятся полевые маршруты на хорошо вскрыытых природных обнажениях, а также на участках с проявлениями антропогенного влияния на устойчивость промышленных и хозяйственных объектов.

Первые маршруты предусматривают усвоение студентами общих навыков работы в полевых условиях. С этой целью преподаватели рассказывают о методике полевых геологических наблюдений, показывают следствия их проявлений на рельефе местности.

Выполнение маршрутного задания зависит, прежде всего, от четкой организации работы студенческих бригад в полевых условиях. Этому способствует предварительное распределение обязанностей между членами бригады перед очередным маршрутом. В каждом маршруте посменно одни студенты отвечают за один из участков работы, на следующий день они отвечают за другой и т. д.

Объем геологической информации возрастает от маршрута к маршруту. Своевременная обработка этого материала определяет качество итоговых геологических документов, в связи, с чем эту работу следует проводить до периода составления отчета.

Основная форма проведения полевых геологических наблюдений – маршруты, которые являются составной частью учебного процесса практики. Количество их и содержание определяются целями и задачами, планом обучения и программой геологической практики с учетом специфики специальности.

Практически во всех случаях маршруты являются комплексными, когда одновременно ведутся наблюдения над несколькими процессами и объектами. Целесообразность таких маршрутов обусловлена выявлением взаимосвязи

отдельных геологических процессов и явлений. Например, в одном маршруте полезно проследить связи между формами рельефа, литологией пород и тектоникой района, выходами подземных вод на поверхность и определенным стратиграфическим горизонтом, выветриванием и составом горных пород.

Необходимо особо подчеркнуть, что геологические наблюдения в маршруте должны вестись непрерывно.

Основная работа в маршрутах – изучение горных пород, описание результатов тектонических, геоморфологических и других процессов, включая опасные. Записи проводятся на специальных остановках – точках наблюдения (Т.Н.). По характеру изучаемых явлений «Т.Н.» можно условно разделить на три вида. На одних проводится изучение и описание геолого-географических особенностей (тектоники, рельефа, деятельности подземных и поверхностных вод, выветривания и т. д.); на других - изучение и описание горных пород и условий их залегания в обнажениях; и, наконец, на третьих – (наиболее частый случай) исследуются и те и другие вопросы одновременно. Остановка на «Т.Н.» даже на небольшом объекте отнимает много времени, поэтому нужно выбирать каждую точку так, чтобы была возможность изучать наибольшее число объектов и явлений.

При остановке на «Т.Н.» прежде всего, следует сориентироваться по сторонам света (с использованием компаса, по солнцу, или другому способу) и определить нахождение точки на карте и местности, т. е. дать ее адрес. Определение местонахождения производится методом засечек по азимутам на хорошо заметные элементы рельефа, гидрографии и т. д. или методом глазомерной привязки точки по азимуту и расстоянию, определяемому, например, шагами. После привязки наносят местонахождение данной точки на карту под соответствующим номером (нумерация точек наблюдения должна быть сквозной). Сегодня следует осваивать переходить на новейшие методики ориентации на местности – ГЛОНАС и GPS.

Изучая на точке наблюдения геологическое строение отдельного участка, целесообразно, прежде всего, описать общегеологические явления – геоморфологию, гидрографию, тектонику и т. д. Переходя к конкретному описанию пород обнажения, прежде всего, отмечают его размер по высоте и ширине, а также тип (обрывистый склон, скальный выход на склоне, обнажение в русле рек, стенка карьера, элювиальный развал и т. д.). После этого приступают к описанию пород. В зависимости от целей и задач такое описание дается либо в общем виде, либо более подробно и послойно, либо по отдельным пачкам. В последнем случае лучше описывать слои и пачки снизу вверх.

В описании пород должна быть приведена сжатая характеристика их отличительных генетических свойств: текстура, структура, минеральный состав, тектонические дислокации и т. д. В описании указываются элементы залегания пород, их слоистости, сланцеватости, крыльев складок, плоскостей сместителей и т. д. Отмечаются места отбора образцов и их нумерация. На

левой стороне пикетажной книжки приводятся зарисовки и указываются места фотоиллюстраций.

При описании породы рекомендуется следующий порядок работы на обнажении. Прежде всего, следует внимательно осмотреть обнажение, отобрать серию образцов, определить все имеющиеся здесь породы, выделить отдельные пласты, магматические тела, метасоматические зоны, контакты. Определить элементы залегания. При этом руководитель контролирует и направляет работу отдельных студентов и всей группы для того, чтобы прояснилась общая картина обнажения. После этого делают полное описание, а затем схематическую зарисовку обнажения, которая дублируется фотографированием. При необходимости делают зарисовки и фотографии деталей обнажения.

В первых маршрутах и при изучении принципиально новых объектов преподаватель должен сам давать соответствующие описания. Позднее, когда студенты овладеют соответствующими навыками и усвоят общую схему описания, можно поручить одному из них рассказать о том, что он мог бы написать в своем полевом дневнике на данной «Т.Н.». Остальные студенты делают свои замечания и дополнения и, наконец, преподаватель обобщает все сказанное и формулирует итоги для общей записи.

Ниже приведены лишь наиболее важные методические положения из этой области.

Основные правила ведения первичной документации

Формы первичной документации включают:

1 – дневники, полевые книжки;

2 – журналы документации горных выработок;

3 – журналы образцов, проб и т. д.;

4 – этикетки;

5 – зарисовки обнажений, горных выработок;

6 – фотографии естественных и искусственных обнажений.

В процессе документации исполнитель обязан придерживаться следующих правил:

1 – все записи ведутся максимально разборчиво;

2 – записи должны выполняться по одинаковой схеме;

3 – записи должны вестись карандашом или чернилами, которые не расплываются во влажных условиях;

4 – записные книжки или дневники должны иметь сквозную нумерацию листов.

Ниже приведены основные правила ведения дневников (полевых книжек).

Дневник (полевая книжка) – основной первичный документ регистрации геологических наблюдений всех видов (собственно геологических, поисковых,

геоморфологических и т. п.). Он изготовляется в виде книжки в твёрдом переплёте, покрытом дерматином или другим материалом, предохраняющим его от сырости, механических и иных повреждений. На случай потери рекомендуется использование материалов яркого цвета, хорошо заметных на фоне растительного и почвенного покрова.

На третьей странице обложки помещается карман. С внутренней стороны клапана располагается держатель для карандаша (ручки).

Формат книжки допускается в пределах от 10-12 х 15-18 см (для кармана одежды) до 13-15 х 20-22 см (для полевой сумки). Большие форматы не рекомендуются вследствие неудобства для использования в маршруте, меньшие – как неоправданно дробящие запись на чрезмерно короткие строки и затрудняющие её чтение.

Рекомендуемый объём дневника – 100–130 листов. Дневник должен изготовляться из писчей бумаги, 6-10 листов миллиметровки и нескольких листов кальки.

Титульный лист дневника должен содержать название организаций, экспедиций (партий, отрядов), фамилию, имя, отчество исследователя, даты начала и окончания дневника, номера точек наблюдения и адрес, по которому следует вернуть утерянный дневник.

На обороте титульного листа помещается оглавление дневника.

На первой странице дневнике помещаются условные обозначения к зарисовкам, список сокращений, принятых в тексте, и необходимые замечания. Далее при необходимости могут быть помещены вспомогательные таблицы (определение истиной мощности и глубины залегания наклонных пластов, поправки к углам падения при пересечениях, не перпендикулярных к простиранию пластов и др.) и необходимые пояснения к ним.

На правой стороне дневника ведётся запись наблюдений. Здесь же отмечаются взятые пробы, образцы и другие виды каменного материала.

Перед описанием маршрута, разреза и т. п. указываются день, месяц, год и цель работы. Описание каждой точки наблюдения начинается с красной строки. Привязка точки к местности или предыдущей точке помещается рядом с её номером и образует вместе с ним отдельную точку или абзац. Номера точек наблюдения рекомендуется выделить прямоугольными рамками (в примерах выделены полужирным шрифтом), номера образцов и проб и т. п. подчёркиваются или заключаются в овальную рамку. Измерения элементов залегания, радиоактивности, содержания химических элементов и т. п. выделяются отдельной строкой.

На левой стороне дневника помещаются вспомогательные записи, облегчающие пользование документацией. На неё выносятся все номера образцов, проб и других видов каменного материала, номера фотографий (с указанием их содержания), могут выноситься также элементы залегания. На этой же стороне помещаются зарисовки геологических объектов и их деталей, а также различные схемы для обнажений (отбора образцов и проб, расположение рисунков и фотографий и т. п.) или участков (расположении е геологических

тел на местности, кроки местности с расположением обнажений, горных выработок и т. п.). Здесь же излагаются предположения и соображения исследования, возникающие в процессе наблюдения, но требующие подтверждения или детализации.

В конце описания каждого маршрута должны быть приведены основные выводы исследователя и протяжённость маршрута в километрах.

Законченный дневник подписывается исполнителем, проверяется и подписывается начальником партии (отряда, участка).

Камеральный этап

К а м е р а л ь н ы й э т а п проводится последовательно после завершения одного или двух маршрутов и включает в себя время на обработку полевых материалов, составление отчета и его защиту.

В камеральный этап выполняются следующие виды работ:

- обработка полевых книжек;
- занесение в каталог образцов отобранных проб;
- оформление рисунков к отчету;
- изготовление и описание разрезов, схем и карт;
- изготовление фотографий и вынесение на них геологической информации;
- окончательное уточнение полевых определений горных пород, составление рабочей коллекции каменного материала;
- написание и оформление отчета;
- защита отчета.

Главная цель написания отчета – овладение анализом и обобщением геологических наблюдений и умение грамотно изложить результаты такого обобщения. При этом вырабатываются навыки правильного оформления отчетов, подбора и изготовления графических приложений, составление списка литературы и т. д. Поскольку цель настоящей практики состоит в закреплении теоретических знаний по курсу «Динамическая геология», то вопросам динамики эндогенных и экзогенных процессов, деформаций пород, формам рельефа, гидрогеологическим особенностям района работ необходимо уделить максимальное внимание.

Повышенные требования к методике наблюдения природных объектов и их документации особенно важны для будущих специалистов в области защиты в чрезвычайных ситуациях, поскольку они обязаны не только фиксировать природные и техногенные процессы, но научиться их прогнозировать.

1.3. Правила техники безопасности

Введение

Настоящая инструкция по технике безопасности предназначена для студентов, проходящих учебную геологическую практику в окрестностях г. Екатеринбурга. Опыт показывает, что незнание правил техники безопасности, пренебрежение элементарными правилами влекут за собой несчастные случаи.

Молодые люди, юноши и девушки, решив посвятить свою жизнь трудной профессии должны отчетливо представлять свою будущую специальность. Полевые исследования выполняются в различных природных и климатических условиях. Они требуют от человека физической выносливости, самообладания, умения в сложных условиях, в любой обстановке не теряться. Поэтому подготавливать свой организм, воспитывать в себе необходимые качества и навыки студент должен с первого курса. Участие в экскурсиях, геологических и туристических походах помогает закрепить и приобретать навыки полевой жизни. В этом случае студент на самостоятельной работе будет физически вынослив и морально подготовлен. Очень важным является то, что для успешного выполнения программы геологической практики необходимо знание и умение соблюдать на практике правила личной гигиены и правила безопасности ведения работ.

В данной инструкции приводятся основные положения Правил безопасности при полевых работах.

1. Общие правила безопасности

Геологическая практика должна проводиться по утвержденным в установленном порядке программам, в которых предусматриваются мероприятия по технике безопасности с учетом местных условий в соответствии с настоящей Инструкцией.

Перед геологической практикой все студенты должны пройти медицинское освидетельствование и сделать предохранительные прививки против энцефалита.

Руководители практики перед ее началом обязаны провести специальный инструктаж всех студентов об условиях практики, правилам безопасности и дисциплине. Врач проводит инструктаж об оказании необходимой медицинской помощи на маршруте. О прохождении инструктажа каждый студент расписывается в «Книге регистрации обучения и инструктирования студентов по технике безопасности». В процессе проведения полевых работ руководители групп должны также систематически проводить дополнительный инструктаж о мерах предотвращения наиболее вероятных для данного района работ опасностей и несчастных случаев.

Каждый работающий, заметивший опасность, угрожающую людям, обязан принять зависящие от него меры для ее устранения и немедленно сообщить об этом своему непосредственному руководителю. Руководитель обязан принять меры к устранению опасности; при невозможности устранения опасности – прекратить работы, вывести работающих в безопасное место.

Запрещается во время работы и во время перерывов располагаться в траве, кустарнике и других, не просматриваемых местах, если на участке работ используются транспортные средства.

Запрещается допускать к работе лиц в состоянии алкогольного, наркотического или токсического опьянения, а также в болезненном состоянии.

2. Требования безопасности работы в маршрутах

Перед выходом группы в маршрут руководитель группы обязан:

а) проверить готовность группы к маршруту (обеспеченность ее топоосновой, снаряжением, продовольствием, инструментом, защитными и спасательными средствами);

б) дать указание старосте о порядке проведения маршрута, о правилах передвижения применительно к местным условиям;

в) нанести на свою карту линию намеченного маршрута группы.

В дни, когда по прогнозу погоды затяжной дождь, сильный ветер, то выходить в маршруты запрещается. Если затяжной дождь, густой туман застают группу в пути, необходимо прервать маршрут, укрыться в безопасном месте и переждать непогоду.

2.1. Порядок передвижения в маршрутах

Движение группы должно быть компактным, обеспечивающим постоянную зрительную или голосовую связь между людьми и возможность взаимной помощи. При отставании кого-либо из участников маршрута с потерей видимости или голосовой связи, старший группы обязан остановить движение и подождать отставшего.

При ухудшении метеорологической обстановки (снегопад, гроза, густой туман и т.п.), появлении признаков пожара, при агрессивном поведении хищных зверей следует прекратить маршрут и принять меры, обеспечивающие безопасность работающих.

В маршрутах каждому студенту рекомендуется надевать яркий шарф, косынку или рубашку для обеспечения лучшей взаимной видимости.

Запрещается употреблять в пищу неизвестные грибы, ягоды и рыбу во избежание возможного отравления.

Использование для питьевой воды минеральных источников, бальнеологические свойства которых неизвестны, запрещается, не рекомендуется также купаться в них.

При передвижении и на привалах необходимо соблюдать питьевой режим в соответствии с разделом 4 «Инструкции по оказанию первой помощи при несчастных случаях на производстве». Пить сырую воду из луж, ям и других поверхностных водоемов запрещается. Употребление сырой воды для питья допускается только с разрешения санитарно-противоэпидемической службы.

Особое внимание в маршрутах необходимо уделять мерам предупреждения тепловых и солнечных ударов. В жаркие безветренные дни работать с непокрытой головой не разрешается.

Одежда не должна стеснять движений при работе, обувь обязательно подбираться по ноге.

Для защиты от кровососущих насекомых рекомендуется надевать накомарники или периодически смазывать лицо, шею, руки репеллентами.

В маршруте каждый студент должен иметь нож, индивидуальный перевязочный пакет и запасную коробку спичек в непромокаемом чехле.

Перевозить и переносить острые колющие инструменты (топоры, пилы, ножи и пр.) следует в предохранительных чехлах или в обертке.

2.2. Маршруты в сложных условиях, в горных местностях

При движении и работе на скалах сбрасывать камни и отваливать неустойчивые глыбы без надобности запрещается.

При передвижении по узким тропам и карнизам выступы камней, корни деревьев и т. п. следует обходить очень осторожно, т. к. при резких поворотах можно зацепиться рюкзаком, потерять равновесие и сорваться с обрыва. В таких условиях ремни рюкзаков должны быть ослаблены, связывать их на груди запрещается.

При работе на обрывистых и крутых (более 30°) склонах при отсутствии необходимой опоры следует организовать взаимную страховку работающих.

При движении по осыпям и скалам всегда следует иметь в виду возможность срыва сверху камней и каменных лавин. В таких местах, особенно с карнизными скальными развалами, в узких ущельях со слабоустойчивыми стенками и нависшими каменными глыбами, срыв камней может быть вызван звуком. Поэтому крики без надобности в подобных условиях запрещаются.

Выходить на скальные карнизы, на края обрывов и крутых склонов без соответствующей страховки запрещается.

Подниматься и спускаться по крутым склонам и осыпям следует длинными зигзагами («серпантином»). Подъем вверх «в лоб» и спуск прямо во избежание травмирования камнями идущих ниже не рекомендуется. В случае вынужденного движения таким способом необходимо держаться на максимально близком расстоянии друг от друга.

Подъем и спуск по крутым склонам должны производиться с обязательной взаимопомощью.

При подъеме на гору в залесенной местности, а также при передвижении в густых кустарниках расстояние между людьми должно быть не менее 3 м во избежание травмирования ветками идущего следом.

Подъем и спуск по крутым склонам в местах, где водятся ядовитые паукообразные и змеи, должны проводиться особенно осторожно во избежание внезапного укуса.

2.3. Маршруты в сложных условиях: в речных долинах и оврагах

При работе в речных долинах и оврагах с крутыми обрывистыми склонами передвижение и осмотр обнажений (во избежание опасности обвала, оплыва, падения камней и деревьев) должны производиться очень осторожно.

В случае внезапных грозовых ливней работа в овраге должна быть немедленно прекращена.

Запрещается движение вблизи кромки берегового обрыва.

При передвижении по долинам рек, особенно в местах впадения притоков со спокойным течением, илистые и заболоченные участки следует по возможности обходить или преодолевать их с помощью охранных средств (веревки, шесты, настилы).

2.4. Маршруты в сложных условиях; в лесных районах

При проведении маршрутов в лесу особенно строго должны соблюдаться правила зрительной и голосовой связи.

Передвижение через лесные завалы разрешается только с соблюдением соответствующих мер предосторожности

На участках, заросшей высокой и густой травой, рекомендуется начинать работу после высыхания росы.

При работе в лесу следует строго соблюдать меры пожарной безопасности.

Бросать в лесу непотушенные спички и окурки запрещается. Костры разрешается разводить лишь в местах, где исключена возможность возникновения пожара.

При малейшем признаке лесного пожара (запах дыма, гари, бег зверей и полет птиц в одном направлении) группа должна выйти к ближайшей речной долине или поляне.

При возникновении пожара необходимо приступить к его тушению с помощью всех имеющихся средств и одновременно сообщить об этом местным органам власти.

При передвижении по горелым лесам и торфяникам следует соблюдать особую осторожность.

При проведении маршрутов в местах распространения энцефалитных клещей рекомендуется плотно застегивать одежду и 3-4 раза в день осматривать тело и одежду.

Запрещается:

а) работать в зоне возможного падения сухостойных деревьев;

б) передвигаться по участкам леса с сухостойными деревьями во время сильного ветра;

в) ударять по сухостойным деревьям инструментом, рукой и т. п.;

г) укрываться во время грозы под высокими и отдельно стоящими деревьями.

2.5. Маршруты в сложных условиях: карст

При движении по закарстованным площадям следует обходить блюдцеобразные и воронкообразные впадины.

Запрещается:

а) производить обследование вновь обнаруженных карстовых пустот;

б) разводить костры перед входом в пещеру.

2.6. Опробование

При отборе образцов в выработках должны применяться меры по защите от падения кусков породы со склона и бортов выработки.

При одновременной работе двух или более пробоотборщиков на одном уступе расстояние между участками их работ должно быть не менее 1,5м.

3. Требования безопасности в аварийных ситуациях

3.1. Если произошел несчастный случай или студент почувствовал недомогание, то следует:

— прекратить работу, сохранить обстановку места происшествия, если это не представляет опасности для окружающих;

— сообщить руководителю, вызвать скорую помощь.

3.2. При получении травмы оказать первую помощь пострадавшему, сообщить руководителю, при необходимости вызвать скорую помощь или отправить пострадавшего в ближайшее лечебное учреждение. Для оказания первой помощи при ранениях и кровотечениях необходимо на рану наложить стерильный бинт, предварительно смазать настойкой йода очищенный от грязи участок вокруг раны. При сильном кровотечении необходимо наложить выше раны жгут не более, чем на 1.0 - 1.5 часа.

3.3. При возникновении пожара немедленно сообщить о нем преподавателю и в пожарную часть, известить руководителя практики, обезопасить людей и приступить к тушению очага возгорания с помощью первичных средств пожаротушения.

3.4. При обнаружении опасных ситуаций (оголенный электрический провод), оградить опасную зону и сообщить руководителю.

4. Требования безопасности по окончании практической работы

4.1. Привести в порядок снаряжение и другие принадлежности.

4.2. Провести мероприятия личной гигиены. Провести осмотр всех участников экскурсии на предмет обнаружения клещей.

4.3. Организованно пройти на автобусную остановку для возврата в город.

4.4. Ожидать транспорт разрешается только на посадочных площадках, а при их отсутствии – на тротуаре или обочине.

2. ГЕОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ФОРМИРОВАНИИ ЗЕМНОЙ КОРЫ И РЕЛЬЕФА ЗЕМЛИ

Облик Земли в ходе ее развития непрерывно изменяется в результате разнообразных геологических процессов. Многие из них протекают настолько медленно, что человек за всю свою жизнь не может обнаружить каких-либо существенных изменений. Но когда процессы действуют в течение длительных отрезков геологического времени, исчисляемых миллионами лет, они приводят к крупным преобразованиям лика Земли. Другие процессы, например извержения вулканов, землетрясения, протекают быстро, и их проявления можно наблюдать непосредственно. Созидающие и разрушающие геологические процессы вызываются различными источниками энергии.

Одни из них связаны с силами, действующими внутри Земли, и называются процессами внутренней динамики или ***эндогенными*** (от греческого «эндо» – внутри). Другие проявляются на поверхности Земли и в верхних частях земной коры и связаны с воздействием внешних по отношению к земной коре факторов. Эти процессы называются ***экзогенными*** (от греческого «экзо» – внешний). В результате взаимодействия внешних и внутренних процессов формируется рельеф Земли (горы, равнины, ущелья, речные террасы).

2.1. Эндогенные процессы и их продукты

К эндогенным относят процессы, протекающие преимущественно внутри Земли, однако главным их признаком являются источники энергии, за счет которых они развиваются. Главным источником внутренней энергии считают гравитационный, второстепенными – радиоактивный и ротационный. К эндогенным процессам, например, относят формирование эффузивных пород, хотя застывание лавовых потоков происходит на дневной поверхности. К эндогенным относят магматические процессы, метаморфические преобразования пород, а также процессы движения литосферных плит (тектонику).

2.1.1. Магматизм и его продукты

Под магматизмом понимают совокупность геологических процессов, связанных с деятельностью магмы и ее производными. Магма представляет собой высокотемпературный расплав (800-1500 градусов Цельсия), возникающий в астеносфере. В силу определенных физико-химических процессов расплав может оставаться на месте его рождения или подниматься по подводящим каналам на дневную поверхность.

В случае если магматический расплав достигает поверхности, после его остывания образуются так называемые *эффузивные породы* (от «эффузио» –

излияние). Сама магма при достижении поверхности называется лавой. Всю совокупность процессов, связанных с магматической деятельностью и протекающих на дневной поверхности, называют вулканизмом или эффузивным магматизмом.

Различия в химическом составе эффузивных и интрузивных пород незначительны. Значимые различия ощущаются лишь в содержании газов, которые при снижении давления в приповерхностных условиях из лавовых потоков быстро удаляются. В верхних частях таких потоков их остатки иногда сохраняются в виде газовых пузырьков.

Химический состав магматических пород определяют около 10-ти основных (породообразующих) компонентов. Однако ведущую роль в составе магмы играет компонент кремнезем – SiO_2, его количество, определяет минеральный состав пород, а также их классификацию. В магматических породах содержание кремнезема колеблется в пределах 35-75 %. Все породообразующие минералы магматических пород являются силикатами, т. е. соединениями разных химических элементов с кремнеземом. Такие соединения с кремнеземом образуют: Al_2O_3, Fe_2O_3, FeO, MgO, CaO, Na_2O, K_2O, TiO_2, MnO, H_2O.

Кроме главных (породообразующих) компонентов магматические породы могут содержать другие химические элементы, называемые редкими, их содержание обычно не превышает 1 %.

Все многообразие магматических горных пород представляет собой комбинацию одного или нескольких упомянутых выше химических компонентов, образующих один из семи породообразующих минералов (силикатов): оливин, пироксен, роговая обманка, слюда (темноцветные минералы), а также плагиоклаз, калиевый полевой шпат, кварц (светлоокрашенные минералы). Если горная порода состоит из одного минерала, то она называется ***мономинеральной***, если из нескольких – ***полиминеральной***.

Классификация магматических пород основана на их химическом, а значит минеральном составе. Все магматические породы разделяются по содержанию кремнезема (SiO_2) на 4 класса:

- кислые – более 63 %,
- средние – 52-63 %,
- основные – 45-52 %,
- ультраосновные – менее 45 %.

Максимальное количество кремнезема содержится, естественно, в кварце (100 %), минимальное – в оливине (40 %).

Минеральный состав магматических пород является отражением их химического состава. Например, кислые породы состоят из минералов с наибольшим содержанием SiO_2, а ультраосновные – с наименьшим. Исходя из этих соображений, минеральный состав различных классов магматических пород будет следующим:

К и с л ы е – кварц, полевые шпаты (кислые плагиоклазы, калиевые полевые шпаты), биотит.

С р е д н и е – полевые шпаты (средние плагиоклазы), роговая обманка.

О с н о в н ы е – полевые шпаты (основные плагиоклазы), пироксен.

У л ь т р а о с н о в н ы е – оливин, пироксен, редко роговая обманка.

Так как в природе не бывает дискретных (четко ограниченных) составов по химизму и минеральному составу, то выделяют промежуточные породы:

- гранодиорит (между гранитом и диоритом),
- граносиенит (между гранитом и сиенитом),
- габбро-диорит (между габбро и диоритом).

Выделение их визуально основано на совместном присутствии в породе двух темноцветных минералов. Например, у гранодиорита и граносиенита одновременно присутствуют роговая обманка и биотит, а у габбро-диорита – пироксен и роговая обманка.

Необходимо также знать еще некоторые правила:

1. В кислых породах в обязательном порядке присутствует кварц, с переходом к породам среднего состава его содержание постепенно приближается к нулю, а темноцветный минерал слюда сменяется роговой обманкой.

2. В средних породах темноцветом выступает роговая обманка, которая доминирует и в диоритах и в сиенитах. Различие между диоритом и сиенитом в соотношении полевых шпатов: в диоритах доминирует плагиоклаз, а в сиенитах – два полевых шпата (плагиоклаз и калишпат).

3. В основных породах темноцветом является пироксен, который при приближении состава породы к среднему может частично замещаться роговой обманкой. При смещении состава в сторону ультраосновных пород темноцветы могут быть представлены, кроме пироксена, оливином.

4. В состав ультраосновных пород не входят светлые минералы. В них доминирует, как правило, оливин и пироксен.

Если минеральный состав определить сложно вследствие очень мелкого размера зерен, класс породы определяется по ее цвету: кислые породы обладают светлой окраской, средние – серой, основные – темной (черной), иногда со светлыми пятнами, ультраосновные – только черной.

Таким образом, магматическая порода определяется в следующей последовательности: сначала по структурно-текстурным особенностям определяется генезис (условия образования), т. е. принадлежность к глубинным, плутоническим (интрузивным) или поверхностным, вулканическим (эффузивным) образованиям. Затем по минеральному составу устанавливается ее наименование (см. табл.1).

Трудности возникают с диагностикой магматических пород при изучении вулканических пород, когда в них выкристаллизованными могут быть: один, два или три минерала. Иногда таких минералов нет вообще, например, в обсидиане (вулканическом стекле). В некоторых случаях окончательная

диагностика возможна только с использованием микроскопических или химических исследований, что не входит в круг наших задач.

Среди плутонических пород следует выделять разновидность жильных или гипабиссальных образований, которые формируются в полуглубинных или малоглубинных условиях и выполняют трещины в земной коре. По условиям формирования (температура, давление, скорость остывания) они занимают промежуточное положение между глубинными интрузиями (плутонами), и поверхностными покровами (эффузивами). Для них наиболее часто употребляются комбинированные названия: гранит-порфир, сиенит-порфир.

Таблица 1

Классификация магматических горных пород

Тип породы по содержанию SiO_2		**Интрузивные породы**	**Эффузивные породы**	**Породообразующие минералы**
Кислые (более 65 %)		Гранит	Риолит, липарит	Кварц, калишпат, кислый плагиоклаз, биотит
Средние (65-53%)	Щелочной ряд	Сиенит	Трахит	Калишпат, средние плагиоклазы, роговая обманка
	Нормальный ряд	Диорит	Андезит	Средние плагиоклазы, роговая обманка
Основные (53-44 %)		Габбро	Базальт	Основные плагиоклазы, пироксен
Ультраосновные (менее 44 %)		Пироксенит	Редко пикриты, коматииты	Пироксен
		Перидотит		Пироксен, оливин
		Дунит, оливинит		Оливин

Текстуры и структуры пород

Текстуры магматических пород разделяются по степени и характеру заполнения пространства минеральным веществом. Различают следующие текстуры:

м а с с и в н а я – обусловлена компактным, плотным и однородным сложением составляющих породу минералов;

п о р и с т а я – определяется наличием округлых или неправильной формы пустот размером 1-10 мм;

н о з д р е в а т а я – определяется наличием округлых или неправильной формы пустот размером более 10 мм;

м и к р о п о р и с т а я – определяется наличием округлых или неправильной формы, невидимых для невооруженного глаза, пустот размером менее 0,1 мм;

миндалекаменная – образуется при заполнении пустот вторичными минералами (кальцитом, опалом, халцедоном, хлоритом). От пористой текстуры миндалекаменная отличается лишь тем, что мы имеем дело с заполненными пустотами.

Структуры магматических пород обусловлены степенью кристалличности, а также наличием или отсутствием вулканического стекла. Выделяют следующие структуры:

полнокристаллическая - порода полностью сложена кристаллическими зернами;

порфировая – порода сложена крупными и мелкими зернами и вулканическим стеклом (крупные кристаллы называют *порфировыми вкрапленниками*, а мелкие в совокупности с нераскристаллизованным стеклом – *основной массой*);

скрытокристаллическая (афировая)– обусловлена наличием в породе очень мелких, различимых только под микроскопом, кристаллов и вулканического стекла;

стекловатая – возникает, когда вулканическая лава застывает в водной среде, не успевая раскристаллизоваться.

Основные разновидности магматических пород

Кислые породы

Гранит – плутоническая или интрузивная порода с массивной текстурой и полнокристаллической, от мелко- до крупнокристаллической, структурой. Минеральный состав: кварц, калиевый полевой шпат, кислые плагиоклазы, биотит. Наличие кварца в породе является главным признаком кислых пород. Зерна кварца характеризуются жирным стеклянным блеском, дымчато-серым цветом, отсутствием спайности.

Риолит (липарит) – эффузивный аналог гранита. Имеет мелкопористую текстуру и порфировую структуру: на фоне светлой скрытокристаллической основной массы выделяются мелкие вкрапленники кварца, калиевого полевого шпата, плагиоклаза. Темноцветные минералы встречаются редко, представлены биотитом, реже игольчатыми кристаллами роговой обманки.

Обсидиан – застывшее вулканическое стекло. Текстура массивная, иногда флюидальная (со следами течения), структура стекловатая. Чаще всего встречаются обсидианы кислого состава, но имеются также стекла основного и среднего состава. Цвет у них различный: серый, бурый, черный. Образуются при быстром застывании излившейся на поверхность магмы.

Пемза – «вспененное» стекло; текстура пористая, структура стекловатая. Образуется при быстром затвердевании бурно вскипающей богатой газами и парами лавы. По химическому составу пемзы обычно кислого состава, редко отмечаются разновидности среднего и основного состава.

Средние породы

В этом классе выделяются два ряда – щелочной и нормальный. Породы щелочного ряда характеризуются наличием большого количества калиевого полевого шпата, который доминирует над плагиоклазом. В породах нормального ряда резко доминирует плагиоклаз.

Щелочной ряд

С и е н и т – плутоническая или интрузивная порода; текстура массивная, структура полнокристаллическая. Состоит из калиевого полевого шпата, плагиоклазов (кислых и средних) и роговой обманки, количество которой колеблется от 10 до 20 %.

Т р а х и т – эффузивный аналог сиенита. Текстура тонкопористая, обуславливающая шероховатость породы на ощупь; структура мелкопорфировая, во вкрапленниках желто-розовые калиевые полевые шпаты и один или несколько темноцветных минералов (чешуйчатый биотит и игольчатая роговая обманка). В трахитах часто наблюдаются текстуры течения, т. е. взаимопараллельное расположение игольчатых минералов.

Нормальный ряд

Д и о р и т – плутоническая (интрузивная) порода. Текстура массивная, структура полнокристаллическая. Минеральный состав: средний плагиоклаз, (60-65 %) и роговая обманка (30-35 %). Плагиоклаз образует белые или зеленовато-серые зерна неправильной формы; роговая обманка – в виде черных, удлиненной формы кристаллов.

А н д е з и т – эффузивный аналог диорита. Текстура пористая, структура скрытокристаллическая, поэтому минеральный состав не определяется визуально. Класс породы устанавливается по ее цвету – андезит имеет цвет от светло-серого до серого. Иногда структура породы мелкопорфировая, тогда во вкрапленниках содержатся мелкие прямоугольные кристаллы среднего плагиоклаза серого цвета.

Основные породы

Г а б б р о – плутоническая (интрузивная порода). Текстура массивная, структура полнокристаллическая, часто крупно- или гигантозернистая. Состоит из белых или зеленовато-серых основных плагиоклазов и черного пироксена. На Урале пироксен часто замещается роговой обманкой, такое габбро называют уралитизированным.

Б а з а л ь т – эффузивный аналог габбро. Текстура крупнопористая, структура скрытокристаллическая, поэтому минеральный состав не определяется. Класс породы устанавливается по черному цвету. Иногда в

базальте наблюдаются мелкие порфировые вкрапленники основного плагиоклаза, пироксена, иногда оливина. При сравнении андезита и базальта, у последнего поры обычно более крупные и более темная черная окраска.

Ультраосновные породы

П и р о к с е н и т – плутоническая (интрузивная) порода. Текстура массивная, структура полнокристаллическая, крупнозернистая. Состоит из изометрических кристаллов пироксена черного цвета, часто с зеленым или бурым оттенком.

П е р и д о т и т – плутоническая (интрузивная) порода. Текстура массивная, структура полнокристаллическая, неравномерно-зернистая. Состоит из крупных изометричных кристаллов пироксена и мелких зерен оливина, распределенных между зерен пироксена.

Д у н и т (оливинит) – плутоническая (интрузивная) порода. Текстура массивная, структура полнокристаллическая, мелкозернистая. Состоит из мелких зерен темно-зеленого оливина. При выветривании оливин становится бурым, поэтому дуниты с поверхности имеют бурую корочку.

Вулканических (эффузивных) аналогов ультраосновных пород обычно нет.

2.1.2. Метаморфизм и его продукты

М е т а м о р ф и з м - процесс преобразования любых исходных пород под воздействием изменившихся физико-химических условий среды. Он реализуется преимущественно путем перекристаллизации пород без существенного плавления под воздействием меняющихся температур, давлений, газовой (флюидной) среды. Преобразуя свой минеральный состав, порода, таким образом, приспосабливается к изменившимся термодинамическим (Т-Р) условиям.

Название термина происходит от греческого слова метаморфосис – преобразование. Метаморфическим преобразованием могут подвергаться изначально осадочные, магматические и (повторно) метаморфические породы. При этом исходные породы, как правило, после таких преобразований полностью теряют свой первоначальный облик.

Факторами метаморфизма, т. е. непосредственными причинами преобразования пород, являются: давление (Р), температура (Т), а также растворы и газы (флюиды), пронизывающие толщи горных пород.

Д а в л е н и е при метаморфических преобразованиях может быть обусловлено рядом причин: давлением нагрузки вышележащих толщ (литостатическим - Рл), динамическим давлением тектонического движения (стрессовым - Рс), давлением движущейся магмы (Рм), а также давлением поровых (гидротермальных и флюидных) растворов (Рф). Главным среди

отмеченных причин следует считать тектоническое или стрессовое давление, способное достигать десятков тысяч атмосфер и распространяться на огромные пространства. При проявлении тектонического или стрессового давления роль нагрузки вышележащих пород может оказаться незаметной, а проявление магматического и порового давления флюидов на таком фоне может повлиять на характер минеральных преобразований лишь локально, в местах их проявления.

Температуры метаморфических преобразований могут быть обусловлены несколькими причинами и достигать уровней, когда порода начинает плавиться, т. е. 800-1200 °С. Всегда существует температурный фон, обусловленный глубиной погружения пород, т. е. геотермическим градиентом (Тг), составляющим обычно около 30°/1 км. Однако основные тепловые превращения в породе осуществляются за счет тектонических подвижек (Тс), и сопровождающих такие движения аномальных глубинных тепловых потоков (Тф). На контакте с магматическими породами преобразование осуществляется за счет прогрева пород очагом остывающей магмы (Тм).

Гидротермальные растворы и флюиды, которые способны привносить или выносить различные химические компоненты, влиять на характер минералообразования, создавать специфическую окислительную или восстановительную (Eh), а также кислую либо щелочную (pH) среды. Глубинные флюиды насыщены, прежде всего, парами воды и углекислоты, а также более редкими соединениями водорода, хлора, фтора и др.

Типы метаморфизма

В зависимости от сочетания упомянутых выше факторов выделяются те или иные типы метаморфизма. Наиболее простая схема типов метаморфизма, выделяющихся в зависимости от термодинамических (P, T) параметров, показана на рис. 2, а геологические условия их проявления – на рис.1.

Можно говорить о термальном типе метаморфизма, когда порода преобразуется под преимущественным воздействием температуры, а также динамическом, когда основным фактором выступает давление, и динамо-термальном, когда проявляются оба фактора одновременно. Каждый из этих типов обладает своими специфическими геологическими условиями проявления (рис. 3).

Термальный тип проявляется обычно в обрамлении магматических тел, на контакте с ними, поэтому он обычно называется контактовым. Температура магматических тел может колебаться в интервале 800-1200 °С, а вмещающие породы, разогретые первоначально за счет геотермического градиента, могут быть относительно «холодным». Ширина зоны (ореол) контактового метаморфизма зависит, главным образом,

от объема магматического очага и может достигать нескольких километров. Если вмещающая порода разогрета жильным магматическим телом, то прогретой может быть лишь узкая полоса в несколько метров.

Весьма существенную роль при контактовом метаморфизме играет химический состав магмы и вмещающих пород, а точнее, контрастность состава между ними. В случае резкого контраста между многокомпонентной магмой и вмещающими породами на их контакте, в соответствии с законами Фика, протекают диффузионные процессы взаимного проникновения, меняющие как состав внешней оболочки магматического тела, так и состав вмещающих пород. Такой процесс перекристаллизации пород, протекающий с существенным изменением их химического состава, называется м е т а с о м а т о з о м .

Обычно метасоматоз сопровождается интенсивной гидротермальной и флюидной проработкой, способствующей привносу и выносу химических компонентов. Типичными представителями таких контактово-метасоматических процессов (на границе между силикатными магмами и известняками) являются с к а р н ы (см. описание ниже). С другой стороны, в случае, если силикатная магма находится в контакте с близкими ей по химическому составу вмещающими породами, то формируются р о г о в и к и – прогретые и перекристаллизованные продукты метаморфизма без проявления метасоматоза (см. описание ниже).

Д и н а м и ч е с к и й м е т а м о р ф и з м , который чаще называют д и с л о к а ц и о н н ы м , протекает в относительно «холодных» условиях под воздействием тектонических движений по разрывным нарушениям (разломам). При этом происходит дробление пород, их истирание. Обломки различной величины при последующих процессах, сопровождающихся проникновением в ослабленные зоны флюидов и гидротермальных растворов, могут подвергаться частичной или полной перекристаллизации и цементации с образованием структур катаклаза.

Среди новообразованных минералов – индикаторов высоких давлений – выделяют: кианит, глаукофан, пироп, омфацит (пироксен), алмаз и другие. Эти минералы фиксируют давления больших глубин, где всегда имеется и некоторый температурный фон, создаваемый геотермальным градиентом. В приповерхностных условиях можно наблюдать неперекристаллизованные брекчии, милониты, филлониты.

Контактовый и дислокационный типы метаморфизма развиваются в ограниченных пространствах, локально. Первый тип проявляется в виде полосы вокруг магматических тел, а второй такой же полосой сопровождает тектонические трещины. Поэтому тот и другой типы объединяются названием л о к а л ь н ы й (рис. 3).

В противоположность локальному выделяют р е г и о н а л ь н ы й м е т а м о р ф и з м , проявление которого охватывает большие пространства (регионы). Он протекает в широком интервале температур и давлений, поэтому его можно называть д и н а м о т е р м а л ь н ы м . Породы

регионального метаморфизма, естественно, имеют наиболее широкое распространение. Одновременное проявление температур и давлений создает условия для новообразования широкого диапазона пород, которые можно разделить на фации – совокупности (семейства) пород, формирование которых протекало в близких термодинамических (Р-Т) условиях. Эта близость устанавливается по т. н. индекс-минералам с известными параметрами устойчивости в тех или иных Р-Т условиях. Известен, например, ряд слюд, устойчивость которых возрастает от 200-300 °С для серицита, до 300-400 °С для мусковита и 500 °С и более для биотита. Известны температуры устойчивости и для других минералов.

Название фации определяется по типичной породе. По мере возрастания Р-Т условий регионального метаморфизма выделяют: 1 – *зеленосланцевую* фацию; 2 – *эпидот-амфиболитовую* фацию; 3 – *амфиболитовую* фацию и 4 – *гранулитовую* фацию. В области термодинамических условий гранулитовой (иногда амфиболитовой) фации в породе может отмечаться частичное плавление, такое преобразование называют **ультраметаморфизмом**. Это переходная зона от метаморфизма к магматизму.

Особенности минерального состава

Широкий диапазон термодинамических условий проявления метаморфизма обусловил большое разнообразие минерального состава пород. Кроме того, этот набор минералов зависит от состава исходных пород. Сам механизм перекристаллизации пород, протекающий в твердом виде, представляет собой сложный процесс замещения одних минералов (неустойчивых при новых Р-Т условиях) другими, более устойчивыми. При этом важную роль играют поровые флюиды как катализаторы реакций замещения.

Кроме упоминавшихся минералов, входящих в состав магматических пород, выделяется группа минералов, характерных преимущественно для метаморфических пород.

Тальк – низкотемпературный чешуйчатый минерал, возникающий при гидротермальной проработке магнезиальных пород. Мягкий, с жирным блеском.

Хлорит – низкотемпературный чешуйчатый минерал часто с зеленоватым оттенком. Образуется при гидротермальной проработке основных пород.

Серпентин – возникает как продукт гидротермальной проработки ультраосновных пород. Не обладает четко выраженной формой (иногда образует волокнистые агрегаты у хризотил-асбеста), серого с зеленоватыми оттенками цвета.

Серицит – низкотемпературная, мелкочешуйчатая, наиболее гидроксилнасыщенная разновидность слюды – мусковита. Присутствие в породе серицита обусловливает ее шелковистый блеск.

А к т и н о л и т – низкотемпературная разновидность роговой обманки. Образует волосовидные, тонколучистые неориентированные агрегаты. Цвет светло-зеленый.

Г л а у к о ф а н – разновидность роговой обманки, образующаяся при высоких давлениях. Образует тонколучистые агрегаты. Цвет густо фиолетовый до черного.

С т а в р о л и т – кристаллы в виде коротких ромбического сечения призм; характерные двойники, напоминающие прямой или косой (угол 60 °) крест. Цвет коричневый, красно-бурый до черного. Легко узнается по цвету и двойниковым формам.

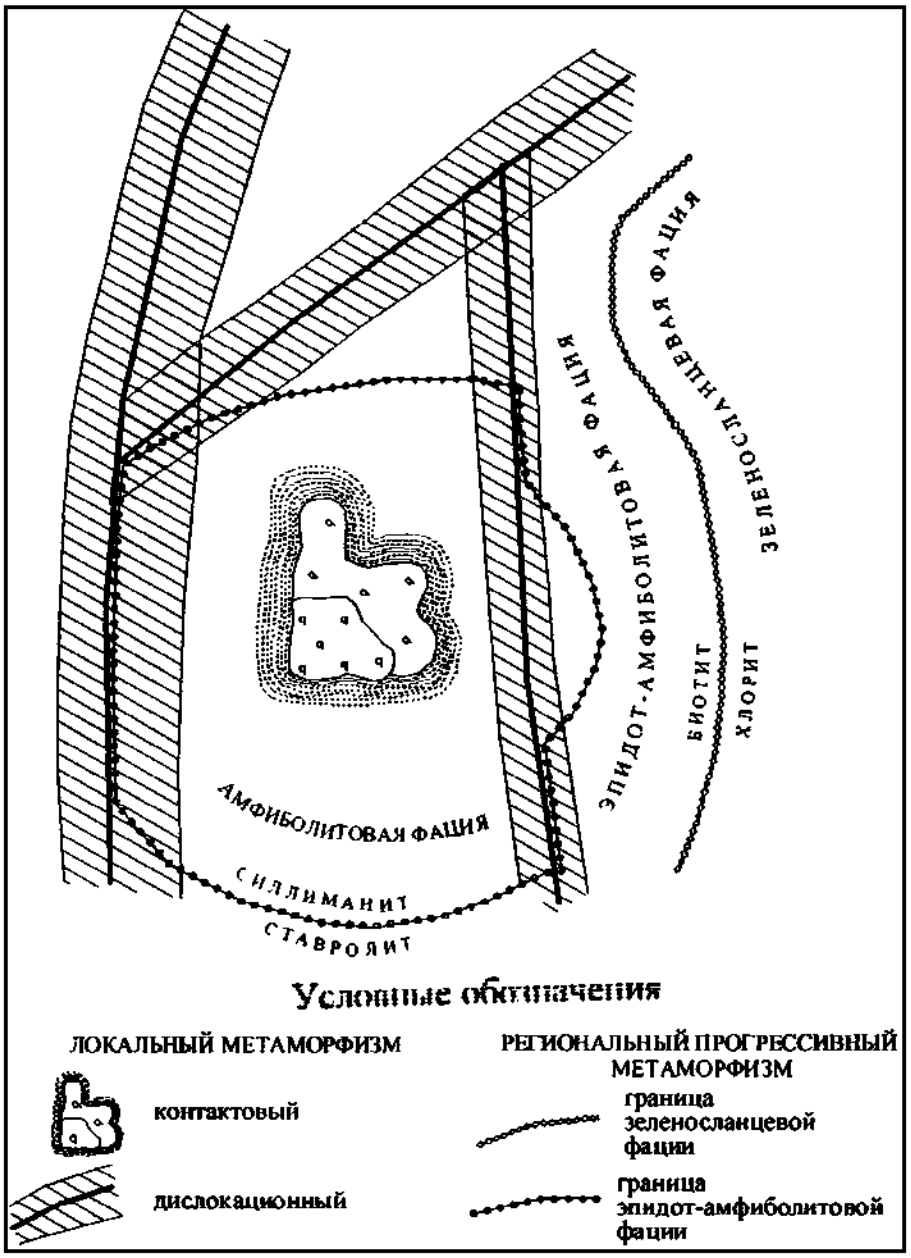


Рис. 1. Схематическая карта метаморфизма

К и а н и т – кристаллы длинные, уплощенные. Имеет анизотропию твердости. Цвет голубой или синий.

Э п и д о т – образует призматические кристаллы; лучистые или зернистые агрегаты. Цвет светло-зеленый. Блеск сильный стеклянный.

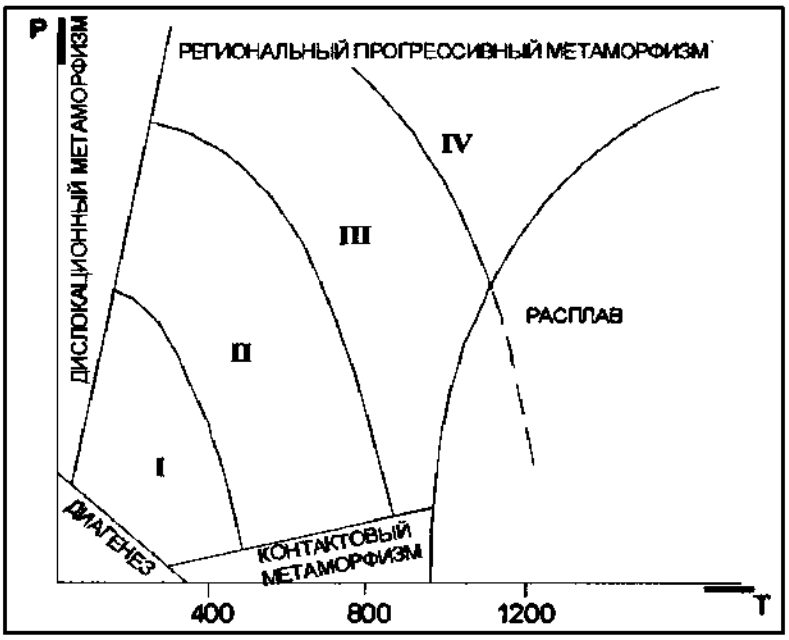


Рис. 2. Типы и фации метаморфизма
1 – зеленосланцевая; 2 – эпидот-амфиболитовая; 3 – амфиболитовая; 4 – гранулитовая

Г р а н а т – кристаллы изометричные в виде ромбододекаэдров, реже зернистые агрегаты. Цвет – от коричневого до красного. Макроскопически легко узнается по характерному облику кристаллов и цвету.

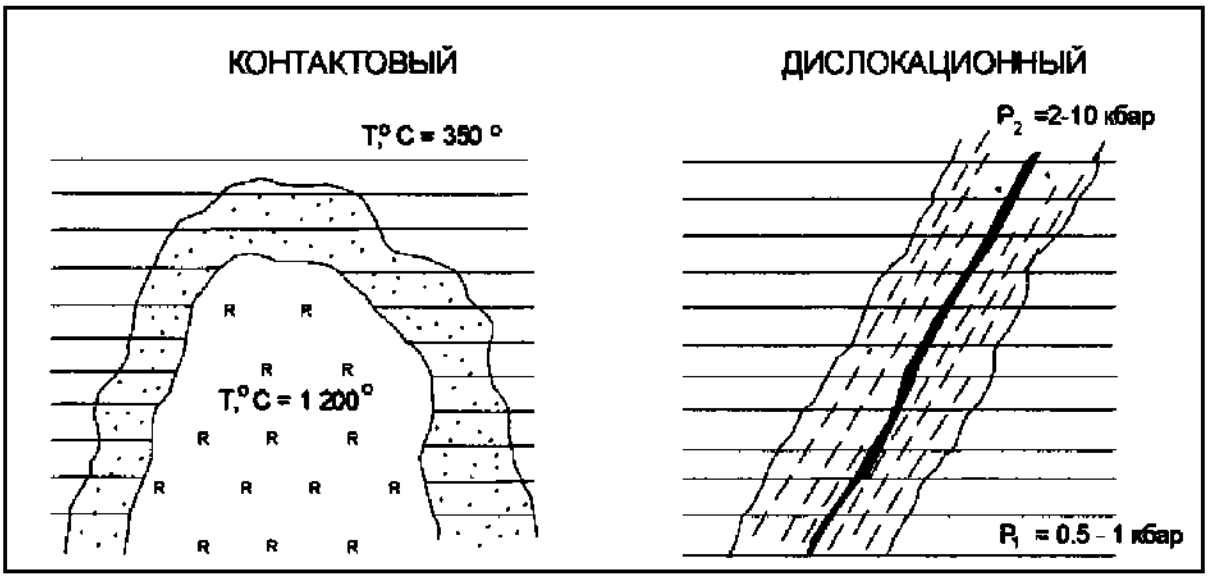


Рис. 3. Локальный метаморфизм

Текстуры и структуры

Текстуры и структуры метаморфических пород зависят от специфических физических условий их образования. Эти условия отличаются от термодинамических параметров кристаллизации магматических пород, для которых действует в полной мере известный закон Паскаля, обеспечивающий при любом направленном тектонических движений одинаковое давление во все стороны. Этим условием обеспечивается повсеместная массивная текстура глубинных магматических пород. Слюды в гранитах, например, благодаря действию закона Паскаля, не ориентированы в одном направлении.

Метаморфические процессы не достигают условий плавления, поэтому они изменяются в твердом или пластичном состоянии, когда закон Паскаля работает лишь частично или не проявляется вовсе. Для регионального метаморфизма, например, ориентированное давление влияет на форму возникающих минералов, а также на их параллельную или субпараллельную ориентировку. Поэтому у низкотемпературных продуктов регионального метаморфизма отмечаются, как правило, сланцеватые текстуры с параллельным и субпараллельным расположением вытянутых, уплощенных или чешуйчатых минералов.

С повышением температуры, в условиях амфиболитовой фации, когда вещество начинает проявлять пластические свойства, а значит частично проявляется закон Паскаля, четкая ориентировка удлиненных, уплощенных минералов постепенно исчезает, т. к. давление становится, до определенной степени, всесторонним. Такая текстура со слабо выраженной ориентировкой минералов называется гнейсовой, по названию главного и типичного представителя пород амфиболитовой фации – гнейса.

Максимальное проявление закона Паскаля достигается в условиях гранулитовой фации, поэтому ее продукты не несут следов ориентировки минералов, а текстура называется массивной как у глубинных магматических пород.

Так как региональный метаморфизм протекает в условиях тектонического давления, то сланцеватые текстуры могут усложняться мелкой складчатостью. Тогда текстура называется плойчатой. Нередко метаморфические процессы высокотемпературных фаций сопровождаются расслоением первично однородной массы на слои контрастного минерального состава. Образуются темно-окрашенные (с амфиболом, слюдами) и светлоокрашенные (с кварцем, полевым шпатами) слои. В этом случае говорят о полосчатой текстуре пород.

Более широкий диапазон текстур характерен для продуктов локального (контактового и дислокационного) метаморфизма. Для скарнов, роговиков, березитов, лиственитов, мраморов, образующихся при контактовом метаморфизме без проявления тектонического (стрессового) давления, наиболее часто отмечается массивная текстура.

Структурные особенности метаморфических пород также в существенной степени определяются Р-Т условиями среды минералообразования. Очевидно

ведь, что в условиях полной анизотропии среды, когда относительно «холодная» твердая порода подвергается тектоническому направленному сжатию, легче кристаллизоваться и расти чешуйчатым минералам, которые относительно легко могут наращивать свой размер вкрест, перпендикулярно вектору давления.

В то же время в условиях изотропной среды гранулитовой фации, когда давление становится всесторонним, возникают благоприятные условия для кристаллизации изометричных, объемных минералов.

Так как для метаморфических процессов отмечается тесная обусловленность внешними факторами формы минералов, эта особенность заложена в понятие с т р у к т у р ы (в противоположность магматическим и осадочным породам, где в понятие структуры вкладывается не форма, а размер минералов, зерен и т. д.). Форма минералов, а значит и структура породы, совместно с ее текстурными особенностями позволяют восстанавливать Р-Т условия образования продуктов метаморфизма.

Конкретные названия структур определяются несколькими латинскими названиями упомянутых форм минералов: *л е п и д о с* – ч е ш у й к а; *н е м а т о с* – н и т ь, и г о л к а; *г р а н о с* – з е р н о. Кроме того, следует помнить, что метаморфизм – процесс постоянного обновления минерального состава породы, все минералы вновь выросшие, возникшие. Этот процесс называется ***б л а с т е з о м*** (от греческого б л а с т о с – р о с т о к).

В итоге структуры продуктов регионального метаморфизма, в зависимости от формы слагающих ее минералов, могут называться: лепидобластовая, гранобластовая, нематобластовая, либо более сложными комбинированными названиями: лепидогранобластовая, нематогранобластовая и т. д.

Г р а н о б л а с т о в а я структура чаще отмечается для пород амфиболовой и гранулитовой фаций метаморфизма при наличии зерен изометричной формы – кварца, полевых шпатов, гранатов, карбонатов и др.

Л е п и д о б л а с т о в а я характерна обычно для зеленосланцевой фации при обилии чешуйчатых, листоватых минералов – серицита, мусковита, биотита, хлорита, талька, серпентина.

Н е м а т о б л а с т о в а я в чистом виде встречается редко (амфиболы, актинолитовые сланцы) и отличаются наличием минералов игольчатой, длиннопризматической формы (эпидот, роговая обманка, актинолит, кианит, рутил).

Однако, как уже отмечалось, в природе чаще встречаются комбинированные структуры, когда в наличии имеется несколько минералов разной формы, например, лепидонематогранобластовая структура. В этом случае название структуры формируется по определенному правилу. В начале такого наименования ставится структура, определяющая форму наименее распространенного минерала, а в конце – наиболее распространенного.

Иногда в породе отмечаются разнозернистые агрегаты, когда один из новообразованных минералов резко выделяется по размеру среди остальных. В этом случае можно говорить о **порфиробластовой** структуре.

Значительно меньшую информацию об условиях образования несут структуры контактового метаморфизма, продукты которого чаще всего обладают **кристаллобластовыми** структурами.

Среди пород регионального метаморфизма имеется два характерных исключения. В зависимости от P-T условий различные формы минералов возникают лишь в том случае, если в исходном химическом составе имелись в наличии необходимые породообразующие компоненты, позволяющие строить все многообразие решеток минералов (чешуйчатых, игольчатых, зернистых). Среди осадочных пород известны два мономинеральные, а значит простые по составу, образования – известняки ($CaCO_3$, $MgCO_3$) и кварцевые пески (SiO_2). При метаморфизме эти простые по составу породы не способны формировать игольчатые, чешуйчатые и другие, кроме зернистых, формы. Поэтому известняки при метаморфизме переходят в мономинеральную (с одним кальцитом) породу – мрамор с возможным укрупнением зерна по мере роста температуры. Аналогично ведут себя кварцевые пески, которые способны образовать только зернистый агрегат кварцита. Так как отмеченные породы не способны реагировать на давление изменением формы зерен, то для них, обычно, трудно восстановить тип метаморфизма – региональный или контактовый.

Основные разновидности метаморфических пород

Продукты регионального метаморфизма

Продукты регионального метаморфизма отличаются большим разнообразием. Это обусловлено, во-первых, разнообразием исходного состава горных пород (*эдукта*), во-вторых, зависимостью минерального состава пород от термодинамических условий (породы одного химического состава в условиях разных фаций имеют различный минеральный состав). Некоторым исключением выглядят две упомянутые выше породы: мрамор и кварцит, краткое описание которых приведено ниже.

Мрамор – карбонатная порода, образующаяся при метаморфизме известняков и доломитов и сложенная преимущественно кальцитом. Мраморы высокой степени метаморфизма лишь немногим отличаются от мраморов низкой степени. При увеличении температуры может возрастать крупность минеральных зерен. В остальном породы идентичны, хотя их генезис может быть весьма разнообразным.

Чистые разности мраморов имеют белый цвет, различные минеральные примеси окрашивают их в розовые (гематит), желтые (лимонит), серые (органическое вещество), зеленые (хлорит, эпидот) оттенки. Текстура массивная, реже полосчатая; структура гранобластовая.

Кварцит – горная порода, состоящая существенно из кварца. Образуется при метаморфизме кварцевых песчаников и некоторых кислых магматических пород (кварцевых порфиров). Так как кварц слабо реагирует на изменение термодинамических условий, фациальный уровень того или иного кварцита (если нет других минеральных примесей) определить очень трудно.

Кварциты низких и высоких степеней метаморфизма, в силу упомянутых причин, очень похожи. Цвет чистых кварцитов белый, в зависимости от примесей может обладать розовым, черным, желтым, зеленым оттенками. Текстура массивная; структура гранобластовая.

Внешне кварцит очень похож на мрамор, но отличается от него следующими свойствами: твердостью (кварцит царапает стекло, мрамор - нет), спайностью зерен (у кальцита совершенная спайность в трех направлениях, у кварца отсутствует), реакцией с соляной кислотой (мрамор «вскипает» в кислоте, кварцит не реагирует).

Полиминеральные породы изменяют свой минеральный состав в зависимости от фациальных условий, поэтому эти породы будут рассмотрены в рамках минеральных фаций.

Фация зеленых сланцев

Филлит образуется в самой низкотемпературной области фации зеленых сланцев. Исходной породой филлитов обычно являются аргиллиты (глинистые сланцы). Глинистые минералы в результате метаморфизма преобразуются в кварц, серицит, иногда хлорит, альбит (полевой шпат), часто с примесью графита. Так как зерна очень мелкие визуально минеральный состав не устанавливается, а внешне это темная, почти черная (за счет примеси графита) сланцеватая порода с шелковистым блеском на плоскостях сланцеватости, обусловленным присутствием серицита.

Часть исходного минерального состава может оставаться не перекристаллизованной. Текстура сланцеватая, структура чаще всего гранолепидобластовая. Гранулярность породы нередко обусловлена сохранившимся зернистым кварцем.

Кварц – серицитовый сланец является продуктом зеленосланцевой фации прогрессивного регионального метаморфизма и образуется либо по аргиллитам (глинистым сланцам), либо по аркозовым песчаникам, или кислым магматическим породам. Основными минералами являются кварц, серицит, альбит (полевой шпат). В зависимости от исходного состава пород могут присутствовать хлорит, эпидот или карбонаты. Размер зерен еще очень невелик (до 0,5 мм), поэтому отдельные минералы определяются с трудом. Цвет породы светло-серый, иногда с зеленоватым оттенком (за счет хлорита и эпидота); на плоскостях спайности – шелковистый блеск, обусловленный присутствием серицита. Текстура сланцевая, иногда плойчатая; структура гранолепидобластовая.

Хлоритовый (зеленый) сланец – продукт зеленосланцевой фации прогрессивного регионального метаморфизма основных магматических

пород. Это сланцеватые зеленые породы, цветом своим обязаны обилию одного или более зеленых минералов (хлорита, эпидота и актинолита), из других минералов практически всегда отмечается альбит (полевой шпат) и кварц. Структура породы гранолепидобластовая.

Тальковый сланец образуется за счет низкотемпературного гидротермального метаморфизма ультраосновных магматических пород (перидотитов и серпентинитов). Основным минералом породы является тальк (не менее 75 %, обычно 90 %), может присутствовать хлорит, актинолит, серпентин, карбонаты. Текстура сланцеватая, структура лепидобластовая.

Эпидот-амфиболитовая фация

Слюдяной (кристаллический) сланец – продукт регионального метаморфизма эпидот-амфиболитовой фации. Исходными породами кристаллических сланцев могут быть осадочные (аргиллиты и песчаники) и кислые магматические породы. Основными минералами этих сланцев являются биотит, мусковит, кварц, полевые шпаты. При этом в сланцах преобладают слюды (биотит и мусковит), поэтому для них характерна грубая рассланцованность. Помимо этих минералов в кристаллических сланцах, как правило, присутствуют порфиробласты граната, кианита, ставролита и других минералов. Текстура сланцеватая; структура порфиробластовая, лепидогранобластовая, гранолепидобластовая.

Амфиболитовая фация

Гнейс – продукт дальнейшего метаморфизма слюдяных кристаллических сланцев, т. е. исходными породами гнейсов являются осадочные и кислые породы. Главные минералы гнейсов – кварц, полевые шпаты, слюды (биотит, мусковит) и роговая обманка; может присутствовать гранат, кианит и др. Наиболее характерным отличием гнейсов от кристаллических сланцев является гнейсовая (полосчатая) текстура – чередование светлых кварц-полевошпатовых и темных биотит-роговообманковых прослоев – без отчетливой ориентировки удлиненных и чешуйчатых зерен. Такая расслоенность является результатом «метаморфической дифференциации» прогретых до высокой пластичности пород, при которой обычно не образуется сланцеватых структур. Структура лепидогранобластовая.

Амфиболит – типичная порода амфиболитовой фации регионального метаморфизма, производная от основных магматических пород. Сложена преимущественно роговой обманкой и плагиоклазом. В ней могут присутствовать в небольших количествах гранат, биотит и кварц. Текстура визуально массивная, но под микроскопом часто заметна ориентировка призм роговой обманки. Нередко наблюдается полосчатая «гнейсовая» текстура. Структура нематогранобластовая или гранонематобластовая.

Гранулитовая фация

Гранулиты представляют собой среднезернистую до крупнозернистой породу по облику, состоящую в основном из калиевого полевого шпата, натриевого плагиоклаза и пироксена, а также кварца, граната и других минералов. Гранулиты похожи на гнейсы, но поскольку у них обычно нет слюды, эти породы имеют массивную текстуру. Структура породы преимущественно гранобластовая.

Продукты дислокационного метаморфизма

При дислокационном метаморфизме основным фактором является одностороннее (стрессовое) давление, которое возникает при тектонических подвижках (взбросах, сдвигах, надвигах и т. д.).

Тектонические брекчии – сильно раздробленные породы, состоящие из угловатых обломков различных размеров, сцементированных тем же, но мелко раздробленным, материалом. Разновидностью тектонической брекчии может считаться яшма – кремнистая пестро окрашенная порода, продукт тектонического дробления осадочных, вулканогенно-осадочных кремнеземсодержащих образований.

Катаклазит – сильно раздробленная, перетертая горная порода, состоящая из деформированных, изогнутых, раздробленных зерен минералов.

Милонит – еще более тонкоперетертая горная порода. От катаклазита отличается большей степенью раздробленности минеральных зерен и наличием линзовидно-полосчатой, сланцеватой текстуры, которая возникает вследствие неоднократных разнонаправленных перемещений блоков породы. В результате образуются линзы грубо раздробленного материала, сцементированные тонко раздробленной полосчатой, частично перекристаллизованной массой.

При более высоких температурах в зонах дислокационного метаморфизма происходит перекристаллизация и новообразование минералов, устойчивых при высоких давлениях – кианита, пиропа, омфацита (пироксена). Примером таких пород может служить эклогит.

Эклогит – продукт метаморфизма высоких температур и очень высоких давлений. Исходными породами эклогитов являются основные магматические породы. Состоят преимущественно из пироксена (омфацита) и граната (пиропа). Иногда отмечается кианит и полевые шпаты. Омфацит темно-зеленого цвета, призматической формы. Гранат в эклогите представлен пиропом, который образует крупные порфиробласты красно-коричневого цвета. Текстура массивная, иногда слабо сланцеватая, структура гранонематобластовая.

Кроме того, хорошо известно, что алмазы образуются в «трубках взрыва», в кимберлитах при высоких давлениях. Минералами-спутниками алмазов служат те же омфацит и красный пироп.

Продукты контактового метаморфизма и метасоматизма

В случае если контактовый метаморфизм протекает в зоне сочленения разогретой силикатной магмы с близкими ей по химическому составу вмещающими породами, здесь происходит лишь прогрев пород без существенного перемещения химических компонентов. В таких условиях, при отсутствии контраста химических составов обеих пород, образуется, например, роговик.

Роговик – плотная порода, обычно с высоким содержанием кремнезема, Следствием такого состава является присутствие у неё раковистого излома. Текстура массивная, структура гранобластовая (роговиковая). В состав роговика могут входить различные минералы: кварц, слюды, полевые шпаты, гранат и др. Но вследствие тонкозернистой (роговиковой) структуры эти минералы обычно не определяются.

При наличии градиента концентрации (контраста) химического состава на границе магма – вмещающие породы, такой контактовый метаморфизма обычно сопровождается *метасоматизмом* – существенной миграцией химических компонентов, что, в конечном счете, приводит к значительному изменению состава как магмы (в эндоконтакте), так и во вмещающих породах (в экзоконтакте). Так образуются скарны.

Скарн – контактово-метасоматическая порода, образующаяся на контакте мраморов или известняков и кислых (до средних) магматических пород. В зоне контакта под действием высоких температур магматического очага на начальной стадии образуются роговики, которые при дальнейшей их проработке высокотемпературными растворами преобразуются в метасоматическую породу – скарн.

Растворы имеют высокую минерализацию и пропитывают эндо- и экзоконтакты интрузии. В мраморы и известняки из интрузии обычно мигрируют элементы Fe, Mg, Si, Al и др., а в известняках растворы обогащаются Ca и CO_2. В результате взаимодействия этих растворов происходит образование новых минералов – граната (андрадита), кальцита, реже везувиана, эпидота, роговой обманки и актинолита. Очень часто скарны бывают рудными, т. е. содержат большое количество магнетита, сульфидов, иногда золота. Все крупнейшие на Урале месторождения железа, разрабатываемые еще Демидовым, на базе которых выросли такие города, как Н.Тагил, Екатеринбург, Магнитогорск, являются скарново-магнетитовыми.

В целом для скарнов характерны следующие признаки: разнообразие и непостоянство минерального состава; резкое изменение размеров зерен даже в пределах одного штуфа; обязательное присутствие граната и кальцита; частое наличие рудных минералов (магнетита и др.). Текстура у них массивная, структура гранобластовая.

Метасоматизм, или метасоматоз, протекает без проявления ощутимого стрессового, тектонического давления. Поэтому объем исходных и конечных продуктов всегда сохраняется неизмененным. В некоторых случаях метасоматические породы образуются благодаря «пропариванию» пород

проникающими с глубин горячими растворами (серпентиниты, лиственити, березиты).

Серпентиниты – гидротермально изменённые ультраосновные породы (дуниты, перидотиты). Серпентинизация может быть как автометаморфической, т. е. вызванной гидротермами самой интрузии, так и аллометаморфической, связанной с воздействием на ультраосновные породы гидротерм других, более молодых интрузий. Сущность процесса серпентинизации заключается в замещении первично безводных Fe-Mg-силикатов (оливина и пироксена) водным силикатом Mg (серпентином) и вторичным окислом железа (магнетитом). Цвет породы тёмно-зелёный, пятнистый, текстура массивная, структура лепидогранобластовая.

Лиственит – конечный продукт единого процесса гидротермального преобразования ультраосновных пород, состоящего из 3-х стадий – серпентинизации, карбонатизации и лиственитизации. Гидротермы, вызвавшие серпентинизацию ультраосновных пород, с понижением температуры обогащаются углекислотой (CO_2), что вызывает интенсивную карбонатизацию серпентинитов с образованием талька и карбоната Mg. На следующем этапе, когда весь серпентин заместился тальком и карбонатом, начинается карбонатизация талька. Освобождающаяся при этом кремнекислота (SiO_2) образует кварц. В результате появляется кварц-карбонатная порода – лиственит. Обычно она имеет зелёный цвет за счёт примеси фуксита – зелёной хромовой слюды. Характерны также примесь золотоносного пирита, поэтому лиственит используются как поисковый признак на золото. Текстура массивная, структура гранолепидобластовая.

Березиты – гидротермально изменённые кислые магматические породы, в которых полевые шпаты под воздействием гидротерм были замещены серицитом. Состоят из кварца и серицита часто с примесью золотоносного пирита. Цвет серый, текстура массивная, структура гранолепидобластовая.

2.1.3. Тектоника

Конвективные движения в пластичной астеносферной оболочке приводят в постоянное движение внешнюю хрупкую оболочку земли – литосферу. Ее движения осуществляются, главным образом, по двум направлениям: вертикальному и горизонтальному. И те, и другие приводят к нарушению первоначального залегания пластов литосферы, формируют ее внутреннюю структуру. Всесторонним изучением таких движений литосферы занимается наука геотектоника. В сфере ее изучения как сами процессы движения, их характер, причины, так и последствия – деформации литосферы. Как правило, именно после изучения и анализа деформаций восстанавливают характер процесса движения.

Классификация тектонических явлений

Согласно современной классификации профессора МГУ В. Е. Хаина, тектонические движения делятся на два типа: вертикальные и горизонтальные. Давно и хорошо изучены вертикальные движения литосферы, которые имеют множество аргументированных доказательств. Здесь выделяют колебательные (эпейрогенические) и горообразующие (или орогенические) движения.

Колебательными, или эпейрогеническими, называют медленные радиальные движения литосферы вверх-вниз, которые обычно не приводят к существенным деформациям ее пластов. При орогенических (горообразовательных) движениях напряжения передаются тангенциально, по касательной к поверхности Земли, и в результате такого горизонтального сталкивания литосферных плит (коллизии) формируются складчатые пояса - геосинклиналии. Некоторые исследователи увязывают отмеченные два типа движений генетически, как имеющие единую, общую природу.

В середине XX века в геологии доминировали представления об исключительно вертикальных движениях литосферы. С ними связывались также складчатые и разрывные нарушения, т. е. формирование геосинклинальных структур. Их физико-химическая природа очевидна: движение вниз (прогибание) обеспечивает сила гравитации, а подъем вверх – тепловое расширение, подъем нагретого на глубинах тепло-массопотока.

За последние годы доминирующей стала концепция (теория) горизонтальных движений литосферных пластин, формирующих зоны растяжения (рифтинга) и зоны сжатия (геосинклиналии). Механизм и причины таких горизонтальных движений до конца не выяснены, однако обычно увязываются с так называемыми «вихревыми» движениями в подстилающем их слое – астеносфере. В настоящее время горизонтальные и вертикальные движения литосферы не являются взаимно исключающими друг друга.

С началом космической эры, когда начали внедрять лазерные методы инструментальных наблюдений, масштабы вертикальных и горизонтальных движений были надежно обоснованы. Речь идет обычно о движениях, достигающих первых сантиметров в год. Максимальный горизонтальный дрейф сегодня испытывает Австралийский континент, который перемещается к северо-западу со скоростью 16 см в год.

Вертикальные движения

В недалеком прошлом в качестве свидетельств современных вертикальных движений привлекались, например, погруженные в прибрежные акватории древние города, а точнее - их остатки. Сегодня таким примером может служить Венеция, фундамент домов которой погружен в воду. Быстро поднимается Скандинавия, погружается северо-запад Европы, где Голландия, Бельгия спасают от наступающего моря свои северные территории при помощи

высотных дамб. Масштабы вертикальных перемещений сопоставимы с горизонтальными и достигают первых сантиметров в год.

Надежным индикатором современных вертикальных движений могут служить речные террасы. На Урале, например, реки бассейна Оби имеют четыре горизонтальные площадки, возвышающиеся над поймой. Обычно такие площадки (террасы) имеют высоту несколько метров (обычно 3-5 м). Они в свое время были поймой, однако, вследствие эпейрогенических движений, на фоне которых амплитуда восходящих движений была каждый раз больше, чем нисходящих, такие горизонтальные площадки оказывались приподнятыми. Русло реки каждый раз врезалось все глубже, а новая пойма все ниже. За последний миллион лет геологической истории на восточном склоне Урала по наличию речных террас устанавливается четыре колебательных движения с общей тенденцией к поднятию.

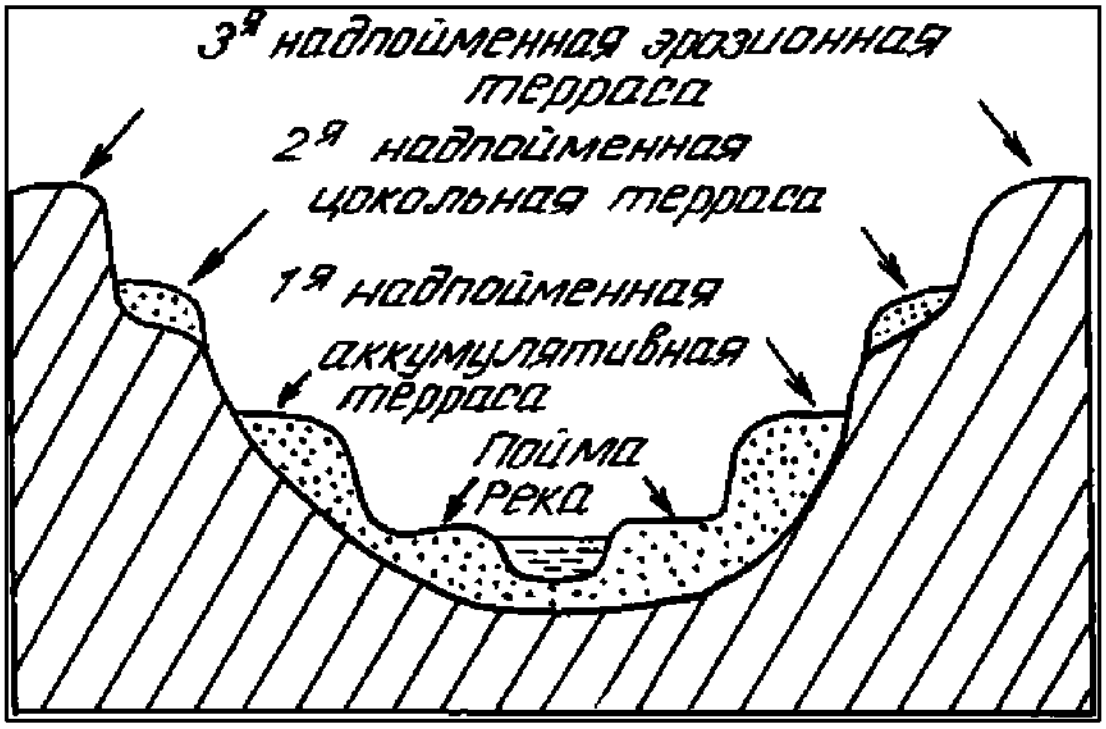


Рис.4. Схематический разрез речных террас

Характер движения и их масштабы фиксируются разрезом террас (рис. 4). Цокольные террасы, сложенные исключительно скальными, коренными породами, могут рассматриваться как свидетели подъема территории без предшествующего опускания, а аккумулятивные террасы, сложенные речными наносами, свидетельствуют о предшествующем опускании территории и т. д.

Классическими геологическими доказательствами вертикальных тектонических движений являются разрезы осадочных терригенных толщ. Быстрая смена вверх по разрезу грубообломочных пород (конгломератов) более мелкообломочными (гравелитами), а затем песчаниками и, наконец, глинистыми породами может рассматриваться как доказательство погружения дна моря, отступания береговой линии. Такой разрез называется

трансгрессивным (трансгрессия – наступление моря). Обратное чередование слоев, когда вверх по разрезу размер зерен становится все более крупным, может служить доказательством обратного тектонического процесса – поднятием морского дна. Такой разрез называется регрессивным. Аргументом в пользу такого толкования разреза может служить распределение осадков в современных морях: чем дальше от береговой линии – тем мельче осадочный материал. Волноприбойные движения строго сортируют привносимый с континента материал, крупный галечник остается в зоне пляжа, а мелкий глинистый материал выносится в глубинные и удаленные от берега зоны моря.

Горизонтальные движения

Убедительные доказательства горизонтальных перемещений литосферных плит (пластин) получены лишь в последние десятилетия, хотя о расколе Пангеи (бывшего единого континента) говорили давно. До недавнего времени трудно было объяснить механизм такого перемещения, его причины и источники энергии. Известная с начала века теория «дрейфа континентов» Вегенера была вскоре опровергнута физико-математическими расчетами советских геофизиков, что надолго затормозило развитие исследований в этой области. Лишь в последние десятилетия теория горизонтальных перемещений литосферных пластин была аргументированно обоснована.

Серьезный сдвиг в восстановлении теории горизонтального дрейфа был получен с открытием астеносферы – слоя размягчения в верхней мантии. Ведь до сих пор главным контраргументом против возможного горизонтального смещения одного слоя верхней оболочки Земли по отношению к другому была математически доказанная невозможность процесса, способного оторвать отдельные слои по горизонтальным плоскостям с последующим движением по ним. Открытие астеносферы сняло это главное возражение геофизиков. Механизм горизонтального скольжения как своеобразного «транспортера» литосферных плит был установлен. Началась интенсивная разработка теории горизонтальных перемещений, известной в последующем как «новая глобальная тектоника», теория мобилизма, плейт-тектоника.

Первые аргументы в пользу горизонтальных перемещений верхней оболочки Земли привел в начале 20-го века немецкий геофизик Вегенер в своей книге «Дрейф континентов». Этот ученый полагал, что континентальные блоки коры перемещаются по океаническим. Как в последствии оказалось, это было невозможно. Возражение было снято лишь во второй половине века, когда была открыта астеносфера. Это открытие стало глобальной вехой в развитии геологических представлений вообще и стало основным аргументом в пользу горизонтальных перемещений литосферных плит в послевегенеровское время. Сегодня можно уверенно говорить о том, что двигаются не только континенты (континентальные блоки), но и блоки океанической коры, захватывая часть верхней мантии.

Тектонические деформации (дислокации)

Естественным следствием тектонических движений являются деформации слоев литосферы, которые нарушают их первоначальные залегания. Складчатые, или пликативные деформации, обычно развиваются на фоне горизонтальных сжатий и проявляются без разрыва сплошности пластов. При этом может наблюдаться их уплотнение, утончение или утолщение, хотя следует отметить, что на практике складчатые деформации обычно всегда сопровождаются сетью тонкой трещиноватости, называемой кливажом. Трещины кливажа могут иметь различную ориентировку, а их образование связывается с неравномерным движением вещества при формировании складок. При изгибе пласта внешние слои растягиваются, а внутренние сжимаются.

По форме складки делятся на ***антиклинальные*** – выпуклые вверх и ***синклинальные*** – вогнутые вниз, однако в природе, на отдельных обнажениях, нередко видна лишь часть складки, когда пласты наклонены в одну сторону. Такой фрагмент складки называется моноклиналью.

В относительно спокойных тектонических областях, без проявления интенсивных горизонтальных сжатий, антиклинальные складки могут иметь вид купола – слабо выпуклой складки, изометричной в плане. Если эта изометричность в плане нарушена, но отношение длины складки к ее ширине не превышает 2:1, такие деформации называют брахискладками, в данном случае – ***брахиантиклиналью***. Аналогичные синклинальные структуры называют мульдой или чашей, а в некоторых случаях – ***брахисинклиналью***. Более напряженные складки называют линейными, изоклинальными.

Наиболее часто употребляют классификации складок по морфологическому (форме складок) или генетическому (по происхождению) принципу. Кратко коснемся лишь морфологии складок и, прежде всего, геометрических элементов отдельной складки.

У каждой складки выделяют ряд элементов: замок, крылья, ядро, шарнир, ось, осевая плоскость (рис. 5).

Замок складки – место перегиба пласта; **крылья** – боковые, расходящиеся части складки, которые сочленяются в замке; **ядро складки** – внутренняя часть складки, осевая плоскость делит складку на две симметричные части и проходит через **шарнир** – линию, соединяющую все точки максимального перегиба пласта.

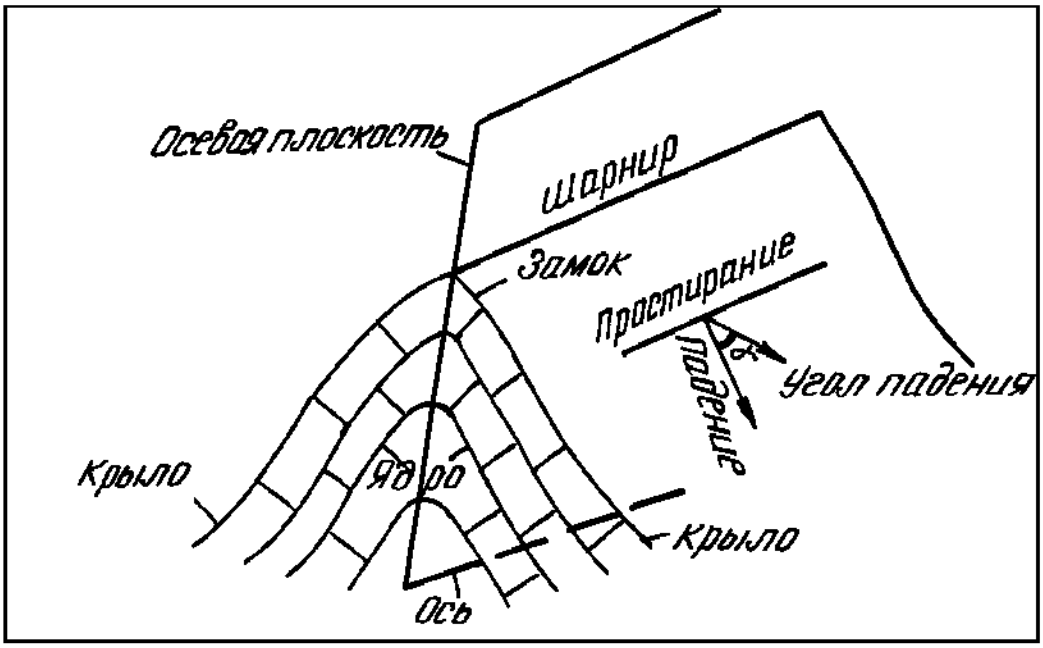


Рис. 5. Элементы складок

Если складка горизонтальна, то шарнир складки совпадает с ее осью, которая представляет собой линию пересечения осевой плоскости с горизонтальной плоскостью. Если складка наклонена, то шарнир, как материальная линия перегиба пласта, тоже наклоняется, или ундулирует. Ось же складки как воображаемая линия пересечения осевой плоскости с горизонтальной остается неизменной, т. е. всегда лежит в горизонтальной плоскости.

По морфологии и положению осевой плоскости складки делятся на *прямые* (а), *наклонные* (б), *опрокинутые* (в), *лежачие* (г), *ныряющие* (д).

В прямых складках осевая поверхность вертикальна, крылья наклонены в разные стороны, а их наклон одинаковый. В *наклонных (косых)* – осевая плоскость наклонна, а крылья падают под разными углами в разные стороны. Опрокинутые складки обладают наклонной осевой плоскостью, а их крылья падают в одну сторону. У *лежачих* складок осевая плоскость совпадает с горизонтальной, а у *опрокинутых* «ныряет» под углом к горизонтальной плоскости (рис. 6).

По форме замка выделяются следующие морфологические типы складок (рис. 6): *нормальные* или *гребневидные* (а), *изоклинальные* (б) – с приблизительно параллельными крыльями и узким замком, *веерообразные* (в) – напоминающие веер с широким замком, *сундучные* (г) – с широким замком и круто наклонными крыльями.

Кроме отмеченных типов складок выделяют более сложные модификации, которые образуются при наложении нескольких этапов деформаций. В этом случае более сложные гармоники складок, естественно, характерны для более древних пластов, залегающих на более глубоких горизонтах.

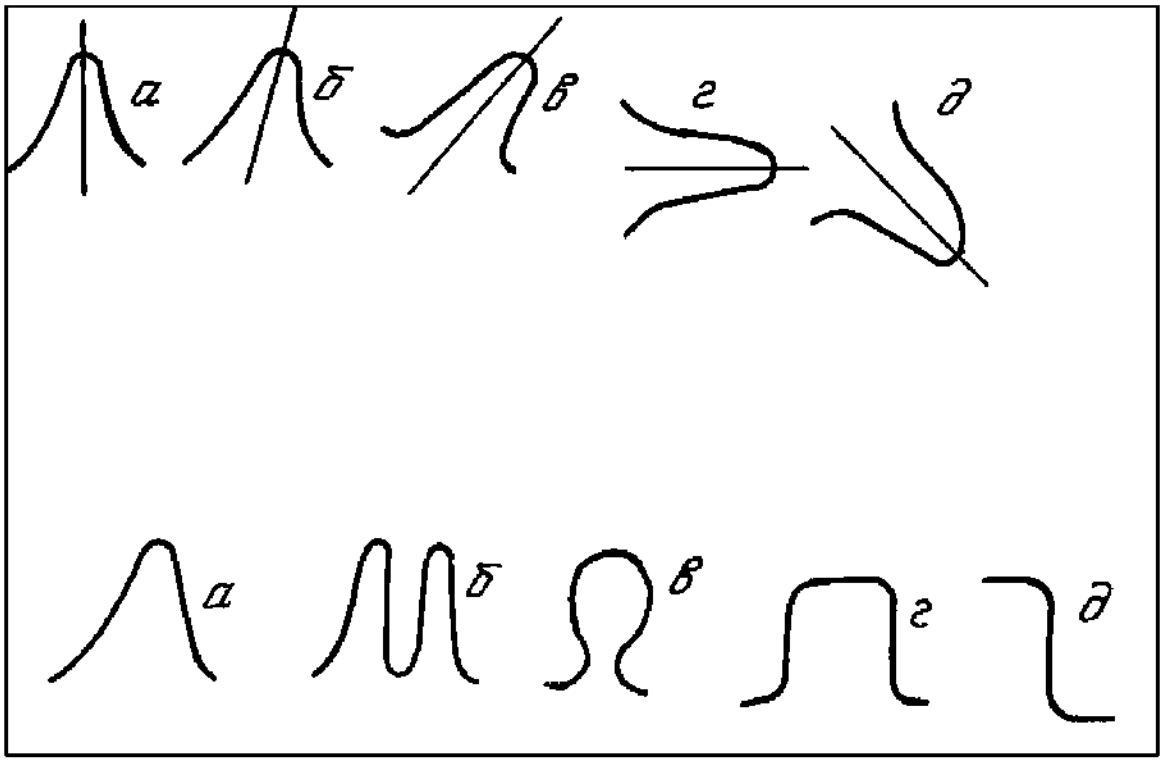


Рис. 6. Типы складок: вверху – по положению осевых плоскостей
(а – прямая, б – косая, наклонная, в – опрокинутая, г – лежачая, д – ныряющая); внизу – по морфологии (а – нормальная, гребневидная, б – изоклинальная, в – веерообразная, г – сундучная, д – флексура)

Разрывные (дизъюнктивные) нарушения формируются при достижении предела текучести пласта, когда происходит разрыв его сплошности. Поэтому хрупкие деформации обычно следуют за пластичными, а вместе они обычно сопровождают друг друга.

Трещины, разрывы сплошности геологических тел, бывают самого различного происхождения. В глубинных частях коры микротрещиноватость нетектонического происхождения обычно связывают с контракционными процессами в обрамлении магматических массивов, а также с диагенезом осадочных пород. Микротрещины обычно имеют петрогенетическую природу. На дневной поверхности трещиноватость обусловлена, прежде всего, экзогенными процессами, обусловленными энергией Солнца.

Рассмотрим главный тип разрывных нарушений в земной коре, обусловленный тектоническими причинами. В условиях больших динамических напряжений дизъюнктивные нарушения приводят к смещению пластов по т.н. плоскости сместителя, или по сместителю. В таких разрывах перемещение отдельных блоков единого в прошлом пласта может происходить как в горизонтальной, так и в вертикальной плоскостях. Геометрия таких перемещений иллюстрируется рисунком элементов ***сброса*** – разрывного нарушения в условиях растяжения, когда сместитель (плоскость сместителя) наклонен в сторону опущенного блока (рис. 7).

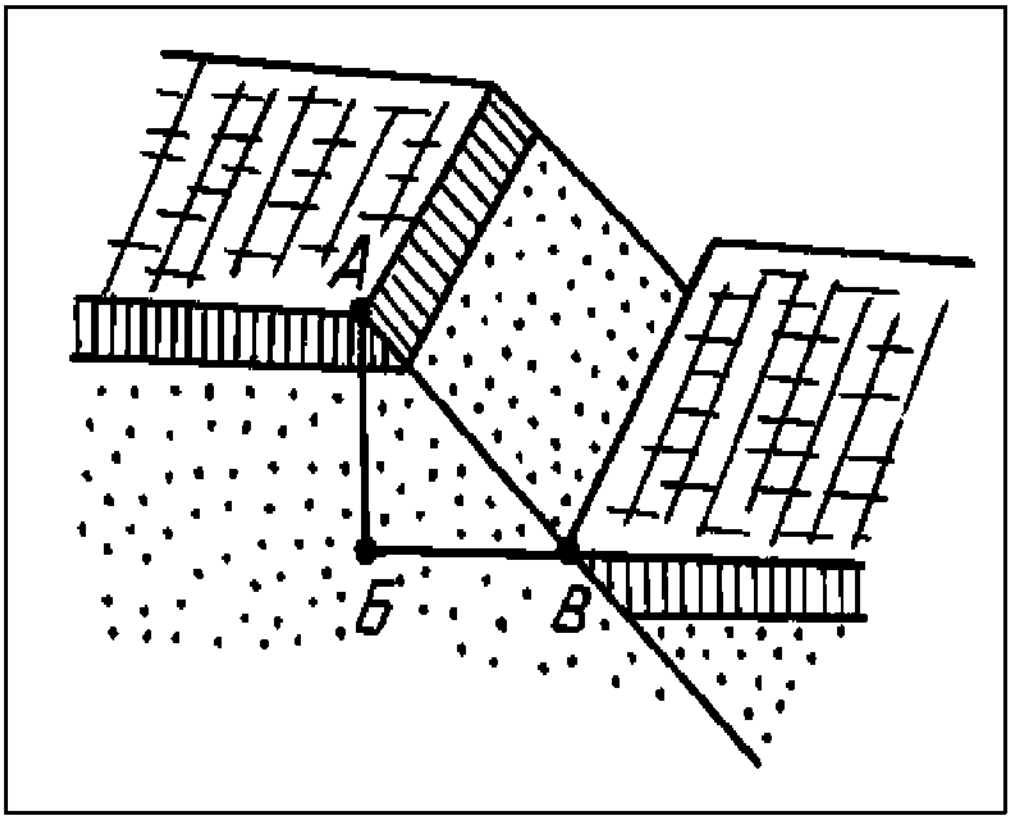


Рис. 7. Элементы сброса

А-Б – вертикальная амплитуда сброса, Б-В – горизонтальная амплитуда сброса, А-В – амплитуда истинного смещения

Аналогичные элементы выделяются у ***взброса*** – разрывного нарушения, развивающегося в условиях сжатия, когда сместитель наклонен в сторону поднятого блока (под него). Похожая на взброс структура, у которой сместитель образует острый угол (<30 °) по отношению к горизонтальной плоскости, называется надвигом. Видимое смещение пластов в горизонтальной плоскости (на карте) называют сдвигами. В природе такие смещения происходят как в горизонтальной, так и в вертикальной плоскостях и тогда они называются сбросо-сдвигами, взбросо-сдвигами и т.д. (рис. 8).

Нередко в природе наблюдаются более сложные комбинации упомянутых структур: ступенчатые сбросы, грабены, горсты, сложные грабены и др.

Несколько особо следует упомянуть ***глубинные разломы*** – разрывные нарушения литосферного порядка. О них трудно говорить как о трещине, чаще это довольно мощная (до первых десятков километров в ширину) зона дробления, деструкции литосферы, корни которой нередко достигают мантии. Это особые зоны проницаемости литосферы, по которым происходит дренаж глубинной энергии в виде тепло-массопотоков, определяющих геологический режим целого региона. Такие разрывные нарушения планетарного порядка можно называть разломами первого порядка.

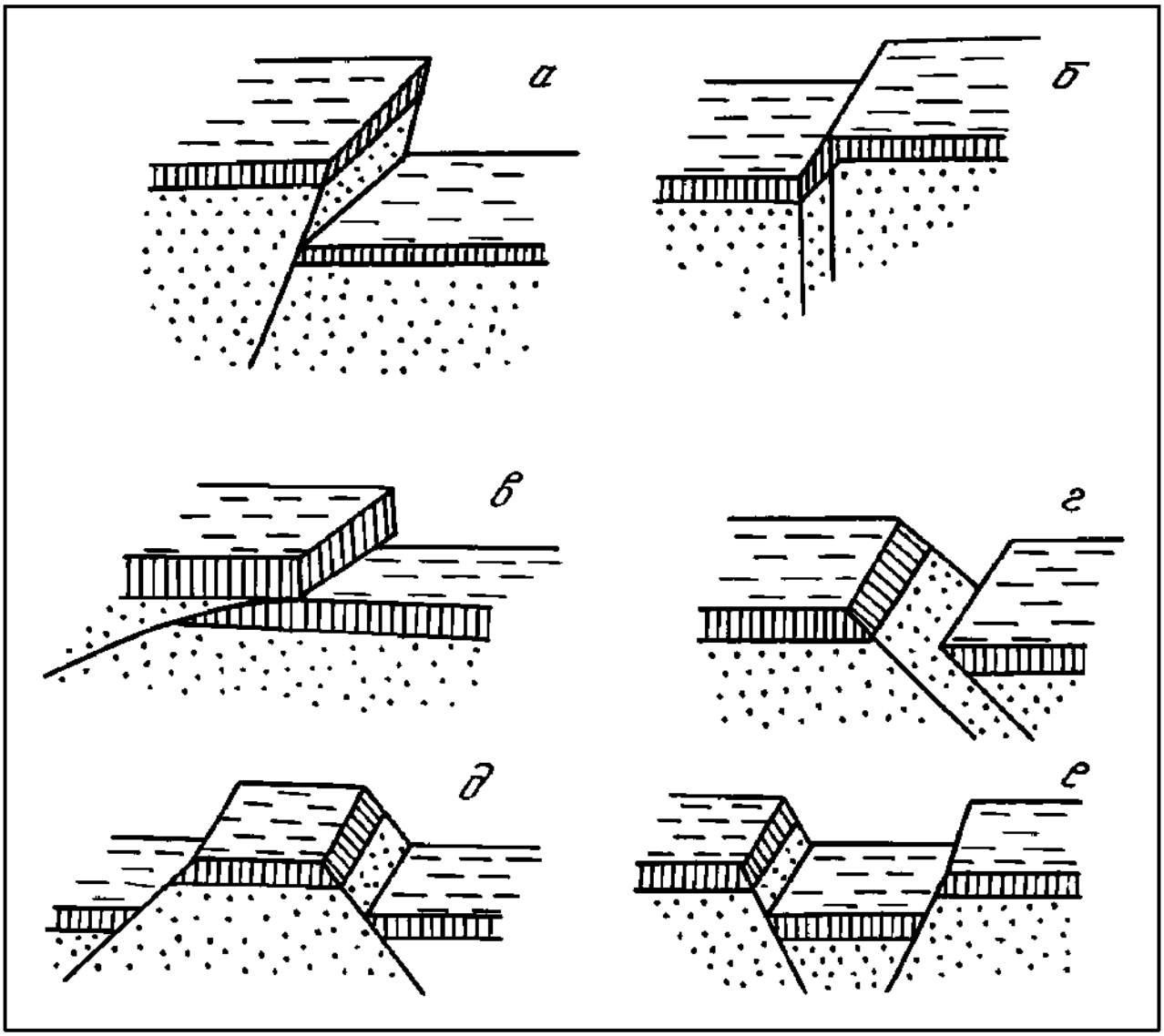


Рис. 8. Основные виды разрывных тектонических нарушений:
а – взброс, б – сдвиг, в – надвиг, г – сбросо-сдвиг, д – горст, е – грабен

К таковым можно отнести, прежде всего, планетарную систему СОХ (срединно-океанических хребтов), зоны Заварицкого-Беньофа, разлом Красного моря, в США – известный разлом Сан-Андреас и др. Нередко такие глубинные разломы на поверхности трассируются ультраосновными массивами, представляющими вещество мантии.

2.2. Экзогенные процессы

К экзогенным процессам относят такие превращения внешней оболочки Земли, которые протекают при участии солнечной энергии. Сюда относят геологическую деятельность ветра, постоянных и временных водотоков, озер и болот, морей, ледников, подземных вод, выветривания. Все они преобразуют лишь тонкую внешнюю оболочку коры.

Несколько отдельно стоят процессы, связанные с гравитационным воздействием на Землю Луны. Они вызывают в пределах морских акваторий приливы и отливы. При реализации этих природных явлений отмечается ряд последовательных стадий (разрушение горных пород, их перенос и транспортировка, сортировка и аккумуляция, осаждение и диагенез), конечным продуктом которых являются осадочные горные породы.

2.2.1. Литогенез

Под литогенезом понимают совокупность экзогенных процессов, позволяющих, в конечном счете, формировать осадочные породы. Сюда относят процессы разрушения горных пород, слагающих континентальную кору, последующую транспортировку и осаждение продуктов разрушения в морских бассейнах, а также процессы формирования и седиментации органогенных и хемогенных образований в пределах морских и океанических акваторий.

Осадочные горные породы представляют собой скопления минерального или органического вещества, образующегося на дне водоёмов или на поверхности суши как результат действия экзогенных процессов. Они покрывают около 75 % поверхности континентов. При этом многие из осадочных горных пород являются полезными ископаемыми: три четверти ежегодно добываемого сырья имеет осадочное происхождение. Это уголь, нефть, газ, вода, железные и марганцевые руды, бокситы, гипсы и ангидриты, соли, фосфориты, цементное сырьё, известняки, пески и глины.

Образуются осадочные горные породы, преимущественно, за счет разрушения и последующего переноса в водные бассейны всех типов пород: магматических, метаморфических и осадочных. Кроме того, они могут формироваться за счет жизнедеятельности и отмирания живых организмов, а также в процессе химических реакций осаждения из водных растворов.

Механизмы формирования осадочных пород, их вещественный и химический состав, в отличие от магматических и метаморфических разновидностей, намного более сложные и разнообразные. Выделяют терригенные («рожденные на суше»), органогенные (образованные за счет жизнедеятельности и отмирания живых организмов) и хемогенные (за счет химических реакций осаждения) разновидности. Широкий диапазон химического и вещественного состава объясняется тонким разделением продуктов разрушения первичных пород и переходом в раствор их составных

частей. Минералогический состав осадочных пород характеризуется широчайшим диапазоном минералов, устойчивых в экзогенных условиях: кварц, халцедон, опал, минералы группы каолинита, силикаты и оксиды железа, марганца, алюминия. Кроме того, осадочные породы могут содержать обломки других пород, скелетные остатки организмов, или продукты их жизнедеятельности (например, зубы акул, коралловые постройки и т. д.), а также состоять из солей.

Такое многообразие пород, обусловленное различиями условий их образования, стало причиной широкого диапазона их текстур и структур. Этим же обстоятельством обусловлены трудности, связанные с классификацией, разночтениями в определении некоторых разновидностей пород.

Современное осадкообразование

Большая часть описываемых пород образуется за счёт осаждения вещества, представляющего собой, в основном, продукты вывётривания, разрушения более древних пород суши. Отсюда их название – ***терригенные*** (образованные на континенте). Скопления таких продуктов, образующихся в современных условиях, называют осадками. Образование осадочного материала осуществляется в различных физико-географических условиях: на поверхности суши и в водных бассейнах в результате различных геологических процессов и явлений, ведущим из которых является выветривание – механическое дробление и химическое разложение пород различного состава и генезиса.

Механическое дробление происходит на поверхности Земли и осуществляется под воздействием внешних климатических факторов (перепада температур днём и ночью, который приводит к формированию сети трещин в породах), а также ветра, речных вод, временных водотоков, морских течений и т. д. Химическое разложение происходит, главным образом, под действием природных вод, заметное влияние при этом оказывают также свободный кислород и углекислый газ. Интенсивность и скорость химического разложения зависит от климатических условий, их величина резко возрастает с приближением к экватору, по мере увеличения температуры. Осадочный материал, образующийся на поверхности суши, перемещается водой, ветром и льдом по её поверхности в водные бассейны. Основным фактором-регулятором распределения обломочного материала, является гидродинамика бассейна, связанная с расстоянием от суши и его глубиной. По мере увеличения глубин и расстояния от суши происходит осаждение всё более и более мелких частиц, так как крупные частицы имеют большую скорость осаждения, чем мелкие.

В прибрежной зоне с активной динамикой вод наблюдается механическая дифференциация вещества – накопление валунов и гальки на пляже и на глубинах в несколько метров, ниже – песка, а ещё ниже (глубины более 60-80 м) – глинистых пород. В прибрежной зоне и на мелководье (глубины до 100 м) в результате жизнедеятельности моллюсков, иглокожих, известковых водорослей и других организмов образуются карбонатные осадки:

ракушняки, пески с ракушками, пески из раковинного детрита (мелких обломков), алевриты и илы, биогермы – постройки водорослей и т.п.

В процессе переноса и осаждения материала происходит осадочная дифференциация, в результате которой под влиянием механических, химических, биологических и физико-химических процессов происходит сортировка или избирательное выделение в твёрдую фазу растворённых и газообразных веществ с последующим переходом отделившихся однородных продуктов в осадок. Образовавшиеся из таких осадков горные породы отличаются простым химическим составом, высокой концентрацией отдельных компонентов или большой однородностью частиц по размеру. Многие осадочные породы благодаря дифференциации представляют собой ценные полезные ископаемые (кварцевые пески, железные руды, каменная соль и др.).

В общем балансе осадочных пород значительно меньший объём занимают органогенные образования, которые представляют собой продукты жизнедеятельности или отмирания живых организмов. Сюда относятся, прежде всего, известняки – продукты отмирания организмов, извлекающих обычно из среды обитания $CaCO_3$, а также опоки, имеющие состав SiO_2, nH_2O, и угли, представляющие собой различные углеродистые соединения.

Ещё реже в разрезе осадочных пород отмечаются ***хемогенные*** образования, которые формируются в процессе химических реакций осаждения из пересыщенных вод (рассолов). Типичными представителями являются соли.

Процессы образования и изменения

Образование осадочных пород (литогенез) представляет собой совокупность ряда последовательных стадий (рис.9):

1. Выветривание (физическое разрушение, дробление пород и последующее химическое разложение до состояния глин), которое приводит к разрушению верхней части всей континентальной коры.

2. Перенос преимущественно речными потоками, а также ветром, ледниками, временными водотоками в сторону водных бассейнов. Продукты выветривания при этом продолжают истираться, измельчаться.

3. Отложение или седиментация рыхлых осадков в водных бассейнах с проявлением процессов дифференциации.

Диагенез включает процессы уплотнения осадка, его цементацию и дегидратацию (удаление воды) вследствие постепенного погружения на большие глубины, увеличения лито- и гидростатической нагрузки, а также повышения температур (до 200-300 °С) за счёт геотермического градиента. Вследствие диагенеза рыхлый, мокрый песок превращается в сцементированный песчаник, глина – в алевролит, галечник – в конгломерат и т.д.

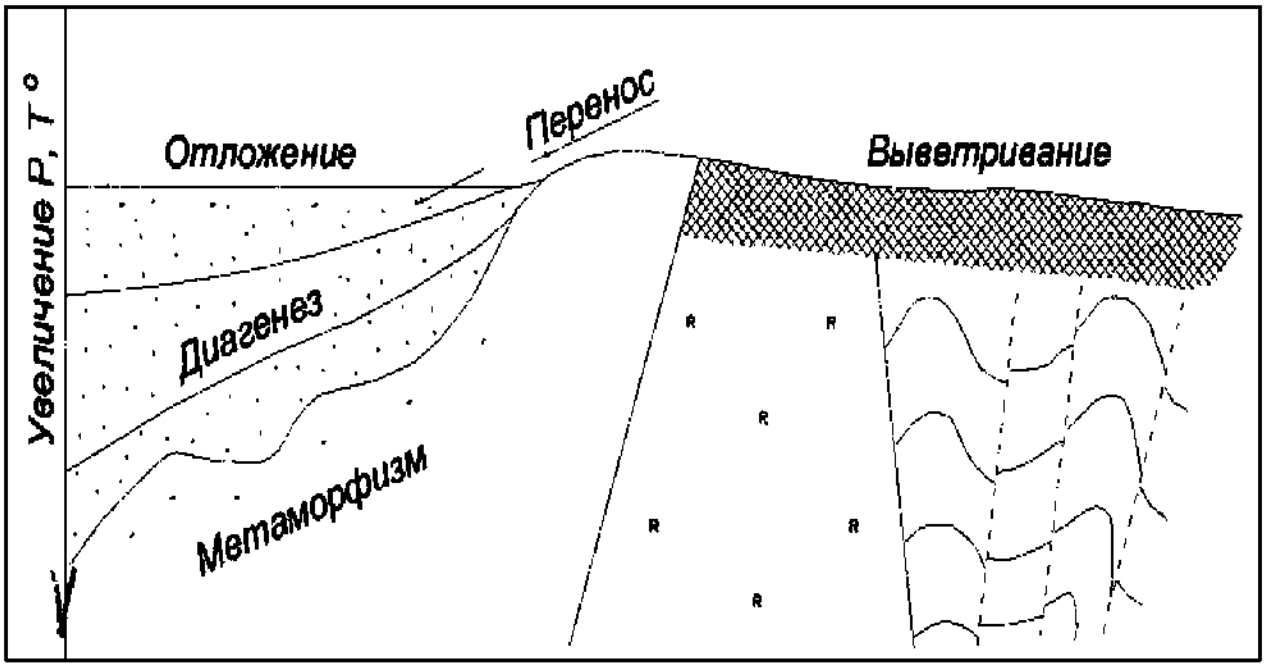


Рис. 9. Соотношение этапов образования и существования осадочных горных пород

Вся упомянутая выше совокупность рыхлых продуктов, вынесенных с территории суши, называется терригенными (рождёнными на континентах, в дословном понимании) породами. Нередко образуются смешанные продукты, когда с терригенными осадками смешиваются с останками органики. Тогда имеем дело с известковистыми песчаниками, глинистыми известняками и т. д. В случае смешивания терригенных осадков с продуктами вулканизма получаем туфогенные песчаники, песчанистые туфы и т. д. Следует отметить, что прилагательное в названии породы относится к тому компоненту, который содержится в меньшем количестве. И, наоборот, существительным обозначается та часть, которая доминирует в породе. Для случаев, когда оба компонента содержатся в примерно одинаковых соотношениях, названия пород обозначаются специальными терминами. Туффитом, например, называют породу, в которой примерно одинаковое соотношение туфового и песчанистого материала. В аналогичном случае для терригенно-карбонатных пород используется термин мергель.

Классификация осадочных горных пород

Общепризнанных классификаций осадочных горных пород нет, что связано, прежде всего, с разнообразием процессов и факторов, контролирующих образование осадков. В нашей стране распространением пользуется классификация осадочных пород, предложенная в 1958 г. М. С. Шевцовым, в основу, которой положено с одной стороны их происхождение, а с другой – их химический и минеральный состав. Подобная классификация осадочных пород по Г. А. Кейльману и В. Б. Болтырову (1985) приведена в виде таблицы 2.

По генетическим признакам среди осадочных горных пород выделяют три главные группы.

Терригенные (обломочные) породы, образуются в результате механического разрушения ранее существовавших горных пород, и накопления обломочного материала. Сюда относят большую группу песчаников, гравелитов, конгломератов, а также их не сцементированные и не окатанные разности: пески, гравий, дресву, галечник и щебень. В эту же группу можно отнести глинистые породы, являющиеся продуктом преимущественно химического разрушения пород, а также переотложения глинистых минералов, освободившихся при выветривании глинистых толщ и тончайшего дробления химически стойких минералов.

Органогенные породы, которые образуются в результате жизнедеятельности организмов (коралловые постройки) и их отмирания (кости рыб, зубы акул и т. д.). В отдельную группу могут выделяться каустобиолиты, образующиеся из растительных и животных (планктон) останков, преобразованных под влиянием биохимических, химических и других геологических факторов и обладающих горючими свойствами. Сюда относят угли, торф, сапропель и др.

Хемогенные породы, образующиеся при химическом разрушении, растворении минералов материнских пород и последующем выпадении новых минералов в осадок из пересыщенных растворов.

Дальнейшее подразделение в пределах выделяемых генетических групп осадочных пород производится по вещественному и минеральному составу. Терригенные осадочные горные породы по размеру обломков (частиц) подразделяются на грубообломочные (псефиты), песчаные (псаммиты), пылеватые (алевролиты) и глинистые (пелиты). По характеру связи (цементации) обломочного материала они делятся на сцементированные и несцементированные (рыхлые).

При классификации органогенных и хемогенных пород определяющим является их химический состав (табл.2.).

Текстуры, структуры, цвет

Текстура – это общий рисунок породы, черты ее строения, определяемые способом заполнения пространства, характером сочетания между собой элементарных частиц (минералов, зерен, обломков). Текстура породы формируется с этапа накопления осадка. Возникшие в процессе осадконакопления первичные текстуры отражают состояние среды в момент накопления осадочного материала и результаты её взаимодействия с осадком. Вторичные текстуры возникают в уже сформировавшейся породе при процессах диагенеза и гипергенеза.

Структура осадочной породы – это особенности её строения, которые определяются размером, формой, степенью однородности составных частей, а также количеством, размером и степенью сохранности органических

остатков. Элементы структуры породы формируются на протяжении всех этапов образования и жизни породы. Напомним, что для магматических пород важным диагностическим признаком был размер зерен, поэтому структуры назывались, например, крупно- или мелкозернистыми. Для метаморфических пород понятие структуры обуславливал другой важный диагностический признак – форма зерна (например, лепидо- или гранобластовая).

Важнейшим признаком, характеризующим строение осадочных пород, является их ***слоистая текстура***. Образование слоистости связано с условиями накопления осадков. Любые перемены этих условий вызывают либо изменение отлагающегося материала, либо обстановку в его поступлении, что внешне выражается в появлении слоёв.

Слои представляют собой более или менее плоские тела, горизонтальные размеры которых во много раз больше их толщины (мощности), и отделяющиеся друг от друга поверхностями напластования. Слоистая текстура обусловлена чередованием слоёв нескольких разностей осадочных пород и может быть вызвана резким изменением размера обломочных частиц и вещественного состава пород, либо ориентировкой осадочного материала.

Для осадочных пород характерна также ***пористая*** текстура, характеризующая степень её проницаемости. По степени пористости выделяются следующие породы:

— ***микропористые***, в которых пористость незаметна на глаз, но устанавливается специальными методами;

— ***мелкопористые***, в которых можно различить мелкие частые поры;

— ***крупнопористые*** – с колебанием размера пор в пределах от 0,5 до 2,5 мм;

— ***кавернозные*** – имеют крупные поры (каверны) на месте выщелоченных раковин и остатков других организмов, а также отдельных частей горной породы.

Для однородных, преимущественно зернистых хемогенных и органогенных пород, характерны ***массивные*** текстуры.

Все несцементированные осадочные горные породы имеют ***рыхлую*** текстуру.

Структура осадочных пород отражает их происхождение. Структуры осадочных пород определяются, главным образом, размером и отчасти формой слагающих их частиц. По величине обломков для терригенных горных пород выделяются следующие структуры:

- ***галечная*** (окатанные обломки) – размер обломков – 10-100 мм;
- ***щебеночная*** (остроугольные обломки) – 10-100 мм;
- ***гравийная*** (окатанные обломки) – 1-10 мм;
- ***дресвяная*** (остроугольные обломки) – 1-10 мм;
- ***псаммитовая*** – 0,1-1 мм;
- ***алевролитовая*** – 0,01-0,1 мм;
- ***пелитовая*** – < 0,01 мм;

Таблица 2.

Классификация осадочных горных пород

Т Е Р Р И Г Е Н Н Ы Е породы				
Рыхлые, несцементированные			Сцементированные	Размер, мм
псефиты	неокатанные	окатанные	Конгломераты	> 10
	Глыбы, щебень Дресва	Валуны, галечники Гравий	Гравелит	1-10
псаммиты		Песок	Песчаник	0,1-1
			песчаник мелкозернистый	0,1-0,25
			песчаник среднезернистый	0,25-0,5
			песчаник крупнозернистый	0,5-1,0
пелиты	Алевриты		Алевролиты	0,01-0,1
	Глины		Аргиллиты	<0,01

О Р Г А Н О Г Е Н Н Ы Е породы	
Название	Химический состав
Известняки, мел	$CaCO_3$
Доломит	$Ca, Mg(CO_3)_2$
Опоки, трепела	$SiO_2 \cdot n H_2O$
Сапропеллиты, торф, угли	Органические соединения углерода

Х Е М О Г Е Н Н Ы Е п о р о д ы		
Название		Химический состав
Соли галоидные:	**галит**	$NaCl$
	сильвин	KCl
Соли сернокислые:	**гипс**	$CaSO_4 \cdot 2H_2O$
	ангидрит	$CaSO_4$
Соли фосфатные:	**апатит**	$Ca_3(PO_4)_3$
Бурые железняки	**лимонит**	$FeO \cdot n H_2O$, $Fe(OH)_2$
	гематит	Fe_2O_3
Бокситы		$Al_2O_3 \cdot n H_2O$, $Al(OH)_3$ $AlO(OH)$

Для хемогенных пород (известняки, доломит, гипс) характерна кристаллически-зернистая структура. В зависимости от размера слагающих породу зерен выделяют крупнозернистую (преобладают зерна величиной 1,0- 0,5 мм), среднезернистую (0,5-0,25 мм), мелкозернистую (0,25-0,1 мм), иногда выделяют разнозернистую, когда порода плохо отсортирована.

Оолитовая структура наблюдается в случаях, когда в породе в массовых количествах присутствуют мелкие шаровидные стяжения (оолиты) различного размера (боксит, оолитовый известняк).

Структуры пород, в составе которых большое участие принимают остатки организмов (свыше 20-30 % объема породы), определяются степенью сохранности этих останков и их количеством. Выделяются следующие структуры: ***биоморфная*** – в случае хорошей сохранности скелетных остатков организмов; ***детритовая*** – порода почти полностью состоит из скелетных обломков размером крупнее 0,1 мм.

Осадочные породы имеют самую разнообразную окраску и оттенки. При этом иногда окраска является признаком, характерным для определения этих пород и зависит от: 1) – окраски минералов, слагающих пород, 2) – окраски рассеянных в породе примесей и цемента и 3) – цвета тончайшей корочки, часто обволакивающей зерна составляющих породу минералов. Белый и светло-серый цвета обычно обусловлены окраской главных минералов осадочных пород (кварца, каолинита, кальцита, доломита и др.) и свидетельствует до некоторой степени о чистоте породы. Темно-серый и черный цвета чаще всего появляются в результате примеси углеродистого вещества и, реже, оксидов и гидрооксидов марганца. Красный и розовый цвета связаны с примесью в породе оксидов железа, а зеленый цвет зависит от примеси закисного железа и присутствия минералов с зеленой окраской – чаще глауконита, реже хлорита и малахита.

Основные разновидности осадочных пород

Терригенные породы

Грубообломочные породы (псефиты) в зависимости от размера и формы обломков подразделяются на:

— глыбы и валуны, имеющие соответственно угловатые и окатанные обломки размером свыше 100 мм в поперечнике;

— щебень и галечник – угловатые и окатанные обломки размером от 100 до 10 мм в поперечнике;

— дресву и гравий – угловатые и окатанные обломки размером от 10 до 1 мм в поперечнике.

Окатанность материала свидетельствует о длительности времени и дальнем пути переноса обломков от места разрушения породы до места аккумуляции, не окатанные обломки – о кратковременности и незначительных расстояниях переноса.

Сцементированные породы, состоящие из окатанных, округленных обломков, размеры которых превышают 10 мм – называются **конгломераты**; соответственно порода, состоящая из не окатанных, угловатых обломков крупнее 10 мм, называется **брекчией**. Гальки в конгломератах состоят из магматических, метаморфических и осадочных пород, цементом служит

песчано-глинистый, известково-глинистый, карбонатный, кремнистый или иной материал. Возможно выделение олигомиктовых конгломератов, характеризующихся существенно кварцевым составом галек (белый жильный кварц, кварциты) и полимиктовых конгломератов, где гальки имеют разнообразный состав. Брекчии обычно обладают однообразным составом обломков и цементирующего материала.

Гравелиты слагаются обломками различных пород и, реже, минералов с преобладающим размером обломков 1-10 мм. Цемент – карбонатный, карбонатно-глинистый или песчано-глинистый.

Практическое применение грубообломочные породы находят в дорожном строительстве, при отсыпке железнодорожного балласта и изготовлении бетона, иногда используются в строительстве как декоративный материал (некоторые разности брекчий и конгломератов). Иногда грубообломочные породы содержат ценные полезные ископаемые (золото, уран и др.).

Песчаные породы (**псаммиты**) состоят из зерен, размеры которых составляют 0,1-1 мм, и представлены **песками** и **песчаниками.** Первые сложены несцементированными скоплениями обломков, вторые – сцементированные обломками той же величины. В зависимости от размера обломков выделяются крупнозернистые (0,5-1 мм), среднезернистые (0,25-0,5 мм) и мелкозернистые (0,1-0,25 мм) пески и песчаники. В породах существенно преобладает кварц, далее идут полевые шпаты, слюды, халцедон, глауконит, а также глинистые минералы, Цементирующая часть песчаных пород чаще всего представлена глинистым материалом и кальцитом, реже – доломитом, опалом, оксидами железа.

Мономинеральные песчаные породы состоят в основном из кварца, полимиктовые пески и песчаники состоят из зерен различных минералов (кварца, полевых шпатов, слюды).

Пески и песчаники имеют широкое применение для получения кирпича и бетона, а также в дорожном строительстве. Кварцевые пески и песчаники служат сырьем для получения динаса, оконного стекла, в литейном и керамическом производстве.

Пылеватые породы (**алевриты**) состоят из зерен, имеющих размер 0,1-0,01 мм. Рыхлые скопления таких обломков называются **алевритами**, а сцементированные – **алевролитами**. Минеральный состав обломочной части примерно такой же, как и в песчаных породах, но здесь выше доля устойчивых минералов – кварца, мусковита, халцедона. Характерными компонентами их являются частицы глинистых минералов и хлорит. Цементами алевролитов служат кремнисто-глинистая, хлорит-глинистая масса, карбонаты и гидрооксиды железа.

Наиболее характерным представителем является лесс.

Лесс – светлая палево-желтая легкая однородная порода, обычно слабо сцементированная, состоящая, главным образом, из частиц кварца и, меньше, полевых шпатов с примесью глинистых частиц и карбонатов. Наличие

последних легко обнаруживается с помощью соляной кислоты, от которой лесс «вскипает».

Алевролит – сцементированная порода различной окраски, алевролитовой структуры, часто имеет тонкослоистую текстуру с горизонтальной или косой слоистостью. Окраска породы определяется преимущественно окраской цементирующего материала (глинистыми минералами). Характерной особенностью алевролитов является шероховатость пород в изломе, что определяется размером (0,1-0,01 мм) обломочных зерен.

Глинистые породы состоят из мельчайших (< 0,01 мм) кристаллических и аморфных частиц различных глинистых минералов, в меньшей степени, из зерен хлоритов, оксидов и гидроксидов алюминия, глауконита, опала, кварца и других минералов – продуктов химического разложения горных пород в поверхностных условиях. Образование глинистых пород происходит в результате химических процессов, ведущих к накоплению глинистых минералов, и одновременном переносе мельчайших частиц.

Глины – это легко размокающие породы. В сухом состоянии являются или землистыми, рыхлыми, легко растирающимися в порошок, или плотными крепкими агрегатами с землистым или раковистым изломом, имеющими микропористую текстуру. В состав глин входят различные минералы, поэтому окраска глин разнообразна и зависит как от состава глин, так и от примесей.

Каолинитовые глины или **каолины** имеют преимущественно белый или светло-серый цвет, монтмориллонитовые или **бентониты** – светло-серый или с желтоватым, или с зеленоватым оттенком, гидрослюдистые – от белой до зеленой или пестрой окраски.

Глины являются ценным сырьем для изготовления фарфора, фаянса, огнеупорного кирпича и др.

Аргиллиты – уплотненные в процессе диагенеза глины. Обладают землистым или раковистым изломом. Цвет может быть различным, чаще всего, это серые или темно-серые породы. По минеральному составу это преимущественно гидрослюдистые породы с примесью кварца, полевых шпатов, слюд и др.

Мергели – породы смешанного состава, состоящие из кальцита и на 45-75 % из глинистых частиц. Мергели образуются в морских бассейнах, лагунах и пресноводных озерах при одновременном поступлении глинистого и карбонатного материала. В зависимости от содержания глины различают известковистый аргиллит, мергель и глинистый известняк. По внешнему виду это плотная и однородная порода белого, серого, желтоватого цвета. Вскипает при взаимодействии с соляной кислотой, оставляя желтые пятна за счет концентрации на месте реакции глинистых частиц. Мергели широко применяются в цементной промышленности.

Отмеченные продукты настолько часто представляют собой смешанные образования, что их разделение иногда не представляется возможным. Поэтому они рассматриваются под общим названием.

Известняки – наиболее распространенные карбонатные породы. Это обычно мономинеральные породы, состоящие из кальцита. Наиболее типичный признак известняков – интенсивная реакция с соляной кислотой. Цвет их обычно светлый-белый, светло-желтый, светло-серый. Интенсивность окраски определяется присутствием органического вещества. У них обычно *массивная* и *слоистая* текстуры. Структура ***биоморфная, детритовая, биогенно-шламовая, зернистая***.

По генетическим признакам выделяют: 1) органогенные известняки, образующиеся из скоплений раковин, их обломков, скелетов кораллов, внутренних слепков, сложенных кальцитом; 2) хемогенные известняки с характерной оолитовой структурой, пористой текстурой, образующиеся за счет реакций осаждения; 3) обломочные известняки, состоящие в основном из обломков известняков или ракушек в различной мере окатанных.

Мел – специфическая карбонатная порода, состоящая из кальцита. Окраска породы белая, иногда с сероватым или буроватым оттенком. Мел непрочен, легко поддается обработке ножом, стеклом, пачкает руки, высоко порист (до 40-50 %). Порода интенсивно «вскипает» при взаимодействии с соляной кислотой. Основная составная часть породы – органические остатки (раковинки фораминифер, остатки известковых водорослей). Структура мела ***пелитоморфная.***

Доломиты внешне сходны с известняками, но основной составной частью их является минерал доломит. Окраска доломитов преимущественно светлая, серая, кремовая, зеленовато-серая. Структура ***мелко-*** и ***тонкозернистая,*** текстура ***массивная*** и слабо выраженная ***слоистая.***

Карбонатные породы широко используются в различных отраслях промышленности: для производства цемента, в виде флюса при выплавке металлов, для известкования кислых почв и др.

Опоки – твердые породы белого, серого до черного цвета, часто обладающие раковистым изломом. Состоят из мельчайших округлых стяжений (глобулей) опала. Окраска пород в целом более темная, чем у трепелов – от серой до темно-серой и черной.

Трепелы – породы, состоящие из мельчайших зернышек опала, скрепленных опаловым цементом. Трепел может быть рыхлым, компактным, плотным и пористым. Цвет от белого, сероватого до желтовато-серого.

Опоки и трепелы – кремнистые породы, в значительной части состоят из опала $SiO_2.nH_2O$ и халцедона SiO_2. Содержание этих минералов в породах составляет от 50 до 98 %.

Кремнистые породы применяются как теплоизоляционные, строительные и фильтрационные материалы, как наполнители, катализаторы, адсорбенты.

Каустобиолиты образуются из остатков растительных или животных организмов, преобразованных под влиянием различных геологических факторов и способных гореть на воздухе.

Торф представляет собой скопление относительно малоизмененных останков растительных тканей, образующихся в условиях болот. Это более или менее рыхлая бурая или черная гумусовая масса, содержащая в большем или меньшем количестве видимые останки растительности (листья, стебли, корни, древесину, мох), высушенный торф обычно рыхлый, легкий.

Каменные уголь – порода черного цвета, хрупкая, пачкающая руки. Излом раковистый. Образуется, в частности, при преобразовании торфа в результате химического процесса его изменения (углефикации). Большинство углей обладает хорошо выраженной слоистостью. В зависимости от степени преобразования в них могут сохраняться следы растительных тканей, либо они могут состоять из однородной, практически бесструктурной матовой массы.

Каустобиолиты широко используются как промышленное топливо, а также в качестве сырья для химической промышленности.

Соли галлоидные. Каменная соль. Главная составная часть ее – **галит** (NaCl). Окраска породы светло-серая, белая, но иногда может быть красной, черной или синей. Структура породы ***кристаллически-зернистая***, текстура ***массивная*** или ***слоистая.*** Характерный диагностический признак – соленый вкус.

Каменная соль используется в пищевой промышленности для сохранения скоропортящихся продуктов и как приправа к пище. Взрослый человек в течение года потребляет 6 кг соли.

Калийная соль (сильвинит) – наиболее распространенная калийная соляная порода. Состоит из **сильвина** (KCl), обычно с существенной примесью карналлита (KCl, $MgCl_2$.$6H_2O$) и галита. По характеру окраски выделяются красные и пестрые сильвиниты. Текстура их ***слоистая, массивная***, структура ***разнозернистая*** с преобладанием ***мелко-*** и ***среднезернистой.***

Основным потребителем калийных солей является сельское хозяйство, где калий применяется для удобрения почвы. Остальное количество калийных солей потребляется химической промышленностью, выпускающей несколько продуктов, в которых основной составной частью является калий.

Соли сернокислые. Гипс – мономинеральная порода, состоит из минерала гипса. Окраска породы светлая: белая, кремовая, реже серая или бурая. Структура ***мелко-*** и ***среднезернистая***, текстура ***массивная***, реже ***слоистая.*** Порода невысокой твердости, царапается ногтем.

Ангидрит имеет также светлый, голубовато-серый, серый, белый цвета. Плотность его выше, чем у гипса, поэтому по удельному весу он легко отличается от последнего. Отчетливо фиксируется различие по твердости (породы ногтем не царапается). Структура ангидрита ***средне-*** и ***мелкозернистая,*** текстура ***массивная*** и ***слоистая.***

Гипсы и ангидриты используются в строительстве для приготовления вяжущих материалов – алебастра, формовочного гипса и др., а также в производстве серной кислоты, бумаги, в медицине.

Соли фосфатные. **Фосфориты** – довольно распространенная порода, образование которой связано с гибелью, разложением и химической переработкой останков морских организмов. Это осадочные горные породы более чем на 50 % состоящие из фосфатов кальция. Окраска фосфоритов обычно темная, серая, черная, коричнево-серая и зеленовато-серая определяется, главным образом, присутствием органического вещества, сульфидов железа и глауконита. Встречаются и светлоокрашенные разности.

Фосфориты являются сырьем для производства фосфорных удобрений для сельского хозяйства.

Бурые железняки. Образование железистых и марганцевых пород, содержащих минералы железа и марганца (оксиды, гидроксиды и карбонаты) и являющихся рудами, связывается обычно с выветриванием богатых этими минералами горных пород. Из них в процессе диагенезе возникают морские, озерные, болотные и другие руды.

Бурые железняки обладают бурой окраской различных оттенков до черной и сравнительно большой плотностью. Характерна ***оолитовая, землистая, конкреционная, натечная*** структура, ***пористая*** текстура. В составе бурых железняков преобладают минералы – оксиды и гидроксиды железа: гетит, гидрогетит, лимонит, гематит.

Глауконитовые песчаники – глауконит-железистая разновидность гидрослюды характерного ярко-зеленого цвета, является аутигенным минералом морских бассейнов нормальной солености. Для глауконита характерно образование округлых комочков размером 0,2-0,4 мм. Песчаники, содержащие округлые зерна глауконита, называют глауконитовыми. Структура породы ***псаммитовая***, текстура слабо выраженная ***слоистая.***

Бокситы состоят преимущественно из минералов - гидрооксидов алюминия: гидраргиллита, диаспора и бемита, а также постоянной примеси гидроксидов железа. Цвет бокситов буровато-красный, кирпично-красный, охряно-желтый, серый. Встречаются в виде землистых или оолитовых масс.

Бокситы – основная руда для получения алюминия, кроме того, используются для получения огнеупоров, абразивов и в качестве химического сырья.

Вулканические туфы, генетически связаны с магматическими процессами, по условиям образования и внешнему облику относятся к осадочным горным породам. Продукты вулканических извержений, выброшенные в атмосферу, падают на землю и становятся обычными обломками. Этот материал в процессе диагенеза превращается в горные породы – туфы. Текстуры туфов слабо выраженные ***слоистые, пористые***. Структура определяется размерностью обломочного материала. Состав туфов – обломки вулканических пород, минералов, вулканического стекла.

3. ОПИСАНИЕ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ МАРШРУТОВ

Ниже приведено описание ряда геологических маршрутов в окрестностях г. Екатеринбурга, представляющих наибольший интерес для студентов специальности «Защита в чрезвычайных ситуациях». Большинство из них расположены в пределах городской черты, и лишь некоторые – за ее пределами. Участки характеризуются разнообразием геологического строения, а также опасными потенциальными угрозами. За отведенное для практики время предполагается проведение пяти-шести экскурсий.

3.1. По Уктусскому массиву

Нечасто встречаются геологические массивы, в развитии и преобразовании которых принимают участие различные эндогенные и экзогенные процессы.

Наиболее интересными из таких является ***Уктусский дунит-клинопироксенит-габбровый массив,*** который расположен на южной окраине Екатеринбурга и слагает денудационную возвышенность с относительным превышением около 60 м над уровнем р. Исеть. Массив площадью около 50 км^2 имеет в плане овальную форму, слегка вытянут в меридиональном направлении и залегает среди вулканогенно-осадочных толщ предположительно силурийского возраста.

Массив слагают интрузивные породы – пироксениты, дуниты и габбро. Дуниты образуют три обособленных тела – южное, центральное и северное. Габбро отделены от дунитов полем пироксенитов и слагают восточную часть массива (рис. 10).

В пределах описываемого участка проявляются также многочисленные экзогенные процессы и их продукты. Особенностью строения данного участка является широкое проявление процессов речной деятельности с развитием разных типов террас.

Описание маршрута

Маршрут начинается в пос. Уктус, на правом берегу р. Исети, в устьевой части р. Патрушихи, у каменного моста, сложенного из бутового камня, памятника архитектуры начала XIX в. (троллейбусная остановка «Уктус»).

Поселок Уктус был основан вокруг казенного железоделательного завода (одновременно с Алапаевским, Каменским и др.) в 1704 г., когда для войны со шведами Петру I потребовалось большое количество металла для пушек.

Т.Н. I. В 500 м выше каменного моста сохранились остатки плотины пруда Уктусского завода. Место для пруда было выбрано весьма удачно. Здесь река имеет широкую (300-400 м) корытообразную долину с крутым скальным правым берегом и террасированным высоким левым берегом, где разместились

цеха завода (ныне лифтостроительный) и основные гражданские постройки поселка Уктус.

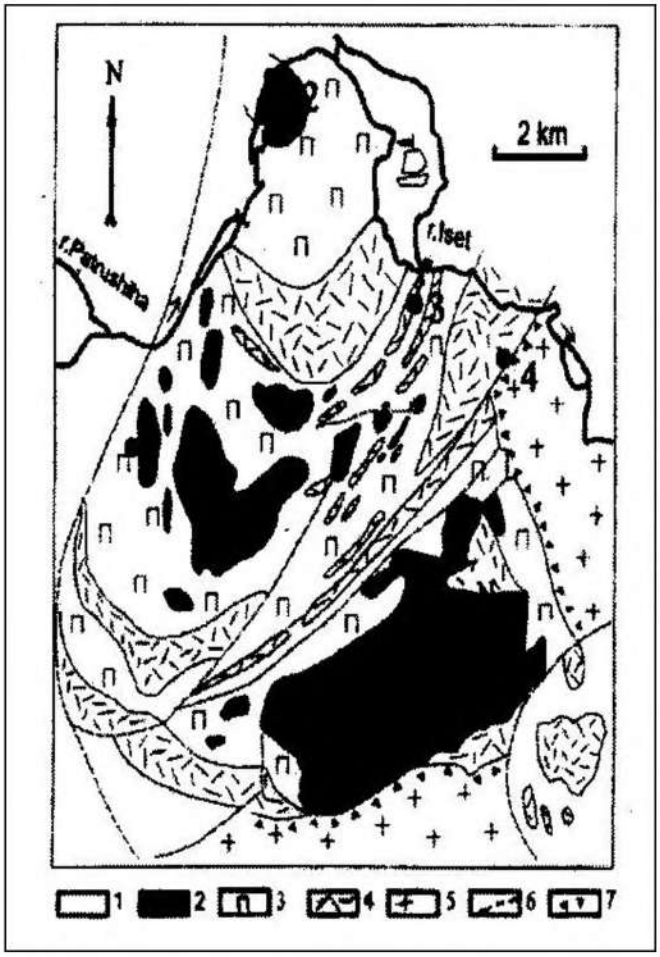


Рис. 10. Схема геологического строения Уктусского дунит клинопироксенит-габбрового массива.

1 – вмещающие вулканогенно-осадочные и метаморфические породы палеозоя; 2 – дуниты; 3 – клинопироксениты и верлиты; 4 – оливиновые и амфибол-пироксеновые габброиды;5 – гранитоиды; 6 – тектонические нарушения; 7 – зоны развития эруптивных гипербазит-гранитных брекчий

Скальные выходы сложены породами черного, темно-зеленого цвета средне- и крупнозернистой структуры, массивной текстуры, по составу представлены слабо серпентинизированными пироксенитами и перидотитами.

В настоящее время, когда воды пруда спущены, хорошо просматривается строение русла, которое можно описать. Можно также построить поперечный профиль р. Патрушихи в районе развилки автомобильных дорог.

Т.Н. 2. На данном участке русло реки делает меандрирующий (извивающийся) изгиб, обусловленный зонами дробления и выветривания в тектонических нарушениях. С этой точки хорошо видны надпойменные террасы левого берега, представленные эрозионно-аккумулятивным типом, верхний плодородный слой которых жители используют под огороды.

В пойменной части отчетливо выделяются пойменные и старичные отложения. На берегу реки можно видеть отложения русловой отмели и береговой вал. Экскурсанты составляют поперечный профиль реки.

Следует обратить внимание, что профиль реки асимметричный: левый борт пологий, а правый крутой. В случае аварийного спуска воды из Елизаветинского пруда могут пострадать строения, находящиеся в пойме реки на левом берегу. Поэтому строить объекты на левом берегу не рекомендуется.

Т.Н. 3. Карьер по разработке дунитов, которые в 50-е гг. XX столетия добывали в качестве сырья для получения магнезиальных огнеупоров. Размеры 60х30 м, борта отвесные, высота до 12 м. Выработкой вскрываются дуниты черного цвета с зеленоватым оттенком, массивные, мелко- и среднезернистые. С поверхности породы выветрелые, из-за чего их цвет становится светло-коричневым. Толщина корки выветривания 1-2 см. Окраска корочки выветривания обусловлена наличием глинистого минерала – керолита и гидрокарбоната магния. Дуниты разбиты густой сетью тектонических трещин.

По плоскостям некоторых трещин развита серпентинизация с образованием корок толщиной до 0,5 см. Серпентин светло-желто-зеленый. На плоскостях трещин видны борозды скольжения и уступчики, по которым участники экскурсии могут определить направление перемещения блоков.

На этой точке наблюдения можно сделать зарисовки одной из стенок карьера и произвести массовый замер для последующего построения диаграммы трещиноватости. Студентам напоминают устройство горного компаса, учат пользоваться им при определении элементов залегания пород и трещин.

По ходу движения к следующей точке наблюдения маршрут проходит у подножия техногенного отвала, образованного при строительстве трассы большого лыжного трамплина, и вдоль старицы р. Патрушихи. Здесь внимание участников экскурсии акцентируется на гравитационной дифференциации техногенного делювия (от лат. Deluer – смывать).

Т.Н. 4. Карьер размером 35х45 м с высотой бортов до 15 м. Карьером вскрыты те же дуниты, что и в Т.Н. 3. На этой точке наблюдения можно произвести хорошие зарисовки обнажения и набрать дополнительный материал для статистического измерения трещиноватости. Трещины более пологие и в верхней части имеют куполообразный изгиб. По некоторым плоскостям трещиноватости развивается корочка серпентинитов, что может способствовать перемещению больших блоков при искусственной встряске или при землетрясении. Необходимо обратить внимание студентов на то, что борта карьера в Т.Н. 3 почти вертикальные, а в Т.Н. 4 – не более 30 градусов. Пологие борта обусловлены соответствующей системой трещин. Рекомендуется сделать массовые замеры трещиноватости с последующим обобщением результатов.

Т.Н. 5. Выше по течению р. Патрушиха запружена. Выше плотины расположен Ново-Елизаветинский пруд. Водохранилище, к сожалению, затопило практически полностью старые песчано-глинистые карьеры кирпичного завода. Карьеры вскрывали аллювиальные (от лат. alluvio – нанос) отложения первой и второй надпойменных террас, в которых были найдены кости и бивни мамонтов, шерстистых носорогов и других животных, часть из которых можно видеть в экспозиции Уральского геологического музея. Разрез террасы можно наблюдать в западном борту пруда, у самой плотины. Возле плотины можно видеть небольшое зарастающее озерко, по-видимому, имеющее старичное происхождение. Здесь же можно проследить начальную стадию процесса торфообразования. Сама плотина имеет длину более 100 метров. Ее

восточная часть упирается в плотные магматические породы, а западная – в рыхлые песчано-глинистые отложения, что может быть причиной ее подмыва, если контакт недостаточно надежно закреплен.



Рис.11. Забой во 2-м дунитовом карьере

Т.Н. 6. На крутом склоне реки (Ново-Елизаветинского пруда) небольших размеров коренные выходы перидотитов**.** Горные породы темного цвета, чаще полосчатые или рассланцованные, реже массивные, мелко- среднезернистые. Пространство между коренными выходами задерновано, но геологическим молотком можно вскрыть растительный слой и докопаться до делювия, представленного остроугольными обломками перидотитов и сцементированных глинистой породой темно-зеленого цвета.

Т.Н. 7. Коренные гребневидные выходы пироксенитов на берегу водоема. Горные породы от черного до темно-зеленого цвета, средне- и крупнозернистые, массивные. В обнажении хорошо наблюдаются тектонические трещины различных направлений, элементы, залегания которых легко измерить.

Отчетливо видно, что пироксениты имеют высокую механическую устойчивость, чего нельзя сказать о перидотитах в предыдущем обнажении, которые образуют значительно сглаженные небольшие выходы.



Рис.12. Ново-Елизаветинский пруд. На противоположном берегу видны выходы пород Камышловской террасы

Т.Н. 8. Двигаясь дальше по тропе вдоль берега пруда до места впадения реки, наблюдаем практически непрерывно коренные скальные выходы, чаще гребневидного характера, пироксенитов, довольно сильно трещиноватых.

Особенностью данного участка горного массива является появление хорошо выраженной трещиноватости уже северо-восточного направления, что проявляется в тектонических ограничениях выходов пород и ориентировке логов и оврагов на склоне массива.

Северо-западное направление тектонических нарушений выражается здесь в спрямленных субпараллельных участках меандрирующей реки и частично в образовании оврагов на склоне.

Т.Н. 9. Маршрут переходит по склону на хребет Уктусского габбро-пироксенит-дунитового массива, по которому прорублена меридиональная просека. Двигаясь на юг по ходу маршрута, встречаем коренные выходы преимущественно пироксенитов. Породы черного, темно-зеленого цвета, массивной текстуры, крупнозернистой структуры, состоят преимущественно из пироксена с небольшим количеством оливина.

Хребтовая часть массива представлена чередованием небольших увалов и понижений. На вершинах этих увалов пироксениты образуют гребневидные выходы с тектоническими ограничениями северо-восточного простирания и углами падения 80-90 °.



Рис. 13. Крупный лог на западном склоне Уктусского массива, сформированный вдоль тектонического нарушения

В понижениях на хребте постоянно наблюдаются родники, которые свидетельствуют о заложении этих понижений на зонах трещиноватости, по которым циркулируют трещинные воды. Можно определить дебит (расход воды) источников, вкусовые качества воды.

Подытоживая маршрут, преподаватель делает акценты на потенциально возможном развитии на участке природных угроз. Сюда относится возможность прорыва плотины Елизаветинского пруда, суффозионных процессов вдоль русла реки с рыхлыми отложениями, подтопления построек на пойме реки, обвалов техногенного делювия с крутых склонов. При знакомстве с зеркалами скольжения преподаватель показывает механизм реализации тектонических движений, которые протекают и в новейшее время.

3.2. Елизаветинское месторождение

Маршрут начинается в пос. Рудном (куда доставит автобус № 17). На юго-западной окраине поселка размещается Елизаветинское месторождение природно-легированных бурых железняков. Месторождение было открыто в 1829 г. и отрабатывалось около 150 лет.

На месторождении рудоносной является кора выветривания в различной степени серпентизированных дунитов.

По генезису кора выветривания остаточная.



По морфологии – площадная, с линейными участками заглубления, развитыми по тектоническим нарушениям, образующими значительное количество глубоких карманов в палеозойском фундаменте.

Общая мощность элювиальных (от лат. eluo – вымываю) отложений колеблется от 5 до 80 и более метров, в среднем составляет 30-40 м.

Считают, что древний элювий сформировался в юрско-меловое время и отвечает тропическому или субтропическому, теплому и влажному климату.

Наиболее полно профиль коры выветривания описан А. Л. Яницким (1965), который приводит его в таком виде (снизу вверх):

1) зона дезинтеграции в различной степени серпентинизированных дунитов;

2) зона выщелачивания, сложенная карбонатизированными, слабо нонтронитизированными дунитами и аподунитовыми серпентинитами (мощность 1-5 и более метров);

3) зона охр представлена охристыми порошковатыми глинистыми рудами и кремнисто-железистыми породами.

Зона дезинтеграции серпентинизированных дунитов. Дуниты, обнажающиеся в основании и по бортам карьера, мелко- или тонкозернистые, плотные. Крепкие, иногда почти свежие или слабо выветрелые дуниты наиболее полно вскрыты в щебеночном карьере в 200 м к западу от основного карьера.

Породы по тектоническим трещинам разбиты на блоки и практически превращены в щебень. По плоскостям трещин нередко можно видеть зеркала скольжения, свидетельствующие о тектонических перемещениях отдельных блоков.

В южном борту карьера можно в миниатюре увидеть всю зональность химического выветривания с образованием зон выщелачивания.

Зона выщелачивания. Дуниты и серпентинизированные дуниты, как у поверхности, так и на глубине вдоль зон тектонических нарушений в разной степени подвергались процессам выветривания. Процессы выветривания выразились в разложении и выщелачивании материнских пород, в их карбонатизации, частичной нонтронитизации и керолитизации. Породы в большей части сохраняют основные черты первичной структуры материнских пород, в некоторых случаях эти породы могут переходить в кавернозно-пористые образования различной крепости.

Под влиянием процессов выветривания породы принимают зеленовато-серую или серовато-белую окраску, иногда с бурыми, желтыми или черными пятнами. Эта пестроцветная окраска обусловлена скоплениями различных минеральных агрегатов: магнезита, кальцита, нонтронита, керолита, минералов марганца и др.

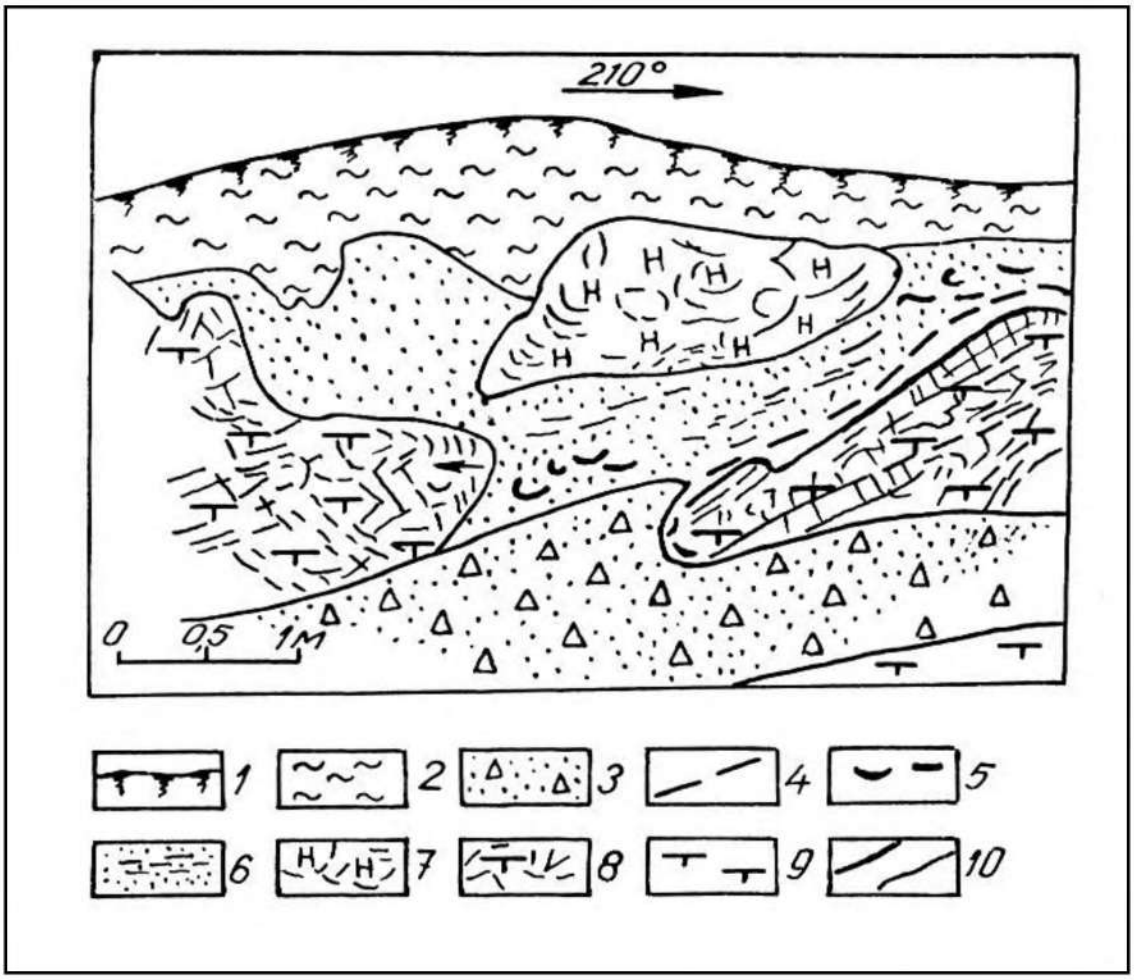


Рис.14. Карман коры выветривания серпентинизированных дунитов в борту щебеночного карьера (Елизаветинское месторождение).

Условные обозначения: 1 – почвенно-растительный слой; 2 – глины, суглинки; 3 – осыпь; 4 – скопления магнезита; 5 – жеоды бурых железняков; 6 – охристые бурые железняки; 7 – нонтронитизированные серпентиниты; 8 – зона дезинтеграции дунитов; 9 – дуниты с корочкой выветривания; 10 – геологические границы.

Тектонические трещины (сместители, разломы), многочисленные трещины отдельности, а также микропоры и пустоты, образовавшиеся вследствие выветривания и выщелачивания эндогенных минералов, выполнены преимущественно магнезитом, местами кальцитом, доломитом или керолитом, кварцем, опалом с образованием их гнезд и прожилков. Мощность некоторых прожилков магнезита достигает 2-3 см и более.

Рыхлые, землистые выветрелых дунитов представляют собой породы, подвергшиеся более глубокому изменению. Они не только дезинтегрированы механически, но и разложены и преобразованы химически. Они находятся в таком состоянии, что при слабом ударе рассыпаются на мелкий щебень или сыпучую землистую массу зеленовато-серого или грязно-серого цвета. На некоторых участках поверхность щебня покрыта многочисленными мельчайшими черными дендритами марганцевых минералов, а иногда пленками карбонатов, на которых также наблюдаются ветвистые дендриты марганцевых образований.

Зона охр залегает в верхней части разреза и представлена рыхлой буровато-желтой или лимонно-желтой слабо сцементированной массой, состоящей из порошковатых и комковатых образований гетита, гидрогетита, гематита, магнетита, и марганцовых минералов. Охристые порошковатые руды заполняют также имеющиеся на поверхности карманообразные и воронкообразные углубления, развитые вдоль зон тектонических нарушений и уходящие на глубину на многие метры.

Такие взаимоотношения руд с подстилающими породами можно наблюдать в основном карьере. Среди охристых руд в железорудном карьере можно наблюдать останцовые глыбы и куски выветрелых карбонатизированных дунитов и серпентинитов, выделяющихся на буром фоне серовато-зеленой окраской. Здесь же отмечаются отдельные глыбы и куски кремнисто-железистых пород желтовато-бурого или бурого цвета.

Описываемые породы относятся к природно-легированным хромоникелевым железным рудам.

В ряде мест кремнисто-железистые породы слагают значительные участки. В некоторых обнажениях они образуют скальные выступы, положительные формы рельефа, что объясняется их сравнительно высокой прочностью. В карьере студенты могут познакомиться с различными формами выветривания: физического, химического, органического.

Здесь видно как разные продукты выветривания влияют на величину естественных откосов. Уменьшение механической прочности первичных ультраосновных пород приводит к уменьшению угла откоса искусственных выработок (карьера). Рыхлые породы в результате воздействия на них талой воды очень быстро оплывают. Здесь же в карьере можно проследить процессы естественной рекультивации земель.

3.3. Шабровское рудное поле

Шабровский рудный район расположен в 25 км к юго-западу от г. Екатеринбурга. В пределах Шабровского рудного района (рис.15) развиты месторождения железистых кварцитов, гондитов, родонитов, мраморов, тальк-магнезитового камня, талька, декоративно-облицовочного серпентинита и золота. Все они достаточно тесно сопряжены в пространстве, часто приурочиваются к одним и тем же тектоническим структурам – шовным зонам.

Шабровское рудное поле приурочено к полосе метаморфических пород, образующих крупную Шабровскую моноклиналь с крутопадающими крыльями и разделяющих Сысертский и Шабровский массивы гранодиоритов – гранитов (рис. 15).

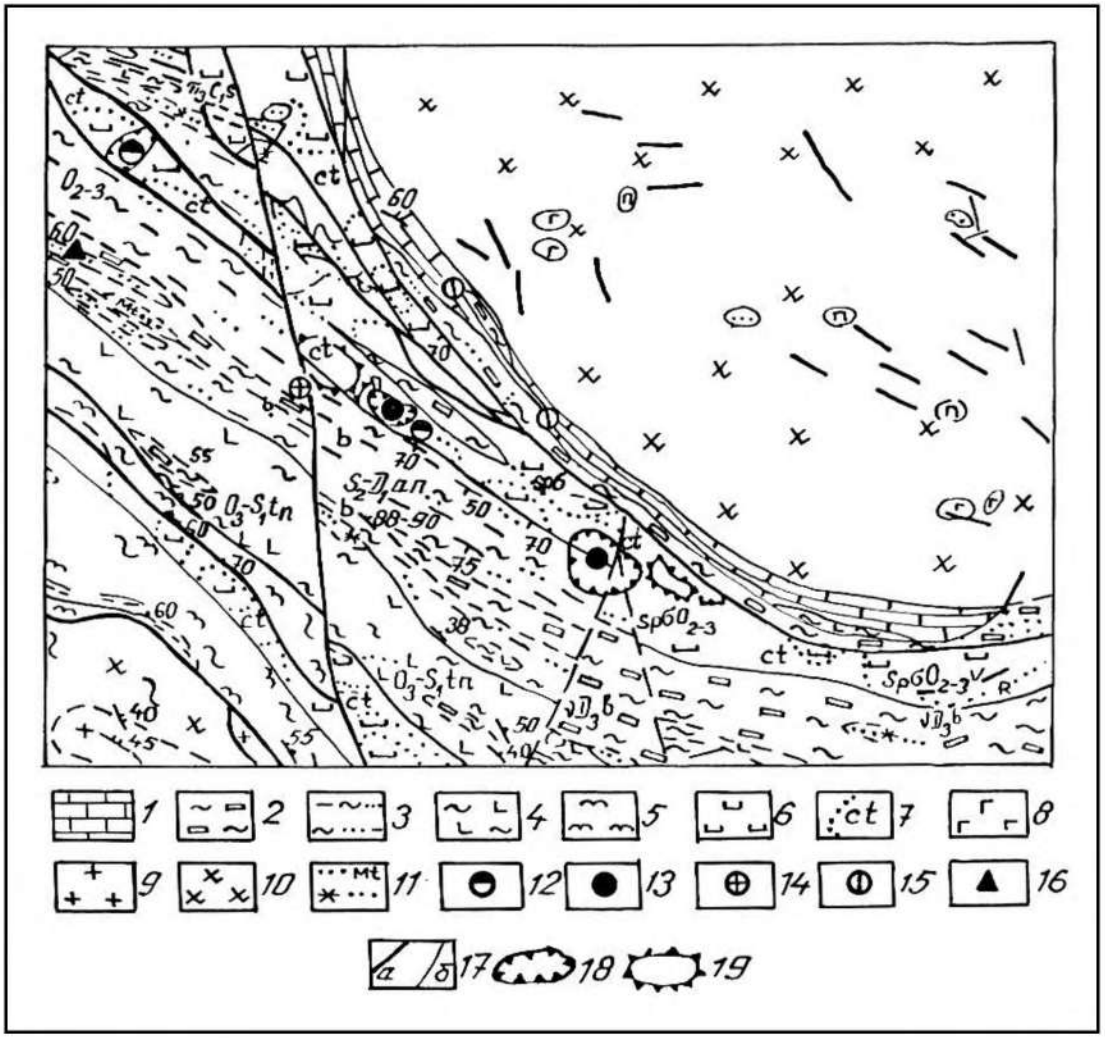


Рис. 15. Геологическое строение Шабровского рудного поля:

1 – мраморы; 2 – сланцы преимущественно углисто-графит-кварцевые; 3 – серицит-кварцевые, филлитовидные сланцы; 4 – зеленые сланцы по афировым базальтам; 5 – кристаллические сланцы; 6 – серпентиниты; 7 – тальк-карбонатные породы; 8 – габбро; 9 – граниты; 10 – гранодиориты; 11 – кварциты магнетит- и марганецсодержащие; 12 – 16 месторождения: 12 –антигоритовых змеевиков, 13 – тальк-магнезитового камня, 14 – золота, 15 – мрамора, 16 – железистых кварцитов; 17 границы разломов (а), стратиграфические (б); 18 – карьеры; 19 - отвалы

Среди метаморфических толщ в Шабровском районе, по последним данным геологосъемочных работ (Г. В. Ярославцев и др., 1995 г.), выделяется четыре свиты (сверху вниз): кунгурковская (D_1kn), андреевская (S_2-D_1an), тенякская (O_3-S_1tn) и саитовская (R_2st).

Основание разреза слагают высокометаморфизованные породы **саитовской свиты** (**R_2st**): кристаллические сланцы мусковитовые, биотитовые и мусковит-биотитовые, часто с гранатом, частично мигматизированные; амфиболиты, участками биотитизированные, часто с гранатом, частично мигматизированные; прослои железистых кварцитов, единичные линзы мраморов. Мощность более 1000 м.

Тенякская свита (**O_3-S_1tn**) представлена преимущественно вулканогенными образованиями основного состава, преобразованными в зеленосланцевой и эпидот-амфиболитовой фациях регионального метаморфизма. Мощность 600-800 м. Породы свиты имеют преимущественно моноклинальное падение на СВ под углом 30-60 °. Контакт пород свиты с нижележащими образованиями саитовской свиты везде тектонический, а с породами вышележащей андреевской свиты согласный.

Андреевская свита (**S_2-D_1an**) развита в виде широкой полосы и ряда небольших линз в юго-западной части района. В составе свиты преобладают серицит-кварцевые (филлитовидные), хлорит-серицит-кварцевые, альбит-серицит-кварцевые, серицит-биотит-кварцевые и слюдисто-кварцитовые сланцы по алевролитам и песчаникам; углисто-графит-кварцевые сланцы; кварциты железистые, магнетитсодержащие, марганецсодержащие и углисто-графитсодержащие. Мощность свиты превышает 1700 м.

Кунгурковская свита (**D_1kn**) развита в северной части площади и представлена метаморфизованными вулканогенными и вулканогенно-осадочными образованиями. Мощность более 2000 м. Границы свиты, как нижняя, так и верхняя, повсеместно тектонические. На контакте с телами гранитоидов породы свиты ороговикованы.

Среди пород метаморфизованного вулканогенно-осадочного комплекса широко развиты протрузии гипербазитов дунит-гарцбургитовой (альпинотипной) формации, контролируемые зонами глубинных разломов. Возраст протрузий ультрабазитов 401+12 млн. лет (Пушкарев,1999), габбро, габбро-диабазов D_{2-3}, гранитоидов поздней фазы 312-262 млн. лет (А. А. Машаров, 1990 г.).

Тела ультрабазитов фиксируются в виде линейно вытянутого пояса, согласного с общим простиранием пород района. Все эти массивы по существу представляют собой бескорневые тектонические линзы, залегающие согласно со сланцеватостью вмещающих их метаморфизованных вулканогенных и осадочных пород. Ультрабазиты гидротермально изменены, представлены серпентинитами, тальк-карбонатными и другими породами. На Шабровском тальковом месторождении среди тальк-карбонатных пород встречаются

жильные тела талько-хлоритов и хлоритолитов (мощностью до 0,1-1,0 м). Они характеризуются повышенным (до 5-10 %) содержанием магнетита.

Формирование интрузивных тел Шабровского комплекса (C_1) происходило в три фазы: в первую формировались гранодиориты; во вторую – граниты и адамеллиты; в третью – мелкозернистые граниты, граниты, гранит-порфиры, лейкократовые граниты, пегматиты. Шабровский массив округлой формы занимает площадь 50-55 км^2. В массиве много ксенолитов, провесов кровли, что свидетельствует о незначительном эрозионном срезе. Вмещающие породы – преимущественно пироксениты и габбро.

Сложен массив среднезернистыми, часто порфировидными, биотитовыми, реже роговообманково-биотитовыми гранодиоритами. Вмещающими массив породами являются: с севера ультрабазиты и габбро Уктусского массива, с запада, юга и востока – сланцы андреевской свиты и частично вулканиты кунгурковской свиты. Мощность массива 2,0 - 2,5 км. Западный контакт массива тектонический.

Осиновский комплекс (C_1) сложнопостроенный, формировался в четыре фазы: 1 – кварцевые диориты, гранодиориты; 2 – мелко- среднезернистые граниты; 3 – дайки лейкократовых гранитов, пегматитов; 4 – дайки порфировидных, мелкозернистых гранитов. В объеме массива резко преобладают граниты второй фазы.

Описание маршрута

Т.Н. 1. Начинается маршрут на Белоусовском месторождении благородных змеевиков, расположенном в 500 м к северу от автобусной остановки (автобус № 105). Карьер по отработке Белоусовского месторождения расположен на небольшой возвышенности в пределах поселка Шабровский. Проходка карьера проводилась с применением буро-взрывных работ, поэтому по причинам безопасности разработка месторождения остановлена.

Карьер вскрывает небольшую часть Большой линзы тальк-карбонатных пород, в зоне преимущественного развития благородных змеевиков. Здесь по художественно-декоративным свойствам выделено три разновидности змеевика - пятнистый, полосчатый и пятнисто-полосчатый.

Тальк-карбонатные породы занимают здесь не менее половины площади месторождения. Форма их залежей чрезвычайно сложная и обусловлена очертаниями пород кровли массива ультрабазитов, с одной стороны, и тел антигоритовых серпентинитов, с другой.

Т.Н. 2. Далее маршрут переходит на Северо-Шабровское месторождение железистых кварцитов, которое находится в районе п. Шабровского к западу от Белоусовского карьера. Месторождение в центральной части рассекается затопленным карьером после отработки Вознесенской золотой россыпи (рис. 16).

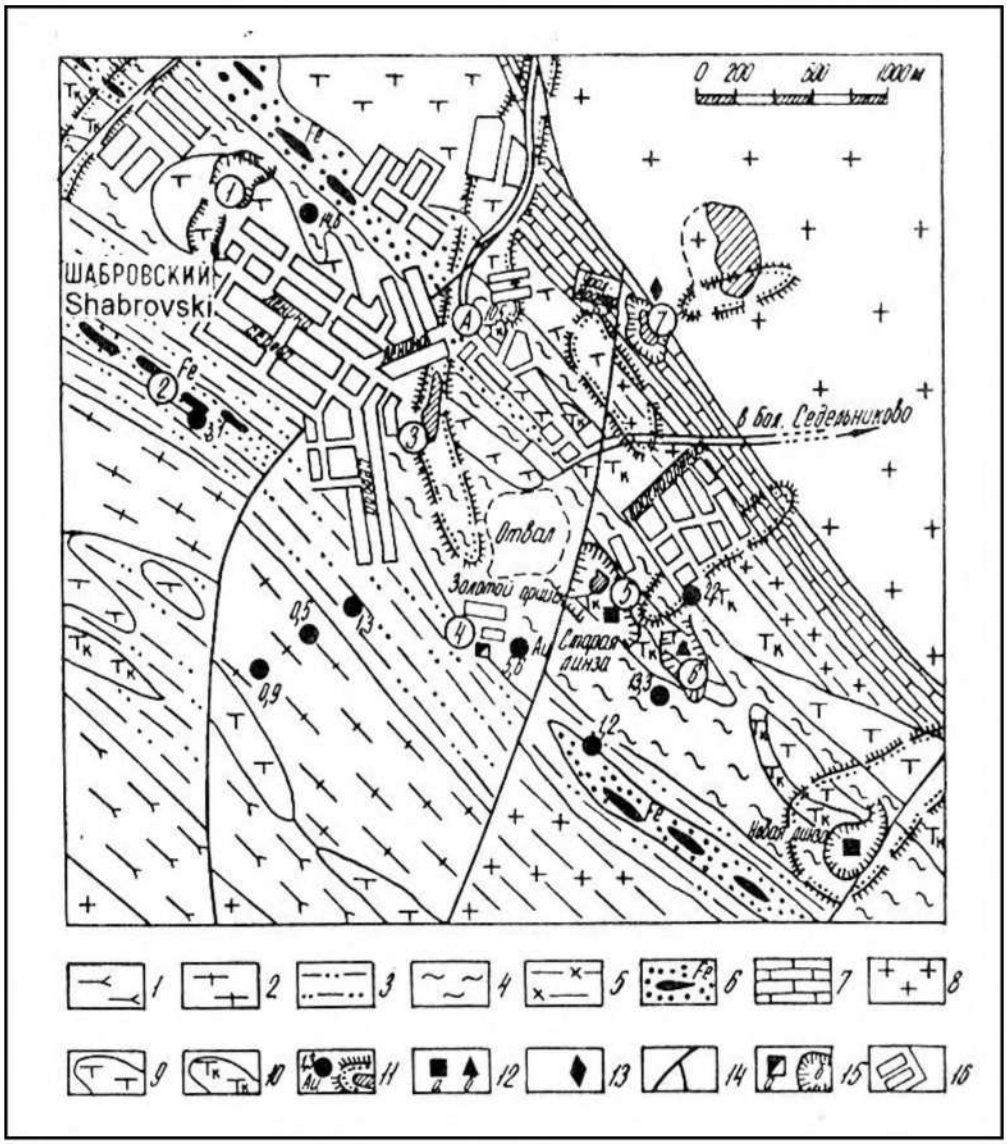


Рис. 16. Схематическая геологическая карта Шабровского рудного поля:
1 – амфиболиты; 2 – актинолитовые сланцы; 3 – серицито-кварцевые сланцы с карбонатом; 4 – филлиты; 5 – серицит-хлоритовые сланцы; 6 – железистые кварциты; 7 – мраморы; 8 – гранодиориты; 9 – серпентиниты; 10 – тальк-карбонатные породы; 11 – золотопроявления и контуры россыпей; 12 – месторождения талька (а) и змеевиков (б); 13 – месторождения мрамора; 14 – тектонические нарушения; 15 – шахта (а) и контуры карьеров (б); 16 – поселок Шабры

При отработке россыпи старатели породы вскрыши укладывали в узкие отвалы, которые расположены по бортам карьера. Взяв пробы песчано-глинистого материала с днища россыпи в западной сухой части выработки, где раньше размещалась промывальная установка, промываем их здесь же в карьере. Увидеть мелкие знаки золота в ковше – обычное дело.

От Вознесенской россыпи по бетонному тротуару перемещаемся в южном направлении к тальковой обогатительной фабрике, посещение которой можно предусмотреть в программе экскурсии, далее по асфальтовой дороге к карьеру тальк-магнезитового камня «Старая линза».

По возрасту выросших на отвалах деревьев студенты могут определить время отработки россыпи, а также наблюдать регуляторы естественной рекультивации открытой горной выработки.

Т.Н. 3. Шабровское месторождение тальк-магнезитового камня известно с 80-х годов 19-го столетия. В этот период оно отрабатывалось кустарным способом, и только возросшие потребности горно-металлургического и цементного производства в огнеупорном сырье в 1927 г положили начало планомерным разведочным работам на месторождении с последующей его механизированной эксплуатацией. Добыча тальк-магнезитового камня производилась карьерным способом со специальной технологией отработки и была прекращена в 1978 г. На момент остановки добычных работ глубина карьера составила чуть более 50 м. Буровыми скважинами месторождение разведано до глубины 200-220 м.

Производство огнеупорных тальк-магнезитовых блоков осуществлялось непосредственно в карьере машинами вертикальной и горизонтальной резки состемы А. М. Столярова. Отходы от распиловки шли на получение чистого высококачественного талька, который извлекался здесь же на обогатительной фабрике путем флотации. Подъем на поверхность нарезанных кирпичей осуществлялось с помощью трех лебедочных установок, которые в настоящее время можно видеть на бортах карьера.

Борта карьера очень крутые, а в некоторых участках с высокими вертикальными уступами (стенками), поэтому при подходе к краю этой искусственной выработки со стороны обогатительной фабрики перед исследователем открывается потрясающая панорама – идеальный срез ультраосновного массива со всеми деталями его внутреннего строения (рис. 18).



Рис. 17. Панорама карьера «Старая линза»

Маршрут по Шабровскому карьеру «Старая линза» начинается с его общего обзора (рис. 17). При спуске в карьер во вскрышных более пологих бортах выходят вмещающие породы, представленные в основном филлитовыми сланцами с тонкими маломощными прослойками мраморизованных известняков, слюдисто-кварцевых, серицит-хлоритовых и хлоритовых сланцев, с тонкими кварцевыми прожилками и будинками.

При переходе со вскрышных бортов на добычные, хорошо наблюдается северо-восточный контакт между вмещающими сланцами и продуктивным телом гипербазитов, превращенных в тальк-карбонатные породы (рис. 18). Контакт резкий, достаточно ровный с крутым, почти вертикальным падением. Участками фиксируются полости отслоения, в некоторых из них можно наблюдать разгрузку трещинных подземных вод в виде красочных водопадов. Вода пригодная для питья.

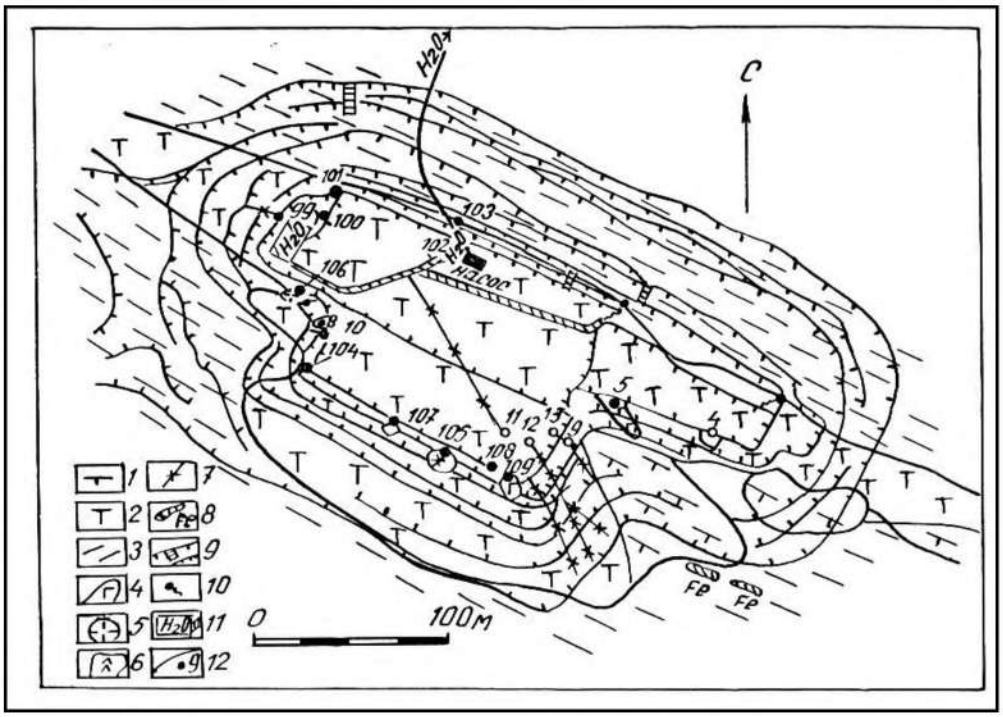


Рис. 18. Геологический план карьера «Старая линза»:

1 – серпентиниты; 2 – тальк-карбонатные породы; 3 – филлитовидные сланцы; 4 – габброиды; 5 – плагиограниты; 6 – лиственит; 7 – хлоритолиты по дайкам основного состава; 8 – железистые кварциты; 9 – контуры бортов карьера и лестницы; 10 – выходы трещинных вод; 11 – дренажные канавы; 12 – точки наблюдений

Наибольшую площадь вскрытых бортов карьера «Старая линза» (см. рис. 18) занимают тальк-карбонатные породы светло-серого цвета, массивной или сланцевой текстуры. На 40-50 % порода состоит из талька и на 50-60 % из карбоната, представленного магнезит-брейнеритовой разновидностью. Из рудных минералов чаще всего встречается гематит, очень редко встречаются кристаллики магнетита и хромита. Эта порода и являлась объектом добычных работ.

В юго-восточной части юго-западной стенки карьера хорошо «отпрепарированы» две дайки основного состава, секущие массив в субмеридиональном направлении. На дневной поверхности дайки выходов скорей всего не имели и вскрываются только карьером. Габброиды имеют мелкозернистую структуру, массивную текстуру. Окраска темная, серовато-зеленая. Породы метаморфизованные и состоит из вторичного амфибола, полевого шпата, карбоната и эпидота.

В западном борту карьера вскрыто тектоническое нарушение, которое сопровождается мощными излияниями трещинных вод.

Поднявшись на поверхность, на борту карьера можно осмотреть систему лебедочного хозяйства.

При спуске в карьер следует обратить внимание на технику безопасности работы в карьерах. Крутые борта карьера обусловлены крутым падением рудного тела, углы падения в сланцах также составляют 70-90 градусов. По вскрытым тектоническим трещинам и разломам в карьере наблюдается дренирование подземных вод. Следует обратить внимание на то, что спуск по лестнице может осуществляться только небольшими партиями (не более 5 человек на одном прогоне).

Необходимо также обратить внимание студентов на осыпи и оползни на стенках карьера обусловленные просачивающимися подземными водами. Накапливаемые на дне карьера воды поднимаются трубами на дневную поверхность. Вся территория в плане обвалована по бортам карьера для предотвращения прорыва поверхностных вод, а также прохода к обрывистым бортам скота.

Т.Н. 4. Продолжая маршрут, по дороге, выходим на северный борт карьера «Новая линза» (рис. 19), вскрывающим крупное тело тальк-магнезитовых пород. Перед нами разворачивается панорама карьера, показывающая технологию разработки с применением буровзрывных работ, экскавации с последующей вывозкой горной массы железнодорожными составами по узкоколейке на обогатительную фабрику.

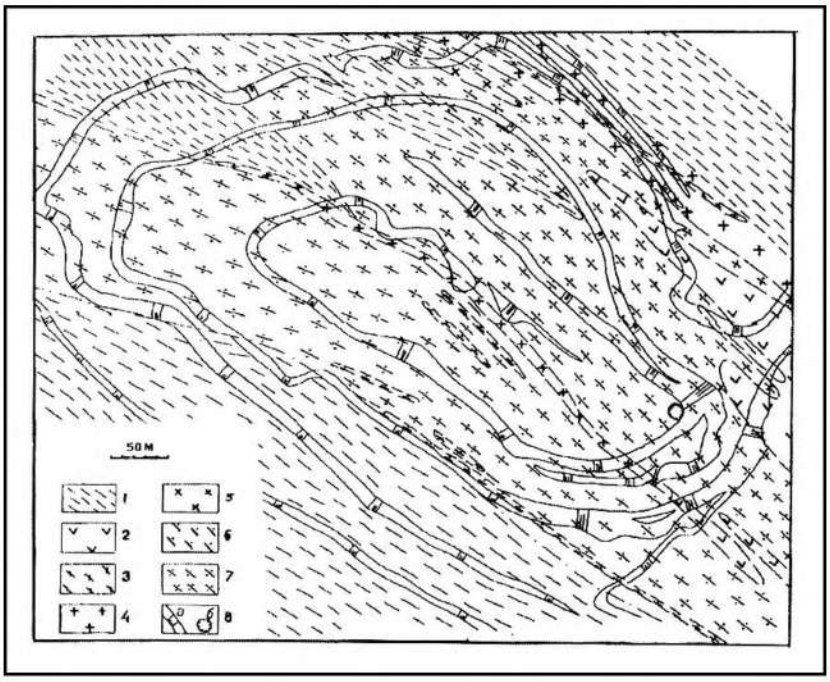


Рис. 19. Геологический план карьера «Новая линза»:
1 – сланцы; 2 – серпентиниты; 3 – амфиболиты; 4 – плагиограниты; 5 – диориты; 6 – хлоритовые метасоматиты; 7 – тальк-карбонатные породы; 8 – карьер: а - борта, б - водосборный зумф

Геологическое строение «Новой линзы» во многом схоже с таковым «Старой линзы». Отличие состоит в том, что здесь развиты дайки только среднего и кислого состава.

Т.Н.5. В западной части пос. Шабровский расположен отработанный мраморный карьер, а вблизи дороги на Б.Седельниково недавно заложен новый мраморный карьер. Он вскрывает полосу мрамора мощностью 80-90 м вдоль гранитоидов шабровской интрузии. Падение полосчатого мрамора на северо-восток под углом 70 °. Мрамор мелкозернистый, светло-серого цвета с оттенками от светло-голубого до темно-синего. Текстура неотчетливо полосчатая. Полируемость породы хорошая. В верхних горизонтах широко проявлены процессы карста. Пустоты в настоящее время заполнены глинами и бурыми железняками. На борту старого мраморного карьера расположен цех по обработке крупноблочных глыб мрамора, змеевика, гранитов и других облицовочных пород. Здесь можно ознакомиться с технологией обработки камня.

3.4. Шиловское месторождение

Шиловское месторождение более известно как меднорудное на восточной окраине пос. Медный (авт. № 185). Оно открыто в 1703 г. крестьянином И. Шиловым «со товарищами». Собственно Шиловское месторождение (рис. 21) расположено на краю поселка Медный, представлено карьером (35х15х10 м) и группой небольших горных выработок. В карьере обнажаются тела скарнов (в торцевой части карьера) на контакте габбро,

габбро-диоритов (забой слева) с мраморизованными известняками (правая часть карьера). Золотосодержащая медная минерализация наблюдается в маломощных зонах бортов карьера.

К северо-востоку от карьера на расстоянии нескольких сот метров по простиранию рудных скарнов размещаются еще несколько заросших карьеров со штольнями в их бортах и около десятка обрушенных шахт. Поэтому при движении по лесу необходимо соблюдать осторожность.

Шиловское месторождение локализуется в юго-восточном экзоконтакте Верхисетского массива гранитоидов. В этом экзоконтакте развиты сравнительно небольшие интрузии среднего-основного (от диоритов до габбро) состава. На контакте одного из них (Решетинского) с известняками сформировались скарны Шиловского месторождения. На контакте диоритов (реже габбро) с известняками развиты гранатовые, гранат-пироксеновые, гранат-эпидотовые скарны с магнетитом и наложенной медно-сульфидной минерализацией (Мурзин, Сазонов, 1990; Сазонов и др., 1994).

Месторождение локализовано в тектонической структуре с простиранием на северо-восток. Скарновые тела встречаются на всем протяжении этого разлома. Однако они вскрывались преимущественно шахтным способом. На современном этапе крепление шахт прогнило и поэтому горные выработки представляют большую опасность для посетителей.

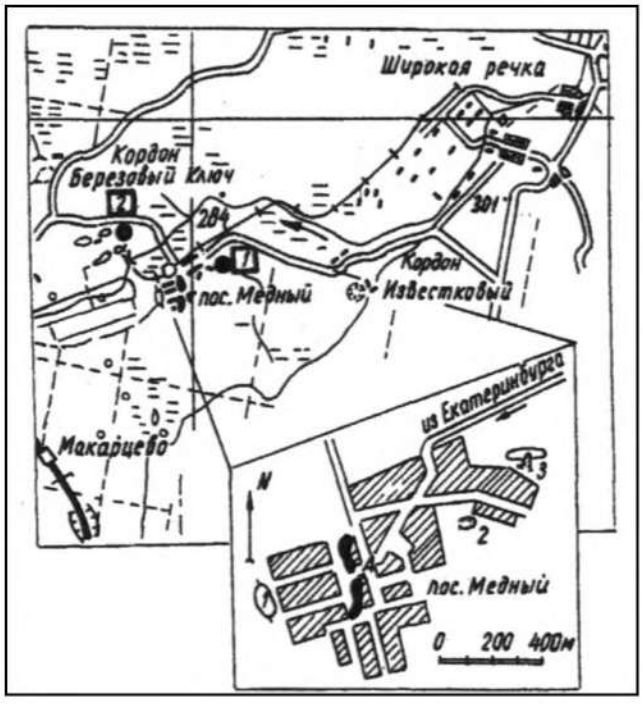


Рис. 20. Географическая схема Шиловской экскурсии:
1 — Шиловское медно-скарное месторождение;
2 — Пушкинское золоторудное месторождение.
На врезке: 1, 2 - обнажения доступные для осмотра;
3 – карьер Шиловского месторождения

Медно-магнетитовые руды отработаны практически полностью. Медно-судьфидная минерализация фиксируется в тектонических нарушениях северо-западной ориентировки, локализуясь как в скарнах, так и в пропилитизированных габбро.

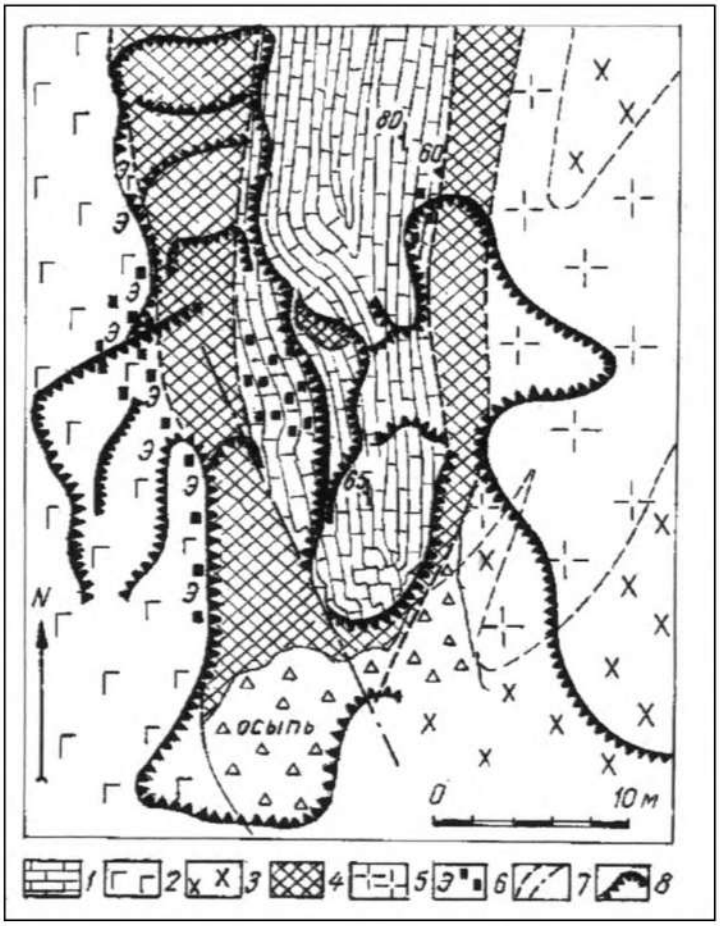


Рис. 22. Геологическая карта Шиловского месторождения:
1 – мраморизованные известняки, участками с сульфидами (черные квадраты);
2 – меланократовые габбро;
3 – диориты;
4 – скарны (гранатовые, гранат-пироксеновые, гранат-эпидотовые с магнетитом и сульфидами);
5 – грано-диориты (иногда дайки аплитов) с участками развития кварц-серицитовых метасоматитов;
6 – места развития эпидотизации (э) и сульфидизации (черные квадраты);
7 – контакты пород и разрывные нарушения; 8 – границы карьера

В скарнах выделяются участки перекристаллизованных эпидозитов, сложенные зеленым эпидотом и кальцитом.

Характерной для месторождения является повышенная (участками до промышленной) золотоносность руд. На окраине поселка можно видеть затопленные выработки на месте старательской отработки небольших золоторудных россыпей. Бассейн р. Шиловки, вдоль русла которой сейчас размещается крупный торфяник, является золотоносным.

Здесь, в окрестностях пос. Медный расположено одно из наиболее крупных на Урале месторождений торфа. Размер торфяника здесь достигает 20 квадратных километров, мощность достигает 6-9 метров. Торф древесно-осоковый, в кусках коричневого цвета, с остатками древесины и коры, главным образом березы, реже ольхи и ивы. Осоковыми формами сложена большая часть залежей торфяников, которые залегают непосредственно на магматических породах. Заторфовывание водоемов – одна из природных угроз для человека, она приводит к постепенному сокращению водоемов и последующему их исчезновению. Начало такого процесса несколько различается для озер с пологими и крутыми берегами. При зарастании болот с пологими берегами зарастание дна происходит в строгом порядке и зависит от глубины. На глубоких местах (2,0-2,5 м) поселяются водные лилии, на глубинах 1,0-1,5 м растут камыш и тростник, а прибрежных зонах – осоки. После отмирания этих растений на дне водоема отлагаются их остатки – стебли, корневища, листья. При этом лишь часть этих остатков разлагается, другая остается в полуразрушенном состоянии. Такое накопление растительных остатков со временем приводит к обмелению водоема. В дальнейшем более молодые растения вынуждены сдвигать свои ареалы обитания на большую глубину, отдаляясь от берега. В конце концов, все озеро высыхает, покрываясь осокой.

Несколько иной способ зарастания озер отмечается в случае наличия крутых берегов. При глубине прибрежных зон более 2,0 метров развитием пользуются растения, способные держаться на поверхности воды. Они прикрепляются ко дну у береговой линии и распространяют свои стебли далеко от берега. Переплетаясь между собой, стебли таких растений образуют прочную сеть, на которой могут развиваться другие растения-сателлиты. Питательной средой таких растений являются: растворенные в воде соли, мелкая пыль, попадающая в воду из атмосферы. Разрастание таких колоний растений приводит, в конечном счете, к полному покрытию всей водной поверхности озер. В процессе отмирания растительности происходит естественное обмеление водоемов и последующее их исчезновение. Однако при обмелении озера до приемлемых глубин в нем могут поселяться упомянутые выше растения, характерные для мелководных водоемов которые ускоряют процессы его исчезновения.

В связи с интенсивным проведением дренажных работ ранее заболоченные участки торфяников стали сухими. В летнее время, особенно в засушливую погоду, над торфяниками носится пыль, что является чрезвычайно

опасным в случае возгорания торфа. При такой большой мощности отложений торфа тушение сильно затруднено из-за возможности подземных пожаров. В настоящее время разработка торфа на участке Медном временно прекращена, за несколько лет площадь покрылась подлеском, который в определенной степени спасает торфяник от случайных пожаров. Торфяники поселка Медный являются главным объектом наблюдения студентов групп ЗЧС.

В данном районе, наряду с заторфовыванием озер, можно наблюдать процессы заболачивания лесов и лугов. Здесь, наряду с природными процессами, определенную роль играют техногенные процессы, связанные, прежде всего, со строительством плотин, запруд и других гидротехнических сооружений. Заболачивание связывается с созданием условий избыточной увлажненности участков, когда полезная для человека луговая или лесная растительность меняется на болотную. При этом из обращения изымается часть полезных земель

Кроме упомянутых выше процессов заболачивания культурных угодий и заторфовывания водоемов, значительную опасность на данном участке представляют собой древние шахты и глубокие шурфы, крепления которых давно прогнили. Студентам запрещается подходить близко к этим горным выработкам и заглядывать в них во избежание осыпей и провалов, что имело место в прошлом. Студентам следует напомнить некоторые правила поведения в таких участках. Все опасные участки развития старых горных выработок должны быть ограждены, а также иметь предупредительные знаки.

Кроме того, на участке Шиловского месторождения студентам следует напоминать правила противопожарной безопасности в связи с широким развитием здесь легковоспламеняющихся торфяников.

3.5. Березовское рудное поле

Березовское рудное поле расположено в 12км на северо-восток от г. Екатеринбурга. Оно является крупнейшим на Урале собственно золоторудным объектом. Ввод его в эксплуатацию (1748 г.) определил начало золотой промышленности региона, да и Российского государства в целом. Практически до конца 50-х гг. XX столетия Березовское рудное поле было крупнейшим по запасам золота в бывшем СССР. Месторождение на сегодня отрабатывается на горизонте до 520 м. Структурным бурением установлено, что в центральной и южной частях месторождения оруденение прослеживается до глубины 1 - 1,2 км.

Березовское рудное поле широко известно в мире. Оно рассматривается как классический золоторудный объект кварц-жильного типа во всех курсах полезных ископаемых практически во всем мире. Березовское месторождение представлено крупной серией даек гранитоид-порфиров, имеющих преимущественно субмеридиональное и северо-восточное, реже субширотное простирание. Большая часть даек имеет крутое (до вертикального) падение. Дайки по большей части березитизированы, вмещают «лестничные» кварцевые жилы, ориентированные по нормали к зальбандам даек. Кроме лестничных, на

месторождении развиты красичные кварцевые жилы. Последние представляют собой разновиднсти жил, вышедших из даек во вмещающие породы или же не имеющие связи с дайками иформирующиеся по тектонически ослабленным зонам (разломам), ориентированным, как правило, широтно или субширотно.

Вулканиты и вулканогенно-осадочные толщи в пределах Березовского рудного поля имеют моноклинальное залегание, полого падают на север и подразделяются на две толщи: нижнюю – чередование базальтовых лав, туфобрекчий, туффитов, кремнистых осадков, и верхнюю – диабазы. Общая мощность толщ превышает 1,2 км.

Описание маршрута

Начало маршрута — южный фланг Березовского рудного поля.

Т.Н.1. На остановке общественного транспорта «Каменные Палатки» в скальном обнажении с этим же названием можно наблюдать типичные шарташские адамеллиты, а также разноориентированные трещины, характерные для Шарташского массива в целом, горизонтальные и пологопадающие, волнисто изогнутые трещины обусловливают матрацевидную отдельность, отчетливо подчеркнутую процессами выветривания.

На примере фигур «Каменных палаток» наблюдают результаты физического выветривания в гранитах, а также продукты эоловой деятельности: ***дефляции и коррозии***. Подобные изменения потенциально можно ожидать на техногенных объектах.

Т.Н.2. Далее маршрут проходит через Шарташский щебеночный карьер. Борта карьера представлены средне-крупнозернистыми адамеллитами. Величина зерен биотита в них составляет 0,1 – 3 мм, а количество не превышает 5 – 10 % от общей массы.

Т.Н.3. Карьер расположен в северо-восточном эндоконтакте Шарташского массива адамеллитов. Здесь можно наблюдать адамеллиты, а также даечный комплекс, гранит-пегматиты и кварцевые жилы. Шарташский каменный карьер эксплуатируется как щебеночный — запасы составляют 33,6 млн. $м^3$.В бортах, а также в донной части карьера можно наблюдать дайки гранит-порфиров, лампрофиров, аплитов, пегматитов, кварцевых с калишпатом жил.

Шарташский и Изоплитовый карьеры в настоящее время разрабатываются частными предпринимателями. Значительно проще посещение «Сибирского» карьера, вскрывающего южную часть Шарташского массива. Карьер расположен вблизи Сибирского тракта (остановка автобусов № 31, 1 - «Путевка»).

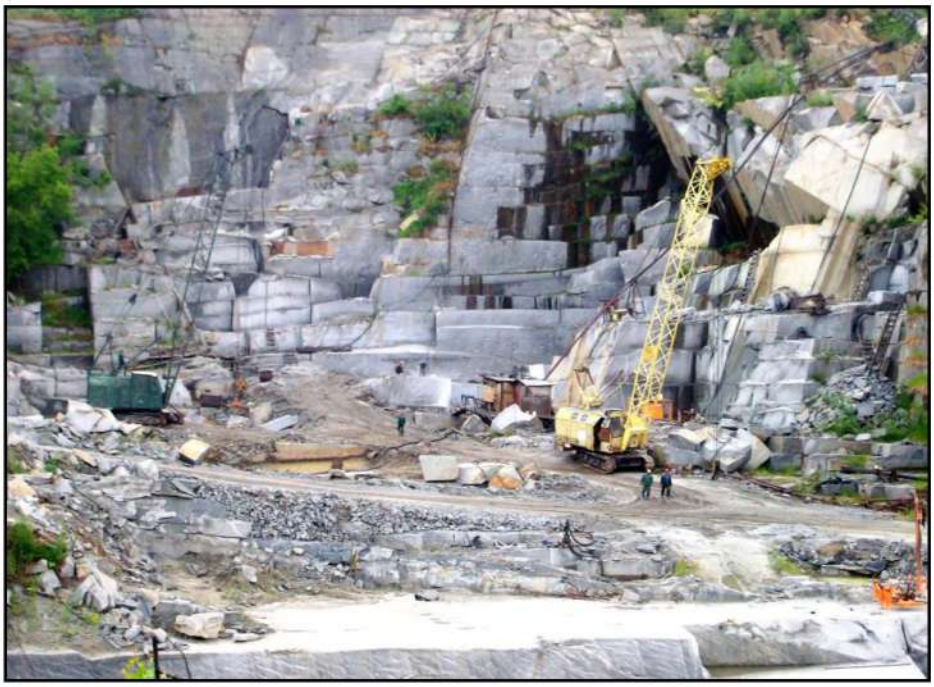


Рис. 22. Сибирский карьер по добыче облицовочных блоков гранитоидов

Сибирский разрабатывает монументальные блоки для облицовки или каменных архитектурных изделий, особенно на ранних стадиях разработки.

Отбор блоков гранитоидов осуществляется газо-плазменной резкой и клиновым отслоением через серию шпуров. Данную технологию можно видеть в северном забое карьера. Здесь же можно наблюдать самую мощную (около 1 м) дайку лампрофиров, выполняющую субмеридиональную трещину скалывания. Более мелкие дайки широко развиты в южном борту карьера (рис. 24). В бортах карьера картируются многочисленные дайки кислого состава: аплиты, гранит-порфиры, пегматиты.



Рис. 23. Дайка лампрофира (справа) и пересечение двух пегматитовых прожилков (слева) в гранитоидах Сибирского карьера

Во всех карьерах, пройденных в гранитоидах, следует обратить внимание студентов на крутые борта карьеров, что возможно только в крепких, устойчивых породах. На этих же объектах следует обратить внимание на систему водоотлива, которая защищает карьеры от затопления. Продолжаем маршрут в г. Березовском.

Т.Н. 5. Расположена на северной окраине г. Березовский в районе хвостохранилища. Здесь на правом берегу р. Пышмы высятся отходы от обогащения золотосодержащих руд. Отходы представлены тонко- и мелкозернистым кварцевым материалом. На хвостохранилище хорошо наблюдаются процессы ветровой и дождевой эрозии. В ветреную погоду поднимается кварцевая пыль, которая может вызвать у человека болезнь, известную под названием силикоз.

В данном маршруте в окрестностях г. Березовского для студентов специальности ЗЧС следует особое внимание обратить на провалы, которые расположены над шахтными полями. Здесь категорически нельзя вести строительство жилых зданий и сооружений. Обратить внимание на возможностях защиты таких территорий от потенциальной угрозы провалов.

3.6. Гора Хрустальная

На Среднем Урале в южной эндоконтактовой части Верх-Исетского гранитоидного массива расположен ряд крупных месторождений стекловидного и молочно-белого кварца.

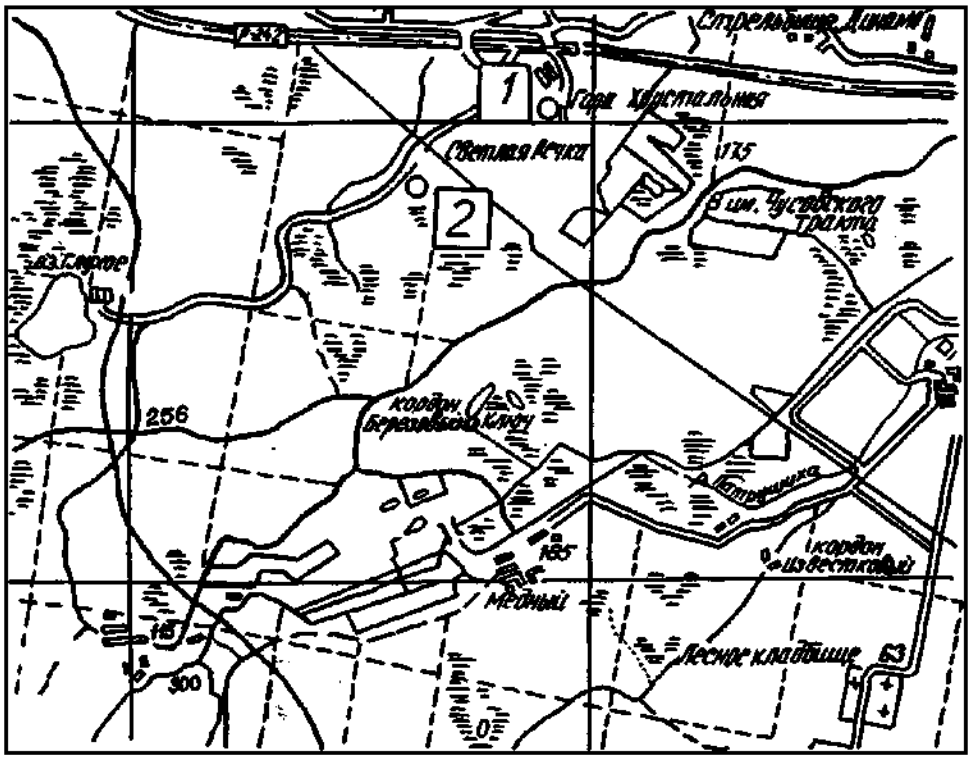


Рис. 24. Географическая схема размещения месторождений кварцевого сырья

Наиболее значительными и разведанными из них являются гора Хрустальная (1) и Светлореченское (2).

Кварц является наиболее распространенным минералом в природе, на описываемых месторождениях содержит большое количество минеральных и газово-жидких включений, довольно сильно «загрязнен» химически. В основном используется для варки различных специальных стекол, в качестве шихты для выращивания искусственных кристаллов кварца, в качестве заполнителя фильтров водоочистки, для футеровки различных агрегатов, в строительстве и для других нужд. При желании и дополнительных затратах всегда можно выбрать участки кварца, пригодные и для более ответственных назначений, но обычно это пока экономически нецелесообразно.

Понятие «молочно-белый кварц» сложилось исторически и не несет генетической или минералогической информации, в какой-то мере определяя лишь его замутненность газово-жидкими включениями.

Район месторождений характеризуется напряженной структурно-тектонической обстановкой. Восточная часть южного замыкания Верх-Исетского гранитоидного массива разбита многочисленными различно ориентированными тектоническими нарушениями преимущественно субмеридионального простирания. В эндоконтактовой зоне главного тела Верх-Исетского гранитоидного массива почти повсеместно развиты гранитоиды повышенной основности – диориты, кварцевые диориты, залегающие среди биотит-амфиболовых гнейсов. Возраст гранитоидов установлен как позднепалеозойский, т. к. они прорывают все породы района. Это подтверждается и определением абсолютного возраста (260-340 млн. лет).

Месторождение горы Хрустальной представляет собой (Оболкин, 1981) крупное тело, вытянутое на 370-380 м в СВ (330-340 °) направлении. Форма его каплевидная в плане и неправильная в разрезе (рис. 26).

На глубину месторождение имеет тупое выклинивание с пологим падением (погружением) ЮЗ контакта к СВ под углом 8-10 °. Падение восточного контакта жильного тела крутое (75-90 °) к востоку, западный контакт до гор. 310-270 м падает к западу. Длина тела по вертикали непостоянная и колеблется от 90 м в его западной части до 190 м восточной. Ширина тела достигает 140 м.

Восточный контакт тела четкий крутопадающий (75-90 °) и контролируется тектоническим нарушением, западный контакт имеет более сложную конфигурацию, обусловленную заполнением пегматоидным и кварцевым материалом крупноглыбовой зоны брекчирования в диоритах.

Породы западного блока представлены сильно метаморфизованными диоритами. В них встречается тонкая и редкая вкрапленность пирита и халькопирита, а темноцветный минерал превращен в агрегат мелкочешуичатого биотита.

В породах восточного блока наблюдаются метасоматические образования, состоящие из биотита (флогопита), хлорита и тальковых сланцев, образованных по серпентинитам.

В жильном кварце месторождения выявлено и исследовано 22 минерала, являющихся вредными примесями: сера самородная, пирит, рутил, брусит, псиломелан, гематит, гидрогетит, апатит, графит, опал, магнетит, серицит, флогопит, альмандин, эпидот, мусковит, биотит, хлорит, актинолит, микроклин, калишпат, кальцит.

По степени минерализации кварц месторождения разделяется на две природные разновидности: мономинеральный или слабоминерализованный (до 8 %) и сильноминерализованный (более 8 %). По данным минералогических анализов (60 проб), содержание твердых минералогических примесей в первом типе кварце в среднем составляет 1,1 %, а во втором – 16,1 %.



Рис.25. Панорама Светлореченского месторождения кварца.
Кварцевая жила светлого оттенка

Другой характерной особенностью жильного кварца месторождения горы Хрустальной является его разлистованность. Впервые это подробно описано Г. Н. Вертушковым в начале 40-х годов и объяснено разлистованием кварца по плоскостям срастания полисинтетических бразильских двойников.

Кварц месторождения горы Хрустальной содержит значительное количество газово-жидких включений. Большинство из них располагаются в системах трещин и являются вторичными.

Светлореченское месторождение жильного кварца расположено в юго-восточной части Верх-Исетского антиклинория. Данные разведочных работ показывают, что месторождение имеет зональное строение. Внешняя зона представлена пегматоидной породой, иногда с выделением в них кристаллов мусковита и калиевого шпата, размером от 1 до 5 см и измененными окварцованными диоритами, представляющими собой эруптивную брекчию, внутренняя – сложена массивным кварцем (кварцевое ядро).

Кварцевое ядро представляет собой крупное тело, простирающееся в северо-западном (330 °) направлении на 300 м.

Выклинивание жильного тела по простиранию в северо-западной и юго-восточной частях. А восточный и западный контакты падают в разные стороны (рис. 26). На глубину тело имеет тупое выклинивание с пологим юго-восточным падением (погружением) под углом 5-10 °. Форма тела линзовидная в плане и приближающаяся к трапециевидной в разрезе.

Восточный и западный контакт тела четкий и контролируется тектоническими нарушениями. Кварцевое тело рассечено системами трещин, в основном северо-западного и северо-восточного простирания с углами падения 30-70 °. Трещины обычно ожелезнены. В кварцевом ядре, особенно в нижнем эндоконтакте, достаточно много ксенолитов вмещающих пород, представленных диоритами и мусковитизированными гранитами. Размеры их достигают 7,5х30 м. Длинные оси ориентированы по простиранию тела параллельно его нижнему контакту.

Кварцевое ядро сложено кварцем светло-серого, серого, белого или дымчато-серого цвета с участками прозрачного или полупрозрачного кварца. Структура кварца среднезернистая, местами крупнозернистая до гигантозернистой. Текстура массивная, реже сланцеватая. Последняя, обусловлена разлистованием кварца по плоскостям срастания полисинтетических бразильских двойников.

Длина тела по вертикали не постоянна и колеблется от 120 м в его центральной части, постепенно уменьшаясь, до 20 м в направлении северного выклинивания и до 80 м в направлении южного выклинивания. Ширина тела достигает 140 м.

В кварце месторождения выявлены и исследованы 17 минералов, являющихся вредными примесями: группа полевых шпатов (в основном микроклин), кальцит, мусковит, биотит, альмандин, хлорит, эпидот, лимонит, гематит, пирит, актинолит, молибденит, пиролюзит, графит, турмалин, рутил, сфен. Наиболее распространены микроклин, мусковит, биотит, эпидот, лимонит, актинолит, кальцит.

Кварц Светлореченского месторождения содержит значительное количество газово-жидких включений. Большинство из них располагаются в системах трещин и являются вторичными. Гораздо реже встречаются первичные включения, которые в основном сгруппированы по зонам роста

индивидов. Их цепочки косо ориентированы по плоскостям трещин с вторичными включениями.

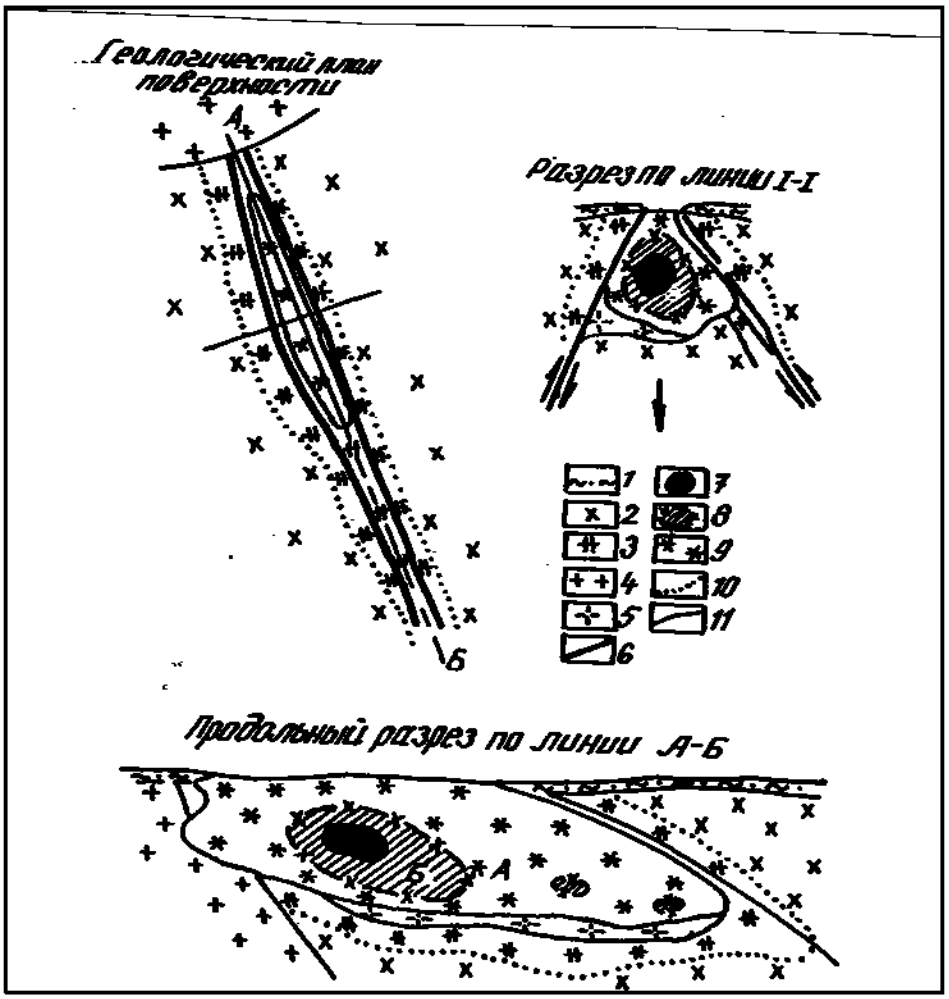


Рис. 26. Геологическое строение Светлореченского месторождения

Условные обозначения:

1 - рыхлые отложения; 2 - диориты; 3 - диориты окварцованные, полевошпатизированные, мусковитизированные, аплитовой структуры; 4 -граниты биотитовые; 5 - пегматиты; 6 - тектонические нарушения; 7-9 - зоны распространения кварца с различным коэффициентом светопропускания, 10 - граница изменения диоритов; 11 - геологические границы.

Характерной особенностью локализации крупных месторождений жильного кварца является их приуроченность к большим тектоническим нарушениям (месторождение горы Хрустальной) или тектоническим нарушениям, оперяющим под острым углом более мощную тектоническую зону (Светлореченское месторождение).

Формирование кварцевых тел происходило путем многократного раскрытия и заполнения трещин, образующихся при перемещении и расхождении блоков вмещающих пород и кристаллизации кварца в трещинных полостях в тектонически ослабленных зонах. Полученные результаты показывают несомненную связь крупных кварцевых месторождений с

тектоническими нарушениями южного обрамления Верх-Исетского гранитоидного массива.

Наиболее важными объектами наблюдения на участке с позиций специальности «Защита в чрезвычайных ситуациях» являются процессы формирования коры выветривания по породам различной устойчивости. Кварцевое тело в силу большой прочности образует в рельефе гребневидное тело, в то время как рыхлые продукты выветривания по измененным диоритам создают понижения в рельефе. Следует отметить, как меняется уровень обводненности карьера в зависимости от работы откачных насосов. С месторождениями кварца следует знакомить также как с объектами народнохозяйственного значения. Кварц данных месторождений потенциально может стать объектом получения особо чистого сырья – ценного продукта современных технологий. На промплощадке следует знакомить студентов с технологиями получения кварцевой продукции.

3.7. Билимбаевское месторождение

Участок расположен в 3,5 км южнее от г. Билимбай Свердловской области. От железнодорожной станции Билимбай карьер расположен в 7 км на восток. Добыча известняка ведется здесь, главным образом в Галкинском карьере, который в плане имеет изометричную форму, высота его бортов составляет около 20 метров.

Участок исследований расположен в Улсовско-Билимбаевской складчато-блоковой зоне, разделяющей два антиклинория: Уфалейский и Вишерско-Чусовской, которые, в свою очередь, входят в пределы Центрально-Уральского поднятия.

Галкинский карьер вскрывает известняки Билимбаевской свиты ордовикской системы. В разрезе свиты, кроме упомянутых известняков встречаются также: слабо метаморфизованные породы (филлиты), алевролиты, эффузивные образования. В известняках встречается фауна ордовикского возраста – остатки морских лилий, головоногих моллюсков. В известняках отмечаются находки остатков флоры в виде битуминозных примесей. Известняки в карьере сильно трещиноваты, преобладают разрывы с юго-восточными и юго-западными падениями. Углы падения пологие – 23-37 градусов. Мощность мезозойских пород, слагающих породы вскрыши составляет 4-5 метров, однако на отдельных участках она возрастает до 30-40 метров.

Известняки состоят преимущественно из кальцита – $CaCO_3$. Изредка встречается примесь доломита. Содержание двух минералов в породе составляет более 99,0 %, поэтому они представляют высококачественное флюсовое сырье для металлургической промышленности. Окраска известняков светлая, светло-серая, примеси железа местами придают породе рыжую окраску.

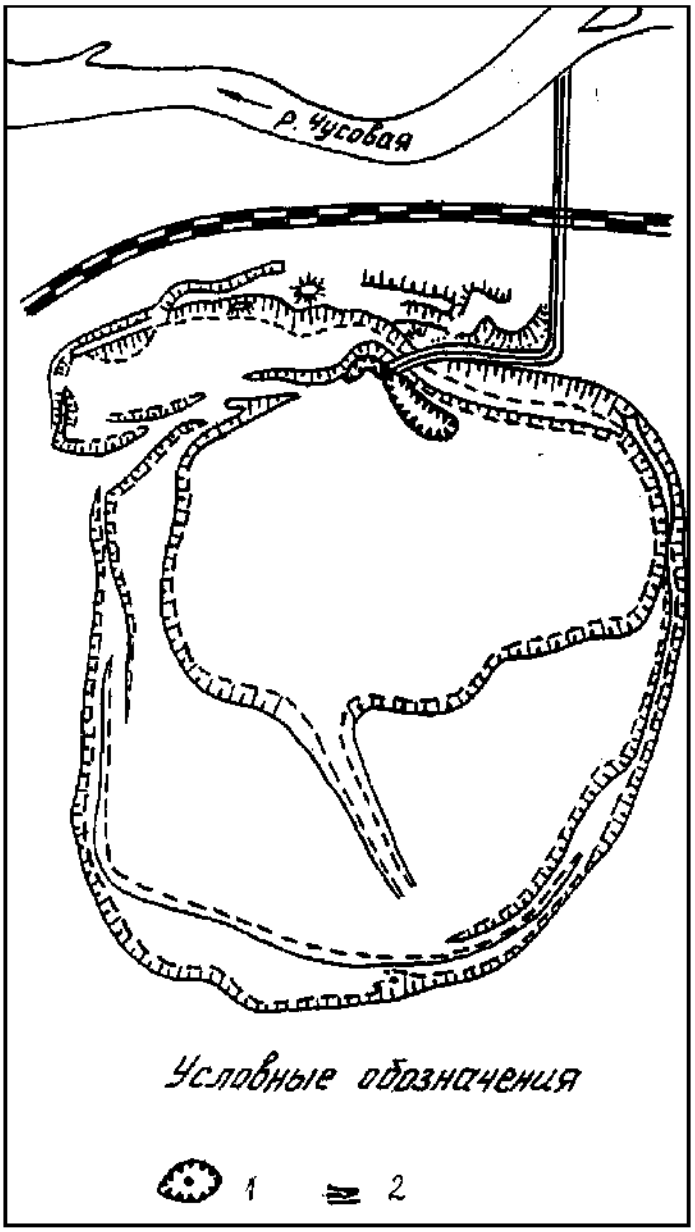


Рис. 27. План Галкинского карьера

Условные обозначения: 1 – зумпф карьера, 2 – водоотлив

Состав пород в карьере, а также обильные водопритоки создают на этом участке условия для карстовых процессов, которые здесь наблюдаются в изобилии. Следует, однако, отметить, что на поверхности пород чаще отмечаются суффозионные процессы, связанные с вымыванием (выносом) механических частиц фильтрующейся водой, что сопровождается оседанием пород с образованием провалов и воронок. Такая суффозия называется механической, при химическом растворении ее называют химической и в этом случае растворимая часть породы выносится в виде раствора.

Внимание студентов обращается на многочисленных следах начальных процессов суффозии, проявленных в геоморфологи. Делается акцент на различиях карстовой и суффозионной деятельности в различных по литологии породах.



Рис. 28. Вид северо-восточного борта Галкинского карьера

Закарстованность района Галкинского карьера составляет на поверхности около 25 %, с глубиной она уменьшается и к глубине 100 м практически не фиксируется. Под закарстованностью принимают соотношение закарстованных площадей участка к его общей, суммарной, площади. Снижение общей закарстованности с глубиной обусловлено несколькими причинами. Главная из них – снижение количества трещин и их объема по мере увеличения глубины, что, в свою очередь, снижает объем циркулирующей воды, а также скорость ее движения. Заполнителями карстовых полостей являются глины и суглинки, а также щебень и песок. Форма пустот клиновидная со сужением вниз.

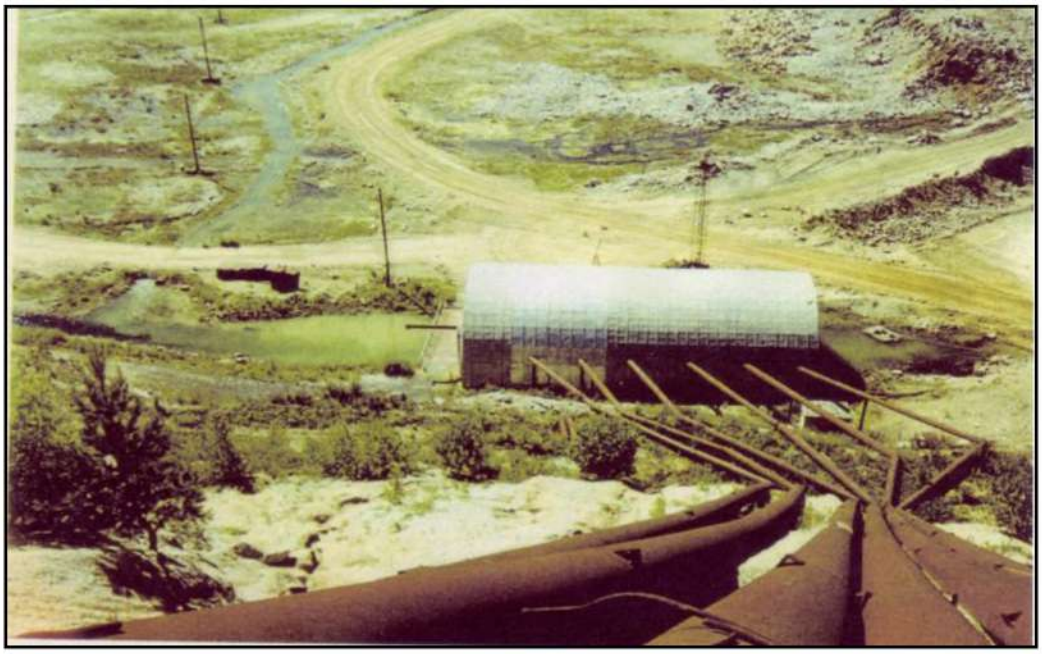


Рис 29. Система осушения Галкинского карьера: водосборные канавы, зумпф, модуль с насосами и водопроводные трубы

Водопроницаемость известняков близка нулю, поэтому обводненность карьера имеет трещинный характер. Общий водоприток в карьере составляет около 1500 м^3/час, однако, в настоящее время ежегодно он постепенно возрастает, в связи с изменением технологии процесса добычи и привлечения водных ресурсов из р. Чусовой. Плотность известняков составляет 2,70 г/см^3, временное сопротивление одноосному сжатию перпендикулярно слоистости – 130,0 МПа, а параллельно слоистости – до 55,0 МПа.

Известняки светло-серого цвета, часто массивной текстуры, скрытокристаллической структуры. Иногда отмечается мелкокристаллическая структура, которая фиксирует локальные участки слабого метаморфизма пород. В таких случаях в прослоях терригенных пород отмечаются переходы к филлитовидным разностям. В зонах наименее метаморфизованных пород можно встретить фауну ордовикского возраста. Элементы залегания известняков определяются с трудом. Такая возможность представляется благодаря наличию прослоев терригенных пород: алевролитов, алевропесчаников, реже – вулканитов.

Осушение карьера производится методом поверхностного дренажа, который включает в себя дренажные канавы и зумпф, куда вода стекается самотеком. Накопленная таким образом вода затем поднимается насосами вверх и сбрасывается в Чусовую. Перепад уровней воды в зумпфе карьера и реке Чусовой составляет 28 м.

В окрестностях Галкинского карьера, в поле развития известняков наблюдаются многочисленные воронки – небольшие карстовые провалы, фиксирующие начало карстообразования (рис. 31). Размер воронок различный, иногда не превышающий 1 метра. Как показывают результаты наблюдений, образование наблюдаемых воронок «молодого» карста началось сравнительно недавно и, по всей вероятности, увязывается с началом работ карьера. В данном маршруте студенты знакомятся с процессами суффозии и карста, производят локальное картирование воронок и описывают их. Для закрепления навыков работы с горным компасом здесь, в карьере, проводится массовый замер трещин с последующим построением розы-диаграммы трещиноватости.

На участке студенты знакомятся также с системой водоотлива, осушения месторождения. Характерной особенностью этого района являются многочисленные оползни, на которых можно наблюдать «пьяный лес». В самом карьере студенты знакомятся с характером выветривания известняков и других пород. При этом продукты всех этих процессов рекомендуется тщательно документировать, некоторые элементы – фотографировать и делать зарисовки.



Рис. 31. Свежая суффозионная воронка на левобережной пойменной террасе р. Чусовой, в 50 м от русла

3.8. Суффозионные процессы вдоль линий метро

Маршрут проходит непосредственно в пределах городской черты, сначала вдоль ул. 8-е Марта, где наблюдаются многочисленные разрушения домов, которые обтянуты стальными конструкциями. Начало маршрута на перекрестке улиц 8-е Марта и Декабристов. Наибольшему разрушению здесь подвергся старый дом с магазином «Гастроном», который стоит на ветке строящегося метро между станциями «Геологическая» и «Бажовская».

При движении к центру города студенты наблюдают здание сравнительно недавно построенного цирка, которое несет следы многочисленных реконструкций, призванных укрепить постройку. Причины деформаций в здании цирка могут объясняться двумя причинами. С одной стороны, строение стоит в непосредственной близости от сложной развязки двух веток метро, а, с другой – цирк, расположенный на контакте с активно живущим разломом, который расположен по руслу реки Исеть.

Инженерные меры защиты предприняты к старому зданию на перекрестке улиц 8-е Марта – Куйбышева. Как и в других местах, здесь здание «обвязано» стальным каркасом для предотвращения его дальнейшего развала.

Далее студенты наблюдают суффозионные процессы на западном берегу городского пруда. Каменная ограда пруда в нижней части в значительной степени разрушена. На улице Набережная рабочей молодежи видны следы

нового асфальта, закрывающего трещины, появившиеся в результате формирования оползневых процессов вдоль западного берега городского пруда.

Далее маршрут проходит между станциями метро «Уральская» и «Динамо». Вследствие процессов осушения, понижения уровня подземных вод, вдоль линии метро развиваются суффозионные процессы, которые приводят к многочисленным деформациям зданий и сооружений. Водопонижение осуществляется здесь с 1993 года с помощью 5 скважин диаметром 890 мм и насосами. Снижение уровня грунтовых вод привело к развитию суффозионных процессов, которые осуществляются путем механического выноса частиц фильтрующейся водой. Через некоторое время этот процесс привел к образованию пустот и полостей, что, в свою очередь, привело к проседанию зданий и сооружений и их видимых деформаций. Для спасения домов применены инженерные меры защиты, многочисленные стяжки.

Опасные явления природного и техногенного характера можно наблюдать в самом центре города, в районе городской «плотинки». На западном берегу городского пруда, на уровне поверхности воды наблюдаются процессы подмыва берега, что грозит обвалом чугунной ограды. Особенно хорошо заметны эти процессы зимой, когда наблюдения можно вести в непосредственной близости со льда. В 150 метрах от «плотинки» на север, в районе городского драмтеатра берег пруда укреплен бетонным сооружением.

В основании городской «плотинки» расположены две арки, одна из них недавно укреплена бетоном, в ней сделан переход. Другая арка, расположенная со стороны площади 1905 года, находится в аварийном состоянии. Только благодаря арочной конструкции потолки в ней не обрушиваются.

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

Паняк С.Г. Динамическая геология. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010. 280 с.

Огородников В.Н., Поленов Ю.А., Григорьев В.В., Паняк С.Г., Дубейковский С.Г. Учебная геологическая практика. Изд-во УГГГА, Екатеринбург, 1995. 223 с.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

Огородников В.Н., Сазонов В.Н., Поленов Ю.А. Геологические маршруты по Екатеринбуржью. Изд-во УГГГА, Екатеринбург, 1997. 227 с.

Стефан Григорьевич Паняк
Татьяна Сергеевна Бобина

УЧЕБНАЯ ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ ПРАКТИКА

Учебное пособие

для студентов специальности
21.05.04 – «Горное дело» (ГД)

Корректура кафедры геологии и защиты в чрезвычайных ситуациях

Подписано в печать
Бумага писчая. Формат 60x84 1/16. Печать на ризографе.
Печ. л. 6.0. Уч.- изд. л. 5.8. Тираж 100 экз. Заказ №

Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30.
Уральский государственный горный университет
Лаборатория множительной техники